

CHUYÊN ĐỀ: VECTO

Chủ đề 1: KHÁI NIỆM VECTO

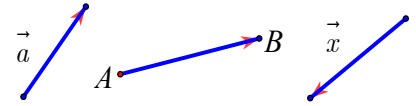
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa vector:

Vector là đoạn thẳng có hướng, nghĩa là trong hai điểm mút của đoạn thẳng đã chỉ rõ điểm nào là điểm đầu, điểm nào là điểm cuối.

Vector có điểm đầu là A, điểm cuối là B ta kí hiệu : $\overrightarrow{AB}$

Vector còn được kí hiệu là: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}, \dots$

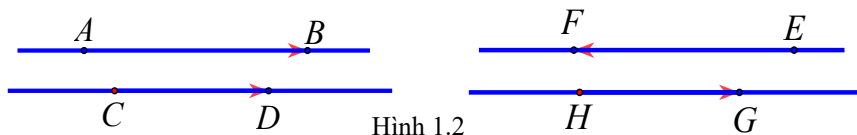


Hình 1.1

Vector – không là vector có điểm đầu trùng điểm cuối. Kí hiệu là $\vec{0}$

2. Hai vector cùng phương, cùng hướng.

- Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của vector gọi là giá của vector
- Hai vector có giá song song hoặc trùng nhau gọi là hai vector cùng phương
- Hai vector cùng phương thì hoặc cùng hướng hoặc ngược hướng.



Hình 1.2

Ví dụ: Ở hình vẽ trên (hình 2) thì hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng còn $\overrightarrow{EF}$ và $\overrightarrow{HG}$ ngược hướng.

Đặc biệt: vector – không cùng hướng với mọi véc tơ.

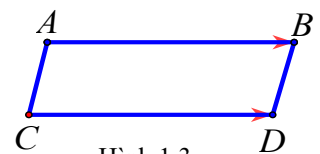
3. Hai vector bằng nhau

- Độ dài đoạn thẳng AB gọi là độ dài véc tơ $\overrightarrow{AB}$, kí hiệu $|\overrightarrow{AB}|$.

Vậy $|\overrightarrow{AB}| = AB$.

- Hai vector bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.

Ví dụ: (hình 1.3) Cho hình bình hành ABCD khi đó $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$



Hình 1.3

B. VÍ DỤ MINH HỌA

I- BÀI TẬP TỰ LUẬN:

1-Xác định vector-các khái niệm vector-véc tơ cùng phương:

Ví dụ 1: a) Cho hai điểm phân biệt A, B. Có bao nhiêu vector (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm A, B

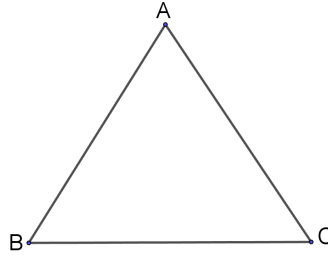
b) Cho tam giác ABC có thể xác định được bao nhiêu vector (khác vector không) có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh A, B, C ?

c) Cho bốn điểm ABCD có thể xác định được bao nhiêu vector (khác vector không) có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh A, B, C, D ?

Lời giải

a) Có thể xác định được 2 vector (khác $\vec{0}$) là $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BA}$.

b)



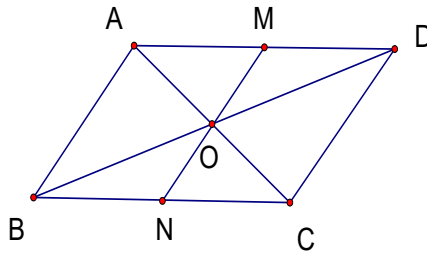
Ta có các vector đó là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$.

- c) Có thể xác định được 12 vector (khác $\vec{0}$) là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}$

Ví dụ 2: Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC .

- Kể tên hai vector cùng phương với $\overrightarrow{AB}$, hai vector cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$, hai vector ngược hướng với $\overrightarrow{AB}$.
- Chỉ ra một vector bằng vector $\overrightarrow{MO}$ và một vector bằng vector $\overrightarrow{OB}$.
- Chỉ ra các vector đối của vector $\overrightarrow{AD}$

Lời giải

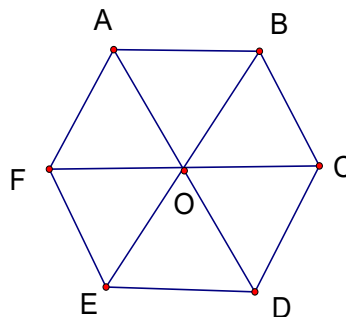


- Hai vector cùng phương với $\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}$
Hai vector cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MO}$
Hai vector ngược hướng với $\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{OM}$
- Vector bằng $\overrightarrow{MO}$ là $\overrightarrow{ON}$.
Vector bằng $\overrightarrow{OB}$ là $\overrightarrow{DO}$.
- Vector đối của vector $\overrightarrow{AD}$ là $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}$.

Ví dụ 3: Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O .

- Tìm các vector khác $\vec{0}$ và cùng phương với $\overrightarrow{OA}$ (khác $\overrightarrow{OA}$)
- Tìm các vector bằng $\overrightarrow{AB}$.
- Tìm các vector đối của vector $\overrightarrow{OD}$

Lời giải



a) các vectơ khác $\vec{0}$ và cùng phương với $\overrightarrow{OA}$ là:

$\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AO},$

$\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{DO}, \overrightarrow{FE}, \overrightarrow{EF}$

b) Các vectơ bằng $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{FO}$.

c) Các vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{OD}$ là: $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{DO}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{CB}$.

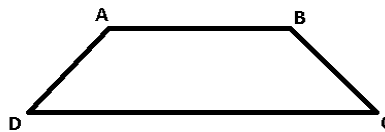
Ví dụ 4: Cho hình thang cân $ABCD$ có hai đáy là AB và CD . Tìm vectơ:

a) Cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$

b) Ngược hướng với $\overrightarrow{AB}$.

c) Chỉ ra các vectơ có độ dài bằng nhau

Lời giải



a) Ta có $ABCD$ là hình thang có hai đáy là AB và CD nên $AB \parallel CD$.

Khi đó vectơ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ $\overrightarrow{DC}$ (do cùng phương, cùng chiều).

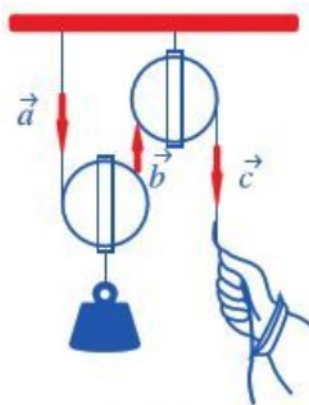
b) Vectơ ngược hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{CD}$

c) Các vectơ có cùng độ dài là $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{DA}| = |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CB}|$ và $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{DB}|$

Ví dụ 4: Quan sát ròng rọc hoạt động khi dùng lực để kéo một đầu của ròng rọc. Chuyển động của các đoạn dây được mô tả bằng các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ (Hình 47).

a) Hãy chỉ ra các cặp vectơ cùng phương.

b) Trong các cặp vectơ đó, cho biết chúng cùng hướng hay ngược hướng.



Hình 47

Lời giải

a) Quan sát Hình 47 ta thấy giá của các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ song song với nhau, do đó các cặp vectơ cùng phương là:

+ Vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$

+ Vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$

+ Vectơ $\vec{b}$ và $\vec{c}$

b) Quan sát hướng mũi tên, ta thấy:

+ Vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ngược hướng;

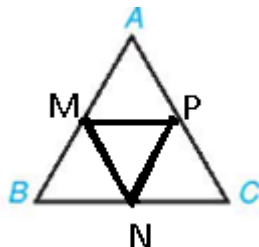
+ Vector $\vec{a}$ và $\vec{c}$ cùng hướng;

+ Vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ ngược hướng.2

Ví dụ 5: Cho tam giác đều ABC với cạnh có độ dài bằng a .

a) Hãy chỉ ra các vector có độ dài bằng a và có điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh của tam giác ABC . Có cặp vector nào bằng nhau không?

b) Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Hãy chỉ ra các cặp vector bằng nhau



Lời giải

a) Vì tam giác ABC là tam giác đều nên ta có: $AB = AC = BC = a$.

Do đó các vector có độ dài bằng a và có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tam giác ABC là: $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{BA}, \vec{BC}, \vec{CA}, \vec{CB}$. Không có cặp vector nào bằng nhau vì chúng cùng độ dài nhưng không cùng hướng.

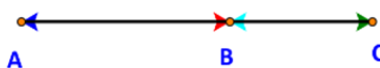
b) Các cặp vector bằng nhau là

$$\vec{NM} = \vec{PA} = \vec{CP}; \vec{PN} = \vec{MB} = \vec{AM}; \vec{MP} = \vec{BN} = \vec{NC};$$

$$\vec{MN} = \vec{AP} = \vec{PC}; \vec{NP} = \vec{BM} = \vec{MA}; \vec{PM} = \vec{NB} = \vec{CN}.$$

Ví dụ 6: Cho A, B, C là ba điểm thẳng hàng, B nằm giữa A và C . Viết các cặp vector cùng hướng, ngược hướng trong những vector sau $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{BA}, \vec{BC}, \vec{CA}, \vec{CB}$

Lời giải



-Các vector $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{BC}$ cùng hướng, các vector $\vec{CA}, \vec{CB}, \vec{BA}$ cùng hướng.

Do đó: các cặp vector cùng hướng là: $\vec{AB}$ và $\vec{AC}$; $\vec{AB}$ và $\vec{BC}$; $\vec{AC}$ và $\vec{BC}$; $\vec{CA}$ và $\vec{CB}$; $\vec{CA}$ và $\vec{BA}$; $\vec{CB}$ và $\vec{BA}$.

Các cặp vector ngược hướng là:

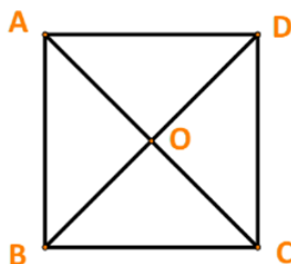
$$\vec{AB} \text{ và } \vec{BA}; \vec{AB} \text{ và } \vec{CB}; \vec{AB} \text{ và } \vec{CA};$$

$$\vec{AC} \text{ và } \vec{CA}; \vec{AC} \text{ và } \vec{CB}; \vec{AC} \text{ và } \vec{BA};$$

$$\vec{BC} \text{ và } \vec{CA}; \vec{BC} \text{ và } \vec{CB}; \vec{BC} \text{ và } \vec{BA}.$$

Ví dụ 7: Cho hình vuông $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại O . Hãy chỉ ra tập hợp S gồm tất cả các vector khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập $\{A; B; C; D; O\}$. Hãy chia tập S thành các nhóm sao cho hai vector cùng một nhóm khi và chỉ khi chúng bằng nhau.

Lời giải



Ta có:

$$S = \{ \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AO}; \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BD}; \overrightarrow{BO}; \overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}; \overrightarrow{CD}; \overrightarrow{CO}; \overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DB}; \overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DO}; \overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OD} \}$$

Các nhóm trong S thỏa yêu cầu bài toán là:

$$\{ \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{DC} \}, \{ \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{CD} \}, \{ \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{BC} \}, \{ \overrightarrow{CB}; \overrightarrow{DA} \}, \{ \overrightarrow{AO}; \overrightarrow{OC} \}, \{ \overrightarrow{CO}; \overrightarrow{OA} \}, \{ \overrightarrow{BO}; \overrightarrow{OD} \}, \{ \overrightarrow{OB}; \overrightarrow{DO} \}.$$

Ví dụ 8: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .

a) Xác định các vector khác vector - không cùng phương với $\overrightarrow{MN}$ có điểm đầu và điểm cuối lấy trong các điểm đã cho.

b) Xác định các vector khác vector - không cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$ có điểm đầu và điểm cuối lấy trong điểm đã cho.

c) Vẽ các vector bằng vector $\overrightarrow{NP}$ mà có điểm đầu A, B .

Lời giải

a) Các vector khác vector không cùng phương với $\overrightarrow{MN}$ là $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{BP}, \overrightarrow{PB}$.

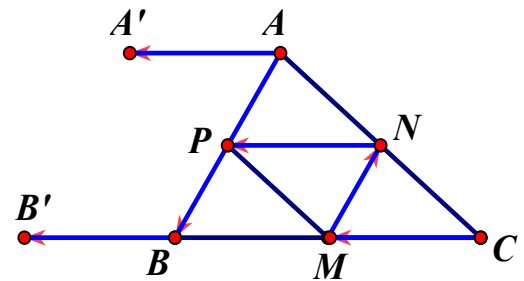
b) Các vector khác vector - không cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{NM}$.

c) Trên tia CB lấy điểm B' sao cho $BB' = NP$

Khi đó ta có $\overrightarrow{BB'}$ là vector có điểm đầu là B và bằng vector $\overrightarrow{NP}$.

Qua A dựng đường thẳng song song với đường thẳng NP . Trên đường thẳng đó lấy điểm A' sao cho $\overrightarrow{AA'}$ cùng hướng với $\overrightarrow{NP}$ và $AA' = NP$.

Khi đó ta có $\overrightarrow{AA'}$ là vector có điểm đầu là A và bằng vector $\overrightarrow{NP}$.



Hình 1.4

2-Tìm độ dài vector:

Ví dụ 1: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A và $AB = 5, BC = 8$.

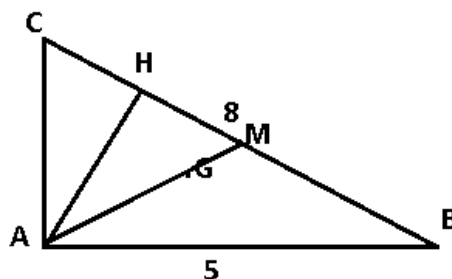
a) Tìm độ dài của vector $\overrightarrow{AC}$.

b) Gọi M là trung điểm BC . Tìm $|\overrightarrow{AM}|$?

c) Gọi H là hình chiếu của A trên BC . Tìm $|\overrightarrow{AH}|$

d) Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$. Tìm độ dài $\overrightarrow{AG}$

Lời giải



a) Áp dụng định lý Pi-ta-go ta được:

$$|\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{8^2 - 5^2} = \sqrt{39}.$$

b) Ta có $|\overrightarrow{AM}| = AM = \frac{BC}{2} = 4$.

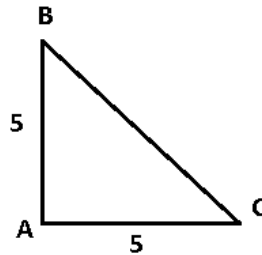
c) Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{5^2} + \frac{1}{(\sqrt{39})^2} = \frac{64}{975} \Rightarrow AH = \frac{5\sqrt{39}}{8}$.

Vậy $|\overrightarrow{AH}| = AH = \frac{5\sqrt{39}}{8}$.

d) $|\overrightarrow{AG}| = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} 4 = \frac{8}{3}$.

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC vuông cân tại A, có $AB = AC = 5$. Tính $|\overrightarrow{BC}|$

Lời giải



Ta có $|\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$.

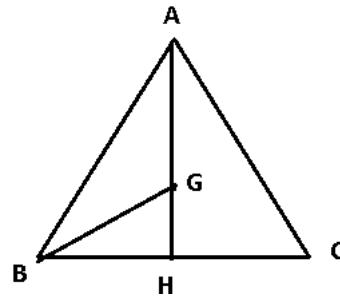
Ví dụ 3: Cho $\triangle ABC$ đều có cạnh bằng a .

a) Tìm theo a độ dài của vector $\overrightarrow{AB}$.

b) Gọi H là trung điểm BC . Tìm $|\overrightarrow{AH}|$?

d) Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$. Tìm độ dài của $\overrightarrow{BG}$

Lời giải



a) Ta có: $|\overrightarrow{AB}| = AB = a$.

b) Áp dụng định lý Pi-ta-go trong tam giác vuông AHC ta được:

$$AH = \sqrt{AC^2 - HC^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$|\overrightarrow{AH}| = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

c) Vì G là trọng tâm của $\triangle ABC$ nên $GH = \frac{1}{3} AH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

$$BG = \sqrt{GH^2 + HB^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy $|\overrightarrow{BG}| = BG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ví dụ 4: Cho tam giác ABC có $AB = 2\text{ cm}$, $AC = 1\text{ cm}$, $\hat{A} = 60^\circ$. Tính $|\overrightarrow{BC}|$

Lời giải

Ta

có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A \Rightarrow BC^2 = 2^2 + 1^2 - 2.2.1.\cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow BC^2 = 3 \Rightarrow BC = \sqrt{3}.$$

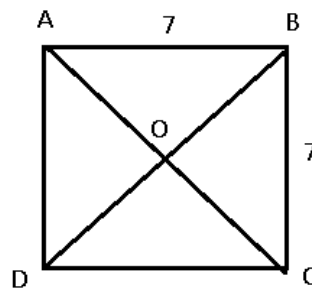
$$\text{Vậy } |\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{3}..$$

Ví dụ 5: Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O , có độ dài cạnh 7 .

a) Tìm $|\overrightarrow{AC}|$?

b) Tìm độ dài của vector $\overrightarrow{OA}$

Lời giải

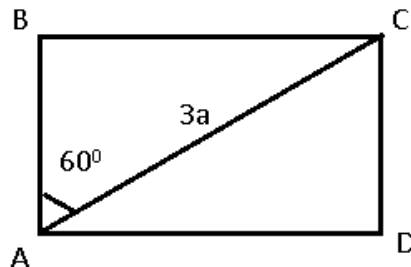


a) Ta có: $|\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{7^2 + 7^2} = 7\sqrt{2}.$

b) $|\overrightarrow{OA}| = OA = \frac{1}{2} AC = \frac{7\sqrt{2}}{2}.$

Ví dụ 6: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $AC = 3a$, tìm độ dài của vector $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải



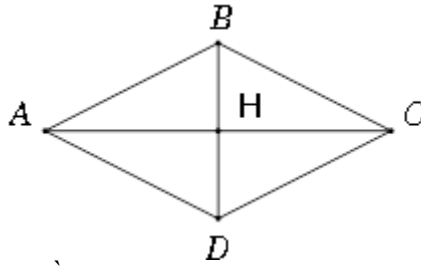
Xét tam giác ABC vuông tại B, ta có:

$$\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = AC.\sin \widehat{BAC} = 3a.\sin 60^\circ = \frac{3a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{BC}| = BC = \frac{3a\sqrt{3}}{2}.$$

Ví dụ 7: Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Tìm độ dài của vector $\overrightarrow{AC}$?

Lời giải



Từ giả thiết suy ra tam giác ABD đều cạnh a .
Gọi H là giao điểm của hai đường chéo AC và BD .

$$AH = \sqrt{AB^2 - HB^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$AC = 2AH = a\sqrt{3}.$$

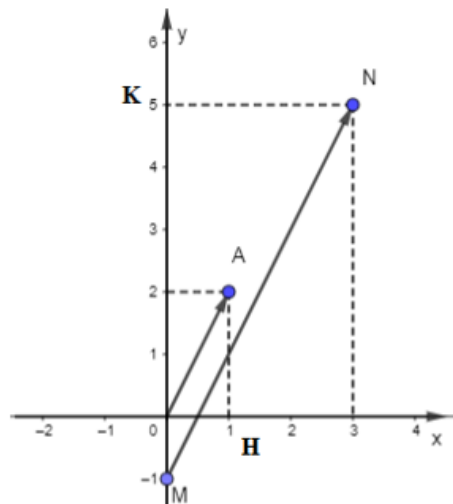
$$\text{Vậy } |\overrightarrow{AC}| = AC = a\sqrt{3}$$

Ví dụ 8: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, hãy vẽ các vectơ $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{MN}$ với $A(1;2), M(0;-1), N(3;5)$.

a) Chỉ ra mối quan hệ giữa hai vectơ trên.

b) Một vật thể khởi hành từ M và chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu diễn bởi vectơ $\vec{v} = \overrightarrow{OA}$. Hỏi vật thể đó có đi qua N hay không? Nếu có thì sau bao lâu vật sẽ tới N?

Lời giải:



a) Quan sát hình vẽ, ta có: hai vectơ $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{MN}$ là hai vectơ cùng hướng.

b) Xét $\triangle OAH$ vuông tại H, có: $OA^2 = OH^2 + AH^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \Rightarrow OA = \sqrt{5}$.

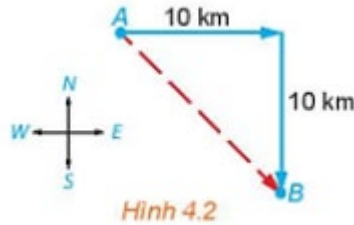
Xét $\triangle MNK$ vuông tại K, có: $MN^2 = KM^2 + KN^2 = 6^2 + 3^2 = 45$

$$\Rightarrow MN = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow MN = 3OA$$

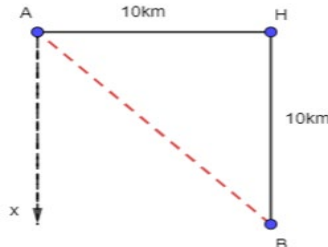
Do $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{MN}$ là hai vectơ cùng hướng nên vật thể khởi hành chuyển động thẳng đều với vận tốc được biểu diễn bởi $\vec{v} = \overrightarrow{OA}$ nên vật thể đó đi qua điểm N và sau 3 giờ thì vật sẽ tới N.

Ví dụ 9: Một con tàu khởi hành từ đảo A, đi thẳng về hướng đông 10km rồi đi thẳng tiếp 10 km về hướng nam thì tới đảo B (H.4.2). Nếu từ đảo A, tàu đi thẳng (không đổi hướng) tới đảo B, thì phải đi theo hướng nào và quãng đường phải dài bao nhiêu kilômét?



Lời giải:

Ta có hình vẽ sau:



Vì góc giữa hướng đông và hướng nam là bằng 90^0 nên $\widehat{AHB} = 90^0$.

Xét $\triangle AHB$ vuông ở H, ta có: $AB^2 = AH^2 + BH^2 = 10^2 + 10^2 = 100 + 100 = 200$

$$AB = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}.$$

$\triangle AHB$ vuông tại H, có $AH = BH = 10$ km nên $\triangle AHB$ vuông cân tại H.

$$\Rightarrow \widehat{HAB} = 45^0$$

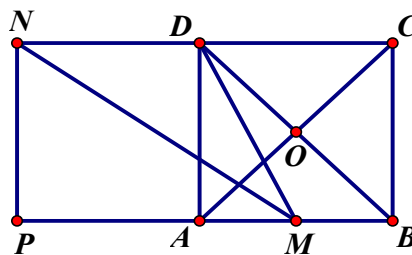
Tia Ax là hướng nam nên $Ax \perp AH \Rightarrow \widehat{H Ax} = 90^0 \Rightarrow \widehat{BAx} = 45^0$.

Nếu từ đảo A, tàu đi thẳng (không đổi hướng) tới đảo B, thì phải đi theo hướng đông nam và đi quãng đường dài $10\sqrt{2}$ km.

Ví dụ 10: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm đối xứng với C qua D . Hãy tính độ dài của vector sau $\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải:

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông MAD ta có



Hình 1.5

$$DM^2 = AM^2 + AD^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Suy ra } |\overrightarrow{MD}| = MD = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Qua N kẻ đường thẳng song song với AD cắt AB tại P .

$$\text{Khi đó tứ giác } ADNP \text{ là hình vuông và } PM = PA + AM = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}.$$

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông NPM ta có

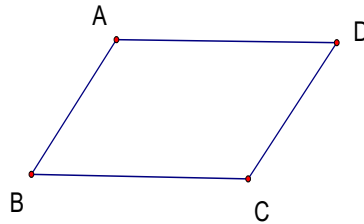
$$MN^2 = NP^2 + PM^2 = a^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2 = \frac{13a^2}{4} \Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Suy ra } |\overrightarrow{MN}| = MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

3-Chứng minh hai vector bằng nhau

Phương pháp: Ta chứng minh hai vector đó cùng hướng và cùng độ dài. Thường sử dụng các đẳng thức vector bằng nhau trong hình bình hành.

Ví dụ 1: Cho tứ giác $ABCD$. Chứng minh rằng tứ giác đó là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$



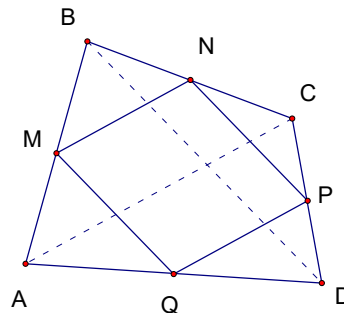
+ Nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì $AB = DC$ và hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng. Vậy $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

+ Ngược lại, nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ thì $AB = DC$ và $AB \parallel DC$.

Vậy tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Ví dụ 2: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P và Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD và DA . Chứng minh $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MQ}$ và $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{NM}$

Lời giải



Vì MN là đường trung bình của tam giác BAC nên ta có

$$\begin{cases} MN \parallel AC \\ MN = \frac{1}{2} AC \end{cases}$$

Mặt khác, PQ là đường trung bình của tam giác DAC nên ta có

$$\begin{cases} PQ \parallel AC \\ PQ = \frac{1}{2} AC \end{cases}$$

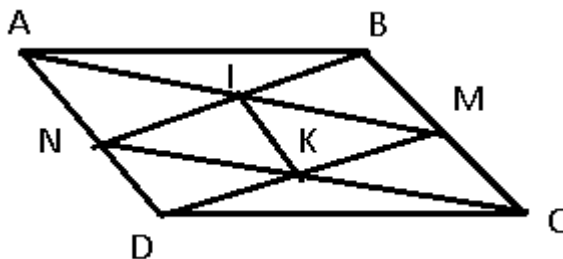
Từ đó suy ra $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$

Hay tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành. Do đó ta có

$$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MQ} \text{ và } \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{NM}$$

Ví dụ 3: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD , I là giao điểm của AM và BN , K là giao điểm của DM và CN . Chứng minh $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$; $\overrightarrow{DK} = \overrightarrow{NI}$.

Lời giải



a) Vì $ABCD$ là hình bình hành nên suy ra $AN \parallel MC$ và $AN = MC = \frac{1}{2}BC$. Do đó $ANCM$ là hình bình hành. Vậy $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$.

b) Xét tam giác ADM ta có IK là đường trung bình nên $IK \parallel AD \Rightarrow KI \parallel ND$ và

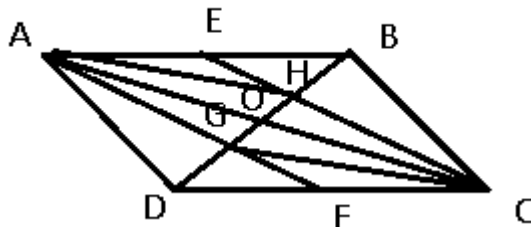
$IK = \frac{1}{2}AD$; $ND = \frac{1}{2}AD \Rightarrow IK = DN$. Từ đó suy ra $NDKI$ là hình bình hành. Vậy $\overrightarrow{DK} = \overrightarrow{NI}$.

Ví dụ 4: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đường chéo BD cắt AF tại G , cắt CE tại H . Chứng minh

a) $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{HB}$

b) $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{GC}$.

Lời giải



a) Gọi O là tâm của hình bình hành, ta có G, H lần lượt là trọng tâm các tam giác ADC và ABC .

Suy ra

$$DG = 2GO = \frac{2}{3}OD;$$

$$BH = 2HO = \frac{2}{3}OB$$

Ta lại có $OD = OB$

Từ đó suy ra $DG = BH = 2GO = 2HO \Rightarrow DG = BH = GH$.

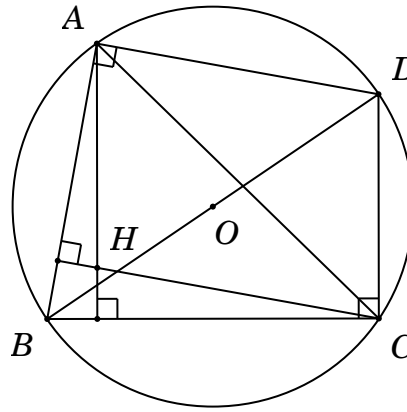
Các vectơ $\overrightarrow{DG}, \overrightarrow{GH}, \overrightarrow{HB}$ cùng hướng và cùng độ dài nên $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{HB}$.

b) Ta có tứ giác $AECF$ là hình bình hành nên $AF \parallel CE$ và $AF = CE$. Suy ra $AG \parallel CH$

Ta lại có $AG = \frac{2}{3}AF$; $CH = \frac{2}{3}CE$. Mà $AF = CE$ nên $AG = CH$. Từ đó suy ra $AGCH$ là hình bình hành. Vậy $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{GC}$.

Ví dụ 5: Cho tam giác ABC có trực tâm H . Gọi D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Chứng minh $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

Lời giải



Ta có $AH \perp BC$ và $DC \perp BC$ (do góc $\widehat{DCB}$ chắn nửa đường tròn). Suy ra $AH \parallel DC$.

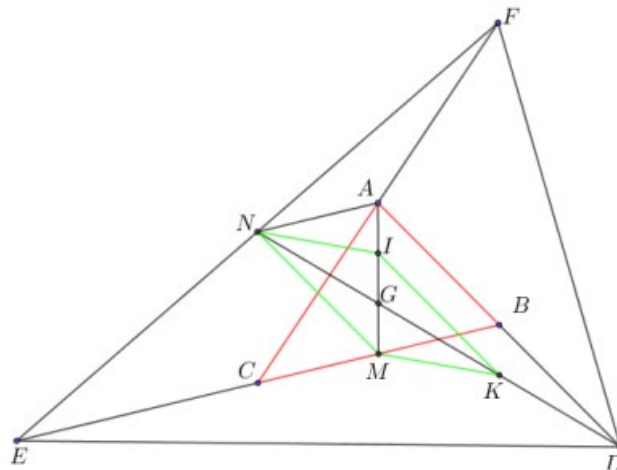
Tương tự ta cũng có $CH \parallel AD$.

Suy ra tứ giác $ADCH$ là hình bình hành. Do đó $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

Ví dụ 6: Cho tam giác ABC . Vẽ D đối xứng với A qua B , E đối xứng với B qua C và F đối xứng với C qua A . Gọi G là giao điểm của trung tuyến AM của tam giác ABC với trung tuyến DN của tam giác DEF . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của GA và GD . Chứng minh rằng

- a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NM}$ b) $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{NI}$

Lời giải



- a) Ta có AN là đường trung bình của tam giác FCE nên $AN \parallel CE \Rightarrow AN \parallel MB$.

$$AN = \frac{1}{2}CE; \quad MB = \frac{1}{2}CB = \frac{1}{2}CE \Rightarrow AN = MB.$$

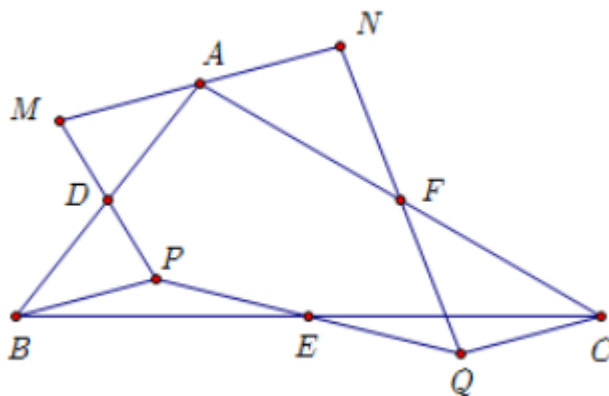
Suy ra tứ giác $ANMB$ là hình bình hành. Do đó $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NM}$

- b) Gọi I, K lần lượt là trung điểm của GA và $GD \Rightarrow \overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NM}$. Do đó tứ giác

$INMK$ là hình bình hành. Từ đó suy ra $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{NI}$

Ví dụ 7: Cho tam giác ABC và M là một điểm không thuộc các cạnh của tam giác. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Vẽ P đối xứng với M qua D , điểm Q đối xứng với P qua E , điểm N đối xứng với Q qua F . Chứng minh rằng $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AN}$

Lời giải



Ta có D là trung điểm của AB và P đối xứng với M qua D nên D là trung điểm của MP . Do đó tứ giác $MAPB$ là hình bình hành. Từ đó suy ra $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BP}$ (1)

Chứng minh tương tự ta được các tứ giác $ANCQ, CQBP$ là những hình bình hành nên $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{QC}; \overrightarrow{QC} = \overrightarrow{BP} \Rightarrow \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BP}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AN}$.

Ví dụ 8: Cho tam giác ABC và tam giác AEF có cùng trọng tâm G . Chứng minh rằng $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{FC}$

Lời giải

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. (1)

Vì G là trọng tâm tam giác AEF nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF} = \vec{0}$. (2)

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF} \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF}$$

Từ (1) và (2) suy ra $\Rightarrow \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{GE} - \overrightarrow{GB}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{BE}.$$

Ví dụ 9: Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi I là trung điểm của BC . Dựng điểm B' sao cho $\overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{AG}$.

a) Chứng minh rằng $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$

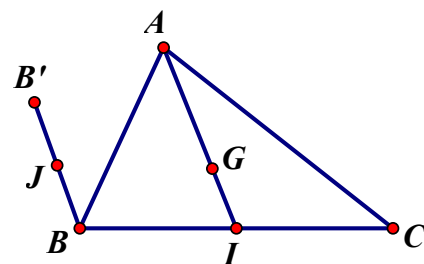
b) Gọi J là trung điểm của BB' . Chứng minh rằng $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{IG}$.

Lời giải (hình 1.7)

a) Vì I là trung điểm của BC nên $BI = CI$ và $\overrightarrow{BI}$ cùng hướng với $\overrightarrow{IC}$ do đó hai vectơ $\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{IC}$ bằng nhau hay $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$.

b) Ta có $\overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{AG}$ suy ra $B'B = AG$ và $BB' \parallel AG$.

Do đó $\overrightarrow{BJ}, \overrightarrow{IG}$ cùng hướng (1).



Hình 1.7

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $IG = \frac{1}{2}AG$, J là trung điểm BB' suy ra $BJ = \frac{1}{2}BB'$

Vì vậy $BJ = IG$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{IG}$.

II-BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

1-Xác định vector-các khái niệm về vector

Câu 1: Vector là một đoạn thẳng:

- A. Có hướng.
- B. Có hướng dương, hướng âm.
- C. Có hai đầu mút.
- D. Thỏa cả ba tính chất trên.

Lời giải

Chọn A.

Câu 2: Hai Vector có cùng độ dài và ngược hướng gọi là:

- A. Hai véc tơ bằng nhau.
- B. Hai véc tơ đối nhau.
- C. Hai véc tơ cùng hướng.
- D. Hai véc tơ cùng phương.

Lời giải

Chọn B.

Theo định nghĩa hai véc tơ đối nhau.

Câu 3: Hai vectơ bằng nhau khi hai vectơ đó có:

- A. Cùng hướng và có độ dài bằng nhau.
- B. Song song và có độ dài bằng nhau.
- C. Cùng phương và có độ dài bằng nhau.
- D. Thỏa mãn cả ba tính chất trên.

Lời giải

Chọn A.

Theo định nghĩa hai vectơ bằng nhau.

Câu 4: Nếu hai vector bằng nhau thì :

- A. Cùng hướng và cùng độ dài.
- B. Cùng phương.
- C. Cùng hướng.
- D. Có độ dài bằng nhau.

Lời giải

Chọn A.

Câu 5. Véc tơ có điểm đầu D điểm cuối E được kí hiệu như thế nào là đúng?

- A. DE .
- B. ED .
- C. $|\overrightarrow{DE}|$.
- D. $\overrightarrow{DE}$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 6: Cho hai điểm phân biệt A, B . Số vector (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm A, B là:

- A. 2.
- B. 6.
- C. 13.
- D. 12.

Lời giải

Chọn A.

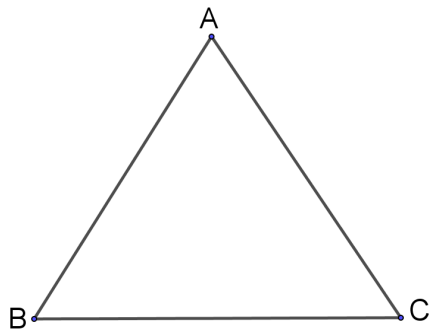
Số vector (khác $\vec{0}$) là $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BA}$.

Câu 7. Cho tam giác ABC có thể xác định được bao nhiêu vector (khác vector không) có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh A, B, C ?

A. 2. B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải**Chọn D.**Ta có các vector đó là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$.**Câu 8.** Cho tứ giác $ABCD$. Có bao nhiêu vector khác vector không có điểm đầu và cuối là các đỉnh của tứ giác?

A. 4.

B. 6.

C. 8.

D. 12.

Hướng dẫn giải**Chọn D.**

Một vector khác vector không được xác định bởi 2 điểm phân biệt. Do đó có 12 cách chọn 2 điểm trong 4 điểm của tứ giác (có tính thứ tự các điểm) nên có thể lập được 12 vector.

Câu 9: Chọn khẳng định đúng.

A. Véc tơ là một đường thẳng có hướng.

B. Véc tơ là một đoạn thẳng.

C. Véc tơ là một đoạn thẳng có hướng.

D. Véc tơ là một đoạn thẳng không phân biệt điểm đầu và điểm cuối.

Lời giải**Chọn C.**

Véc tơ là một đoạn thẳng có hướng.

Câu 10: Cho vector có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau. Hãy chọn câu sai

A. Được gọi là vector suy biến.

B. Được gọi là vector có phương tùy ý.

C. Được gọi là vector không, kí hiệu là $\vec{0}$.

D. Là vector có độ dài không xác định.

Lời giải**Chọn D.**

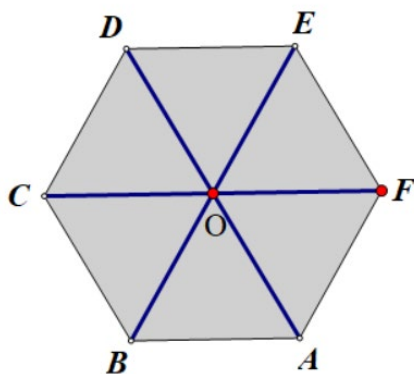
Vector không có độ dài bằng 0.

Câu 11: Cho hình bình hành $ABCD$. Các vector là vector đối của vector $\overrightarrow{AD}$ làA. $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$.B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}$.C. $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}$.D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}$.**Lời giải****Chọn C.**Vector đối của vector $\overrightarrow{AD}$ là $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}$.Câu 12: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Các vector đối của vector $\overrightarrow{OD}$ là:A. $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{DO}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{CB}$.B. $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{DO}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{DO}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{DA}$.

D. $\overrightarrow{DO}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{BC}$.

Lời giải



Chọn A.

Các vector đối của vector $\overrightarrow{OD}$ là: $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{DO}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{CB}$.

Câu 13: Chọn khẳng định đúng.

- A. Hai véc tơ cùng phương thì bằng nhau.
- B. Hai véc tơ ngược hướng thì có độ dài không bằng nhau.
- C. Hai véc tơ cùng phương và cùng độ dài thì bằng nhau.
- D. Hai véc tơ cùng hướng và cùng độ dài thì bằng nhau.

Lời giải

Chọn D.

Hai véc tơ cùng hướng và cùng độ dài thì bằng nhau.

Câu 14: Chọn khẳng định đúng nhất trong các khẳng định sau :

- A. Vector là một đoạn thẳng có định hướng.
- B. Vector không là vector có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau.
- C. Hai vector bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.
- D. Cả A, B, C đều đúng.

Lời giải

Chọn D.

Cả 3 ý đều đúng.

Câu 15: Số vector (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ 7 điểm phân biệt cho trước là

- A. 42.
- B. 3.
- C. 9.
- D. 27.

Lời giải

Chọn A.

Số vector (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ 7 điểm phân biệt cho trước là

$$7.6 = 42$$

2. HAI VECTO CÙNG PHƯƠNG

Câu 16. Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Khi đó:

- A. Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$.
- B. Điều kiện đủ để A, B, C thẳng hàng là với mọi M , $\overrightarrow{MA}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.
- C. Điều kiện cần để A, B, C thẳng hàng là với mọi M , $\overrightarrow{MA}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.
- D. Điều kiện cần để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 17 Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. Có duy nhất một vector cùng phương với mọi vector.
- B. Có ít nhất 2 vector cùng phương với mọi vector.
- C. Có vô số vector cùng phương với mọi vector.
- D. Không có vector nào cùng phương với mọi vector.

Lời giải

Chọn A.

Ta có vector $\vec{0}$ cùng phương với mọi vector.

Câu 18: Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$, nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.
- B. Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$, nếu chúng cùng phương và cùng độ dài.
- C. Hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- D. Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi chúng cùng độ dài.

Lời giải

Chọn A.

Theo định nghĩa: Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$, nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.

Câu 19: Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Hai vector không bằng nhau thì độ dài của chúng không bằng nhau.
- B. Hai vector không bằng nhau thì chúng không cùng phương.
- C. Hai vector bằng nhau thì có giá trùng nhau hoặc song song nhau.
- D. Hai vector có độ dài không bằng nhau thì không cùng hướng.

Lời giải

Chọn C.

A. sai do hai vector không bằng nhau thì có thể hai vecto ngược hướng nhưng độ dài vẫn bằng nhau.

B. sai do một trong hai vector là vector không.

C. đúng do hai vector bằng nhau thì hai vector cùng hướng.

Câu 20: Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. Hai vector cùng phương với 1 vector thứ ba thì cùng phương.
- B. Hai vector cùng phương với 1 vector thứ ba khác $\vec{0}$ thì cùng phương.
- C. Vector-không là vector không có giá.
- D. Điều kiện đủ để 2 vector bằng nhau là chúng có độ dài bằng nhau.

Lời giải

Chọn B.

Hai vector cùng phương với 1 vector thứ ba khác $\vec{0}$ thì cùng phương.

Câu 21: Cho hai vector không cùng phương $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. Không có vector nào cùng phương với cả hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.
- B. Có vô số vector cùng phương với cả hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

C. Có một vector cùng phương với cả hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, đó là vector $\vec{0}$.

D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Chọn C.

Vì vector $\vec{0}$ cùng phương với mọi vector. Nên có một vector cùng phương với cả hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, đó là vector $\vec{0}$.

Câu 22: Mệnh đề nào sau đây đúng:

A. Hai vector cùng phương với một vector thứ ba thì cùng phương.

B. Hai vector cùng phương với một vector thứ ba khác $\vec{0}$ thì cùng phương.

C. Hai vector cùng phương với một vector thứ ba thì cùng hướng.

D. Hai vector ngược hướng với một vector thứ ba thì cùng hướng.

Lời giải

Chọn B.

Hai vector cùng phương với một vector thứ ba khác $\vec{0}$ thì cùng phương.

Câu 23: Cho 3 điểm A, B, C không thẳng hàng, M là điểm bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\forall M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

B. $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.

C. $\forall M, \overrightarrow{MA} \neq \overrightarrow{MB} \neq \overrightarrow{MC}$.

D. $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có 3 điểm A, B, C không thẳng hàng, M là điểm bất kỳ.

Suy ra $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}$ không cùng phương $\Rightarrow \forall M, \overrightarrow{MA} \neq \overrightarrow{MB} \neq \overrightarrow{MC}$.

Câu 24: Gọi C là trung điểm của đoạn AB . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau :

A. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

C. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CB}$ ngược hướng.

D. $|\overrightarrow{AB}| = \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có C là trung điểm của đoạn AB và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 25. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Hỏi cặp vector nào sau đây cùng hướng?

A. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{MB}$.

C. $\overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{MB}$.

D. $\overrightarrow{AN}$ và $\overrightarrow{CA}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 26. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vector khác vector không, cùng phương với $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là:

A. 4.

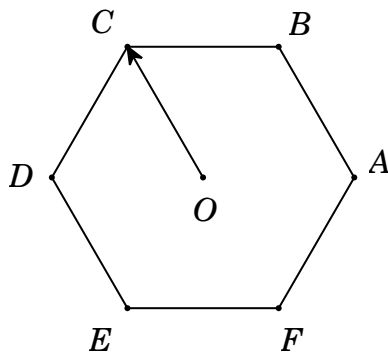
B. 6.

C. 7.

D. 9.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Đó là các vector: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{FC}, \overrightarrow{CF}$.

Câu 27: Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó điểm N nằm giữa hai điểm M và P . Khi đó các cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?

- A. $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$. B. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$. C. $\overrightarrow{NM}$ và $\overrightarrow{NP}$. D. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$.

Lời giải

Chọn D.

$\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ là hai vectơ cùng hướng.

Câu 28. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$. B. $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vectơ.
C. $|\overrightarrow{AB}| > 0$. D. $\vec{0}$ cùng phương với mọi vectơ.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Vì có thể xảy ra trường hợp $|\overrightarrow{AB}| = 0 \Leftrightarrow A \equiv B$.

3. HAI VECTƠ BẰNG NHAU

Câu 29. Hai vectơ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi

- A. Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau.
B. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành.
C. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một tam giác đều. D. Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau.

Hướng dẫn giải

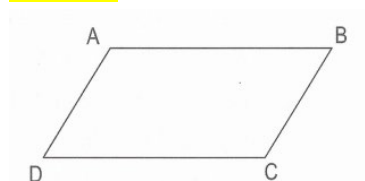
Chọn D.

Câu 30: Cho hình bình hành $ABCD$. Trong các khẳng định sau hãy tìm khẳng định sai

- A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$. B. $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB}|$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. D. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $ABCD$ là hình bình hành. Suy ra $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 31: Cho hình vuông $ABCD$, khẳng định nào sau đây đúng:

A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $ABCD$ là hình vuông. Suy ra $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.

Câu 32: Cho tam giác đều ABC . Mệnh đề nào sau đây sai ?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BC}$.

C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.

D. $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có tam giác đều $ABC \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ không cùng hướng $\Rightarrow \overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{BC}$.

Câu 33. Cho tứ giác $ABCD$. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$?

A. $ABCD$ là hình bình hành.

B. $ABDC$ là hình bình hành.

C. AD và BC có cùng trung điểm.

D. $AB = CD$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có:

• $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow ABDC \text{ là hình bình hành.}$

• Mặt khác, $ABDC$ là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Do đó, điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là $ABDC$ là hình bình hành.

Câu 34. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$.

C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$.

D. $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 35. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA .

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

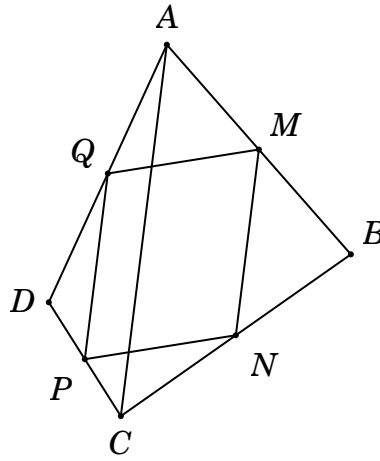
B. $|\overrightarrow{QP}| = |\overrightarrow{MN}|$.

C. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.

D. $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$ (do cùng song song và bằng $\frac{1}{2}AC$).

Do đó $MNPQ$ là hình bình hành.

Câu 36. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình chữ nhật $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$.
 B. $\overrightarrow{OB}$ và $\overrightarrow{OD}$ cùng hướng.
 C. $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$ cùng hướng.
 D. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$.

Hướng dẫn giải

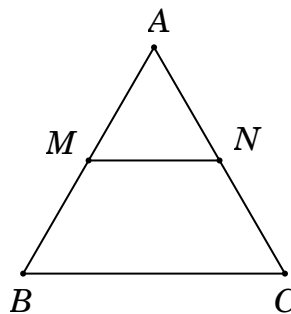
Chọn D.

Câu 37. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.
 B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.
 C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$.
 D. $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC .

Do đó $BC = 2MN \longrightarrow |\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Câu 38: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Ba vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{BA}$ là:

- A. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$.
 B. $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}$.
 C. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$.
 D. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Chọn C.

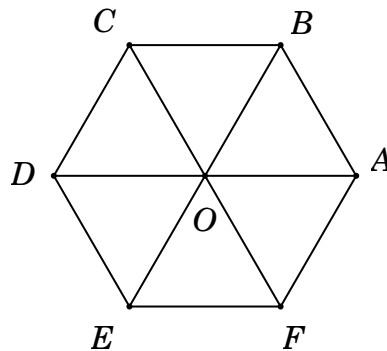
Ba vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{BA}$ là $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$.

Câu 39. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Đẳng thức nào sau đây là sai?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AF}|$. C. $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OE}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

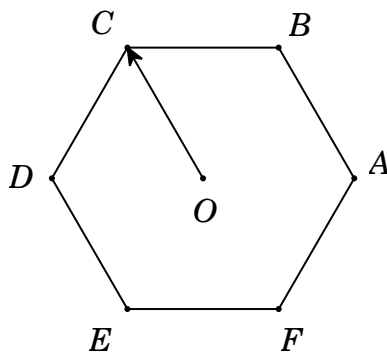


Câu 40. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vectơ bằng $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Đó là các vectơ: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ED}$.

Câu 41: Cho tam giác đều ABC . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. D. $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn B.

B. sai do hai vectơ không cùng phương.

Câu 42: Cho tứ giác $ABCD$. Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ thì $ABCD$ là hình gì? Tìm đáp án **sai**.

- A. Hình bình hành. B. Hình vuông. C. Hình chữ nhật. D. Hình thang.

Lời giải

Chọn D.

Câu 43: Cho lục giác $ABCDEF$, tâm O . Khẳng định nào sau đây đúng nhất?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FO}$.

D. Cả A,B,C

đều đúng.

Lời giải**Chọn D.**Ta có $ABCDEF$ là lục giác, tâm O . Suy ra $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FO}$.**Câu 44:** Câu 24. Cho $\overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$ và một điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn D.Ta có $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}| \Leftrightarrow AB = CD$. Suy ra tập hợp các điểm D thỏa yêu cầu bài toán là đường tròn tâm C , bán kính AB .**Câu 45:** Chọn câu sai :

A. Mỗi vectơ đều có một độ dài, đó là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.

B. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ được kí hiệu là $|\vec{a}|$.C. $|\vec{0}| = 0, |\overrightarrow{PQ}| = \overrightarrow{PQ}$.D. $|\overrightarrow{AB}| = AB = BA$.**Lời giải****Chọn C.**Vì $|\overrightarrow{PQ}| = PQ$.**Câu 46:** Cho khẳng định sau(1). 4 điểm A, B, C, D là 4 đỉnh của hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.(2). 4 điểm A, B, C, D là 4 đỉnh của hình bình hành thì $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$.(3). Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ thì 4 điểm A, B, C, D là 4 đỉnh của hình bình hành.(4). Nếu $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$ thì 4 điểm A, B, C, D theo thứ tự đó là 4 đỉnh của hình bình hành.

Hỏi có bao nhiêu khẳng định sai?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải**Chọn B.**Nếu $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$ thì 4 điểm A, D, B, C theo thứ tự đó là 4 đỉnh của hình bình hành.Câu 47: Cho hình bình hành $ABGE$. Đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{EG}$.

B. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{BE}$.

C. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{BE}$.

D. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{GE}$.

Lời giải**Chọn D.**hình bình hành $ABGE \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{GE}$.**Câu 48:** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Trong các khẳng định sau, hãy tìm khẳng định sai?

A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

B. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.

C. $|\overrightarrow{PQ}| = |\overrightarrow{MN}|$.

D.

$|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC . Suy ra $MN = \frac{1}{2}AC$ hay

$$|\overrightarrow{MN}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|$$

Câu 49: Cho tam giác đều ABC với đường cao AH . Đẳng thức nào sau đây đúng.

- A. $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{HC}$. B. $|\overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{HC}|$. C. $|\overrightarrow{AH}| = \frac{\sqrt{3}}{2}|\overrightarrow{HC}|$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B.

A. sai do hai vectơ ngược hướng.

B. đúng vì H là trung điểm AC và $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{HC}$ cùng hướng.

Câu 50: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **sai**.

- A. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. B. $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA}|$. C. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$. D. $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

Lời giải

Chọn A.

$|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ sai do $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 51: Cho hai điểm phân biệt A và B . Điều kiện để điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB là:

- A. $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$. B. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$. C. $IA = IB$. D. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.

Lời giải

Chọn A.

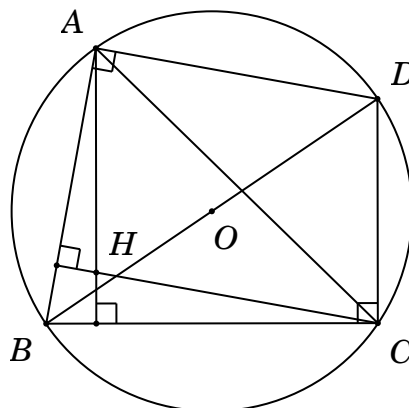
$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}.$$

Câu 52. Cho tam giác ABC có trực tâm H . Gọi D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$. B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.
C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CH}$. D. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Ta có $AH \perp BC$ và $DC \perp BC$ (do góc $\widehat{DCB}$ chắn nửa đường tròn). Suy ra $AH \parallel DC$.

Tương tự ta cũng có $CH \parallel AD$.

Suy ra tứ giác $ADCH$ là hình bình hành. Do đó $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

4- TÌM ĐỘ DÀI VECTOR

Câu 53: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Trong các khẳng định sau, hãy tìm khẳng định sai?

- A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$. B. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$. C. $|\overrightarrow{PQ}| = |\overrightarrow{MN}|$. D. $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC . Suy ra $MN = \frac{1}{2}AC$ hay

$$|\overrightarrow{MN}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|$$

Câu 54: Cho tam giác đều ABC với đường cao AH . Đẳng thức nào sau đây đúng.

- A. $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{HC}$. B. $|\overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{HC}|$. C. $|\overrightarrow{AH}| = \frac{\sqrt{3}}{2}|\overrightarrow{HC}|$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B.

A. sai do hai vector ngược hướng.

B. đúng vì H là trung điểm AC và $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{HC}$ cùng hướng.

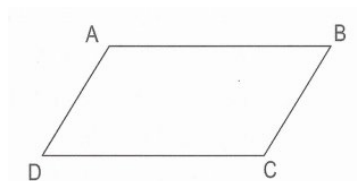
Câu 55: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai.

- A. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. B. $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA}|$. C. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$. D. $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

Lời giải

Chọn A.

$|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ sai do $ABCD$ là hình bình hành.

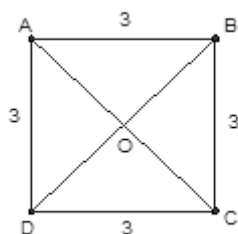


Câu 56: Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh 3. Giá trị của $|\overrightarrow{AC}|$ là bao nhiêu?

- A. $\sqrt{13}$ B. $2\sqrt{13}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn D



Vì $|\overrightarrow{AC}| = AC = 3\sqrt{2}$.

Câu 57: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $a\sqrt{2}$, tâm O . Độ dài của vector $\overrightarrow{OA}$ là:

A. a

B. $3a$

C. $\frac{a}{2}$

D. $2a$

Lời giải

Chọn A

Câu 58: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $2|\overrightarrow{AC}|$?

A. $2a\sqrt{2}$

B. $3a$

C. $a\sqrt{2}$

D. $2a$

Lời giải

Chọn A

Câu 59: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Khi đó $|\overrightarrow{AC}|$ bằng:

A. $a\sqrt{2}$

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

C. $2a$

D. a

Lời giải

Chọn A

Câu 60: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3, BC = 4$. Độ dài của vector $\overrightarrow{AC}$ là:

A. 5

B. 6

C. 7

D. 9

Lời giải

Chọn A

Câu 61: Cho hình chữ nhật $ABCD$, có $AB = 4$ và $AC = 5$. Tìm độ dài vector $\overrightarrow{AC}$.

A. $\sqrt{13}$

B. $2\sqrt{13}$

C. $\sqrt{41}$

D. $2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C

Câu 62: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=3, BC=4$. Độ dài của véctor $\overrightarrow{DB}$ A. 5

B. 6

C.

7

D. 9

Lời giải

Chọn A

Câu 63: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $\widehat{BAC} = 30^\circ$ và $BC = a\sqrt{5}$, Độ dài của vector $\overrightarrow{AB}$ là:

A. $2a\sqrt{5}$

B. $a\sqrt{2}$

C. $a\sqrt{7}$

D. $a\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

Câu 64: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A và $AB = \sqrt{3}$, $BC = 4$. Véc tơ $\overrightarrow{AC}$ có độ dài bằng

A. $\sqrt{13}$

B. $2\sqrt{13}$

C. $2\sqrt{3}$

D. $\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

Câu 64 b) Cho tam giác ABC vuông cân tại A , có $AB = AC = 4$. Tính $|\overrightarrow{BC}|$

Lời giải

vì $|\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}$

Câu 65: Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tính độ dài $\overrightarrow{GM}$ (với M là trung điểm của BC)

A. 2.

B. 6

C. 7

D. 9

Lời giải

Chọn A

Vì $|\overrightarrow{GM}| = GM = \frac{1}{3} AM = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} BC = 2$.

Câu 66: Cho tam giác đều ABC cạnh a . Véc tơ $\overrightarrow{AC}$ có độ dài bằng

A. a

B. $3a$

C. $\frac{a}{2}$

D. $2a$

Lời giải

Chọn A

Câu 66: Cho tam giác ABC đều cạnh a và G là trọng tâm. Gọi I là trung điểm của AG . Tính độ dài của các vector $\overrightarrow{BI}$.

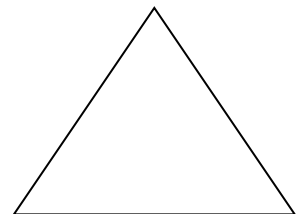
A. $\frac{a\sqrt{21}}{6}$

B. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$

C. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{a}{6}$

Lời giải

Chọn B



Câu 67. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Gọi M là trung điểm BC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\overrightarrow{AM} = a$.

D. $|\overrightarrow{AM}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

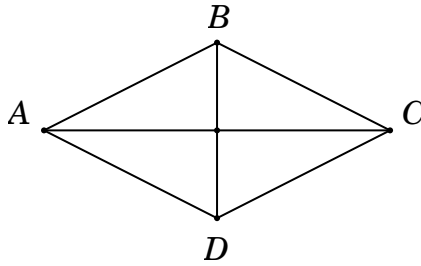
Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 68. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$. B. $|\overrightarrow{BD}| = a$. C. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA}$.

Hướng dẫn giải



Từ giả thiết suy ra tam giác ABD đều cạnh a nên $BD = a \longrightarrow |\overrightarrow{BD}| = a$.

Chọn B.

Câu 69 Cho tam giác đều ABC , cạnh a . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC} = a$. B. $|\overrightarrow{AC}| = \overrightarrow{BC}$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = a$. D. $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với $\overrightarrow{BC}$.

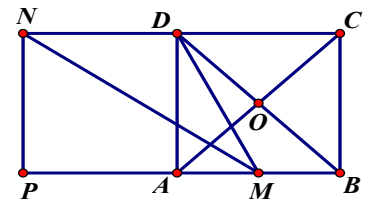
Lời giải

Chọn C.

Ta có tam giác ABC đều, cạnh $a \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = a$.

Câu 70: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm đối xứng với C qua D . Hãy tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{MN}$.

- A. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{13}}{2}$ B. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
C. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ D. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{13a^2}{4}$



Hình

Lời giải

Chọn A

Ta có $DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. Qua N kẻ đường thẳng song

song với AD cắt AB tại P .

$$PM = PA + AM = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}.$$

$$MN^2 = NP^2 + PM^2 = a^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2 = \frac{13a^2}{4} \Rightarrow NM = \frac{a\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Suy ra } |\overrightarrow{MN}| = MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

+ Phương án B tính nhầm MP

+ Phương án C áp dụng sai định lý pitago: $\Rightarrow NM = \sqrt{MP^2 - NP^2}$

+ Phương án D là tính nhầm $NM = \frac{13a^2}{4}$

Câu 71. Cho hình thang ABCD vuông tại A,D. Có cạnh $AB = AD = 3a$ và $CD = 6a$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DCB. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AI}$

A. $3\sqrt{2}a$

B. $2a$

C. $2a$

D. $2\sqrt{3}a$

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm DC suy ra tứ giác ABID là hình vuông suy ra tam giác DBC vuông vậ I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tam giác DCB. Do đó $|\overrightarrow{AI}| = 3a\sqrt{2}$

Phương án nhiễu B: Học sinh nhầm lẫn tâm đường tròn ngoại tiếp là trọng tâm tam giác BCD.

Phương án nhiễu C: Học sinh tính nhầm AI^2 .

Phương án nhiễu D: Học sinh suy luận tam giác BCD đều.

Câu 72. Cho hình thang ABCD vuông tại A,B có $AB = 6a$; $BC = 4a$; $AD = 2a$. Gọi I là trung điểm AB. K là hình chiếu vuông góc của I lên CD. Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{IK}$

A. $\frac{9\sqrt{10}}{10}a$

B. $3a$

C. $\frac{\sqrt{130}}{4}a$

D. $\frac{9\sqrt{10}}{20}a$

Lời giải

Chọn A

$$S_{IDK} = S_{ABCD} - S_{AID} - S_{IBC} = 9a^2 = \frac{1}{2} IK \cdot DC$$

$$\text{Suy ra } IK = \frac{9\sqrt{10}}{10}a$$

Phương án nhiễu B: Cho K là trung điểm DC

Phương án nhiễu C: Cho tam giác DIC vuông tại I

Phương án nhiễu D: Sử dụng sai công thức $S_{IDK} = IK \cdot DC$

Câu 72. Cho hình chữ nhật ABCD tâm O; $AB = 8 \text{ cm}$; $AD = 6 \text{ cm}$. Tập hợp điểm M thỏa $|\overrightarrow{DO}| = MO$ là

A. Đường tròn tâm O có bán kính 10 cm

B. Đường tròn tâm O có bán kính 5 cm

C. Đường tròn tâm D có bán kính 5 cm

D. M là điểm đối xứng của D qua O

Lời giải

Chọn B

$$BO = \frac{BD}{2} = 5$$

Phương án A: Tính bán kính là $BD = 10$

Phương án C: $|\overrightarrow{DO}| = MO \Leftrightarrow DO = MO$

Phương án D: $|\overrightarrow{DO}| = MO \Leftrightarrow DO = MO$ nên O là trung điểm DM

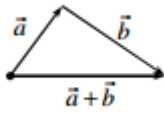
BÀI 2: TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTO

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tổng của hai vector

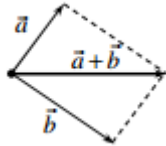
Định nghĩa: Phép cộng hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là vector $\vec{a} + \vec{b}$, được xác định tùy theo vị trí của hai vector. Có 3 trường hợp.

$\vec{a} + \vec{b}$ nối đuôi



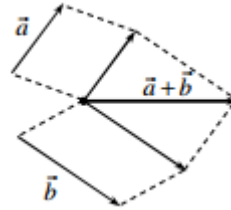
$\vec{a} + \vec{b}$ cộng theo
Quy tắc 3 điểm

$\vec{a} + \vec{b}$ cùng điểm gốc



$\vec{a} + \vec{b}$ cộng theo
Quy tắc hình bình hành

$\vec{a} + \vec{b}$ là hai vector bất kỳ



$\vec{a} + \vec{b}$ được cộng theo
2 trường hợp trên

- **Quy tắc ba điểm:** Với ba điểm bất kỳ A, B, C ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$

- **Quy tắc hình bình hành:** Cho $ABCD$ là hình bình hành khi đó ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} \end{cases}$ và

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \\ \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \end{cases}$$

Tính chất:

- Giao hoán: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

- Kết hợp: $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{c}) + \vec{b}$

- Cộng với vector đối: $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$

- Cộng với vector không: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$

2. Hiệu của hai vector

Vector đối của vector $\vec{a}$ kí hiệu là $-\vec{a}$. Đặc biệt $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$

Định nghĩa: Hiệu hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là vector $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

Tính chất: $\forall \vec{a} : \vec{a} - \vec{0} = \vec{a} \quad + \quad \forall \vec{a} : \vec{a} - \vec{a} = \vec{0} \quad + \quad \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

Quy tắc tam giác đối với hiệu hai vector

Với ba điểm bất kì A, B, C ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

3. Trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm tam giác

✓ Điểm I là trung điểm của đoạn $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

✓ Điểm G là trọng tâm $\Delta ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

B – PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

1. Dạng 1: Tìm tổng của hai vector và tổng của nhiều vector

- Chứng minh đẳng thức vector

Phương pháp giải: Áp dụng quy tắc 3 điểm, hình bình hành và tính chất

1-BÀI TẬP TỰ LUẬN:

Ví dụ 1:

a) Cho bốn điểm A, B, C, D tùy ý. Tìm tổng của các vector $\vec{u} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$

b) Cho các điểm M, N, P, Q, R tùy ý. Tìm tổng của các vector $\vec{v} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$

Lời giải

a) $\vec{u} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}$

b) Ta có $\vec{v} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = (\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN}) = \overrightarrow{MN}$

Ví dụ 2: Cho tứ giác $ABCD$. Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

Lời giải

a) Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}) \\ &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}.\end{aligned}$$

b) Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BD} \\ &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \vec{0} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.\end{aligned}$$

Ví dụ 3: Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$

Lời giải

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$

b) Ta có:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} &= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DF} \\ &= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DF} \\ &= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DF} \\ &= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} + \vec{0} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}.\end{aligned}$$

Ví dụ 4: Cho bốn điểm A, B, C, D bất kì. Chứng minh rằng: nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ thì $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

a) Ta có: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

mà $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ nên $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD}$.

Vậy $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$

Ví dụ 5: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

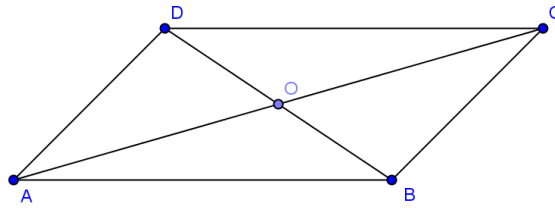
b) $\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

d) Với M là điểm bất kì, hãy chứng minh $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

e) Với E là điểm bất kì, hãy chứng minh $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE}$.

Lời giải



a) Ta có $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$. Do đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

Vậy $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

b) Ta có $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB}$. Do đó $\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$.

Vậy $\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AB}$

c) Ta có: Vì O là trung điểm của AC và BD nên $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$; $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Do đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) + (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}) = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$.

d) Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} \\ &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA} \\ &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \vec{0} \\ &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}.\end{aligned}$$

Vậy $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

e) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Do đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AE}$.

Vậy $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE}$.

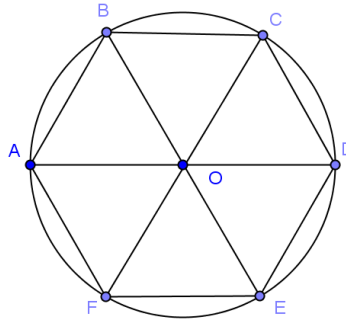
Ví dụ 6: Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$.

c) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{EB}$.

Lời giải



a) Ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD}) + (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OE}) + (\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OF}) = \vec{0} + \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}.$

Vậy $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$

b) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD}.$

Vậy $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}.$

c) Ta có $OABC$ là hình bình hành.

$$\Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OB}. \quad (1)$$

$$O \text{ là trung điểm của } EB \Rightarrow \overrightarrow{EB} = 2\overrightarrow{OB}. \quad (2)$$

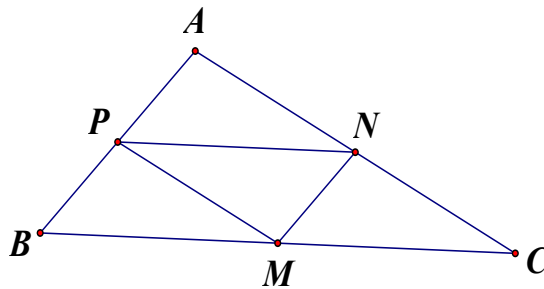
$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB}.$$

Ví dụ 7: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng: a) $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$

$$\text{b) } \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$$

Lời giải



$$\text{a) T có: } \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{AN}.$$

b) Vì PN, MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $PN \parallel BM, MN \parallel BP$ suy ra tứ giác $BMNP$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PN}.$

$$N \text{ là trung điểm của } AC \Rightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NA}.$$

$$\text{Do đó theo quy tắc ba điểm ta có } \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = (\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NA}) + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}.$$

Ví dụ 8: Cho hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC}$. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AQ} = \vec{0}$.

Lời giải

Theo quy tắc ba điểm ta có

$$\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$$

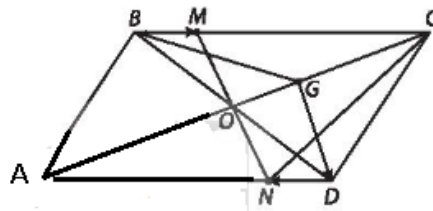
$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB} \text{ suy ra } \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}.$$

Ví dụ 9: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . M là điểm bất kì trên cạnh BC , khác B và C , MO cắt cạnh AD tại N

a) Chứng minh rằng O là trung điểm của MN

b) Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Chứng minh G cũng là trọng tâm của tam giác MNC .

Lời giải



a) Xét hai tam giác BOM và DON ta có:

$$BO = OD, \widehat{MOB} = \widehat{NOD}, \widehat{MBO} = \widehat{NDO}. \text{ Suy ra } \triangle BOM = \triangle DON \Rightarrow OM = ON.$$

Vậy O là trung điểm của MN .

b) Vì O là trung điểm của BD và MN nên $BMDN$ là hình bình hành. Suy ra $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{DN} = \vec{0}$. (1)

Vì G là trọng tâm của tam giác BCD nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

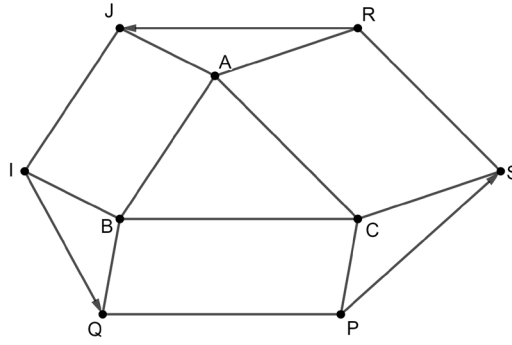
Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GC} &= \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DN} + \overrightarrow{GC} \\ &= (\overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{DN}) = \vec{0} \end{aligned}$$

Vậy G là trọng tâm của tam giác MNC .

Ví dụ 10: Cho tam giác ABC . Bên ngoài của tam giác vẽ các hình bình hành $ABIJ$, $BCPQ$, $CARS$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$.

Lời giải



$$\overrightarrow{RJ} = \overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}, \quad \overrightarrow{IQ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BQ}, \quad \overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CS}.$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} &= (\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}) + (\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BQ}) + (\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CS}) \\ &= (\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{CS}) + (\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{PC}) \\ &= (\overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CS}) + (\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{PC}) \\ &= \overrightarrow{SS} + \overrightarrow{BB} + \overrightarrow{CC} \\ &= \vec{0} \end{aligned}$$

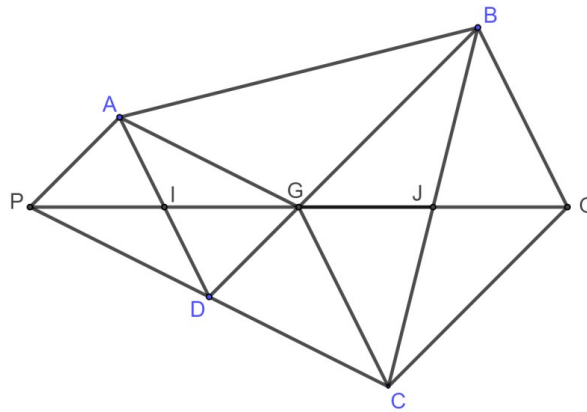
$$\text{Vậy } \overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}.$$

Ví dụ 11: Cho tứ giác lồi $ABCD$ có I, J lần lượt là trung điểm hai cạnh AD, BC và G là trung điểm IJ . Gọi P là điểm đối xứng của G qua I , Q là điểm đối xứng của G qua J . Chứng minh các đẳng thức vecto sau:

a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GP}; \quad \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GQ}.$

b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}.$

Lời giải



a) Hai tứ giác $AGDP$ và $BGCQ$ có hai đường chéo giao nhau tại trung điểm mỗi đường nên chúng là các hình bình hành.

Theo quy tắc hình bình hành ta có:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GP} \text{ (đpcm).}$$

$$\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GQ} \text{ (đpcm).}$$

b) Theo cách dựng hình từ đề bài ta thấy G là trung điểm PQ nên $\overrightarrow{GP} + \overrightarrow{GQ} = \vec{0}$.

Biến đổi biểu thức vector đề cho và dựa vào kết quả câu a:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD}) + (\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = \overrightarrow{GP} + \overrightarrow{GQ} = \vec{0}$$

2. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Ví dụ 1: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NP}$. C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn B.

Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{BC}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy A sai.
- Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NP}$. Vậy B đúng.
- Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = -(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}) = -\overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{CB}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy C sai.
- Đáp án D. Ta có $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0} \neq \overrightarrow{AB}$. Vậy D sai.

Ví dụ 2: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải.

Chọn C.

Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC}$. Vậy A sai.
- Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{BC}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy B sai.
- Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$. Vậy C đúng.

Ví dụ 3: Tính tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

- A. $\overrightarrow{MR}$. B. $\overrightarrow{MN}$. C. $\overrightarrow{PR}$. D. $\overrightarrow{MP}$.

Lời giải.

Chọn b.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}$$

Ví dụ 4: Cho $\vec{u} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$ với 4 điểm bất kì A, B, C, D . Chọn khẳng định đúng?

A. $\vec{u} = \vec{0}$.

B. $\vec{u} = 2\vec{DC}$.

C. $\vec{u} = \vec{AC}$.

D. $\vec{u} = \vec{BC}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\vec{u} = \vec{DC} + \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{DC} + \vec{AD} = \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AC}$$

Ví dụ 5: Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\vec{OA} + \vec{OC} + \vec{OE} = \vec{0}$.

B. $\vec{BC} + \vec{FE} = \vec{AD}$.

C. $\vec{OA} + \vec{OC} + \vec{OB} = \vec{EB}$.

D. $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{EF} = \vec{0}$.

Lời giải.

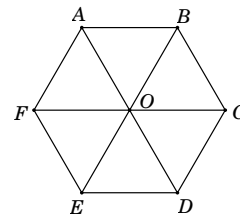
Chọn C.

Ta có $OACB$ là hình bình hành.

$$\Rightarrow \vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} \Rightarrow \vec{OA} + \vec{OC} + \vec{OB} = 2\vec{OB}.$$

O là trung điểm của $EB \Rightarrow \vec{EB} = 2\vec{OB}$.

$$\Rightarrow \vec{OA} + \vec{OC} + \vec{OB} = \vec{EB} = 2\vec{OB}.$$



Ví dụ 6: Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR} = \vec{MP}$.

B. $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR} = \vec{PR}$.

C. $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR} = \vec{MR}$.

D. $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR} = \vec{MN}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } & \vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR} \\ &= \vec{MN} + \vec{NP} + \vec{PQ} + \vec{QR} + \vec{RN} = \vec{MN}. \end{aligned}$$

Ví dụ 7: Cho hình bình hành $ABCD$, đẳng thức véc tơ nào sau đây đúng?

A. $\vec{CD} + \vec{CB} = \vec{CA}$

B. $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$.

C. $\vec{BA} + \vec{BD} = \vec{BC}$.

D. $\vec{CD} + \vec{AD} = \vec{AC}$.

Lời giải

Chọn A.

Đẳng thức véc tơ $\vec{CD} + \vec{CB} = \vec{CA}$ đúng

Ví dụ 8: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{CD}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{DB}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có G là trọng tâm của tam giác $ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}.$$

2. Dạng 2: Tìm độ dài của tổng của hai hay nhiều vector

Phương pháp: Dùng quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành.

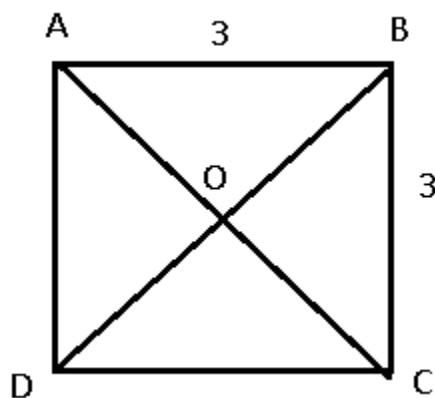
1-BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O có cạnh bằng 3.

a) Tìm $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$

b) Tìm $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}|$

Lời giải



a) Theo quy tắc đường chéo hình bình hành, ta có $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = AB\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

b) Ta có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AO}$$

$$\therefore \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}| = |\overrightarrow{AO}| = OA = \frac{1}{2}AC = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Ví dụ 2: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh bằng $AB = a$; $AD = a\sqrt{2}$. Tìm độ dài của các vector

a) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB}$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

Lời giải

a) Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} \\ |\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB}| &= |\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{3}\end{aligned}$$

b) dựng hình bình hành $ABEC$, khi đó ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} &= \overrightarrow{AE} \\ \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| &= |\overrightarrow{AE}| = AE.\end{aligned}$$

Gọi I là trung điểm của CB , khi đó $AE = 2AI = 2\sqrt{AB^2 + BI^2} = 2\sqrt{a^2 + (\frac{a\sqrt{3}}{2})^2} = a\sqrt{7}$.

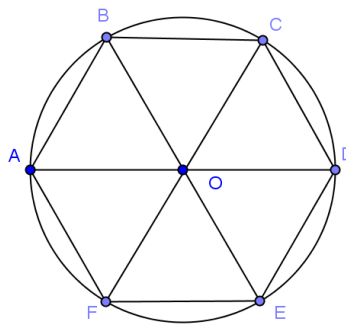
Vậy $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{7}$.

Ví dụ 3: Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Tìm độ dài của

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OE}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$

Lời giải



a) Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{FO} + \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{FE}$.

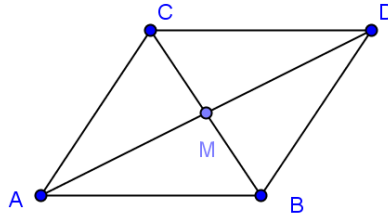
$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OE}| = |\overrightarrow{FE}| = 1.$$

b) Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OA} = \vec{0} \\ \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}| &= 0.\end{aligned}$$

Ví dụ 4: Cho tam giác đều ABC cạnh 5. Tìm $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$

Lời giải



Dựng hình bình hành $ABDC$ và gọi M là trung điểm của BC .

Ta có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$$

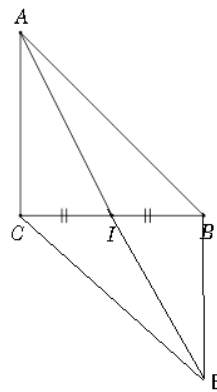
$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2AM.$$

Tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$.

$$AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2AM = 2 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}..$$

Ví dụ 5: Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh C , $AB = a\sqrt{2}$. Tính độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.



Lời giải

Ta có $AB = a\sqrt{2} \Rightarrow AC = CB = a$.

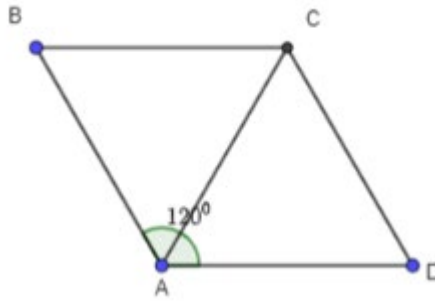
$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm } BC \Rightarrow AI = \sqrt{AC^2 + CI^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} \Rightarrow |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AE}| = AE = 2AI = 2 \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} = a\sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}| = a\sqrt{5}.$$

Ví dụ 6: Cho hình thoi $ABCD$ với cạnh có độ dài bằng 3 và $\widehat{BAD} = 120^\circ$ Tính độ dài của các vectơ a) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ b) $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BA}$

Lời giải



a) Ta có $\widehat{BAD} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 60^\circ$.

Vì $ABCD$ là hình thoi nên $BA = BC = 3$.

Suy ra $\triangle ABC$ đều. Do đó $AC = 3$.

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} \Rightarrow |\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{CA}| = AC = 3.$$

Vậy $|\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}| = 3$.

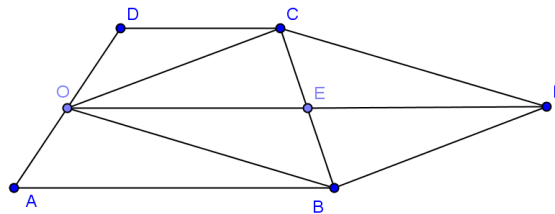
b) Ta có:

$$\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA}$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{CA}| = 3.$$

Ví dụ 7: Cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD . Cho $AB = 2a; CD = a$. Gọi O là trung điểm của AD . Tìm $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}|$

Lời giải



Dựng hình bình hành $OBFC$ tâm E . Khi đó

$$|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OF}| = OF = 2OE = AB + CD = 3a.$$

2-BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ bằng:

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}.$

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a.$

D. Một đáp án khác.

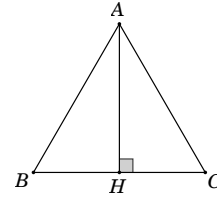
Lời giải.

Chọn A

Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow AH \perp BC$.

$$\text{Suy ra } AH = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta lại có } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AH}| = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$



Ví dụ 2. Cho tam giác vuông cân ABC tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}.$

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

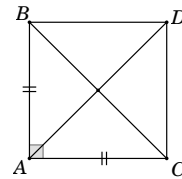
C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a.$

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a.$

Lời giải.

Chọn A. Gọi D là điểm thỏa mãn tứ giác $ABDC$ là hình vuông.

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = a\sqrt{2}.$$



Ví dụ 3. Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh C , $AB = \sqrt{2}$. Tính độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{5}.$

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{5}.$

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}.$

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{3}.$

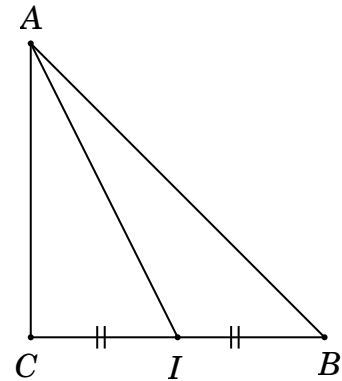
Lời giải.

Chọn A.

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{2} \longrightarrow AC = CB = 1.$$

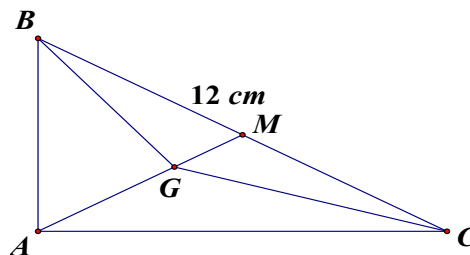
$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm } BC \longrightarrow AI = \sqrt{AC^2 + CI^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI} \longrightarrow |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}| = 2|\overrightarrow{AI}| = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}.$$



Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC , với cạnh huyền $BC = 12$. Tính độ dài của vector $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm BC

Ta có $AM = \frac{1}{2}BC = 6$; $AG = \frac{2}{3}AM = 4$.

Mặc khác $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AG}$

Suy ra $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{AG}| = AG = 4$.

Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2AM = a\sqrt{3}$

Ví dụ 4: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$ bằng:

- A.** $a\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $2a$. **D.** a .

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a\sqrt{2}$

Ví dụ 5: Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AB = 4a$ và $AD = 3a$ thì độ dài $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = ?$

- A.** $7a$. **B.** $6a$. **C.** $2a\sqrt{3}$. **D.** $5a$.

Lời giải

Chọn D.

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 5a$

Ví dụ 6: Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tổng hai vector $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ có độ dài bằng bao nhiêu?

- A.** 2 . **B.** 4 . **C.** 8 . **D.** $2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn B.

Dựng hình bình hành $GBDC$. Gọi M là trung điểm BC .

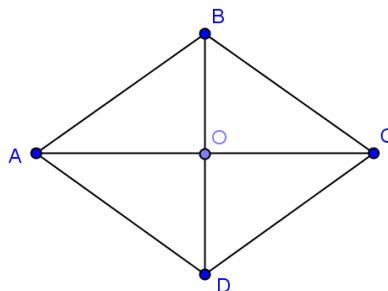
Khi đó ta có $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GD}| = GD = 2GM = \frac{2}{3}AM = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3}.12 = 4$

Ví dụ 8: Cho hình thoi $ABCD$ tâm O , cạnh bằng a và góc A bằng 60° . Kết luận nào sau đây đúng:

- A.** $|\overrightarrow{OA}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $|\overrightarrow{OA}| = a$ **C.** $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}|$. **D.** $|\overrightarrow{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.



Do tam giác ABC đều nên $|\overrightarrow{OA}| = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Ví dụ 9: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Khi đó: $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| =$

A. a .

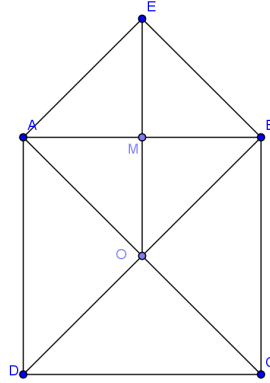
B. $\sqrt{2}a$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $2a$.

Lời giải

Chọn A.



Dựng hình bình hành $OAEB$ và gọi M là giao điểm của AB và OE .

Ta có: $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OE}| = OE = 2OM = a$

Ví dụ 10: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A và $AB = 3$, $AC = 4$. Vectơ $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$ có độ dài bằng

A. $\sqrt{13}$.

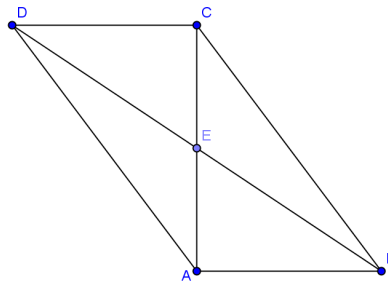
B. $2\sqrt{13}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Dựng hình bình hành $ABCD$ tâm E .

Ta có $|\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DB}| = DB = 2EB = 2\sqrt{AE^2 + BE^2} = 2\sqrt{13}$.

Ví dụ 11: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a , H là trung điểm cạnh BC . Vectơ $\overrightarrow{CH} + \overrightarrow{CH}$ có độ dài là:

A. a .

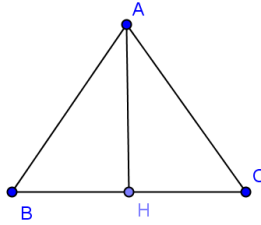
B. $\frac{3a}{2}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.



$$\left| \overrightarrow{CH} + \overrightarrow{CH} \right| = \left| \overrightarrow{CH} + \overrightarrow{HB} \right| = \left| \overrightarrow{CB} \right| = CB = a.$$

Ví dụ 12: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Khi đó $\left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \right|$ bằng:

A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

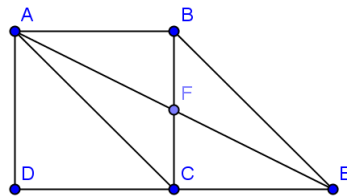
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $a\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D.



Dựng hình bình hành $ABEC$ tâm F .

$$\text{Ta có: } \left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \right| = \left| \overrightarrow{AE} \right| = AE = 2AF = 2\sqrt{AB^2 + BF^2} = 2\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{5}.$$

Ví dụ 13: Cho tam giác ABC đều cạnh a , có AH là đường trung tuyến. Tính $\left| \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH} \right|$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

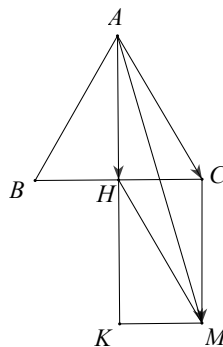
B. $2a$.

C. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.



$$\begin{aligned} \text{Dựng } \overrightarrow{CM} &= \overrightarrow{AH} \Rightarrow AHMC \text{ là hình bình hành} \Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AM} \\ \Rightarrow \left| \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH} \right| &= AM. \end{aligned}$$

Gọi K đối xứng với A qua $BC \Rightarrow \triangle AKM$ vuông tại K .

$$AK = 2AH = a\sqrt{3}; \quad KM = CH = \frac{a}{2}.$$

$$AM = \sqrt{AK^2 + KM^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

Ví dụ 14: Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = a$, $CD = 2a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm AD và BC . Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA}$.

A. $\frac{5a}{2}$.

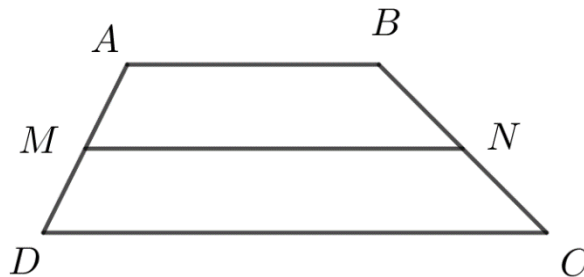
B. $\frac{7a}{2}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có M, N là trung điểm của AD và BC nên $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.

$$\text{Khi đó: } \left| \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA} \right| = \left| \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MA} \right|$$

$$= \left| \overrightarrow{MN} + 2\overrightarrow{NM} \right| = \left| \overrightarrow{NM} \right| = NM = \frac{1}{2}(AB + CD) = \frac{3a}{2}.$$

3. Dạng 3: Tìm tổng hoặc hiệu của hai vector hay nhiều vector

- Chứng minh đẳng thức vector

Phương pháp giải:

- Áp dụng định nghĩa: Tìm vector đối, tính tổng
- Áp dụng quy tắc 3 điểm, hình bình hành và tính chất

1) BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1: Tìm tổng của các vector

- Cho ba điểm B, C, O tùy ý. Tìm tổng của vector $\vec{u} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}$
- Cho bốn điểm A, B, C, D tùy ý. Tìm tổng của vector $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD}$
- Cho các điểm M, N, P, Q, R tùy ý. Tìm tổng của vector $\vec{a} = \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{RN} - \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{QR}$

Lời giải

- Áp dụng quy tắc ba điểm với phép trừ vector ta được

$$\vec{u} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BC}$$

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có: } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} \\ = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB}. \end{aligned}$$

$$\text{c) Ta có: } \vec{a} = \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{RN} - \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}..$$

Lời giải

Ví dụ 2: Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Chứng minh rằng:

$$\text{a) } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$$

Lời giải

a) Cách 1: Phân tổng hai vector

Cách 2: Ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DB} \quad (2)$$

Cách 3: Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} &= \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}, \forall O. \\ &= \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} \\ &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \end{aligned}$$

Vì (2) luôn đúng với mọi A, B, C, D nên (1) đúng.

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$$

$$\text{b) Ta có: } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}.$$

$$\text{Vậy: } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}.$$

Ví dụ 3: Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Chứng minh rằng:

$$\text{a) } \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$$

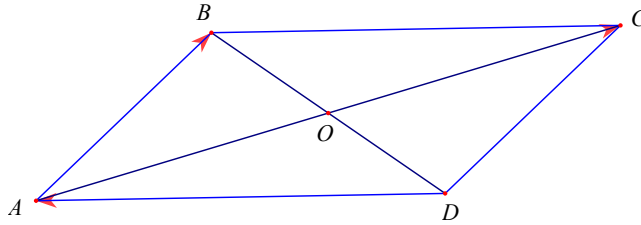
$$\text{c) } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DB}$$

$$\text{d) } \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$$

$$\text{e) } \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$$

$$\text{f) } M \text{ là một điểm tùy ý. Hãy chứng minh } \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$$

Lời giải



a) Ta có: $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$

Do $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. Vậy $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$.

b) Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$. Do $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ nên $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$.

c) Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$. Do đó $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.

d) Ta có:

$$\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{BA}$$

$$\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CD}$$

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. Suy ra $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$

e) Ta có: $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

f) Ta có:

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BA}$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CD}$$

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. Vậy $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

Ví dụ 4: Cho năm điểm A, B, C, D, E . Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$

b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB}$

Lời giải

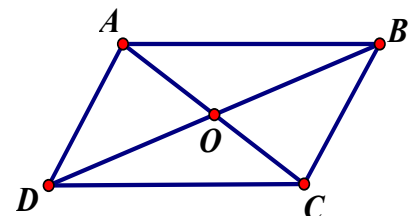
a) Biến đổi về trái ta có

$$\begin{aligned} VT &= (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) + \overrightarrow{CD} + (\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA}) \\ &= (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}) + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{DA} \\ &= (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} \\ &= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} = VP \text{ ĐPCM} \end{aligned}$$

b) Đẳng thức tương đương với

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AE}) + (\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}) - \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DB} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DB} &= \vec{0} \\ \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} &= \vec{0} \text{ (đúng) ĐPCM.} \end{aligned}$$

Ví dụ 5: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . M là một điểm bất kì trong mặt phẳng. Chứng minh rằng



Hình 1.12

$$a) \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

$$b) \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$$

$$c) \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}.$$

Lời giải (Hình 1.12)

$$\begin{aligned} a) \text{ Ta có } \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} &= -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} \\ &= -(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

Theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ suy ra

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

$$b) \text{ Vì } ABCD \text{ là hình bình hành nên ta có: } \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AO} = \vec{0}$$

$$\text{Tương tự: } \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}.$$

$$\begin{aligned} c) \text{ Cách 1: Vì } ABCD \text{ là hình bình hành nên } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0} \\ \Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} \\ &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} \end{aligned}$$

Cách 2: Đẳng thức tương đương với

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \text{ (đúng do } ABCD \text{ là hình bình hành)}$$

Ví dụ 6: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng

$$a) \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$$

$$b) \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$$

$$c) \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} \text{ với } O \text{ là điểm bất kì.}$$

Lời giải (Hình 1.13)

a) Vì PN, MN là đường trung bình của tam giác ABC nên

$PN \parallel BM, MN \parallel BP$ suy ra tứ giác $BMNP$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PN}$$

N là trung điểm của $AC \Rightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NA}$

Do đó theo quy tắc ba điểm ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} &= (\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NA}) + \overrightarrow{AP} \\ &= \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AP} = \vec{0} \end{aligned}$$

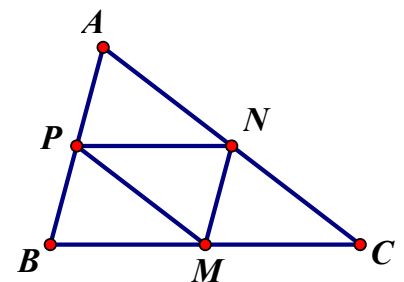
b) Vì tứ giác $APMN$ là hình bình hành nên theo quy tắc hình bình

hành ta có $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AM}$, kết hợp với quy tắc trừ

$$\Rightarrow \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM}$$

Mà $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$ do M là trung điểm của BC .

Vậy $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$.



Hình 1.13

c) Theo quy tắc ba điểm ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} &= (\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA}) + (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NC}) \\&= (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NC} \\&= (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) - (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP})\end{aligned}$$

Theo câu a) ta có $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$ suy ra $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$.

2) BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Chỉ ra vectơ tổng $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{RN} - \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{QR}$ trong các vectơ sau:

A. $\overrightarrow{MR}$.

B. $\overrightarrow{MQ}$.

C. $\overrightarrow{MP}$.

D. $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 2. Kết quả bài toán tính : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD}$ là:

A. $\overrightarrow{CB}$.

B. $2\overrightarrow{BD}$.

C. $\vec{0}$.

D. $-\overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD}$

$$= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB}.$$

Câu 3. Cho các điểm phân biệt A, B, C, D. Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DA}$.

B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DA}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}$.

Vậy: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$.

Câu 4: Cho hình bình hành ABCD có tâm O. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$.

B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$.

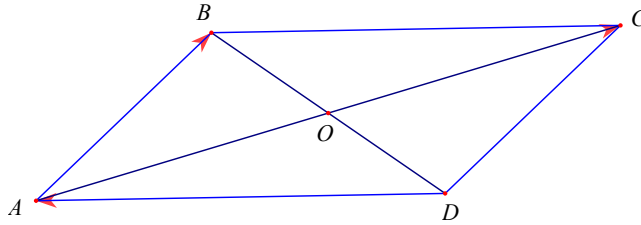
C. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{CD}$.

D.

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BD}.$$

Lời giải

Chọn A.



Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$. Do $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ nên $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 5: Cho 4 điểm bất kì A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{BA} \text{ nên A sai}$$

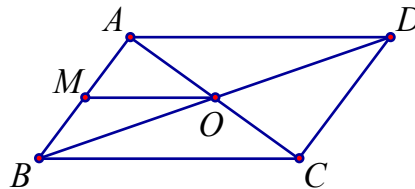
$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{CO} \text{ nên B đúng}$$

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm AB , ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 7: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là các vector khác $\vec{0}$ với $\vec{a}$ là vector đối của $\vec{b}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương. B. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng.
C. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng độ dài. D. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ chung điểm đầu.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có $\vec{a} = -\vec{b}$. Do đó, $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương, cùng độ dài và ngược hướng nhau.

Câu 8: Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$.

A. $\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$.

D. $\overrightarrow{AB}$.

Lời giải.

Chọn B. Ta có $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 9: Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức **sai**?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{EO} = \vec{0}$.

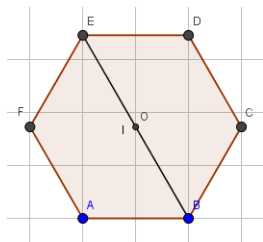
B. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{OC}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EF} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AO} - \overrightarrow{OA} = 2\overrightarrow{AO} \neq \vec{0}$.

4. Dạng 4: Tìm độ dài của vec tơ tổng, hiệu

Phương pháp: Dùng quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành.

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$,

a) Tìm $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}|$

b) Tìm $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{AB}|$

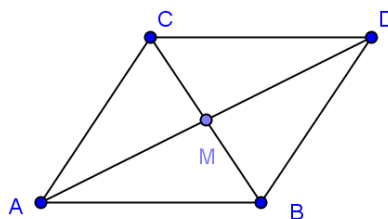
c) H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

Lời giải

a) Ta có: $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA} \Rightarrow |\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{BA}| = BA = 5$.

Vậy $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}| = 5$.

b) $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA}| = |-(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB})| = |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}|$.



Dựng hình bình hành $ABDC$ và gọi M là trung điểm của BC .

Ta có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2AM.$$

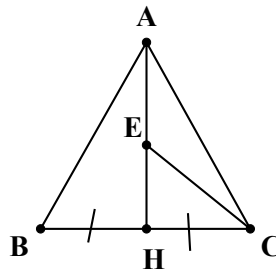
Tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$.

$$AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2AM = 2 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}.$$

c) Ta có: $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH}| = |2\overrightarrow{CE}| = 2CE$ (với E là trung điểm của AH).

Ta lại có: $AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ($\triangle ABC$ đều, AH là đường cao).



Trong tam giác HEC vuông tại H , có:

$$EC = \sqrt{CH^2 + HE^2} = \sqrt{2.5^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{5\sqrt{7}}{4} \Rightarrow |\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 2CE = \frac{5\sqrt{7}}{2}.$$

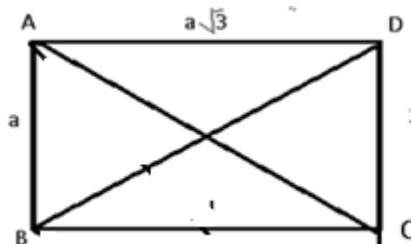
Ví dụ 2: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$.

a) Tìm độ dài của vector $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

b) Tìm $|\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB}|$

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD}|$

Lời giải



a) Ta có: $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{DB}| = DB = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a$.

b) Ta có $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA} \Rightarrow |\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{BA}| = a$.

c) Ta có:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} &= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} \\ \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD}| &= |\overrightarrow{CB}| = CB = a\sqrt{3}\end{aligned}$$

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 30^\circ$ và $BC = a\sqrt{5}$.

Tính độ dài của các vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải (hình 1.10)

Theo quy tắc ba điểm ta có

- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ Mà $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$

$$\Rightarrow AC = BC \cdot \sin \widehat{ABC} = a\sqrt{5} \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Do đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

- $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$

Ta có $AC^2 + AB^2 = BC^2 \Rightarrow AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{5a^2 - \frac{5a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$

Vì vậy $|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AB}| = AB = \frac{a\sqrt{15}}{2}$

- Gọi D là điểm sao cho tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

Khi đó theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$

Vì tam giác ABC vuông ở A nên tứ giác $ABDC$ là hình chữ nhật suy ra $AD = BC = a\sqrt{5}$

Vậy $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = a\sqrt{5}$

Ví dụ 4: Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là O và cạnh a . M là một điểm bất kỳ.

a) Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$, $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}|$, $|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA}|$

b) Chứng minh rằng $\vec{u} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}$ không phụ thuộc vị trí điểm M . Tính độ dài vector $\vec{u}$

Lời giải (hình 1.11)

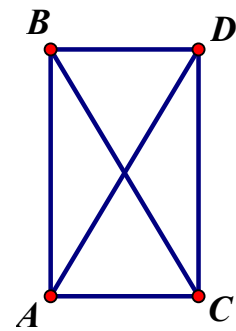
a) + Theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

Suy ra $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC$.

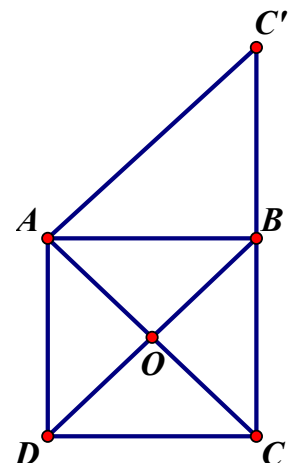
Áp dụng định lý Pitago ta có

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2a^2 \Rightarrow AC = \sqrt{2}a$$

Vậy $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = a\sqrt{2}$



Hình 1.10



Hình 1.11

+ Vì O là tâm của hình vuông nên $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}$ suy ra $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BC}$

Vậy $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{BC}| = a$

+ Do ABCD là hình vuông nên $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ suy ra $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$

Mà $|\overrightarrow{BD}| = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{2}$ suy ra $|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA}| = a\sqrt{2}$

b) Theo quy tắc phép trừ ta có

$$\vec{u} = (\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}) + (\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD}) = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DB}$$

Suy ra $\vec{u}$ không phụ thuộc vị trí điểm M.

Qua A kẻ đường thẳng song song với DB cắt BC tại C'.

Khi đó tứ giác ADBC' là hình bình hành (vì có cặp cạnh đối song song) suy ra $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC'}$

Do đó $\vec{u} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{CC'}$

Vì vậy $|\vec{u}| = |\overrightarrow{CC'}| = BC + BC' = a + a = 2a$

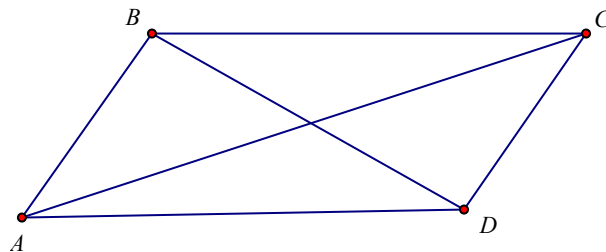
II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

Câu 1: Cho hình bình hành ABCD. Đẳng thức nào sau đây **sai**.

A. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$. **B.** $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA}|$. **C.** $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$. **D.** $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ là đẳng thức sai vì độ dài hai đường chéo của hình bình hành không bằng nhau.

Câu 2: Tam giác ABC thỏa mãn: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ thì tam giác ABC là

A. Tam giác vuông A.

B. Tam giác vuông C.

C. Tam giác vuông B.

D. Tam giác cân tại C.

Lời giải

Chọn A.

Gọi M là trung điểm BC . Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow AM = \frac{1}{2}BC$. Trung tuyến kẻ từ A bằng một nửa cạnh BC nên tam giác ABC vuông tại A .

Câu 3: Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$ có G là trọng tâm. Khi đó $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}|$ là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

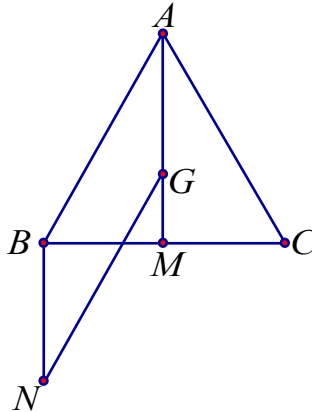
B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi M là trung điểm BC , dựng điểm N sao cho $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AG}$.

Ta có :

$$|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GB} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC})| = |2\overrightarrow{GB}| = 2.GB = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$$

Câu 4: Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 5$.

C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$.

D.

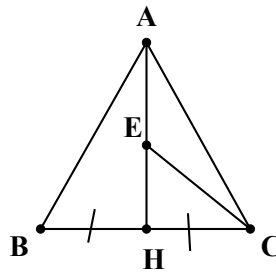
$|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH}| = |2\overrightarrow{CE}| = 2CE$ (với E là trung điểm của AH).

Ta lại có: $AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ($\triangle ABC$ đều, AH là đường cao).



Trong tam giác HEC vuông tại H , có:

$$EC = \sqrt{CH^2 + HE^2} = \sqrt{2.5^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{5\sqrt{7}}{4} \Rightarrow |\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 2CE = \frac{5\sqrt{7}}{2}.$$

Câu 5: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , độ dài vector $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ bằng:

- A.** a . **B.** $3a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CD}$$

$$|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = CD = a.$$

Câu 6: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Độ dài của vector $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$ là:

- A.** $a\sqrt{3}$. **B.** $2a$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $3a$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{DB}| = DB = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a.$$

5. Dạng 5: Tìm điểm thỏa mãn đẳng thức vector

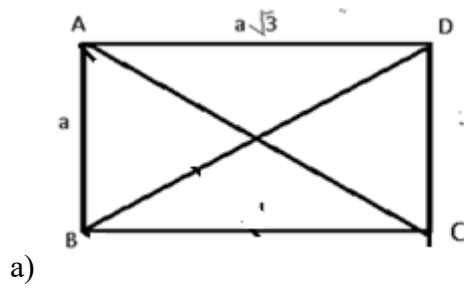
Phương pháp: Để xác định 1 điểm thỏa mãn đẳng thức vector, ta làm như sau

- Biến đổi đẳng thức về dạng $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$, trong đó A và $\vec{u}$ là cố định
- Lấy A làm gốc để dựng vector bằng $\vec{u}$ điểm ngọn chính là điểm M cần tìm

Ví dụ 1: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$.

- Độ dài của vector $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AB}$
- Xác định điểm M sao cho $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BM}$.

Lời giải



Ta có:

$$\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$$

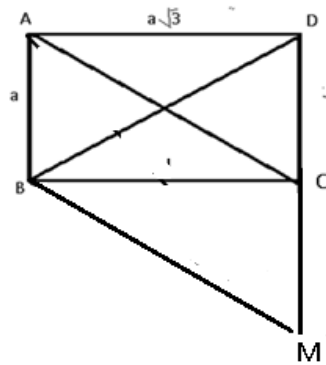
$$\Rightarrow |\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2} = 2a.$$

Vậy $|\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AB}| = 2a.$

b) Ta có $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}.$

Mà $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BM} \Rightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BM}.$

Vậy M là điểm thứ tư của hình bình hành $ABMC$ hay M đối xứng với D qua C



Ví dụ 2: Cho tam giác ABC , gọi D, E, F theo thứ tự là trung điểm của BC, CA, AB .

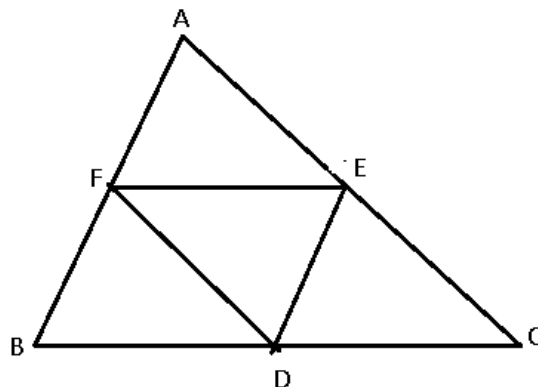
a) Xác định vector $\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE}$

b) Xác định điểm M sao cho $\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{MA}.$

c) Chứng minh $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$

Lời giải

a)



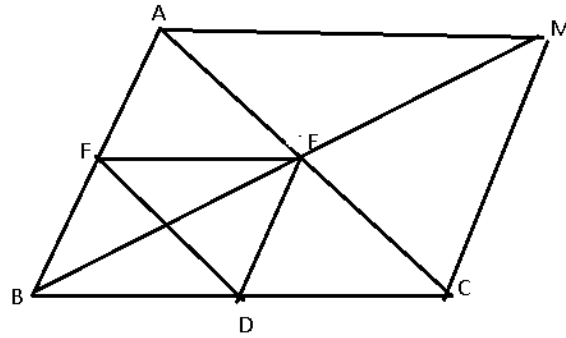
a) Ta có $\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CE}$

Mà $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{EA}$, do đó $\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CB}$.

b) Ta có: $\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CB}$.

Mà giả thiết $\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{MA} \Rightarrow \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{MA} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$

Vậy M là điểm thứ tư của hình bình hành $ABCM$ hay M đối xứng với B qua E .



c) Vì $ABCM$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC . Vị trí của điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

A. M trùng C .

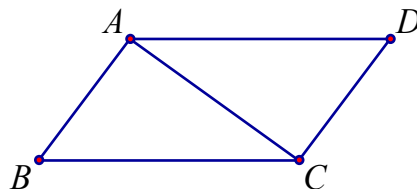
B. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CBAM$.

C. M trùng B .

D. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CABM$.

Lời giải

Chọn D.



$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}.$$

Vậy M thỏa mãn $CBAM$ là hình bình hành.

Ví dụ 4: Cho $\triangle ABC$. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ thì điểm M là:

A. Đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AC và BC làm hai cạnh.

B. Đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AB và AC làm hai cạnh.

C. Đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AB và BC làm hai cạnh.

D. Trọng tâm tam giác ABC .

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{CB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}.$$

Vậy M là đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AC và BC làm hai cạnh.

Ví dụ 5: Cho tam giác ABC có M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Xác định vị trí điểm M .

- A. M là điểm thứ tư của hình bình hành $ACBM$.
- B. M là trung điểm của đoạn thẳng AB .
- C. M trùng C .
- D. M là trọng tâm tam giác ABC .**

Lời giải.

Chọn D.

Gọi G là trọng tâm tam giác $\triangle ABC$.

Ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow M \equiv G$.

Ví dụ 6. Cho tam giác ABC . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}|$ là?

- A. đường thẳng AB .
- B. trung trực đoạn BC .
- C. đường tròn tâm A , bán kính BC .**
- D. đường thẳng qua A và song song với BC .

Lời giải.

Chọn C.

Ta có $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{AM}| \Rightarrow AM = BC$

Mà A, B, C cố định $\Rightarrow$ Tập hợp điểm M là đường tròn tâm A , bán kính BC .

Ví dụ 7. Cho hình bình hành $ABCD$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD}$ là?

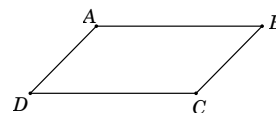
- A. một đường tròn.
- B. một đường thẳng.
- C. tập rỗng.**
- D. một đoạn thẳng.

Lời giải.

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MA}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD} \text{ sai}$$

$\Rightarrow$ Không có điểm M thỏa mãn. **Chọn C.**



Ví dụ 8. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$. Tìm vị trí điểm M .

- A. M là trung điểm của AC .**
- B. M là trung điểm của AB .
- C. M là trung điểm của BC .
- D. M là điểm thứ tư của hình bình hành $ABCM$.

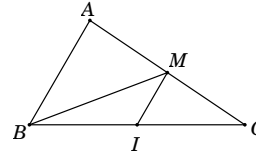
Lời giải.

Chọn A.

Gọi I là trung điểm của BC .

$$\Rightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow M \text{ là trung điểm } AC.$$

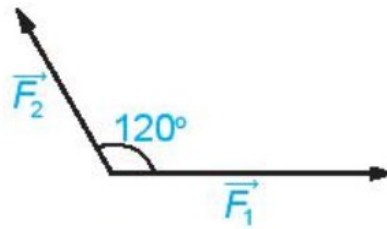


5. Dạng 5: Ứng dụng của vector vào bài toán thực tế.

1. BÀI TẬP TỰ LUẬN:

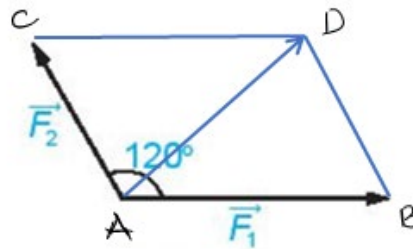
Ví dụ 1: Hình 4.19 biểu diễn hai lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ cùng tác động lên một vật, cho $|\overrightarrow{F_1}| = 3N, |\overrightarrow{F_2}| = 2N$.

Tính độ lớn của hợp lực $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$.



Hình 4.19

Lời giải



$$\text{Gọi } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{F_2}$$

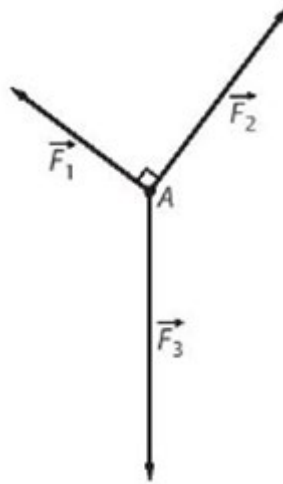
$$\text{Ta có } \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{F}$$

Xét tam giác ABD

$$\begin{aligned} AD &= \sqrt{BA^2 + BD^2 - 2BA \cdot BD \cdot \cos 60^\circ} \\ &= \sqrt{9 + 4 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{7}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{F}| = \sqrt{7}N.$$

Ví dụ 2: Hình 4.7 biểu diễn ba lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ cùng tác động lên một vật ở vị trí cân bằng A , cho $|\overrightarrow{F_1}| = 30N, |\overrightarrow{F_2}| = 40N$. Tính cường độ của lực $\overrightarrow{F_3}$.



Hình 4.7

Lời giải

Ta giả sử các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ lần lượt biểu thị cho các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$. Dựng hình vuông $BACE$, ta có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overrightarrow{AE}$$

Do vật ở vị trí cân bằng nên

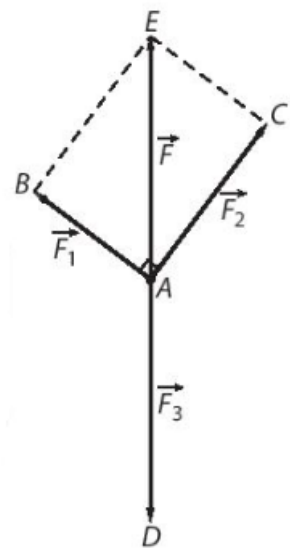
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = -\overrightarrow{AE} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AE}$$

Do đó $\vec{F}_3$ ngược hướng với $\overrightarrow{AE}$ và $|\vec{F}_3| = AE$.

Mà

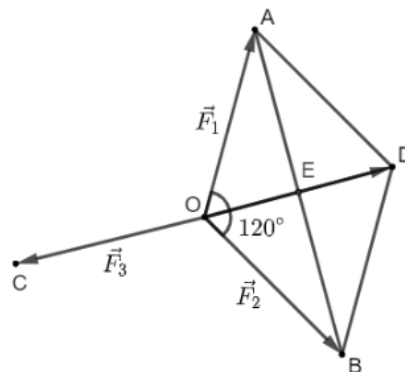
$$AB = |\vec{F}_1| = 30(N); AC = |\vec{F}_2| = 40(N) \Rightarrow AE = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50(N)$$

$$\text{Vậy } |\vec{F}_3| = 50N.$$



Ví dụ 3: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{OA}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{OB}$ và $\vec{F}_3 = \overrightarrow{OC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm O và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều là 120 N và $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Tìm cường độ và hướng của lực $\vec{F}_3$

Lời giải



Vì ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào vật tại điểm O và vật đứng yên.

