

CHƯƠNG III PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

BÀI 1. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. Vector chỉ phương của đường thẳng

Vector $\vec{u}$ được gọi là vector chỉ phương của đường thẳng Δ nếu $\vec{u} \neq \vec{0}$ và giá của $\vec{u}$ song song hoặc trùng với Δ .

Nhận xét. Một đường thẳng có vô số vector chỉ phương.

2. Phương trình tham số của đường thẳng

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và có VTCP $\vec{u} = (a; b)$

—> phương trình tham số của đường thẳng Δ có dạng
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

Nhận xét. Nếu đường thẳng Δ có VTCP $\vec{u} = (a; b)$ thì có hệ số góc $k = \frac{b}{a}$.

3. Vector pháp tuyến của đường thẳng

Vector $\vec{n}$ được gọi là vector pháp tuyến của đường thẳng Δ nếu $\vec{n} \neq \vec{0}$ và $\vec{n}$ vuông góc với vector chỉ phương của Δ .

Nhận xét.

- Một đường thẳng có vô số vector pháp tuyến.
- Nếu $\vec{u} = (a; b)$ là một VTCP của Δ —> $\vec{n} = (b; -a)$ là một VTPT của Δ .
- Nếu $\vec{n} = (A; B)$ là một VTPT của Δ —> $\vec{u} = (B; -A)$ là một VTPCT của Δ .

4. Phương trình tổng quát của đường thẳng

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (A; B)$

—> phương trình tổng quát của đường thẳng Δ có dạng

$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ hay $\boxed{Ax + By + C = 0}$ với $C = -Ax_0 - By_0$.

Nhận xét.

- Nếu đường thẳng Δ có VTPT $\vec{n} = (A; B)$ thì có hệ số góc $k = -\frac{A}{B}$.
- Nếu A, B, C đều khác 0 thì ta có thể đưa phương trình tổng quát về dạng

$$\frac{x}{a_0} + \frac{y}{b_0} = 1 \quad \text{với } a_0 = -\frac{C}{A}, b_0 = -\frac{C}{B}.$$

Phương trình này được gọi là phương trình đường thẳng theo đoạn chắn, đường thẳng này cắt Ox và Oy lần lượt tại $M(a_0; 0)$ và $N(0; b_0)$.

5. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Xét hai đường thẳng có phương trình tổng quát là

$$\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad \text{và} \quad \Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0.$$

Tọa độ giao điểm của Δ_1 và Δ_2 là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

- Nếu hệ có một nghiệm $(x_0; y_0)$ thì Δ_1 cắt Δ_2 tại điểm $M_0(x_0; y_0)$.
- Nếu hệ có vô số nghiệm thì Δ_1 trùng với Δ_2 .
- Nếu hệ vô nghiệm thì Δ_1 và Δ_2 không có điểm chung, hay Δ_1 song song với Δ_2 .

Cách 2. Xét tỉ số

- Nếu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ thì Δ_1 trùng với Δ_2 .
- Nếu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ thì Δ_1 song song Δ_2 .
- Nếu $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ thì Δ_1 cắt Δ_2 .

6. Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng

$$\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad \text{có VTPT} \quad \vec{n}_1 = (a_1; b_1);$$

$$\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0 \quad \text{có VTPT} \quad \vec{n}_2 = (a_2; b_2).$$

Gọi α là góc tạo bởi giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 .

Khi đó

$$\cos \alpha = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

7. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Khoảng cách từ $M_0(x_0; y_0)$ đến đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ được tính theo công thức

$$d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Nhận xét. Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ cắt nhau thì phương trình hai đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng trên là:

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

Dạng 1: viết phương trình tổng quát của đường thẳng.

1. Phương pháp giải:

- Để viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ ta cần xác định

- Điểm $A(x_0; y_0) \in \Delta$

- Một vector pháp tuyến $\vec{n}(a; b)$ của Δ

Khi đó phương trình tổng quát của Δ là $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$

Chú ý:

- o Đường thẳng Δ có phương trình tổng quát là $ax + by + c = 0$, $a^2 + b^2 \neq 0$ nhận $\vec{n}(a; b)$ làm vector pháp tuyến.

- o Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì VTPT đường thẳng này cũng là VTPT của đường thẳng kia.

- o Phương trình đường thẳng Δ qua điểm $M(x_0; y_0)$ có dạng

$$\Delta : a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0 \text{ với } a^2 + b^2 \neq 0$$

hoặc ta chia làm hai trường hợp

+ $x = x_0$: nếu đường thẳng song song với trục Oy

+ $y - y_0 = k(x - x_0)$: nếu đường thẳng cắt trục Oy

- o Phương trình đường thẳng đi qua $A(a; 0), B(0; b)$ với $ab \neq 0$ có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC biết $A(2; 0)$, $B(0; 4)$, $C(1; 3)$. Viết phương trình tổng quát của

a) Đường cao AH

b) Đường trung trực của đoạn thẳng BC .

c) Đường thẳng AB .

d) Đường thẳng qua C và song song với đường thẳng AB .

Lời giải

a) Vì $AH \perp BC$ nên $\overrightarrow{BC}$ là vector pháp tuyến của AH

Ta có $\overrightarrow{BC}(1; -1)$ suy ra đường cao AH đi qua A và nhận $\overrightarrow{BC}$ là vector pháp tuyến có phương trình tổng quát là $1 \cdot (x - 2) - 1 \cdot (y - 0) = 0$ hay $x - y - 2 = 0$.

b) Đường trung trực của đoạn thẳng BC đi qua trung điểm BC và nhận vectơ $\overrightarrow{BC}$ làm vectơ pháp tuyến.

Gọi I là trung điểm BC khi đó $x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1}{2}$, $y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$

Suy ra phương trình tổng quát của đường trung trực BC là $1 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) - 1 \cdot \left(y - \frac{7}{2}\right) = 0$ hay

$$x - y + 3 = 0$$

c) Phương trình tổng quát của đường thẳng AB có dạng $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$ hay $2x + y - 4 = 0$.

d) Cách 1: Đường thẳng AB có VTPT là $\vec{n}(2;1)$ do đó vì đường thẳng cần tìm song song với đường thẳng AB nên nhận $\vec{n}(2;1)$ làm VTPT do đó có phương trình tổng quát là

$$2 \cdot (x - 1) + 1 \cdot (y - 3) = 0 \text{ hay } 2x + y - 5 = 0.$$

Cách 2: Đường thẳng Δ song song với đường thẳng AB có dạng $2x + y + c = 0$.

Điểm C thuộc Δ suy ra $2 \cdot 1 + 3 + c = 0 \Rightarrow c = -5$.

Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình tổng quát là $2x + y - 5 = 0$.

Ví dụ 2: Cho đường thẳng $d : x - 2y + 3 = 0$ và điểm $M(-1;2)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ biết:

- a) Δ đi qua điểm M và có hệ số góc $k = 3$
- b) Δ đi qua M và vuông góc với đường thẳng d
- c) Δ đối xứng với đường thẳng d qua M

Lời giải:

a) Đường thẳng Δ có hệ số góc $k = 3$ có phương trình dạng $y = 3x + m$. Mặt khác $M \in \Delta \Rightarrow 2 = 3 \cdot (-1) + m \Rightarrow m = 5$

Suy ra phương trình tổng quát đường thẳng Δ là $y = 3x + 5$ hay $3x - y + 5 = 0$.

b) Ta có $x - 2y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ do đó hệ số góc của đường thẳng d là $k_d = \frac{1}{2}$.

Vì $\Delta \perp d$ nên hệ số góc của Δ là k_Δ thì $k_d \cdot k_\Delta = -1 \Rightarrow k_\Delta = -2$

Do đó $\Delta : y = -2x + m$, $M \in \Delta \Rightarrow 2 = -2 \cdot (-1) + m \Rightarrow m = -2$

Suy ra phương trình tổng quát đường thẳng Δ là $y = -2x - 2$ hay $2x + y + 2 = 0$.

c) Cách 1: Ta có $-1 - 2 \cdot 2 + 3 \neq 0$ do đó $M \notin d$ vì vậy đường thẳng Δ đối xứng với đường thẳng d qua M sẽ song song với đường thẳng d suy ra đường thẳng Δ có VTPT là $\vec{n}(1;-2)$.

Ta có $A(1;2) \in d$, gọi A' đối xứng với A qua M khi đó $A' \in \Delta$

Ta có M là trung điểm của AA' .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2x_M - x_A = 2 \cdot (-1) - 1 = -3 \\ y_{A'} = 2y_M - y_A = 2 \cdot 2 - 2 = 2 \end{cases} \Rightarrow A'(-3;2)$$

Vậy phương trình tổng quát đường thẳng Δ là $1 \cdot (x + 3) - 2(y - 2) = 0$ hay $x - 2y + 7 = 0$.

Cách 2: Gọi $A(x_0; y_0)$ là điểm bất kỳ thuộc đường thẳng d , $A'(x; y)$ là điểm đối xứng với A qua M .

$$\text{Khi đó } M \text{ là trung điểm của } AA' \text{ suy ra } \begin{cases} x_M = \frac{x_0 + x}{2} \\ y_M = \frac{y_0 + y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = \frac{x_0 + x}{2} \\ 2 = \frac{y_0 + y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -2 - x \\ y_0 = 4 - y \end{cases}$$

Ta có $A \in d \Rightarrow x_0 - 2y_0 + 3 = 0$ suy ra $(-2 - x) - 2(4 - y) + 3 = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 7 = 0$

Vậy phương trình tổng quát của Δ đối xứng với đường thẳng d qua M là $x - 2y + 7 = 0$.

Ví dụ 3: Biết hai cạnh của một hình bình hành có phương trình $x - y = 0$ và $x + 3y - 8 = 0$, tọa độ một đỉnh của hình bình hành là $(-2; 2)$. Viết phương trình các cạnh còn lại của hình bình hành.

Lời giải

Đặt tên hình bình hành là $ABCD$ với $A(-2; 2)$, do tọa độ điểm A không là nghiệm của hai phương trình đường thẳng trên nên ta giả sử $BC : x - y = 0$, $CD : x + 3y - 8 = 0$

Vì $AB \parallel CD$ nên cạnh AB nhận $\overrightarrow{n_{CD}}(1; 3)$ làm VTPT do đó có phương trình là

$$1 \cdot (x + 2) + 3 \cdot (y - 2) = 0 \text{ hay } x + 3y - 4 = 0$$

Tương tự cạnh AD nhận $\overrightarrow{n_{BC}}(1; -1)$ làm VTPT do đó có phương trình là $1 \cdot (x + 2) - 1 \cdot (y - 2) = 0$ hay $x - y + 4 = 0$

Ví dụ 4: Cho điểm $M(1; 4)$. Viết phương trình đường thẳng qua M lần lượt cắt hai tia Ox , tia Oy tại A và B sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất.

Lời giải:

Giả sử $A(a; 0)$, $B(0; b)$ với $a > 0$, $b > 0$. Khi đó đường thẳng đi qua A, B có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$. Do

$$M \in AB \text{ nên } \frac{1}{a} + \frac{4}{b} = 1$$

$$\text{Mặt khác } S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} ab.$$

Áp dụng BĐT Côsi ta có $1 = \frac{1}{a} + \frac{4}{b} \geq 2\sqrt{\frac{4}{ab}} \Rightarrow ab \geq 16 \Rightarrow S_{OAB} \geq 8$

Suy ra S_{OAB} nhỏ nhất khi $\frac{1}{a} = \frac{4}{b}$ và $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} = 1$ do đó $a = 2; b = 8$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x}{2} + \frac{y}{8} = 1$ hay $4x + y - 8 = 0$

Dạng 2: xét vị trí tương đối của hai đường thẳng.

1. Phương pháp giải:

Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$; $d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$.

Ta xét hệ
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad (I)$$

+ Hệ (I) vô nghiệm suy ra $d_1 \parallel d_2$.

+ Hệ (I) vô số nghiệm suy ra $d_1 \equiv d_2$

+ Hệ (I) có nghiệm duy nhất suy ra d_1 và d_2 cắt nhau và nghiệm của hệ là tọa độ giao điểm.

Chú ý: Với trường hợp $a_2, b_2, c_2 \neq 0$ khi đó

+ Nếu $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ thì hai đường thẳng cắt nhau.

+ Nếu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ thì hai đường thẳng song song nhau.

+ Nếu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ thì hai đường thẳng trùng nhau.

2. Các ví dụ:

Ví dụ 1: Xét vị trí tương đối các cặp đường thẳng sau

a) $\Delta_1 : x + y - 2 = 0$; $\Delta_2 : 2x + y - 3 = 0$

b) $\Delta_1 : -x - 2y + 5 = 0$; $\Delta_2 : 2x + 4y - 10 = 0$

c) $\Delta_1 : 2x - 3y + 5 = 0$; $\Delta_2 : x - 5 = 0$

d) $\Delta_1 : 2x + 3y + 4 = 0$; $\Delta_2 : -4x - 6y = 0$

Lời giải:

a) Ta có $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{1}$ suy ra Δ_1 cắt Δ_2

b) Ta có $\frac{-1}{2} = \frac{-2}{4} = \frac{5}{-10}$ suy ra Δ_1 trùng Δ_2

c) Ta có $\frac{1}{2} \neq \frac{0}{-3}$ suy ra Δ_1 cắt Δ_2

d) Ta có $\frac{-4}{2} = \frac{-6}{3} \neq \frac{0}{4}$ suy ra $\Delta_1 // \Delta_2$

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC có phương trình các đường thẳng AB, BC, CA là

$$AB : 2x - y + 2 = 0 ; BC : 3x + 2y + 1 = 0 ; CA : 3x + y + 3 = 0 .$$

Xác định vị trí tương đối của đường cao kẻ từ đỉnh A và đường thẳng $\Delta : 3x - y - 2 = 0$

Lời giải

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x - y + 2 = 0 \\ 3x + y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 0)$

Ta xác định được hai điểm thuộc đường thẳng BC là $M(-1; 1), N(1; -2)$

Đường cao kẻ từ đỉnh A vuông góc với BC nên nhận vector $\overrightarrow{MN}(2; -3)$ làm vector pháp tuyến nên có phương trình là $2(x + 1) - 3y = 0$ hay $2x - 3y + 2 = 0$

Ta có $\frac{3}{2} \neq \frac{-1}{-3}$ suy ra hai đường thẳng cắt nhau.

Ví dụ 3: Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : (m - 3)x + 2y + m^2 - 1 = 0$ và

$$\Delta_2 : -x + my + (m - 1)^2 = 0 .$$

a) Xác định vị trí tương đối và xác định giao điểm (nếu có) của Δ_1 và Δ_2 trong các trường hợp $m = 0, m = 1$

b) Tìm m để hai đường thẳng song song với nhau.

Lời giải:

a) Với $m = 0$ xét hệ $\begin{cases} -3x + 2y - 1 = 0 \\ -x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ suy ra Δ_1 cắt Δ_2 tại điểm có tọa độ $(1; 2)$

Với $m = 1$ xét hệ $\begin{cases} -2x + 2y = 0 \\ -x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ suy ra Δ_1 cắt Δ_2 tại gốc tọa độ

b) Với $m = 0$ hoặc $m = 1$ theo câu a hai đường thẳng cắt nhau nên không thỏa mãn

Với $m \neq 0$ và $m \neq 1$ hai đường thẳng song song khi và chỉ khi

$$\frac{m - 3}{-1} = \frac{2}{m} \neq \frac{m^2 - 1}{(m - 1)^2} \Leftrightarrow m = 2$$

Vậy với $m = 2$ thì hai đường thẳng song song với nhau.

Ví dụ 4: Cho tam giác ABC , tìm tọa độ các đỉnh của tam giác trong trường hợp sau

a) Biết $A(2;2)$ và hai đường cao có phương trình $d_1 : x + y - 2 = 0$; $d_2 : 9x - 3y + 4 = 0$.

b) Biết $A(4;-1)$, phương trình đường cao kẻ từ B là $\Delta : 2x - 3y = 0$; phương trình trung tuyến đi qua đỉnh C là $\Delta' : 2x + 3y = 0$.

Lời giải

a) Tọa độ điểm A không là nghiệm của phương trình d_1, d_2 suy ra $A \notin d_1, A \notin d_2$ nên ta có thể giả sử $B \in d_1, C \in d_2$

Ta có AB đi qua A và vuông góc với d_2 nên nhận $\vec{u}(3;9)$ làm VTPT nên có phương trình là

$3(x - 2) + 9(y - 2) = 0$ hay $3x + 9y - 24 = 0$; AC đi qua A và vuông góc với d_1 nên nhận

$\vec{v}(-1;1)$ làm VTPT nên có phương trình là $-1.(x - 2) + 1.(y - 2) = 0$ hay $x - y = 0$

B là giao điểm của d_1 và AB suy ra tọa độ của B là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 3x + 9y - 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow B(-1;3)$$

Tương tự tọa độ C là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 9x - 3y + 4 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow C\left(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$$

Vậy $A(2;2)$, $B(-1;3)$ và $C\left(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$

b) Ta có AC đi qua $A(4;-1)$ và vuông góc với Δ nên nhận $\vec{u}(3;2)$ làm VTPT nên có phương trình là

$$3(x - 4) + 2(y + 1) = 0 \text{ hay } 3x + 2y - 10 = 0$$

Suy ra tọa độ C là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 3x + 2y - 10 = 0 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -4 \end{cases} \Rightarrow C(6;-4)$$

Giả sử $B(x_B; y_B)$ suy ra trung điểm $I\left(\frac{x_B + 4}{2}; \frac{y_B - 1}{2}\right)$ của AB thuộc đường thẳng Δ' do đó

$$2 \cdot \frac{x_B + 4}{2} + 3 \cdot \frac{y_B - 1}{2} = 0 \text{ hay } 2x_B + 3y_B + 5 = 0 \quad (1)$$

Mặt khác $B \in \Delta$ suy ra $2x_B - 3y_B = 0 \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $B\left(-\frac{5}{4}; -\frac{5}{6}\right)$

Vậy $A(4; -1)$, $B\left(-\frac{5}{4}; -\frac{5}{6}\right)$ và $C(6; -4)$.

Dạng 3: viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng.

1. Phương pháp giải:

- Để viết phương trình tham số của đường thẳng Δ ta cần xác định

- Điểm $A(x_0; y_0) \in \Delta$

- Một vector chỉ phương $\vec{u}(a; b)$ của Δ

Khi đó phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

- Để viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ ta cần xác định

- Điểm $A(x_0; y_0) \in \Delta$

- Một vector chỉ phương $\vec{u}(a; b)$, $ab \neq 0$ của Δ

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$

(trường hợp $ab = 0$ thì đường thẳng không có phương trình chính tắc)

Chú ý:

- o Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì chúng có cùng VTCP và VTPT.
- o Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì VTCP của đường thẳng này là VTPT của đường thẳng kia và ngược lại
- o Nếu Δ có VTCP $\vec{u} = (a; b)$ thì $\vec{n} = (-b; a)$ là một VTPT của Δ .

2. Các ví dụ:

Ví dụ 1: Cho điểm $A(1; -3)$ và $B(-2; 3)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

- Δ đi qua A và nhận vector $\vec{n}(1; 2)$ làm vector pháp tuyến
- Δ đi qua gốc tọa độ và song song với đường thẳng AB
- Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB

Lời giải:

a) Vì Δ nhận vector $\vec{n}(1;2)$ làm vector pháp tuyến nên VTCP của Δ là $\vec{u}(-2;1)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\Delta : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$

b) Ta có $\overrightarrow{AB}(-3;6)$ mà Δ song song với đường thẳng AB nên nhận $\vec{u}(-1;2)$ làm VTCP

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\Delta : \begin{cases} x = -t \\ y = 2t \end{cases}$

c) Vì Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB nên nhận $\overrightarrow{AB}(-3;6)$ làm VTPT và đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB .

Ta có $I\left(-\frac{1}{2};0\right)$ và Δ nhận $\vec{u}(-1;2)$ làm VTCP nên phương trình tham số của đường thẳng Δ là

$$\Delta : \begin{cases} x = -\frac{1}{2} - t \\ y = 2t \end{cases}.$$

Ví dụ 2: Viết phương trình tổng quát, tham số, chính tắc (nếu có) của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) Δ đi qua điểm $A(3;0)$ và $B(1;3)$

b) Δ đi qua $N(3;4)$ và vuông góc với đường thẳng $d' : \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 4 + 5t \end{cases}$.

Lời giải:

a) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm A và B nên nhận $\overrightarrow{AB} = (-2;3)$ làm vector chỉ phương do đó

phương trình tham số là $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 3t \end{cases}$; phương trình chính tắc là $\frac{x-3}{-2} = \frac{y}{3}$; phương trình tổng quát

là $3(x-3) = -2y$ hay $3x + 2y - 9 = 0$

b) $\Delta \perp d'$ nên VTCP của d' cũng là VTPT của Δ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{u}(-3;5)$ làm VTPT và $\vec{v}(-5;-3)$ làm VTCP do đó phương trình tổng quát là $-3(x-3) + 5(y-4) = 0$ hay

$3x - 5y + 11 = 0$; phương trình tham số là $\begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 4 - 3t \end{cases}$; phương trình chính tắc là $\frac{x-3}{-5} = \frac{y-4}{-3}$

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC có $A(-2;1)$, $B(2;3)$ và $C(1;-5)$.

a) Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác.

b) Viết phương trình đường thẳng chứa đường trung tuyến AM .

c) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm D, G với D là chân đường phân giác trong góc A và G là trọng tâm của $\triangle ABC$.

Lời giải:

a) Ta có $\overrightarrow{BC}(-1; -8)$ suy ra đường thẳng chứa cạnh BC có phương trình là $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 8t \end{cases}$

b) M là trung điểm của BC nên $M\left(\frac{3}{2}; -1\right)$ do đó đường thẳng chứa đường trung tuyến AM nhận

$\overrightarrow{AM}\left(\frac{7}{2}; -2\right)$ làm VTCP nên có phương trình là $\begin{cases} x = -2 + \frac{7}{2}t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$

c) Gọi $D(x_D; y_D)$ là chân đường phân giác hạ từ A của tam giác ABC

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BD} = \frac{AB}{AC} \overrightarrow{DC}$$

$$\text{Mà } AB = \sqrt{(-2-2)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{5} \text{ và}$$

$$AC = \sqrt{(1+2)^2 + (-5-1)^2} = 3\sqrt{5} \text{ suy ra}$$

$$\overrightarrow{BD} = \frac{AB}{AC} \overrightarrow{DC} = \frac{2}{3} \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = \frac{2}{3}(1 - x_D) \\ y_D - 3 = \frac{2}{3}(-5 - y_D) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \frac{8}{5} \\ y_D = \frac{-1}{5} \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{8}{5}; -\frac{1}{5}\right) \quad G\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right) \text{ là}$$

trọng tâm của tam giác ABC

Ta có $\overrightarrow{DG}\left(-\frac{19}{15}; -\frac{2}{15}\right)$ suy ra đường thẳng DG nhận $\vec{u}(19; 2)$ làm VTCP nên có phương trình là

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3} + 19t \\ y = -\frac{1}{3} + 2t \end{cases}.$$

Ví dụ 4: Cho tam giác ABC biết $AB: x + y - 1 = 0$, $AC: x - y + 3 = 0$ và trọng tâm $G(1; 2)$.
Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC.

Lời giải:

Ta có tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 2)$

Gọi $M(x; y)$ là trung điểm của BC

Vì G là trọng tâm nên $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GM}$, $\overrightarrow{AG}(2;0)$, $\overrightarrow{GM}(x-1; y-2)$ suy ra

$$\begin{cases} 2 = 2.(x-1) \\ 0 = 2.(y-2) \end{cases} \Rightarrow M(2;2)$$

$$B(x_B; y_B) \in AB \Rightarrow x_B + y_B - 1 = 0 \Rightarrow y_B = 1 - x_B \text{ do đó } B(x_B; 1 - x_B)$$

$$C(x_C; y_C) \in AC \Rightarrow x_C - y_C + 3 = 0 \Rightarrow y_C = x_C + 3 \text{ do đó } C(x_C; x_C + 3)$$

$$\text{Mà } M \text{ là trung điểm của } BC \text{ nên ta có } \begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + x_C = 4 \\ x_C - x_B = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2 \\ x_C = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } B(2; -1), C(2; 5) \Rightarrow \overrightarrow{BC}(0; 6) \text{ suy ra phương trình đường thẳng } BC \text{ là } \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$$

Dạng 4. Xác định tọa độ điểm thuộc đường thẳng.

1. Phương pháp giải.

Để xác định tọa độ điểm thuộc đường thẳng ta dựa vào nhận xét sau:

- Điểm A thuộc đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}, t \in R$ (hoặc $\Delta : \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$) có dạng

$$A(x_0 + at; y_0 + bt)$$

- Điểm A thuộc đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ (ĐK: $a^2 + b^2 \neq 0$) có dạng $A\left(t; \frac{-at - c}{b}\right)$

$$\text{với } b \neq 0 \text{ hoặc } A\left(\frac{-bt - c}{a}; t\right) \text{ với } a \neq 0$$

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Cho đường thẳng $\Delta : 3x - 4y - 12 = 0$

- Tìm tọa độ điểm A thuộc Δ và cách gốc tọa độ một khoảng bằng bốn
- Tìm điểm B thuộc Δ và cách đều hai điểm $E(5; 0)$, $F(3; -2)$
- Tìm tọa độ hình chiếu của điểm $M(1; 2)$ lên đường thẳng Δ

Lời giải:

- Dễ thấy $M(0; -3)$ thuộc đường thẳng Δ và $\vec{u}(4; 3)$ là một vector chỉ phương của Δ nên có

$$\text{phương trình tham số là } \begin{cases} x = 4t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$$

Điểm A thuộc Δ nên tọa độ của điểm A có dạng $A(4t; -3 + 3t)$ suy ra

$$OA = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(4t)^2 + (-3 + 3t)^2} = 4 \Leftrightarrow 25t^2 - 18t - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{-7}{25} \end{cases}$$

Vậy ta tìm được hai điểm là $A_1(4;0)$ và $A_2\left(\frac{-28}{25}; \frac{-96}{25}\right)$

b) Vì $B \in \Delta$ nên $B(4t; -3 + 3t)$

Điểm B cách đều hai điểm $E(5;0)$, $F(3;-2)$ suy ra

$$EB^2 = FB^2 \Leftrightarrow (4t - 5)^2 + (3t - 3)^2 = (4t - 3)^2 + (3t - 1)^2 \Leftrightarrow t = \frac{6}{7}$$

Suy ra $B\left(\frac{24}{7}; -\frac{3}{7}\right)$

c) Gọi H là hình chiếu của M lên Δ khi đó $H \in \Delta$ nên $H(4t; -3 + 3t)$

Ta có $\vec{u}(4;3)$ là vectơ chỉ phương của Δ và vuông góc với $\overrightarrow{HM}(4t - 1; 3t - 5)$ nên

$$\overrightarrow{HM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 4(4t - 1) + 3(3t - 5) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{19}{25}$$

Suy ra $H\left(\frac{76}{25}; -\frac{18}{25}\right)$

Ví dụ 2: Cho hai đường thẳng $\Delta : x - 2y + 6 = 0$ và $\Delta' : \begin{cases} x = -1 - t \\ y = t \end{cases}$.

a) Xác định tọa độ điểm đối xứng với điểm $A(-1;0)$ qua đường thẳng Δ

b) Viết phương trình đường thẳng đối xứng với Δ' qua Δ

Lời giải:

a) Gọi H là hình chiếu của A lên Δ khi đó $H(2t - 6; t)$

Ta có $\vec{u}(2;1)$ là vectơ chỉ phương của Δ và vuông góc với $\overrightarrow{AH}(2t - 5; t)$ nên

$$\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(2t - 5) + t = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow H(-2; 2)$$

A' là điểm đối xứng với A qua Δ suy ra H là trung điểm của AA' do đó

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A \\ y_{A'} = 2y_H - y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = -3 \\ y_{A'} = 4 \end{cases}$$

Vậy điểm cần tìm là $A'(-3;4)$

b) Thay $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = t \end{cases}$ vào phương trình Δ ta được $-1 - t - 2t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{3}$ suy ra giao điểm của Δ và Δ' là $K\left(-\frac{8}{3}; \frac{5}{3}\right)$

Dễ thấy điểm A thuộc đường thẳng Δ' do đó đường thẳng đối xứng với Δ' qua Δ đi qua điểm A' và điểm K do đó nhận $\overrightarrow{A'K} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{7}{3}\right) = \frac{1}{3}(1; -7)$ nên có phương trình là $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 4 - 7t \end{cases}$

Nhận xét: Để tìm tọa độ hình chiếu H của A lên Δ ta có thể làm cách khác như sau: ta có đường thẳng AH nhận $\vec{u}(2;1)$ làm VTPT nên có phương trình là $2x + y + 2 = 0$ do đó tọa độ H là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - 2y + 6 = 0 \\ 2x + y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow H(-2; 2)$

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC vuông ở A. Biết $A(-1; 4)$, $B(1; -4)$, đường thẳng BC đi qua điểm $K\left(\frac{7}{3}; 2\right)$. Tìm tọa độ đỉnh C.

Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{BK}\left(\frac{4}{3}; 6\right)$ suy ra đường thẳng BC nhận $\vec{u}(2; 9)$ làm VTCP nên có phương trình là

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -4 + 9t \end{cases}$$

$$C \in BC \Rightarrow C(1 + 2t; -4 + 9t)$$

Tam giác ABC vuông tại A nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, $\overrightarrow{AB}(2; -8)$, $\overrightarrow{AC}(2 + 2t; -8 + 9t)$ suy ra

$$2(2 + 2t) - 8(9t - 8) = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$$\text{Vậy } C(3; 5)$$

Ví dụ 4: Cho hình bình hành $ABCD$. Biết $I\left(\frac{7}{2}; \frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh CD, $D\left(3; \frac{3}{2}\right)$ và đường phân

giác góc BAC có phương trình là $\Delta: x - y + 1 = 0$. Xác định tọa độ đỉnh B.

Lời giải:

Cách 1: Điểm I là trung điểm của CD nên $\begin{cases} x_C = 2x_I - x_D = 4 \\ y_C = 2x_I - y_D = \frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow C\left(4; \frac{7}{2}\right)$

Vì $A \in \Delta$ nên tọa độ điểm A có dạng $A(a; a + 1)$

Mặt khác $ABCD$ là hình bình hành tương đương với $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}$ không cùng phương và $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - a = 4 - 3 \\ y_B - a - 1 = \frac{7}{2} - \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = a + 1 \\ y_B = a + 3 \end{cases} \Rightarrow B(a + 1; a + 3)$$

$$\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC} \text{ không cùng phương khi và chỉ khi } \frac{a-3}{1} \neq \frac{a+1-\frac{3}{2}}{2} \Leftrightarrow a \neq \frac{11}{2}$$

Đường thẳng Δ là phân giác góc $\widehat{BAC}$ nhận vector $\vec{u} = (1; 1)$ làm vec tơ chỉ phương nên

$$\cos(\overrightarrow{AB}; \vec{u}) = \cos(\overrightarrow{AC}; \vec{u}) \Leftrightarrow \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}}{|\overrightarrow{AB}| |\vec{u}|} = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \vec{u}}{|\overrightarrow{AC}| |\vec{u}|} (*)$$

Có $\overrightarrow{AB}(1; 2)$, $\overrightarrow{AC}\left(4 - a; \frac{5}{2} - a\right)$ nên

$$(*) \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{\frac{13}{2} - 2a}{\sqrt{(4-a)^2 + \left(\frac{5}{2} - a\right)^2}} \Leftrightarrow 2a^2 - 13a + 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = \frac{11}{2} (l) \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm $B(2; 4)$

Cách 2: Ta có $C\left(4; \frac{7}{2}\right)$.

Đường thẳng d đi qua C vuông góc với Δ nhận $\vec{u}(1; 1)$ làm vector pháp tuyến nên có phương trình là

$$1 \cdot (x - 4) + 1 \cdot \left(y - \frac{7}{2}\right) = 0 \text{ hay } 2x + 2y - 15 = 0$$

Tọa độ giao điểm H của Δ và d là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x + 2y - 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{4} \\ y = \frac{17}{4} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{13}{4}; \frac{17}{4}\right)$$

Gọi C' là điểm đối xứng với C qua Δ thì khi đó C' thuộc đường thẳng chứa cạnh AB và H là trung điểm

$$\text{của } CC' \text{ do đó } \begin{cases} x_{C'} = 2x_H - x_C \\ y_{C'} = 2y_H - y_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'} = \frac{5}{2} \\ y_{C'} = 5 \end{cases} \Rightarrow C'\left(\frac{5}{2}; 5\right)$$

Suy ra đường thẳng chứa cạnh AB đi qua C' và nhận $\overrightarrow{DC}(1; 2)$ làm vector chỉ phương nên có phương trình

$$\text{là } \begin{cases} x = \frac{5}{2} + t \\ y = 5 + 2t \end{cases}$$

Thay x, y từ phương trình đường thẳng chứa cạnh AB vào phương trình đường thẳng Δ ta được

$$\frac{5}{2} + t - 5 - 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{2} \text{ suy ra } A(1;2)$$

$$\text{ABCD là hình bình hành nên } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - 1 = 1 \\ y_B - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 2 \\ y_B = 4 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } B(2;4)$$

Chú ý: Bài toán có liên quan đến đường phân giác thì ta thường sử dụng nhận xét " Δ là đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng cắt nhau Δ_1 và Δ_2 khi đó điểm đối xứng với điểm $M \in \Delta_1$ qua Δ thuộc Δ_2 "

Ví dụ 5: Cho đường thẳng $d : x - 2y - 2 = 0$ và 2 điểm $A(0;1)$ và $B(3;4)$. Tìm tọa độ điểm M trên d sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ là nhỏ nhất.

