

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 01

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho số phức $z = 2x - 6 + (3y - 12)i$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = x + yi$ để z là số ảo.

- A. Đường thẳng $y = 4$. B. Trục tung. C. Điểm $M(3; 4)$. D. Đường thẳng $x = 3$.

Câu 2: Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là

- A. $\bar{z} = -a + bi$. B. $\bar{z} = b - ai$. C. $\bar{z} = a - bi$. D. $\bar{z} = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 3: Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = 2 + 3i$. Tìm phần thực a của số phức $w = z_1 z_2$.

- A. $a = -2$. B. $a = 1$. C. $a = -8$. D. $a = 6$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, tìm điều kiện của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z + m = 0$ là phương trình một mặt cầu:

- A. $m < 6$. B. $m \geq 24$. C. $m \geq -4$. D. $m < -4$.

Câu 5: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x - \sin x$ là:

- A. $3^x - \cos x + C$. B. $\frac{3^x}{\ln 3} - \cos x + C$. C. $\frac{3^x}{\ln 3} + \cos x + C$. D. $3^x \ln 3 + \sin x + C$.

Câu 6: Cho số phức $z = -5$. Căn bậc hai của z là:

- A. $\pm\sqrt{5}$. B. $\pm\sqrt{-5}$. C. $\pm\sqrt{5}i$. D. $\pm\sqrt{-5}i$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ và xét $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \cos x dx$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\left[f(x) \sin x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \sin x dx$. B. $\left[f(x) \cos x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \cos x dx$
C. $\left[f(x) \sin x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \sin x dx$ D. $\left[f(x) \cos x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \cos x dx$.

Câu 8: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi (H) là giới hạn của hai đồ thị hàm số đó và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Khi đó, diện tích của hình phẳng (H) được tính bằng công thức:

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx - \int_a^b |g(x)| dx$. B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.
C. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$. D. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 3), B(0; -1; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

- A. $4x + 4y + 2z - 9 = 0$. B. $2x - 2y + z = 0$. C. $2x + 2y + z - 9 = 0$. D. $2x + 2y + z = 0$.

- Câu 10:** Đặt $I = \int_0^a \sin^2 x dx$, $J = \int_0^a \cos^2 x dx$. Tính $I + J$.
- A. 2. B. $2a$. C. 1. D. a .
- Câu 11:** Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = 2 - 3i$. Tìm số phức $W = z_1 + 2z_2$.
- A. $W = 3 - 4i$. B. $W = 3 - 5i$. C. $W = 1 + 2i$. D. $W = 1 - i$.
- Câu 12:** Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là
- A. $\frac{x^3}{3} + x + C$. B. $6x + C$. C. $x^3 + C$. D. $x^3 + x + C$.
- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 4 = 0$, $(Q): 3x + 6y + 9z - 12 = 0$. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng đó là gì?
- A. trùng nhau. B. vuông góc với nhau. C. cắt nhau. D. song song.
- Câu 14:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là
- A. $S = 12$. B. $S = 8$. C. 4. D. 16.
- Câu 15:** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$ và các đường thẳng $y = 0$; $x = 1$; $x = 4$. Thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox là
- A. $\frac{3\pi}{4}$. B. $\frac{3\pi}{4} - 1$. C. $2\pi \ln 2$. D. $2 \ln 2$.
- Câu 16:** Cho số phức z thỏa mãn $z + 2 = (1 - 2z)i$. Tính $|z|$.
- A. $|z| = 1$. B. $|z| = 7$. C. $|z| = 2$. D. $|z| = 4$.
- Câu 17:** Cho số phức $z = \frac{6 + 3i}{2i}$. Tìm phần ảo b của z .
- A. $b = -\frac{3}{2}$. B. $b = 3$. C. $b = \frac{3}{2}$. D. $b = -3$.
- Câu 18:** Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{2x+1}$ và $f(0) = 1$. Tính $f(2)$.
- A. $\ln 5$. B. $\frac{1}{2} \ln 5 + 1$. C. $2 \ln 5 - 1$. D. $2 \ln 5 + 1$.
- Câu 19:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 3)$; $B(0; -1; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .
- A. $\sqrt{5}$. B. 9. C. 3. D. 7.
- Câu 20:** Cho số phức $z = 2 + 3i$. Tìm phần ảo b của số nghịch đảo của z .
- A. $b = \frac{-3}{13}$. B. $b = \frac{2}{13}$. C. $b = \frac{3}{13}$. D. $b = \frac{-3}{\sqrt{13}}$.
- Câu 21:** Tìm điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 5i$ trên mặt phẳng tọa độ.
- A. $P(-5; 3)$. B. $Q(5; 3)$. C. $N(3; 5)$. D. $M(3; -5)$.
- Câu 22:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; -2)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 4 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) .
- A. $3x - 2y + z - 7 = 0$. B. $3x + 2y - z + 14 = 0$. C. $x - 3y - 2z - 14 = 0$. D. $3x + 2y - z + 14 = 0$.

Câu 23: Cho số phức $z = -3 + \sqrt{5}i$. Tính $|z|$

- A. $|z| = 8$. B. $|z| = \sqrt{14}$. C. $|z| = 14$. D. $|z| = 3 - \sqrt{5}$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua $M(-2; -1; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 5 = 0$.