Do đó: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$ (1). Ta có $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 120N$

Dựng hình bình hành OADB có $\vec{F}_1 = \vec{OA}, \vec{F}_2 = \vec{OB}$ và $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Do $OA = OB = 120$ nên OADB là hình thoi.

Gọi E là giao điểm của hai đường chéo AB và OD thì E là trung điểm của mỗi đường.

Đường chéo OD đồng thời là tia phân giác của góc AOB.

Suy ra: $\widehat{AOD} = 60^\circ$.

Xét tam giác OAD có: $OA = AD$ (tính chất hình thoi OADB)

Suy ra tam giác OAD cân tại A và $\widehat{AOD} = 60^\circ$.

Do đó tam giác AOD là tam giác đều. Suy ra: $OD = OA = 120$.

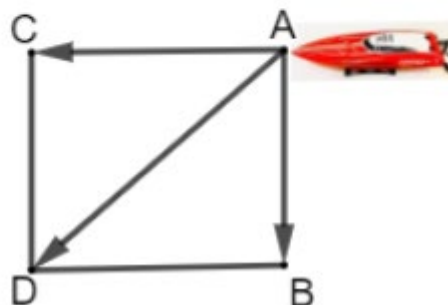
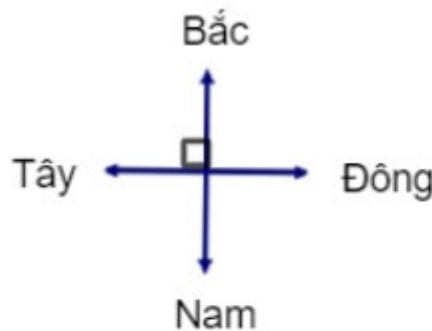
Do OADB là hình bình hành nên $\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{OB} \Rightarrow \vec{OD} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $\Rightarrow \vec{F}_3 = -\vec{OD} = \vec{DO}$.

Vậy lực $\vec{F}_3$ có hướng ngược với hướng của $\vec{OD}$ và có cường

Ví dụ 4: Một dòng sông chảy từ phía bắc xuống phía nam với vận tốc là 10 km/h. Một chiếc ca nô chuyển động từ phía đông sang phía tây với vận tốc 40 km/h so với mặt nước. Tìm vận tốc của ca nô so với bờ sông.

Lời giải



Ca nô chuyển từ đông sang tây, giả sử ca nô đi theo hướng A sang C, khi đó vận tốc so với mặt nước của ca nô được biểu thị bởi $\vec{v}_1 = \overrightarrow{AC}$ và có độ lớn $|\vec{v}_1| = 40 \text{ km/h}$, vận tốc dòng chảy được biểu thị bởi $\vec{v}_2 = \overrightarrow{AB}$ và có độ lớn $|\vec{v}_2| = 10 \text{ km/h}$,

Khi đó vận tốc của ca nô so với bờ sông được biểu thị bởi $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ Ta cần tính độ lớn của vector $|\vec{v}| = |\vec{v}_1 + \vec{v}_2|$

Dựng hình bình hành ACDB như hình vẽ.

Do hướng nam bắc vuông góc với hướng đông tây nên AB và AC vuông góc với nhau.

Suy ra ACDB là hình chữ nhật.

Nên $AB = CD = 10$, $AC = BD = 40$.

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 = 40^2 + 10^2 = 1700$$

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 = 40^2 + 10^2 = 1700 \Rightarrow AD = \sqrt{1700} = 10\sqrt{17}.$$

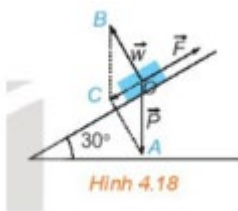
Lại có do ACDB là hình bình hành nên:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AD} &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \Rightarrow \vec{v} = \overrightarrow{AD} \\ \Rightarrow |\vec{v}| &= |\overrightarrow{AD}| = 10\sqrt{17}.\end{aligned}$$

Vậy vận tốc của ca nô so với bờ sông là $10\sqrt{17} \text{ km/h}$.

Ví dụ 5: Tính lực kéo cần thiết để kéo một khẩu pháo có trọng lượng 22 148N (ứng với khối lượng xấp xỉ 2 260kg) lên một con dốc nghiêng 30° so với phương nằm ngang (H.4.18). Nếu lực kéo của mỗi người bằng 100N thì cần tối thiểu bao nhiêu người để kéo pháo?

Chú ý: Ta coi khẩu pháo chịu tác động của ba lực: trọng lực $\vec{P}$ (có độ lớn $|\vec{P}| = 22148 \text{ N}$, có phương vuông góc với phương nằm ngang và hướng xuống dưới), phản lực $\vec{W}$ (có độ lớn $|\vec{W}| = |\vec{P}| \cdot \cos 30^\circ$ phương vuông góc với mặt dốc và hướng lên trên) và lực kéo $\vec{F}$ (theo phương dốc, hướng từ chân dốc lên đỉnh dốc).



Hình 4.18

Lời giải

Xét $\triangle OBC$ vuông tại O, có:

$$OC = \sin 30^\circ \cdot BC = |\vec{P}| \cdot \sin 30^\circ$$

Ta có khẩu pháo chịu tác động của ba lực: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{W}$ và lực kéo $\vec{F}$. Để kéo được khẩu pháo đi lên ta cần lực $\vec{F}$ thỏa mãn điều kiện: $|\vec{F}| > |\vec{W} + \vec{P}|$ Mặt khác $\vec{W} + \vec{P} = \overrightarrow{OC} \Leftrightarrow |\vec{W} + \vec{P}| = |\overrightarrow{OC}| = |\vec{P}| \cdot \sin 30^\circ = 22148 \cdot \sin 30^\circ = 11074 \text{ N} \Rightarrow |\vec{F}| > 11074 \text{ N}$.

Ta có: $11\,074 : 100 = 110,74$

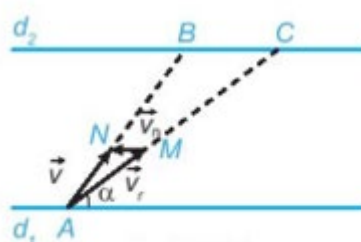
Nếu lực kéo của mỗi người bằng 100N thì cần tối thiểu số người để kéo pháo là 111 người.

Vậy ta cần một lực kéo lớn hơn 11 074N để kéo khẩu pháo đi lên và nếu lực kéo của mỗi người bằng 100N thì cần tối thiểu 111 người để kéo pháo lên.

Ví dụ 6: Một con tàu chuyển động từ bờ bên này sang bờ bên kia của một dòng sông với vận tốc riêng không đổi. Giả sử vận tốc dòng nước là không đổi và không đáng kể, các yếu tố bên ngoài tác động không ảnh hưởng đến vận tốc thực tế của tàu. Nếu không quan tâm đến điểm đến thì cần giữ lái cho tàu tạo với bờ sông một góc bao nhiêu để tàu sang bờ bên kia được nhanh nhất?



Lời giải



Hình 4.17

Ta biểu thị hai bờ sông là hai đường thẳng song song d_1, d_2 (H.4.17). Giả sử tàu xuất phát từ $A \in d_1$ và bánh lái luôn được giữ để tàu tạo với bờ một góc α . Gọi $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ lần lượt là vận tốc riêng của tàu và vận tốc dòng nước. Gọi M, N là các điểm sao cho $\vec{v}_1 = \overrightarrow{AM}, \vec{v}_2 = \overrightarrow{MN}$. Khi đó tàu chuyển động với vectơ vận tốc thực tế là $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN}$.

Gọi B, C tương ứng là giao điểm của AN, AM với d_2 . Tàu chuyển động thẳng từ A đến B với vận tốc thực tế là $\overrightarrow{AB}$ do đó thời gian cần thiết để tàu sang được bờ d_2 là $\frac{AB}{AN} = \frac{AC}{AM}$. Mặt khác, $AM = |\vec{v}_1|$ không đổi nên $\frac{AC}{AM}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow AC$ nhỏ nhất

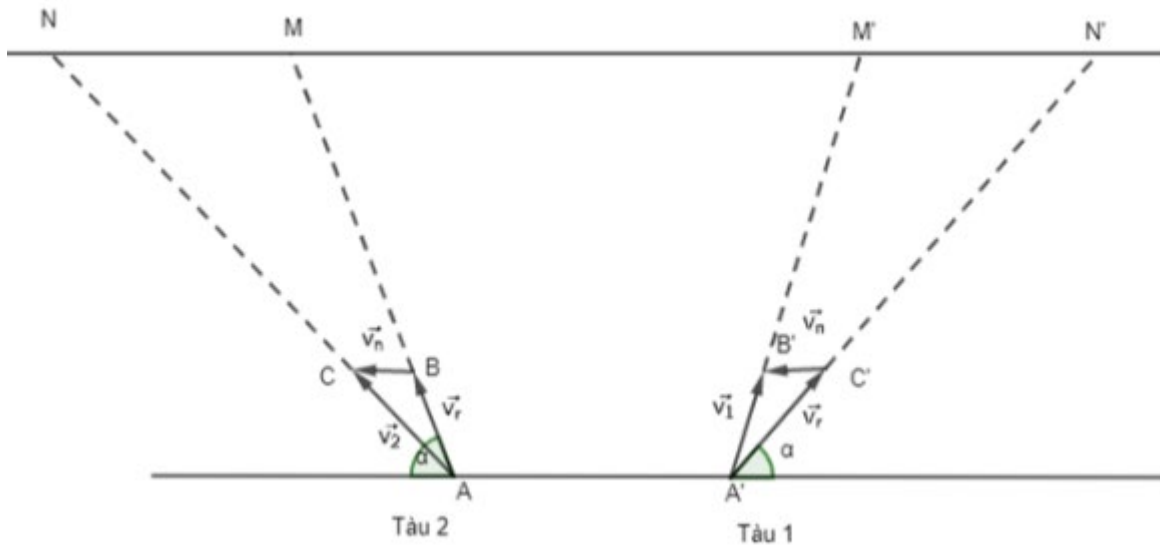
$\Leftrightarrow AC \perp d_2 \Leftrightarrow AM \perp d_2$

Vậy để tàu sang được bờ bên kia nhanh nhất, ta giữ bánh lái để tàu luôn vuông góc với bờ.

Ví dụ 7: Hai con tàu xuất phát cùng lúc từ bờ bên này sang bờ bên kia của dòng sông với vận tốc riêng không đổi và có độ lớn bằng nhau. Hai tàu luôn giữ được lái sao cho chúng tạo với bờ cùng một góc nhọn nhưng một tàu hướng xuống hạ lưu, một tàu hướng lên thượng nguồn (hình bên). Vận tốc dòng nước là đáng kể, các yếu tố bên ngoài khác không ảnh hưởng tới vận tốc của các tàu. Hỏi tàu nào sang bờ bên kia trước?



Lời giải



Ta biểu thị hai bờ sông là hai đường thẳng song song d_1, d_2 (H.4.17).

Giả sử tàu 1 xuất phát từ $A' \in d_1$ và bánh lái luôn được giữ để tàu tạo với bờ một góc α . Gọi $\vec{v}_r, \vec{v}_n$ lần lượt là vận tốc riêng của tàu và vận tốc dòng nước. Gọi B', C' là các điểm sao cho $\vec{v}_r = \overrightarrow{A'C'}, \vec{v}_n = \overrightarrow{C'B'}$. Khi đó tàu chuyển động với vector vận tốc thực tế là

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_r + \vec{v}_n = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{C'B'} = \overrightarrow{A'B'}.$$

Xét $\triangle A'B'C'$, có $\widehat{A'C'B'} = \alpha$ (hai góc so le trong)

$$|\vec{v}_1|^2 = |\vec{v}_r|^2 + |\vec{v}_n|^2 - 2|\vec{v}_r| \cdot |\vec{v}_n| \cdot \cos \alpha$$

Giả sử tàu 2 xuất phát từ $A \in d_1$ và bánh lái luôn được giữ để tàu tạo với bờ một góc α .

Gọi $\vec{v}_r, \vec{v}_n$ lần lượt là vận tốc riêng của tàu và vận tốc dòng nước. Gọi B, C là các điểm sao cho $\vec{v}_r = \overrightarrow{AB}, \vec{v}_n = \overrightarrow{BC}$.

Khi đó tàu chuyển động với vecto vận tốc thực tế là

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_r + \vec{v}_n = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}.$$

Xét $\triangle ABC$, có: $\widehat{ABC} = 180^\circ - \alpha$

$$|\vec{v}_2|^2 = |\vec{v}_r|^2 + |\vec{v}_n|^2 - 2|\vec{v}_r| \cdot |\vec{v}_n| \cdot \cos(180^\circ - \alpha) = |\vec{v}_r|^2 + |\vec{v}_n|^2 + 2|\vec{v}_r| \cdot |\vec{v}_n| \cdot \cos \alpha.$$

Vì $0 < \alpha < 90^\circ$ nên $\cos \alpha > 0$. Do đó

$$|\vec{v}_2|^2 = |\vec{v}_r|^2 + |\vec{v}_n|^2 + 2|\vec{v}_r| \cdot |\vec{v}_n| \cdot \cos \alpha > |\vec{v}_1|^2 = |\vec{v}_r|^2 + |\vec{v}_n|^2 - 2|\vec{v}_r| \cdot |\vec{v}_n| \cdot \cos \alpha$$

Vì độ dài hai quãng đường AN và A'M' của tàu 2 và tàu 1 chênh nhau không đáng kể nên ta coi nó bằng nhau. Do đó vì vận tốc tàu 2 lớn hơn tàu 1 nên tàu 2 là tàu đi qua bờ bên kia trước.

2) BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

Ví dụ 1: Cho hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ có điểm đặt O và tạo với nhau góc 60° . Cường độ của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ đều là $100N$. Cường độ tổng hợp lực của hai lực đó là

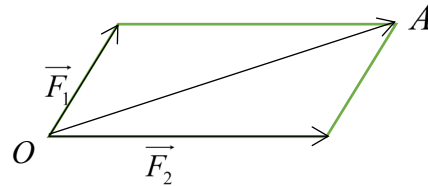
- A. $100N$ B. $100\sqrt{3}N$ C. $50N$ D. $50\sqrt{3}N$

Lời giải

Chọn B

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F} = \vec{OA}$$

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = OA = 100\sqrt{3}$$



Ví dụ 2: Cho hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ có điểm đặt O vuông góc với nhau. Cường độ của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ lần lượt là $80N, 60N$. Cường độ tổng hợp lực của hai lực đó là

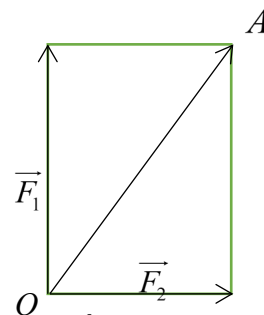
- A. $100N$ B. $100\sqrt{3}N$ C. $50N$ D. $50\sqrt{3}N$

Lời giải

Chọn A

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F} = \vec{OA}$$

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = OA = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 100$$



Ví dụ 3: Cho hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ có điểm đặt O hợp với nhau một góc 120° . Cường độ của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ đều là $50N$. Cường độ tổng hợp lực của hai lực đó là

- A. $100N$ B. $100\sqrt{3}N$ C. $50N$ D. $50\sqrt{3}N$

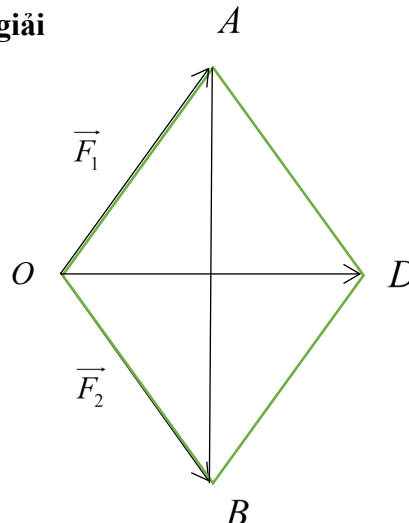
Lời giải

Chọn C.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OD}$$

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = OD = 50$$

Vì $\triangle OAD$ là tam giác đều cạnh $50N$.



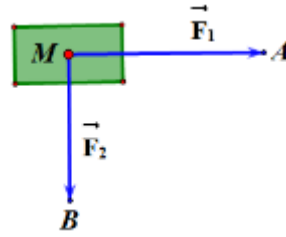
Ví dụ 4: Cho hai lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M. Cường độ hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ lần lượt là 300N và 400N, $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tác động lên vật.

A. 0N.

B. 700N.

C. 100N.

D. 500N.



Lời giải

- Ta có tổng lực tác dụng lên vật:
 $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MC}$ (Với C là điểm sao cho AMBC là hình bình hành).

- Khi đó cường độ lực tác dụng lên vật:
 $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{MC}| = MC$

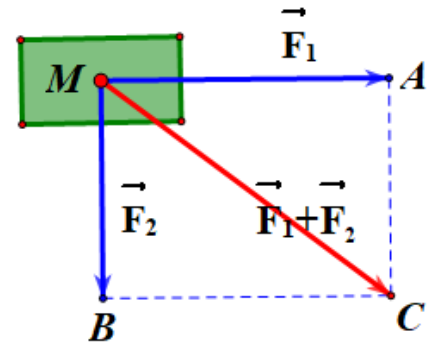
- Ta có: $MA = |\vec{MA}| = |\vec{F}_1| = 400N$

$MB = |\vec{MB}| = |\vec{F}_2| = 300N$

- Mặt khác do $\widehat{AMB} = 90^\circ$ nên AMCB là hình chữ nhật.
 Khi đó:

$$MC = \sqrt{MA^2 + MB^2} = \sqrt{400^2 + 300^2} = 500(N)$$

Vậy chọn đáp án: D



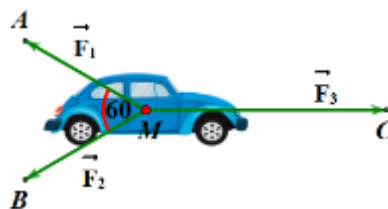
Ví dụ 5: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một ô tô tại điểm M và ô tô đứng yên. Cho biết cường độ hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng 25N và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực $\vec{F}_3$ là

A. $25\sqrt{3}N$.

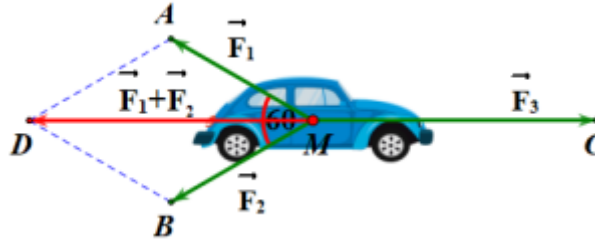
B. $50\sqrt{3}N$.

C. $50\sqrt{2}N$.

D. $100\sqrt{3}N$



Lời giải



- Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MD}$ (Với D là điểm sao cho AMBD là hình bình hành).

- Ta có: $MA = |\vec{MA}| = |\vec{F}_1| = 25N$

$$MB = |\vec{MB}| = |\vec{F}_2| = 25N$$

- Do $\widehat{AMB} = 60^\circ$ nên $\triangle MAB$ là tam giác đều. Khi đó: $MD = 2 \cdot \frac{25\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}(N)$

- Do ô tô đứng yên nên cường độ lực tác dụng lên ô tô bằng 0 hay $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

$$\text{Suy ra: } \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \Rightarrow |\vec{F}_3| = |-(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)| = |\vec{DM}| = MD = 25\sqrt{3}$$

Vậy cường độ của $\vec{F}_3$ là $25\sqrt{3}$.

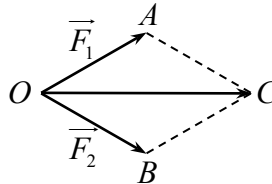
Chọn đáp án: A

Ví dụ 6: Có hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O, biết hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

A. 100 (N). **B.** $50\sqrt{3}$ (N). **C.** $100\sqrt{3}$ (N). **D.** Đáp án khác.

Lời giải

Chọn B.



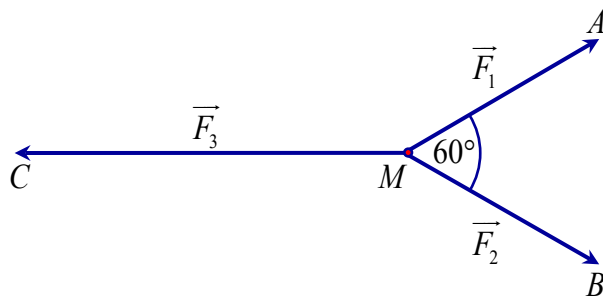
Giả sử $\vec{F}_1 = \vec{OA}, \vec{F}_2 = \vec{OB}$.

Theo quy tắc hình bình hành, suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{OC}$, như hình vẽ.

Ta có $\widehat{AOB} = 60^\circ, OA = OB = 50$, nên tam giác OAB đều, suy ra $OC = 50\sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{OC}| = 50\sqrt{3}(N).$$

Ví dụ 7: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng 25N và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là



A. $25\sqrt{3} \text{ N}.$

B. $50\sqrt{3} \text{ N}.$

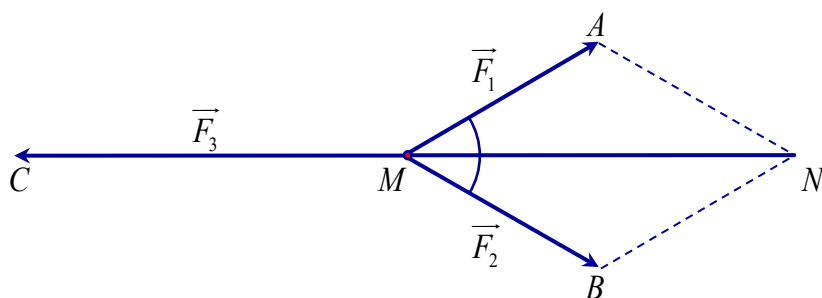
C. $50\sqrt{2} \text{ N}.$

D. $100\sqrt{3} \text{ N}.$

Lời giải

Chọn A.

Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng. Ta được $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$.



Dựng hình bình hành $AMBN$. Ta có $-\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -\vec{MA} - \vec{MB} = -\vec{MN}$.

Suy ra $|\vec{F}_3| = |-\vec{MN}| = MN = \frac{2\sqrt{3}MA}{2} = 25\sqrt{3}$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1

NHẬN BIẾT

Câu 1. Cho hình bình hành $ABCD$, với giao điểm hai đường chéo là I . Khi đó:

A. $\vec{AB} + \vec{IA} = \vec{BI}$.

B. $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{BD}$.

C. $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{0}$.

D. $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{0}$.

Câu 2. Điều kiện nào sau đây **không phải** là điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm của tam giác ABC , với M là trung điểm của BC .

A. $\vec{AG} + \vec{BG} = \vec{GC}$.

B. $\vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG} = \vec{0}$.

C. $\vec{AG} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

D. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

Câu 3. Điều kiện nào dưới đây là điều kiện cần và đủ để điểm O là trung điểm của đoạn AB .

A. $OA = OB$.

B. $\vec{OA} = \vec{OB}$.

C. $\vec{AO} = \vec{BO}$.

D. $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{0}$.

Câu 4. Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AC} + \vec{BD}$.

B. $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{BC}$.

C. $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB}$.

D. $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{DA} + \vec{BC}$.

Câu 5. Chọn khẳng định đúng :

- A. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
- B. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
- C. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
- D. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 0$.

Câu 6. Chọn khẳng định sai

- A. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.
- B. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB}$.
- C. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.
- D. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

Câu 7. Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng ?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$.
- B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$.
- C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.
- D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 8. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} =$

- A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$.
- B. $\overrightarrow{AB}$.
- C. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$.
- D. $\overrightarrow{CD}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC , trọng tâm là G . Phát biểu nào là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
- B. $|\overrightarrow{GA}| + |\overrightarrow{GB}| + |\overrightarrow{GC}| = 0$.
- C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = \overrightarrow{AC}$.
- D. $|\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = 0$.

Câu 10. Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng ?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$.
- B. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.
- C. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.
- D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$.

THÔNG HIỂU

Câu 11. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| =$

- A. $a\sqrt{3}$.
- B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- C. $2a$.
- D. a .

Câu 12. Gọi B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Đẳng thức nào đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$.
- B. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$.
- C. Hai véc tơ $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng.
- D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

Câu 13. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$ bằng:

- A. $a\sqrt{2}$.
- B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
- C. $2a$.
- D. a .

Câu 14. Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AB = 4a$ và $AD = 3a$ thì độ dài $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = ?$

- A. $7a$.
- B. $6a$.
- C. $2a\sqrt{3}$.
- D. $5a$.

Câu 15. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây đúng.

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$.
- B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AF}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD}$.

Câu 16. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tổng hai vector $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ có độ dài bằng bao nhiêu ?

A. 2. B. 4. C. 8. D. $2\sqrt{3}$

Câu 17. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Câu 18. Cho các điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây sai ?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EC}$.

Câu 19. Chỉ ra vectơ tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$ trong các vectơ sau:

A. $\overrightarrow{MR}$. B. $\overrightarrow{MQ}$. C. $\overrightarrow{MP}$. D. $\overrightarrow{MN}$.

Câu 20. Cho G là trọng tâm tam giác ABC vuông, cạnh huyền $BC = 12$. Độ dài vector $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ bằng:

A. 2. B. 8. C. 6. D. 4.

VẬN DỤNG

Câu 21. Cho hình thoi $ABCD$ tâm O , cạnh bằng a và góc A bằng 60° . Kết luận nào sau đây đúng:

A. $|\overrightarrow{OA}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $|\overrightarrow{OA}| = a$.

C. $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}|$.

D. $|\overrightarrow{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai ?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

B. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

Câu 23. Cho 4 điểm A, B, C, O bất kì. Chọn kết quả đúng. $\overrightarrow{AB} =$

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.

B. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$.

C. $\overrightarrow{BA}$.

D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$.

Câu 24. Cho hình chữ nhật $ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD , phát biểu nào là đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD}$.

B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

C. $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB}$.

Câu 25. Cho hình bình hành $ABCD$ với I là giao điểm của 2 đường chéo. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 26. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC, BC . Hỏi $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng vec tơ nào?

- A. $\overrightarrow{AM}$. B. $\overrightarrow{PB}$.
C. $\overrightarrow{AP}$. D. $\overrightarrow{MN}$.

Câu 27. Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA}$.
C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 28. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Tổng vec tơ: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$ bằng

- A. $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DB}$. B. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DF}$.
C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EB}$. D. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DF}$.

Câu 29. Cho 4 điểm bất kỳ A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây là đúng:

- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{OC}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$. D. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AB}$.

Câu 30. Chọn đẳng thức đúng:

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{CA}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$.

ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
C	C	D	C	B	A	B	D	D	B	A	A	A	D	A
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	B	B	D	D	A	A	A	D	C	C	D	C	A	D

BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2

NHẬN BIẾT

Câu 4. Cho 4 điểm bất kỳ A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{AO}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$.

Câu 5. Cho hai điểm phân biệt A, B . Điều kiện để điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB là:

- A. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$. B. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$.
C. $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$. D. $IA = IB$.

Câu 6. Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.
C. $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 7. Chọn khẳng định sai:

- A. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
B. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB}$.
C. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

D. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.

Câu 8. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A.** $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$.
C. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 9. Cho 4 điểm bất kỳ A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây là đúng:

- A.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CO}$. **B.** $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$. **D.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$.

Câu 10. Cho tam giác ABC , khẳng định nào sau là đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 11. Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{c}$ đều khác vector – không. Trong đó hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng, hai vector $\vec{a}, \vec{c}$ đối nhau. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ cùng hướng.
B. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ ngược hướng.
C. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ đối nhau.
D. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ bằng nhau.

Câu 12. Cho các điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây **sai**

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BC}$.
B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$.
C. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC}$.
D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EC}$.

Câu 13. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Vector $\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{CG}$ có độ dài bằng bao nhiêu?

- A.** 2. **B.** 4. **C.** 8. **D.** $2\sqrt{3}$.

THÔNG HIỂU

Câu 14. Cho tam $\triangle ABC$ cạnh a , trọng tâm là G . Phát biểu nào là đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$.
C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$. **D.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$.

Câu 15. Cho $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$, $\vec{a}, \vec{b}$ đối nhau. Mệnh đề dưới đây sai là:

- A.** $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng. **B.** $\vec{a}, \vec{b}$ cùng độ dài.
C. $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng. **D.** $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$.

Câu 16. Cho hình chữ nhật $ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD , phát biểu nào là đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD}$. B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.
 C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}$.

Câu 17. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , độ dài vector $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ bằng:

- A. a . B. $3a$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a\sqrt{2}$.

Câu 18. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} =$

- A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. B. $\overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$. D. $\overrightarrow{CD}$.

Câu 19. Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DA}$. B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD}$.
 C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DA}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$.

Câu 20. Chỉ ra vector tổng $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{RN} - \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{QR}$ trong các vector sau:

- A. $\overrightarrow{MR}$. B. $\overrightarrow{MQ}$. C. $\overrightarrow{MP}$. D. $\overrightarrow{MN}$.

Câu 21. Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm M tùy ý. Đẳng thức nào đúng?

- A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$. B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}$.
 C. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MD}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

Câu 22. Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA}$.
 C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 23. Cho tam giác ABC có M, N, D lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Khi đó, các vector đối của vector $\overrightarrow{DN}$ là:

- A. $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$. B. $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$.
 C. $\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{AM}$. D. $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{ND}$.

VẬN DỤNG

Câu 24. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây là sai:

- A. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{OB}$.
 C. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{DC}$. D. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 25. Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$.
 C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$.

Câu 26. Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vector $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}$ là:

- A. $\vec{u} = \vec{0}$. B. $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$. C. $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$. D. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 27. Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Đẳng thức nào sau đây là sai?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$.

Câu 28. Cho A, B, C phân biệt, mệnh đề dưới đây đúng là:

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Câu 29. Chọn kết quả sai:

A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA}$.

C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NX} = \overrightarrow{MX}$.

Câu 30. Kết quả bài toán tính : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD}$ là:

A. $\overrightarrow{CB}$. **B.** $2\overrightarrow{BD}$. **C.** $\vec{0}$. **D.** $-\overrightarrow{AD}$.

Câu 31. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào là **đúng**:

A. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$.

C. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 32. Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vector $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$ bằng:

A. $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$. **B.** $\vec{u} = \vec{0}$. **C.** $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 33. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
D	C	C	A	A	B	B	B	A	B	D	C	C	A	D
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	D	D	D	A	B	B	B	B	C	C	A	D	B	B

BÀI TẬP TỰ LUYỆN 3

NHẬN BIẾT

Câu 1. Cho ΔABC . Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ thì điểm M là:

A. Điểm thứ tư của hình bình hành nhận AC và BC làm hai cạnh.

B. Điểm thứ tư của hình bình hành nhận AB và AC làm hai cạnh.

C. Điểm thứ tư của hình bình hành nhận AB và BC làm hai cạnh.

D. Trọng tâm tam giác ABC .

Câu 2. Cho tam giác ABC . Để điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ thì M phải thỏa mãn mệnh đề nào?

A. M là điểm sao cho tứ giác $ABMC$ là hình bình hành.

B. M là trọng tâm tam giác ABC .

C. M là điểm sao cho tứ giác $BAMC$ là hình bình hành.

D. M thuộc trung trực của AB .

Câu 3. Cho $\triangle ABC$. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ thì điểm M là

A. Đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AC và BC làm hai cạnh.

B. Đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AB và AC làm hai cạnh.

C. Đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AB và BC làm hai cạnh.

D. trọng tâm tam giác ABC .

Câu 4. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $MABC$ là hình bình hành. **B.** $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$. **D.** $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}$.

VẬN DỤNG

Câu 5. Cho tam giác ABC . Tập hợp những điểm M sao cho: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}|$ là:

A. M nằm trên đường trung trực của BC .

B. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AB$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.

C. M nằm trên đường trung trực của IJ với I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC .

D. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AC$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.

Câu 6. Cho tam giác ABC có M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Xác định vị trí điểm M .

A. M là điểm thứ tư của hình bình hành $ACBM$.

B. M là trung điểm của đoạn thẳng AB .

C. M trùng với C .

D. M là trọng tâm tam giác ABC .

Câu 7. Cho tam giác ABC . Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn đẳng thức

$$|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}| \text{ là}$$

A. đường thẳng AB .

B. trung trực đoạn BC .

C. đường tròn tâm A , bán kính BC .

D. đường qua A và song song với BC .

Câu 8. Cho hình bình hành $ABCD$. Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn đẳng thức

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} \text{ là}$$

A. một đường tròn.

B. một đường thẳng.

C. tập rỗng.

D. một đoạn thẳng.

Câu 9. Cho $\triangle ABC$ và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$. Tìm vị trí điểm M .

A. M là trung điểm của AC .

B. M là trung điểm của AB .

C. M là trung điểm của BC .

D. M là điểm thứ tư của hình $ABCM$.

Câu 10. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $MABC$ là hình bình hành.

B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.

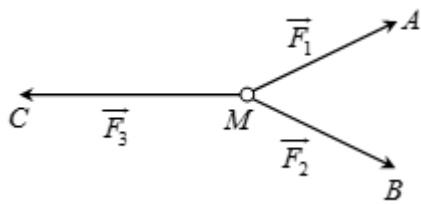
D. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}$.

ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	B	A	C	D	C	C	A	A

BÀI TẬP TỰ LUYỆN 4

Câu 1: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $100N$ và $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là:



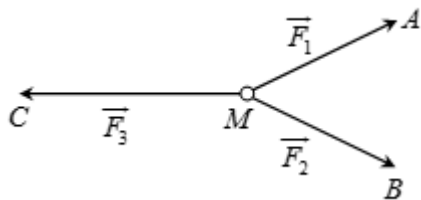
A. $50\sqrt{2} N$.

B. $50\sqrt{3} N$.

C. $25\sqrt{3} N$.

D. $100\sqrt{3} N$.

Câu 2: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $50N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là:



A. $100\sqrt{3} N$.

B. $25\sqrt{3} N$.

C. $50\sqrt{3} N$.

D. $50\sqrt{2} N$.

CHUYÊN ĐỀ 2
TỔNG CỦA HAI VECTO
§2 TỔNG VÀ HIỆU HAI VECTO

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tổng hai vector

a) Định nghĩa: Cho hai vector $\vec{a}; \vec{b}$. Từ điểm A tùy ý vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ rồi từ B vẽ $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ khi đó vector $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vector $\vec{a}; \vec{b}$.

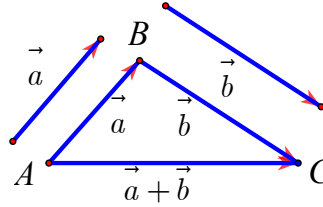
Kí hiệu $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$ (Hình 1.9)

b) Tính chất :

+ Giao hoán : $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

+ Kết hợp : $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

+ Tính chất vector – không: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}, \forall \vec{a}$



Hình 1.9

2. Hiệu hai vector

a) Vector đối của một vector.

Vector đối của vector $\vec{a}$ là vector ngược hướng và cùng độ dài với vector $\vec{a}$

Kí hiệu $-\vec{a}$

Như vậy $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}, \forall \vec{a}$ và $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

b) Định nghĩa hiệu hai vector:

Hiệu của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là tổng của vector $\vec{a}$ và vector đối của vector $\vec{b}$. Kí hiệu là $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

3. Các quy tắc:

Quy tắc ba điểm : Cho A, B, C tùy ý, ta có : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Quy tắc hình bình hành : Nếu ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

Quy tắc về hiệu vector : Cho O, A, B tùy ý ta có : $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$

Chú ý: Ta có thể mở rộng quy tắc ba điểm cho n điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$ thì

$$\overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3} + \dots + \overrightarrow{A_{n-1}A_n} = \overrightarrow{A_1A_n}$$

Câu 1. Cho hình bình hành ABCD, với giao điểm hai đường chéo là I. Khi đó:

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$. **C.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

Câu 2. Điều kiện nào sau đây không phải là điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm của tam giác ABC, với M là trung điểm của BC.

- A.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$. **C.** $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn C.

$\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GC} \neq \vec{0}$ vì hai vectơ này không cùng phương.

Câu 3. Điều kiện nào dưới đây là điều kiện cần và đủ để điểm O là trung điểm của đoạn AB.

- A.** $OA = OB$. **B.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$. **C.** $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO}$. **D.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện cần và đủ để điểm O là trung điểm của đoạn AB là $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$.

Câu 4. Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.$$

Câu 5. Chọn khẳng định đúng :

A. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

B. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

C. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

D. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 6. Chọn khẳng định sai

A. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.

B. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB}$.

C. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.

D. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BA} \neq \vec{0}.$$

Câu 7. Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}.$$

Câu 8. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} =$

A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$.

B. $\overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$.

D. $\overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}.$$

Câu 9. Cho tam giác ABC , trọng tâm là G . Phát biểu nào là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

B. $|\overrightarrow{GA}| + |\overrightarrow{GB}| + |\overrightarrow{GC}| = 0$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = \overrightarrow{AC}$.

D. $|\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = 0$.

Lời giải

Chọn D.

$$|\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = |\vec{0}| = 0$$

Câu 10. Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$$

Câu 11. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| =$

A. $a\sqrt{3}$.

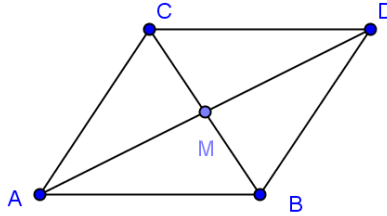
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $2a$.

D. a .

Lời giải

Chọn A.



Dựng hình bình hành $ABCD$ và gọi M là trung điểm của BC .

Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2AM = a\sqrt{3}$

Câu 12. Gọi B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$.

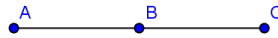
B. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$.

C. Hai véc tơ $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A.



Do B là trung điểm của đoạn thẳng AC nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$.

Câu 13. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$ bằng:

A. $a\sqrt{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $2a$.

D. a .

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a\sqrt{2}$

Câu 14. Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AB = 4a$ và $AD = 3a$ thì độ dài $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = ?$

A. $7a$.

B. $6a$.

C. $2a\sqrt{3}$.

D. $5a$.

Lời giải

Chọn D.

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 5a$

Câu 15. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AF}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn A.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$

Câu 16. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tổng hai vectơ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ có độ dài bằng bao nhiêu?

A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. $2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn B.

Dựng hình bình hành $GBDC$. Gọi M là trung điểm BC .

$$\text{Khi đó ta có } |\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GD}| = GD = 2GM = \frac{2}{3} AM = \frac{1}{3} BC = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4$$

Câu 17. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CO}) + (\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DO}) = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$$

Câu 18. Cho các điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EC}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CO}) + (\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DO}) = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$$

Câu 19. Chỉ ra vectơ tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$ trong các vectơ sau:

A. $\overrightarrow{MR}$.

B. $\overrightarrow{MQ}$.

C. $\overrightarrow{MP}$.

D. $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}$$

Câu 20. Cho G là trọng tâm tam giác ABC vuông, cạnh huyền $BC = 12$. Độ dài vectơ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ bằng:

A. 2.

B. 8.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn D.

Dựng hình bình hành $GBDC$. Gọi M là trung điểm BC .

$$\text{Khi đó ta có } |\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GD}| = GD = 2GM = \frac{2}{3} AM = \frac{1}{3} BC = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4$$

Câu 21. Cho hình thoi $ABCD$ tâm O , cạnh bằng a và góc A bằng 60° . Kết luận nào sau đây đúng:

A. $|\overrightarrow{OA}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

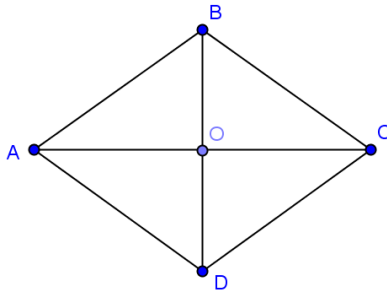
B. $|\overrightarrow{OA}| = a$.

C. $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}|$.

D. $|\overrightarrow{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.



Do tam giác ABC đều nên $|\overrightarrow{OA}| = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 22. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **sai** ?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \neq \overrightarrow{CD}$$

Câu 23. Cho 4 điểm A, B, C, O bất kì. Chọn kết quả đúng. $\overrightarrow{AB} =$

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$. B. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$. C. $\overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$

Câu 24. Cho hình chữ nhật $ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD , phát biểu nào là đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD}$. B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.
C. $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$$

Câu 25. Cho hình bình hành $ABCD$ với I là giao điểm của 2 đường chéo. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn C.

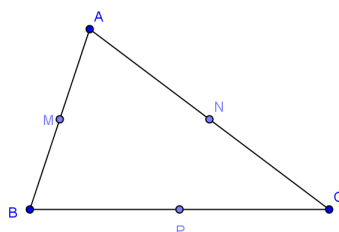
$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ sai vì hai vec-tơ này không cùng phương.

Câu 26. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC, BC . Hỏi $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng vec-tơ nào?

- A. $\overrightarrow{AM}$. B. $\overrightarrow{PB}$. C. $\overrightarrow{AP}$. D. $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn C.



Theo qui tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{AP}$.

Câu 27. Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}.$$

Câu 28. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Khi đó: $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| =$

A. a .

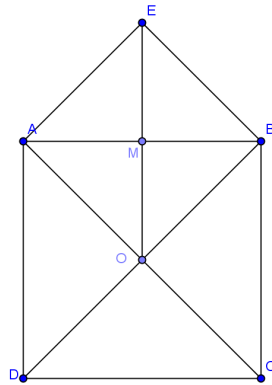
B. $\sqrt{2}a$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $2a$.

Lời giải

Chọn A.



Dựng hình bình hành $OAEB$ và gọi M là giao điểm của AB và OE .

Ta có: $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OE}| = OE = 2OM = a$

Câu 29. Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AB = 4a$ và $AD = 3a$ thì độ dài $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = ?$

A. $7a$.

B. $6a$.

C. $2a\sqrt{3}$.

D. $5a$.

Lời giải

Chọn D.

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 5a.$$

Câu 30. Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$. Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| =$

A. $2a$.

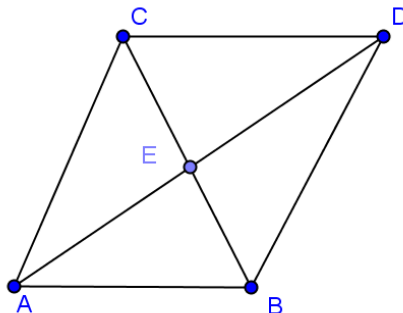
B. $2a\sqrt{3}$.

C. $4a$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D.



Dựng hình bình hành $ABDC$ tâm E . Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2AE = a\sqrt{3}$

Câu 31. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Tổng véc tơ : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$ bằng

A. $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DB}$.

B. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DF}$.

C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EB}$.

D. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DF}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) + (\overrightarrow{CF} + \overrightarrow{FD}) + (\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EB}.$$

Câu 32. Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức **sai**?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$.

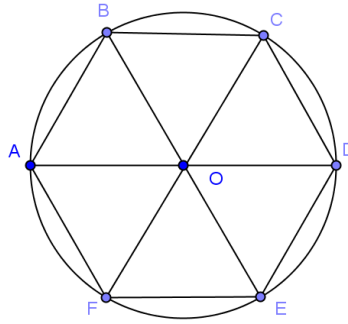
B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D.



$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD} \neq \vec{0}.$$

Câu 33. Cho hình bình hành $ABCD$. Khẳng định **sai**

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \neq \overrightarrow{CD}.$$

Câu 34. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A và $AB = 3$, $AC = 4$. Véc tơ $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$ có độ dài bằng

A. $\sqrt{13}$.

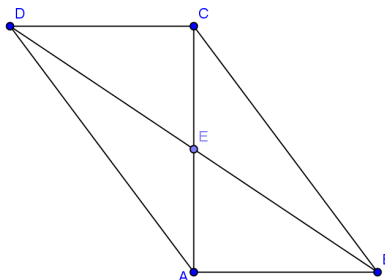
B. $2\sqrt{13}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Dựng hình bình hành $ABCD$ tâm E .

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DB}| = DB = 2EB = 2\sqrt{AE^2 + BE^2} = 2\sqrt{13}.$$

Câu 35. Cho 4 điểm bất kỳ A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây là đúng:

- A.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{OC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$. **D.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{OC}.$$

Câu 36. Chọn đẳng thức đúng:

- A.** $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$. **B.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{CA}$. **D.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 37. Cho tam giác ABC . Để điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ thì M phải thỏa mãn mệnh đề nào?

- A.** M là điểm sao cho tứ giác $ABMC$ là hình bình hành.
B. M là trọng tâm tam giác ABC .
C. M là điểm sao cho tứ giác $BAMC$ là hình bình hành.
D. M thuộc trung trực của AB .

Lời giải

Chọn C.

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AM}$$

Vậy M là điểm sao cho tứ giác $BAMC$ là hình bình hành.

Câu 38. Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vector $\vec{u} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC}$ bằng:

- A.** $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$. **B.** $\vec{u} = \vec{0}$. **C.** $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B.

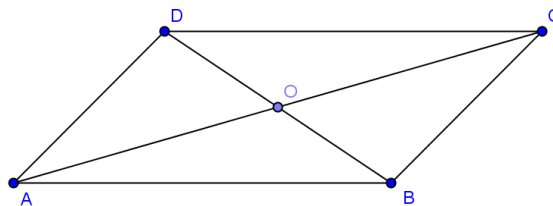
$$\vec{u} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}.$$

Câu 39. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A.** $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$. **C.** $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DA}$.

Lời giải

Chọn D.



$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}.$$

Câu 40. Kết quả bài toán tính: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$ là

- A.** $\overrightarrow{DB}$. **B.** $2\overrightarrow{BD}$. **C.** $\vec{0}$. **D.** $-\overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}.$$

Câu 41. Chọn kết quả sai

- A.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NX} = \overrightarrow{MX}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} = \vec{0} \neq \overrightarrow{AB}.$$

Câu 42. Vector tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$ bằng:

A. $\overrightarrow{MN}$.

B. $\overrightarrow{PN}$.

C. $\overrightarrow{MR}$.

D. $\overrightarrow{NP}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN} + \vec{0} = \overrightarrow{MN}$$

Câu 43. Cho ΔABC . Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ thì điểm M là

A. Đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AC và BC làm hai cạnh.

B. Đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AB và AC làm hai cạnh.

C. Đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AB và BC làm hai cạnh.

D. trọng tâm tam giác ABC .

Lời giải

Chọn B.

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}.$$

Vậy M là đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AB và AC làm hai cạnh.

Câu 44. Cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD . Cho $AB = 2a; CD = a$. Gọi O là trung điểm của AD . Khi đó :

A. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a$.

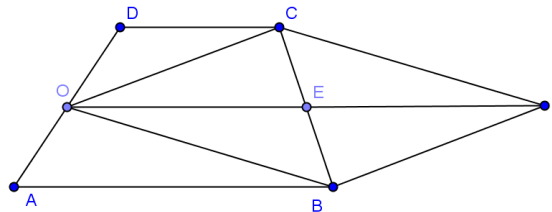
B. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{3a}{2}$.

C. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 2a$.

D. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 3a$.

Lời giải

Chọn D.



Dựng hình bình hành $OBFC$ tâm E . Khi đó

$$|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OF}| = OF = 2OE = AB + CD = 3a.$$

Câu 45. Cho tam giác đều ABC cạnh a , trọng tâm là G . Phát biểu nào là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

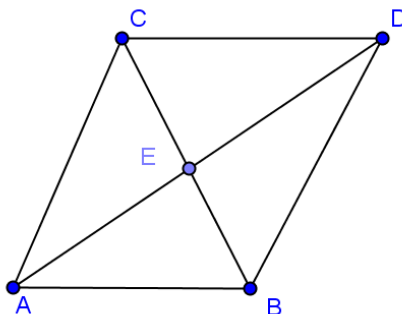
B. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3} |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}|$.

Lời giải

Chọn D.



Dựng hình bình hành $ABDC$ tâm E . Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2AE = a\sqrt{3}$

$$\sqrt{3}|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}| = \sqrt{3}|\overrightarrow{CB}| = \sqrt{3}CB = \sqrt{3}a$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}|.$$

Câu 46. Cho 4 điểm bất kì A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AB}$. **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$. **C.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Chọn D.

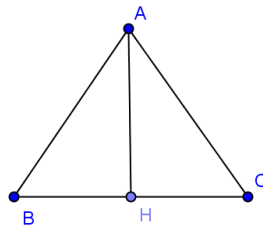
$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{OC}.$$

Câu 47. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a , H là trung điểm cạnh BC . Vector $\overrightarrow{CH} + \overrightarrow{CH}$ có độ dài là:

- A.** a . **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.



$$|\overrightarrow{CH} + \overrightarrow{CH}| = |\overrightarrow{CH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{CB}| = CB = a.$$

Câu 48. Cho 4 điểm bất kì A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây là đúng:

- A.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CO}$. **B.** $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$. **C.** $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AO}$. **D.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}.$$

Câu 49. Cho tam giác ABC . Tập hợp những điểm M sao cho: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}|$ là:

- A.** M nằm trên đường trung trực của BC .
B. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AB$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.
C. M nằm trên đường trung trực của IJ với I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC .
D. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AC$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC . Khi đó:

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow 2|\overrightarrow{MI}| = 2|\overrightarrow{MJ}| \Leftrightarrow MI = MJ$$

Vậy M nằm trên đường trung trực của IJ .

Câu 50. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ bằng:

A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

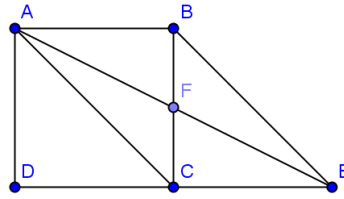
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $a\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D.



Dựng hình bình hành $ABEC$ tâm F .

Ta có: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AE}| = AE = 2AF = 2\sqrt{AB^2 + BF^2} = 2\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{5}$.

HIỆU CỦA HAI VECTO

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tổng hai vector

a) **Định nghĩa:** Cho hai vector $\vec{a}; \vec{b}$. Từ điểm A tùy ý vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ rồi từ B vẽ $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ khi đó vector $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vector $\vec{a}; \vec{b}$.

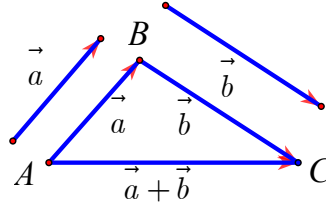
Kí hiệu $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$ (Hình 1.9)

b) Tính chất :

+ Giao hoán : $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

+ Kết hợp : $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

+ Tính chất vector – không: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}, \forall \vec{a}$



Hình 1.9

2. Hiệu hai vector

a) Vector đối của một vector.

Vector đối của vector $\vec{a}$ là vector ngược hướng và cùng độ dài với vector $\vec{a}$

Kí hiệu $-\vec{a}$

Như vậy $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}, \forall \vec{a}$ và $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

b) Định nghĩa hiệu hai vector:

Hiệu của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là tổng của vector $\vec{a}$ và vector đối của vector $\vec{b}$. Kí hiệu là $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

3. Các quy tắc:

Quy tắc ba điểm : Cho A, B, C tùy ý, ta có : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Quy tắc hình bình hành : Nếu ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

Quy tắc về hiệu vector : Cho O, A, B tùy ý ta có : $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$

Chú ý: Ta có thể mở rộng quy tắc ba điểm cho n điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$ thì

$$\overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3} + \dots + \overrightarrow{A_{n-1}A_n} = \overrightarrow{A_1A_n}$$

Câu 1. Cho 4 điểm bất kì A, B, C, O. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$.

Lời giải

Chọn D.

Theo qui tắc 3 điểm ta có: $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$.

Câu 2. Cho hai điểm phân biệt A, B. Điều kiện để điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB là:

- A. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$. B. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$. C. $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$. D. $IA = IB$.

Lời giải

Chọn C.

Vì $IA = IB$ và $\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}$ chiều nên $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$.

Câu 3. Cho ba điểm phân biệt A, B, C. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$. C. $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$ (Qui tắc 3 điểm).

Câu 4. Chọn khẳng định sai:

- A. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
 B. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB}$.
 C. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
 D. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{BA} \neq \vec{0}$.

Câu 5. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây *sai*?

- A. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$. B. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$. C. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn A.

$\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB} \neq \overrightarrow{BD}$.

Câu 6. Cho 4 điểm bất kỳ A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây là đúng:

- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CO}$. B. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.
 C. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$. D. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn B.

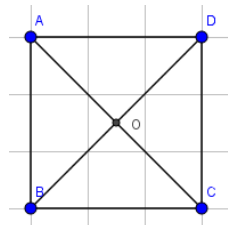
Ta có: $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

Câu 7. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Khi đó: $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{BO}| =$

- A. a . B. $\sqrt{2}a$. C. $\frac{a}{2}$. D. $2a$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có: $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{BO}| = |\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{CB}| = a$.

Câu 8. Cho tam giác ABC , khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B.

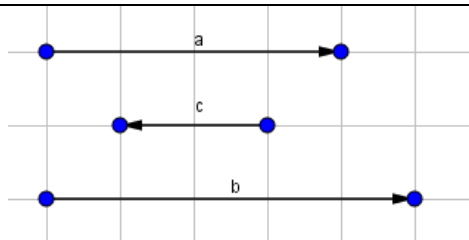
Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (qui tắc 3 điểm).

Câu 9. Cho ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ đều khác vector – không. Trong đó hai vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng hướng, hai vector $\vec{a}$, $\vec{c}$ đối nhau. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ cùng hướng. B. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ ngược hướng.
 C. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ đối nhau. D. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ bằng nhau.

Lời giải

Chọn B.



Câu 10. Cho các điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây *sai* ?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EC}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{ED} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$ (vô lý).

Câu 11. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Vector $\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{CG}$ có độ dài bằng bao nhiêu?

A. 2.

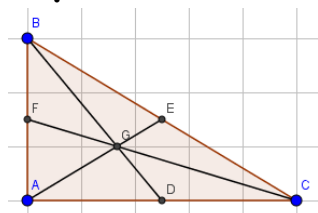
B. 4.

C. 8.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có: $\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{GE}$

$\Rightarrow |\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{CG}| = \frac{2}{3}|\overrightarrow{GE}| = \frac{2}{3} \cdot \frac{BC}{2} = \frac{BC}{3} = 4$.

Câu 12. Cho tam giác đều ABC cạnh a , trọng tâm là G . Phát biểu nào là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

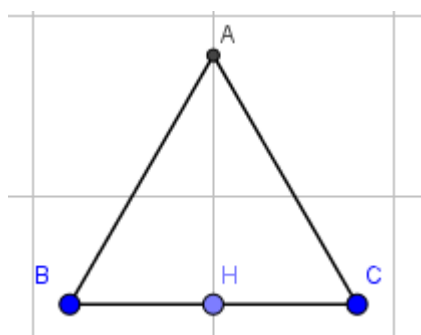
B. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

Chọn D.



$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AH}| = 2 \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$\sqrt{3} |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3} |\overrightarrow{CB}| = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy: } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3} |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$$

Câu 13. Cho $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$, $\vec{a}, \vec{b}$ đối nhau. Mệnh đề dưới đây sai là:

A. $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng.

B. $\vec{a}, \vec{b}$ cùng độ dài.

C. $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

D. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn C.

$\vec{a}, \vec{b}$ đối nhau nên chúng có cùng độ dài, ngược hướng và có tổng bằng $\vec{0}$.

Câu 14. Cho hình chữ nhật $ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD , phát biểu nào là đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD}$.

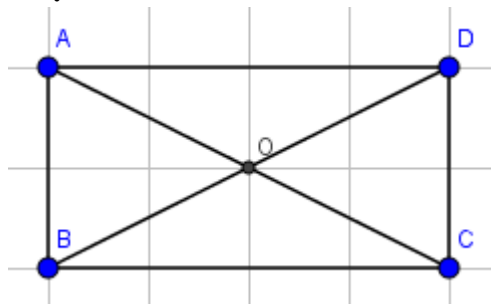
B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có: $\overrightarrow{OA}$ là vector đối của $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OB}$ là vector đối của $\overrightarrow{OD}$

Vậy: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

Câu 15. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh l , độ dài vector $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ bằng:

A. l .

B. $3a$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $2a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CD}$

$|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = CD = a$.

Câu 16. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Độ dài của vector $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$ là:

A. $a\sqrt{3}$.

B. $2a$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

D. $3a$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $|\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{DB}| = DB = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a$.

Câu 17. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} =$

A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$.

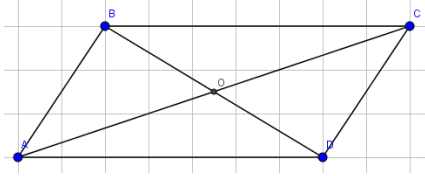
B. $\overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$.

D. $\overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có: $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 18. Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DA}$.

B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DA}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}$.

Vậy: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$.

Câu 19. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi G là trọng tâm. Khi đó giá trị $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}|$ là:

A. $\frac{a}{3}$.

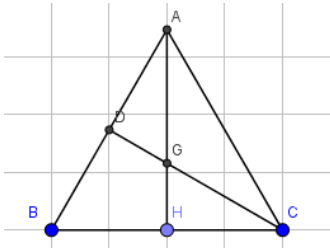
B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2a}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có: $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{CG}| = |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CG}| = |\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{CB}|$
 $= 2|\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HB}| = 2|\overrightarrow{GB}| = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 20. Chỉ ra vector tổng $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{RN} - \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{QR}$ trong các vector sau:

A. $\overrightarrow{MR}$.

B. $\overrightarrow{MQ}$.

C. $\overrightarrow{MP}$.

D. $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 21. Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm M tùy ý. Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$.

B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}$.

C. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MD}$.

D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$. (đúng).

Câu 22. Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$.

B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 23. Cho tam giác ABC có M, N, D lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Khi đó, các vector đối của vector $\overrightarrow{DN}$ là:

A. $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$.

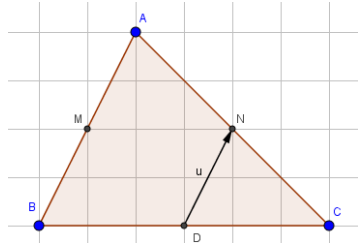
B. $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$.

C. $\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{AM}$.

D. $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{ND}$.

Lời giải

Chọn A.



Nhìn hình ta thấy vector đối của vector $\overrightarrow{DN}$ là: $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$.

Câu 24. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây là sai:

A. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BC}$.

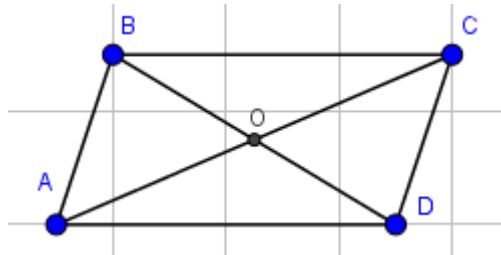
B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{OB}$.

C. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có: $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{OB}$.

Câu 25. Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$ (qui tắc 3 điểm).

Câu 26. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a , H là trung điểm cạnh BC . Vector $\overrightarrow{CH} - \overrightarrow{HC}$ có độ dài là:

A. a .

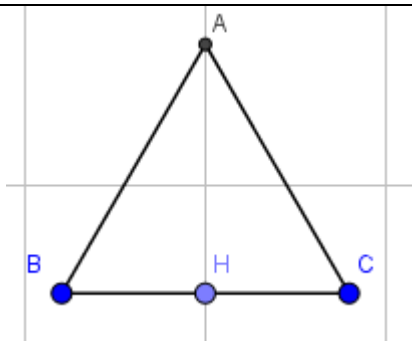
B. $\frac{3a}{2}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có: $\overrightarrow{CH} - \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{CH} + \overrightarrow{CH} = \overrightarrow{CB}$. Độ dài là $BC = a$.

Câu 27. Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}$ là:

- A.** $\vec{u} = \vec{0}$. **B.** $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$. **C.** $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}.$$

Câu 28. Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức **sai**?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} \neq \overrightarrow{BC}$.

Câu 29. Cho A, B, C phân biệt, mệnh đề dưới đây đúng là:

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$.

Câu 30. Chọn kết quả sai:

- A.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA}$.
C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NX} = \overrightarrow{MX}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC} = \vec{0} \neq \overrightarrow{AB}$.

Câu 31. Kết quả bài toán tính: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD}$ là:

- A.** $\overrightarrow{CB}$. **B.** $2\overrightarrow{BD}$. **C.** $\vec{0}$. **D.** $-\overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} \\ &= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB}. \end{aligned}$$

Câu 32. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây là **đúng**:

- A.** $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$. **C.** $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 33. Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$ bằng:

- A.** $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$. **B.** $\vec{u} = \vec{0}$. **C.** $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$.

Câu 34. Cho ΔABC . Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ thì điểm M là:

- A. Đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AC và BC làm hai cạnh.
- B. Đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AB và AC làm hai cạnh.
- C. Đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AB và BC làm hai cạnh.
- D. Trọng tâm tam giác ABC .

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{CB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}$.

Vậy M là đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AC và BC làm hai cạnh.

Câu 35. Chọn đẳng thức đúng:

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$.
- B. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}$.
- C. $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA}$.
- D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$ (qui tắc 3 điểm).

Câu 36. Cho 3 điểm A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng.

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$.
- B. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.
- C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA}$.
- D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$ (qui tắc 3 điểm).

Câu 37. Cho 4 điểm bất kỳ A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây là đúng:

- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$.
- B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.
- C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$.
- D. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$ (qui tắc 3 điểm).

Câu 38. Cho hình bình hành $ABCD$, với giao điểm hai đường chéo là I . Khi đó:

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$.
- B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BD}$.
- C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.
- D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DB} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

Câu 39. Điều kiện nào sau đây không phải là điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm của tam giác ABC , với M là trung điểm của BC .

- A. $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{CM} = \vec{0}$.
- B. $\overrightarrow{AG} - \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
- C. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GA} = \vec{0}$.
- D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm của tam giác ABC là $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ nên đáp án là C.

Câu 40. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}| =$

- A. $a\sqrt{3}$.
- B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- C. $2a$.
- D. a .

Lời giải

Chọn A.

Gọi I là trung điểm BC .

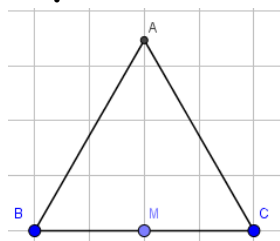
Ta có: $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{AM}| = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Câu 41. Cho tam giác đều ABC có cạnh a . Giá trị $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}|$ bằng bao nhiêu?

- A. $2a$. B. a . C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi M là trung điểm của BC .

Ta có: $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Câu 42. Gọi B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Đẳng thức nào sau đây là **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.
 B. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$.
 C. Hai véc tơ $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng.
 D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$.

Câu 43. Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
 C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 44. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng ?

- A. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.
 C. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Do $\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{CO}$ đối nhau, $\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{DO}$ đối nhau.

Câu 45. Cho tam giác ABC , trọng tâm là G . Phát biểu nào là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$. B. $|\overrightarrow{GA}| + |\overrightarrow{GB}| + |\overrightarrow{GC}| = 0$.
 C. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}| = \overrightarrow{AC}$. D. $|\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{BG} - \overrightarrow{CG}| = 0$.

Lời giải**Chọn D.**

Ta có: $|\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{BG} - \overrightarrow{CG}| = |\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = |\vec{0}| = 0$.

Câu 46. Cho tam giác ABC . Để điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ thì M phải thỏa mãn mệnh đề nào?

- A. M là điểm sao cho tứ giác $ABMC$ là hình bình hành.
- B. M là trọng tâm tam giác ABC .
- C. M là điểm sao cho tứ giác $BAMC$ là hình bình hành.
- D. M thuộc trung trực của AB .

Lời giải**Chọn C.**

Ta có: $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$.

Vậy: M là điểm sao cho tứ giác $BAMC$ là hình bình hành.

Câu 47. Cho hình bình hành $ABCD$ với I là giao điểm của 2 đường chéo. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

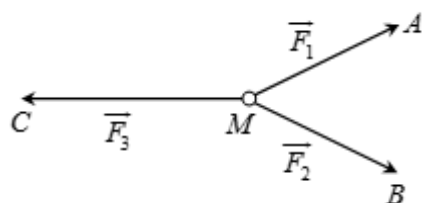
- A. $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{CI} = \vec{0}$
- B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
- C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$
- D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC}$

Lời giải**Chọn C.**

Ta có: $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$ không cùng phương và độ lớn nên $\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BD}$.

Câu 48. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên.

Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $100N$ và $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là:



- A. $50\sqrt{2} N$.
- B. $50\sqrt{3} N$.
- C. $25\sqrt{3} N$.
- D. $100\sqrt{3} N$.

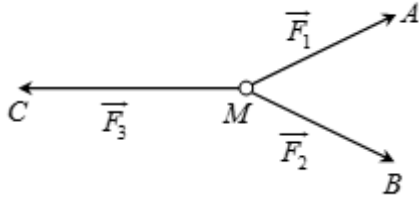
Lời giải**Chọn D.**

Gọi I là trung điểm của AB . Vì MAB là tam giác đều nên $MI = MA \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$.

Vậy $MC = 2MI = 100\sqrt{3}N$

Vậy: $\vec{F}_3$ có cường độ $100\sqrt{3} N$.

Câu 49. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $50N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là:



A. $100\sqrt{3} N$.

B. $25\sqrt{3} N$.

C. $50\sqrt{3} N$.

D. $50\sqrt{2} N$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi I là trung điểm của AB . Vì MAB là tam giác đều nên $MI = MA \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}$.

Vậy $MC = 2MI = 50\sqrt{3} N$

Vậy: $\vec{F}_3$ có cường độ $50\sqrt{3} N$.

Câu 50. Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức **sai**?

A. $\vec{OA} + \vec{OC} - \vec{EO} = \vec{0}$.

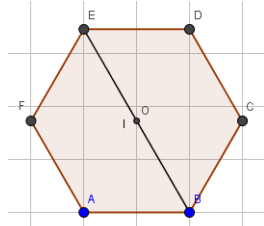
B. $\vec{BC} - \vec{EF} = \vec{AD}$.

C. $\vec{OA} - \vec{OB} = \vec{EB} - \vec{OC}$.

D. $\vec{AB} + \vec{CD} - \vec{EF} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có: $\vec{AB} + \vec{CD} - \vec{EF} = \vec{AB} + \vec{BO} - \vec{OA} = \vec{AO} - \vec{OA} = 2\vec{AO} \neq \vec{0}$.

TỔNG VÀ HIỆU CỦA 2 VECTOR

Vấn đề 1. TÍNH TỔNG CÁC VECTOR. CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTOR

Câu 1. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.
 B. $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NP}$.
 C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$.
 D. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

Câu 2. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là các vector khác $\vec{0}$ với $\vec{a}$ là vector đối của $\vec{b}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương.
 B. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng.
 C. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng độ dài.
 D. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ chung điểm đầu.

Câu 3. Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$.
 B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.
 C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.
 D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Câu 4. Cho $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng.
 B. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng độ dài.
 C. $ABCD$ là hình bình hành.
 D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

Câu 5. Tính tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$? A. $\overrightarrow{MR}$. B. $\overrightarrow{MN}$. C. $\overrightarrow{PR}$. D. $\overrightarrow{MP}$.

Câu 6. Cho hai điểm A và B phân biệt. Điều kiện để I là trung điểm AB là:

- A. $IA = IB$. B. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$. C. $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$. D. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$.

Câu 7. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để I là trung điểm của đoạn thẳng AB ?

- A. $IA = IB$. B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. C. $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.

Câu 8. Cho $\triangle ABC$ cân ở A , đường cao AH . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{HC} = -\overrightarrow{HB}$. C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$. D. $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{HC}$.

Câu 9. Cho hình vuông $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$. D. $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB}|$.

Câu 10. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Nếu M là trung điểm đoạn thẳng AB thì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.
 B. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
 C. Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$.
 D. Nếu ba điểm phân biệt A, B, C nằm tùy ý trên một đường thẳng thì

$$|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}|.$$

Câu 11. Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$.
 C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. D. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA}$.

Câu 12. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$.

- A. $\overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{DA}$. C. $\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$. D. $\overrightarrow{AB}$.

Câu 13. Cộng các vector có cùng độ dài 5 và cùng giá. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Cộng 5 vector ta được kết quả là $\vec{0}$.
 B. Cộng 4 vector đôi một ngược hướng ta được kết quả là $\vec{0}$.
 C. Cộng 121 vector ta được kết quả là $\vec{0}$.
 D. Cộng 25 vector ta được vector có độ dài là 0.

Câu 14. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AB}$.
 C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CA}| = a$. D. $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{BC}$.

Câu 15. Cho tam giác ABC , với M là trung điểm BC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$.
 C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$.

Câu 16. Cho tam giác ABC , với M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$.
 B. $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.
 C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$.
 D. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MP}$.

Câu 17. Cho ba điểm A, B, C . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $AB + BC = AC$.
 B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.
 C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow |\overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{BC}|$.
 D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 18. Cho tam giác ABC có $AB = AC$ và đường cao AH . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AH}$.
 B. $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$.
 C. $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$.
 D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 19. Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh A , đường cao AH . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}|$.
 B. $\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AH}$.
 C. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{HC} - \overrightarrow{HA}$.
 D. $|\overrightarrow{AH}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AH}|$.

Câu 20. Cho M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC . Hỏi vector $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng vector nào?
 A. $\overrightarrow{AP}$.
 B. $\overrightarrow{PB}$.
 C. $\overrightarrow{MN}$.
 D. $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NB}$.

Câu 21. Cho đường tròn O và hai tiếp tuyến song song với nhau tiếp xúc với (O) tại hai điểm A và B . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OB}$.
 B. $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{OB}$.
 C. $OA = -OB$.
 D. $AB = -BA$.

Câu 22. Cho đường tròn O và hai tiếp tuyến MT, MT' (T và T' là hai tiếp điểm). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MT} = \overrightarrow{MT'}$.
 B. $MT + MT' = TT'$.
 C. $MT = MT'$.
 D. $\overrightarrow{OT} = -\overrightarrow{OT'}$.

Câu 23. Cho bốn điểm A, B, C, D . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.
 B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$.
 C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$.
 D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 24. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Vector nào trong các vector dưới đây bằng $\overrightarrow{CA}$?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$.
 B. $-\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$.
 C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA}$.
 D. $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CB}$.

Câu 25. Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$.
 B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$.
 C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB}$.
 D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}$.

Câu 26. Cho O là tâm hình bình hành $ABCD$. Hỏi vector $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vector nào?

- A. $\overrightarrow{BA}$.
 B. $\overrightarrow{BC}$.
 C. $\overrightarrow{DC}$.
 D. $\overrightarrow{AC}$.

Câu 27. Cho hình bình hành $ABCD$ và tâm O của nó. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.
 B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
 C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$.
 D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 28. Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$; hai điểm E, F lần lượt là trung điểm AB, BC . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EO}$.
 B. $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EO}$.
 C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$.
 D. $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Câu 29. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$.
 B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{CD}$.
 C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
 D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 30. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.
 B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.
 C. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.
 D. $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}|$.

Câu 31: Tính tổng $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{FG}$?
 A. $\overrightarrow{CG}$
 B. $\overrightarrow{GC}$
 C. $\overrightarrow{GB}$
 D. $\overrightarrow{BG}$

Câu 32: Cho Δ đều ABC . Hãy chọn đẳng thức đúng

A. $\overline{AB} = \overline{AC}$

B. $|\overline{AB}| = |\overline{AC}|$

C. $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{CA}$

D. $\overline{AA} - \overline{BB} = \overline{AB}$

Câu 33: Cho $\triangle ABC$, M là trung điểm BC. Núng thòuc nào sau này sai?

A. $\overline{MB} + \overline{MC} = \vec{0}$

B. $\overline{AC} - \overline{CB} = \overline{BA}$

C. $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AM}$

D. $|\overline{BA} - \overline{BC}| = |\overline{AC}|$

Câu 34: O là tâm hình bình hành ABCD. Hỏi $\overline{AO} + \overline{DO}$ bằng vec tơ nào?

A. $\overline{BA}$

B. $\overline{BC}$

C. $\overline{DC}$

D. $\overline{AC}$

Câu 35: Cho hình bình hành ABCD tâm O. Haỹ chæ ra núng thòuc nùng?

A. $\overline{AB} + \overline{CB} = \overline{AC}$

B. $\overline{CA} - \overline{CB} = \overline{AB}$

C. $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AO}$

D. $\overline{OB} + \overline{OC} = \overline{DC}$

Câu 36: Cho hình bình hành ABCD tâm O. Haỹ chæ ra núng thòuc sai?

A. $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$

B. $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{DB}$

C. $\overline{AO} = \overline{BO}$

D. $\overline{OA} + \overline{OB} = \overline{CB}$

Câu 37: Cho hình bình hành ABCD tâm O. Haỹ chæ ra núng thòuc nùng?

A. $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{CA}$

B. $\overline{OC} + \overline{OD} = \overline{CD}$

C. $\overline{AC} + \overline{BD} = \vec{0}$

D. $\overline{OA} + \overline{OB} = \overline{CB}$

Câu 38: Cho hình bình hành ABCD và O là tâm của nó. Đẳng thức nào sau đây sai:

A. $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} = \vec{0}$

B. $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD}$

C. $|\overline{BC} + \overline{BA}| = |\overline{DA} + \overline{DC}|$

D. $\overline{AD} + \overline{CD} = \overline{AB} + \overline{CB}$

Câu 39: Cho $\vec{a} \neq \vec{0}; \vec{b} \neq \vec{0}$. Khi nào ta có núng thòuc sau: $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$?

A. $\vec{a} = \vec{b}$

B. $\vec{a} \perp \vec{b}$

C. $\vec{a} \& \vec{b}$ cùng hướng

D. $\vec{a} \& \vec{b}$ ngược hướng.

Câu 40: Mệnh đề nào sau đây sai:

A. Nếu M là trung điểm của đoạn AB thì $\overline{MA} + \overline{MB} = \vec{0}$

B. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overline{HA} + \overline{HB} + \overline{HC} = \vec{0}$

C. Nếu ABCD là hình bình hành thì $\overline{CB} + \overline{CD} = \overline{CA}$

D. Nếu ba điểm A, B, C phân biệt nằm tùy ý trên một đường thẳng thì $|\overline{AB}| + |\overline{BC}| = |\overline{AC}|$

Câu 41: Cho lục giác đều ABCDEF và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây sai :

A. $\overline{OA} + \overline{OC} + \overline{OE} = \vec{0}$

B. $\overline{BC} + \overline{FE} = \overline{AD}$

C. $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{EB}$

D. $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{FE} = \vec{0}$

Câu 42: Cho tam giác ABC có AB = AC và đường cao AH. Đẳng thức nào sau đây đúng:

A. $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AH}$

B. $\overline{HA} + \overline{HB} + \overline{HC} = \vec{0}$

C. $\overline{HB} + \overline{HC} = \vec{0}$

D. $\overline{AB} = \overline{AC}$

Câu 43: Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh A, đường cao AH. Đẳng thức nào sau đây sai:

A. $|\overline{AH} + \overline{HB}| = |\overline{AH} + \overline{HC}|$

B. $\overline{AH} - \overline{AB} = \overline{AC} - \overline{AH}$

C. $\overline{BC} - \overline{BA} = \overline{HC} + \overline{HA}$

D. $|\overline{AH}| = |\overline{AB} - \overline{AH}|$

Câu 44: Cho $\triangle$ đều ABC. Hãy chọn đẳng thức đúng

A. $\overline{AB} = \overline{AC}$

B. $|\overline{AB}| = |\overline{AC}|$

C. $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{CA}$

D. $\overline{AA} - \overline{BB} = \overline{AB}$

Câu 45: Cho $\overline{AB} = -\overline{CD}$, tìm mệnh đề sai?

A. $\overline{AB}$ và $\overline{CD}$ cùng hướng

B. $\overline{AB}$ và $\overline{CD}$ cùng độ dài

C. ABCD là hình bình hành

D. $\overline{AB} + \overline{DC} = \vec{0}$

Câu 46: Cho ABCD là hình chữ nhật Đẳng thức nào sau đây đúng:

A. $\overline{AC} = \overline{BD}$

B. $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = \vec{0}$

C. $|\overline{AB} - \overline{AD}| = |\overline{AB} + \overline{AD}|$

D. $|\overline{BC} + \overline{BD}| = |\overline{AC} - \overline{AB}|$

Vấn đề 2. TÍNH ĐỘ DÀI VECTO

Câu 1. Cho tam giác ABC đều cạnh a. Khi đó $|\overline{AB} + \overline{AC}|$ bằng:

A. $|\overline{AB} + \overline{AC}| = a\sqrt{3}$

B. $|\overline{AB} + \overline{AC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $|\overline{AB} + \overline{AC}| = 2a$

D. Một đáp án khác.

Câu 2: Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a. Hỏi giá trị $|\overline{BA} + \overline{BC}|$ bằng bao nhiêu?

A. $a\sqrt{3}$

B. 2a

C. $2a\sqrt{3}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 3: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 2a. Khi đó giá trị $|\overline{AB} - \overline{CA}|$ bằng bao nhiêu

A. 4a

B. 2a

C. $2a\sqrt{3}$ D. $a\sqrt{3}$

Câu 4. Cho tam giác vuông cân ABC tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$.

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh C , $AB = \sqrt{2}$. Tính độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{5}$.

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{5}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{3}$.

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$, $AC = 4$. Tính $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = 2$.

B. $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{13}$.

C. $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = 5$.

D. $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = \sqrt{13}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = a\sqrt{3}$, khi đó $|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{AC}|$ bằng

A. a

B. $a\sqrt{7}$ C. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$

D. 3a

Câu 8: Tam giác ABC có $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Hỏi độ dài vector tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ bằng bao nhiêu?

A. $a\sqrt{3}$

B. a

C. $\frac{a}{2}$

D. 2a

Câu 9. Cho tam giác ABC đều cạnh a , H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{a}{2}$.

B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{3a}{2}$.

C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Câu 10. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tính độ dài của vector $\vec{v} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

A. $|\vec{v}| = 2$.

B. $|\vec{v}| = 2\sqrt{3}$.

C. $|\vec{v}| = 8$.

D. $|\vec{v}| = 4$.

Câu 11. Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 2a$, $BD = a$. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$.

A. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 3a$.

B. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = a\sqrt{3}$.

C. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = a\sqrt{5}$.

D. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 5a$.

Câu 12. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}|$.

A. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = 0$.

B. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = a$.

C. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = a\sqrt{2}$.

D. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = 2a$.

Câu 13. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Tính $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}|$.

A. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a$.

B. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a\sqrt{2}$.

C. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{a}{2}$.

D. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 14: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4a. Khi đó giá trị $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$ bằng bao nhiêu

A. $8a\sqrt{2}$

B. 8a

C. 4a

D. 0

Câu 15: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm O , $AB = 6$, $BC = 8$. Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$ bằng?

A. 6

B. 8

C. 10

D. 15

Câu 16: Cho hình thoi $ABCD$ có góc nhọn $\widehat{A} = 60^\circ$ và vector $\overrightarrow{AB}$ có độ dài 1. Hỏi độ dài của vector $\overrightarrow{AC}$ là bao nhiêu? A. $2\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 17: Cho hình thang $ABCD$ với hai cạnh đáy là $AB = 3a$, $CD = 6a$. Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}|$ bằng bao nhiêu

A. 9a

B. 3a

C. $-3a$

D. 0

Câu 18: Cho hình thoi $ABCD$ với $AC = 2a$, $BD = a$. Hỏi giá trị $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$ bằng bao nhiêu?

A. $3a$ B. $a\sqrt{3}$ C. $a\sqrt{5}$ D. $5a$

Câu 19: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Tính $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}|$

A. a .B. $\sqrt{2}a$.C. $\frac{a}{2}$.D. $2a$.

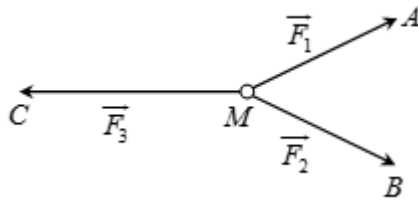
Câu 20: Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AB = 4a$ và $AD = 3a$ thì độ dài $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$?

A. $7a$.B. $6a$.C. $2a\sqrt{3}$.D. $5a$.

Câu 21: Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$. Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$?

A. $2a$.B. $2a\sqrt{3}$.C. $4a$.D. $a\sqrt{3}$.

Câu 22: Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}, \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ đều bằng $50N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\overrightarrow{F_3}$ là:

A. $100\sqrt{3} N$.B. $25\sqrt{3} N$.C. $50\sqrt{3} N$.D. $50\sqrt{2} N$.

Vấn đề 3. XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA MÃN ĐẲNG THỨC VECTO

Câu 1. Cho tam giác ABC có M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Xác định vị trí điểm M .

A. M là điểm thứ tư của hình bình hành $ACBM$.B. M là trung điểm của đoạn thẳng AB .C. M trùng C .D. M là trọng tâm tam giác ABC .

Câu 2. Cho tam giác ABC . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}|$ là?

A. đường thẳng AB .B. trung trực đoạn BC .C. đường tròn tâm A , bán kính BC .D. đường thẳng qua A và song song với BC .

Câu 3. Cho hình bình hành $ABCD$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD}$ là?

A. một đường tròn.

B. một đường thẳng.

C. tập rỗng.

D. một đoạn thẳng.

Câu 4. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$. Tìm vị trí điểm M .

A. M là trung điểm của AC .B. M là trung điểm của AB .C. M là trung điểm của BC .D. M là điểm thứ tư của hình bình hành $ABCM$.

Câu 5. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $MABC$ là hình bình hành.B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.D. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$. Tập hợp các điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD}$ là:

A. Một đường tròn

B. Một đường thẳng

C. Toàn bộ mặt phẳng $ABCD$

D. Tập rỗng

Câu 7: Cho tam giác ABC và giả sử M là một điểm thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$. Khi đó vị trí của M là:

A. M là trung điểm AC B. là trung điểm AB C. M là trung điểm BC D. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$

Câu 8: Cho tam giác ABC . Giả sử M là điểm thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Khi đó vị trí của điểm M là:

A. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ACBM$ B. M là trung điểm của đoạn AB C. M trùng với điểm C D. M là trọng tâm tam giác ABC .

LỜI GIẢI
Vấn đề 1. TÍNH TỔNG CÁC VECTO
CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTO

Câu 1. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.
B. $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NP}$.
C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$.
D. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

Lời giải. Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{BC}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy A sai.
- Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NP}$. Vậy B đúng.
- Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = -(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}) = -\overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{CB}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành).

Vậy C sai.

- Đáp án D. Ta có $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0} \neq \overrightarrow{AB}$. Vậy D sai.

Chọn B.

Câu 2. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là các vectơ khác $\vec{0}$ với $\vec{a}$ là vectơ đối của $\vec{b}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương.
B. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng.
C. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng độ dài.
D. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ chung điểm đầu.

Lời giải. Chọn D.

Ta có $\vec{a} = -\vec{b}$. Do đó, $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương, cùng độ dài và ngược hướng nhau.

Câu 3. Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$.
B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.
D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải. Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC}$. Vậy A sai.
- Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{BC}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy B sai.
- Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$. Vậy C đúng. **Chọn C.**

Câu 4. Cho $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng.
B. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng độ dài.
C. $ABCD$ là hình bình hành.
D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC}$.

Do đó:

- $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ ngược hướng.
- $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng độ dài.
- $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ không cùng giá.
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

Chọn B.

Câu 5. Tính tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

- A. $\overrightarrow{MR}$.
B. $\overrightarrow{MN}$.
C. $\overrightarrow{PR}$.
D. $\overrightarrow{MP}$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}$.

Chọn A.

Câu 6. Cho hai điểm A và B phân biệt. Điều kiện để I là trung điểm AB là:

- A. $IA = IB$.
B. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.
C. $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$.
D. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$.

Lời giải. Chọn C.

Câu 7. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để I là trung điểm của đoạn thẳng AB ?

- A. $IA = IB$.
B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
D. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.

Lời giải. Điều kiện cần và đủ để I là trung điểm của đoạn thẳng AB là $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. **Chọn B.**

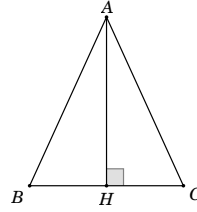
Câu 8. Cho $\triangle ABC$ cân ở A , đường cao AH . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.
B. $\overrightarrow{HC} = -\overrightarrow{HB}$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$.
D. $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{HC}$.

Lời giải.

$\triangle ABC$ cân ở A , đường cao AH . Do đó, H là trung điểm BC .
Ta có:

- $AB = AC \longrightarrow |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$
- H là trung điểm $BC \longrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{HC} = -\overrightarrow{HB} \\ \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{HC} \end{cases}$.



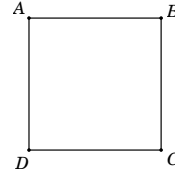
Chọn A.

Câu 9. Cho hình vuông $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$. D. $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB}|$.

Lời giải.

$$ABCD \text{ là hình vuông } \longrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \\ \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{CB} \Rightarrow |\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB}| \end{cases}$$



Chọn D.

Câu 10. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Nếu M là trung điểm đoạn thẳng AB thì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.
B. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
C. Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$.
D. Nếu ba điểm phân biệt A, B, C nằm tùy ý trên một đường thẳng thì

$$|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}|.$$

Lời giải. Chọn D.

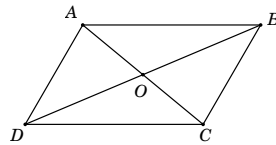
Vì ba điểm phân biệt A, B, C nằm trên một đường thẳng, $|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}|$ khi B nằm giữa A và C .

Câu 11. Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$.
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. D. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA}$.

Lời giải. Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. Vậy A đúng.
- Đáp án B. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AD} \end{cases}$. Vậy B sai.
- Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. Vậy C đúng.
- Đáp án D. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC} \end{cases}$. Vậy D đúng.



Chọn B.

Câu 12. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$.

- A. $\overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{DA}$. C. $\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$. D. $\overrightarrow{AB}$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$. **Chọn B.**

Câu 13. Cộng các vector có cùng độ dài 5 và cùng giá. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Cộng 5 vector ta được kết quả là $\vec{0}$.
B. Cộng 4 vector đôi một ngược hướng ta được kết quả là $\vec{0}$.
C. Cộng 121 vector ta được kết quả là $\vec{0}$.
D. Cộng 25 vector ta được vector có độ dài là 0.

Lời giải. Cộng số chẵn các vector ngược hướng cùng độ dài ta được vector $\vec{0}$. **Chọn B.**

Câu 14. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AB}$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CA}| = a$. D. $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{BC}$.

Lời giải. Độ dài các cạnh của tam giác là a thì độ dài các vector $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CA}| = a$.

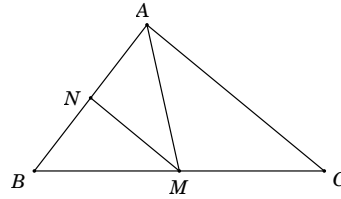
Chọn C.

Câu 15. Cho tam giác ABC , với M là trung điểm BC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$.
 B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$.
 C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.
 D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$.

Lời giải. Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ (theo quy tắc ba điểm).
- Đáp án B, C. Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MN}$ (với điểm N là trung điểm của AB).
- Đáp án D. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$.



Chọn A.

Câu 16. Cho tam giác ABC , với M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Khẳng định nào sau đây sai?

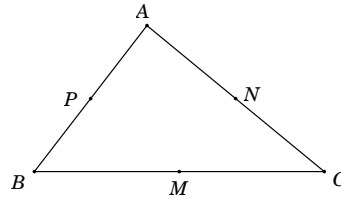
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.
 B. $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.
 C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$.
 D. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MP}$.

Lời giải. Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$.
- Đáp án B. Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AA} = \vec{0}.\end{aligned}$$

- Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{MM} = \vec{0}$.
- Đáp án D. Ta có $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{PM} = -\overrightarrow{MP}$.



Chọn D.

Câu 17. Cho ba điểm A, B, C . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $AB + BC = AC$.
 B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.
 C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow |\overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{BC}|$.
 D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải. Đáp án A chỉ đúng khi 3 điểm A, B, C thẳng hàng và B nằm giữa A, C . Đáp án B đúng theo quy tắc ba điểm. **Chọn B.**

Câu 18. Cho tam giác ABC có $AB = AC$ và đường cao AH . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AH}$.
 B. $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$.
 C. $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$.
 D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải. Do $\triangle ABC$ cân tại A , AH là đường cao nên H là trung điểm BC .

Xét các đáp án:

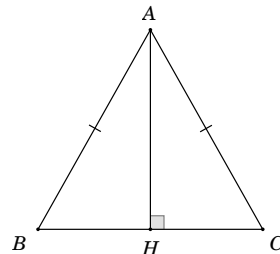
- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AH}$.
- Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA} + \vec{0} = \overrightarrow{HA} \neq \vec{0}$.
- Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$ (H là trung điểm BC).
- Đáp án D. Do $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng hướng nên $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{AC}$.

Chọn C.

Câu 19. Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh A , đường cao AH . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}|$.
 B. $\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AH}$.
 C. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{HC} - \overrightarrow{HA}$.
 D. $|\overrightarrow{AH}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AH}|$.

Lời giải. Do $\triangle ABC$ cân tại A , AH là đường cao nên H là trung điểm BC .



Xét các đáp án:

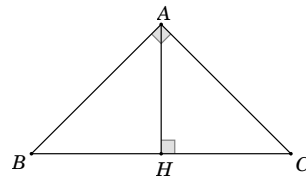
• Đáp án A. Ta có
$$\begin{cases} |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AB}| = a \\ |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{AC}| = a \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}|.$$

• Đáp án B. Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BH} \\ \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CH} = -\overrightarrow{BH} \end{cases}$$

• Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{HC} - \overrightarrow{HA} = \overrightarrow{AC}.$

• Đáp án D. Ta có $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AH}| = |\overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH}|.$ (do $\triangle ABC$ vuông cân tại A).



Chọn B.

Câu 20. Cho M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC . Hỏi vector $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng vector nào?

A. $\overrightarrow{AP}.$

B. $\overrightarrow{PB}.$

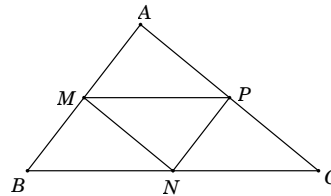
C. $\overrightarrow{MN}.$

D. $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NB}.$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{BM} \longrightarrow \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BP}.$

Chọn B.



Câu 21. Cho đường tròn O và hai tiếp tuyến song song với nhau tiếp xúc với (O) tại hai điểm A và B . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OB}.$

B. $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{OB}.$

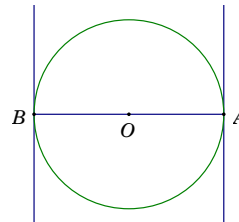
C. $OA = -OB.$

D. $AB = -BA.$

Lời giải.

Do hai tiếp tuyến song song và A, B là hai tiếp điểm nên AB là đường kính. Do đó O là trung điểm của AB . Suy ra $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OB}.$

Chọn A.



Câu 22. Cho đường tròn O và hai tiếp tuyến MT, MT' (T và T' là hai tiếp điểm). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MT} = \overrightarrow{MT'}.$

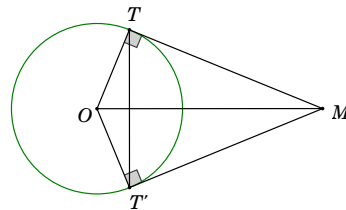
B. $MT + MT' = TT'.$

C. $MT = MT'.$

D. $\overrightarrow{OT} = -\overrightarrow{OT'}.$

Lời giải.

Do MT, MT' là hai tiếp tuyến (T và T' là hai tiếp điểm) nên $MT = MT'.$ **Chọn C.**



Câu 23. Cho bốn điểm A, B, C, D . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}.$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}.$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}.$

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.$ **Chọn A.**

Câu 24. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Vector nào trong các vector dưới đây bằng $\overrightarrow{CA}$?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}.$

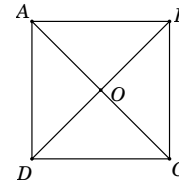
B. $-\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}.$

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA}.$

D. $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CB}.$

Lời giải. Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CA}$.
- Đáp án B. Ta có $-\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CA}$.
- Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = -(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}) = -\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CA}$.
- Đáp án D. Ta có $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = -(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}) = -\overrightarrow{CA}$.



Chọn C.

Câu 25. Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = 0$.
 B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$.
 C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB}$.
 D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = 0$.

Lời giải.

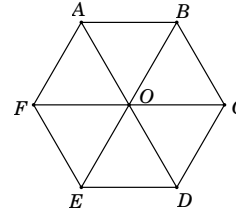
Ta có $OABC$ là hình bình hành.

$$\Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OB}.$$

O là trung điểm của $EB \Rightarrow \overrightarrow{EB} = 2\overrightarrow{OB}$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB} = 2\overrightarrow{OB}.$$

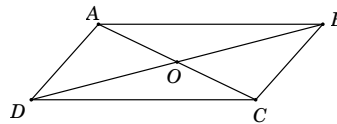
Chọn C.



Câu 26. Cho O là tâm hình bình hành $ABCD$. Hỏi vector $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vector nào?

- A. $\overrightarrow{BA}$.
 B. $\overrightarrow{BC}$.
 C. $\overrightarrow{DC}$.
 D. $\overrightarrow{AC}$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. **Chọn B.**



Câu 27. Cho hình bình hành $ABCD$ và tâm O của nó. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.
 B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
 C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$.
 D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$.

Lời giải. Xét các đáp án:

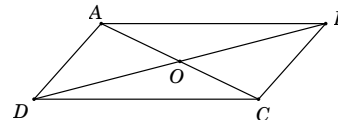
• Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) + (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}) = \vec{0}$.

• Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ (quy tắc hình bình hành).

• Đáp án C. Ta có $\begin{cases} |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BD}| = BD \\ |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{DB}| = BD \end{cases}$.

• Đáp án D. Do $\overrightarrow{CD} \neq \overrightarrow{CB} \Rightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) \neq (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB})$.

Chọn D.



Câu 28. Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$; hai điểm E, F lần lượt là trung điểm AB, BC . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EO}$.
 B. $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EO}$.
 C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$.
 D. $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

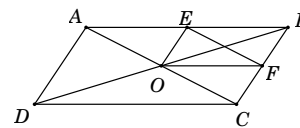
Lời giải.

Ta có OF, OE lần lượt là đường trung bình của tam giác $\triangle BCD$ và $\triangle ABC$.

$\Rightarrow BEOF$ là hình bình hành.

$$\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BO} \Rightarrow \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BD}.$$

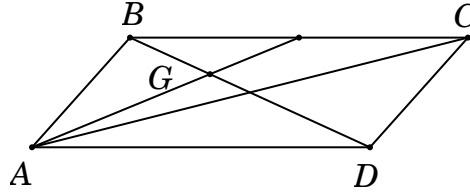
Chọn D.



Câu 29. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$.
 B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{CD}$.
 C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
 D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải.



Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Do đó $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + (\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}) = (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$
 $= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD}$. **Chọn A.**

Câu 30. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.

C. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$

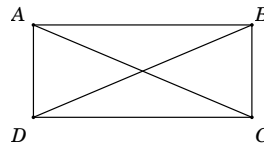
D. $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}|$.

Lời giải.

Ta có $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{DB}| = BD$; $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC$.

Mà $BD = AC \Rightarrow |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$

Chọn C.



Vấn đề 2. TÍNH ĐỘ DÀI VECTO

Câu 31. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ bằng:

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$.

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

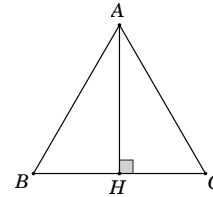
D. Một đáp án khác.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow AH \perp BC$.

Suy ra $AH = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta lại có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AH}| = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.



Câu 32. Cho tam giác vuông cân ABC tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$.

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

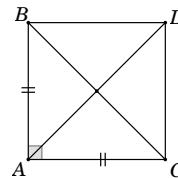
D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

Lời giải.

Gọi D là điểm thỏa mãn tứ giác $ABDC$ là hình vuông.

$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = a\sqrt{2}$.

Chọn A.



Câu 33. Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh C , $AB = \sqrt{2}$. Tính độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

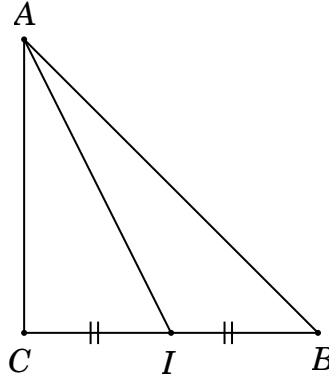
A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{5}$.

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{5}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{3}$.

Lời giải.



Ta có $AB = \sqrt{2} \longrightarrow AC = CB = 1$.

Gọi I là trung điểm $BC \longrightarrow AI = \sqrt{AC^2 + CI^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Khi đó $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI} \longrightarrow |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}| = 2|\overrightarrow{AI}| = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$. **Chọn A.**

Câu 34. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3, AC = 4$. Tính $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}|$.

- A.** $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = 2$. **B.** $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{13}$. **C.** $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = 5$. **D.** $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = \sqrt{13}$.

Lời giải. Gọi D là điểm thỏa mãn tứ giác $ABDC$ là hình chữ nhật.

Ta có $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CB}| = BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. **Chọn C.**

Câu 35. Tam giác ABC có $AB = AC = a, \widehat{ABC} = 120^\circ$. Tính độ dài vector tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

- A.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$. **B.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.
C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a}{2}$. **D.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

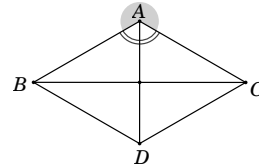
Lời giải.

Gọi D là điểm thỏa mãn tứ giác $ABDC$ là hình thoi.

Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD$.

$ABDC$ là hình thoi có $\widehat{ABC} = 120^\circ$
 $\Rightarrow \triangle ABD$ và $\triangle ADC$ là hai tam giác đều $\Rightarrow AD = AB = a$.

Chọn B.



Câu 36. Cho tam giác ABC đều cạnh a , H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

- A.** $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{a}{2}$. **B.** $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{3a}{2}$. **C.** $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

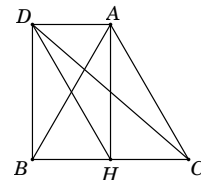
Lời giải.

Gọi D là điểm thỏa mãn tứ giác $ACHD$ là hình bình hành.

$\Rightarrow AHBD$ là hình chữ nhật.

$|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH}| = |\overrightarrow{CD}| = CD$.

Ta có: $CD = \sqrt{BD^2 + BC^2} = \sqrt{AH^2 + BC^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + a^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.



Chọn D.

Câu 37. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tính độ dài của vector $\vec{v} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

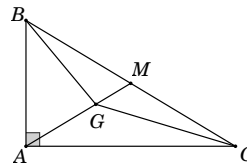
- A.** $|\vec{v}| = 2$. **B.** $|\vec{v}| = 2\sqrt{3}$. **C.** $|\vec{v}| = 8$. **D.** $|\vec{v}| = 4$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC .

Ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow |\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GA}| = GA$

Mà $GA = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot BC = \frac{BC}{3} = 4$.



Chọn D.

Câu 38. Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 2a, BD = a$. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$.

- A. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 3a$. B. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = a\sqrt{3}$.
C. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = a\sqrt{5}$. D. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 5a$.

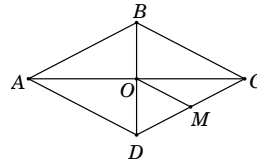
Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$.

Gọi M là trung điểm của CD

$$|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 2|\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = 2|2\overrightarrow{OM}| = 4OM$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{2}CD = 2\sqrt{OD^2 + OC^2} = 2\sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2} = a\sqrt{5}.$$



Chọn C.

Câu 39. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}|$.

- A. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = 0$. B. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = a$. C. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = a\sqrt{2}$. D. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = 2a$.

Lời giải. Ta có $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a\sqrt{2}$. **Chọn C.**

Câu 40. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Tính $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}|$.

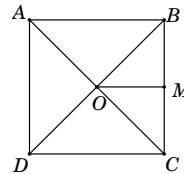
- A. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a$. B. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a\sqrt{2}$. C. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{a}{2}$. D. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC .

$$\Rightarrow |\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 2|\overrightarrow{OM}| = 2OM = AB = a.$$

Chọn A.



Vấn đề 3. XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA MÃN Đẳng thức VECTO

Câu 41. Cho tam giác ABC có M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Xác định vị trí điểm M .

- A. M là điểm thứ tư của hình bình hành $ACBM$.
B. M là trung điểm của đoạn thẳng AB .
C. M trùng C .
D. M là trọng tâm tam giác ABC .

Lời giải. Gọi G là trọng tâm tam giác $\triangle ABC$.

Ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow M \equiv G$. **Chọn D.**

Câu 42. Cho tam giác ABC . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}|$ là?

- A. đường thẳng AB .
B. trung trực đoạn BC .
C. đường tròn tâm A , bán kính BC .
D. đường thẳng qua A và song song với BC .

Lời giải. Ta có $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{AM}| \Rightarrow AM = BC$

Mà A, B, C cố định $\Rightarrow$ Tập hợp điểm M là đường tròn tâm A , bán kính BC .

Chọn C.

Câu 43. Cho hình bình hành $ABCD$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD}$ là?

- A. một đường tròn. B. một đường thẳng.
C. tập rỗng. D. một đoạn thẳng.

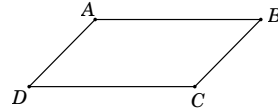
Lời giải.

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MA}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD} \text{ sai}$$

$\Rightarrow$ Không có điểm M thỏa mãn.

Chọn C.



Câu 44. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$. Tìm vị trí điểm M .

- A. M là trung điểm của AC .
B. M là trung điểm của AB .
C. M là trung điểm của BC .
D. M là điểm thứ tư của hình bình hành $ABCM$.

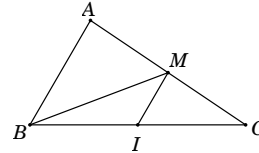
Lời giải.

Gọi I là trung điểm của BC .

$$\Rightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow M \text{ là trung điểm } AC.$$

Chọn A.



Câu 45. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

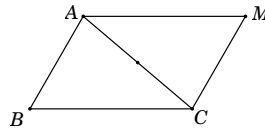
- A. $MABC$ là hình bình hành. B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$. D. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$$

$\Rightarrow MABC$ là hình bình hành.

Chọn A.



BÀI 3: TÍCH MỘT VECTO VỚI MỘT SỐ

I – LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Cho vector $\vec{a}$ và số $k \in \mathbb{R}$. $k\vec{a}$ là một vector được xác định như sau:

- + $k\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k \geq 0$,
- + $k\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$.
- + $|k\vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}|$.

2. Tính chất

$$k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b};$$

$$(k + l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a};$$

$$k(l\vec{a}) = (kl)\vec{a}$$

$$k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow k = 0 \text{ hoặc } \vec{a} = \vec{0}.$$

3. Điều kiện để hai vector cùng phương

$$\vec{a} \text{ và } \vec{b} (\vec{a} \neq \vec{0}) \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}: \vec{b} = k\vec{a}$$

4. Điều kiện ba điểm thẳng hàng

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \exists k \neq 0: \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}.$$

5. Biểu thị một vector theo hai vector không cùng phương

Cho hai vector không cùng phương $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{x}$ tùy ý. Khi đó $\exists! m, n \in \mathbb{R}: \vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

6. Chú ý

• Hệ thức trung điểm đoạn thẳng:

$$\begin{aligned} M \text{ là trung điểm } AB &\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM} \text{ (O tùy ý)}. \end{aligned}$$

• Hệ thức trọng tâm tam giác:

$$\begin{aligned} G \text{ là trọng tâm } \triangle ABC &\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG} \text{ (O tùy ý)}. \end{aligned}$$

II – DẠNG TOÁN

1. Dạng 1: 1: Xác định vector $k\vec{a}$

Phương pháp: -Dùng định nghĩa phép nhân vector với một số

BÀI TẬP TỰ LUẬN:

Ví dụ 1: Cho ba điểm M, N, P như hình vẽ



Tìm các số k, l, m biết

$$a) \overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{MP}$$

$$b) \overrightarrow{PN} = l\overrightarrow{MP}$$

$$c) \overrightarrow{NM} = m\overrightarrow{NP}$$

Hướng dẫn giải:

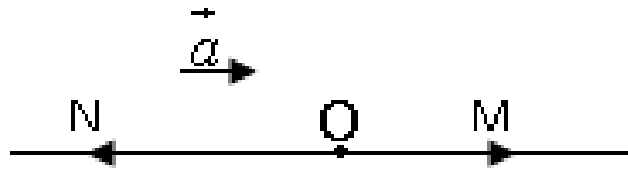
$$a) \text{ Ta có } \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP} \text{ là hai vector ngược hướng và } MN = \frac{1}{2}MP \text{ nên } \overrightarrow{MN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{MP} \Rightarrow k = -\frac{1}{2}.$$

$$b) \text{ Ta có } \overrightarrow{PN}, \overrightarrow{MP} \text{ là hai vector ngược hướng và } PN = \frac{3}{2}MP \text{ nên } \overrightarrow{PN} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{MP} \Rightarrow l = -\frac{3}{2}.$$

$$c) \text{ Ta có } \overrightarrow{NM}, \overrightarrow{NP} \text{ là hai vector cùng hướng và } NM = \frac{1}{3}NP \text{ nên } \overrightarrow{NM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NP} \Rightarrow m = \frac{1}{3}$$

Ví dụ 2: Cho $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ và điểm O. Xác định hai điểm M và N sao cho: $\overrightarrow{OM} = 3\vec{a}$; $\overrightarrow{ON} = -4\vec{a}$

Hướng dẫn giải:



Vẽ d đi qua O và // với giá của $\vec{a}$ (nếu O $\in$ giá của $\vec{a}$ thì d là giá của $\vec{a}$)

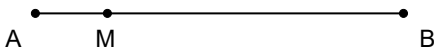
– Trên d lấy điểm M sao cho $OM=3|\vec{a}|$, $\overrightarrow{OM}$ và $\vec{a}$ cùng hướng khi đó $\overrightarrow{OM} = 3\vec{a}$.

– Trên d lấy điểm N sao cho $ON=4|\vec{a}|$, $\overrightarrow{ON}$ và $\vec{a}$ ngược hướng nên $\overrightarrow{ON} = -4\vec{a}$

Ví dụ 3: Cho đoạn thẳng AB và M là một điểm nằm trên đoạn AB sao cho $AM = \frac{1}{5}AB$. Tìm k trong các đẳng thức sau:

a) $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$; b) $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$; c) $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{AB}$

Hướng dẫn giải:



a) $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB} \Rightarrow |k| = \frac{|\overrightarrow{AM}|}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{5}$, vì $\overrightarrow{AM} \uparrow \uparrow \overrightarrow{AB} \Rightarrow k = \frac{1}{5}$

b) $k = -\frac{1}{4}$

c) $k = -\frac{1}{5}$

Ví dụ 4: a) Chứng minh: vector đối của $5\vec{a}$ là $(-5)\vec{a}$

b) Tìm vector đối của các véctơ $2\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{a} - 2\vec{b}$

Hướng dẫn giải:

a) $-5\vec{a} = (-1)(5\vec{a}) = ((-1).5)\vec{a} = (-5)\vec{a}$

b) $-(2\vec{a} + 3\vec{b}) = (-1)(2\vec{a} + 3\vec{b}) = (-1)2\vec{a} + (-1)3\vec{b} = (-2)\vec{a} + (-3)\vec{b} = -2\vec{a} - 3\vec{b}$

Ví dụ 5: Cho đoạn thẳng $AB = 6\text{cm}$

a) Xác định điểm C thỏa mãn $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

b) Xác định điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Hướng dẫn giải:



a) Vì $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ nên $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}$ cùng hướng và $|\overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}| \Leftrightarrow AC = \frac{1}{2}AB$ nên A, B, C thẳng hàng và C là trung điểm của AB

b) Vì $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ nên $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}$ ngược hướng và $|\overrightarrow{AD}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}| \Leftrightarrow AD = \frac{1}{2}AB$ nên A, B, D thẳng hàng và A nằm giữa D và B (hình vẽ)

Ví dụ 6: Một vật chuyển động thẳng đều từ A đến B với tốc độ 9 m/s và vật thứ hai chuyển động thẳng từ B về A với vận tốc 6 m/s . Gọi $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ lần lượt là các vec vận tốc của vật thứ nhất và vật thứ hai. Có hay không số thực k thỏa mãn $\vec{v}_1 = k\vec{v}_2$.

Hướng dẫn giải:

Hai vận tốc chuyển động ngược hướng và tỉ số tốc độ của vận tốc thứ nhất và thứ hai là $3/2$ nên

$$\vec{v}_1 = -\frac{3}{2}\vec{v}_2 \Rightarrow k = -\frac{3}{2}.$$

2. Dạng 2: Chứng minh đẳng thức vector có chứa tích của vector với một số

Phương pháp:

-Dùng quy tắc 3 điểm, quy tắc đường chéo hình bình hành, cặp vector bằng nhau trong hình bình hành

-Dùng tính chất trung điểm, trọng tâm – ba điểm thẳng hàng

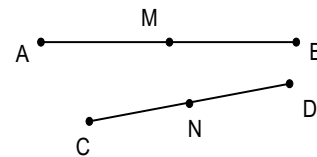
BÀI TẬP TỰ LUẬN:

Ví dụ 1: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai đoạn thẳng AB và CD . Chứng minh:

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$$

Hướng dẫn giải:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{VP} &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND} \\ &= 2\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{NC} \\ &= 2\overrightarrow{MN} \end{aligned}$$

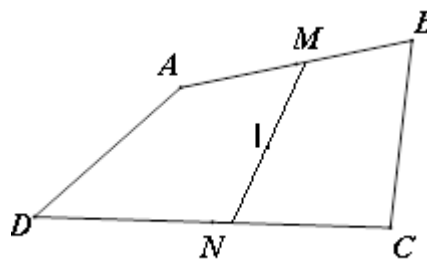


Ví dụ 2: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N tương ứng là trung điểm của các cạnh AB, CD . Gọi I là trung điểm của MN . Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{OI}, \forall O$

Lời giải



a) Ta có:

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND} = 2\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AM}) + (\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND})$$

$$= 2\overrightarrow{MN} + \vec{0} + \vec{0} = 2\overrightarrow{MN}$$

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \vec{0} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$$

Vậy $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

b) Vì M, N tương ứng là trung điểm của các cạnh AB, CD nên ta có

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IM}; \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = 2\overrightarrow{IN}$$

I là trung điểm của MN nên $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN} = \vec{0}$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = 2(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}) = 2\vec{0} = \vec{0}$$

$$\text{Với mọi điểm } O \text{ ta có } \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OI} = \vec{0}.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{OI}.$$

Ví dụ 3: Cho hình bình hành ABCD. Chứng minh: $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng qđ tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

$$\Rightarrow \text{VT} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{VP} \text{ (đpcm)}$$

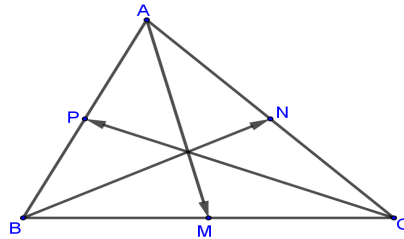
Ví dụ 4: Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{AP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AN}$

c) $\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BA}$

Hướng dẫn giải:



a) Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB}) = \vec{0}. \end{aligned}$$

b) Ta có $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. Do đó

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AN}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AN}$$

c) Ta có $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} \Rightarrow 2\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{CA}$. Do đó $\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA}$.

$$\text{Vậy } \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BA}$$

Ví dụ 5: (1 điểm) Cho ΔABC . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Chứng minh rằng:

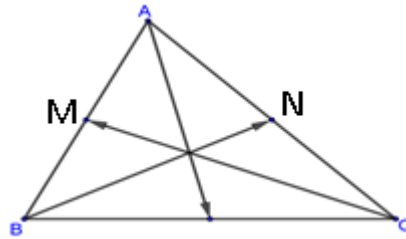
$$3\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}.$$

Hướng dẫn giải:

+Ta có: $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$; $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB})$; $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

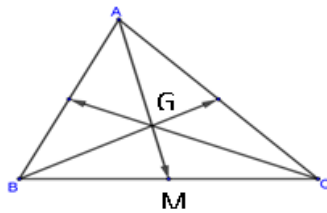
Nên:

$$\begin{aligned} 3\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CM} &= 3 \cdot \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}) = \frac{1}{2} \cdot \vec{0} = \vec{0} \end{aligned}$$



Ví dụ 6: Cho ΔABC có trọng tâm G . Chứng minh $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm BC , ta có: $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

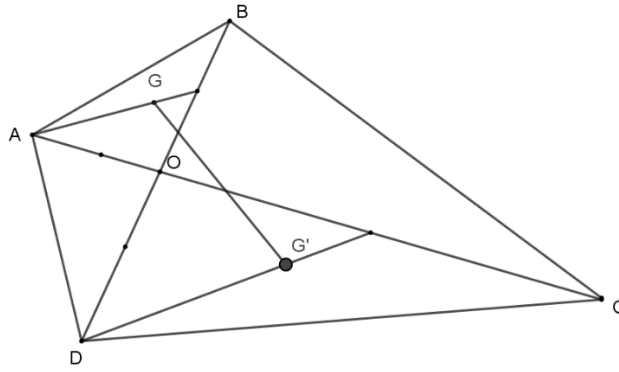
Ví dụ 7: Chứng minh rằng nếu G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$ thì $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{VP} &= \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} \\ &= \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'A'} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'B'} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'C'} \\ &= 3\overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{G'A'} + \overrightarrow{G'B'} + \overrightarrow{G'C'} \\ &= 3\overrightarrow{GG'} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + \overrightarrow{G'A'} + \overrightarrow{G'B'} + \overrightarrow{G'C'} \\ &= 3\overrightarrow{GG'} \end{aligned}$$

Ví dụ 8: Cho tứ giác $ABCD$, O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Gọi G , G' theo thứ tự là trọng tâm của tam giác OAB và OCD . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{GG'}$.

Hướng dẫn giải:



Vì G' là trọng tâm của tam giác OCD nên ta có:

$$\overrightarrow{GG'} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) \quad (1).$$

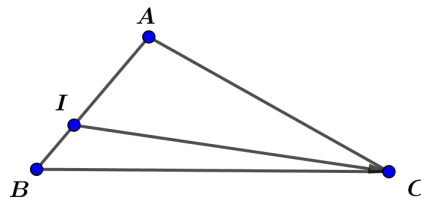
Vì G là trọng tâm của tam giác OAB nên ta có:

$$\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GO} = -(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}) \quad (2).$$

$$\begin{aligned} \text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \overrightarrow{GG'} &= \frac{1}{3}(\overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} - \overrightarrow{GB}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) \\ \Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} &= 3\overrightarrow{GG'} \end{aligned}$$

Ví dụ 9: Cho tam giác ABC . Trên cạnh BC lấy điểm I sao cho $IA = 2IB$. Chứng minh $\overrightarrow{IC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải:



$$\text{Ta có } \overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB} \Rightarrow \overrightarrow{IA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}.$$

Dạng 3: Tìm độ dài vec tơ

Phương pháp:

-Dùng quy tắc 3 điểm, quy tắc đường chéo hình bình hành, cặp vector bằng nhau trong hình bình hành

-Dùng tính chất trung điểm, trọng tâm – ba điểm thẳng hàng.

-Dùng các hệ thức lượng trong tam giác vuông, thường.