Lời giải:

$$M \in d \Rightarrow M(2t + 2; t), \overrightarrow{MA}(-2t - 2; 1 - t), \overrightarrow{MB}(1 - 2t; 4 - t) \text{ do đó}$$

$$\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = (-6t; -3t + 9)$$

$$\text{Suy ra } |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| = \sqrt{(-6t)^2 + (-3t + 9)^2} = \sqrt{45\left(t - \frac{3}{5}\right)^2 + \frac{314}{5}} \geq \sqrt{\frac{314}{5}}$$

$$|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| \text{ nhỏ nhất khi và chỉ khi } t = \frac{3}{5} \text{ do đó } M\left(\frac{16}{5}; \frac{3}{5}\right) \text{ là điểm cần tìm.}$$

Dạng 5. Bài toán liên quan đến khoảng cách từ một điểm tới một đường thẳng.

1. Phương pháp giải.

Để tính khoảng cách từ điểm $M(x_0; y_0)$ đến đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ ta dùng công thức

$$d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Cho đường thẳng $\Delta: 5x + 3y - 5 = 0$

a) Tính khoảng cách từ điểm $A(-1;3)$ đến đường thẳng Δ

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song Δ và $\Delta': 5x + 3y + 8 = 0$

Lời giải:

a) Áp dụng công thức tính khoảng cách ta có: $d(B, \Delta) = \frac{|5 \cdot (-1) + 3 \cdot 3 - 5|}{\sqrt{5^2 + 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{34}}$

b) Do $M(1;0) \in \Delta$ nên ta có $d(\Delta; \Delta') = d(M, \Delta') = \frac{|5 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 8|}{\sqrt{5^2 + 3^2}} = \frac{13}{\sqrt{34}}$

Ví dụ 2: Cho 3 đường thẳng có phương trình

$$\Delta_1: x + y + 3 = 0; \Delta_2: x - y - 4 = 0; \Delta_3: x - 2y = 0$$

Tìm tọa độ điểm M nằm trên Δ_3 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_1 bằng 2 lần khoảng cách từ M đến Δ_2 .

Lời giải:

$$M \in \Delta_3 \Rightarrow M(2t; t)$$

Khoảng cách từ M đến Δ_1 bằng 2 lần khoảng cách từ M đến Δ_2 nên ta có

$$d(M; \Delta_1) = 2d(M; \Delta_2) \Leftrightarrow \frac{|2t + t + 3|}{\sqrt{2}} = 2 \frac{|2t - t - 4|}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3t + 3 = 2(t - 4) \\ 3t + 3 = -2(t - 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -11 \\ t = 1 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn là $M_1(-22; -11)$, $M_2(2; 1)$

Ví dụ 3: Cho ba điểm $A(2;0)$, $B(3;4)$ và $P(1;1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua P đồng thời cách đều A và B

Lời giải:

Đường thẳng Δ đi qua P có dạng $a(x - 1) + b(y - 1) = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$) hay

$$ax + by - a - b = 0$$

Δ cách đều A và B khi và chỉ khi

$$d(A; \Delta) = d(B; \Delta) \Leftrightarrow \frac{|a - b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2a + 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 2a + 3b \\ b - a = 2a + 3b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4b \\ 3a = -2b \end{cases}$$

+ Nếu $a = -4b$, chọn $a = 4$, $b = -1$ suy ra $\Delta: 4x - y - 3 = 0$

+ Nếu $3a = -2b$, chọn $a = 2$, $b = -3$ suy ra $\Delta: 2x - 3y + 1 = 0$

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn bài toán là $\Delta_1 : 4x - y - 3 = 0$ và $\Delta_2 : 2x - 3y + 1 = 0$

Ví dụ 4: Cho tam giác ABC có $A(1; -2)$, $B(5; 4)$, $C(-2, 0)$. Hãy viết phương trình đường phân giác trong góc A.

Lời giải:

Cách 1: Dễ dàng viết đường thẳng AB, AC có phương trình

$$AB: 3x - 2y - 7 = 0, AC: 2x + 3y + 4 = 0$$

Ta có phương trình đường phân giác góc A là

$$\begin{cases} \Delta_1 : \frac{3x - 2y - 7}{\sqrt{13}} = \frac{2x + 3y + 4}{\sqrt{13}} \\ \Delta_2 : \frac{3x - 2y - 7}{\sqrt{13}} = -\frac{2x + 3y + 4}{\sqrt{13}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1 : x - 5y - 11 = 0 \\ \Delta_2 : 5x + y - 3 = 0 \end{cases}$$

Ta thấy $(5 - 5.4 - 11)(-2 - 5.0 - 11) > 0$ nên 2 điểm B, C nằm về cùng 1 phía đối với đường thẳng Δ_1 . Vậy $\Delta_2 : 5x + y - 3 = 0$ là phương trình đường phân giác trong cần tìm.

Cách 2: Gọi $D(x; y)$ là chân đường phân giác hạ từ A của tam giác ABC

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BD} = \frac{AB}{AC} \overrightarrow{DC}$$

$$\text{Mà } AB = 2\sqrt{13}, AC = \sqrt{13}$$

$$\overrightarrow{BD} = \frac{AB}{AC} \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 = 2(-2 - x) \\ y - 4 = 2(0 - y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases} \text{ suy ra } D(\frac{1}{3}; \frac{4}{3})$$

$$\text{Ta có phương trình đường phân giác AD: } \frac{y + 2}{\frac{4}{3} + 2} = \frac{x - 1}{\frac{1}{3} - 1} \text{ hay } 5x + y - 3 = 0$$

Cách 3: Gọi $M(x; y)$ thuộc đường thẳng Δ là đường phân giác góc trong góc A

$$\text{Ta có } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AM})$$

$$\text{Do đó } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AM}) \quad (*)$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AB} = (4; 6); \overrightarrow{AC} = (-3; 2); \overrightarrow{AM} = (x - 1; y + 2) \text{ thay vào } (*) \text{ ta có}$$

$$\frac{4(x - 1) + 6(y + 2)}{\sqrt{4^2 + 6^2} \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 2)^2}} = \frac{-3(x - 1) + 2(y + 2)}{\sqrt{(-3)^2 + 2^2} \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 2)^2}} \Leftrightarrow$$

$$2(x - 1) + 3(y + 2) = -3(x - 1) + 2(y + 2) \Leftrightarrow 5x + y - 3 = 0$$

Vậy đường phân giác trong góc A có phương trình là: $5x + y - 3 = 0$

Ví dụ 5: Cho điểm $C(-2;5)$ và đường thẳng $\Delta: 3x-4y+4=0$. Tìm trên Δ hai điểm A, B đối xứng với nhau qua $I\left(2; \frac{5}{2}\right)$ và diện tích tam giác ABC bằng 15.

Lời giải:

Để thấy đường thẳng Δ đi qua $M(0;1)$ và nhận $\vec{u}(4;3)$ làm vector chỉ phương nên có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$$

Vì $A \in \Delta$ nên $A(4t; 1+3t), t \in \mathbb{R}$.

Hai điểm A, B đối xứng với nhau qua $I\left(2; \frac{5}{2}\right)$ suy ra
$$\begin{cases} 2 = \frac{4t + x_B}{2} \\ \frac{5}{2} = \frac{1+3t + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 4 - 4t \\ y_B = 4 - 3t \end{cases}$$

Do đó $B(4-4t; 4-3t)$

Ta có $AB = \sqrt{(4-8t)^2 + (3-6t)^2} = 5|2t-1|$ và $d(C; \Delta) = \frac{|3 \cdot (-2) - 4 \cdot 5 + 4|}{5} = \frac{22}{5}$

Suy ra $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C; \Delta) = \frac{1}{2} \cdot 5|2t-1| \cdot \frac{22}{5} = 11|2t-1|$

Diện tích tam giác ABC bằng 15 $\Leftrightarrow 11|2t-1| = 15 \Leftrightarrow 2t-1 = \pm \frac{15}{11} \Leftrightarrow t = \frac{13}{11}$ hoặc $t = -\frac{2}{11}$.

Với $t = \frac{13}{11} \Rightarrow A\left(\frac{52}{11}; \frac{50}{11}\right), B\left(-\frac{8}{11}; \frac{5}{11}\right)$

Với $t = -\frac{2}{11} \Rightarrow A\left(-\frac{8}{11}; \frac{5}{11}\right), B\left(\frac{52}{11}; \frac{50}{11}\right)$

Vậy $A\left(\frac{52}{11}; \frac{50}{11}\right), B\left(-\frac{8}{11}; \frac{5}{11}\right)$ hoặc $A\left(-\frac{8}{11}; \frac{5}{11}\right), B\left(\frac{52}{11}; \frac{50}{11}\right)$.

Dạng 6: bài toán liên quan đến góc giữa hai đường thẳng.

1. Phương pháp giải:

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1; \Delta_2$ có phương trình

$$(\Delta_1): a_1x + b_1y + c_1 = 0, (a_1^2 + b_1^2 \neq 0)$$

$$(\Delta_2): a_2x + b_2y + c_2 = 0, (a_2^2 + b_2^2 \neq 0)$$

được xác định theo công thức:

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

- Để xác định góc giữa hai đường thẳng ta chỉ cần biết véc tơ chỉ phương (hoặc vector pháp tuyến) của chúng $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left| \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) \right| = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right|$.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Xác định góc giữa hai đường thẳng trong các trường hợp sau:

$$\text{a) } \Delta_1 : 3x - 2y + 1 = 0; \quad \Delta_2 : \begin{cases} x = t \\ y = 7 - 5t \end{cases} (t \in R)$$

$$\text{b) } \Delta_1 : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \end{cases} (t \in R) \quad \Delta_2 : \begin{cases} x = 2 - 4t' \\ y = 5 - 2t' \end{cases} (t' \in R)$$

Lời giải:

a) $\vec{n}_1(3; -2)$, $\vec{n}_2(5; 1)$ lần lượt là vector pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 và Δ_2 suy ra

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|3 \cdot 5 - 2 \cdot 1|}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{26}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ do đó } (\Delta_1; \Delta_2) = 45^\circ$$

b) $\vec{u}_1(-1; 2)$, $\vec{u}_2(-4; -2)$ lần lượt là vector chỉ phương của đường thẳng Δ_1 và Δ_2 suy ra

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|-1 \cdot (-4) + 2 \cdot (-2)|}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{8}} = 0 \text{ do đó } (\Delta_1; \Delta_2) = 90^\circ$$

Ví dụ 2: Tìm m để góc hợp bởi hai đường thẳng $\Delta_1: \sqrt{3}x - y + 7 = 0$ và

$\Delta_2: mx + y + 1 = 0$ một góc bằng 30°

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|m\sqrt{3} - 1|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{m^2 + 1^2}}$$

Theo bài ra góc hợp bởi hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 bằng 30° nên

$$\cos 30^\circ = \frac{|m\sqrt{3} - 1|}{2 \cdot \sqrt{m^2 + 1}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{|m\sqrt{3} - 1|}{2 \cdot \sqrt{m^2 + 1}} \Leftrightarrow \sqrt{3(m^2 + 1)} = |m\sqrt{3} - 1|$$

$$\text{Hay } 3(m^2 + 1) = (m\sqrt{3} - 1)^2 \Leftrightarrow 3m^2 + 3 = 3m^2 - 2m\sqrt{3} + 1 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Vậy $m = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ là giá trị cần tìm.

Ví dụ 3: Cho đường thẳng $d: 3x - 2y + 1 = 0$ và $M(1; 2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và tạo với d một góc 45° .

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua M có dạng $\Delta : a(x - 1) + b(y - 2) = 0, a^2 + b^2 \neq 0$ hay

$$ax + by - a - 2b = 0$$

Theo bài ra Δ tạo với d một góc 45° nên:

$$\cos 45^\circ = \frac{|3a + (-2b)|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|3a - 2b|}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{26(a^2 + b^2)} = 2|3a - 2b| \Leftrightarrow 5a^2 - 24ab - 5b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5b \\ 5a = -b \end{cases}$$

+ Nếu $a = 5b$, chọn $a = 5, b = 1$ suy ra $\Delta : 5x + y - 7 = 0$

+ Nếu $5a = -b$, chọn $a = 1, b = -5$ suy ra $\Delta : x - 5y + 9 = 0$

Vậy có 2 đường thẳng thỏa mãn $\Delta_1 : x - 5y + 9 = 0$ và $\Delta_2 : 5x + y - 7 = 0$

Ví dụ 4: Cho 2 đường thẳng $\Delta_1 : 2x - y + 1 = 0; \Delta_2 : x + 2y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua gốc toạ độ sao cho Δ tạo với Δ_1 và Δ_2 tam giác cân có đỉnh là giao điểm Δ_1 và Δ_2 .

Lời giải:

Đường thẳng Δ qua gốc toạ độ có dạng $ax + by = 0$ với $a^2 + b^2 \neq 0$

Theo giả thiết ta có $\cos(\Delta; \Delta_1) = \cos(\Delta; \Delta_2)$ hay

$$\frac{|2a - b|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|a + 2b|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = a + 2b \\ b - 2a = a + 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3b \\ 3a = -b \end{cases}$$

+ Nếu $a = 3b$, chọn $a = 3, b = 1$ suy ra $\Delta : 3x + y = 0$

+ Nếu $3a = -b$, chọn $a = 1, b = -3$ suy ra $\Delta : x - 3y = 0$

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn là $\Delta_1 : 3x + y = 0$ và $\Delta_2 : x - 3y = 0$

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. VECTƠ CHỈ PHƯƠNG – VECTƠ PHÁP TUYẾN

Câu 1: Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục Ox ?

A. $\vec{u}_1 = (1; 0)$.

B. $\vec{u}_2 = (0; -1)$.

C. $\vec{u}_3 = (-1; 1)$.

D. $\vec{u}_4 = (1; 1)$.

Lời giải

Chọn A.

Trục Ox : $y = 0$ có VTCP $\vec{i}(1; 0)$ nên một đường thẳng song song với Ox cũng có VTCP là

$$\vec{i}(1;0).$$

Câu 2: Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục Oy ?

- A. $\vec{u}_1 = (1;-1)$. B. $\vec{u}_2 = (0;1)$. C. $\vec{u}_3 = (1;0)$. D. $\vec{u}_4 = (1;1)$.

Lời giải

Chọn B.

Trục Oy : $x = 0$ có VTCP $\vec{j}(0;1)$ nên một đường thẳng song song với Oy cũng có VTCP là $\vec{j}(0;1)$.

Câu 3: Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3;2)$ và $B(1;4)$?

- A. $\vec{u}_1 = (-1;2)$. B. $\vec{u}_2 = (2;1)$. C. $\vec{u}_3 = (-2;6)$. D. $\vec{u}_4 = (1;1)$.

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3;2)$ và $B(1;4)$ có VTCP là $\overrightarrow{AB} = (4;2)$ hoặc $\vec{u}(2;1)$.

Câu 4: Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ và điểm $M(a;b)$?

- A. $\vec{u}_1 = (0;a+b)$. B. $\vec{u}_2 = (a;b)$. C. $\vec{u}_3 = (a;-b)$. D. $\vec{u}_4 = (-a;b)$.

Lời giải

Chọn B.

$\overrightarrow{OM} = (a;b) \longrightarrow$ đường thẳng OM có VTCP: $\vec{u} = \overrightarrow{OM} = (a;b)$.

Câu 5: Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(a;0)$ và $B(0;b)$?

- A. $\vec{u}_1 = (a;-b)$. B. $\vec{u}_2 = (a;b)$. C. $\vec{u}_3 = (b;a)$. D. $\vec{u}_4 = (-b;a)$.

Lời giải

Chọn A.

$\overrightarrow{AB} = (-a;b) \longrightarrow$ đường thẳng AB có VTCP:

$\overrightarrow{AB} = (-a;b)$ hoặc $\vec{u} = -\overrightarrow{AB} = (a;-b)$.

Câu 6: Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường phân giác góc phần tư thứ nhất?

- A. $\vec{u}_1 = (1;1)$. B. $\vec{u}_2 = (0;-1)$. C. $\vec{u}_3 = (1;0)$. D. $\vec{u}_4 = (-1;1)$.

Lời giải

Chọn A.

Đường phân giác góc phần tư (I): $x - y = 0 \longrightarrow$ VTPT: $\vec{n}(1;-1)$

$\longrightarrow$ VTCP: $\vec{u}(1;1)$.

Câu 7: Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của đường thẳng song song với trục Ox ?

A. $\vec{n}_1 = (0;1)$.

B. $\vec{n}_2 = (1;0)$.

C. $\vec{n}_3 = (-1;0)$.

D. $\vec{n}_4 = (1;1)$.

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng song song với Ox : $y + m = 0$ ($m \neq 0$) $\longrightarrow$ VTPT: $\vec{n}(0;1)$.

Câu 8: Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của đường thẳng song song với trục Oy ?

A. $\vec{n}_1 = (1;1)$.

B. $\vec{n}_2 = (0;1)$.

C. $\vec{n}_3 = (-1;1)$.

D. $\vec{n}_4 = (1;0)$.

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng song song với Oy : $x + m = 0$ ($m \neq 0$) $\longrightarrow$ VTPT: $\vec{n}(1;0)$.

Câu 9: Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;3)$ và $B(4;1)$?

A. $\vec{n}_1 = (2;-2)$.

B. $\vec{n}_2 = (2;-1)$.

C. $\vec{n}_3 = (1;1)$.

D. $\vec{n}_4 = (1;-2)$.

Lời giải

Chọn C.

$\overrightarrow{AB} = (2;-2) \longrightarrow$ đường thẳng AB có VTCP $\vec{u}(1;-1) \longrightarrow$ VTPT $\vec{n}(1;1)$.

Câu 10: Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và điểm $A(a;b)$?

A. $\vec{n}_1 = (-a;b)$.

B. $\vec{n}_2 = (1;0)$.

C. $\vec{n}_3 = (b;-a)$.

D. $\vec{n}_4 = (a;b)$.

Lời giải

Chọn C.

$\overrightarrow{OA} = (a;b) \longrightarrow$ đường thẳng AB có VTCP $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (a;b) \longrightarrow$ VTPT $\vec{n}(b;-a)$.

Câu 11: Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt $A(a;0)$ và $B(0;b)$?

A. $\vec{n}_1 = (b;-a)$.

B. $\vec{n}_2 = (-b;a)$.

C. $\vec{n}_3 = (b;a)$.

D. $\vec{n}_4 = (a;b)$.

Lời giải

Chọn C.

$\overrightarrow{AB} = (-a;b) \longrightarrow$ đường thẳng AB có VTCP $\vec{u} = (-a;b) \longrightarrow$ VTPT $\vec{n} = (b;a)$.

Câu 12: Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của đường phân giác góc phần tư thứ hai?

- A. $\vec{n}_1 = (1;1)$. B. $\vec{n}_2 = (0;1)$. C. $\vec{n}_3 = (1;0)$. D. $\vec{n}_4 = (-1;1)$.

Lời giải

Chọn A.

Góc phần tư (II): $x + y = 0 \longrightarrow$ VTPT $\vec{n} = (1;1)$.

Câu 13: Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;-1)$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của d ?

- A. $\vec{n}_1 = (-1;2)$. B. $\vec{n}_2 = (1;-2)$. C. $\vec{n}_3 = (-3;6)$. D. $\vec{n}_4 = (3;6)$.

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng d có VTCP: $\vec{u}(2;-1) \longrightarrow$ VTPT $\vec{n}(1;2)$ hoặc $3\vec{n} = (3;6)$.

Câu 14: Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (4;-2)$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là một vectơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (2;-4)$. B. $\vec{u}_2 = (-2;4)$. C. $\vec{u}_3 = (1;2)$. D. $\vec{u}_4 = (2;1)$.

Lời giải

Chọn C.

Đường thẳng d có VTPT: $\vec{n}(4;-2) \longrightarrow$ VTCP $\vec{u}(2;4)$ hoặc $\frac{1}{2}\vec{u} = (1;2)$.

Câu 15: Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (3;-4)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một vectơ pháp tuyến là:

- A. $\vec{n}_1 = (4;3)$. B. $\vec{n}_2 = (-4;-3)$. C. $\vec{n}_3 = (3;4)$. D. $\vec{n}_4 = (3;-4)$.

Lời giải

Chọn D.

$\begin{cases} \vec{u}_d = (3;-4) \\ \Delta \perp d \end{cases} \longrightarrow \vec{n}_\Delta = \vec{u}_d = (3;-4).$

Câu 16: Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-2;-5)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một vectơ chỉ phương là:

- A. $\vec{u}_1 = (5;-2)$. B. $\vec{u}_2 = (-5;2)$. C. $\vec{u}_3 = (2;5)$. D. $\vec{u}_4 = (2;-5)$.

Lời giải

Chọn C.

$\begin{cases} \vec{n}_d = (-2;-5) \\ \Delta \perp d \end{cases} \longrightarrow \vec{u}_\Delta = \vec{n}_d = (-2;-5) \text{ hay chọn } -\vec{n}_\Delta = (2;5).$

Câu 17: Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (3; -4)$. Đường thẳng Δ song song với d có một vector pháp tuyến là:

- A. $\vec{n}_1 = (4; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (-4; 3)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 4)$. D. $\vec{n}_4 = (3; -4)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{u}_d = (3; -4) \\ \Delta \parallel d \end{array} \right. \longrightarrow \vec{u}_\Delta = \vec{u}_d = (3; -4) \longrightarrow \vec{n}_\Delta = (4; 3).$$

Câu 18: Đường thẳng d có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-2; -5)$. Đường thẳng Δ song song với d có một vector chỉ phương là:

- A. $\vec{u}_1 = (5; -2)$. B. $\vec{u}_2 = (-5; -2)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 5)$. D. $\vec{u}_4 = (2; -5)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{n}_d = (-2; -5) \\ \Delta \parallel d \end{array} \right. \longrightarrow \vec{n}_\Delta = \vec{u}_d = (-2; -5) \longrightarrow \vec{u}_\Delta = (5; -2).$$

Câu 19: Một đường thẳng có bao nhiêu vector chỉ phương?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. Vô số.

Lời giải

Chọn D.

Câu 20: Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (3; 5)$ có phương trình tham số là:

- A. $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 5 - 2t \end{cases}$. B. $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$. C. $d: \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$. D. $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\left\{ \begin{array}{l} M(1; -2) \in d \\ \vec{u}_d = (3; 5) \end{array} \right. \xrightarrow{\text{PTTS}} d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 21: Đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và có vector chỉ phương $\vec{u} = (-1; 2)$ có phương trình tham số là:

- A. $d: \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$. B. $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = t \end{cases}$. C. $d: \begin{cases} x = t \\ y = -2t \end{cases}$. D. $d: \begin{cases} x = -2t \\ y = t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} O(0;0) \in d \\ \vec{u}_d = -\vec{u} = (1;-2) \end{cases} \xrightarrow{\text{PTTS}} d: \begin{cases} x=t \\ y=-2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 22: Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (3;0)$ có phương trình tham số là:

A. $d: \begin{cases} x=3+2t \\ y=0 \end{cases}$ **B.** $d: \begin{cases} x=0 \\ y=-2+3t \end{cases}$ **C.** $d: \begin{cases} x=3 \\ y=-2t \end{cases}$ **D.** $d: \begin{cases} x=3t \\ y=-2 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{cases} M(0;-2) \in d \\ \vec{u}_d = \vec{u} = (3;0) \end{cases} \xrightarrow{\text{PTTS}} d: \begin{cases} x=3t \\ y=-2 \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 23: Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x=2 \\ y=-1+6t \end{cases}$?

A. $\vec{u}_1 = (6;0)$ **B.** $\vec{u}_2 = (-6;0)$ **C.** $\vec{u}_3 = (2;6)$ **D.** $\vec{u}_4 = (0;1)$

Lời giải

Chọn D.

$$d: \begin{cases} x=2 \\ y=-1+6t \end{cases} \xrightarrow{\text{VTCP}} \vec{u} = (0;6) = 6(0;1) \text{ hay chọn } \vec{u} = (0;1).$$

Câu 24: Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=5-\frac{1}{2}t \\ y=-3+3t \end{cases}$?

A. $\vec{u}_1 = (-1;6)$ **B.** $\vec{u}_2 = \left(\frac{1}{2};3\right)$ **C.** $\vec{u}_3 = (5;-3)$ **D.** $\vec{u}_4 = (-5;3)$

Lời giải

Chọn A.

$$\Delta: \begin{cases} x=5-\frac{1}{2}t \\ y=-3+3t \end{cases} \xrightarrow{\text{VTCP}} \vec{u} = \left(-\frac{1}{2};3\right) = \frac{1}{2}(-1;6) \text{ hay chọn } \vec{u}(-1;6).$$

Câu 25: Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1)$ và $B(2;5)$.

A. $\begin{cases} x=2 \\ y=-1+6t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=2t \\ y=-6t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=5+6t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2+6t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} A(2;-1) \in AB \\ \vec{u}_{AB} = \vec{AB} = (0;6) \end{cases} \xrightarrow{\text{VTCP}} AB: \begin{cases} x=2 \\ y=-1+6t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 26: Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-1;3)$ và $B(3;1)$.

- A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{cases} A(-1;3) \in AB \\ \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (4;-2) = -2(-2;1) \end{cases} \longrightarrow AB: \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 27: Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1)$ và $B(2;2)$ có phương trình tham số là:

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = t \\ y = t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{cases} A(1;1) \in AB \\ \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (1;1) \end{cases} \longrightarrow AB: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

$$\xrightarrow{t=-1} O(0;0) \in AB \longrightarrow AB: \begin{cases} x = t \\ y = t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 28: Đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-7)$ và $B(1;-7)$ có phương trình tham số là:

- A. $\begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = -7 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 - 7t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\begin{cases} A(3;-7) \in AB \\ \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (-2;0) = -2(1;0) \end{cases} \longrightarrow AB: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -7 \end{cases}$

$$\xrightarrow{t=-3} M(0;-7) \in AB \longrightarrow AB: \begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}.$$

Câu 29: Phương trình nào dưới đây **không** phải là phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $O(0;0)$ và $M(1;-3)$?

- A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + 6t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -t \\ y = 3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A.

Kiểm tra đường thẳng nào không chứa $O(0;0) \longrightarrow$ loại A.

Nếu cần thì có thể kiểm tra đường thẳng nào không chứa điểm $M(1;-3)$.

Câu 30: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;-1)$. Đường thẳng đi qua điểm B và song song với AC có phương trình tham số là:

- A. $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = t \\ y = 3 - 5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi d là đường thẳng qua B và song song với AC . Ta có

$$\begin{cases} B(0;3) \in d \\ \vec{u}_d = \vec{AC} = (-5;-1) = -1.(5;1) \end{cases} \longrightarrow d: \begin{cases} x = 5t \\ y = 3 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

Câu 31: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(3;2)$, $P(4;0)$ và $Q(0;-2)$. Đường thẳng đi qua điểm A và song song với PQ có phương trình tham số là:

- A. $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 2 - 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi d là đường thẳng qua A và song song với PQ .

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \begin{cases} A(3;2) \in d \\ \vec{u}_d = \vec{PQ} = (-4;-2) = -2(2;1) \end{cases} \rightarrow d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases} \\ & \xrightarrow{t=-2} M(-1;0) \in d \rightarrow d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \end{cases} (t \in \mathbb{R}). \end{aligned}$$

Câu 32: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có đỉnh $A(-2;1)$ và phương trình đường thẳng chứa cạnh CD là $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 3t \end{cases}$. Viết phương trình tham số của đường thẳng chứa cạnh AB .

- A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -2 - 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 - 4t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} A(-2;1) \in AB, \vec{u}_{CD} = (4;3) \\ AB \parallel CD \rightarrow \vec{u}_{AB} = -\vec{u}_{CD} = (-4;-3) \end{cases} \longrightarrow AB: \begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = 1 - 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 33: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;5)$ và song song với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

- A. $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 5 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 5 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -5 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 5 - t \\ y = -3 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B.

Góc phần tư (I) : $x - y = 0 \longrightarrow VTCP : \vec{u}(1;1) = \vec{u}_d \longrightarrow d : \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 5 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Câu 34: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(4;-7)$ và song song với trục Ox .

A. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -7t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 4 \\ y = -7 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -7 + t \\ y = 4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D.

$$\vec{u}_{Ox} = (1;0) \longrightarrow \vec{u}_d = (1;0) \longrightarrow d : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -7 \end{cases} \xrightarrow{t=-4} A(0;-7) \in d \rightarrow d : \begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$$

Câu 35: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;4)$, $B(3;2)$ và $C(7;3)$. Viết phương trình tham số của đường trung tuyến CM của tam giác.

A. $\begin{cases} x = 7 \\ y = 3 + 5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = -7 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 7 + t \\ y = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} A(1;4) \\ B(3;2) \end{cases} \rightarrow M(2;3) \rightarrow \overrightarrow{MC} = (5;0) = 5(1;0) \rightarrow CM : \begin{cases} x = 7 + t \\ y = 3 \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 36: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;4)$, $B(5;0)$ và $C(2;1)$. Trung tuyến BM của tam giác đi qua điểm N có hoành độ bằng 20 thì tung độ bằng:

A. -12. B. $-\frac{25}{2}$. C. -13. D. $-\frac{27}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} A(2;4) \\ C(2;1) \end{cases} \longrightarrow M\left(2;\frac{5}{2}\right) \longrightarrow \overrightarrow{MB} = \left(3;-\frac{5}{2}\right) = \frac{1}{2}(6;-5) \longrightarrow MB : \begin{cases} x = 5 + 6t \\ y = -5t \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } N(20; y_N) \in BM \longrightarrow \begin{cases} 20 = 5 + 6t \\ y_N = -5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{5}{2} \\ y_N = -\frac{25}{2} \end{cases}$$

Câu 37: Một đường thẳng có bao nhiêu vector pháp tuyến?

A. 1. B. 2. C. 4. D. Vô số.

Lời giải

Chọn D.

Câu 38: Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $d : x - 2y + 2017 = 0$?

- A. $\vec{n}_1 = (0; -2)$. B. $\vec{n}_2 = (1; -2)$. C. $\vec{n}_3 = (-2; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

$$d : x - 2y + 2017 = 0 \longrightarrow \vec{n}_d = (1; -2).$$

Câu 39: Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $d : -3x + y + 2017 = 0$?

- A. $\vec{n}_1 = (-3; 0)$. B. $\vec{n}_2 = (-3; -1)$. C. $\vec{n}_3 = (6; 2)$. D. $\vec{n}_4 = (6; -2)$.

Lời giải

Chọn D.

$$d : -3x + y + 2017 = 0 \longrightarrow \vec{n}_d = (-3; 1) \text{ hay chọn } -2\vec{n}_d = (6; -2).$$

Câu 40: Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $d : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$?

- A. $\vec{n}_1 = (2; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (-1; 2)$. C. $\vec{n}_3 = (1; -2)$. D. $\vec{n}_4 = (1; 2)$.

Lời giải

Chọn D.

$$d : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases} \longrightarrow \vec{u}_d = (2; -1) \longrightarrow \vec{n}_d = (1; 2).$$

Câu 41: Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của $d : 2x - 3y + 2018 = 0$?

- A. $\vec{u}_1 = (-3; -2)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 3)$. C. $\vec{u}_3 = (-3; 2)$. D. $\vec{u}_4 = (2; -3)$.

Lời giải

Chọn A.

$$d : 2x - 3y + 2018 = 0 \longrightarrow \vec{n}_d = (2; -3) \longrightarrow \vec{u}_d = (3; 2) \text{ hay chọn } -\vec{n}_d = (-3; 2).$$

Câu 42: Đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A = (-3; 2)$, $B = (-3; 3)$ có một vectơ pháp tuyến là:

- A. $\vec{n}_1 = (6; 5)$. B. $\vec{n}_2 = (0; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (-3; 5)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi d là trung trực đoạn AB , ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (0;1) \\ d \perp AB \end{cases} \longrightarrow \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (0;1).$

Câu 43: Cho đường thẳng $\Delta: x - 3y - 2 = 0$. Vector nào sau đây không phải là vector pháp tuyến của Δ ?

- A. $\vec{n}_1 = (1; -3)$. B. $\vec{n}_2 = (-2; 6)$. C. $\vec{n}_3 = \left(\frac{1}{3}; -1\right)$. D. $\vec{n}_4 = (3; 1)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\Delta: x - 3y - 2 = 0 \longrightarrow \vec{n}_d = (1; -3) \longrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1(1; -3) = \vec{n}_d \\ \vec{n}_2(-2; 6) = -2\vec{n}_d \\ \vec{n}_3\left(\frac{1}{3}; -1\right) = \frac{1}{3}\vec{n}_d \end{cases}$$

Câu 44: Đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (-2; 4)$ có phương trình tổng quát là:

- A. $d: x + 2y + 4 = 0$. B. $d: x - 2y - 5 = 0$. C. $d: -2x + 4y = 0$. D. $d: x - 2y + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} A(1; -2) \in d \\ \vec{n}_d = (-2; 4) \end{cases} \longrightarrow d: -2(x - 1) + 4(y + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow d: -2x + 4y + 10 = 0 \Leftrightarrow d: x - 2y - 5 = 0.$$

Câu 45: Đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (3; 0)$ có phương trình tổng quát là:

- A. $d: x = 0$. B. $d: y + 2 = 0$. C. $d: y - 2 = 0$. D. $d: x - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} M(0; -2) \in d \\ \vec{u}_d = (3; 0) = 3(1; 0) \rightarrow \vec{n}_d = (0; 1) \end{cases} \longrightarrow d: y + 2 = 0.$$

Câu 46: Đường thẳng d đi qua điểm $A(-4; 5)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (3; 2)$ có phương trình tham số là:

- A. $\begin{cases} x = -4 - 2t \\ y = 5 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -4 + 3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} A(-4;5) \in d \\ \vec{n}_d = (3;2) \rightarrow \vec{u}_d = (-2;3) \end{cases} \longrightarrow d: \begin{cases} x = -4 - 2t \\ y = 5 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 47: Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$?