- A. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$

Câu 25: Cho số phức tìm điểm biểu diễn số phức $z = i^{2021} - 1$ trên mặt phẳng tọa độ.

- A. $C(-1; -1)$ B. $B(2; 0)$ C. $C(1; -1)$ D. $D(-1; 1)$

Câu 26: Tìm tổng bình phương hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 13 = 0$

- A. 2 B. -22 C. 4 D. 30

Câu 27: Cho hai hàm số $u = u(x)$, $v = v(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[a; b]$. Tìm khẳng định đúng

- A. $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$ B. $\int_a^b u dv = uv - \int_a^b v du$ C. $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b u du$ D. $\int_a^b u dv = v \Big|_a^b - \int_a^b v du$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{-3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{c}(1; -2; 3)$. B. $\vec{a}(1; 2; -3)$. C. $\vec{b}(1; -3; 3)$. D. $\vec{d}(-1; 3; -3)$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ và song song với hai mặt phẳng $(P): x + y + 3z - 1 = 0$, $(Q): 2x + y + z = 10$.

- A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -5t \\ z = t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -5 + 5t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 3 = 0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) bằng

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $(a), (b), (c)$ có phương trình như sau:

$$(a): \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -3 + 5t \end{cases}; (b): \begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 6t \\ z = -3 + 10t \end{cases}; (c): \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$$

Phương trình nào là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -3)$ và nhận $\vec{u} = (2; -3; 5)$ làm vector chỉ phương?

- A. Chỉ có (b). B. Chỉ có (a) và (c). C. Chỉ có (a). D. Chỉ có (a) và (b).

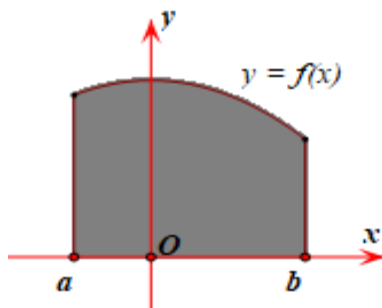
Câu 32: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ là

- A. $F(x) = \ln|x(x+1)| + C$. B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C$.
 C. $F(x) = \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C$. D. $F(x) = \ln \left| \frac{x+1}{x} \right| + C$.

Câu 33: Xét $I = \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x - 1}$, đặt $t = e^x - 1$, ta có $I = \int_0^1 f(t) dt$. Tìm khẳng định đúng

- A. $f(t) = \frac{1}{t+1}$. B. $f(t) = \frac{1}{t(t+1)}$. C. $f(t) = \frac{1}{t-1}$. D. $f(t) = \frac{t}{t-1}$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị trên, trục hoành và các đường thẳng $x = a$, $x = b$. Thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay S quanh trục Ox được tính bởi công thức nào sau đây?



- A. $V = \int_a^b f(x) dx$. B. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$. C. $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Câu 35: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$, đồ thị hàm số $y = \cos x$ và trục Ox là

- A. $S = \int_0^\pi |\cos x| dx$. B. $S = \pi \int_0^\pi |\cos x| dx$. C. $S = \int_0^\pi \cos x dx$. D. $S = \int_0^\pi \cos^2 x dx$.

II. PHẦN TỰ LUẬN: (3 điểm)

Câu 36: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - i| = 6$.

- a) Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ.
 b) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|iz|$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 1)$; $B(-1; -1; 0)$; $C(1; 2; 3)$.

- a) Tìm hình chiếu của C trên đường thẳng AB .
 b) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và cách C một khoảng lớn nhất.

Câu 38: Tìm số phức z thỏa mãn: $2 + (1-i)|z| = 5(z-i)$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn: $\int_{\frac{1}{x^2}}^{\frac{1}{2}} f(t) dt = 2^x \sin(\pi x)$. Tính $f(36)$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM: (35 câu - 7 điểm).

Câu 1: Cho số phức $z = 2x - 6 + (3y - 12)i$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = x + yi$ để z là số ảo.

- A. Đường thẳng $y = 4$. B. Trục tung. C. Điểm $M(3; 4)$. **D. Đường thẳng $x = 3$.**

Lời giải

Chọn D

Số phức $z = 2x - 6 + (3y - 12)i$ là số thuần ảo khi $2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = x + yi$ là đường thẳng $x = 3$.

Câu 2: Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là

- A. $\bar{z} = -a + bi$. B. $\bar{z} = b - ai$. **C. $\bar{z} = a - bi$.** D. $\bar{z} = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3: Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = 2 + 3i$. Tìm phần thực a của số phức $w = z_1 z_2$.

- A. $a = -2$. B. $a = 1$. **C. $a = -8$.** D. $a = 6$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $w = z_1 z_2 = (-1 + 2i)(2 + 3i) = -2 - 3i + 4i - 6 = -8 + i$

Do đó: $a = -8$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, tìm điều kiện của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z + m = 0$ là phương trình một mặt cầu:

- A. $m < 6$.** B. $m \geq 24$. C. $m \geq -4$. D. $m < -4$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình trên là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow (-1)^2 + 1^2 + (-2)^2 - m > 0 \Leftrightarrow 6 - m > 0 \Leftrightarrow m < 6$.