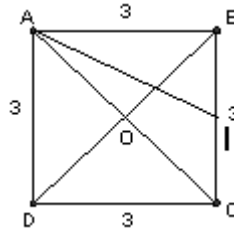
Ví dụ 1: Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh 3. Tìm

a) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}|$

b) $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$

c) $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}|$

Hướng dẫn giải



a) Vì ABCD là hình vuông nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$;

Do đó: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| = 2AB = 2.3 = 6$.

b) Ta có: $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO}$; $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{OD}$

Do đó:

$$|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = |2\overrightarrow{AO} + 2\overrightarrow{OD}| = 2|\overrightarrow{AD}| = 2AD = 6$$

c) Gọi I là trung điểm của BC, khi đó ta có:

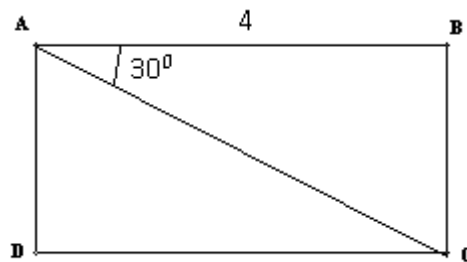
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI}$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AI}| = 2AI = 2\sqrt{3^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = 3\sqrt{5}$$

Ví dụ 2: Cho hình chữ nhật ABCD, có $AB = 4$ và $\widehat{BAC} = 30^\circ$.

Tìm độ dài vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải



a) Áp dụng quy tắc hình bình hành $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. Do đó

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AC}$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{AC}| = 4AC.$$

$$\text{Ta có } \cos 30^\circ = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AC = \frac{AB}{\cos 30^\circ} = \frac{8}{\sqrt{3}}.$$

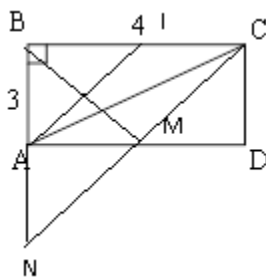
$$\text{Vậy } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{AC}| = \frac{32}{\sqrt{3}}.$$

Ví dụ 3: Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 3$, $BC = 4$. Tìm độ dài vector

a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}$

b) $2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

Hướng dẫn giải



a) Gọi I là trung điểm BC, ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI}$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AI}| = 2AI = 2\sqrt{3^2 + 2^2} = 2\sqrt{13}$$

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA} = -(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{13}.$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}| = 2\sqrt{13}.$$

b) Đặt $\overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{BA}$

Gọi M là trung điểm NC, ta có:

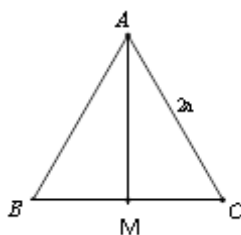
$$2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM}$$

$$\Rightarrow |2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |2\overrightarrow{BM}| = 2BM = NC = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$$

$$\text{Vậy } |2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{13}$$

Ví dụ 4 Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Tìm độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

Hướng dẫn giải

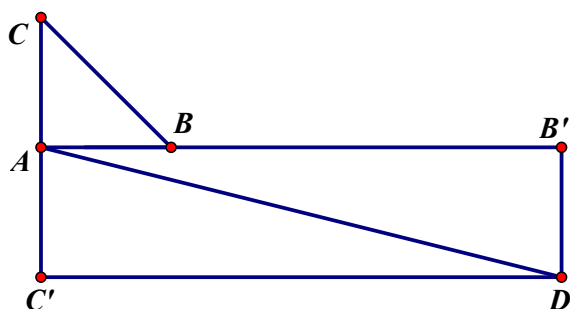


Gọi M là trung điểm BC.

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2\sqrt{AB^2 - BM^2} = 2\sqrt{(2a)^2 - a^2} = 2a\sqrt{3}$$

Ví dụ 5 : Tam giác ABC vuông tại A, $AB = AC = a$. Tìm độ dài vectơ $4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

Hướng dẫn giải



Vẽ $\overrightarrow{AB'} = 4\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC'} = -\overrightarrow{AC}$. Vẽ hình bình hành $AC'DB'$

Ta có: $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'}| = |\overrightarrow{AD}| = AD$

Do đó $AD = \sqrt{AB'^2 + AC'^2} = \sqrt{(4a)^2 + a^2} = a\sqrt{17}$.

Ví dụ 6 : Cho tam giác ABC, trọng tâm G và điểm M thỏa $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 18$. Tìm độ dài của vector $\overrightarrow{MG}$

Hướng dẫn giải

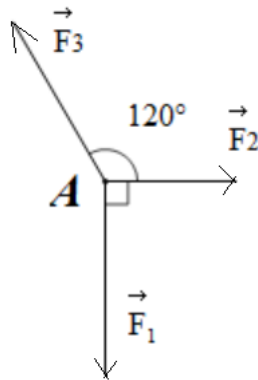
Vì tam giác ABC có trọng tâm G và với điểm M, ta có:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG} \Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MG}| = 18$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{MG}| = 3$$

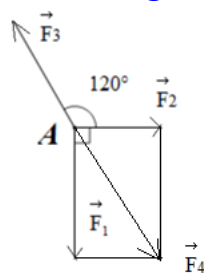
Vậy độ dài của $\overrightarrow{MG}$ bằng 3

Ví dụ 7: Chất điểm A chịu tác động của ba lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ như Hình 4.30 và ở trạng thái cân bằng (tức là $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{0}$). Tính độ lớn của các lực $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$, biết $\overrightarrow{F_1}$ có độ lớn là 20 N.



Hình 4.30

Lời giải



$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{F_4}$$

$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{F_4} = -\overrightarrow{F_3} \Rightarrow |\overrightarrow{F_3}| = |\overrightarrow{F_4}|$$

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_1}| \cdot \tan 30^\circ = \frac{20\sqrt{3}}{3}; |\overrightarrow{F_4}| = \frac{|\overrightarrow{F_1}|}{\cos 30^\circ} = \frac{40\sqrt{3}}{3};$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{F_2}| = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ N, } |\overrightarrow{F_3}| = \frac{40\sqrt{3}}{3} \text{ N.}$$

Ví dụ 8: Cho tam giác đều ABC cạnh a. điểm M là trung điểm BC. Dựng các vector sau và tính độ dài của chúng.

$$a) \frac{1}{2} \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{MA}$$

$$b) \overrightarrow{BA} - \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}$$

$$c) \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + 2 \overrightarrow{AC}$$

$$d) \frac{3}{4} \overrightarrow{MA} - 2,5 \overrightarrow{MB}$$

Lời giải (Hình 1.14)

a) Do $\frac{1}{2} \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CM}$ suy ra theo quy tắc ba điểm ta có

$$\frac{1}{2} \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CA}$$

$$\text{Vậy } \left| \frac{1}{2} \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{MA} \right| = CA = a$$

b) Vì $\frac{1}{2} \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$ nên theo quy tắc trừ ta có

$$\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MA}$$

Theo định lý Pitago ta có

$$MA = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } \left| \overrightarrow{BA} - \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \right| = MA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

c) Gọi N là trung điểm AB , Q là điểm đối xứng của A qua C và P là đỉnh của hình bình hành $AQPN$.

Khi đó ta có $\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AN}$, $2 \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AQ}$ suy ra theo quy tắc hình bình hành ta có

$$\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + 2 \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AP}$$

Gọi L là hình chiếu của A lên PN

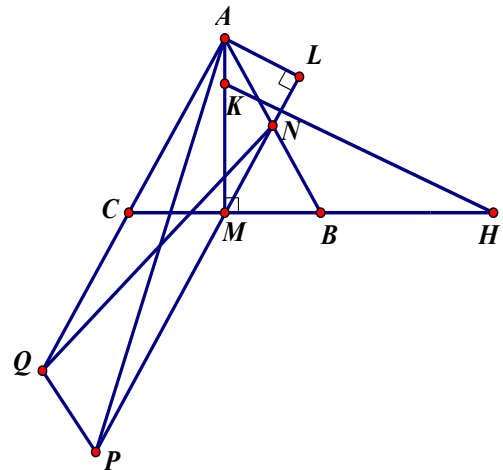
$$\text{Vì } MN \parallel AC \Rightarrow \widehat{ANL} = \widehat{MNB} = \widehat{CAB} = 60^\circ$$

$$\text{Xét tam giác vuông } ANL \text{ ta có } \sin \widehat{ANL} = \frac{AL}{AN} \Rightarrow AL = AN \cdot \sin \widehat{ANL} = \frac{a}{2} \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\cos \widehat{ANL} = \frac{NL}{AN} \Rightarrow NL = AN \cdot \cos \widehat{ANL} = \frac{a}{2} \cos 60^\circ = \frac{a}{4}$$

$$\text{Ta lại có } AQ = PN \Rightarrow PL = PN + NL = AQ + NL = 2a + \frac{a}{4} = \frac{9a}{4}$$

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác ALP ta có



Hình 1.14

$$AP^2 = AL^2 + PL^2 = \frac{3a^2}{16} + \frac{81a^2}{16} = \frac{21a^2}{4} \Rightarrow AP = \frac{a\sqrt{21}}{2}$$

$$\text{Vậy } \left| \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} \right| = AP = \frac{a\sqrt{21}}{2}$$

d) Gọi K là điểm nằm trên đoạn AM sao cho $MK = \frac{3}{4}MA$, H thuộc tia MB sao cho $MH = 2,5MB$.

$$\text{Khi đó } \frac{3}{4}\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MK}, 2,5\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MH}$$

$$\text{Do đó } \frac{3}{4}\overrightarrow{MA} - 2,5\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MK} - \overrightarrow{MH} = \overrightarrow{HK}$$

$$\text{Ta có } MK = \frac{3}{4}AM = \frac{3}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a}{8}, MH = 2,5MB = 2,5 \cdot \frac{a}{2} = \frac{5a}{4}$$

Áp dụng định lý Pitago cho tam giác vuông KMH ta có

$$KH = \sqrt{MH^2 + MK^2} = \sqrt{\frac{25a^2}{16} + \frac{27a^2}{64}} = \frac{a\sqrt{127}}{8}$$

$$\text{Vậy } \left| \frac{3}{4}\overrightarrow{MA} - 2,5\overrightarrow{MB} \right| = KH = \frac{a\sqrt{127}}{8}$$

Ví dụ 9: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a .

a) Chứng minh rằng $\vec{u} = 4\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD}$ không phụ thuộc vào vị trí điểm M .

b) Tính độ dài vector $\vec{u}$

Lời giải (Hình 1.15)

a) Gọi O là tâm hình vuông.

Theo quy tắc ba điểm ta có

$$\begin{aligned} \vec{u} &= 4(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA}) - 3(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB}) + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC}) - 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD}) \\ &= 4\overrightarrow{OA} - 3\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OD} \end{aligned}$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{OD} = -\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OA} \text{ nên } \vec{u} = 3\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$$

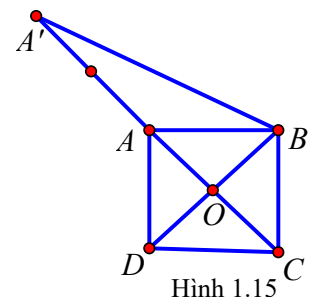
Suy ra $\vec{u}$ không phụ thuộc vào vị trí điểm M

b) Lấy điểm A' trên tia OA sao cho $OA' = 3OA$ khi đó

$$\overrightarrow{OA'} = 3\overrightarrow{OA} \text{ do đó } \vec{u} = \overrightarrow{OA'} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA'}$$

$$\text{Mặt khác } BA' = \sqrt{OB^2 + OA'^2} = \sqrt{OB^2 + 9OA^2} = a\sqrt{5}$$

$$\text{Suy ra } |\vec{u}| = a\sqrt{5}$$

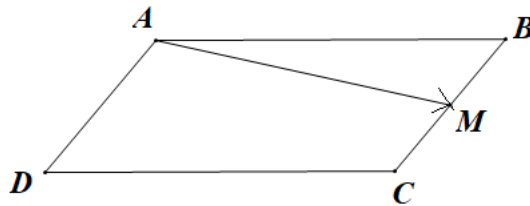


Hình 1.15

Dạng 4: Biểu diễn (phân tích, biểu thị) thành hai vector không cùng phương

Ví dụ 1: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Hãy biểu thị $\overrightarrow{AM}$ theo hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$.

Lời giải



$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$$

Ví dụ 2 Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Cho các điểm D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB và I là giao điểm của AD và EF . Đặt $\vec{u} = \overrightarrow{AE}$; $\vec{v} = \overrightarrow{AF}$. Hãy phân tích các vector $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AG}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DC}$ theo hai vector $\vec{u}, \vec{v}$.

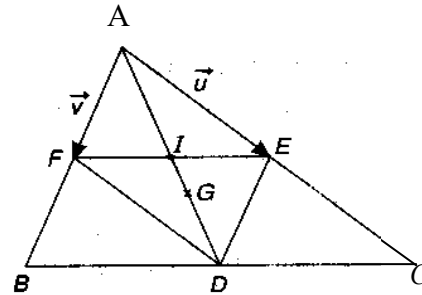
Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}) = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}$$

$$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{FA} = -\overrightarrow{AF} = 0\vec{u} + (-1)\vec{v}$$

$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AF} = \vec{u} - \vec{v}$$



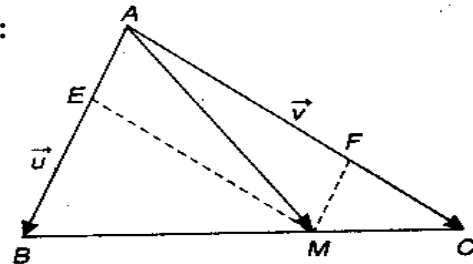
Ví dụ 3: Cho tam giác ABC . Điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Hãy phân tích vector $\overrightarrow{AM}$ theo hai vector $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

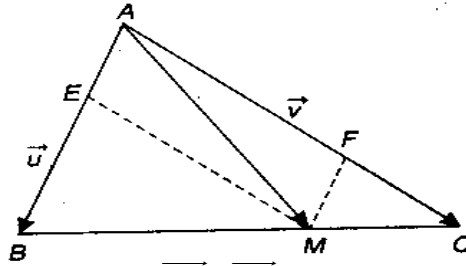
$$\text{mà } \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3}\vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}$$



Ví dụ 4 Cho tam giác ABC . Điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $MB = 3MC$. Hãy phân tích vector $\overrightarrow{AM}$ theo hai vector $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải:



Vì M nằm trên cạnh BC sao cho $MB = 3MC$ nên $\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{NC}$ ngược hướng và $|\overrightarrow{MB}| = 3|\overrightarrow{NC}|$, do

$$\overrightarrow{MB} = -3 \overrightarrow{NC} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM} = -3 (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM})$$

$$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$$

đó $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\vec{u} + \frac{3}{4}\vec{v}$$

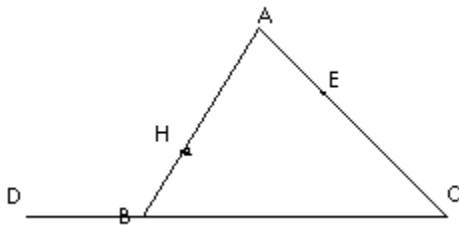
Ví dụ 5 : Cho tam giác ABC . Cho các điểm D, E, H thỏa mãn

$$\overrightarrow{DB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$$

a) Biểu thị mỗi vector $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DH}, \overrightarrow{HE}$ theo các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$

b) Chứng minh D, E, H thẳng hàng.

Hướng dẫn giải:



a) Từ $\overrightarrow{DB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Ta có:

$$\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{DH} - \overrightarrow{DA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{DH} = \overrightarrow{DA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{DH} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{DH} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \quad (1)$$

Ta có :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

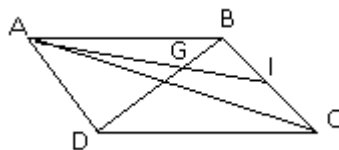
$$\Rightarrow \overrightarrow{HE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AH}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{HE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \quad (2)$$

b) Từ (1) và (2) suy ra $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{HE}$. Suy ra ba điểm D, E, H thẳng hàng và H là trung điểm của DE.

Ví dụ 6 : Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Biểu thị mỗi vector $\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{CG}$ theo các vector $\vec{u} = \overrightarrow{AB}, \vec{v} = \overrightarrow{AD}$

Hướng dẫn giải:



Gọi I là trung điểm BC , ta có:

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AI} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$$

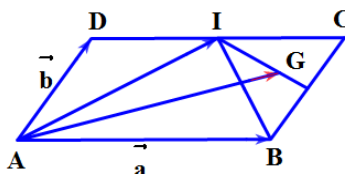
$$\Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AD}.$$

Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{CG} &= \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AC} \\ &= \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AD} - (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \\ &= -\frac{1}{3} \overrightarrow{AB} - \frac{2}{3} \overrightarrow{AD} \end{aligned}$$

Ví dụ 7 Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi I là trung điểm của CD , G là trọng tâm tam giác BCI . Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB}, \vec{b} = \overrightarrow{AD}$. Hãy chứng minh $\overrightarrow{AG} = \frac{5}{6} \vec{a} + \frac{2}{3} \vec{b}$.

Hướng dẫn giải:



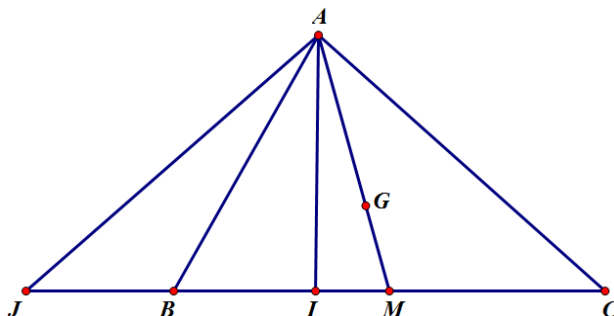
* I là trung điểm của CD nên: $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

* G là trọng tâm tam giác BCI nên: $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AI}$, thay $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ và

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \text{ ta được } \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \right) = \frac{5}{6} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AD}.$$

Ví dụ 8 Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Gọi I là điểm trên cạnh BC sao cho $2CI = 3BI$ và J là điểm trên BC kéo dài sao cho $5JB = 2JC$. Phân tích $\overrightarrow{AG}$ theo $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}$

Hướng dẫn giải:



Gọi M là trung điểm BC .

$$\text{Ta có } 2\overrightarrow{IC} = -3\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow 2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AI}) = -3(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}.$$

$$\text{Và } 5\overrightarrow{JB} = 2\overrightarrow{JC} \Leftrightarrow 5(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AJ}) = 2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AJ}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AJ} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} \\ \frac{5}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AJ} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = \frac{5}{8}\overrightarrow{AI} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AJ} \\ \overrightarrow{AC} = \frac{25}{16}\overrightarrow{AI} - \frac{9}{16}\overrightarrow{AJ} \end{cases}.$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\left(\frac{5}{8}\overrightarrow{AI} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AJ} + \frac{25}{16}\overrightarrow{AI} - \frac{9}{16}\overrightarrow{AJ}\right) = \frac{35}{48}\overrightarrow{AI} - \frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}.$$

Ví dụ 9: Cho tam giác ABC , trên cạnh BC lấy M sao cho $BM = 3CM$, trên đoạn AM lấy N sao cho $2AN = 5MN$. G là trọng tâm tam giác ABC .

a) Phân tích các vector $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{BN}$ qua các véc tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$

b) Phân tích các vector $\overrightarrow{GC}$, $\overrightarrow{MN}$ qua các véc tơ $\overrightarrow{GA}$ và $\overrightarrow{GB}$

Lời giải (hình 1.24)

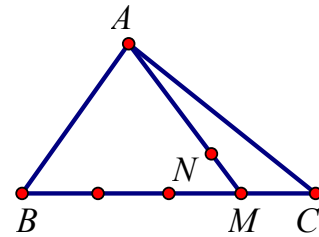
a) Theo giả thiết ta có: $\overrightarrow{BM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AN} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AM}$

$$\text{suy ra } \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$$

$$= \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AB} + \frac{5}{7}\overrightarrow{AM}$$

$$= -\overrightarrow{AB} + \frac{5}{7}\left(\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}\right) = -\frac{23}{28}\overrightarrow{AB} + \frac{15}{28}\overrightarrow{AC}$$



Hình 1.24

b) Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ suy ra $\overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB}$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} = -\frac{2}{7}\overrightarrow{AM} = -\frac{2}{7}\left(\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}\right)$$

$$= -\frac{1}{14}(\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA}) - \frac{3}{14}(\overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GA})$$

$$= -\frac{1}{14}(\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA}) - \frac{3}{14}(-\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA})$$

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{GA} + \frac{1}{7}\overrightarrow{GB}$$

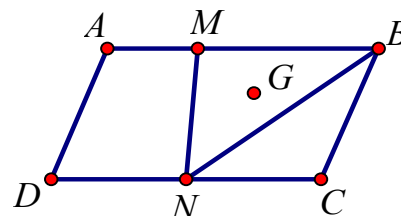
Ví dụ 10: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên hai cạnh AB và CD sao cho $AB = 3AM$, $CD = 2CN$ và G là trọng tâm tam giác MNB . Phân tích các vectơ $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{AG}$ qua các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$

Lời giải (hình 1.25)

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$= -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$



Hình 1.25

Vì G là trọng tâm tam giác MNB nên

$$3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \left(\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right) + \overrightarrow{AB} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AG} = \frac{5}{18}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

Dạng 5: Chứng minh 3 điểm thẳng hàng

- + A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \exists 0 \neq k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$
- + Nếu $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$ và hai đường thẳng AB và CD phân biệt thì $AB \parallel CD$.

Ví dụ 1 Cho tam giác ABC có trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm AM và K là trung điểm AC sao cho $AK = \frac{1}{3}AC$. Chứng minh ba điểm B, I, K thẳng hàng.

Hướng dẫn giải:

Ta có

$$2\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$4\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \quad (1)$$

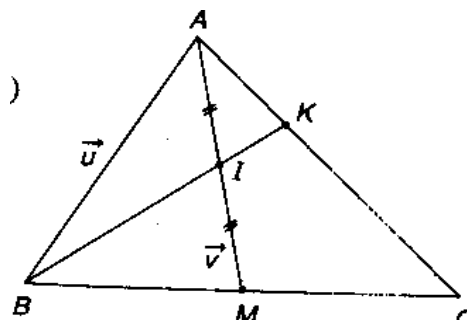
Ta lại có

$$\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$= \overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$3\overrightarrow{BK} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) \& (2) } \Rightarrow 3\overrightarrow{BK} = 4\overrightarrow{BI} \Rightarrow \overrightarrow{BK} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BI} \Rightarrow B, I, K \text{ thẳng hàng.}$$



Ví dụ 2 Cho tam giác ABC. Hai điểm M, N được xác định bởi hệ thức: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$. Chứng minh $MN \parallel AC$

Hướng dẫn giải:

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

$$\text{hay } \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MN} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{MN} // \overrightarrow{AC}. \text{ Theo giả thiết } \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AM}$$

Mà A, B, C không thẳng hàng nên bốn điểm A, B, C, M là hình bình hành

$\Rightarrow M$ không thuộc $AC \Rightarrow MN // AC$

Ví dụ 3: Cho tam giác $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Gọi G là trung điểm của MN , E là trọng tâm của tam giác BCD . Chứng minh:

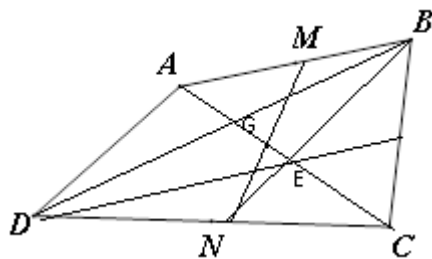
a) $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = 4\overrightarrow{EG}$.

b) $\overrightarrow{EA} = 4\overrightarrow{EG}$

c) Điểm G thuộc đoạn thẳng AE và $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$

Hướng dẫn giải:

a) Giống ví dụ 2 phần chứng minh đẳng thức vector, thay I bởi G , O bởi E .



b) Do E là trọng tâm của tam giác BCD nên $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = \vec{0}$

Do đó $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = 4\overrightarrow{EG} \Leftrightarrow \overrightarrow{EA} + \vec{0} = 4\overrightarrow{EG} \Leftrightarrow \overrightarrow{EA} = 4\overrightarrow{EG}$.

c) Từ câu b) suy ra ba điểm A, E, G thẳng hàng và $\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EG}$ cùng hướng nên G nằm giữa A và E , hay G thuộc đoạn AE .

$$\text{Từ } \overrightarrow{EA} = 4\overrightarrow{EG} \Leftrightarrow \overrightarrow{AE} = 4\overrightarrow{GE} \Leftrightarrow \overrightarrow{AE} = 4(\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AG}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$$

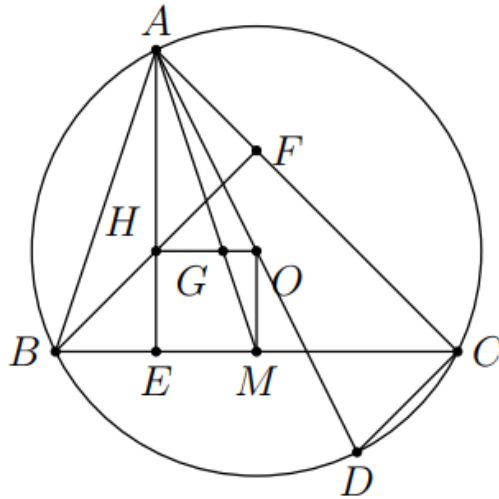
Ví dụ 4: Cho tam giác ABC với H, O, G lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp và trọng tâm của tam giác. Chứng minh

a) $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OM}$

b) Chứng minh $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$

c) Chứng minh G, H, O thẳng hàng.

Hướng dẫn giải:



a) Gọi D là điểm đối xứng của A qua O , ta có

$BH \parallel DC$ (cùng vuông góc với AC) (1).

$CH \parallel BD$ (cùng vuông góc với AB) (2).

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $BHCD$ là hình bình hành $\Rightarrow$ ba điểm H, M, D thẳng hàng.

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OM}.$$

b) Ta có $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.

c) Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$.

Suy ra $\overrightarrow{OH} = 3\overrightarrow{OG}$. Vậy G, H, O thẳng hàng..

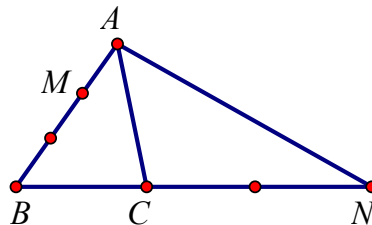
Ví dụ 5: Cho tam giác ABC . Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$.

a) Hãy dựng các điểm M, N thỏa mãn: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{BC}$

b) Hãy phân tích $\overrightarrow{CM}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{MN}$ qua các véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

c) Gọi I là điểm thỏa: $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{CM}$. Chứng minh I, A, N thẳng hàng

Lời giải (hình 1.23)



Hình 1.23

a) Vì $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ suy ra M thuộc cạnh AB và $AM = \frac{1}{3}AB$; $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{BC}$, suy ra N thuộc tia BC và $CN = 2BC$.

b) Ta có: $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b}$

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + 3(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = -2\vec{a} + 3\vec{b}$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = -\frac{1}{3}\vec{a} - 2\vec{a} + 3\vec{b} = -\frac{7}{3}\vec{a} + 3\vec{b}.$$

c) Ta có: $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b} = -\frac{1}{3}(-2\vec{a} + 3\vec{b})$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AI} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AN} \Rightarrow A, I, N \text{ thẳng hàng.}$$

Dạng 6: Xác định vị trí của một điểm nhờ đẳng thức véc-tơ

$$+ \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow A \equiv B$$

$$+ \text{Cho điểm } A \text{ và } \vec{a}. \text{ Có duy nhất } M \text{ sao cho: } \overrightarrow{AM} = \vec{a}$$

$$+ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow B \equiv C; \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} \Leftrightarrow A \equiv B$$

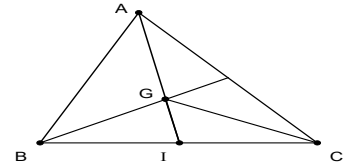
Ví dụ 1 Cho tam giác ABC có D là trung điểm BC. Xác định vị trí của G biết $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GD}$.

Hướng dẫn giải:

$$\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GD} \Rightarrow A, G, D \text{ thẳng hàng.}$$

$AG=2GD$ và G nằm giữa A và D.

Vậy G là trọng tâm tam giác ABC.

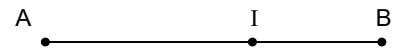


Ví dụ 2: Cho hai điểm A và B. Tìm điểm I sao cho: $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

Hướng dẫn giải:

$$\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB} \Rightarrow |\overrightarrow{IA}| = |-2\overrightarrow{IB}|$$

hay $IA=2IB$, $\overrightarrow{IA} \uparrow \downarrow \overrightarrow{IB}$. Vậy I là điểm thuộc AB sao cho $IB = \frac{1}{3}AB$



Ví dụ 3: Cho tứ giác ABCD. Xác định vị trí điểm G sao cho: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

Hướng dẫn giải:

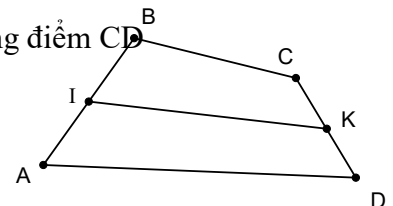
Ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GI}$, trong đó I là trung điểm AB

Tương tự $\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GK}$, K là trung điểm CD

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GK}$$

$$\text{hay } \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GK} = \vec{0}$$

$\Rightarrow G$ là trung điểm IK



Ví dụ 4: Cho hai điểm phân biệt A và B.

a) Hãy xác định điểm K sao cho $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \vec{0}$.

b) Chứng minh rằng với mọi điểm O, ta có $\overrightarrow{OK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$.

Lời giải

a) $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{KA} + 2(\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AB}) = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{KA} = -2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

b) Ta có: $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{KA} = -2\overrightarrow{KB}$

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{KA}) + \frac{2}{3}(\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{KB}) = \overrightarrow{OK} + \frac{1}{3}\overrightarrow{KA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{KB} = \overrightarrow{OK} + \frac{1}{3}(-2\overrightarrow{KB}) + \frac{2}{3}\overrightarrow{KB} = \overrightarrow{OK}$$

Ví dụ 5 : Cho tam giác ABC .

a) Hãy xác định điểm M để $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

b) Chứng minh rằng với mọi điểm O , ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OM}$.

Lời giải

a)

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{MA} = -(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC})$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC})$$

$$b) \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{OM}$$

Ví dụ 6 : Cho tứ giác $ABCD$, M là điểm tùy ý. K là điểm cố định thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MD} = x\overrightarrow{MK}$. Tìm x :

A.2.

B.6.

C.5.

D.4.

Lời giải

Chọn B

Vì đẳng thức $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MD} = x\overrightarrow{MK}$ (1) thỏa mãn với mọi M nên nó đúng khi M trùng với K . Khi đó ta có: $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} + 3\overrightarrow{KD} = x\overrightarrow{KK} = \vec{0}$ (2).

Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$, ta có $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} = 3\overrightarrow{KG}$ (3).

Thay (3) vào (2) ta được $3\overrightarrow{KG} + 3\overrightarrow{KD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{KG} + \overrightarrow{KD} = \vec{0}$, suy ra K là trung điểm của GD .

Từ (1) ta có:

$$\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD} + \overrightarrow{KD} + \overrightarrow{KD} = (\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} + 3\overrightarrow{KD}) + 6\overrightarrow{MK} = 6\overrightarrow{MK}$$

Vậy $6\overrightarrow{MK} = x\overrightarrow{MK}$ suy ra $x = 6$.

Ví dụ 7: Cho tam giác ABC

a) Chứng minh rằng tồn tại duy nhất điểm I thỏa mãn: $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

b) Tìm quỹ tích điểm M thỏa mãn: $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}|$.

Lời giải

$$a) \text{ Ta có: } 2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IA} + 3(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB}) + 4(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 9\overrightarrow{IA} = -3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = -\frac{3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}}{9} \Rightarrow I \text{ tồn tại và duy nhất.}$$

b) Với I là điểm được xác định ở câu a, ta có:

$$2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} = 9\overrightarrow{MI} + (2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC}) = 9\overrightarrow{MI} \text{ và } \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AB} \text{ nên}$$

$$|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}| \Leftrightarrow |9\overrightarrow{MI}| = |\overrightarrow{AB}| \Leftrightarrow MI = \frac{AB}{9}$$

Vậy quỹ tích của M là đường tròn tâm I bán kính $\frac{AB}{9}$.

Ví dụ 8: Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn điều kiện sau :

a) $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}|$

b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = k(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC})$ với k là số thực thay đổi

Lời giải (hình 1.28)

a) Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, AC suy ra

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{ME} \text{ và } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MF}$$

Khi đó $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}|$

$$\Leftrightarrow |2\overrightarrow{ME}| = |2\overrightarrow{MF}| \Leftrightarrow ME = MF$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường trung trực của EF

b) Ta có $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} + 2(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}) - 3(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC})$

$$= 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{HB}$$

Với H là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AH} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

Suy ra $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = k(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC})$

$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{ME} = 2k\overrightarrow{HB} \Leftrightarrow \overrightarrow{ME} = k\overrightarrow{HB}$$

Vậy tập hợp điểm M là đường thẳng đi qua E và song song với HB

Ví dụ 9: Cho tứ giác $ABCD$. Với số k tùy ý, lấy các điểm M và N sao cho $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DN} = k\overrightarrow{DC}$. Tìm tập hợp các trung điểm I của đoạn thẳng MN khi k thay đổi.

Lời giải (hình 1.29)

Gọi O, O' lần lượt là trung điểm của AD và BC, ta có

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'B} \text{ và } \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'C}$$

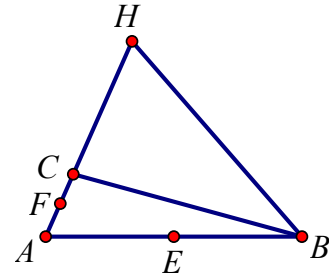
Suy ra $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{OO'}$

Tương tự vì O, I lần lượt là trung điểm của AD và MN nên

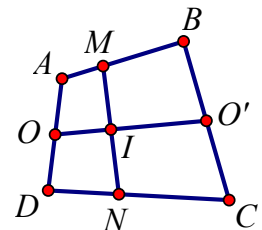
$$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{OI}$$

Do đó $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(k\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{DC}) = k\overrightarrow{OO'}$

Vậy khi k thay đổi, tập hợp điểm I là đường thẳng OO'



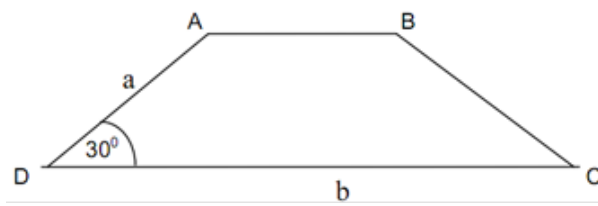
Hình 1.28



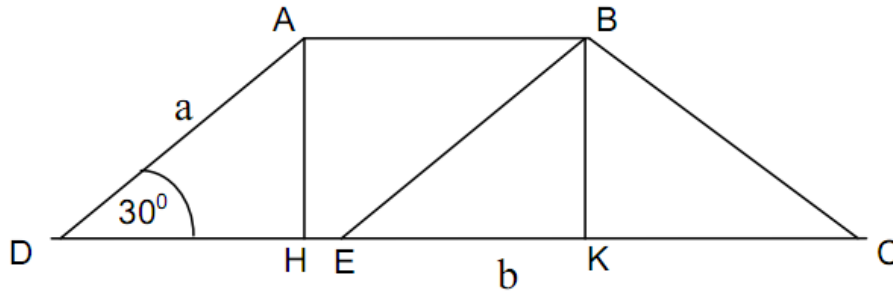
Hình 1.29

Dạng 7: Một số bài toán vận dụng cao về tích của vector với một số

Ví dụ 1: Cho hình thang cân ABCD có CD là đáy lớn, $\widehat{ADC} = 30^\circ$. Biết $DA = a$, $DC = b$, hãy biểu diễn $\overrightarrow{DB}$ theo hai vector $\overrightarrow{DA}$ và $\overrightarrow{DC}$.



Hướng dẫn giải:



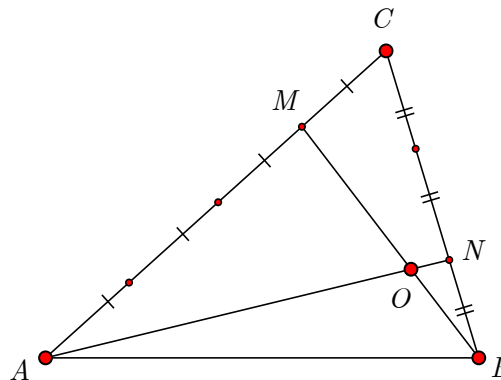
Kẻ $BE \parallel AD$, E nằm trên cạnh CD. Ta có:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{DB} &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \frac{DE}{DC} \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DA} + \frac{DE}{DC} \overrightarrow{DC} \\ &= \overrightarrow{DA} + \frac{DC - 2KC}{DC} \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DA} + \frac{b - a\sqrt{3}}{b} \overrightarrow{DC}.\end{aligned}$$

Vậy $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \frac{b - a\sqrt{3}}{b} \overrightarrow{DC}$.

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC, trên cạnh AC lấy điểm M, trên cạnh BC lấy điểm N sao cho $AM = 3MC$, $NC = 2NB$. Gọi O là giao điểm của AN và BM. Tính diện tích tam giác ABC biết diện tích tam giác OBN bằng 1.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{BO} = x\overrightarrow{BA} + (1-x)\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{AO} = y\overrightarrow{AM} + (1-y)\overrightarrow{AB}$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = y\overrightarrow{AM} + (x-y+1)\overrightarrow{AB} + (x-1)\overrightarrow{BN} \Leftrightarrow (x-y)\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AM} + (x-1)\overrightarrow{BN} = \vec{0}$$

(1)

Đặt $\overrightarrow{CB} = \vec{a}, \overrightarrow{CA} = \vec{b}$ ta được $\overrightarrow{AB} = \vec{a} - \vec{b}; \overrightarrow{AM} = -\frac{3}{4}\vec{b}; \overrightarrow{BN} = -\frac{1}{3}\vec{a}$

Thay vào (1) và thu gọn ta được: $(x-y)\vec{a} - (x-y)\vec{b} = \frac{x-1}{3}\vec{a} + \frac{3}{4}y\vec{b}$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x-y = \frac{x-1}{3} \\ y-x = \frac{3}{4}y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{10} \\ y = \frac{2}{5} \end{cases} \text{ . Với } x = \frac{1}{10} \text{ ta được } \overrightarrow{BO} = \frac{1}{10}\overrightarrow{BA} + \left(1 - \frac{1}{10}\right)\overrightarrow{BN}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{BN} = \frac{1}{10}(\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BN}) \Leftrightarrow \overrightarrow{NO} = \frac{1}{10}\overrightarrow{NA} \Leftrightarrow \frac{NA}{NO} = 10$$

Vì $S_{ONB} = 1 \Leftrightarrow S_{NAB} = 10 \Rightarrow S_{ABC} = 30$.

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC , gọi I là điểm trên BC kéo dài sao cho $IB = 3IC$. Gọi J, K lần lượt là những điểm trên cạnh AC, AB sao cho $JA = 2JC; KB = 3KA$. Khi đó $\overrightarrow{BC} = m\overrightarrow{AI} + n\overrightarrow{JK}$. Tính tổng $P = m + n$?

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{AK} - \overrightarrow{AJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \quad (2)$$

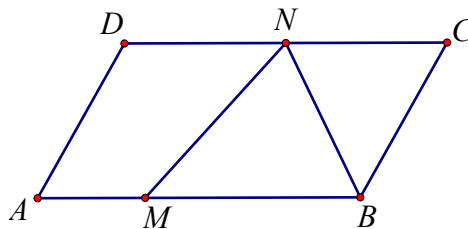
$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình } \begin{cases} \overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{JK} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AC} = 6\overrightarrow{AI} + 12\overrightarrow{JK} \\ \overrightarrow{AB} = 16\overrightarrow{AI} + 36\overrightarrow{JK} \end{cases}$$

Ta có: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -10\overrightarrow{AI} - 24\overrightarrow{JK} \Rightarrow m = -10; n = -24 \Rightarrow m + n = -34$. Chọn đáp án **B**.

Ví dụ 4: Cho hình bình hành $ABCD$, lấy M trên cạnh AB và N trên cạnh CD sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$. Gọi I và J là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BI} = m\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AJ} = n\overrightarrow{AI}$.

Khi J là trọng tâm tam giác BMN thì tích $m.n$ bằng bao nhiêu?

Lời giải



J là trọng tâm tam giác BMN khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AJ} \quad (9)$

Ta có

$$* \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

$$* \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{DN} - \overrightarrow{DA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} - (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA}) = \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

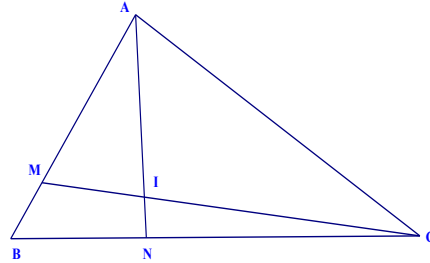
$$* \overrightarrow{AJ} = n\overrightarrow{AI} = n(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI}) = n(\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{BC}) = n\left[\overrightarrow{AB} + m(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})\right] = n(1-m)\overrightarrow{AB} + mn\overrightarrow{AC}$$

$$\text{Nên thay vào (9) ta có } \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = 3n(1-m)\overrightarrow{AB} + 3mn\overrightarrow{AC}$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{5}{6} - 3n(1-m) \right] \overrightarrow{AB} + (1-3mn) \overrightarrow{AC} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{6} - 3n(1-m) = 0 \\ 1-3mn = 0 \end{cases} \Rightarrow mn = \frac{1}{3}$$

Ví dụ 6: Cho tam giác ABC, trên cạnh AB lấy điểm M, trên cạnh BC lấy N sao cho AM=3MB, NC=2BN. Gọi I là giao điểm của AN với CM. Tính diện tích tam giác ABC biết diện tích tam giác ICN bằng 2.

Lời giải



Đặt $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$; $\overrightarrow{BA} = \vec{c}$.

Suy ra $\overrightarrow{AC} = \vec{a} - \vec{c}$; $\overrightarrow{AM} = -\frac{3}{4}\vec{c}$; $\overrightarrow{CN} = -\frac{2}{3}\vec{a}$

Do A, I, N thẳng hàng nên $\overrightarrow{CI} = x\overrightarrow{CA} + (1-x)\overrightarrow{CN}$

Và M, I, C thẳng hàng nên $\overrightarrow{AI} = y\overrightarrow{AC} + (1-y)\overrightarrow{AM}$

Mặt khác $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} - \overrightarrow{CI} = y\overrightarrow{AC} + (1-y)\overrightarrow{AM} - (x\overrightarrow{CA} + (1-x)\overrightarrow{CN})$

$$\Leftrightarrow \frac{3y+x-1}{3}\vec{a} + \frac{1-y-4x}{4}\vec{c} = \vec{0}$$

Mà $\vec{a}$; $\vec{c}$ không cùng phương suy ra $\begin{cases} \frac{3y+x-1}{3} = 0 \\ \frac{1-y-4x}{4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{11} \\ y = \frac{3}{11} \end{cases}$

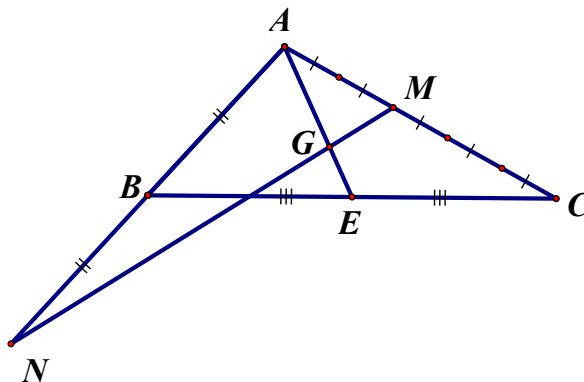
Với $x = \frac{2}{11} \Rightarrow \overrightarrow{CI} = \frac{2}{11}\overrightarrow{CA} + \frac{9}{11}\overrightarrow{CN} \Rightarrow \overrightarrow{NI} = \frac{2}{11}\overrightarrow{NA}$

Hay $\frac{NI}{NA} = \frac{2}{11} \Rightarrow \frac{S_{NCI}}{S_{NCA}} = \frac{2}{11} \Rightarrow S_{NCA} = 11$

Mà $\frac{S_{ABC}}{S_{ANC}} = \frac{BC}{NC} = \frac{3}{2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{33}{2}$

Ví dụ 7: ΔABC có trọng tâm G và hai điểm M, N thỏa mãn: $3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{CM} = \vec{0}$, $\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB} = \vec{0}$. Chứng minh $\overrightarrow{NG} = 5\overrightarrow{GM}$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm BC. M, N là các điểm như hình vẽ.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{NG} = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AE} - 2\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) - 2\overrightarrow{AB} = -\frac{5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

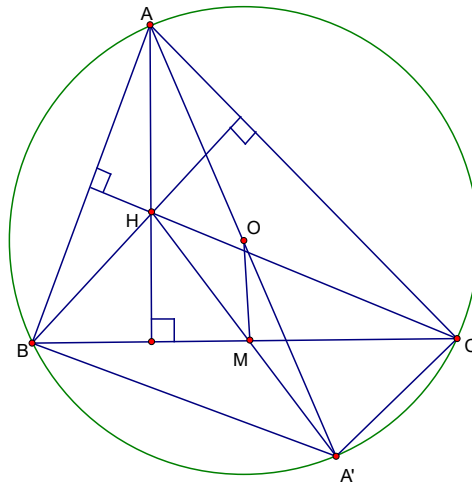
$$\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AG} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{15}\overrightarrow{AC}.$$

$$\text{Nên } \overrightarrow{NG} = -\frac{5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = 5\left(-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{15}\overrightarrow{AC}\right) = 5\overrightarrow{GM}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{NG} = 5\overrightarrow{GM}.$$

Ví dụ 8: Cho ΔABC có M là trung điểm của BC, H là trực tâm, O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Tìm x để $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = x\overrightarrow{HO}$.

Lời giải



Gọi A' là điểm đối xứng với A qua O, ta có :

$$\left. \begin{array}{l} A'B \perp AB \\ CH \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow CH \parallel A'B \quad (1)$$

Tương tự ta chứng minh được $BH \parallel A'C$ (2)

Từ (1), (2) suy ra tứ giác BHCA' là hình bình hành.

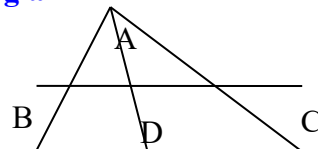
Do đó M là trung điểm của HA' .

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 2\overrightarrow{HM} = \overrightarrow{HA'}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HA'} = 2\overrightarrow{HO} \Rightarrow x = 2.$$

Ví dụ 9: Cho tam giác ABC có $AB = 3$; $AC = 4$. Gọi AD là đường phân giác trong của góc A . Biết $\overrightarrow{AD} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$. Khi đó tổng $m + n$ có giá trị là:

Lời giải



Theo tính chất đường phân giác trong của góc A trong tam giác ABC ta có:

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow 3\overrightarrow{DC} = -4\overrightarrow{DB} \Rightarrow 3(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) = -4(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD})$$

$$\Leftrightarrow 7\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{4}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{7}\overrightarrow{AC}. \text{ Ta có } m = \frac{4}{7}; n = \frac{3}{7}. \text{ Vậy tổng } m + n = 1.$$

Ví dụ 10: Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O cạnh bằng a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $2MA^2 + MB^2 + 2MC^2 + MD^2 = 9a^2$ là một đường tròn bán kính R . Tính R theo a .

Lời giải

+ Vì $ABCD$ là hình vuông tâm O nên ta có $\begin{cases} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0} \\ \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

+ Ta có: $2MA^2 + MB^2 + 2MC^2 + MD^2 = 9a^2$

$$\Leftrightarrow 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA})^2 + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB})^2 + 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC})^2 + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD})^2 = 9a^2$$

$$\Leftrightarrow 6\overrightarrow{MO}^2 + 2OA^2 + OB^2 + 2OC^2 + OD^2 + 2\overrightarrow{MO}(2\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}) = 9a^2$$

$$\Leftrightarrow 6MO^2 + 3a^2 = 9a^2 \Leftrightarrow MO = a.$$

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn $2MA^2 + MB^2 + 2MC^2 + MD^2 = 9a^2$ là đường tròn tâm O bán kính $R = a$.

TÍCH MỘT VECTO VỚI MỘT SỐ.

II - BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Dạng 1: 1: Xác định vector $k\vec{a}$

Nhận biết

Câu 1. Chọn phát biểu sai?

- A.** Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}, k \neq 0$.
- B.** Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{BC}, k \neq 0$.
- C.** Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}, k \neq 0$.
- D.** Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.

Ta có ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\exists k \in \mathbb{R}, k \neq 0$ sao cho $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Câu 2. Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vector nào sau đây cùng phương?

- A.** $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 6\vec{b}$.
- B.** $-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $2\vec{a} + \vec{b}$.
- C.** $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$.
- D.** $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **C**.

Ta có $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b} = -\left(-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}\right)$ nên chọn Đáp án C.

Câu 3. Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vector nào sau đây là cùng phương?

- A.** $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$.
- B.** $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$.
- C.** $\vec{u} = \frac{2}{3}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - 9\vec{b}$.
- D.** $\vec{u} = 2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ và $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.

Ta có $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} = -\frac{1}{6}\left(2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}\right) = -\frac{1}{6}\vec{u}$.

Hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là cùng phương.

Câu 4. Cho $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương, $\vec{x} = -2\vec{a} + \vec{b}$. Vector cùng hướng với $\vec{x}$ là:

- A.** $2\vec{a} - \vec{b}$. **B.** $-\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$. **C.** $4\vec{a} + 2\vec{b}$. **D.** $-\vec{a} + \vec{b}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $-\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} = \frac{1}{2}(-2\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2}\vec{x}$. Chọn **B**.

Câu 5. Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vector nào sau đây cùng phương?

- A.** $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$. **B.** $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$.
D. $\frac{1}{2}\vec{a} + \sqrt{2}\vec{b}$ và $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.
D. $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 100\vec{b}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} = -\frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b})$ nên chọn **A**.

Thông hiểu

Câu 6. Cho vector $\vec{b} \neq \vec{0}$, $\vec{a} = -2\vec{b}$, $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ bằng nhau. **B.** Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ ngược hướng.
C. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ cùng phương. **D.** Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ đối nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\vec{a} = -2\vec{b} \Rightarrow \vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = -2\vec{b} + \vec{b} = -\vec{b}$.

Vậy hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ đối nhau.

Câu 7. Biết rằng hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vector $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là:

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ cùng phương nên có tỉ lệ: $\frac{1}{2} = \frac{x-1}{-3} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$.

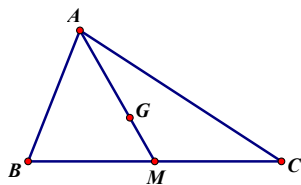
2. Dạng 2: Chứng minh đẳng thức vơơ có chứa tích của vector với một số

Câu 8. Cho tam giác ABC với trung tuyến AM và trọng tâm G . Khi đó $\vec{GA} =$

- A.** $2\vec{GM}$. **B.** $\frac{2}{3}\vec{GM}$. **C.** $-\frac{2}{3}\vec{AM}$. **D.** $\frac{1}{2}\vec{AM}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Ta có $GA = \frac{2}{3}AM$ Mặt khác $\overrightarrow{GA}$ và $\overrightarrow{AM}$ ngược hướng $\overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$

Câu 9. Cho tam giác ABC có trọng tâm G và trung tuyến AM . Khẳng định nào sau đây là sai:

A. $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GM} = \vec{0}$.

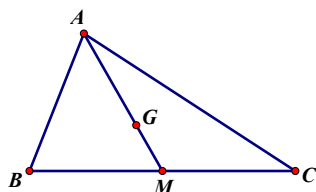
B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}, \forall M$

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{MG}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.



Ta có $AM = 3MG$. Mặt khác $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{MG}$ ngược hướng
 $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{MG}$.

Câu 10. Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Điều kiện cần và đủ để ba điểm đó thẳng hàng là

A. $\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

B. $\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB}$.

C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

D. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.

Ta có tính chất: Điều kiện cần và đủ để ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng là

$\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Câu 11. Điều kiện nào dưới đây là điều kiện cần và đủ để điểm O là trung điểm của đoạn AB .

A. $OA = OB$.

B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$.

C. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO}$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.

Điểm O là trung điểm của đoạn AB khi và chỉ khi $OA = OB$; $\overrightarrow{OA}$ và ngược hướng.

Vậy $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$.

Câu 12. Cho tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của BC . Khẳng định nào sau đây đúng

A. $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$

B. $3\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{IC}$

C. $\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{IC}$

D. $2\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$

Hướng dẫn giải

Chọn A vì I là trung điểm của BC nên $BI = CI$ và $\overrightarrow{BI}$ cùng hướng với $\overrightarrow{IC}$ do đó hai vectơ $\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{IC}$ bằng nhau hay $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$.

Câu 13. Cho điểm O là trung điểm của đoạn AB . Khẳng định nào sau đây là đúng?

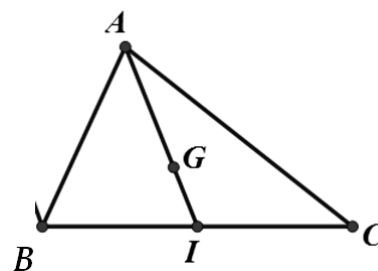
A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BO}$.

B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$.

C. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO}$.

D. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{OA}$.

Hướng dẫn giải



Chọn A.

Câu 14. Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ bên:

- A. $2\overrightarrow{AI} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$. B. $3\overrightarrow{BI} + 2\overrightarrow{BA} = \vec{0}$. C. $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$. **D. $2\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$.**



Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $BA = \frac{2}{3}BI$; $\overrightarrow{BI}$ và $\overrightarrow{BA}$ ngược hướng nên $\overrightarrow{BA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$

$$\overrightarrow{BA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BI} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$$

Vậy $2\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

Câu 15. Phát biểu nào là sai?

- A. Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ thì $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$. **B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ thì A, B, C, D thẳng hàng.**
C. Nếu $3\overrightarrow{AB} + 7\overrightarrow{AC} = \vec{0}$ thì A, B, C thẳng hàng. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BA}$.

Hướng dẫn giải

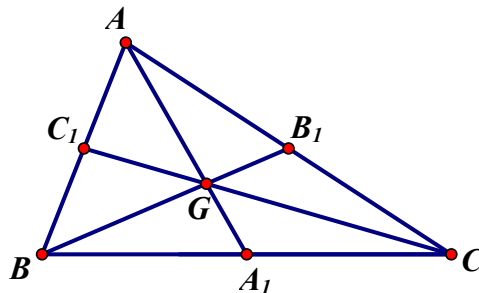
Chọn B.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ thì $\begin{cases} AB // CD \\ AB \equiv CD \end{cases}$. Nên Đáp án B SAI.

Câu 16. Cho tam giác ABC , có trọng tâm G . Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .

Chọn khẳng định sai?

- A. $\overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{GB_1} + \overrightarrow{GC_1} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \vec{0}$. **D. $\overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GC_1}$.**



Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{GC} = -2\overrightarrow{GC_1}$ nên $\overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GC_1}$ sai.

Chọn D.

Câu 17. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{2}$. **B. $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}$.**
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{3}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi M là trung điểm BC .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}.$$

Câu 18. Xét các phát biểu sau:

(1) Điều kiện cần và đủ để C là trung điểm của đoạn AB là $\overrightarrow{BA} = -2\overrightarrow{AC}$

(2) Điều kiện cần và đủ để C là trung điểm của đoạn AB là $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$

(3) Điều kiện cần và đủ để M là trung điểm của đoạn PQ là $\overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PM}$

Trong các câu trên, thì:

A. Câu (1) và câu (3) là đúng.

B. Câu (1) là sai.

C. Chỉ có câu (3) sai.

D. Không có câu nào sai.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có

(1) Điều kiện cần và đủ để C là trung điểm của đoạn AB là $\overrightarrow{BA} = -2\overrightarrow{AC}$

(3) Điều kiện cần và đủ để M là trung điểm của đoạn PQ là $\overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PM}$

Phát biểu sai: (2) Điều kiện cần và đủ để C là trung điểm của đoạn AB là $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$

Do đó câu (1) và câu (3) là đúng.

Thông hiểu

Câu 19. Gọi CM là trung tuyến của tam giác ABC và D là trung điểm của CM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

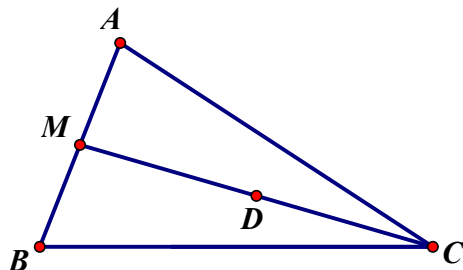
A. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

Hướng dẫn giải



Chọn A.

Ta có

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{DM} + 2\overrightarrow{DC} = 2(\overrightarrow{DM} + \overrightarrow{DC}) = 2\vec{0} = \vec{0}.$$

Câu 20. Cho $\triangle ABC$. Tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

A. M là trung điểm cạnh IC , với I là trung điểm của cạnh AB

B. M trùng với đỉnh C của $\triangle ABC$

C. M là trọng tâm của tam giác ABC .

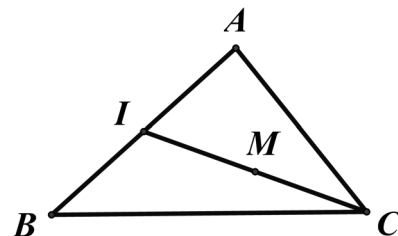
D. M là đỉnh của hình bình hành $MCAB$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi I là trung điểm của cạnh AB Ta có:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$$



$$\Leftrightarrow 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MC}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Vậy M là trung điểm cạnh IC

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án B: Sai do dùng tính chất M là trọng tâm của tam giác ΔABC

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow M \equiv C$$

Phương án C: Sai do HS dùng không hiểu đúng tính chất M là trọng tâm của tam giác ΔABC

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Rightarrow M \text{ là trọng tâm của tam giác } ABC$$

Phương án D: Sai do HS dùng sai tính chất trung điểm

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BA}$$

Nên M là đỉnh của hình bình hành $MCAB$

Câu 21. Cho tam giác ABC , D là trung điểm cạnh AC . Gọi I là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Câu nào sau đây đúng?

A. I là trực tâm ΔBCD

B. I là trọng tâm ΔABC

C. I là trọng tâm ΔCDB

D. Cả A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải

Chọn **C**.

Câu 22. Cho hình bình hành $ABCD$, điểm M thỏa $4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$. Khi đó điểm M là:

A. trung điểm AC

B. điểm C

C. trung điểm AB

D. trung điểm AD

Hướng dẫn giải

Chọn **A**.

Câu 23. Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ lần lượt có trọng tâm là G và G' . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C}$

B. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'}$

C. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'}$

D. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.

Câu 24. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi M là trung điểm BC . Phân tích vector $\overrightarrow{AG}$ theo hai vector là hai cạnh của tam giác. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \text{ Sai qui tắc hình bình hành.}$$

Câu 25. Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ lần lượt có trọng tâm là G và G' . Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$.

B. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'}$.

C. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'}$.

D. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.

Do G và G' lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và $A'B'C'$ nên

$$\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0} \text{ và } \overrightarrow{A'G'} + \overrightarrow{B'G'} + \overrightarrow{C'G'} = \vec{0}$$

A. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{GG'}$.

B. $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'} = (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{GG'}$.

C. $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'} = (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{GG'}$.

D. $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = (\overrightarrow{A'G'} + \overrightarrow{B'G'} + \overrightarrow{C'G'}) + (\overrightarrow{G'A} + \overrightarrow{G'B} + \overrightarrow{G'C}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{G'G}$ (SAI).

Câu 26. Cho hình bình hành $ABCD$, điểm M thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$. Khi đó M là trung điểm của:

A. AB .

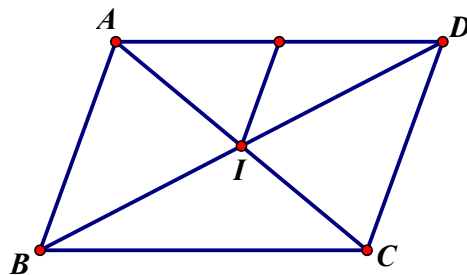
B. BC .

C. AD .

D. CD .

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{AB}$.

Vậy M là trung điểm của AD .

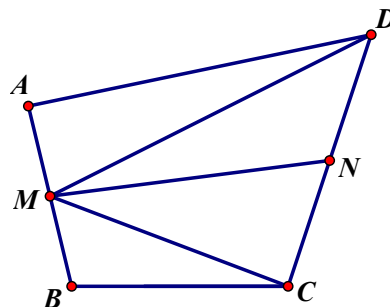
Câu 27. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD của tứ giác $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{MN}$.

B. $4\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

C. $4\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.



Hướng dẫn giải

Chọn A.

Do M là trung điểm các cạnh AB nên $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$

Do N lần lượt là trung điểm các cạnh DC nên $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$

Ta có

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}.$$

Mặt khác $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$

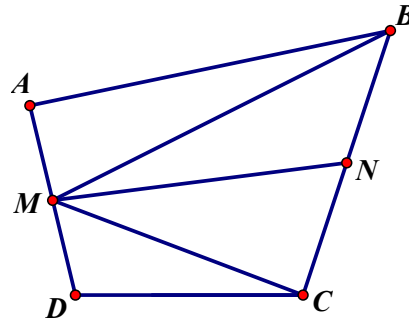
Do đó $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{MN}$.

Câu 28. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC của tứ giác $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây *sai*?

- A.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{MN}$. **B.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$. **C.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$. **D.** $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MN}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **B**.



Do M là trung điểm các cạnh AD nên $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$

Do N lần lượt là trung điểm các cạnh BC nên $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}$. Nên D đúng.

Ta có

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + (\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}.$$

Vậy $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$. Nên C đúng

Mà $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{MN}$. Nên A đúng.

Vậy B sai.

Vận dụng thấp

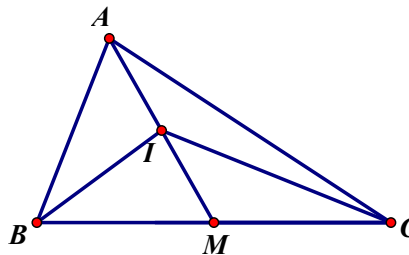
Câu 29. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM , gọi I là trung điểm AM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

C. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 4\overrightarrow{IA}$.

D. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IA}$.



Hướng dẫn giải

Chọn **A**.

Ta có $2\overrightarrow{IA} + (\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}) = 2\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IM} = 2(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IM}) = 2\vec{0} = \vec{0}$.

Câu 30. Gọi AN, CM là các trung tuyến của tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.

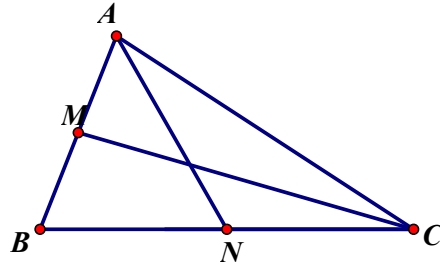
B. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{4}{3}\overrightarrow{CM}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.



$$\text{Ta có } \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} \Rightarrow \frac{1}{2}\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AN} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}.$$

3. Dạng 3: Đẳng thức véctơ

Nhận biết

Câu 31. Cho hình bình hành $ABCD$. Tổng các vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ là

A. $\overrightarrow{AC}$.

B. $2\overrightarrow{AC}$.

C. $3\overrightarrow{AC}$.

D. $5\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải

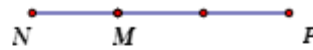
Chọn **B**.

Do hình bình hành $ABCD$. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$.

Câu 32. Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{MP}$. Điểm P được xác định đúng trong hình vẽ nào sau đây:



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Hướng dẫn giải

Chọn **C**.

Ta có $\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{MP}$ nên $MN = 3MP$ và $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ ngược hướng. Chọn C.

Câu 33. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$.

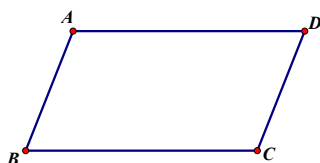
B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$.

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.



Ta có

A. Sai do $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC}$.

B. Sai do $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = 2\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CD}$.

C. Sai do $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB}$.

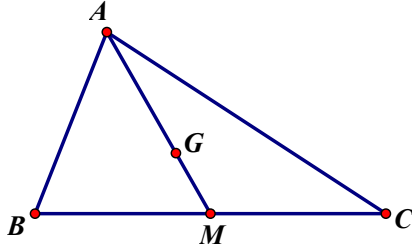
D. Đúng do $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) = 2\overrightarrow{BC} + \vec{0} = 2\overrightarrow{BC}$.

Câu 34. Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC .
Đẳng thức vector nào sau đây đúng?

A. $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AG}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AG}$. **C.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{GM}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ta có $AM = \frac{3}{2}AG$

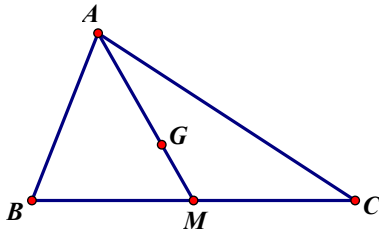
Mặt khác $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AG}$ cùng hướng $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$ hay $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AG}$.

Câu 35. Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$. **B.** $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GA}$. **C.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AG}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AM}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



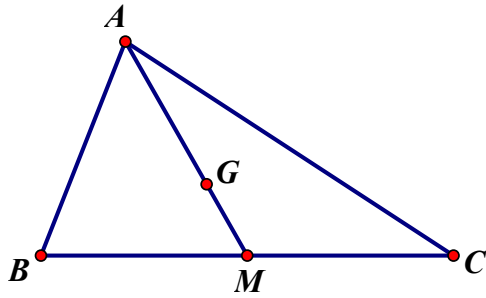
Do M là trung điểm của BC nên ta có: $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$.

Câu 36. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$. **B.** $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}$. **C.** $\overrightarrow{AG} = \frac{3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{2}$. **D.** $\overrightarrow{AG} = \frac{2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



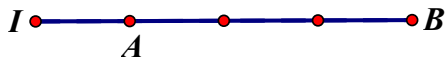
Gọi M là trung điểm của BC nên ta có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2 \cdot \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}.$$

Câu 37. Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ bên:

- A.** $3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$. **B.** $3\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. **C.** $\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{AI} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$.



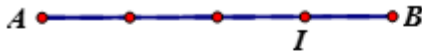
Hướng dẫn giải

Chọn **A**.

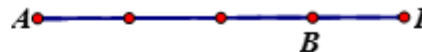
Ta có $AB = 3AI$; $\overrightarrow{AI}$ và $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng nên $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

Vậy $3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

Câu 38. Cho đoạn thẳng AB và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IA} = \vec{0}$. Hình nào sau đây mô tả đúng giả thiết này?



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A.** Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.

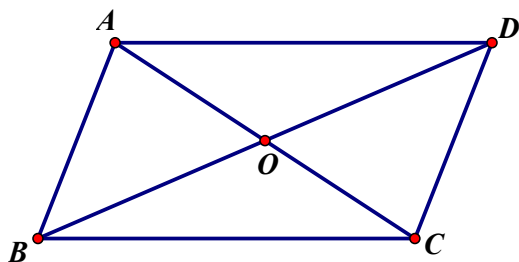
Ta có $\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IB} = -3\overrightarrow{IA}$.

Do đó $IB = 3IA$; $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{IB}$ ngược hướng. Chọn Hình 4.

Câu 39. Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức sai?

- A.** $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OB}$. **B.** $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO}$. **C.** $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$. **D.** $\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{BO}$.

Hướng dẫn giải



Chọn **D**.

Ta có $\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{OB}$. Chọn D.

Câu 40. Cho tam giác ABC với H, O, G lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, trọng tâm của tam giác. Hệ thức đúng là:

- A.** $\overrightarrow{OH} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OG}$ **B.** $\overrightarrow{OH} = 3\overrightarrow{OG}$ **C.** $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$ **D.** $2\overrightarrow{GO} = -3\overrightarrow{OH}$

Hướng dẫn giải

Chọn **B**.

Câu 41. Cho hình vuông ABCD tâm O. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$ **B.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ **C.** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO}$

Hướng dẫn giải

Chọn **B**.

Câu 42. Cho tam giác ABC, gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC. Câu nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$. **B.** $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GM}$. **C.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$. **D.** $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{MG}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$$

Câu 43. Cho ΔABC có trọng tâm G và M là trung điểm của BC. Đẳng thức vector nào sau đây đúng?

- A.** $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AG}$. **B.** $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AG}$. **C.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{GM}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AM}$$

Câu 44. Cho đoạn thẳng AB. Gọi M là một điểm trên AB sao cho $AM = \frac{1}{4}AB$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** $\overrightarrow{MA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{BM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MA}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\overrightarrow{MA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MB} \text{ Sai do không chú ý hướng của vector}$$

Câu 45. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BC, AC, AB . Gọi I là giao điểm của AM và PN . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BN}$. **B.** $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{BN}$. **C.** $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AM}$. **D.** $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BN}$$

Câu 46. Cho ba điểm phân biệt A, B, C nếu $\overrightarrow{AB} = -4\overrightarrow{AC}$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{BC} = 5\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{BC} = -5\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\overrightarrow{BC} = 5\overrightarrow{AC} \text{ vì } \overrightarrow{AB} = -4\overrightarrow{AC} \text{ nên } A, B, C \text{ thẳng hàng}$$

Câu 47. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$ **B.** $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{QP}$ **C.** $3\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{QP}$ **D.** $3\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Do M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC nên MN là đường trung bình của tam giác ABC suy ra $MN \parallel AC$ và

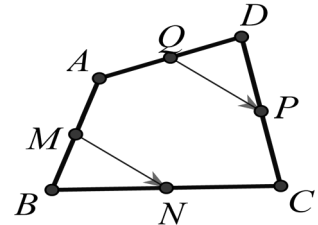
$$MN = \frac{1}{2}AC \quad (1).$$

Tương tự QP là đường trung bình của tam giác ADC suy ra

$$QP \parallel AC \text{ và } QP = \frac{1}{2}AC \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $MN \parallel QP$ và $MN = QP$ do đó tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành

Vậy ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$



Câu 48. Cho ΔABC có trung tuyến AM và trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây đúng:

- A.** $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$
C. $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MG}$. **D.** $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: Nếu G là trọng tâm của ΔABC và M là điểm tùy ý thì

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG} \Leftrightarrow \overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$$

Phân tích phương án nhiều:

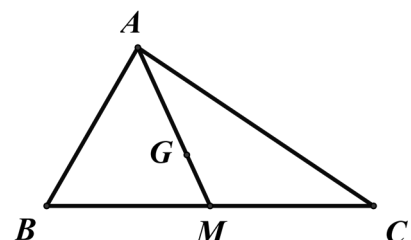
Phương án A: Sai do HS dùng sai M là trung điểm của cạnh BC

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}). \text{ Phương án C: Sai do HS dùng sai}$$

$\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{MG}$ là 2 vector ngược chiều

$$\overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{MG}$$

Phương án D: Sai do HS dùng sai M là trung điểm của cạnh BC



$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$$

Câu 49. Gọi AM là trung tuyến của tam giác ABC , I là trung điểm của AM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ **B.** $-\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ **C.** $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ **D.** $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 50. Cho tam giác ABC , có trọng tâm G . Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chọn khẳng định sai?

A. $\overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{GB_1} + \overrightarrow{GC_1} = \vec{0}$ **B.** $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$
C. $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \vec{0}$ **D.** $\overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GC_1}$

Hướng dẫn giải

Chọn.

Câu 51. Cho bốn điểm A, B, C, D . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB và CD . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{IJ}$ **B.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{IJ}$ **C.** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{IJ}$ **D.** $2\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

B đúng vì $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JC}) + (\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JD}) = 2\overrightarrow{IJ} + (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI}) + (\overrightarrow{JC} + \overrightarrow{JD}) = 2\overrightarrow{IJ}$

C đúng vì $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JD}) + (\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JC}) = 2\overrightarrow{IJ} + (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI}) + (\overrightarrow{JC} + \overrightarrow{JD}) = 2\overrightarrow{IJ}$

D đúng vì $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$

A sai vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ mà C đúng nên A sai.

Câu 52. Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của AC và BD . Tìm câu sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ **B.** $\overrightarrow{OA} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB})$
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$ **D.** $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{DA}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 53. Cho tam giác ABC có trọng tâm G và M là trung điểm của BC . Đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

A. $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AG}$ **B.** $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AG}$ **C.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$ **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{GM}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

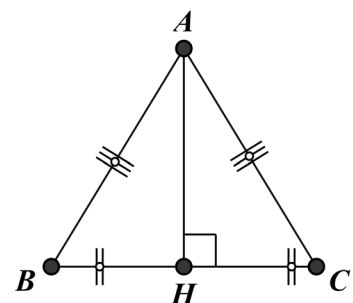
Câu 54. Cho tam giác ABC có $AB = AC$ và đường cao AH . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AH}$ **B.** $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$
C. $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$ **D.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$ đúng vì H là trung điểm của đáy BC .



Phân tích: Phương án A sai vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AH}$.

Phương án B sai vì $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA}$.

Phương án D sai vì các vector. không cùng phương.

Câu 55. Cho hình bình hành $ABCD$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} = \vec{0} \text{ Sai hướng của hai vector}$$

Câu 56. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của BC, AC, AB và M là một điểm tùy ý trong mặt phẳng. Khẳng định nào sau đây Sai?

A. $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MJ} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MK} = \overrightarrow{MG}$.

B. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{CK} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MJ} + \overrightarrow{MK} = 3\overrightarrow{MG}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MJ} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MK} = 3\overrightarrow{MG} \text{ Sai vì kết quả } \vec{0}$$

Câu 57. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a , H là trung điểm cạnh BC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{CH} - \overrightarrow{HC} = a$.

B. $\overrightarrow{CH} - \overrightarrow{HC} = 0$.

C. $2\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{AM}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 58. Cho tam giác đều ABC cạnh a , H là trung điểm BC . Câu nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AH}$

B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AH}$

C. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = \overrightarrow{CB}$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 59. Cho ABCD là hình chữ nhật, tìm tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

A. $2\overrightarrow{AC}$.

B. $2\overrightarrow{AD}$.

C. $2\overrightarrow{AB}$.

D. $\vec{0}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}.$$

Thông hiểu

Câu 60. Cho tam giác ABC có D, M lần lượt là trung điểm của AB, CD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

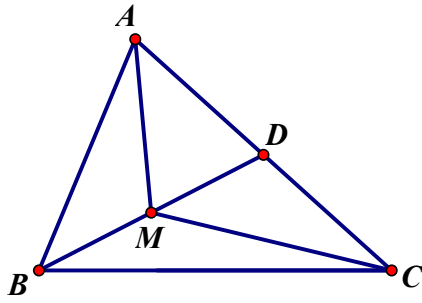
B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ta có

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MB} = 2(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB}) = 2\vec{0} = \vec{0}.$$

Câu 61. Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý. Hãy chọn hệ thức đúng:

A. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$

B. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$

C. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$

D. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

Hướng dẫn giải

Chọn **C**.

Câu 62. Ba trung tuyến AM, BN, CP của tam giác ABC đồng quy tại G. Hỏi vector $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP}$ bằng vector nào?

A. $\frac{3}{2}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC})$.

B. $3(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{NG} + \overrightarrow{PG})$.

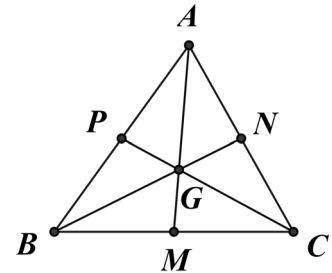
C. $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC})$.

D. $\vec{0}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.

Ta có:



$$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BG} + \frac{3}{2}\overrightarrow{CG} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) = \vec{0}.$$

Câu 63. Cho hình chữ nhật ABCD, I và K lần lượt là trung điểm của BC, CD. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

C. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{IK}$

D. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.

Câu 64. Cho tam giác đều ABC tâm O. M là điểm bất kỳ trong tam giác. Hình chiếu của M xuống ba cạnh của tam giác lần lượt là D, E, F. Hệ thức giữa các vector $\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{ME}$, $\overrightarrow{MF}$, $\overrightarrow{MO}$ là:

A. $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MO}$

B. $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MO}$

C. $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MO}$

D. $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.

Câu 65. Cho hình chữ nhật $ABCD$. I, K lần lượt là trung điểm của BC, CD . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A**

$$\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

Câu 66. Cho năm điểm A, B, C, D, E . Khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = 2(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED})$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED})$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED})$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$

Hướng dẫn giải

Chọn **D**

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} &= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) + \overrightarrow{CD} + (\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA}) \\ &= (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}) + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{DA} = (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} = VP\end{aligned}$$

Câu 67. Cho năm điểm A, B, C, D, E . Khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = 2(\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB})$

B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = 3(\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB})$

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = \frac{\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB}}{4}$

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB}$

Hướng dẫn giải

Chọn **D**

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} &= \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AE}) + (\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}) - \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DB} = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DB} = \vec{0} \\ \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} &= \vec{0} \text{ (đúng) ĐPCM.}\end{aligned}$$

4. Dạng 4: Phân tích 1 vectơ theo hai hay nhiều vectơ không cùng phương

Nhận biết

Câu 68. Hãy chọn kết quả đúng khi phân tích vectơ $\overrightarrow{AM}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ của tam giác ABC với trung tuyến AM .

A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

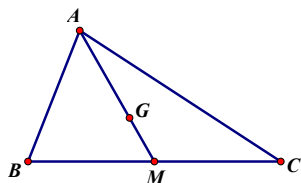
B. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Hướng dẫn giải

Chọn **B**.

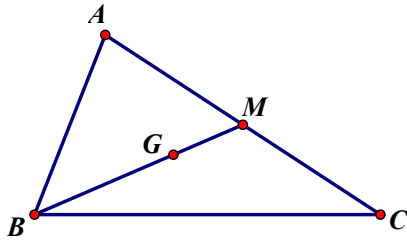


Do M là trung điểm của BC nên ta có $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

- Câu 69.** Cho tam giác ABC có trung tuyến BM và trọng tâm G . Khi đó $\overrightarrow{BG} =$
- A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$. B. $\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$. C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$. **D. $\frac{1}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$.**

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.



Ta có

$$\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}).$$

- Câu 70.** Cho tam giác ABC , E là điểm trên BC sao cho $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. Hãy biểu diễn $\overrightarrow{AE}$ qua $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$

Một học sinh đã giải như sau:

(I) Gọi D là trung điểm EC thì $BE = ED = DC$

(II) Ta có $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AC})$

(III) $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AC})$

(IV) $\Leftrightarrow \overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Cách giải trên đúng đến bước nào?

- A. I B. II C. III **D. IV**

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.

- Câu 71.** Cho tam giác ABC có trung tuyến AM . Hãy phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$:

- A. $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$ B. $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{-2}$ C. $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}}{2}$ **D. Cả A, B, C đều sai**

Hướng dẫn giải

Chọn **A**.

- Câu 72.** Cho tam giác ABC và I thỏa $\overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{IB}$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng?

- A. $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB}$. **B. $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA})$.** C. $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB})$. D. $\overrightarrow{CI} = 3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

Hướng dẫn giải

Chọn **B**.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CI} = 3(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CI}) \Leftrightarrow 2\overrightarrow{CI} = 3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}).$$

- Câu 73.** Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $MB = 3MA$. Khi đó, biểu diễn $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là:

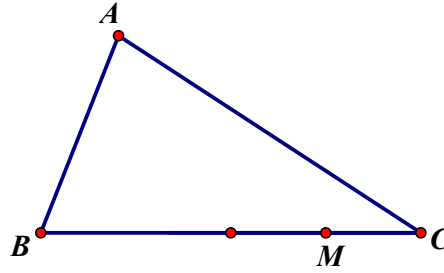
- A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$. **B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.**

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Câu 74. Cho tam giác ABC có N thuộc cạnh BC sao cho $BN = 2NC$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

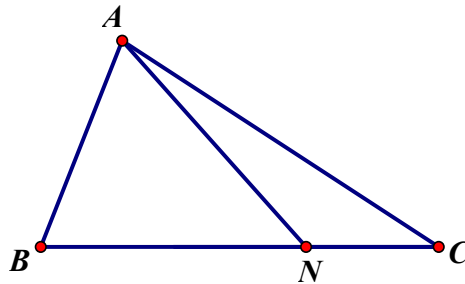
B. $\overrightarrow{AN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Ta có

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 75. Cho tam giác ABC có M thuộc cạnh AB sao cho $AM = 3MB$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

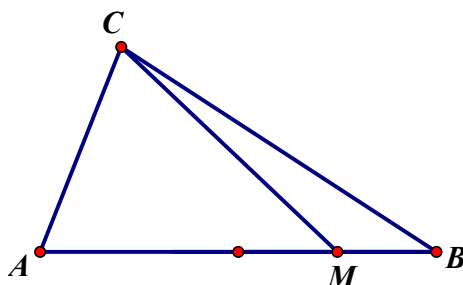
A. $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{CM} = \frac{7}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$

Hướng dẫn giải



Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$.

Câu 76. Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 4MC$. Khi đó

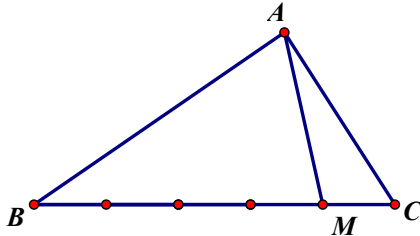
A. $\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải



Chọn D.

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AC}.$$

Thông hiểu

Câu 77. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N là trung điểm AB và DC . Lấy các điểm P, Q lần lượt thuộc các đường thẳng AD và BC sao cho $\overrightarrow{PA} = -2\overrightarrow{PD}$, $\overrightarrow{QP} = -2\overrightarrow{QC}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ}$.

C. $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NA})$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$$

Câu 78. Cho tam giác ABC , gọi M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BM = 3MC$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

Câu 79. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi M là trung điểm BC . Phân tích vectơ $\overrightarrow{AG}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \right) = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$$

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS dùng sai qui tắc hình bình hành.

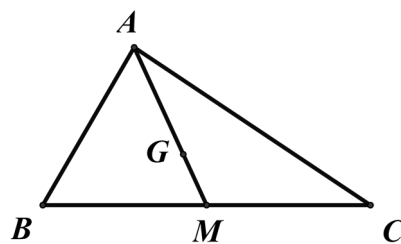
$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}.$$

Phương án C: Sai do HS dùng sai qui tắc M là trung điểm BC .

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \left(\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2} \overrightarrow{CB} \right) = \frac{2}{3} \overrightarrow{AC} - \frac{1}{3} \overrightarrow{BC}$$

Phương án D: Sai do HS dùng sai qui tắc M là trung điểm BC .

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \right) = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{BC}.$$



Câu 80. Cho tam giác ABC . Gọi D là điểm sao cho $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BC}$ và I là trung điểm của cạnh AD ,

M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5} \overrightarrow{AC}$. Vector $\overrightarrow{BI}$ được phân tích theo hai vector $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$. Hãy chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

A. $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \frac{1}{3} \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \frac{3}{4} \overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{4} \overrightarrow{BA} + \frac{1}{6} \overrightarrow{BC}$.

Hướng dẫn giải Chọn A.

Ta có: I là trung điểm của cạnh AD nên

$$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}) = \frac{1}{2} \left(\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3} \overrightarrow{BC} \right) = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \frac{1}{3} \overrightarrow{BC}$$

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án B: Sai do HS dùng sai I là trung điểm của cạnh AC

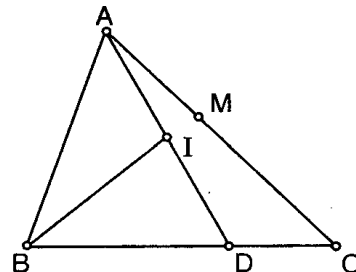
$$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}.$$

Phương án C: Sai do HS dùng sai tỉ lệ giữa hai vector $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{BC}$

$$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}) = \frac{1}{2} \left(\overrightarrow{BA} + \frac{3}{2} \overrightarrow{BC} \right) = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \frac{3}{4} \overrightarrow{BC}$$

Phương án D: Sai do HS dùng sai I là trung điểm của cạnh AD

$$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BD} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \frac{1}{3} \overrightarrow{BC} \right) = \frac{1}{4} \overrightarrow{BA} + \frac{1}{6} \overrightarrow{BC}.$$



Câu 81. Cho tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm thuộc AC sao cho $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{NA}$. K là trung điểm của MN . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{6} \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có M là trung điểm AB nên $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$;

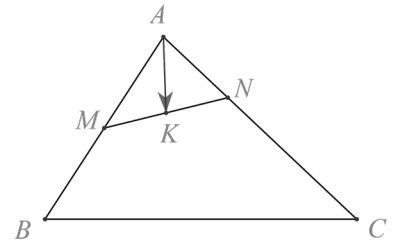
$$\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{NA} \Rightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}.$$

Học sinh có thể nhầm lẫn mối quan hệ giữa các vector như

$\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{NA}$ lại vẽ hình $AN = 2NC$ dẫn đến sai kết quả, hoặc sử dụng sai công thức trung tuyến thành $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}$ nên có thể chọn B, C hoặc

D.



Câu 82. Cho tam giác ABC , AM là trung tuyến, G là trọng tâm. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của BG và CG . Khi đó $\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF}$ bằng:

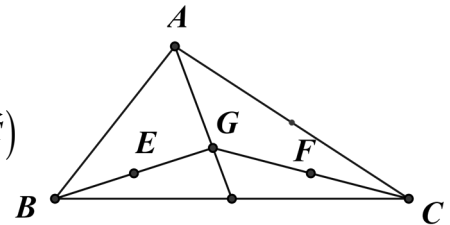
A. $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. **B.** $\frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. **C.** $\frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. **D.** $\frac{5}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Vì $GEMF$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$$



Câu 83. Cho tứ giác $ABCD$, O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Gọi G theo thứ tự là trọng tâm của tam giác OAB và OCD . Khi đó $\overrightarrow{GG'}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$. **B.** $\frac{2}{3}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$. **C.** $3(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$. **D.** $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Vì G' là trọng tâm của tam giác OCD nên

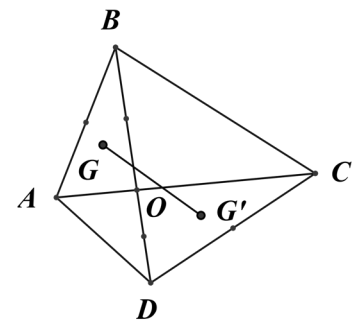
$$\overrightarrow{GG'} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}). \quad (1)$$

Vì G là trọng tâm của tam giác OAB nên:

$$\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GO} = -\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\overrightarrow{GG'} = \frac{1}{3}(-\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}).$$



Câu 84. Cho tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của AB và N là một điểm trên cạnh AC sao cho $NC=2NA$. Gọi K là trung điểm của MN . Khi đó:

A. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 85. Cho tam giác ABC , N là điểm xác định bởi $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, G là trọng tâm tam giác ABC . Hệ thức tính $\overrightarrow{AC}$ theo $\overrightarrow{AG}$ và $\overrightarrow{AN}$ là:

A. $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$

B. $\overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$

C. $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$

D. $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 86. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Đặt $\overrightarrow{GA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{GB} = \vec{b}$. Hãy tìm m, n để có $\overrightarrow{BC} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

A. $m = 1, n = 2$

B. $m = -1, n = -2$

C. $m = 2, n = 1$

D. $m = -2, n = -1$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 87. Cho tứ giác $ABCD$. I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Gọi G là trung điểm của IJ . Xét các mệnh đề:

(I) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AG}$

(II) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IG}$

(III) $\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JD} = \overrightarrow{JI}$

Mệnh đề sai là:

A. (I) và (II)

B. (II) và (III)

C. Chỉ (I)

D. (I), (II) và (III)

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 88. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Hãy tìm m, n để $\overrightarrow{MN} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{DC}$

A. $m = \frac{1}{2}, n = \frac{1}{2}$

B. $m = -\frac{1}{2}, n = \frac{1}{2}$

C. $m = \frac{1}{2}, n = -\frac{1}{2}$

D. $m = -\frac{1}{2}, n = -\frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 89. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi I là điểm đối xứng của B qua G . Các số m, n thích hợp để $\overrightarrow{AI} = m\overrightarrow{AC} + n\overrightarrow{AB}$ là:

A. $m = \frac{2}{3}; n = \frac{1}{3}$

B. $m = -\frac{2}{3}; n = \frac{1}{3}$

C. $m = \frac{2}{3}; n = -\frac{1}{3}$

D. $m = -\frac{2}{3}; n = -\frac{1}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 90. Cho tam giác ABC . Gọi H là điểm đối xứng của trọng tâm G qua B . Số m thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HC} = m\overrightarrow{HB}$ là:

A. $m = \frac{1}{2}$

B. $m = 2$

C. $m = 4$

D. $m = 5$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 91. Cho tam giác OAB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm hai cạnh OA và OB . Các số m, n thích hợp để có đẳng thức $\overrightarrow{MN} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$ là:

A. $m = \frac{1}{2}, n = 0$

B. $m = 0, n = \frac{1}{2}$

C. $m = \frac{1}{2}, n = -\frac{1}{2}$

D. $m = -\frac{1}{2}, n = \frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 92. Cho tam giác OAB . Gọi N là trung điểm của OB . Các số m, n thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{AN} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m = -1$ và $n = \frac{1}{2}$.

B. $m = -4$ và $n = 2$.

C. $m = -\frac{1}{2}$ và $n = \frac{1}{4}$.

D. $m = 1$ và $n = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}(-\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = -\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 93. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi I là điểm xác định bởi $\overrightarrow{BI} = k\overrightarrow{BC}$ ($k \neq 1$). Hệ thức giữa $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và là:

A. $\overrightarrow{AI} = (k-1)\overrightarrow{AB} - k\overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{AI} = (1-k)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AI} = (1+k)\overrightarrow{AB} - k\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{AI} = (1+k)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 94. Cho tam giác ABC , điểm I thỏa mãn: $5\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$. Nếu $\overrightarrow{IA} = m\overrightarrow{IM} + n\overrightarrow{IB}$ thì cặp số $(m; n)$ bằng:

A. $\left(\frac{3}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

B. $\left(\frac{2}{5}; \frac{3}{5}\right)$.

C. $\left(-\frac{3}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

D. $\left(\frac{3}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có

$$5\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow 5(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) = 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) \Leftrightarrow 5\overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{IM} + 2\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = \frac{3}{5}\overrightarrow{IM} + \frac{2}{5}\overrightarrow{IB}.$$

Câu 95. Cho tam giác ABC có M thuộc cạnh BC sao cho $CM = 2MB$ và I là trung điểm của AB . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

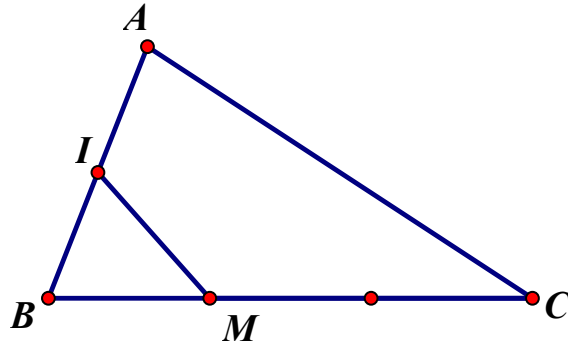
B. $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ta có

$$\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 96. Cho tam giác ABC có N thuộc cạnh BC sao cho $BN = 2NC$ và I là trung điểm của AB .
Đẳng thức nào sau đây đúng?

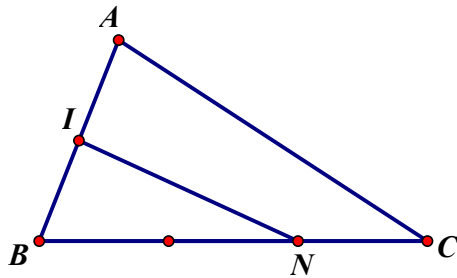
A. $\overrightarrow{NI} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$

B. $\overrightarrow{NI} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$

C. $\overrightarrow{NI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$

D. $\overrightarrow{NI} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}.$

Hướng dẫn giải



Chọn B.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{NI} = \overrightarrow{BI} - \overrightarrow{BN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 97. Cho tam giác ABC có I, D lần lượt là trung điểm AB, CI . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}.$

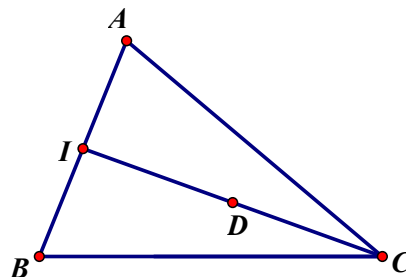
B. $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.$

C. $\overrightarrow{BD} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}.$

D. $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.



$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{ID} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{IC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC})$$

$$= -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{IA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.$$

Vận dụng thấp

Câu 98. Cho tam giác ABC với phân giác trong AD . Biết $AB = 5$, $BC = 6$, $CA = 7$. Khi đó $\overrightarrow{AD}$ bằng:

- A. $\frac{5}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$. B. $\frac{7}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$. C. $\frac{7}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$. D. $\frac{5}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải

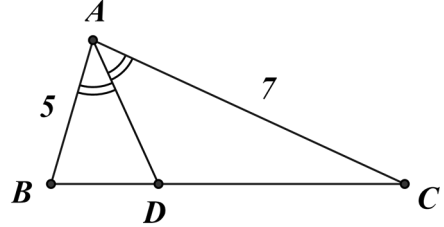
Chọn C.

Vì AD là phân giác trong của tam giác ABC nên:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{7} \Rightarrow \overrightarrow{BD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{DC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \frac{5}{7}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD})$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{7}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}.$$



Câu 99. Cho AD và BE là hai phân giác trong của tam giác ABC . Biết $AB = 4$, $BC = 5$ và $CA = 6$. Khi đó $\overrightarrow{DE}$ bằng:

- A. $\frac{5}{9}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$. B. $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{5}{9}\overrightarrow{CB}$. C. $\frac{9}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$. D. $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{9}{5}\overrightarrow{CB}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

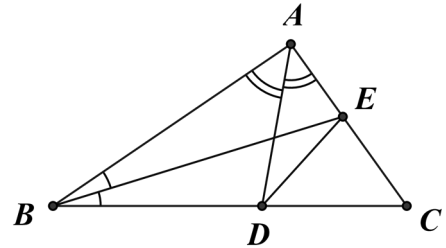
AD là phân giác trong của tam giác ABC nên

$$\frac{CD}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{4} \Rightarrow \frac{CD}{CD + DB} = \frac{6}{6 + 4}$$

$$\Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{6}{10} \Rightarrow \overrightarrow{CD} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}.$$

$$\text{Tương tự: } \frac{CE}{CA} = \frac{5}{9} \Rightarrow \overrightarrow{CE} = \frac{5}{9}\overrightarrow{CA}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CD} = \frac{5}{9}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}.$$



Câu 100. Cho tam giác ABC biết $AB = 8$, $AC = 9$, $BC = 11$. M là trung điểm BC , N là điểm trên đoạn AC sao cho $AN = x$ ($0 < x < 9$). Hệ thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{9}\right)\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ B. $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$
 C. $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{x}{9} + \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ D. $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 101. Cho tam giác ABC có I , D lần lượt là trung điểm AB , CI , điểm N thuộc cạnh BC sao cho $BN = 2NC$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{DN}$. B. $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{ND}$. C. $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{DN}$. D. $\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{DN}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

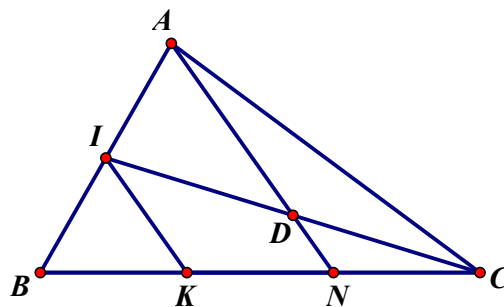
Gọi K là trung điểm BN.

$$\text{Xét } \triangle CKI \text{ ta có } \begin{cases} DN // IK \\ DN = \frac{1}{2} IK \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{DN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{IK} \quad (1)$$

Xét $\triangle ABN$ ta có

$$\begin{cases} AN // IK \\ AN = \frac{1}{2} IK \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{IK} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{IK} = 2.2\overrightarrow{DN} = 4\overrightarrow{DN}$.



5. Dạng 5: Tính độ dài véctơ – tổ hợp véctơ

Nhận biết

Câu 102. Cho tam giác đều ABC. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = 3\vec{a}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = 3\vec{a}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 103. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC. Hỏi đẳng thức nào dưới đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$.

D. $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phân tích:

A. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ sai vì chúng ngược hướng.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ sai vì chúng không cùng phương.

C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$ sai vì $|\overrightarrow{MN}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{BC}|$.

D. $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$ đúng.

Câu 104. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 4$. Vậy $|\overrightarrow{BC}|$ bằng:

A. $4\sqrt{2}$.

B. 16.

C. 32.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

vì $|\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}$

Câu 105. Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh 3. Giá trị của $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$ là bao nhiêu?

A. 6.

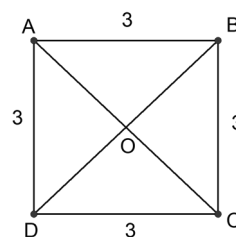
B. $6\sqrt{2}$.

C. 12.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A. vì $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = |2\overrightarrow{AO} + 2\overrightarrow{OD}| = 2|\overrightarrow{AD}| = 2AD = 6$



Câu 106. Cho tam giác đều ABC cạnh a. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ có độ dài bằng:

A. a.

B. 0.

C. 2a.

D. $a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

vì $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB}| = a$

Câu 107. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 4$. Vậy $|\overrightarrow{BC}|$ bằng:

- A.** $4\sqrt{2}$. **B.** 16. **C.** 32. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

vì $|\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}$

Câu 108. Biết $|\overrightarrow{AB}| = a$, $|\overrightarrow{BC}| = 2a$ (a là một độ dài cho trước). $|\overrightarrow{AC}|$ bằng:

- A.** Không tính được. **B.** $3a$. **C.** $a\sqrt{5}$. **D.** a .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

vì không có cơ sở để tính

Câu 109. Cho hình chữ nhật $ABCD$, có $AB = 4$ và $AC = 5$. Tìm độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

- A.** 5. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}| = 5$

Câu 110. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tìm độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.

- A.** $2a$. **B.** a . **C.** 0. **D.** $a\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| = 2|\overrightarrow{AB}| = 2a$

Câu 111. Cho hình chữ nhật $ABCD$, có $AB = 4$ và $AC = 5$. Tìm độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

- A.** 3. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** 9. **D.** ± 3 .

Hướng dẫn giải

Chọn A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$

$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

Câu 112. Cho hình chữ nhật $ABCD$, có $AB = 4$ và $AC = 5$.

Tìm độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

- A.** 5. **B.** 7. **C.** 49. **D.** 3.

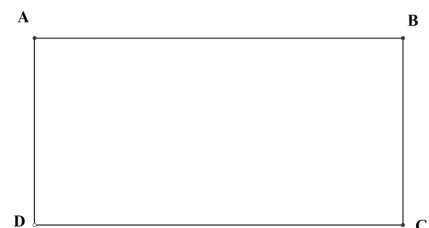
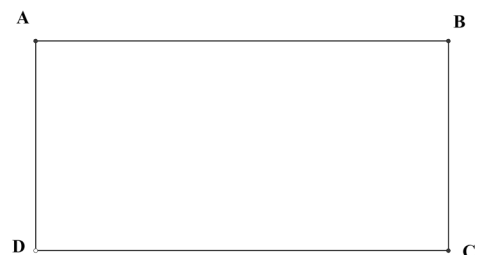
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Áp dụng quy tắc hình bình hành $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = 5$

Câu 113. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Hãy chọn kết quả đúng.



A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$. **B.** $AB + BC = AC$ **C.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $AB - AC = CB$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 114. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tìm độ dài vector $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 115. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3$, $BC = 4$. Tính độ dài của vector $\overrightarrow{CA}$.

A. $|\overrightarrow{CA}| = 5$. **B.** $|\overrightarrow{CA}| = 25$. **C.** $|\overrightarrow{CA}| = 7$. **D.** $|\overrightarrow{CA}| = \sqrt{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

HS tính được $|\overrightarrow{CA}| = CA = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5$.

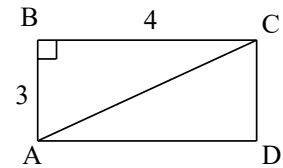
Câu 116. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3$, $BC = 4$. Tính độ dài của vector $\overrightarrow{AC}$.

A. 5. **B.** 25. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$|\overrightarrow{AC}| = AC = 5$



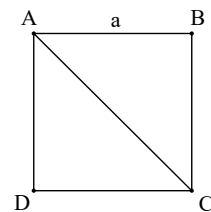
Câu 117. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$.

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $2a^2$. **C.** a^2 . **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$

$|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a\sqrt{2}$.



Câu 118. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}|$ bằng

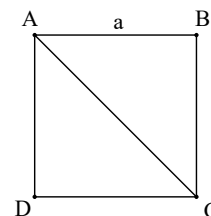
A. $a\sqrt{2}$. **B.** $2a^2$. **C.** 0. **D.** $\sqrt{2}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$

$|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a\sqrt{2}$



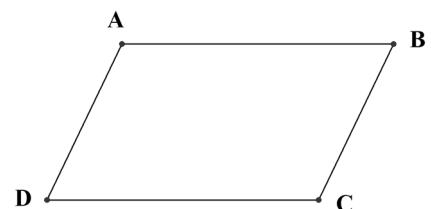
Câu 119. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$. **B.** $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA}|$. **C.** $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. **D.** $|\overrightarrow{AO}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{CA}|$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$|\overrightarrow{AC}| \neq |\overrightarrow{BD}|$



Câu 120. Cho tam giác đều ABC với đường cao AH . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{HC}$ B. $|\overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{HC}|$ C. $|\overrightarrow{AH}| = \frac{\sqrt{3}}{2}|\overrightarrow{HC}|$ D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 121. Cho tam giác đều ABC cạnh a , trọng tâm là G . Phát biểu nào là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$
C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$ D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 122. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = a$ B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$ C. $|\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = 0$ D. $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Thông hiểu

Câu 123. Cho tam giác ABC , tập hợp các điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 6$ là:

- A. một đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABC .
B. đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác ABC và bán kính bằng 6.
C. đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác ABC và bán kính bằng 2.
D. đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác ABC và bán kính bằng 18.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Thay vào ta được: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 6 \Leftrightarrow |3\overrightarrow{MG}| = 6 \Leftrightarrow MG = 2$, hay tập hợp các điểm M là đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác ABC và bán kính bằng 2.

Câu 124. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tổng hai vectơ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. 4. B. $4\sqrt{3}$. C. 2. D. 9.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

vì $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GA} \Rightarrow |\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GA}| = \frac{2}{3}GM = \frac{2}{3}.6 = 4$ (M là trung điểm của BC)

Câu 125. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tìm độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

- A. $a\sqrt{5}$. B. $a\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $a\frac{\sqrt{5}}{2}$. D. a .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 126. Cho tam giác đều ABC có cạnh a . Tìm độ dài vectơ $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}|$.

A. $a\sqrt{3}$

B. a

C. $2a$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 127. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng 1. Tính $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}|$.

A. $\sqrt{3}$.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

HS gọi D là điểm thỏa $ABDC$ là hình bình hành và H là trung điểm BC và tính

$$|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2AH = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

Câu 128. Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Khi đó độ dài vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ bằng:

A. $2a$.

B. $2a\sqrt{3}$.

C. $4a$.

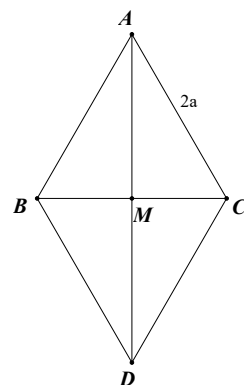
D. $a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Vẽ hình bình hành $ABCD$ và gọi M là trung điểm BC .

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2\sqrt{AB^2 - BM^2} = 2\sqrt{(2a)^2 - a^2} = 2a\sqrt{3}$$



Câu 129. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Tính $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}|$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)a$.

C. a .

D. $\frac{a^2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{HS tính } |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{OD}| = OD = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 130. Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng a , $\widehat{BDA} = 60^\circ$.

Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

A. $a\sqrt{3}$.

B. $2a$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. a .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{HS tính } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC.$$

Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD .

$$\text{Tam giác ABD đều nên } BD = a \Rightarrow OD = \frac{a}{2}.$$

Xét tam giác OCD vuông tại O :

$$OC^2 = CD^2 - OD^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow OC = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AC = a\sqrt{3}.$$

Câu 131. Cho tam giác ABC vuông cân tại C , $AB = \sqrt{2}$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

A. $\sqrt{5}$.

B. 5.

C. 1.

D. $\sqrt{3}$.

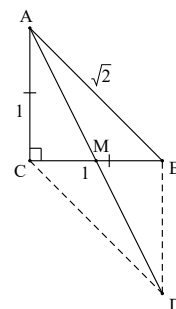
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $AB = \sqrt{2} \Rightarrow AC = BC = 1$

$$AM = \sqrt{AC^2 + CM^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2 \cdot AM = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$$



Câu 132. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Khi đó

A. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}| = a\sqrt{3}$.

B. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}| = a\sqrt{5}$

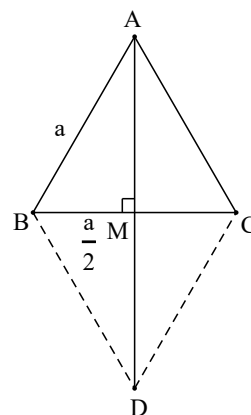
D. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2 \cdot AM = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$



Câu 133. Cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD . Cho $AB = 2a$, $CD = a$. O là trung điểm của AD . Khi đó:

A. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{3a}{2}$ **B.** $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a$ **C.** $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 2a$ **D.** $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 3a$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi M là trung điểm của BC ta có $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OM}$ mà OM là đường trung bình hình thang $ABCD$ nên $2OM = AB + DC = 3a$ suy ra $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 3a$

Câu 134. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $a\sqrt{2}$. Tính $S = |2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}|$?

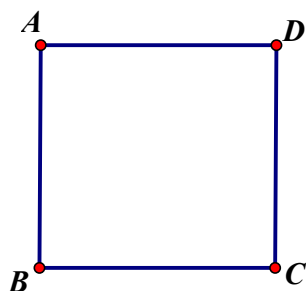
A. $A = 2a$.

B. $A = a$.

C. $A = a\sqrt{3}$.

D. $A = a\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải



Chọn A.

Ta có

$$S = |2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}| = |\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}| = |\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2a.$$

Câu 134b) Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$.

A. $3a$.

B. $(2 + \sqrt{2})a$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $AC = a\sqrt{2}$ suy ra $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = 2|\overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{2}a$.

Câu 135. Cho hình vuông L cạnh a , tâm O và M là trung điểm AB . Tính độ dài của các vector $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.

A. a

B. $\sin \widehat{ANL} = \frac{AL}{AN} \Rightarrow AL = AN \cdot \sin \widehat{ANL} = \frac{a}{2} \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{a}{2}$

D. $2a$

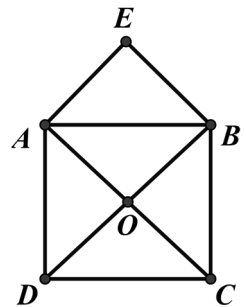
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $|\overrightarrow{AB}| = AB = a$; $\overrightarrow{AC} = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$

$$|\overrightarrow{OA}| = OA = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}, |\overrightarrow{OM}| = OM = \frac{a}{2}$$

Gọi E là điểm sao cho tứ giác $OBEA$ là hình bình hành khi đó nó cũng là hình vuông Ta có AM



Vận dụng thấp

Câu 136. Cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD . Cho $AB = 2a$, $CD = a$. Gọi O là trung điểm của AD . Khi đó

A. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 3a$.

B. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a$.

C. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{3a}{2}$.

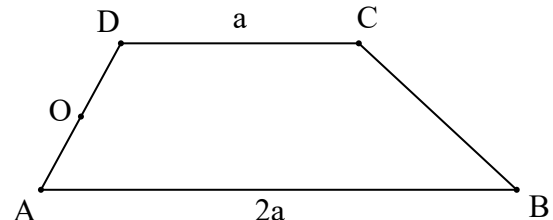
D. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| &= |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DC}| \\ &= |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{DC}| \end{aligned} \quad (\text{vì } \overrightarrow{AB} \text{ và } \overrightarrow{DC} \text{ cùng hướng})$$

$$= AB + DC = 2a + a = 3a$$



Câu 137. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = a\sqrt{2}$, M là trung điểm của BC . Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}| = a$.

B. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}| = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Dựng hình bình hành $ABMN$. Ta có

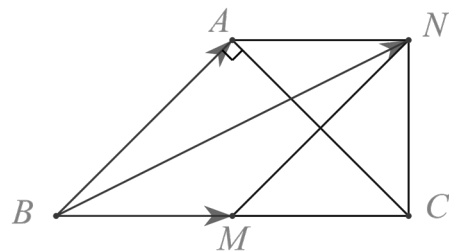
$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BN} \text{ nên } |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}| = |\overrightarrow{BN}| = BN.$$

Tam giác BCN vuông tại C có

$$NC = AM = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } BN = \sqrt{BC^2 + NC^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Học sinh có thể nhầm lẫn $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM}$ nên chọn B; hoặc $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AC}$ nên chọn A.



Câu 138. Tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = 2$. Độ dài vector $4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ bằng:

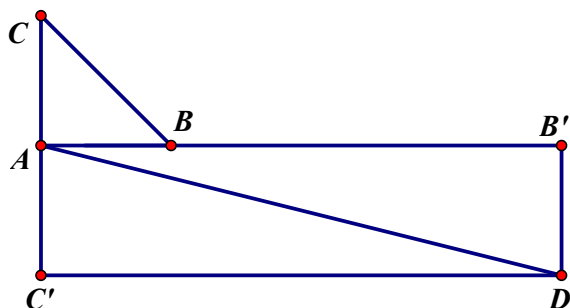
A. $\sqrt{17}$.

B. $2\sqrt{15}$.

C. 5.

D. $2\sqrt{17}$.

Hướng dẫn giải



Chọn D.

Vẽ $\overrightarrow{AB'} = 4\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC'} = -\overrightarrow{AC}$. Vẽ hình bình hành $AC'DB'$

$$\text{Ta có: } |4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'}| = |\overrightarrow{AD}| = AD$$

$$\text{Do đó } AD = \sqrt{AB'^2 + AC'^2} = \sqrt{8^2 + 2^2} = 2\sqrt{17}.$$

Câu 1. Cho $\triangle OAB$ vuông cân tại O , cạnh $OA = a$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $|3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB}| = 5a$.

B. $|2\overrightarrow{OA}| + |3\overrightarrow{OB}| = 5a$.

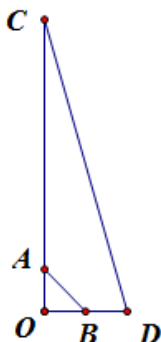
C. $|7\overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB}| = 5a$.

D. $|11\overrightarrow{OA}| - |6\overrightarrow{OB}| = 5a$.

Lời giải

Chọn C

Gọi C là điểm thỏa mãn $7\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$ và D là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$.



$$7\overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{DC}$$

$$\Rightarrow |7\overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{DC}| = DC = \sqrt{(7a)^2 + (2a)^2} = a\sqrt{53}.$$

Câu 1. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Khi đó $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$ bằng bao nhiêu?

A. 0.

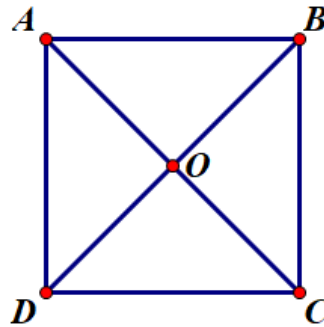
B. $2a\sqrt{2}$.

C. $2a$.

D. a .

Lời giải

Chọn C



Gọi O là giao điểm hai đường chéo.

Ta có: $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = |2\overrightarrow{AO} + 2\overrightarrow{OD}| = |2\overrightarrow{AD}| = 2AD = 2a$

Câu 3 Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 3a, BD = 2a$. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$.

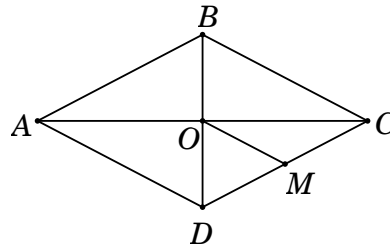
A. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 2a$.

B. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 13a$.

C. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = a\sqrt{13}$.

D. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$. Gọi M là trung điểm của CD .

Ta có:

$$|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 2|\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = 2|2\overrightarrow{OM}| = 4OM.$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{2}CD = 2\sqrt{OD^2 + OC^2}.$$

$$= 2\sqrt{a^2 + \frac{9a^2}{4}} = a\sqrt{13}.$$

Câu 4: Cho ΔABC vuông cân tại A, $AB = 4cm$. Lúc đó $|\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}|$ bằng

A. $3\sqrt{10}$.

B. $6\sqrt{3}$.

C. $4\sqrt{10}$.

D. -8 .

Câu 5: Cho ΔABC vuông cân tại A, $AB = 3cm$. Lúc đó $|\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}|$ bằng

A. $3\sqrt{10}$.

B. $6\sqrt{3}$.

C. $4\sqrt{10}$.

D. -8 .

Câu 6: Cho ΔABC vuông cân tại A, $AB = 3cm$. Lúc đó $|\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}|$ bằng

A. $3\sqrt{10}$.

B. $6\sqrt{3}$.

C. $4\sqrt{10}$.

D. -8 .

Câu 7: Cho ΔABC vuông cân tại A, $AB = 4cm$. Lúc đó $|\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}|$ bằng

A. $3\sqrt{10}$.

B. $6\sqrt{3}$.

C. $4\sqrt{10}$.

D. -8 .

Câu 8: Cho ΔABC vuông cân tại A, $AB = 4\text{cm}$. Lúc đó $|3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ bằng

A. $3\sqrt{10}$.

B. $6\sqrt{3}$.

C. $4\sqrt{10}$.

D. -8 .

Câu 9: Cho ΔABC vuông cân tại A, $AB = 3\text{cm}$. Lúc đó $|3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ bằng

A. $3\sqrt{10}$.

B. $6\sqrt{3}$.

C. $4\sqrt{10}$.

D. -8 .

Câu 10: Cho tam giác ABC, trọng tâm G. Điểm M thỏa $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 6$. Chọn khẳng định đúng:

A. $MG = 6$.

B. $MG = 18$.

C. $MG = 2$.

D. $MA + MB + MC = 6$.

Câu 11: Cho tam giác ABC, trọng tâm G. Điểm M thỏa $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3$. Chọn khẳng định đúng:

A. $MG = 1$.

B. $MG = 3$.

C. $MG = 9$.

D. $MA + MB + MC = 3$.

Câu 12: Cho tam giác ABC, trọng tâm G. Điểm M thỏa $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 9$. Chọn khẳng định đúng:

A. $MG = 9$.

B. $MG = 3$.

C. $MG = 27$.

D. $MA + MB + MC = 9$.

Câu 13: Cho tam giác ABC, trọng tâm G. Điểm M thỏa $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 12$. Chọn khẳng định đúng:

A. $MG = 12$.

B. $MG = 36$.

C. $MG = 4$.

D. $MA + MB + MC = 12$.

Câu 14: Cho tam giác ABC, trọng tâm G. Điểm M thỏa $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 15$. Chọn khẳng định đúng:

A. $MG = 5$.

B. $MG = 45$.

C. $MG = 5$.

D. $MA + MB + MC = 15$.

Câu 15: Cho hai lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M cường độ hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ lần lượt là $300(\text{N})$ và $400(\text{N})$. $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.