- A.** $4x + 5y + 17 = 0$. **B.** $4x - 5y + 17 = 0$. **C.** $4x + 5y - 17 = 0$. **D.** $4x - 5y - 17 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } d: \begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 1 + 4t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A(3;1) \in d \\ \vec{u}_d = (-5;4) \rightarrow \vec{n}_d = (4;5) \end{cases} \longrightarrow d: 4(x-3) + 5(y-1) = 0 \Leftrightarrow d: 4x + 5y - 17 = 0.$$

Câu 48: Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 15 \\ y = 6 + 7t \end{cases}$?

- A.** $x - 15 = 0$. **B.** $x + 15 = 0$. **C.** $6x - 15y = 0$. **D.** $x - y - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$d: \begin{cases} x = 15 \\ y = 6 + 7t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A(15;6) \in d \\ \vec{u}_d = (0;7) = 7(0;1) \rightarrow \vec{n}_d = (1;0) \end{cases} \longrightarrow d: x - 15 = 0.$$

Câu 49: Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng $d: x - y + 3 = 0$?

- A.** $\begin{cases} x = t \\ y = 3 + t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = 3 - t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 3 \\ y = t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

$$d: x - y + 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ \vec{n}_d = (1;-1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A(0;3) \in d \\ \vec{u}_d = (1;1) \end{cases} \longrightarrow d: \begin{cases} x = t \\ y = 3 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 50: Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng $d: 3x - 2y + 6 = 0$?

- A.** $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t + 3 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = \frac{3}{2}t + 3 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = t \\ y = -\frac{3}{2}t + 3 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = \frac{3}{2}t + 3 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B.

$$d: 3x - 2y + 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ \vec{n}_d = (3;-2) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} A(0;3) \in d \\ \vec{u}_d = (2;3) = 2\left(1; \frac{3}{2}\right) \end{cases} \longrightarrow d : \begin{cases} x = t \\ y = 3 + \frac{3}{2}t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 51: Cho đường thẳng $d: 3x + 5y + 2018 = 0$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. d có vector pháp tuyến $\vec{n} = (3;5)$.
- B. d có vector chỉ phương $\vec{u} = (5;-3)$.
- C. d có hệ số góc $k = \frac{5}{3}$.
- D. d song song với đường thẳng $\Delta: 3x + 5y = 0$.

Lời giải

Chọn C.

$$d: 3x + 5y + 2018 = 0 \rightarrow \begin{cases} \vec{n}_d = (3;5) \\ \vec{u}_d = (5;-3) \\ k_d = -\frac{3}{5} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \vec{n} = (3;5) = \vec{n}_d \\ \vec{u} = (5;-3) = \vec{u}_d \\ k = \frac{5}{3} \neq k_d \end{cases} \longrightarrow$$

$$d: 3x + 5y + 2018 = 0 \rightarrow d \parallel \Delta: 3x + 5y = 0 \longrightarrow \text{D đúng.}$$

Câu 52: Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta: 2x + 3y - 12 = 0$ có phương trình tổng quát là:

- A. $2x + 3y - 8 = 0$. B. $2x + 3y + 8 = 0$. C. $4x + 6y + 1 = 0$. D. $4x - 3y - 8 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} M(1;2) \in d \\ d \parallel \Delta: 2x + 3y - 12 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M(1;2) \in d \\ d: 2x + 3y + c = 0 (c \neq -12) \end{cases}$$

$$\rightarrow 2.1 + 3.2 + c = 0 \Leftrightarrow c = -8. \text{ Vậy } d: 2x + 3y - 8 = 0.$$

Câu 53: Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua O và song song với đường thẳng $\Delta: 6x - 4x + 1 = 0$ là:

- A. $3x - 2y = 0$. B. $4x + 6y = 0$. C. $3x + 12y - 1 = 0$. D. $6x - 4y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} O(0;0) \in d \\ d \parallel \Delta: 6x - 4x + 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} O(0;0) \in d \\ d: 6x - 4x + c = 0 (c \neq 1) \end{cases} \longrightarrow 6.0 - 4.0 + c = 0 \Leftrightarrow c = 0.$$

$$\text{Vậy } d: 6x - 4y = 0 \Leftrightarrow d: 3x - 2y = 0.$$

Câu 54: Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng

$\Delta: 2x + y - 3 = 0$ có phương trình tổng quát là:

- A. $2x + y = 0$. B. $x - 2y - 3 = 0$. C. $x + y - 1 = 0$. D. $x - 2y + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{cases} M(-1;2) \in d \\ d \perp \Delta: 2x + y - 3 = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} M(-1;2) \in d \\ d: x - 2y + c = 0 \end{cases} \longrightarrow -1 - 2.2 + c = 0 \Leftrightarrow c = 5.$$

Vậy $d: x - 2y + 5 = 0$.

Câu 55: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(4;-3)$ và song song với đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}.$$

- A. $3x + 2y + 6 = 0$. B. $-2x + 3y + 17 = 0$. C. $3x + 2y - 6 = 0$. D. $3x - 2y + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \begin{cases} A(4;-3) \in d \\ \vec{u}_d = (-2;3) \\ \Delta \parallel d \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} A(4;-3) \in d \\ \vec{u}_\Delta = (-2;3) \rightarrow \vec{n}_\Delta = (3;2) \end{cases} \\ &\rightarrow \Delta: 3(x-4) + 2(y+3) = 0 \Leftrightarrow \Delta: 3x + 2y - 6 = 0. \end{aligned}$$

Câu 56: Cho tam giác ABC có $A(2;0)$, $B(0;3)$, $C(-3;1)$. Đường thẳng d đi qua B và song song với AC có phương trình tổng quát là:

- A. $5x - y + 3 = 0$. B. $5x + y - 3 = 0$. C. $x + 5y - 15 = 0$. D. $x - 15y + 15 = 0$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \begin{cases} B(0;3) \in d \\ \vec{u}_{AC} = \overrightarrow{AC} = (-5;1) \\ d \parallel AC \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} B(0;3) \in d \\ \vec{n}_d = (1;5) \end{cases} \\ &\rightarrow d: 1(x-0) + 5(y-3) = 0 \Leftrightarrow d: x + 5y - 15 = 0. \end{aligned}$$

Câu 57: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;0)$ và vuông góc với

$$\text{đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -2t \end{cases}.$$

- A. $2x + y + 2 = 0$. B. $2x - y + 2 = 0$. C. $x - 2y + 1 = 0$. D. $x + 2y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} \begin{cases} M(-1;0) \in d \\ \vec{u}_\Delta = (1;-2) \\ d \perp \Delta \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} M(-1;0) \in d \\ \vec{n}_d = (1;-2) \end{cases} \rightarrow d: 1(x+1) - 2(y-0) = 0 \Leftrightarrow d: x - 2y + 1 = 0. \end{aligned}$$

Câu 58: Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1-3t \\ y=-2+5t \end{cases}$ có phương trình tham số là:

- A. $\begin{cases} x=-2-3t \\ y=1+5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-2+5t \\ y=1+3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=2+5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2+3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} M(-2;1) \in d \\ \vec{u}_{\Delta} = (-3;5) \\ d \perp \Delta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M(-2;1) \in d \\ \vec{n}_d = (-3;5) \end{cases} \rightarrow \vec{u}_d = (5;3) \rightarrow d: \begin{cases} x=-2+5t \\ y=1+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 59: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(-1;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta: 3x-13y+1=0$.

- A. $\begin{cases} x=-1+13t \\ y=2+3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1+13t \\ y=-2+3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-1-13t \\ y=2+3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-13t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} A(-1;2) \in d \\ \vec{n}_{\Delta} = (3;-13) \\ d \parallel \Delta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A(-1;2) \in d \\ \vec{n}_d = (3;-13) \end{cases} \rightarrow \vec{u}_d = (13;3) \rightarrow d: \begin{cases} x=-1+13t \\ y=2+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 60: Viết phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $A(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x-y+4=0$.

- A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=t \\ y=4+2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} A(-1;2) \in d \\ \vec{n}_{\Delta} = (2;-1) \\ d \perp \Delta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A(-1;2) \in d \\ \vec{u}_d = (2;-1) \end{cases} \rightarrow d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 61: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;-5)$ và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.

- A. $x+y-3=0$ B. $x-y-3=0$ C. $x+y+3=0$ D. $2x-y-1=0$

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} M(-2; -5) \in d \\ (I): x - y = 0 \ (\Delta) \rightarrow \begin{cases} M(-2; -5) = 0 \\ d: x - y + c = 0 \ (c \neq 0) \end{cases} \rightarrow -2 - (-5) + c = 0 \Leftrightarrow c = -3. \\ d \parallel \Delta \end{cases}$$

Vậy $d: x - y - 3 = 0$.

Câu 62: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1)$ và vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.

- A.** $x + y - 4 = 0$. **B.** $x - y - 4 = 0$. **C.** $x + y + 4 = 0$. **D.** $x - y + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} M(3; -1) \in d \\ (II): x + y = 0 \ (\Delta) \rightarrow \begin{cases} M(3; -1) \\ d: x - y + c = 0 \end{cases} \\ d \perp \Delta \end{cases} \rightarrow 3 - (-1) + c = 0 \Leftrightarrow c = -4 \rightarrow d: x - y - 4 = 0. \text{ Chọn B.}$$

Câu 63: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(-4; 0)$ và vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.

- A.** $\begin{cases} x = t \\ y = -4 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -4 + t \\ y = -t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = t \\ y = 4 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = t \\ y = 4 - t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} M(-4; 0) \in d \\ (II): x + y = 0 \ (\Delta) \rightarrow \vec{n}_\Delta = (1; 1) \\ d \perp \Delta \rightarrow \vec{u}_d = (1; 1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -4 + t \\ y = t \end{cases} \xrightarrow{t=4} A(0; 4) \in d$$

$$\rightarrow d: \begin{cases} x = t \\ y = 4 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R}). \text{ Chọn C.}$$

Câu 64: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-1; 2)$ và song song với trục Ox .

- A.** $y + 2 = 0$. **B.** $x + 1 = 0$. **C.** $x - 1 = 0$. **D.** $y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{cases} M(-1; 2) \in d \\ d \parallel Ox: y = 0 \end{cases} \longrightarrow d: y = 2.$$

Câu 65: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(6; -10)$ và vuông góc với trục Oy .

- A.** $\begin{cases} x = 10 + t \\ y = 6 \end{cases}$. **B.** $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -10 \end{cases}$. **C.** $d: \begin{cases} x = 6 \\ y = -10 - t \end{cases}$. **D.** $d: \begin{cases} x = 6 \\ y = -10 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} M(6; -10) \in d \\ d \perp Oy : x = 0 \rightarrow \vec{u}_d = (1; 0) \end{cases} \longrightarrow d : \begin{cases} x = 6 + t \\ y = -10 \end{cases} \xrightarrow{t = -4} A(2; -10) \in d$$
$$\rightarrow d : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -10 \end{cases} \cdot \text{Chọn B.}$$

Câu 66: Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; -1)$ và $B(1; 5)$ là:

- A.** $-x + 3y + 6 = 0$. **B.** $3x - y + 10 = 0$. **C.** $3x - y + 6 = 0$. **D.** $3x + y - 8 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{cases} A(3; -1) \in AB \\ \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (-2; 6) \rightarrow \vec{n}_{AB} = (3; 1) \end{cases}$$
$$\rightarrow AB : 3(x - 3) + 1(y + 1) = 0 \Leftrightarrow AB : 3x + y - 8 = 0. \text{ Chọn D.}$$

Câu 67: Phương trình đường thẳng cắt hai trục tọa độ tại $A(-2; 0)$ và $B(0; 3)$ là:

- A.** $2x - 3y + 4 = 0$. **B.** $3x - 2y + 6 = 0$. **C.** $3x - 2y - 6 = 0$. **D.** $2x - 3y - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} A(-2; 0) \in Ox \\ B(0; 3) \in Oy \end{cases} \longrightarrow AB : \frac{x}{-2} + \frac{y}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x - 2y + 6 = 0.$$

Câu 68: Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; -1)$ và $B(2; 5)$ là:

- A.** $x + y - 1 = 0$. **B.** $2x - 7y + 9 = 0$. **C.** $x + 2 = 0$. **D.** $x - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{cases} A(2; -1) \in AB \\ \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (0; 6) \rightarrow \vec{n}_{AB} = (1; 0) \end{cases} \longrightarrow AB : x - 2 = 0.$$

Câu 69: Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; -7)$ và $B(1; -7)$ là:

- A.** $y - 7 = 0$. **B.** $y + 7 = 0$. **C.** $x + y + 4 = 0$. **D.** $x + y + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} A(3; -7) \in AB \\ \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (-4; 0) \rightarrow \vec{n}_{AB} = (0; 1) \end{cases} \longrightarrow AB : y + 7 = 0.$$

Câu 70: Cho tam giác ABC có $A(1; 1)$, $B(0; -2)$, $C(4; 2)$. Lập phương trình đường trung tuyến của tam

giác ABC kẻ từ

A

A. $x + y - 2 = 0$.

B. $2x + y - 3 = 0$.

C. $x + 2y - 3 = 0$.

D. $x - y = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi M là trung điểm của BC . Ta cần viết phương trình đường thẳng AM .

Ta có :

$$\begin{cases} B(0; -2) \\ C(4; 2) \end{cases} \rightarrow M(2; 0) \rightarrow \vec{u}_{AM} = \overrightarrow{AM} = (1; -1) \rightarrow \vec{n}_{AM} = (1; 1) \rightarrow AM : x + y - 2 = 0.$$

Câu 71: Đường trung trực của đoạn AB với $A(1; -4)$ và $B(5; 2)$ có phương trình là:

A. $2x + 3y - 3 = 0$.

B. $3x + 2y + 1 = 0$.

C. $3x - y + 4 = 0$.

D. $x + y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi I là trung điểm của AB và d là trung trực đoạn AB . Ta có

$$\begin{cases} A(1; -4), B(5; 2) \rightarrow I(3; -1) \in d \\ d \perp AB \rightarrow \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (4; 6) = 2(2; 3) \end{cases} \longrightarrow d : 2x + 3y - 3 = 0.$$

Câu 72: Đường trung trực của đoạn AB với $A(4; -1)$ và $B(1; -4)$ có phương trình là:

A. $x + y = 1$.

B. $x + y = 0$.

C. $y - x = 0$.

D. $x - y = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi I là trung điểm của AB và d là trung trực đoạn AB . Ta có

$$\begin{cases} A(4; -1), B(1; -4) \rightarrow I\left(\frac{5}{2}; -\frac{5}{2}\right) \in d \\ d \perp AB \rightarrow \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (-3; -3) = -3(1; 1) \end{cases} \longrightarrow d : x + y = 0.$$

Câu 73: Đường trung trực của đoạn AB với $A(1; -4)$ và $B(1; 2)$ có phương trình là:

A. $y + 1 = 0$.

B. $x + 1 = 0$.

C. $y - 1 = 0$.

D. $x - 4y = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi I là trung điểm của AB và d là trung trực đoạn AB . Ta có

$$\begin{cases} A(1; -4), B(1; 2) \rightarrow I(1; -1) \in d \\ d \perp AB \rightarrow \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (0; 6) = 6(0; 1) \end{cases} \longrightarrow d : y + 1 = 0.$$

Câu 74: Đường trung trực của đoạn AB với $A(1; -4)$ và $B(3; -4)$ có phương trình là :

A. $y + 4 = 0$.

B. $x + y - 2 = 0$.

C. $x - 2 = 0$.

D. $y - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi I là trung điểm của AB và d là trung trực đoạn AB . Ta có

$$\begin{cases} A(1; -4), B(3; -4) \rightarrow I(2; -4) \in d \\ d \perp AB \rightarrow \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (2; 0) = 2(1; 0) \end{cases} \longrightarrow d: x - 2 = 0.$$

Câu 75: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; -1)$, $B(4; 5)$ và $C(-3; 2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A .

A. $7x + 3y - 11 = 0$.

B. $-3x + 7y + 13 = 0$.

C. $3x + 7y + 1 = 0$.

D. $7x + 3y + 13 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi h_A là đường cao kẻ từ A của tam giác ABC . Ta có

$$\begin{cases} A(2; -1) \in h_A \\ h_A \perp BC \rightarrow \vec{n}_{h_A} = \overrightarrow{BC} = (-7; -3) = -(7; 3) \end{cases} \rightarrow h_A: 7x + 3y - 11 = 0.$$

Câu 76: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; -1)$, $B(4; 5)$ và $C(-3; 2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ B .

A. $3x - 5y - 13 = 0$.

B. $3x + 5y - 20 = 0$.

C. $3x + 5y - 37 = 0$.

D. $5x - 3y - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi h_B là đường cao kẻ từ B của tam giác ABC . Ta có

$$\begin{cases} B(4; 5) \in h_B \\ h_B \perp AC \rightarrow \vec{n}_{h_B} = \overrightarrow{AC} = (-5; 3) = -(5; -3) \end{cases} \rightarrow h_B: 5x - 3y - 5 = 0.$$

Câu 77: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; -1)$, $B(4; 5)$ và $C(-3; 2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ C .

A. $x + y - 1 = 0$.

B. $x + 3y - 3 = 0$.

C. $3x + y + 11 = 0$.

D. $3x - y + 11 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi h_C là đường cao kẻ từ C của tam giác ABC . Ta có

$$\begin{cases} C(-3; 2) \in h_C \\ h_C \perp AB \rightarrow \vec{n}_{h_C} = \overrightarrow{AB} = (2; 6) = 2(1; 3) \end{cases} \rightarrow h_C: x + 3y - 3 = 0.$$

Câu 78: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$d_1: x - 2y + 1 = 0 \text{ và } d_2: -3x + 6y - 10 = 0.$$

A. Trùng nhau.

B. Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} d_1 : x - 2y + 1 = 0 \\ d_2 : -3x + 6y - 10 = 0 \end{cases} \rightarrow \frac{1}{-3} = \frac{-2}{6} \neq \frac{1}{-10} \longrightarrow d_1 \parallel d_2.$$

Câu 79: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$d_1 : 3x - 2y - 6 = 0 \text{ và } d_2 : 6x - 2y - 8 = 0.$$

A. Trùng nhau.

B. Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{cases} d_1 : 3x - 2y - 6 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (3; -2) \\ d_2 : 6x - 2y - 8 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (6; -2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{3}{6} \neq \frac{-2}{-2} \\ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \neq 0 \end{cases} \longrightarrow d_1, d_2 \text{ cắt nhau nhưng không vuông góc.}$$

Câu 80: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1 : \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$ và $d_2 : 3x + 4y - 10 = 0$.

A. Trùng nhau.

B. Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} d_1 : \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1 \rightarrow \vec{n}_1 = \left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}\right) \\ d_2 : 3x + 4y - 10 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (3; 4) \end{cases} \rightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \rightarrow d_1 \perp d_2.$$

Câu 81: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = -8 + 4t' \end{cases}$.

A. Trùng nhau.

B. Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} d_1 : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \end{cases} \rightarrow \vec{u}_1 = (1; -2) \\ d_2 : \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = -8 + 4t' \end{cases} \rightarrow B(2; -8) \in d_2, \vec{u}_2 = (-2; 4) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{-2} = \frac{-2}{4} \\ B \in d_1 \leftrightarrow t = 3 \end{cases} \rightarrow d_1 \equiv d_2.$$

Câu 82: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = -8 + 4t' \end{cases}$.

- A. Trùng nhau. B. Song song.
C. Vuông góc với nhau. D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn B.

$$\left. \begin{array}{l} d_1 : \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases} \rightarrow A(-3; 2) \in d_1, \vec{u}_1 = (2; -3) \\ d_2 : \begin{cases} x = 1 - 2t' \\ y = 4 + 3t' \end{cases} \rightarrow \vec{u}_2 = (-2; 3) \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} \frac{2}{-2} = \frac{-3}{3} \rightarrow d_1 \parallel d_2. \\ A \notin d_2 \end{cases}$$

Câu 83: Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = 3 + \frac{3}{2}t \\ y = -1 + \frac{4}{3}t \end{cases} \text{ và } \Delta_2 : \begin{cases} x = \frac{9}{2} + 9t' \\ y = \frac{1}{3} + 8t' \end{cases}.$$

- A. Trùng nhau. B. Song song.
C. Vuông góc với nhau. D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn A.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta_1 : \begin{cases} x = 3 + \frac{3}{2}t \\ y = -1 + \frac{4}{3}t \end{cases} \rightarrow A(3; -1) \in \Delta_1, \vec{u}_1 = \left(\frac{3}{2}; \frac{4}{3}\right) \\ \Delta_2 : \begin{cases} x = \frac{9}{2} + 9t' \\ y = \frac{1}{3} + 8t' \end{cases} \rightarrow \vec{u}_2 = (9; 8) \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} \frac{\frac{3}{2}}{9} = \frac{\frac{4}{3}}{8} \\ A \in \Delta_2 \leftrightarrow t' = -\frac{1}{6} \end{cases} \rightarrow \Delta_1 \equiv \Delta_2.$$

Câu 84: Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$\Delta_1 : 7x + 2y - 1 = 0 \text{ và } \Delta_2 : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 5t \end{cases}.$$

- A. Trùng nhau. B. Song song.
C. Vuông góc với nhau. D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn D.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta_1 : 7x + 2y - 1 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (7; 2) \\ \Delta_2 : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 5t \end{cases} \rightarrow \vec{u}_2 = (1; -5) \rightarrow \vec{n}_2 = (5; 1) \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} \frac{7}{5} \neq \frac{2}{1} \\ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \neq 0 \end{cases} \rightarrow \Delta_1, \Delta_2 \text{ cắt nhau nhưng không vuông góc.}$$

Câu 85: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$d_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases} \text{ và } d_2 : 3x + 2y - 14 = 0.$$

A. Trùng nhau.

B. Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn A.

$$\left. \begin{array}{l} d_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases} \rightarrow A(4; 1) \in d_1, \vec{u}_1 = (2; -3) \\ d_2 : 3x + 2y - 14 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (3; 2) \rightarrow \vec{u}_2 = (2; -3) \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} \vec{u}_1 = \vec{u}_2 \\ A \in d_2 \end{cases} \rightarrow d_1 \equiv d_2.$$

Câu 86: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$d_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 5t \end{cases} \text{ và } d_2 : 5x + 2y - 14 = 0.$$

A. Trùng nhau.

B. Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn B.

$$\left. \begin{array}{l} d_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 5t \end{cases} \rightarrow A(4; 1) \in d_1, \vec{u}_1 = (2; -5) \\ d_2 : 5x + 2y - 14 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (5; 2) \rightarrow \vec{u}_2 = (2; -5) \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} \vec{u}_1 = \vec{u}_2 \\ A \notin d_2 \end{cases} \rightarrow d_1 \parallel d_2.$$

Câu 87: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2t' \\ y = -2 + 3t' \end{cases}$.

A. Trùng nhau.

B. Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn C.

$$\left. \begin{array}{l} d_1 : \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2t \end{cases} \rightarrow \vec{u}_1 = (3; -2) \\ d_2 : \begin{cases} x = 2t' \\ y = -2 + 3t' \end{cases} \rightarrow \vec{u}_2 = (2; 3) \end{array} \right\} \rightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \rightarrow d_1 \perp d_2.$$

Câu 88: Cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 5 - t_1 \\ y = -7 + 3t_1 \end{cases}$.

Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. d_1 song song d_2 .
 B. d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(1; -3)$.
 C. d_1 trùng với d_2 .
 D. d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(3; -1)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có

$$\left. \begin{array}{l} d_1 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \end{cases} \rightarrow d_1 : 2x - y - 7 = 0 \\ d_2 : \begin{cases} x = 5 - t_1 \\ y = -7 + 3t_1 \end{cases} \rightarrow d_2 : 3x + y - 8 = 0 \end{array} \right\} \\ \rightarrow \begin{cases} d_1 : 2x - y - 7 = 0 \\ d_2 : 3x + y - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = M(3; -1).$$

Câu 89: Cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + 3t \end{cases}$ và $d_2 : x - 2y + 1 = 0$.

Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. d_1 song song d_2 .
 B. d_2 song song với trục Ox .
 C. d_2 cắt trục Oy tại $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$.
 D. d_1 và d_2 cắt nhau tại $M\left(\frac{1}{8}; \frac{3}{8}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

$$d_1 : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + 3t \end{cases} \rightarrow d_1 : 3x + y - 8 = 0 \rightarrow \begin{cases} d_1 : 3x + y - 8 = 0 \\ d_2 : x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{15}{7} \\ y = \frac{11}{7} \end{cases} \rightarrow \text{A, B, D sai.}$$

$$Oy \cap d_2 : x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \rightarrow d_2 \cap Oy = M\left(0; \frac{1}{2}\right).$$

Câu 90: Cho bốn điểm $A(4; -3)$, $B(5; 1)$, $C(2; 3)$ và $D(-2; 2)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD .

- A. Trùng nhau.
 B. Song song.
 C. Vuông góc với nhau.
 D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{cases} \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (1; 4) \\ \vec{u}_{CD} = \overrightarrow{CD} = (-4; -1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{-4} \neq \frac{4}{-1} \\ \vec{u}_{AB} \cdot \vec{u}_{CD} \neq 0 \end{cases} \rightarrow AB, CD \text{ cắt nhau nhưng không vuông góc.}$$

Câu 91: Cho bốn điểm $A(1; 2)$, $B(4; 0)$, $C(1; -3)$ và $D(7; -7)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD .

A. Trùng nhau.

B. Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} A(1; 2) \in AB, \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (3; -2) \rightarrow \vec{n}_{AB} = (2; 3) \rightarrow AB: 2x + 3y - 8 = 8 \\ C(1; -3) \in CD, \vec{u}_{CD} = \overrightarrow{CD} = (6; -4) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{3}{6} = \frac{-2}{-4} \\ C \notin AB \end{cases} \text{ nên } AB \parallel CD.$$

Câu 92: Các cặp đường thẳng nào sau đây vuông góc với nhau?

A. $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 2t \end{cases}$ và $d_2: 2x + y - 1 = 0$.

B. $d_1: x - 2 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \end{cases}$.

C. $d_1: 2x - y + 3 = 0$ và $d_2: x - 2y + 1 = 0$.

D. $d_1: 2x - y + 3 = 0$ và $d_2: 4x - 2y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

(i) $\begin{cases} d_1: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 2t \end{cases} \rightarrow \vec{u}_1 = (1; -2) \\ d_2: 2x + y - 1 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (2; 1) \rightarrow \vec{u}_2 = (1; -2) \end{cases} \rightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 \neq 0 \rightarrow \text{loại A.}$

(ii) $\begin{cases} d_1: x - 2 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (1; 0) \\ d_2: d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \vec{u}_2 = (1; 0) \rightarrow \vec{n}_2 = (0; 1) \end{cases} \rightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \rightarrow d_1 \perp d_2.$

Tương tự, kiểm tra và loại các đáp án C, D.

Câu 93: Đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $2x + 3y - 1 = 0$?

A. $2x + 3y + 1 = 0$.

B. $x - 2y + 5 = 0$.

C. $2x - 3y + 3 = 0$.

D. $4x - 6y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Xét đáp án A: $\begin{cases} d: 2x+3y-1=0 \\ d_A: 2x+3y+1=0 \end{cases} \rightarrow \frac{2}{2} = \frac{3}{3} \neq \frac{-1}{-1} \rightarrow d \parallel d_A.$

Để ý rằng một đường thẳng song song với $2x+3y-1=0$ sẽ có dạng $2x+3y+c=0$ ($c \neq -1$).

Do đó kiểm tra chỉ thấy có đáp án A thỏa mãn, các đáp án còn lại không thỏa mãn.

Câu 94: Đường thẳng nào sau đây không có điểm chung với đường thẳng $x-3y+4=0$?

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=2+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=2-t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D.

Kí hiệu $d: x-3y+4=0 \rightarrow \vec{n}_d = (1; -3).$

(i) Xét đáp án A: $d_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+3t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_1 = (1; 3) \rightarrow \vec{n}_1, \vec{n}$ không cùng phương nên loại A.

(ii) Xét đáp án B: $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+3t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_2 = (3; 1) \rightarrow \vec{n}_2, \vec{n}$ không cùng phương nên loại B.

(iii) Xét đáp án C: $d_3: \begin{cases} x=1-3t \\ y=2+t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_3 = (1; 3) \rightarrow \vec{n}_3, \vec{n}$ không cùng phương nên loại C.

(iv) Xét đáp án D: $d_4: \begin{cases} x=1-3t \\ y=2-t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M(1; 2) \in d_4 \\ \vec{n}_4 = (1; -3) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \vec{n}_4 = \vec{n} \\ M \notin d \end{cases} \rightarrow d \parallel d_4.$

Câu 95: Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng $4x-3y+1=0$?

A. $\begin{cases} x=4t \\ y=-3-3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=4t \\ y=-3+3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-4t \\ y=-3-3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=8t \\ y=-3+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

Kí hiệu $d: 4x-3y+1=0 \rightarrow \vec{n}_d = (4; -3).$

(i) Xét đáp án A: $d_1: \begin{cases} x=4t \\ y=-3-3t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_1 = (3; 4) \rightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_d = 0$

(ii) Tương tự kiểm tra và loại các đáp án B, C, D.

Câu 96: Đường thẳng nào sau đây có vô số điểm chung với đường thẳng $\begin{cases} x=t \\ y=-1 \end{cases}$?

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=-1+2018t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-1+2018t \\ y=-1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1 \\ y=-1+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C.

Hai đường thẳng có hai điểm chung thì chúng trùng nhau. Như vậy bài toán trở thành tìm đường thẳng trùng với đường thẳng đã cho lúc đầu. Ta có

$d: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} A(0;-1) \in d \\ \vec{u}_d = (1;0) \end{cases} \longrightarrow \text{kiểm tra đường thẳng nào chứa điểm } A(0;-1) \text{ và có VTCP cùng phương với } \vec{u}_d \longrightarrow \text{Chọn C.}$

Câu 97: Đường thẳng nào sau đây có đúng một điểm chung với đường thẳng $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 5 - 7t \end{cases}$?

A. $7x + 3y - 1 = 0.$

B. $7x + 3y + 1 = 0.$

C. $3x - 7y + 2018 = 0.$

D. $7x + 3y + 2018 = 0.$

Lời giải

Chọn C.

Ta cần tìm đường thẳng cắt $d: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 5 - 7t \end{cases} \longrightarrow d: 7x + 3y - 1 = 0.$

$d_1: 7x + 3y - 1 = 0 \longrightarrow d_1 \equiv d \longrightarrow \text{loại A.}$

$d_2: 7x + 3y + 1 = 0$ & $d_3: 7x + 3y + 2018 = 0 \longrightarrow d_2, d_3 \parallel d \longrightarrow \text{loại B, D.}$

Câu 98: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: 3x + 4y + 10 = 0$ và $d_2: (2m - 1)x + m^2y + 10 = 0$ trùng nhau?

A. $m \pm 2.$

B. $m = \pm 1.$

C. $m = 2.$

D. $m = -2.$

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} d_2: (2m-1)x + m^2y + 10 = 0 \\ d_1: 3x + 4y + 10 = 0 \end{cases} \xrightarrow{d_1 \equiv d_2} \frac{2m-1}{3} = \frac{m^2}{4} = \frac{10}{10}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1=3 \\ m^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow m=2. \text{ Chọn C.}$$

Câu 99: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng có phương trình

$d_1: mx + (m-1)y + 2m = 0$ và $d_2: 2x + y - 1 = 0$. Nếu d_1 song song d_2 thì:

A. $m = 2.$

B. $m = -1.$

C. $m = -2.$

D. $m = 1.$

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} d_1: mx + (m-1)y + 2m = 0 \\ d_2: 2x + y - 1 = 0 \end{cases} \xrightarrow{d_1 \parallel d_2} \frac{m}{2} = \frac{m-1}{1} \neq \frac{2m}{-1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \neq 2 \\ m = 2m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2. \text{ Chọn A.}$$

Câu 100: Tìm m để hai đường thẳng $d_1: 2x - 3y + 4 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$ cắt nhau.

A. $m \neq -\frac{1}{2}$.

B. $m \neq 2$.

C. $m \neq \frac{1}{2}$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} d_1: 2x - 3y + 4 = 0 \\ d_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = (2; -3) \\ \vec{n}_2 = (4m; -3) \end{cases} \xrightarrow{d_1 \cap d_2 = M} \frac{4m}{2} \neq \frac{-3}{-3} \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}.$$

Câu 101: Với giá trị nào của a thì hai đường thẳng

$$d_1: 2x - 4y + 1 = 0 \text{ và } d_2: \begin{cases} x = -1 + at \\ y = 3 - (a+1)t \end{cases} \text{ vuông góc với nhau?}$$

A. $a = -2$.

B. $a = 2$.

C. $a = -1$.

D. $a = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có

$$\begin{cases} d_1: 2x - 4y + 1 = 0 \\ d_2: \begin{cases} x = -1 + at \\ y = 3 - (a+1)t \end{cases} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = (1; -2) \\ \vec{n}_2 = (a+1; a) \end{cases} \xrightarrow{d_1 \perp d_2} \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow a+1-2a=0 \Leftrightarrow a=1.$$

Câu 102: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \end{cases} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 2 + mt \\ y = -6 + (1-2m)t \end{cases} \text{ trùng nhau?}$$

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = -2$.