Câu 5: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x - \sin x$ là:

- A. $3^x - \cos x + C$. B. $\frac{3^x}{\ln 3} - \cos x + C$. **C. $\frac{3^x}{\ln 3} + \cos x + C$.** D. $3^x \ln 3 + \sin x + C$.

Lời giải

Chọn C

Câu 6: Cho số phức $z = -5$. Căn bậc hai của z là:

- A. $\pm\sqrt{5}$. B. $\pm\sqrt{-5}$. **C. $\pm\sqrt{5}i$.** D. $\pm\sqrt{-5}i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z = -5 = 5i^2 = (\sqrt{5}i)^2$ nên căn bậc hai của z là $\pm\sqrt{5}i$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ và xét $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \cos x dx$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\left[f(x) \sin x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \sin x dx.$

B. $\left[f(x) \cos x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \cos x dx$

C. $\left[f(x) \sin x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \sin x dx$

D. $\left[f(x) \cos x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \cos x dx.$

Lời giải

Chọn A

Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = \sin x \end{cases}$ nên $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \cos x dx = \left[f(x) \sin x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \sin x dx.$

Câu 8: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi (H) là giới hạn của hai đồ thị hàm số đó và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$. Khi đó, diện tích của hình phẳng (H) được tính bằng công thức:

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx - \int_a^b |g(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

C. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx.$

D. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

Lời giải

Chọn B

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 3), B(0; -1; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $4x + 4y + 2z - 9 = 0.$ **B.** $2x - 2y + z = 0.$

C. $2x + 2y + z - 9 = 0.$ **D.** $2x + 2y + z = 0.$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua trung điểm $M\left(1; 0; \frac{5}{2}\right)$ và nhận $\overrightarrow{BA} = (2; 2; 1)$ làm một vectơ chỉ phương nên có pt:

$$2(x-1) + 2y + \left(z - \frac{5}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow 4x + 4y + 2z - 9 = 0.$$

Câu 10: Đặt $I = \int_0^a \sin^2 x dx$, $J = \int_0^a \cos^2 x dx$. Tính $I + J$.

A. 2.

B. $2a.$

C. 1.

D. $a.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $I + J = \int_0^a \sin^2 x dx + \int_0^a \cos^2 x dx = \int_0^a (\sin^2 x + \cos^2 x) dx = \int_0^a 1 dx = x \Big|_0^a = a.$

Câu 11: Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = 2 - 3i$. Tìm số phức $W = z_1 + 2z_2$.

A. $W = 3 - 4i.$

B. $W = 3 - 5i.$

C. $W = 1 + 2i.$

D. $W = 1 - i.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $W = z_1 + 2z_2 = (-1 + 2i) + 2(2 - 3i) = 3 - 4i$.

Câu 12: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

- A. $\frac{x^3}{3} + x + C$. B. $6x + C$. C. $x^3 + C$. **D. $x^3 + x + C$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int (3x^2 + 1) dx = x^3 + x + C$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 4 = 0$, $(Q): 3x + 6y + 9z - 12 = 0$. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng đó là gì?

- A. trùng nhau. B. vuông góc với nhau.
C. cắt nhau. D. song song.

Lời giải

Chọn C

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) , (Q) lần lượt là: $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 3)$; $\vec{n}_{(Q)} = (3; 6; 9)$.

Vì $\vec{n}_{(P)} \neq k \cdot \vec{n}_{(Q)}$ nên loại đáp án A và B. **D.** Lại có $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)} = 1 \cdot 3 + (-2) \cdot 6 + 3 \cdot 9 \neq 0$ nên loại

Vậy **Chọn C**

Câu 14: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là

- A. $S = 12$. **B. $S = 8$.** C. 4. D. 16.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị: $x^3 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng cần tìm: $S = \int_{-2}^0 \left| (x^3 - 3x + 2) - (x + 2) \right| dx + \int_0^2 \left| (x^3 - 3x + 2) - (x + 2) \right| dx = 8$

Câu 15: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$ và các đường thẳng $y = 0$; $x = 1$; $x = 4$.

Thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox là

- A. $\frac{3\pi}{4}$.** B. $\frac{3\pi}{4} - 1$. C. $2\pi \ln 2$. D. $2 \ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích cần tìm: $V = \pi \int_1^4 \left(\frac{1}{x} \right)^2 dx = -\frac{\pi}{x} \Big|_1^4 = \frac{-\pi}{4} - (-\pi) = \frac{3\pi}{4}$.

Câu 16: Cho số phức z thỏa mãn $z + 2 = (1 - 2z)i$. Tính $|z|$.

- A. $|z| = 1$.** B. $|z| = 7$. C. $|z| = 2$. D. $|z| = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z + 2 = (1 - 2z)i \Leftrightarrow z(1 + 2i) = i - 2 \Leftrightarrow z = \frac{i - 2}{1 + 2i} \Leftrightarrow z = i$. Vậy $|z| = 1$.

Câu 17: Cho số phức $z = \frac{6 + 3i}{2i}$. Tìm phần ảo b của z .