A. $0(\text{N})$.

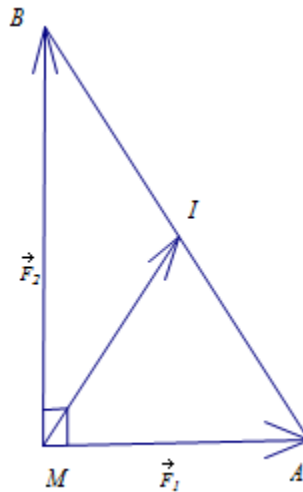
B. $700(\text{N})$.

C. $100(\text{N})$.

D. $500(\text{N})$.

Lời giải

Chọn D.



Cường độ lực tổng hợp của $|\vec{F}| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = 2|\overrightarrow{MI}| = AB$ (I là trung điểm của AB). Ta có $AB = \sqrt{MA^2 + MB^2} = 500$ suy ra $|\vec{F}| = 500(\text{N})$.

Câu 139. Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng a . Một điểm M di động sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$.

Gọi H là hình chiếu của M lên AB . Tính độ dài lớn nhất của MH ?

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. a .

D. $2a$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi N là đỉnh thứ 4 của hình bình hành

$MANB$. Khi đó $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MN}$.

Ta có $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{BA}|$ hay

$MN = AB$.

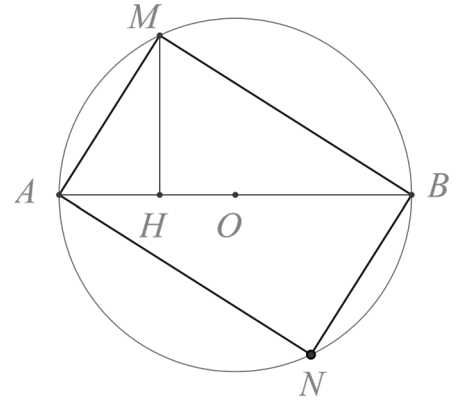
Suy ra $MANB$ là hình chữ nhật nên $\widehat{AMB} = 90^\circ$.

Do đó M nằm trên đường tròn tâm O đường kính AB .

MH lớn nhất khi H trùng với tâm O hay

$$\max MH = MO = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}.$$

Học sinh có thể nhầm lẫn độ dài lớn nhất bằng bán kính hoặc 2 lần bán kính, hoặc độ dài đường cao của tam giác đều.



Câu 140. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi H là chân đường cao hạ từ A sao cho

$\overrightarrow{BH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HC}$. Điểm M di động nằm trên BC sao cho $\overrightarrow{BM} = x\overrightarrow{BC}$. Tìm x sao cho độ dài của

vector $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $\frac{4}{5}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{6}{5}$.

D. $\frac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Dựng hình bình hành $AGCE$. Ta có

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ME}.$$

Kẻ $EF \perp BC$ ($F \in BC$). Khi đó

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{ME}| = ME \geq EF.$$

Do đó $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}|$ nhỏ nhất khi $M \equiv F$.

Gọi P là trung điểm AC , Q là hình chiếu

vuông góc của P lên BC ($Q \in BC$).

Khi đó P là trung điểm GE nên $BP = \frac{3}{4}BE$.

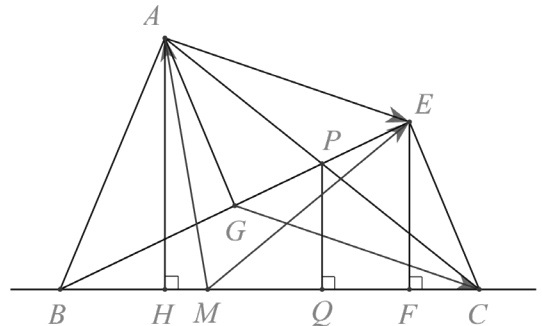
Ta có $\triangle BPQ$ và $\triangle BEF$ đồng dạng nên $\frac{BQ}{BF} = \frac{BP}{BE} = \frac{3}{4}$ hay $\overrightarrow{BF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BQ}$.

Mặt khác, $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HC}$.

PQ là đường trung bình $\triangle AHC$ nên Q là trung điểm HC hay $\overrightarrow{HQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{HC}$.

Suy ra $\overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{HC} = \frac{5}{6}\overrightarrow{HC} = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} = \frac{5}{8}\overrightarrow{BC}$.

Do đó $\overrightarrow{BF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BQ} = \frac{5}{6}\overrightarrow{BC}$.



6. Dạng 6: Tập hợp điểm thỏa điều kiện cho trước

Nhận biết

Câu 141. Cho hai điểm cố định A, B ; gọi I là trung điểm AB . Tập hợp các điểm M thỏa:

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| \text{ là:}$$

A. Đường tròn đường kính AB .

B. Trung trực của AB .

C. Đường tròn tâm I , bán kính AB .

D. Nửa đường tròn đường kính AB .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MI}| = |\overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow 2MI = BA \Leftrightarrow MI = \frac{BA}{2}$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn đường kính AB .

Câu 142. Cho tam giác ABC , có bao nhiêu điểm M thỏa $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 5$?

A. 1.

B. 2.

C. vô số.

D. Không có điểm nào.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Thay vào ta được: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 5 \Leftrightarrow |3\overrightarrow{MG}| = 5 \Leftrightarrow MG = \frac{5}{3}$, hay tập hợp các điểm M là

đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác ABC và bán kính bằng $\frac{5}{3}$.

Câu 143. Cho hai điểm cố định A, B ; gọi I là trung điểm AB . Tập hợp các điểm M thỏa:

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| \text{ là:}$$

A. Đường tròn đường kính AB

B. Trung trực của AB .

C. Đường tròn tâm I , bán kính AB .

D. Nửa đường tròn đường kính AB

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Thông hiểu

Câu 144. Cho G là trọng tâm của tam giác ABC , a là độ dài cho trước. Tập hợp các điểm M sao cho

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3a \text{ là:}$$

A. Đường thẳng AB .

B. Đường tròn tâm G , bán kính $3a$.

C. Đường tròn tâm G , bán kính a .

D. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3a \Leftrightarrow |3\overrightarrow{MG}| = 3a \Leftrightarrow GM = a$$

Nên M thuộc đường tròn tâm G , bán kính a .

Câu 145. Cho I, J, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC . Giả sử M là điểm thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Khi đó vị trí điểm M là:

A. M là tâm của hình bình hành $BIKJ$.

B. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $AIKM$.

C. M là trọng tâm của tam giác ABC .

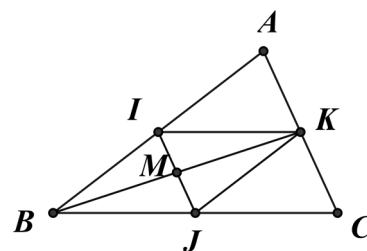
D. M là trọng tâm của tam giác IJK .

Hướng dẫn giải

Chọn A. $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}) + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MK} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MK} + \overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow M$ là trung điểm của KB

$\Leftrightarrow M$ là tâm của hình bình hành $BIKJ$.



Câu 146. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| \text{ là:}$$

A. Đường tròn đường kính AB .

B. Đường tròn đường kính BC .

C. Đường trung trực của cạnh AD .

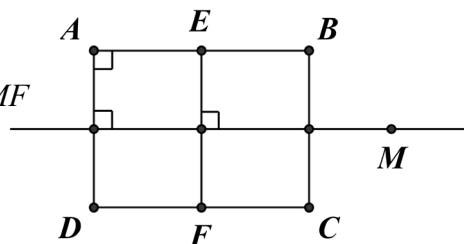
D. Đường trung trực của cạnh AB .

Hướng dẫn giải Chọn C.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và DC .

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{ME}| = |2\overrightarrow{MF}| \Leftrightarrow ME = MF$$

Do đó M thuộc đường trung trực của đoạn EF
hay M thuộc đường trung trực của cạnh AD .



Câu 147. Cho hình bình hành $ABCD$. Tập hợp các điểm

$$M \text{ thỏa mãn } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}| \text{ là:}$$

A. Một đường thẳng.

B. Một đường tròn.

C. Toàn bộ mặt phẳng $(ABCD)$.

D. Tập rỗng.

Hướng dẫn giải

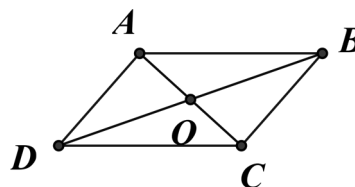
Chọn C.

Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Ta có:

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MO}| = |2\overrightarrow{MO}|$$

$$\Leftrightarrow MO = MO \text{ (đúng với mọi } M)$$

Vậy tập hợp các điểm M là toàn bộ mặt phẳng $(ABCD)$



Câu 148. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa $2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$. Tập hợp M là:

A. Một đường tròn

B. Một đường thẳng

C. Một đoạn thẳng

D. Nửa đường thẳng

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 149. Cho tam giác ABC . Có bao nhiêu điểm M thỏa $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3$

A. 1

B. 2

C. 3

D. Vô số

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 150. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa $|3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}|$. Tập hợp M là:

A. Một đoạn thẳng

B. Một đường tròn

C. Nửa đường tròn

D. Một đường thẳng

Hướng dẫn giải

Chọn B.

TÍCH CỦA VECTO VỚI MỘT SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa: Tích của vectơ $\vec{a}$ với số thực $k \neq 0$ là một vectơ, kí hiệu là $k\vec{a}$, cùng hướng với cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$, ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$ và có độ dài bằng $|k||\vec{a}|$

Quy ước: $0\vec{a} = \vec{0}$ và $k\vec{0} = \vec{0}$

2. Tính chất :

i) $(k + m)\vec{a} = k\vec{a} + m\vec{a}$ ii) $k(\vec{a} \pm \vec{b}) = k\vec{a} \pm k\vec{b}$

iii) $k(m\vec{a}) = (km)\vec{a}$ iv) $k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \\ \vec{a} = \vec{0} \end{cases}$

v) $1\vec{a} = \vec{a}, (-1)\vec{a} = -\vec{a}$

3. Điều kiện để hai vectơ cùng phương

- $\vec{b}$ cùng phương $\vec{a}$ ($\vec{a} \neq \vec{0}$) khi và chỉ khi có số k thỏa $\vec{b} = k\vec{a}$
- Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là có số k sao cho $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$

4. Phân tích một vectơ theo hai vectơ không cùng phương.

Cho $\vec{a}$ không cùng phương $\vec{b}$. Với mọi vectơ $\vec{x}$ luôn được biểu diễn $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b}$ với m, n là các số thực duy nhất.

Câu 1: Chọn phát biểu *sai*?

- A. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}, k \neq 0$.
- B. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{BC}, k \neq 0$.
- C. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}, k \neq 0$.
- D. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D.

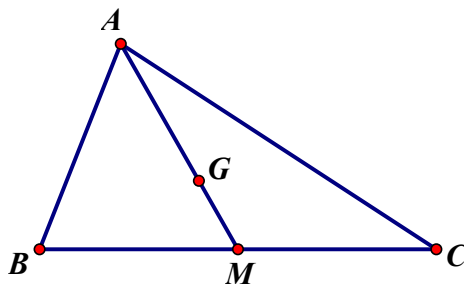
Ta có ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\exists k \in \mathbb{R}, k \neq 0$ sao cho $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC với trung tuyến AM và trọng tâm G . Khi đó $\overrightarrow{GA} =$

- A. $2\overrightarrow{GM}$.
- B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{GM}$.
- C. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.
- D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $\overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$

Mặt khác $\overrightarrow{GA}$ và $\overrightarrow{AM}$ ngược hướng $\overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

Câu 3: Cho tam giác ABC có trọng tâm G và trung tuyến AM . Khẳng định nào sau đây là **sai**:

A. $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GM} = \vec{0}$.

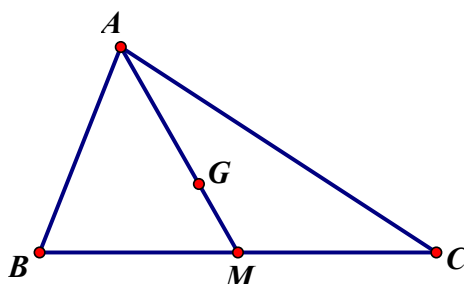
B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$, với mọi điểm O .

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{MG}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $AM = 3MG$

Mặt khác $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{MG}$ ngược hướng

$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{MG}$.

Câu 4: Cho hình bình hành $ABCD$. Tổng các vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ là

A. $\overrightarrow{AC}$.

B. $2\overrightarrow{AC}$.

C. $3\overrightarrow{AC}$.

D. $5\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B.

Do hình bình hành $ABCD$. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$.

Câu 5: Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{MP}$. Điểm P được xác định đúng trong hình vẽ nào sau đây:



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{MP}$ nên $MN = 3MP$ và $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ ngược hướng. Chọn **C**.

Câu 6: Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Điều kiện cần và đủ để ba điểm đó thẳng hàng là

A. $\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

B. $\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB}$.

C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

D. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có tính chất: Điều kiện cần và đủ để ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng là

$\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Câu 7: Hãy chọn kết quả đúng khi phân tích vectơ $\overrightarrow{AM}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ của tam giác ABC với trung tuyến AM .

A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

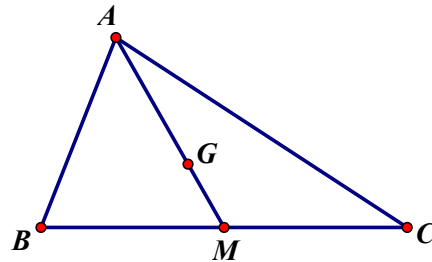
B. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Lời giải

Chọn B.



Do M là trung điểm của BC nên ta có $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Câu 8: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$.

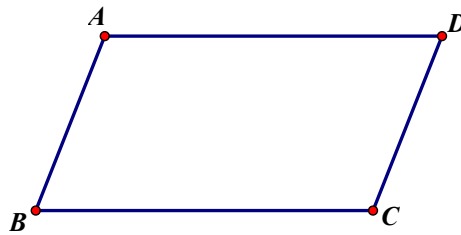
B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$.

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có

A. Sai do $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC}$.

B. Sai do $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = 2\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CD}$.

C. Sai do $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB}$.

D. Đúng do $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) = 2\overrightarrow{BC} + \vec{0} = 2\overrightarrow{BC}$.

Câu 9: Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Đẳng thức vector nào sau đây đúng?

A. $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AG}$.

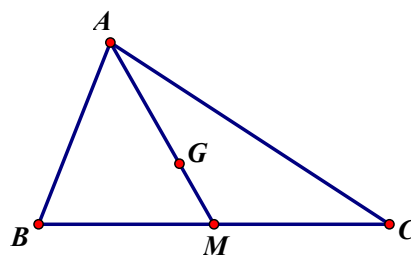
B. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{GM}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $AM = \frac{3}{2}AG$

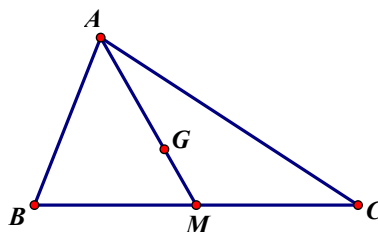
Mặt khác $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AG}$ cùng hướng $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$ hay $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AG}$.

Câu 10: Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Câu nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$. B. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GA}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AG}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AM}$.

Lời giải

Chọn A.



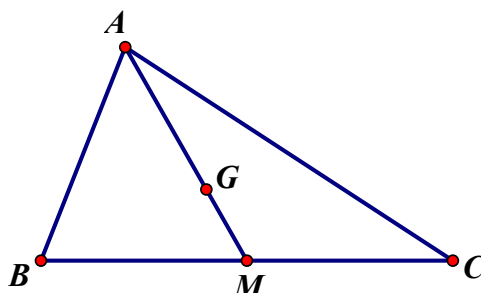
Do M là trung điểm của BC nên ta có: $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$.

Câu 11: Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì đẳng thức nào sau đây đúng.

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}$.
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{2}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi M là trung điểm của BC nên ta có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2 \cdot \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}.$$

Câu 12: Điều kiện nào dưới đây là điều kiện cần và đủ để điểm O là trung điểm của đoạn AB .

- A. $OA = OB$. B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$.
C. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$.

Lời giải

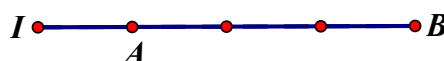
Chọn D.

Điểm O là trung điểm của đoạn AB khi và chỉ khi $OA = OB$; $\overrightarrow{OA}$ và ngược hướng.

$$\text{Vậy } \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}.$$

Câu 13: Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ bên:

- A. $3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$. B. $3\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. C. $\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AI} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$.



Lời giải

Chọn A.

Ta có $AB = 3AI$; $\overrightarrow{AI}$ và $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng nên $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

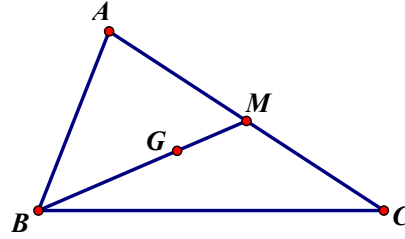
Vậy $3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

Câu 14: Cho tam giác ABC có trung tuyến BM và trọng tâm G . Khi đó $\overrightarrow{BG} =$

- A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$. B. $\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$. C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$. D. $\frac{1}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$.

Lời giải

Chọn D.



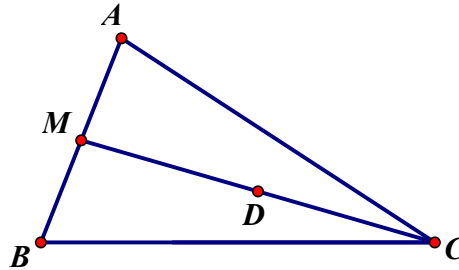
Ta có

$$\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}).$$

Câu 15: Gọi CM là trung tuyến của tam giác ABC và D là trung điểm của CM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{CD} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

Lời giải

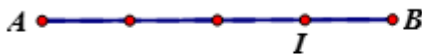


Chọn A.

Ta có

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{DM} + 2\overrightarrow{DC} = 2(\overrightarrow{DM} + \overrightarrow{DC}) = 2\vec{0} = \vec{0}.$$

Câu 16: Cho đoạn thẳng AB và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IA} = \vec{0}$. Hình nào sau đây mô tả đúng giả thiết này?



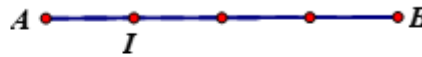
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IB} = -3\overrightarrow{IA}$.

Do đó $IB = 3.IA$; $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{IB}$ ngược hướng. Chọn Hình 4.

Câu 17: Cho tam giác ABC có D, M lần lượt là trung điểm của AC, BD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

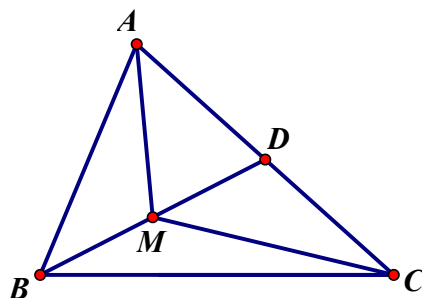
B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MB} = 2(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB}) = 2\vec{0} = \vec{0}.$$

Câu 18: Cho vector $\vec{b} \neq \vec{0}$, $\vec{a} = -2\vec{b}$, $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ bằng nhau.

B. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ ngược hướng.

C. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ cùng phương.

D. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ đối nhau.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \vec{a} = -2\vec{b} \Rightarrow \vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = -2\vec{b} + \vec{b} = -\vec{b}.$$

Vậy hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ đối nhau.

Câu 19: Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức **sai**?

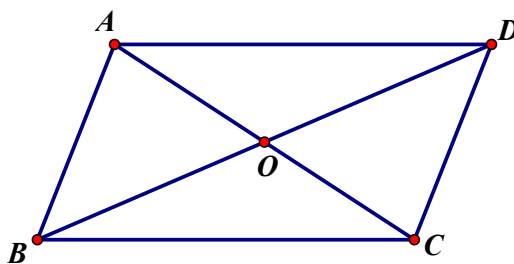
A. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OB}$.

B. $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO}$.

C. $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$.

D. $\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{BO}$.

Lời giải



Chọn D.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{OB}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 20: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $a\sqrt{2}$. Tính $S = |2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}|$?

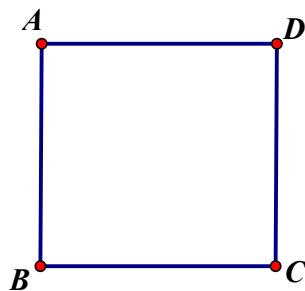
A. $A = 2a$.

B. $A = a$.

C. $A = a\sqrt{3}$.

D. $A = a\sqrt{2}$.

Lời giải



Chọn A.

Ta có

$$S = |2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}| = |\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}| = |\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2a.$$

Câu 21: Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ bên:

- A.** $2\overrightarrow{AI} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$. **B.** $3\overrightarrow{BI} + 2\overrightarrow{BA} = \vec{0}$. **C.** $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$. **D.** $2\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$.



Lời giải

Chọn D.

Ta có $BA = \frac{2}{3}BI$; $\overrightarrow{BI}$ và $\overrightarrow{BA}$ ngược hướng nên $\overrightarrow{BA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$

$$\overrightarrow{BA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BI} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$$

Vậy $2\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

Câu 22: Cho tam giác ABC và I thỏa $\overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{IB}$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng?

- A.** $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA})$. **C.** $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB})$. **D.** $\overrightarrow{CI} = 3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CI} = 3(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CI}) \Leftrightarrow 2\overrightarrow{CI} = 3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA})$.

Câu 23: Phát biểu nào là **sai**?

- A.** Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ thì $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$. **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ thì A, B, C, D thẳng hàng.
C. Nếu $3\overrightarrow{AB} + 7\overrightarrow{AC} = \vec{0}$ thì A, B, C thẳng hàng. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn B.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ thì $\begin{cases} AB // CD \\ AB \equiv CD \end{cases}$. Nên Đáp án B SAI.

Câu 24: Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ lần lượt có trọng tâm là G và G' . Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

- A.** $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$. **B.** $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'}$.
C. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'}$. **D.** $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C}$.

Lời giải

Chọn D.

Do G và G' lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và $A'B'C'$ nên

$$\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0} \text{ và } \overrightarrow{A'G'} + \overrightarrow{B'G'} + \overrightarrow{C'G'} = \vec{0}$$

- A. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{GG'}$.
- B. $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'} = (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{GG'}$.
- C. $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'} = (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{GG'}$.
- D. $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = (\overrightarrow{A'G'} + \overrightarrow{B'G'} + \overrightarrow{C'G'}) + (\overrightarrow{G'A} + \overrightarrow{G'B} + \overrightarrow{G'C}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{G'G}$ (SAI).

Câu 25: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

- A. $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 6\vec{b}$. B. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $2\vec{a} + \vec{b}$.
- C. $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$. D. $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b} = -\left(-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}\right)$ nên chọn Đáp án C.

Câu 26: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây là cùng phương?

- A. $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$. B. $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$.
- C. $\vec{u} = \frac{2}{3}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - 9\vec{b}$. D. $\vec{u} = 2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ và $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} = -\frac{1}{6}\left(2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}\right) = -\frac{1}{6}\vec{u}$.

Hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là cùng phương.

Câu 27: Biết rằng hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vectơ $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

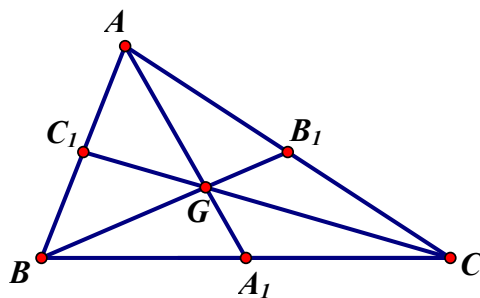
Chọn C.

Ta có $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ cùng phương nên có tỉ lệ: $\frac{1}{2} = \frac{x-1}{-3} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$.

Câu 28: Cho tam giác ABC , có trọng tâm G . Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .

Chọn khẳng định **sai**?

- A. $\overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{GB_1} + \overrightarrow{GC_1} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$.
- C. $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GC_1}$.



Lời giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{GC} = -2\overrightarrow{GC_1}$ nên $\overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GC_1}$ sai.

Chọn D.

Câu 29: Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{2}$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}$. C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{3}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi M là trung điểm BC .

Ta có $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}$.

Câu 30: Cho $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương, $\vec{x} = -2\vec{a} + \vec{b}$. Vector cùng hướng với $\vec{x}$ là:

- A. $2\vec{a} - \vec{b}$. B. $-\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$. C. $4\vec{a} + 2\vec{b}$. D. $-\vec{a} + \vec{b}$.

Lời giải

Chọn B.

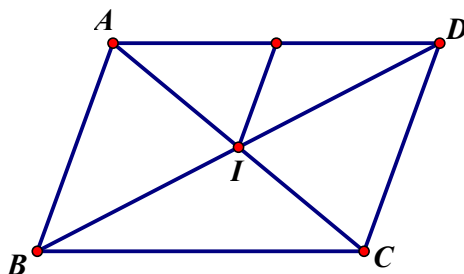
Ta có $-\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} = \frac{1}{2}(-2\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2}\vec{x}$. Chọn B.

Câu 31: Cho hình bình hành $ABCD$, điểm M thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$. Khi đó M là trung điểm của:

- A. AB . B. BC . C. AD . D. CD .

Lời giải

Chọn C.



Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{AB}$.

Vậy M là trung điểm của AD .

Câu 32: Cho tam giác ABC , tập hợp các điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 6$ là:

- A. một đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABC .
 B. đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác ABC và bán kính bằng 6.
 C. đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác ABC và bán kính bằng 2.
 D. đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác ABC và bán kính bằng 18.

Lời giải**Chọn C.**

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Thay vào ta được: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 6 \Leftrightarrow |3\overrightarrow{MG}| = 6 \Leftrightarrow MG = 2$, hay tập hợp các điểm M là đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác ABC và bán kính bằng 2.

Câu 33: Cho tam giác ABC , điểm I thỏa mãn: $5\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$. Nếu $\overrightarrow{IA} = m\overrightarrow{IM} + n\overrightarrow{IB}$ thì cặp số $(m; n)$ bằng:

A. $\left(\frac{3}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

B. $\left(\frac{2}{5}; \frac{3}{5}\right)$.

C. $\left(-\frac{3}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

D. $\left(\frac{3}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

Lời giải**Chọn A.**

Ta có

$$5\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow 5(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) = 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) \Leftrightarrow 5\overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{IM} + 2\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = \frac{3}{5}\overrightarrow{IM} + \frac{2}{5}\overrightarrow{IB}.$$

Câu 34: Xét các phát biểu sau:

(1) Điều kiện cần và đủ để C là trung điểm của đoạn AB là $\overrightarrow{BA} = -2\overrightarrow{AC}$

(2) Điều kiện cần và đủ để C là trung điểm của đoạn AB là $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$

(3) Điều kiện cần và đủ để M là trung điểm của đoạn PQ là $\overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PM}$

Trong các câu trên, thì:

A. Câu (1) và câu (3) là đúng.

B. Câu (1) là sai.

C. Chỉ có câu (3) sai.

D. Không có câu nào sai.

Lời giải**Chọn A.**

Ta có

(1) Điều kiện cần và đủ để C là trung điểm của đoạn AB là $\overrightarrow{BA} = -2\overrightarrow{AC}$

(3) Điều kiện cần và đủ để M là trung điểm của đoạn PQ là $\overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PM}$

Phát biểu sai: (2) Điều kiện cần và đủ để C là trung điểm của đoạn AB là $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$

Do đó câu (1) và câu (3) là đúng.

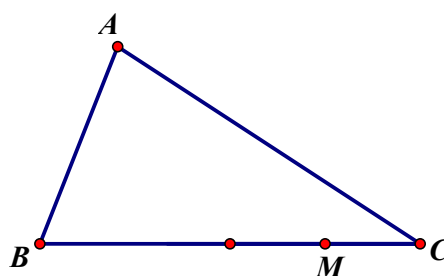
Câu 35: Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $MB = 3MA$. Khi đó, biểu diễn $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là:

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải**Chọn B.**

Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Câu 36: Cho tam giác ABC có M thuộc cạnh BC sao cho $CM = 2MB$ và I là trung điểm của AB . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

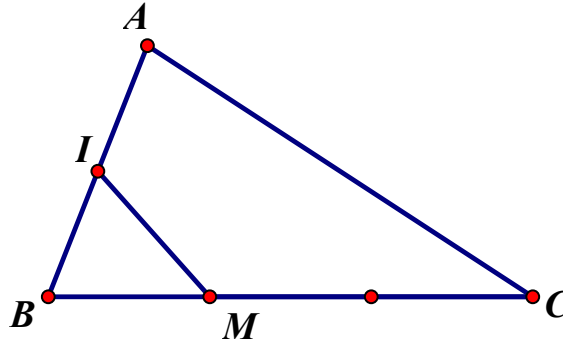
B. $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có

$$\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 37: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

A. $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$.

B. $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$.

D. $\frac{1}{2}\vec{a} + \sqrt{2}\vec{b}$ và $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

D. $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 100\vec{b}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} = -\frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b})$ nên chọn. A.

Câu 38: Cho tam giác ABC có N thuộc cạnh BC sao cho $BN = 2NC$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

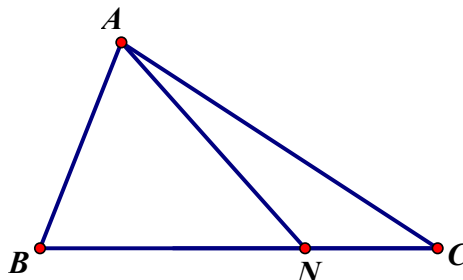
B. $\overrightarrow{AN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 39: Cho hai điểm cố định A, B ; gọi I là trung điểm AB . Tập hợp các điểm M thoả: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là:

A. Đường tròn đường kính AB .

B. Trung trực của AB .

C. Đường tròn tâm I , bán kính AB .

D. Nửa đường tròn đường kính AB .

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MI}| = |\overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow 2MI = BA \Leftrightarrow MI = \frac{BA}{2}$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn đường kính AB .

Câu 40: Tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = 2$. Độ dài vectơ $4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ bằng:

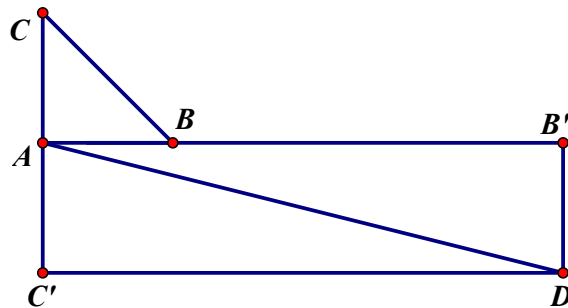
A. $\sqrt{17}$.

B. $2\sqrt{15}$.

C. 5.

D. $2\sqrt{17}$.

Lời giải



Chọn D.

Vẽ $\overrightarrow{AB'} = 4\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC'} = -\overrightarrow{AC}$. Vẽ hình bình hành $AC'DB'$

$$\text{Ta có: } |4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'}| = |\overrightarrow{AD}| = AD$$

$$\text{Do đó } AD = \sqrt{AB'^2 + AC'^2} = \sqrt{8^2 + 2^2} = 2\sqrt{17}.$$

Câu 41: Cho tam giác ABC có M thuộc cạnh AB sao cho $AM = 3MB$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

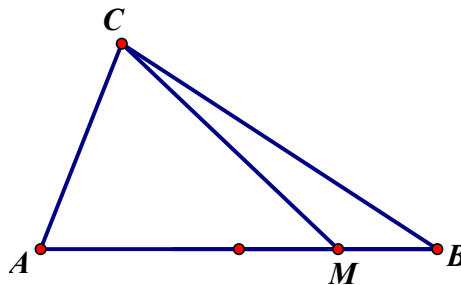
A. $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{CM} = \frac{7}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$.

Lời giải



Chọn A.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}.$$

Câu 42: Cho tam giác ABC có N thuộc cạnh BC sao cho $BN = 2NC$ và I là trung điểm của AB . Đẳng thức nào sau đây đúng?

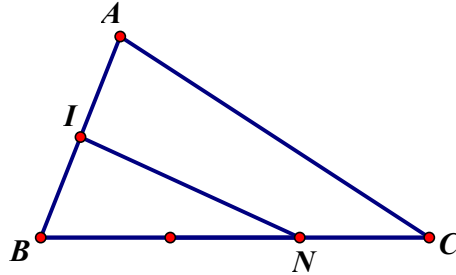
A. $\overrightarrow{NI} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{NI} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{NI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{NI} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải



Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{NI} = \overrightarrow{BI} - \overrightarrow{BN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 43: Cho tam giác ABC có I, D lần lượt là trung điểm AB, CI , điểm N thuộc cạnh BC sao cho $BN = 2NC$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{DN}$.

B. $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{DN}$.

C. $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{DN}$.

D. $\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{DN}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi K là trung điểm BN .

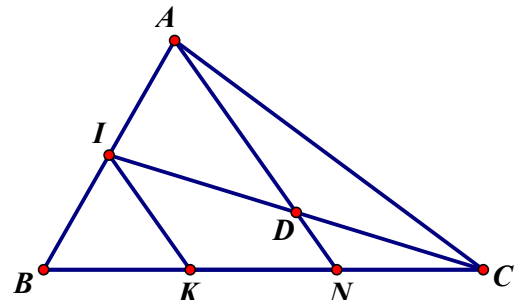
Xét $\triangle CKI$ ta có

$$\begin{cases} DN \parallel IK \\ DN = \frac{1}{2}IK \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{DN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IK} \quad (1)$$

Xét $\triangle ABN$ ta có

$$\begin{cases} AN \parallel IK \\ AN = \frac{1}{2}IK \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{IK} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{IK} = 2.2\overrightarrow{DN} = 4\overrightarrow{DN}$.



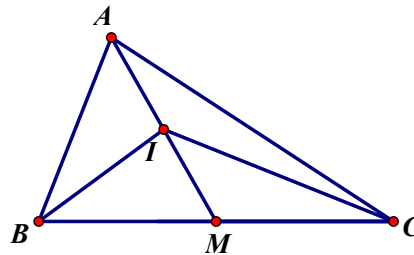
Câu 44: Cho tam giác ABC có trung tuyến AM , gọi I là trung điểm AM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

C. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 4\overrightarrow{IA}$.

D. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IA}$.



Lời giải

Chọn A.

Ta có $2\overrightarrow{IA} + (\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}) = 2\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IM} = 2(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IM}) = 2\vec{0} = \vec{0}$.

Câu 45: Cho tam giác ABC , có bao nhiêu điểm M thỏa $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 5$?

- A. 1.
C. vô số.

- B. 2.
D. Không có điểm nào.

Lời giải

Chọn C.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Thay vào ta được: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 5 \Leftrightarrow |3\overrightarrow{MG}| = 5 \Leftrightarrow MG = \frac{5}{3}$, hay tập hợp các điểm M là đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác ABC và bán kính bằng $\frac{5}{3}$.

Câu 46: Cho tam giác ABC có I, D lần lượt là trung điểm AB, CI . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

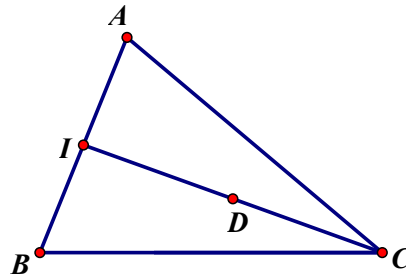
C. $\overrightarrow{BD} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

D.

$\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B.



$$\begin{aligned}\overrightarrow{BD} &= \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{ID} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{IC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC}) \\ &= -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{IA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.\end{aligned}$$

Câu 47: Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 4MC$. Khi đó

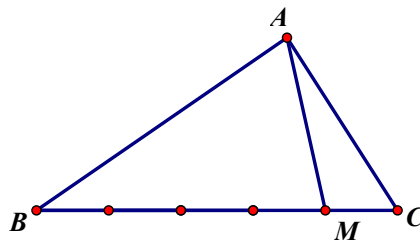
A. $\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải



Chọn D.

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AC}.$$

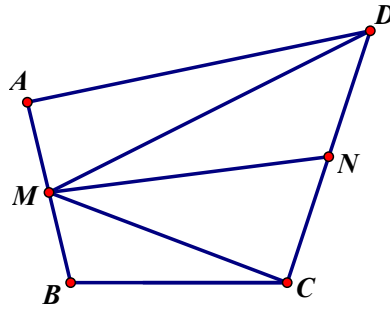
Câu 48: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD của tứ giác $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{MN}$.

B. $4\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

C. $4\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.



Lời giải

Chọn A.

Do M là trung điểm các cạnh AB nên $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$

Do N lần lượt là trung điểm các cạnh DC nên $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$

Ta có

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}.$$

Mặt khác $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$

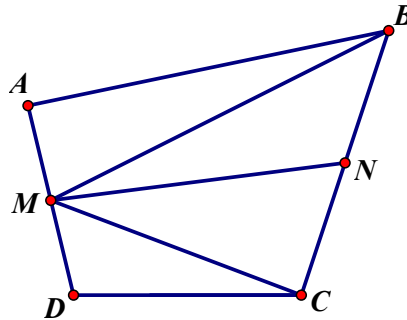
Do đó $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{MN}$.

Câu 49: Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC của tứ giác $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây *sai*?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{MN}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$. D. $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn B.



Do M là trung điểm các cạnh AD nên $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$

Do N lần lượt là trung điểm các cạnh BC nên $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}$. Nên D đúng.

Ta có

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + (\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}.$$

Vậy $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$. Nên C đúng

Mà $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{MN}$. Nên A đúng.

Vậy B sai.

Câu 50: Gọi AN, CM là các trung tuyến của tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.

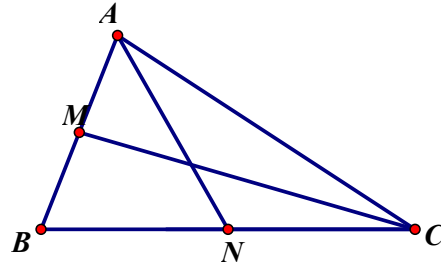
B. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{4}{3}\overrightarrow{CM}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} \Rightarrow \frac{1}{2}\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$

Suy ra $\overrightarrow{AN} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$

Do đó $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.

TÍCH CỦA VECTO VỚI MỘT SỐ

Vấn đề 1. CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTO:

Câu 1: Cho số $k \neq 0$ và $\vec{a} \neq \vec{0}$. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

- A. $0.\vec{a} = \vec{0}$. B. $-k.\vec{0} = \vec{0}$. C. $0.\vec{a} = 0$. D. $k.\vec{0} = \vec{0}$.

Câu 2: Với hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ bất kỳ, với mọi số h và k . Khẳng định nào sau đây **sai** ?

- A. $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$. B. $|\vec{ma}| = |m|\vec{a}$ C. $1.\vec{a} = \vec{a}$. D. $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$.

Câu 3: Cho I là trung điểm AB , M là điểm bất kỳ. Xác định đẳng thức đúng:

- A. $\vec{IA} = -\vec{IB}$ B. $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MI}$ C. $\vec{MA} + \vec{MB} = -2\vec{MI}$ D. $\vec{AM} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$

Câu 1: Cho $\triangle ABC$, M là trung điểm BC . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $\vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$ B. $\vec{AC} - \vec{CB} = \vec{BA}$ C. $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AM}$ D. $|\vec{BA} - \vec{BC}| = |\vec{AC}|$

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Hãy chỉ ra đẳng thức đúng?

- A. $\vec{AB} + \vec{CB} = \vec{AC}$ B. $\vec{CA} - \vec{CB} = \vec{AB}$ C. $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AO}$ D. $\vec{OB} + \vec{OC} = \vec{DC}$

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Hãy chỉ ra đẳng thức **sai**?

- A. $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ B. $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{DB}$ C. $\vec{AO} = \vec{BO}$ D. $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{CB}$

Câu 4: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Hãy chỉ ra đẳng thức đúng?

- A. $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{CA}$ B. $\vec{OC} + \vec{OD} = \vec{CD}$ C. $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{0}$ D. $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{CB}$

Câu 5: Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G , còn I là trung điểm của BC . Hãy chọn đẳng thức đúng

- A. $\vec{GA} = 2\vec{GI}$ B. $\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GI}$ C. $\vec{IG} = \frac{1}{3}\vec{AI}$ D. $\vec{GA} = \frac{2}{3}\vec{AI}$

Câu 6: Cho $\triangle ABC$ và I là trung điểm của BC . Điểm G có tính chất nào sau đây thì G là trọng tâm của $\triangle ABC$

- A. $GA = 2.GI$ B. $\vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG} = \vec{0}$ C. $\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GI}$ D. $GI = \frac{1}{3}.AI$

Câu 7: Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G , còn O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Hãy chỉ ra câu **sai**

- A. $\vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG} = \vec{0}$ B. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$ C. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$ D. $\vec{AB} + \vec{AC} = 3\vec{AG}$

Câu 8: Hãy chọn mệnh đề **sai**: Điều kiện đủ để ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng là

- A. $AB + BC = AC$ B. $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ C. $\vec{AB} = k.\vec{BC}; (k \in \mathbb{R})$ D. $\vec{CB} = h.\vec{AC}; (h \in \mathbb{R})$

Câu 9: Nếu $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = \vec{0}$ và $\vec{AB} + \vec{AD} = 3\vec{AE}$ thì bộ ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

- A. A, B, C B. A, B, D C. A, D, E D. A, C, E

Câu 15: Ba trung tuyến AM, BN, CP của tam giác ABC đồng quy tại G . Hỏi vector $\vec{AM} + \vec{BN} + \vec{CP}$ bằng vector nào?

- A. $\frac{3}{2}(\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC})$; B. $3(\vec{MG} + \vec{NG} + \vec{PG})$;
C. $\frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{AC})$; D. $\vec{0}$.

Câu 15b: Cho G, H, O lần lượt là trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây **sai** :

- A. $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = 3\vec{HG}$; B. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$;
C. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$; D. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 2\vec{OH}$.

Câu 16. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm và I là trung điểm của BC . Đẳng thức nào sau đây đúng ?

- A. $\vec{GA} = 2\vec{GI}$. B. $\vec{IG} = -\frac{1}{3}\vec{IA}$. C. $\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GI}$. D. $\vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GA}$.

Câu 17. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm và M là trung điểm BC . Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $\overrightarrow{GA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$. C. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}$. D. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GM}$.

Câu 18. Cho tam giác ABC vuông tại A , M là trung điểm của BC . Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$. B. $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.
C. $\overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MC}$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{BC}}{2}$.

Câu 19. Cho tam giác ABC . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Khẳng định nào sau đây sai ?

A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$. B. $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{NC}$. C. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{MN}$. D. $\overrightarrow{CN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Câu 20. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng ?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG}$. B. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BG}$.
C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CG}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

Câu 21. Cho tam giác đều ABC và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{CI} = \frac{\overrightarrow{CA} - 2\overrightarrow{CB}}{3}$. B. $\overrightarrow{CI} = \frac{\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}}{3}$.
C. $\overrightarrow{CI} = -\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{CI} = \frac{\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}}{-3}$.

Câu 22. Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý. Hãy chọn hệ thức đúng:

A. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$. B. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.
C. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$. D. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$.

Câu 23. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là O . Mệnh đề nào sau đây sai ?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 4\overrightarrow{AB}$.

Câu 24. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$.
C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 25. Cho hình bình hành $ABCD$, có M là giao điểm của hai đường chéo. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$.

Câu 26: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Cặp $\vec{u}$ và $\vec{v}$ vectơ nào sau đây là cùng phương:

A. $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}$ B. $\vec{u} = \frac{1}{3}\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + 9\vec{b}$
C. $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$ D. $\vec{u} = 2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ và $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$

Câu 27: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

A. $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 6\vec{b}$.

B. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $2\vec{a} + \vec{b}$.

C. $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$.

D. $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$.

Câu 28: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây là cùng phương?

A. $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$.

B. $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$.

C. $\vec{u} = \frac{2}{3}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - 9\vec{b}$.

D. $\vec{u} = 2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ và $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$.

Câu 29: Biết rằng hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vectơ $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

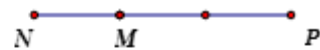
C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 30 : Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{MP}$. Điểm P được xác định đúng trong hình vẽ nào sau đây:



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Câu 31: Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ bên:

A. $3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

B. $3\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{AI} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$.



Vấn đề 2. TÍNH ĐỘ DÀI VECTƠ

Câu 1. Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = a$. Tính $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$.

A. a .

B. $(1 + \sqrt{2})a$.

C. $a\sqrt{5}$.

D. $2a\sqrt{2}$.

Câu 2. Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = a$. Khẳng định nào dưới đây là sai ?

A. $|3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB}| = 5a$.

B. $|2\overrightarrow{OA}| + |3\overrightarrow{OB}| = 5a$.

C. $|7\overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB}| = 5a$.

D. $|11\overrightarrow{OA}| - |6\overrightarrow{OB}| = 5a$.

Câu 3: Cho tam giác vuông cân ABC với $AB = AC = a$. Hỏi giá trị $|3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}|$ bằng bao nhiêu

A. $a\sqrt{2}$;

B. $5a$;

C. $2a$;

D. $a\sqrt{7}$.

Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DB}|$

A. $2a$

B. $a\sqrt{2}$

C. 0

D. $2a\sqrt{2}$

Bài 5: Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và cạnh là a . Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|, |\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}|, |\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{DC}|$?

Vấn đề 3. PHÂN TÍCH VECTO

Câu 1: Cho ΔABC , E là điểm trên cạnh BC sao cho $BE = \frac{1}{4}.BC$. Hãy chọn đẳng thức đúng

A. $\overrightarrow{AE} = 1.\overrightarrow{AB} + 3.\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}.\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}.\overrightarrow{AC}$ C. $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}.\overrightarrow{AB} - \frac{1}{5}.\overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}.\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}.\overrightarrow{AC}$

Câu 2: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Nếu $\overrightarrow{AB} = -3.\overrightarrow{AC}$ thì đẳng thức nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{BC} = 4.\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{BC} = -4.\overrightarrow{AC}$ C. $\overrightarrow{BC} = 2.\overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{BC} = -2.\overrightarrow{AC}$

Câu 3: Cho ΔABC có trung tuyến AM , I là trung điểm AM . Đẳng thức nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3.\overrightarrow{MI}$ C. $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ D.

$2.\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

Câu 4: Cho ΔABC và $\Delta A'B'C'$ lần lượt có trọng tâm G, G' . Đẳng thức nào dưới đây là sai?

A. $3.\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$ B. $3.\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'}$

C. $3.\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'}$ D. $3.\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$

Câu 4: Nếu G là trọng tâm ΔABC thì đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

Câu 5: M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác ABC . Hỏi vector $\overrightarrow{MN}$ bằng vector nào?

A. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}$; B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$; C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$; D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.

Câu 6: Cho tam giác ABC . Biết $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, F là trung điểm của cạnh AC , M là trung điểm của cạnh EF . Khi đó $\overrightarrow{AM}$ bằng

A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$; B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$; C. $\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$; D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Câu 3. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC , I là trung điểm của AM . Khẳng định nào sau đây đúng? A. $\overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + 2\overrightarrow{IA} = \vec{0}$.

C. $2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA} = \vec{0}$.

Câu 4. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC , I là trung điểm của AM . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. B. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$.

C. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Câu 5. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC , G là trọng tâm của tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng? A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

Câu 6. Cho tứ giác $ABCD$, trên cạnh AB, CD lấy lần lượt các điểm M, N sao cho $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$ và $3\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DC}$. Tính vector $\overrightarrow{MN}$ theo hai vector $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Câu 7. Cho hình thang $ABCD$ có đáy là AB và CD . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây sai ?

- A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DC}$. B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BN}$.
C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$. D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

Câu 8. Cho hình bình hành $ABCD$ có M là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC}$. C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC , điểm M thuộc cạnh AB sao cho $3AM = AB$ và N là trung điểm của AC . Tính $\overrightarrow{MN}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

- A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. B.

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}.$$

- C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

Câu 10. Cho tam giác ABC , hai điểm M, N chia cạnh BC theo ba phần bằng nhau $BM = MN = NC$. Tính $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

- A. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 11. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC . Tính $\overrightarrow{AB}$ theo $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{BC}$.

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

Câu 12. Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm AB và N là một điểm trên cạnh AC sao cho $NC = 2NA$. Gọi K là trung điểm của MN . Khi đó:

- A. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

Câu 13. Cho hình bình hành $ABCD$. Tính $\overrightarrow{AB}$ theo $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$.

- A. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.

Câu 14. Cho tam giác ABC và đặt $\vec{a} = \overrightarrow{BC}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$. Cặp vectơ nào sau đây cùng phương ?

- A. $2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} + 2\vec{b}$. B. $2\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{a} - 2\vec{b}$. C. $5\vec{a} + \vec{b}$, $-10\vec{a} - 2\vec{b}$. D. $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$.

Câu 15. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. Ba điểm C, M, B thẳng hàng. B. AM là phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$.
C. A, M và trọng tâm tam giác ABC thẳng hàng. D. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

Vấn đề 4. XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA MÃN ĐẲNG THỨC VECTO

Câu 26. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CA}$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. M trùng A . B. M trùng B .
C. M trùng C . D. M là trọng tâm của tam giác ABC .

Câu 27. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Đặt $\overrightarrow{GA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{GB} = \vec{b}$. Hãy tìm m, n để có $\overrightarrow{BC} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

- A. $m=1, n=2$. B. $m=-1, n=-2$. C. $m=2, n=1$. D. $m=-2, n=-1$.

Câu 28. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng và điểm M thỏa mãn đẳng thức vectơ $\overrightarrow{MA} = x\overrightarrow{MB} + y\overrightarrow{MC}$. Tính giá trị biểu thức $P = x + y$.

- A. $P=0$. B. $P=2$. C. $P=-2$. D. $P=3$.

Câu 29. Cho hình chữ nhật $ABCD$ và số thực $k > 0$. Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = k$.

- A. Một đoạn thẳng. B. Một đường thẳng. C. Một đường tròn. D. Một điểm.

Câu 30. Cho hình chữ nhật $ABCD$ và I là giao điểm của hai đường chéo. Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$.

- A. Trung trực của đoạn thẳng AB . B. Trung trực của đoạn thẳng AD .

- C. Đường tròn tâm I , bán kính $\frac{AC}{2}$. D. Đường tròn tâm I , bán kính $\frac{AB+BC}{2}$.

Câu 31. Cho hai điểm A, B phân biệt và cố định, với I là trung điểm của AB . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$.

- A. Đường tròn tâm I , đường kính $\frac{AB}{2}$. B. Đường tròn đường kính AB .

- C. Đường trung trực của đoạn thẳng AB . D. Đường trung trực đoạn thẳng IA .

Câu 32. Cho hai điểm A, B phân biệt và cố định, với I là trung điểm của AB . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$.

- A. Đường trung trực của đoạn thẳng AB . B. Đường tròn đường kính AB .

- C. Đường trung trực đoạn thẳng IA . D. Đường tròn tâm A , bán kính AB .

Câu 33. Cho tam giác đều ABC cạnh a , trọng tâm G . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}|$.

- A. Đường trung trực của đoạn BC . B. Đường tròn đường kính BC .

- C. Đường tròn tâm G , bán kính $\frac{a}{3}$. D. Đường trung trực đoạn thẳng AG .

Câu 34. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}|$ là đường tròn cố định có bán kính R . Tính bán kính R theo a .

- A. $r = \frac{a}{3}$. B. $r = \frac{a}{9}$. C. $r = \frac{a}{2}$. D. $r = \frac{a}{6}$.

Câu 35. Cho tam giác ABC . Có bao nhiêu điểm M thỏa $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

LỜI GIẢI

Vấn đề 1. TÍNH ĐỘ DÀI VECTƠ

Câu 1. Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = a$. Tính $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$.

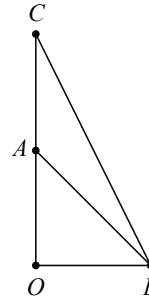
- A. a . B. $(1 + \sqrt{2})a$. C. $a\sqrt{5}$. D. $2a\sqrt{2}$.

Lời giải. Gọi C là điểm đối xứng của O qua $A \Rightarrow OC = 2a$.

Tam giác OBC vuông tại O , có $BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = a\sqrt{5}$.

Ta có $2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BC}$ suy ra $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{BC}| = a\sqrt{5}$.

Chọn C.

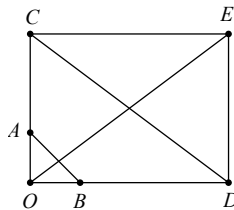


Câu 2. Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = a$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $|3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB}| = 5a$. B. $|2\overrightarrow{OA}| + |3\overrightarrow{OB}| = 5a$.
C. $|7\overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB}| = 5a$. D. $|11\overrightarrow{OA}| - |6\overrightarrow{OB}| = 5a$.

Lời giải. Dựa vào các đáp án, ta có nhận xét sau:

- **A đúng**, gọi C nằm trên tia đối của tia AO sao cho $OC = 3OA \Rightarrow 3\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$.
Và D nằm trên tia đối của tia BO sao cho $OD = 4OB \Rightarrow 4\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$.



Dựng hình chữ nhật $OCED$ suy ra $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OE}$ (quy tắc hình bình hành).

Ta có $|3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = |\overrightarrow{OE}| = OE = CD = \sqrt{OC^2 + OD^2} = 5a$.

- **B đúng**, vì $|2\overrightarrow{OA}| + |3\overrightarrow{OB}| = 2|\overrightarrow{OA}| + 3|\overrightarrow{OB}| = 2a + 3a = 5a$.
- **C sai**, xử lý tương tự như ý **đáp án A**.
- **D đúng**, vì $|11\overrightarrow{OA}| - |6\overrightarrow{OB}| = 11|\overrightarrow{OA}| - 6|\overrightarrow{OB}| = 11a - 6a = 5a$.

Chọn C.

Vấn đề 2. PHÂN TÍCH VECTƠ

Câu 3. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC , I là trung điểm của AM . Khẳng định nào sau đây đúng ?

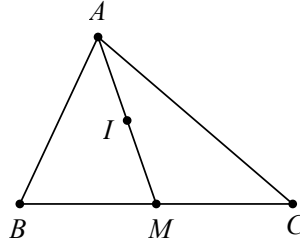
A. $\overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + 2\overrightarrow{IA} = \vec{0}$.

C. $2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA} = \vec{0}$.

Lời giải.



Vì M là trung điểm BC nên $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IM}$.

Mặt khác I là trung điểm AM nên $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IM} = \vec{0}$.

Suy ra $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + 2\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IM} + 2\overrightarrow{IA} = 2(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IA}) = \vec{0}$. **Chọn B.**

Câu 4. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC , I là trung điểm của AM . Khẳng định nào sau đây đúng ?

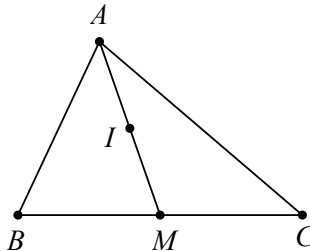
A. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

B. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$.

C. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải.



Vì M là trung điểm BC nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$. (1)

Mặt khác I là trung điểm AM nên $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AM}$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. **Chọn A.**

Câu 5. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC , G là trọng tâm của tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng ?

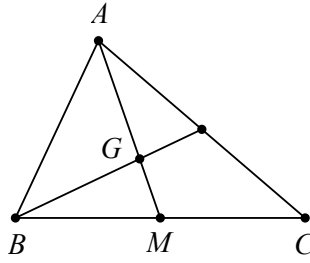
A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{2}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

Lời giải.



Vì G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AM}$.

Và M là trung điểm của $BC \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2 \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Do đó $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. **Chọn B.**

Câu 6. Cho tứ giác $ABCD$, trên cạnh AB, CD lấy lần lượt các điểm M, N sao cho $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$ và $3\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DC}$. Tính vectơ $\overrightarrow{MN}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$.

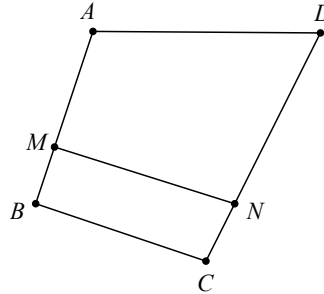
A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Lời giải.



Ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN}$ và $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}$.

Suy ra $3\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} + 2(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN})$

$$= (\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}) + \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{DN} + 2\overrightarrow{CN}).$$

Theo bài ra, ta có $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{DN} + 2\overrightarrow{CN} = \vec{0}$.

Vậy $3\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. **Chọn C.**

Câu 7. Cho hình thang $ABCD$ có đáy là AB và CD . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây sai ?

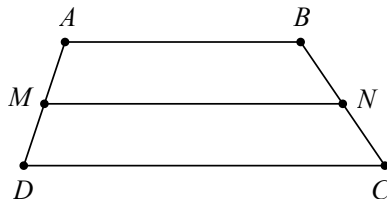
A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BN}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

Lời giải.



Vì M, N lần lượt là trung điểm của $AD, BC \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \vec{0} \\ \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0} \end{cases}$

Dựa vào đáp án, ta có nhận xét sau:

• **A đúng**, vì $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC}) + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{MN}$.

• **B đúng**, vì $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BN} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}) - \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MN}$.

• **C đúng**, vì $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN}$ và $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN}$

Suy ra $2\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD}) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{DN} + \overrightarrow{CN}) \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

• **D sai**, vì theo phân tích ở đáp án C.

Chọn D.

Câu 8. Cho hình bình hành $ABCD$ có M là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải. Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$.

Và M là trung điểm AB nên $2\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{DM} = 2\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$.

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{DM} = -2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC}$ suy ra $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$. **Chọn C.**

Câu 9. Cho tam giác ABC , điểm M thuộc cạnh AB sao cho $3AM = AB$ và N là trung điểm của AC . Tính $\overrightarrow{MN}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

Lời giải. Vì N là trung điểm AC nên $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}$.

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. Suy ra $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. **Chọn B.**

Câu 10. Cho tam giác ABC , hai điểm M, N chia cạnh BC theo ba phần bằng nhau $BM = MN = NC$. Tính $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Chọn A.

Câu 11. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC . Tính $\overrightarrow{AB}$ theo $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. **Chọn C.**

Câu 12. Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm AB và N là một điểm trên cạnh AC sao cho $NC = 2NA$. Gọi K là trung điểm của MN . Khi đó:

A. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$. **Chọn C.**

Câu 13. Cho hình bình hành $ABCD$. Tính $\overrightarrow{AB}$ theo $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$.

A. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.

Lời giải. Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} \Rightarrow 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} + (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD})$

$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$. Vậy $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$. **Chọn A.**

Câu 14. Cho tam giác ABC và đặt $\vec{a} = \overrightarrow{BC}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$. Cặp vectơ nào sau đây cùng phương ?

A. $2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} + 2\vec{b}$.

B. $2\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{a} - 2\vec{b}$.

C. $5\vec{a} + \vec{b}$, $-10\vec{a} - 2\vec{b}$.

D. $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$.

Lời giải. Dễ thấy $-10\vec{a} - 2\vec{b} = -2(5\vec{a} + \vec{b})$ nên hai vectơ $5\vec{a} + \vec{b}$, $-10\vec{a} - 2\vec{b}$ cùng phương. **Chọn C.**

Câu 15. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Ba điểm C, M, B thẳng hàng.

B. AM là phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$.

C. A, M và trọng tâm tam giác ABC thẳng hàng.

D. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

Lời giải. Gọi I, G lần lượt là trung điểm BC và trọng tâm tam giác ABC .

Vì I là trung điểm BC nên $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI}$.

Theo bài ra, ta có $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ suy ra $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow A, M, I$ thẳng hàng

Mặt khác G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow G \in AI$.

Do đó, ba điểm A, M, G thẳng hàng. **Chọn C.**



Vấn đề 3. CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTƠ



Câu 16. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm và I là trung điểm của BC . Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GI}$. B. $\overrightarrow{IG} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$. C. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$. D. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA}$.

Lời giải. Vì I là trung điểm của BC suy ra $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IB} \\ \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IC} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \underbrace{\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}}_{\vec{0}} + 2\overrightarrow{GI} = 2\overrightarrow{GI}$. **Chọn C.**

Câu 17. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm và M là trung điểm BC . Khẳng định nào sau đây sai ?

- A. $\overrightarrow{GA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$. C. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}$. D. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GM}$.

Lời giải. Vì M là trung điểm của BC suy ra $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MB} \\ \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MC} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \underbrace{\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}}_{\vec{0}} + 2\overrightarrow{GM} = 2\overrightarrow{GM}$. **Chọn D.**

Câu 18. Cho tam giác ABC vuông tại A , M là trung điểm của BC . Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$. B. $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.
C. $\overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MC}$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{BC}}{2}$.

Lời giải. Vì M là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MC}$. **Chọn C.**

Câu 19. Cho tam giác ABC . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Khẳng định nào sau đây sai ?

- A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$. B. $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{NC}$. C. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{MN}$. D. $\overrightarrow{CN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải. Vì M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC .

Suy ra MN là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow MN = \frac{1}{2}BC$.

Mà $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{MN}$ là hai vectơ cùng hướng nên $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}$. **Chọn C.**

Câu 20. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng ?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG}$. B. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BG}$.
C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CG}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

Lời giải. Gọi E là trung điểm của $AC \Rightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BE}$. (1)

Mà G là trọng tâm của tam giác ABC suy ra $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BG}$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2 \cdot \frac{3}{2}\overrightarrow{BG} = 3\overrightarrow{BG}$. **Chọn B.**

Câu 21. Cho tam giác đều ABC và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. $\overrightarrow{CI} = \frac{\overrightarrow{CA} - 2\overrightarrow{CB}}{3}$. B. $\overrightarrow{CI} = \frac{\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}}{3}$.
C. $\overrightarrow{CI} = -\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{CI} = \frac{\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}}{-3}$.

Lời giải. Từ giả thiết $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB} \Rightarrow B$ là trung điểm của $IA \Rightarrow \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB}$.

$$\text{Lại có } \begin{cases} \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BI} \\ \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AI} \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB}.$$

$$= \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + 3\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + 3(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) = -2\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} = -\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}.$$

Chọn C.

Câu 22. Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý. Hãy chọn hệ thức đúng:

A. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}.$ **B.** $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}.$

C. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}.$ **D.** $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}.$

Lời giải. Ta có $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}.$

Chọn C.

Câu 23. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là O . Mệnh đề nào sau đây sai ?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO}.$

B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}.$

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}.$

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 4\overrightarrow{AB}.$

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB}$ (vì $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$). **Chọn C.**

Câu 24. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}.$

B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}.$

C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}.$

D. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}.$

Lời giải. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC} + \underbrace{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}}_{\vec{0}} = 2\overrightarrow{BC}.$ **Chọn A.**

Câu 25. Cho hình bình hành $ABCD$, có M là giao điểm của hai đường chéo. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}.$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}.$

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM}.$

D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}.$

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BC}$

Suy ra điều trên không thể xảy ra vì $\overrightarrow{DA} = -\overrightarrow{BC}$. **Chọn D.**



Vấn đề 4. XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA MÃN ĐẲNG THỨC VECTOR



Câu 26. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CA}$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. M trùng A .

B. M trùng B .

C. M trùng C .

D. M là trọng tâm của tam giác ABC .

Lời giải. Ta có $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MA}.$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \quad (*)$$

Vậy từ đẳng thức $(*) \Rightarrow M$ là trọng tâm của tam giác ABC . **Chọn D.**

Câu 27. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Đặt $\overrightarrow{GA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{GB} = \vec{b}$. Hãy tìm m, n để có $\overrightarrow{BC} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

A. $m = 1, n = 2.$

B. $m = -1, n = -2.$

C. $m = 2, n = 1.$

D. $m = -2, n = -1.$

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{BG} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}) = -\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB}$ (do $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \mathbf{0}$).

Chọn B.

Câu 28. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng và điểm M thỏa mãn đẳng thức vectơ $\overrightarrow{MA} = x\overrightarrow{MB} + y\overrightarrow{MC}$. Tính giá trị biểu thức $P = x + y$.

A. $P = 0$.

B. $P = 2$.

C. $P = -2$.

D. $P = 3$.

Lời giải. Do $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương nên tồn tại các số thực x, y sao cho

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} &= x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}, \forall M \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AM} + x\overrightarrow{MB} + y\overrightarrow{AM} + y\overrightarrow{MC} \\ \Leftrightarrow (1-x-y)\overrightarrow{AM} &= x\overrightarrow{MB} + y\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow (x+y-1)\overrightarrow{MA} = x\overrightarrow{MB} + y\overrightarrow{MC}.\end{aligned}$$

Theo bài ra, ta có $\overrightarrow{MA} = x\overrightarrow{MB} + y\overrightarrow{MC}$ suy ra $x+y-1=1 \Leftrightarrow x+y=2$. **Chọn B.**

Câu 29. Cho hình chữ nhật $ABCD$ và số thực $k > 0$. Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = k$.

A. Một đoạn thẳng.

B. Một đường thẳng.

C. Một đường tròn.

D. Một điểm.

Lời giải. Gọi I là tâm của hình chữ nhật $ABCD$, ta có $\begin{cases} 2\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} \\ 2\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} \end{cases}, \forall M$.

$$\text{Do đó } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = k \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{MI}| = k \Leftrightarrow 4|\overrightarrow{MI}| = k \Leftrightarrow |\overrightarrow{MI}| = \frac{k}{4} \quad (*).$$

Vì I là điểm cố định nên tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $(*)$ là đường tròn tâm I , bán kính $R = \frac{k}{4}$. **Chọn C.**

Câu 30. Cho hình chữ nhật $ABCD$ và I là giao điểm của hai đường chéo. Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$.

A. Trung trực của đoạn thẳng AB .
AD.

B. Trung trực của đoạn thẳng

C. Đường tròn tâm I , bán kính $\frac{AC}{2}$.
 $\frac{AB+BC}{2}$.

D. Đường tròn tâm I , bán kính

Lời giải. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD . Khi đó $\begin{cases} \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{ME} \\ \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MF} \end{cases}, \forall M$.

$$\text{Do đó } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| \Leftrightarrow 2|\overrightarrow{ME}| = 2|\overrightarrow{MF}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{ME}| = |\overrightarrow{MF}| \quad (*).$$

Vì E, F là hai điểm cố định nên từ đẳng thức $(*) \Rightarrow$ tập hợp các điểm M là trung trực của đoạn thẳng EF hay chính là trung trực của đoạn thẳng AD . **Chọn B.**

Câu 31. Cho hai điểm A, B phân biệt và cố định, với I là trung điểm của AB . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$.

A. Đường tròn tâm I , đường kính $\frac{AB}{2}$.

B. Đường tròn đường kính AB .

C. Đường trung trực của đoạn thẳng AB .

D. Đường trung trực đoạn thẳng IA .

Lời giải. Vì I là trung điểm của AB suy ra $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.

$$\text{Do đó } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MI}| = |\overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow MI = \frac{AB}{2} \quad (*).$$

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $(*)$ là đường tròn tâm I , bán kính $R = \frac{AB}{2}$. **Chọn A.**

Câu 32. Cho hai điểm A, B phân biệt và cố định, với I là trung điểm của AB . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$.

A. Đường trung trực của đoạn thẳng AB .

B. Đường tròn đường kính AB .

C. Đường trung trực đoạn thẳng IA .

D. Đường tròn tâm A , bán kính AB .

Lời giải. Chọn điểm E thuộc đoạn AB sao cho $EB = 2EA \Rightarrow 2\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}$.

Chọn điểm F thuộc đoạn AB sao cho $FA = 2FB \Rightarrow 2\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$.

$$\text{Ta có } |2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{ME} + 2\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EB}| = |2\overrightarrow{MF} + 2\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{FA}|$$

$$\Leftrightarrow \left| 3\overrightarrow{ME} + \underbrace{2\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB}}_{\vec{0}} \right| = \left| 3\overrightarrow{MF} + \underbrace{2\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FA}}_{\vec{0}} \right| \Leftrightarrow |3\overrightarrow{ME}| = |3\overrightarrow{MF}| \Leftrightarrow ME = MF \quad (*).$$

Vì E, F là hai điểm cố định nên từ đẳng thức $(*)$ suy ra tập hợp các điểm M là trung trực của đoạn thẳng EF .

Gọi I là trung điểm của AB suy ra I cũng là trung điểm của EF .

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn $|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ là đường trung trực của đoạn thẳng AB . **Chọn A.**

Câu 33. Cho tam giác đều ABC cạnh a , trọng tâm G . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}|$.

A. Đường trung trực của đoạn BC .

B. Đường tròn đường kính BC .

C. Đường tròn tâm G , bán kính $\frac{a}{3}$.

D. Đường trung trực đoạn thẳng AG .

Lời giải. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, AC . Khi đó $\begin{cases} \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI} \\ \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MJ} \end{cases}$.

$$\text{Theo bài ra, ta có } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MI}| = |2\overrightarrow{MJ}| \Leftrightarrow MI = MJ.$$

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}|$ là đường trung trực của đoạn thẳng IJ , cũng chính là đường trung trực của đoạn thẳng BC vì IJ là đường trung bình của tam giác ABC . **Chọn A.**

Câu 34. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}|$ là đường tròn cố định có bán kính R . Tính bán kính R theo a .

A. $r = \frac{a}{3}$.

B. $r = \frac{a}{9}$.

C. $r = \frac{a}{2}$.

D. $r = \frac{a}{6}$.

Lời giải. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Ta có $2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} = 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + 4(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})$.

Chọn điểm I sao cho $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 3(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}) + \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IA} = \vec{0}$.

Mà G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 3\overrightarrow{IG}$.

Khi đó $9\overrightarrow{IG} + \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IA} = \vec{0} \Leftrightarrow 9\overrightarrow{IG} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 9\overrightarrow{IG} = \overrightarrow{CA} \quad (*)$.

Do đó $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}| \Leftrightarrow |9\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC}| = |\overrightarrow{AB}| \Leftrightarrow 9MI = AB$.

Vì I là điểm cố định thỏa mãn $(*)$ nên tập hợp các điểm M cần tìm là đường tròn tâm I , bán kính $r = \frac{AB}{9} = \frac{a}{9}$. **Chọn B.**

Câu 35. Cho tam giác ABC . Có bao nhiêu điểm M thỏa $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

Lời giải. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC nên G cố định duy nhất và $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Ta có $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3 \Leftrightarrow |\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} - 3\overrightarrow{GM}| = 3 \Leftrightarrow 3|\overrightarrow{GM}| = 3 \Leftrightarrow \overrightarrow{GM} = 1$.

Vậy có vô số điểm M thỏa mãn, với tập hợp M là đường tròn tâm G bán kính bằng 1.

Chọn D.

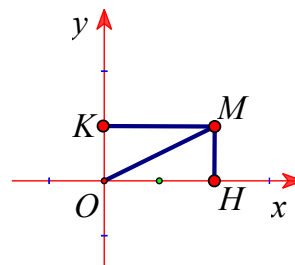
CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

Bài 1: VECTƠ TRONG MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT :

1. Định nghĩa: Hệ trục tọa độ gồm hai trục vuông góc Ox và Oy với hai vectơ đơn vị lần lượt là $\vec{i}, \vec{j}$. Điểm O gọi là *gốc tọa độ*, Ox gọi là *trục hoành* và Oy gọi là *trục tung*.

Kí hiệu Oxy hay $(O; \vec{i}, \vec{j})$



Hình 1.31

2. Tọa độ điểm, tọa độ vectơ .

+ Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ nếu $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ thì cặp số $(x; y)$ được gọi là tọa độ của vectơ $\vec{u}$, kí hiệu là $\vec{u} = (x; y)$ hay $\vec{u}(x; y)$.

x được gọi là hoành độ, y được gọi là tung độ của vectơ $\vec{u}$

+ Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$, tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$ gọi là tọa độ của điểm M , kí hiệu là $M = (x; y)$ hay $M(x; y)$. x được gọi là hoành độ, y được gọi là tung độ của điểm M .

Nhận xét: (hình 1.31) Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M lên Ox và Oy thì

$$M(x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OK}$$

Như vậy $\overrightarrow{OH} = x\vec{i}$, $\overrightarrow{OK} = y\vec{j}$ hay $x = \overline{OH}$, $y = \overline{OK}$

3. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng. Tọa độ trọng tâm tam giác.

+ Cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ và M là trung điểm AB . Tọa độ trung điểm $M(x_M; y_M)$ của đoạn thẳng AB là $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$, $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$

+ Cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$. Tọa độ trọng tâm $G(x_G; y_G)$ của tam giác ABC là $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}$ và $y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$

4. Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ.

Cho $\vec{u} = (x; y)$; $\vec{u}' = (x'; y')$ và số thực k . Khi đó ta có :

$$1) \vec{u} = \vec{u'} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

$$2) \vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y')$$

$$3) k.\vec{u} = (kx; ky)$$

$$4) \vec{u'} \text{ cùng phương } \vec{u} (\vec{u} \neq \vec{0}) \text{ khi và chỉ khi có số } k \text{ sao cho } \begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$$

$$5) \text{ Độ dài vector } |\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$6) \text{ Cho } A(x_A; y_A), B(x_B; y_B) \text{ thì } \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

1. Dạng 1: Tìm tọa độ của vector; các phép toán trên vector trên hệ trục tọa độ $(O; \vec{i})$

Phương pháp giải.

❖ Phương pháp.

- Dùng định nghĩa vector $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ thì $\vec{u} = (x; y)$ hay $\vec{u}(x; y)$.

- Dùng công thức tính tọa độ của vector $\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, k\vec{u}$

Với $\vec{u} = (x; y), \vec{u'} = (x'; y')$ và số thực k , khi đó $\vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y')$ và $k.\vec{u} = (kx; ky)$

A. VÍ DỤ MINH HỌA

I- BÀI TẬP TỰ LUẬN:

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho 3 vector: $\vec{a} = (3; 2), \vec{b} = (-1; 5), \vec{c} = (-2; -5)$

Tìm tọa độ của vector sau

$$a) \vec{a} + \vec{b} \quad b) \vec{b} - \vec{c} \quad c) \vec{k} = 2\vec{a} + \vec{b} \quad d) \vec{l} = -\vec{a} + 2\vec{b} + 5\vec{c}$$

Lời giải:

$$a) \text{ Ta có } \vec{a} + \vec{b} = (3 + (-1); 2 + 5) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (2; 7).$$

$$b) \vec{b} - \vec{c} = (-1 - (-2); 5 - (-5)) = (1; 10)$$

$$c) \text{ Ta có } 2\vec{a} = (6; 4), \vec{b} = (-1; 5) \text{ suy ra } \vec{k} = (6 - 1; 4 + 5) = (5; 9);$$

d) Ta có:

$-\vec{a} = (-3; -2)$, $2\vec{b} = (-2; 10)$ và $5\vec{c} = (-10; -25)$ suy ra

$$\vec{l} = (-3 - 2 - 10; -2 + 10 - 25) = (-15; -17)$$

Ví dụ 2: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ cho hai véc tơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$; $\vec{b} = -5\vec{i} + 3\vec{j}$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$

Lời giải

Ta có $\vec{a} = (2; -4)$ và $\vec{b} = (-5; 3) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b} = (9; -11)$.

Ví dụ 3: Cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-3; 4)$; $\vec{c} = (-1; 3)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u}$ biết

a) $2\vec{u} - 3\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$

b) $3\vec{u} + 2\vec{a} + 3\vec{b} = 3\vec{c}$

Lời giải:

a) Ta có $2\vec{u} - 3\vec{a} + \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u} = \frac{3}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$

Suy ra $\vec{u} = \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2}; 3 - 2\right) = (3; 1)$

b) Ta có $3\vec{u} + 2\vec{a} + 3\vec{b} = 3\vec{c} \Leftrightarrow \vec{u} = -\frac{2}{3}\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

Suy ra $\vec{u} = \left(-\frac{2}{3} + 3 - 1; -\frac{4}{3} - 4 + 3\right) = \left(\frac{4}{3}; -\frac{7}{3}\right)$

Ví dụ 4: Cho $\vec{a} = (1; 2)$ và $\vec{b} = (3; 4)$.

Tìm độ dài của các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $2\vec{a} + 3\vec{b}$

Lời giải

Ta có $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$; $|\vec{b}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

Ta có $2\vec{a} + 3\vec{b} = (11; 16) \Leftrightarrow |2\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{11^2 + 16^2} = \sqrt{377}$.

2. Dạng 2: Bài toán liên quan đến sự cùng phương của hai vectơ.

Phân tích một vectơ qua hai vectơ không cùng phương.

1. Phương pháp.

- Cho $\vec{u} = (x; y)$; $\vec{u}' = (x'; y')$. Vectơ $\vec{u}'$ cùng phương với vectơ $\vec{u}$ ($\vec{u} \neq \vec{0}$) khi và chỉ khi

$$\text{có số } k \text{ sao cho } \begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$$

Chú ý: Nếu $xy \neq 0$ ta có $\vec{u}'$ cùng phương $\vec{u} \Leftrightarrow \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$

- Để phân tích $\vec{c}(c_1; c_2)$ qua hai vector $\vec{a}(a_1; a_2)$, $\vec{b}(b_1; b_2)$ không cùng phương, ta giả sử

$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}. \text{ Khi đó ta quy về giải hệ phương trình } \begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

2. Các ví dụ.

1. Bài tập tự luận:

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vector $\vec{u} = (-2; 1)$ và $\vec{v} = 3\vec{i} - m\vec{j}$. Tìm m để hai vector $\vec{u}$, $\vec{v}$ cùng phương.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{v} = 3\vec{i} - m\vec{j} \Rightarrow \vec{v} = (3; -m).$$

$$\text{Hai vector } \vec{u}, \vec{v} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{3}{-2} = \frac{-m}{1} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}.$$

Ví dụ 2: Cho $\vec{u} = (m^2 + m - 2; 4)$ và $\vec{v} = (m; 2)$. Tìm m để hai vecto $\vec{u}$, $\vec{v}$ cùng phương.

Lời giải:

$$+ \text{ Với } m = 0: \text{ Ta có } \vec{u} = (-2; 4); \vec{v} = (0; 2)$$

$$\text{Vì } \frac{0}{-2} \neq \frac{2}{4} \text{ nên hai vector } \vec{u}; \vec{v} \text{ không cùng phương}$$

$$+ \text{ Với } m \neq 0: \text{ Ta có } \vec{u}; \vec{v} \text{ cùng phương khi và chỉ khi}$$

$$\frac{m^2 + m - 2}{m} = \frac{4}{2} \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy với $m = -1$ và $m = 2$ là các giá trị cần tìm.

Ví dụ 3: Cho các vector $\vec{a} = (4; -2)$, $\vec{b} = (-1; -1)$, $\vec{c} = (2; 5)$. Phân tích vector $\vec{b}$ theo hai vector $\vec{a}$ và $\vec{c}$

Lời giải

$$\text{Giả sử } \vec{b} = m\vec{a} + n\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 4m + 2n \\ -1 = -2m + 5n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{8} \\ n = -\frac{1}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } \vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}.$$

Ví dụ 4: Cho $\vec{a} = (3; 2)$, $\vec{b} = (-3; 1)$

a) Chứng minh $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương

b) Đặt $\vec{u} = (2 - x)\vec{a} + (3 + y)\vec{b}$. Tìm x, y sao cho $\vec{u}$ cùng phương với $x\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$.

Lời giải:

a) Ta có: $\frac{3}{-3} \neq \frac{2}{1}$ nên hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương

b) Ta có $\vec{u} = (-3x - 3y - 3; -2x + y + 7)$

$$x\vec{a} + \vec{b} = (3x - 3; 2x + 1), \vec{a} + \vec{b} = (0; 3)$$

$\vec{u}$ cùng phương với $x\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ khi và chỉ khi có số k, l sao cho

$$\vec{u} = k(x\vec{a} + \vec{b}), \vec{u} = l(\vec{a} + \vec{b})$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} -3x - 3y - 3 = k(3x - 3) \\ -2x + y + 7 = k(2x + 1) \\ -3x - 3y - 3 = 0 \\ -2x + y + 7 = 3l \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

2. Bài tập trắc nghiệm:

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $\vec{a} = (2; -3)$. B. $\vec{a} = (-2; 3)$. C. $\vec{a} = (2; 3)$. D. $\vec{a} = (-2; -3)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $\vec{a} = (1; -3)$. **B. $\vec{a} = (1; 3)$.** C. $\vec{a} = (-1; 3)$. D. $\vec{a} = (0; 3)$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$. Độ dài của $\vec{a}$ là

A. 2. **B. $\sqrt{5}$.** C. $\sqrt{2}$. D. 1.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{a} = (-3; 2)$ Tìm $|\vec{a}|$

A. $|\vec{a}| = 2$. **B. $|\vec{a}| = \sqrt{13}$.** C. $|\vec{a}| = \sqrt{5}$. D. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $\vec{a} = (1; -3)$. **B. $\vec{a} = (1; 3)$.** C. $\vec{a} = (-1; 3)$. D. $\vec{a} = (0; 3)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy, vector $\vec{a} = (-3; 2)$ được phân tích theo hai vector đơn vị

A. $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$. B. $\vec{a} = -3\vec{i}$. **C. $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$.** D. $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$.

Câu 7: Cho các vectơ $\vec{a} = (2; 0)$, $\vec{b} = (-1; \frac{1}{2})$, $\vec{c} = (4; 6)$.

1- Tìm tọa độ vector $\vec{u}$ biết

a) $\vec{u} = 2\vec{a} - 4\vec{b} + 5\vec{c}$

A. $\vec{u} = (2; -8)$

B. $\vec{u} = (8; -28)$

C. $\vec{u} = (28; -28)$

D. $\vec{u} = (8; -8)$

b) $\vec{a} - 2\vec{b} + 2\vec{u} = \vec{c}$

A. $\vec{u} = (-2; \frac{7}{2})$

B. $\vec{u} = (0; \frac{3}{2})$

C. $\vec{u} = (0; \frac{7}{2})$

D. $\vec{u} = (-1; \frac{7}{2})$

2- Tìm độ dài của $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}$

A. $\sqrt{344}$.

B. $\sqrt{433}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. 1.

Lời giải:

1.a) $\vec{u} = (28; -28)$ b) $\vec{u} = (0; \frac{7}{2})$

2. Ta có

$$\vec{u} = \left(2 + 2(-1) - 3.4; 0 + 2(\frac{1}{2}) - 3.6 \right) = (-12; -17) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{(-12)^2 + (-17)^2} = \sqrt{433}.$$

Câu 8: Cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-3; 0)$; $\vec{c} = (-1; 3)$

a) Khẳng định nào sau đây đúng

A. hai vectơ $\vec{a}$; $\vec{b}$ không cùng phương

B. hai vectơ $\vec{a}$; $\vec{b}$ cùng phương

C. hai vectơ $\vec{a}$; $\vec{b}$ song song

D. hai vectơ $\vec{a}$; $\vec{b}$ ngược chiều

b) Phân tích vector $\vec{c}$ qua $\vec{a}$; $\vec{b}$

A. $\vec{c} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{5}{9}\vec{b}$

B. $\vec{c} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{4}{9}\vec{b}$

C. $\vec{c} = \frac{4}{3}\vec{a} + \frac{7}{9}\vec{b}$

D. $\vec{c} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{5}{9}\vec{b}$

Lời giải:

a) Ta có $\frac{-3}{1} \neq \frac{0}{2} \Rightarrow \vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương

b) Giả sử $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$. Ta có $x\vec{a} + y\vec{b} = (x - 3y; 2x)$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x - 3y = -1 \\ 2x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{5}{9} \end{cases} \Rightarrow \vec{c} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{5}{9}\vec{b}$$

Câu 9: Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?

A. Hai vec tơ $\vec{u} = (4; 2)$ và $\vec{v} = (8; 3)$ cùng phương.

B. Hai vec tơ $\vec{a} = (-5; 0)$ và $\vec{b} = (-4; 0)$ cùng hướng.

C. Hai vec tơ $\vec{a} = (6; 3)$ và $\vec{b} = (2; 1)$ ngược hướng.

D. Vec tơ $\vec{c} = (7; 3)$ là vec tơ đối của $\vec{d} = (-7; 3)$.

Câu 7: Cho $\vec{a} = (-5; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương nếu số x là:

A. -5.

B. 4.

C. -1.

D. 0.

Câu 10 : Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{u} = (2; -4)$, $\vec{a} = (-1; -2)$, $\vec{b} = (1; -3)$. Biết $\vec{u} = m\vec{a} + n\vec{b}$, tính $m - n$.

A. 5.

B. -2.

C. -5.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \vec{u} = m\vec{a} + n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -m + n = 2 \\ -2m - 3n = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{2}{5} \\ n = \frac{8}{5} \end{cases}$$

Suy ra $m - n = -2$.

Câu 11: :Trong hệ trục $(O; \vec{i}; \vec{j})$, tọa độ của vec tơ $\vec{i} + \vec{j}$ là:

A. $(-1; 1)$.

B. $(1; 0)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(1; 1)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\vec{i} + \vec{j} = (1; 0) + (0; 1) = (1; 1)$.

Câu 10: Cho $\vec{u} = (3; -2)$, $\vec{v} = (1; 6)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4; 4)$ ngược hướng.

B. $\vec{u}$, $\vec{v}$ cùng phương.

C. $\vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{b} = (6; -24)$ cùng hướng.

D. $2\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{v}$ cùng phương.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\vec{u} + \vec{v} = (4; 4)$ và $\vec{u} - \vec{v} = (2; -8)$.

Xét tỉ số $\frac{4}{-4} \neq \frac{4}{4} \rightarrow \vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4; 4)$ không cùng phương. Loại A

Xét tỉ số $\frac{3}{1} \neq \frac{-2}{6} \rightarrow \vec{u}$, $\vec{v}$ không cùng phương. Loại B

Xét tỉ số $\frac{2}{6} = \frac{-8}{-24} = \frac{1}{3} > 0 \rightarrow \vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{b} = (6; -24)$ cùng hướng.

3. Bài tập tự luyện:

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $\vec{a} = (0; -4)$.

B. $\vec{a} = (3; 0)$.

C. $\vec{a} = (3; -4)$.

D. $\vec{a} = (-3; 4)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, vector $\vec{a} = (5; -2)$ được phân tích theo hai vector đơn vị

A. $\vec{a} = 5\vec{i} + 2\vec{j}$.

B. $\vec{a} = 5\vec{i}$.

C. $\vec{a} = 2\vec{j}$.

D. $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, vector $\vec{a} = (4; 1)$ được phân tích theo hai vector đơn vị

A. $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j}$.

B. $\vec{a} = 4\vec{i}$.

C. $\vec{a} = \vec{j}$.

D. $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j}$.

Câu 4: Cho $\vec{a} = (0; 1)$, $\vec{b} = (-1; 2)$, $\vec{c} = (-3; -2)$. Tọa độ của $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c}$:

A. $(10; -15)$.

B. $(15; 10)$.

C. $(10; 15)$.

D. $(-10; 15)$.

Câu 5: Cho $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ và $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$. Tìm phát biểu sai:

A. $|\vec{a}| = 5$.

B. $|\vec{b}| = 0$.

C. $\vec{a} - \vec{b} = (2; -3)$.

D. $|\vec{b}| = \sqrt{2}$.

Câu 6: Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = (-5; 1)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Vec tơ $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ nếu:

A. $x = 3$.

B. $x = -15$.

C. $x = 15$.

D. $x = 5$.

Câu 7: Vector $\vec{a} = (-4; 0)$ được phân tích theo hai vector đơn vị như thế nào?

A. $\vec{a} = -4\vec{i} + \vec{j}$.

B. $\vec{a} = -\vec{i} + 4\vec{j}$.

C. $\vec{a} = -4\vec{j}$.

D. $\vec{a} = -4\vec{i}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \vec{a} = (-4; 0) \Rightarrow \vec{a} = -4\vec{i} + 0\vec{j} = -4\vec{i}.$$

Câu 8: Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ cho các vectơ sau: $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{j}$. Trong các mệnh đề sau tìm mệnh đề sai:

A. $\vec{a} = (4; -3)$.

B. $|\vec{b}| = \sqrt{2}$.

C. $\vec{b} = (0; 2)$.

D. $|\vec{a}| = 5$.

Câu 9: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-1; 2)$ đối nhau.

B. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-2; -1)$ đối nhau.

C. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-2; 1)$ đối nhau.

D. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (2; 1)$ đối nhau.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \vec{u} = (2; -1) = -(-2; 1) = -\vec{v} \Rightarrow \vec{u} \text{ và } \vec{v} \text{ đối nhau.}$$

Câu 10: Cho $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (-3; 4)$, $\vec{c} = (-4; 9)$. Hai số thực m, n thỏa mãn $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c}$.

Tính $m^2 + n^2$.

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 3n = -4 \\ m + 4n = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 2 \end{cases}.$$

3. DẠNG 3: Tìm tọa độ điểm, tọa độ vectơ trên mặt phẳng Oxy .

1. Phương pháp.

- Để tìm tọa độ của vectơ $\vec{a}$ ta làm như sau

Dựng vectơ $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên Ox, Oy . Khi đó

$$\vec{a}(a_1; a_2) \text{ với } a_1 = \overline{OH}, a_2 = \overline{OK}$$

- Để tìm tọa độ điểm A ta đi tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{OA}$
- Nếu biết tọa độ hai điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ suy ra tọa độ $\overrightarrow{AB}$ được xác định theo công thức $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$

Chú ý: $\overline{OH} = OH$ nếu H nằm trên tia Ox (hoặc Oy) và $\overline{OH} = -OH$ nếu H nằm trên tia đối tia Ox (hoặc Oy)

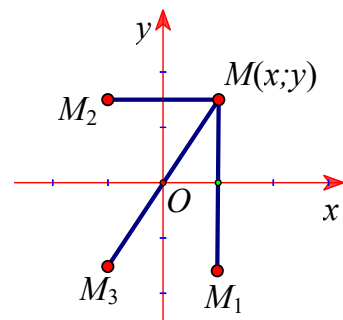
2. Các ví dụ:

1-Bài tập tự luận:

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho điểm $M(x; y)$.

Tìm tọa độ của các điểm

- M_1 đối xứng với M qua trục hoành
- M_2 đối xứng với M qua trục tung
- M_3 đối xứng với M qua gốc tọa độ



Hình 1.32

Lời giải:

- M_1 đối xứng với M qua trục hoành suy ra $M_1(x; -y)$
- M_2 đối xứng với M qua trục tung suy ra $M_2(-x; y)$
- M_3 đối xứng với M qua gốc tọa độ suy ra $M_3(-x; -y)$

Ví dụ 2: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, cho hình vuông $ABCD$ tâm I và có $A(1;3)$. Biết điểm B thuộc trục $(O; \vec{i})$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng với $\vec{i}$. Tìm tọa độ các vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AC}$

Lời giải:

(hình 1.33)

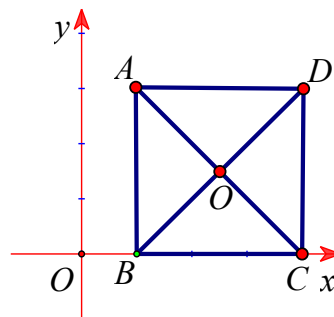
Từ giả thiết ta xác định được hình vuông trên mặt phẳng tọa độ

(hình bên)

Vì điểm $A(1;3)$ suy ra $AB = 3$, $OB = 1$

Do đó $B(1;0)$, $C(4;0)$, $D(4;3)$

Vậy $\overrightarrow{AB}(0;-3)$, $\overrightarrow{BC}(3;0)$ và $\overrightarrow{AC}(3;-3)$



Hình 1.33

Ví dụ 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Biết A trùng với gốc tọa độ O , C thuộc trục Ox và $x_B \geq 0, y_B \geq 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi $ABCD$

Lời giải:

(hình 1.34)

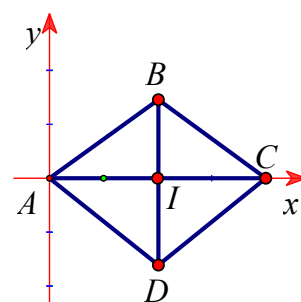
Từ giả thiết ta xác định được hình thoi trên mặt phẳng tọa độ Oxy

Gọi I là tâm hình thoi ta có

$$BI = AB \sin \widehat{BAI} = a \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$$

$$AI = \sqrt{AB^2 - BI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Suy ra } A(0;0), B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3};0), D\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right)$$



Hình 1.34

Ví dụ 4: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, Cho tam giác đều ABC cạnh a , biết O là trung điểm BC , $\vec{i}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OC}$, $\vec{j}$ cùng hướng $\overrightarrow{OA}$.

a) Tính tọa độ của các đỉnh của tam giác ABC

b) Tìm tọa độ trung điểm E của AC

c) Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

Lời giải:

a) $A\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right), B\left(-\frac{a}{2}; 0\right), C\left(\frac{a}{2}; 0\right)$

b) $E\left(\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$

c) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều trùng với trọng tâm $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$

Ví dụ 5: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, Cho hình thoi $ABCD$ tâm O có $AC = 8, BD = 6$.

Biết $\vec{OC}$ và $\vec{i}$ cùng hướng, $\vec{OB}$ và $\vec{j}$ cùng hướng.

a) Tính tọa độ các đỉnh của hình thoi

b) Tìm tọa độ trung điểm I của BC và trọng tâm tam giác ABC

Lời giải:

a) $A(-4; 0), C(4; 0), B(0; 3), D(0; -3)$

b) $I\left(2; \frac{3}{2}\right), G(0; 1)$

Ví dụ 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các vector $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}, \vec{b} = (4; -1)$ và các điểm $M(-3; 6), N(3; -3)$.

a) Tìm mối liên hệ giữa các vector $\vec{MN}$ và $2\vec{a} - \vec{b}$

b) Các điểm O, M, N có thẳng hàng hay không?

c) Tìm điểm $P(x; y)$ để OMP là hình bình hành.

Lời giải:

a) Ta có $\vec{a} = (3; -2), 2\vec{a} - \vec{b} = (2 \cdot 3 - 4; 2 \cdot (-2) + 1) = (2; -3)$.

và $\vec{MN} = (6; -9)$

Vậy $\vec{MN} = 3(2\vec{a} - \vec{b})$

b) Ta có $\vec{OM} = (-3; 5), \vec{ON} = (3; -3)$

Vì $\frac{-3}{3} \neq \frac{5}{-3}$ nên hai vector $\vec{OM}, \vec{ON}$ không cùng phương. Suy ra các điểm O, M, N không cùng nằm trên một đường thẳng. Do đó O, M, N không thẳng hàng.

c) Các điểm O, M, N không thẳng hàng

Để $OMPN$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\vec{OM} = \vec{PN}$

Gọi $P(x; y)$

Ta có $\vec{OM} = (-3; 5), \vec{PN} = (3 - x; -3 - y)$. Suy ra

$$\begin{cases} -3 = 3 - x \\ 6 = -3 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -9 \end{cases}$$

Vậy điểm cần tìm là P(6;-9).

Ví dụ 7: Cho ba điểm $A(-4;0)$, $B(0;3)$ và $C(2;1)$

a) Xác định tọa độ vectơ $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

b) Tìm điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

Lời giải:

a) Ta có $\overrightarrow{AB}(4;3)$, $\overrightarrow{AC}(6;1)$ suy ra $\vec{u} = (2;5)$

b) Gọi $M(x;y)$, ta có $\overrightarrow{MA}(-4-x;-y)$, $\overrightarrow{MB}(-x;3-y)$, $\overrightarrow{MC}(2-x;1-y)$

Suy ra $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = (-6x+2; -6y+9)$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} -6x+2=0 \\ -6y+9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy $M\left(\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right)$

Ví dụ 8: Cho tam giác ABC có $A(2;1)$, $B(-1;-2)$, $C(-3;2)$.

a) Tìm tọa độ trung điểm M sao cho C là trung điểm của đoạn MB

b) Xác định trọng tâm tam giác ABC

b) Tìm điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành

Lời giải:

a) C là trung điểm của MB suy ra $x_C = \frac{x_M + x_B}{2} \Rightarrow x_M = 2x_C - x_B = -5$

và $y_C = \frac{y_M + y_B}{2} \Rightarrow y_M = 2y_C - y_B = 6$

Vậy $M(-5;6)$

b) G là trọng tâm tam giác suy ra

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{2-1-3}{3} = -\frac{2}{3} \text{ và } y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1-2+2}{3} = \frac{1}{3}$$

Vậy $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

c) Gọi $D(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (-3 - x; 2 - y)$

Ta có: $ABCD$ là hình bình hành suy ra

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x = -3 \\ 2 - y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow D(0; 5).$$

Vậy $D(0; 5)$

Ví dụ 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(-2; 3)$; $B(4; 5)$; $C(2; -3)$

- Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.
- Giải tam giác ABC (làm tròn các kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải:

a. Ta có: $\overrightarrow{AB} = (6; 2)$, $\overrightarrow{BC} = (-2; -8)$

Vì $\frac{6}{-2} \neq \frac{2}{-8} \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ không cùng phương.

Vậy ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b. Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên :

Vậy $G\left(\frac{-2+4+2}{3}; \frac{3+5-3}{3}\right) \Rightarrow G\left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$

c. Giải tam giác ABC (làm tròn các kết quả đến hàng đơn vị).

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (6; 2) \Rightarrow AB = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10} \approx 6$$

$$\overrightarrow{BC} = (-2; -8) \Rightarrow BC = \sqrt{(-2)^2 + (-8)^2} = 2\sqrt{17} \approx 8$$

$$\overrightarrow{AC} = (4; -6) \Rightarrow AC = \sqrt{4^2 + (-6)^2} = 2\sqrt{13} \approx 7$$

$$\overrightarrow{BA} = (-6; -2), \overrightarrow{BC} = (-2; -8)$$

$$\cos \widehat{ABC} = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{BA \cdot BC} = \frac{28}{2\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{17}} \approx 0,54 \Rightarrow \widehat{ABC} \approx 58^\circ$$

Tương tự: $\widehat{BAC} \approx 75^\circ$

$$\widehat{ACB} = 180^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{BAC}) \approx 47^\circ$$

Ví dụ 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3; -1)$, $B(-1; 2)$ và $I(1; -1)$. Xác định tọa độ các điểm C, D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành biết I là trọng tâm tam giác ABC . Tìm tọa độ tâm O của hình bình hành $ABCD$.

Lời giải:

Vì I là trọng tâm tam giác ABC nên

$$x_I = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \Rightarrow x_C = 3x_I - x_A - x_B = 1$$

$$y_I = \frac{y_A + y_B + y_C}{2} \Rightarrow y_C = 3y_I - y_A - y_B = -4$$

suy ra $C(1; -4)$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành suy ra

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - 3 = 1 - x_D \\ 2 + 1 = -4 - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = -7 \end{cases} \Rightarrow D(5; -7)$$

Điểm O của hình bình hành $ABCD$ suy ra O là trung điểm AC do đó

$$x_O = \frac{x_A + x_C}{2} = 2, y_O = \frac{y_A + y_C}{2} = -\frac{5}{2} \Rightarrow O\left(2; -\frac{5}{2}\right)$$

Ví dụ 11: Cho tam giác ABC có $A(3; 1)$, $B(1; -3)$, đỉnh C nằm trên Oy và trọng tâm G nằm trên trục Ox . Tìm tọa độ đỉnh C

Lời giải:

Từ giả thiết ta có $C(0; y)$, $G(x; 0)$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác nên } \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy $C(0; 2)$

Ví dụ 12: Cho tam giác ABC có M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Biết $M(1; 1), N(-2; -3), P(2; -1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Lời giải:

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN}(-3; -4), \overrightarrow{PA}(x_A - 2; y_A + 1), \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PA} \Rightarrow A(-1; -5)$$

N là trung điểm AC suy ra $C(-3; -1)$

M là trung điểm BC suy ra $B(5; 3)$

Ví dụ 13: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6; 3)$, $B(-3; 6)$, $C(1; -2)$.

a) Chứng minh A, B, C là ba đỉnh một tam giác. Tìm chu vi và diện tích tam giác ABC

b) Xác định điểm D trên trục hoành sao cho ba điểm A, B, D thẳng hàng.

c) Xác định điểm E trên cạnh BC sao cho $BE = 2EC$

d) Xác định giao điểm hai đường thẳng DE và AC

Lời giải:

a) Ta có $\overrightarrow{AB}(-9; 3)$, $\overrightarrow{AC}(-5; -5)$. Vì $\frac{-9}{-5} \neq \frac{3}{-5}$ suy ra $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương

Hay A, B, C là ba đỉnh một tam giác.

$$AB = \sqrt{(-9)^2 + 3^2} = 3\sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2} = 5\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(1+3)^2 + (-2-6)^2} = 4\sqrt{5}$$

Chu vi của tam giác ABC là $3\sqrt{10} + 5\sqrt{2} + 4\sqrt{5}$

$$\text{Ta có: } p = \frac{3\sqrt{10} + 5\sqrt{2} + 4\sqrt{5}}{2}$$

Diện tích của tam giác ABC là

$$S = \sqrt{p(p - 3\sqrt{10})(p - 5\sqrt{2})(p - 4\sqrt{5})} = 30 \text{ (Đơn vị diện tích)}$$

b) D trên trục hoành $\Rightarrow D(x; 0)$

Ba điểm A, B, D thẳng hàng suy ra $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$ không cùng phương

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{AD}(x-6; -3) \text{ do đó } \frac{x-6}{-9} = \frac{-3}{3} \Rightarrow x = 15$$

Vậy $D(15; 0)$

c) Vì E thuộc đoạn BC và $BE = 2EC$ suy ra $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EC}$

Gọi $E(x; y)$ khi đó $\overrightarrow{BE}(x+3; y-6)$, $\overrightarrow{EC}(1-x; -2-y)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} x+3 = 2(1-x) \\ y-6 = 2(-2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$

d) Gọi $I(x; y)$ là giao điểm của DE và AC.

Do đó $\overrightarrow{DI}(x-15; y), \overrightarrow{DE}\left(-\frac{46}{3}; \frac{2}{3}\right)$ cùng phương suy ra

$$\frac{3(x-15)}{-46} = \frac{3y}{2} \Rightarrow x + 23y - 15 = 0 \quad (1)$$

$\overrightarrow{AI}(x-6; y-3), \overrightarrow{AC}(-5; -5)$ cùng phương suy ra $\frac{x-6}{-5} = \frac{y-3}{-5} \Rightarrow x - y - 3 = 0 \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $x = \frac{7}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$

Vậy giao điểm hai đường thẳng DE và AC là $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Ví dụ 14 : Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1;1)$, $B(2;-2)$, $M \in Oy$ và $MA = MB$. Khi đó tọa độ điểm M là

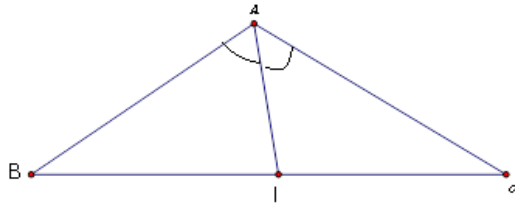
Lời giải

Do $M \in Oy$, đặt $M(0; y)$ suy ra $\overrightarrow{MA} = (1; 1-y)$, $\overrightarrow{MB} = (2; -2-y)$.

Vì $MA = MB \Rightarrow 1^2 + (1-y)^2 = 2^2 + (2+y)^2 \Leftrightarrow y = -1$. Vậy $M(0; -1)$.

Ví dụ 15 : Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho tam giác ABC với $A(-4;0)$, $B(6;5)$, $C(2;-3)$. Tìm tọa độ chân đường phân giác trong kẻ từ A của tam giác ABC .

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB} = (10; 5) \Rightarrow AB = \sqrt{10^2 + 5^2} = 5\sqrt{5}$.

$\overrightarrow{AC} = (6; -3) \Rightarrow AC = \sqrt{6^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{5}$.

Gọi $I(x; y)$ chân đường phân giác trong kẻ từ A của tam giác ABC .

Ta có $\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{3}$. Suy ra $\overrightarrow{IB} = -\frac{5}{3}\overrightarrow{IC}$. (Do đó I nằm giữa B và C)

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 6-a = -\frac{5}{3}(2-a) \\ 5-b = -\frac{5}{3}(-3-b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{2} \\ b = 0 \end{cases}. \text{ Vậy } I\left(\frac{7}{2}; 0\right).$$

Ví dụ 16: Tìm tọa độ tâm đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;4), B(2;4), C(4;0)$.

Lời giải

Gọi $I(a;b)$ để I là tâm đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4), B(2;4), C(4;0)$ thì

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (4-b)^2 = (2-a)^2 + (4-b)^2 \\ a^2 + (4-b)^2 = (4-a)^2 + b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Vậy tâm $I(1;1)$

2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, cho $K = (2; -5)$. Vector $\overrightarrow{OK}$ biểu diễn theo hai vector đơn vị

A. $\overrightarrow{OK} = 5\vec{i} - 2\vec{j}$. B. $\overrightarrow{OK} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$. C. $\overrightarrow{OK} = -3\vec{i} + 5\vec{j}$. D. $\overrightarrow{OK} = -5\vec{j}$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\overrightarrow{OM} = 5\vec{i} - 3\vec{j}$. Tọa độ của điểm M là

A. $M = (5; -3)$. B. $M = (-5; -3)$. C. $M = (5; 3)$. D. $M = (0; -3)$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\overrightarrow{ON} = \vec{i} + 3\vec{j}$. Tọa độ của điểm N là

A. $N = (0; 3)$. B. $N = (1; 3)$. C. $N = (3; 1)$. D. $N = (0; -3)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Cho điểm $M(x; y)$. Tìm tọa độ của các điểm M_1 đối xứng với M qua trục hoành?

A. $M_1(x; -y)$. B. $M_1(-x; y)$. C. $M_1(-x; -y)$. D. $M_1(x; y)$.

Lời giải

Chọn A.

M_1 đối xứng với M qua trục hoành suy ra $M_1(x; -y)$.

Câu 5: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD tâm I và có $A(1;3)$. Biết điểm B thuộc trục Ox và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng với $\vec{i}$. Tìm tọa độ các vector $\overrightarrow{AC}$?

A. $(-3; 3)$. B. $(3; 3)$. C. $(3; -3)$. D. $(3; 0)$.

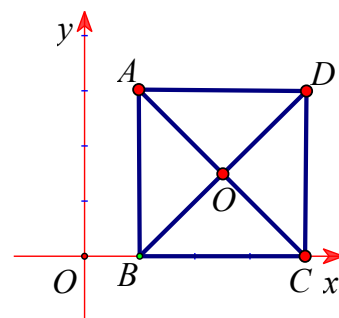
Lời giải

Chọn C.

Từ giả thiết ta xác định được hình vuông trên mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ bên.

Vì điểm $A(1;3)$ suy ra $AB = 3, OB = 1$

Do đó $B(1;0), C(4;0), D(4;3)$



Vậy $\overrightarrow{AC} = (3; -3)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Biết A trùng với gốc tọa độ O ; C thuộc trục Ox và $x_B \geq 0, y_B \geq 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C của hình thoi $ABCD$.

A. $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3}; 0)$.

B. $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3}; 0)$.

C. $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C\left(a\sqrt{3}; \frac{a}{2}\right)$.

D. $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right), C\left(a\sqrt{3}; -\frac{a}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

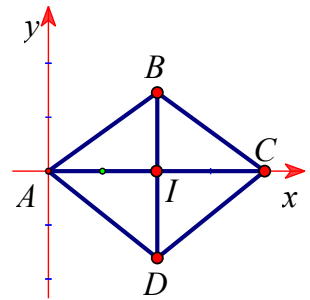
Từ giả thiết ta xác định được hình thoi trên mặt phẳng tọa độ

Oxy

Gọi I là tâm hình thoi ta có $BI = AB \sin \widehat{BAI} = a \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$

$$AI = \sqrt{AB^2 - BI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Suy ra $A(0; 0), B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3}; 0), D\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right)$.



Câu 7: Cho lục giác đều $ABCDEF$. Chọn hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, trong đó O là tâm lục giác đều, $\vec{i}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OD}$, $\vec{j}$ cùng hướng $\overrightarrow{EC}$. Tính tọa độ các đỉnh lục giác đều, biết cạnh của lục giác là 6.

Lời giải:

$A(-6; 0), D(6; 0), B(-3; 3\sqrt{3}),$

$C(3; 3\sqrt{3}), F(-3; -3\sqrt{3}), E(3; -3\sqrt{3})$

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\overrightarrow{OC} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$. Tọa độ của điểm C là

A. $C = (0; 2)$.

B. $C = (-3; 0)$.

C. $C = (-3; 2)$.

D. $C = (3; -2)$.

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy , cho $M = (-3; 1)$. Vector $\overrightarrow{OM}$ biểu diễn theo hai vector đơn vị

A. $\overrightarrow{OM} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$.

B. $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + \vec{j}$.

C. $\overrightarrow{OM} = -3\vec{i} + \vec{j}$.

D. $\overrightarrow{OM} = -\vec{i} + 3\vec{j}$.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy, cho $P = (3; 5)$. Vector $\overrightarrow{OP}$ biểu diễn theo hai vector đơn vị

- A. $\overrightarrow{OP} = 5\vec{i} + 3\vec{j}$. **B. $\overrightarrow{OP} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$.** C. $\overrightarrow{OP} = -3\vec{i} + 5\vec{j}$. D. $\overrightarrow{OP} = 3\vec{j}$.

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy hai điểm $A(-4; 0), B(-5; 6)$. Tọa độ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(1; 6)$. B. $(-9; 6)$. **C. $(-1; 6)$.** D. $(-5; 0)$.

Câu 12: Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là:

- A. $(-1; 2)$. B. $(-1; -2)$. **C. $(1; 2)$.** D. $(1; -2)$.

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy, Cho $A(-2; 3); B(0; -1)$. Khi đó

- A. $\overrightarrow{BA} = (4; 2)$ **B. $\overrightarrow{BA} = (-2; 4)$** C. $\overrightarrow{BA} = (2; -4)$ D. $\overrightarrow{BA} = (-2; -4)$

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy hai điểm $M(2; -1), N(4; 5)$. Tìm độ dài của $\overrightarrow{MN}$ là

- A. $\sqrt{10}$. **B. $2\sqrt{10}$.** C. $\sqrt{2}$. D. 5.

Câu 15: Cho các điểm $A(1; -2), B(-2; 3), C(0; 4)$. Diện tích ΔABC bằng

- A. $\frac{13}{2}$.** B. 13. C. 26. D. $\frac{13}{4}$.

Câu 16: Cho các điểm $A(-1; -2), B(4; 3), C(0; 1)$. Diện tích ΔABC bằng

- A. 5** B. 7 C. 26. D. $\frac{13}{4}$.

Câu 17: Cho các điểm $A(4; -2), B(2; -3), C(0; 1)$. Diện tích ΔABC bằng

- A. 5** B. 7 C. 4. D. $\frac{13}{4}$.

Câu 18: Cho ba điểm $A(-4; 0), B(-5; 0)$ và $C(3; -3)$

a) Tìm tọa độ vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{CA}$

- A. $\vec{u}(-3; 3)$ B. $\vec{u}(-8; 3)$ C. $\vec{u}(-38; 3)$ D. $\vec{u}(-38; 33)$

b) Tìm điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

- A. $M(-2; 1)$ B. $M(2; -1)$ C. $M(2; 1)$ D. $M(-2; -1)$

Lời giải:

a) $\vec{u}(-38; 3)$ b) $M(-2; -1)$

Câu 19: Cho ba điểm $A(3; 4), B(2; 1), C(-1; -2)$

a) Tìm tọa độ trung điểm cạnh BC và tọa độ trọng tâm của tam giác ABC

A. $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

B. $G\left(\frac{4}{3}; 1\right)$

C. Cả A, B đều đúng

D. Cả A, B đều sai

b) Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành

A. $D(5; 1)$

B. $D(0; 1)$

C. $D(3; 1)$

D. $D(2; 1)$

Lời giải:

a) Trung điểm BC là $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{4}{3}; 1\right)$

b) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow D(0; 1)$

Câu 20: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3; 4)$, $B(-1; 2)$, $I(4; 1)$. Xác định tọa độ các điểm C, D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành và I là trung điểm cạnh CD. Tìm tọa độ tâm O của hình bình hành $ABCD$.

A. $C(2; -2)$, $D(3; 0)$, $O\left(\frac{9}{2}; 2\right)$

B. $C(1; -2)$, $D(-6; 1)$, $O(3; 2)$

C. $C(3; -2)$, $D(3; 0)$, $O\left(\frac{9}{2}; -2\right)$

D. $C(2; -2)$, $D(6; 0)$, $O\left(\frac{9}{2}; 2\right)$

Lời giải:

Do $I(4; -1)$ là trung điểm của CD nên đặt

$$C(4 - x; -1 - y), D(4 + x; -1 + y) \Rightarrow \overrightarrow{CD}(2x; 2y)$$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy $C(2; -2)$, $D(6; 0)$, $O\left(\frac{9}{2}; 2\right)$

Câu 21: Cho tam giác ABC có $A(3; 4)$, $B(-1; 2)$, $C(4; 1)$. A' là điểm đối xứng của A qua B, B' là điểm đối xứng của B qua C, C' là điểm đối xứng của C qua A.

a) Tìm tọa độ các điểm A' , B' , C'

A. $A'(-5; 0)$

B. $B'(9; 0)$

C. $C'(2; 7)$

D. Cả A, B, C đều đúng

b) Chứng minh các tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng trọng tâm.

Lời giải:

a) A' là điểm đối xứng của A qua B suy ra B là trung điểm của AA' do đó $A'(-5;0)$. Tương tự $B'(9;0)$, $C'(2;7)$

b) Trọng tâm của tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng tọa độ là $\left(2; \frac{7}{3}\right)$

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 4 điểm $A(1;-2)$, $B(0;3)$, $C(-3;4)$ và $D(-1;8)$.

a) Bộ ba trong 4 điểm trên bộ nào thẳng hàng

A. A, B, D thẳng hàng

B. A, B, C thẳng hàng

C. A, C, D thẳng hàng **D.** C, B, D thẳng hàng

b) Chứng minh $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương

c) Phân tích $\overrightarrow{CD}$ qua $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$

A. $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Lời giải:

a) A, B, D thẳng hàng

b) $\overrightarrow{AB}(-1;5)$, $\overrightarrow{AC}(-4;6)$. Vì $\frac{-1}{-4} \neq \frac{5}{6} \Rightarrow \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương

c) $\overrightarrow{CD}(2;4)$. $\overrightarrow{CD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - 4y = 2 \\ 5x + 6y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

Câu 23 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 4 điểm $A(0;1)$, $B(1;3)$, $C(2;7)$ và $D(0;3)$. Tìm giao điểm của 2 đường thẳng AC và BD

A. $I\left(-\frac{2}{3}; 3\right)$

B. $I\left(\frac{1}{3}; -3\right)$

C. $I\left(\frac{4}{3}; 13\right)$

D. $I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$

Lời giải:

Gọi $I(x;y)$ là giao điểm AC và BD suy ra $\overrightarrow{AI}; \overrightarrow{AC}$ cùng phương và $\overrightarrow{BI}; \overrightarrow{BD}$ cùng phương

Mặt khác

$$\overrightarrow{AI} = (x; y-1), \overrightarrow{AC} = (2;6) \text{ suy ra } \frac{x}{2} = \frac{y-1}{6} \Leftrightarrow 6x - 2y = -2 \quad (1)$$

$$\overrightarrow{BI} = (x-1; y-3), \overrightarrow{BD} = (-1; 0) \text{ suy ra } y = 3 \text{ thế vào (1) ta có } x = \frac{2}{3}$$

Vậy $I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$ là điểm cần tìm.