C. $m = 2$.

D. $m \neq \pm 2$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} d_1: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \end{cases} \rightarrow \vec{u}_1 = (2; -3) \\ d_2: \begin{cases} x = 2 + mt \\ y = -6 + (1-2m)t \end{cases} \rightarrow A(2; -6) \in d_2, \vec{u}_2 = (m; 1-2m) \end{cases} \xrightarrow{d_1 \equiv d_2} \begin{cases} A \in d_1 \\ \frac{m}{2} = \frac{1-2m}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 103: Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + mt \end{cases} \text{ và } d_2: 4x - 3y + m = 0 \text{ trùng nhau.}$$

A. $m = -3$.

B. $m = 1$.

C. $m = \frac{4}{3}$.

D. $m \in \emptyset$.

Lời giải**Chọn D.**

$$\left. \begin{array}{l} d_1 : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + mt \end{cases} \rightarrow A(2;1) \in d_1, \vec{u}_1 = (2;m) \\ d_2 : 4x - 3y + m = 0 \rightarrow \vec{u}_2 = (3;4) \end{array} \right\} \xrightarrow{d_1 \equiv d_2} \left\{ \begin{array}{l} A \in d_2 \\ \frac{2}{3} = \frac{m}{4} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 + m = 0 \\ m = \frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Câu 104: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1 : 2x + y + 4 - m = 0 \text{ và } d_2 : (m+3)x + y + 2m - 1 = 0 \text{ song song?}$$

A. $m = 1$.**B.** $m = -1$.**C.** $m = 2$.**D.** $m = 3$.**Lời giải****Chọn B.**

$$\text{Với } m = 4 \longrightarrow \begin{cases} d_1 : 2x + y = 0 \\ d_2 : 7x + y + 7 = 0 \end{cases} \longrightarrow d_1 \cap d_2 \neq \emptyset \longrightarrow \text{loại } m = 4.$$

Với $m \neq 4$ thì

$$\begin{cases} d_1 : 2x + y + 4 - m = 0 \\ d_2 : (m+3)x + y - 2m - 1 = 0 \end{cases} \xrightarrow{d_1 \parallel d_2} \frac{m+3}{2} = \frac{1}{1} \neq \frac{-2m-1}{4-m} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m \neq -5 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Câu 105: Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng

$$\Delta_1 : 2x - 3my + 10 = 0 \text{ và } \Delta_2 : mx + 4y + 1 = 0 \text{ cắt nhau.}$$

A. $1 < m < 10$.**B.** $m = 1$.**C.** Không có m .**D.** Với mọi m .**Lời giải****Chọn D.**

$$\begin{cases} \Delta_1 : 2x - 3my + 10 = 0 \\ \Delta_2 : mx + 4y + 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m = 0 \rightarrow \begin{cases} \Delta_1 : x + 5 = 0 \\ \Delta_2 : 4y + 1 = 0 \end{cases} \rightarrow m = 0 \text{ (thỏa mãn)} \\ m \neq 0 \xrightarrow{\Delta_1 \cap \Delta_2 = \emptyset} \frac{2}{m} \neq \frac{-3m}{4} \Leftrightarrow \forall m \neq 0 \end{cases}.$$

Câu 106: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$\Delta_1 : mx + y - 19 = 0 \text{ và } \Delta_2 : (m-1)x + (m+1)y - 20 = 0 \text{ vuông góc?}$$

A. Với mọi m .**B.** $m = 2$.**C.** Không có m .**D.** $m = \pm 1$.**Lời giải****Chọn C.**

$$\text{Ta có : } \begin{cases} \Delta_1 : mx + y - 19 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (m;1) \\ \Delta_2 : (m-1)x + (m+1)y - 20 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (m-1;m+1) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\Delta_1 \perp \Delta_2} m(m-1) + 1(m+1) = 0 \Leftrightarrow m \in \emptyset. \text{ Chọn C.}$$

Câu 107: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1 : 3mx + 2y + 6 = 0 \text{ và } d_2 : (m^2 + 2)x + 2my + 6 = 0 \text{ cắt nhau?}$$

A. $m \neq -1$.

B. $m \neq 1$.

C. $m \in \mathbb{R}$.

D. $m \neq 1$ và $m \neq -1$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có:
$$\begin{cases} d_1 : 3mx + 2y + 6 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (3m; 2) \\ d_2 : (m^2 + 2)x + 2my + 6 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (m^2 + 2; 2m) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} m = 0 \rightarrow \begin{cases} d_1 : y + 3 = 0 \\ d_2 : x + y + 3 = 0 \end{cases} \rightarrow m = 0 \text{ (thỏa mãn)} \\ m \neq 0 \xrightarrow{d_1 \cap d_2 = M} \frac{m^2 + 2}{3m} \neq \frac{2m}{2} \Leftrightarrow m \neq \pm 1 \end{cases}.$$

Câu 108: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1 : 2x - 3y - 10 = 0 \text{ và } d_2 : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases} \text{ vuông góc?}$$

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = \frac{9}{8}$.

C. $m = -\frac{9}{8}$.

D. $m = -\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} d_1 : 2x - 3y - 10 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (2; -3) \\ d_2 : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases} \rightarrow \vec{n}_2 = (4m; -3) \end{cases} \xrightarrow{d_1 \perp d_2} 2 \cdot 4m + (-3) \cdot (-3) = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{8}.$$

Câu 109: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1 : 4x - 3y + 3m = 0 \text{ và } d_2 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 + mt \end{cases} \text{ trùng nhau?}$$

A. $m = -\frac{8}{3}$.

B. $m = \frac{8}{3}$.

C. $m = -\frac{4}{3}$.

D. $m = \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} d_1 : 4x - 3y + 3m = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (4; -3) \\ d_2 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 + mt \end{cases} \rightarrow A(1; 4) \in d_2, \vec{n}_2 = (m; -2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{d_1 \equiv d_2} \begin{cases} A \in d_1 \\ \frac{m}{4} = \frac{-2}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m - 8 = 0 \\ m = \frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{8}{3}.$$

Câu 110: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1 : 3mx + 2y - 6 = 0 \text{ và } d_2 : (m^2 + 2)x + 2my - 3 = 0 \text{ song song?}$$

A. $m = 1; m = -1$.

B. $m \in \emptyset$.

C. $m = 2$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \begin{cases} d_1 : 3mx + 2y - 6 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (3m; 2) \\ d_2 : (m^2 + 2)x + 2my - 3 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (m^2 + 2; 2m) \end{cases} \\ & \rightarrow \begin{cases} m = 0 \rightarrow \begin{cases} d_1 : y - 3 = 0 \\ d_2 : 2x + 2y - 3 = 0 \end{cases} \rightarrow m = 0 \text{ (không thoả mãn)} \\ m \neq 0 \xrightarrow{d_1 \parallel d_2} \frac{m^2 + 2}{3m} = \frac{2m}{2} \neq \frac{-3}{-6} \Leftrightarrow m = \pm 1 \end{cases} \end{aligned} \quad \text{. Chọn A.}$$

Câu 111: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1 : \begin{cases} x = 8 - (m+1)t \\ y = 10 + t \end{cases} \text{ và } d_2 : mx + 2y - 14 = 0 \text{ song song?}$$

A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -2$. **D.** $m \in \emptyset$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \begin{cases} d_1 : \begin{cases} x = 8 - (m+1)t \\ y = 10 + t \end{cases} \rightarrow A(8; 10) \in d_1, \vec{n}_1 = (1; m+1) \\ d_2 : mx + 2y - 14 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (m; 2) \end{cases} \\ & \xrightarrow{d_1 \parallel d_2} \begin{cases} A \notin d_2 \\ m = 0 \rightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = (1; 1) \\ \vec{n}_2 = (0; 2) \end{cases} \rightarrow \text{không thoả mãn} \\ m \neq 0 \rightarrow \frac{1}{m} = \frac{m+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8m + 6 \neq 0 \\ m \neq 0 \\ m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 112: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1 : (m-3)x + 2y + m^2 - 1 = 0 \text{ và } d_2 : -x + my + m^2 - 2m + 1 = 0 \text{ cắt nhau?}$$

A. $m \neq 1$. **B.** $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$. **C.** $m \neq 2$. **D.** $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} & \begin{cases} d_1 : (m-3)x + 2y + m^2 - 1 = 0 \\ d_2 : -x + my + m^2 - 2m + 1 = 0 \end{cases} \\ & \xrightarrow{d_1 \cap d_2 = M} \begin{cases} m = 0 \rightarrow \begin{cases} d_1 : -3x + 2y - 1 = 0 \\ d_2 : -x + 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \text{thoả mãn} \\ m \neq 0 \rightarrow \frac{m-3}{-1} \neq \frac{2}{m} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 113: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = m + 2t \\ y = 1 + (m^2 + 1)t \end{cases} \text{ và } \Delta_2 : \begin{cases} x = 1 + mt \\ y = m + t \end{cases} \text{ trùng nhau?}$$

- A. Không có m . B. $m = \frac{4}{3}$. C. $m = 1$. D. $m = -3$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} \Delta_1 : \begin{cases} x = m + 2t \\ y = 1 + (m^2 + 1)t \end{cases} \rightarrow A(m; 1) \in d_1, \vec{u}_1 = (2; m^2 + 1) \\ \Delta_2 : \begin{cases} x = 1 + mt \\ y = m + t \end{cases} \rightarrow \vec{u}_2 = (m; 1) \end{cases} \xrightarrow{d_1 \equiv d_2} \begin{cases} A \in d_2 \\ \frac{m}{2} = \frac{1}{m^2 + 1} \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 + mt \\ 1 = m + t \\ m^3 + m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 + m(1 - m) \\ (m - 1)(m^2 + m + 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 114: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta : 5x + 2y - 10 = 0$ và trục hoành.

- A. (0;2). B. (0;5). C. (2;0). D. (-2;0).

Lời giải

Chọn C.

$$Ox \cap \Delta : 5x + 2y - 10 = 0 \longrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ 5x + 2y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}.$$

Câu 115: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2t \\ y = -5 + 15t \end{cases}$ và trục tung.

- A. $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$. B. (0;-5). C. (0;5). D. (-5;0).

Lời giải

Chọn A.

$$Oy \cap d : \begin{cases} x = 2t \\ y = -5 + 15t \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 2t \\ y = -5 + 15t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{3} \\ x = \frac{2}{3}, y = 0 \end{cases}.$$

Câu 116: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $7x - 3y + 16 = 0$ và $x + 10 = 0$.

- A. (-10;-18). B. (10;18). C. (-10;18). D. (10;-18).

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} d_1 : 7x - 3y + 16 = 0 \\ d_2 : x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 \\ y = -18 \end{cases}.$$

Câu 117: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng

$$d_1 : \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 + 5t \end{cases} \text{ và } d_2 : \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = 7 - 5t' \end{cases}$$

A. (1;7).

B. (-3;2).

C. (2;-3).

D. (5;1).

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} d_1 : \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 + 5t \end{cases} \\ d_2 : \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = 7 - 5t' \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 + 4t = 1 + 4t' \\ 2 + 5t = 7 - 5t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - t' = 1 \\ t + t' = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 0 \end{cases} \xrightarrow{-d_1} \begin{cases} x = 1 \\ y = 7 \end{cases}$$

Câu 118: Cho hai đường thẳng $d_1 : 2x + 3y - 19 = 0$ và $d_2 : \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng đã cho.

A. (2;5).

B. (10;25).

C. (-1;7).

D. (5;2).

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} d_1 : 2x + 3y - 19 = 0 \\ d_2 : \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases} \end{cases} \xrightarrow{d_1 \cap d_2} 2(22 + 2t) + 3(55 + 5t) - 19 = 0 \Leftrightarrow t = -10 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Câu 119: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2;0)$, $B(1;4)$ và đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = -t \\ y = 2 - t \end{cases}. \text{ Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng } AB \text{ và } d.$$

A. (2;0).

B. (-2;0).

C. (0;2).

D. (0;-2).

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} A(-2;0), B(1;4) \rightarrow AB : 4x - 3y + 8 = 0 \\ d : \begin{cases} x = -t \\ y = 2 - t \end{cases} \rightarrow d : x - y + 2 = 0 \end{cases} \xrightarrow{AB \cap d} \begin{cases} 4x - 3y + 8 = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Câu 120: Xác định a để hai đường thẳng $d_1 : ax + 3y - 4 = 0$ và $d_2 : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 3t \end{cases}$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

A. $a = 1$.

B. $a = -1$.

C. $a = 2$.

D. $a = -2$.

Lời giải

Chọn D.

$$Ox \cap d_2 \leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 3t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow Ox \cap d_2 = A(-2; 0) \in d_1 \\ \rightarrow -2a - 4 = 0 \Leftrightarrow a = -2.$$

Câu 121: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hai đường thẳng $d_1: 4x + 3my - m^2 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 6 + 2t \end{cases}$ cắt nhau tại một điểm thuộc trục tung.

A. $m = 0$ hoặc $m = -6$.

B. $m = 0$ hoặc $m = 2$.

C. $m = 0$ hoặc $m = -2$.

D. $m = 0$ hoặc $m = 6$.

Lời giải

Chọn D.

$$Oy \cap d_2 \leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + t = 0 \\ y = 6 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \rightarrow Oy \cap d_2 = A(0; 2) \in d_1 \\ \Leftrightarrow 6m - m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 6 \end{cases}.$$

Câu 122: Cho ba đường thẳng $d_1: 3x - 2y + 5 = 0$, $d_2: 2x + 4y - 7 = 0$, $d_3: 3x + 4y - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua giao điểm của d_1 và d_2 , và song song với d_3 là:

A. $24x + 32y - 53 = 0$.

B. $24x + 32y + 53 = 0$.

C. $24x - 32y + 53 = 0$.

D. $24x - 32y - 53 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} d_1: 3x - 2y + 5 = 0 \\ d_2: 2x + 4y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{8} \\ y = \frac{31}{16} \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A\left(-\frac{3}{8}; \frac{31}{16}\right). \text{ Ta có}$$

$$\begin{cases} A \in d \\ d \parallel d_3: 3x + 4y - 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \in d \\ d: 3x + 4y + c = 0 \ (c \neq -1) \end{cases} \rightarrow -\frac{9}{8} + \frac{31}{4} + c = 0 \Leftrightarrow c = -\frac{53}{8}.$$

$$\text{Vậy } d: 3x + 4y - \frac{53}{8} = 0 \Leftrightarrow d_3: 24x + 32y - 53 = 0.$$

Câu 123: Lập phương trình của đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: x + 3y - 1 = 0$, $d_2: x - 3y - 5 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $d_3: 2x - y + 7 = 0$.

A. $3x + 6y - 5 = 0$.

B. $6x + 12y - 5 = 0$.

C. $6x + 12y + 10 = 0$.

D. $x + 2y + 10 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} d_1: x + 3y - 1 = 0 \\ d_2: x - 3y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A\left(3; -\frac{2}{3}\right). \text{ Ta có}$$

$$\begin{cases} A \in d \\ d \perp d_3 : 2x - y + 7 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \in d \\ d : x + 2y + c = 0 \end{cases} \rightarrow 3 + 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + c = 0 \Leftrightarrow c = -\frac{5}{3}.$$

$$\text{Vậy } d : x + 2y - \frac{5}{3} = 0 \Leftrightarrow d : 3x + 6y - 5 = 0.$$

Câu 124: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1 : 3x - 4y + 15 = 0$, $d_2 : 5x + 2y - 1 = 0$ và $d_3 : mx - (2m - 1)y + 9m - 13 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm.

A. $m = \frac{1}{5}$. **B.** $m = -5$. **C.** $m = -\frac{1}{5}$. **D.** $m = 5$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} d_1 : 3x - 4y + 15 = 0 \\ d_2 : 5x + 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A(-1; 3) \in d_3$$

$$\rightarrow -m - 6m + 3 + 9m - 13 = 0 \Leftrightarrow m = 5.$$

Câu 125: Nếu ba đường thẳng

$$d_1 : 2x + y - 4 = 0, \quad d_2 : 5x - 2y + 3 = 0 \quad \text{và} \quad d_3 : mx + 3y - 2 = 0$$

đồng quy thì m nhận giá trị nào sau đây?

A. $\frac{12}{5}$. **B.** $-\frac{12}{5}$. **C.** 12. **D.** -12.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{cases} d_1 : 2x + y - 4 = 0 \\ d_2 : 5x - 2y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{9} \\ y = \frac{26}{9} \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A\left(\frac{5}{9}; \frac{26}{9}\right) \in d_3$$

$$\rightarrow \frac{5m}{9} + \frac{26}{3} - 2 = 0 \Leftrightarrow m = -12.$$

Câu 126: Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1 : 3x - 4y + 15 = 0$, $d_2 : 5x + 2y - 1 = 0$ và $d_3 : mx - 4y + 15 = 0$ đồng quy?

A. $m = -5$. **B.** $m = 5$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -3$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} d_1 : 3x - 4y + 15 = 0 \\ d_2 : 5x + 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A(-1; 3) \in d$$

$$\rightarrow -m - 12 + 15 = 0 \Leftrightarrow m = 3.$$

Câu 127: Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1 : 2x + y - 1 = 0$, $d_2 : x + 2y + 1 = 0$ và $d_3 : mx - y - 7 = 0$

đồng quy?

A. $m = -6$.

B. $m = 6$.

C. $m = -5$.

D. $m = 5$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} d_1: 2x + y - 1 = 0 \\ d_2: x + 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A(1; -1) \in d_3 \Leftrightarrow m + 1 - 7 = 0 \Leftrightarrow m = 6.$$

Câu 128: Đường thẳng $d: 51x - 30y + 11 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M\left(-1; -\frac{4}{3}\right)$.

B. $N\left(-1; \frac{4}{3}\right)$.

C. $P\left(1; \frac{3}{4}\right)$.

D. $Q\left(-1; -\frac{3}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } f(x; y) = 51x - 30y + 11 \longrightarrow \begin{cases} f(M) = f\left(-1; -\frac{4}{3}\right) = 0 \rightarrow M \in d \\ f(N) = f\left(-1; \frac{4}{3}\right) = -80 \neq 0 \rightarrow N \notin d \\ f(P) \neq 0 \\ f(Q) \neq 0 \end{cases}$$

Câu 129: Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$?

A. $M(2; -1)$.

B. $N(-7; 0)$.

C. $P(3; 5)$.

D. $Q(3; 2)$.

Lời giải

Chọn D.

$$M(2; -1) \xrightarrow{x=2, y=-1 \rightarrow d} \begin{cases} 2 = 1 + 2t \\ -1 = 3 - t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \\ t = 4 \end{cases} (VN) \rightarrow M \notin d.$$

$$N(-7; 0) \xrightarrow{x=-7, y=0 \rightarrow d} \begin{cases} -7 = 1 + 2t \\ 0 = 3 - t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4 \\ t = 3 \end{cases} (VN) \rightarrow N \notin d.$$

$$P(3; 5) \xrightarrow{x=3, y=5 \rightarrow d} \begin{cases} 3 = 1 + 2t \\ 5 = 3 - t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases} (VN) \rightarrow P \notin d.$$

$$Q(3; 2) \xrightarrow{x=3, y=2 \in d} \begin{cases} 3 = 1 + 2t \\ 2 = 3 - t \end{cases} \Leftrightarrow t = 1 \rightarrow Q \in d.$$

Câu 130: Đường thẳng $12x - 7y + 5 = 0$ không đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(1; 1)$.

B. $N(-1; -1)$.

C. $P\left(-\frac{5}{12}; 0\right)$.

D. $Q\left(1; \frac{17}{7}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $12x - 7y + 5 = 0$.

$$\text{Đặt } f(x; y) = 12x - 7y + 5 \longrightarrow \begin{cases} f(M(1; 1)) = 10 \neq 0 \rightarrow M \notin d \\ f(N(-1; -1)) = 0 \rightarrow N \in d \\ f(P) = 0, f(Q) = 0 \end{cases}.$$

Câu 131: Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - 5t \end{cases}$?

- A. $M(-1; 3)$. B. $N(1; -2)$. C. $P(3; 1)$. D. $Q(-3; 8)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Gọi } d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - 5t \end{cases}. M(-1; 3) \xrightarrow{x=-1, y=3 \rightarrow d} \begin{cases} -1 = -1 + 2t \\ 3 = 3 - 5t \end{cases} \Leftrightarrow t = 0 \rightarrow M \in d.$$

$$N(1; -2) \xrightarrow{x=1, y=-2 \rightarrow d} \begin{cases} 1 = -1 + 2t \\ -2 = 3 - 5t \end{cases} \Leftrightarrow t = 1 \rightarrow N \in d.$$

$$P(3; 1) \xrightarrow{x=3, y=1 \rightarrow d} \begin{cases} 3 = -1 + 2t \\ 1 = 3 - 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{2}{5} \end{cases} \rightarrow P \notin d.$$

$$Q(-3; 8) \xrightarrow{x=-3, y=8 \rightarrow d} \begin{cases} -3 = -1 + 2t \\ 8 = 3 - 5t \end{cases} \Leftrightarrow t = -1 \rightarrow Q \in d.$$

Câu 132: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng

$$d_1: 2x - y - 10 = 0 \text{ và } d_2: x - 3y + 9 = 0.$$

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 135° .

Lời giải

Chọn B.

Ta có

$$\begin{cases} d_1: 2x - y - 10 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (2; -1) \\ d_2: x - 3y + 9 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (1; -3) \end{cases} \xrightarrow{\varphi = (d_1; d_2)} \cos \varphi = \frac{|2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-3)|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow \varphi = 45^\circ.$$

Câu 133: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng

$$d_1: 7x - 3y + 6 = 0 \text{ và } d_2: 2x - 5y - 4 = 0.$$

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{3\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$\begin{cases} d_1 : 7x - 3y + 6 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (7; -3) \\ d_2 : 2x - 5y - 4 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (2; -5) \end{cases} \xrightarrow{\varphi = (d_1; d_2)} \cos \varphi = \frac{|14 + 15|}{\sqrt{49 + 9} \cdot \sqrt{4 + 25}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 134: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1 : 2x + 2\sqrt{3}y + 5 = 0$ và $d_2 : y - 6 = 0$.

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$\begin{cases} d_1 : 2x + 2\sqrt{3}y + 5 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (1; \sqrt{3}) \\ d_2 : y - 6 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (0; 1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi = (d_1; d_2)} \cos \varphi = \frac{|\sqrt{3}|}{\sqrt{1+3} \cdot \sqrt{0+1}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \varphi = 30^\circ.$$

Câu 135: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1 : x + \sqrt{3}y = 0$ và $d_2 : x + 10 = 0$.

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} d_1 : x + \sqrt{3}y = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (1; \sqrt{3}) \\ d_2 : x + 10 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (1; 0) \end{cases} \xrightarrow{\varphi = (d_1; d_2)} \cos \varphi = \frac{|1+0|}{\sqrt{1+3} \cdot \sqrt{1+0}} = \frac{1}{2} \rightarrow \varphi = 60^\circ.$$

Câu 136: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng

$$d_1 : 6x - 5y + 15 = 0 \text{ và } d_2 : \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}.$$

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{cases} d_1 : 6x - 5y + 15 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (6; -5) \\ d_2 : \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_2 = (5; 6) \end{cases} \rightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \xrightarrow{\varphi = (d_1; d_2)} \varphi = 90^\circ.$$

Câu 137: Cho đường thẳng $d_1 : x + 2y - 7 = 0$ và $d_2 : 2x - 4y + 9 = 0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $-\frac{3}{5}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} d_1 : x + 2y - 7 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (1; 2) \\ d_2 : 2x - 4y + 9 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (1; -2) \end{cases} \xrightarrow{\varphi = (d_1; d_2)} \cos \varphi = \frac{|1-4|}{\sqrt{1+4} \cdot \sqrt{1+4}} = \frac{3}{5}.$$

Câu 138: Cho đường thẳng $d_1 : x + 2y - 2 = 0$ và $d_2 : x - y = 0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} d_1 : x + 2y - 2 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (1; 2) \\ d_2 : x - y = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (1; -1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi = (d_1; d_2)} \cos \varphi = \frac{|1 - 2|}{\sqrt{1 + 4} \cdot \sqrt{1 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Câu 139: Cho đường thẳng $d_1 : 10x + 5y - 1 = 0$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

- A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{3}{10}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} d_1 : 10x + 5y - 1 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (2; 1) \\ d_2 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_2 = (1; 1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi = (d_1; d_2)} \cos \varphi = \frac{|2 + 1|}{\sqrt{4 + 1} \cdot \sqrt{1 + 1}} = \frac{3}{\sqrt{10}}.$$

Câu 140: Cho đường thẳng $d_1 : 3x + 4y + 1 = 0$ và $d_2 : \begin{cases} x = 15 + 12t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$.

Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

- A. $\frac{56}{65}$. B. $-\frac{33}{65}$. C. $\frac{6}{65}$. D. $\frac{33}{65}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{cases} d_1 : 3x + 4y + 1 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (3; 4) \\ d_2 : \begin{cases} x = 15 + 12t \\ y = 1 + 5t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_2 = (5; -12) \end{cases} \xrightarrow{\varphi = (d_1; d_2)} \cos \varphi = \frac{|15 - 48|}{\sqrt{9 + 16} \cdot \sqrt{25 + 144}} = \frac{33}{65}.$$

Câu 141: Cho đường thẳng $d_1 : 2x + 3y + m^2 - 1 = 0$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2m - 1 + t \\ y = m^4 - 1 + 3t \end{cases}$.

Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

- A. $\frac{3}{\sqrt{130}}$. B. $\frac{2}{5\sqrt{5}}$. C. $\frac{3}{\sqrt{5}}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} d_1 : 2x + 3y + m^2 - 1 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (2; 3) \\ d_2 : \begin{cases} x = 2m - 1 + t \\ y = m^4 - 1 + 3t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_2 = (3; -1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi = (d_1; d_2)} \cos \varphi = \frac{|6 - 3|}{\sqrt{4 + 9} \cdot \sqrt{9 + 1}} = \frac{3}{\sqrt{130}}.$$

Câu 142: Cho hai đường thẳng $d_1 : 3x + 4y + 12 = 0$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2 + at \\ y = 1 - 2t \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số a để d_1 và d_2 hợp với nhau một góc bằng 45° .

A. $a = \frac{2}{7}$ hoặc $a = -14$. **B.** $a = \frac{7}{2}$ hoặc $a = 3$. **C.** $a = 5$ hoặc $a = -14$. **D.** $a = \frac{2}{7}$ hoặc $a = 5$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$\begin{cases} d_1 : 3x + 4y + 12 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (3; 4) \\ d_2 : \begin{cases} x = 2 + at \\ y = 1 - 2t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_2 = (2; a) \end{cases} \xrightarrow{\varphi = (d_1; d_2) = 45^\circ} \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ = \cos \varphi = \frac{|6 + 4a|}{\sqrt{25} \cdot \sqrt{a^2 + 4}}$$

$$\Leftrightarrow 25(a^2 + 4) = 8(4a^2 + 12a + 9) \Leftrightarrow 7a^2 + 96a - 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -14 \\ a = \frac{2}{7} \end{cases}.$$

Câu 143: Đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1 : 2x + y - 3 = 0$ và $d_2 : x - 2y + 1 = 0$ đồng thời tạo với đường thẳng $d_3 : y - 1 = 0$ một góc 45° có phương trình:

A. $\Delta : 2x + y = 0$ hoặc $\Delta : x - y - 1 = 0$. **B.** $\Delta : x + 2y = 0$ hoặc $\Delta : x - 4y = 0$.
C. $\Delta : x - y = 0$ hoặc $\Delta : x + y - 2 = 0$. **D.** $\Delta : 2x + 1 = 0$ hoặc $\Delta : x - 3y = 0$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} d_1 : 2x + y - 3 = 0 \\ d_2 : x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A(1; 1) \in \Delta.$$

Ta có $d_3 : y - 1 = 0 \rightarrow \vec{n}_3 = (0; 1)$, gọi $\vec{n}_\Delta = (a; b)$, $\varphi = (\Delta; d_3)$. Khi đó

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos \varphi = \frac{|b|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{0 + 1}} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2b^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \rightarrow a = b = 1 \rightarrow \Delta : x + y - 2 = 0 \\ a = -b \rightarrow a = 1, b = -1 \rightarrow \Delta : x - y = 0 \end{cases}$$

Câu 144: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm $A(2; 0)$ và tạo với trục hoành một góc 45° ?

A. Có duy nhất. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn B.

Cho đường thẳng d và một điểm A . Khi đó.

(i) Có duy nhất một đường thẳng đi qua A song song hoặc trùng hoặc vuông góc với d .

(ii) Có đúng hai đường thẳng đi qua A và tạo với d một góc $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Câu 145: Đường thẳng Δ tạo với đường thẳng $d: x + 2y - 6 = 0$ một góc 45° . Tìm hệ số góc k của đường thẳng Δ .

A. $k = \frac{1}{3}$ hoặc $k = -3$. **B.** $k = \frac{1}{3}$ hoặc $k = 3$. **C.** $k = -\frac{1}{3}$ hoặc $k = -3$. **D.** $k = -\frac{1}{3}$ hoặc $k = 3$.

Lời giải**Chọn A.**

$d: x + 2y - 6 = 0 \rightarrow \vec{n}_d = (1; 2)$, gọi $\vec{n}_\Delta = (a; b) \rightarrow k_\Delta = -\frac{a}{b}$. Ta có

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ = \frac{|a + 2b|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{5}} \Leftrightarrow 5(a^2 + b^2) = 2a^2 + 8ab + 8b^2$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 - 8ab - 3b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3}b \rightarrow k_\Delta = \frac{1}{3} \\ a = 3b \rightarrow k_\Delta = -3 \end{cases}$$

Câu 146: Biết rằng có đúng hai giá trị của tham số k để đường thẳng $d: y = kx$ tạo với đường thẳng $\Delta: y = x$ một góc 60° . Tổng hai giá trị của k bằng:

A. -8 . **B.** -4 . **C.** -1 . **D.** -1 .

Lời giải**Chọn B.**

$$\begin{cases} d: y = kx \rightarrow \vec{n}_d = (k; -1) \\ \Delta: y = x \rightarrow \vec{n}_\Delta = (1; -1) \end{cases} \longrightarrow \frac{1}{2} = \cos 60^\circ = \frac{|k + 1|}{\sqrt{k^2 + 1} \cdot \sqrt{2}} \Leftrightarrow k^2 + 1 = 2k^2 + 4k + 2$$

$$\Leftrightarrow k^2 + 4k + 1 = 0 \xrightarrow{\text{sol: } k=k_1, k=k_2} k_1 + k_2 = -4.$$

Câu 147: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ và hai điểm $M(x_m; y_m)$, $N(x_n; y_n)$ không thuộc Δ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. M, N khác phía so với Δ khi $(ax_m + by_m + c) \cdot (ax_n + by_n + c) > 0$.

B. M, N cùng phía so với Δ khi $(ax_m + by_m + c) \cdot (ax_n + by_n + c) \geq 0$.

C. M, N khác phía so với Δ khi $(ax_m + by_m + c) \cdot (ax_n + by_n + c) \leq 0$.

D. M, N cùng phía so với Δ khi $(ax_m + by_m + c) \cdot (ax_n + by_n + c) > 0$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 148: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 3x + 4y - 5 = 0$ và hai điểm $A(1;3)$, $B(2;m)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để A và B nằm cùng phía đối với d .

- A. $m < 0$. B. $m > -\frac{1}{4}$. C. $m > -1$. D. $m = -\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B.

$A(1;3)$, $B(2;m)$ nằm cùng phía với $d: 3x + 4y - 5 = 0$ khi và chỉ khi

$$(3x_A + 4y_A - 5)(3x_B + 4y_B - 5) > 0 \Leftrightarrow 10(1 + 4m) > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{4}.$$

Câu 149: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 4x - 7y + m = 0$ và hai điểm $A(1;2)$, $B(-3;4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để d và đoạn thẳng AB có điểm chung.

- A. $10 \leq m \leq 40$. B. $\begin{cases} m > 40 \\ m < 10 \end{cases}$. C. $10 < m < 40$. D. $m < 10$.

Lời giải

Chọn A.

Đoạn thẳng AB và $d: 4x - 7y + m = 0$ có điểm chung khi và chỉ khi

$$(4x_A - 7y_A + m)(4x_B - 7y_B + m) \leq 0 \Leftrightarrow (m - 10)(m - 40) \leq 0 \Leftrightarrow 10 \leq m \leq 40.$$

Câu 150: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ và hai điểm $A(1;2)$, $B(-2;m)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để A và B nằm cùng phía đối với d .

- A. $m > 13$. B. $m \geq 13$. C. $m < 13$. D. $m = 13$.

Lời giải

Chọn C.

$d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases} \longrightarrow d: 3x + y - 7 = 0$. Khi đó điều kiện bài toán trở thành

$$(3x_A + y_A - 7)(3x_B + y_B - 7) > 0 \Leftrightarrow -2(m - 13) > 0 \Leftrightarrow m < 13.$$

Câu 151: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = m + 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$ và hai điểm $A(1;2)$, $B(-3;4)$. Tìm m để d cắt đoạn thẳng AB .

- A. $m < 3$. B. $m = 3$. C. $m > 3$. D. Không tồn tại m .

Lời giải

Chọn B.

$d: \begin{cases} x = m + 2t \\ y = 1 - t \end{cases} \rightarrow d: x + 2y - m - 2 = 0$. Đoạn thẳng AB cắt d khi và chỉ khi

$$(x_A + 2y_A - m - 2)(x_B + 2y_B - m - 2) \leq 0 \Leftrightarrow (3 - m)^2 \leq 0 \Leftrightarrow m = 3.$$

Câu 152: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3)$, $B(-2;4)$ và $C(-1;5)$. Đường thẳng $d: 2x - 3y + 6 = 0$ cắt cạnh nào của tam giác đã cho?

- A. Cạnh AC . B. Cạnh AB . C. Cạnh BC . D. Không cạnh nào.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Đặt } f(x; y) = 2x - 3y + 6 \longrightarrow \begin{cases} f(A(1;3)) = -1 < 0 \\ f(B(-2;4)) = -10 < 0 \\ f(C(-1;5)) = -11 < 0 \end{cases} \longrightarrow d \text{ không cắt cạnh nào của tam giác}$$

ABC .