A. $b = -\frac{3}{2}$.

B. $b = 3$.

C. $b = \frac{3}{2}$.

D. $b = -3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = \frac{6 + 3i}{2i} = \frac{3}{2} - 3i$. Vậy $b = -3$.

Câu 18: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{2x+1}$ và $f(0) = 1$. Tính $f(2)$.

A. $\ln 5$.

B. $\frac{1}{2} \ln 5 + 1$.

C. $2 \ln 5 - 1$.

D. $2 \ln 5 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \ln |2x+1| + C$.

Mà $f(0) = 1$ nên $C = 1$. Suy ra $f(x) = \frac{1}{2} \ln |2x+1| + 1$.

Vậy $f(2) = \frac{1}{2} \ln 5 + 1$.

Câu 19: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(2; 1; 3); B(0; -1; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $\sqrt{5}$.

B. 9.

C. 3.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

$$AB = |\overline{AB}| = \sqrt{(0-2)^2 + (-1-1)^2 + (2-3)^2} = 3$$

Câu 20: Cho số phức $z = 2 + 3i$. Tìm phần ảo b của số nghịch đảo của z .

A. $b = \frac{-3}{13}$.

B. $b = \frac{2}{13}$.

C. $b = \frac{3}{13}$.

D. $b = \frac{-3}{\sqrt{13}}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số nghịch đảo của z là $z' = a + bi$

Ta có:

$$z.z' = 1 \Leftrightarrow (2 + 3i).(a + bi) = 1 \Leftrightarrow 2a - 3b + (3a + 2b)i = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b = 1 \\ 3a + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{13} \\ b = \frac{-3}{13} \end{cases}$$

Vậy $b = \frac{-3}{13}$.

Câu 21: Tìm điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 5i$ trên mặt phẳng tọa độ.

- A. $P(-5;3)$. B. $Q(5;3)$. C. $N(3;5)$. D. $M(3;-5)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z-4=0$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) .

- A. $3x-2y+z-7=0$. B. $3x+2y-z+14=0$.
C. $x-3y-2z-14=0$. D. $3x+2y-z+14=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng cần viết song song với $(P):3x-2y+z-4=0 \Rightarrow$ có vector pháp tuyến $\vec{n}=(3;-2;1)$
Phương trình mặt phẳng là: $3(x-1)-2(y+3)+(z+2)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-7=0$.

Câu 23: Cho số phức $z=-3+\sqrt{5}i$. Tính $|z|$

- A. $|z|=8$. B. $|z|=\sqrt{14}$. C. $|z|=14$. D. $|z|=3-\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$|z|=\sqrt{(-3)^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{14}.$$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua $M(-2;-1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x-2y+2z+5=0$.

- A. $\begin{cases} x=-2-t \\ y=-1-2t \\ z=2-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2-t \\ z=1+2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-1+2t \\ z=2-t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-2-t \\ y=-1+2t \\ z=2-2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng cần viết vuông góc với $(P):x-2y+2z+5=0$ suy ra có vector chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$ hay $\vec{u}=(-1;2;-2)$, đi qua $M(-2;-1;2) \Rightarrow$ phương trình tham số của đường thẳng

$$\text{đó là: } \begin{cases} x=-2-t \\ y=-1+2t \\ z=2-2t \end{cases}$$

Câu 25: Cho số phức tìm điểm biểu diễn số phức $z=i^{2021}-1$ trên mặt phẳng tọa độ.

- A. $C(-1;-1)$ B. $B(2;0)$ C. $C(1;-1)$ D. $D(-1;1)$

Lời giải

Chọn D

$$z=i^{2021}-1=i^{2020}.i-1=(i^2)^{1010}.i-1=-1+i$$

Câu 26: Tìm tổng bình phương hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+13=0$

- A. 2 B. -22 C. 4 D. 30

Lời giải

Chọn B

Áp dụng định lý Vi-et ta có $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1.z_2 = 2^2 - 2.13 = -22$

Câu 27: Cho hai hàm số $u = u(x)$, $v = v(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[a; b]$. Tìm khẳng định đúng

- A.** $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$ **B.** $\int_a^b u dv = uv - \int_a^b v du$
C. $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b u du$ **D.** $\int_a^b u dv = v \Big|_a^b - \int_a^b v du$

Lời giải

Chọn A

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{-3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A.** $\vec{c}(1; -2; 3)$. **B.** $\vec{a}(1; 2; -3)$. **C.** $\vec{b}(1; -3; 3)$. **D.** $\vec{d}(-1; 3; -3)$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào phương trình chính tắc của đường thẳng d , ta thấy đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{a}(1; 2; -3)$.

Vậy, chọn đáp án **B.**

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ và song song với hai mặt phẳng $(P): x + y + 3z - 1 = 0$, $(Q): 2x + y + z = 10$.

- A.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = -5t \\ z = t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -5 + 5t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

(P) có một vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; 1; 3)$, (Q) có một vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$.

Gọi $\vec{u}$ là một vector chỉ phương của đường thẳng d cần tìm.

Vì d song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) nên $\vec{u} \perp \vec{n}_1$, $\vec{u} \perp \vec{n}_2$.

Suy ra: $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-2; 5; -1)$.

Phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}'(2; -5; 1)$ là

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = -5t \\ z = t \end{cases} \text{ . Vậy, chọn đáp án } \mathbf{C.}$$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 3 = 0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) bằng

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $d(O, (P)) = \frac{|2.0 + 0 - 2.0 - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 1$. Vậy, chọn đáp án **A**.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $(a), (b), (c)$ có phương trình như sau:

$$(a): \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -3 + 5t \end{cases}; (b): \begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 6t \\ z = -3 + 10t \end{cases}; (c): \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$$

Phương trình nào là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -3)$ và nhận $\vec{u} = (2; -3; 5)$ làm vector chỉ phương?

- A.** Chỉ có (b). **B.** Chỉ có (a) và (c). **C.** Chỉ có (a). **D.** Chỉ có (a) và (b).

Lời giải

Chọn B

Phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -3)$ và nhận $\vec{u} = (2; -3; 5)$ làm vector chỉ

phương là (a): $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -3 + 5t \end{cases}$ và (c): $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$.

Câu 32: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ là

A. $F(x) = \ln|x(x+1)| + C$.

B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C$.

C. $F(x) = \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C$. **D.** $F(x) = \ln \left| \frac{x+1}{x} \right| + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x) dx = \int \frac{1}{x(x+1)} dx = \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \ln|x| - \ln|x+1| + C = \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C$.

Câu 33: Xét $I = \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x - 1}$, đặt $t = e^x - 1$, ta có $I = \int_0^1 f(t) dt$. Tìm khẳng định đúng

A. $f(t) = \frac{1}{t+1}$.

B. $f(t) = \frac{1}{t(t+1)}$.

C. $f(t) = \frac{1}{t-1}$.

D. $f(t) = \frac{t}{t-1}$.

Lời giải

Chọn B

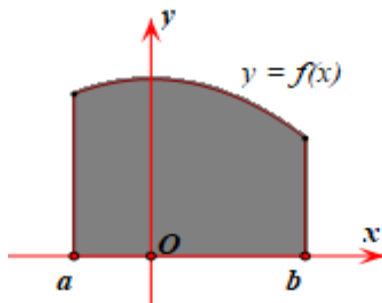
Ta có: $I = \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x - 1} = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x dx}{e^x(e^x - 1)}$. Đặt $t = e^x - 1 \Rightarrow dt = d(e^x - 1) = e^x dx$.

Đổi cận

x	0	$\ln 2$
t	0	1

Do đó $I = \int_0^1 \frac{1}{t(t+1)} dt$ với $f(t) = \frac{1}{t(t+1)}$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị trên, trục hoành và các đường thẳng $x = a$, $x = b$. Thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay S quanh trục Ox được tính bởi công thức nào sau đây?



A. $V = \int_a^b f(x) dx$. B. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$. C. $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$. **D. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.**

Lời giải

Chọn D

Thể tích của vật thể tròn xoay là: $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Câu 35: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$, đồ thị hàm số $y = \cos x$ và trục Ox là

A. $S = \int_0^\pi |\cos x| dx$. B. $S = \pi \int_0^\pi |\cos x| dx$. C. $S = \int_0^\pi \cos x dx$. D. $S = \int_0^\pi \cos^2 x dx$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng là: $S = \int_0^\pi |\cos x| dx$.

II. PHẦN TỰ LUẬN: (3 điểm)

Câu 36: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - i| = 6$.

c) Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ.

d) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|iz|$.

Lời giải

a) Gọi $z = x + yi$ có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ là $M(x; y)$.

Ta có :

$$|z - 1 - i| = 6 \Leftrightarrow |x + yi - 1 - i| = 6 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = 6 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 36$$

Vậy : Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1;1)$ và bán kính $R = 6$.

b) Ta có: $|iz| = |i(x + yi)| = |-y + xi| = \sqrt{x^2 + y^2} = |z|$

Mà: Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1;1)$ và bán kính $R = 6$.

$$OI = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

Vậy :

$$|iz|_{\max} = |z|_{\max} = OI + R = \sqrt{2} + 6.$$

$$|iz|_{\min} = |z|_{\min} = |OI - R| = |\sqrt{2} - 6| = 6 - \sqrt{2}.$$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;1); B(-1;-1;0); C(1;2;3)$.

a) Tìm hình chiếu của C trên đường thẳng AB .

b) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và cách C một khoảng lớn nhất.

Lời giải

a) Gọi M là hình chiếu của C lên AB .

$$\overrightarrow{AB}(-2;-1;-1)$$

$$\text{Phương trình tham số đường thẳng } AB : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases}.$$

$$\text{Do đó : } M(1 - 2t; -t; 1 - t)$$

$$\overrightarrow{CM}(-2t; -t - 2; -t - 2)$$

$$\overrightarrow{CM} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 4t + t + 2 + t + 2 = 0 \Leftrightarrow 6t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{3}$$

$$\text{Vậy : } M\left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right).$$

$$\text{b) Ta có : } M\left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{CM}\left(\frac{4}{3}; \frac{-4}{3}; \frac{-4}{3}\right) \Rightarrow CM = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

Gọi H là hình chiếu của C lên mặt phẳng (P) .