Câu 20: Cho tam giác ABC có $A(3;4)$, $B(2;1)$, $C(-1;-2)$. Tìm điểm M trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 3S_{ABM}$

A. $M_1(1;2)$, $M_2(4;2)$

B. $M_1(-1;2)$, $M_2(-3;-2)$

C. $M_1(1;2)$, $M_2(3;-2)$

D. $M_1(1;0)$, $M_2(3;2)$

Lời giải:

$$\text{Ta có } S_{ABC} = 3S_{ABM} \Leftrightarrow BC = 3BM \Rightarrow \overrightarrow{BC} = \pm 3\overrightarrow{BM}$$

$$\text{Gọi } M(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{BM}(x-2; y-1); \overrightarrow{BC}(-3; -3)$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} -3 = 3(x-2) \\ -3 = 3(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} -3 = -3(x-2) \\ -3 = -3(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn $M_1(1;0)$, $M_2(3;2)$

Câu 21: Cho ba điểm $A(-1;-1)$, $B(0;1)$, $C(3;0)$

a) Chứng minh ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

b) Xác định tọa độ điểm D biết D thuộc đoạn thẳng BC và $2BD = 5DC$.

A. $D\left(\frac{5}{7}; \frac{2}{7}\right)$

B. $D\left(-\frac{15}{7}; -\frac{2}{7}\right)$

C. $D\left(\frac{15}{7}; \frac{1}{7}\right)$

D. $D\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$

c) Xác định tọa độ giao điểm của AD và BG trong đó G là trọng tâm tam giác ABC .

A. $I\left(\frac{5}{9}; 1\right)$

B. $I\left(\frac{1}{9}; 1\right)$

C. $I\left(\frac{35}{9}; 2\right)$

D. $I\left(\frac{35}{9}; 1\right)$

Lời giải:

a) Ta có $\overrightarrow{AB}(1;2)$, $\overrightarrow{AC}(4;1)$. Vì $\frac{1}{4} \neq \frac{2}{1} \Rightarrow \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương

b) Ta có $2\overrightarrow{BD} = 5\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{BD}(x_D; y_D - 1)$, $\overrightarrow{DC}(3 - x_D; -y_D)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} 2x_D = 5(3 - x_D) \\ 2(y_D - 1) = 5(-y_D) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \frac{15}{7} \\ y_D = \frac{2}{7} \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$$

c) Ta có $G\left(\frac{2}{3}; 0\right)$. Gọi $I(x; y)$ là giao điểm của AD và BG.

Do đó $\overrightarrow{AI}\left(x+1; y+1\right), \overrightarrow{AD}\left(\frac{22}{7}; \frac{9}{7}\right)$ cùng phương suy ra

$$\frac{7(x+1)}{22} = \frac{7(y+1)}{9} \Rightarrow 9x - 22y - 13 = 0$$

$\overrightarrow{BI}(x; y-1), \overrightarrow{BG}\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$ cùng phương suy ra tồn tại $k : \overrightarrow{BI} = k\overrightarrow{BG} \Rightarrow y = 1$

Từ đó $I\left(\frac{35}{9}; 1\right)$

Câu 22: Tìm trên trục hoành điểm P sao cho tổng khoảng cách từ P tới hai điểm A và B là nhỏ nhất, biết:

a) $A(1; 1)$ và $B(2; -4)$

A. $P\left(\frac{6}{5}; 0\right)$

B. $P(2; 0)$

C. $P\left(-\frac{6}{5}; 0\right)$

D. $P(1; 0)$

b) $A(1; 2)$ và $B(3; 4)$

A. $P\left(\frac{5}{3}; 0\right)$

B. $P\left(-\frac{5}{3}; 0\right)$

C. $P\left(\frac{5}{2}; 0\right)$

D. $P\left(\frac{1}{3}; 0\right)$

Lời giải:

a) Dễ thấy điểm A, B nằm ở hai phía với trục hoành

Ta có $PA + PB \geq AB$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \overrightarrow{AP}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$

$$\text{Suy ra } \frac{x_P - 1}{2 - 1} = \frac{0 - 1}{-4 - 1} \Rightarrow x_P = \frac{6}{5} \Rightarrow P\left(\frac{6}{5}; 0\right)$$

b) Dễ thấy A, B cùng phía với trục hoành. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua trục hoành, suy ra $A'(1; -2)$ và $PA = PA'$

Ta có $PA + PB = PA' + PB \geq A'B$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \overrightarrow{A'P}$ cùng phương với $\overrightarrow{A'B}$

$$\text{Suy ra } \frac{x_P - 1}{3 - 1} = \frac{0 + 2}{4 + 2} \Rightarrow x_P = \frac{5}{3} \Rightarrow P\left(\frac{5}{3}; 0\right)$$

Câu 23: Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3)$ và tâm $I(1;1)$. Biết điểm $K(-1;2)$ nằm trên đường thẳng AB và điểm D có hoành độ gấp đôi tung độ. Tìm các đỉnh còn lại của hình bình hành.

A. $D(2;1)$

B. $B(0;1)$

C. $C(4;-1)$

D. Cả A, B, C đều đúng

Lời giải:

I là trung điểm AC nên $C(4;-1)$

Gọi $D(2a;a) \Rightarrow B(2-2a;2-a)$

$\overrightarrow{AK}(1;-1), \overrightarrow{AB}(4-2a;-1-a)$

Vì $\overrightarrow{AK}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương nên $\frac{4-2a}{1} = \frac{-1-a}{-1} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow D(2;1), B(0;1)$

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-4; 0)$ và $B(0; 3)$. Xác định tọa độ của vector $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB}$.

A. $\vec{u} = (-8; -6)$.

B. $\vec{u} = (8; 6)$.

C. $\vec{u} = (-4; -3)$.

D. $\vec{u} = (4; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

$\overrightarrow{AB} = (4; 3) \Rightarrow \vec{u} = 2\overrightarrow{AB} = (8; 6)$.

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(3;-1)$, $B(-1;2)$ và $I(1;-1)$. Tìm tọa độ điểm C để I là trọng tâm tam giác ABC .

A. $C(1;-4)$.

B. $C(1;0)$.

C. $C(1;4)$.

D. $C(9;-4)$.

Lời giải

Chọn A.

Điểm I là trọng tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_I = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_I - x_A - x_B \\ y_C = 3y_I - y_A - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3 - 3 - (-1) = 1 \\ y_C = -3 - (-1) - 2 = -4 \end{cases}$

Vậy điểm $C(1;-4)$.

Câu 26: Cho tam giác ABC với $A(-2;3)$, $B(4;-1)$, trọng tâm của tam giác là $G(2;-1)$. Tọa độ đỉnh C là

- A. $(6;-4)$. B. $(6;-3)$. C. $(4;-5)$. D. $(2;1)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Do } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 4 \\ y_C = -5 \end{cases}.$$

Vậy $C(4;-5)$.

Câu 27: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho các điểm $A(1;2)$, $B(3;-1)$, $C(0;1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{AB} + \vec{BC}$ là

- A. $\vec{u} = (2;2)$. B. $\vec{u} = (-4;1)$. C. $\vec{u} = (1;-4)$. D. $\vec{u} = (-1;4)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \vec{AB} = (2;-3) \Rightarrow 2\vec{AB} = (4;-6), \vec{BC} = (-3;2).$$

$$\text{Nên } \vec{u} = 2\vec{AB} + \vec{BC} = (1;-4).$$

Câu 28: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3)$, $B(0;4)$, $C(5;-4)$. Tọa độ đỉnh D là:

- A. $(3;-5)$. B. $(3;7)$. C. $(3;\sqrt{2})$. D. $(\sqrt{7};2)$.

Lời giải

Chọn A.

$$ABCD \text{ là hình bình hành } \Rightarrow \vec{AD} = \vec{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 2 = 5 - 0 \\ y_D - 3 = -4 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = -5 \end{cases} \Rightarrow D(3;-5)$$

Câu 29: Cho $A(0;3)$, $B(4;2)$. Điểm D thỏa $\vec{OD} + 2\vec{DA} - 2\vec{DB} = \vec{0}$, tọa độ D là

- A. $(-3;3)$. B. $(-8;2)$. C. $(8;-2)$. D. $(2;\frac{5}{2})$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $D(x; y)$.

$$\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{AB}$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AB} = (4; -1) \Rightarrow 2\overrightarrow{AB} = (8; -2) \Rightarrow \overrightarrow{OD} = (8; -2).$$

Vậy $D(8; -2)$.

Câu 30: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-1; 2)$, $B(1; -3)$. Gọi D đối xứng với A qua B . Khi đó tọa độ điểm D là

A. $D(3; -8)$.

B. $D(-3; 8)$.

C. $D(-1; 4)$.

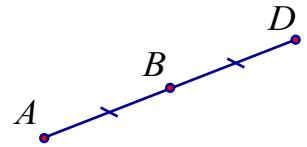
D. $D(3; -4)$.

Lời giải

Chọn A.

Vì D đối xứng với A qua B nên B là trung điểm của AD .

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} x_D = 2x_B - x_A \\ y_D = 2y_B - y_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = -8 \end{cases} \Rightarrow D(3; -8).$$



Câu 31: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ với trọng tâm G . Biết rằng $A(-1; 4)$, $B(2; 5)$, $G(0; 7)$. Hỏi tọa độ đỉnh C là cặp số nào?

A. $(2; 12)$.

B. $(-1; 12)$.

C. $(3; 1)$.

D. $(1; 12)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Vì } G \text{ là trọng tâm } \triangle ABC \text{ nên } \begin{cases} 3x_G = x_A + x_B + x_C \\ 3y_G = y_A + y_B + y_C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_B - x_A = -1 \\ y_C = 3y_G - y_B - y_A = 12 \end{cases}.$$

Vậy $C(-1; 12)$.

Câu 32: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $M(1; -1)$, $N(3; 2)$, $P(0; -5)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA và AB của tam giác ABC . Tọa độ điểm A là

A. $(2; -2)$.

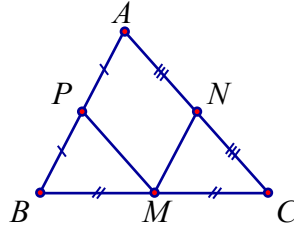
B. $(5; 1)$.

C. $(\sqrt{5}; 0)$.

D. $(2; \sqrt{2})$.

Lời giải

Chọn A.



Theo đề ta có: Tứ giác $APMN$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{MP} \Rightarrow (x_A - 3; y_A - 2) = (-1; -4) \Rightarrow \begin{cases} x_A = 2 \\ y_A = -2 \end{cases}.$$

Vậy $A(2; -2)$.

Câu 33: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;3)$, $B(-1;-2)$, $C(1;5)$. Tọa độ D trên trục Ox sao cho $ABCD$ là hình thang có hai đáy AB và CD là

- A.** $(1;0)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** Không tồn tại điểm D .

Lời giải

Chọn C.

$$D(x;0) \in Ox. \quad \overrightarrow{AB} = (-2; -5), \quad \overrightarrow{CD} = (x-1; -5).$$

Theo đề ta có: $ABCD$ là hình thang có hai đáy là AB, CD nên: $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng phương.

$$\text{Suy ra: } \frac{x-1}{-2} = \frac{-5}{-5} \Rightarrow x = -1. \text{ Vậy } D(-1;0).$$

Câu 34: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $B(2;3)$, $C(-1;-2)$. Điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Tọa độ điểm M là

- A.** $M\left(\frac{1}{5}; 0\right)$. **B.** $M\left(-\frac{1}{5}; 0\right)$. **C.** $M\left(0; \frac{1}{5}\right)$. **D.** $M\left(0; -\frac{1}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Gọi } M(x; y) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MB} = (2-x; 3-y) \\ \overrightarrow{MC} = (-1-x; -2-y) \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = (-5x+1; -5y).$$

$$\text{Khi đó } 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -5x+1=0 \\ -5y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{5} \\ y=0 \end{cases}. \text{ Vậy } M\left(\frac{1}{5}; 0\right).$$

Câu 35: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2;4)$ và $B(4;-1)$. Khi đó, tọa độ của $\overrightarrow{AB}$ là
A. $\overrightarrow{AB} = (-2;5)$. **B.** $\overrightarrow{AB} = (6;3)$. **C.** $\overrightarrow{AB} = (2;5)$. **D.** $\overrightarrow{AB} = (2;-5)$.

Lời giải

Chọn D.

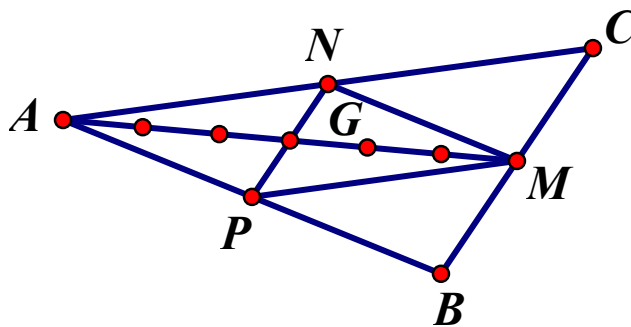
$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (2; -5)$$

Câu 36: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M\left(-\frac{5}{2}; -1\right)$, $N\left(-\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}\right)$, $P\left(0; \frac{1}{2}\right)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB . Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G\left(-\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. **B.** $G(-4; -4)$. **C.** $G\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$. **D.** $G(4; -4)$.

Lời giải

Chọn A.



Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên G cũng là trọng tâm tam giác MNP .

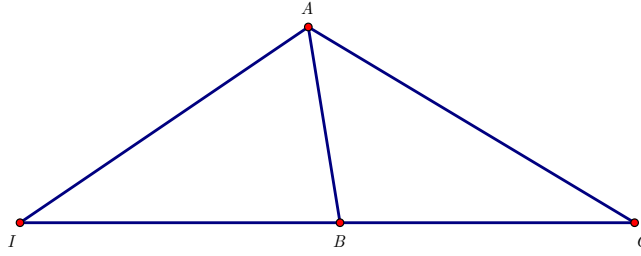
$$\text{Tọa độ điểm } G \text{ là } \begin{cases} x_G = \frac{x_M + x_N + x_P}{3} \\ y_G = \frac{y_M + y_N + y_P}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = -\frac{4}{3} \\ y_G = -\frac{4}{3} \end{cases}.$$

Câu 37: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho tam giác ABC với $A(1;-2)$, $B(3;-4)$, $C(5;2)$. Tìm tọa độ giao điểm I của đường thẳng BC với đường phân giác ngoài của góc $\widehat{A}$.

A. $I\left(\frac{11}{3}; -2\right)$. **B.** $I(4; -1)$. **C.** $I(1; -10)$. **D.** $I\left(\frac{13}{3}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$. Suy ra $\overline{IB} = \frac{1}{2}\overline{IC} = \overline{BC}$. Do đó B là trung điểm của IC .

Suy ra $\begin{cases} x_I = 2x_B - x_C = 1 \\ y_I = 2y_B - y_C = -10 \end{cases}$. Vậy $I(1; -10)$.

Câu 38: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3)$, $B(3; -4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho chu vi tam giác AMB nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{18}{7}; 0\right)$.

B. $M(4; 0)$.

C. $M(3; 0)$.

D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Do M trên trục hoành $\Rightarrow M(x; 0)$, $\overline{AB} = (1; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{2}$.

$$\overline{AM} = (x-2; 3), \overline{BM} = (x-3; 4)$$

Ta có chu vi tam giác AMB : $P_{ABM} = \sqrt{2} + \sqrt{(x-2)^2 + 3^2} + \sqrt{(x-3)^2 + 4^2}$

$$= \sqrt{2} + \sqrt{(x-2)^2 + 3^2} + \sqrt{(3-x)^2 + 4^2} \geq \sqrt{2} + \sqrt{(x-2+3-x)^2 + (3+4)^2}$$

$$\Leftrightarrow P_{ABM} \geq 6\sqrt{2}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } \frac{x-2}{3-x} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{17}{7} \Rightarrow M\left(\frac{17}{7}; 0\right).$$

Cách 2: Lấy đối xứng A qua Ox ta được $A'(2; 3)$. Ta có

$$MA + MB = MA' + MB \geq A'B.$$

Dấu bằng xảy ra khi M trùng với giao điểm của $A'B$ với Ox .

Câu 39: Cho $M(-1; -2)$, $N(3; 2)$, $P(4; -1)$. Tìm E trên Ox sao cho $|\overline{EM} + \overline{EN} + \overline{EP}|$ nhỏ nhất.

A. $E(4; 0)$.

B. $E(3; 0)$.

C. $E(1; 0)$.

D. $E(2; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Do $E \in Ox \Rightarrow E(a; 0)$.

Ta có: $\overrightarrow{EM} = (-1-a; -2)$; $\overrightarrow{EN} = (3-a; 2)$; $\overrightarrow{EP} = (4-a; -1)$

Suy ra $\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP} = (6-3a; -1)$.

Do đó: $|\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}| = \sqrt{(6-3a)^2 + (-1)^2} = \sqrt{(6-3a)^2 + 1} \geq 1$.

Giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}|$ bằng 1.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $6-3a=0 \Leftrightarrow a=2$.

Vậy $E(2;0)$.

Câu 40: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm N trên cạnh BC của tam giác ABC có $A(1;-2)$, $B(2;3)$, $C(-1;-2)$ sao cho $S_{ABN} = 3S_{ANC}$ là

A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$.

B. $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

D. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

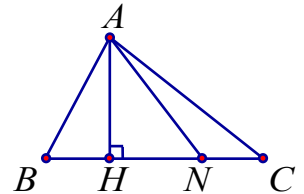
Chọn B.

Gọi H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .

Theo đề ta có: $S_{ABN} = 3S_{ACN} \Leftrightarrow \frac{1}{2}AH.BN = \frac{3}{2}AH.CN \Leftrightarrow BN = 3CN$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BN} = -3\overrightarrow{CN} \Leftrightarrow \overrightarrow{BN} = -3(\overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BC}) \Leftrightarrow 4\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{BC} (*)$.

Ta có $\overrightarrow{BN} = (x_N - 2; y_N - 3)$; $\overrightarrow{BC} = (-3; -5)$.



Do đó $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x_N - 2) = 3(-3) \\ 4(y_N - 3) = 3(-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -\frac{1}{4} \\ y_N = -\frac{3}{4} \end{cases}$. Vậy $N\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

Câu 41: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC vuông tại A có $B(1;-3)$ và $C(1;2)$. Tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ đỉnh A của ΔABC , biết $AB = 3$, $AC = 4$.

A. $H\left(1; \frac{24}{5}\right)$.

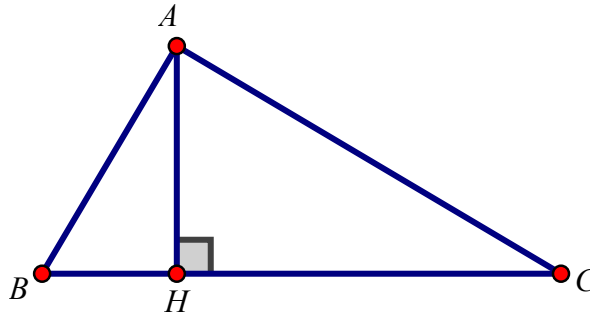
B. $H\left(1; -\frac{6}{5}\right)$.

C. $H\left(1; -\frac{24}{5}\right)$.

D. $H\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $AB^2 = BH \cdot BC$ và $AC^2 = CH \cdot CB$. Do đó: $\frac{CH}{BH} = \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow HC = \frac{16}{9} \cdot HB$.

Mà $\overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HB}$ ngược hướng nên $\overrightarrow{HC} = -\frac{16}{9} \overrightarrow{HB}$.

Khi đó, gọi $H(x; y)$ thì $\overrightarrow{HC} = (1-x; 2-y)$, $\overrightarrow{HB} = (1-x; -3-y)$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 1-x = -\frac{16}{9}(1-x) \\ 2-y = -\frac{16}{9}(-3-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-\frac{6}{5} \end{cases} \Leftrightarrow H\left(1; -\frac{6}{5}\right).$$

Câu 42: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1)$, $N(5; -3)$ và P là điểm thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác MNP nằm trên trục Ox . Tọa độ điểm P là

A. $(2; 4)$.

B. $(0; 4)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(2; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

$$P \in Oy \Rightarrow P(0; y).$$

$$G \in Ox \Rightarrow G(x; 0).$$

$$\text{Điểm } G \text{ là trọng tâm của tam giác } MNP \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

Câu 43: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3)$, $B(-1;-1)$, $C(1;1)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm $I(a;b)$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{IA} = (a-1; b-3) \Rightarrow IA^2 = a^2 + b^2 - 2a - 6b + 10.$$

$$\overrightarrow{IB} = (a+1; b+1) \Rightarrow IB^2 = a^2 + b^2 + 2a + 2b + 2.$$

$$\overrightarrow{IC} = (a-1; b-1) \Rightarrow IC^2 = a^2 + b^2 - 2a - 2b + 2.$$

Vì I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên:

$$\begin{cases} IA = IB \\ IC = IB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IC^2 = IB^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=2 \\ a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=2 \end{cases}.$$

Vậy $a+b=1$.

Câu 44: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3;5)$, $B(1;2)$, $C(5;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

A. $G(-3;-3)$.

B. $G\left(\frac{9}{2}; \frac{9}{2}\right)$.

C. $G(9;9)$.

D.

$G(3;3)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{3+1+5}{3} = 3 \\ y_G = \frac{5+2+2}{3} = 3 \end{cases} \longrightarrow G(3;3).$$

Câu 45: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2;2)$, $B(3;5)$ và trọng tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

A. $C(-1;-7)$.

B. $C(2;-2)$.

C. $C(-3;-5)$.

D.

$C(1;7)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $C(x;y)$.

$$\text{Vì } O \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} \frac{-2+3+x}{3} = 0 \\ \frac{2+5+y}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -7 \end{cases}.$$

Câu 46: Cho $M(2;0)$, $N(2;2)$, $P(-1;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB của ΔABC . Tọa độ B là:

A. $(1;1)$.

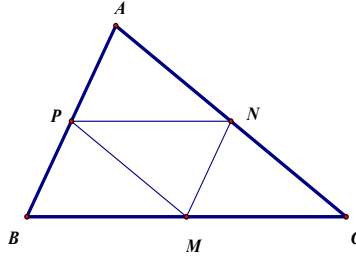
B. $(-1;-1)$.

C. $(-1;1)$.

D. $(1;-1)$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $BPNM$ là hình bình hành nên

$$\begin{cases} x_B + x_N = x_P + x_M \\ y_B + y_N = y_P + y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + 2 = 2 + (-1) \\ y_B + 2 = 0 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = -1 \\ y_B = 1 \end{cases}.$$

Câu 47: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1)$, $N(5; -3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Tọa độ của điểm P là

A. $(0; 4)$.

B. $(2; 0)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: P thuộc trục $Oy \Rightarrow P(0; y)$, G nằm trên trục $Ox \Rightarrow G(x; 0)$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } MNP \text{ nên ta có: } \begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy $P(0; 4)$.

Câu 48: Cho tam giác ABC với $AB = 5$ và $AC = 1$. Tính tọa độ điểm D là của chân đường phân giác

trong góc A , biết $B(7; -2)$, $C(1; 4)$.

A. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{11}{2}\right)$.

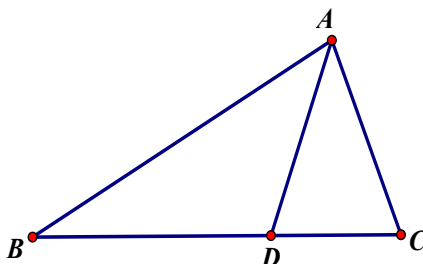
B. $(2; 3)$.

C. $(2; 0)$.

D. $\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.



Theo tính chất đường phân giác: $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = 5 \Rightarrow DB = 5DC \Rightarrow \overrightarrow{DB} = -5\overrightarrow{DC}$.

Gọi $D(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{DB} = (7-x; -2-y); \overrightarrow{DC} = (1-x; 4-y)$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 7-x = -5(1-x) \\ -2-y = -5(4-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}.$$

Vậy $D(2;3)$.

Câu 49: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3;-1)$, $B(-1;2)$ và $I(1;-1)$. Xác định tọa độ các điểm C , D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành biết I là trọng tâm tam giác ABC . Tìm tọa độ O của hình bình hành $ABCD$.

A. $O\left(3; -\frac{7}{2}\right)$

B. $O\left(2; -\frac{5}{2}\right)$

C. $O\left(-2; -\frac{5}{2}\right)$

D. $O\left(2; \frac{5}{2}\right)$

Lời giải

Chọn B.

Vì I là trọng tâm tam giác ABC nên

$$x_I = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \Rightarrow x_C = 3x_I - x_A - x_B = 1$$

$$y_I = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \Rightarrow y_C = 3y_I - y_A - y_B = -4$$

Suy ra $C(1; -4)$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành suy ra

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-3 = 1-x_D \\ 2+1 = -4-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = -7 \end{cases} \Rightarrow D(5; -7)$$

Điểm O của hình bình hành $ABCD$ suy ra O là trung điểm AC do đó

$$x_O = \frac{x_A + x_C}{2} = 2, y_O = \frac{y_A + y_C}{2} = -\frac{5}{2} \Rightarrow O\left(2; -\frac{5}{2}\right)$$

Câu 50: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1;3)$, $B(4;0)$. Tọa độ điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ là A. $M(4;0)$. B. $M(5;3)$. C. $M(0;4)$. D. $M(0;-4)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } 3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_M - 1) + (4 - 1) = 0 \\ 3(y_M - 3) + (0 - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ y_M = 4 \end{cases} \Rightarrow M(0;4).$$

Câu 51 Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-3;3), B(1;4), C(2;-5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{CM}$ là:

- A. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right)$. B. $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$. **C. $M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$.** D. $M\left(\frac{5}{6}; -\frac{1}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có:

$$2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{CM} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3 - x_M) - (2 - 1) = 4(x_M - 2) \\ 2(3 - y_M) - (-5 - 4) = 4(y_M + 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{6} \\ y_M = -\frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right).$$

3. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho điểm $M(2;-3)$. Tìm tọa độ của các điểm M_1 đối xứng với M qua trục tung?

- A. $M(-3;2)$. B. $M(-2;3)$. **C. $M(-2;-3)$.** D. $M(2;3)$.

Câu 2: Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$, cho tam giác đều ABC cạnh a , biết O là trung điểm BC , $\vec{i}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OC}$, $\vec{j}$ cùng hướng $\overrightarrow{OA}$. Tìm tọa độ của các đỉnh của tam giác ABC . $A\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right), B\left(-\frac{a}{2}; 0\right), C\left(\frac{a}{2}; 0\right)$

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$, cho tam giác đều ABC cạnh a , biết O là trung điểm BC , $\vec{i}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OC}$, $\vec{j}$ cùng hướng $\overrightarrow{OA}$. Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Lời giải

Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều trùng với trọng tâm $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$

Câu 4: Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$, cho hình thoi $ABCD$ tâm O có $AC = 8, BD = 6$. Biết $\overrightarrow{OC}$ và $\vec{i}$ cùng hướng, $\overrightarrow{OB}$ và $\vec{j}$ cùng hướng. Tính tọa độ trọng tâm tam giác ABC

Lời giải

$A(-4;0), C(4;0), B(0;3), D(0;-3) \Rightarrow G(0;1)$.

Câu 5: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AD = 4$ và chiều cao ứng với cạnh $AD = 3$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Chọn hệ trục tọa độ $(A; \vec{i}, \vec{j})$ sao cho $\vec{i}$ và $\overrightarrow{AD}$ cùng hướng, $y_B > 0$. Tìm tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AC}$

Câu 6: Cho lục giác đều $ABCDEF$. Chọn hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$, trong đó O là tâm lục giác đều, $\vec{i}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OD}$, $\vec{j}$ cùng hướng $\overrightarrow{EC}$. Tính tọa độ các đỉnh lục giác đều, biết cạnh của lục giác là 6.

Lời giải

ĐS: $A(-6;0), D(6;0), B(-3;3\sqrt{3}),$

- $C(3; 3\sqrt{3}), F(-3; -3\sqrt{3}), E(3; -3\sqrt{3})$
- Câu 7:** Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1; 3), B(4; 0)$. Tọa độ điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ là
A. $M(4; 0)$. **B.** $M(5; 3)$. **C.** $M(0; 4)$. **D.** $M(0; -4)$.
- Câu 8:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 2), B(-2; 3)$. Tìm tọa độ điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
A. $I(1; 2)$. **B.** $I(1; \frac{2}{5})$. **C.** $I(-1; \frac{8}{3})$. **D.** $I(2; -2)$.
- Câu 9:** Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$ là:
A. $(4; -6)$. **B.** $(2; 0)$. **C.** $(0; 4)$. **D.** $(4; 6)$.
- Câu 10:** Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là:
A. $(\frac{1}{2}; -1)$. **B.** $(-1; \frac{1}{2})$. **C.** $(\frac{1}{2}; -2)$. **D.** $(1; -1)$.
- Câu 11:** Cho tam giác ABC có trọng tâm là gốc tọa độ O , hai đỉnh A và B có tọa độ là $A(-2; 2); B(3; 5)$. Tọa độ của đỉnh C là:
A. $(1; 7)$. **B.** $(-1; -7)$. **C.** $(-3; -5)$. **D.** $(2; -2)$.
- Câu 12:** Tam giác ABC có $C(-2; -4)$, trọng tâm $G(0; 4)$, trung điểm cạnh BC là $M(2; 0)$. Tọa độ A và B là:
A. $A(4; 12), B(4; 6)$. **B.** $A(-4; -12), B(6; 4)$.
C. $A(-4; 12), B(6; 4)$. **D.** $A(4; -12), B(-6; 4)$.
- Câu 13:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $C(-2; -4)$, trọng tâm $G(0; 4)$ và trung điểm cạnh BC là $M(2; 0)$. Tổng hoành độ của điểm A và B là
A. -2 . **B.** 2 . **C.** 4 . **D.** 8 .
- Câu 14:** Trong mặt phẳng Oxy , cho $B(5; -4), C(3; 7)$. Tọa độ của điểm E đối xứng với C qua B là
A. $E(1; 18)$. **B.** $E(7; 15)$. **C.** $E(7; -1)$. **D.** $E(7; -15)$.
- Câu 15:** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2; 4), B(-1; 4), C(-5; 1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là:
A. $D(-8; 1)$. **B.** $D(6; 7)$. **C.** $D(-2; 1)$. **D.** $D(8; 1)$.
- Câu 16:** Trong mặt phẳng Oxy , gọi B', B'' và B''' lần lượt là điểm đối xứng của $B(-2; 7)$ qua trục Ox, Oy và qua gốc tọa độ O . Tọa độ của các điểm B', B'' và B''' là:
A. $B'(-2; -7), B''(2; 7)$ và $B'''(2; -7)$. **B.** $B'(-7; 2), B''(2; 7)$ và $B'''(2; -7)$.

C. $B'(-2;-7)$, $B''(2;7)$ và $B'''(-7;-2)$. D.

$B'(-2;-7)$, $B''(7;2)$ và $B'''(2;-7)$.

Câu 17: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có $A(0;3)$, $D(2;1)$ và $I(-1;0)$ là tâm của hình chữ nhật. Tìm tọa độ trung điểm của cạnh BC .

A. $(1;2)$. B. $(-2;-3)$. C. $(-3;-2)$. D. $(-4;-1)$.

4.DẠNG 4: Bài toán liên quan đến ba điểm thẳng hàng

Phương pháp.

- Cho $\vec{u} = (x; y)$; $\vec{u}' = (x'; y')$. Vector $\vec{u}'$ cùng phương với vector $\vec{u}$ ($\vec{u} \neq \vec{0}$) khi và chỉ khi có số k sao cho
$$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$$

Chú ý: Nếu $xy \neq 0$ ta có $\vec{u}'$ cùng phương $\vec{u} \Leftrightarrow \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$

- Để phân tích $\vec{c}(c_1; c_2)$ qua hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$ không cùng phương, ta giả sử $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$. Khi đó ta quy về giải hệ phương trình
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Cho $A(1;2)$, $B(-2;6)$. Điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng thì tọa độ điểm M là:

A. $(0;10)$. B. $(0;-10)$. C. $(10;0)$. D. $(-10;0)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: M trên trục $Oy \Rightarrow M(0; y)$

Ba điểm A, B, M thẳng hàng khi $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AM}$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 4)$, $\overrightarrow{AM} = (-1; y-2)$. Do đó, $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với

$$\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{y-2}{4} \Rightarrow y = 10. \text{ Vậy } M(0; 10).$$

Ví dụ 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1;-1)$, $B(2;2-2m)$, $C(m+3;3)$. Tìm giá trị m để A, B, C là ba điểm thẳng hàng?

A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3-m; 3-2m)$, $\overrightarrow{AC} = (4; 4)$

Ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \frac{3-m}{4} = \frac{3-2m}{4} \Leftrightarrow m = 0.$$

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6;3)$, $B(-3;6)$, $C(1;-2)$. Xác định điểm D trên trục hoành sao cho ba điểm A, B, D thẳng hàng.

A. $E(5;-10)$.

B. $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$

C. $E\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

D. $E(5;10)$.

Lời giải

Chọn B.

Vì E thuộc đoạn BC và $BE = 2EC$ suy ra $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EC}$

Gọi $E(x; y)$ khi đó $\overrightarrow{BE}(x+3; y-6)$, $\overrightarrow{EC}(1-x; -2-y)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} x+3 = 2(1-x) \\ y-6 = 2(-2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Ví dụ 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 4 điểm $A(0;1)$, $B(1;3)$, $C(2;7)$ và $D(0;3)$. Tìm giao điểm của 2 đường thẳng AC và BD .

A. $\left(\frac{2}{3}; 3\right)$.

B. $\left(\frac{2}{3}; -3\right)$.

C. $\left(3; -\frac{2}{3}\right)$.

D. $\left(3; \frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $I(x; y)$ là giao điểm AC và BD suy ra $\overrightarrow{AI}; \overrightarrow{AC}$ cùng phương và $\overrightarrow{BI}; \overrightarrow{BD}$ cùng phương

Mặt khác

$$\overrightarrow{AI} = (x; y-1), \overrightarrow{AC} = (2; 6) \text{ suy ra } \frac{x}{2} = \frac{y-1}{6} \Leftrightarrow 6x - 2y = -2 \quad (1)$$

$$\overrightarrow{BI} = (x-1; y-3), \overrightarrow{BD} = (-1; 0) \text{ suy ra } y = 3 \text{ thế vào (1) ta có } x = \frac{2}{3}$$

Vậy $I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$ là điểm cần tìm.

5.DẠNG 5: Bài toán thực tế

Ví dụ 1: Sự chuyển động của một tàu thủy được thể hiện trên một mặt phẳng tọa độ như sau: Tàu khởi hành từ vị trí A(1;2) chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu thị bởi vectơ $\vec{v}=(3;4)$. Xác định vị trí của tàu (trên mặt phẳng tọa độ) tại thời điểm sau khi khởi hành 1,5 giờ.

Lời giải

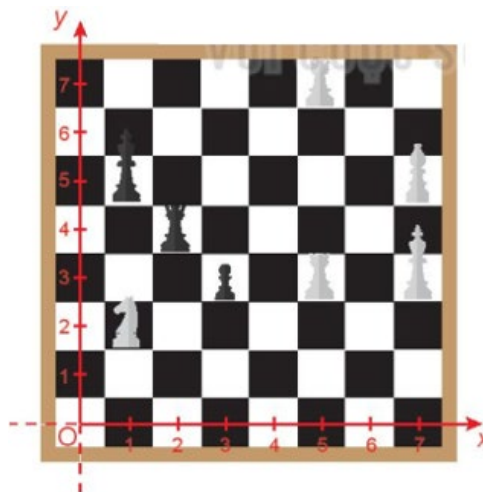
Gọi A'(x'; y') là vị trí tàu thủy đến sau khi khởi hành 1,5 giờ.

Khi đó, ta có:

$$\begin{cases} x' = 1 + 1,5 \cdot 3 \\ y' = 2 + 1,5 \cdot 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 5,5 \\ y' = 8 \end{cases} \Rightarrow A'(5,5;8)$$

Vậy sau khi khởi hành 1,5 giờ thì tàu thủy đến được vị trí A'(5,5;8).

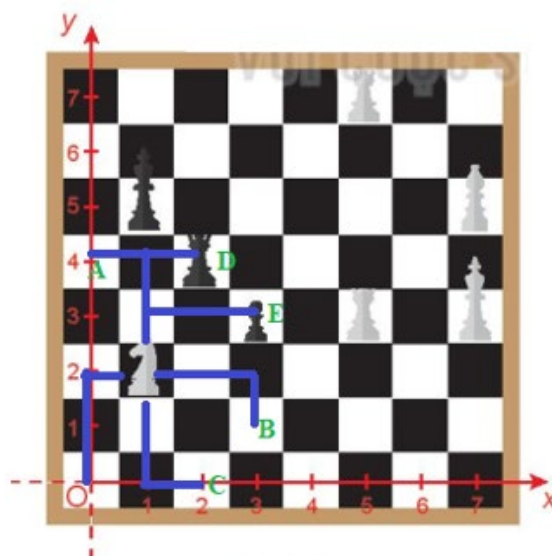
Ví dụ 2: Trong Hình 4.38, quân mã đang vị trí có tọa độ (1;2). Hỏi sau một nước đi, quân mã có thể đến những vị trí nào?



Hình 4.38

Lời giải

Cách di chuyển của quân mã là đi theo hình chữ L, nên quân mã có thể đi đến các vị trí trống sau trên bàn cờ:



Hình 4.38

Tọa độ của các vị trí là: O(0;0), A(0;4), D(2;4), E(3;3), B(3;1), C(2;0).

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 18: Cho 4 điểm $A(1;-2), B(0;3), C(-3;4), D(-1;8)$. Ba điểm nào trong 4 điểm đã cho là thẳng hàng?

A. A, B, C .

B. B, C, D .

C. A, B, D .

D. A, C, D .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AD}(-2;10), \overrightarrow{AB}(-1;5) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow 3$ điểm A, B, D thẳng hàng.

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6;3), B(-3;6), C(1;-2)$. Xác định điểm E trên cạnh BC sao cho $BE = 2EC$.

A. $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ **B.** $E\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ **C.** $E\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ **D.** $E\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Câu 20: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6;3), B\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), C(1;-2), D(15;0)$.

Xác định giao điểm I hai đường thẳng BD và AC .

A. $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$ **B.** $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$ **C.** $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$ **D.** $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Câu 21: Cho ba điểm $A(-1;-1), B(0;1), C(3;0)$. Xác định tọa độ điểm D biết D thuộc đoạn thẳng BC và $2BD = 5DC$.

A. $\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$ **B.** $\left(-\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$ **C.** $\left(\frac{2}{7}; \frac{15}{7}\right)$ **D.** $\left(\frac{15}{7}; -\frac{2}{7}\right)$

Câu 22: Cho tam giác ABC có $A(3;4), B(2;1), C(-1;-2)$. Tìm điểm M trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 3S_{ABM}$.

A. $M_1(0;1), M_2(3;2)$ **B.** $M_1(1;0), M_2(3;2)$.

C. $M_1(1;0), M_2(2;3)$ **D.** $M_1(0;1), M_2(2;3)$.

Câu 23: Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3)$ và tâm $I(1;1)$. Biết điểm $K(-1;2)$ nằm trên đường thẳng AB và điểm D có hoành độ gấp đôi tung độ. Tìm các đỉnh B, D của hình bình hành.

A. $B(2;1), D(0;1)$ **B.** $B(0;1); D(4;-1)$.

C. $B(0;1); D(2;1),$ **D.** $B(2;1), D(4;-1)$.

C. HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU KHÓ CỦA PHẦN TỰ LUYỆN

Câu 26: Vì E thuộc đoạn BC và $BE = 2EC$ suy ra $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EC}$

Gọi $E(x; y)$ khi đó $\overrightarrow{BE}(x+3; y-6), \overrightarrow{EC}(1-x; -2-y)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} x+3 = 2(1-x) \\ y-6 = 2(-2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$$

Câu 27: Gọi $I(x; y)$ là giao điểm của BD và AC .

Do đó $\overrightarrow{DI}(x-15; y), \overrightarrow{DB}\left(-\frac{46}{3}; \frac{2}{3}\right)$ cùng phương suy ra

$$\frac{3(x-15)}{-46} = \frac{3y}{2} \Rightarrow x + 23y - 15 = 0 \quad (1)$$

$\overrightarrow{AI}(x-6; y-3), \overrightarrow{AC}(-5; -5)$ cùng phương suy ra $\frac{x-6}{-5} = \frac{y-3}{-5} \Rightarrow x - y - 3 = 0$
(2)

Từ (1) và (2) suy ra $x = \frac{7}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$

Vậy giao điểm hai đường thẳng BD và AC là $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 28: Ta có $2\overrightarrow{BD} = 5\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BD}(x_D; y_D - 1), \overrightarrow{DC}(3 - x_D; -y_D)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} 2x_D = 5(3 - x_D) \\ 2(y_D - 1) = 5(-y_D) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \frac{15}{7} \\ y_D = \frac{2}{7} \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right).$$

Câu 29: Ta có $S_{ABC} = 3S_{ABM} \Leftrightarrow BC = 3BM \Rightarrow \overrightarrow{BC} = \pm 3\overrightarrow{BM}$

Gọi $M(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{BM}(x-2; y-1); \overrightarrow{BC}(-3; -3)$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} -3 = 3(x-2) \\ -3 = 3(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} -3 = -3(x-2) \\ -3 = -3(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn $M_1(1; 0), M_2(3; 2)$.

Câu 30: I là trung điểm AC nên $C(4; -1)$

Gọi $D(2a; a) \Rightarrow B(2-2a; 2-a)$

$\overrightarrow{AK}(1; -1), \overrightarrow{AB}(4-2a; -1-a)$

Vì $\overrightarrow{AK}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương nên $\frac{4-2a}{1} = \frac{-1-a}{-1} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow D(2; 1), B(0; 1)$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VECTO TRONG MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

A. $I\left(\frac{x_A - x_B}{2}; \frac{y_A - y_B}{2}\right)$.

B. $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

C. $I\left(\frac{x_A + x_B}{3}; \frac{y_A + y_B}{3}\right)$.

D. $I\left(\frac{x_A + y_A}{2}; \frac{x_B + y_B}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: I là trung điểm của đoạn thẳng

$$AB \Rightarrow \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I - x_A = x_B - x_I \\ y_I - y_A = y_B - y_I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

Vậy $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Câu 2: Cho các vector $\vec{u} = (u_1; u_2)$, $\vec{v} = (v_1; v_2)$. Điều kiện để vector $\vec{u} = \vec{v}$ là

A. $\begin{cases} u_1 = u_2 \\ v_1 = v_2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} u_1 = -v_1 \\ u_2 = -v_2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = v_1 \\ u_2 = v_2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} u_1 = v_2 \\ u_2 = v_1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = v_1 \\ u_2 = v_2 \end{cases}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\overrightarrow{AB} = (y_A - x_A; y_B - x_B)$.

B. $\overrightarrow{AB} = (x_A + x_B; y_A + y_B)$.

C. $\overrightarrow{AB} = (x_A - x_B; y_A - y_B)$.

D. $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Lời giải

Chọn D

Theo công thức tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ và $C(x_C; y_C)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

A. $G\left(\frac{x_A - x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

B. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{2}\right)$.

C. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

D. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{2}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$ với O là điểm bất kì.

Chọn O chính là gốc tọa độ O . Khi đó, ta có:

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right).$$

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-1; 2)$ đối nhau.
B. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-2; -1)$ đối nhau.
C. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-2; 1)$ đối nhau.
D. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (2; 1)$ đối nhau.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{u} = (2; -1) = -(-2; 1) = -\vec{v} \Rightarrow \vec{u}$ và $\vec{v}$ đối nhau.

Câu 6: Trong hệ trục $(O; \vec{i}; \vec{j})$, tọa độ của vec tơ $\vec{i} + \vec{j}$ là:

- A.** $(-1; 1)$. **B.** $(1; 0)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{i} + \vec{j} = (1; 0) + (0; 1) = (1; 1)$.

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(5; 2), B(10; 8)$. Tọa độ của vec tơ $\overrightarrow{AB}$ là:

- A.** $(2; 4)$. **B.** $(5; 6)$. **C.** $(15; 10)$. **D.** $(50; 6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (10 - 5; 8 - 2) = (5; 6)$.

Câu 8: Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là:

- A.** $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$. **B.** $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$. **D.** $(1; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Trung điểm của đoạn thẳng AB là:

$$I = \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right) = \left(\frac{1 + 0}{2}; \frac{0 + (-2)}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}; -1\right).$$

Câu 9: Cho tam giác ABC có trọng tâm là gốc tọa độ O , hai đỉnh A và B có tọa độ là $A(-2; 2); B(3; 5)$. Tọa độ của đỉnh C là:

- A.** $(1; 7)$. **B.** $(-1; -7)$. **C.** $(-3; -5)$. **D.** $(2; -2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = \frac{-2 + 3 + x_C}{3} \\ 0 = \frac{2 + 5 + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -1 \\ y_C = -7 \end{cases}.$$

Câu 10: Vector $\vec{a} = (-4; 0)$ được phân tích theo hai vector đơn vị như thế nào?

- A. $\vec{a} = -4\vec{i} + \vec{j}$. B. $\vec{a} = -\vec{i} + 4\vec{j}$. C. $\vec{a} = -4\vec{j}$. D. $\vec{a} = -4\vec{i}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{a} = (-4; 0) \Rightarrow \vec{a} = -4\vec{i} + 0\vec{j} = -4\vec{i}$.

Câu 11: Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$ là:

- A. $(4; -6)$. B. $(2; 0)$. C. $(0; 4)$. D. $(4; 6)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - x_A = -3(x_B - x_A) \\ y_D - y_A = -3(y_B - y_A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 1 = -3(0 - 1) \\ y_D - 0 = -3(-2 - 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 6 \end{cases}.$$

Câu 12: Cho $\vec{a} = (-5; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương nếu số x là:

- A. -5 . B. 4 . C. -1 . D. 0 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương khi $\vec{a} = k\vec{b} \Rightarrow x = 0$.

Câu 13: Cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (5; -7)$. Tọa độ của vector $\vec{a} - \vec{b}$ là:

- A. $(6; -9)$. B. $(4; -5)$. C. $(-6; 9)$. D. $(-5; -14)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{a} - \vec{b} = (-1 - 5; 2 + 7) = (-6; 9)$.

Câu 14: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3$, $BC = 4$. Độ dài của vector $\overrightarrow{AC}$ là:

- A. 9 . B. 5 . C. 6 . D. 7 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $|\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Câu 15: Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Vector đối của vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là:

- A. $(-1; 2)$. B. $(-1; -2)$. C. $(1; 2)$. D. $(1; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có vector đối của $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{BA} = (0 - 1; -2 - 0) = (-1; -2)$.

Câu 16: Cho $\vec{a} = (3; -4)$, $\vec{b} = (-1; 2)$. Tọa độ của vector $\vec{a} + \vec{b}$ là:

- A. $(2; -2)$. B. $(4; -6)$. C. $(-3; -8)$. D. $(-4; 6)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{a} + \vec{b} = (3 + (-1); (-4) + 2) = (2; -2)$.

Câu 17: Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?

A. Hai vec tơ $\vec{u} = (4; 2)$ và $\vec{v} = (8; 3)$ cùng phương.

B. Hai vec tơ $\vec{a} = (-5; 0)$ và $\vec{b} = (-4; 0)$ cùng hướng.

C. Hai vec tơ $\vec{a} = (6; 3)$ và $\vec{b} = (2; 1)$ ngược hướng.

D. Vec tơ $\vec{c} = (7; 3)$ là vec tơ đối của $\vec{d} = (-7; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{a} = \frac{5}{4}\vec{b}$ suy ra $\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{b}$.

Câu 18: Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = (-5; 1)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Vec tơ $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ nếu:

A. $x = 3$.

B. $x = -15$.

C. $x = 15$.

D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2x + 3 \cdot (-5) \\ 7 = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 15$.

Câu 19: Cho $\vec{a} = (0; 1)$, $\vec{b} = (-1; 2)$, $\vec{c} = (-3; -2)$. Tọa độ của $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c}$:

A. $(10; -15)$.

B. $(15; 10)$.

C. $(10; 15)$.

D. $(-10; 15)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c} = (3 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) - 4 \cdot (-3); 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 4 \cdot (-2)) = (10; 15)$.

Câu 20: Cho $A(0; 3)$, $B(4; 2)$. Điểm D thỏa $\vec{OD} + 2\vec{DA} - 2\vec{DB} = \vec{0}$, tọa độ D là:

A. $(-3; 3)$.

B. $(8; -2)$.

C. $(-8; 2)$.

D. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{OD} + 2\vec{DA} - 2\vec{DB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 0 + 2(0 - x_D) - 2(4 - x_D) = 0 \\ y_D - 0 + 2(3 - y_D) - 2(2 - y_D) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = -2 \end{cases}$.

Câu 21: Tam giác ABC có $C(-2; -4)$, trọng tâm $G(0; 4)$, trung điểm cạnh BC là $M(2; 0)$.

Tọa độ A và B là:

A. $A(4; 12)$, $B(4; 6)$.

B. $A(-4; -12)$, $B(6; 4)$.

C. $A(-4; 12)$, $B(6; 4)$.

D. $A(4; -12)$, $B(-6; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $M(2; 0)$ là trung điểm BC nên $\begin{cases} 2 = \frac{x_B + (-2)}{2} \\ 0 = \frac{y_B + (-4)}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 6 \\ y_B = 4 \end{cases} \Rightarrow B(6; 4)$

$$G(0;4) \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} 0 = \frac{x_A + 6 + (-2)}{3} \\ 4 = \frac{y_A + 4 + (-4)}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -4 \\ y_A = 12 \end{cases} \Rightarrow A(-4;12).$$

Câu 22: Cho $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ và $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$. Tìm phát biểu sai:

- A. $|\vec{a}| = 5$. B. $|\vec{b}| = 0$. C. $\vec{a} - \vec{b} = (2; -3)$. D. $|\vec{b}| = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j} \Rightarrow \vec{a}(3; -4)$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} \Rightarrow \vec{b}(1; -1) \Rightarrow |\vec{b}| = \sqrt{2}$.

Câu 23: Cho $A(1;2), B(-2;6)$. Điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng thì tọa độ điểm M là:

- A. $(0;10)$. B. $(0;-10)$. C. $(10;0)$. D. $(-10;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: M trên trục $Oy \Rightarrow M(0; y)$

Ba điểm A, B, M thẳng hàng khi $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AM}$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 4)$, $\overrightarrow{AM} = (-1; y-2)$. Do đó, $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với

$$\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{y-2}{4} \Rightarrow y = 10. \text{ Vậy } M(0;10).$$

Câu 24: Cho 4 điểm $A(1;-2), B(0;3), C(-3;4), D(-1;8)$. Ba điểm nào trong 4 điểm đã cho là thẳng hàng?

- A. A, B, C . B. B, C, D . C. A, B, D . D. A, C, D .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AD}(-2;10), \overrightarrow{AB}(-1;5) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow 3$ điểm A, B, D thẳng hàng.

Câu 25: Trong mặt phẳng Oxy , cho $B(5;-4), C(3;7)$. Tọa độ của điểm E đối xứng với C qua B là

- A. $E(1;18)$. B. $E(7;15)$. C. $E(7;-1)$. D. $E(7;-15)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: E đối xứng với C qua $B \Rightarrow B$ là trung điểm đoạn thẳng EC

$$\text{Do đó, ta có: } \begin{cases} 5 = \frac{x_E + 3}{2} \\ -4 = \frac{y_E + 7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 7 \\ y_E = -15 \end{cases} \Rightarrow E(7; -15).$$

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1;3), B(4;0)$. Tọa độ điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ là

- A. $M(4;0)$. B. $M(5;3)$. C. $M(0;4)$. D. $M(0;-4)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } 3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_M - 1) + (4 - 1) = 0 \\ 3(y_M - 3) + (0 - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ y_M = 4 \end{cases} \Rightarrow M(0; 4).$$

Câu 27: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-3; 3), B(1; 4), C(2; -5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{CM}$ là:

A. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right)$. **B.** $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$. **C.** $M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$. **D.** $M\left(\frac{5}{6}; -\frac{1}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{CM} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3 - x_M) - (2 - 1) = 4(x_M - 2) \\ 2(3 - y_M) - (-5 - 4) = 4(y_M + 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{6} \\ y_M = -\frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right).$$

Câu 28: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $A(3; -2), B(7; 1), C(0; 1), D(-8; -5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ đối nhau. **B.** $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng phương nhưng ngược hướng.
C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng phương cùng hướng. **D.** A, B, C, D thẳng hàng.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (4; 3), \overrightarrow{CD} = (-8; -6) \Rightarrow \overrightarrow{CD} = -2\overrightarrow{AB}.$$

Câu 29: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1; 3), B(4; 0), C(2; -5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

A. $M(1; 18)$. **B.** $M(-1; 18)$. **C.** $M(-18; 1)$. **D.** $M(1; -18)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (1 - x_M) + (4 - x_M) - 3(2 - x_M) = 0 \\ (3 - y_M) + (0 - y_M) - 3(-5 - y_M) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 \\ y_M = -18 \end{cases}.$$

Câu 30: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-2; 0), B(5; -4), C(-5; 1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $BCAD$ là hình bình hành là:

A. $D(-8; -5)$. **B.** $D(8; 5)$. **C.** $D(-8; 5)$. **D.** $D(8; -5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: tứ giác $BCAD$ là hình bình hành khi

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 - 5 = -2 - x_D \\ 1 + 4 = 0 - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = -5 \end{cases}.$$

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2; 4), B(-1; 4), C(-5; 1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là:

A. $D(-8;1)$.

B. $D(6;7)$.

C. $D(-2;1)$.

D. $D(8;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-2 = -5-x_D \\ 4-4 = 1-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -2 \\ y_D = 1 \end{cases}.$$

Câu 32: Trong mặt phẳng Oxy , gọi B', B'' và B''' lần lượt là điểm đối xứng của $B(-2;7)$ qua trục Ox , Oy và qua gốc tọa độ O . Tọa độ của các điểm B', B'' và B''' là:

A. $B'(-2;-7)$, $B''(2;7)$ và $B'''(2;-7)$.

B. $B'(-7;2)$, $B''(2;7)$ và $B'''(2;-7)$.

C. $B'(-2;-7)$, $B''(2;7)$ và $B'''(-7;-2)$.

D.

$B'(-2;-7)$, $B''(7;2)$ và $B'''(2;-7)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: B' đối xứng với $B(-2;7)$ qua trục $Ox \Rightarrow B'(-2;-7)$

B'' đối xứng với $B(-2;7)$ qua trục $Oy \Rightarrow B''(2;7)$

B''' đối xứng với $B(-2;7)$ qua gốc tọa độ $O \Rightarrow B'''(2;-7)$.

Câu 33: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(0;2), B(1;4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{AB}$ là:

A. $M(-2;-2)$.

B. $M(1;-4)$.

C. $M(3;5)$.

D. $M(0;-2)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 0 = -2(1-0) \\ y_M - 2 = -2(4-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -2 \\ y_M = -2 \end{cases} \Rightarrow M(-2;-2).$$

Câu 34: Cho $\vec{a} = (-4, 1)$ và $\vec{b} = (-3, -2)$. Tọa độ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ là:

A. $\vec{c} = (1; -3)$.

B. $\vec{c} = (2; 5)$.

C. $\vec{c} = (-7; -1)$.

D.

$\vec{c} = (-10; -3)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b} = (-4 - 2 \cdot (-3); 1 - 2 \cdot (-2)) = (2; 5).$$

Câu 35: Cho $\vec{a} = (2016\sqrt{2015}; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương nếu

A. $x = 504$.

B. $x = 0$.

C. $x = -504$.

D. $x = 2017$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \vec{a}, \vec{b} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Rightarrow x = 0.$$

Câu 36: Trong mặt phẳng Oxy , Cho $A\left(\frac{7}{2}; -3\right); B(-2; 5)$. Khi đó $\vec{a} = -4\overrightarrow{AB} = ?$

A. $\vec{a} = (22; -32)$. B. $\vec{a} = (22; 32)$. C. $\vec{a} = (-22; 32)$. D.

$$\vec{a} = \left(\frac{-11}{2}; 8 \right).$$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{a} = -4\overrightarrow{AB} = -4\left(-2 - \frac{7}{2}; 5 + 3\right) = (22; -32)$.

Câu 37: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = (m-2; 2n+1)$, $\vec{b} = (3; -2)$. Nếu $\vec{a} = \vec{b}$ thì

A. $m = 5, n = -3$. B. $m = 5, n = -\frac{3}{2}$. C. $m = 5, n = -2$. D.

$$m = 5, n = 2.$$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2=3 \\ 2n+1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=5 \\ n=-\frac{3}{2} \end{cases}.$

Câu 38: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; -1)$. Điểm B là điểm đối xứng của A qua trục hoành. Tọa độ điểm B là:

A. $B(2; 1)$. B. $B(-2; -1)$. C. $B(1; 2)$. D. $B(1; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: B là điểm đối xứng của A qua trục hoành $\Rightarrow B(2; 1)$.

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; 4)$, $\vec{c} = (7; 2)$. Cho biết $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$. Khi đó

A. $m = -\frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$. B. $m = \frac{1}{5}; n = \frac{-3}{5}$. C. $m = \frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$. D.

$$m = \frac{22}{5}; n = \frac{3}{5}.$$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 2m + 3n \\ 2 = m + 4n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{22}{5} \\ n = \frac{3}{5} \end{cases}.$

Câu 40: Cho các vector $\vec{a} = (4; -2)$, $\vec{b} = (-1; -1)$, $\vec{c} = (2; 5)$. Phân tích vector $\vec{b}$ theo hai vector $\vec{a}$ và $\vec{c}$, ta được:

A. $\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$. B. $\vec{b} = \frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$. C. $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{a} - 4\vec{c}$. D.

$$\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{c}.$$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Giả sử } \vec{b} = m\vec{a} + n\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 4m + 2n \\ -1 = -2m + 5n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{8} \\ n = -\frac{1}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } \vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}.$$

Câu 41: Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = \left(-5; \frac{1}{3}\right)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Vector $\vec{c} = 4\vec{a} - 3\vec{b}$ nếu

A. $x = 15$.

B. $x = 3$.

C. $x = -15$.

D. $x = -5$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \vec{c} = 4\vec{a} - 3\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4x - 3 \cdot (-5) \\ 7 = 4 \cdot 2 - 3 \cdot \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = -5.$$

Câu 42: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1; -1)$, $B(2; 2-2m)$, $C(m+3; 3)$. Tìm giá trị m để A, B, C là ba điểm thẳng hàng?

A. $m = 2$.

B. $m = 0$.

C. $m = 3$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (3-m; 3-2m), \overrightarrow{AC} = (4; 4)$$

Ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \frac{3-m}{4} = \frac{3-2m}{4} \Leftrightarrow m = 0.$$

Câu 43: Cho hai điểm $M(8; -1)$, $N(3; 2)$. Nếu P là điểm đối xứng với điểm M qua điểm N thì P có tọa độ là:

A. $(-2; 5)$.

B. $(13; -3)$.

C. $(11; -1)$.

D. $\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: P là điểm đối xứng với điểm M qua điểm N nên N là trung điểm đoạn thẳng PM

$$\text{Do đó, ta có: } \begin{cases} 3 = \frac{8+x_P}{2} \\ 2 = \frac{(-1)+y_P}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_P = -2 \\ y_P = 5 \end{cases} \Rightarrow P(-2; 5).$$

Câu 44: Cho tam giác ABC với $A(3; -1)$, $B(-4; 2)$, $C(4; 3)$. Tìm D để $ABDC$ là hình bình hành?

A. $D(3; 6)$.

B. $D(-3; 6)$.

C. $D(3; -6)$.

D. $D(-3; -6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $ABDC$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} -4-3 = x_D - 4 \\ 2+1 = y_D - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = 6 \end{cases} \Rightarrow D(-3; 6).$$

Câu 45: Cho $K(1; -3)$. Điểm $A \in Ox, B \in Oy$ sao cho A là trung điểm KB . Tọa độ điểm B là:

- A.** $(0; 3)$. **B.** $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(4; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $A \in Ox, B \in Oy \Rightarrow A(x; 0), B(0; y)$

$$A \text{ là trung điểm } KB \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+0}{2} \\ 0 = \frac{-3+y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 3 \end{cases}. \text{ Vậy } B(0; 3).$$

Câu 46: Cho tam giác ABC với $A(3; 1), B(4; 2), C(4; -3)$. Tìm D để $ABCD$ là hình bình hành?

- A.** $D(-3; 4)$. **B.** $D(-3; -4)$. **C.** $D(3; -4)$. **D.** $D(3; 4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $ABCD$ là hình bình hành

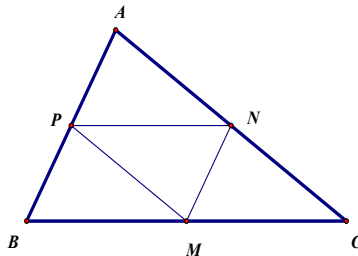
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-3 = 4-x_D \\ 2-1 = -3-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = -4 \end{cases} \Rightarrow D(-3; -4).$$

Câu 47: Cho $M(2; 0), N(2; 2), P(-1; 3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của $\triangle ABC$. Tọa độ B là:

- A.** $(1; 1)$. **B.** $(-1; -1)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(1; -1)$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $BPNM$ là hình bình hành nên

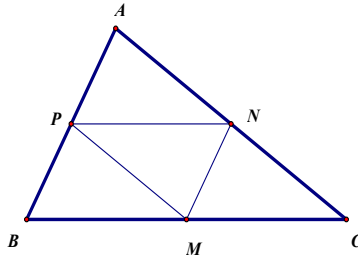
$$\begin{cases} x_B + x_N = x_P + x_M \\ y_B + y_N = y_P + y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + 2 = 2 + (-1) \\ y_B + 2 = 0 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = -1 \\ y_B = 1 \end{cases}.$$

Câu 48: Các điểm $M(2; 3), N(0; -4), P(-1; 6)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC . Tọa độ đỉnh A của tam giác là:

- A.** $(1; -10)$. **B.** $(1; 5)$. **C.** $(-3; -1)$. **D.** $(-2; -7)$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $APMN$ là hình bình hành nên

$$\begin{cases} x_A + x_M = x_P + x_N \\ y_A + y_M = y_P + y_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + 2 = 0 + (-1) \\ y_A + 3 = (-4) + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -3 \\ y_A = -1 \end{cases}$$

- Câu 49:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1)$, $N(5; -3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Tọa độ của điểm P là
- A.** $(0; 4)$. **B.** $(2; 0)$. **C.** $(2; 4)$. **D.** $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: P thuộc trục $Oy \Rightarrow P(0; y)$, G nằm trên trục $Ox \Rightarrow G(x; 0)$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } MNP \text{ nên ta có: } \begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy $P(0; 4)$.

- Câu 50:** Cho các điểm $A(-2; 1)$, $B(4; 0)$, $C(2; 3)$. Tìm điểm M biết rằng $\overrightarrow{CM} + 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$
- A.** $M(2; -5)$. **B.** $M(5; -2)$. **C.** $M(-5; 2)$. **D.** $M(2; 5)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{CM} + 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 2 + 3(2 + 2) = 2(4 + 2) \\ y_M - 3 + 3(3 - 1) = 2(0 - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2 \\ y_M = -5 \end{cases} \Rightarrow M(2; -5)$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

- Câu 1:** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

A. $I\left(\frac{x_A - x_B}{2}; \frac{y_A - y_B}{2}\right)$.

B. $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

C. $I\left(\frac{x_A + x_B}{3}; \frac{y_A + y_B}{3}\right)$.

D. $I\left(\frac{x_A + y_A}{2}; \frac{x_B + y_B}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: I là trung điểm của đoạn thẳng

$$AB \Rightarrow \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I - x_A = x_B - x_I \\ y_I - y_A = y_B - y_I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

Vậy $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Câu 2: Cho các vector $\vec{u} = (u_1; u_2)$, $\vec{v} = (v_1; v_2)$. Điều kiện để vector $\vec{u} = \vec{v}$ là

A. $\begin{cases} u_1 = u_2 \\ v_1 = v_2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} u_1 = -v_1 \\ u_2 = -v_2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = v_1 \\ u_2 = v_2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} u_1 = v_2 \\ u_2 = v_1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\overrightarrow{AB} = (y_A - x_A; y_B - x_B)$.

B. $\overrightarrow{AB} = (x_A + x_B; y_A + y_B)$.

C. $\overrightarrow{AB} = (x_A - x_B; y_A - y_B)$.

D. $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Lời giải

Chọn D.

Theo công thức tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ và $C(x_C; y_C)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

A. $G\left(\frac{x_A - x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

B. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{2}\right)$.

C. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

D. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{2}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$ với O là điểm bất kì.

Chọn O chính là gốc tọa độ O . Khi đó, ta có:

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right).$$

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(5; 2), B(10; 8)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là:

A. $(2; 4)$.

B. $(5; 6)$.

C. $(15; 10)$.

D. $(50; 6)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (10 - 5; 8 - 2) = (5; 6)$.

Câu 6: Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$ là:

A. $(4; -6)$.

B. $(2; 0)$.

C. $(0; 4)$.

D. $(4; 6)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - x_A = -3(x_B - x_A) \\ y_D - y_A = -3(y_B - y_A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 1 = -3(0 - 1) \\ y_D - 0 = -3(-2 - 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 6 \end{cases}.$$

Câu 7: Cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (5; -7)$. Tọa độ của vec tơ $\vec{a} - \vec{b}$ là:

A. $(6; -9)$.

B. $(4; -5)$.

C. $(-6; 9)$.

D. $(-5; -14)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \vec{a} - \vec{b} = (-1 - 5; 2 + 7) = (-6; 9).$$

Câu 8: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3$, $BC = 4$. Độ dài của vec tơ $\overrightarrow{AC}$ là:

A. 9.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Câu 9: Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Vec tơ đối của vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là:

A. $(-1; 2)$.

B. $(-1; -2)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(1; -2)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có vectơ đối của } \overrightarrow{AB} \text{ là } \overrightarrow{BA} = (0 - 1; -2 - 0) = (-1; -2).$$

Câu 10: Cho $\vec{a} = (3; -4)$, $\vec{b} = (-1; 2)$. Tọa độ của vec tơ $\vec{a} + \vec{b}$ là:

A. $(2; -2)$.

B. $(4; -6)$.

C. $(-3; -8)$.

D. $(-4; 6)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \vec{a} + \vec{b} = (3 + (-1); (-4) + 2) = (2; -2).$$

Câu 11: Cho $A(0; 3)$, $B(4; 2)$. Điểm D thỏa $\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$, tọa độ D là:

A. $(-3; 3)$.

B. $(8; -2)$.

C. $(-8; 2)$.

D. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 0 + 2(0 - x_D) - 2(4 - x_D) = 0 \\ y_D - 0 + 2(3 - y_D) - 2(2 - y_D) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = -2 \end{cases}.$$

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $A(3; -2)$, $B(7; 1)$, $C(0; 1)$, $D(-8; -5)$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ đối nhau.

B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng phương nhưng

ngược hướng.

C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng phương cùng hướng.

D. A, B, C, D thẳng hàng.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4; 3), \overrightarrow{CD} = (-8; -6) \Rightarrow \overrightarrow{CD} = -2\overrightarrow{AB}$.

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1; 3), B(4; 0), C(2; -5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

- A. $M(1; 18)$. B. $M(-1; 18)$. C. $M(-18; 1)$. **D. $M(1; -18)$.**

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (1 - x_M) + (4 - x_M) - 3(2 - x_M) = 0 \\ (3 - y_M) + (0 - y_M) - 3(-5 - y_M) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 \\ y_M = -18 \end{cases}$.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-2; 0), B(5; -4), C(-5; 1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $BCAD$ là hình bình hành là:

- A. $D(-8; -5)$. B. $D(8; 5)$. C. $D(-8; 5)$. **D. $D(8; -5)$.**

Lời giải

Chọn D.

Ta có: tứ giác $BCAD$ là hình bình hành khi

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 - 5 = -2 - x_D \\ 1 + 4 = 0 - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = -5 \end{cases}.$$

Câu 15: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2; 4), B(-1; 4), C(-5; 1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là:

- A. $D(-8; 1)$. B. $D(6; 7)$. **C. $D(-2; 1)$.** D. $D(8; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - 2 = -5 - x_D \\ 4 - 4 = 1 - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -2 \\ y_D = 1 \end{cases}.$$

Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(0; 2), B(1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{AB}$ là:

- A. $M(-2; -2)$.** B. $M(1; -4)$. C. $M(3; 5)$. D. $M(0; -2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 0 = -2(1 - 0) \\ y_M - 2 = -2(4 - 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -2 \\ y_M = -2 \end{cases} \Rightarrow M(-2; -2).$

Câu 17: Cho $\vec{a} = (-4; 1)$ và $\vec{b} = (-3; -2)$. Tọa độ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ là:

- A. $\vec{c} = (1; -3)$. **B. $\vec{c} = (2; 5)$.** C. $\vec{c} = (-7; -1)$. D.

$\vec{c} = (-10; -3).$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b} = (-4 - 2 \cdot (-3); 1 - 2 \cdot (-2)) = (2; 5)$.

Câu 18: Cho $\vec{a} = (2016\sqrt{2015}; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương nếu

A. $x = 504$.

B. $x = 0$.

C. $x = -504$.

D. $x = 2017$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Rightarrow x = 0$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy , Cho $A\left(\frac{7}{2}; -3\right); B(-2; 5)$. Khi đó $\vec{a} = -4\overrightarrow{AB} = ?$

A. $\vec{a} = (22; -32)$.

B. $\vec{a} = (22; 32)$.

C. $\vec{a} = (-22; 32)$.

D.

$\vec{a} = \left(\frac{-11}{2}; 8\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\vec{a} = -4\overrightarrow{AB} = -4\left(-2 - \frac{7}{2}; 5 + 3\right) = (22; -32)$.

Câu 20: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = (m - 2; 2n + 1), \vec{b} = (3; -2)$. Nếu $\vec{a} = \vec{b}$ thì

A. $m = 5, n = -3$.

B. $m = 5, n = -\frac{3}{2}$.

C. $m = 5, n = -2$.

D.

$m = 5, n = 2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 = 3 \\ 2n + 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ n = -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; -1)$. Điểm B là điểm đối xứng của A qua trục hoành. Tọa độ điểm B là:

A. $B(2; 1)$.

B. $B(-2; -1)$.

C. $B(1; 2)$.

D. $B(1; -2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: B là điểm đối xứng của A qua trục hoành $\Rightarrow B(2; 1)$.

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\vec{a} = (2; 1), \vec{b} = (3; 4), \vec{c} = (7; 2)$. Cho biết $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$. Khi đó

A. $m = -\frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$.

B. $m = \frac{1}{5}; n = \frac{-3}{5}$.

C. $m = \frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$.

D.

$m = \frac{22}{5}; n = \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 2m + 3n \\ 2 = m + 4n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{22}{5} \\ n = -\frac{3}{5} \end{cases}.$$

Câu 23: Cho các vector $\vec{a} = (4; -2)$, $\vec{b} = (-1; -1)$, $\vec{c} = (2; 5)$. Phân tích vector $\vec{b}$ theo hai vector $\vec{a}$ và $\vec{c}$, ta được:

A. $\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$.

B. $\vec{b} = \frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$.

C. $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{a} - 4\vec{c}$.

D.

$$\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{c}.$$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Giả sử } \vec{b} = m\vec{a} + n\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 4m + 2n \\ -1 = -2m + 5n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{8} \\ n = -\frac{1}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } \vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}.$$

Câu 24: Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = \left(-5; \frac{1}{3}\right)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Vector $\vec{c} = 4\vec{a} - 3\vec{b}$ nếu

A. $x = 15$.

B. $x = 3$.

C. $x = -15$.

D. $x = -5$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \vec{c} = 4\vec{a} - 3\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4x - 3 \cdot (-5) \\ 7 = 4 \cdot 2 - 3 \cdot \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = -5.$$

Câu 25: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1; -1)$, $B(2; 2-2m)$, $C(m+3; 3)$. Tìm giá trị m để A, B, C là ba điểm thẳng hàng?

A. $m = 2$.

B. $m = 0$.

C. $m = 3$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (3-m; 3-2m), \overrightarrow{AC} = (4; 4)$$

Ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \frac{3-m}{4} = \frac{3-2m}{4} \Leftrightarrow m = 0.$$

Câu 26: Cho hai điểm $M(8; -1)$, $N(3; 2)$. Nếu P là điểm đối xứng với điểm M qua điểm N thì P có tọa độ là:

A. $(-2; 5)$.

B. $(13; -3)$.

C. $(11; -1)$.

D. $\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: P là điểm đối xứng với điểm M qua điểm N nên N là trung điểm đoạn thẳng PM

$$\text{Do đó, ta có: } \begin{cases} 3 = \frac{8+x_p}{2} \\ 2 = \frac{(-1)+y_p}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_p = -2 \\ y_p = 5 \end{cases} \Rightarrow P(-2;5).$$

Câu 27: Cho tam giác ABC với $A(3;-1), B(-4;2), C(4;3)$. Tìm D để $ABDC$ là hình bình hành?

- A. $D(3;6)$. B. $D(-3;6)$. C. $D(3;-6)$. D. $D(-3;-6)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $ABDC$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} -4-3 = x_D - 4 \\ 2+1 = y_D - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = 6 \end{cases} \Rightarrow D(-3;6).$$

Câu 28: Cho $K(1;-3)$. Điểm $A \in Ox, B \in Oy$ sao cho A là trung điểm KB . Tọa độ điểm B là:

- A. $(0;3)$. B. $\left(\frac{1}{3};0\right)$. C. $(0;2)$. D. $(4;2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $A \in Ox, B \in Oy \Rightarrow A(x;0), B(0;y)$

$$A \text{ là trung điểm } KB \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+0}{2} \\ 0 = \frac{-3+y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 3 \end{cases}. \text{ Vậy } B(0;3).$$

Câu 29: Cho tam giác ABC với $A(3;1), B(4;2), C(4;-3)$. Tìm D để $ABCD$ là hình bình hành?

- A. $D(-3;4)$. B. $D(-3;-4)$. C. $D(3;-4)$. D. $D(3;4)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $ABCD$ là hình bình hành

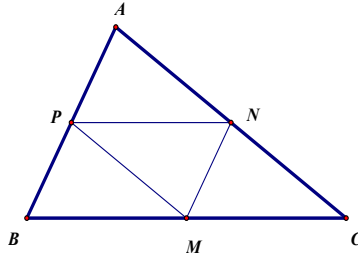
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-3 = 4-x_D \\ 2-1 = -3-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = -4 \end{cases} \Rightarrow D(-3;-4).$$

Câu 30: Các điểm $M(2;3), N(0;-4), P(-1;6)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC . Tọa độ đỉnh A của tam giác là:

- A. $(1;-10)$. B. $(1;5)$. C. $(-3;-1)$. D. $(-2;-7)$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có: $APMN$ là hình bình hành nên

$$\begin{cases} x_A + x_M = x_P + x_N \\ y_A + y_M = y_P + y_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + 2 = 0 + (-1) \\ y_A + 3 = (-4) + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -3 \\ y_A = -1 \end{cases}.$$

Câu 31: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1), N(5; -3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Tọa độ của điểm P là

A. $(0; 4)$.

B. $(2; 0)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: P thuộc trục $Oy \Rightarrow P(0; y)$, G nằm trên trục $Ox \Rightarrow G(x; 0)$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } MNP \text{ nên ta có: } \begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy $P(0; 4)$.

Câu 32: Cho các điểm $A(-2; 1), B(4; 0), C(2; 3)$. Tìm điểm M biết rằng $\overrightarrow{CM} + 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$

A. $M(2; -5)$.

B. $M(5; -2)$.

C. $M(-5; 2)$.

D. $M(2; 5)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{CM} + 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 2 + 3(2 + 2) = 2(4 + 2) \\ y_M - 3 + 3(3 - 1) = 2(0 - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2 \\ y_M = -5 \end{cases} \Rightarrow M(2; -5)$$

----- Hết -----

TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Định nghĩa:

a) Góc giữa hai vector.

Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Từ điểm O bất kỳ dựng các vector $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Số đo góc AOB được gọi là số đo góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

+ Quy ước: Nếu $\vec{a} = \vec{0}$ hoặc $\vec{b} = \vec{0}$ thì ta xem góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là tùy ý (từ 0° đến 180°).

+ Kí hiệu: $(\vec{a}; \vec{b})$

b) Tích vô hướng của hai vector.

Tích vô hướng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số thực được xác định bởi: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

2. Tính chất: Với ba vector bất kì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ và mọi số thực k ta luôn có:

$$1) \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$2) \vec{a}(\vec{b} \pm \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} \pm \vec{a} \cdot \vec{c}$$

$$3) (k\vec{a})\vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a}(k\vec{b})$$

$$4) \vec{a}^2 \geq 0, \vec{a}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$$

Chú ý: Ta có kết quả sau:

+ Nếu hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$ thì $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

+ $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$ gọi là bình phương vô hướng của vector $\vec{a}$.

$$+ (\vec{a} \pm \vec{b})^2 = \vec{a}^2 \pm 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2, (\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2$$

3. Công thức hình chiếu và phương tích của một điểm với đường tròn.

a) Công thức hình chiếu.

Cho hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$. Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu của A, B lên đường thẳng CD khi đó ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{CD}$

b) phương tích của một điểm với đường tròn.

Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M. Một đường thẳng qua M cắt đường tròn tại hai điểm A và B. Biểu thức $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ được gọi là *phương tích của điểm M đối với đường tròn $(O; R)$* . Kí hiệu là $P_{M/(O)}$.

Chú ý: Ta có $P_{M/(O)} = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MO^2 - R^2 = MT^2$ với T là tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ điểm M

3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Cho hai vector $\vec{a} = (x_1; y_1)$ và $\vec{b} = (x_2; y_2)$. Khi đó

$$1) \vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2$$

$$2) \vec{a} = (x; y) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$3) \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$

Hệ quả:

$$+ \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$$

$$+ \text{Nếu } A(x_A; y_A) \text{ và } B(x_B; y_B) \text{ thì } AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

1-Dạng 1: Tìm góc giữa hai vector

Phương pháp: Dùng định nghĩa và tính chất của góc giữa hai vectơ

BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Ví dụ 1: Cho $\triangle ABC$ đều. Tìm

a) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

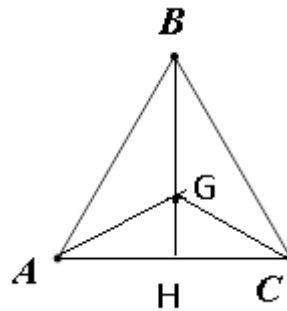
b) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$

c) $\sin(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC})$

d) Gọi H là trung điểm BC , G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BC})$, $(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{CG})$

e) $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})$.

Lời giải



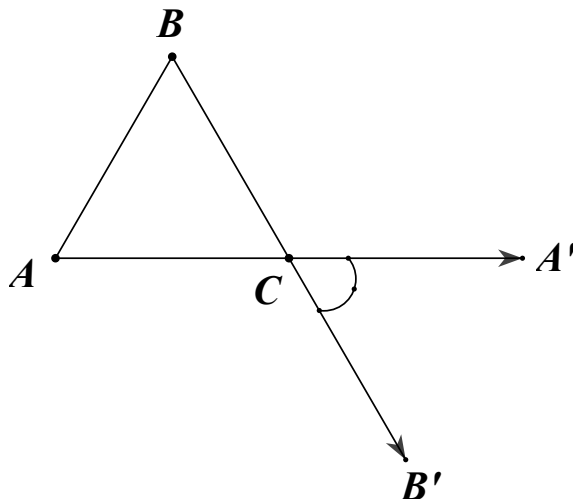
a) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \hat{A} = 60^\circ$

b) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 180^\circ - (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

c) Ta có:

$$(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}) = \hat{C} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \sin(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



d) vì $AH \perp BC$ nên $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$

Ta có $(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{CG}) = 180^\circ - (\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GC}) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

e) Ta có $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}) = 3 \cos 60^\circ = \frac{3}{2}.$

Ví dụ 2: Cho ΔABC vuông tại A và có $\widehat{B} = 40^\circ$. Tìm

a) Tìm $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$

b) Tính $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$

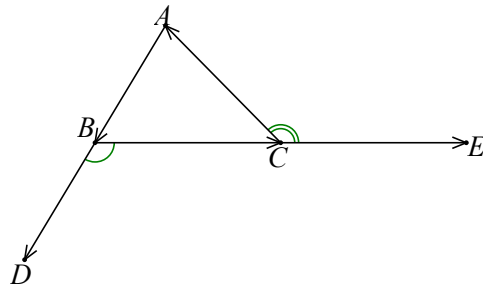
Lời giải

a) Ta có $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \widehat{C} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

b) Ta có $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 180^\circ - (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

Ví dụ 3: Cho ΔABC có $\widehat{A} = 120^\circ$. Tìm tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA})$.

Lời giải

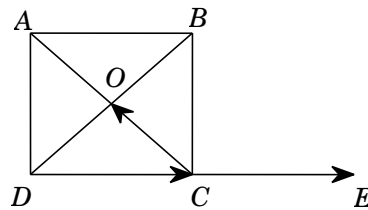


Vẽ các vector $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BC}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) &= (\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CA}) = \widehat{CBD} + \widehat{ACE} \\ &= 180^\circ - \widehat{ABC} + 180^\circ - \widehat{ACB} = 360^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) = 360^\circ - (180^\circ - \widehat{A}) = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ. \end{aligned}$$

Ví dụ 4: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Tính tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}) + (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{DC})$.

Lời giải



• Ta có $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}$ cùng hướng nên $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}) = 0^\circ$.

• Ta có $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CB}$ ngược hướng nên $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CB}) = 180^\circ$

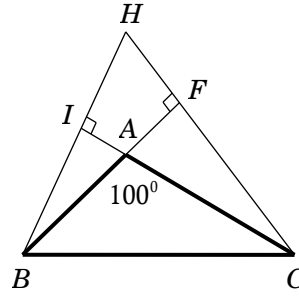
• Vẽ $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{DC}$, khi đó

$$(\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{DC}) = (\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{CE}) = \widehat{OCE} = 135^\circ$$

$$\text{Vậy } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}) + (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{DC}) = 0^\circ + 180^\circ + 135^\circ = 315^\circ$$

Ví dụ 5: Tam giác ABC có góc A bằng 100° và có trực tâm H . Tính tổng $(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}) + (\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}) + (\overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HA})$.

Lời giải



Ta có
$$\begin{cases} (\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}) = \widehat{BHA} \\ (\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}) = \widehat{BHC} \\ (\overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HA}) = \widehat{CHA} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}) + (\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}) + (\overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HA}) = \widehat{BHA} + \widehat{BHC} + \widehat{CHA}$$

$$= 2\widehat{BHC} = 2(180^\circ - 100^\circ) = 160^\circ. \text{ (do tứ giác HIAF nội tiếp)}$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tam giác ABC vuông ở A và có góc $B = 50^\circ$. Hệ thức nào sau đây sai?

- A. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 130^\circ$. B. $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = 40^\circ$. C. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}) = 50^\circ$. **D. $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 40^\circ$.**

Lời giải

Chọn D

(Bạn đọc tự vẽ hình)

Vì $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 180^\circ - \widehat{ACB} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$.

Câu 2: Cho tam giác đều ABC . Tính $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC})$

- A. $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = 40^\circ$. **B. $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = 60^\circ$.** C. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}) = 50^\circ$. D. $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = 120^\circ$.

Lời giải

Chọn B

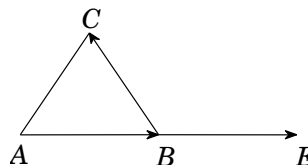
Vì $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = 1\widehat{ACB} = 60^\circ$.

Câu 3: Cho tam giác đều ABC . Tính $P = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) + \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB})$.

- A. $P = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $P = \frac{3}{2}$. **C. $P = -\frac{3}{2}$.** D. $P = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Vẽ $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB}$. Khi đó $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BC}) = \widehat{CBE} = 180^\circ - \widehat{CBA} = 120^\circ$

$$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}.$$

Tương tự, ta cũng có $\cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) = \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB}) = -\frac{1}{2}$.

$$\text{Vậy } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) + \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB}) = -\frac{3}{2}.$$

Câu 4: Cho tam giác đều ABC có đường cao AH Tính $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BA})$.

A. 30° .

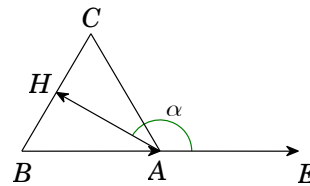
B. 60° .

C. 120° .

D. 150° .

Lời giải

Chọn D



Vẽ $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BA}$.

Khi đó $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AE}) = \widehat{HAE} = \alpha$ (hình vẽ)

$$(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BA}) = (\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AE}) = 180^\circ - \widehat{BAH} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ.$$

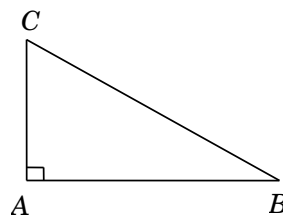
Câu 5: Tam giác ABC vuông ở A và có $BC = 2AC$. Tính $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB})$.

A. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = \frac{1}{2}$. **B. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = -\frac{1}{2}$.**

C. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Xác định được $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 180^\circ - \widehat{ACB}$

$$\text{Ta có } \cos \widehat{ACB} = \frac{AC}{CB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{ACB} = 60^\circ$$

$$\longrightarrow (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 180^\circ - \widehat{ACB} = 120^\circ$$

Vậy $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$

Câu 6: Cho tam giác ABC . Tính tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB})$.

A. 180° .

B. 360° .

C. 270° .

D. 120° .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 180^\circ - \widehat{ABC} \\ (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) = 180^\circ - \widehat{BCA} \\ (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB}) = 180^\circ - \widehat{CAB} \end{cases}$$

$$\longrightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB}) = 540^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{BCA} + \widehat{CAB}) = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$$

Câu 7: Cho tam giác ABC với $\hat{A} = 60^\circ$. Tính tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA})$.

A. 120°

B. 360°

C. 270°

D. 240°

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 180^\circ - \widehat{ABC} \\ (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) = 180^\circ - \widehat{BCA} \end{cases}$$

$$\longrightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) = 360^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{BCA})$$

$$= 360^\circ - (180^\circ - \widehat{BAC}) = 360^\circ - 180^\circ + 60^\circ = 240^\circ$$

Câu 8: Cho O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều MNP . Góc nào sau đây bằng 120° ?

A. $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NP})$.

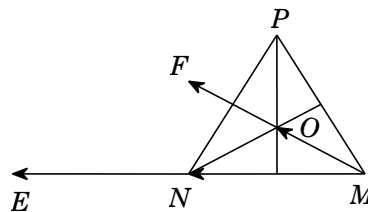
B. $(\overrightarrow{MO}, \overrightarrow{ON})$.

C. $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{OP})$.

D. $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP})$.

Lời giải

Chọn A



• Vẽ $\overrightarrow{NE} = \overrightarrow{MN}$. Khi đó $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NP}) = (\overrightarrow{NE}, \overrightarrow{NP})$

$$= \widehat{PNE} = 180^\circ - \widehat{MNP} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

• Vẽ $\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{MO}$. Khi đó $(\overrightarrow{MO}, \overrightarrow{ON}) = (\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{ON}) = \widehat{NOF} = 60^\circ$

• Vì $MN \perp OP \Rightarrow (\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{OP}) = 90^\circ$.

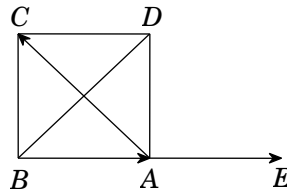
- Ta có $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}) = \widehat{NMP} = 60^\circ$.

Câu 9: Cho hình vuông $ABCD$. Tính $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA})$.

- A. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **B. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.**
 C. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}) = 0$. D. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}) = -1$.

Lời giải

Chọn B



Vẽ $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BA}$.

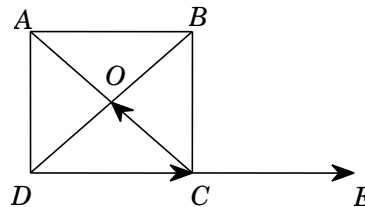
Khi đó $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}) = \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}) = \cos \widehat{CAE} = \cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 10: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O Tính tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}) + (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{DC})$.

- A. 45° B. 405° **C. 315°** D. 225°

Lời giải

Chọn C



- Ta có $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}$ cùng hướng nên $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}) = 0^\circ$.

.

- Ta có $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CB}$ ngược hướng nên $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CB}) = 180^\circ$

- Vẽ $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{DC}$, khi đó

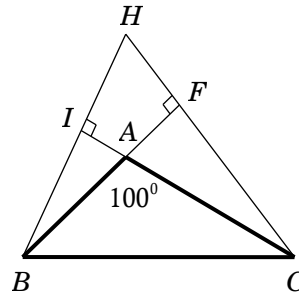
$$(\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{DC}) = (\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{CE}) = \widehat{OCE} = 135^\circ$$

Vậy $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}) + (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{DC}) = 0^\circ + 180^\circ + 135^\circ = 315^\circ$

Câu 11: Tam giác ABC có góc A bằng 100° và có trực tâm H . Tính tổng $(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}) + (\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}) + (\overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HA})$.

- A. 360° B. 180° C. 80° **D. 160°**

Lời giải



Ta có
$$\begin{cases} (\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}) = \widehat{BHA} \\ (\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}) = \widehat{BHC} \\ (\overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HA}) = \widehat{CHA} \end{cases}$$

$$\longrightarrow (\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}) + (\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}) + (\overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HA}) = \widehat{BHA} + \widehat{BHC} + \widehat{CHA}$$

$$= 2\widehat{BHC} = 2(180^\circ - 100^\circ) = 160^\circ.$$

(do tứ giác $HIAF$ nội tiếp)

2-Dạng 2: Tìm tích vô hướng của hai vector

Phương pháp:

- Xác định góc giữa hai vec tơ
- Dùng hệ thức lượng trong tam giác tìm độ dài vector
- Dùng định nghĩa tích vô hướng hai vector

BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Ví dụ 1: Tìm điều kiện của $\vec{u}, \vec{v}$ để:

a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$. b) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$.

Lời giải

a) Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos(\vec{u}, \vec{v})$ do đó để $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$ thì $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = 1$ hay $(\vec{u}, \vec{v}) = 0^\circ$ nên $\vec{u}, \vec{v}$ cùng hướng.

b) Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos(\vec{u}, \vec{v})$ do đó để $\vec{u} \cdot \vec{v} = -|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$ thì $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = -1$ hay $(\vec{u}, \vec{v}) = 180^\circ$ nên $\vec{u}, \vec{v}$ ngược hướng.

Ví dụ 2: Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a , trọng tâm G , AH là đường cao. Tính

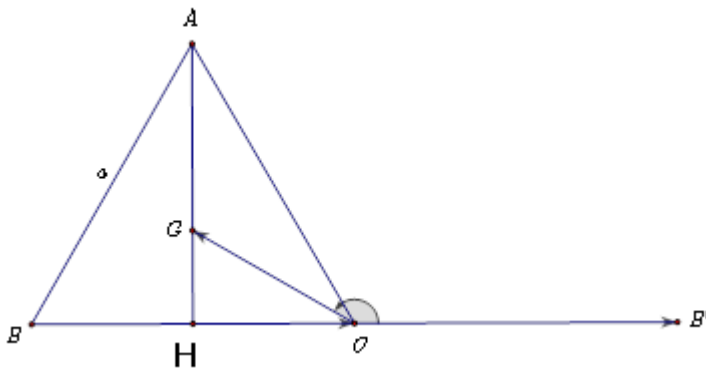
a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC}$

c) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CG}$

Lời giải

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}a^2.$



b) Ta có: $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = AH \cdot BC \cdot \cos 90^\circ = 0$.

c) Ta có

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$AG = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CG} = |\overrightarrow{BC}| \cdot |\overrightarrow{CG}| \cdot \cos(\widehat{BC, CG}) = BC \cdot CG \cdot \cos(\widehat{CB', CG})$$

$$= BC \cdot CG \cdot \cos 150^\circ = a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{a^2}{2}$$

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và AM là trung tuyến. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AM}$.

Lời giải

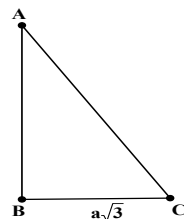
$$\text{Ta có: } AM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AC^2} = a ;$$

$$AB = AM = BM = a \Leftrightarrow \triangle ABM \text{ đều} \Rightarrow \cos \widehat{BAM} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = -AB \cdot AM \cdot \cos A = -a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = -\frac{a^2}{2}.$$

Ví dụ 4: Cho tam giác ABC vuông tại B , $BC = a\sqrt{3}$. Tính $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$

Lời giải



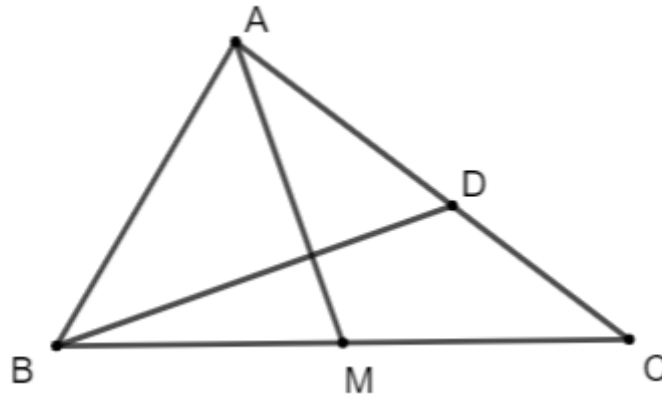
$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} &= |\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{CB}| \cdot \cos(\widehat{AC, CB}) = |\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{CB}| \cdot \cos(180^\circ - \widehat{C}) \\ &= -|\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{CB}| \cdot \cos \widehat{C} = -|\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{CB}| \cdot \frac{BC}{AC} = -BC^2 = -3a^2. \end{aligned}$$

Ví dụ 5: Cho tam giác ABC , có $AB = 2$, $AC = 3$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC .

Điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = \frac{7}{12} \overrightarrow{AC}$

- a) Tìm $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
- b) Tính $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD}$
- c) Chứng minh $AM \perp BD$

Lời giải



a) Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cos A = 2 \cdot 3 \cos 60^\circ = 3$.

b) Do M là trung điểm của đoạn thẳng BC nên với điểm A ta có:

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$$

Ta lại có: $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \frac{7}{12} \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

Do đó:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \left(\frac{7}{12} \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \right) \\ &= \frac{7}{24} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2} AB^2 + \frac{7}{24} AC^2 - \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= \frac{-5}{24} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2} AB^2 + \frac{7}{24} AC^2 \\ &= \frac{-5}{24} \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{7}{24} \cdot 9 = 0.\end{aligned}$$

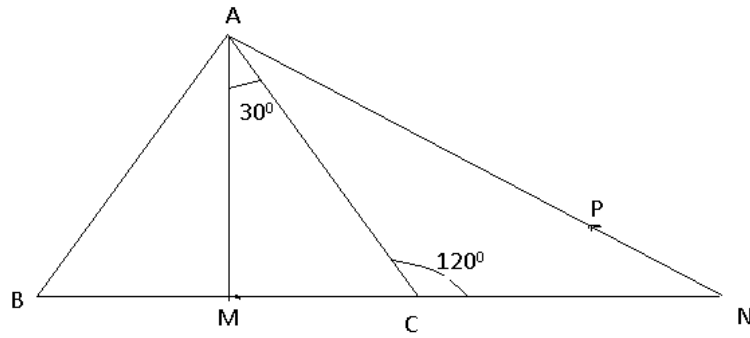
Vậy $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$.

c) Vì $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{BD} \Rightarrow AM \perp BD$.

Ví dụ 6: Cho tam giác đều ABC , có $AB = 2$

- a) Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Tính $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{AC}$
- b) Gọi N là điểm đối xứng của B qua C . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$
- c) Lấy P thuộc đoạn AN sao cho $AP = 3PN$. Hãy biểu thị $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{MP}$ theo hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$. Tính độ dài MP .

Lời giải



a) Ta có $AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} = MA \cdot BC \cdot \cos 90^\circ = 0.$$

Ta có $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{AC}) = 180^\circ - (\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}) = 180^\circ - \widehat{MAC} = 150^\circ$

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{AC} = MA \cdot AC \cdot \cos(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{AC}) = \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \cos 150^\circ = \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -3.$$

b)

Cách a: Gọi N là điểm đối xứng của B qua C nên $BC = CN = AC = 2$ suy ra $\triangle ACN$ cân tại

$$C \Rightarrow \widehat{CAN} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}) = 60^\circ$$

$$AN = \sqrt{AM^2 + MN^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = AM \cdot AN \cdot \cos 60^\circ = \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 3.$$

Cách 2: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}.$$

Do đó

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$$

$$= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}AB^2 + AC^2 - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}AB^2 + AC^2$$

$$= \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ - \frac{1}{2}AB^2 + AC^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot 4 + 4 = 3.$$

c) $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}(2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$

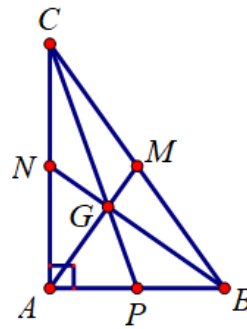
$$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = -\frac{5}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}.$$

$$\begin{aligned}
 MP^2 &= (\overrightarrow{MP})^2 = \left(-\frac{5}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \right)^2 \\
 &= \frac{25}{16}AB^2 + AC^2 - \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\
 &= \frac{25}{16} \cdot 4 + 4 - \frac{5}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = \frac{21}{4}.
 \end{aligned}$$

Ví dụ 7: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $BC = 2a$ và G là trọng tâm.

- Tính các tích vô hướng: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}$
- Tính giá trị của biểu thức $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}$
- Tính giá trị của biểu thức $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA}$

Lời giải



Hình 2.2

- a) * Theo định nghĩa tích vô hướng ta có

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 2a^2 \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}).$$

$$\text{Mặt khác } \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \cos \widehat{ABC} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Nên } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$$

$$* \text{ Ta có } \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = -|\overrightarrow{CB}| \cdot |\overrightarrow{CA}| \cos \widehat{ACB}$$

$$\text{Theo định lý Pitago ta có } CA = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = -a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2a} = -3a^2$$

- b) Cách 1: Vì tam giác ABC vuông tại A nên $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ và từ câu a ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -a^2$, $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = -3a^2$. Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = -4a^2$

Cách 2: Từ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ và hằng đẳng thức

$$(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA})^2 = AB^2 + BC^2 + CA^2 + 2(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}) \text{ Ta có}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}(AB^2 + BC^2 + CA^2) = -4a^2$$

- c) Tương tự cách 2 của câu b) vì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ nên

$$\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA} = -\frac{1}{2}(GA^2 + GB^2 + GC^2)$$

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB

$$\text{Để thấy tam giác } ABM \text{ đều nên } GA^2 = \left(\frac{2}{3}AM \right)^2 = \frac{4a^2}{9}$$

Theo định lý Pitago ta có:

$$GB^2 = \frac{4}{9}BN^2 = \frac{4}{9}(AB^2 + AN^2) = \frac{4}{9}\left(a^2 + \frac{3a^2}{4}\right) = \frac{7a^2}{9}$$

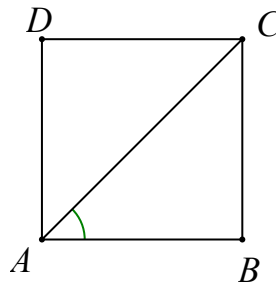
$$GC^2 = \frac{4}{9}CP^2 = \frac{4}{9}(AC^2 + AP^2) = \frac{4}{9}\left(3a^2 + \frac{a^2}{4}\right) = \frac{13a^2}{9}$$

$$\text{Suy ra } \vec{GA} \cdot \vec{GB} + \vec{GB} \cdot \vec{GC} + \vec{GC} \cdot \vec{GA} = -\frac{1}{2}\left(\frac{4a^2}{9} + \frac{7a^2}{9} + \frac{13a^2}{9}\right) = -\frac{4a^2}{3}.$$

Ví dụ 8: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính

- a) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$
- b) $\vec{AC} \cdot \vec{BD}$
- c) $\vec{AB} \cdot \vec{AO}$
- d) $\vec{AB} \cdot \vec{BO}$

Lời giải



a) Ta có $(\vec{AB}, \vec{AC}) = 45^\circ$, $AC = a\sqrt{2}$ nên $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2$.

b) Ta có: AC , BD là hai đường chéo hình vuông nên $AC \perp BD \Rightarrow \vec{AC} \cdot \vec{BD} = 0$

c) Ta có $AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

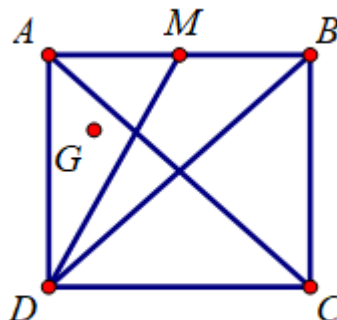
$$\vec{AB} \cdot \vec{AO} = AB \cdot AO \cdot \cos \widehat{BAO} = a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2}{2}$$

d) $\vec{AB} \cdot \vec{BO} = -\vec{BA} \cdot \vec{BO} = -BA \cdot BO \cdot \cos \widehat{ABO} = -a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{a^2}{2}$.

Ví dụ 9: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . M là trung điểm của AB , G là trọng tâm tam giác ADM . Tính giá trị các biểu thức sau:

- a) $(\vec{AB} + \vec{AD})(\vec{BD} + \vec{BC})$
- b) $\vec{CG} \cdot (\vec{CA} + \vec{DM})$

Lời giải



Hình 2.3

a) Theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

Do đó $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}$

$$= \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = |\overrightarrow{CA}| \cdot |\overrightarrow{CB}| \cos \widehat{ACB}$$

($\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$ vì $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BD}$)

Mặt khác $\widehat{ACB} = 45^\circ$ và theo định lý Pitago ta có :

$$AC = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

Suy ra $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC}) = a \cdot a\sqrt{2} \cos 45^\circ = a^2$

b) Vì G là trọng tâm tam giác ADM nên $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CM}$

Mặt khác theo quy tắc hình bình hành và hệ thức trung điểm ta có $\overrightarrow{CA} = -(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$ và

$$\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}) = \frac{1}{2}[\overrightarrow{CB} - (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})] = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD})$$

Suy ra $\overrightarrow{CG} = -\overrightarrow{AB} - (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}) = -\left(\frac{5}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}\right)$

Ta lại có $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DM} = -(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AD} = -\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}\right)$

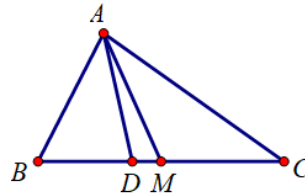
Nên $\overrightarrow{CG} \cdot (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DM}) = \left(\frac{5}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}\right) = \frac{5}{4}AB^2 + 4AD^2 = \frac{21a^2}{4}$.

Ví dụ 10: Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. M là trung điểm của BC , D là chân đường phân giác trong góc A .

a) Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, rồi suy ra $\cos A$.

b) Tính $\overrightarrow{AM}^2$ và $\overrightarrow{AD}^2$

Lời giải



Hình 2.3

a) Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}[\overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AC}^2 - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})^2] = \frac{1}{2}[AB^2 + AC^2 - CB^2] = \frac{1}{2}(c^2 + b^2 - a^2)$

Mặt khác $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cos A = cb \cos A$

Suy ra $\frac{1}{2}(c^2 + b^2 - a^2) = cb \cos A$ hay $\cos A = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2bc}$

b) * Vì M là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

Suy ra $\overrightarrow{AM}^2 = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})^2 = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}^2 + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}^2)$

Theo câu a) ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(c^2 + b^2 - a^2)$ nên

$$\overrightarrow{AM}^2 = \frac{1}{4}\left(c^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}(c^2 + b^2 - a^2) + b^2\right) = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$$

* Theo tính chất đường phân giác thì $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b}$

Suy ra $\overrightarrow{BD} = \frac{BD}{DC} \overrightarrow{DC} = \frac{b}{c} \overrightarrow{DC}$ (*)

Mặt khác $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$ thay vào (*) ta được

$$\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \frac{b}{c} (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) \Leftrightarrow (b+c) \overrightarrow{AD} = b \overrightarrow{AB} + c \overrightarrow{AC}$$

$$\Leftrightarrow (b+c)^2 \overrightarrow{AD}^2 = (b \overrightarrow{AB})^2 + 2bc \overrightarrow{AB} \overrightarrow{AC} + (c \overrightarrow{AC})^2$$

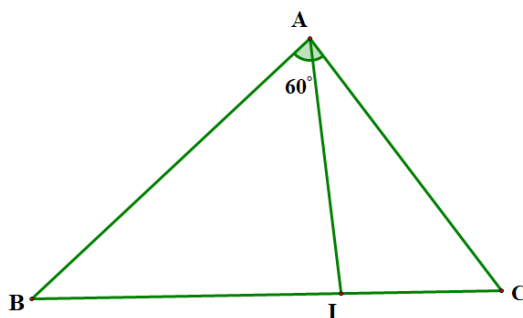
$$\Leftrightarrow (b+c)^2 \overrightarrow{AD}^2 = b^2 c^2 + 2bc \cdot \frac{1}{2} (c^2 + b^2 - a^2) + c^2 b^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{AD}^2 = \frac{bc}{(b+c)^2} (b+c-a)(b+c+a)$$

$$\text{Hay } \overrightarrow{AD}^2 = \frac{4bc}{(b+c)^2} p(p-a)$$

Nhận xét : Từ câu b) suy ra độ dài đường phân giác kẻ từ đỉnh A là $l_a = \frac{2\sqrt{bc}}{b+c} \sqrt{p(p-a)}$

Ví dụ 11 : Cho tam giác ABC có $AB = 4a, AC = 3a$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Tính độ dài đoạn thẳng AI .

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos \widehat{BAC} = 4a \cdot 3a \cdot \cos 60^\circ = 6a^2$.

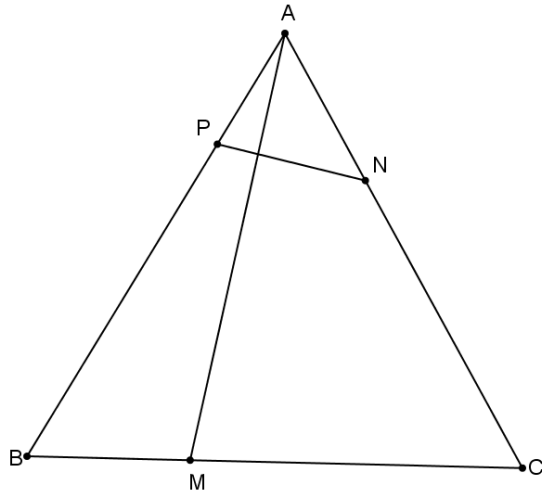
$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{BA} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AC} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$$

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{AI}^2 = \left(\frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AC} \right)^2 = \frac{1}{9} AB^2 + \frac{4}{9} AC^2 + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{1}{9} \cdot 16a^2 + \frac{4}{9} \cdot 9a^2 + \frac{4}{9} \cdot 6a^2 = \frac{76a^2}{9} \Rightarrow AI = \sqrt{\frac{76a^2}{9}} = \frac{2a\sqrt{19}}{3}$$

Ví dụ 12 Cho tam giác ABC đều cạnh bằng 3. Lấy các điểm M, N lần lượt trên các cạnh BC, CA sao cho $BM = 1, CN = 2$. Gọi P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho AM vuông góc với PN . Tính độ dài PN .

Lời giải



+ Theo bài ra ta có $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = 3(\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB})$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Theo bài ra ta cũng có $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$

Đặt $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB}, 0 \leq x \leq 1.$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - x\overrightarrow{AB}.$$

$$+ AM \perp PN \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{PN} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - x\overrightarrow{AB}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3} - \frac{x}{3}\right) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \frac{2x}{3} \overrightarrow{AB}^2 + \frac{1}{9} \overrightarrow{AC}^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3} - \frac{x}{3}\right) \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ - \frac{2x}{3} \cdot 3^2 + \frac{1}{9} \cdot 3^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3} - \frac{x}{3}\right) \cdot \frac{1}{2} - \frac{2x}{3} + \frac{1}{9} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{9} - \frac{x}{6} - \frac{2x}{3} + \frac{1}{9} = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{9} - \frac{5x}{6} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{15} \text{ (thỏa mãn).}$$

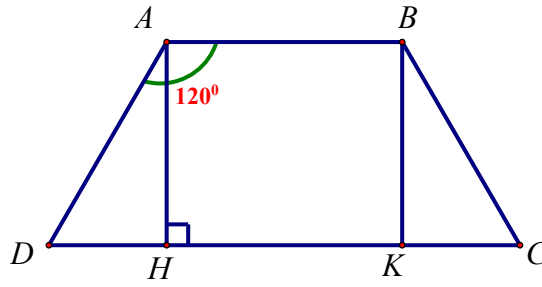
$$+ \text{ Khi đó } \overrightarrow{PN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{4}{15}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC} - \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}\right)$$

$$PN^2 = \overrightarrow{PN}^2 = \frac{1}{9}\left(\overrightarrow{AC}^2 + \frac{16}{25}\overrightarrow{AB}^2 - \frac{8}{5}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{9}\left(9 + \frac{16}{25} \cdot 9 - \frac{8}{5} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}\right) = \frac{21}{25}.$$

$$\text{Vậy } PN = \frac{\sqrt{21}}{5}.$$

Ví dụ 13: Cho hình thang cân $ABCD$ có $CD = 2AB = 2a, (a > 0), \widehat{DAB} = 120^\circ, AH \perp CD, H \in CD$. Tính $\overrightarrow{AH} \cdot (\overrightarrow{CD} - 4\overrightarrow{AD})$.

Lời giải



Gọi K là hình chiếu vuông góc của B xuống CD, khi đó ABKH là hình chữ nhật.

Vì ABCD là hình thang cân nên $DH = KC = \frac{1}{2}(CD - HK) = \frac{1}{2}(2a - a) = \frac{a}{2}$.

Do góc $\widehat{DAB} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{DAH} = 30^\circ; \widehat{ADH} = 60^\circ$.

Xét tam giác ADH vuông tại H, $\widehat{ADH} = 60^\circ \Rightarrow \begin{cases} AH = DH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ AD = \frac{DH}{\cos 60^\circ} = a \end{cases}$.

Ta có:

$$AH \perp CD \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{CD} = 0.$$

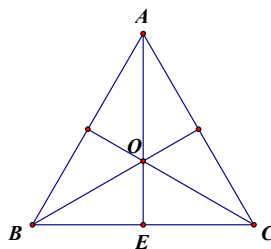
$$\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AD} = AH \cdot AD \cdot \cos \widehat{DAH} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot \cos 30^\circ = \frac{3a^2}{4}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AH} \cdot (\overrightarrow{CD} - 4\overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{CD} - 4\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 - 4 \cdot \frac{3a^2}{4} = -3a^2.$$

Ví dụ 14: Cho tam giác ABC đều cạnh a, tâm O. Hãy tính:

- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$
- $(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$
- $(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC})(\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC})$

Lời giải



$$\text{a). } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{2}$$

$$\text{b). } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$$

$$= -BA.BC.\cos 60^0 = -a.a.\frac{1}{2} = -\frac{a^2}{2}$$

c). Gọi E là trung điểm của BC có $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OE}$, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$;

$$\text{Do đó } (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = 2\overrightarrow{OE}.\overrightarrow{CB} = 2|\overrightarrow{OE}|.|\overrightarrow{CB}|.\cos(\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{CB})$$

$$= 2.OE.CB\cos 90^0 = 0.$$

d). Khai triển biểu thức, ta được

$$D = (\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC})(\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{AB}^2 - 3\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} - 6\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}$$

$$\text{Chú ý rằng: } \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = -\frac{a^2}{2}; \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}; \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$$

$$\text{Từ đó } D = a^2 + \frac{3a^2}{2} + a^2 - 3a^2 = \frac{a^2}{2}.$$

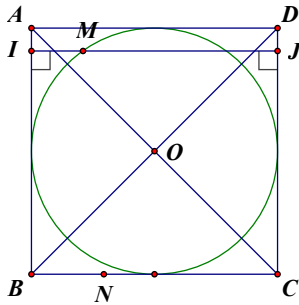
Ví dụ 5: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Hãy tính:

a). $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BD}$; $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC})$; $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$

b). $\overrightarrow{ON}.\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{NA}.\overrightarrow{AB}$ với N là điểm trên cạnh BC .

c). $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD}$ với M nằm trên đường tròn nội tiếp hình vuông.

Lời giải



a).

$$\bullet \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = -|\overrightarrow{BA}|.|\overrightarrow{BC}|.\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = -BA.BC.\cos 90^0 = 0$$

$$\bullet \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BD} = -|\overrightarrow{BA}|.|\overrightarrow{BD}|\cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BD}) = -BA.BD.\cos 45^0 = -a.a\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2} = -a^2$$

$$\bullet (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{AC}(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}$$

$$= 0 + |\overrightarrow{AC}|.|\overrightarrow{BC}|\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}) = AC.BC.\cos 45^0 = a^2$$

b).

$$\bullet \overrightarrow{ON}.\overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BO}).\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BN}.\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BO}.\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BO}.\overrightarrow{AB} \text{ (do } \overrightarrow{BN} \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{BN}.\overrightarrow{AB} = 0)$$

$$= \overrightarrow{BO}.\overrightarrow{BA} = |\overrightarrow{BO}|.|\overrightarrow{BA}|.\cos(\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{BA}) = \frac{a\sqrt{2}}{2}.a.\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2}{2}$$

$$\bullet \overrightarrow{NA}.\overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BN}).\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BN}.\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AB}^2 = -a^2$$

c).

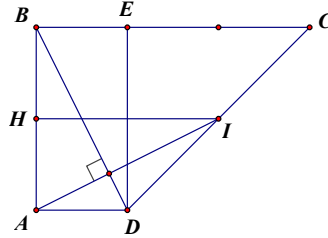
$$\begin{aligned}\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} &= (\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HA})(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HB}) \\ &= (\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HA})(\overrightarrow{MH} - \overrightarrow{HA}) = MH^2 - HA^2\end{aligned}$$

Ví dụ 16: Cho hình thang $ABCD$ có đáy lớn $BC = 3a$, đáy nhỏ $AD = a$, đường cao $AB = 2a$

a). Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$

b). Gọi I là trung điểm của CD . Hãy tính góc giữa AI và BD .