Câu 153: Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi hai đường thẳng $\Delta_1: x + 2y - 3 = 0$ và $\Delta_2: 2x - y + 3 = 0$.

- A. $3x + y = 0$ và $x - 3y = 0$. B. $3x + y = 0$ và $x + 3y - 6 = 0$.
C. $3x + y = 0$ và $-x + 3y - 6 = 0$. D. $3x + y + 6 = 0$ và $x - 3y - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Điểm $M(x; y)$ thuộc đường phân giác của các góc tạo bởi $\Delta_1; \Delta_2$ khi và chỉ khi

$$d(M; \Delta_1) = d(M; \Delta_2) \Leftrightarrow \frac{|x + 2y - 3|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x - y + 3|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 0 \\ x - 3y + 6 = 0 \end{cases}$$

Câu 154: Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi đường thẳng $\Delta: x + y = 0$ và trục hoành.

- A. $(1 + \sqrt{2})x + y = 0$; $x - (1 - \sqrt{2})y = 0$. B. $(1 + \sqrt{2})x + y = 0$; $x + (1 - \sqrt{2})y = 0$.
C. $(1 + \sqrt{2})x - y = 0$; $x + (1 - \sqrt{2})y = 0$. D. $x + (1 + \sqrt{2})y = 0$; $x + (1 - \sqrt{2})y = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Điểm $M(x; y)$ thuộc đường phân giác của các góc tạo bởi $\Delta; Ox: y = 0$ khi và chỉ khi

$$d(M; \Delta) = d(M; Ox) \Leftrightarrow \frac{|x + y|}{\sqrt{2}} = \frac{|y|}{\sqrt{1}} \Leftrightarrow \begin{cases} x + (1 + \sqrt{2})y = 0 \\ x + (1 - \sqrt{2})y = 0 \end{cases}$$

Câu 155: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A\left(\frac{7}{4}; 3\right)$, $B(1;2)$ và $C(-4;3)$.

Phương trình đường phân giác trong của góc A là:

- A.** $4x + 2y - 13 = 0$. **B.** $4x - 8y + 17 = 0$. **C.** $4x - 2y - 1 = 0$. **D.** $4x + 8y - 31 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} A\left(\frac{7}{4}; 3\right), B(1; 2) \rightarrow AB: 4x - 3y + 2 = 0 \\ A\left(\frac{7}{4}; 3\right), C(-4; 3) \rightarrow AC: y - 3 = 0 \end{cases}.$$

Suy ra các đường phân giác góc A là:

$$\begin{aligned} \frac{|4x - 3y + 2|}{5} &= \frac{|y - 3|}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y - 13 = 0 \rightarrow f(x, y) = 4x + 2y - 13 \\ 4x - 8y + 17 = 0 \end{cases} \\ &\rightarrow \begin{cases} f(B(1; 2)) = -5 < 0 \\ f(C(-4; 3)) = -23 < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

suy ra đường phân giác trong góc A là $4x - 8y + 17 = 0$.

Câu 156: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 5)$, $B(-4; -5)$ và $C(4; -1)$.

Phương trình đường phân giác ngoài của góc A là:

- A.** $y + 5 = 0$. **B.** $y - 5 = 0$. **C.** $x + 1 = 0$. **D.** $x - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} A(1; 5), B(-4; -5) \rightarrow AB: 2x - y + 3 = 0 \\ A(1; 5), C(4; -1) \rightarrow AC: 2x + y - 7 = 0 \end{cases}.$$

Suy ra các đường phân giác góc A là:

$$\frac{|2x - y + 3|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x + y - 7|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \rightarrow f(x, y) = x - 1 \\ y - 5 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} f(B(-4; -5)) = -5 < 0 \\ f(C(4; -1)) = 3 > 0 \end{cases}$$

suy ra đường phân giác ngoài góc A là $y - 5 = 0$.

Câu 157: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: 3x - 4y - 3 = 0$ và $d_2: 12x + 5y - 12 = 0$. Phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

- A.** $3x + 11y - 3 = 0$. **B.** $11x - 3y - 11 = 0$. **C.** $3x - 11y - 3 = 0$. **D.** $11x + 3y - 11 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Các đường phân giác của các góc tạo bởi

$$d_1: 3x - 4y - 3 = 0 \text{ và } d_2: 12x + 5y - 12 = 0 \text{ là:}$$

$$\frac{|3x-4y-3|}{5} = \frac{|12x+5y-12|}{13} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+11y-3=0 \\ 11x-3y-11=0 \end{cases}$$

Gọi $I = d_1 \cap d_2 \rightarrow I(1;0)$; $d: 3x+11y-3=0 \rightarrow M(-10;3) \in d$,

Gọi H là hình chiếu của M lên d_1 .

Ta có: $IM = \sqrt{130}$, $MH = \frac{|-30-12-3|}{5} = 9$, suy ra

$$\sin \widehat{MIH} = \frac{MH}{IM} = \frac{9}{\sqrt{130}} \rightarrow \widehat{MIH} > 52^\circ \rightarrow 2\widehat{MIH} > 90^\circ.$$

Suy ra $d: 3x+11y-3=0$ là đường phân giác góc tù, suy ra đường phân giác góc nhọn là $11x-3y-11=0$.

Câu 158: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(x_0; y_0)$ và đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$.

Khoảng cách từ điểm M đến Δ được tính bằng công thức:

A. $d(M, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$

B. $d(M, \Delta) = \frac{ax_0 + by_0}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$

C. $d(M, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$

D. $d(M, \Delta) = \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$

Lời giải

Chọn C.

Câu 159: Khoảng cách từ điểm $M(-1;1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x-4y-3=0$ bằng:

A. $\frac{2}{5}.$

B. $2.$

C. $\frac{4}{5}.$

D. $\frac{4}{25}.$

Lời giải

Chọn B.

$$d(M; \Delta) = \frac{|-3-4-3|}{\sqrt{9+16}} = 2.$$

Câu 160: Khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $x-3y+4=0$ và $2x+3y-1=0$ đến đường thẳng $\Delta: 3x+y+4=0$ bằng:

A. $2\sqrt{10}.$

B. $\frac{3\sqrt{10}}{5}.$

C. $\frac{\sqrt{10}}{5}.$

D. $2.$

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} x-3y+4=0 \\ 2x+3y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases} \rightarrow A(-1;1) \rightarrow d(A; \Delta) = \frac{|-3+1+4|}{\sqrt{9+1}} = \frac{2}{\sqrt{10}}.$$

Câu 161: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(0;3)$ và $C(4;0)$. Chiều

cao của tam giác kẻ từ đỉnh A bằng:

A. $\frac{1}{5}$.

B. 3.

C. $\frac{1}{25}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} A(1;2) \\ B(0;3), C(4;0) \end{cases} \rightarrow BC: 3x+4y-12=0 \rightarrow h_A = d(A;BC) = \frac{|3+8-12|}{\sqrt{9+16}} = \frac{1}{5}.$$

Câu 162: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3;-4)$, $B(1;5)$ và $C(3;1)$. Tính diện tích tam giác ABC .

A. 10.

B. 5.

C. $\sqrt{26}$.

D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Cách 1: } \begin{cases} A(3;-4) \\ B(1;5), C(3;1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} BC = 2\sqrt{5} \\ BC: 2x+y-7=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} BC = 2\sqrt{5} \\ h_A = d(A;BC) = \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5.$$

$$\text{Cách 2: } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}.$$

Câu 163: Khoảng cách từ điểm $M(0;3)$ đến đường thẳng

$$\Delta: x \cos \alpha + y \sin \alpha + 3(2 - \sin \alpha) = 0 \text{ bằng:}$$

A. $\sqrt{6}$.

B. 6.

C. $3 \sin \alpha$.

D. $\frac{3}{\cos \alpha + \sin \alpha}$.

Lời giải

Chọn B.

$$d(M; \Delta) = \frac{|3 \sin \alpha + 3(2 - \sin \alpha)|}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}} = 6.$$

Câu 164: Khoảng cách từ điểm $M(2;0)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$ bằng:

A. 2.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{10}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\Delta: \begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \end{cases} \rightarrow \Delta: 4x-3y+2=0 \rightarrow d(M; \Delta) = \frac{|8+0+2|}{\sqrt{16+9}} = 2.$$

Câu 165: Khoảng cách nhỏ nhất từ điểm $M(15;1)$ đến một điểm bất kì thuộc đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x=2+3t \\ y=t \end{cases} \text{ bằng:}$$

A. $\sqrt{10}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

C. $\frac{16}{\sqrt{5}}$.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\Delta: \begin{cases} x=2+3t \\ y=t \end{cases} \rightarrow \Delta: x-3y-2=0 \xrightarrow{\forall N \in \Delta} MN_{\min} = d(M; \Delta) = \frac{|15-3-2|}{\sqrt{1+9}} = \sqrt{10}.$$

Câu 166: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(-1;2)$ đến đường thẳng

$$\Delta: mx + y - m + 4 = 0 \text{ bằng } 2\sqrt{5}.$$

A. $m = 2$.

B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}.$

C. $m = -\frac{1}{2}.$

D. Không tồn tại m .

Lời giải

Chọn B.

$$d(A; \Delta) = \frac{|-m+2-m+4|}{\sqrt{m^2+1}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |m-3| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow 4m^2+6m-4=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Câu 167: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x=t \\ y=2-t \end{cases} \text{ và } d_2: x-2y+m=0 \text{ đến gốc tọa độ bằng } 2.$$

A. $\begin{cases} m = -4 \\ m = 2 \end{cases}.$

B. $\begin{cases} m = -4 \\ m = -2 \end{cases}.$

C. $\begin{cases} m = 4 \\ m = 2 \end{cases}.$

D. $\begin{cases} m = 4 \\ m = -2 \end{cases}.$

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} d_1: \begin{cases} x=t \\ y=2-t \end{cases} \\ d_2: x-2y+m=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} d_1: x+y-2=0 \\ d_2: x-2y+m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4-m \\ y=m-2 \end{cases}$$

$$\rightarrow M(4-m; m-2) = d_1 \cap d_2.$$

$$\text{Khi đó: } OM = 2 \Leftrightarrow (4-m)^2 + (m-2)^2 = 4 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 4 \end{cases}.$$

Câu 168: Đường tròn (C) có tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 8x + 6y + 100 = 0$. Bán kính R của đường tròn (C) bằng:

- A. $R = 4$. B. $R = 6$. C. $R = 8$. D. $R = 10$.

Lời giải

Chọn D.

$$R = d(O; \Delta) = \frac{|100|}{\sqrt{64+36}} = 10.$$

Câu 169: Đường tròn (C) có tâm $I(-2;-2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 5x + 12y - 10 = 0$. Bán kính R của đường tròn (C) bằng:

- A. $R = \frac{44}{13}$. B. $R = \frac{24}{13}$. C. $R = 44$. D. $R = \frac{7}{13}$.

Lời giải

Chọn A.

$$R = d(I; \Delta) = \frac{|-10 - 24 - 10|}{\sqrt{25+144}} = \frac{44}{13}.$$

Câu 170: Với giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$?

- A. $m = 1$. B. $m = 0$. C. $m = \sqrt{2}$. D. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

(Δ) tiếp xúc đường tròn

$$(C): x^2 + y^2 = 1: \begin{cases} I = O(0;0) \\ R = 1 \end{cases} \Leftrightarrow d(I; \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|m|}{\sqrt{1}} = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Câu 171: Cho đường thẳng $d: 21x - 11y - 10 = 0$. Trong các điểm $M(21;-3)$, $N(0;4)$, $P(-19;5)$ và $Q(1;5)$ điểm nào gần đường thẳng d nhất?

- A. M . B. N . C. P . D. Q .

Lời giải

Chọn D.

$$f(x; y) = |21x - 11y - 10| \rightarrow \begin{cases} f(M(21; -3)) = 464 \\ f(N(0; 4)) = 54 \\ f(P(-19; 5)) = 464 \\ f(Q(1; 5)) = 44 \end{cases}.$$

Câu 172: Cho đường thẳng $d: 7x + 10y - 15 = 0$. Trong các điểm $M(1; -3)$, $N(0; 4)$, $P(-19; 5)$ và $Q(1; 5)$ điểm nào cách xa đường thẳng d nhất?

- A.** M . **B.** N . **C.** P . **D.** Q .

Lời giải

Chọn C.

$$f(x; y) = |7x + 10y - 15| \rightarrow \begin{cases} f(M(1; -3)) = 38 \\ f(N(0; 4)) = 25 \\ f(P(-19; 5)) = 98 \\ f(Q(1; 5)) = 42 \end{cases}.$$

Câu 173: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 3)$ và $B(1; 4)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều hai điểm A và B ?

- A.** $x - y + 2 = 0$. **B.** $x + 2y = 0$. **C.** $2x - 2y + 10 = 0$. **D.** $x - y + 100 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng cách đều hai điểm A, B thì đường thẳng đó hoặc song song (hoặc trùng) với AB , hoặc đi qua trung điểm I của đoạn AB .

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} A(2; 3) \\ B(1; 4) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right) \\ \overrightarrow{AB} = (-1; 1) \rightarrow \vec{n}_{AB} = (1; 1) \end{cases} \rightarrow AB \parallel d: x - y - 2 = 0.$$

Câu 174: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(0; 1)$, $B(12; 5)$ và $C(-3; 0)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều ba điểm A , B và C .

- A.** $x - 3y + 4 = 0$. **B.** $-x + y + 10 = 0$. **C.** $x + y = 0$. **D.** $5x - y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Để thấy ba điểm A, B, C thẳng hàng nên đường thẳng cách đều A, B, C khi và chỉ khi chúng song song hoặc trùng với AB .

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (12; 4) \rightarrow \vec{n}_{AB} = (1; -3) \rightarrow AB \parallel d: x - 3y + 4 = 0.$$

Câu 175: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 1)$, $B(-2; 4)$ và đường thẳng $\Delta: mx - y + 3 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A, B .

A. $\begin{cases} m=1 \\ m=-2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m=-1 \\ m=2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m=-1 \\ m=1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m=2 \\ m=-2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi I là trung điểm đoạn $AB \rightarrow \begin{cases} I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right) \\ \overrightarrow{AB} = (-3; 3) \rightarrow \vec{n}_{AB} = (1; 1) \end{cases}$.

Khi đó: $\Delta: mx - y + 3 = 0$ ($\vec{n}_{\Delta} = (m; -1)$) cách đều A, B

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I \in \Delta \\ \frac{m}{1} = \frac{-1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{m}{2} - \frac{5}{2} + 3 = 0 \\ m = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-1 \end{cases}.$$

Câu 176: Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song

$\Delta_1: 6x - 8y + 3 = 0$ và $\Delta_2: 3x - 4y - 6 = 0$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} A(2; 0) \in \Delta_2 \\ \Delta_2 \parallel \Delta_1: 6x - 8y + 3 = 0 \end{cases} \rightarrow d(\Delta_1; \Delta_2) = d(A; \Delta_1) = \frac{|12 + 3|}{\sqrt{100}} = \frac{3}{2}.$$

Câu 177: Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d: 7x + y - 3 = 0$ và $\Delta: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 2 - 7t \end{cases}$.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. 15.

C. 9.

D. $\frac{9}{\sqrt{50}}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} A(-2; 2) \in \Delta, \vec{n}_{\Delta} = (7; 1) \\ d: 7x + y - 3 = 0 \rightarrow \vec{n}_d = (7; 1) \end{cases}$$

$$\rightarrow \Delta \uparrow d \rightarrow d(d; \Delta) = d(A; d) = \frac{|-14 + 2 - 3|}{\sqrt{50}} = \frac{3}{\sqrt{2}}.$$

Câu 178: Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song

$d_1: 6x - 8y - 101 = 0$ và $d_2: 3x - 4y = 0$ bằng:

A. 10,1.

B. 1,01.

C. 101.

D. $\sqrt{101}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} A(4;3) \in d_2 \\ d_2 \parallel d_1 : 6x - 8y - 101 = 0 \end{cases} \rightarrow d(d_1; d_2) = \frac{|24 - 24 - 101|}{\sqrt{100}} = \frac{101}{10} = 10,1.$$

Câu 179: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;1)$, $B(4;-3)$ và đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$. Tìm điểm M thuộc d có tọa độ nguyên và thỏa mãn khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 6.

- A. $M(3;7)$. B. $M(7;3)$. C. $M(-43;-27)$. D. $M\left(3; -\frac{27}{11}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} M \in d : x - 2y - 1 = 0 \rightarrow M(2m+1; m), m \in \mathbb{Z} \\ AB : 4x + 3y - 7 = 0 \end{cases} \text{ . Khi đó}$$

$$6 = d(M; AB) = \frac{|8m + 4 + 3m - 7|}{5} \Leftrightarrow |11m - 3| = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = \frac{27}{11} \end{cases} (1) \rightarrow M(7;3).$$

Câu 180: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(0;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$. Tìm điểm M thuộc d và cách A một khoảng bằng 5, biết M có hoành độ âm.

- A. $M(4;4)$. B. $M\left(-4; 4\right)$. C. $M\left(-\frac{24}{5}; -\frac{2}{5}\right)$. D. $M(-4;4)$.

Lời giải

Chọn C.

$$M \in d : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases} \rightarrow M(2 + 2t; 3 + t) \text{ với } 2 + 2t < 0 \Leftrightarrow t < -1. \text{ Khi đó}$$

$$5 = AM \Leftrightarrow (2t + 2)^2 + (t + 2)^2 = 25 \Leftrightarrow 5t^2 + 12t - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (l)} \\ t = -\frac{17}{5} \end{cases} \rightarrow M\left(-\frac{24}{5}; -\frac{2}{5}\right).$$

Câu 181: Biết rằng có đúng hai điểm thuộc trục hoành và cách đường thẳng $\Delta: 2x - y + 5 = 0$ một khoảng bằng $2\sqrt{5}$. Tích hoành độ của hai điểm đó bằng:

- A. $-\frac{75}{4}$. B. $-\frac{25}{4}$. C. $-\frac{225}{4}$. D. Đáp số khác.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $M(x;0) \in Ox$ thì hoành độ của hai điểm đó là nghiệm của phương trình:

$$d(M; \Delta) = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|2x+5|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} = x_1 \\ x = -\frac{15}{2} = x_2 \end{cases} \longrightarrow x_1 \cdot x_2 = -\frac{75}{4}.$$

Câu 182: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; -1)$ và $B(0; 3)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 1.

A. $\begin{bmatrix} M\left(\frac{7}{2}; 0\right) \\ M(1; 0) \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} M\left(\frac{14}{3}; 0\right) \\ M\left(\frac{4}{3}; 0\right) \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} M\left(-\frac{7}{2}; 0\right) \\ M(-1; 0) \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} M\left(-\frac{14}{3}; 0\right) \\ M\left(-\frac{4}{3}; 0\right) \end{bmatrix}$

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} M(x; 0) \\ AB: 4x + 3y - 9 = 0 \end{cases} \rightarrow 1 = d(M; AB) = \frac{|4x - 9|}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \rightarrow M\left(\frac{7}{2}; 0\right) \\ x = 1 \rightarrow M(1; 0) \end{cases}$$

Câu 183: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; 0)$ và $B(0; -4)$. Tìm điểm M thuộc trục tung sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6.

A. $\begin{bmatrix} M(0; 0) \\ M(0; -8) \end{bmatrix}$ B. $M(0; -8)$ C. $M(6; 0)$ D. $\begin{bmatrix} M(0; 0) \\ M(0; 6) \end{bmatrix}$

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$\begin{cases} AB: 4x - 3y - 12 = 0 \\ AB = 5 \\ M(0; y) \rightarrow h_M = d(M; AB) = \frac{|3y + 12|}{5} \end{cases} \rightarrow 6 = S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{|3y + 12|}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \rightarrow M(0; 0) \\ y = -8 \rightarrow M(0; -8) \end{cases}$$

Câu 184: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: 3x - 2y - 6 = 0$ và $\Delta_2: 3x - 2y + 3 = 0$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho M cách đều hai đường thẳng đã cho.

A. $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$ B. $M\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ C. $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ D. $M(\sqrt{2}; 0)$

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} M(x; 0) \\ d(M; \Delta_1) = d(M; \Delta_2) \end{cases} \rightarrow \frac{|3x - 6|}{\sqrt{13}} = \frac{|3x + 3|}{\sqrt{13}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \rightarrow M\left(\frac{1}{2}; 0\right).$$

Câu 185: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2; 2)$, $B(4; -6)$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$. Tìm điểm M thuộc d sao cho M cách đều hai điểm A, B .

- A. $M(3;7)$. B. $M(-3;-5)$. C. $M(2;5)$. D. $M(-2;-3)$

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{cases} M \in d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 2t \end{cases} \rightarrow M(t; 1 + 2t) \rightarrow (t+2)^2 + (2t-1)^2 = (t-4)^2 + (2t+7)^2 \\ MA = MB \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 20t + 60 = 0 \Leftrightarrow t = -3 \rightarrow M(-3; -5).$$

Câu 186: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;2)$, $B(-3;2)$ và đường thẳng $d: 2x - y + 3 = 0$. Tìm điểm C thuộc d sao cho tam giác ABC cân tại C .

- A. $C(-2;-1)$. B. $C(-\frac{3}{2};0)$. C. $C(-1;1)$. D. $C(0;3)$

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} M \in d: 2x - y + 3 = 0 \rightarrow M(m; 2m+3) \rightarrow (m+1)^2 + (2m+1)^2 = (m+3)^2 + (2m+1)^2 \\ MA = MB \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m = -2 \rightarrow M(-2; -1).$$

Câu 187: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2)$, $B(0;3)$ và đường thẳng $d: y = 2$. Tìm điểm C thuộc d sao cho tam giác ABC cân tại B .

- A. $C(1;2)$. B. $C(4;2)$. C. $\begin{bmatrix} C(1;2) \\ C(-1;2) \end{bmatrix}$. D. $C(-1;2)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} C \in d: y = 2 \rightarrow C(c;2) \rightarrow 2 = c^2 + 1 \Leftrightarrow c = \pm 1 \rightarrow \begin{bmatrix} C(1;2) \\ C(-1;2) \end{bmatrix} \\ BA = BC \end{cases}$$

Câu 188: Đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$ và cách d một khoảng bằng 1 có phương trình:

- A. $3x - 4y + 6 = 0$ hoặc $3x - 4y - 4 = 0$.
 B. $3x - 4y - 6 = 0$ hoặc $3x - 4y + 4 = 0$.
 C. $3x - 4y + 6 = 0$ hoặc $3x - 4y + 4 = 0$.
 D. $3x - 4y - 6 = 0$ hoặc $3x - 4y - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} d: 3x - 4y + 1 = 0 \rightarrow M(1;1) \in d \\ \Delta \parallel d \rightarrow \Delta: 3x - 4y + c = 0 \end{cases} \rightarrow 1 = d(d; \Delta) = d(M; \Delta) = \frac{|c-1|}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -4 \\ c = 6 \end{cases}.$$

Câu 189: Tập hợp các điểm cách đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 2 = 0$ một khoảng bằng 2 là hai đường thẳng có phương trình nào sau đây?

A. $3x - 4y + 8 = 0$ hoặc $3x - 4y + 12 = 0$.

B. $3x - 4y - 8 = 0$ hoặc $3x - 4y + 12 = 0$.

C. $3x - 4y - 8 = 0$ hoặc $3x - 4y - 12 = 0$.

D. $3x - 4y + 8 = 0$ hoặc $3x - 4y - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$d(M(x; y); \Delta) = 2 \Leftrightarrow \frac{|3x - 4y + 2|}{5} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4y + 12 = 0 \\ 3x - 4y - 8 = 0 \end{cases}.$$

Câu 190: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: 5x + 3y - 3 = 0$ và $d_2: 5x + 3y + 7 = 0$ song song nhau. Đường thẳng vừa song song và cách đều với d_1, d_2 là:

A. $5x + 3y - 2 = 0$.

B. $5x + 3y + 4 = 0$.

C. $5x + 3y + 2 = 0$.

D. $5x + 3y - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

$$d(M(x; y); d_1) = d(M(x; y); d_2) \Leftrightarrow \frac{|5x + 3y - 3|}{\sqrt{34}} = \frac{|5x + 3y + 7|}{\sqrt{34}} \Leftrightarrow 5x + 3y + 2 = 0.$$

BÀI 2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. Phương trình đường tròn có tâm và bán kính cho trước

Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn (C) tâm $I(a;b)$, bán kính R có phương trình:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2.$$

Chú ý. Phương trình đường tròn có tâm là gốc tọa độ O và bán kính R là $x^2 + y^2 = R^2$.

2. Nhận xét

- Phương trình đường tròn $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ có thể viết dưới dạng

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

trong đó $c = a^2 + b^2 - R^2$.

- Phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình của đường tròn (C) khi $a^2 + b^2 - c > 0$. Khi đó, đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

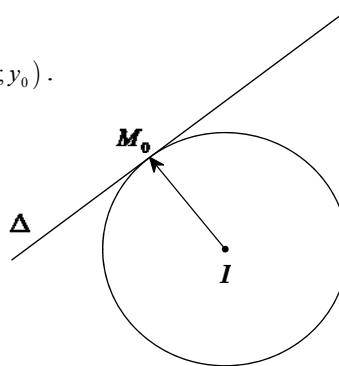
3. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Cho đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$ và bán kính R .

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến với (C) tại điểm $M_0(x_0;y_0)$.

Ta có

- $M_0(x_0;y_0)$ thuộc Δ .
- $\overrightarrow{IM_0} = (x_0 - a; y_0 - b)$ là vector pháp tuyến của Δ .



Do đó Δ có phương trình là

$$(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0.$$

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1: nhận dạng phương trình đường tròn. Tìm tâm và bán kính đường tròn.

1. Phương pháp giải.

Cách 1: + Đưa phương trình về dạng: $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (1)

+ Xét dấu biểu thức $P = a^2 + b^2 - c$

Nếu $P > 0$ thì (1) là phương trình đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$ và bán kính

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$$

Nếu $P \leq 0$ thì (1) không phải là phương trình đường tròn.

Cách 2: Đưa phương trình về dạng: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = P$ (2).

Nếu $P > 0$ thì (2) là phương trình đường tròn có tâm $I(a; b)$ và bán kính $R = \sqrt{P}$

Nếu $P \leq 0$ thì (2) không phải là phương trình đường tròn.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Trong các phương trình sau, phương trình nào biểu diễn đường tròn? Tìm tâm và bán kính nếu có.

a) $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0$ (1)

b) $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0$ (2)

c) $2x^2 + 2y^2 - 6x - 4y - 1 = 0$ (3)

d) $2x^2 + y^2 + 2x - 3y + 9 = 0$ (4)

Lời giải:

a) Phương trình (1) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với $a = -1$; $b = 2$; $c = 9$

Ta có $a^2 + b^2 - c = 1 + 4 - 9 < 0$

Vậy phương trình (1) không phải là phương trình đường tròn.

b) Ta có: $a^2 + b^2 - c = 9 + 4 - 13 = 0$

Suy ra phương trình (2) không phải là phương trình đường tròn.

c) Ta có: $(3) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 3x - 2y - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y - 1)^2 = \frac{5}{2}$

Vậy phương trình (3) là phương trình đường tròn tâm $I\left(\frac{3}{2}; 1\right)$ bán kính $R = \frac{\sqrt{10}}{2}$

d) Phương trình (4) không phải là phương trình đường tròn vì hệ số của x^2 và y^2 khác nhau.

Ví dụ 2: Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m - 2)y + 6 - m = 0$ (1)

a) Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình đường tròn.

b) Nếu (1) là phương trình đường tròn hãy tìm tọa độ tâm và bán kính theo m

Lời giải:

a) Phương trình (1) là phương trình đường tròn khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0$

Với $a = m$; $b = 2(m - 2)$; $c = 6 - m$

$$\text{Hay } m^2 + 4(m-2)^2 - 6 + m > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \end{cases}$$

b) Với điều kiện trên thì đường tròn có tâm $I(m; 2(m-2))$ và bán kính:

$$R = \sqrt{5m^2 - 15m + 10}$$

Ví dụ 3: Cho phương trình đường cong $(C_m): x^2 + y^2 + (m+2)x - (m+4)y + m + 1 = 0$ (2)

a) Chứng minh rằng (2) là phương trình một đường tròn

b) Tìm tập hợp tâm các đường tròn khi m thay đổi

c) Chứng minh rằng khi m thay đổi họ các đường tròn (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định.

Lời giải:

$$\text{a) Ta có } a^2 + b^2 - c = \left(\frac{m+2}{2}\right)^2 + \left(-\frac{m+4}{2}\right)^2 - m - 1 = \frac{(m+2)^2 + 4}{2} > 0$$

Suy ra (2) là phương trình đường tròn với mọi m

$$\text{b) Đường tròn có tâm I: } \begin{cases} x_I = -\frac{m+2}{2} \\ y_I = \frac{m+4}{2} \end{cases} \text{ suy ra } x_I + y_I - 1 = 0$$

Vậy tập hợp tâm các đường tròn là đường thẳng $\Delta: x + y - 1 = 0$

c) Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà họ (C_m) luôn đi qua.

$$\text{Khi đó ta có: } x_o^2 + y_o^2 + (m+2)x_o - (m+4)y_o + m + 1 = 0, \forall m$$

$$\Leftrightarrow (x_o - y_o - 1)m + x_o^2 + y_o^2 + 2x_o - 4y_o + 1 = 0, \forall m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_o - y_o + 1 = 0 \\ x_o^2 + y_o^2 + 2x_o - 4y_o + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_o = -1 \\ y_o = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_o = 1 \\ y_o = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm cố định mà họ (C_m) luôn đi qua với mọi m là $M_1(-1; 0)$ và $M_2(1; 2)$

Dạng 2: Viết Phương Trình Đường Tròn

1. Phương pháp giải.

Cách 1: + Tìm tọa độ tâm $I(a; b)$ của đường tròn (C)

+ Tìm bán kính R của đường tròn (C)

+ Viết phương trình của (C) theo dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$.

Cách 2: Giả sử phương trình đường tròn (C) là: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (Hoặc $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$).

- + Từ điều kiện của đề bài thành lập hệ phương trình với ba ẩn là a, b, c.
- + Giải hệ để tìm a, b, c từ đó tìm được phương trình đường tròn (C).

Chú ý:

$$* A \in (C) \Leftrightarrow IA = R$$

$$* (C) \text{ tiếp xúc với đường thẳng } \Delta \text{ tại } A \Leftrightarrow IA = d(I; \Delta) = R$$

$$* (C) \text{ tiếp xúc với hai đường thẳng } \Delta_1 \text{ và } \Delta_2 \Leftrightarrow d(I; \Delta_1) = d(I; \Delta_2) = R$$

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1 : Viết phương trình đường tròn trong mỗi trường hợp sau:

- Có tâm $I(1; -5)$ và đi qua $O(0; 0)$.
- Nhận AB làm đường kính với $A(1; 1)$, $B(7; 5)$.
- Đi qua ba điểm: $M(-2; 4)$, $N(5; 5)$, $P(6; -2)$

Lời giải:

a) Đường tròn cần tìm có bán kính là $OI = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26}$ nên có phương trình là

$$(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = 26$$

b) Gọi I là trung điểm của đoạn AB suy ra $I(4; 3)$

$$AI = \sqrt{(4 - 1)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{13}$$

Đường tròn cần tìm có đường kính là AB suy ra nó nhận $I(4; 3)$ làm tâm và bán kính

$$R = AI = \sqrt{13} \text{ nên có phương trình là } (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 13$$

c) Gọi phương trình đường tròn (C) có dạng là: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Do đường tròn đi qua ba điểm M, N, P nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4 + 16 + 4a - 8b + c = 0 \\ 25 + 25 - 10a - 10b + c = 0 \\ 36 + 4 - 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -20 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$

Nhận xét: Đối với ý c) ta có thể làm theo cách sau

Gọi $I(x; y)$ và R là tâm và bán kính đường tròn cần tìm

$$\text{Vì } IM = IN = IP \Leftrightarrow \begin{cases} IM^2 = IN^2 \\ IM^2 = IP^2 \end{cases} \text{ nên ta có hệ}$$

$$\begin{cases} (x+2)^2 + (y-4)^2 = (x-5)^2 + (y-5)^2 \\ (x+2)^2 + (y-4)^2 = (x-6)^2 + (y+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ví dụ 2: Viết phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a) (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta : x - 2y + 7 = 0$

b) (C) đi qua $A(2;-1)$ và tiếp xúc với hai trục toạ độ Ox và Oy

c) (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d : x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1 : 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2 : 4x - 3y - 5 = 0$

Lời giải:

a) Bán kính đường tròn (C) chính là khoảng cách từ I tới đường thẳng Δ nên

$$R = d(I; \Delta) = \frac{|-1 - 4 - 7|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là : $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{5}$

b) Vì điểm A nằm ở góc phần tư thứ tư và đường tròn tiếp xúc với hai trục toạ độ nên tâm của đường tròn có dạng $I(R; -R)$ trong đó R là bán kính đường tròn (C).

$$\text{Ta có: } R^2 = IA^2 \Leftrightarrow R^2 = (2 - R)^2 + (-1 + R)^2 \Leftrightarrow R^2 - 6R + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} R = 1 \\ R = 5 \end{cases}$$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn đầu bài là: $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$ và

$$(x-5)^2 + (y+5)^2 = 25$$

c) Vì đường tròn cần tìm có tâm K nằm trên đường thẳng d nên gọi $K(6a+10; a)$

Mặt khác đường tròn tiếp xúc với d_1, d_2 nên khoảng cách từ tâm I đến hai đường thẳng này bằng nhau và bằng bán kính R suy ra

$$\frac{|3(6a+10) + 4a + 5|}{5} = \frac{|4(6a+10) - 3a - 5|}{5} \Leftrightarrow |22a + 35| = |21a + 35| \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \frac{-70}{43} \end{cases}$$

- Với $a = 0$ thì $K(10;0)$ và $R = 7$ suy ra (C) : $(x-10)^2 + y^2 = 49$

- Với $a = \frac{-70}{43}$ thì $K(\frac{10}{43}; \frac{-70}{43})$ và $R = \frac{7}{43}$ suy ra (C) : $\left(x - \frac{10}{43}\right)^2 + \left(y + \frac{70}{43}\right)^2 = \left(\frac{7}{43}\right)^2$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn có phương trình là

$$(C): (x-10)^2 + y^2 = 49 \text{ và } (C): \left(x - \frac{10}{43}\right)^2 + \left(y + \frac{70}{43}\right)^2 = \left(\frac{7}{43}\right)^2$$

Ví dụ 3: Cho hai điểm $A(8;0)$ và $B(0;6)$.

a) Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB

b) Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB

Lời giải:

a) Ta có tam giác OAB vuông ở O nên tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm của cạnh huyền AB suy ra $I(4;3)$ và Bán kính $R = IA = \sqrt{(8-4)^2 + (0-3)^2} = 5$

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là: $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$

b) Ta có $OA = 8$; $OB = 6$; $AB = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

Mặt khác $\frac{1}{2}OA.OB = pr$ (vì cùng bằng diện tích tam giác ABC)

$$\text{Suy ra } r = \frac{OA.OB}{OA + OB + AB} = 2$$

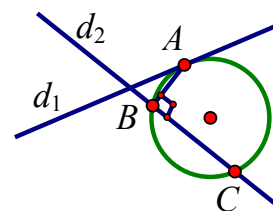
Dễ thấy đường tròn cần tìm có tâm thuộc góc phần tư thứ nhất và tiếp xúc với hai trục tọa độ nên tâm của đường tròn có tọa độ là $(2;2)$

Vậy phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB là: $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng

$d_1: \sqrt{3}x + y = 0$ và $d_2: \sqrt{3}x - y = 0$. Gọi (C) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A , cắt d_2 tại hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông tại B .