M, H là hai điểm phân biệt thì $\triangle CHM$ vuông tại H nên $CH < CM$

$$\text{Nếu } H \equiv M \text{ thì } CH = CM = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Do đó : } CH \leq \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

CH lớn nhất khi $H \equiv M$

$$\text{VTPT của mp } (P) \text{ là : } \overrightarrow{CH} = \overrightarrow{CM} = \left(\frac{4}{3}; \frac{-4}{3}; \frac{-4}{3}\right) \text{ hay } \vec{n}(1; -1; -1).$$

$$\text{Vậy : PT mặt phẳng } (P) \text{ là : } 1(x-1) - 1(y-0) - 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow x - y - z = 0.$$

Câu 38: Tìm số phức z thỏa mãn: $2 + (1-i)|z| = 5(z-i)$.

Lời giải

Điều kiện $z \neq i$

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$2 + (1-i)|z| = 5(z-i) \Leftrightarrow 2 + (1-i)\sqrt{x^2 + y^2} = 5(x + yi - i)$$

$$\Leftrightarrow 2 + \sqrt{x^2 + y^2} - i\sqrt{x^2 + y^2} = 5x + 5i(y-1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 + \sqrt{x^2 + y^2} = 5x \\ -\sqrt{x^2 + y^2} = 5(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 5(y-1) = 5x \\ \sqrt{x^2 + y^2} = -5(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7-5y}{5} = x \\ \sqrt{\left(\frac{7-5y}{5}\right)^2 + y^2} = -5(y-1) (*) \end{cases}$$

Giải (*):

$$\sqrt{\left(\frac{7-5y}{5}\right)^2 + y^2} = -5(y-1) \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 1 \\ 49 - 70y + 50y^2 = 625(y^2 - 2y + 1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 1 \\ 575y^2 - 1180y + 576 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 1 \\ y = \frac{144}{115} \Leftrightarrow y = \frac{4}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases}$$

Suy ra $x = \frac{3}{5}$. Vậy $z = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn: $\int_{\frac{1}{x^2}}^{\frac{1}{2}} f(t)dt = 2^x \sin(\pi x)$. Tính $f(36)$.

Lời giải

$$\int_{\frac{1}{x^2}}^{\frac{1}{2}} f(t)dt = F(t) \Big|_{\frac{1}{x^2}}^{\frac{1}{2}} = F\left(\frac{1}{2}\right) - F\left(\frac{1}{x^2}\right) = 2^x \sin(\pi x).$$

Đạo hàm hai vế

$$\frac{2}{x^3} F'\left(\frac{1}{x^2}\right) = 2^x \ln 2 \sin(\pi x) + \pi 2^x \cos(\pi x) \Leftrightarrow \frac{2}{x^3} f\left(\frac{1}{x^2}\right) = 2^x \ln 2 \sin(\pi x) + \pi 2^x \cos(\pi x)$$

$$\text{Thay } x = \frac{1}{6}: f(36) = \frac{1}{432} \left(2^{\frac{1}{6}} \ln 2 \sin \frac{\pi}{6} + \pi 2^{\frac{1}{6}} \cos \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{432} \left(\frac{\ln 2}{\sqrt[6]{2^5}} + \frac{\pi \sqrt{3}}{\sqrt[6]{2^5}} \right).$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 02

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có một nguyên hàm $F(x)$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

B. $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

D. $\int_a^b f(x)dx = F(b).F(a)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1, -1, 2)$; $B(0, 2, 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

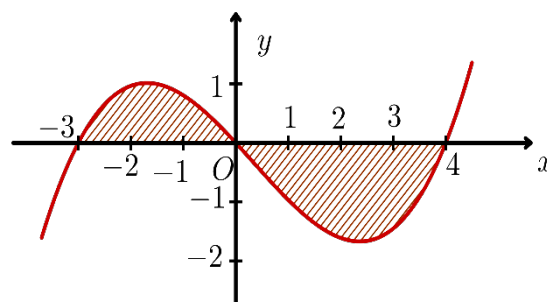
A. $4x + 3y + 5z + 11 = 0$. B. $7x + 2y - z - 3 = 0$.

C. $4x - y - 7z + 9 = 0$. D. $4x + 3y + 5z - 11 = 0$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Diện tích hình phẳng (phần gạch đậm) là

A. $\int_0^{-3} f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx$. B. $\int_{-3}^0 f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx$.

C. $\int_{-3}^4 f(x)dx$. D. $\int_{-3}^0 f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx$.



Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 4 = 0, (Q): x - z + 5 = 0$. Đường thẳng (Δ) là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có phương trình

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-5}{1}$.

B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-5}{1}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+4}{1}$.

D. $\frac{x+5}{1} = \frac{y+6}{3} = \frac{z}{1}$.

Câu 5: Phần thực của số phức $z = (1+i)^{2021}$ bằng:

A. 2^{1010} .

B. -2^{1010} .

C. 2^{2021} .

D. 1.

Câu 6: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và thỏa mãn: $0 < g(x) < f(x), \forall x \in [a; b]$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = g(x), x = a, x = b$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

B. $V = \left\{ \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right\}^2$.

C. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$.

D. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$ và $(d'): \begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = -t' \\ z = 5 + t' \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng?