Lời giải



– Dựng $DE \perp BC, E \in BC \Rightarrow ABED$ là hình chữ nhật. Do đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{CD}$

$$= -\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DC} = -|\overrightarrow{DE}| \cdot |\overrightarrow{DC}| \cdot \cos(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DC}) = -DE \cdot DC \cdot \cos 45^\circ = -2a \cdot 2a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -4a^2$$

$$- \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BD} = 3 \cdot |\overrightarrow{BE}| \cdot |\overrightarrow{BD}| \cdot \cos \widehat{DBE} = 3BE \cdot BD \cdot \frac{BE}{BD} = 3 \cdot a^2$$

$$\begin{aligned}- \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} &= (\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA})(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} - \underbrace{\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AB}}_0 - \underbrace{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AD}}_0 + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AB} \\ &= |\overrightarrow{BC}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cdot \cos 0^\circ - \overrightarrow{AB}^2 = BC \cdot AD - AB^2 = 3a \cdot a - 4a^2 = -a^2\end{aligned}$$

($\forall \overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$; $\overrightarrow{BA} \perp \overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$).

b). Gọi H trung điểm của AB , suy ra HI là đường trung bình của hình thang $ABCD$, do đó

$$HI = \frac{AD + BC}{2} = 2a$$

$$\text{Có } \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{HI} - \overrightarrow{HA})(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{HI} \cdot \overrightarrow{AD} - \underbrace{\overrightarrow{HI} \cdot \overrightarrow{AB}}_0 - \underbrace{\overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{AD}}_0 + \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{HI} \cdot \overrightarrow{AD} = HI \cdot AD \cdot \cos 0^\circ = 2a \cdot a = 2a^2$$

$$\overrightarrow{HI} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \text{ (do } \overrightarrow{HI} \perp \overrightarrow{AB}); \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \text{ (do } \overrightarrow{HA} \perp \overrightarrow{AD}).$$

$$\overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB}^2 = -2a^2$$

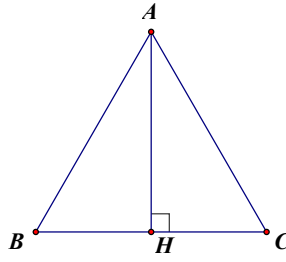
Vậy $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AI} \perp \overrightarrow{BD} \Rightarrow$ góc giữa AI và BD bằng 90° .

Ví dụ 17: Cho tam giác ABC đều cạnh a , đường cao AH . Tính:

a). $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AH}$.

b). $(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA})(2\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{AH})$

Lời giải



a).

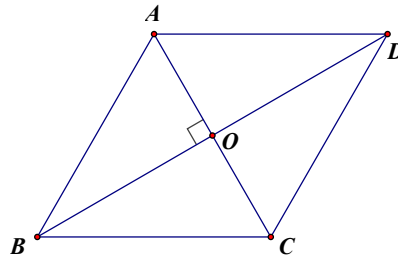
$$- \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$$

$$- \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AH} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = -AB \cdot AH \cdot \cos \widehat{BAH} = -a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 30^\circ = -\frac{3a^2}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{b). } (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA})(2\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{AH}) &= \overrightarrow{AB}(2\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{AH}) = 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} \\ &= -2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = -2 \cdot \frac{a^2}{2} - 3 \cdot \frac{3a^2}{4} = -\frac{13a^2}{4} \end{aligned}$$

Ví dụ 18: Cho hình thoi $ABCD$ tâm O cạnh bằng 7, góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính:
 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OB}$

Lời giải



Do $\widehat{BAC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ đều $\Rightarrow AC = 7, BO = \frac{7\sqrt{3}}{2}$ (đường cao tam giác đều $= \frac{\text{cạnh} \cdot \sqrt{3}}{2}$)

$$- \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 7 \cdot 7 \cdot \cos 60^\circ = \frac{49}{2}.$$

$$- \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} = -AB \cdot AO \cdot \cos 60^\circ = -7 \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{49}{4}$$

$$- \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \text{ (do } \overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BD})$$

$$- \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BO} = BA \cdot BO \cdot \cos \widehat{ABO} = a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 30^\circ = \frac{3a^2}{4}$$

Ví dụ 19: Cho các vector $\vec{a}, \vec{b}$ có độ dài bằng 1 và thỏa mãn điều kiện $|2\vec{a} - 3\vec{b}| = 3$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải

$$\text{Ta có } |2\vec{a} - 3\vec{b}| = 3 \Leftrightarrow (2\vec{a} - 3\vec{b})^2 = 16 \Leftrightarrow 4\vec{a}^2 - 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 9\vec{b}^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 - 12 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) + 9b^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow 4 - 12 \cos(\vec{a}, \vec{b}) + 9 = 16 \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{4}.$$

Ví dụ 20: Cho các vector $\vec{a}, \vec{b}$ có độ dài bằng 1 và góc tạo bởi hai vector bằng 60° . Xác định cosin góc giữa hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ với $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{v} = \vec{a} - \vec{b}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{u} \cdot \vec{v} = (\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{b}^2 = a^2 + |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) - 2b^2 = -\frac{1}{2}.$$

$$\bullet \vec{u}^2 = (\vec{a} + 2\vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b}^2 = 1 + 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ + 4 \cdot 1 = 7 \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{7}$$

$$\bullet \vec{v}^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 1 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ + 1 = 1 \Rightarrow |\vec{v}| = 1$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}) \Rightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-\frac{1}{2}}{\sqrt{7} \cdot 1} = -\frac{\sqrt{7}}{14}.$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng và đều khác vector $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. **B.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. **C.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$. **D.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Lời giải

Chọn A

Do $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng nên $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ \longrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1$.

Vậy $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 2: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

- A.** $\alpha = 180^\circ$. **B.** $\alpha = 0^\circ$. **C.** $\alpha = 90^\circ$. **D.** $\alpha = 45^\circ$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Mà theo giả thiết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$, suy ra $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1 \longrightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$

Câu 3: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A.** $\alpha = 30^\circ$. **B.** $\alpha = 45^\circ$. **C.** $\alpha = 60^\circ$. **D.** $\alpha = 120^\circ$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \longrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3}{3 \cdot 2} = -\frac{1}{2} \longrightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$$

Câu 4: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ và hai vector $\vec{u} = \frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với nhau. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\alpha = 90^\circ$. B. $\alpha = 180^\circ$. C. $\alpha = 60^\circ$. D. $\alpha = 45^\circ$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \vec{u} \perp \vec{v} \longrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b} \right) (\vec{a} + \vec{b}) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{5}\vec{a}^2 - \frac{13}{5}\vec{a}\vec{b} - 3\vec{b}^2 = 0$$

$$\xrightarrow{|\vec{a}|=|\vec{b}|=1} \vec{a}\vec{b} = -1$$

$$\text{Suy ra } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = -1 \longrightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$$

Câu 5: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} \left(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 \right)$ B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} \left(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2 \right)$
C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} \left(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2 \right)$ D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{4} \left(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2 \right)$

Lời giải

Chọn C

Nhận thấy C và D chỉ khác nhau về hệ số $\frac{1}{2}$ và $\longrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} \left(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 \right) \cdot \frac{1}{4}$ nên thử kiểm tra đáp án C và **D**.

$$\text{Ta có } |\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2 = (\vec{a} + \vec{b})^2 - (\vec{a} - \vec{b})^2 = 4\vec{a}\vec{b} \longrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{4} \left(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2 \right) \quad \text{Chọn C}$$

- A đúng, vì $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = (\vec{a} + \vec{b})^2 = (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$
- B đúng, vì $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2 = (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}$
 $\longrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} \left(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2 \right)$

Câu 6: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2a^2$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{a^2}{2}$ D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$

Lời giải

Chọn D

Xác định được góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ là góc $\hat{A}$ nên $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 60^\circ$.

$$\text{Do đó } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}.$$

Câu 7: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$ B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{a^2}{2}$ D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$

Lời giải

Chọn C

Xác định được góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$ là góc ngoài của góc $\hat{B}$ nên $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$

Do đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = AB \cdot BC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = a \cdot a \cdot \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{2}$

Câu 8: Gọi G là trọng tâm tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}a^2$ B. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = -\frac{1}{2}a^2$ C. $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = \frac{a^2}{6}$ D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}a^2$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đáp án, ta có nhận xét sau:

- Xác định được góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ là góc $\hat{A}$ nên $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 60^\circ$

Do đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2} \longrightarrow$ **A đúng.**

- Xác định được góc $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB})$ là góc ngoài của góc $\hat{C}$ nên $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 120^\circ$

Do đó $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = AC \cdot CB \cdot \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = a \cdot a \cdot \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{2} \longrightarrow$ **B đúng.**

- Xác định được góc $(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GB})$ là góc $\widehat{AGB}$ nên $(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GB}) = 120^\circ$

Do đó $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = GA \cdot GB \cdot \cos(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GB}) = \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{6} \longrightarrow$ **C sai. Chọn C**

- Xác định được góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG})$ là góc $\widehat{GAB}$ nên $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG}) = 30^\circ$

Do đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = AB \cdot AG \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG}) = a \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \cos 30^\circ = \frac{a^2}{2} \longrightarrow$ **D đúng.**

Câu 9: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a và chiều cao AH . Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ B. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{HA}) = 150^\circ$ C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$ D. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{a^2}{2}$

Lời giải

Chọn D

Xác định được góc $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB})$ là góc ngoài của góc $\hat{A}$ nên $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 120^\circ$

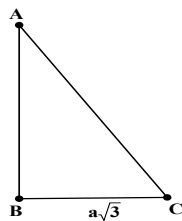
Do đó $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = AC \cdot CB \cdot \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = a \cdot a \cdot \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{2}$

Câu 10: Cho tam giác ABC vuông tại B , $BC = a\sqrt{3}$. Tính $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$

A. $3a^2$. B. $-\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ D. $-3a^2$.

Lời giải

Chọn D.



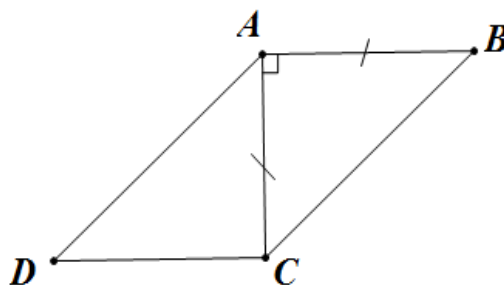
$$\begin{aligned}\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} &= |\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{CB}| \cdot \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = |\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{CB}| \cdot \cos(180^\circ - \hat{C}) \\ &= -|\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{CB}| \cdot \cos \hat{C} = -|\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{CB}| \cdot \frac{BC}{AC} = -BC^2 = -3a^2.\end{aligned}$$

Câu 11: Cho tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -1$. B. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 1$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = -1$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi D là đỉnh thứ $\overrightarrow{IB} = (-1; b+2)$ của hình bình hành $ABCD$.

$$\text{Khi đó : } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD} = 1 \cdot \sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -1.$$

Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = 1$.

Câu 12: Cho tam giác ABC vuông cân tại A và có $AB = AC = a$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -a^2$ B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$ C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn A

Xác định được góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$ là góc ngoài của góc $\hat{B}$ nên $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 135^\circ$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = AB \cdot BC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 135^\circ = -a^2$$

Câu 13: Cho tam giác ABC vuông tại A và có $AB = c$, $AC = b$. Tính $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

- B. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = c^2$ A. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = b^2$ C. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = b^2 + c^2$ D. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = b^2 - c^2$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = BA \cdot BC \cdot \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = BA \cdot BC \cdot \cos \hat{B} = c \cdot \sqrt{b^2 + c^2} \cdot \frac{c}{\sqrt{b^2 + c^2}} = c^2$$

Cách khác. Tam giác ABC vuông tại A suy ra $AB \perp AC \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{BA}^2 + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = AB^2 = c^2$$

Câu 14: Cho ba điểm A, B, C thỏa $AB = 2 \text{ cm}, BC = 3 \text{ cm}, CA = 5 \text{ cm}$ Tính $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$

- A.** $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 13$ **B.** $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 15$ **C.** $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 17$ **D.** $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 19$

Lời giải

Chọn B

Ta có $AB + BC = CA \Rightarrow$ ba điểm A, B, C thẳng hàng và B nằm giữa A, C .

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = CA \cdot CB \cdot \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 3 \cdot 5 \cdot \cos 0^\circ = 15$$

$$\text{Cách khác. Ta có } AB^2 = \overrightarrow{AB}^2 = (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA})^2 = CB^2 - 2\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} + CA^2$$

$$\longrightarrow \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = \frac{1}{2}(CB^2 + CA^2 - AB^2) = \frac{1}{2}(3^2 + 5^2 - 2^2) = 15$$

Câu 15: Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$ Tính $P = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC}$

- A.** $P = b^2 - c^2$ **B.** $P = \frac{c^2 + b^2}{2}$ **C.** $P = \frac{c^2 + b^2 + a^2}{3}$ **D.** $P = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2}$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } P = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$$

$$= (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AC}^2 - \overrightarrow{AB}^2 = AC^2 - AB^2 = b^2 - c^2$$

Câu 16: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $P = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA})$

- A.** $P = -1$ **B.** $P = 3a^2$ **C.** $P = -3a^2$ **D.** $P = 2a^2$

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết suy ra $AC = a\sqrt{2}$

$$\text{Ta có } P = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC}^2$$

$$= -CA \cdot CD \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}) - AC^2 = -a\sqrt{2} \cdot a \cdot \cos 45^\circ - (a\sqrt{2})^2 = -3a^2$$

Câu 17: Nếu hai điểm M, N thỏa mãn $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NM} = -4$ thì độ dài đoạn thẳng MN bằng bao nhiêu?

- A.** $MN = 4$; **B.** $MN = 2$; **C.** $MN = 16$; **D.** $MN = 256$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$$\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{MN} \cdot (-\overrightarrow{MN}) = -MN^2 = -4 \Rightarrow MN = 2$$

Câu 18: Nếu hai điểm M, N thỏa mãn $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NM} = -16$ thì độ dài đoạn thẳng MN bằng bao nhiêu?

A. $MN = 4$; B. $MN = 2$; C. $MN = 16$; D. $MN = 256$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có:

$$\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{MN} \cdot (-\overrightarrow{MN}) = -MN^2 = -16 \Rightarrow MN = 4.$$

Câu 19: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 12$ và $|\vec{a} + \vec{b}| = 13$. Khi đó cosin của góc giữa hai vector $\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ bằng

A. $\frac{12}{13}$.

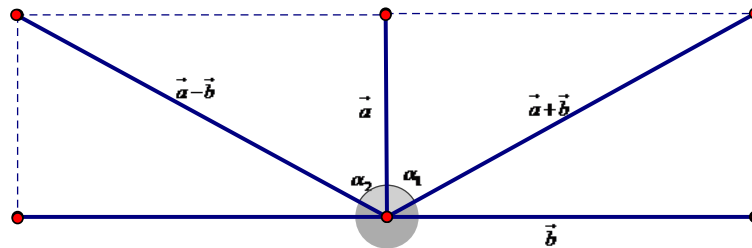
B. $\frac{5}{12}$.

C. $-\frac{119}{169}$.

D. $\frac{119}{169}$.

Lời giải

Chọn C.



Nhận thấy $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ suy ra $\vec{a} \perp \vec{b}$

Mặt khác: $\cos(\alpha_2) = \frac{|\vec{a}|}{|\vec{a} + \vec{b}|} = \frac{5}{13} \Rightarrow \alpha_2 = \cos^{-1} \frac{5}{13}$.

Do đó góc giữa hai vector $\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ bằng $\alpha_1 + \alpha_2 = 2\alpha_2 = 2 \cdot \cos^{-1} \frac{5}{13}$

Vậy $\cos(\widehat{\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} + \vec{b}}) = \cos\left(2 \cdot \cos^{-1} \frac{5}{13}\right) = -\frac{119}{169}$.

3-Dạng 3 : Chứng minh đẳng thức vector về tích vô hướng

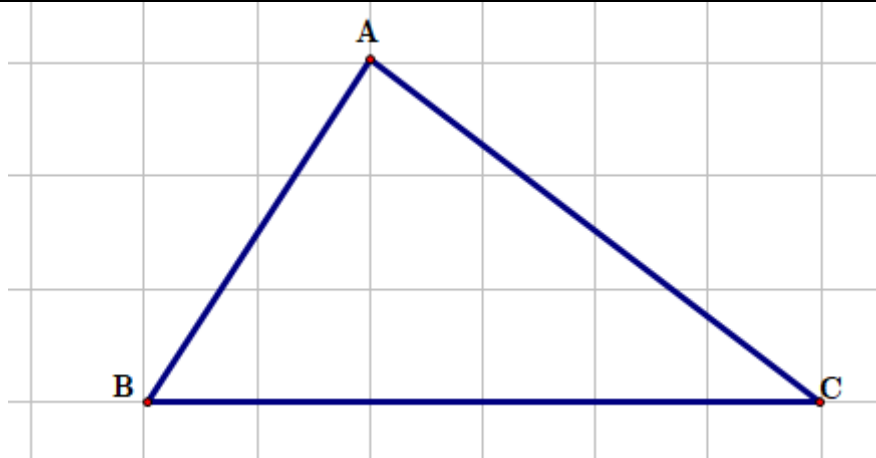
Phương pháp:

- ☐ Nếu trong đẳng thức chứa bình phương độ dài của đoạn thẳng thì ta chuyển về vector nhờ đẳng thức $AB^2 = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$
- ☐ Sử dụng các tính chất của tích vô hướng, các quy tắc phép toán vector
- ☐ Sử dụng hằng đẳng thức vector về tích vô hướng.

BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng : $AB^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = 0$

Lời giải



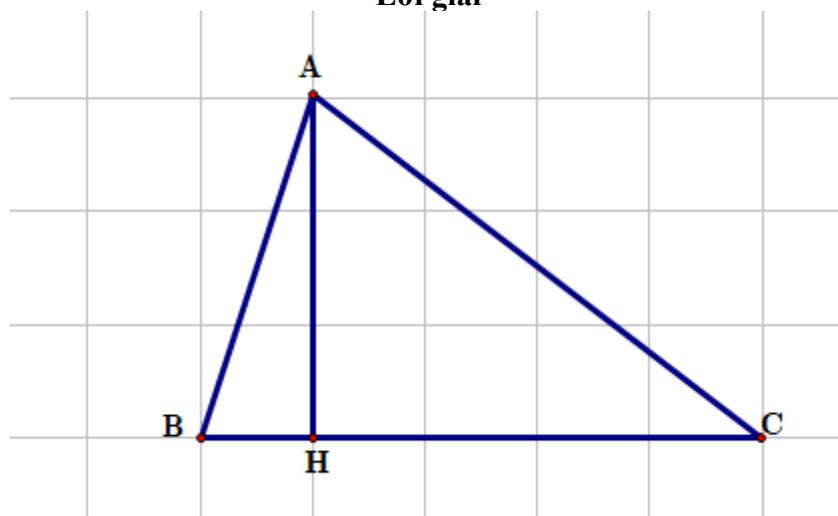
Ta có

$$\begin{aligned} AB^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} &= AB^2 + \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) \\ &= AB^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BA} = AB^2 + AB \cdot BA \cdot \cos 180^\circ \\ &= AB^2 - AB^2 = 0 \\ \text{Vậy } AB^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} &= 0 \end{aligned}$$

Ví dụ 2: Cho tam giác nhọn ABC , AH là đường cao. Chứng minh rằng :

- a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AH}$
- b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{BC}$

Lời giải



a) Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} &= \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AH} \quad (1) \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AH} &= 0 \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) &= 0 \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{CB} &= 0 \quad (2) \end{aligned}$$

Vì $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{CB}$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$. Do đó (2) luôn đúng nên (1) đúng.

Vậy $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AH}$

b) Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HB}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AH} = 0$.

Vậy $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{BC}$

Ví dụ 3: Cho I là trung điểm của đoạn thẳng AB và M là điểm tùy ý.

Chứng minh rằng : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = IM^2 - IA^2$

Lời giải

Đẳng thức cần chứng minh được viết lại là $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{IM}^2 - \overrightarrow{IA}^2$

Để làm xuất hiện $\overrightarrow{IM}$, $\overrightarrow{IA}$ ở VP, sử dụng quy tắc ba điểm để xen điểm I vào ta được

$$\begin{aligned} VT &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot (\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IA}) \\ &= \overrightarrow{IM}^2 - \overrightarrow{IA}^2 = VP \text{ (đpcm).} \end{aligned}$$

Ví dụ 4: Chứng minh rằng với mọi tam giác ABC, ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{\overrightarrow{AB}^2 \cdot \overrightarrow{AC}^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$

Lời giải

$$\text{Ta có } S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \Rightarrow S^2 = \frac{1}{4} AB^2 \cdot AC^2 (1 - \cos^2 A)$$

$$\text{Hay } S^2 = \frac{1}{4} AB^2 \cdot AC^2 \left[1 - \frac{(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}{AB^2 \cdot AC^2} \right] = \frac{1}{4} [AB^2 \cdot AC^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2]$$

$$\text{Vậy } S_{ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{\overrightarrow{AB}^2 \cdot \overrightarrow{AC}^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$$

Ví dụ 5: Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Chứng minh rằng với mọi điểm M, ta có:

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$$

Lời giải

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 + MC^2 &= (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= 3MG^2 + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + GA^2 + GB^2 + GC^2 \\ &= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 \end{aligned}$$

Ví dụ 6: Cho bốn điểm A, B, C, D bất kì. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ (*).

Từ đó suy ra một cách chứng minh định lý: "Ba đường cao trong tam giác đồng quy".

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } &\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AB} \\ &= \overrightarrow{DA} \cdot (\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB}) + \overrightarrow{DB} \cdot (\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}) + \overrightarrow{DC} \cdot (\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DA}) \\ &= \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DA} = 0 \end{aligned}$$

(đpcm)

Gọi H là giao của hai đường cao xuất phát từ đỉnh A, B.

Khi đó ta có $\overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$, $\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ (1)

Từ đẳng thức (*) ta cho điểm D trùng với điểm H ta được

$$\overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{HC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \quad (2)$$

Từ (1) (2) ta có $\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{CA} = 0$ suy ra BH vuông góc với AC

Hay ba đường cao trong tam giác đồng quy (đpcm).

Ví dụ 7: Cho nửa đường tròn đường kính AB. Có AC và BD là hai dây thuộc nửa đường tròn cắt nhau tại E. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BD} = AB^2$

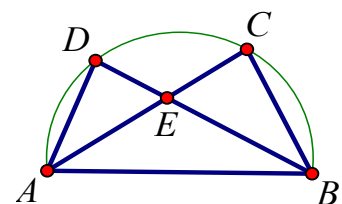
Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } VT &= \overrightarrow{AE} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{BE} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}) \\ &= \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{AD} \end{aligned}$$

Vì AB là đường kính nên $\widehat{ADB} = 90^\circ$, $\widehat{ACB} = 90^\circ$

Suy ra $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$, $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$

$$\text{Do đó } VT = \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB}) = \overrightarrow{AB}^2 = VP \text{ (đpcm).}$$



Hình 2.4

Ví dụ 8: Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$ và I là tâm đường tròn nội tiếp. Chứng minh

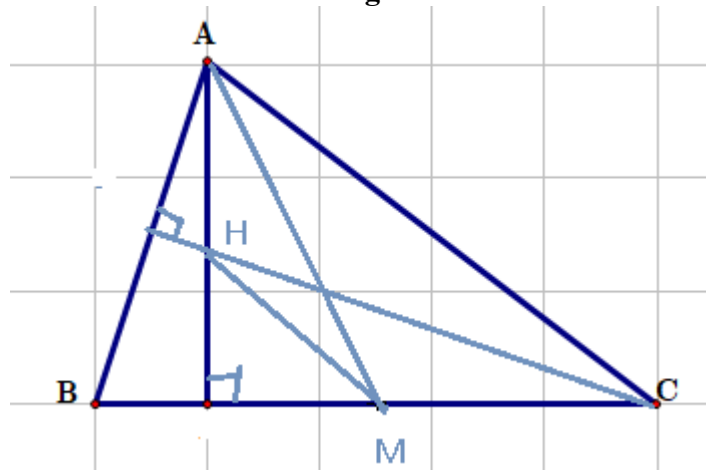
rằng $aIA^2 + bIB^2 + cIC^2 = abc$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có: } a\vec{IA} + b\vec{IB} + c\vec{IC} &= \vec{0} \Rightarrow (a\vec{IA} + b\vec{IB} + c\vec{IC})^2 = 0 \\
 \Rightarrow a^2IA^2 + b^2IB^2 + c^2IC^2 + 2ab\vec{IA} \cdot \vec{IB} + 2bc\vec{IB} \cdot \vec{IC} + 2ca\vec{IC} \cdot \vec{IA} &= 0 \\
 \Rightarrow a^2IA^2 + b^2IB^2 + c^2IC^2 + ab(IA^2 + IB^2 - AB^2) + \\
 &+ bc(IB^2 + IC^2 - BC^2) + ca(IA^2 + IC^2 - CA^2) = 0 \\
 \Rightarrow (a^2 + ab + ca)IA^2 + (b^2 + ba + bc)IB^2 + \\
 &+ (c^2 + ca + cb)IC^2 - (abc^2 + ab^2c + a^2bc) = 0 \\
 \Rightarrow (a + b + c)(a^2IA^2 + b^2IB^2 + c^2IC^2) &= (a + b + c)abc \\
 \Rightarrow a^2IA^2 + b^2IB^2 + c^2IC^2 &= abc \text{ (đpcm).}
 \end{aligned}$$

Ví dụ 9: Cho tam giác nhọn ABC , Gọi H là trực tâm của tam giác và M là trung điểm của BC . Chứng minh rằng: $\vec{MH} \cdot \vec{MA} = \frac{1}{4}BC^2$

Lời giải



Ta có $\vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$

$$\vec{HM} = \frac{1}{2}(\vec{HB} + \vec{HC})$$

Do đó

$$\begin{aligned}
 \vec{AM} \cdot \vec{HM} &= \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC}) \cdot (\vec{HB} + \vec{HC}) \\
 &= \frac{1}{4}(\vec{AB} \cdot \vec{HB} + \vec{AB} \cdot \vec{HC} + \vec{AC} \cdot \vec{HB} + \vec{AC} \cdot \vec{HC}) \\
 &= \frac{1}{4}(\vec{AB} \cdot \vec{HB} + \vec{AC} \cdot \vec{HC}) \quad \text{Vì } (\vec{AB} \cdot \vec{HC} = 0; \vec{AC} \cdot \vec{HB} = 0) \\
 &= \frac{1}{4}(\vec{AB} \cdot (\vec{HC} + \vec{CB}) + \vec{AC} \cdot (\vec{HB} + \vec{BC})) \\
 &= \frac{1}{4}(\vec{AB} \cdot \vec{CB} + \vec{AC} \cdot \vec{BC}) \\
 &= \frac{1}{4}\vec{CB}(\vec{AB} - \vec{AC}) = \frac{1}{4}\vec{CB} \cdot \vec{CB} = \frac{1}{4}CB^2.
 \end{aligned}$$

Vậy $\vec{MH} \cdot \vec{MA} = \frac{1}{4}BC^2$

Ví dụ 10: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Lấy điểm M, N, P lần lượt nằm trên ba cạnh BC, CA, AB sao cho $BC = 2MC, AC = 3AN, AP = x, x > 0$. Tìm x để AM vuông góc với NP .

Lời giải

$$\text{Ta có } AM \perp NP \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot (\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AN}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = 0$$

$$M \text{ nằm trên } BC \text{ và } BC = 2MC \Rightarrow M \text{ là trung điểm của } BC \text{ và } AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = 0 \Leftrightarrow AM \cdot AP \cdot \cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AP}) - AM \cdot AN \cdot \cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot x \cdot \cos 30^\circ - \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{3} \cdot \cos 30^\circ = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{3}.$$

Ví dụ 11 : Cho tam giác đều ABC và các điểm M, N, P thỏa mãn $\overrightarrow{BM} = k \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CN} = \frac{2}{3} \overrightarrow{CA}$,

$$\overrightarrow{AP} = \frac{4}{15} \overrightarrow{AB}. \text{ Tìm } k \text{ để } AM \text{ vuông góc với } PN.$$

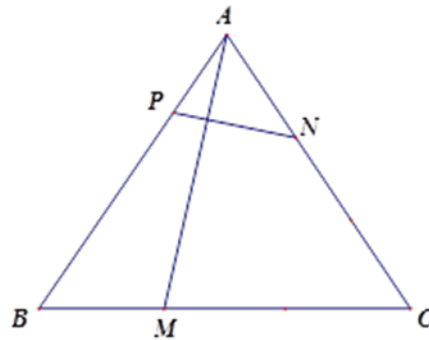
A. $k = \frac{1}{3}$

B. $k = \frac{1}{2}$

C. $k = \frac{2}{5}$

D. $k = \frac{3}{4}$

Lời giải



$$\text{Ta có: } \overrightarrow{BM} = k \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB} = k(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = (1-k)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$$

$$\text{Lại có: } \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AP} = -\frac{4}{15}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

$$\text{Để } AM \text{ vuông góc với } PN \text{ thì } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{PN} = 0$$

$$\Leftrightarrow [(1-k)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}] \left(-\frac{4}{15}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4(1-k)}{15} AB^2 + \frac{k}{3} AC^2 + \left(\frac{1-k}{3} - \frac{4k}{15} \right) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4(1-k)}{15} + \frac{k}{3} + \left(\frac{1-k}{3} - \frac{4k}{15} \right) \cos 60^\circ = 0$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{1}{3}.$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{b^2 - c^2}{2}$. **B.** $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{c^2 + b^2}{2}$.

$$\text{C. } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{c^2 + b^2 + a^2}{3}.$$

$$\text{D. } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2}.$$

Lời giải

Chọn A

Vì M là trung điểm của BC suy ra $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}^2 - \overrightarrow{AB}^2) = \frac{1}{2}(AC^2 - AB^2) = \frac{b^2 - c^2}{2} \end{aligned}$$

Câu 2: Cho ba điểm O, A, B không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để tích vô hướng $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ là

A. tam giác OAB đều. **B.** tam giác OAB cân tại O .

C. tam giác OAB vuông tại O .

D. tam giác OAB vuông cân tại O .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OB}^2 - \overrightarrow{OA}^2 = 0 \Leftrightarrow OB^2 - OA^2 = 0 \Leftrightarrow OB = OA$$

Câu 3: Cho M, N, P, Q là bốn điểm tùy ý. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào sai?

$$\text{A. } \overrightarrow{MN}(\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ}) = \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{PQ}. \quad \text{B. } \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP}.$$

$$\text{C. } \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{MN}. \quad \text{D. } (\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PQ})(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ}) = MN^2 - PQ^2.$$

Lời giải

Chọn B

Đáp án A đúng theo tính chất phân phối.

Đáp án B sai. Sửa lại cho đúng $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP}$.

Đáp án C đúng theo tính chất giao hoán.

Đáp án D đúng theo tính chất phân phối. **Chọn B**

Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Đẳng thức nào sau đây đúng?

$$\text{A. } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2 \quad \text{B. } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2 \sqrt{2} \quad \text{C. } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2} a^2 \quad \text{D. } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} a^2$$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{BAC} = 45^\circ \text{ nên } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ = a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2$$

Câu 5: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi E là điểm đối xứng của D qua C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

$$\text{A. } \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = 2a^2. \quad \text{B. } \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = \sqrt{3}a^2. \quad \text{C. } \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = \sqrt{5}a^2. \quad \text{D. } \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = 5a^2.$$

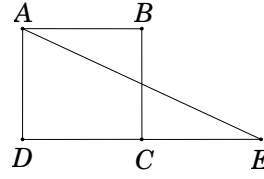
Lời giải

Chọn A

Ta có C là trung điểm của DE nên $DE = 2a$.

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}) \cdot \overrightarrow{AB} = \underbrace{\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}}_0 + \overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$= DE \cdot AB \cdot \cos(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{AB}) = DE \cdot AB \cdot \cos 0^\circ = 2a^2.$$



Câu 6: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 2. Điểm M nằm trên đoạn thẳng AC sao cho $AM = \frac{AC}{4}$.

Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng DC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN} = -4$. B. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN} = 0$. C. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN} = 4$. D. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN} = 16$.

Lời giải

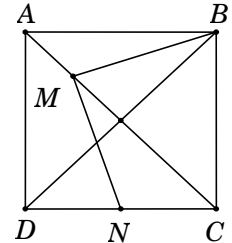
Chọn B

Giả thiết không cho góc, ta phân tích các vectơ $\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{MN}$ theo các vectơ có giá vuông góc với nhau.

$$\bullet \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{4} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{4} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{4} \overrightarrow{AD}.$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} - \frac{1}{4} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{DC} - \frac{1}{4} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \\ &= \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{4} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = \frac{3}{4} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{4} \overrightarrow{AB}. \text{ Suy ra:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN} &= \left(\frac{3}{4} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{4} \overrightarrow{AD} \right) \cdot \left(\frac{3}{4} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{4} \overrightarrow{AB} \right) = \frac{1}{16} (3 \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + 3 \overrightarrow{AB}^2 - 3 \overrightarrow{AD}^2 - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}) \\ &= \frac{1}{16} (0 + 3a^2 - 3a^2 - 0) = 0. \end{aligned}$$



Câu 7: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8$, $AD = 5$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 62$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 64$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -62$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -64$.

Lời giải

Chọn D

Giả thiết không cho góc, ta phân tích các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BD}$ theo các vectơ có giá vuông góc với nhau.

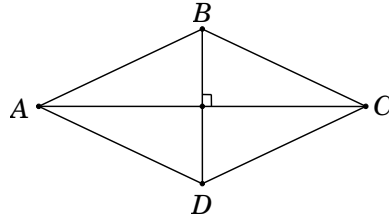
$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + 0 = -AB^2 = -64.$$

Câu 8: Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 8$ và $BD = 6$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 24$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 26$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 28$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 32$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $O = AC \cap BD$, giả thiết không cho góc, ta phân tích các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ theo các vectơ có giá vuông góc với nhau.

Ta có

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} + 0 = \frac{1}{2} AC^2 = 32.$$

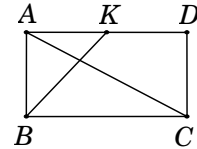
Câu 9: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và $AD = a\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của cạnh AD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$. **B.** $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = -a^2\sqrt{2}$. **C.** $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2\sqrt{2}$. **D.** $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = 2a^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AC = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$.



Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \longrightarrow \overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} &= \left(\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} \right) \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \\ &= \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AD} = -a^2 + 0 + 0 + \frac{1}{2} (a\sqrt{2})^2 = 0. \end{aligned}$$

$$\longrightarrow \cos \widehat{ABC} = \sqrt{1 - \sin^2 \widehat{ABC}} = \frac{5\sqrt{7}}{16} \text{ (vì } \widehat{ABC} \text{ nhọn)}.$$

Mặt khác góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ là góc ngoài của góc $\widehat{ABC}$

$$\text{Suy ra } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \cos(180^\circ - \widehat{ABC}) = -\cos \widehat{ABC} = -\frac{5\sqrt{7}}{16}.$$

4-Dạng 4 : Tìm tập hợp điểm thỏa mãn đẳng thức về tích vô hướng

Phương pháp:

Ta sử dụng các kết quả cơ bản sau:

Cho A, B là các điểm cố định. M là điểm di động

- ☐ Nếu $|\overrightarrow{AM}| = k$ với k là số thực dương cho trước thì tập hợp các điểm M là đường tròn tâm A , bán kính $R = k$.

- ☐ Nếu $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ thì tập hợp các điểm M là đường tròn đường kính AB

- Nếu $\overrightarrow{MA} \cdot \vec{a} = 0$ với $\vec{a}$ khác $\vec{0}$ cho trước thì tập hợp các điểm M là đường thẳng đi qua A và vuông góc với giá của vector $\vec{a}$

BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Ví dụ 1: Cho hai điểm A, B cố định có độ dài bằng a , vector $\vec{a}$ khác $\vec{0}$ và số thực k cho trước. Tìm tập hợp điểm M sao cho

a) $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \frac{3a^2}{4}$ b) $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MA^2$

Lời giải

a) Gọi I là trung điểm của AB ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} &= \frac{3a^2}{4} \Leftrightarrow (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) = \frac{3a^2}{4} \\ &\Leftrightarrow MI^2 - IA^2 = \frac{3a^2}{4} \quad (\text{Do } \overrightarrow{IB} = -\overrightarrow{IA}) \\ &\Leftrightarrow MI^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} \\ &\Leftrightarrow MI = a\end{aligned}$$

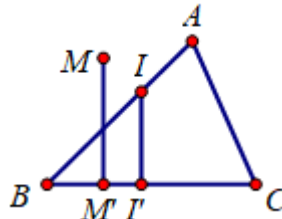
Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính $R = a$.

b) Ta có $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MA^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MA}$
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot (\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BA} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{BA}$

Vậy tập hợp điểm M là đường thẳng vuông góc với đường thẳng AB tại A .

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp điểm M sao cho $(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{CB}) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$

Lời giải



Gọi I là điểm xác định bởi $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$

Khi đó $(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{CB}) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$

$$\Leftrightarrow [(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})] \cdot \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{BC} = BC^2$$

Gọi M', I' lần lượt là hình chiếu của M, I lên đường thẳng BC Theo công thức hình chiếu ta

$$\text{có } \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{M'I'} \cdot \overrightarrow{BC} \text{ do đó } \overrightarrow{M'I'} \cdot \overrightarrow{BC} = BC^2$$

Vì $BC^2 > 0$ nên $\overrightarrow{M'I'}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng suy ra

$$\overrightarrow{M'I'} \cdot \overrightarrow{BC} = BC^2 \Leftrightarrow M'I' \cdot BC = BC^2 \Leftrightarrow M'I' = BC$$

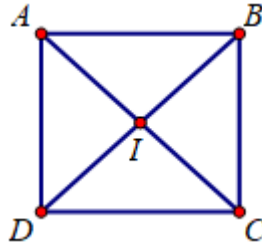
Do I cố định nên I' cố định suy ra M' cố định.

Vậy tập hợp điểm M là đường thẳng đi qua M' và vuông góc với BC .

Ví dụ 3: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a và số thực k cho trước. Tìm tập hợp điểm M sao cho

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = k$$

Lời giải



Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}) \\ &= MI^2 + \overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA}) + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IC} \\ &= MI^2 + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IC} \end{aligned}$$

$$\text{Tương tự } \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = MI^2 + \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{ID}$$

$$\text{Nên } \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = k \Leftrightarrow 2MI^2 + \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{ID} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IC} = k$$

$$\Leftrightarrow 2MI^2 - IB^2 - IA^2 = k \Leftrightarrow MI^2 = \frac{k}{2} + IA^2$$

$$\Leftrightarrow MI^2 = \frac{k}{2} + a^2$$

$$\Leftrightarrow MI = \sqrt{\frac{k}{2} + IA^2} = \sqrt{\frac{k + a^2}{2}}$$

Nếu $k < -a^2$: Tập hợp điểm M là tập rỗng

Nếu $k = -a^2$ thì $MI = 0 \Leftrightarrow M \equiv I$ suy ra tập hợp điểm M là điểm I

$$\text{Nếu } k > -a^2 \text{ thì } MI = \sqrt{\frac{k + a^2}{2}}$$

suy ra tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính $R = \sqrt{\frac{k + a^2}{2}}$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho tam giác ABC . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$ là:

- A. một điểm. B. đường thẳng. C. đoạn thẳng. **D. đường tròn.**

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm $BC \longrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI}$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA}(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot 2\overrightarrow{MI} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MI} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{MI}. (*)$$

Biểu thức (*) chứng tỏ $MA \perp MI$ hay M nhìn đoạn AI dưới một góc vuông nên tập hợp các điểm M là đường tròn đường kính AI .

Câu 2: Tìm tập các hợp điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$ với A, B, C là ba đỉnh của tam giác.

- A. một điểm. B. đường thẳng. C. đoạn thẳng. **D. đường tròn.**

Lời giải

Chọn D

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \longrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MB}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} \cdot 3\overrightarrow{MG} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MG} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{MG}. (*)$$

Biểu thức (*) chứng tỏ $MB \perp MG$ hay M nhìn đoạn BG dưới một góc vuông nên tập hợp các điểm M là đường tròn đường kính BG .

Câu 3: Cho tam giác ABC . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ là:

- A. một điểm. **B.** đường thẳng. C. đoạn thẳng. D. đường tròn.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow MA \perp BC$.

Vậy tập hợp các điểm M là đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC .

Câu 4: Cho hai điểm A, B cố định có khoảng cách bằng a . Tập hợp các điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AB} = 2a^2$ là:

- A. một điểm. **B.** đường thẳng. C. đoạn thẳng. D. đường tròn.

Lời giải

Chọn B

Gọi C là điểm đối xứng của A qua B . Khi đó $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}^2 = 2a^2$.

Kết hợp với giả thiết, ta có $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CN} = 0 \Leftrightarrow CN \perp AB.$$

Vậy tập hợp các điểm N là đường thẳng qua C và vuông góc với AB .

Câu 5: Cho hai điểm A, B cố định và $AB = 8$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -16$ là:

- A.** một điểm. B. đường thẳng. C. đoạn thẳng. D. đường tròn.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \longrightarrow \overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})(\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IA})$$

$$= \overrightarrow{MI}^2 - \overrightarrow{IA}^2 = MI^2 - IA^2 = MI^2 - \frac{AB^2}{4}.$$

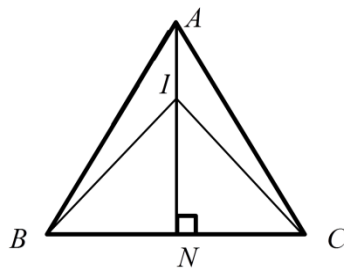
$$\text{Theo giả thiết, ta có } MI^2 - \frac{AB^2}{4} = -16 \Leftrightarrow MI^2 = \frac{AB^2}{4} - 16 = \frac{8^2}{4} - 16 = 0 \longrightarrow M \equiv I.$$

Câu 6: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a . Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $4MA^2 + MB^2 + MC^2 = \frac{5a^2}{2}$ nằm trên một đường tròn (C) có bán kính R . Tính R .

- A. $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$. B. $R = \frac{a}{4}$. C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $R = \frac{a}{\sqrt{6}}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi N là trung điểm đoạn BC .

Gọi I là điểm thỏa: $4\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\vec{IA} + 2\vec{IN} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{IA} + \vec{IN} = \vec{0}$, nên điểm I thuộc đoạn thẳng AN sao cho $IN = 2IA$.

Khi đó: $IA = \frac{1}{3}AN = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, và $IN = \frac{2}{3}AN = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$IB^2 = IC^2 = IN^2 + BN^2 = \frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{4} = \frac{7a^2}{12}.$$

$$\text{Ta có: } 4MA^2 + MB^2 + MC^2 = \frac{5a^2}{2} \Leftrightarrow 4(\vec{MI} + \vec{IA})^2 + (\vec{MI} + \vec{IB})^2 + (\vec{MI} + \vec{IC})^2 = \frac{5a^2}{2}.$$

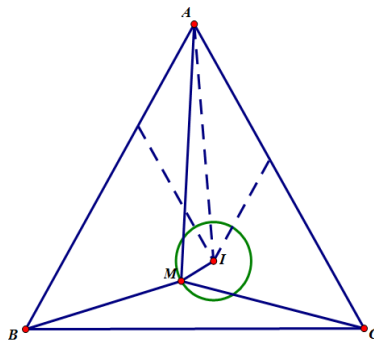
$$\Leftrightarrow 6MI^2 + 4IA^2 + IB^2 + IC^2 = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow 6MI^2 + 4 \cdot \frac{a^2}{12} + 2 \cdot \frac{7a^2}{12} = \frac{5a^2}{2} \Leftrightarrow MI = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$

Câu 7: Cho tam giác đều ABC cạnh 18 cm. Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|2\vec{MA} + 3\vec{MB} + 4\vec{MC}| = |\vec{MA} - \vec{MB}|$ là

- A. Tập rỗng. **B.** Đường tròn cố định có bán kính $R = 2$ cm.
C. Đường tròn cố định có bán kính $R = 3$ cm. D. Một đường thẳng.

Lời giải

Chọn B



Ta có $|\vec{MA} - \vec{MB}| = |\vec{AB}| = 18$.

Dựng điểm I thỏa mãn $2\vec{IA} + 3\vec{IB} + 4\vec{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AI} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{4}{9}\vec{AC}$.

Khi đó: $|2\vec{MA} + 3\vec{MB} + 4\vec{MC}| = |\vec{MA} - \vec{MB}| \Leftrightarrow 9|\vec{MI}| = 18 \Leftrightarrow IM = 2$.

Do đó tập hợp các điểm M là đường tròn cố định có bán kính $R = 2$ cm.

Câu 8: Cho hai điểm A, B cố định và $AB = 10$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\vec{MA} \cdot \vec{MB} + 25 = 0$ là:

- A. Tập rỗng. **B.** Một đường tròn.
C. Một đường thẳng. **D.** Một điểm.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB , ta có $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{IB} = -\vec{IA}$.

Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 25 &= 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + 25 = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot (\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IA}) + 25 = 0 \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 - \overrightarrow{IA}^2 + 25 = 0 \Leftrightarrow MI^2 - 5^2 + 25 = 0 \Leftrightarrow MI = 0 \Leftrightarrow M \equiv I. \end{aligned}$$

Vậy điểm $M \equiv I$, do đó ta chọn D.

6-Dạng 6: Bài toán thực tế về tích vô hướng

Ví dụ 1: Một người dùng một lực $\vec{F}$ có độ lớn là 90 N làm một vật dịch chuyển một đoạn 100 m. Biết lực $\vec{F}$ hợp với hướng dịch chuyển một góc 60° . Tính công sinh bởi lực $\vec{F}$

Lời giải

Lực $\vec{F}$ có độ lớn là 90 N.

Quãng đường dịch chuyển của vật là 100 m.

Góc tạo bởi lực $\vec{F}$ với hướng dịch chuyển là 60° .

Vậy công sinh bởi lực $\vec{F}$ là:

$$A = 90 \cdot 100 \cdot \cos 60^\circ = 4500 \text{ (J)}.$$

Ví dụ 2: Một người dùng một lực $\vec{F}$ có độ lớn là 20 N kéo một vật dịch chuyển một đoạn 50 m cùng hướng với $\vec{F}$ Tính công sinh bởi lực $\vec{F}$

Lời giải

Vì lực $\vec{F}$ cùng hướng với hướng dịch chuyển của vật nên góc tạo bởi lực $\vec{F}$ và hướng dịch chuyển là 0° .

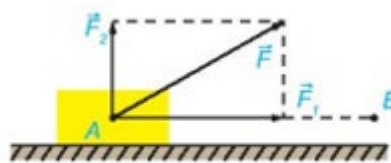
Vậy công sinh bởi lực F là:

$$A = 20 \cdot 50 \cdot \cos 0^\circ = 1000 \text{ (J)}.$$

Ví dụ 3: Một lực $\vec{F}$ không đổi tác động vào một vật và điểm đặt của lực chuyển động thẳng đều từ A đến B. Lực $\vec{F}$ được phân tích thành hai lực thành phần $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ ($\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$)

a) Dựa vào tính chất của tích vô hướng, hãy giải thích vì sao công sinh bởi lực $\vec{F}$ (đã được đề cập ở trên) bằng tổng của các công sinh bởi các lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$

b) Giả sử các lực thành phần $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ tương ứng cùng phương, vuông góc với phương chuyển động của vật. Hãy tìm mối quan hệ giữa các công sinh bởi lực $\vec{F}$ và lực $\vec{F}_1$



Hình 4.46

Lời giải

a) Một lực $\vec{F}$ tác động lên một vật làm vật dịch chuyển tính tiến theo một vectơ độ dời $\vec{s}$

Ta có: công sinh bởi lực $\vec{F}$ là

$$A_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos(\vec{F}, \vec{s}) = F \cdot s \cdot \cos(\vec{F}, \vec{F}_1)$$

$$\text{Mặt khác } F \cdot \cos(\vec{F}, \vec{F}_1) = F_1 \Rightarrow A_{\vec{F}} = F_1 \cdot s.$$

Công sinh bởi lực $\vec{F}_1$ là:

$$A_{\vec{F}_1} = \vec{F}_1 \cdot \vec{s} = F_1 \cdot s \cdot \cos(\vec{F}_1, \vec{s}) = F_1 \cdot s \cdot \cos 0^\circ = F_1 \cdot s$$

Công sinh bởi lực $\vec{F}_2$ là:

$$A_{\vec{F}_2} = \vec{F}_2 \cdot \vec{s} = F_2 \cdot s \cdot \cos(\vec{F}_2, \vec{s}) = F_2 \cdot s \cdot \cos 90^\circ = 0.$$

$$A_{\vec{F}_1} + A_{\vec{F}_2} = F_1 \cdot s$$

Do đó $A_{\vec{F}} = A_{\vec{F}_1} + A_{\vec{F}_2}$.

b) Ta có:

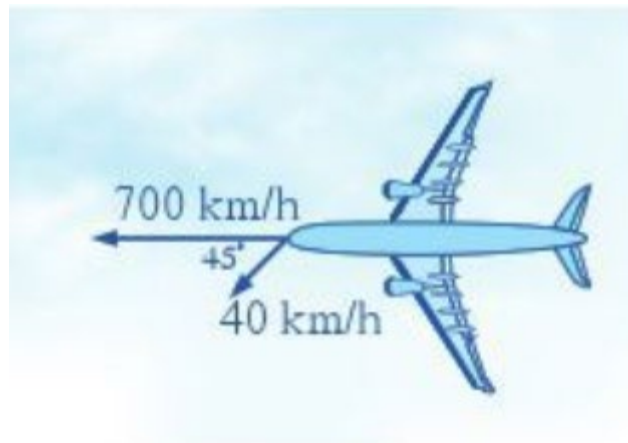
$$A_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos(\vec{F}, \vec{s}) = F \cdot s \cdot \cos(\vec{F}, \vec{F}_1)$$

Mặt khác $F \cdot \cos(\vec{F}, \vec{F}_1) = F_1 \Rightarrow A_{\vec{F}} = F_1 \cdot s$.

Ta lại có: $A_{\vec{F}_1} = \vec{F}_1 \cdot \vec{s} = F_1 \cdot s \cdot \cos(\vec{F}_1, \vec{s}) = F_1 \cdot s \cdot \cos 0^\circ = F_1 \cdot s \Rightarrow A_{\vec{F}} = A_{\vec{F}_1}$

Ví dụ 4: Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ 700 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ 40 km/h (Hình 68). Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi.

Tìm tốc độ mới của máy bay (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm theo đơn vị km/h).



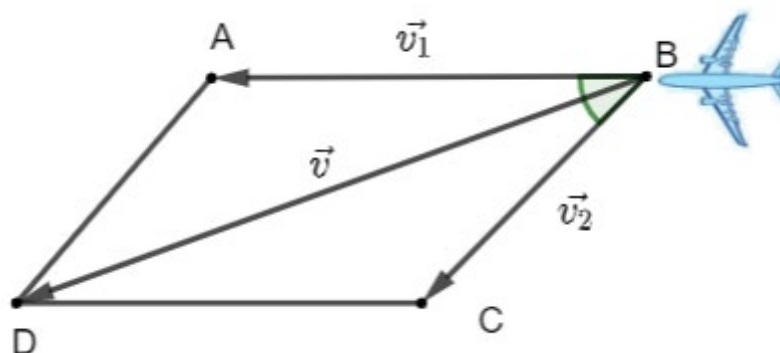
Hình 68

Lời giải

Giả sử vận tốc của máy bay theo hướng đông sang tây là $\vec{v}_1$, vận tốc của luồng gió theo hướng đông bắc sang tây nam là $\vec{v}_2$ và vận tốc mới của máy bay chính là $\vec{v}$ thỏa mãn $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Ta cần tính độ dài vector $\vec{v}$.

Theo đề bài ta có: $|\vec{v}_1| = 700 \text{ km/h}$, $|\vec{v}_2| = 40 \text{ km/h}$, $(\vec{v}_1, \vec{v}_2) = 45^\circ$

Biểu diễn bài toán như hình vẽ dưới đây:



Khi đó ta có: ABCD là hình bình hành có $\widehat{ABC} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{DAB} = 145^\circ$

$$AB = |\vec{v}_1| = 700 \text{ km/h}, AD = |\vec{v}_2| = 40 \text{ km/h}, BD = |\vec{v}|$$

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABD, ta có:

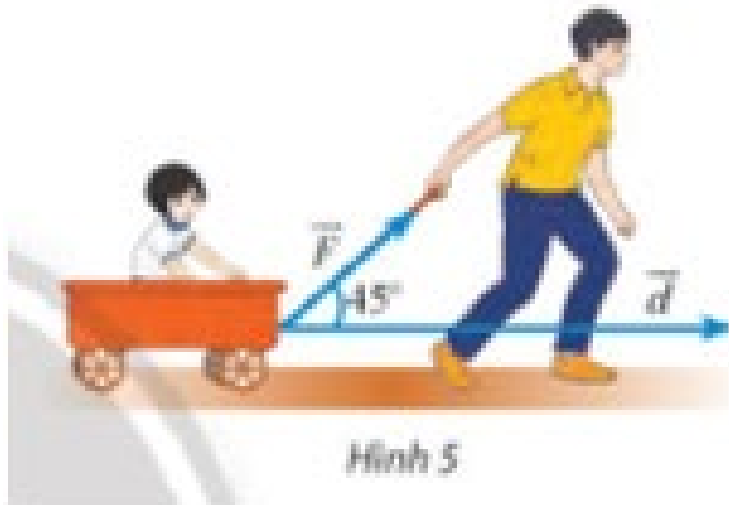
$$\begin{aligned}BD^2 &= AD^2 + AB^2 - 2 \cdot AD \cdot AB \cdot \cos A \\&= 40^2 + 700^2 - 2 \cdot 40 \cdot 700 \cdot \cos 135^\circ \\&\approx 531\,197,98\end{aligned}$$

Suy ra $BD \approx 728,83$ (km/h).

Vậy tốc độ mới của máy bay sau khi gặp gió thổi là 728,83 km/h.

Ví dụ 5: Một người dùng một lực $\vec{F}$ có độ lớn là 10 N kéo một chiếc xe đi quãng đường dài 100 m. Tính công sinh bởi lực $\vec{F}$, biết rằng góc giữa vector $\vec{F}$ và hướng di chuyển là 45° . (Công A (đơn vị: J) bằng tích của ba đại lượng: cường độ của lực $\vec{F}$, độ dài quãng đường và cosin của góc giữa hai vector $\vec{F}$ và độ dịch chuyển $\vec{d}$).

Lời giải



Cường độ của lực $\vec{F}$ là 10 N.

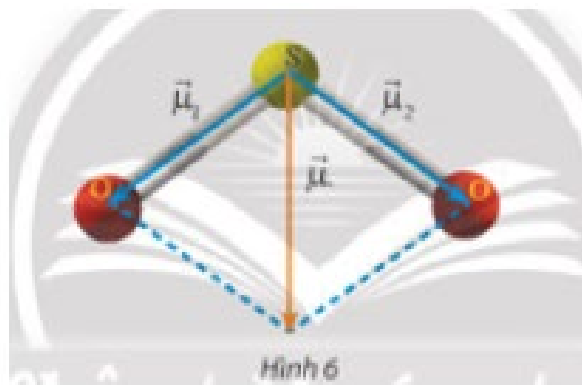
Độ dài quãng đường là 100 m.

Góc giữa hai vector $\vec{F}$ và độ dịch chuyển $\vec{d}$ là 45° .

Vậy công sinh bởi lực $\vec{F}$ là:

$$A = 10 \cdot 100 \cdot \cos 45^\circ = 500\sqrt{2} \text{ (J)}.$$

Ví dụ 6: Phân tử sulfur dioxide (SO_2) có cấu tạo hình chữ V, góc liên kết $\widehat{OSO}$ gần bằng 120° . Người ta biểu diễn sự phân cực giữa nguyên tử S với mỗi nguyên tử O bằng các vector $\vec{\mu}_1$ và $\vec{\mu}_2$ có cùng phương với liên kết cộng hóa trị, có chiều từ nguyên tử S về mỗi nguyên tử O và cùng có độ dài là 1,6 đơn vị (Hình 6). Cho biết vector tổng $\vec{\mu} = \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2$ được dùng để biểu diễn sự phân cực của cả phân tử SO_2 . Tính độ dài của $\vec{\mu}$



Lời giải

Theo bài ra ta có: $|\vec{\mu}_1| = |\vec{\mu}_2| = 1,6$, $(\vec{\mu}_1, \vec{\mu}_2) = \widehat{OSO} = 120^\circ$

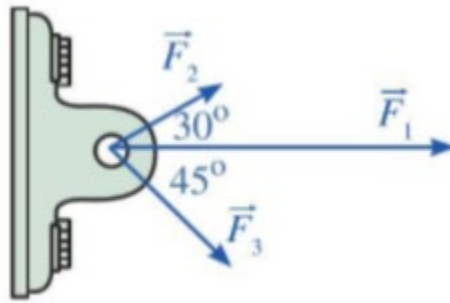
Do đó: $\vec{\mu}_1 \cdot \vec{\mu}_2 = |\vec{\mu}_1| \cdot |\vec{\mu}_2| \cdot \cos(\vec{\mu}_1, \vec{\mu}_2) = 1,6 \cdot 1,6 \cdot \cos 120^\circ = -1,28$.

$$(\vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2)^2 = \vec{\mu}_1^2 + \vec{\mu}_2^2 + 2\vec{\mu}_1 \cdot \vec{\mu}_2 = 1,6^2 + 1,6^2 + 2 \cdot (-1,28) = 2,56$$

$$\Rightarrow |\vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2| = \sqrt{2,56} = 1,6$$

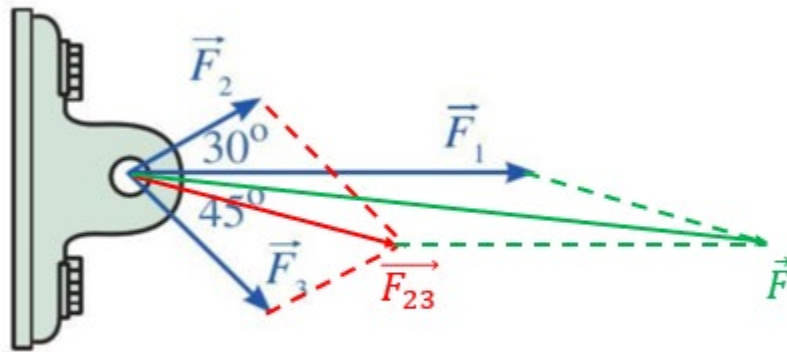
Vậy $|\vec{\mu}| = 1,6$.

Ví dụ 7: Một vật đồng thời bị ba lực tác động: lực tác động thứ nhất $\vec{F}_1$ có độ lớn là 1500 N, lực tác động thứ hai $\vec{F}_2$ có độ lớn là 600N, lực tác động thứ ba $\vec{F}_3$ có độ lớn là 800N. Các lực này được biểu diễn bằng những vectơ như Hình 23, với $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 30^\circ, (\vec{F}_1, \vec{F}_3) = 45^\circ, (\vec{F}_2, \vec{F}_3) = 75^\circ$; Tính độ lớn lực tổng hợp tác động lên vật (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Hình 23

Lời giải



Hình 23

Ta có: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_{23}$ ($\vec{F}_{23} = \vec{F}_2 + \vec{F}_3$)

Mà

$$\begin{aligned} |\vec{F}_{23}|^2 &= |\vec{F}_2|^2 + |\vec{F}_3|^2 - 2|\vec{F}_2| \cdot |\vec{F}_3| \cdot \cos(180^\circ - 75^\circ) \\ &= 600^2 + 800^2 - 2 \cdot 600 \cdot 800 \cdot \cos(105^\circ) \approx 1248466,283 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_{23}| \approx 1117,35 (N)$$

$$\cos(\vec{F}_{23}, \vec{F}_3) = \frac{|\vec{F}_{23}|^2 + |\vec{F}_3|^2 - |\vec{F}_2|^2}{2|\vec{F}_{23}| \cdot |\vec{F}_3|} \approx \frac{1117,35^2 + 800^2 - 600^2}{2 \cdot 1117,35 \cdot 800}$$

$$\Rightarrow (\vec{F}_{23}, \vec{F}_3) \approx 31^\circ \Rightarrow (\vec{F}_{23}, \vec{F}_1) \approx 45^\circ - 31^\circ = 14^\circ$$

$$\begin{aligned} |\vec{F}|^2 &= (\vec{F}_1 + \vec{F}_{23})^2 = |\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_{23}|^2 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_{23} \\ &= |\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_{23}|^2 + 2|\vec{F}_1| \cdot |\vec{F}_{23}| \cdot \cos(\vec{F}_1, \vec{F}_{23}) \\ &\approx 1500^2 + 1117,35^2 + 2 \cdot 1500 \cdot 1117,35 \cdot \cos 14^\circ \\ &\approx 6750946,072 \end{aligned}$$

$$|\vec{F}| \approx \sqrt{6750946,072} \approx 2598(N).$$

Vậy độ lớn lực tổng hợp tác động lên vật gần bằng 2598(N).

7-Dạng 7: Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Phương pháp:

- Dùng định nghĩa tích vô hướng
- Dùng biểu thức tọa độ của tích vô hướng
- Các tính chất hình học và các hệ thức lượng trong tam giác

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1: Cho ba véc tơ $\vec{a} = (-1; 1)$; $\vec{b} = (2; 0)$, $\vec{c} = (1; 3)$.

- Tìm $\vec{a} \cdot \vec{b}$; $\vec{b} \cdot \vec{c}$; $\vec{a}(\vec{b} - 2\vec{c})$
- Góc giữa hai véc tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$
- Tìm giữa hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b} + \vec{c}$
- Tìm tọa độ $\vec{x}$ biết $\vec{x} \cdot \vec{a} = 5$ và $\vec{x} \cdot \vec{c} = -2$

Lời giải

a)Ta có:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1) \cdot 2 + 1 \cdot 0 = -2$$

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = 2 \cdot 1 + 0 \cdot 3 = 2$$

$$\vec{a}(\vec{b} - 2\vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{a} \cdot \vec{c} = -2 - ((-1) \cdot 1 + 1 \cdot 3) = -4.$$

b) Góc giữa hai véc tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ được tính bằng công thức:

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-1 \cdot 2 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + 0^2}} = -\frac{2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ.$$

c) $\vec{b} + \vec{c} = (3; 3)$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}) = \frac{-1 \cdot 3 + 1 \cdot 3}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{3^2 + 3^2}} = 0 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}) = 90^\circ.$$

d) Giả sử $\vec{x} = (x; y)$

$$\begin{cases} \vec{x} \cdot \vec{a} = 5 \\ \vec{x} \cdot \vec{c} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + y = 5 \\ x + 3y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{17}{4} \\ y = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Vậy $\vec{x} = \left(-\frac{17}{4}; \frac{3}{4}\right)$

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng Oxy, hãy tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ trong mỗi trường hợp sau:

a) $\vec{a} = (-3; 1), \vec{b} = (2; 6)$

b) $\vec{a} = (3; 1), \vec{b} = (2; 4)$

c) $\vec{a} = (-\sqrt{2}; 1), \vec{b} = (2; -\sqrt{2})$.

Lời giải

Vận dụng công thức tính góc giữa hai véc tơ $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

a) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-3 \cdot 2 + 1 \cdot 6}{\sqrt{(-3)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + 6^2}} = 0 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$

b) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{3 \cdot 2 + 1 \cdot 4}{\sqrt{3^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + 4^2}} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$

c) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{(-\sqrt{2}) \cdot 2 + 1 \cdot (-\sqrt{2})}{\sqrt{(-\sqrt{2})^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-\sqrt{2})^2}} = \frac{-3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = -1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$

Ví dụ 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho ba điểm không thẳng hàng $A(2; 4)$, $B(-3; 1)$, $C(3; -1)$.

a) Tìm $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

b) Gọi G là trọng tâm ABC . Tìm $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BC}$

c) Tìm góc A .

d) Tìm tọa độ A' là hình chiếu của A trên BC

Lời giải

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-5; -3), \overrightarrow{AC} = (1; -5) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-5) \cdot 1 + (-3) \cdot (-5) = 10$.

b) Ta có $G\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$

$\overrightarrow{AG} = \left(-\frac{4}{3}; -\frac{8}{3}\right), \overrightarrow{BC} = (6; -2) \Rightarrow \overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BC} = \left(-\frac{4}{3}\right) \cdot 6 + \left(-\frac{8}{3}\right) \cdot (-2) = -\frac{8}{3}$.

c) Ta có

$AB = \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2} = \sqrt{34}$

$AC = \sqrt{1^2 + (-5)^2} = \sqrt{26}$.

$BC = \sqrt{6^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{10}$.

$\cos A = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2AC \cdot AB} = \frac{26 + 34 - 40}{2\sqrt{26}\sqrt{34}} \Rightarrow A \approx 70^\circ 20'$.

d) Giả sử $A'(x; y)$

Ta có $\overrightarrow{AA'} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ và $\overrightarrow{BA'}, \overrightarrow{BC}$ cùng phương

$\overrightarrow{AA'} = (x - 2; y - 4), \overrightarrow{BC} = (6; -2), \overrightarrow{BA'} = (x + 3; y + 1)$

$\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow 6(x - 2) + (-2)(y - 4) = 0 \Leftrightarrow 6x - 2y - 4 = 0 \quad (1)$

$\overrightarrow{BA'}, \overrightarrow{BC}$ cùng phương suy ra $\frac{x+3}{6} = \frac{y+1}{-2} \Leftrightarrow -2x - 6y = 0 \quad (2)$

Giải hệ gồm hai phương trình (1) và (2) ta được
$$\begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

Vậy $A'(\frac{3}{5}; -\frac{1}{5})$

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng Oxy, cho ba điểm không thẳng hàng $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$.

- Tìm $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$
- Giải tam giác ABC
- Tìm diện tích tam giác ABC
- Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC

Lời giải

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (6;3), \overrightarrow{BC} = (0;-6) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 6 \cdot 0 + 3 \cdot (-6) = -18$.

$$AB = \sqrt{(2+4)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}.$$

$$AC = \sqrt{(2+4)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{45}$$

$$BC = \sqrt{(2-2)^2 + (-2-4)^2} = 6$$

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{45 + 45 - 36}{2 \cdot \sqrt{45} \cdot \sqrt{45}} = \frac{3}{5} \Rightarrow \hat{A} \approx 53^\circ$$

Ta có $AB = AC$ nên ABC cân tại A. Do đó $\hat{B} = \hat{C} \approx \frac{180^\circ - 53^\circ}{2} = 63,5^\circ$.

$$\text{Ta có } p = \frac{\sqrt{45} + \sqrt{45} + 6}{2} = \sqrt{45} + 3$$

Diện tích tam giác ABC là $S = \sqrt{p(p-\sqrt{45})(p-\sqrt{45})(p-6)} = 18$ (đvdt)

d) Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

Lời giải

Giả sử $H(x; y)$ ta có $\overrightarrow{AH} = (x+4; y-1), \overrightarrow{BC} = (0; -6), \overrightarrow{BH} = (x-2; y-4), \overrightarrow{CA} = (-6; 3)$

Vì H là trực tâm tam giác ABC

$$\text{nên } \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{CA} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+4) \cdot 0 + (y-1) \cdot (-6) = 0 \\ -6(x-2) + 3(y-4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{2} \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{13}{2}; 1\right).$$

Ví dụ 5: Trong mặt phẳng Oxy, cho ba điểm không thẳng hàng $A(2;4), B(1;1)$

Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại B

Lời giải

Giả sử $C(x; y)$. Vì tam giác ABC vuông cân tại B nên $\begin{cases} \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = 0 \\ |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BA}| \end{cases} \quad (I)$

Mà $\overrightarrow{BA} = (1; 3), \overrightarrow{BC} = (x-1; y-1)$

$$(I) \Rightarrow \begin{cases} 1(x-1) + 3(y-1) = 0 \\ 1^2 + 3^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ 10y^2 - 20y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \\ x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm C thỏa yêu cầu bài toán là $C(4; 0)$ và $C(-2; 2)$

Ví dụ 6: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(1;2), B(-4;3)$. Gọi $M(t;0)$ là một điểm thuộc trục hoành.

- a) Tính $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM}$ theo t .
 b) Tìm t để $\widehat{AMB} = 90^\circ$.

Lời giải

a) Ta có $\overrightarrow{AM} = (t-1; -2), \overrightarrow{BM} = (t+4; -3) \Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = (t-1)(t+4) + 2 \cdot 3 = t^2 + 3t + 2$

b) Để $\widehat{AMB} = 90^\circ$ thì $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow t^2 + 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases}$

Vậy với $\begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases}$ thì $\widehat{AMB} = 90^\circ$

Ví dụ 7: Cho tam giác ABC có $A(1;2), B(-2;6), C(9;8)$.

- a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A .
 b) Xác định tọa độ điểm H thuộc BC sao cho AH ngắn nhất.

Lời giải

a) Ta có $\overrightarrow{AB}(-3;4), \overrightarrow{AC}(8;6) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -3 \cdot 8 + 4 \cdot 6 = 0$

Do đó $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ hay tam giác ABC vuông tại A .

b) AH khi H là hình chiếu của A lên BC

Gọi $H(x; y)$ là hình chiếu của A lên BC .

Ta có $\overrightarrow{AH}(x-1; y-2), \overrightarrow{BH}(x+2; y-6), \overrightarrow{BC}(11;2)$

$AH \perp BC \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow 11(x-1) + 2(y-2) = 0$

Hay $11x + 2y - 15 = 0$ (1)

Mặt khác $\overrightarrow{BH}, \overrightarrow{BC}$ cùng phương nên $\frac{x+2}{11} = \frac{y-6}{2} \Leftrightarrow 2x - 11y + 70 = 0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $x = \frac{1}{5}, y = \frac{32}{5}$

Vậy hình chiếu của A lên BC là $H\left(\frac{1}{5}; \frac{32}{5}\right)$.

Ví dụ 8: Cho tam giác ABC có $A(1;2), B(-2;6), C(9;8)$.

- a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A .
 b) Tính góc B của tam giác ABC
 c) Xác định hình chiếu của A lên cạnh BC

Lời giải:

a) Ta có $\overrightarrow{AB}(-3;4), \overrightarrow{AC}(8;6) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -3 \cdot 8 + 4 \cdot 6 = 0$

Do đó $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ hay tam giác ABC vuông tại A .

b) Ta có $\overrightarrow{BC}(11;2), \overrightarrow{BA}(3;-4)$

Suy ra $\cos B = \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = \frac{11 \cdot 3 + 2 \cdot (-4)}{\sqrt{11^2 + 2^2} \sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

c) Gọi $H(x; y)$ là hình chiếu của A lên BC .

Ta có $\overrightarrow{AH}(x-1; y-2), \overrightarrow{BH}(x+2; y-6), \overrightarrow{BC}(11;2)$

$AH \perp BC \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow 11(x-1) + 2(y-2) = 0$

Hay $11x + 2y - 15 = 0$ (1)

Mặt khác $\overrightarrow{BH}, \overrightarrow{BC}$ cùng phương nên $\frac{x+2}{11} = \frac{y-6}{2} \Leftrightarrow 2x - 11y + 70 = 0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $x = \frac{1}{5}, y = \frac{32}{5}$

Vậy hình chiếu của A lên BC là $H\left(\frac{1}{5}; \frac{32}{5}\right)$

Ví dụ 9: Cho các điểm $A(4\sqrt{3}; -1), B(0; 3), C(8\sqrt{3}; 3)$.

- Tính các cạnh của tam giác ABC .
- Tính các góc của tam giác ABC .

Lời giải.

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4\sqrt{3}; 4) \Rightarrow AB = \sqrt{48+16} = 8$.

$$\overrightarrow{BC} = (8\sqrt{3}; 0) \Rightarrow BC = 8\sqrt{3}$$

$$\overrightarrow{CA} = (-4\sqrt{3}; -4) \Rightarrow AC = 8$$

b) Ta có $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{128 - 192}{128} = -\frac{1}{2}$.

Suy ra $\hat{A} = 120^\circ$ và vì tam giác cân tại A nên $\hat{B} = \hat{C} = 30^\circ$.

Ví dụ 10: Cho các điểm $A(-1; -1), B(3; 1), C(6; 0)$.

- Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
- Tính góc B và diện tích tam giác ABC .

Lời giải.

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 2), \overrightarrow{AC} = (7; 1)$. Vì $\frac{4}{7} \neq \frac{2}{1}$ nên ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) Ta có $\overrightarrow{BA} = (-4; -2), \overrightarrow{BC} = (3; -1)$.

$$\text{Do đó } \cos B = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{(-4) \cdot 3 + (-2) \cdot (-1)}{\sqrt{16+4} \cdot \sqrt{9+1}} = \frac{-10}{\sqrt{200}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy $\hat{B} = 135^\circ$.

$$\text{Hạ đường cao AH ta có } S = \frac{1}{2} BC \cdot AB \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{9+1} \cdot \sqrt{16+4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5.$$

Ví dụ 11: Cho các điểm $A(1; 3), B(4; 2)$.

- Tìm tọa độ điểm D nằm trên trục Ox và cách đều hai điểm A và B.
- Tính chu vi và diện tích tam giác OAB.

Lời giải.

a) Vì D nằm trên trục Ox nên $D(x; 0)$. Ta có

$$DA = DB \Leftrightarrow DA^2 = DB^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + 3^2 = (x-4)^2 + 2^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1 - 2x + 9 = x^2 + 16 - 8x + 4 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}.$$

Vậy $D\left(\frac{5}{3}; 0\right)$.

b) Chu vi tam giác là

$$OA + OB + OC = \sqrt{1^2 + 3^2} + \sqrt{4^2 + 2^2} + \sqrt{3^2 + 1^2} = 2\sqrt{10} + \sqrt{20} = 2(\sqrt{10} + \sqrt{5})$$

Ta có $OA = AB = \sqrt{10}$ và $OB = \sqrt{20} = AC \cdot \sqrt{2}$ nên tam giác OAB là tam giác vuông cân tại A . Vậy diện tích tam giác OAB là $S = \frac{OA \cdot OB}{2} = 5$.

Ví dụ 12: Cho các điểm $A(4;6)$, $B(5;1)$, $C(1;3)$. Tìm tọa độ tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Lời giải.

Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , ta có $IA = IB = IC \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)^2 + (y-6)^2 = (x-5)^2 + (y-1)^2 \\ (x-4)^2 + (y-6)^2 = (x-1)^2 + (y+3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 10y = -26 \\ -6x - 18y = -42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)^2 + (y-6)^2 = (x-5)^2 + (y-1)^2 \\ (x-4)^2 + (y-6)^2 = (x-1)^2 + (y+3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 10y = -26 \\ -6x - 18y = -42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Vậy $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ và bán kính $IA = \sqrt{\left(-\frac{1}{2} - 4\right)^2 + \left(\frac{5}{2} - 6\right)^2} = \frac{\sqrt{130}}{2}$.

Ví dụ 13: Cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(-3;0)$, $B(3;0)$, $C(2;6)$. Tìm tọa độ trọng tâm G và trực tâm H của tam giác.

Lời giải.

Trọng tâm G có tọa độ $\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{2}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 2 \end{cases}$. Vậy $G\left(\frac{2}{3}; 2\right)$.

Gọi $H(x; y)$ là trực tâm ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+3)(2-3) + (y-0)(6-0) = 0 \\ (x-3)(-3-2) + (y-0)(0-6) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 6y = 3 \\ -5x - 6y = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{5}{6} \end{cases}.$$

Vậy $H\left(2; \frac{5}{6}\right)$.

Ví dụ 14: Cho ba điểm $A(3;4)$, $B(2;1)$ và $C(-1;-2)$. Tìm điểm M trên đường thẳng BC để góc

$$\widehat{AMB} = 45^\circ$$

Lời giải:

Giả sử $M(x; y)$ suy ra $\overrightarrow{MA}(3-x; 4-y)$, $\overrightarrow{MB}(2-x; 1-y)$, $\overrightarrow{BC}(-3; -3)$

Vì $\widehat{AMB} = 45^\circ$ suy ra $|\cos \widehat{AMB}| = |\cos(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{BC})|$

$$\Leftrightarrow \cos 45^\circ = \frac{|\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC}|}{|\overrightarrow{MA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|-3(3-x) - 3(4-y)|}{\sqrt{(3-x)^2 + (4-y)^2} \sqrt{9+9}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(3-x)^2 + (4-y)^2} = |x+y-7| (*)$$

Mặt khác M thuộc đường thẳng BC nên hai vector $\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{BC}$ cùng phương

Suy ra $\frac{2-x}{-3} = \frac{1-y}{-3} \Leftrightarrow x = y+1$ thế vào (*) ta được

$$\sqrt{(2-y)^2 + (4-y)^2} = |2y-6| \Leftrightarrow y^2 - 6y + 8 = 0 \Leftrightarrow y = 2 \text{ hoặc } y = 4$$

+ Với $y = 2 \Rightarrow x = 3$, ta có $\overrightarrow{MA}(0;2), \overrightarrow{MB}(-1;-1) \Rightarrow \cos \widehat{AMB} = \cos(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

Khi đó $\widehat{AMB} = 135^\circ$ (không thỏa mãn)

+ Với $y = 4 \Rightarrow x = 5$, $\overrightarrow{MA}(-2;0), \overrightarrow{MB}(-3;-3) \Rightarrow \cos \widehat{AMB} = \cos(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Khi đó $\widehat{AMB} = 45^\circ$

Vậy $M(5;4)$ là điểm cần tìm.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-4;2), B(2;4)$. Tính độ dài AB .

A. $AB = 2\sqrt{10}$. **B.** $AB = 4$. **C.** $AB = 40$. **D.** $AB = 2$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho các vector sau: $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$. Tìm khẳng định đúng

A. $|\vec{a}| = 5$. **B.** $|\vec{a}| = 3$. **C.** $|\vec{a}| = 4$. **D.** $|\vec{a}| = 7$.

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ cho các vector sau: $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}, \vec{b} = 2\vec{j}$. Trong các mệnh đề sau tìm mệnh đề sai:

A. $\vec{a} = (4; -3)$. **B.** $|\vec{b}| = \sqrt{2}$. **C.** $\vec{b} = (0; 2)$. **D.** $|\vec{a}| = 5$

Câu 4: Cho $\vec{a} = (-3; 4), \vec{b} = (4; 3)$. Kết luận nào sau đây sai.

A. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. **B.** $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}$. **C.** $\vec{a} \perp \vec{b}$. **D.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

Câu 5: Cho $\vec{a} = (1; -2)$. Với giá trị nào của y thì $\vec{b} = (-3; y)$ vuông góc với $\vec{a}$?

A. -6 . **B.** 6 . **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** 3 .

Câu 6: Biết rằng hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vector $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$

cùng phương. Khi đó giá trị của x là **A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 7: Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, |\vec{a} - \vec{b}| = 3$. Tính $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + \vec{b})$. **A.** -6 .

B. 8 . **C.** 4 . **D.** 0

Câu 8: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1;3)$, $B(-2;-2)$, $C(3;1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$. B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$. C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$. D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$.

Câu 9: Cho $\vec{a}$, $\vec{b}$ có $(\vec{a} + 2\vec{b})$ vuông góc với vector $(5\vec{a} - 4\vec{b})$ và $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. Khi đó:

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$. C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(3;-1)$, $B(2;10)$, $C(-4;2)$ Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 40$ B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -40$ C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 26$ D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -26$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;11)$, $\overrightarrow{AC} = (-7;3)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-1) \cdot (-7) + 11 \cdot 3 = 40$

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(2;10)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB}$

A. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = -4$. B. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$. C. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 4$. D. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 16$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AO} = (-3;1)$, $\overrightarrow{OB} = (2;10)$. Suy ra $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = -3 \cdot 2 + 1 \cdot 10 = 4$.

Câu 11: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2;5)$, $\vec{b} = (3;-7)$. Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. 60° . B. 45° . C. 135° . D. 120° .

Lời giải

Chọn C.

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot 3 + 5 \cdot (-7)}{\sqrt{4+25} \cdot \sqrt{9+49}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ.$$

Câu 12: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$ và $\vec{v} = (2;-1)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2;-3)$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$.

Câu 13: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1;3)$, $B(-2;-2)$, $C(3;1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$. B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$. C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$. D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$.

Lời giải:

Chọn B.

$\overrightarrow{AB} = (-3;-5)$, $\overrightarrow{AC} = (2;-2)$.

$$\cos A = \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{-3 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{\sqrt{34} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

Câu 14: Tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(0;4)$, $C(3;1)$. Góc $\widehat{BAC}$ của tam giác ABC gần với giá trị nào dưới đây?

- A. 90° . B. $36^\circ 52'$. C. $143^\circ 7'$. D. $53^\circ 7'$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;2)$; $\overrightarrow{AC} = (2;-1)$.

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{-2-2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{-4}{5} \Rightarrow \widehat{BAC} = 143^\circ 7'.$$

Câu 15: Cho tam giác ABC có $A(5;3)$, $B(2;-1)$, $C(-1;5)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

- A. $H(-3;2)$. B. $H(-3;-2)$. C. $H(3;2)$. D. $H(3;-2)$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $H(x;y)$ là tọa độ cần tìm.

Ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = (x-5; y-3) \\ \overrightarrow{BC} = (-3; 6) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow -3x + 6y - 3 = 0 \quad (1).$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{BH} = (x-2; y+1) \\ \overrightarrow{AC} = (-6; 2) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -6x + 2y + 14 = 0 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -3x + 6y = 3 \\ -6x + 2y = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Vậy $H(3;2)$ là tọa độ cần tìm.

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\overrightarrow{OM} = (-2;-1)$, $\overrightarrow{ON} = (3;-1)$. Tính góc $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON})$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. -135° . D. 135° .

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}}{OM \cdot ON} = \frac{-2 \cdot 3 + (-1) \cdot (-1)}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}. \text{ Suy ra } (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = 135^\circ.$$

Câu 17: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;-1)$ và $B(-2;1)$. Tìm điểm M thuộc tia Ox sao cho tam giác ABM vuông tại M .

- A. $M(\sqrt{5};0)$. B. $M(\sqrt{3};0)$ và $M(-\sqrt{3};0)$.
C. $M(-\sqrt{5};0)$. D. $M(-\sqrt{5};0)$ và $M(\sqrt{5};0)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $M(m;0) \in Ox$, ($m > 0$).

$$\overrightarrow{AM} = (m-2; 1), \overrightarrow{BM} = (m+2; -1).$$

Tam giác ABM vuông tại $M \Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \sqrt{5}$. Vậy $M(\sqrt{5}; 0)$.

Câu 8: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; 3)$, $B(-2; 1)$. Điểm C thuộc tia Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C có tọa độ là

- A. $C(3; 0)$. B. $C(-3; 0)$. C. $C(-1; 0)$. D. $C(2; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $C \in Ox \Rightarrow C(x; 0)$. Khi đó: $\overrightarrow{AC} = (x-2; -3)$; $\overrightarrow{BC} = (x+2; -1)$.

Tam giác ABC vuông tại $C \Rightarrow \overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vậy $C(-1; 0)$ hoặc $C(1; 0)$.

Câu 19: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 1)$, $B(2; -2)$, $M \in Oy$ và $MA = MB$. Khi đó tọa độ điểm M là: A. $(0; 1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; -1)$. D. $(0; -1)$.

Câu 20: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 3)$, $B(-1; -1)$, $C(1; 1)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm $I(a; b)$. Giá trị $a + b$ bằng

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{IA} = (a-1; b-3) \Rightarrow IA^2 = a^2 + b^2 - 2a - 6b + 10$.

$\overrightarrow{IB} = (a+1; b+1) \Rightarrow IB^2 = a^2 + b^2 + 2a + 2b + 2$.

$\overrightarrow{IC} = (a-1; b-1) \Rightarrow IC^2 = a^2 + b^2 - 2a - 2b + 2$.

Vì I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên:

$$\begin{cases} IA = IB \\ IC = IB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IC^2 = IB^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 2 \\ a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Vậy $a + b = 1$.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba véc tơ $\vec{u} = (4; 1)$, $\vec{v} = (1; 4)$ và $\vec{a} = \vec{u} + m\vec{v}$ với $m \in \mathbb{R}$.

Tìm m để $\vec{a}$ vuông góc với trục hoành.

- A. $m = 4$. B. $m = -4$. C. $m = -2$. D. $m = 2$.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TÍCH VÔ HƯỚNG HAI VECTƠ

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

Câu 1. Trong mp Oxy cho $A(4; 6)$, $B(1; 4)$, $C\left(7; \frac{3}{2}\right)$. Khẳng định nào sau đây sai

A. $\overrightarrow{AB} = (-3; -2)$, $\overrightarrow{AC} = \left(3; -\frac{9}{2}\right)$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.

C. $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{13}$. D. $|\overrightarrow{BC}| = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Phương án A: $\overrightarrow{AB} = (-3; -2)$, nên loại A.

Phương án B: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ nên loại B.

Phương án C: $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{13}$ nên loại C. $\overrightarrow{AC} = \left(3; -\frac{9}{2}\right)$

Phương án D: Ta có $\overrightarrow{BC} = \left(6; -\frac{5}{2}\right)$ suy ra $BC = \sqrt{6^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{13}{2}$ nên chọn D.

Câu 2. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng và đều khác vector $\vec{0}$. Trong các kết quả sau đây, hãy chọn kết quả đúng:

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy về trái của 4 phương án giống nhau.

Bài toán cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng và đều khác vector $\vec{0}$ suy ra $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ$

Do đó $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 0^\circ = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ nên chọn A

Câu 3. Cho các vector $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (-2; -6)$. Khi đó góc giữa chúng là

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 135° .

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (-2; -6)$, suy ra $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{10}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{40}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$.

Câu 4. Cho $\overrightarrow{OM} = (-2; -1)$, $\overrightarrow{ON} = (3; -1)$. Tính góc của $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON})$

- A. 135° . B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. -135° . D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}}{|\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{ON}|} = \frac{-5}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = 135^\circ$.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (1; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1)$. Tích vô hướng của 2 vector $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a} = (1; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1)$, suy ra $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot (-2) + 3 \cdot 1 = 1$.

Câu 6. Cặp vector nào sau đây vuông góc?

- A. $\vec{a} = (2; -1)$ và $\vec{b} = (-3; 4)$. B. $\vec{a} = (3; -4)$ và $\vec{b} = (-3; 4)$.
C. $\vec{a} = (-2; -3)$ và $\vec{b} = (-6; 4)$. D. $\vec{a} = (7; -3)$ và $\vec{b} = (3; -7)$.

Lời giải

Chọn C

Phương án A: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-3) + (-1) \cdot 4 = -10 \neq 0$ suy ra A sai.

Phương án B: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot (-3) + (-4) \cdot 4 \neq 0$ suy ra B sai.

Phương án C: $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2 \cdot (-6) - 3 \cdot 4 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$ suy ra C đúng.

Phương án D: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 7 \cdot 3 + (-3) \cdot (-7) = 42 \neq 0$ suy ra D sai.

Câu 7. Cho 2 vector $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$, tìm biểu thức sai:

$$\text{A. } \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2.$$

$$\text{B. } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}).$$

$$\text{C. } \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} \left[\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - (\vec{a} + \vec{b})^2 \right].$$

$$\text{D. } \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} \left[(\vec{a} + \vec{b})^2 - \vec{a}^2 - \vec{b}^2 \right].$$

Lời giải

Chọn C

Phương án A : biểu thức tọa độ tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2$ nên loại A

Phương án B : Công thức tích vô hướng của hai véc tơ $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$ nên loại B

Phương án C: $\frac{1}{2} \left[\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - (\vec{a} + \vec{b})^2 \right] = \frac{1}{2} \left[\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - (\vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a}\vec{b}) \right] = -\vec{a}\vec{b}$ nên chọn C.

Câu 8. Cho tam giác đều ABC cạnh $a = 2$. Hỏi mệnh đề nào sau đây **sai**?

$$\text{A. } (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BC}.$$

$$\text{B. } \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = -2.$$

$$\text{C. } (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = -4.$$

$$\text{D. } (\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BA} = 2.$$

Lời giải

Chọn C

Ta đi tính tích vô hướng ở các phương án. So sánh về trái với về phải.

Phương án A: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB.AC \cos 60^\circ = 2x \Rightarrow (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BC}$ nên loại A.

Phương án B: $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = BC.AC \cos 120^\circ = -2$ nên loại B.

Phương án C: $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$, $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = 2.2 \cdot \cos 120^\circ = -2$ nên chọn C.

Câu 9. Cho tam giác ABC cân tại A , $\hat{A} = 120^\circ$ và $AB = a$. Tính $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA}$

$$\text{A. } \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{B. } -\frac{a^2}{2}.$$

$$\text{C. } \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{D. } -\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA} = BA.CA \cdot \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}a^2$.

Câu 10. Cho ABC là tam giác đều. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

$$\text{A. } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0.$$

$$\text{B. } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}.$$

$$\text{C. } (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} (\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}).$$

$$\text{D. } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}.$$

Lời giải

Chọn D

Phương án A: Do $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB.AC \cdot \cos 60^\circ \neq 0$ nên loại A.

Phương án B: $\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} > 0 \\ -\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \neq -\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$ nên loại B.

Phương án C: Do $(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) \overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AB} (\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC})$ không cùng phương nên loại C.

Phương án D: $AB = AC = BC = a$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$ nên chọn D.

Câu 11. Cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(-1;1)$, $C(5;-1)$. Tính $\cos A$

$$\text{A. } \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{B. } -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{C. } \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{D. } -\frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (4; -3)$ suy ra

$$\cos A = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{(-2) \cdot 4 + (-1) \cdot (-3)}{\sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{-5}{\sqrt{5} \sqrt{25}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Câu 12. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Hỏi mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$. B. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn C

Phương án A: $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$ suy ra $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ nên loại A.

Phương án B: $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = 0$ và $\frac{1}{2} \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ suy ra $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ nên loại B.

Phương án C: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ = AB \cdot AB \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = AB^2$.

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = AB \cdot DC \cdot \cos 180^\circ = -AB^2 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ nên chọn C.

Câu 13. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-1; -1)$, $B(3; 1)$, $C(6; 0)$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. $\overrightarrow{AB} = (-4; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 7)$. B. $\hat{B} = 135^\circ$. C. $|\overrightarrow{AB}| = 20$. D. $|\overrightarrow{BC}| = 3$.

Lời giải

Chọn B

Phương án A: do $\overrightarrow{AB} = (4; 2)$ nên loại A

Phương án B:

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 2)$ suy ra $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{20}$, $\overrightarrow{BA} = (-4; -2)$;

$\overrightarrow{BC} = (3; -1) \Rightarrow BC = \sqrt{10}$. $\cos B = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{BA \cdot BC} = \frac{-10}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{10}} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \hat{B} = 135^\circ$ nên chọn B.

Câu 14. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Hỏi mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CB} = a^2$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -a^2$.
C. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.

Lời giải

Chọn B

Phương án A: Do $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CB} = DA \cdot CB \cdot \cos 0^\circ = a^2$ nên loại A.

Phương án B: Do $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = AB \cdot CD \cdot \cos 180^\circ = -a^2$ nên chọn B.

Câu 15. Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a$; I là trung điểm của AD . Câu nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = 8a^2$. B. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$. C. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$. D. $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} = 0$.

Lời giải

Chọn D

Phương án A: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = AB \cdot DC \cdot \cos 0^\circ = 8a^2$ nên loại A.

Phương án B: $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{CD}$ suy ra $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ nên loại B.

Phương án C: $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{AB}$ suy ra $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ nên loại C.

Phương án D: $\overrightarrow{DA}$ không vuông góc với $\overrightarrow{DB}$ suy ra $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} \neq 0$ nên chọn D.

Câu 16. Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a$; I là trung điểm của AD . Khi đó $(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) \cdot \overrightarrow{ID}$ bằng:

- A. $\frac{9a^2}{2}$. B. $-\frac{9a^2}{2}$. C. 0 . D. $9a^2$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) \cdot \overrightarrow{ID} = (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{ID} = 2\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{ID} = -\frac{9a^2}{2}$ nên chọn B.

Câu 17. Cho tam giác đều ABC cạnh a , với các đường cao AH, BK ; vẽ $HI \perp AC$. Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BH}$.

B. $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CI}$.

C. $(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

D. Cả ba câu trên.

Lời giải**Chọn D**

Phương án A: $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BH} \Rightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BH}$ nên đẳng thức ở phương án A là đúng.

Phương án B: $\overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{CI} \Rightarrow \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CI}$ nên đẳng thức ở phương án B là đúng.

Phương án C:
$$\left. \begin{aligned} (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2 \\ 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} &= 2 \cdot a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = a^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} \text{ nên đẳng thức ở}$$

phương án C là đúng.

Vậy chọn D.

Câu 18. Cho tam giác đều ABC cạnh a , với các đường cao AH, BK ; vẽ $HI \perp AC$. Câu nào sau đây đúng?

A. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$. B. $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CK} = \frac{a^2}{8}$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$. D. $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CK} = \frac{a^2}{2}$.

Lời giải**Chọn C**

Phương án A: do $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} = 0$ nên loại A

Phương án B: do $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CK} = CB \cdot CK \cdot \cos 0^\circ = \frac{a^2}{2}$ nên loại B

Phương án C: do $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$ nên chọn C

Câu 19. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$.

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = a^2$.

D. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AD} = a^2$.

Lời giải**Chọn C**

Ta đi tính tích vô hướng ở về trái của 4 phương án.

Phương án A: $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$ nên loại A.

Phương án B: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ = a^2$ nên loại B.

Phương án C: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = a \cdot a \cdot \cos 180^\circ = -a^2$ nên chọn C.

Câu 20. Tam giác ABC vuông ở A và có góc $\hat{B} = 50^\circ$. Hệ thức nào sau đây là sai?

A. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 130^\circ$. B. $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = 40^\circ$. C. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}) = 50^\circ$. D. $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 120^\circ$.

Lời giải**Chọn D**

Phương án A: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 180^\circ - (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}) = 130^\circ$ nên loại A.

Phương án B: $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}) = 40^\circ$ nên loại B.

Phương án C: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}) = (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 50^\circ$ nên loại C.

Phương án D: $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 180^\circ - (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 140^\circ$ nên chọn D.

Câu 21. Trong mặt phẳng $(O; \vec{i}, \vec{j})$ cho 2 vectơ: $\vec{a} = 3\vec{i} + 6\vec{j}$ và $\vec{b} = 8\vec{i} - 4\vec{j}$. Kết luận nào sau đây sai?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. B. $\vec{a} \perp \vec{b}$. C. $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = 0$. D. $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\vec{a} = (3; 6); \vec{b} = (8; -4)$$

Phương án A: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 24 - 24 = 0$ nên loại A

Phương án B: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ suy ra $\vec{a}$ vuông góc $\vec{b}$ nên loại B

Phương án C: $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = \sqrt{3^2 + 6^2} \cdot \sqrt{8^2 + (-4)^2} \neq 0$ nên chọn C.

Câu 22. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(1; 2), B(4; 1), C(5; 4)$. Tính $\widehat{BAC}$?

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 120° .

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -1), \overrightarrow{AC} = (4; 2)$ suy ra

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{10}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{20}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 45^\circ.$$

Câu 23. Cho các vectơ $\vec{a} = (1; -3), \vec{b} = (2; 5)$. Tính tích vô hướng của $\vec{a}(\vec{a} + 2\vec{b})$

- A. 16. B. 26. C. 36. D. -16.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{a} = 10, \vec{a} \cdot \vec{b} = -13$ suy ra $\vec{a}(\vec{a} + 2\vec{b}) = -16$.

Câu 24. Cho hình vuông ABCD, tính $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CA})$

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Đầu tiên ta đi tìm số đo của góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CA})$ sau đó mới tính $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CA})$

$$\text{Vì } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CA}) = 180^\circ - (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}) = 135^\circ \Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CA}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 25. Cho hai điểm $A(-3; 2), B(4; 3)$. Tìm điểm M thuộc trục Ox và có hoành độ dương để tam giác MAB vuông tại M

- A. $M(7; 0)$. B. $M(5; 0)$. C. $M(3; 0)$. D. $M(9; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A(-3; 2), B(4; 3)$, gọi $M(x; 0), x > 0$. Khi đó $\overrightarrow{AM} = (x+3; -2), \overrightarrow{BM} = (x-4; -3)$.

$$\text{Theo YCBT } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow M(3; 0).$$

Câu 26. Cho $A(2; 5), B(1; 3), C(5; -1)$. Tìm tọa độ điểm K sao cho $\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CK}$

- A. $K(-4; 5)$. B. $K(-4; -5)$. C. $K(4; -5)$. D. $K(-4; -5)$

Lời giải

Chọn B

Gọi $K(x; y)$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Khi đó $\overrightarrow{AK} = (x-2; y-5)$, $3\overrightarrow{BC} = (12; -12)$, $2\overrightarrow{CK} = (2x-10; 2y+2)$.

Theo YCBT $\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CK}$ nên $\begin{cases} x-2=12+2x-10 \\ y-5=-12+2y+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow K(-4; 5)$.

Câu 27. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = a\sqrt{2}$. Tính $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$

- A. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = a^2$. B. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = a$. C. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = a \cdot a \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2$.

Câu 28. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$

- A. 0. B. a . C. $\frac{a^2}{2}$. D. a^2 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = a \cdot a \cdot \cos 90^\circ = 0$.

Câu 29. Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = (2; -1)$ và $\vec{b} = (-3; 4)$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Tích vô hướng của hai vectơ đã cho là -10 . B. Độ lớn của vectơ $\vec{a}$ là $\sqrt{5}$.
C. Độ lớn của vectơ $\vec{b}$ là 5. D. Góc giữa hai vectơ là 90° .

Lời giải

Chọn D

Ta có $|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$ nên B đúng.

$|\vec{b}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$ nên C đúng.

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-3) + (-1) \cdot 4 = -10 \neq 0$ nên A đúng, D sai.

Câu 30. Cho M là trung điểm AB , tìm biểu thức sai:

- A. $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{AB} = -MA \cdot AB$. B. $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -MA \cdot MB$.
C. $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = AM \cdot AB$. D. $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MA \cdot MB$.

Lời giải

Chọn D

Phương án A: $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{AB}$ ngược hướng suy ra $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{AB} = MA \cdot AB \cdot \cos 180^\circ = -MA \cdot AB$ nên loại A.

Phương án B: $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}$ ngược hướng suy ra $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MA \cdot MB \cdot \cos 180^\circ = -MA \cdot MB$ nên loại B.

Phương án C: $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}$ cùng hướng suy ra $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = AM \cdot AB \cdot \cos 0^\circ = AM \cdot AB$ nên loại C.

Phương án D: $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}$ ngược hướng suy ra $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MA \cdot MB \cdot \cos 180^\circ = -MA \cdot MB$ nên chọn D.

Câu 31. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a và H là trung điểm BC . Tính $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{CA}$

- A. $\frac{3a^2}{4}$. B. $-\frac{3a^2}{4}$. C. $\frac{3a^2}{2}$. D. $-\frac{3a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{CA} = AH \cdot CA \cdot \cos(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{CA}) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot \cos 150^\circ = -\frac{3a^2}{4}$.

Câu 32. Biết $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. Câu nào sau đây đúng

- A. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng.
 B. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ nằm trên hai đường thẳng hợp với nhau một góc 120° .
 C. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ngược hướng.
 D. A, B, C đều sai.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \Leftrightarrow |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1$ nên $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ngược hướng

Câu 33. Tính $(\vec{a}, \vec{b})$ biết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{1}{2}|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$, $(\vec{a}, \vec{b} \neq 0)$

- A. 120° . B. 135° . C. 150° . D. 60° .

Lời giải

Chọn A

$\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{1}{2}|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \Leftrightarrow |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{2}|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{2}$ nên $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$

Câu 34. Cho tứ giác lồi $ABCD$ có $AD = 6$ cm. Đặt $\vec{v} = \vec{AB} - \vec{DC} - \vec{CB}$. Tính $\vec{v} \cdot \vec{AD}$

- A. 18 cm^2 . B. 24 cm^2 . C. 36 cm^2 . D. 48 cm^2 .

Lời giải

Chọn C

$\vec{v} = \vec{AB} - \vec{DC} - \vec{CB} = \vec{AB} + \vec{CD} + \vec{BC} = \vec{AD}$ suy ra $\vec{v} \cdot \vec{AD} = AD^2 = 36 \text{ cm}^2$.

Câu 35. Cho 2 vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 5$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$

- A. $\sqrt{21}$. B. $\sqrt{61}$. C. 21. D. 61.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} + \vec{b})^2} = \sqrt{\vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}} = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b})} = \sqrt{21}$.

Câu 36. Cho tam giác ABC có cạnh $BC = 6$ cm và đường cao AH , H ở trên cạnh BC sao cho $BH = 2HC$. Tính $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$

- A. -24 cm^2 . B. 24 cm^2 . C. 18 cm^2 . D. -18 cm^2 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = (\vec{AH} + \vec{HB}) \cdot \vec{BC} = \vec{AH} \cdot \vec{BC} + \vec{HB} \cdot \vec{BC} = \vec{HB} \cdot \vec{BC} = -24 \text{ cm}^2$.

Câu 37. Cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(-1;1)$, $C(5;-1)$. Tính $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$

- A. 7. B. 5. C. -7. D. -5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (-2) \cdot 4 + (-1) \cdot (-3) = -5$.

Câu 38. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-1;1)$, $B(1;3)$, $C(1;-1)$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. $\vec{AB} = (4;2)$, $\vec{BC} = (2;-4)$. B. $\vec{AB} \perp \vec{BC}$.
 C. Tam giác ABC vuông cân tại A . D. Tam giác ABC vuông cân tại B .

Lời giải

Chọn C

Phương án A: do $\vec{AB} = (2;2)$ nên loại A.

Phương án B: $\vec{AB} = (2;2)$, $\vec{BC} = (0;-4)$, $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -8$ suy ra $\vec{AB}$ không vuông góc $\vec{BC}$ nên loại B.

Phương án C : Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -2)$, $\overrightarrow{BC} = (0; -4)$, suy ra $AB = AC = \sqrt{8}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$. Nên Tam giác ABC vuông cân tại A . Do đó chọn C.

Câu 39. Cho $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (-1; -3)$. Tính $(\vec{a}, \vec{b})$.

- A. $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$. B. $(\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$. C. $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$. D. $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1 \cdot (-1) + (-2) \cdot (-3)}{\sqrt{1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5} \sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ.$$

Câu 40. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\hat{B} = 60^\circ$, $AB = a$. Tính $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$

- A. $3a^2$. B. $-3a^2$. C. $3a$. D. 0 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = AC \cdot BC \cdot \cos 150^\circ = a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -3a^2.$$

Câu 41. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 12$ cm. M là trung điểm AC . Tính $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CA}$

- A. 144 cm^2 . B. -144 cm^2 . C. 72 cm^2 . D. -72 cm^2 .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CA} = (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM}) \cdot \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CA} = -72 \text{ cm}^2$$

Câu 42. Cho tam giác ABC có đường cao BH (H ở trên cạnh AC). Câu nào sau đây đúng

- A. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA} = BH \cdot HC$. B. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA} = AH \cdot HC$. C. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA} = AH \cdot AC$. D. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA} = HC \cdot AC$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA} = (\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HA}) \cdot \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{CA} = AH \cdot AC \text{ nên chọn C.}$$

Câu 43. Cho 2 vector đơn vị $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa $|\vec{a} + \vec{b}| = 2$. Hãy xác định $(3\vec{a} - 4\vec{b})(2\vec{a} + 5\vec{b})$

- A. 7 . B. 5 . C. -7 . D. -5 .

Lời giải

Chọn C

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1, |\vec{a} + \vec{b}| = 2 \Leftrightarrow (\vec{a} + \vec{b})^2 = 4 \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 1, (3\vec{a} - 4\vec{b})(2\vec{a} + 5\vec{b}) = 6\vec{a}^2 - 20\vec{b}^2 + 7\vec{a} \cdot \vec{b} = -7.$$

Câu 44. Cho tam giác ABC . Lấy điểm M trên BC sao cho $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$. Câu nào sau đây đúng

- A. M là trung điểm của BC . B. AM là đường phân giác của góc A .
C. $AM \perp BC$. D. A, B, C đều sai.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \text{ nên } AM \perp BC.$$

Câu 45. Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a$. Tính $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BC}$

- A. $-9a^2$. B. $15a^2$. C. 0 . D. $9a^2$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vì } \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{AD} = -9a^2 \text{ nên chọn A.}$$

Câu 46. Cho tam giác ABC vuông tại C có $AC = 9$, $BC = 5$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

A.9.

B.81.

C.3.

D.5.

Lời giải**Chọn B**Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} = 81$ nên chọn B.**Câu 47.** Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$ A. $\sqrt{7 + \sqrt{3}}$.B. $\sqrt{7 - \sqrt{3}}$.C. $\sqrt{7 - 2\sqrt{3}}$.D. $\sqrt{7 + 2\sqrt{3}}$.**Lời giải****Chọn C**Ta có $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} + \vec{b})^2} = \sqrt{\vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}} = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b})} = \sqrt{7 - 2\sqrt{3}}$.**Câu 48.** Cho hai điểm B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CM}^2$ là :A. Đường tròn đường kính BC .B. Đường tròn $(B; BC)$.C. Đường tròn $(C; CB)$.

D. Một đường khác.

Lời giải**Chọn A** $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CM}^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CM}^2 = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.Tập hợp điểm M là đường tròn đường kính BC .**Câu 49.** Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M mà $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ là :A. Đường tròn đường kính AB .B. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC .C. Đường thẳng đi qua B và vuông góc với AC .D. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB .**Lời giải****Chọn B** $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$.Tập hợp điểm M là đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC .**Câu 50.** Cho hai điểm $A(2, 2)$, $B(5, -2)$. Tìm M trên tia Ox sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$ A. $M(1, 6)$.B. $M(6, 0)$.C. $M(1, 0)$ hay $M(6, 0)$.D. $M(0, 1)$.**Lời giải****Chọn C**Gọi $M(x; 0)$, với $x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\overrightarrow{AM} = (x - 2; -2)$, $\overrightarrow{BM} = (x - 5; 2)$. Theo YCBT ta có $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x - 5) - 4 = x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow M(1; 0) \\ x = 6 \Rightarrow M(6; 0) \end{cases}$, nên chọn C.**Câu 51:** Trên mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-1; 2)$, $B(-5; 4)$ và $C(2; 4)$. Tìm tọa độ chân đường cao H dựng từ C của $\triangle ABC$.A. $H\left(\frac{6}{5}; \frac{3}{5}\right)$.B. $H\left(-\frac{6}{5}; -\frac{3}{5}\right)$.C. $H\left(-\frac{3}{5}; -\frac{6}{5}\right)$.D. $H\left(\frac{3}{5}; \frac{6}{5}\right)$.**Lời giải**Gọi $H(a; b)$.Ta có: $\overrightarrow{CH} = (a - 2; b - 4)$; $\overrightarrow{AB} = (-4; 2)$.Mà: $CH \perp AB$ nên $\overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$. $\Rightarrow (-4) \cdot (a - 2) + 2 \cdot (b - 4) = 0$ $\Rightarrow -4a + 2b = 0 \Rightarrow b = 2a$ (1)

Ta có: $\overrightarrow{AH} = (a+1; b-2)$.

Vì $H \in AB$ nên $\overrightarrow{AH}; \overrightarrow{AB}$ cùng phương, do đó ta có hệ thức:

$$\frac{a+1}{-4} = \frac{b-2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a+1}{-2} = b-2 \Rightarrow a+1 = -2b+4 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } \begin{cases} a = \frac{3}{5} \\ b = \frac{6}{5} \end{cases}. \text{ Vậy } H\left(\frac{3}{5}; \frac{6}{5}\right).$$

Câu 52: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3;0)$, $B(3;0)$ và $C(2;6)$. Gọi $H(a;b)$ là trực tâm của tam giác đã cho. Tính $a-6b$

A. 3.

B. -3.

C. 7.

D. -7.

Lời giải

Gọi $H(a;b)$ là trực tâm của tam giác đã cho. Ta có :

$$\overrightarrow{AH} = (a+3;b), \overrightarrow{BC} = (-1;6), \overrightarrow{BH} = (a-3;b), \overrightarrow{AC} = (5;6)$$

Vì H là trực tâm tam giác ABC nên:

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a-3+6b=0 \\ 5a-15+6b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+6b=3 \\ 5a+6b=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=\frac{5}{6} \end{cases}$$

Suy ra $a-6b = -3$.

Câu 53: Cho các véc tơ $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{c}$ thỏa mãn các điều kiện $|\vec{a}|=x, |\vec{b}|=y$ và $|\vec{c}|=z$ và $\vec{a}+\vec{b}+3\vec{c}=\vec{0}$. Tính $A=\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$.

A. $A = \frac{3x^2 - z^2 + y^2}{2}$.

B. $A = \frac{3z^2 - x^2 - y^2}{2}$.

C. $A = \frac{3y^2 - x^2 - z^2}{2}$.

D. $A = \frac{3z^2 + x^2 + y^2}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = -2\vec{c}.$$

$$\Rightarrow \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + 2A = 4\vec{c}^2.$$

$$\Rightarrow (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 = (-2\vec{c})^2.$$

Sử dụng tính chất bình phương vô hướng bằng bình phương độ dài ta có:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2A = 4z^2 \Rightarrow A = \frac{3z^2 - x^2 - y^2}{2}. \text{ Vậy chọn đáp án B.}$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

Câu 1: Cho hai vectơ $\vec{u} = (2; -1)$, $\vec{v} = (-3; 4)$. Tích $\vec{u} \cdot \vec{v}$ là

A. 11.

B. -10.

C. 5.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Với } \begin{cases} \vec{u} = (2; -1) \\ \vec{v} = (-3; 4) \end{cases} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 2 \cdot (-3) + (-1) \cdot 4 = -10$$

Câu 2: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2; 5)$ và $\vec{b} = (-3; 1)$. Khi đó, giá trị của $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

A. -5 .

B. 1 .

C. 13 .

D. -1 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-3) + 5 \cdot 1 = -1$.

Câu 3: Cho $A(0; 3)$; $B(4; 0)$; $C(-2; -5)$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. 16 .

B. 9 .

C. -10 .

D. -9 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; -3)$; $\overrightarrow{BC} = (-6; -5)$

Vậy $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 4 \cdot (-6) + (-3) \cdot (-5) = -9$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$ và $\vec{v} = 2\vec{j} - 2\vec{i}$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -4$.

B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$.

C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$.

D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -2$.

Lời giải

Chọn B

Theo giả thiết ta có $\vec{u} = (1; 3)$ và $\vec{v} = (-2; 2)$.

Khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot (-2) + 3 \cdot 2 = 4$.

Câu 5: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$; $\vec{v} = (2; -1)$. Tính biểu thức tọa độ của $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$.

B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.

C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2; -3)$.

D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} \Rightarrow \vec{u} = (1; 3)$.

Vậy $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) = -1$.

Câu 6: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \cdot \vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ.

Câu 7: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $4a$. Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là

A. $8a^2$.

B. $8a$.

C. $8\sqrt{3}a^2$.

D. $8\sqrt{3}a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 4a \cdot 4a \cdot \cos 60^\circ = 4a \cdot 4a \cdot \frac{1}{2} = 8a^2$.

Câu 8: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$.

- A.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$. **B.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = a$. **C.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{a^2}{2}$. **D.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = a^2$.

Lời giải

Chọn A

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AB \perp CD$ do đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$.

Câu 9: Cho hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$. **B.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2)$.
C. $|\vec{a}|^2 \cdot |\vec{b}|^2 = |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2$. **D.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2)$.

Lời giải

Chọn C

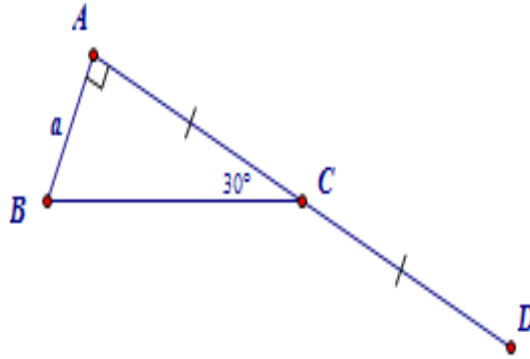
$|\vec{a} \cdot \vec{b}|^2 = [|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})]^2 = |\vec{a}|^2 \cdot |\vec{b}|^2 \cdot \cos^2(\vec{a}, \vec{b})$ nên C sai.

Câu 10: Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 60^\circ$ và $AB = a$. Khi đó $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$ bằng

- A.** $-2a^2$. **B.** $2a^2$. **C.** $3a^2$. **D.** $-3a^2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi D là điểm đối xứng với A qua C .

Khi đó: $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CB} = CD \cdot CB \cdot \cos 150^\circ = a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -3a^2$.

Câu 11: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

- A.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{-a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$. **D.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{-a^2}{2}$.

Lời giải

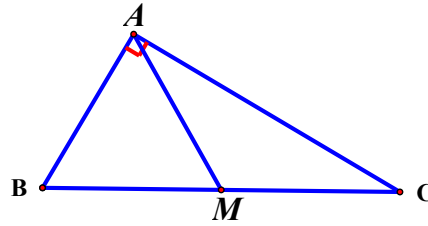
Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{BC}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = a \cdot a \cdot \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{2}$.

Câu 12: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$; $AC = a\sqrt{3}$ và AM là trung tuyến. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AM}$

- A.** $\frac{a^2}{2}$. **B.** a^2 . **C.** $-a^2$. **D.** $-\frac{a^2}{2}$.

Chọn D



Ta có tam giác ABC vuông tại A và có AM là trung tuyến nên

$$AM = \frac{BC}{2}. AM = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + 3a^2}}{2} = a.$$

Tam giác AMB có $AB = BM = AM = a$ nên là tam giác đều. Suy ra góc $\widehat{MAB} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = -|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AM}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = -a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = -\frac{a^2}{2}.$$

Câu 13: Cho hình bình hành $ABCD$, với $AB = 2$, $AD = 1$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ bằng

A. -1 .

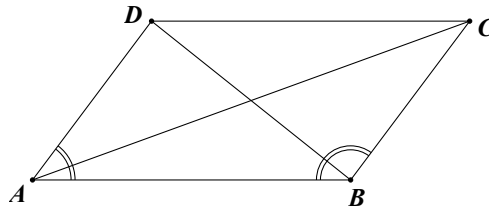
B. 1 .

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B



$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}) = AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD} = 2 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ = 1.$$

Câu 14: Cho hình bình hành $ABCD$, với $AB = 2$, $AD = 1$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng

A. -1 .

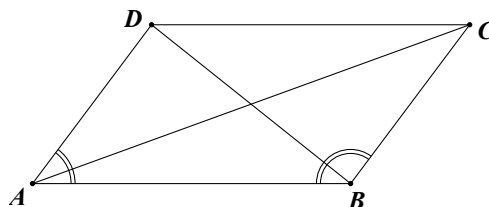
B. $\frac{1}{2}$

C. -1 .

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Theo giả thiết: $\widehat{BAD} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 120^\circ$.

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}) = AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = 2 \cdot 1 \cdot \cos 120^\circ = -1.$$

Câu 15: Cho hình bình hành $ABCD$, với $AB = 2$, $AD = 1$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Độ dài đường chéo AC bằng

A. $\sqrt{5}$.

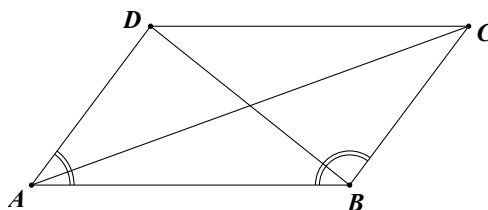
B. $\sqrt{7}$.

C. 5.

D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có:

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{AC}^2 = \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AD}^2 + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow AC^2 = 2^2 + 1^2 + 2.1 \Rightarrow AC = \sqrt{7}.$$

Câu 16: Cho hình bình hành $ABCD$, với $AB = 2$, $AD = 1$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Độ dài đường chéo BD bằng

A. $\sqrt{3}$.

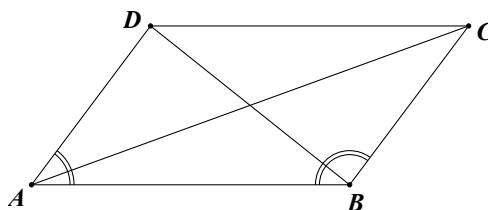
B. $\sqrt{5}$.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn A



$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{BD}^2 = \overrightarrow{BA}^2 + \overrightarrow{BC}^2 + 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow BD^2 = 2^2 + 1^2 + 2.(-1)$$

$$\Rightarrow BD = \sqrt{3}.$$

Câu 17: Cho các véc tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ thỏa mãn các điều kiện $|\vec{a}| = x$, $|\vec{b}| = y$ và $|\vec{c}| = z$ và $\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c} = \vec{0}$.