Viết phương trình của (C) , biết tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.



Hình 3.1

Lời giải (hình 3.1)

Vì $A \in d_1 \Rightarrow A(a; -\sqrt{3}a)$, $a > 0$; $B, C \in d_2 \Rightarrow B(b; \sqrt{3}b)$, $C(c; \sqrt{3}c)$

Suy ra $\overrightarrow{AB}(b-a; \sqrt{3}(a+b))$, $\overrightarrow{AC}(c-a; \sqrt{3}(c+a))$

Tam giác ABC vuông tại B do đó AC là đường kính của đường tròn C .

Do đó $AC \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{u_1} = 0 \Leftrightarrow -1.(c-a) + \sqrt{3}.\sqrt{3}(a+c) = 0 \Leftrightarrow 2a+c=0$ (1)

$AB \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_2} = 0 \Leftrightarrow 1.(b-a) + 3(a+b) = 0 \Leftrightarrow 2b+a=0$ (2)

Mặt khác $S_{ABC} = \frac{1}{2}d(A; d_2).BC \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{|2\sqrt{3}a|}{2} \sqrt{(c-b)^2 + 3(c-b)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 2a|c-b| = 1$
(3)

Từ (1), (2) suy ra $2(c-b) = -3a$ thế vào (3) ta được $a|-3a| = 1 \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Do đó $b = -\frac{\sqrt{3}}{6}, c = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A\left(\frac{\sqrt{3}}{3}; -1\right), C\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}; -2\right)$

Suy ra (C) nhận $I\left(-\frac{\sqrt{3}}{6}; -\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm AC làm tâm và bán kính là $R = \frac{AC}{2} = 1$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là (C): $\left(x + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 1$

Dạng 3: Vị Trí Tương Đối Của Điểm; Đường Thẳng; Đường Tròn Với Đường Tròn

1. Phương pháp giải.

- Vị trí tương đối của điểm M và đường tròn (C)

Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C) và tính IM

- + Nếu $IM < R$ suy ra M nằm trong đường tròn
- + Nếu $IM = R$ suy ra M thuộc đường tròn
- + Nếu $IM > R$ suy ra M nằm ngoài đường tròn

- Vị trí tương đối giữa đường thẳng Δ và đường tròn (C)

Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C) và tính $d(I; \Delta)$

- + Nếu $d(I; \Delta) < R$ suy ra Δ cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt
- + Nếu $d(I; \Delta) = R$ suy ra Δ tiếp xúc với đường tròn
- + Nếu $d(I; \Delta) > R$ suy ra Δ không cắt đường tròn

Chú ý: Số nghiệm của hệ phương trình tạo bởi phương trình đường thẳng Δ và đường tròn (C) bằng số giao điểm của chúng. Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ.

- Vị trí tương đối giữa đường tròn (C) và đường tròn (C')

Xác định tâm I, bán kính R của đường tròn (C) và tâm I', bán kính R' của đường tròn (C') và tính $II', R + R', |R - R'|$

- + Nếu $II' > R + R'$ suy ra hai đường tròn không cắt nhau và ở ngoài nhau
- + Nếu $II' = R + R'$ suy ra hai đường tròn tiếp xúc ngoài với nhau

+ Nếu $II' < |R - R'|$ suy ra hai đường tròn không cắt nhau và lồng vào nhau

+ Nếu $II' = |R - R'|$ suy ra hai đường tròn tiếp xúc trong với nhau

+ Nếu $|R - R'| < II' < R + R'$ suy ra hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt

Chú ý: Số nghiệm của hệ phương trình tạo bởi phương trình đường thẳng (C) và đường tròn (C') bằng số giao điểm của chúng. Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Cho đường thẳng $\Delta : x - y + 1 = 0$ và đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$

a) Chứng minh điểm $M(2;1)$ nằm trong đường tròn

b) Xét vị trí tương đối giữa Δ và (C)

c) Viết phương trình đường thẳng Δ' vuông góc với Δ và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt sao cho khoảng cách của chúng là lớn nhất.

Lời giải:

a) Đường tròn (C) có tâm $I(2;-1)$ và bán kính $R = 3$.

Ta có $IM = \sqrt{(2-2)^2 + (1+1)^2} = 2 < 3 = R$ do đó M nằm trong đường tròn.

b) Vì $d(I; \Delta) = \frac{|2 + 1 + 1|}{\sqrt{1+1}} = 2\sqrt{2} < 3 = R$ nên Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

c) Vì Δ' vuông góc với Δ và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt sao cho khoảng cách của chúng là lớn nhất nên Δ' vuông góc với Δ và đi qua tâm I của đường tròn (C).

Do đó Δ' nhận vector $\overrightarrow{u_\Delta} = (1;1)$ làm vector pháp tuyến suy ra $\Delta' : 1(x-2) + 1(y+1) = 0$ hay $x + y - 1 = 0$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\Delta' : x + y - 1 = 0$

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$ và

(C') : $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 3 = 0$

a) Chứng minh rằng hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và B

c) Viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm A, B và O

Lời giải

a) Cách 1: (C) có tâm $I(1;3)$ và bán kính $R = 5$, (C') có tâm $I'(3;1)$ và bán kính $R' = \sqrt{13}$

$$II' = \sqrt{(3-1)^2 + (1-3)^2} = 2\sqrt{2}$$

Ta thấy $|R_1 - R_2| < I_1 I_2 < |R_1 + R_2|$ suy ra hai đường tròn cắt nhau.

Cách 2: Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0 \\ x^2 + y^2 - 6x - 2y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y+3)^2 + y^2 - 2(y+3) - 6y - 15 = 0 \\ x = y+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - y - 6 = 0 \\ x = y+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ y = 3 \\ x = y+3 \end{cases}$$

Suy ra hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm có tọa độ là $A(1; -2)$ và $B(6; 3)$

b) Đường thẳng đi qua hai điểm A, B nhận $\overrightarrow{AB}(5; 5)$ làm vector chỉ phương suy ra phương trình

đường thẳng cần tìm là $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$

c) Cách 1: Đường tròn cần tìm (C'') có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

(C'') đi qua ba điểm A, B và O nên ta có hệ $\begin{cases} 1 + 4 - 2a + 4b + c = 0 \\ 36 + 9 - 12a - 6b + c = 0 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{2} \\ b = \frac{1}{2} \\ c = 0 \end{cases}$

Vậy (C'') : $x^2 + y^2 - 7x - y = 0$

Cách 2: Vì A, B là giao điểm của hai đường tròn (C) và (C') nên tọa độ đều thỏa mãn phương trình

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 + m(x^2 + y^2 - 6x - 2y - 3) = 0 \quad (*)$$

Tọa độ điểm O thỏa mãn phương trình (*) khi và chỉ khi $-15 + m \cdot (-3) = 0 \Leftrightarrow m = -5$

Khi đó phương trình (*) trở thành $x^2 + y^2 - 7x - y = 0$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2 + y^2 - 7x - y = 0$

Ví dụ 3: Cho đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ có tâm I và đường thẳng

$$\Delta : \sqrt{2}x + my + 1 - \sqrt{2} = 0$$

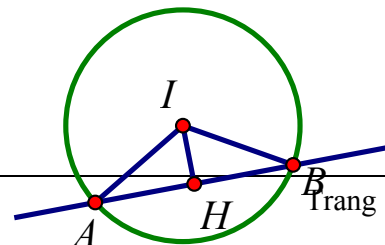
a) Tìm m để đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B

b) Tìm m để diện tích tam giác IAB là lớn nhất

Lời giải (hình 3.2)

a) Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$

Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi



$$d(I; \Delta) < R \Leftrightarrow \frac{|\sqrt{2} - 2m + 1 - \sqrt{2}|}{\sqrt{2 + m^2}} < 3$$

$$\Leftrightarrow 5m^2 + 5m + 17 > 0 \text{ (đúng với mọi } m)$$

$$\text{b) Ta có } S_{IAB} = \frac{1}{2} IA \cdot IB \cdot \sin \widehat{AIB} = \frac{9}{2} \sin \widehat{AIB} \leq \frac{9}{2}$$

$$\text{Suy } \max S_{IAB} = \frac{9}{2} \text{ khi và chỉ khi } \sin \widehat{AIB} = 1 \Leftrightarrow \widehat{AIB} = 90^\circ$$

$$\text{Gọi } H \text{ là hình chiếu của } I \text{ lên } \Delta \text{ khi đó } \widehat{AIH} = 45^\circ \Rightarrow IH = IA \cdot \cos 45^\circ = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Ta có } d(I; \Delta) = IH \Leftrightarrow \frac{|1 - 2m|}{\sqrt{2 + m^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m^2 + 8m + 16 = 0 \Leftrightarrow m = -4$$

Vậy với $m = -4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Dạng 4: Viết Phương Trình Tiếp Tuyến Với Đường Tròn

1. Phương pháp giải.

Cho đường tròn (C) tâm $I(a; b)$, bán kính R

- Nếu biết tiếp điểm là $M(x_0; y_0)$ thì tiếp tuyến đó đi qua M và nhận vector $\overrightarrow{IM}(x_0 - a; y_0 - b)$ làm vector pháp tuyến nên có phương trình là $(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0$
- Nếu không biết tiếp điểm thì dùng điều kiện: Đường thẳng Δ tiếp xúc đường tròn (C) khi và chỉ khi $d(I; \Delta) = R$ để xác định tiếp tuyến.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và điểm hai điểm $A(1; -1); B(1; 3)$

- a) Chứng minh rằng điểm A thuộc đường tròn, điểm B nằm ngoài đường tròn
- b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A
- c) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) kẻ từ B.

Lời giải:

Đường tròn (C) có tâm $I(3; -1)$ bán kính $R = \sqrt{3^2 + 1 - 6} = 2$.

a) Ta có: $IA = 2 = R$; $IB = 2\sqrt{5} > R$ suy ra điểm A thuộc đường tròn và điểm B nằm ngoài đường tròn

b) Tiếp tuyến của (C) tại điểm A nhận $\overrightarrow{IA} = (2; 0)$ làm vector pháp tuyến nên có phương trình là $2(x - 1) + 0(y + 1) = 0$ hay $x = 1$

b) Phương trình đường thẳng Δ đi qua B có dạng:

$$a(x - 1) + b(y - 3) = 0 \text{ (với } a^2 + b^2 \neq 0) \text{ hay } ax + by - a - 3b = 0$$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn $\Leftrightarrow d(I; \Delta) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|3a - b - a - 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \Leftrightarrow (a - 2b)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow 3b^2 - 4ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 3b = 4a \end{cases}$$

+ Nếu $b = 0$, chọn $a = 1$ suy ra phương trình tiếp tuyến là $x = 1$.

+ Nếu $3b = 4a$, chọn $a = 3$, $b = 4$ suy ra phương trình tiếp tuyến là $3x + 4y - 15 = 0$

Vậy qua A kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là $x = 1$ và $3x + 4y - 15 = 0$

Ví dụ 2: Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 1 = 0$ trong trường

a) Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $\Delta' : 2x + 3y + 4 = 0$

b) Đường thẳng Δ hợp với trục hoành một góc 45°

Lời giải:

a) Đường tròn (C) có tâm $I(2; -2)$, bán kính $R = 3$

Vì $\Delta \perp \Delta'$ nên Δ nhận $\vec{u}(-3; 2)$ làm VTPT do đó phương trình có dạng $-3x + 2y + c = 0$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến với đường tròn (C) khi và chỉ khi

$$d(I; \Delta) = 3 \Leftrightarrow \frac{|-10 + c|}{\sqrt{13}} = 3 \Leftrightarrow c = 10 \pm 3\sqrt{13}$$

Vậy có hai tiếp tuyến là $\Delta : -3x + 2y + 10 \pm 3\sqrt{13} = 0$

b) Giả sử phương trình đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$, $a^2 + b^2 \neq 0$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến với đường tròn (C) khi và chỉ khi

$$d(I; \Delta) = 3 \Leftrightarrow \frac{|2a - 2b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3 \Leftrightarrow (2a - 2b + c)^2 = 9(a^2 + b^2) (*)$$

Đường thẳng Δ hợp với trục hoành một góc 45° suy ra

$$\cos(\Delta; Ox) = \frac{|b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{|b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow a = b \text{ hoặc } a = -b$$

TH1: Nếu $a = b$ thay vào (*) ta có $18a^2 = c^2 \Leftrightarrow \pm c = 3\sqrt{2}a$, chọn $a = b = 1 \Rightarrow c = \pm 3\sqrt{2}$

suy ra $\Delta : x + y \pm 3\sqrt{2} = 0$

$$\text{TH2: Nếu } a = -b \text{ thay vào (*) ta có } 18a^2 = (4a + c)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} c = (3\sqrt{2} - 4)a \\ c = -(3\sqrt{2} + 4)a \end{cases}$$

Với $c = (3\sqrt{2} - 4)a$, chọn $a = 1, b = -1, c = (3\sqrt{2} - 4) \Rightarrow \Delta : x - y + 3\sqrt{2} - 4 = 0$

Với $c = -(3\sqrt{2} + 4)a$, chọn $a = 1, b = -1, c = -(3\sqrt{2} + 4) \Rightarrow \Delta : x - y - 3\sqrt{2} - 4 = 0$

Vậy có bốn đường thẳng thỏa mãn là $\Delta_{1,2} : x + y \pm 3\sqrt{2} = 0$, $\Delta_3 : x - y + 3\sqrt{2} - 4 = 0$ và

$\Delta_4 : x - y - 3\sqrt{2} - 4 = 0$

Ví dụ 3: Lập phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn sau:

$$(C_1) : x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0 \text{ và } (C_2) : x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$$

Lời giải:

Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(0; 2)$ bán kính $R_1 = 3$

Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(3; -4)$ bán kính $R_2 = 3$

Gọi tiếp tuyến chung của hai đường tròn có phương trình $\Delta : ax + by + c = 0$ với $a^2 + b^2 \neq 0$

$$\Delta \text{ là tiếp tuyến chung của } (C_1) \text{ và } (C_2) \Leftrightarrow \begin{cases} d(I_1, \Delta) = 3 \\ d(I_2, \Delta) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b + c| = 3\sqrt{a^2 + b^2} (*) \\ |3a - 4b + c| = 3\sqrt{a^2 + b^2} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } |2b + c| = |3a - 4b + c| \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ c = \frac{-3a + 2b}{2} \end{cases}$$

TH1: Nếu $a = 2b$ chọn $a = 2, b = 1$ thay vào (*) ta được $c = -2 \pm 3\sqrt{5}$ nên ta có 2 tiếp tuyến là

$$2x + y - 2 \pm 3\sqrt{5} = 0$$

TH2: Nếu $c = \frac{-3a + 2b}{2}$ thay vào (*) ta được $|2b - a| = 2\sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow a = 0$ hoặc

$$3a + 4b = 0$$

+ Với $a = 0 \Rightarrow c = b$, chọn $b = c = 1$ ta được $\Delta : y + 1 = 0$

+ Với $3a + 4b = 0 \Rightarrow c = 3b$, chọn $a = 4, b = -3, c = -9$ ta được $\Delta : 4x - 3y - 9 = 0$

Vậy có 4 tiếp tuyến chung của hai đường tròn là :

$$2x + y - 2 \pm 3\sqrt{5} = 0, y + 1 = 0, 4x - 3y - 9 = 0$$

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ là:

A. $I(-1;3), R=4.$

B. $I(1;-3), R=4.$

C. $I(1;-3), R=16.$

D. $I(-1;3), R=16.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (C): (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16 \longrightarrow I(1;-3), R = \sqrt{16} = 4.$$

Câu 2: Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): x^2 + (y+4)^2 = 5$ là:

A. $I(0;-4), R = \sqrt{5}.$

B. $I(0;-4), R = 5.$

C. $I(0;4), R = \sqrt{5}.$

D. $I(0;4), R = 5.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } (C): x^2 + (y+4)^2 = 5 \longrightarrow I(0;-4), R = \sqrt{5}.$$

Câu 3: Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): (x+1)^2 + y^2 = 8$ là:

A. $I(-1;0), R = 8.$

B. $I(-1;0), R = 64.$

C. $I(-1;0), R = 2\sqrt{2}.$

D. $I(1;0), R = 2\sqrt{2}.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } (C): (x+1)^2 + y^2 = 8 \longrightarrow I(-1;0), R = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 4: Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$ là:

A. $I(0;0), R = 9.$

B. $I(0;0), R = 81.$

C. $I(1;1), R = 3.$

D. $I(0;0), R = 3.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } (C): x^2 + y^2 = 9 \longrightarrow I(0;0), R = \sqrt{9} = 3.$$

Câu 5: Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ có tâm I và bán kính R lần lượt là:

A. $I(3;-1), R = 4.$

B. $I(-3;1), R = 4.$

C. $I(3;-1), R = 2.$

D. $I(-3;1), R = 2.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $(C): x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0 \rightarrow a = \frac{-6}{-2} = 3, b = \frac{2}{-2} = -1, c = 6$

$\rightarrow I(3; -1), R = \sqrt{3^2 + (-1)^2 - 6} = 2.$

Câu 6: Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ có tâm I và bán kính R lần lượt là:

A. $I(2; -3), R = 5.$

B. $I(-2; 3), R = 5.$

C. $I(-4; 6), R = 5.$

D. $I(-2; 3), R = 1.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \rightarrow a = 2, b = -3, c = -12 \rightarrow I(2; -3), R = \sqrt{4 + 9 + 12} = 5.$

Câu 7: Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$ là:

A. $I(2; -1), R = 2\sqrt{2}.$

B. $I(-2; 1), R = 2\sqrt{2}.$

C. $I(2; -1), R = 8.$

D. $I(-2; 1), R = 8.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0 \rightarrow a = 2, b = -1, c = -3 \rightarrow I(2; -1), R = \sqrt{4 + 1 + 3} = 2\sqrt{2}.$

Câu 8: Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): 2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y - 1 = 0$ là:

A. $I(-2; 1), R = \frac{\sqrt{21}}{2}.$

B. $I(2; -1), R = \frac{\sqrt{22}}{2}.$

C. $I(4; -2), R = \sqrt{21}.$

D. $I(-4; 2), R = \sqrt{19}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $(C): 2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y - \frac{1}{2} = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 2, b = -1 \\ c = -\frac{1}{2} \end{cases}.$

$\rightarrow I(2; -1), R = \sqrt{4 + 1 + \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{22}}{2}.$

Câu 9: Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): 16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y - 11 = 0$ là:

A. $I(-8; 4), R = \sqrt{91}.$

B. $I(8; -4), R = \sqrt{91}.$

C. $I(-8; 4), R = \sqrt{69}.$

D. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right), R = 1.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $(C): 16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y - 11 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + x - \frac{1}{2}y - \frac{11}{16} = 0$

$$\rightarrow I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right), R = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{11}{16}} = 1.$$

Câu 10: Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 10x - 11 = 0$ là:

- A.** $I(-10; 0), R = \sqrt{111}$. **B.** $I(-10; 0), R = \sqrt{89}$. **C.** $I(-5; 0), R = 6$. **D.** $I(5; 0), R = 6$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } (C): x^2 + y^2 - 10x - 11 = 0 \rightarrow I(-5; 0), R = \sqrt{25 + 0 + 11} = 6.$$

Câu 11: Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 5y = 0$ là:

- A.** $I(0; 5), R = 5$. **B.** $I(0; -5), R = 5$.
C. $I\left(0; \frac{5}{2}\right), R = \frac{5}{2}$. **D.** $I\left(0; -\frac{5}{2}\right), R = \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } (C): x^2 + y^2 - 5y = 0 \rightarrow I\left(0; \frac{5}{2}\right), R = \sqrt{0 + \frac{25}{4} - 0} = \frac{5}{2}.$$

Câu 12: Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$ có dạng khai triển là:

- A.** $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 30 = 0$. **B.** $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$.
C. $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$. **D.** $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y + 30 = 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } (C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0.$$

Câu 13: Đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 12x - 14y + 4 = 0$ có dạng tổng quát là:

- A.** $(C): (x+6)^2 + (y-7)^2 = 9$. **B.** $(C): (x+6)^2 + (y-7)^2 = 81$.
C. $(C): (x+6)^2 + (y-7)^2 = 89$. **D.** $(C): (x+6)^2 + (y-7)^2 = \sqrt{89}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (C): x^2 + y^2 + 12x - 14y + 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} I(-6; 7) \\ R = \sqrt{36 + 49 - 4} = 9 \end{cases} \rightarrow (C): (x+6)^2 + (y-7)^2 = 81.$$

Câu 14: Tâm của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 10x + 1 = 0$ cách trục Oy một khoảng bằng:

- A.** -5 . **B.** 0 . **C.** 10 . **D.** 5 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $(C): x^2 + y^2 - 10x + 1 = 0 \rightarrow I(5;0) \rightarrow d[I;Oy] = 5$.

Câu 15: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 5x + 7y - 3 = 0$. Tính khoảng cách từ tâm của (C) đến trục Ox .

A. 5.

B. 7.

C. 3,5.

D. 2,5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(C): x^2 + y^2 + 5x + 7y - 3 = 0 \rightarrow I\left(-\frac{5}{2}; -\frac{7}{2}\right) \rightarrow d[I;Ox] = \left|-\frac{7}{2}\right| = \frac{7}{2}$.

Câu 16: Đường tròn có tâm trùng với gốc tọa độ, bán kính $R = 1$ có phương trình là:

A. $x^2 + (y+1)^2 = 1$.

B. $x^2 + y^2 = 1$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(C): \begin{cases} I(0;0) \\ R=1 \end{cases} \rightarrow (C): x^2 + y^2 = 1$.

Câu 17: Đường tròn có tâm $I(1;2)$, bán kính $R = 3$ có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(C): \begin{cases} I(1;2) \\ R=3 \end{cases} \rightarrow (C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$.

Câu 18: Đường tròn (C) có tâm $I(1;-5)$ và đi qua $O(0;0)$ có phương trình là:

A. $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 26$.

B. $(x+1)^2 + (y-5)^2 = \sqrt{26}$.

C. $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 26$.

D. $(x-1)^2 + (y+5)^2 = \sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(C): \begin{cases} I(1;-5) \\ R=OI=\sqrt{26} \end{cases} \rightarrow (C): (x-1)^2 + (y+5)^2 = 26$.

Câu 19: Đường tròn (C) có tâm $I(-2;3)$ và đi qua $M(2;-3)$ có phương trình là:

A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = \sqrt{52}$.

B. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 52$.

C. $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 57 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 39 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(C): \begin{cases} I(-2;3) \\ R = IM = \sqrt{(2+2)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{52} \end{cases} \rightarrow (C): (x+2)^2 + (y-3)^2 = 52$.

$(C): x^2 + y^2 + 4x - 6y - 39 = 0$.

Câu 20: Đường tròn đường kính AB với $A(3;-1)$, $B(1;-5)$ có phương trình là:

A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 5$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 17$.

C. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = \sqrt{5}$.

D. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(C): \begin{cases} I(2;-3) \\ R = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{(1-3)^2 + (-5+1)^2} = \sqrt{5} \end{cases} \rightarrow (C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$.

Câu 21: Đường tròn đường kính AB với $A(1;1)$, $B(7;5)$ có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 12 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 12 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(C): \begin{cases} I(4;3) \\ R = IA = \sqrt{(4-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{13} \end{cases} \rightarrow (C): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 13$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$.

Câu 22: Đường tròn (C) có tâm $I(2;3)$ và tiếp xúc với trục Ox có phương trình là:

A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$.

B. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$.

C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 3$.

D. $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(C): \begin{cases} I(2;3) \\ R = d[I; Ox] = 3 \end{cases} \rightarrow (C): (x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$.

Câu 23: Đường tròn (C) có tâm $I(2;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là:

A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$.

B. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 9$.

C. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$.

D. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn C

Ta có (C): $\begin{cases} I(2;-3) \\ R = d[I;Oy] = 2 \end{cases} \rightarrow (C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$.

Câu 24: Đường tròn (C) có tâm $I(-2;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x-4y+5=0$ có phương trình là:

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$.

B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = \frac{1}{25}$.

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$.

D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có (C): $\begin{cases} I(-2;1) \\ R = d[I;\Delta] = \frac{|-6-4+5|}{\sqrt{9+16}} = 1 \end{cases} \rightarrow (C): (x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$.

Câu 25: Đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-2y+7=0$ có phương trình là:

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{25}$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{5}$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có (C): $\begin{cases} I(-1;2) \\ R = d[I;\Delta] = \frac{|-1-4+7|}{\sqrt{1+4}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases} \rightarrow (C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{5}$.

Câu 26: Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(4;0)$.

A. $I(0;0)$.

B. $I(1;0)$.

C. $I(3;2)$.

D. $I(1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có . $A, B, C \in (C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16+8b+c=0 \\ 20+4a+8b+c=0 \\ 16+8a+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \\ c=-8 \end{cases} \rightarrow I(1;1).$$

Câu 27: Tìm bán kính R của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4)$, $B(3;4)$, $C(3;0)$.

- A. $R = 5$. B. $R = 3$. C. $R = \sqrt{10}$. D. $R = \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{BA} = (-3;0) \\ \overrightarrow{BC} = (0;-4) \end{cases} \rightarrow BA \perp BC \rightarrow R = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{(3-0)^2 + (0-4)^2}}{2} = \frac{5}{2}.$$

Câu 28: Đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(-3;-1)$, $B(-1;3)$ và $C(-2;2)$ có phương trình là:

- A. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$. B. $x^2 + y^2 + 2x - y - 20 = 0$.
C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 20$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } A, B, C \in (C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 10 - 6a - 2b + c = 0 \\ 10 - 2a + 6b + c = 0 \\ 8 - 4a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ c = -20 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } (C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0.$$

Câu 29: Cho tam giác ABC có $A(-2;4)$, $B(5;5)$, $C(6;-2)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình là:

- A. $x^2 + y^2 - 2x - y + 20 = 0$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 20$.
C. $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 20 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } A, B, C \in (C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 20 - 4a + 8b + c = 0 \\ 50 + 10a + 10b + c = 0 \\ 40 + 12a - 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \\ c = -20 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } (C): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0.$$

Câu 30: Cho tam giác ABC có $A(1;-2)$, $B(-3;0)$, $C(2;-2)$. Tam giác ABC nội tiếp đường tròn có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 + 3x + 8y + 18 = 0.$

B. $x^2 + y^2 - 3x - 8y - 18 = 0.$

C. $x^2 + y^2 - 3x - 8y + 18 = 0.$

D. $x^2 + y^2 + 3x + 8y - 18 = 0.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $A, B, C \in (C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5 + 2a - 4b + c = 0 \\ 9 - 6a + c = 0 \\ 8 + 4a - 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = -4, c = -18 \end{cases}. \text{ Vậy } (C): x^2 + y^2 - 3x - 8y - 18 = 0.$$

Câu 31: Đường tròn (C) đi qua ba điểm $O(0;0)$, $A(8;0)$ và $B(0;6)$ có phương trình là:

A. $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25.$

B. $(x+4)^2 + (y+3)^2 = 25.$

C. $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 5.$

D. $(x+4)^2 + (y+3)^2 = 5.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } O(0;0), A(8;0), B(0;6) \rightarrow OA \perp OB \rightarrow \begin{cases} I(4;3) \\ R = \frac{AB}{2} = 5 \end{cases} \rightarrow (C): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 25.$$

Câu 32: Đường tròn (C) đi qua ba điểm $O(0;0)$, $A(a;0)$, $B(0;b)$ có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 - 2ax - by = 0.$

B. $x^2 + y^2 - ax - by + xy = 0.$

C. $x^2 + y^2 - ax - by = 0.$

D. $x^2 - y^2 - ay + by = 0.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $O(0;0)$, $A(a;0)$, $B(0;b) \rightarrow OA \perp OB$

$$\rightarrow \begin{cases} I\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}\right) \\ R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2} \end{cases} \rightarrow (C): \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{4}$$

$$\longrightarrow (C): x^2 + y^2 - ax - by = 0.$$

Câu 33: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(5;3)$ và có tâm I thuộc trục hoành có phương trình là:

A. $(x+4)^2 + y^2 = 10.$

B. $(x-4)^2 + y^2 = 10.$

C. $(x-4)^2 + y^2 = \sqrt{10}.$

D. $(x+4)^2 + y^2 = \sqrt{10}.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } I(a;0) \rightarrow IA = IB = R \Leftrightarrow R^2 = (a-1)^2 + 1^2 = (a-5)^2 + 3^2 \rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ I(4;0) \\ R^2 = 10 \end{cases}.$$

Vậy đường tròn cần tìm là: $(x-4)^2 + y^2 = 10$.

Câu 34: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(3;5)$ và có tâm I thuộc trục tung có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 - 8y + 6 = 0$.

B. $x^2 + (y-4)^2 = 6$.

C. $x^2 + (y+4)^2 = 6$.

D. $x^2 + y^2 + 4y + 6 = 0$.

Lời giải**Chọn B**

$$\text{Ta có } I(0;a) \rightarrow IA = IB = R \Leftrightarrow R^2 = 1^2 + (a-1)^2 = 3^2 + (a-5)^2 \rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ I(0;4) \\ R^2 = 10 \end{cases}$$

Vậy đường tròn cần tìm là: $x^2 + (y-4)^2 = 10$.

Câu 35: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(-1;2)$, $B(-2;3)$ và có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta: 3x - y + 10 = 0$. Phương trình của đường tròn (C) là:

A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$.

B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$.

C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$.

D. $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 5$.

Lời giải**Chọn D**

$$\text{Ta có : } I \in \Delta \rightarrow I(a;3a+10) \rightarrow IA = IB = R$$

$$\Leftrightarrow R^2 = (a+1)^2 + (3a+8)^2 = (a+2)^2 + (3a+7)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ I(-3;1) \\ R^2 = 5 \end{cases}$$

Vậy đường tròn cần tìm là: $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 5$.

Câu 36: Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $d: x + 3y + 8 = 0$, đi qua điểm $A(-2;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 10 = 0$. Phương trình của đường tròn (C) là:

A. $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 25$.

B. $(x+5)^2 + (y+1)^2 = 16$.

C. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy $A \in \Delta$ nên tâm I của đường tròn nằm trên đường thẳng qua A vuông góc với Δ là

$$\Delta': 4x + 3y + 5 = 0 \rightarrow I = \Delta' \cap d: \begin{cases} 4x + 3y + 5 = 0 \\ x + 3y + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I(1; -3) \\ R = IA = 5 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Câu 37: Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $d: x + 3y - 5 = 0$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - y - 1 = 0$. Phương trình của đường tròn (C) là:

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8$ hoặc $(x-5)^2 + y^2 = 8$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8$ hoặc $(x+5)^2 + y^2 = 8$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$ hoặc $(x-5)^2 + y^2 = 8$.

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$ hoặc $(x+5)^2 + y^2 = 8$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } I \in d \rightarrow I(5-3a; a) \rightarrow d[I; \Delta] = R = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|4-4a|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I(5; 0) \\ I(-1; 2) \end{cases}$$

Vậy các phương trình đường tròn là: $(x-5)^2 + y^2 = 8$ hoặc $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8$.

Câu 38: Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $d: x + 2y - 2 = 0$, bán kính $R = 5$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 11 = 0$. Biết tâm I có hoành độ dương. Phương trình của đường tròn (C) là:

A. $(x+8)^2 + (y-3)^2 = 25$.

B. $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 25$ hoặc $(x+8)^2 + (y-3)^2 = 25$.

C. $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 25$ hoặc $(x-8)^2 + (y+3)^2 = 25$.

D. $(x-8)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I \in d \rightarrow I(2-2a; a)$, $a < 1 \rightarrow d[I; \Delta] = R = 5$.

$$\Leftrightarrow \frac{|10a+5|}{5} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I(2; 2) \\ I(8; -3) \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-8)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Câu 39: Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $d: x + 5y - 12 = 0$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ có phương trình là:

- A. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$.
- B. $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9$.
- C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ hoặc $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9$.
- D. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ hoặc $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } I \in d \rightarrow I(12-5a; a) \rightarrow R = d[I; Ox] = d[I; Oy] = |12-5a| = |a| \\ \rightarrow \begin{cases} a=3 \rightarrow I(-3; 3), R=3 \\ a=2 \rightarrow I(2; 2), R=2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình các đường tròn là: $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ hoặc $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$.