A. (d) cắt (d') .

B. (d) trùng (d') .

C. (d) chéo (d') .

D. (d) song song (d') .

- Câu 8:** Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2020 - 2021i$ là
A. $M(2020; -2021)$. **B.** $Q(2020; -2021i)$. **C.** $N(2020; 2021)$. **D.** $P(-2020; -2021)$.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Mặt phẳng (P) đi qua $A(1; -3; 0)$ và vuông góc (d) có phương trình
A. $2x + y - z - 1 = 0$. **B.** $2x + y - z - 5 = 0$. **C.** $2x + y - z + 1 = 0$. **D.** $2x + y + z + 1 = 0$.
- Câu 10:** Nghiệm phức của phương trình $(z-4)^2 + z^2 = 0$ có phần ảo dương là
A. $-2 + i$. **B.** $2 + 2i$. **C.** $2 + i$. **D.** $-1 + i$.
- Câu 11:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 5]$ và thỏa mãn $\int_1^3 f(x)dx = 2020$, $\int_1^5 f(x)dx = 1$.
 Tính $\int_3^5 f(x)$
A. -2019 . **B.** 2021 . **C.** -2021 . **D.** 2020 .
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - 2z + 5 = 0$. Một vector pháp tuyến của (P) có tọa độ là
A. $(-1; 1; 1)$. **B.** $(2; 2; -2)$. **C.** $(2; 2; 2)$. **D.** $(1; -1; 1)$.
- Câu 13:** Cho số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = 1 - 2i$. Tính mô đun của số phức $z_1 + z_2$
A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{7}$. **B.** $|z_1 + z_2| = 5$. **C.** $|z_1 + z_2| = 25$. **D.** $|z_1 + z_2| = 1$.
- Câu 14:** Cho số phức khác $z = a + bi$ khác 0 . Phần ảo của số phức $\frac{1}{z}$.
A. $\frac{a}{a^2 + b^2}$. **B.** $\frac{-a}{a^2 + b^2}i$. **C.** $\frac{-b}{a^2 + b^2}$. **D.** $\frac{b}{a^2 + b^2}$.
- Câu 15:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không dương trên đoạn $[a; b]$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn với các đường thẳng $y = f(x); y = 0; x = a; x = b$. Phát biểu nào sau đây đúng?
A. $S = \int_a^b -f(x)dx$. **B.** $S = \pi \int_a^b |f(x)|dx$. **C.** $S = \int_a^b f(x)dx$. **D.** $S = \pi \int_a^b f^2(x)dx$.
- Câu 16:** Cho hai số phức $z_1 = -2 + i$, $z_2 = 3 - 4i$. Modun của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng
A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $5 + \sqrt{5}$. **C.** $5 - \sqrt{5}$. **D.** $5\sqrt{5}$.
- Câu 17:** Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ đều liên tục trên đoạn $[0; 3]$ và thỏa mãn $\int_0^3 f(x)dx = 5$,
 $\int_0^3 g(x)dx = 10$. Giá trị của $\int_0^3 [5f(x) - 2g(x)]dx$ bằng
A. 15 . **B.** 10 . **C.** 5 . **D.** 20 .
- Câu 18:** Tìm công thức nguyên hàm nào sau đây **sai**?
A. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, 0 < a \neq 1$. **B.** $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$.
C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, x \neq 0$. **D.** $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

- Câu 19:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 3)$. Mặt phẳng (P) đi qua hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz có phương trình:
- A. $\frac{x}{2} - y + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{2} - y - \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{3} - y + \frac{z}{2} = 0$. D. $\frac{x}{2} - y + \frac{z}{3} = 0$.
- Câu 20:** Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i, z_2 = 3 + 4i$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z_1 \cdot z_2$ có tọa độ là:
- A. $(-11; -2)$. B. $(-11; 2)$. C. $(11; -2)$. D. $(11; 2)$.
- Câu 21:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$?
- A. $\frac{1}{3} \sin 3x + C$. B. $-\sin 3x + C$. C. $\sin 3x + C$. D. $-\frac{1}{3} \sin 3x + C$.
- Câu 22:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 3t \end{cases}$. Điểm có tọa độ nào dưới đây **không** thuộc đường thẳng (d) ?
- A. $(1, 2, 0)$. B. $(4, -1, -9)$. C. $(2, 1, 3)$. D. $(-1, 4, 6)$.
- Câu 23:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?
- A. Số phức $z = a + bi = 0, (a, b \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$.
- B. Số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ có môđun là $\sqrt{a^2 + b^2}$.
- C. Số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ là số thuần thực $\Leftrightarrow b = 0$.
- D. Số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow a = 0$.
- Câu 24:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 2 = 0$. Giả sử (d) cắt (P) tại điểm $I(a, b, c)$. Khi đó tổng $a + b + c$ bằng:
- A. 7. B. 9. C. 10. D. 5.
- Câu 25:** Tính $I = \int_1^e \frac{1}{x+3} dx$.
- A. $\ln[4(e+3)]$. B. $\ln(e-7)$. C. $\ln\left(\frac{3+e}{4}\right)$. D. $\ln(e-2)$.
- Câu 26:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - x + 3; y = 2x + 1$ bằng
- A. $\frac{7}{6}$. B. $\frac{-1}{6}$. C. 5. D. $\frac{1}{6}$.
- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}, \vec{b} = 2\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} + \vec{b}$ bằng
- A. $(2; 1; 1)$. B. $(4; -1; 1)$. C. $(2; 3; -1)$. D. $(1; 2; 3)$.
- Câu 28:** Cho số phức $z = a + bi$ với a, b là số thực. Môđun của số phức $2z$ bằng:
- A. $2\sqrt{a^2 + b^2}$. B. $\sqrt{a^2 + b^2}$. C. $2\sqrt{a^2 + b^2}$. D. $2(a^2 + b^2)$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-3)$ và $(\alpha): 2x - y - 2z + 6 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với (α) có phương trình:

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$.
C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16$.