Tính $A = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$.

A. $A = \frac{3x^2 - z^2 + y^2}{2}$.

B. $A = \frac{3z^2 - x^2 - y^2}{2}$.

C. $A = \frac{3y^2 - x^2 - z^2}{2}$.

D. $A = \frac{3z^2 + x^2 + y^2}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = -2\vec{c}.$$

$$\Rightarrow \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + 2A = 4\vec{c}^2.$$

$$\Rightarrow (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 = (-2\vec{c})^2.$$

Sử dụng tính chất bình phương vô hướng bằng bình phương độ dài ta có:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2A = 4z^2 \Rightarrow A = \frac{3z^2 - x^2 - y^2}{2}. \text{ Vậy chọn đáp án B.}$$

Câu 18: Cho $\triangle ABC$ đều; $AB = 6$ và M là trung điểm của BC . Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MA}$ bằng

A. -18.

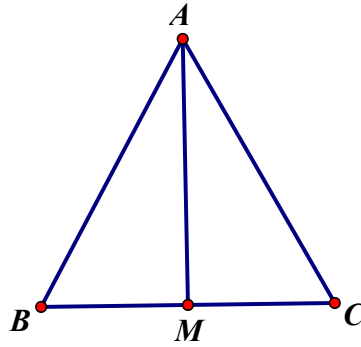
B. 27.

C. 18.

D. -27.

Lời giải

Chọn D



Ta có $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = \widehat{BAM} = 30^\circ$.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = -|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AM}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = -6 \cdot \frac{6\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 30^\circ = -27.$$

Câu 19: Cho tam giác ABC vuông tại B , $BC = a\sqrt{3}$. Tính $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$.

A. $3a^2$.

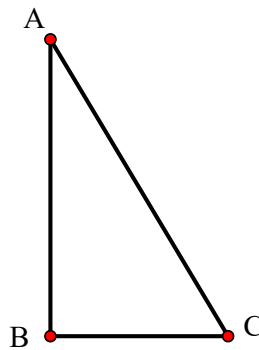
B. $\frac{-a^2\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

D. $-3a^2$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{CB}| \cdot \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = -AC \cdot CB \cdot \cos \widehat{ACB} = -AC \cdot CB \cdot \frac{CB}{AC} = -BC^2 = -3a^2$.

Câu 20: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$.

A. $\sqrt{11}$.

B. $\sqrt{13}$.

C. $\sqrt{12}$.

D. $\sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \left(|\vec{a} + \vec{b}| \right)^2 = a^2 + b^2 + 2\vec{a}\vec{b} = a^2 + b^2 + 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}),$$

$$\Rightarrow \left(|\vec{a} + \vec{b}| \right)^2 = 4 + 3 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = 13 \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{13}.$$

Câu 21: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D ; $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Khi đó tích vô hướng $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$ bằng

A. $-a^2$.

B. 0.

C. $\frac{3a^2}{2}$.

D. $\frac{-a^2}{2}$.

Lời giải

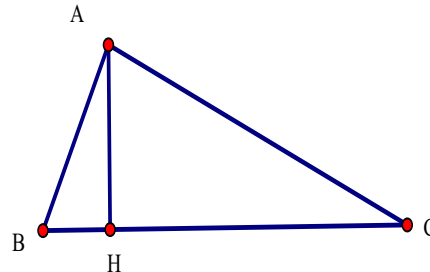
Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} &= (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = (\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB}) (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = AD^2 - 2AB^2 - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} \\ &= AD^2 - 2AB^2 = -a^2. \end{aligned}$$

Câu 22: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a; BC = 2a$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

- A.** $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$. **B.** $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$. **C.** $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2a^2$. **D.** $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Chọn A

Vẽ $AH \perp BC, H \in BC$.

$$\text{Có } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{BC} = BH \cdot BC = BA^2 = a^2.$$

Câu 23: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 4$. Kết quả $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng

- A.** 16. **B.** 0. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vì } (\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}) = \widehat{ABC} \text{ nên } \cos(\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}) = \cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{BC}.$$

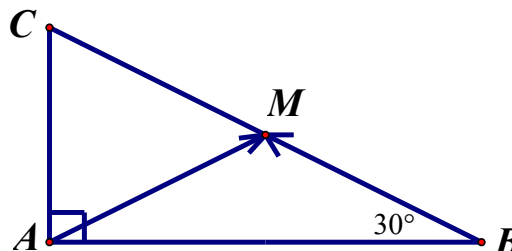
$$\text{Do đó } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos(\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}) = AB \cdot BC \cdot \frac{4}{BC} = 4 \cdot 4 = 16$$

Câu 24: Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 30^\circ, AC = 2$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính giá trị của biểu thức $P = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM}$.

- A.** $P = -2$. **B.** $P = 2\sqrt{3}$. **C.** $P = 2$. **D.** $P = -2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có: } P = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}) \cdot \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{BM}^2$$

$$BC = \frac{AC}{\sin 30^\circ} = 4; AB = AC \cdot \cot 30^\circ = 2\sqrt{3}; BM = 2$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BM}^2 = 4; \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BM} = 2\sqrt{3} \cdot 2 \cdot \cos 150^\circ = -6 \Rightarrow P = -2 \Rightarrow \text{Chọn A}$$

Câu 25: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 2a, AD = 3a, \widehat{BAD} = 60^\circ$. Điểm K thuộc AD thỏa mãn

$$\overrightarrow{AK} = -2\overrightarrow{DK}. \text{ Tính tích vô hướng } \overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC}$$

A. $3a^2$.

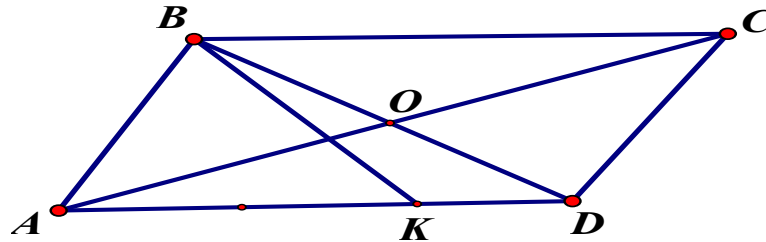
B. $6a^2$.

C. 0.

D. a^2 .

Lời giải

Chọn D



Ta có $\overrightarrow{BK} = -\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

Khi đó $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = (-\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD})(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = -AB^2 + \frac{2}{3}AD^2 - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$

$$\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = -4a^2 + \frac{2}{3} \cdot 9a^2 - \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot 3a \cdot \cos 60^\circ = a^2$$

Câu 26: Cho tam giác ABC có $AB=5, AC=8, BC=7$ thì $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng:

A. -20.

B. 40.

C. 10.

D. 20.

Lời giải

Chọn D

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{8^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 5 \cdot 8} = \frac{1}{2}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 5 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 20$$

Câu 27: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8, AD = 5$. Tích $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 62$.

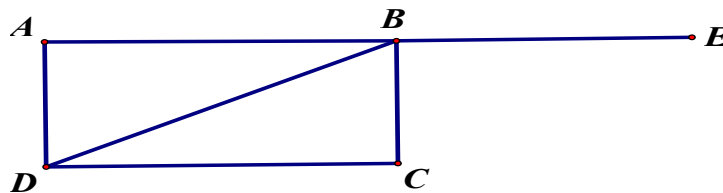
B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -64$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -62$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 64$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử E là điểm đối xứng với A qua B ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE}$

Xét $\triangle ABD$ có $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{89}$

Xét $\triangle ABD$ có $\cos \widehat{ABD} = \frac{AB}{BD} = \frac{8}{\sqrt{89}}$ suy ra $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}) = \cos \widehat{DBE} = -\cos \widehat{ABD} = -\frac{8}{\sqrt{89}}$

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{BD}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}) = 8 \cdot \sqrt{89} \cdot \left(\frac{-8}{\sqrt{89}}\right) = -64$

Câu 28: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ biết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

A. $\alpha = 90^\circ$.

B. $\alpha = 0^\circ$.

C. $\alpha = 45^\circ$.

D. $\alpha = 180^\circ$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$. Mà $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ nên $\cos \alpha = -1$. Suy ra, $\alpha = 180^\circ$.

Câu 29: Tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(0;4)$, $C(3;1)$. Góc $\widehat{BAC}$ của tam giác ABC gần với giá trị nào dưới đây?

A. 90° .

B. $36^\circ 52'$.

C. $143^\circ 7'$.

D. $53^\circ 7'$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;2)$; $\overrightarrow{AC} = (2;-1)$.

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{-2-2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{-4}{5} \Rightarrow \widehat{BAC} = 143^\circ 7'.$$

Câu 30: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ khác vectơ-không thỏa mãn $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ bằng:

A. $(\vec{a}; \vec{b}) = 45^\circ$.

B. $(\vec{a}; \vec{b}) = 0^\circ$.

C. $(\vec{a}; \vec{b}) = 180^\circ$.

D. $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) \end{cases} \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1 \Leftrightarrow (\vec{a}; \vec{b}) = 180^\circ.$$

Câu 31: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4$; $|\vec{b}| = 3$; $|\vec{a} - \vec{b}| = 4$. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$. Chọn phát biểu **đúng**.

A. $\alpha = 60^\circ$.

B. $\alpha = 30^\circ$.

C. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

D. $\cos \alpha = \frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\begin{aligned} |\vec{a} - \vec{b}| = 4 &\Leftrightarrow (\vec{a} - \vec{b})^2 = 16 \Leftrightarrow \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 16 \\ &\Leftrightarrow 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cos \alpha + 3^2 = 16 \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

Câu 32: Cho hai vectơ $\vec{a} = (4;3)$ và $\vec{b} = (1;7)$. Số đo góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. 45° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{4 \cdot 1 + 3 \cdot 7}{\sqrt{4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + 7^2}} = \frac{25}{25\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ nên } \alpha = 45^\circ.$$

Câu 33: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2;5)$, $\vec{b} = (3;-7)$. Tính góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\alpha = 60^\circ$.

B. $\alpha = 120^\circ$.

C. $\alpha = 45^\circ$.

D. $\alpha = 135^\circ$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot 3 + 5 \cdot (-7)}{\sqrt{4 + 25} \cdot \sqrt{9 + 49}} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 135^\circ.$$

Câu 34: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2; 1)$ và $\vec{b} = (3; -6)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. 0° .

B. 90° .

C. 180° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn B

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot 3 + 1 \cdot (-6)}{\sqrt{2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-6)^2}} = 0 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ.$$

Câu 35: Cho hai vectơ $\vec{a}; \vec{b}$ khác vectơ $\vec{0}$ thỏa mãn $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}; \vec{b}$ là

A. 60° .

B. 120° .

C. 150° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } |\vec{a}| = |-\vec{a}|.$$

$$\text{Vậy } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2} |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ.$$

Câu 36: Cho véc tơ $\vec{a}(1; -2)$. Với giá trị nào của y thì véc tơ $\vec{b} = (3; y)$ tạo với véc tơ $\vec{a}$ một góc 45°

A. $y = -9$.

B. $\begin{cases} y = -1 \\ y = 9 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} y = 1 \\ y = -9 \end{cases}$.

D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{3 - 2y}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{9 + y^2}}.$$

$$\text{Góc giữa hai véc tơ } \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ bằng } 45^\circ \text{ suy ra } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{3 - 2y}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{9 + y^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1).$$

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt{90 + 10y^2} = 6 - 4y \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 4y \geq 0 \\ 90 + 10y^2 = (6 - 4y)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \leq \frac{3}{2} \\ y^2 - 8y - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow y = -1.$$

Câu 37: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ sao cho $|\vec{a}| = \sqrt{2}, |\vec{b}| = 2$ và hai véc tơ $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}, \vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc với nhau. Tính góc giữa hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. 120° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn C

Vì hai véc tơ $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc với nhau nên

$$\begin{aligned}(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b}) &= 0 \Leftrightarrow 2\vec{a}^2 - \vec{b}^2 + \vec{a}\vec{b} = 0 \Leftrightarrow 2|\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 + |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 0 \\ \Leftrightarrow 2(\sqrt{2})^2 - 2^2 + \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) &= 0 \Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 0 \Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ.\end{aligned}$$

Câu 38: Tìm x để hai vector $\vec{a} = (x; 2)$ và $\vec{b} = (2; -3)$ có giá vuông góc với nhau.

A. 3.

B. 0.

C. -3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Vector $\vec{a} = (x; 2)$ và $\vec{b} = (2; -3)$ có giá vuông góc với nhau $\Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Vậy $x = 3$.

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{u} = (3; 4)$ và $\vec{v} = (-8; 6)$. Khẳng định nào đúng?

A. $\vec{u} = -\vec{v}$.

B. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$.

C. $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

D. $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot (-8) + 4 \cdot 6 = 0$. Do đó, $\vec{u} \perp \vec{v}$.

Câu 40: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1; 2), B(-3; 1)$. Tìm tọa độ điểm C trên trục Oy sao cho tam giác ABC vuông tại A .

A. $C(6; 0)$.

B. $C(0; 6)$.

C. $C(-6; 0)$.

D. $C(0; -6)$.

Lời giải

Chọn B

$C \in Oy \Leftrightarrow C(0; y)$

$\overrightarrow{AB} = (-4; -1), \overrightarrow{AC} = (-1; y - 2)$.

Ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác vuông tại

$$A \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{AC} \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow y = 6.$$

Vậy $C(0; 6)$.

Câu 41: Cho tam giác ABC có $A(-1; 2), B(0; 3), C(5; -2)$. Tìm tọa độ chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC .

A. $(0; 3)$.

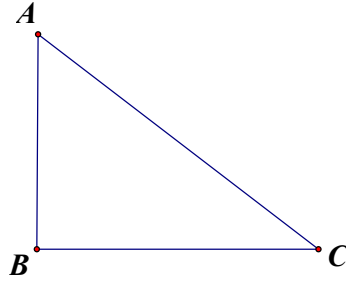
B. $(0; -3)$.

C. $(3; 0)$.

D. $(-3; 0)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 1); \overrightarrow{AC} = (6; -4); \overrightarrow{BC} = (5; -5)$.

Nhận thấy rằng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 1.5 + 1.(-5) = 0$ nên tam giác ABC vuông tại B .

Vậy chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC trùng với đỉnh $B(0; 3)$.

Câu 13. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{u} = (1; 2)$ và $\vec{v} = (4m; 2m - 2)$. Tìm m để vector $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$.

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = -\frac{1}{2}$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Chọn A

Hai vector $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow 4m + 2.(2m - 2) = 0 \Leftrightarrow 8m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

Câu 42: Cho tam giác ABC có $A(-1; 0), B(4; 0), C(0; m), m \neq 0$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Xác định m để tam giác GAB vuông tại G .

A. $m = -\sqrt{6}$.

B. $m = \pm 3\sqrt{6}$.

C. $m = 3\sqrt{6}$.

D. $m = \pm\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , suy ra $G\left(1; \frac{m}{3}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{GA} = \left(-2; -\frac{m}{3}\right); \overrightarrow{GB} = \left(3; -\frac{m}{3}\right)$.

Để tam giác GAB vuông tại G thì $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = 0 \Leftrightarrow -6 + \frac{m^2}{9} = 0 \Leftrightarrow m = \pm 3\sqrt{6}$.

Câu 43: Cho tam giác ABC có $A(1; -1), B(3; -3), C(6; 0)$. Diện tích $DABC$ là

A. 6.

B. $6\sqrt{2}$.

C. 12.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -2), \overrightarrow{BC} = (3; 3)$

Ta thấy $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ nên tam giác ABC vuông tại B .

Vậy $S_{ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{BC}| = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 6$

Câu 44: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $B(-1; 3)$ và $C(3; 1)$. Tìm tọa độ điểm A sao cho tam giác ABC vuông cân tại A .

A. $A(0;0)$ hoặc $A(2;-4)$.

B. $A(0;0)$ hoặc $A(2;4)$.

C. $A(0;0)$ hoặc $A(-2;-4)$.

D. $A(0;0)$ hoặc $A(-2;4)$.

Lời giải

Chọn B

Tìm tọa độ điểm A sao cho tam giác ABC vuông cân tại A .

$$\begin{aligned} \text{Gọi } A(x; y). \text{ Tam giác } ABC \text{ vuông cân tại } A &\Leftrightarrow \begin{cases} AB = AC \\ AB \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = AC^2 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (-1-x)^2 + (3-y)^2 = (3-x)^2 + (1-y)^2 \\ (-1-x)(3-x) + (3-y)(1-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = y \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = y \\ x^2 - 2x = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = y \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, y = 0 \\ x = 2, y = 4 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy $A(0;0)$ hoặc $A(2;4)$.

Câu 45: Tìm bán kính đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4), B(3;4), C(3;0)$.

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Tính được $AB = 3, BC = 4$ và $AC = 5$. Suy ra $AB^2 + BC^2 = AC^2$ nên tam giác ABC vuông tại B . Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp $R = \frac{1}{2}AC = \frac{5}{2}$.

Câu 46: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho tam giác ABC có $A(1;0); B(-1;1); C(5;-1)$. Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là

A. $H(-1;-9)$.

B. $H(-8;-27)$.

C. $H(-2;5)$.

D. $H(3;14)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } H(x; y) \text{ là trực tâm của tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \quad (1).$$

Ta có:

$$\overrightarrow{AH} = (x-1; y); \overrightarrow{BC} = (6;-2); \overrightarrow{BH} = (x+1; y-1); \overrightarrow{AC} = (4;-1).$$

$$\text{Suy ra: } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} 6(x-1) - 2y = 0 \\ 4(x+1) - 1(y-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 6 \\ 4x - y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = -27 \end{cases}.$$

Vậy $H(-8;-27)$.

Câu 47: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy ; cho tam giác ABC có $A(-1;1), B(1;3)$ và trọng tâm là $G\left(-2; \frac{2}{3}\right)$. Tìm tọa độ điểm M trên tia Oy sao cho tam giác MBC vuông tại M .

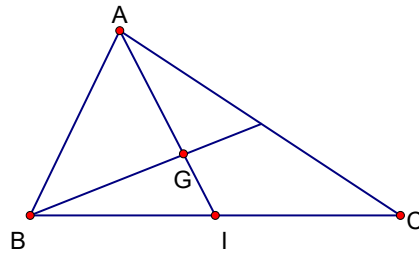
A. $M(0;-3)$.

B. $M(0;3)$.

C. $M(0;4)$.

D. $M(0;-4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có G là trọng tâm $\triangle ABC$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 3(-2) - (-1) - 1 = -6 \\ y_C = 3 \cdot \frac{2}{3} - 1 - 3 = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow C(-6; -2)$$

Ta có $M \in Oy \Rightarrow M(0; m)$

Gọi I là trung điểm của đoạn BC ta có:

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_B + x_C}{2} \\ y_I = \frac{y_B + y_C}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = -\frac{5}{2} \\ y_I = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(-\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

Ta có

$$\overrightarrow{BM} = (-1; m-3); \overrightarrow{CM} = (6; m+2); \overrightarrow{CB} = (7; 5); \overrightarrow{IM} = \left(\frac{5}{2}; m - \frac{1}{2}\right)$$

$$\triangle MBC \text{ vuông cân tại } M \text{ khi: } \begin{cases} \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \\ \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)(m+2) - 6 = 0 \\ 5\left(m - \frac{1}{2}\right) + 7 \cdot \frac{5}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 12 = 0 \\ m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3 \Rightarrow M(0; -3).$$

Câu 48: Trên hệ trục tọa độ xOy , cho tam giác ABC có $A(4;3)$, $B(2;7)$, $C(-3;-8)$. Tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC là

A. $(1; -4)$.

B. $(-1; 4)$.

C. $(1; 4)$.

D. $(4; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $D(x; y)$ là chân đường cao kẻ từ A xuống cạnh BC ta có $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ và D, B, C thẳng hàng

Mà $\overrightarrow{AD} = (x-4; y-3)$; $\overrightarrow{BC} = (-5; -15)$; $\overrightarrow{BD} = (x-2; y-7)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} x-4+3(y-3)=0 \\ 3(x-2)-y+7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$$

Câu 49: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Lấy M, N, P lần lượt nằm trên ba cạnh BC, CA, AB sao cho $BM = 2MC$, $AC = 3AN$, $AP = x$, $x > 0$. Tìm x để AM vuông góc với NP .

A. $x = \frac{5a}{12}$.

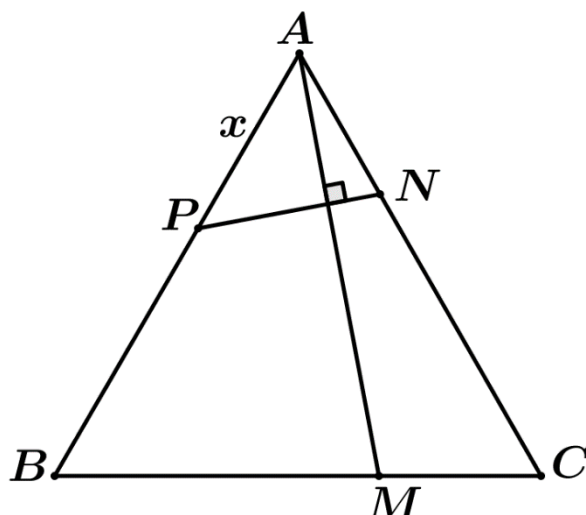
B. $x = \frac{a}{2}$.

C. $x = \frac{4a}{5}$.

D. $x = \frac{7a}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = \vec{b} \\ \overrightarrow{AC} = \vec{c} \end{cases}$, ta có $|\vec{b}| = |\vec{c}| = a$ và $\vec{b} \cdot \vec{c} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$

Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \vec{b} + \frac{2}{3} \overrightarrow{BC} = \vec{b} + \frac{2}{3} (\vec{c} - \vec{b}) = \frac{1}{3} (\vec{b} + 2\vec{c})$

$\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} - \frac{x}{a} \overrightarrow{AB} = -\frac{x}{a} \vec{b} + \frac{1}{3} \vec{c} = \frac{1}{3a} (-3x\vec{b} + a\vec{c})$

Theo yêu cầu bài toán ta có $AM \perp PN \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{PN} = 0 \Leftrightarrow (\vec{b} + 2\vec{c}) \cdot (-3x\vec{b} + a\vec{c}) = 0$

$\Leftrightarrow -3x\vec{b}^2 + a(\vec{b} \cdot \vec{c}) - 6x(\vec{b} \cdot \vec{c}) + 2a\vec{c}^2 = 0 \Leftrightarrow -3xa^2 + \frac{a^3}{2} - 3xa^2 + 2a^3 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{5a}{12}$.

Câu 50: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC . Biết $A(3; -1)$, $B(-1; 2)$ và $I(1; -1)$ là trọng tâm tam giác ABC . Trực tâm H của tam giác ABC có tọa độ $(a; b)$. Tính $a + 3b$.

A. $a + 3b = \frac{2}{3}$.

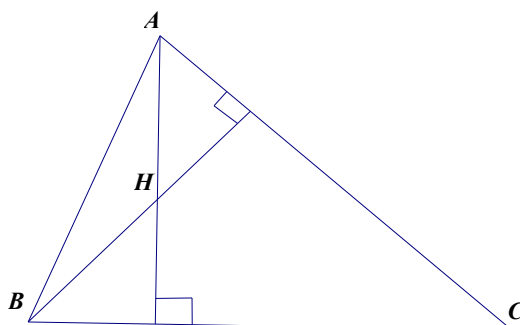
B. $a + 3b = -\frac{4}{3}$.

C. $a + 3b = 1$.

D. $a + 3b = -2$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử $C(x_C; y_C)$ và $H(x_H; y_H)$. Có I là trọng tâm tam giác ABC nên ta có

$$\begin{cases} \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = x_I \\ \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = y_I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 1 \\ y_C = -4 \end{cases} \Rightarrow C(1; -4)$$

Ta có $\overrightarrow{AH} = (x_H - 3; y_H + 1); \overrightarrow{BC} = (2; -6)$

$\overrightarrow{BH} = (x_H + 1; y_H - 2); \overrightarrow{AC} = (-2; -3)$

H là trực tâm tam giác ABC nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x_H - 3) - 6(y_H + 1) = 0 \\ -2(x_H + 1) - 3(y_H - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H = \frac{10}{3} \\ y_H = -\frac{8}{9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{10}{3}; b = -\frac{8}{9} \Rightarrow S = \frac{2}{3}.$$

Câu 51: Cho hình thang vuông $ABCD$ có đường cao $AB = 2a$, các cạnh đáy $AD = a$ và $BC = 3a$. Gọi M là điểm trên đoạn AC sao cho $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AC}$. Tìm k để $BM \perp CD$

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{3}{7}$.

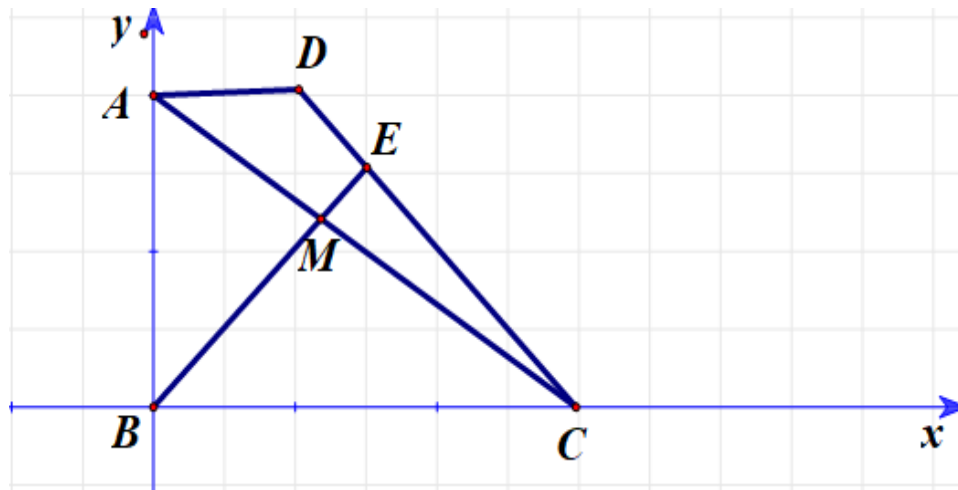
C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ sao cho gốc tọa độ trùng với điểm B , điểm A thuộc trục Oy và điểm C thuộc trục Ox .



Theo bài ra ta có $B(0;0)$, $A(0;2)$, $C(3;0)$, $D(1;2)$

Khi đó $\overrightarrow{AC} = (3; -2)$. Phương trình tham số của đường thẳng AC là $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2 - 2t \end{cases}$

Gọi $M \in AC \Rightarrow M(3t; 2 - 2t)$. Ta có $\overrightarrow{BM} = (3t; 2 - 2t)$ và $\overrightarrow{DC} = (2; -2)$.

Để $BM \perp DC$ thì $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{DC} = 0 \Leftrightarrow 6t - 4 + 4t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5} \Rightarrow M\left(\frac{6}{5}; \frac{6}{5}\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{AM} = \left(\frac{6}{5}; -\frac{4}{5}\right) \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{52}}{5}$ và $\overrightarrow{AC} = (3; -2) \Rightarrow AC = \sqrt{13}$.

Vì $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}$ cùng chiều $\Rightarrow k = \frac{AM}{AC} = \frac{\sqrt{52}}{5\sqrt{13}} = \frac{2}{5}$.

Câu 52: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3;0), B(3;0)$ và $C(2;6)$. Gọi $H(a;b)$ là tọa độ trực tâm tam giác đã cho. Tính $a+6b$.

A. $a+6b=5$.

B. $a+6b=6$.

C. $a+6b=7$.

D. $a+6b=8$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AH} = (a+3;b)$, $\overrightarrow{BC} = (-1;6)$, $\overrightarrow{BH} = (a-3;b)$, $\overrightarrow{AC} = (5;6)$.

$$\text{Vì } H \text{ là trực tâm } \triangle ABC \text{ nên } \begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+6b=3 \\ 5a+6b=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=\frac{5}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+6b=7.$$

Câu 53: Cho hai điểm B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CM}^2$ là :

A. Đường tròn đường kính BC .

B. Đường tròn $(B; BC)$.

C. Đường tròn $(C; CB)$. D. Một đường khác.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CM}^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CM}^2 = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{MB} = 0.$$

Tập hợp điểm M là đường tròn đường kính BC .

Câu 54: Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M mà $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ là :

A. Đường tròn đường kính AB .

B. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC .

C. Đường thẳng đi qua B và vuông góc với AC .

D. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB .

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CB} = 0.$$

Tập hợp điểm M là đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC .

Câu 55: Cho tam giác ABC , điểm J thỏa mãn $\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{KJ}$, I là trung điểm của cạnh AB , điểm K thỏa mãn $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + 2\overrightarrow{KC} = \vec{0}$.

Một điểm M thay đổi nhưng luôn thỏa mãn $(3\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{AK}) \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}) = 0$.

Tập hợp điểm M là đường nào trong các đường sau.

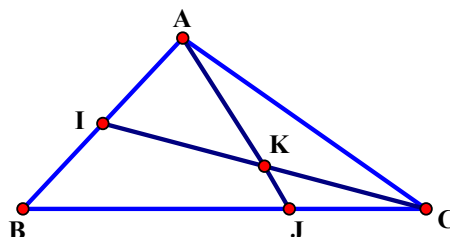
A. Đường tròn đường kính IJ .

B. Đường tròn đường kính IK .

C. Đường tròn đường kính JK .

D. Đường trung trực đoạn JK .

Lời giải



Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + 2\overrightarrow{KC} = 4\overrightarrow{MK}$.

Lấy điểm J thỏa mãn $\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{KJ}$. Ta có $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB}}{4} + \frac{\overrightarrow{AC}}{2}$, mà $\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{KJ}$ nên

$$\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KJ} = \overrightarrow{AK} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AK} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

$$\text{Lại có } \overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}.$$

Suy ra J là điểm cố định nằm trên đoạn thẳng BC xác định bởi hệ thức $\overrightarrow{BJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

$$\text{Ta có } 3\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{MK} + 3\overrightarrow{KJ} = 3\overrightarrow{MJ}.$$

$$\text{Nhu vậy } (3\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{AK}) \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}) = 0 \Leftrightarrow (3\overrightarrow{MJ}) \cdot (4\overrightarrow{MK}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{MK} = 0.$$

Từ đó suy ra điểm M thuộc đường tròn đường kính JK .

Vì J, K là các điểm cố định nên điểm M luôn thuộc một đường tròn đường kính JK là đường tròn cố định.

Câu 56: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho $\overrightarrow{AB} = (6; 2)$. Tính $|\overrightarrow{AB}|$?

A. $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{10}$.

B. $|\overrightarrow{AB}| = 20$.

C. $AB = 4\sqrt{10}$.

D. $\overrightarrow{AB} = 2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

Câu 57: Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(-3; 3)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $AB = \sqrt{13}$.

B. $AB = 3\sqrt{2}$.

C. $AB = 4$.

D. $AB = 5$.

Lời giải

Chọn D

$$AB = \sqrt{(-3-1)^2 + (3-0)^2} = 5.$$

Câu 58: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1; 2); B(-1; 1)$. Điểm M thuộc trục Oy thỏa mãn tam giác MAB cân tại M . Khi đó độ dài đoạn OM bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Điểm M thuộc trục $Oy \Rightarrow M(0; y)$.

Ta có tam giác MAB cân tại $M \Leftrightarrow MA = MB \Leftrightarrow \sqrt{1^2 + (2-y)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (1-y)^2} \Leftrightarrow 4 - 4y = 1 - 2y \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}$. Vậy

$$OM = \frac{3}{2}.$$

Câu 59: Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(2;1)$, $B(2;-1)$, $C(-2;-3)$, $D(-2;-1)$. Xét ba mệnh đề:

(I) $ABCD$ là hình thoi.

(II) $ABCD$ là hình bình hành.

(III) AC cắt BD tại $M(0;-1)$.

Chọn khẳng định đúng

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Chỉ (II) và (III) đúng.

D. Cả (I), (II), (III) đều đúng.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0;-2)$; $\overrightarrow{DC} = (0;-2)$; $\overrightarrow{AC} = (-4;-4)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương và $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Nên $ABCD$ là hình bình hành. Vậy mệnh đề đúng.

Suy ra AC cắt BD tại trung điểm mỗi đường và điểm đó có tọa độ $M = (0;-1)$, suy ra đúng.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0;-2)$, suy ra $AB = |-2| = 2$; $\overrightarrow{AD} = (-4;-2)$, suy ra $AD = \sqrt{20}$, nên $AB \neq AD$, suy ra $ABCD$ không là hình thoi. Mệnh đề sai.

Câu 60: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ có $A(-1;4)$, $B(2;5)$, $C(-2;7)$. Hỏi tọa độ điểm I tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là cặp số nào?

A. $(-2;6)$.

B. $(0;6)$.

C. $(0;12)$.

D. $(2;6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (3;1) \Rightarrow AB = \sqrt{10}.$$

$$\overrightarrow{AC} = (-1;3) \Rightarrow AC = \sqrt{10}.$$

$$\overrightarrow{BC} = (-4;2) \Rightarrow BC = \sqrt{20}.$$

Nhận thấy $AB^2 + AC^2 = BC^2$ và $AB = AC$ nên $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân tại A , suy ra tâm I là trung điểm cạnh huyền BC . Vậy $I(0;6)$.

Câu 61: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $A(1;-17)$; $B(-11;-25)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc tia BA sao cho $BC = \sqrt{13}$.

A. $C(-14;-27)$.

B. $C(-8;-23)$.

C. $C(-14;-27)$ và $C(-8;-23)$.

D. $C(14;27)$ và $C(8;23)$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $C(x_C; y_C)$. Theo bài ra ta có C thuộc tia BA nên $\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}$ cùng hướng.

Với $\overrightarrow{BC} = (x_C + 11; y_C + 25)$; $\overrightarrow{BA} = (12; 8)$ ta có: $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BA}$ ($k > 0$)

$$\Leftrightarrow \frac{x_C + 11}{12} = \frac{y_C + 25}{8} = k \Leftrightarrow 8x_C - 12y_C - 212 = 0 \Leftrightarrow y_C = \frac{8x_C - 212}{12} \Leftrightarrow y_C = \frac{2x_C - 53}{3} \quad (1)$$

$$+) BC = \sqrt{13} \Leftrightarrow \sqrt{(x_C + 11)^2 + (y_C + 25)^2} = \sqrt{13} \Leftrightarrow (x_C + 11)^2 + (y_C + 25)^2 = 13 \quad (2)$$

Thế (1) vào (2) ta được:

$$(x_C + 11)^2 + \left(\frac{2x_C - 53}{3} + 25 \right)^2 = 13 \Leftrightarrow (x_C + 11)^2 + \left(\frac{2x_C + 22}{3} \right)^2 = 13 \Leftrightarrow \frac{13}{9}(x_C + 11)^2 = 13$$

$$\Leftrightarrow (x_C + 11)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -14 \\ x_C = -8 \end{cases}$$

Với $x_C = -14$ thế vào (1) ta được: $y_C = \frac{2 \cdot (-14) - 53}{3} = -27$.

Khi đó $k = \frac{-14 + 11}{12} = \frac{-3}{12} = \frac{-1}{4} < 0$.

Với $x_C = -8$ thế vào (1) ta được: $y_C = \frac{2 \cdot (-8) - 53}{3} = -23$.

Khi đó $k = \frac{-8 + 11}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} > 0$.

Vậy $C(-8; -23)$.

Câu 62: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(3;1)$. Giả sử $A(a;0)$ và $B(0;b)$ là hai điểm sao cho tam giác MAB vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2$.

A. $T = 10$.

B. $T = 9$.

C. $T = 5$.

D. $T = 17$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{MA} = (a - 3; -1)$, $\overrightarrow{MB} = (-3; b - 1)$. MAB là tam giác vuông tại M khi và chỉ khi $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow -3(a - 3) - (b - 1) = 0 \Leftrightarrow b = 10 - 3a \quad (*)$

Với $a \geq 0, b \geq 0$ suy ra $0 \leq a \leq \frac{10}{3} \quad (**)$

$$S_{MAB} = \frac{1}{2} MA \cdot MB = \frac{1}{2} \sqrt{(a - 3)^2 + 1} \cdot \sqrt{9 + (b - 1)^2} = \frac{3}{2} (a^2 - 6a + 10) = \frac{3}{2} (a - 3)^2 + \frac{3}{2} \geq \frac{3}{2}.$$

Do đó $\min S_{MAB} = \frac{3}{2}$ đạt được khi $a = 3$, khi đó $b = 1$.

Vậy $T = a^2 + b^2 = 10$.

TRẮC NGHIỆM VẬN DỤNG-VẬN DỤNG CAO

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;-1)$ và $B(3;2)$. Tìm M thuộc trục tung sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

A. $M(0;1)$.

B. $M(0;-1)$.

C. $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

D. $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $M \in Oy$ nên $M(0;m)$ và $\begin{cases} \overrightarrow{MA} = (1; -1 - m) \\ \overrightarrow{MB} = (3; 2 - m) \end{cases}$.

$$\text{Khi đó } MA^2 + MB^2 = |\overrightarrow{MA}|^2 + |\overrightarrow{MB}|^2 = 1^2 + (-1-m)^2 + 3^2 + (2-m)^2 = 2m^2 - 2m + 15.$$

$$= 2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{29}{2} \geq \frac{29}{2}; \forall m \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Suy ra } \{MA^2 + MB^2\}_{\min} = \frac{29}{2}. \text{ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } m = \frac{1}{2} \longrightarrow M\left(0; \frac{1}{2}\right).$$

Câu 2: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3)$, $B(3; -4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho chu vi tam giác AMB nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{18}{7}; 0\right)$. B. $M(4; 0)$. C. $M(3; 0)$. **D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.**

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Do M trên trục hoành $\Rightarrow M(x; 0)$, $\overrightarrow{AB} = (1; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{2}$.

$$\overrightarrow{AM} = (x-2; 3), \overrightarrow{BM} = (x-3; 4)$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có chu vi tam giác } AMB: P_{ABM} &= \sqrt{2} + \sqrt{(x-2)^2 + 3^2} + \sqrt{(x-3)^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{(x-2)^2 + 3^2} + \sqrt{(3-x)^2 + 4^2} \geq \sqrt{2} + \sqrt{(x-2+3-x)^2 + (3+4)^2} \\ &\Leftrightarrow P_{ABM} \geq 6\sqrt{2}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } \frac{x-2}{3-x} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{17}{7} \Rightarrow M\left(\frac{17}{7}; 0\right). \end{aligned}$$

Cách 2: Lấy đối xứng A qua Ox ta được $A'(2; 3)$. Ta có $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.

Dấu bằng xảy ra khi M trùng với giao điểm của $A'B$ với Ox .

Câu 3: Cho $M(-1; -2)$, $N(3; 2)$, $P(4; -1)$. Tìm E trên Ox sao cho $|\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}|$ nhỏ nhất.

A. $E(4; 0)$. B. $E(3; 0)$. C. $E(1; 0)$. **D. $E(2; 0)$.**

Lời giải

Chọn D

Do $E \in Ox \Rightarrow E(a; 0)$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{EM} = (-1-a; -2); \overrightarrow{EN} = (3-a; 2); \overrightarrow{EP} = (4-a; -1)$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP} = (6-3a; -1).$$

$$\text{Do đó: } |\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}| = \sqrt{(6-3a)^2 + (-1)^2} = \sqrt{(6-3a)^2 + 1} \geq 1.$$

Giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}|$ bằng 1.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $6-3a = 0 \Leftrightarrow a = 2$.

Vậy $E(2; 0)$.

Câu 4: Cho tam giác đều ABC cạnh a . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}$

A. $-\frac{3a^2}{2}$ B. $\frac{3a^2}{2}$ C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ **D. $-\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$**

Lời giải

Chọn A

Cách 1

Nhận xét: Với mọi điểm M bất kỳ, ta luôn có $AB^2 = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB})^2 = AM^2 + MB^2 + 2\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MB}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MB} = \frac{1}{2}(AB^2 - AM^2 - MB^2)$$

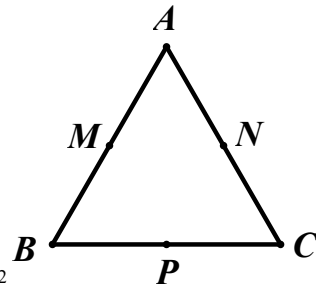
$$\text{Do đó } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(AC^2 - AB^2 - BC^2) = -\frac{a^2}{2} \\ \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = \frac{1}{2}(BA^2 - BC^2 - CA^2) = -\frac{a^2}{2} \\ \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(CB^2 - CA^2 - AB^2) = -\frac{a^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = -\frac{3a^2}{2}.$$

Cách 2

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC . Do tam giác ABC đều nên $\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{CP}, \overrightarrow{AN}$ lần lượt là các hình chiếu của $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB}$ lên các cạnh BA, CB, AB .

Áp dụng công thức chiếu, ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MB} = -AB \cdot MB = -a \cdot \frac{a}{2} = -\frac{a^2}{2} \\ \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CP} = -\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{PC} = -BC \cdot PC = -a \cdot \frac{a}{2} = -\frac{a^2}{2} \\ \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{NA} = -CA \cdot NA = -a \cdot \frac{a}{2} = -\frac{a^2}{2} \end{cases}$$



Cộng vế theo vế ta được $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = -\frac{3a^2}{2}$.

Cách 3. Vì tam giác ABC đều nên $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) = (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB}) = 120^\circ$.

$$\text{Do đó } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = AB \cdot BC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = a \cdot a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{a^2}{2} \\ \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = BC \cdot CA \cdot \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) = a \cdot a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{a^2}{2} \\ \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = CA \cdot AB \cdot \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB}) = a \cdot a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{a^2}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = -\frac{3a^2}{2}$$

Câu 5: Cho tam giác ABC có AD là trung tuyến, G là trọng tâm. Một đường thẳng qua G cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M, N . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{MB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{NC}$

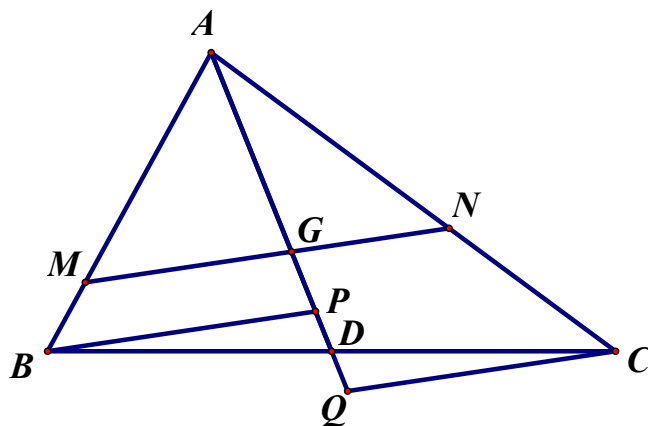
B. $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{NC}$

C. $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{NC})$

D. $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{NC})$

Lời giải

Chọn B



Trước hết ta chứng minh $\frac{BM}{AM} + \frac{CN}{AN} = 1$ (1)

Thật vậy, kẻ $\begin{cases} BP \parallel MN \\ CQ \parallel MN \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{BM}{AM} = \frac{PG}{AG} \\ \frac{CN}{AN} = \frac{QG}{AG} \end{cases}$

Do đó (1) $\Leftrightarrow \frac{PG}{AG} + \frac{QG}{AG} = 1 \Leftrightarrow PG + QG = AG \Leftrightarrow (GD - PD) + (GD + DQ) = AG$

$\Leftrightarrow 2GD = AG$ (luôn đúng)

Vậy ta có $\frac{BM}{AM} + \frac{CN}{AN} = 1$

$BM \cdot AN + CN \cdot AM = AM \cdot AN$

$\Leftrightarrow \frac{\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{MB}}{\cos A} + \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{NC}}{\cos A} = \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}}{\cos A}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{NC}$ (Do $\cos A \neq 0$)

Câu 6. Cho các véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = a, |\vec{b}| = b, |\vec{c}| = c$ và $\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c} = \vec{0}$. Tính

$A = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$.

A. $\frac{3c^2 - a^2 - b^2}{2}$.

B. $\frac{3a^2 - c^2 + b^2}{2}$.

C. $\frac{3b^2 - a^2 - c^2}{2}$.

D. $\frac{3c^2 - a^2 + b^2}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} + \vec{b} = -3\vec{c} \Leftrightarrow (\vec{a} + \vec{b})^2 = 9\vec{c}^2$

$\Leftrightarrow \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 9\vec{c}^2 \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{9c^2 - a^2 - b^2}{2}$

Tương tự ta có $\vec{b} + 3\vec{c} = -\vec{a} \Leftrightarrow (\vec{b} + 3\vec{c})^2 = \vec{a}^2 \Leftrightarrow \vec{b}^2 + 9\vec{c}^2 + 6\vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{a}^2 \Leftrightarrow \vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{a^2 - b^2 - 9c^2}{6}$.

Và ta lại có $\vec{a} + 3\vec{c} = -\vec{b} \Leftrightarrow (\vec{a} + 3\vec{c})^2 = \vec{b}^2 \Leftrightarrow \vec{a}^2 + 9\vec{c}^2 + 6\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b}^2 \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} = \frac{b^2 - a^2 - 9c^2}{6}$.

Suy ra $A = \frac{9c^2 - a^2 - b^2}{2} + \frac{a^2 - b^2 - 9c^2}{6} + \frac{b^2 - a^2 - 9c^2}{6} = \frac{3c^2 - a^2 - b^2}{2}$.

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$, M là điểm trên đoạn BC sao cho $MB = 2MC$. Biết rằng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$. Độ dài cạnh AC là:

A. $AC = \frac{a\sqrt{33}}{3}$

B. $AC = a\sqrt{3}$

C. $AC = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

D. $AC = a\sqrt{5}$

Lời giải

Từ giả thiết M là điểm trên đoạn BC sao cho $MB = 2MC$ nên ta có $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

Đặt $AB = x$; $AC = y$ ta có $x^2 + y^2 = 4a^2$ (1) (Tam giác ABC vuông tại A)

Mặt khác từ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Nên có $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2 \Leftrightarrow (\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC})(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = a^2$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}^2 - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}^2 = a^2$ (Do $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$)

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}y^2 - \frac{2}{3}x^2 = a^2$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $y = \frac{a\sqrt{33}}{3}$ Chọn đáp án A

Câu 8. Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 90^\circ$, $AB = 1$, $AC = 2$. Đặt điểm M sao cho $AM \perp BC$, $AM = 3$. Đặt $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$. Tính $T = x^2 + y^2$?

A. $T = \frac{153}{20}$.

B. $T = \frac{151}{20}$.

C. $T = \frac{157}{20}$.

D. $x = \frac{159}{20}$.

Lời giải

Chọn A

Từ $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} \Rightarrow AM^2 = x^2 AB^2 + y^2 AC^2 \Rightarrow 9 = x^2 + 4y^2$

Và $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = x\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + y\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} \Rightarrow 0 = x\overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) + y\overrightarrow{AC}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \Rightarrow 9 = -x + 4y$

Ta có hệ: $\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 9 \\ -x + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{144}{20} \\ x = 4y \end{cases}$. Suy ra $T = x^2 + y^2 = \frac{153}{20}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A. Quỹ tích điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} + MA^2$ là

A. Đường thẳng AC.

B. Đường thẳng AB.

C. Đường thẳng BC.

D. Đường trung trực cạnh BC.

Lời giải

Chọn B

Yêu cầu bài toán trở thành

$$(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} + MA^2$$

$$\Leftrightarrow MA^2 + \overrightarrow{MA}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} + MA^2$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{MA}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) (*)$$

Gọi E là đỉnh thứ tư của hình chữ nhật ABEC. Hệ thức (*) trở thành

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}(\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{BC}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}(\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AC}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{CE} = 0 \Leftrightarrow MA \perp AC$$

Vậy điểm M thuộc đường thẳng AB.

Câu 10. Cho tam giác đều ABC cạnh $3a$, ($a > 0$). Lấy các điểm M , N , P lần lượt trên các cạnh

BC , CA , AB sao cho $BM = a$, $CN = 2a$, $AP = x$ ($0 < x < 3a$). Tìm x để $AM \perp PN$.

A. $x = \frac{3a}{5}$.

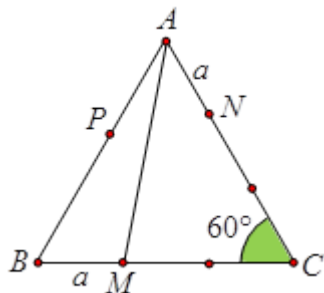
B. $x = \frac{4a}{5}$.

C. $x = \frac{a}{5}$.

D. $x = \frac{2a}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Ta có $\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{x}{3a}\overrightarrow{AB}$.

Để $AM \perp PN$ thì $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{PN} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{x}{3a}\overrightarrow{AB}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{9}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \frac{2x}{9a}\overrightarrow{AB}^2 + \frac{1}{9}\overrightarrow{AC}^2 - \frac{x}{9a}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0.$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{9}AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ - \frac{2x}{9a}(3a)^2 + \frac{1}{9}(3a)^2 - \frac{x}{9a}AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{9} \cdot 3a \cdot 3a \cdot \frac{1}{2} - \frac{2x}{9a} \cdot 9a^2 + \frac{1}{9}9a^2 - \frac{x}{9a} \cdot 3a \cdot 3a \cdot \frac{1}{2} = 0.$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 - \frac{5}{2}ax = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4a}{5}. \text{ Vậy } x = \frac{4a}{5} \text{ thì } AM \perp PN.$$

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông cân tại B . Gọi M là trung điểm AB và I là điểm di động trên đường thẳng MC . Khi $|2\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{AC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính tỉ số $\frac{AC}{AI}$.

A. $\frac{AC}{AI} = 1$.

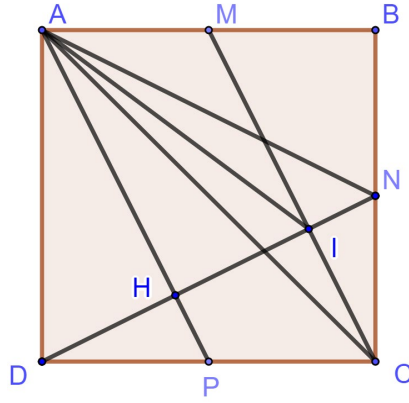
B. $\frac{AC}{AI} = \sqrt{2}$.

C. $\frac{AC}{AI} = 2$.

D. $\frac{AC}{AI} = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi N là trung điểm BC .

$$\text{Có } |2\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IA}| = |\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}| = 2IN.$$

Do đó $|2\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{AC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi I là hình chiếu vuông góc của N trên MC .

Dựng hình vuông $ABCD$. Gọi P là trung điểm CD và H là giao điểm của AP với DN .

Dễ dàng chứng minh được $DN \perp CM \Rightarrow I \in DN$.

Lại có tứ giác $AMCP$ là hình bình hành, suy ra $AP \parallel CM$.

Do đó $AP \perp DI$ và H là trung điểm DI . Suy ra tam giác AID cân tại A .

$$\text{Vậy } \frac{AC}{AI} = \frac{AC}{AD} = \sqrt{2}.$$

Câu 12. Cho ΔABC có trọng tâm G , H là chân đường cao kẻ từ A sao cho $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HC}$.

Điểm M di động trên BC sao cho $\overrightarrow{BM} = x\overrightarrow{BC}$. Tìm x sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}|$ nhỏ nhất.

A. $\frac{6}{5}$

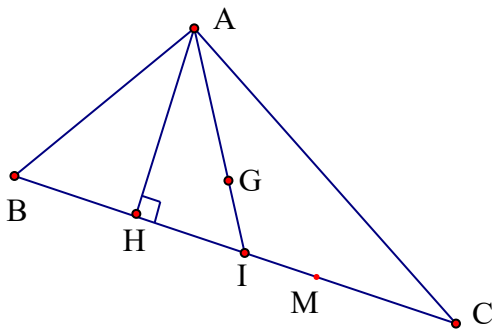
B. $\frac{5}{4}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{5}{6}$

Lời giải

Chọn **D**



Gọi I là trung điểm cạnh BC .

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{MC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{IA}$$

$$= \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{IH} + \overrightarrow{HA})$$

$$= \overrightarrow{BC} - x\overrightarrow{BC} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}\overrightarrow{CB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{HA}$$

$$= \left(\frac{5}{6} - x\right)\overrightarrow{BC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{HA}$$

$$\text{Suy ra } \left| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC} \right|^2 = \left(\frac{5}{6} - x \right)^2 BC^2 + \frac{4}{9} HA^2 \geq \frac{4}{9} HA^2$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = \frac{5}{6}$.

Câu 13. Cho tam giác ABC , nhọn, không cân và nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Gọi G và M lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và trung điểm cạnh BC . Cho đường thẳng OG vuông góc với đường thẳng OM tính giá trị biểu thức $AC^2 + AB^2 + 2BC^2$ theo R .

A. $8R^2$.

B. $10R^2$.

C. $12R^2$.

D. $14R^2$.

Lời giải

Áp dụng quy tắc trọng tâm và quy tắc trung điểm ta có:

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}}{3}, \overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}}{2}. \text{ Khi đó}$$

$$OG \perp OM \Rightarrow \overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{OM} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \cdot (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} + 2\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} + 2R^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(2R^2 - AB^2) + \frac{1}{2}(2R^2 - AC^2) + 2R^2 - BC^2 + 2R^2 = 0$$

$$(\text{chú ý } \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - (\vec{a} - \vec{b})^2}{2})$$

$$\Leftrightarrow AB^2 + AC^2 + 2BC^2 = 12R^2$$

Câu 14: Cho tam giác MNP có $MN = 4$; $MP = 8$; $\widehat{PMN} = 60^\circ$. Điểm E trên tia MP sao cho NE vuông góc với trung tuyến MF của tam giác MNP . Đặt $\overrightarrow{ME} = k\overrightarrow{MP}$. Phát biểu nào dưới đây là đúng về số k ?

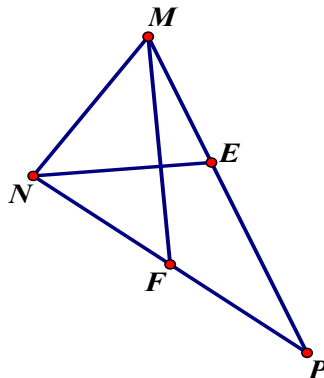
A. $k \in \left(0; \frac{1}{5}\right)$.

B. $k \in \left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

C. $k \in \left(\frac{1}{10}; \frac{1}{2}\right)$.

D. $k \in \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$.

Lời giải



$$\text{Ta có: } \overrightarrow{NE} = \overrightarrow{ME} - \overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MN} \text{ và } \overrightarrow{MF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP}).$$

$$NE \text{ vuông góc với } MF \Leftrightarrow \overrightarrow{NE} \cdot \overrightarrow{MF} = 0$$

$$\Leftrightarrow (k\overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MN}) \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP}) = 0$$

$$\Leftrightarrow k \cdot \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MN} + k \cdot MP^2 - MN^2 - \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP} = 0 \Leftrightarrow (k-1) \cdot MN \cdot MP \cdot \cos(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}) + 64k - 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow (k-1) \cdot 4 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} + 64k - 16 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{2}{5}.$$

$$\text{Vậy } k = \frac{2}{5} \in \left(\frac{1}{10}; \frac{1}{2}\right).$$

Câu 15: Cho tam giác ABC . Gọi D là điểm xác định bởi $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$, I là trung điểm của BD . Gọi E là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BE} = x\overrightarrow{BC}$. Tìm x để ba điểm A, I, E thẳng hàng.

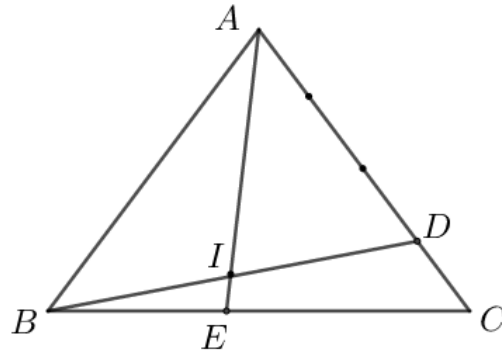
A. $x = \frac{7}{8}$.

B. $x = \frac{8}{7}$.

C. $x = \frac{7}{3}$.

D. $x = \frac{3}{7}$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{BE} = x\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AE} = (1-x)\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{AC}$

Do $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ và I là trung điểm của BD nên

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AC}.$$

A, E, I thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AE}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AE} = k \cdot \overrightarrow{AI} \Leftrightarrow (1-x)\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{AC} = k\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AC}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(1-x-\frac{1}{2}k\right)\overrightarrow{AB} + \left(x-\frac{3}{8}k\right)\overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x-\frac{1}{2}k=0 \\ x-\frac{3k}{8}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{7} \\ k=\frac{8}{7} \end{cases}.$$

Vậy $x = \frac{3}{7}$.

ÔN TẬP CHƯƠNG 4:
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1-ĐỀ BÀI

Câu 1: Vectơ có điểm đầu là A , điểm cuối là B được kí hiệu là

- A. AB . B. $|\overrightarrow{AB}|$. C. $\overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{AB}$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-4; 0)$ và $B(0; 3)$. Xác định tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB}$.

- A. $\vec{u} = (-8; -6)$. B. $\vec{u} = (8; 6)$. C. $\vec{u} = (-4; -3)$. D. $\vec{u} = (4; 3)$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(3; -1)$, $B(-1; 2)$ và $I(1; -1)$. Tìm tọa độ điểm C để I là trọng tâm tam giác ABC .

- A. $C(1; -4)$. B. $C(1; 0)$. C. $C(1; 4)$. D. $C(9; -4)$.

Câu 4: Xét các mệnh đề sau

(I): Véc tơ – không là véc tơ có độ dài bằng 0.

(II): Véc tơ – không là véc tơ có nhiều phương.

- A. Chỉ (I) đúng. B. Chỉ (II) đúng. C. (I) và (II) đúng. D. (I) và (II) sai.

Câu 5: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Độ dài $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$ bằng

- A. $2a$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -5)$ và $B(4; 1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- A. $I(1; 3)$. B. $I(-1; -3)$. C. $I(3; 2)$. D. $I(3; -2)$.

Câu 7: Cho tam giác ABC với $A(-2; 3)$, $B(4; -1)$, trọng tâm của tam giác là $G(2; -1)$. Tọa độ đỉnh C là

- A. $(6; -4)$. B. $(6; -3)$. C. $(4; -5)$. D. $(2; 1)$.

Câu 8: Cho các điểm A, B, C, D và số thực k . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $AB = |k|CD \Rightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$. B. $AB = kCD \Rightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$.

- C. $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD} \Rightarrow AB = |k|CD$. D. $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD} \Rightarrow AB = kCD$.

Câu 9: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho các điểm $A(1; 2)$, $B(3; -1)$, $C(0; 1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ là

- A. $\vec{u} = (2; 2)$. B. $\vec{u} = (-4; 1)$. C. $\vec{u} = (1; -4)$. D. $\vec{u} = (-1; 4)$.

Câu 10: Mệnh đề nào sau đây sai?

A. G là trọng tâm ΔABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

B. Ba điểm A, B, C bất kì thì $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

C. I là trung điểm AB thì $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ với mọi điểm M .

D. $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 11: Cho ΔABC có trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AG} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Câu 12: Cho hai điểm $A(-3;1)$ và $B(1;-3)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-2;-2)$.

B. $(-1;-1)$.

C. $(4;-4)$.

D. $(-4;4)$.

Câu 13: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (3;-4)$, $\vec{b} = (-1;2)$. Tìm tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$.

A. $\vec{a} + \vec{b} = (4;-6)$.

B. $\vec{a} + \vec{b} = (2;-2)$.

C. $\vec{a} + \vec{b} = (-4;6)$.

D. $\vec{a} + \vec{b} = (-3;-8)$.

Câu 14: Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$.

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MR}$.

D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 15: Cho hình bình hành $ABCD$, đẳng thức vector nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 16: Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $|\overrightarrow{AC}| = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AC} = a$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

D. $|\overrightarrow{AB}| = a$.

Câu 17: Cho hình bình hành $ABCD$ với I là giao điểm của hai đường chéo. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 18: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Ba vector bằng vector $\overrightarrow{BA}$ là

A. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$.

B. $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}$.

C. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$.

D. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{OC}$.

Câu 19: Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$.

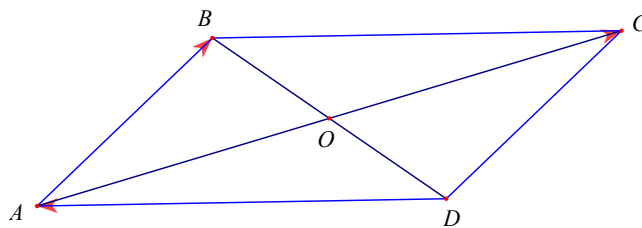
B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$.

C. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$. Do $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ nên $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 20: Cho $\vec{a} = (1;2)$ và $\vec{b} = (3;4)$. Vector $\vec{m} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ có tọa độ là

A. $\vec{m} = (10;12)$.

B. $\vec{m} = (11;16)$.

C. $\vec{m} = (12;15)$.

D. $\vec{m} = (13;14)$.

Câu 21: Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Có tất cả bao nhiêu vector khác vector – không có điểm đầu, điểm cuối là hai điểm trong ba điểm A, B, C ?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2;3)$, $B(1;-6)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $\overrightarrow{AB} = (-3; 9)$. B. $\overrightarrow{AB} = (-1; -3)$. C. $\overrightarrow{AB} = (3; -9)$. D. $\overrightarrow{AB} = (-1; -9)$.

Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$. Khi đó tọa độ vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ là
A. $(2; -1)$. B. $(1; 2)$. C. $(1; -5)$. D. $(2; -3)$.

Câu 24: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $A(1; 3)$, $B(-2; 1)$ và $C(0; -3)$. Vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ có tọa độ là
A. $(4; 8)$. B. $(1; 1)$. C. $(-1; -1)$. D. $(-4; -8)$.

Câu 25: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2; 5)$, $B(1; -1)$. Tìm tọa độ M sao cho $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$.
A. $M(1; 0)$. B. $M(0; -1)$. C. $M(-1; 0)$. D. $M(0; 1)$.

Câu 26: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $N(5; -3)$, $P(1; 0)$ và M tùy ý. Khi đó $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP}$ có tọa độ là
A. $(4; 3)$. B. $(-4; 1)$. C. $(4; -3)$. D. $(-4; 3)$.

Câu 27: Vectơ tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$ bằng
A. $\overrightarrow{MR}$. B. $\overrightarrow{MN}$. C. $\overrightarrow{PR}$. D. $\overrightarrow{MP}$.

Câu 28: Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Khi đó:

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 29: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(3; -5)$, $B(1; 7)$. Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là:

A. $I(2; -1)$. B. $I(-2; 12)$. C. $I(4; 2)$. D. $I(2; 1)$.

Câu 30: Cho $\vec{u} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$ với 4 điểm bất kì A, B, C, D . Chọn khẳng định đúng?

A. $\vec{u} = \vec{0}$. B. $\vec{u} = 2\overrightarrow{DC}$. C. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$. D. $\vec{u} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 31: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2; 3)$, $B(0; 4)$, $C(5; -4)$. Tọa độ đỉnh D là:

A. $(3; -5)$. B. $(3; 7)$. C. $(3; \sqrt{2})$. D. $(\sqrt{7}; 2)$.

Câu 32: Cho trục tọa độ $(O, \vec{e})$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $AB = \overrightarrow{AB}$.
B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}\vec{e}$.
C. Điểm M có tọa độ là a đối với trục tọa độ $(O, \vec{e})$ thì $|\overrightarrow{OM}| = a$.
D. $|\overrightarrow{AB}| = \overrightarrow{AB}$.

Câu 33: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; -5)$, $B(3; 0)$, $C(-3; 4)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{MN} = (-3; 2)$. B. $\overrightarrow{MN} = (3; -2)$. C. $\overrightarrow{MN} = (-6; 4)$. D. $\overrightarrow{MN} = (1; 0)$.

Câu 34: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I\left(\frac{x_1 + y_1}{2}; \frac{x_2 + y_2}{2}\right)$.

B. $I\left(\frac{x_1 + x_2}{3}; \frac{y_1 + y_2}{3}\right)$.

C. $I\left(\frac{x_2 - x_1}{2}; \frac{y_2 - y_1}{2}\right)$.

D. $I\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$.

Câu 35: Cho $\overrightarrow{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$?

A. Vô số.

B. 1 điểm.

C. 2 điểm.

D. Không có điểm nào.

Câu 36: Hai vector có cùng độ dài và ngược hướng gọi là

A. Hai vector cùng hướng.

B. Hai vector cùng phương.

C. Hai vector đối nhau.

D. Hai vector bằng nhau.

Câu 27: Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó điểm N nằm giữa hai điểm M và P . Khi đó các cặp vector nào sau đây cùng hướng?

A. $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$.

B. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$.

C. $\overrightarrow{NM}$ và $\overrightarrow{NP}$.

D. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$.

Câu 38: Cho tam giác ABC . Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$. Chọn khẳng định đúng.

A. M là trọng tâm tam giác.

B. M là trung điểm của BC .

C. M trùng với B hoặc C .

D. M trùng với A .

Câu 39: Tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$ bằng

A. $\overrightarrow{MR}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{MP}$.

D. $\overrightarrow{MQ}$.

Câu 40: Cho 4 điểm bất kì A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$.

B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$.

Câu 41: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$.

B. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$.

D. $(1; -1)$.

Câu 42: Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

A. $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vector.

B. $\vec{0}$ cùng phương với mọi vector.

C. $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

D. $|\overrightarrow{AB}| > 0$.

Câu 43: Trong mặt phẳng Oxy cho $A(2; 3)$, $B(4; -1)$. Tọa độ của $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ là

A. $(-2; 4)$.

B. $(2; -4)$.

C. $(3; 1)$.

D. $(6; 2)$.

Câu 44: Cho $A(3; -2)$, $B(-5; 4)$ và $C\left(\frac{1}{3}; 0\right)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{AC}$ thì giá trị x là

A. $x = 3$.

B. $x = -3$.

C. $x = 2$.

D. $x = -2$.

Câu 45: Cho I là trung điểm của đoạn MN . Mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?

A. $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{NI}$.

C. $\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{NI} = \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}$.

D. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AI}$.

Câu 46: Cho 4 điểm A, B, C, D . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; O là trung điểm của IJ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC})$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Câu 47: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I ; G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$.

D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

Câu 48: Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 5$.

C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$.

D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$.

Câu 49: Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$.

B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$.

D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$.

Câu 50: Cho tam giác ABC và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB}$. Biểu diễn $\overrightarrow{IC}$ theo các vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{IC} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{IC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{IC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Câu 51: Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = 4$. Tính $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$.

A. $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 4$.

B. Đáp án khác.

C. $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 12$.

D. $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 4\sqrt{5}$.

Câu 52: Có hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

A. 100 (N).

B. $50\sqrt{3}$ (N).

C. $100\sqrt{3}$ (N).

D. Đáp án khác.

Câu 53: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ cho hai véc tơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$; $\vec{b} = -5\vec{i} + 3\vec{j}$. Tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$ là

A. $\vec{u} = (9; -5)$.

B. $\vec{u} = (-1; 5)$.

C. $\vec{u} = (7; -7)$.

D. $\vec{u} = (9; -11)$.

Câu 54: Cho 4 điểm A , B , C , D . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{MA}$ là $N \equiv M$.

B. Điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

C. Điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ là $A \equiv B$.

D. Điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là hai vector đối nhau là $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

Câu 55: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(-2; -2)$; $B(5; -4)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle OAB$.

A. $G\left(-\frac{7}{2}; 1\right)$.

B. $G\left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

C. $G(1; -2)$.

D. $G\left(-\frac{3}{2}; -3\right)$.

Câu 56: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1; -3)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hình chiếu vuông góc của M trên trục hoành là $H(1; 0)$.

B. Điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ là $P(3;-1)$.

C. Điểm đối xứng với M qua trục hoành là $N(1;3)$.

D. Hình chiếu vuông góc của M trên trục tung là $K(0;-3)$.

Câu 57: Cho tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

B. $ABCD$ là hình thoi.

C. $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

D. $ABCD$ là hình thang cân.

Câu 58: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-2;5)$, $B(2;2)$, $C(10;-5)$. Tìm điểm $E(m;1)$ sao cho tứ giác $ABCE$ là hình thang có một đáy là CE .

A. $E(-2;1)$.

B. $E(0;1)$.

C. $E(2;1)$.

D. $E(-1;1)$.

Câu 59: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $2MA^2 + MB^2 + 2MC^2 + MD^2 = 9a^2$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó là

A. $R = 2a$.

B. $R = 3a$.

C. $R = a$.

D. $R = a\sqrt{2}$.

Câu 60: Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của OA và CD . Biết $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$. Tính $a + b$.

A. $a + b = 1$.

B. $a + b = \frac{1}{2}$.

C. $a + b = \frac{3}{4}$.

D. $a + b = \frac{1}{4}$.

Câu 61: Cho tam giác ABC . Gọi I , J là hai điểm xác định bởi $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$, $3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$. Hệ thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

Câu 62: Trong mặt phẳng Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2;-3)$, $B(4;5)$ và $G(0;-\frac{13}{3})$ là trọng tâm tam giác ADC . Tọa độ đỉnh D là

A. $D(2;1)$.

B. $D(-1;2)$.

C. $D(-2;-9)$.

D. $D(2;9)$.

Câu 63: Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng?

A. $\sqrt{(\vec{a})^2} = \vec{a}$.

B. $\vec{a} = \pm|\vec{a}|$.

C. $\sqrt{(\vec{a})^2} = |\vec{a}|$.

D. $|\vec{a}\vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|$.

Câu 64: Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

Câu 65: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2;-3)$, $B(4;7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

A. $I(2;10)$.

B. $I(6;4)$.

C. $I(8;-21)$.

D. $I(3;2)$.

Câu 66: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{CD}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{DB}$.

Câu 67: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$. B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$. D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

Câu 68: Cho tam giác ABC đều cạnh a , có AH là đường trung tuyến. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}|$.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $2a$. C. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 69: Cho $A(0;3)$, $B(4;2)$. Điểm D thỏa $\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$, tọa độ D là

- A. $(-3;3)$. B. $(-8;2)$. C. $(8;-2)$. D. $(2;\frac{5}{2})$.

Câu 70: Cho tam giác ABC , biết $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Tam giác ABC vuông tại A . B. Tam giác ABC vuông tại B .
C. Tam giác ABC vuông tại C . D. Tam giác ABC cân tại A .

Câu 71: Cho tam giác ABC và I là trung điểm của cạnh BC . Điểm G có tính chất nào sau đây là điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm của tam giác ABC ?

- A. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$.
C. $AI = 3GI$. D. $GA = 2GI$.

Câu 72: Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O , gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Tìm mệnh đề sai:

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$. C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BO}$. D. $\overrightarrow{GO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$.

Câu 73: Cho tam giác ABC , trọng tâm G , gọi I là trung điểm BC , M là điểm thỏa mãn: $2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$. Khi đó, tập hợp điểm M là

- A. Đường trung trực của BC . B. Đường tròn tâm G , bán kính BC .
C. Đường trung trực của IG . D. Đường tròn tâm I , bán kính BC .

Câu 74: Cho tam giác ABC có trung tuyến AM và trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng.

- A. $\overrightarrow{AM} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. B. $\overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{GM}$.
C. $2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{GA} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{MG} = 3(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$.

Câu 75: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2; -4)$, $\vec{b} = (-5; 3)$. Véc tơ $2\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(7; -7)$. B. $(9; -5)$. C. $(-1; 5)$. D. $(9; -11)$.

Câu 76: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(1; -2)$ là trung điểm của AB , với $A \in Ox$, $B \in Oy$. Khi đó:

- A. $A(0; 2)$. B. $B(0; 4)$. C. $B(-4; 0)$. D. $A(2; 0)$.

Câu 77: Cho ba điểm A , B , C . Tìm khẳng định sai khi nêu điều kiện cần và đủ để ba điểm thẳng hàng?

- A. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$. B. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$.
C. $\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. D. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BA}$.

Câu 78: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CB}$.

Câu 79: Cho tam giác ABC . Vị trí của điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

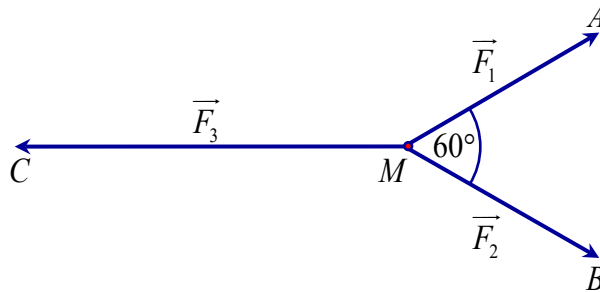
A. M trùng C .

B. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CBAM$.

C. M trùng B .

D. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CABM$.

Câu 80: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng $25N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là



A. $25\sqrt{3} N$.

B. $50\sqrt{3} N$.

C. $50\sqrt{2} N$.

D. $100\sqrt{3} N$.

Câu 81: Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó:

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.

Câu 82: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-1;2)$, $B(1;-3)$. Gọi D đối xứng với A qua B . Khi đó tọa độ điểm D là

A. $D(3;-8)$.

B. $D(-3;8)$.

C. $D(-1;4)$.

D. $D(3;-4)$.

Câu 83: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ với trọng tâm G . Biết rằng $A(-1;4)$, $B(2;5)$, $G(0;7)$. Hỏi tọa độ đỉnh C là cặp số nào?

A. $(2;12)$.

B. $(-1;12)$.

C. $(3;1)$.

D. $(1;12)$.

Câu 84: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $M(1;-1)$, $N(3;2)$, $P(0;-5)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA và AB của tam giác ABC . Tọa độ điểm A là

A. $(2;-2)$.

B. $(5;1)$.

C. $(\sqrt{5};0)$.

D. $(2;\sqrt{2})$.

Câu 85: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;3)$, $B(-1;-2)$, $C(1;5)$. Tọa độ D trên trục Ox sao cho $ABCD$ là hình thang có hai đáy AB và CD là

A. $(1;0)$.

B. $(0;-1)$.

C. $(-1;0)$.

D. Không tồn tại điểm D .

Câu 86: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$.

A. $3a$.

B. $(2 + \sqrt{2})a$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{2}a$.

Câu 87: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $B(2;3)$, $C(-1;-2)$. Điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Tọa độ điểm M là

A. $M\left(\frac{1}{5}; 0\right)$.

B. $M\left(-\frac{1}{5}; 0\right)$.

C. $M\left(0; \frac{1}{5}\right)$.

D. $M\left(0; -\frac{1}{5}\right)$.

Câu 88: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vector $\vec{u} = (2; -4)$, $\vec{a} = (-1; -2)$, $\vec{b} = (1; -3)$. Biết $\vec{u} = m\vec{a} + n\vec{b}$, tính $m - n$.

- A. 5. B. -2. C. -5. D. 2.

Câu 89: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, I là trung điểm BC . Tìm khẳng định sai.

- A. $|\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA}| = IA$. B. $|\vec{IB} + \vec{IC}| = BC$. C. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2AI$. D. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 3GA$.

Câu 90: Cho hình bình hành $ABCD$ có N là trung điểm AB và G là trọng tâm $\triangle ABC$. Phân tích $\vec{GA}$ theo $\vec{BD}$ và $\vec{NC}$

- A. $\vec{GA} = -\frac{1}{3}\vec{BD} + \frac{2}{3}\vec{NC}$. B. $\vec{GA} = \frac{1}{3}\vec{BD} - \frac{4}{3}\vec{NC}$.
C. $\vec{GA} = \frac{1}{3}\vec{BD} + \frac{2}{3}\vec{NC}$. D. $\vec{GA} = \frac{1}{3}\vec{BD} - \frac{2}{3}\vec{NC}$.

Câu 91: Cho $\triangle ABC$ có M , Q , N lần lượt là trung điểm của AB , BC , CA . Khi đó vector $\vec{AB} + \vec{BM} + \vec{NA} + \vec{BQ}$ là vector nào sau đây?

- A. $\vec{0}$. B. $\vec{BC}$. C. $\vec{AQ}$. D. $\vec{CB}$.

Câu 92: Cho $\triangle ABC$ và I thỏa mãn $\vec{IA} = 3\vec{IB}$. Phân tích $\vec{CI}$ theo $\vec{CA}$ và $\vec{CB}$.

- A. $\vec{CI} = \frac{1}{2}(\vec{CA} - 3\vec{CB})$. B. $\vec{CI} = \vec{CA} - 3\vec{CB}$. C. $\vec{CI} = \frac{1}{2}(3\vec{CB} - \vec{CA})$. D. $\vec{CI} = 3\vec{CB} - \vec{CA}$.

Câu 93: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vector $\vec{u} = (-2; 1)$ và $\vec{v} = 3\vec{i} - m\vec{j}$. Tìm m để hai vector $\vec{u}$, $\vec{v}$ cùng phương.

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 94: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2; 4)$ và $B(4; -1)$. Khi đó, tọa độ của $\vec{AB}$ là

- A. $\vec{AB} = (-2; 5)$. B. $\vec{AB} = (6; 3)$. C. $\vec{AB} = (2; 5)$. D. $\vec{AB} = (2; -5)$.

Câu 95: Cho $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (-3; 4)$, $\vec{c} = (-4; 9)$. Hai số thực m , n thỏa mãn $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c}$. Tính $m^2 + n^2$.

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 96: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M\left(-\frac{5}{2}; -1\right)$, $N\left(-\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}\right)$, $P\left(0; \frac{1}{2}\right)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB . Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G\left(-\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. B. $G(-4; -4)$. C. $G\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$. D. $G(4; -4)$.

Câu 97: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trọng tâm là gốc tọa độ O , hai đỉnh $A(-2; 2)$ và $B(3; 5)$. Tọa độ đỉnh C là

- A. $(-1; -7)$. B. $(2; -2)$. C. $(-3; -5)$. D. $(1; 7)$.

Câu 98: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai.

- A. $|\vec{AC}| = |\vec{BD}|$. B. $|\vec{BC}| = |\vec{DA}|$. C. $|\vec{AD}| = |\vec{BC}|$. D. $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$.

Câu 99: Cho tam giác ABC có I , D lần lượt là trung điểm AB , CI . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BD} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Câu 100: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho tam giác ABC với $A(1; -2)$, $B(3; -4)$, $C(5; 2)$. Tìm tọa độ giao điểm I của đường thẳng BC với đường phân giác ngoài của góc $\widehat{A}$.

A. $I\left(\frac{11}{3}; -2\right)$.

B. $I(4; -1)$.

C. $I(1; -10)$.

D. $I\left(\frac{13}{3}; 0\right)$.

Câu 101: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$?

A. $4a\sqrt{2}$.

B. $4a$.

C. $2a\sqrt{2}$.

D. $2a$.

Câu 102: Cho tam giác ABC , có AM là trung tuyến; I là trung điểm của AM . Ta có:

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

C. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 4\overrightarrow{IA}$.

D. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Câu 103: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3; 4)$, $B(2; 1)$, $C(-1; -2)$. Cho $M(x; y)$ trên đoạn thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 4S_{ABM}$. Khi đó $x^2 - y^2$ bằng

A. $\frac{13}{8}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 104: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2; 3)$ và tâm $I(-1; 1)$. Biết điểm $M(4; 9)$ nằm trên đường thẳng AD và điểm D có tung độ gấp đôi hoành độ. Tìm các đỉnh còn lại của hình bình hành?

A. Tọa độ các đỉnh $C(-4; -1)$, $B(-5; -4)$, $D(3; 6)$.

B. Tọa độ các đỉnh $C(-4; -1)$, $B(-4; -2)$, $D(2; 4)$.

C. Tọa độ các đỉnh $C(-4; -1)$, $B(-1; 4)$, $D(-1; -2)$.

D. Tọa độ các đỉnh $C(4; 1)$, $B(-5; -4)$, $D(3; 6)$.

Câu 105: Cho tứ giác $ABCD$ trên cạnh AB , CD lần lượt lấy các điểm M , N sao cho $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$ và $3\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DC}$. Tính vector $\overrightarrow{MN}$ theo hai vector $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Câu 106: Cho $\triangle ABC$. Gọi M , N là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BP}$. Tìm k để ba điểm M , N , P thẳng hàng.

A. $k = \frac{1}{3}$.

B. $k = 3$.

C. $k = \frac{2}{3}$.

D. $k = \frac{3}{5}$.

Câu 107: Cho hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn các điều kiện $|\vec{a}| = \frac{1}{2}|\vec{b}| = 1, |\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{15}$. Đặt $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{v} = 2k\vec{a} - \vec{b}, k \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị của k sao cho $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$

- A. $k = 4 + \frac{3\sqrt{5}}{2}$. B. $k = 4 \pm \frac{3\sqrt{5}}{2}$. C. $k = 5 + \frac{\sqrt{17}}{2}$. D. $k = 5 \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$.

Câu 108: Cho tứ giác $ABCD$, trên cạnh AB, CD lấy lần lượt các điểm M, N sao cho $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$ và $3\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DC}$. Tính vectơ $\overrightarrow{MN}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$.

- A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Câu 109: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3), B(3; -4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho chu vi tam giác AMB nhỏ nhất.

- A. $M\left(\frac{18}{7}; 0\right)$. B. $M(4; 0)$. C. $M(3; 0)$. D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Câu 110: Cho $M(-1; -2), N(3; 2), P(4; -1)$. Tìm E trên Ox sao cho $|\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}|$ nhỏ nhất.

- A. $E(4; 0)$. B. $E(3; 0)$. C. $E(1; 0)$. D. $E(2; 0)$.

Câu 111: Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tổng hai vectơ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. 2. B. 4. C. 8. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 112: Cho tam giác ABC . Tập hợp những điểm M sao cho: $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| = 6|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là

- A. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AB$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.
B. M nằm trên đường trung trực của BC .
C. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AC$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.
D. M nằm trên đường thẳng qua trung điểm AB và song song với BC .

Câu 113: Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm được xác định: $4\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{BC} = \vec{0}$. Khi đó vectơ $\overrightarrow{AM}$ bằng

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Câu 114: Cho tam giác ABC đều, cạnh $2a$, trọng tâm G . Độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}$ là

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 115: Tam giác ABC thỏa mãn: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ thì tam giác ABC là

- A. Tam giác vuông A . B. Tam giác vuông C .
C. Tam giác vuông B . D. Tam giác cân tại C .

Câu 116: Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$ có G là trọng tâm. Khi đó $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}|$ là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 117: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm N trên cạnh BC của tam giác ABC có $A(1;-2)$, $B(2;3)$, $C(-1;-2)$ sao cho $S_{ABN} = 3S_{ANC}$ là

A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$.

B. $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

D. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 118: Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = a$, $CD = 2a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm AD và BC . Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA}$.

A. $\frac{5a}{2}$.

B. $\frac{7a}{2}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Câu 119: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $B(1;-3)$ và $C(1;2)$. Tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ đỉnh A của $\triangle ABC$, biết $AB = 3$, $AC = 4$.

A. $H\left(1; \frac{24}{5}\right)$.

B. $H\left(1; -\frac{6}{5}\right)$.

C. $H\left(1; -\frac{24}{5}\right)$.

D. $H\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

120 Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1)$, $N(5; -3)$ và P là điểm thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác MNP nằm trên trục Ox . Tọa độ điểm P là

A. $(2; 4)$.

B. $(0; 4)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(2; 0)$.

Câu 121: Cho hai lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M cường độ hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ lần lượt là $300(\text{N})$ và $400(\text{N})$. $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.

A. $0(\text{N})$.

B. $700(\text{N})$.

C. $100(\text{N})$.

D. $500(\text{N})$.

Câu 122: Cho tam giác ABC , M và N là hai điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$. Xác định x để A , M , N thẳng hàng.

A. 3 .

B. $-\frac{1}{3}$.

C. 2 .

D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 123: Cho $\triangle ABC$. Tìm tập hợp các điểm M sao cho: $|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$.

A. Tập hợp các điểm M là một đường tròn.

B. Tập hợp của các điểm M là một đường thẳng.

C. Tập hợp các điểm M là tập rỗng.

D. Tập hợp các điểm M chỉ là một điểm trùng với A .

Câu 124: Tam giác ABC là tam giác nhọn có AA' là đường cao.

Khi đó vectơ $\vec{u} = (\tan B)\overrightarrow{A'B} + (\tan C)\overrightarrow{A'C}$ là

A. $\vec{u} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\vec{u} = \vec{0}$.

C. $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$.

D. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 125: Cho tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

B. $ABCD$ là hình thoi.

C. $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

D. $ABCD$ là hình thang cân.

Câu 126: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-2;5)$, $B(2;2)$, $C(10;-5)$. Tìm điểm $E(m;1)$ sao cho tứ giác $ABCE$ là hình thang có một đáy là CE .

- A. $E(-2;1)$. B. $E(0;1)$. C. $E(2;1)$. D. $E(-1;1)$.

Câu 127: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $2MA^2 + MB^2 + 2MC^2 + MD^2 = 9a^2$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó là

- A. $R = 2a$. B. $R = 3a$. C. $R = a$. D. $R = a\sqrt{2}$.

Câu 128: Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của OA và CD . Biết $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$. Tính $a + b$.

- A. $a + b = 1$. B. $a + b = \frac{1}{2}$. C. $a + b = \frac{3}{4}$. D. $a + b = \frac{1}{4}$.

Câu 129: Cho tam giác ABC . Gọi I , J là hai điểm xác định bởi $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$, $3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$. Hệ thức nào đúng?

- A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

Câu 130: Trong mặt phẳng Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2;-3)$, $B(4;5)$ và $G\left(0;-\frac{13}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác ADC . Tọa độ đỉnh D là

- A. $D(2;1)$. B. $D(-1;2)$. C. $D(-2;-9)$. D. $D(2;9)$.

Câu 311: Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng?

- A. $\sqrt{(\vec{a})^2} = \vec{a}$. B. $\vec{a} = \pm|\vec{a}|$. C. $\sqrt{(\vec{a})^2} = |\vec{a}|$. D. $|\vec{a}\vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|$.

Câu 132: Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$. C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

Câu 133: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2;-3)$, $B(4;7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(2;10)$. B. $I(6;4)$. C. $I(8;-21)$. D. $I(3;2)$.

Câu 134: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$. C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{DB}$.

Câu 135: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$. B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$. D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

Câu 136: Cho tam giác ABC đều cạnh a , có AH là đường trung tuyến. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}|$.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $2a$. C. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 137: Cho $A(0;3)$, $B(4;2)$. Điểm D thỏa $\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$, tọa độ D là

- A. $(-3;3)$. B. $(-8;2)$. C. $(8;-2)$. D. $\left(2;\frac{5}{2}\right)$.

Câu 138: Cho tam giác ABC , biết $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Tam giác ABC vuông tại A .

B. Tam giác ABC vuông tại B .

C. Tam giác ABC vuông tại C .

D. Tam giác ABC cân tại A .

Câu 139: Cho tam giác ABC và I là trung điểm của cạnh BC . Điểm G có tính chất nào sau đây là điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm của tam giác ABC ?

A. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$.

C. $AI = 3GI$.

D. $GA = 2GI$.

Câu 140: Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O , gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Tìm mệnh đề **sai**:

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BO}$.

D. $\overrightarrow{GO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$.

Câu 141: Cho tam giác ABC , trọng tâm G , gọi I là trung điểm BC , M là điểm thoả mãn: $2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$. Khi đó, tập hợp điểm M là

A. Đường trung trực của BC .

B. Đường tròn tâm G , bán kính BC .

C. Đường trung trực của IG .

D. Đường tròn tâm I , bán kính BC .

Câu 142: Cho tam giác ABC có trung tuyến AM và trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng.

A. $\overrightarrow{AM} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

B. $\overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{GM}$.

C. $2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{GA} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{MG} = 3(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$.

Câu 143: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2; -4)$, $\vec{b} = (-5; 3)$. Véc tơ $2\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

A. $(7; -7)$.

B. $(9; -5)$.

C. $(-1; 5)$.

D. $(9; -11)$.

Câu 144: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(1; -2)$ là trung điểm của AB , với $A \in Ox$, $B \in Oy$. Khi đó:

A. $A(0; 2)$.

B. $B(0; 4)$.

C. $B(-4; 0)$.

D. $A(2; 0)$.

Câu 145: Cho ba điểm A , B , C . Tìm khẳng định **sai** khi nêu điều kiện cần và đủ để ba điểm thẳng hàng?

A. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

B. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$.

C. $\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

D. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BA}$.

Câu 146: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CB}$.

Câu 147: Cho tam giác ABC . Vị trí của điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

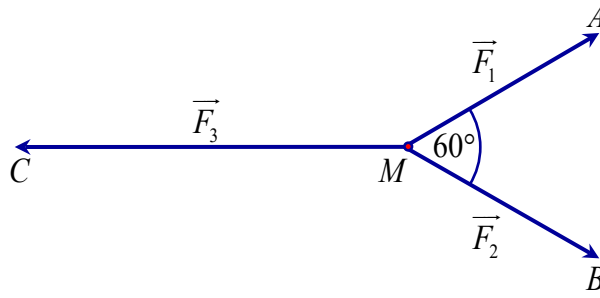
A. M trùng C .

B. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CBAM$.

C. M trùng B .

D. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CABM$.

Câu 148: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng $25N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là



- A. $25\sqrt{3} \text{ N}$. B. $50\sqrt{3} \text{ N}$. C. $50\sqrt{2} \text{ N}$. D. $100\sqrt{3} \text{ N}$.

Câu 149: Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó:

- A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.

Câu 150: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-1;2)$, $B(1;-3)$. Gọi D đối xứng với A qua B . Khi đó tọa độ điểm D là

- A. $D(3;-8)$. B. $D(-3;8)$. C. $D(-1;4)$. D. $D(3;-4)$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2-ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hai véc tơ $\vec{a} = (-1;1)$; $\vec{b} = (2;0)$. Góc giữa hai véc tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ là

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 135° .

Câu 2: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2;5)$, $\vec{b} = (3;-7)$. Tính góc giữa hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. 60° . B. 45° . C. 135° . D. 120° .

Câu 3: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3;5)$, $B(1;2)$, $C(5;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(\sqrt{2};3)$. B. $G(3;3)$. C. $G(4;0)$. D. $G(-3;4)$.

Câu 4: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$ và $\vec{v} = (2;-1)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2;-3)$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$.

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-4;2)$, $B(2;4)$. Tính độ dài AB .

- A. $AB = 2\sqrt{10}$. B. $AB = 4$. C. $AB = 40$. D. $AB = 2$.

Câu 6: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng

- A. a^2 . B. $a^2\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^2$. D. $\frac{1}{2}a^2$.

Câu 7: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.
C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \cdot \vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

Câu 8: Cho tam giác ABC đều. Giá trị $\sin(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC})$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu9: Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (2; 3)$, $\vec{b} = (4; -1)$ Tích $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

A. 11.

B. 5.

C. 4.

D. -2.

Câu10: Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a$; I là trung điểm của AD . Khi đó $(\vec{IA} + \vec{IB}) \cdot \vec{ID}$ bằng

A. $\frac{9a^2}{2}$.

B. $-\frac{9a^2}{2}$.

C. 0.

D. $9a^2$.

Câu 11: Cho hình bình hành $ABCD$ có tọa độ tâm $I(3; 2)$ và hai đỉnh $B(-1; 3)$; $C(8; -1)$. Tìm tọa độ hai đỉnh A, D .

A. $A(7; 1), D(-2; 5)$.

B. $A(-2; 5), D(7; 1)$.

C. $A(7; 5), D(-2; 1)$.

D. $A(-2; 1), D(7; 5)$.

Câu12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $M(2; -3)$, $N(-1; 2)$, $P(3; -2)$. Gọi Q là điểm thỏa $\vec{QP} + \vec{QN} - 4\vec{MQ} = \vec{0}$. Tìm tọa độ điểm Q .

A. $Q(-\frac{5}{3}; 2)$.

B. $Q(\frac{5}{3}; -2)$.

C. $Q(\frac{3}{5}; 2)$.

D. $Q(\frac{3}{5}; -2)$.

Câu13: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và AM là trung tuyến. Tính tích vô hướng $\vec{BA} \cdot \vec{AM}$.

A. $-a^2$.

B. a^2 .

C. $-\frac{a^2}{2}$.

D. $\frac{a^2}{2}$.

Câu14: Cho ΔABC đều cạnh a . Giá trị của tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ là

A. $2a$.

B. $\frac{1}{2}a^2$.

C. a^2 .

D. $-\frac{1}{2}a^2$.

Câu15: Cho ΔABC vuông tại A , biết $\vec{AB} \cdot \vec{CB} = 4$, $\vec{AC} \cdot \vec{BC} = 9$. Khi đó AB, AC, BC có độ dài là

A. 2; 3; $\sqrt{13}$.

B. 3; 4; 5.

C. 2; 4; $2\sqrt{5}$.

D. 4; 6; $2\sqrt{13}$.

Câu16: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ và $\vec{v} = \vec{i} + x\vec{j}$. Tìm x sao cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương.

A. $x = -\frac{1}{2}$.

B. $x = \frac{1}{4}$.

C. $x = 2$.

D. $x = -1$.

Câu1: 17 Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Tính $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

A. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

B. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{2}a^2$.

C. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -\frac{1}{2}a^2$.

D. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = a^2$.

Câu 909. Trong hệ tọa độ Oxy , cho véc tơ $\vec{a} = (3; -4)$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $|\vec{a}| = 5$.

B. $|\vec{a}| = 3$.

C. $|\vec{a}| = 4$.

D. $|\vec{a}| = 7$.

Câu18: Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ cho các véc tơ sau: $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{j}$. Trong các mệnh đề sau tìm mệnh đề sai:

A. $\vec{a} = (4; -3)$.

B. $|\vec{b}| = \sqrt{2}$.

C. $\vec{b} = (0; 2)$.

D. $|\vec{a}| = 5$.

Câu19: Cho $\vec{a} = (-3; 4)$, $\vec{b} = (4; 3)$. Kết luận nào sau đây sai.

A. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.

B. $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}$.

C. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

Câu20: Cho $\vec{a} = (1; -2)$. Với giá trị nào của y thì $\vec{b} = (-3; y)$ vuông góc với $\vec{a}$?

A. -6 .

B. 6 .

C. $-\frac{3}{2}$.

D. 3 .

Câu21: Biết rằng hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vector $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu22: Cho 4 điểm $M(1; -2)$, $N(0; 3)$, $P(-3; 4)$, $Q(-1; 8)$. Ba điểm nào trong 4 điểm đã cho là thẳng hàng?

A. M, P, Q .

B. M, N, P .

C. N, P, Q .

D. M, N, Q .

Câu23: Cho hai điểm $M(8; -1)$ và $N(3; 2)$. Nếu P là điểm đối xứng với điểm M qua điểm N thì P có tọa độ là

A. $(-2; 5)$.

B. $(13; -3)$.

C. $(11; -1)$.

D. $\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu24: Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ thỏa mãn $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2, |\vec{a}-\vec{b}|=3$. Tính $(\vec{a}-2\vec{b}) \cdot (2\vec{a}+\vec{b})$.

A. -6 .

B. 8 .

C. 4 .

D. 0 .

Câu 25: Cho tam giác ABC vuông tại A , có số đo góc B là 60° và $AB = a$. Kết quả nào sau đây là sai?

A. $\vec{AC} \cdot \vec{CB} = -3\sqrt{2}a$.

B. $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -a^2$.

C. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$.

D. $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 3a^2$.

Câu26: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a , trọng tâm G . Tích vô hướng của hai vector $\vec{BC} \cdot \vec{CG}$ bằng

A. $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$.

B. $-\frac{a^2}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{a^2}{2}$.

D. $-\frac{a^2}{2}$.

Câu27: Cho tam giác ABC , trọng tâm G , gọi M là trung điểm BC . Tìm mệnh đề đúng?

A. $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AG}$.

B. $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AM}$.

C. $\vec{GA} + \vec{GB} = \vec{CG}$.

D. $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{BC}$.

Câu28: Cho hình vuông $ABCD$, tâm O , cạnh bằng a . Tìm mệnh đề sai:

A. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = a^2$.

B. $\vec{AC} \cdot \vec{BD} = 0$.

C. $\vec{AB} \cdot \vec{AO} = \frac{a^2}{2}$.

D. $\vec{AB} \cdot \vec{BO} = \frac{a^2}{2}$.

Câu29: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; 3)$, $B(-2; -2)$, $C(3; 1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$.

B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$.

C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$.

D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$.

Câu30: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 1)$, $B(2; -2)$, $M \in Oy$ và $MA = MB$. Khi đó tọa độ điểm M là

A. $(0; 1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(1; -1)$.

D. $(0; -1)$.

Câu31: Cho $\vec{a}, \vec{b}$ có $(\vec{a} + 2\vec{b})$ vuông góc với vector $(5\vec{a} - 4\vec{b})$ và $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. Khi đó:

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$.

C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.

Câu32: Cho tam giác ABC vuông tại B , $BC = a\sqrt{3}$. Tính $\vec{AC} \cdot \vec{CB}$

A. $3a^2$. B. $-\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ D. $-3a^2$.

Câu33: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $BC = 2a$. Tính $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC}$ theo a .

A. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = -a\sqrt{3}$. B. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = -3a^2$.
C. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = a\sqrt{3}$. D. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = 3a^2$.

Câu34: Cho tam giác ABC có $A(5;3)$, $B(2;-1)$, $C(-1;5)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

A. $H(-3;2)$. B. $H(-3;-2)$. C. $H(3;2)$. D. $H(3;-2)$.

Câu35: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3;0)$, $B(3;0)$ và $C(2;6)$. Gọi $H(a;b)$ là tọa độ trực tâm của tam giác đã cho. Tính $a+6b$.

A. $a+6b=5$. B. $a+6b=6$. C. $a+6b=7$. D. $a+6b=8$.

Câu36: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{4}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2)$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2)$.
C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2)$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2)$.

Câu37: Cho tam giác ABC với $\hat{A} = 60^\circ$. Tính tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA})$.

A. 120° . B. 360° . C. 270° . D. 240° .

Câu38: Cho hai vector $\vec{a} = (4;3)$, $\vec{b} = (-1;-7)$. Tính góc giữa hai vector đó.

A. 135° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Câu39: Cho tam giác ABC vuông tại A . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} < \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} < \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} < \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} < \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Câu 40: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy ; cho các vector $\vec{a} = (1;-3)$, $\vec{b} = (2;5)$. Tính tích vô hướng của $\vec{a}(\vec{a} + 2\vec{b})$.

A. 26. B. -16. C. 16. D. 36.

Câu41: Cho tam giác đều ABC . Tính $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})$.

A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu40: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\overrightarrow{OM} = (-2;-1)$, $\overrightarrow{ON} = (3;-1)$. Tính góc $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON})$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. -135° . D. 135° .

Câu 42: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;-1)$ và $B(-2;1)$. Tìm điểm M thuộc tia Ox sao cho tam giác ABM vuông tại M .

A. $M(\sqrt{5};0)$. B. $M(\sqrt{3};0)$ và $M(-\sqrt{3};0)$.
C. $M(-\sqrt{5};0)$. D. $M(-\sqrt{5};0)$ và $M(\sqrt{5};0)$.

Câu43: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau góc 120° và $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=5$. Khi đó $|\vec{a}+2\vec{b}|$ bằng

A. $\sqrt{79}$.

B. $\sqrt{109}$

C. 13.

D. $\sqrt{59}$.

Câu44: $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là 2 vector đều khác $\vec{0}$. Khi đó $|\vec{u}+2\vec{v}|^2$ bằng

A. $\vec{u}^2 + 2\vec{v}^2 - 4\vec{u} \cdot \vec{v}$.

B. $\vec{u}^2 + 4\vec{v}^2 + 4\vec{u} \cdot \vec{v}$.

C. $\vec{u}^2 + 4\vec{v}^2$.

D. $4\vec{u} \cdot \vec{v} (\vec{u} - \vec{v})$.

Câu45: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=12$ và $|\vec{a}+\vec{b}|=13$. Khi đó cosin của góc giữa hai vector $\vec{a}-\vec{b}$ và $\vec{a}+\vec{b}$ bằng

A. $\frac{12}{13}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $-\frac{119}{169}$.

D. $\frac{119}{169}$.

Câu46: Cho tam giác đều ABC cạnh 18cm. Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|2\vec{MA}+3\vec{MB}+4\vec{MC}|=|\vec{MA}-\vec{MB}|$ là

A. Tập rỗng.

B. Đường tròn cố định có bán kính $R=2$ cm.

C. Đường tròn cố định có bán kính $R=3$ cm.

D. Một đường thẳng.

Câu 47: Cho $\vec{u}=\vec{a}+3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{v}=7\vec{a}-5\vec{b}$ và $\vec{x}=\vec{a}-4\vec{b}$ vuông góc với $\vec{y}=7\vec{a}-2\vec{b}$. Khi đó góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $(\vec{a}, \vec{b})=75^\circ$.

B. $(\vec{a}, \vec{b})=60^\circ$.

C. $(\vec{a}, \vec{b})=120^\circ$.

D. $(\vec{a}, \vec{b})=45^\circ$.

Câu46: Cho tam giác ABC vuông tại A , $BC=a\sqrt{3}$, M là trung điểm của BC và có $\vec{AM} \cdot \vec{BC} = \frac{a^2}{2}$.
Tính cạnh AB , AC .

A. $AB=a$, $AC=a\sqrt{2}$.

B. $AB=a\sqrt{2}$, $AC=a\sqrt{2}$.

C. $AB=a\sqrt{2}$, $AC=a$.

D. $AB=a$, $AC=a$.

Câu47: Đoạn thẳng AB có độ dài $2a$, I là trung điểm AB . Khi $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 3a^2$. Độ dài MI là

A. $2a$.

B. a .

C. $a\sqrt{3}$.

D. $a\sqrt{7}$.

Câu48: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a . Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $4MA^2 + MB^2 + MC^2 = \frac{5a^2}{2}$ nằm trên một đường tròn (C) có bán kính R . Tính R .

A. $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

B. $R = \frac{a}{4}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $R = \frac{a}{\sqrt{6}}$.

Câu 49: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2;3)$, $B(-2;1)$. Điểm C thuộc tia Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C có tọa độ là

A. $C(3;0)$.

B. $C(-3;0)$.

C. $C(-1;0)$.

D. $C(2;0)$.

Câu 50: Cho tam giác ABC vuông cân tại A , $AB=1$. Khẳng định nào sau đây sai.

A. $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -1$.

B. $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 1$.

C. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$.

D. $\vec{AB} \cdot \vec{CB} = -1$.

Câu 51: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3)$, $B(-1;-1)$, $C(1;1)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm $I(a;b)$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 52: Cho ba véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{c}| = 5$ và $5(\vec{b} - \vec{a}) + 3\vec{c} = \vec{0}$. Khi đó biểu thức $M = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ có giá trị là

- A. 29. B. $\frac{67}{2}$. C. 18,25. D. -18,25.

Câu 53: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1. Hai điểm M , N thay đổi lần lượt ở trên cạnh AB , AD sao cho $AM = x$ ($0 \leq x \leq 1$), $DN = y$ ($0 \leq y \leq 1$). Tìm mối liên hệ giữa x và y sao cho $CM \perp BN$.

- A. $x - y = 0$. B. $x - y\sqrt{2} = 0$. C. $x + y = 1$. D. $x - y\sqrt{3} = 0$.

LỜI GIẢI

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

Câu 1: Véc-tơ có điểm đầu là A , điểm cuối là B được kí hiệu là

- A. AB . B. $|\overrightarrow{AB}|$. C. $\overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-4; 0)$ và $B(0; 3)$. Xác định tọa độ của vector $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB}$.

- A. $\vec{u} = (-8; -6)$. B. $\vec{u} = (8; 6)$. C. $\vec{u} = (-4; -3)$. D. $\vec{u} = (4; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\overrightarrow{AB} = (4; 3) \Rightarrow \vec{u} = 2\overrightarrow{AB} = (8; 6).$$

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(3; -1)$, $B(-1; 2)$ và $I(1; -1)$. Tìm tọa độ điểm C để I là trọng tâm tam giác ABC .

- A. $C(1; -4)$. B. $C(1; 0)$. C. $C(1; 4)$. D. $C(9; -4)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Điểm } I \text{ là trọng tâm tam giác } ABC &\Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_I = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_I - x_A - x_B \\ y_C = 3y_I - y_A - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3 - 3 - (-1) = 1 \\ y_C = -3 - (-1) - 2 = -4 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy điểm $C(1; -4)$.

Câu 4: Xét các mệnh đề sau

(I): Véc-tơ – không là véc-tơ có độ dài bằng 0.

(II): Véc-tơ – không là véc-tơ có nhiều phương.

- A. Chỉ (I) đúng. B. Chỉ (II) đúng. C. (I) và (II) đúng. D. (I) và (II) sai.

Lời giải

Chọn C.

Véc-tơ – không là véc-tơ có điểm đầu, điểm cuối trùng nhau nên có độ dài bằng 0.

Véc tơ – không cùng phương với mọi véc tơ.

Câu 5: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Độ dài $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$ bằng

- A. $2a$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Theo quy tắc đường chéo hình bình hành, ta có $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -5)$ và $B(4; 1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- A. $I(1; 3)$. B. $I(-1; -3)$. C. $I(3; 2)$. D. $I(3; -2)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Tọa độ trung điểm } I \text{ của đoạn thẳng } AB: \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 3 \\ y_I = -2 \end{cases} \Rightarrow I(3; -2).$$

Câu 7: Cho tam giác ABC với $A(-2; 3)$, $B(4; -1)$, trọng tâm của tam giác là $G(2; -1)$. Tọa độ đỉnh C là

- A. $(6; -4)$. B. $(6; -3)$. C. $(4; -5)$. D. $(2; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Do } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 4 \\ y_C = -5 \end{cases}.$$

Vậy $C(4; -5)$.

Câu 8: Cho các điểm A, B, C, D và số thực k . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $AB = |k|CD \Rightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$. B. $AB = kCD \Rightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$.
C. $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD} \Rightarrow AB = |k|CD$. D. $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD} \Rightarrow AB = kCD$.

Lời giải

Chọn C.

Theo định nghĩa phép nhân véc tơ với một số.

Câu 9: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho các điểm $A(1; 2)$, $B(3; -1)$, $C(0; 1)$. Tọa độ của véc tơ $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ là

- A. $\vec{u} = (2; 2)$. B. $\vec{u} = (-4; 1)$. C. $\vec{u} = (1; -4)$. D. $\vec{u} = (-1; 4)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -3) \Rightarrow 2\overrightarrow{AB} = (4; -6)$, $\overrightarrow{BC} = (-3; 2)$.

Nên $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (1; -4)$.

Câu 10: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. G là trọng tâm $\triangle ABC$ thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

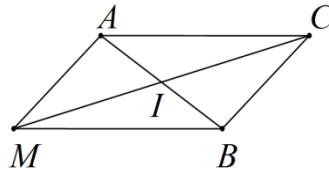
B. Ba điểm A, B, C bất kì thì $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

C. I là trung điểm AB thì $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ với mọi điểm M .

D. $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn C.



Với mọi điểm M , ta dựng hình bình hành $AMBC$.

Khi đó, theo quy tắc hình bình hành: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI}$.

Câu 11: Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AG} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi M là trung điểm BC , ta có: $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Câu 12: Cho hai điểm $A(-3; 1)$ và $B(1; -3)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-2; -2)$.

B. $(-1; -1)$.

C. $(4; -4)$.

D. $(-4; 4)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\overrightarrow{AB} = (1 - (-3); -3 - 1) = (4; -4).$$

Câu 13: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (3; -4)$, $\vec{b} = (-1; 2)$. Tìm tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$.

A. $\vec{a} + \vec{b} = (4; -6)$.

B. $\vec{a} + \vec{b} = (2; -2)$.

C. $\vec{a} + \vec{b} = (-4; 6)$.

D. $\vec{a} + \vec{b} = (-3; -8)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\vec{a} + \vec{b} = (3 + (-1); -4 + 2) = (2; -2).$$

Câu 14: Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$.

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MR}$.

D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 15: Cho hình bình hành $ABCD$, đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$. C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A.

Đẳng thức vectơ $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$ đúng theo quy tắc cộng hình bình hành.

Câu 16: Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|\overrightarrow{AC}| = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AC} = a$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. D. $|\overrightarrow{AB}| = a$.

Lời giải

Chọn D.

$$|\overrightarrow{AB}| = AB = a.$$

Câu 17: Cho hình bình hành $ABCD$ với I là giao điểm của hai đường chéo. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn D.

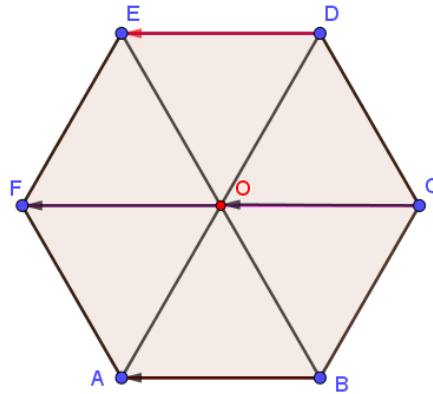
$ABCD$ là hình bình hành với I là giao điểm của hai đường chéo nên I là trung điểm của AC và BD nên ta có: $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Câu 18: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Ba vector bằng vector $\overrightarrow{BA}$ là

- A. $\overrightarrow{OF}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{OC}$. B. $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{OF}$, $\overrightarrow{DE}$. C. $\overrightarrow{OF}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{CO}$. D. $\overrightarrow{OF}$, $\overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Chọn C.



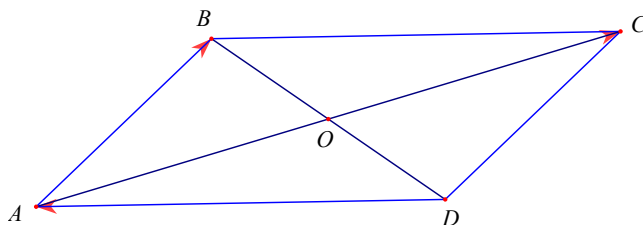
Dựa vào hình vẽ ta có: $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OF} = \overrightarrow{DE}$.

Câu 19: Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$. B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$. C. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$. Do $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ nên $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 20: Cho $\vec{a} = (1; 2)$ và $\vec{b} = (3; 4)$. Vector $\vec{m} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ có tọa độ là

A. $\vec{m} = (10; 12)$.

B. $\vec{m} = (11; 16)$.

C. $\vec{m} = (12; 15)$.

D. $\vec{m} = (13; 14)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\vec{m} = 2\vec{a} + 3\vec{b} = (11; 16)$.

Câu 21: Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Có tất cả bao nhiêu vectơ khác vectơ – không có điểm đầu, điểm cuối là hai điểm trong ba điểm A, B, C ?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn D.

+ Có các vectơ: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}$.

+ Vậy có 6 vectơ.

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2; 3), B(1; -6)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $\overrightarrow{AB} = (-3; 9)$.

B. $\overrightarrow{AB} = (-1; -3)$.

C. $\overrightarrow{AB} = (3; -9)$.

D. $\overrightarrow{AB} = (-1; -9)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; -9)$.

Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai vector $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$. Khi đó tọa độ vector $\vec{a} - \vec{b}$ là

A. $(2; -1)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(1; -5)$.

D. $(2; -3)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = (2; -3); \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} \Rightarrow \vec{b} = (1; 2)$ suy ra $\vec{a} - \vec{b} = (1; -5)$.

Câu 24: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $A(1; 3), B(-2; 1)$ và $C(0; -3)$. Vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ có tọa độ là

A. $(4; 8)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(-1; -1)$.

D. $(-4; -8)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -2); \overrightarrow{AC} = (-1; -6)$. Vậy $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = (-4; -8)$.

Câu 25: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2; 5), B(1; -1)$. Tìm tọa độ M sao cho $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$.

A. $M(1; 0)$.

B. $M(0; -1)$.

C. $M(-1; 0)$.

D. $M(0; 1)$.

Lời giải:

Chọn D.

$$M(x; y).$$

$$\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 - x = -2(1 - x) \\ 5 - y = -2(-1 - y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(0; 1).$$

Câu 26: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $N(5; -3)$, $P(1; 0)$ và M tùy ý. Khi đó $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP}$ có tọa độ là

A. $(4; 3)$.

B. $(-4; 1)$.

C. $(4; -3)$.

D. $(-4; 3)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN} = (4; -3).$$

Câu 27: Vectơ tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$ bằng

A. $\overrightarrow{MR}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{PR}$.

D. $\overrightarrow{MP}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = (\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN}) = \overrightarrow{MN}$$

Câu 28: Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Khi đó:

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

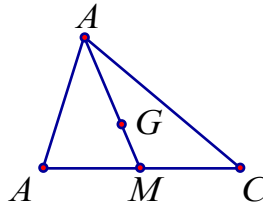
B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi M là trung điểm cạnh BC . Có $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 29: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(3; -5)$, $B(1; 7)$. Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là:

A. $I(2; -1)$.

B. $I(-2; 12)$.

C. $I(4; 2)$.

D. $I(2; 1)$.

Lời giải

Chọn D.

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là: $I\left(\frac{3+1}{2}; \frac{-5+7}{2}\right) \Rightarrow I(2; 1)$.

Câu 30: Cho $\vec{u} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$ với 4 điểm bất kỳ A, B, C, D . Chọn khẳng định đúng?

A. $\vec{u} = \vec{0}$.

B. $\vec{u} = 2\overrightarrow{DC}$.

C. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

D. $\vec{u} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\vec{u} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}$$

Câu 31: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3)$, $B(0;4)$, $C(5;-4)$. Tọa độ đỉnh D là:

A. $(3;-5)$.

B. $(3;7)$.

C. $(3;\sqrt{2})$.

D. $(\sqrt{7};2)$.

Lời giải

Chọn A.

$$ABCD \text{ là hình bình hành } \Rightarrow \overline{AD} = \overline{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 2 = 5 - 0 \\ y_D - 3 = -4 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = -5 \end{cases} \Rightarrow D(3;-5).$$

Câu 32: Cho trục tọa độ $(O, \vec{e})$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $AB = \overline{AB}$.

B. $\overline{AB} = \overline{AB} \cdot \vec{e}$.

C. Điểm M có tọa độ là a đối với trục tọa độ $(O, \vec{e})$ thì $|\overline{OM}| = a$.

D. $|\overline{AB}| = \overline{AB}$.

Lời giải

Chọn C.

Theo lý thuyết sách giáo khoa thì C đúng.

Câu 33: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;-5)$, $B(3;0)$, $C(-3;4)$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB , AC . Tìm tọa độ vector $\overline{MN}$.

A. $\overline{MN} = (-3;2)$.

B. $\overline{MN} = (3;-2)$.

C. $\overline{MN} = (-6;4)$.

D. $\overline{MN} = (1;0)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overline{BC} = (-6;4)$ suy ra $\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC} = (-3;2)$.

Câu 34: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I\left(\frac{x_1 + y_1}{2}; \frac{x_2 + y_2}{2}\right)$.

B. $I\left(\frac{x_1 + x_2}{3}; \frac{y_1 + y_2}{3}\right)$.

C. $I\left(\frac{x_2 - x_1}{2}; \frac{y_2 - y_1}{2}\right)$.

D. $I\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D.

I là trung điểm của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi $I\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$.

Câu 35: Cho $\overline{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$?

A. Vô số.

B. 1 điểm.

C. 2 điểm.

D. Không có điểm nào.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $|\overline{AB}| = |\overline{CD}| \Leftrightarrow AB = CD$.

Suy ra tập hợp các điểm D là đường tròn tâm C bán kính AB .

Câu 36: Hai vector có cùng độ dài và ngược hướng gọi là

A. Hai vector cùng hướng.

B. Hai vector cùng phương.

C. Hai vector đối nhau.

D. Hai vector bằng nhau.

Lời giải

Chọn C.