Câu 40: Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta: x = 5$ và tiếp xúc với hai đường thẳng $d_1: 3x - y + 3 = 0$, $d_2: x - 3y + 9 = 0$ có phương trình là:

- A. $(x-5)^2 + (y+2)^2 = 40$ hoặc $(x-5)^2 + (y-8)^2 = 10$.
- B. $(x-5)^2 + (y+2)^2 = 40$.
- C. $(x-5)^2 + (y-8)^2 = 10$.
- D. $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 40$ hoặc $(x-5)^2 + (y+8)^2 = 10$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có } I \in \Delta \rightarrow I(5; a) \rightarrow R = d[I; d_1] = d[I; d_2] = \frac{|18-a|}{\sqrt{10}} = \frac{|14-3a|}{\sqrt{10}} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a=8 \rightarrow I(5; 8), R=\sqrt{10} \\ a=-2 \rightarrow I(5; -2), R=2\sqrt{10} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình các đường tròn: $(x-5)^2 + (y-8)^2 = 10$ hoặc $(x-5)^2 + (y+2)^2 = 40$.

Câu 41: Đường tròn (C) đi qua điểm $A(1; -2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - y + 1 = 0$ tại $M(1; 2)$. Phương trình của đường tròn (C) là:

- A. $(x-6)^2 + y^2 = 29$.
- B. $(x-5)^2 + y^2 = 20$.
- C. $(x-4)^2 + y^2 = 13$.
- D. $(x-3)^2 + y^2 = 8$.

Lời giải

Chọn D

Ta có Tâm I của đường tròn nằm trên đường thẳng qua M vuông góc với Δ là

$$\Delta': x + y - 3 = 0 \rightarrow I(a; 3 - a).$$

$$\text{Ta có: } R^2 = IA^2 = IM^2 = (a - 1)^2 + (a - 5)^2 = (a - 1)^2 + (a - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow a = 3 \rightarrow \begin{cases} I(3; 0) \\ R^2 = 8 \end{cases} \rightarrow (C): (x - 3)^2 + y^2 = 8.$$

Câu 42: Đường tròn (C) đi qua điểm $M(2; 1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox, Oy có phương trình là:

A. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ hoặc $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 25$.

B. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$ hoặc $(x + 5)^2 + (y + 5)^2 = 25$.

C. $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 25$.

D. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$.

Lời giải

Chọn A

Vì $M(2; 1)$ thuộc góc phần tư (I) nên $A(a; a)$, $a > 0$.

$$\text{Khi đó: } R = a^2 = IM^2 = (a - 2)^2 + (a - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \rightarrow I(1; 1), R = 1 \rightarrow (C): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1 \\ a = 5 \rightarrow I(5; 5), R = 5 \rightarrow (C): (x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 25 \end{cases}$$

Câu 43: Đường tròn (C) đi qua điểm $M(2; -1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox, Oy có phương trình là:

A. $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ hoặc $(x + 5)^2 + (y - 5)^2 = 25$.

B. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$.

C. $(x - 5)^2 + (y + 5)^2 = 25$.

D. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$ hoặc $(x - 5)^2 + (y + 5)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn D

Vì $M(2; -1)$ thuộc góc phần tư (IV) nên $A(a; -a)$, $a > 0$.

$$\text{Khi đó: } R = a^2 = IM^2 = (a - 2)^2 + (a - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \rightarrow I(1; -1), R = 1 \rightarrow (C): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1 \\ a = 5 \rightarrow I(5; -5), R = 5 \rightarrow (C): (x - 5)^2 + (y + 5)^2 = 25 \end{cases}$$

Câu 44: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;2), B(3;4)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x + y - 3 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) , biết tâm của (C) có tọa độ là những số nguyên.

A. $x^2 + y^2 - 3x - 7y + 12 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 5 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 8x - 2y - 10 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $AB: x - y + 1 = 0$, đoạn AB có trung điểm $M(2;3) \rightarrow$ trung trực của đoạn AB

là $d: x + y - 5 = 0 \rightarrow I(a; 5 - a), a \in \mathbb{Z}$.

Ta có: $R = IA = d[I; \Delta] = \frac{\sqrt{(a-1)^2 + (a-3)^2}}{\sqrt{10}} = \frac{|2a+2|}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow a = 4 \rightarrow I(4;1), R = \sqrt{10}$.

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 10 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0$.

Câu 45: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(-1;1), B(3;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x - 4y + 8 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) , biết tâm của (C) có hoành độ nhỏ hơn 5.

A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$.

B. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 5$.

C. $(x+5)^2 + (y+2)^2 = 5$.

D. $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB: x - 2y + 5 = 0$, đoạn AB có trung điểm $M(1;2) \rightarrow$ trung trực của đoạn AB là $d: 2x + y - 4 = 0 \rightarrow I(a; 4 - 2a), a < 5$. Ta có

$R = IA = d[I; \Delta] = \frac{\sqrt{(a+1)^2 + (2a-3)^2}}{5} = \frac{|11a-8|}{5} \Leftrightarrow a = 3 \rightarrow I(3; -2), R = 5$.

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$.

Câu 46: Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (1). Điều kiện để (1) là phương trình đường tròn là:

A. $a^2 - b^2 > c$.

B. $a^2 + b^2 > c$.

C. $a^2 + b^2 < c$.

D. $a^2 - b^2 < c$.

Lời giải

Chọn B

Câu 47: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của một đường tròn?

A. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0.$

B. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0.$

C. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0.$

D. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0.$

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình dạng : $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$, lần lượt tính các hệ số a, b, c và kiểm tra điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$.

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \rightarrow a = 2, b = -3, c = -12 \rightarrow a^2 + b^2 - c > 0.$$

Các phương trình $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$, $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$ không có dạng đã nêu loại các đáp án A và C.

Đáp án $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$ không thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$.

Câu 48: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0.$

B. $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0.$

C. $2x^2 + 2y^2 - 8x - 4y - 6 = 0.$

D. $5x^2 + 4y^2 + x - 4y + 1 = 0.$

Lời giải

Chọn D

Ta có Loại các đáp án D vì không có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Xét đáp án A :

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0 \rightarrow a = -1, b = 2, c = -9 \rightarrow a^2 + b^2 - c < 0 \rightarrow \text{loại A.}$$

Xét đáp án B :

$$x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0 \rightarrow a = 3, b = -2, c = 13 \rightarrow a^2 + b^2 - c < 0 \rightarrow \text{loại B.}$$

Xét đáp án D :

$$2x^2 + 2y^2 - 8x - 4y - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -3 \end{cases} \rightarrow a^2 + b^2 - c > 0.$$

Câu 49: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - x - y + 9 = 0 .$

B. $x^2 + y^2 - x = 0 .$

C. $x^2 + y^2 - 2xy - 1 = 0.$

D. $x^2 - y^2 - 2x + 3y - 1 = 0.$

Lời giải

Chọn B

Loại các đáp án C và D vì không có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Xét đáp án A : $x^2 + y^2 - x - y + 9 = 0 \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}, c = 9 \rightarrow a^2 + b^2 - c < 0 \rightarrow \text{loại A.}$

Xét đáp án B : $x^2 + y^2 - x = 0 \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = c = 0 \rightarrow a^2 + b^2 - c > 0$.

Câu 50: Trong các phương trình sau, phương trình nào **không** phải là phương trình của đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 100y + 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Xét A : $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0 \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}, c = 4 \rightarrow a^2 + b^2 - c < 0$.

Các đáp án còn lại các hệ số a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 - c > 0$.

Câu 51: Cho phương trình $x^2 + y^2 + 2mx + 2(m-1)y + 2m^2 = 0$ (1). Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình đường tròn.

A. $m < \frac{1}{2}$.

B. $m \leq \frac{1}{2}$.

C. $m > 1$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x^2 + y^2 + 2mx + 2(m-1)y + 2m^2 = 0$

$$\rightarrow \begin{cases} a = -m \\ b = 1 - m \rightarrow a^2 + b^2 - c > 0 \Leftrightarrow -2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2} \\ c = 2m^2 \end{cases}$$

Câu 52: Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0$ (1). Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình đường tròn.

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

D. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0 \rightarrow \begin{cases} a = m \\ b = 2(m-2) \rightarrow a^2 + b^2 - c > 0 \\ c = 6 - m \end{cases}$

$$\Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$$

Câu 53: Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 2my + 10 = 0$ (1). Có bao nhiêu giá trị m nguyên dương không vượt quá 10 để (1) là phương trình của đường tròn?

A. Không có.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } x^2 + y^2 - 2x + 2my + 10 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -m \rightarrow a^2 + b^2 - c > 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \\ c = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4; 5; \dots; 10.$$

Câu 54: Cho phương trình $x^2 + y^2 - 8x + 10y + m = 0$ (1). Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình đường tròn có bán kính bằng 7.

A. $m = 4$.

B. $m = 8$.

C. $m = -8$.

D. $m = -4$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } x^2 + y^2 - 8x + 10y + m = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -5 \rightarrow a^2 + b^2 - c = R^2 = 49 \Leftrightarrow m = -8. \\ c = m \end{cases}$$

Câu 55: Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2(m+1)x + 4y - 1 = 0$ (1). Với giá trị nào của m để (1) là phương trình đường tròn có bán kính nhỏ nhất?

A. $m = 2$.

B. $m = -1$.

C. $m = 1$.

D. $m = -2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } x^2 + y^2 - 2(m+1)x + 4y - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = m+1 \\ b = -2 \\ c = -1 \end{cases}$$

$$\rightarrow R^2 = a^2 + b^2 - c = (m+1)^2 + 5 \rightarrow R_{\min} = 5 \Leftrightarrow m = -1.$$

Câu 56: Phương trình tiếp tuyến d của đường tròn $(C): (x+2)^2 + (y+2)^2 = 25$ tại điểm $M(2;1)$ là:

A. $d: -y + 1 = 0$.

B. $d: 4x + 3y + 14 = 0$.

C. $d: 3x - 4y - 2 = 0$.

D. $d: 4x + 3y - 11 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Đường tròn (C) có tâm $I(-2; -2)$ nên tiếp tuyến tại M có VTPT là $\vec{n} = \overrightarrow{IM} = (4; 3)$, nên có phương trình là: $4(x-2) + 3(y-1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 11 = 0$.

Câu 57: Cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$. Viết phương trình tiếp tuyến d của (C) tại điểm $A(3; -4)$.

A. $d: x + y + 1 = 0$.

B. $d: x - 2y - 11 = 0$.

C. $d: x - y - 7 = 0$.

D. $d: x - y + 7 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ nên tiếp tuyến tại A có VTPT là $\vec{n} = \overrightarrow{IA} = (2; -2) = 2(1; -1)$,

Nên có phương trình là: $1.(x-3) - 1.(y+4) = 0 \Leftrightarrow x - y - 7 = 0$.

Câu 58: Phương trình tiếp tuyến d của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 3x - y = 0$ tại điểm $N(1; -1)$ là:

A. $d: x + 3y - 2 = 0$.

B. $d: x - 3y + 4 = 0$.

C. $d: x - 3y - 4 = 0$.

D. $d: x + 3y + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Đường tròn (C) có tâm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ nên tiếp tuyến tại N có VTPT là

$$\vec{n} = \overrightarrow{IN} = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}(1; 3),$$

Nên có phương trình là: $1(x-1) + 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 2 = 0$.

Câu 59: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 2x + y + 7 = 0$.

A. $2x + y + 1 = 0$ hoặc $2x + y - 1 = 0$.

B. $2x + y = 0$ hoặc $2x + y - 10 = 0$.

C. $2x + y + 10 = 0$ hoặc $2x + y - 10 = 0$.

D. $2x + y = 0$ hoặc $2x + y + 10 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn (C) có tâm $I(3; -1)$, $R = \sqrt{5}$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: 2x + y + c = 0$ ($c \neq 7$).

$$\text{Ta có } R = d[I; \Delta] \Leftrightarrow \frac{|c+5|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = -10 \end{cases}$$

Câu 60: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 3x - 4y - 2018 = 0$.

A. $3x - 4y + 23 = 0$ hoặc $3x - 4y - 27 = 0$.

B. $3x - 4y + 23 = 0$ hoặc $3x - 4y + 27 = 0$.

C. $3x - 4y - 23 = 0$ hoặc $3x - 4y + 27 = 0$.

D. $3x - 4y - 23 = 0$ hoặc $3x - 4y - 27 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm $I(-2;-2), R=5$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: 3x-4y+c=0$ ($c \neq -2018$).

$$\text{Ta có } R = d[I; \Delta] \Leftrightarrow \frac{|c+2|}{5} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 23 \\ c = -27 \end{cases}.$$

Câu 61: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C): $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 4x+3y+14=0$.

A. $4x+3y+14=0$ hoặc $4x+3y-36=0$.

B. $4x+3y+14=0$.

C. $4x+3y-36=0$.

D. $4x+3y-14=0$ hoặc $4x+3y-36=0$.

Lời giải**Chọn C**

Đường tròn (C) có tâm $I(2;1), R=5$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: 4x+3y+c=0$ ($c \neq 14$).

$$\text{Ta có } R = d[I; \Delta] \Leftrightarrow \frac{|c+11|}{5} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 14 \\ c = -36 \end{cases}.$$

Câu 62: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C): $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 3x-4y+5=0$.

A. $4x-3y+5=0$ hoặc $4x-3y-45=0$.

B. $4x+3y+5=0$ hoặc $4x+3y+3=0$.

C. $4x+3y+29=0$.

D. $4x+3y+29=0$ hoặc $4x+3y-21=0$.

Lời giải**Chọn D**

Đường tròn (C) có tâm $I(2;-4), R=5$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: 4x+3y+c=0$.

$$\text{Ta có } R = d[I; \Delta] \Leftrightarrow \frac{|c-4|}{5} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 29 \\ c = -21 \end{cases}.$$

Câu 63: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 8 = 0$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 2x-3y+2018=0$.

A. $3x+2y-17=0$ hoặc $3x+2y-9=0$.

B. $3x+2y+17=0$ hoặc $3x+2y+9=0$.

C. $3x+2y+17=0$ hoặc $3x+2y-9=0$.

D. $3x+2y-17=0$ hoặc $3x+2y+9=0$.

Lời giải**Chọn C**

Đường tròn (C) có tâm $I(-2;1), R=\sqrt{13}$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: 3x+2y+c=0$.

$$\text{Ta có } R = d[I; \Delta] \Leftrightarrow \frac{|c-4|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 17 \\ c = -9 \end{cases}.$$

Câu 64: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$, biết tiếp tuyến

vuông góc với trục hoành.

A. $x = 0$.

B. $y = 0$ hoặc $y - 4 = 0$.

C. $x = 0$ hoặc $x - 4 = 0$

D. $y = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn (C) có tâm $I(2;2)$, $R = 2$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: x + c = 0$.

$$\text{Ta có } R = d[I; \Delta] \Leftrightarrow |c + 2| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = -4 \end{cases}.$$

Câu 65: Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$, biết tiếp tuyến đi qua điểm $A(5;-2)$.

A. $\Delta: x - 5 = 0$.

B. $\Delta: x + y - 3 = 0$ hoặc $\Delta: x - y - 7 = 0$.

C. $\Delta: x - 5 = 0$ hoặc $\Delta: x + y - 3 = 0$.

D. $\Delta: y + 2 = 0$ hoặc $\Delta: x - y - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$, $R = 2\sqrt{2}$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: ax + by - 5a + 2b = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$).

$$\text{Ta có: } d[I; \Delta] = R \Leftrightarrow \frac{|4a|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 - b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \rightarrow a = b = 1 \\ a = -b \rightarrow a = 1, b = -1 \end{cases}$$

Câu 66: Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$, biết tiếp tuyến đi qua điểm $B(4;6)$.

A. $\Delta: x - 4 = 0$ hoặc $\Delta: 3x + 4y - 36 = 0$.

B. $\Delta: x - 4 = 0$ hoặc $\Delta: y - 6 = 0$.

C. $\Delta: y - 6 = 0$ hoặc $\Delta: 3x + 4y - 36 = 0$.

D. $\Delta: x - 4 = 0$ hoặc $\Delta: 3x - 4y + 12 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Đường tròn (C) có tâm $I(2;2)$, $R = 2$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: ax + by - 4a - 6b = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$).

$$\text{Ta có: } d[I; \Delta] = R \Leftrightarrow \frac{|2a + 4b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \Leftrightarrow b(3b + 4a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \rightarrow a = 1, b = 0 \\ 3b = -4a \rightarrow a = 3, b = -4 \end{cases}$$

Câu 67: Cho đường tròn (C): $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 25$ và điểm $M(9;-4)$. Gọi Δ là tiếp tuyến của (C), biết Δ đi qua M và không song song với các trục tọa độ. Khi đó khoảng cách từ điểm $P(6;5)$ đến Δ bằng:

A. $\sqrt{3}$.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn (C) có tâm $I(-1;1), R=5$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: ax+by-9a+4b=0$ ($ab \neq 0$).

$$\text{Ta có: } d[I; \Delta] = R \Leftrightarrow \frac{|10a-5b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 5 \Leftrightarrow a(3a-4b) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3a = 4b \rightarrow a = 4, b = 3 \rightarrow \Delta: 4x + 3y - 24 = 0. \text{ Suy ra } d[P; \Delta] = \frac{|24+15-24|}{5} = 3.$$

Câu 68: Có bao nhiêu đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2), R=4 \rightarrow OI = \sqrt{5} < R \rightarrow$ không có tiếp tuyến nào của đường tròn kẻ từ O .

Câu 69: Cho đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+3)^2 = 1$. Qua điểm $M(4;-3)$ có thể kẻ được bao nhiêu đường thẳng tiếp xúc với đường tròn (C) ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

Ta có Vì $M \in (C)$ nên có đúng 1 tiếp tuyến của đường tròn kẻ từ M .

Câu 70: Có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm $N(-2;0)$ tiếp xúc với đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

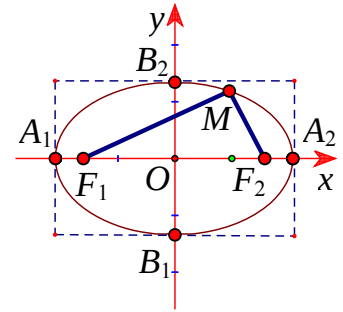
Đường tròn (C) có tâm $I(2;-3), R=2 \rightarrow IN = \sqrt{16+9} = 5 > R \rightarrow$ có đúng hai tiếp tuyến của đường tròn kẻ từ N .

BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH ELIP

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. Định nghĩa: Cho hai điểm cố định F_1 và F_2 với $F_1F_2 = 2c$ ($c > 0$). Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MF_1 + MF_2 = 2a$ (a không đổi và $a > c > 0$) là một đường Elip.

- F_1, F_2 là hai tiêu điểm.
- $F_1F_2 = 2c$ là tiêu cự của Elip.



Hình 3.3

2. Phương trình chính tắc của Elip

$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ với } a^2 = b^2 + c^2.$$

Do đó điểm $M(x_0; y_0) \in (E) \Leftrightarrow \frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1$ và $|x_0| \leq a, |y_0| \leq b$.

3. Tính chất và hình dạng của Elip

- Trục đối xứng Ox (chứa trục lớn), Oy (chứa trục bé).
- Tâm đối xứng O .
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$.
- Độ dài trục lớn $2a$. Độ dài trục bé $2b$.
- Tiêu điểm $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$.
- Tiêu cự $2c$.

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

Dạng 1. Xác định các yếu tố của elip khi biết phương trình chính tắc của elip.

1. Phương pháp giải.

Từ phương trình chính tắc ta xác định các đại lượng a, b và $b^2 = a^2 - c^2$ ta tìm được c elip từ đó ta suy ra được các yếu tố cần tìm.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1. Xác định các đỉnh, độ dài trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip có phương trình sau:

a) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$

b) $4x^2 + 25y^2 = 100$

Lời giải:

a) Từ phương trình của (E) ta có $a = 2, b = 1 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3}$.

Suy ra tọa độ các đỉnh là $A_1(-2; 0); A_2(2; 0); B_1(0; -1); B_2(0; 1)$

Độ dài trục lớn $A_1A_2 = 4$, độ dài trục bé $B_1B_2 = 2$

Tiêu cự $F_1F_2 = 2c = 2\sqrt{3}$, tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{3}; 0); F_2(\sqrt{3}; 0)$,

Tâm sai của (E) là $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) Ta có $4x^2 + 25y^2 = 100 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ suy ra $a = 5; b = 2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{21}$

Do đó tọa độ các đỉnh là $A_1(-5; 0); A_2(5; 0); B_1(0; -2); B_2(0; 2)$

Độ dài trục lớn $A_1A_2 = 10$, độ dài trục bé $B_1B_2 = 4$

Tiêu cự $F_1F_2 = 2c = 2\sqrt{21}$, tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{21}; 0); F_2(\sqrt{21}; 0)$,

Tâm sai của (E) là $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{21}}{5}$

Dạng 2. Viết phương trình chính tắc của đường elip.

1. Phương pháp giải.

Để viết phương trình chính tắc của elip ta làm như sau:

+ Gọi phương trình chính tắc elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$

+ Từ giả thiết của bài toán ta thiết lập các phương trình, hệ phương trình từ giả thiết của bài toán để tìm các đại lượng a, b của elip từ đó viết được phương trình chính tắc của nó.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1. Viết phương trình chính tắc của elip (E) trong mỗi trường hợp sau:

a) (E) có độ dài trục lớn là 6 và tâm sai $e = \frac{2}{3}$

b) (E) có tọa độ một đỉnh là $(0; \sqrt{5})$ và đi qua điểm $M\left(\frac{4\sqrt{10}}{5}; -1\right)$

c) (E) có tiêu điểm thứ nhất $(-\sqrt{3}; 0)$ và đi qua điểm $M(1; \frac{4\sqrt{33}}{5})$.

d) Hình chữ nhật cơ sở của (E) có một cạnh nằm trên đường thẳng $y + 2 = 0$ và có diện tích bằng 48.

e) (E) có tâm sai bằng $\frac{\sqrt{5}}{3}$ và hình chữ nhật cơ sở của (E) có chu vi bằng 20.

Lời giải:

Phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)

a) (E) có độ dài trục lớn là 6 suy ra $2a = 6 \Leftrightarrow a = 3$, Tâm sai $e = \frac{2}{3}$ nên

$$\frac{c}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow c = 2, b^2 = a^2 - c^2 = 5$$

Vậy phương trình chính tắc (E) là $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

b) (E) có một đỉnh có tọa độ là $(0; \sqrt{5})$ nằm trên trục tung nên $b = \sqrt{5}$ do đó phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{5} = 1$ ($a > \sqrt{5}$).

Mặt khác (E) đi qua điểm $M\left(\frac{4\sqrt{10}}{5}; -1\right)$ nên $\frac{160}{25a^2} + \frac{1}{5} = 1 \Rightarrow a^2 = 8$

Vậy phương trình chính tắc (E) là $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{5} = 1$

c) (E) có tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3}; 0)$ nên $c = \sqrt{3}$ suy ra $a^2 = b^2 + c^2 = b^2 + 3$ (1)

Mặt khác $M(1; \frac{4\sqrt{33}}{5}) \in (E) \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{528}{25b^2} = 1$ (2)

Thế (1) vào (2) ta được

$$\frac{1}{b^2 + 3} + \frac{528}{25b^2} = 1 \Leftrightarrow 25b^4 - 478b^2 - 1584 = 0 \Leftrightarrow b^2 = 22 \Rightarrow a^2 = 25$$

Vậy phương trình chính tắc (E) là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{22} = 1$

d) (E) có hình chữ nhật cơ sở có một cạnh nằm trên đường thẳng $y + 2 = 0$ suy ra $b = 2$

Mặt khác hình chữ nhật cơ sở diện tích bằng 48 nên $2a \cdot 2b = 48 \Rightarrow b = 6$

Vậy phương trình chính tắc (E) là $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{4} = 1$

e) (E) có tâm sai bằng $\frac{\sqrt{5}}{3}$ suy ra $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ hay $4a^2 = 9b^2$ (3)

Hình chữ nhật cơ sở của (E) có chu vi bằng 20 suy ra $4(a + b) = 20$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $a = 3, b = 2$

Vậy phương trình chính tắc (E) là $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

Dạng 3. Xác định điểm nằm trên đường elip thỏa mãn điều kiện cho trước.

1. Phương pháp giải.

Để xác định tọa độ điểm M thuộc elip có phương trình chính tắc là

$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b > 0) \text{ ta làm như sau}$$

- Giả sử $M(x_M; y_M)$, điểm $M \in (E) \Leftrightarrow \frac{x_M^2}{a^2} + \frac{y_M^2}{b^2} = 1$ ta thu được phương trình thứ nhất.
- Từ điều kiện của bài toán ta thu được phương trình thứ hai; giải phương trình, hệ phương trình ẩn x_M, y_M ta tìm được tọa độ của điểm M

2. Các ví dụ:

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ có tiêu điểm F_1 và F_2 .

Tìm điểm M trên (E) sao cho

a) Điểm M có tung gấp ba lần hoành độ

b) $MF_1 = 2MF_2$

c) $\widehat{F_1MF_2} = 60^\circ$

d) Diện tích tam giác $\triangle OAM$ lớn nhất với $A(1;1)$

Lời giải

Giả sử $M(x_M; y_M) \in (E)$ suy ra $\frac{x_M^2}{25} + \frac{y_M^2}{9} = 1 (*)$

a) Điểm M có tung gấp ba lần hoành độ do đó $y_M = 3x_M$ thay vào (*) ta được

$$\frac{x_M^2}{25} + \frac{(3x_M)^2}{9} = 1 \Leftrightarrow 26x_M^2 = 25 \Leftrightarrow x_M = \pm \frac{5}{\sqrt{26}}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn là $M_1\left(\frac{5}{\sqrt{26}}; \frac{15}{\sqrt{26}}\right)$ và $M_2\left(-\frac{5}{\sqrt{26}}; -\frac{15}{\sqrt{26}}\right)$

b) Từ phương trình (E) có $a^2 = 25, b^2 = 9$ nên $a = 5, b = 3, c = \sqrt{a^2 - b^2} = 4$

Theo công thức tính bán kính qua tiêu điểm ta có :

$$MF_1 = a + \frac{c}{a}x_M = 5 + \frac{4}{5}x_M \quad \text{và} \quad MF_2 = a - \frac{c}{a}x_M = 5 - \frac{4}{5}x_M$$

Theo giả thiết $MF_1 = 2MF_2$ suy ra $5 + \frac{4}{5}x_M = 2\left(5 - \frac{4}{5}x_M\right) \Leftrightarrow x_M = \frac{25}{12}$

Thay vào (*) ta có : $\frac{25}{144} + \frac{y_M^2}{9} = 1 \Leftrightarrow y_M = \pm \frac{\sqrt{119}}{4}$

Vậy có hai điểm M thỏa mãn là: $M_1\left(\frac{25}{12}; \frac{\sqrt{119}}{4}\right)$ và $M_2\left(\frac{25}{12}; -\frac{\sqrt{119}}{4}\right)$

c) Ta có $F_1(-4;0), F_2(4;0) \Rightarrow \overrightarrow{MF_1}(x_M + 4; y_M), \overrightarrow{MF_2}(x_M - 4; y_M)$

$$\text{Vì } \widehat{F_1MF_2} = 60^\circ \text{ nên } \cos 60^\circ = \frac{\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2}}{|\overrightarrow{MF_1}| \cdot |\overrightarrow{MF_2}|} = \frac{x_M^2 + y_M^2 - 16}{\left(5 + \frac{4}{5}x_M\right)\left(5 - \frac{4}{5}x_M\right)}$$

$$\Leftrightarrow x_M^2 + y_M^2 - 16 = \frac{1}{2} \left(25 - \frac{16}{25}x_M^2\right)$$

Suy ra $\frac{x_M^2}{25} = \frac{57}{66} - \frac{y_M^2}{33}$ thế vào (*) ta được $\frac{57}{66} - \frac{y_M^2}{33} + \frac{y_M^2}{9} = 1 \Rightarrow y_M = \pm \frac{3\sqrt{3}}{4}$ và

$$x_M = \pm \frac{5\sqrt{13}}{4}$$

Vậy có bốn điểm thỏa mãn là $M_1\left(\frac{5\sqrt{13}}{4}; \frac{3\sqrt{3}}{4}\right),$

$$M_2\left(-\frac{5\sqrt{13}}{4}; \frac{3\sqrt{3}}{4}\right), M_3\left(\frac{5\sqrt{13}}{4}; -\frac{3\sqrt{3}}{4}\right) \text{ và } M_4\left(-\frac{5\sqrt{13}}{4}; -\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$$

d) Ta có $\overrightarrow{OA}(1;1)$ nên đường thẳng đi qua hai điểm O, A nhận $\vec{n}(-1;1)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là $-x + y = 0$

$$S_{OAM} = \frac{1}{2} OA \cdot d(M; OA) = \frac{1}{2} \sqrt{2} \frac{|-x_M + y_M|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} |-x_M + y_M|$$

Áp dụng bất đẳng thức Bnhiacôpxki ta có

$$S_{OAM} = \frac{1}{2} \left| -5 \cdot \frac{x_M}{5} + 3 \cdot \frac{y_M}{3} \right| \leq \frac{1}{2} \cdot 34 \cdot \left(\frac{x_M^2}{25} + \frac{y_M^2}{9} \right) = \frac{34}{2}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $-\frac{x_M}{25} = \frac{y_M}{9}$ kết hợp với (*) ta được

$$\begin{cases} x_M = \frac{25}{\sqrt{34}} \\ y_M = -\frac{9}{\sqrt{34}} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_M = -\frac{25}{\sqrt{34}} \\ y_M = \frac{9}{\sqrt{34}} \end{cases}$$

Vậy có hai điểm $M_1\left(\frac{25}{\sqrt{34}}; -\frac{9}{\sqrt{34}}\right)$ và $M_2\left(-\frac{25}{\sqrt{34}}; \frac{9}{\sqrt{34}}\right)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Ví dụ 2: Cho elip (E) : $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ và $C(2;0)$. Tìm A, B thuộc (E) biết A, B đối xứng nhau qua trục hoành và tam giác ABC đều.

Lời giải

Giả sử $A(x_0; y_0)$. Vì A, B đối xứng nhau qua trục hoành nên $B(x_0; -y_0)$ với $y_0 > 0$.

Vì $A \in (E)$ nên $\frac{x_0^2}{4} + \frac{y_0^2}{1} = 1 \Leftrightarrow y_0^2 = 1 - \frac{x_0^2}{4}$ (1)

Vì tam giác ABC đều nên $AB^2 = AC^2 \Rightarrow (-2y_0)^2 = (2 - x_0)^2 + (-y_0)^2$

$$\Leftrightarrow 3y_0^2 = 4 - 4x_0 + x_0^2 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta có

$$3\left(1 - \frac{x_0^2}{4}\right) = 4 - 4x_0 + x_0^2 \Leftrightarrow 7x_0^2 - 16x_0 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = \frac{2}{7} \end{cases}$$

+ Nếu $x_0 = 2$ thay vào (1) ta có $y_0 = 0$. Trường hợp này loại vì $A \equiv C$

+ Nếu $x_0 = \frac{2}{7}$ thay vào (1) ta có $y_0 = \pm \frac{4\sqrt{3}}{7}$

Vậy $A\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right), B\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ hoặc $A\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right), B\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Elip (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ có độ dài trục lớn bằng:

A. 5.

B. 10.

C. 25.

D. 50.

Lời giải

Chọn B

Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có độ dài trục lớn $A_1A_2 = 2a$.

$$\text{Xét (E): } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases} \longrightarrow A_1A_2 = 2.5 = 10.$$

Câu 2: Elip (E): $4x^2 + 16y^2 = 1$ có độ dài trục lớn bằng:

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có độ dài trục lớn $A_1A_2 = 2a$.

$$\text{Xét (E): } 4x^2 + 16y^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{\frac{1}{16}} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{1}{4} \\ b^2 = \frac{1}{16} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \longrightarrow A_1A_2 = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1.$$

Câu 3: Elip (E): $x^2 + 5y^2 = 25$ có độ dài trục lớn bằng:

A. 1.

B. 2.

C. 5.

D. 10.

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có độ dài trục lớn $A_1A_2 = 2a$.

$$\text{Xét (E): } x^2 + 5y^2 = 25 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{5} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow a = 5 \longrightarrow A_1A_2 = 2 \cdot 5 = 10.$$

Câu 4: Elip (E): $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ có độ dài trục bé bằng:

A. 8.

B. 10.

C. 16.

D. 20.

Lời giải

Chọn C

Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có độ dài trục bé $B_1B_2 = 2b$.

$$\text{Xét (E): } \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 100 \\ b^2 = 64 \end{cases} \Rightarrow b = 8 \longrightarrow B_1B_2 = 2 \cdot 8 = 16.$$

Câu 5: Elip (E): $\frac{x^2}{16} + y^2 = 4$ có tổng độ dài trục lớn và trục bé bằng:

A. 5.

B. 10.

C. 20.

D. 40.

Lời giải

Chọn C

Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có độ dài trục lớn $A_1A_2 = 2a$ và độ dài trục bé là

$B_1B_2 = 2b$. Khi đó, xét $(E): \frac{x^2}{16} + y^2 = 4 \Leftrightarrow \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{4} = 1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 64 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 2 \end{cases} \longrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 = 2.8 + 2.2 = 20.$$

Câu 6: Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ có tiêu cự bằng:

A. 3.

B. 6.

C. 9.

D. 18.

Lời giải

Chọn B

Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có tiêu cự là $2c$.

$$\text{Xét } (E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 9 \Rightarrow c = 3 \longrightarrow 2c = 6.$$

Câu 7: Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ có tiêu cự bằng:

A. $\sqrt{5}$.

B. 5.

C. 10.

D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có tiêu cự là $2c$.

$$\text{Xét } (E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5} \longrightarrow 2c = 2\sqrt{5}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 8: Elip $(E): \frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1$, với $p > q > 0$ có tiêu cự bằng:

A. $p + q$.

B. $p - q$.

C. $p^2 - q^2$.

D. $2\sqrt{p^2 - q^2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có tiêu cự là $2c$.

$$\text{Xét } (E): \frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = p^2 \\ b^2 = q^2 \end{cases} \Rightarrow c^2 = p^2 - q^2 \Rightarrow c = \sqrt{p^2 - q^2} \longrightarrow 2c = 2\sqrt{p^2 - q^2}.$$

Câu 9: Elip $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ có một đỉnh nằm trên trục lớn là:

- A.** $(100;0)$. **B.** $(-100;0)$. **C.** $(0;10)$. **D.** $(-10;0)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là điểm nằm trên trục lớn của $(E) \Rightarrow M \in Ox \Rightarrow M(m;0)$.

$$\text{Mặt khác } M \in (E) \text{ suy ra } \frac{m^2}{100} = 1 \Leftrightarrow m^2 = 10^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 10 \\ m = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(10;0) \\ M(-10;0) \end{cases}.$$

Câu 10: Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ có một đỉnh nằm trên trục bé là:

- A.** $(4;0)$. **B.** $(0;12)$. **C.** $(0;2\sqrt{3})$. **D.** $(4;0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi N là điểm nằm trên trục bé của $(E) \Rightarrow N \in Oy \Rightarrow N(0;n)$.

$$\text{Mặt khác } N \in (E) \text{ suy ra } \frac{n^2}{12} = 1 \Leftrightarrow n^2 = (2\sqrt{3})^2 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 2\sqrt{3} \\ n = -2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N(0;2\sqrt{3}) \\ N(0;-2\sqrt{3}) \end{cases}.$$

Câu 11: Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$ có một tiêu điểm là:

- A.** $(0;3)$. **B.** $(0;\sqrt{6})$. **C.** $(-\sqrt{3};0)$. **D.** $(3;0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi phương trình của (E) là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có tọa độ tiêu điểm $F(\pm c;0)$.

$$\text{Xét } (E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3}.$$

Vậy tiêu điểm của Elip là $F_1(\sqrt{3};0), F_2(-\sqrt{3};0)$.