Hai vector đối nhau là hai vector có cùng độ dài và ngược hướng.

Câu 27: Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó điểm N nằm giữa hai điểm M và P . Khi đó các cặp vector nào sau đây cùng hướng?

A. $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$.

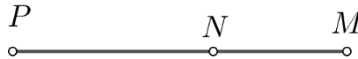
B. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$.

C. $\overrightarrow{NM}$ và $\overrightarrow{NP}$.

D. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta thấy $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ cùng hướng.

Câu 38: Cho tam giác ABC . Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$. Chọn khẳng định đúng.

A. M là trọng tâm tam giác.

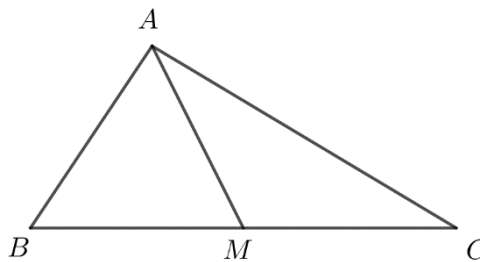
B. M là trung điểm của BC .

C. M trùng với B hoặc C .

D. M trùng với A .

Lời giải

Chọn B.



Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM} \Rightarrow M$ là trung điểm của BC

Câu 39: Tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$ bằng

A. $\overrightarrow{MR}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{MP}$.

D. $\overrightarrow{MQ}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP}) = \overrightarrow{MN} + \vec{0} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 40: Cho 4 điểm bất kì A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$.

B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$.

Lời giải

Chọn B.

$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{BA}$ nên A sai

$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{CO}$ nên B đúng

Câu 41: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$.

B. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$.

D. $(1; -1)$.

Lời giải

Chọn A.

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $I\left(\frac{1+0}{2}; \frac{0-2}{2}\right)$ hay $I\left(\frac{1}{2}; -1\right)$.

Câu 42: Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

A. $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vector.

B. $\vec{0}$ cùng phương với mọi vector.

C. $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

D. $|\overrightarrow{AB}| > 0$.

Lời giải

Chọn D.

Mệnh đề $|\overrightarrow{AB}| > 0$ là mệnh đề **sai**, vì khi $A \equiv B$ thì $|\overrightarrow{AB}| = 0$.

Câu 43: Trong mặt phẳng Oxy cho $A(2;3)$, $B(4;-1)$. Tọa độ của $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ là

A. $(-2; 4)$.

B. $(2; -4)$.

C. $(3; 1)$.

D. $(6; 2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BA} = (-2; 4)$ nên tọa độ của $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ là $(-2; 4)$.

Câu 44: Cho $A(3; -2)$, $B(-5; 4)$ và $C\left(\frac{1}{3}; 0\right)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{AC}$ thì giá trị x là

A. $x = 3$.

B. $x = -3$.

C. $x = 2$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-8; 6)$, $\overrightarrow{AC} = \left(-\frac{8}{3}; 2\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$.

Vậy $x = 3$.

Câu 45: Cho I là trung điểm của đoạn MN ? Mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?

A. $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{NI}$.

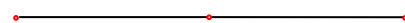
C. $\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{NI} = \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}$.

D. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AI}$.

Lời giải

Chọn B.

$M \qquad \qquad I \qquad \qquad N$



I là trung điểm của đoạn $MN \Rightarrow \overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IN}$ là hai vector đối $\Rightarrow \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN} = \vec{0}$.

Tương tự: $\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{NI} = \vec{0}$

$\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NI}$ ngược chiều nhau, nên $\overrightarrow{MN} = -2\overrightarrow{NI}$

Vậy câu B sai.

Câu 46: Cho 4 điểm A, B, C, D . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; O là trung điểm của IJ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC})$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DJ}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$ suy ra **C.** đúng.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ suy ra **B.** đúng.

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 2(\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OJ}) = \vec{0}$ suy ra **D.** đúng.

Câu 47: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I ; G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}$.

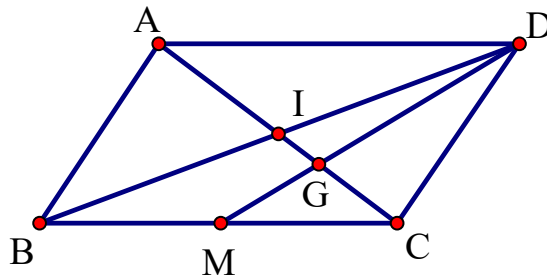
B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$.

D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DC}$ (vô lý) $\rightarrow$ A sai.

G là trọng tâm tam giác BCD ; A là một điểm nằm ngoài tam giác $BCD \rightarrow$ đẳng thức ở đáp án B đúng.

Ta có $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BD}|$ và $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{DB}|$. Mà $|\overrightarrow{DB}| = |\overrightarrow{BD}| \rightarrow$ đáp án C đúng.

Ta có $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{IC}$ đối nhau, có độ dài bằng nhau $\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$; tương tự $\Leftrightarrow \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} = \vec{0} \rightarrow$ đáp án D là đúng.

Câu 48: Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 5$.

C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$.

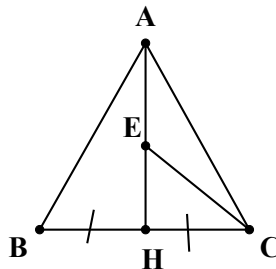
D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH}| = |2\overrightarrow{CE}| = 2CE$ (với E là trung điểm của AH).

Ta lại có: $AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ($\triangle ABC$ đều, AH là đường cao).



Trong tam giác HEC vuông tại H , có:

$$EC = \sqrt{CH^2 + HE^2} = \sqrt{2.5^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{5\sqrt{7}}{4} \Rightarrow |\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 2CE = \frac{5\sqrt{7}}{2}.$$

Câu 49: Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$.

B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$.

D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có O là trung điểm của AC nên $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OC}$.

Câu 50: Cho tam giác ABC và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB}$. Biểu diễn $\overrightarrow{IC}$ theo các vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{IC} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

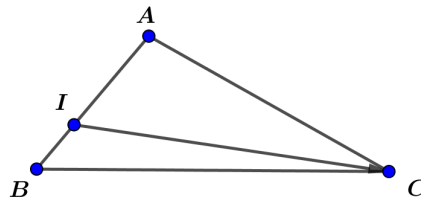
B. $\overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{IC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{IC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB} \Rightarrow \overrightarrow{IA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

Vậy $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Câu 51: Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = 4$. Tính $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$.

A. $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 4$.

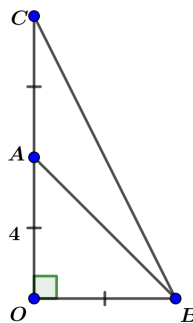
B. Đáp án khác.

C. $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 12$.

D. $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 4\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D.



Dựng $\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OA} \Rightarrow |2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{OC^2 + OB^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}$.

Câu 52: Có hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

A. 100 (N).

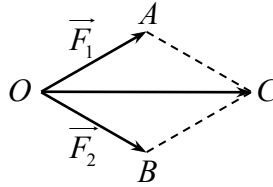
B. $50\sqrt{3}$ (N).

C. $100\sqrt{3}$ (N).

D. Đáp án khác.

Lời giải

Chọn B.



Giả sử $\vec{F}_1 = \vec{OA}$, $\vec{F}_2 = \vec{OB}$.

Theo quy tắc hình bình hành, suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{OC}$, như hình vẽ.

Ta có $\widehat{AOB} = 60^\circ$, $OA = OB = 50$, nên tam giác OAB đều, suy ra $OC = 50\sqrt{3}$.

Vậy $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{OC}| = 50\sqrt{3} \text{ (N)}$.

Câu 53: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ cho hai véc tơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$; $\vec{b} = -5\vec{i} + 3\vec{j}$. Tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$ là

A. $\vec{u} = (9; -5)$.

B. $\vec{u} = (-1; 5)$.

C. $\vec{u} = (7; -7)$.

D. $\vec{u} = (9; -11)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\vec{a} = (2; -4)$ và $\vec{b} = (-5; 3) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b} = (9; -11)$.

Câu 54: Cho 4 điểm A, B, C, D . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Điều kiện cần và đủ để $\vec{NA} = \vec{MA}$ là $N \equiv M$.

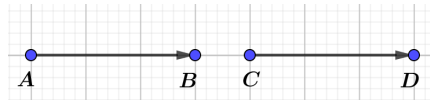
B. Điều kiện cần và đủ để $\vec{AB} = \vec{CD}$ là tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

C. Điều kiện cần và đủ để $\vec{AB} = \vec{0}$ là $A \equiv B$.

D. Điều kiện cần và đủ để $\vec{AB}$ và $\vec{CD}$ là hai vector đối nhau là $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B.



Xét 4 điểm A, B, C, D thẳng hàng và $\vec{AB} = \vec{CD}$ nhưng $ABDC$ không là hình bình hành.

Câu 55: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(-2; -2)$; $B(5; -4)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle OAB$.

A. $G\left(-\frac{7}{2}; 1\right)$.

B. $G\left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

C. $G(1; -2)$.

D. $G\left(-\frac{3}{2}; -3\right)$

Lời giải

Chọn C.

Tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB là
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_O}{3} = \frac{-2 + 5}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_O}{3} = \frac{-2 - 4}{3} = -2 \end{cases}$$

Vậy $G(1; -2)$.

Câu 56: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1; -3)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hình chiếu vuông góc của M trên trục hoành là $H(1; 0)$.

B. Điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ là $P(3; -1)$.

C. Điểm đối xứng với M qua trục hoành là $N(1; 3)$.

D. Hình chiếu vuông góc của M trên trục tung là $K(0; -3)$.

Lời giải

Chọn B.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy

+ Hình chiếu vuông góc của M trên trục hoành là $H(1; 0)$. Đáp án A đúng.

+ Điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ là $P(-1; 3)$. Đáp án B sai.

+ Điểm đối xứng với M qua trục hoành là $N(1; 3)$. Đáp án C đúng.

+ Hình chiếu vuông góc của M trên trục tung là $K(0; -3)$. Đáp án D đúng.

Câu 57: Cho tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

B. $ABCD$ là hình thoi.

C. $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

D. $ABCD$ là hình thang cân.

Lời giải

Chọn D.

Tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành (1), nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Mà $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $ABCD$ là hình thoi nên $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

Câu 58: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-2; 5)$, $B(2; 2)$, $C(10; -5)$. Tìm điểm $E(m; 1)$ sao cho tứ giác $ABCE$ là hình thang có một đáy là CE .

A. $E(-2; 1)$.

B. $E(0; 1)$.

C. $E(2; 1)$.

D. $E(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (-4; 3)$, $\overrightarrow{BC} = (8; -7) \Rightarrow \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ không cùng phương nên A, B, C không thẳng hàng, $\overrightarrow{CE} = (m - 10; 6)$. Để $ABCE$ là hình thang có một đáy là CE thì $\overrightarrow{CE}$ cùng chiều với $\overrightarrow{BA}$

$$\Rightarrow \frac{m - 10}{-4} = \frac{6}{3} > 0 \Leftrightarrow m = 2. \text{ Vậy } E(2; 1).$$

Câu 59: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $2MA^2 + MB^2 + 2MC^2 + MD^2 = 9a^2$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó là

A. $R = 2a$.

B. $R = 3a$.

C. $R = a$.

D. $R = a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$2MA^2 + MB^2 + 2MC^2 + MD^2 = 9a^2$$

$$\Leftrightarrow 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA})^2 + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB})^2 + 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC})^2 + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD})^2 = 9a^2$$

$$\Leftrightarrow 6MO^2 + 2OA^2 + OB^2 + 2OC^2 + OD^2 + 2\overrightarrow{MO} \underbrace{\left(2\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} \right)}_0 = 9a^2$$

$$\Leftrightarrow 6MO^2 + 3a^2 = 9a^2 \Leftrightarrow MO = a.$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn tâm O bán kính $R = a$.

Câu 60: Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA và CD . Biết $\overrightarrow{MN} = a.\overrightarrow{AB} + b.\overrightarrow{AD}$. Tính $a + b$.

A. $a + b = 1$.

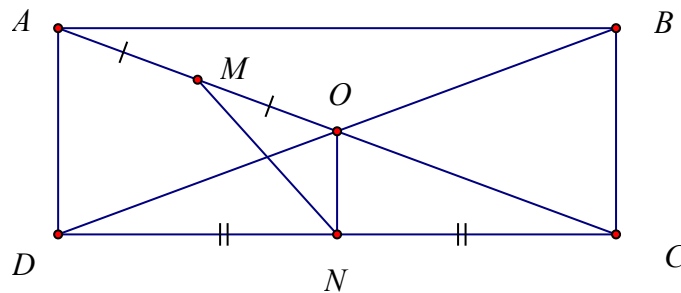
B. $a + b = \frac{1}{2}$.

C. $a + b = \frac{3}{4}$.

D. $a + b = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A.



$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{ON} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}.$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{4}; b = \frac{3}{4}. \text{ Vậy } a + b = 1.$$

Câu 61: Cho tam giác ABC . Gọi I, J là hai điểm xác định bởi $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$, $3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$. Hệ thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

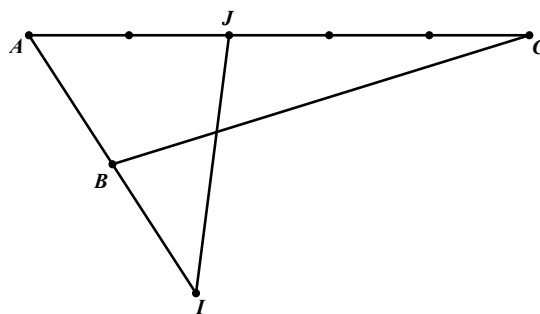
B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn D.



$$\text{Ta có: } \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}.$$

Câu 62: Trong mặt phẳng Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2; -3)$, $B(4; 5)$ và $G\left(0; -\frac{13}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác ADC . Tọa độ đỉnh D là

A. $D(2; 1)$.

B. $D(-1; 2)$.

C. $D(-2; -9)$.

D. $D(2; 9)$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1: Gọi $D(a; b)$. Vì $G\left(0; -\frac{13}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác ADC nên

$$\overrightarrow{BD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BG} \Leftrightarrow \begin{cases} a-4 = \frac{3}{2}(0-4) \\ b-5 = \frac{3}{2}\left(-\frac{13}{3}-5\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -9 \end{cases} \Rightarrow D(-2; -9).$$

Cách 2: Gọi I là trọng tâm tam giác ABC suy ra I là trung điểm $BG \Rightarrow I\left(2; \frac{1}{3}\right)$.

Lại có $G\left(0; -\frac{13}{3}\right)$ là trung điểm DI nên suy ra $D(-2; -9)$.

Câu 63: Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng?

A. $\sqrt{(\vec{a})^2} = \vec{a}$.

B. $\vec{a} = \pm |\vec{a}|$.

C. $\sqrt{(\vec{a})^2} = |\vec{a}|$.

D. $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Lời giải

Chọn C.

Giả sử $\vec{a} = (x; y) \Rightarrow (\vec{a})^2 = \vec{a} \cdot \vec{a} = x^2 + y^2$ và $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Đáp án A sai vì $\sqrt{x^2 + y^2} \neq (x; y)$

Đáp án B sai vì $\vec{a} \neq \pm |\vec{a}|$

Đáp án C đúng vì $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$

Đáp án D sai vì $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\cos(\vec{a}, \vec{b})}$.

Câu 64: Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} \Rightarrow$ B đúng.

Câu 65: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; -3)$, $B(4; 7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

A. $I(2; 10)$.

B. $I(6; 4)$.

C. $I(8; -21)$.

D. $I(3; 2)$.

Lời giải

Chọn D.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I(3; 2)$.

Câu 66: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{CD}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{DB}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có G là trọng tâm của tam giác $ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 67: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$. B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$. D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

Lời giải

Chọn A.

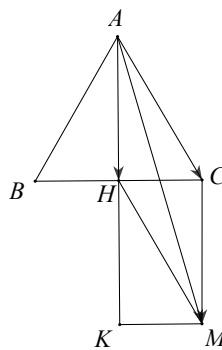
Gọi M là trung điểm BC thì $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2AM = BC = a\sqrt{2}$.

Câu 68: Cho tam giác ABC đều cạnh a , có AH là đường trung tuyến. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}|$.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $2a$. C. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Dựng $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AH} \Rightarrow AHMC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AM} \Rightarrow |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}| = AM$.

Gọi K đối xứng với A qua $BC \Rightarrow \triangle AKM$ vuông tại K .

$$AK = 2AH = a\sqrt{3}; \quad KM = CH = \frac{a}{2}.$$

$$AM = \sqrt{AK^2 + KM^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

Câu 69: Cho $A(0;3)$, $B(4;2)$. Điểm D thỏa $\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$, tọa độ D là

- A. $(-3;3)$. B. $(-8;2)$. C. $(8;-2)$. D. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $D(x;y)$.

$$\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{AB}$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AB} = (4; -1) \Rightarrow 2\overrightarrow{AB} = (8; -2) \Rightarrow \overrightarrow{OD} = (8; -2).$$

Vậy $D(8;-2)$.

Câu 70: Cho tam giác ABC , biết $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Tam giác ABC vuông tại A . B. Tam giác ABC vuông tại B .
C. Tam giác ABC vuông tại C . D. Tam giác ABC cân tại A .

Lời giải

Chọn A.

Gọi M là trung điểm đoạn BC .

$$\text{Khi đó, } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow 2AM = BC \Leftrightarrow AM = \frac{BC}{2}.$$

Vậy tam giác ABC vuông tại A theo tính chất: đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền.

Câu 71: Cho tam giác ABC và I là trung điểm của cạnh BC . Điểm G có tính chất nào sau đây là điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm của tam giác ABC ?

A. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$.

C. $AI = 3GI$.

D. $GA = 2GI$.

Lời giải

Chọn A.

G là trọng tâm tam giác ABC khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ hay $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$.

Câu 72: Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O , gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Tìm mệnh đề **sai**:

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

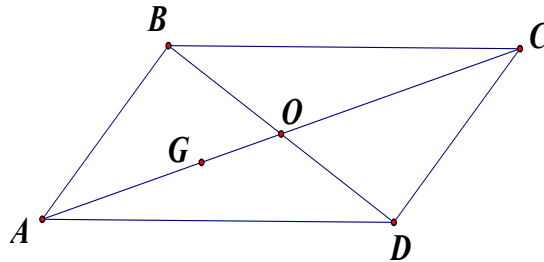
B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BO}$.

D. $\overrightarrow{GO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Chọn C.



Xét phương án A: Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ đúng theo qui tắc hình bình hành, nên A đúng.

Xét phương án B: Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$, mà $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$ nên B đúng.

Xét phương án C: Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$, mà $\overrightarrow{DB}$ và $\overrightarrow{BO}$ là hai vector ngược hướng nên C sai.

Xét phương án D: Ta có G là trọng tâm tam giác ABD nên $\overrightarrow{GO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AO}$ mà $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$, vậy D đúng.

Câu 73: Cho tam giác ABC , trọng tâm G , gọi I là trung điểm BC , M là điểm thỏa mãn:

$$2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|.$$

A. Đường trung trực của BC .

B. Đường tròn tâm G , bán kính BC .

C. Đường trung trực của IG .

D. Đường tròn tâm I , bán kính BC .

Lời giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có: } 2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow 2|3\overrightarrow{MG}| = 3|2\overrightarrow{MI}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{MG}| = |\overrightarrow{MI}| \Leftrightarrow MG = MI.$$

Vậy tập hợp điểm M thỏa hệ thức trên là đường trung trực của IG .

Câu 74: Cho tam giác ABC có trung tuyến AM và trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng.

A. $\overrightarrow{AM} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

B. $\overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{GM}$.

C. $2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{GA} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{MG} = 3(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$.

Lời giải

Chọn C.

Tam giác ABC có trung tuyến AM và trọng tâm $G \Rightarrow \overrightarrow{AM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{GA} \Rightarrow 2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{GA} = \vec{0}$.

Câu 75: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2; -4)$, $\vec{b} = (-5; 3)$. Véc tơ $2\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(7; -7)$. B. $(9; -5)$. C. $(-1; 5)$. **D. $(9; -11)$.**

Lời giải

Chọn D.

Ta có $2\vec{a} - \vec{b} = 2(2; -4) - (-5; 3) = (4 + 5; -8 - 3) = (9; -11)$.

Câu 76: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(1; -2)$ là trung điểm của AB , với $A \in Ox$, $B \in Oy$. Khi đó:

- A. $A(0; 2)$. B. $B(0; 4)$. C. $B(-4; 0)$. **D. $A(2; 0)$.**

Lời giải

Chọn D.

Do $A \in Ox$, $B \in Oy$ nên ta đặt $A(a; 0)$, $B(0; b)$ suy ra $\overrightarrow{IA} = (a - 1; 2)$, $\overrightarrow{IB} = (-1; b + 2)$.

Vì $I(1; -2)$ là trung điểm của AB nên $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} a - 1 - 1 = 0 \\ 2 + b + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$

$\Rightarrow A(2; 0)$, $B(0; -4)$.

Câu 77: Cho ba điểm A , B , C . Tìm khẳng định **sai** khi nêu điều kiện cần và đủ để ba điểm thẳng hàng?

- A. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$. B. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$.
C. $\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. D. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn C.

Khẳng định A, B, D đúng

Khẳng định C sai vì gọi G là trọng tâm ΔABC ta có

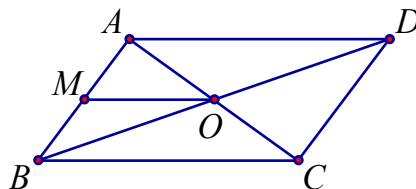
$\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG} = \vec{0} \Rightarrow M \equiv G$ nên ba điểm A , B , C không thẳng hàng.

Câu 78: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. **C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AD}$.** D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn C.



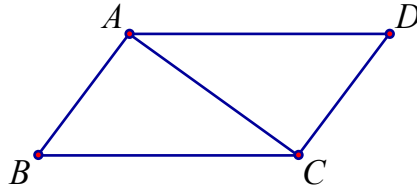
Gọi M là trung điểm AB , ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 79: Cho tam giác ABC . Vị trí của điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

- A. M trùng C . B. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CBAM$.
C. M trùng B . **D. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CABM$.**

Lời giải

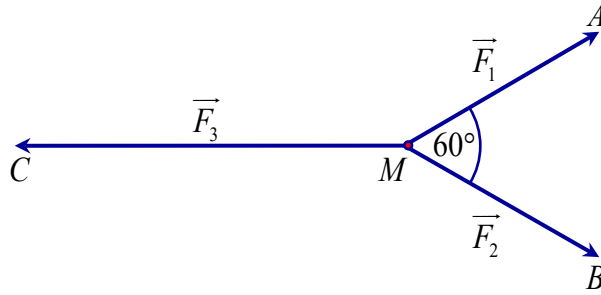
Chọn D.



$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}.$$

Vậy M thỏa mãn $CBAM$ là hình bình hành.

Câu 80: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng $25N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là



A. $25\sqrt{3} N$.

B. $50\sqrt{3} N$.

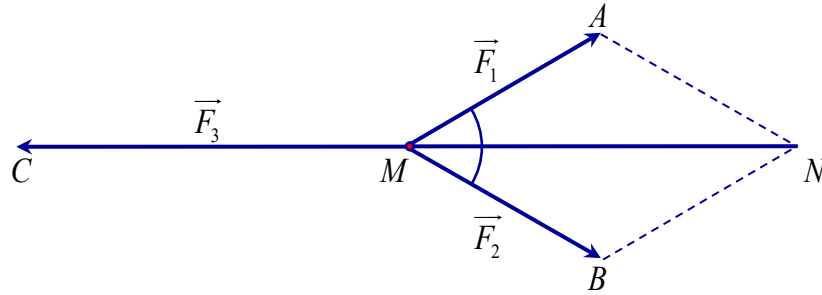
C. $50\sqrt{2} N$.

D. $100\sqrt{3} N$.

Lời giải

Chọn A.

Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng. Ta được $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$.



Dựng hình bình hành $AMBN$. Ta có $-\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MN}$.

$$\text{Suy ra } |\vec{F}_3| = |-\overrightarrow{MN}| = MN = \frac{2\sqrt{3}MA}{2} = 25\sqrt{3}.$$

Câu 81: Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó:

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

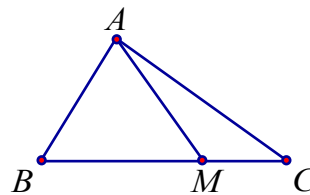
B. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A.



Cách 1: Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Cách 2: Ta có $MB = 2MC \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MC}$ (vì $\overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{MC}$ ngược hướng)

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM} = -2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 82: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-1;2)$, $B(1;-3)$. Gọi D đối xứng với A qua B . Khi đó tọa độ điểm D là

A. $D(3;-8)$.

B. $D(-3;8)$.

C. $D(-1;4)$.

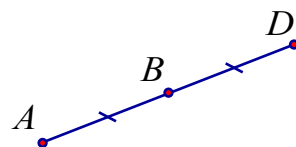
D. $D(3;-4)$.

Lời giải

Chọn A.

Vì D đối xứng với A qua B nên B là trung điểm của AD .

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} x_D = 2x_B - x_A \\ y_D = 2y_B - y_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = -8 \end{cases} \Rightarrow D(3;-8).$$



Câu 83: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ với trọng tâm G . Biết rằng $A(-1;4)$, $B(2;5)$, $G(0;7)$. Hỏi tọa độ đỉnh C là cặp số nào?

A. $(2;12)$.

B. $(-1;12)$.

C. $(3;1)$.

D. $(1;12)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Vì } G \text{ là trọng tâm } \triangle ABC \text{ nên } \begin{cases} 3x_G = x_A + x_B + x_C \\ 3y_G = y_A + y_B + y_C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_B - x_A = -1 \\ y_C = 3y_G - y_B - y_A = 12 \end{cases}.$$

Vậy $C(-1;12)$.

Câu 84: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $M(1;-1)$, $N(3;2)$, $P(0;-5)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA và AB của tam giác ABC . Tọa độ đỉnh A là

A. $(2;-2)$.

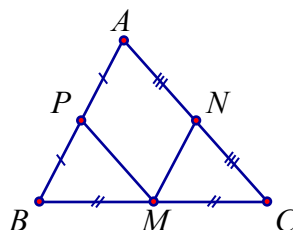
B. $(5;1)$.

C. $(\sqrt{5};0)$.

D. $(2;\sqrt{2})$.

Lời giải

Chọn A.



Theo đề ta có: Tứ giác $APMN$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{MP} \Rightarrow (x_A - 3; y_A - 2) = (-1; -4) \Rightarrow \begin{cases} x_A = 2 \\ y_A = -2 \end{cases}.$$

Vậy $A(2;-2)$.

Câu 85: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;3)$, $B(-1;-2)$, $C(1;5)$. Tọa độ D trên trục Ox sao cho $ABCD$ là hình thang có hai đáy AB và CD là

A. $(1;0)$.

B. $(0;-1)$.

C. $(-1;0)$.

D. Không tồn tại điểm D .

Lời giải

Chọn C.

$$D(x;0) \in Ox. \overrightarrow{AB} = (-2;-5), \overrightarrow{CD} = (x-1;-5).$$

Theo đề ta có: $ABCD$ là hình thang có hai đáy là AB, CD nên: $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng phương.

Suy ra: $\frac{x-1}{-2} = \frac{-5}{-5} \Rightarrow x = -1$. Vậy $D(-1; 0)$.

Câu 86: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$.

A. $3a$.

B. $(2 + \sqrt{2})a$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $AC = a\sqrt{2}$ suy ra $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = 2|\overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{2}a$.

Câu 87: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $B(2; 3)$, $C(-1; -2)$. Điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Tọa độ điểm M là

A. $M\left(\frac{1}{5}; 0\right)$.

B. $M\left(-\frac{1}{5}; 0\right)$.

C. $M\left(0; \frac{1}{5}\right)$.

D. $M\left(0; -\frac{1}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $M(x; y) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MB} = (2-x; 3-y) \\ \overrightarrow{MC} = (-1-x; -2-y) \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = (-5x+1; -5y)$.

Khi đó $2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -5x+1=0 \\ -5y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{5} \\ y=0 \end{cases}$. Vậy $M\left(\frac{1}{5}; 0\right)$.

Câu 88: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vector $\vec{u} = (2; -4)$, $\vec{a} = (-1; -2)$, $\vec{b} = (1; -3)$. Biết $\vec{u} = m\vec{a} + n\vec{b}$, tính $m-n$.

A. 5.

B. -2.

C. -5.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\vec{u} = m\vec{a} + n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -m+n=2 \\ -2m-3n=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-\frac{2}{5} \\ n=\frac{8}{5} \end{cases}$

Suy ra $m-n = -2$.

Câu 89: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, I là trung điểm BC . Tìm khẳng định sai.

A. $|\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA}| = IA$.

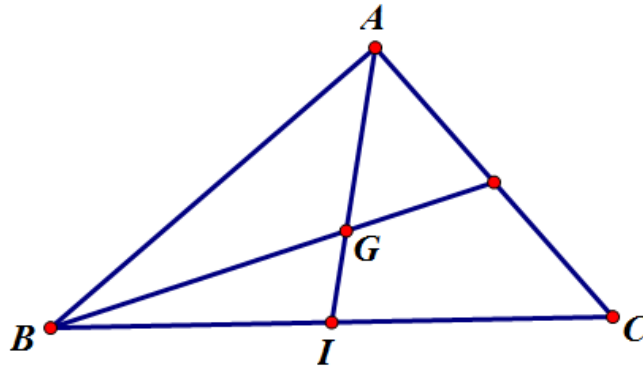
B. $|\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}| = BC$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2AI$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 3GA$.

Lời giải

Chọn B.



$|\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA}| = |\vec{0} + \overrightarrow{IA}| = |\overrightarrow{IA}| = IA$ (Do I là trung điểm BC) nên khẳng định ở A đúng.

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AI}| = 2AI$ (Do I là trung điểm BC) nên khẳng định ở C đúng.

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2AI = 3GA$ (Do G là trọng tâm tam giác ABC) nên khẳng định ở D đúng.

$|\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}| = |\vec{0}| = 0$ (Do I là trung điểm BC) nên khẳng định ở B sai.

Câu 90: Cho hình bình hành $ABCD$ có N là trung điểm AB và G là trọng tâm $\triangle ABC$. Phân tích $\overrightarrow{GA}$ theo $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{NC}$

A. $\overrightarrow{GA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$.

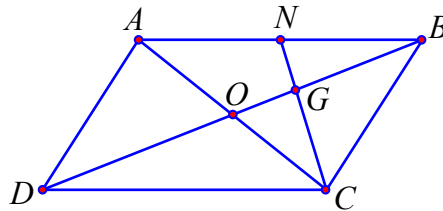
B. $\overrightarrow{GA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} - \frac{4}{3}\overrightarrow{NC}$.

C. $\overrightarrow{GA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$.

D. $\overrightarrow{GA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$.

Lời giải

Chọn D.



Vì G là trọng tâm $\triangle ABC$ nên

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} = -(\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC})$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{GA} = -\left(-\frac{1}{3}\overrightarrow{BD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{NC}\right) = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{NC}.$$

Câu 91: Cho $\triangle ABC$ có M , Q , N lần lượt là trung điểm của AB , BC , CA . Khi đó vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{BQ}$ là vector nào sau đây?

A. $\vec{0}$.

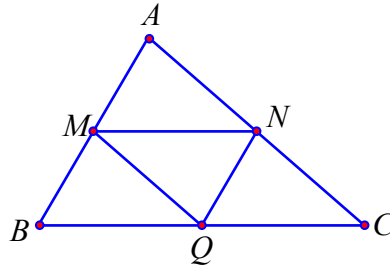
B. $\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AQ}$.

D. $\overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn A.



$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{BQ} = \vec{0}.$$

Câu 92: Cho $\triangle ABC$ và I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{IB}$. Phân tích $\overrightarrow{CI}$ theo $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{CB}$.

A. $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB})$. **B.** $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB}$. **C.** $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA})$. **D.** $\overrightarrow{CI} = 3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{CI} &= \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AI} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} &= \overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{IB} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} &= \overrightarrow{CA} - 3(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CB}) \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} &= \overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{CI} - 3\overrightarrow{CB} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} &= -\frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB}) \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} &= \frac{1}{2}(3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}). \end{aligned}$$

Câu 93: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vector $\vec{u} = (-2; 1)$ và $\vec{v} = 3\vec{i} - m\vec{j}$. Tìm m để hai vector $\vec{u}, \vec{v}$ cùng phương.

A. $-\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \vec{v} &= 3\vec{i} - m\vec{j} \Rightarrow \vec{v} = (3; -m). \\ \text{Hai vector } \vec{u}, \vec{v} \text{ cùng phương} &\Leftrightarrow \frac{3}{-2} = \frac{-m}{1} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Câu 94: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2; 4)$ và $B(4; -1)$. Khi đó, tọa độ của $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\overrightarrow{AB} = (-2; 5)$. **B.** $\overrightarrow{AB} = (6; 3)$. **C.** $\overrightarrow{AB} = (2; 5)$. **D.** $\overrightarrow{AB} = (2; -5)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (2; -5).$$

Câu 95: Cho $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (-3; 4)$, $\vec{c} = (-4; 9)$. Hai số thực m, n thỏa mãn $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c}$. Tính $m^2 + n^2$.

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A.

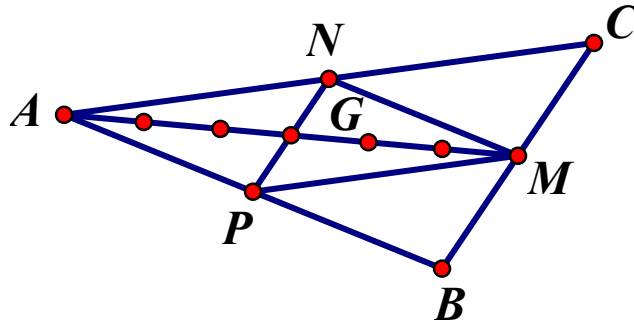
Ta có: $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 3n = -4 \\ m + 4n = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 2 \end{cases}.$

Câu 96: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M\left(-\frac{5}{2}; -1\right)$, $N\left(-\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}\right)$, $P\left(0; \frac{1}{2}\right)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB . Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A.** $G\left(-\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. **B.** $G(-4; -4)$. **C.** $G\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$. **D.** $G(4; -4)$.

Lời giải

Chọn A.



Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên G cũng là trọng tâm tam giác MNP .

Tọa độ điểm G là $\begin{cases} x_G = \frac{x_M + x_N + x_P}{3} \\ y_G = \frac{y_M + y_N + y_P}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = -\frac{4}{3} \\ y_G = -\frac{4}{3} \end{cases}.$

Câu 97: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trọng tâm là gốc tọa độ O , hai đỉnh $A(-2; 2)$ và $B(3; 5)$. Tọa độ đỉnh C là

- A.** $(-1; -7)$. **B.** $(2; -2)$. **C.** $(-3; -5)$. **D.** $(1; 7)$.

Lời giải

Chọn A.

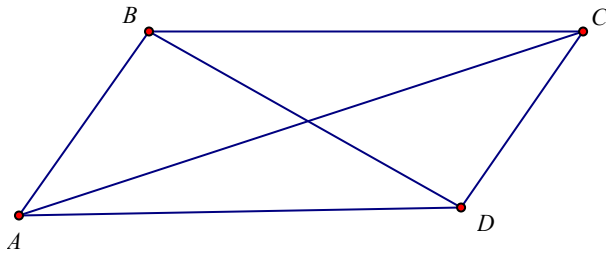
Ta có: $\begin{cases} \frac{-2+3+x_C}{3} = 0 \\ \frac{2+5+y_C}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -1 \\ y_C = -7 \end{cases}.$ Vậy $C(-1; -7)$.

Câu 98: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **sai**.

- A.** $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$. **B.** $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA}|$. **C.** $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$. **D.** $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ là đẳng thức sai vì độ dài hai đường chéo của hình bình hành không bằng nhau.

Câu 99: Cho tam giác ABC có I, D lần lượt là trung điểm AB, CI . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

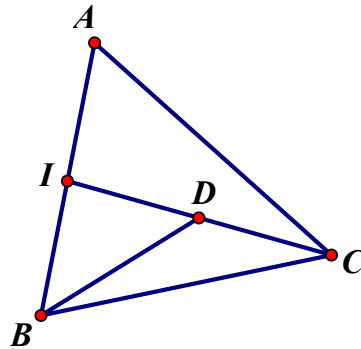
B. $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BD} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B.



Vì I, D lần lượt là trung điểm AB, CI nên ta có

$$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right) = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

Câu 100: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho tam giác ABC với $A(1;-2), B(3;-4), C(5;2)$. Tìm tọa độ giao điểm I của đường thẳng BC với đường phân giác ngoài của góc $\widehat{A}$.

A. $I\left(\frac{11}{3}; -2\right)$.

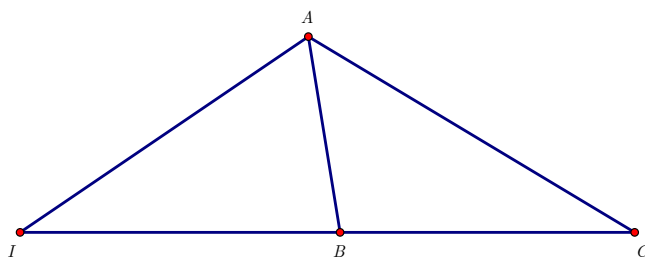
B. $I(4; -1)$.

C. $I(1; -10)$.

D. $I\left(\frac{13}{3}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$. Suy ra $\overrightarrow{IB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{BC}$. Do đó B là trung điểm của IC .

Suy ra $\begin{cases} x_I = 2x_B - x_C = 1 \\ y_I = 2y_B - y_C = -10 \end{cases}$. Vậy $I(1; -10)$.

Câu 101: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$?

A. $4a\sqrt{2}$.

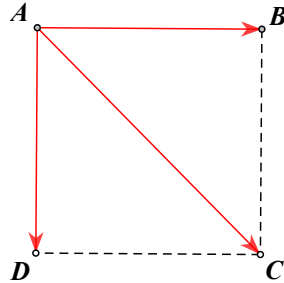
B. $4a$.

C. $2a\sqrt{2}$.

D. $2a$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = |2\overrightarrow{AC}| = 2AC = 2 \cdot 2a\sqrt{2} = 4a\sqrt{2}$.

Câu 102: Cho tam giác ABC , có AM là trung tuyến; I là trung điểm của AM . Ta có:

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

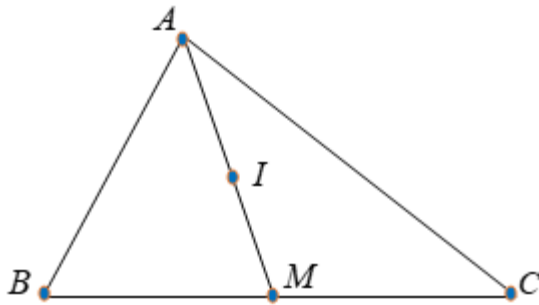
B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

C. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 4\overrightarrow{IA}$.

D. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D.



Theo tính chất hình bình hành ta có: $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IM}$
 $\Rightarrow 2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IM} = 2(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IM}) = \vec{0}$.

Câu 103: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3;4)$, $B(2;1)$, $C(-1;-2)$. Cho $M(x; y)$ trên đoạn thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 4S_{ABM}$. Khi đó $x^2 - y^2$ bằng

A. $\frac{13}{8}$.

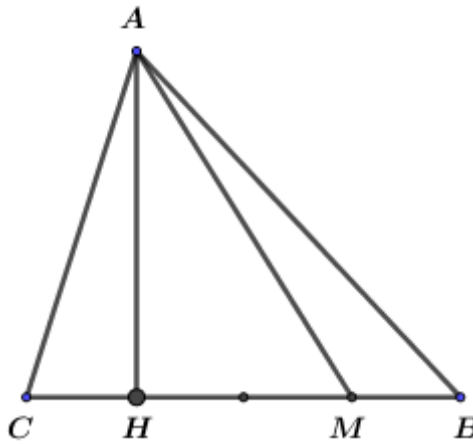
B. $\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B.



Nhận xét $\triangle ABC$ và $\triangle ABM$ có chung đường cao nên $S_{ABC} = 4S_{ABM} \Leftrightarrow CB = 4MB$.

Mà M thuộc đoạn BC nên $\overrightarrow{CB}$ cùng hướng với $\overrightarrow{MB}$.

$$\text{Vậy } \Leftrightarrow \overrightarrow{CB} = 4\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 4(2-x) \\ 3 = 4(1-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow x^2 - y^2 = \frac{3}{2}.$$

Câu 104: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2; 3)$ và tâm $I(-1; 1)$. Biết điểm $M(4; 9)$ nằm trên đường thẳng AD và điểm D có tung độ gấp đôi hoành độ. Tìm các đỉnh còn lại của hình bình hành?

A. Tọa độ các đỉnh $C(-4; -1)$, $B(-5; -4)$, $D(3; 6)$.

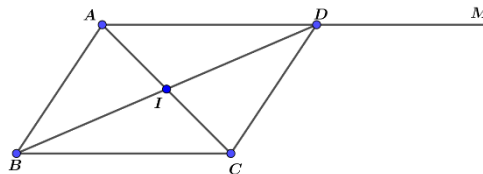
B. Tọa độ các đỉnh $C(-4; -1)$, $B(-4; -2)$, $D(2; 4)$.

C. Tọa độ các đỉnh $C(-4; -1)$, $B(-1; 4)$, $D(-1; -2)$.

D. Tọa độ các đỉnh $C(4; 1)$, $B(-5; -4)$, $D(3; 6)$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có I là trung điểm của $AC \Rightarrow C(-4; -1)$.

Điểm D có tung độ gấp đôi hoành độ $\Rightarrow D(x_D; 2x_D)$.

Lại có $\overrightarrow{AM} = (2; 6)$, $\overrightarrow{AD} = (x_D - 2; 2x_D - 3)$.

Mà A, M, D thẳng hàng $\Rightarrow 6(x_D - 2) = 2(2x_D - 3) \Leftrightarrow x_D = 3 \Rightarrow D(3; 6)$.

I là trung điểm $BD \Rightarrow B(-5; -4)$.

Câu 105: Cho tứ giác $ABCD$ trên cạnh AB, CD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$ và $3\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DC}$. Tính vector $\overrightarrow{MN}$ theo hai vector $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

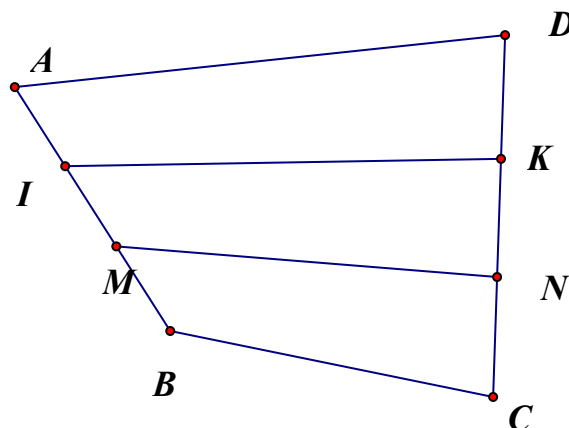
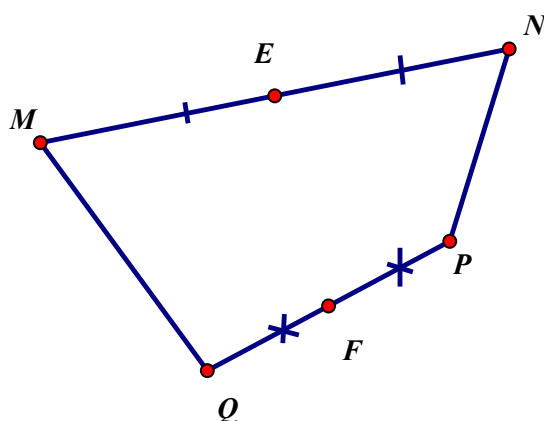
B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta chứng minh bài toán sau:

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của MN, PQ thì ta có: $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NP})$.

Thật vậy, ta có: $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{EP} + \overrightarrow{EQ}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{EN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{EM} + \overrightarrow{MQ}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NP})$

Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AM và DN .

Khi đó áp dụng kết quả của bài toán trên ta có: $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{IK}) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{MN})\right)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}.$$

Câu 106: Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BP}$. Tìm k để ba điểm M, N, P thẳng hàng.

A. $k = \frac{1}{3}$.

B. $k = 3$.

C. $k = \frac{2}{3}$.

D. $k = \frac{3}{5}$.

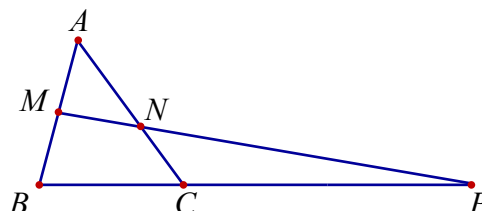
Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Tự luận:

Ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ (1)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{NP} &= \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{BC}) \\ &= \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{BC} \\ &= \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + \left(\frac{1}{k} - 1\right)(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \\ &= \left(\frac{1}{k} - \frac{2}{5}\right)\overrightarrow{AC} - \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{AB}\end{aligned}$$



Để ba điểm M, N, P thẳng hàng thì $\exists m \in \mathbb{R} : \overrightarrow{NP} = m\overrightarrow{MN}$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{k} - \frac{3}{5}\right)\overrightarrow{AC} - \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{AB} = \frac{3m}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{m}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \frac{1}{k} - \frac{3}{5} = \frac{3m}{5} \\ -\left(\frac{1}{k} - 1\right) = -\frac{m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ k = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } k = \frac{1}{3}.$$

Cách 2: Trắc nghiệm:

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{MB} \Rightarrow \frac{\overrightarrow{MA}}{\overrightarrow{MB}} = -1$$

$$\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BP} \Leftrightarrow \overrightarrow{PB} = (1-k)\overrightarrow{PC} \Rightarrow \frac{\overrightarrow{PB}}{\overrightarrow{PC}} = 1-k$$

$$2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{NA} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{NC} \Rightarrow \frac{\overrightarrow{NA}}{\overrightarrow{NC}} = -\frac{3}{2}$$

Theo định lí Mêlêxauýt ba điểm M, N, P thẳng hàng khi

$$\frac{\overrightarrow{MA}}{\overrightarrow{MB}} \cdot \frac{\overrightarrow{PB}}{\overrightarrow{PC}} \cdot \frac{\overrightarrow{NC}}{\overrightarrow{NA}} = 1 \Leftrightarrow (-1) \cdot (1-k) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } k = \frac{1}{3}.$$

Câu 107: Cho hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn các điều kiện $|\vec{a}| = \frac{1}{2}|\vec{b}| = 1, |\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{15}$. Đặt $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{v} = 2k\vec{a} - \vec{b}, k \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị của k sao cho $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$

A. $k = 4 + \frac{3\sqrt{5}}{2}$.

B. $k = 4 \pm \frac{3\sqrt{5}}{2}$.

C. $k = 5 + \frac{\sqrt{17}}{2}$.

D. $k = 5 \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

$$|\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{15} \Leftrightarrow |\vec{a}|^2 + 4|\vec{b}|^2 - 4\vec{a}\vec{b} = 15 \Leftrightarrow 2\vec{a}\vec{b} = 1.$$

$$\vec{u}\vec{v} = (\vec{a} + \vec{b})(2k\vec{a} - \vec{b}) = 2k|\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 + (2k-1)\vec{a}\vec{b} = 2k - 4 + \frac{2k-1}{2}.$$

$$\begin{aligned} (|\vec{u}||\vec{v}|)^2 &= \left(|(\vec{a} + \vec{b})| | (2k\vec{a} - \vec{b}) | \right)^2 = \left(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a}\vec{b} \right) \left(4k^2|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 4k\vec{a}\vec{b} \right) \\ &= (5 + 2\vec{a}\vec{b})(4k^2 + 4 - 4k\vec{a}\vec{b}) = 6(4k^2 + 4 - 2k) \Rightarrow |\vec{u}||\vec{v}| = \sqrt{6(4k^2 + 4 - 2k)}. \end{aligned}$$

$$(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ \Rightarrow \cos(60^\circ) = \frac{\vec{u}\vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{2k - 4 + \frac{2k-1}{2}}{\sqrt{6(4k^2 + 4 - 2k)}} \Leftrightarrow \sqrt{6(4k^2 + 4 - 2k)} = 6k - 9$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{6(4k^2 + 4 - 2k)} = 6k - 9 \Leftrightarrow \begin{cases} k \geq \frac{3}{2} \\ \sqrt{6(4k^2 + 4 - 2k)} = 6k - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \geq \frac{3}{2} \\ 12k^2 - 96k + 57 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k \geq \frac{3}{2} \\ k = 4 \pm \frac{3\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow k = 4 + \frac{3\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 108: Cho tứ giác $ABCD$, trên cạnh AB , CD lấy lần lượt các điểm M , N sao cho $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$ và $3\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DC}$. Tính vector $\overrightarrow{MN}$ theo hai vector $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned}\text{Ta có } \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} \\ &= \frac{2}{3}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) + \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}.\end{aligned}$$

Câu 109: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3)$, $B(3; -4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho chu vi tam giác AMB nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{18}{7}; 0\right)$.

B. $M(4; 0)$.

C. $M(3; 0)$.

D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Do M trên trục hoành $\Rightarrow M(x; 0)$, $\overrightarrow{AB} = (1; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{2}$.

$$\overrightarrow{AM} = (x-2; 3), \overrightarrow{BM} = (x-3; 4)$$

$$\begin{aligned}\text{Ta có chu vi tam giác } AMB: P_{ABM} &= \sqrt{2} + \sqrt{(x-2)^2 + 3^2} + \sqrt{(x-3)^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{(x-2)^2 + 3^2} + \sqrt{(3-x)^2 + 4^2} \geq \sqrt{2} + \sqrt{(x-2+3-x)^2 + (3+4)^2} \\ &\Leftrightarrow P_{ABM} \geq 6\sqrt{2}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } \frac{x-2}{3-x} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{17}{7} \Rightarrow M\left(\frac{17}{7}; 0\right).\end{aligned}$$

Cách 2: Lấy đối xứng A qua Ox ta được $A'(2; 3)$. Ta có $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.

Dấu bằng xảy ra khi M trùng với giao điểm của $A'B$ với Ox .

Câu 110: Cho $M(-1; -2)$, $N(3; 2)$, $P(4; -1)$. Tìm E trên Ox sao cho $|\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}|$ nhỏ nhất.

A. $E(4; 0)$.

B. $E(3; 0)$.

C. $E(1; 0)$.

D. $E(2; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Do $E \in Ox \Rightarrow E(a; 0)$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{EM} = (-1-a; -2); \overrightarrow{EN} = (3-a; 2); \overrightarrow{EP} = (4-a; -1)$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP} = (6-3a; -1).$$

$$\text{Do đó: } |\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}| = \sqrt{(6-3a)^2 + (-1)^2} = \sqrt{(6-3a)^2 + 1} \geq 1.$$

Giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}|$ bằng 1.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $6-3a = 0 \Leftrightarrow a = 2$.

Vậy $E(2; 0)$.

Câu 111: Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tổng hai vectơ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ có độ dài bằng bao nhiêu?

A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi M là trung điểm của BC . M cũng là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông ABC tại A .

Ta có: $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$.

Mà G là trọng tâm tam giác vuông ABC nên $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$

Do đó: $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

Suy ra $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = 2|\overrightarrow{GM}| = \frac{2}{3}|\overrightarrow{AM}| = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}BC = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 = 4$.

Câu 112: Cho tam giác ABC . Tập hợp những điểm M sao cho: $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| = 6|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là

A. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AB$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.

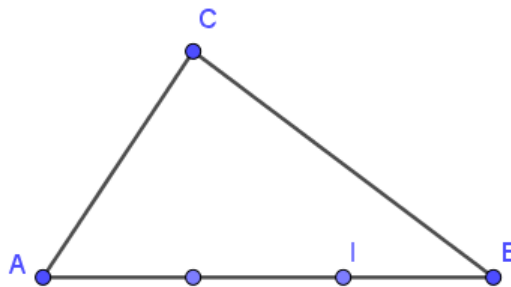
B. M nằm trên đường trung trực của BC .

C. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AC$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.

D. M nằm trên đường thẳng qua trung điểm AB và song song với BC .

Lời giải

Chọn A.



Gọi I là điểm trên cạnh AB sao cho $3\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BA}$, ta có:

$$\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} = 3\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{BI} = 3\overrightarrow{MI}.$$

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BA}.$$

$$|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| = 6|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow |3\overrightarrow{MI}| = 6|\overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow MI = 2AB.$$

Vậy M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AB$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.

Câu 113: Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm được xác định: $4\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{BC} = \vec{0}$. Khi đó vector $\overrightarrow{AM}$ bằng

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } 4\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{BC} = \vec{0} \Leftrightarrow 4(\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB}) - 3(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{AM} - 4\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 114: Cho tam giác ABC đều, cạnh $2a$, trọng tâm G . Độ dài vector $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}$ là

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GB} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}) = \overrightarrow{GB} - (-\overrightarrow{GB}) \text{ vì } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}.$$

$$\text{Khi đó } |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}| = |2\overrightarrow{GB}| = 2GB = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 115: Tam giác ABC thỏa mãn: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ thì tam giác ABC là

- A. Tam giác vuông A . B. Tam giác vuông C .
C. Tam giác vuông B . D. Tam giác cân tại C .

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm } BC. \text{ Ta có } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow AM = \frac{1}{2}BC.$$

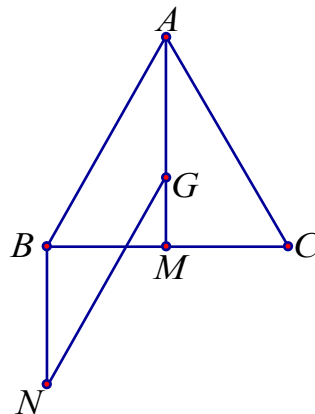
Trung tuyến kẻ từ A bằng một nửa cạnh BC nên tam giác ABC vuông tại A .

Câu 116: Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$ có G là trọng tâm. Khi đó $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}|$ là

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi M là trung điểm BC , dựng điểm N sao cho $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AG}$.

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GB} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC})| = |2\overrightarrow{GB}| = 2 \cdot GB = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$$

Câu 117: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm N trên cạnh BC của tam giác ABC có $A(1;-2)$, $B(2;3)$, $C(-1;-2)$ sao cho $S_{ABN} = 3S_{ANC}$ là

A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$.

B. $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

D. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

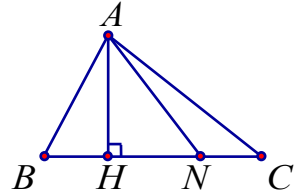
Gọi H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .

Theo đề ta có: $S_{ABN} = 3S_{ACN} \Leftrightarrow \frac{1}{2}AH.BN = \frac{3}{2}AH.CN \Leftrightarrow BN = 3CN$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BN} = -3\overrightarrow{CN} \Leftrightarrow \overrightarrow{BN} = -3(\overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BC}) \Leftrightarrow 4\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{BC} (*)$.

Ta có $\overrightarrow{BN} = (x_N - 2; y_N - 3)$; $\overrightarrow{BC} = (-3; -5)$.

Do đó $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x_N - 2) = 3(-3) \\ 4(y_N - 3) = 3(-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -\frac{1}{4} \\ y_N = -\frac{3}{4} \end{cases}$. Vậy $N\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.



Câu 118: Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = a$, $CD = 2a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm AD và BC . Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA}$.

A. $\frac{5a}{2}$.

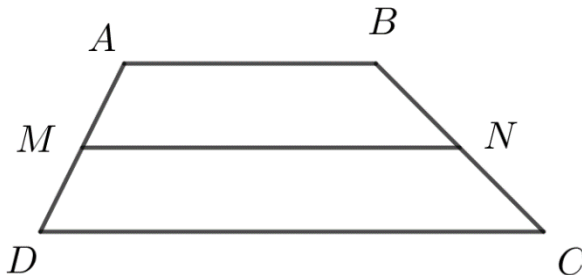
B. $\frac{7a}{2}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có M, N là trung điểm của AD và BC nên $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.

Khi đó: $|\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MA}|$

$= |\overrightarrow{MN} + 2\overrightarrow{NM}| = |\overrightarrow{NM}| = NM = \frac{1}{2}(AB + CD) = \frac{3a}{2}$.

Câu 119: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC vuông tại A có $B(1;-3)$ và $C(1;2)$. Tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ đỉnh A của ΔABC , biết $AB = 3$, $AC = 4$.

A. $H\left(1; \frac{24}{5}\right)$.

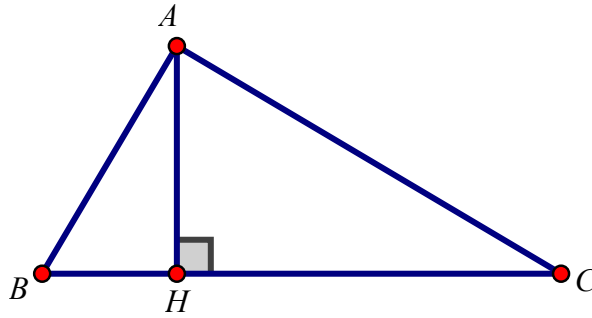
B. $H\left(1; -\frac{6}{5}\right)$.

C. $H\left(1; -\frac{24}{5}\right)$.

D. $H\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $AB^2 = BH.BC$ và $AC^2 = CH.CB$. Do đó: $\frac{CH}{BH} = \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow HC = \frac{16}{9}.HB$.

Mà $\overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HB}$ ngược hướng nên $\overrightarrow{HC} = -\frac{16}{9}\overrightarrow{HB}$.

Khi đó, gọi $H(x; y)$ thì $\overrightarrow{HC} = (1-x; 2-y)$, $\overrightarrow{HB} = (1-x; -3-y)$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 1-x = -\frac{16}{9}(1-x) \\ 2-y = -\frac{16}{9}(-3-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-\frac{6}{5} \end{cases} \Leftrightarrow H\left(1; -\frac{6}{5}\right).$$

120 Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1)$, $N(5; -3)$ và P là điểm thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác MNP nằm trên trục Ox . Tọa độ điểm P là

A. $(2; 4)$.

B. $(0; 4)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(2; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

$$P \in Oy \Rightarrow P(0; y).$$

$$G \in Ox \Rightarrow G(x; 0).$$

$$\text{Điểm } G \text{ là trọng tâm của tam giác } MNP \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}.$$

Câu 121: Cho hai lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M cường độ hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ lần lượt là $300(\text{N})$ và $400(\text{N})$. $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.

A. $0(\text{N})$.

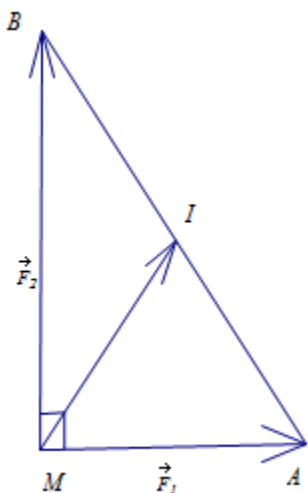
B. $700(\text{N})$.

C. $100(\text{N})$.

D. $500(\text{N})$.

Lời giải

Chọn D.



Cường độ lực tổng hợp của $|\vec{F}| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{MA} + \vec{MB}| = 2|\vec{MI}| = AB$ (I là trung điểm của AB). Ta có $AB = \sqrt{MA^2 + MB^2} = 500$ suy ra $|\vec{F}| = 500(N)$.

Câu 122: Cho tam giác ABC , M và N là hai điểm thỏa mãn: $\vec{BM} = \vec{BC} - 2\vec{AB}$, $\vec{CN} = x\vec{AC} - \vec{BC}$. Xác định x để A, M, N thẳng hàng.

- A. 3. B. $-\frac{1}{3}$. C. 2. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có

$$\vec{BM} = \vec{BC} - 2\vec{AB} \Leftrightarrow \vec{AM} = \vec{BC} - \vec{AB} \Leftrightarrow \vec{AM} = -\vec{AC} + 2\vec{BC}$$

$$\vec{CN} = x\vec{AC} - \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{CA} + \vec{AN} = x\vec{AC} - \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{AN} = (x+1)\vec{AC} - \vec{BC}$$

Để A, M, N thẳng hàng thì $\exists k \neq 0$ sao cho $\vec{AM} = k\vec{AN}$

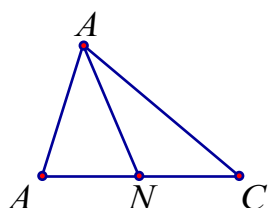
$$\text{Hay } (x+1)\vec{AC} - \vec{BC} = k(-\vec{AC} + 2\vec{BC}) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = -k \\ -1 = 2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 123: Cho ΔABC . Tìm tập hợp các điểm M sao cho: $|\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC}| = |2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}|$.

- A. Tập hợp các điểm M là một đường tròn.
B. Tập hợp của các điểm M là một đường thẳng.
C. Tập hợp các điểm M là tập rỗng.
D. Tập hợp các điểm M chỉ là một điểm trùng với A .

Lời giải

Chọn A.



Gọi I là điểm thỏa mãn $\vec{IA} + 3\vec{IB} - 2\vec{IC} = \vec{0}$.

$$|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC}| = |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}| \quad (1).$$

Gọi N là trung điểm BC . Ta được: $(1) \Leftrightarrow 2|\overrightarrow{MI}| = 2|\overrightarrow{AN}| \Leftrightarrow IM = AN$.

I, A, N cố định nên tập hợp các điểm M là đường tròn tâm I , bán kính AN .

Câu 124: Tam giác ABC là tam giác nhọn có AA' là đường cao.

Khi đó vectơ $\vec{u} = (\tan B)\overrightarrow{A'B} + (\tan C)\overrightarrow{A'C}$ là

A. $\vec{u} = \overrightarrow{BC}$.

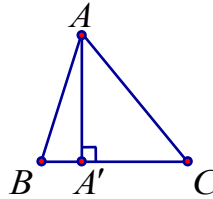
B. $\vec{u} = \vec{0}$.

C. $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$.

D. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B.



$$\vec{u} = (\tan B)\overrightarrow{A'B} + (\tan C)\overrightarrow{A'C} \Leftrightarrow \vec{u} = \frac{AA'}{BA'}\overrightarrow{A'B} + \frac{AA'}{CA'}\overrightarrow{A'C}.$$

Ta thấy hai vectơ $\frac{AA'}{BA'}\overrightarrow{A'B}$ và $\frac{AA'}{CA'}\overrightarrow{A'C}$ ngược hướng và độ dài mỗi vectơ bằng AA' nên chúng là hai vectơ đối nhau. Vậy $\vec{u} = \vec{0}$.

Câu 125: Cho tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

B. $ABCD$ là hình thoi.

C. $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

D. $ABCD$ là hình thang cân.

Lời giải

Chọn D.

Tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành (1), nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Mà $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $ABCD$ là hình thoi nên $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

Câu 126: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-2;5)$, $B(2;2)$, $C(10;-5)$. Tìm điểm $E(m;1)$ sao cho tứ giác $ABCE$ là hình thang có một đáy là CE .

A. $E(-2;1)$.

B. $E(0;1)$.

C. $E(2;1)$.

D. $E(-1;1)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (-4;3)$, $\overrightarrow{BC} = (8;-7) \Rightarrow \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ không cùng phương nên A, B, C không thẳng hàng, $\overrightarrow{CE} = (m-10;6)$. Để $ABCE$ là hình thang có một đáy là CE thì $\overrightarrow{CE}$ cùng chiều với $\overrightarrow{BA}$

$$\Rightarrow \frac{m-10}{-4} = \frac{6}{3} > 0 \Leftrightarrow m = 2. \text{ Vậy } E(2;1).$$

Câu 127: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $2MA^2 + MB^2 + 2MC^2 + MD^2 = 9a^2$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó là

A. $R = 2a$.

B. $R = 3a$.

C. $R = a$.

D. $R = a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$2MA^2 + MB^2 + 2MC^2 + MD^2 = 9a^2$$

$$\Leftrightarrow 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA})^2 + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB})^2 + 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC})^2 + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD})^2 = 9a^2$$

$$\Leftrightarrow 6MO^2 + 2OA^2 + OB^2 + 2OC^2 + OD^2 + 2\overrightarrow{MO} \underbrace{(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})}_0 = 9a^2$$

$$\Leftrightarrow 6MO^2 + 3a^2 = 9a^2 \Leftrightarrow MO = a.$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn tâm O bán kính $R = a$.

Câu 128: Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA và CD . Biết $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$. Tính $a + b$.

A. $a + b = 1$.

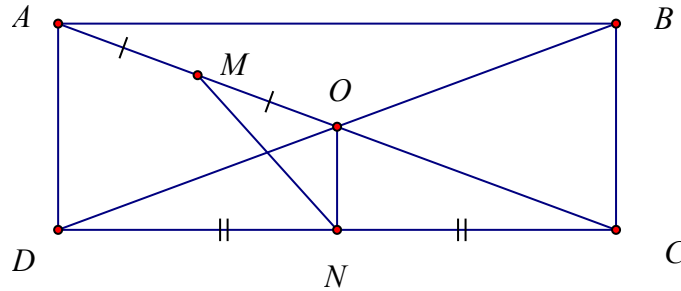
B. $a + b = \frac{1}{2}$.

C. $a + b = \frac{3}{4}$.

D. $a + b = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A.



$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{ON} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}.$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{4}; b = \frac{3}{4}. \text{ Vậy } a + b = 1.$$

Câu 129: Cho tam giác ABC . Gọi I, J là hai điểm xác định bởi $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$, $3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$. Hệ thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

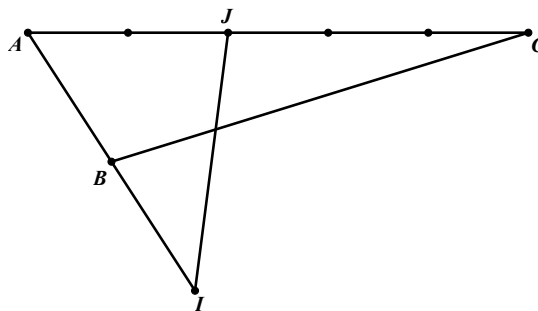
B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn D.



$$\text{Ta có: } \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}.$$

Câu 130: Trong mặt phẳng Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2; -3)$, $B(4; 5)$ và $G\left(0; -\frac{13}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác ADC . Tọa độ đỉnh D là

A. $D(2; 1)$. B. $D(-1; 2)$. C. $D(-2; -9)$. D. $D(2; 9)$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1: Gọi $D(a; b)$. Vì $G\left(0; -\frac{13}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác ADC nên

$$\overrightarrow{BD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BG} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 4 = \frac{3}{2}(0 - 4) \\ b - 5 = \frac{3}{2}\left(-\frac{13}{3} - 5\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -9 \end{cases} \Rightarrow D(-2; -9).$$

Cách 2: Gọi I là trọng tâm tam giác ABC suy ra I là trung điểm $BG \Rightarrow I\left(2; \frac{1}{3}\right)$.

Lại có $G\left(0; -\frac{13}{3}\right)$ là trung điểm DI nên suy ra $D(-2; -9)$.

Câu 311: Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng?

A. $\sqrt{(\vec{a})^2} = \vec{a}$. B. $\vec{a} = \pm |\vec{a}|$. C. $\sqrt{(\vec{a})^2} = |\vec{a}|$. D. $|\vec{a}\vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Lời giải

Chọn C.

Giả sử $\vec{a} = (x; y) \Rightarrow (\vec{a})^2 = \vec{a} \cdot \vec{a} = x^2 + y^2$ và $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Đáp án A sai vì $\sqrt{x^2 + y^2} \neq (x; y)$

Đáp án B sai vì $\vec{a} \neq \pm |\vec{a}|$

Đáp án C đúng vì $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$

Đáp án D sai vì $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\cos(\vec{a}, \vec{b})}$.

Câu 132: Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$. C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} \Rightarrow$ B đúng.

Câu 133: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; -3)$, $B(4; 7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

A. $I(2; 10)$. B. $I(6; 4)$. C. $I(8; -21)$. D. $I(3; 2)$.

Lời giải

Chọn D.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I(3; 2)$.

Câu 134: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{CD}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{DB}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có G là trọng tâm của tam giác $ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 135: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$.

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi M là trung điểm BC thì $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2AM = BC = a\sqrt{2}$.

Câu 136: Cho tam giác ABC đều cạnh a , có AH là đường trung tuyến. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}|$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

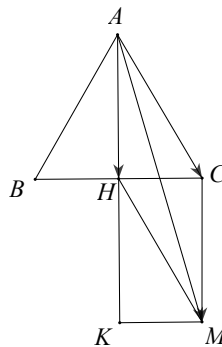
B. $2a$.

C. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Dựng $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AH} \Rightarrow AHMC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AM} \Rightarrow |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}| = AM$.

Gọi K đối xứng với A qua $BC \Rightarrow \triangle AKM$ vuông tại K .

$$AK = 2AH = a\sqrt{3}; \quad KM = CH = \frac{a}{2}.$$

$$AM = \sqrt{AK^2 + KM^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

Câu 137: Cho $A(0;3)$, $B(4;2)$. Điểm D thỏa $\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$, tọa độ D là

A. $(-3;3)$.

B. $(-8;2)$.

C. $(8;-2)$.

D. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $D(x;y)$.

$$\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{AB}$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AB} = (4;-1) \Rightarrow 2\overrightarrow{AB} = (8;-2) \Rightarrow \overrightarrow{OD} = (8;-2).$$

Vậy $D(8; -2)$.

Câu 138: Cho tam giác ABC , biết $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Tam giác ABC vuông tại A .

B. Tam giác ABC vuông tại B .

C. Tam giác ABC vuông tại C .

D. Tam giác ABC cân tại A .

Lời giải

Chọn A.

Gọi M là trung điểm đoạn BC .

$$\text{Khi đó, } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow 2AM = BC \Leftrightarrow AM = \frac{BC}{2}.$$

Vậy tam giác ABC vuông tại A theo tính chất: đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền.

Câu 139: Cho tam giác ABC và I là trung điểm của cạnh BC . Điểm G có tính chất nào sau đây là điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm của tam giác ABC ?

A. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$.

C. $AI = 3GI$.

D. $GA = 2GI$.

Lời giải

Chọn A.

G là trọng tâm tam giác ABC khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ hay $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$.

Câu 140: Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O , gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Tìm mệnh đề **sai**:

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

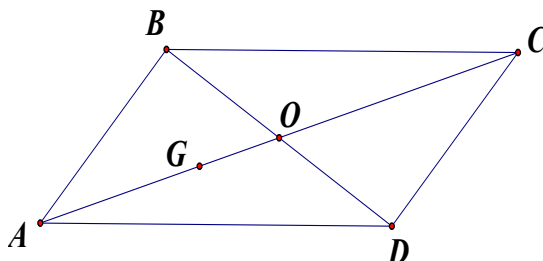
B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BO}$.

D. $\overrightarrow{GO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Chọn C.



Xét phương án A: Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ đúng theo qui tắc hình bình hành, nên A đúng.

Xét phương án B: Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$, mà $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$ nên B đúng.

Xét phương án C: Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$, mà $\overrightarrow{DB}$ và $\overrightarrow{BO}$ là hai vectơ ngược hướng nên C sai.

Xét phương án D: Ta có G là trọng tâm tam giác ABD nên $\overrightarrow{GO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AO}$ mà $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$, vậy D đúng.

Câu 141: Cho tam giác ABC , trọng tâm G , gọi I là trung điểm BC , M là điểm thỏa mãn: $2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$. Khi đó, tập hợp điểm M là

A. Đường trung trực của BC .

B. Đường tròn tâm G , bán kính BC .

C. Đường trung trực của IG .

D. Đường tròn tâm I , bán kính BC .

Lời giải:

Chọn C.

Ta có: $2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow 2|3\overrightarrow{MG}| = 3|2\overrightarrow{MI}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{MG}| = |\overrightarrow{MI}| \Leftrightarrow MG = MI$.

Vậy tập hợp điểm M thỏa hệ thức trên là đường trung trực của IG .

Câu 142: Cho tam giác ABC có trung tuyến AM và trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng.

A. $\overrightarrow{AM} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

B. $\overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{GM}$.

C. $2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{GA} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{MG} = 3(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$.

Lời giải

Chọn C.

Tam giác ABC có trung tuyến AM và trọng tâm $G \Rightarrow \overrightarrow{AM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{GA} \Rightarrow 2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{GA} = \vec{0}$.

Câu 143: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2; -4)$, $\vec{b} = (-5; 3)$. Véc tơ $2\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

A. $(7; -7)$.

B. $(9; -5)$.

C. $(-1; 5)$.

D. $(9; -11)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $2\vec{a} - \vec{b} = 2(2; -4) - (-5; 3) = (4 + 5; -8 - 3) = (9; -11)$.

Câu 144: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(1; -2)$ là trung điểm của AB , với $A \in Ox$, $B \in Oy$. Khi đó:

A. $A(0; 2)$.

B. $B(0; 4)$.

C. $B(-4; 0)$.

D. $A(2; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Do $A \in Ox$, $B \in Oy$ nên ta đặt $A(a; 0)$, $B(0; b)$ suy ra $\overrightarrow{IA} = (a - 1; 2)$, $\overrightarrow{IB} = (-1; b + 2)$.

Vì $I(1; -2)$ là trung điểm của AB nên $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} a - 1 - 1 = 0 \\ 2 + b + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$

$\Rightarrow A(2; 0)$, $B(0; -4)$.

Câu 145: Cho ba điểm A , B , C . Tìm khẳng định **sai** khi nêu điều kiện cần và đủ để ba điểm thẳng hàng?

A. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

B. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$.

C. $\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

D. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn C.

Khẳng định A, B, D đúng

Khẳng định C sai vì gọi G là trọng tâm ΔABC ta có

$\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG} = \vec{0} \Rightarrow M \equiv G$ nên ba điểm A , B , C không thẳng hàng.

Câu 146: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

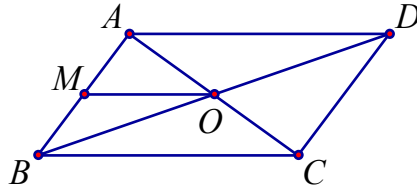
B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi M là trung điểm AB , ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 147: Cho tam giác ABC . Vị trí của điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

A. M trùng C .

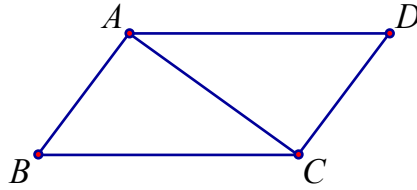
B. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CBAM$.

C. M trùng B .

D. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CABM$.

Lời giải

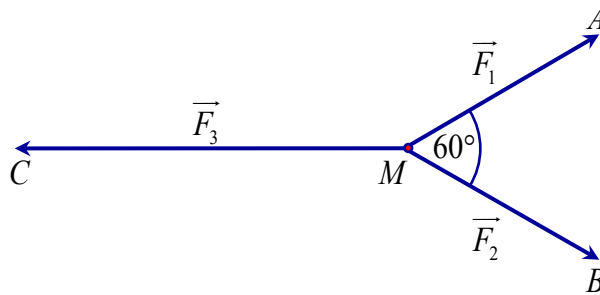
Chọn D.



$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}.$$

Vậy M thỏa mãn $CBAM$ là hình bình hành.

Câu 148: Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều bằng $25N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\overrightarrow{F_3}$ là



A. $25\sqrt{3} N$.

B. $50\sqrt{3} N$.

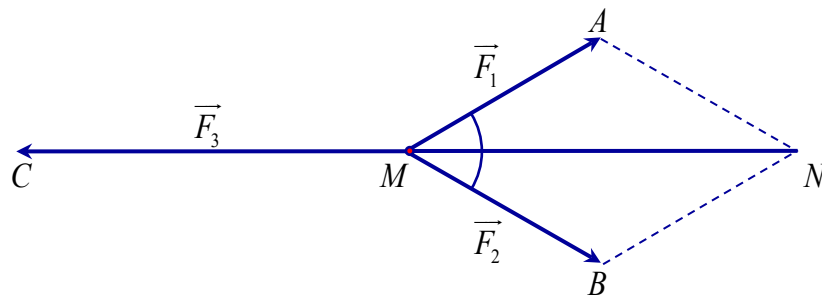
C. $50\sqrt{2} N$.

D. $100\sqrt{3} N$.

Lời giải

Chọn A.

Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng. Ta được $\overrightarrow{F_3} = -(\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2})$.



Dựng hình bình hành $AMBN$. Ta có $-\overrightarrow{F_1} - \overrightarrow{F_2} = -\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MN}$.

$$\text{Suy ra } |\overrightarrow{F_3}| = |-\overrightarrow{MN}| = MN = \frac{2\sqrt{3}MA}{2} = 25\sqrt{3}.$$

Câu 149: Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó:

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

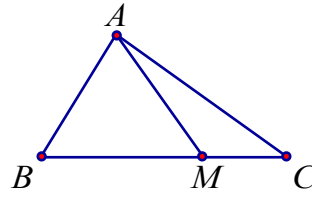
B. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A.



Cách 1: Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Cách 2: Ta có $MB = 2MC \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MC}$ (vì $\overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{MC}$ ngược hướng)

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM} = -2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 150: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-1;2)$, $B(1;-3)$. Gọi D đối xứng với A qua B . Khi đó tọa độ điểm D là

A. $D(3;-8)$.

B. $D(-3;8)$.

C. $D(-1;4)$.

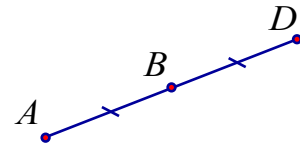
D. $D(3;-4)$.

Lời giải

Chọn A.

Vì D đối xứng với A qua B nên B là trung điểm của AD .

Suy ra: $\begin{cases} x_D = 2x_B - x_A \\ y_D = 2y_B - y_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = -8 \end{cases} \Rightarrow D(3;-8).$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

Câu1: Cho hai véc tơ $\vec{a} = (-1;1)$; $\vec{b} = (2;0)$. Góc giữa hai véc tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ là

A. 45° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 135° .

Lời giải

Chọn D.

Góc giữa hai véc tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ được tính bằng công thức:

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-1 \cdot 2 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + 0^2}} = -\frac{2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ.$$

Câu2: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2;5)$, $\vec{b} = (3;-7)$. Tính góc giữa hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. 60° .

B. 45° .

C. 135° .

D. 120° .

Lời giải

Chọn C.

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot 3 + 5 \cdot (-7)}{\sqrt{4 + 25} \cdot \sqrt{9 + 49}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ.$$

Câu3: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3;5)$, $B(1;2)$, $C(5;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G(\sqrt{2};3)$.

B. $G(3;3)$.

C. $G(4;0)$.

D. $G(-3;4)$.

Lời giải

Chọn B.

Tọa độ trọng tâm G của ΔABC là

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{3+1+5}{3} = 3 \\ y_G = \frac{5+2+2}{3} = 3 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ trọng tâm là $G(3;3)$.

Câu4: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$ và $\vec{v} = (2; -1)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$.

B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.

C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2; -3)$.

D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} \Rightarrow \vec{u} = (1; 3)$. Vậy $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2 - 3 = -1$.

Câu5: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-4; 2)$, $B(2; 4)$. Tính độ dài AB .

A. $AB = 2\sqrt{10}$.

B. $AB = 4$.

C. $AB = 40$.

D. $AB = 2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (6; 2)$ nên $AB = \sqrt{36 + 4} \Leftrightarrow AB = 2\sqrt{10}$.

Câu6: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng

A. a^2 .

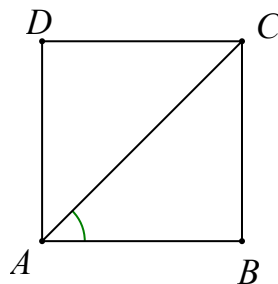
B. $a^2\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^2$.

D. $\frac{1}{2}a^2$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 45^\circ$, $AC = a\sqrt{2}$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2$.

Câu7: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \cdot \vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải

Chọn B.

Theo định nghĩa của tích vô hướng của hai vector.

Câu8: Cho tam giác ABC đều. Giá trị $\sin(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC})$ là

A. $\frac{1}{2}$.

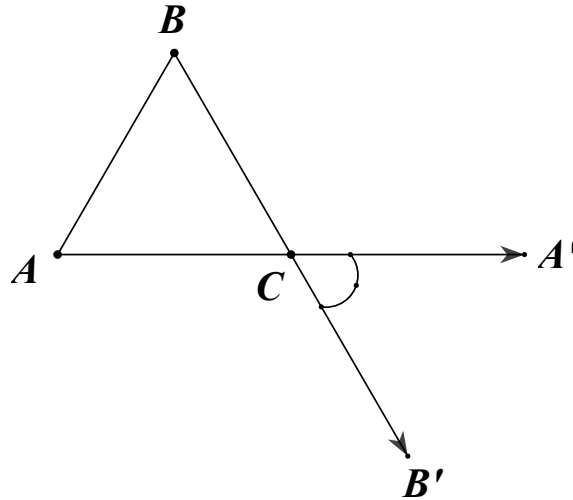
B. $-\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D.



Theo hình vẽ ta có: $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{CB'}, \overrightarrow{CA'}) = \widehat{A'CB} = 60^\circ \Rightarrow \sin(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu9: Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (2; 3)$, $\vec{b} = (4; -1)$ Tích $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

A. 11.

B. 5.

C. 4.

D. -2.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 4 + 3 \cdot (-1) = 5$.

Vậy tích $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$.

Câu10: Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a$; I là trung điểm của AD . Khi đó $(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) \cdot \overrightarrow{ID}$ bằng

A. $\frac{9a^2}{2}$.

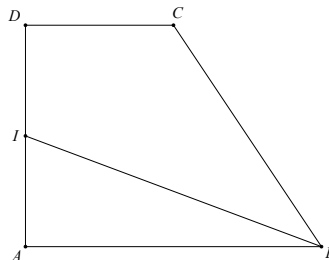
B. $-\frac{9a^2}{2}$.

C. 0.

D. $9a^2$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{ID} = -\overrightarrow{IA}^2 = -IA^2$.

Lại có $\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{ID} \cdot \cos \widehat{BID} = -IB \cdot ID \cdot \cos \widehat{BIA} = -IB \cdot ID \cdot \frac{IA}{IB} = -IA \cdot ID = -IA^2$.

$$\text{Vậy } (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) \cdot \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{ID} + \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{ID} = -2IA^2 = -2 \cdot \left(\frac{3a}{2}\right)^2 \cdot \frac{-9a^2}{2}.$$

Câu 11: Cho hình bình hành $ABCD$ có tọa độ tâm $I(3;2)$ và hai đỉnh $B(-1;3)$; $C(8;-1)$. Tìm tọa độ hai đỉnh A , D .

A. $A(7;1)$, $D(-2;5)$. **B.** $A(-2;5)$, $D(7;1)$. **C.** $A(7;5)$, $D(-2;1)$. **D.** $A(-2;1)$, $D(7;5)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có:

$$I \text{ là trung điểm } BD \Rightarrow D = (2x_I - x_B; 2y_I - y_B) \Rightarrow D(7;1).$$

$$I \text{ là trung điểm } AC \Rightarrow C = (2x_I - x_C; 2y_I - y_C) \Rightarrow A(-2;5).$$

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $M(2;-3)$, $N(-1;2)$, $P(3;-2)$. Gọi Q là điểm thỏa $\overrightarrow{QP} + \overrightarrow{QN} - 4\overrightarrow{MQ} = \vec{0}$. Tìm tọa độ điểm Q .

A. $Q\left(-\frac{5}{3}; 2\right)$. **B.** $Q\left(\frac{5}{3}; -2\right)$. **C.** $Q\left(\frac{3}{5}; 2\right)$. **D.** $Q\left(\frac{3}{5}; -2\right)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Giả sử } Q(x; y). \text{ Khi đó: } \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{QN} - 4\overrightarrow{MQ} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x-1-x-4(x-2)=0 \\ -2-y+2-y-4(y+3)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{3} \\ y=-2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } Q\left(\frac{5}{3}; -2\right).$$

Câu 13: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$ và AM là trung tuyến. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AM}$.

A. $-a^2$. **B.** a^2 . **C.** $-\frac{a^2}{2}$. **D.** $\frac{a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } AM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AC^2} = a;$$

$$AB = AM = BM = a \Leftrightarrow \triangle ABM \text{ đều} \Rightarrow \cos \widehat{BAM} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = -AB \cdot AM \cdot \cos A = -a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = -\frac{a^2}{2}.$$

Câu 14: Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a . Giá trị của tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ là

A. $2a$. **B.** $\frac{1}{2}a^2$. **C.** a^2 . **D.** $-\frac{1}{2}a^2$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}a^2.$$

Câu 15: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , biết $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = 4$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 9$. Khi đó AB , AC , BC có độ dài là

A. $2; 3; \sqrt{13}$.

B. $3; 4; 5$.

C. $2; 4; 2\sqrt{5}$.

D. $4; 6; 2\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\triangle ABC$ vuông tại A nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = 4 \\ \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = 4 \\ \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 \\ \overrightarrow{AC}^2 - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = 4 \\ AC^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB = 2 \\ AC = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{13}.$$

Câu16: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ và $\vec{v} = \vec{i} + x\vec{j}$. Tìm x sao cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương.

A. $x = -\frac{1}{2}$.

B. $x = \frac{1}{4}$.

C. $x = 2$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (1; x)$.

Do $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương nên $\frac{1}{2} = \frac{x}{-1} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$.

Câu1: 17 Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$.

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} a^2$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2} a^2$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$.

Lời giải

Chọn B.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}.$$

Câu 910. Trong hệ tọa độ Oxy , cho véc tơ $\vec{a} = (3; -4)$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $|\vec{a}| = 5$.

B. $|\vec{a}| = 3$.

C. $|\vec{a}| = 4$.

D. $|\vec{a}| = 7$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } |\vec{a}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5.$$

Câu18: Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ cho các vectơ sau: $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{j}$. Trong các mệnh đề sau tìm mệnh đề **sai**:

A. $\vec{a} = (4; -3)$.

B. $|\vec{b}| = \sqrt{2}$.

C. $\vec{b} = (0; 2)$.

D. $|\vec{a}| = 5$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \vec{a} = (4; -3), \vec{b} = (0; 2) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5; \Rightarrow |\vec{b}| = \sqrt{0^2 + 2^2} = 2.$$

Câu19: Cho $\vec{a} = (-3; 4)$, $\vec{b} = (4; 3)$. Kết luận nào sau đây sai.

A. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.

B. $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}$.

C. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\vec{a} = (-3; 4) \Rightarrow |\vec{a}| = 5$; $\vec{b} = (4; 3) \Rightarrow |\vec{b}| = 5$.

$\vec{a} \cdot \vec{b} = -3.4 + 4.3 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.

Câu20: Cho $\vec{a} = (1; -2)$. Với giá trị nào của y thì $\vec{b} = (-3; y)$ vuông góc với $\vec{a}$?

A. -6.

B. 6.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 1.(-3) + (-2).y = 0 \Leftrightarrow -3 - 2y = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{2}$.

Câu21: Biết rằng hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vector $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Do hai vector $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ cùng phương.

Suy ra $2\vec{a} - 3\vec{b} = k[\vec{a} + (x-1)\vec{b}]$ ($k \neq 0, k \in \mathbb{R}$)

$\Rightarrow 2\vec{a} - 3\vec{b} = k\vec{a} + k(x-1)\vec{b} \Rightarrow (k-2)\vec{a} + [k(x-1)+3]\vec{b} = \vec{0}$ (1).

Theo đầu bài hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương.

(1) $\Rightarrow \begin{cases} k-2=0 \\ k(x-1)+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=2 \\ x-1=-\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=2 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy $x = -\frac{1}{2}$.

Câu22: Cho 4 điểm $M(1; -2)$, $N(0; 3)$, $P(-3; 4)$, $Q(-1; 8)$. Ba điểm nào trong 4 điểm đã cho là thẳng hàng?

A. M, P, Q .

B. M, N, P .

C. N, P, Q .

D. M, N, Q .

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-1; 5)$, $\overrightarrow{MP} = (-4; 6)$, $\overrightarrow{MQ} = (-2; 10)$, $\overrightarrow{NP} = (-3; 1)$, $\overrightarrow{NQ} = (-1; 5)$.

Suy ra $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NQ}$ hay M, N, Q thẳng hàng.

Vậy M, N, Q thẳng hàng.

Câu23: Cho hai điểm $M(8; -1)$ và $N(3; 2)$. Nếu P là điểm đối xứng với điểm M qua điểm N thì P có tọa độ là

A. $(-2; 5)$.

B. $(13; -3)$.

C. $(11; -1)$.

D. $\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Do P là điểm đối xứng của M qua N suy ra N là trung điểm của MP .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_P = 2x_N - x_M \\ y_P = 2y_N - y_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_P = 2.3 - 8 \\ y_P = 2.2 + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_P = -2 \\ y_P = 5 \end{cases} \Rightarrow P(-2; 5).$$

Vậy $P(-2; 5)$.

Câu24: Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ thỏa mãn $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2, |\vec{a}-\vec{b}|=3$. Tính $(\vec{a}-2\vec{b}) \cdot (2\vec{a}+\vec{b})$.

A. -6. B. 8. C. 4. D. 0.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } |\vec{a}-\vec{b}|=3 \Leftrightarrow (\vec{a}-\vec{b})^2 = 9 \Leftrightarrow 1 - 2\vec{a}\vec{b} + 4 = 9 \Leftrightarrow \vec{a}\vec{b} = -2.$$

$$\text{Ta có: } (\vec{a}-2\vec{b}) \cdot (2\vec{a}+\vec{b}) = 2(\vec{a})^2 - 3\vec{a}\vec{b} - 2(\vec{b})^2 = 2.1 - 3.(-2) - 2.4 = 0.$$

Câu 25: Cho tam giác ABC vuông tại A , có số đo góc B là 60° và $AB = a$. Kết quả nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = -3\sqrt{2}.a$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -a^2$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$. D. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 3.a^2$.

Lời giải

Chọn A.

Từ đề bài cho ta có: $AB = a, BC = 2a, AC = a\sqrt{3}$.

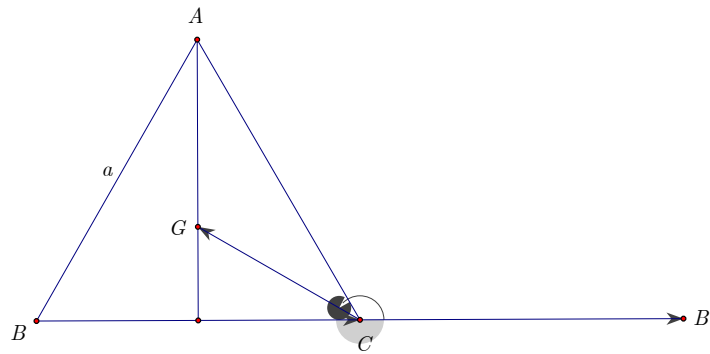
$$\text{Xét đáp án A: } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = -|\overrightarrow{CA}| \cdot |\overrightarrow{CB}| \cdot \cos 30^\circ = -a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -3a^2.$$

Câu26: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a , trọng tâm G . Tích vô hướng của hai vector $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CG}$ bằng

A. $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$. B. $-\frac{a^2}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{a^2}{2}$. D. $-\frac{a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D.



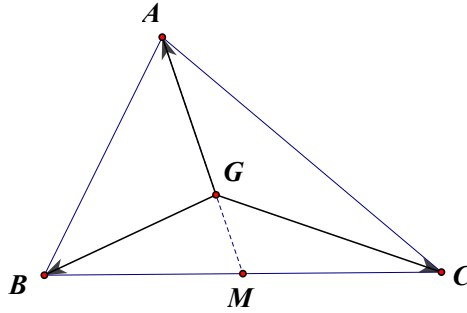
$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CG} &= |\overrightarrow{BC}| \cdot |\overrightarrow{CG}| \cdot \cos(\widehat{BC, CG}) = BC \cdot CG \cdot \cos(\widehat{CB', CG}) \\ &= BC \cdot CG \cdot \cos 150^\circ = a \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{a^2}{2}. \end{aligned}$$

Câu27: Cho tam giác ABC , trọng tâm G , gọi M là trung điểm BC . Tìm mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AG}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$. C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{CG}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có G là trọng tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = -\overrightarrow{GC} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{CG}$

Câu28: Cho hình vuông $ABCD$, tâm O , cạnh bằng a . Tìm mệnh đề **sai**:

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$. B. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} = \frac{a^2}{2}$. **D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BO} = \frac{a^2}{2}$.**

Lời giải:

Chọn D.

Ta có: $AC = a\sqrt{2}$, $AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2$ nên A đúng.

AC , BD là hai đường chéo hình vuông nên $AC \perp BD \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$ nên B đúng.

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} = AB \cdot AO \cdot \cos \widehat{BAO} = a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2}{2}$ nên C đúng.

Nên ta chọn đáp án D.

Thật vậy: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BO} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BO} = -BA \cdot BO \cdot \cos \widehat{ABO} = -a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{a^2}{2}$.

Câu29: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1;3)$, $B(-2;-2)$, $C(3;1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

- A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$. **B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$.** C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$. D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$.

Lời giải:

Chọn B.

$\overrightarrow{AB} = (-3; -5)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -2)$.

$\cos A = \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{-3 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{\sqrt{34} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$

Câu30: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1;1)$, $B(2;-2)$, $M \in Oy$ và $MA = MB$. Khi đó tọa độ điểm M là

- A. $(0;1)$. B. $(-1;1)$. C. $(1;-1)$. **D. $(0;-1)$.**

Lời giải

Chọn D.

Do $M \in Oy$, đặt $M(0; y)$ suy ra $\overrightarrow{MA} = (1; 1-y)$, $\overrightarrow{MB} = (2; -2-y)$.

Vì $MA = MB \Rightarrow 1^2 + (1-y)^2 = 2^2 + (2+y)^2 \Leftrightarrow y = -1$. Vậy $M(0; -1)$.

Câu31: Cho $\vec{a}, \vec{b}$ có $(\vec{a} + 2\vec{b})$ vuông góc với vector $(5\vec{a} - 4\vec{b})$ và $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. Khi đó:

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$. **C.** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

+ Vì $(\vec{a} + 2\vec{b})$ vuông góc với vector $(5\vec{a} - 4\vec{b})$ nên:

$$(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (5\vec{a} - 4\vec{b}) = 0 \Leftrightarrow 5\vec{a}^2 - 8\vec{b}^2 + 6\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{-5\vec{a}^2 + 8\vec{b}^2}{6}.$$

Ta có $|\vec{a}| = |\vec{b}| \Leftrightarrow |\vec{a}|^2 = |\vec{b}|^2$. Suy ra $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{3\vec{a}^2}{6}$

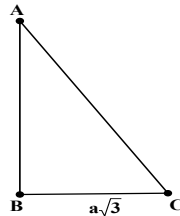
$$+ \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{\frac{3\vec{a}^2}{6}}{\vec{a}^2} = \frac{1}{2}.$$

Câu32: Cho tam giác ABC vuông tại B , $BC = a\sqrt{3}$. Tính $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$

A. $3a^2$. **B.** $-\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ **D.** $-3a^2$.

Lời giải

Chọn D.



$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} &= |\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{CB}| \cdot \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = |\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{CB}| \cdot \cos(180^\circ - \hat{C}) \\ &= -|\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{CB}| \cdot \cos \hat{C} = -|\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{CB}| \cdot \frac{BC}{AC} = -BC^2 = -3a^2. \end{aligned}$$

Câu33: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $BC = 2a$. Tính $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC}$ theo a .

A. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = -a\sqrt{3}$. **B.** $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = -3a^2$.
C. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = a\sqrt{3}$. **D.** $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = 3a^2$.

Lời giải

Chọn B.

Tam giác ABC vuông tại $A \Rightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2 = 3a^2$ và $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

Mặt khác: $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} \Rightarrow \overrightarrow{BA}^2 = (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA})^2 \Leftrightarrow BA^2 = BC^2 + CA^2 + 2\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = \frac{BA^2 - BC^2 - CA^2}{2} = \frac{a^2 - 4a^2 - 3a^2}{2} = -3a^2.$$

Vậy $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = -3a^2$.

Câu34: Cho tam giác ABC có $A(5;3)$, $B(2;-1)$, $C(-1;5)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

A. $H(-3;2)$.

B. $H(-3;-2)$.

C. $H(3;2)$.

D. $H(3;-2)$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $H(x; y)$ là tọa độ cần tìm.

Ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = (x-5; y-3) \\ \overrightarrow{BC} = (-3; 6) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow -3x + 6y - 3 = 0 \quad (1).$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{BH} = (x-2; y+1) \\ \overrightarrow{AC} = (-6; 2) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -6x + 2y + 14 = 0 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -3x + 6y = 3 \\ -6x + 2y = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Vậy $H(3;2)$ là tọa độ cần tìm.

Câu35: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3;0)$, $B(3;0)$ và $C(2;6)$. Gọi $H(a;b)$ là tọa độ trực tâm của tam giác đã cho. Tính $a + 6b$.

A. $a + 6b = 5$.

B. $a + 6b = 6$.

C. $a + 6b = 7$.

D. $a + 6b = 8$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $H(a;b)$ là tọa độ trực tâm của tam giác đã cho khi đó ta có:

$$\overrightarrow{AH}(a+3;b), \overrightarrow{BC}(-1;6) \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow -a - 3 + 6b = 0$$

$$\overrightarrow{BH}(a-3;b), \overrightarrow{AC}(5;6) \Rightarrow \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow 5a - 15 + 6b = 0$$

$$\text{Từ đó ta có hệ phương trình } \begin{cases} -a + 6b = 3 \\ 5a + 6b = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow a + 6b = 7$$

Câu36: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{4}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2)$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2)$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2)$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } |\vec{a} + \vec{b}|^2 = (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2.$$

$$\text{Tương tự: } |\vec{a} - \vec{b}|^2 = (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2.$$

$$\text{Nên } \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2) = \frac{1}{2}(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2) = \frac{1}{4}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2).$$

Câu37: Cho tam giác ABC với $\hat{A} = 60^\circ$. Tính tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA})$.

A. 120° .

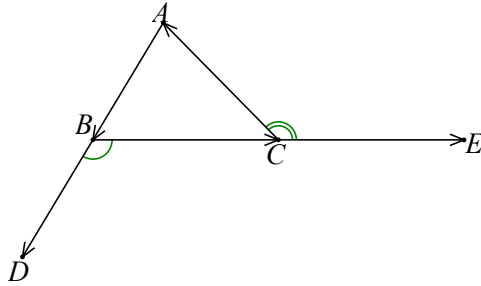
B. 360° .

C. 270° .

D. 240° .

Lời giải

Chọn D.



Vẽ các vector $\vec{BD} = \vec{AB}$, $\vec{CE} = \vec{BC}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } (\vec{AB}, \vec{BC}) + (\vec{BC}, \vec{CA}) &= (\vec{BD}, \vec{BC}) + (\vec{CE}, \vec{CA}) = \widehat{CBD} + \widehat{ACE} \\ &= 180^\circ - \widehat{ABC} + 180^\circ - \widehat{ACB} = 360^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) = 360^\circ - (180^\circ - \widehat{A}) = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ. \end{aligned}$$

Câu38: Cho hai vector $\vec{a} = (4; 3)$, $\vec{b} = (-1; -7)$. Tính góc giữa hai vector đó.

A. 135° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot (-1) + 3 \cdot (-7) = -25$.

$$|\vec{a}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5.$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(-1)^2 + (-7)^2} = 5\sqrt{2}.$$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-25}{5 \cdot 5\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ.$$

Câu39: Cho tam giác ABC vuông tại A. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} < \vec{BA} \cdot \vec{BC}$.

B. $\vec{AC} \cdot \vec{CB} < \vec{AC} \cdot \vec{BC}$.

C. $\vec{AB} \cdot \vec{BC} < \vec{CA} \cdot \vec{CB}$.

D. $\vec{AC} \cdot \vec{BC} < \vec{BC} \cdot \vec{AB}$.

Lời giải

Chọn D.

Vì tam giác ABC vuông tại A nên $(\vec{AB}, \vec{AC}) = 90^\circ \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$

$$\widehat{BAC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} < 90^\circ, \widehat{ACB} < 90^\circ$$

Theo định nghĩa của tích vô hướng của hai vector, ta có:

$$\vec{AC} \cdot \vec{BC} = |\vec{AC}| \cdot |\vec{BC}| \cdot \cos(\vec{AC}, \vec{BC}) > 0$$

$$\vec{BC} \cdot \vec{AB} = |\vec{BC}| \cdot |\vec{AB}| \cdot \cos(\vec{BC}, \vec{AB}) < 0. \text{ Suy ra D sai.}$$

Câu 40: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy; cho các vector $\vec{a} = (1; -3)$, $\vec{b} = (2; 5)$. Tính tích vô hướng của $\vec{a}(\vec{a} + 2\vec{b})$.

A. 26.

B. -16.

C. 16.

D. 36.

Lời giải

Chọn B.

$$\vec{a}(\vec{a} + 2\vec{b}) = \vec{a}^2 + 2\vec{a}\vec{b} = 1^2 + (-3)^2 + 2(1 \cdot 2 + (-3) \cdot 5) = -16.$$

Câu41: Cho tam giác đều ABC . Tính $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})$.

A. $\frac{3}{2}$.

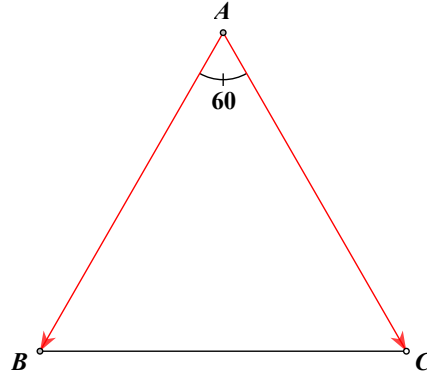
B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}) = 3 \cos 60^\circ = \frac{3}{2}$.

Câu40: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\overrightarrow{OM} = (-2; -1)$, $\overrightarrow{ON} = (3; -1)$. Tính góc $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON})$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. -135° .

D. 135° .

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}}{OM \cdot ON} = \frac{-2 \cdot 3 + (-1) \cdot (-1)}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$. Suy ra $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = 135^\circ$.

Câu 42: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -1)$ và $B(-2; 1)$. Tìm điểm M thuộc tia Ox sao cho tam giác ABM vuông tại M .

A. $M(\sqrt{5}; 0)$.

B. $M(\sqrt{3}; 0)$ và $M(-\sqrt{3}; 0)$.

C. $M(-\sqrt{5}; 0)$.

D. $M(-\sqrt{5}; 0)$ và $M(\sqrt{5}; 0)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $M(m; 0) \in Ox$, ($m > 0$).

$$\overrightarrow{AM} = (m - 2; 1), \quad \overrightarrow{BM} = (m + 2; -1).$$

Tam giác ABM vuông tại $M \Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \sqrt{5}$. Vậy $M(\sqrt{5}; 0)$.

Câu43: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau góc 120° và $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$. Khi đó $|\vec{a} + 2\vec{b}|$ bằng

A. $\sqrt{79}$.

B. $\sqrt{109}$

C. 13.

D. $\sqrt{59}$.

Lời giải

Chọn A.

Vẽ hình bình hành $ABCD$ sao cho: $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{b}$.

Theo quy tắc hình bình hành ta có: $|\vec{a} + 2\vec{b}| = |\vec{AB} + \vec{AD}| = |\vec{AC}| = AC$.

Áp dụng định lý hàm cosin trong tam giác ACD :

$$AC = \sqrt{CD^2 + AD^2 - 2CD \cdot AD \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{79}.$$

Câu44: $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là 2 vector đều khác $\vec{0}$. Khi đó $|\vec{u} + 2\vec{v}|^2$ bằng

A. $\vec{u}^2 + 2\vec{v}^2 - 4\vec{u} \cdot \vec{v}$.

B. $\vec{u}^2 + 4\vec{v}^2 + 4\vec{u} \cdot \vec{v}$.

C. $\vec{u}^2 + 4\vec{v}^2$.

D. $4\vec{u} \cdot \vec{v} (\vec{u} - \vec{v})$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $|\vec{u} + 2\vec{v}|^2 = (\vec{u} + 2\vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 4\vec{v}^2 + 4\vec{u} \cdot \vec{v}$.

Câu45: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 12$ và $|\vec{a} + \vec{b}| = 13$. Khi đó cosin của góc giữa hai vector $\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ bằng

A. $\frac{12}{13}$.

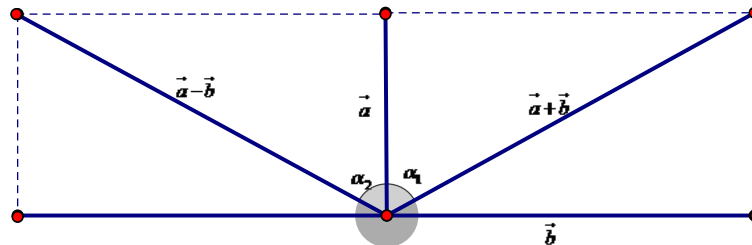
B. $\frac{5}{12}$.

C. $-\frac{119}{169}$.

D. $\frac{119}{169}$.

Lời giải

Chọn C.



Nhận thấy $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ suy ra $\vec{a} \perp \vec{b}$

Mặt khác: $\cos(\alpha_2) = \frac{|\vec{a}|}{|\vec{a} + \vec{b}|} = \frac{5}{13} \Rightarrow \alpha_2 = \cos^{-1} \frac{5}{13}$.

Do đó góc giữa hai vector $\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ bằng $\alpha_1 + \alpha_2 = 2\alpha_2 = 2 \cdot \cos^{-1} \frac{5}{13}$

Vậy $\cos(\widehat{\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} + \vec{b}}) = \cos\left(2 \cdot \cos^{-1} \frac{5}{13}\right) = -\frac{119}{169}$.

Câu46: Cho tam giác đều ABC cạnh 18cm. Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|2\vec{MA} + 3\vec{MB} + 4\vec{MC}| = |\vec{MA} - \vec{MB}|$ là

A. Tập rỗng.

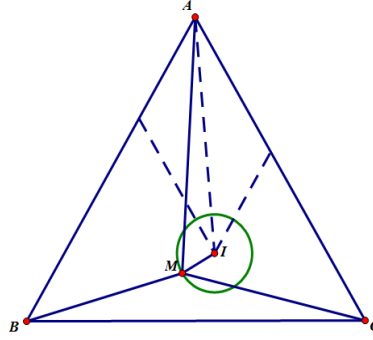
B. Đường tròn cố định có bán kính $R = 2$ cm.

C. Đường tròn cố định có bán kính $R = 3$ cm.

D. Một đường thẳng.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{AB}| = 18$.

Dựng điểm I thỏa mãn $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{9}\overrightarrow{AC}$.

Khi đó: $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow 9|\overrightarrow{MI}| = 18 \Leftrightarrow IM = 2$.

Do đó tập hợp các điểm M là đường tròn cố định có bán kính $R = 2$ cm.

Câu 47: Cho $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{v} = 7\vec{a} - 5\vec{b}$ và $\vec{x} = \vec{a} - 4\vec{b}$ vuông góc với $\vec{y} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $(\vec{a}, \vec{b}) = 75^\circ$.

B. $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$.

C. $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$.

D. $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$$\begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \\ \vec{x} \cdot \vec{y} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (7\vec{a} - 5\vec{b}) = 0 \\ (\vec{a} - 4\vec{b}) \cdot (7\vec{a} - 2\vec{b}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7|\vec{a}|^2 - 15|\vec{b}|^2 = -16\vec{a} \cdot \vec{b} \\ 7|\vec{a}|^2 + 8|\vec{b}|^2 = 30\vec{a} \cdot \vec{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |\vec{b}|^2 = 2\vec{a} \cdot \vec{b} \\ |\vec{a}|^2 = 2\vec{a} \cdot \vec{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |\vec{b}|^2 = 2\vec{a} \cdot \vec{b} \\ |\vec{a}| = |\vec{b}| \end{cases}.$$

$$\text{Từ đó, ta có: } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$$

Câu 46: Cho tam giác ABC vuông tại A , $BC = a\sqrt{3}$, M là trung điểm của BC và có $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$.

Tính cạnh AB , AC .

A. $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$.

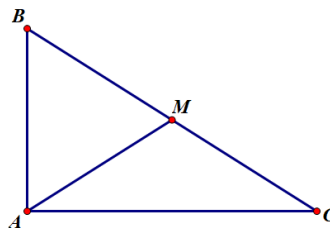
B. $AB = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{2}$.

C. $AB = a\sqrt{2}$, $AC = a$.

D. $AB = a$, $AC = a$.

Lời giải

Chọn A.



$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{a^2}{2} \Rightarrow AC^2 - AB^2 = a^2.$$

Mặt khác, tam giác ABC vuông tại A nên $AB^2 + AC^2 = 3a^2$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} AC^2 = 2a^2 \\ AB^2 = a^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AC = a\sqrt{2} \\ AB = a \end{cases}.$$

Câu47: Đoạn thẳng AB có độ dài $2a$, I là trung điểm AB . Khi $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 3a^2$. Độ dài MI là
A. $2a$. **B.** a . **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} &+ \text{ Vì } I \text{ là trung điểm đoạn } AB \text{ nên ta có: } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB})^2 = 4\overrightarrow{MI}^2 \\ &\Rightarrow MA^2 + 2\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + MB^2 = 4MI^2 \Rightarrow MA^2 + MB^2 + 6a^2 = 4MI^2 \quad (1). \end{aligned}$$

+ Theo công thức độ dài đường trung tuyến:

$$MI^2 = \frac{MA^2 + MB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \Rightarrow MI^2 = \frac{MA^2 + MB^2}{2} - a^2 \Rightarrow 4MI^2 = 2(MA^2 + MB^2) - 4a^2 \quad (2)$$

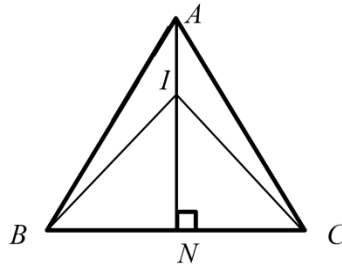
+ Từ (1) và (2) suy ra $MA^2 + MB^2 = 10a^2$.

$$\text{Thay vào (1) ta được: } 10a^2 + 6a^2 = 4MI^2 \Rightarrow MI^2 = 4a^2 \Rightarrow MI = 2a.$$

Câu48: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a . Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $4MA^2 + MB^2 + MC^2 = \frac{5a^2}{2}$ nằm trên một đường tròn (C) có bán kính R . Tính R .

A. $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$. **B.** $R = \frac{a}{4}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $R = \frac{a}{\sqrt{6}}$.

Lời giải



Chọn D.

Gọi N là trung điểm đoạn BC .

Gọi I là điểm thỏa: $4\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IN} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IN} = \vec{0}$, nên điểm I thuộc đoạn thẳng AN sao cho $IN = 2IA$.

$$\text{Khi đó: } IA = \frac{1}{3}AN = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}, \text{ và } IN = \frac{2}{3}AN = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$IB^2 = IC^2 = IN^2 + BN^2 = \frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{4} = \frac{7a^2}{12}.$$

$$\text{Ta có: } 4MA^2 + MB^2 + MC^2 = \frac{5a^2}{2} \Leftrightarrow 4(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 = \frac{5a^2}{2}.$$

$$\Leftrightarrow 6MI^2 + 4IA^2 + IB^2 + IC^2 = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 6MI^2 + 4 \cdot \frac{a^2}{12} + 2 \cdot \frac{7a^2}{12} = \frac{5a^2}{2} \Leftrightarrow MI = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$

Câu 49: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2;3)$, $B(-2;1)$. Điểm C thuộc tia Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C có tọa độ là

A. $C(3;0)$. **B.** $C(-3;0)$. **C.** $C(-1;0)$. **D.** $C(2;0)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $C \in Ox \Rightarrow C(x;0)$. Khi đó : $\overrightarrow{AC} = (x-2; -3)$; $\overrightarrow{BC} = (x+2; -1)$.

Tam giác ABC vuông tại $C \Rightarrow \overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vậy $C(-1;0)$ hoặc $C(1;0)$.

Câu 50: Cho tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**.

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -1$.

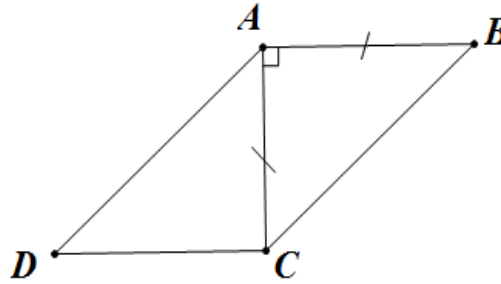
B. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 1$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = -1$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi D là đỉnh thứ $\overrightarrow{IB} = (-1; b+2)$ của hình bình hành $ABCD$.

Khi đó : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD} = 1 \cdot \sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -1$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = 1$.

Câu 51: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3)$, $B(-1;-1)$, $C(1;1)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm $I(a;b)$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{IA} = (a-1; b-3) \Rightarrow IA^2 = a^2 + b^2 - 2a - 6b + 10$.

$\overrightarrow{IB} = (a+1; b+1) \Rightarrow IB^2 = a^2 + b^2 + 2a + 2b + 2$.

$\overrightarrow{IC} = (a-1; b-1) \Rightarrow IC^2 = a^2 + b^2 - 2a - 2b + 2$.

Vì I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên:

$$\begin{cases} IA = IB \\ IC = IB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IC^2 = IB^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=2 \\ a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=2 \end{cases}.$$

Vậy $a+b=1$.

Câu 52: Cho ba véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ thỏa mãn: $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=1$, $|\vec{c}|=5$ và $5(\vec{b}-\vec{a})+3\vec{c}=\vec{0}$. Khi đó biểu thức $M = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ có giá trị là

A. 29.

B. $\frac{67}{2}$.

C. 18,25.

D. -18,25.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $5(\vec{b}-\vec{a})+3\vec{c}=\vec{0} \Leftrightarrow 5(\vec{a}-\vec{b})=3\vec{c} \Leftrightarrow 25(\vec{a}-\vec{b})^2=9\vec{c}^2$

$$\Leftrightarrow 25(\vec{a}^2 - 2\vec{a}\vec{b} + \vec{b}^2) = 9\vec{c}^2 \Leftrightarrow \vec{a}\vec{b} = 4.$$

$$\text{Tương tự: } 5(\vec{b} - \vec{a}) + 3\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow 5\vec{a} = 5\vec{b} + 3\vec{c} \Leftrightarrow \vec{b}\vec{c} = 5.$$

$$5(\vec{b} - \vec{a}) + 3\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow 5\vec{b} = 5\vec{a} - 3\vec{c} \Leftrightarrow \vec{a}\vec{c} = 20.$$

$$\text{Vậy } M = 4 + 5 + 20 = 29.$$

Câu 53: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1. Hai điểm M, N thay đổi lần lượt ở trên cạnh AB, AD sao cho $AM = x (0 \leq x \leq 1), DN = y (0 \leq y \leq 1)$. Tìm mối liên hệ giữa x và y sao cho $CM \perp BN$.

A. $x - y = 0$.

B. $x - y\sqrt{2} = 0$.

C. $x + y = 1$.

D. $x - y\sqrt{3} = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Khi đó: $D(0;0), C(1;0), A(0;1), B(1;1), M(x;1), N(0;y)$.

Ta có: $\overrightarrow{CM} = (x-1;1); \overrightarrow{BN} = (-1;y-1)$

Do đó: $CM \perp BN \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{BN} = 0 \Leftrightarrow x - y = 0$.