Câu 12: Cặp điểm nào là các tiêu điểm của elip $(E): \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$?

A. $F_1(-1;0)$ và $F_2(1;0)$.

B. $F_1(-3;0)$ và $F_2(3;0)$.

C. $F_1(0;-1)$ và $F_2(0;1)$.

D. $F_1(-2;0)$ và $F_2(2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình của (E) là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có tọa độ tiêu điểm $F(\pm c; 0)$.

$$\text{Xét } (E): \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 5 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 1 \Rightarrow c = 1.$$

Vậy tiêu điểm của Elip là $F_1(1;0)$, $F_2(-1;0)$.

Câu 13: Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tỉ số e của tiêu cự và độ dài trục lớn của elip bằng:

A. $e = 1$.

B. $e = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

C. $e = \frac{3}{4}$.

D. $e = \frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét } (E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \\ c^2 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = \sqrt{7} \end{cases} \longrightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

Câu 14: Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Tỉ số f của độ dài trục lớn và tiêu cự của elip bằng:

A. $f = \frac{3}{2}$.

B. $f = \frac{3}{\sqrt{5}}$.

C. $f = \frac{2}{3}$.

D. $f = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét } (E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ c^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ c = \sqrt{5} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy tỉ số } f \text{ cần tính là } f = \frac{2a}{2c} = \frac{3}{\sqrt{5}}.$$

Câu 15: Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$. Tỉ số k của tiêu cự và độ dài trục bé của elip bằng:

A. $k = 8$.

B. $k = \sqrt{8}$.

C. $k = 1$.

D. $k = -1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét } (E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 8 \\ c^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2\sqrt{2} \\ c = 2\sqrt{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy tỉ số } k \text{ cần tính là } k = \frac{2c}{2b} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 1. \text{ Chọn C.}$$

Câu 16: Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. (E) có các tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$.

B. (E) có tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{4}{5}$.

C. (E) có đỉnh $A_1(-5;0)$.

D. (E) có độ dài trục nhỏ bằng 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } (E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow (E): \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1 \longrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \\ c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \end{cases}$$

Do đó, độ dài trục nhỏ của (E) là 6.

Câu 17: Cho elip $(E): x^2 + 4y^2 = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Elip có tiêu cự bằng $\sqrt{3}$.

B. Elip có trục nhỏ bằng 2.

C. Elip có một tiêu điểm là $F\left(0; \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$.

D. Elip có trục lớn bằng 4.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } (E): x^2 + 4y^2 = 1 \Leftrightarrow (E): \frac{x^2}{1^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1 \longrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{2} \\ c = \sqrt{a^2 - b^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}.$$

- (E) có tiêu cự $F_1F_2 = 2c = \sqrt{3}$.
- (E) có trục nhỏ bằng 1, trục lớn bằng 2.
- (E) có tiêu điểm là $F_1\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và $F_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$.

A. (E) có trục lớn bằng 6. **B.** (E) có trục nhỏ bằng 4.

C. (E) có tiêu cự bằng $\sqrt{5}$. **D.** (E) có tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

A. $9x^2 + 16y^2 = 144$. **B.** $9x^2 + 16y^2 = 1$.

C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$.

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$ **B.** $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1.$ **C.** $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1.$ **D.** $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1.$

$$\text{Elip } (E) \text{ c\'o } \begin{cases} F_1 F_2 = 6 = 2c \\ A_1 A_2 = 10 = 2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2} = 4.$$

Do đó, phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 21: Elip có độ dài trục lớn là 10 và có một tiêu điểm $F(-3;0)$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. B. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{16} = 1$. C. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Elip (E) có độ dài trục lớn là 10 $\longrightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$.

Elip (E) có một tiêu điểm $F(-3;0) \longrightarrow c = 3$.

Khi đó, $b = \sqrt{a^2 - c^2} = 4$.

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 22: Elip có độ dài trục nhỏ là $4\sqrt{6}$ và có một tiêu điểm $F(5;0)$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{121} + \frac{y^2}{96} = 1$. B. $\frac{x^2}{101} + \frac{y^2}{96} = 1$. C. $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$. D. $\frac{x^2}{29} + \frac{y^2}{24} = 1$.

Lời giải

Chọn C

Elip (E) có độ dài trục nhỏ là $4\sqrt{6} \longrightarrow 2b = 4\sqrt{6} \Rightarrow b = 2\sqrt{6}$.

Elip (E) có một tiêu điểm $F(5;0) \longrightarrow c = 5$. Khi đó, $a = \sqrt{b^2 + c^2} = 7$.

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$.

Câu 23: Elip có một đỉnh là $A(5;0)$ và có một tiêu điểm $F_1(-4;0)$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 1$.

Lời giải

Chọn C

Elip (E) có một đỉnh là $A(5;0) \in Ox \longrightarrow a = 5$.

Elip (E) có một tiêu điểm $F(-4;0) \longrightarrow c = 4$.

Khi đó, $b = \sqrt{a^2 - c^2} = 3$.

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 24: Elip có hai đỉnh là $(-3;0); (3;0)$ và có hai tiêu điểm là $(-1;0); (1;0)$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$. B. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$. D. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Chọn C

Elip (E) có hai đỉnh là $(-3;0) \in Ox$ và $(3;0) \in Ox \longrightarrow a = 3$.

Elip (E) có hai tiêu điểm là $F_1(-1;0)$ và $F_2(1;0) \longrightarrow c = 1$.

Khi đó, $b = \sqrt{a^2 - c^2} = 2\sqrt{2}$.

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$.

Câu 25: Tìm phương trình chính tắc của elip nếu trục lớn gấp đôi trục bé và có tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$.

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1$. D. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Chọn A

Elip (E) có trục lớn gấp đôi trục bé $\Rightarrow A_1A_2 = 2B_1B_2 \Leftrightarrow 2a = 2.2b \Leftrightarrow a = 2b$.

Elip (E) có tiêu cự bằng $4\sqrt{3} \longrightarrow 2c = 4\sqrt{3} \Rightarrow c = 2\sqrt{3}$.

Ta có $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow (2b)^2 = b^2 + (2\sqrt{3})^2 \Rightarrow b = 2$. Khi đó, $a = 2b = 4$.

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 26: Lập phương trình chính tắc của elip biết độ dài trục lớn hơn độ dài trục nhỏ 4 đơn vị, độ dài trục nhỏ hơn độ dài tiêu cự 4 đơn vị.

A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{60} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Lời giải

Chọn C

Elip (E) có độ dài trục lớn hơn độ dài trục nhỏ 4 đơn vị $\longrightarrow 2a - 2b = 4$.

Elip (E) có độ dài trục nhỏ hơn độ dài tiêu cự 4 đơn vị $\longrightarrow 2b - 2c = 4$.

Ta có

$$\begin{cases} a-b=2 \\ b-c=2 \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b=2 \\ a^2=b^2+(b-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b+2 \\ (b+2)^2=2b^2-4b+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b+2 \\ b^2-8b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=10 \\ b=8 \end{cases}$$

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$.

Câu 27: Lập phương trình chính tắc của elip biết tỉ số giữa độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $\sqrt{2}$, tổng bình phương độ dài trục lớn và tiêu cự bằng 64.

A. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{8} = 1$. B. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{12} = 1$. C. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$. D. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Lời giải

Chọn A

Elip (E) có tỉ số độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $\sqrt{2} \longrightarrow \frac{2b}{2c} = \sqrt{2} \Rightarrow c = \frac{b\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác, $(2a)^2 + (2c)^2 = 64 \Leftrightarrow a^2 + c^2 = 16$.

Ta có $\begin{cases} c = \frac{b\sqrt{2}}{2} \\ a^2 + c^2 = 16 \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + \frac{1}{2}b^2 = 16 \\ a^2 - \frac{3}{2}b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 12 \\ b^2 = 8 \end{cases}$.

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{8} = 1$.

Câu 28: Elip có một tiêu điểm $F(-2;0)$ và tích độ dài trục lớn với trục bé bằng $12\sqrt{5}$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$. C. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{5} = 1$. D. $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Chọn A

Elip (E) có một tiêu điểm $F(-2;0) \longrightarrow c = 2$.

Elip (E) có tích độ dài trục lớn với trục bé bằng $12\sqrt{5} \longrightarrow 2a \cdot 2b = 12\sqrt{5} \Rightarrow ab = 3\sqrt{5}$.

Ta có $\begin{cases} ab = 3\sqrt{5} \\ a^2 - b^2 = c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3\sqrt{5}}{b} \\ \left(\frac{3\sqrt{5}}{b}\right)^2 - b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = \sqrt{5} \end{cases}$.

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Câu 29: Lập phương trình chính tắc của elip có độ dài trục lớn bằng 26 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{12}{13}$.

A. $\frac{x^2}{26} + \frac{y^2}{25} = 1.$

B. $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1.$

C. $\frac{x^2}{52} + \frac{y^2}{25} = 1.$

D. $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{5} = 1.$

Lời giải

Chọn B

Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 26 $\longrightarrow 2a = 26 \Rightarrow a = 13.$

Elip (E) có tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{12}{13} \longrightarrow \frac{2c}{2a} = \frac{12}{13} \Rightarrow c = \frac{12}{13}a = 12.$

Do đó, $b = \sqrt{a^2 - c^2} = 5.$

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1.$

Câu 30: Lập phương trình chính tắc của elip có độ dài trục lớn bằng 6 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{3}.$

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1.$

B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1.$

C. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{5} = 1.$

D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1.$

Lời giải

Chọn A

Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 6 $\longrightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3.$

Elip (E) có tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{3} \longrightarrow \frac{2c}{2a} = \frac{1}{3} \Rightarrow c = \frac{1}{3}a = 1.$

Do đó, $b = \sqrt{a^2 - c^2} = 2\sqrt{2}.$

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1.$

Câu 31: Lập phương trình chính tắc của elip có độ dài trục nhỏ bằng 12 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{4}{5}.$

A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1.$

B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1.$

C. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1.$

D. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1.$

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$ với $a > b > 0.$

Độ dài trục nhỏ của Elip là 12 suy ra $2b = 12 \Leftrightarrow b = 6.$

Tiêu cự của Elip là $2c,$ độ dài trục lớn là $2a$ suy ra tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow c = \frac{4}{5}a.$

Mặt khác $a^2 - b^2 = c^2 \Leftrightarrow a^2 - 6^2 = \frac{16}{25}a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{25}a^2 = 36 \Leftrightarrow a^2 = 100$.

Vậy phương trình cần tìm là (E): $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Câu 32: Elip có tổng độ dài hai trục bằng 18 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{3}{5}$.

Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình chính tắc của Elip là (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Tổng độ dài hai trục của Elip là $2a + 2b = 18 \Leftrightarrow a + b = 9 \Leftrightarrow b = 9 - a$.

Tiêu cự của Elip là $2c$, độ dài trục lớn là $2a$ suy ra tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow c = \frac{3}{5}a$.

Mà $a^2 - b^2 = c^2$ suy ra:

$a^2 - (9 - a)^2 = \frac{9}{25}a^2 \Leftrightarrow a = 5$ ($a = 45$ loại vì $b = 9 - 45 = -36 < 0$)

Vậy phương trình cần tìm là (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 33: Elip có tổng độ dài hai trục bằng 10 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình chính tắc của Elip là (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Tổng độ dài hai trục của Elip là ..

Tiêu cự của Elip là $2c$, độ dài trục lớn là $2a$ suy ra tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow c = \frac{\sqrt{5}}{3}a$.

Mà $a^2 - b^2 = c^2$ suy ra $a^2 - (5 - a)^2 = \frac{5}{9}a^2 \Leftrightarrow a = 3$ ($a = 15$ loại vì $b = 5 - 15 = -10 < 0$)

Vậy phương trình cần tìm là (E): $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 34: Lập phương trình chính tắc của elip, biết elip đi qua hai điểm $A(7;0)$ và $B(0;3)$.

- A. $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{9} = 1$. B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1$. D. $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Elip đi qua điểm $A(7;0)$ suy ra $\frac{7^2}{a^2} = 1 \Leftrightarrow a^2 = 49$.

Elip đi qua điểm $B(0;3)$ suy ra $\frac{3^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 9$.

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 35: Elip đi qua các điểm $M(0;3)$ và $N\left(3; -\frac{12}{5}\right)$ có phương trình chính tắc là:

- A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Chọn B

Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Elip đi qua điểm $M(0;3)$ suy ra $\frac{0^2}{a^2} + \frac{3^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 9$.

Elip đi qua điểm $N\left(3; -\frac{12}{5}\right)$ suy ra $\frac{3^2}{a^2} + \frac{\left(-\frac{12}{5}\right)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{9}{a^2} = 1 - \frac{144}{25} \cdot \frac{1}{b^2} \Leftrightarrow a^2 = 25$.

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 36: Elip đi qua các điểm $A(0;1)$ và $N\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ có phương trình chính tắc là:

- A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. B. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. D. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Lời giải

Chọn C

Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Elip đi qua điểm $A(0;1)$ suy ra $\frac{0^2}{a^2} + \frac{1^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 1$.

Elip đi qua điểm $N\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ suy ra $\frac{1^2}{a^2} + \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} = 1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{b^2} \Leftrightarrow a^2 = 4$.

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Câu 37: Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó có trục lớn gấp đôi trục bé và đi qua điểm $M(2;-2)$.

- A. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$. B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1$. D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Elip có độ dài trục lớn gấp đôi trục bé suy ra $2a = 2.2b \Leftrightarrow a = 2b$.

Elip đi qua điểm $M(2;-2)$ suy ra $\frac{2^2}{a^2} + \frac{(-2)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{4}$.

Do đó, ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} a = 2b \\ \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4b^2 \\ \frac{1}{4b^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 20 \\ b^2 = 5 \end{cases}.$$

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Câu 38: Tìm phương trình chính tắc của elip, biết elip có tiêu cự bằng 6 và đi qua $A(5;0)$.

- A. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$.

Lời giải

Chọn B

Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Elip có tiêu cự bằng 6 suy ra $2c = 6 \Leftrightarrow c = 3 \Leftrightarrow a^2 - b^2 = c^2 = 9$.

Elip đi qua điểm $A(5;0)$ suy ra $\frac{5^2}{a^2} + \frac{0^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow a^2 = 25$.

Do đó, ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 9 \\ a^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 16 \end{cases}.$$

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 39: Tìm phương trình chính tắc của elip, biết elip có tiêu cự bằng $2\sqrt{3}$ và đi qua $A(2;1)$.

- A. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$. B. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$. C. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{5} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Elip có tiêu cự bằng $2\sqrt{3}$ suy ra $2c = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow c = \sqrt{3} \Leftrightarrow a^2 - b^2 = c^2 = 3$ (1).

Elip đi qua điểm $A(2;1)$ suy ra $\frac{2^2}{a^2} + \frac{1^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1$ (2).

$$\text{Từ (1), (2) suy ra } \begin{cases} a^2 - b^2 = 3 \\ \frac{4}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 3 \\ \frac{4}{b^2 + 3} + \frac{1}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 3 \\ b^4 - 2b^2 - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 6 \\ b^2 = 3 \end{cases}.$$

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$.

Câu 40: Tìm phương trình chính tắc của elip, biết elip có tiêu cự bằng 8 và đi qua điểm $M(\sqrt{15}; -1)$.

- A. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$. B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{4} = 1$. D. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Elip có tiêu cự bằng 8 suy ra $2c = 8 \Leftrightarrow c = 4 \Leftrightarrow a^2 - b^2 = c^2 = 16$ (1).

Elip đi qua điểm $M(\sqrt{15}; -1)$ suy ra $\frac{(\sqrt{15})^2}{a^2} + \frac{(-1)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{15}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1$ (2).

$$\text{Từ (1), (2) suy ra } \begin{cases} a^2 - b^2 = 16 \\ \frac{15}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 16 \\ \frac{15}{b^2 + 16} + \frac{1}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 16 \\ b^4 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 20 \\ b^2 = 4 \end{cases}.$$

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 41: Elip qua điểm $M\left(2; \frac{5}{3}\right)$ và có một tiêu điểm $F(-2;0)$. Phương trình chính tắc của elip là:

- A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Elip có một tiêu điểm là $F(-2;0)$ suy ra $c = 2 \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 = b^2 + 4$ (1).

Elip đi qua điểm $M\left(2; \frac{5}{3}\right)$ suy ra $\frac{2^2}{a^2} + \frac{\left(\frac{5}{3}\right)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{25}{9b^2} = 1$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $\begin{cases} a^2 = b^2 + 4 \\ \frac{4}{a^2} + \frac{25}{9b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 4 \\ \frac{4}{b^2 + 4} + \frac{25}{9b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 5 \end{cases}$.

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Câu 42: Phương trình chính tắc của elip có hai tiêu điểm $F_1(-2;0)$, $F_2(2;0)$ và đi qua điểm $M(2;3)$ là:

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.

B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$.

Lời giải**Chọn A**

Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Elip có hai tiêu điểm là $F_1(-2;0)$, $F_2(2;0) \Rightarrow c = 2 \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 = b^2 + 4$ (1).

Elip đi qua điểm $M(2;3)$ suy ra $\frac{2^2}{a^2} + \frac{3^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{9}{b^2} = 1$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $\begin{cases} a^2 = b^2 + 4 \\ \frac{4}{a^2} + \frac{9}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 4 \\ \frac{4}{b^2 + 4} + \frac{9}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 4 \\ b^4 - 4b^2 - 36 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 12 \end{cases}$.

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.

Câu 43: Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó đi qua điểm $A(6;0)$ và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{2}$.

A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$.

B. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$.

C. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{18} = 1$.

D. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$.

Lời giải**Chọn A**

Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Elip đi qua điểm $A(6;0)$ suy ra $\frac{6^2}{a^2} + \frac{0^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow a^2 = 36$.

Tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{2}$ suy ra $\frac{2c}{2a} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow c^2 = \frac{a^2}{4}$.

Kết hợp với điều kiện $b^2 = a^2 - c^2$, ta được $b^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3}{4}a^2 = \frac{3}{4}.36 = 27$.

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$.

Câu 44: Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó đi qua điểm $N\left(2; -\frac{5}{3}\right)$ và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{2}{3}$.

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$.

Lời giải

Chọn B

Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Elip đi qua điểm $N\left(2; -\frac{5}{3}\right)$ suy ra $\frac{2^2}{a^2} + \frac{\left(-\frac{5}{3}\right)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{25}{9b^2} = 1$ (1).

Tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{2}{3}$ suy ra $\frac{2c}{2a} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow c^2 = \frac{4}{9}a^2$.

Kết hợp với điều kiện $b^2 = a^2 - c^2$, ta được $b^2 = a^2 - \frac{4}{9}a^2 = \frac{5}{9}a^2 \Leftrightarrow 9b^2 = 5a^2$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $\begin{cases} \frac{4}{a^2} + \frac{25}{9b^2} = 1 \\ 9b^2 = 5a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{a^2} + \frac{25}{5a^2} = 1 \\ 9b^2 = 5a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9}{a^2} = 1 \\ 9b^2 = 5a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 5 \end{cases}$.

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Câu 45: Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó đi qua điểm $A(2; \sqrt{3})$ và tỉ số của độ dài trục lớn với tiêu cự bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. B. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. C. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$. D. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Elip đi qua điểm $A(2; \sqrt{3})$ suy ra $\frac{2^2}{a^2} + \frac{(\sqrt{3})^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{3}{b^2} = 1$ (1).

Tỉ số của độ dài trục lớn với tiêu cự bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$ suy ra $\frac{2a}{2c} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow c^2 = \frac{3}{4}a^2$.

Kết hợp với điều kiện $b^2 = a^2 - c^2$, ta được $b^2 = a^2 - \frac{3}{4}a^2 = \frac{a^2}{4} \Leftrightarrow a^2 = 4b^2$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $\begin{cases} \frac{4}{a^2} + \frac{3}{b^2} = 1 \\ a^2 = 4b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{4b^2} + \frac{3}{b^2} = 1 \\ a^2 = 4b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{b^2} = 1 \\ a^2 = 4b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 4 \end{cases}$.

Vậy phương trình cần tìm là (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 46: Cho elip (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > b > 0$. Gọi $2c$ là tiêu cự của (E). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $c^2 = a^2 + b^2$. B. $b^2 = a^2 + c^2$. C. $a^2 = b^2 + c^2$. D. $c = a + b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $c^2 = a^2 - b^2 \iff a^2 = b^2 + c^2$.

Câu 47: Cho elip có hai tiêu điểm F_1, F_2 và có độ dài trục lớn bằng $2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $2a = F_1F_2$. B. $2a > F_1F_2$. C. $2a < F_1F_2$. D. $4a = F_1F_2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a > c \iff 2a > 2c$

$\iff 2a > F_1F_2$.

Câu 48: Cho elip (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Hai điểm A, B là hai đỉnh của elip lần lượt nằm trên hai trục Ox, Oy . Khi đó độ dài đoạn thẳng AB bằng:

- A. 34. B. $\sqrt{34}$. C. 5. D. $\sqrt{136}$.

Lời giải

Chọn B

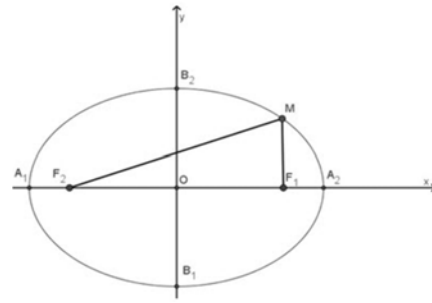
Ta có $a^2 = 25 \longrightarrow a = 5$

và $b^2 = 9 \longrightarrow b = 3$

Tam giác OAB vuông, có

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{34}.$$

Vậy $AB = \sqrt{34}$.



Câu 49: Một elip (E) có trục lớn dài gấp 3 lần trục nhỏ. Tỉ số e của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng:

A. $e = \frac{1}{3}$.

B. $e = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $e = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $e = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

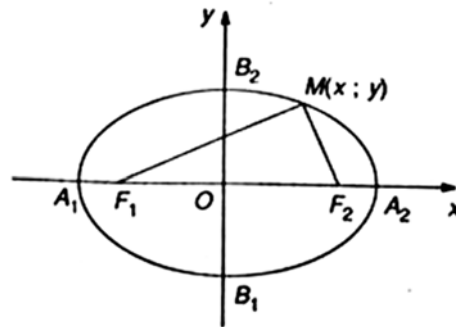
Chọn D

. Ta có $A_1A_2 = 3B_1B_2 \longrightarrow a = 3b$

$$\longrightarrow a^2 = 9b^2 = 9(a^2 - c^2) \longrightarrow 9c^2 = 8a^2$$

$$\longrightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{8}{9} \longrightarrow \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Vậy } e = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$



Câu 50: Một elip (E) có khoảng cách giữa hai đỉnh kề tiếp nhau gấp $\frac{3}{2}$ lần tiêu cự của nó. Tỉ số e của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng:

A. $e = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

B. $e = \frac{2}{5}$.

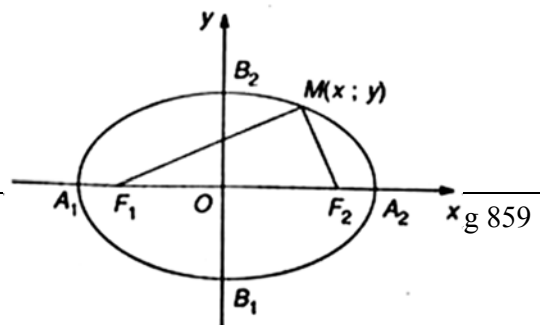
C. $e = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

D. $e = \frac{\sqrt{2}}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB = \frac{3}{2}F_1F_2 \longrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 3c$



$$\longrightarrow a^2 + b^2 = 9c^2 \longrightarrow a^2 + (a^2 - c^2) = 9c^2$$

$$\longrightarrow 2a^2 = 10c^2$$

$$\longrightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{1}{5} \longrightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Vậy } e = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 51: Cho điểm $M(2;3)$ nằm trên đường elip (E) có phương trình chính tắc: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Trong các điểm sau đây điểm nào không nằm trên (E) :

- A.** $M_1(-2;3)$. **B.** $M_2(2;-3)$. **C.** $M_3(-2;-3)$. **D.** $M_4(3;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có điểm M đối xứng qua Ox có tọa độ là $(2;-3)$.

Điểm M đối xứng qua Oy có tọa độ là $(-2;3)$.

Điểm M đối xứng qua gốc tọa độ O có tọa độ là $(-2;-3)$.

Câu 52: Cho elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** (E) không có trục đối xứng.
B. (E) có một trục đối xứng là trục hoành.
C. (E) có hai trục đối xứng là trục hoành và trục tung.
D. (E) có vô số trục đối xứng.

Lời giải

Chọn C

Ta có (E) có hai trục đối xứng là trục hoành và trục tung.

Câu 53: Cho elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** (E) không có tâm đối xứng. **B.** (E) có đúng một tâm đối xứng.
C. (E) có hai tâm đối xứng **D.** (E) có vô số tâm đối xứng.

Lời giải

Chọn B

Ta có (E) có đúng một tâm đối xứng là gốc tọa độ O .

Câu 54: Elip (E) có độ dài trục bé bằng tiêu cự. Tỉ số e của tiêu cự với độ dài trục lớn của (E) bằng:

- A. $e = 1$. B. $e = \sqrt{2}$. C. $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $e = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $B_1B_2 = F_1F_2 \longleftrightarrow b = c$

$$\longrightarrow b^2 = c^2 \longrightarrow (a^2 - c^2) = c^2$$

$$\longrightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{1}{2} \longrightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Vậy } e = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Câu 55: Elip (E) có hai đỉnh trên trục nhỏ cùng với hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông. Tỉ số e của tiêu cự với độ dài trục lớn của (E) bằng:

- A. $e = 1$. B. $e = \sqrt{2}$. C. $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $e = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\widehat{F_1B_1F_2} = 90^\circ \longrightarrow OB_1 = \frac{F_1F_2}{2} \longrightarrow b = c$

$$\longrightarrow b^2 = c^2 \longrightarrow (a^2 - c^2) = c^2$$

$$\longrightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{1}{2} \longrightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Vậy } e = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Câu 56: Elip (E) có độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{2}$, các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm của elip cùng nằm trên một đường tròn. Độ dài trục nhỏ của (E) bằng:

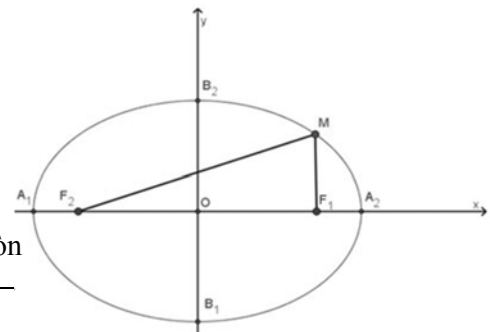
- A. 2. B. 4. C. 8. D. 16.

Lời giải

Chọn B

Ta có $A_1A_2 = 4\sqrt{2} \longrightarrow a = 2\sqrt{2}$

Và bốn điểm F_1, B_1, F_2, B_2 cùng nằm trên một đường tròn



$$\longrightarrow b = c \longrightarrow b^2 = c^2$$

$$\longrightarrow b^2 = a^2 - b^2 \longrightarrow b = \frac{a}{\sqrt{2}} = 2.$$

Vậy độ dài trục nhỏ của (E) là 4.

Câu 57: Cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và M là một điểm tùy ý trên (E) . Khi đó:

A. $3 \leq OM \leq 4$.

B. $4 \leq OM \leq 5$.

C. $OM \geq 5$.

D. $OM \leq 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a^2 = 16 \longrightarrow a = 4$ và $b^2 = 9 \longrightarrow b = 3$.

Mà $OB \leq OM \leq OA \longleftrightarrow 3 \leq OM \leq 4$.

Câu 58: Cho elip $(E): \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ và điểm M nằm trên (E) . Nếu M có hoành độ bằng -13 thì khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm bằng:

A. 10 và 6.

B. 8 và 18.

C. $13 \pm \sqrt{5}$.

D. $13 \pm \sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a^2 = 169 \longrightarrow a = 13$, $b^2 = 144 \longrightarrow b = 12$ và $c^2 = \sqrt{a^2 - b^2} = 5$

Tọa độ hai tiêu điểm $F_1(-5;0), F_2(5;0)$

M có hoành độ bằng $-13 \longrightarrow y = 0, M(-13;0)$.

$\longrightarrow MF_1 = 8, MF_2 = 18$.

Câu 59: Cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ và điểm M nằm trên (E) . Nếu M có hoành độ bằng 1 thì khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm bằng:

A. 3,5 và 4,5.

B. 3 và 5.

C. $4 \pm \sqrt{2}$.

D. $4 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a^2 = 16 \longrightarrow a = 4$, $b^2 = 12 \longrightarrow b = 2\sqrt{3}$ và $c^2 = \sqrt{a^2 - b^2} = 2$

Tọa độ hai tiêu điểm $F_1(-2;0), F_2(2;0)$

$$M \text{ có hoành độ bằng } 1 \longrightarrow y = \pm \frac{3\sqrt{5}}{2}.$$

Do tính đối xứng của (E) nên chọn $M\left(1; \frac{3\sqrt{5}}{2}\right)$.

$$\longrightarrow MF_1 = \frac{9}{2}, MF_2 = \frac{7}{2}.$$

Câu 60: Cho elip có phương trình $16x^2 + 25y^2 = 100$. Tính tổng khoảng cách từ điểm M thuộc elip có hoành độ bằng 2 đến hai tiêu điểm.

A. $\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 5.

D. $4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 16x^2 + 25y^2 = 100 \longleftrightarrow \frac{x^2}{\frac{25}{4}} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$a^2 = \frac{25}{4} \longrightarrow a = \frac{5}{2}, b^2 = 4 \longrightarrow b = 2$$

$$MF_1 + MF_2 = 2a = 5.$$

Câu 61: Cho elip $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$. Qua một tiêu điểm của (E) dựng đường thẳng song song với trục Oy và cắt (E) tại hai điểm M và N .

Tính độ dài MN .

A. $\frac{48}{5}$.

B. $\frac{36}{5}$.

C. 25.

D. $\frac{25}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét } (E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 100 \\ b^2 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 100 - 36 = 64.$$

Khi đó, Elip có tiêu điểm là $F_1(-8; 0) \Rightarrow$ đường thẳng $d // Oy$ và đi qua F_1 là $x = -8$.

Giao điểm của d và (E) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = -8 \\ \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = \pm \frac{24}{5} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy tọa độ hai điểm } M\left(-8; \frac{24}{5}\right), N\left(-8; -\frac{24}{5}\right) \Rightarrow MN = \frac{48}{5}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y - 12 = 0 \\ \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - \frac{3x}{4} \\ \frac{x^2}{16} + \frac{\left(3 - \frac{3x}{4}\right)^2}{9} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - \frac{3x}{4} \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - \frac{3x}{4} \\ x = 0 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ giao điểm là $\begin{cases} M(0;3) \\ N(4;0) \end{cases} \Rightarrow MN = 5.$