Câu 30: Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = 3^x, y = 0, x = -2, x = 2$. Thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $V = \int_0^2 9^x dx$. B. $V = \pi \int_{-2}^2 9^x dx$. C. $V = \pi \int_0^2 (3^x)^2 dx$. D. $V = \int_{-2}^2 (3^x)^2 dx$.

Câu 31: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + z + 2021 = 0$. Giá trị của biểu thức $A = |z_1 + z_2 - z_1 \cdot z_2|$ bằng:

- A. 2019. B. 2021. C. 2022. D. 2020.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đạo hàm và liên tục trên tập hợp $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là sai:

- A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$. B. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.
C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$. D. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.

Câu 33: Tính $\int x \cdot e^{x^2} dx$

- A. $x \cdot e^{x^2} + C$. B. $e^{x^2} + C$. C. $x + e^{x^2} + C$. D. $\frac{e^{x^2}}{2} + C$.

Câu 34: Cho số phức $z = 5 - 3i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là:

- A. -3. B. 3. C. 5. D. -3i.

Câu 35: Tìm các số thực x, y thỏa mãn: $(x + 2y) + (2x - 2y)i = 7 - 4i$.

- A. $x = 1; y = -3$. B. $x = 1; y = 3$. C. $x = -1; y = 3$. D. $x = -1; y = -3$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tính tích phân $\int_3^8 \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 0)$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z + 5 = 0$ và đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua A , cắt (d) và song song với mặt phẳng (P) .

Câu 38: Cho hai số phức z_1, z_2 tùy ý thỏa mãn điều kiện $|2z - i - 1| = |\bar{i}z + 2|$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z_1 - z_2|$

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$, $f(x) \neq -1, \forall x \in [1; 2]$. Biết $f'(x)[f(x) + 2]^2 = [f(x) + 1]^4 (x-1)^2$ và $f(1) = -2$. Tính $I = \int_1^2 xf(x) dx$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có một nguyên hàm $F(x)$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$

B. $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a).$

C. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b).$

D. $\int_a^b f(x)dx = F(b).F(a).$

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1, -1, 2)$; $B(0, 2, 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $4x + 3y + 5z + 11 = 0.$ **B.** $7x + 2y - z - 3 = 0.$

C. $4x - y - 7z + 9 = 0.$ **D.** $4x + 3y + 5z - 11 = 0.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-1, 3, -1)$

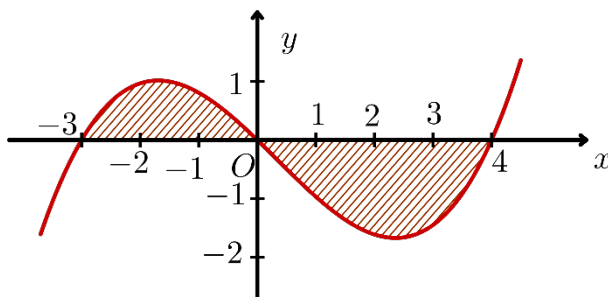
Mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n}_p(2, -1, -1)$

$\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_p] = (-4, -3, -5)$

Mặt phẳng (α) đi qua B nhận vector $\vec{n}$ làm VTPT có phương trình là

$-4x - 3(y - 2) - 5(z - 1) = 0 \Leftrightarrow -4x - 3y - 5z + 11 = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y + 5z - 11 = 0$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Diện tích hình phẳng (phần gạch đậm) là



A. $\int_0^{-3} f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx.$ **B.** $\int_{-3}^0 f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx.$

C. $\int_{-3}^4 f(x)dx.$ **D.** $\int_{-3}^0 f(x)dx + \int_4^0 f(x)dx.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $S = \int_{-3}^0 f(x)dx - \int_0^4 f(x)dx = \int_{-3}^0 f(x)dx + \int_4^0 f(x)dx.$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 4 = 0, (Q): x - z + 5 = 0$. Đường thẳng (Δ) là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có phương trình

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-5}{1}.$ **B.** $\frac{x+2}{1} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-5}{1}.$

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+4}{1}$. D. $\frac{x+5}{1} = \frac{y+6}{3} = \frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn D

$mp(P): 2x - y + z + 4 = 0$ có VTPT $\vec{n}_P = (2; -1; 1)$

$mp(Q): x - z + 5 = 0$ có VTPT $\vec{n}_Q = (1; 0; -1)$

Suy ra VTCP của (Δ) là $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (1; 3; 1)$. Gọi M là điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Suy ra $M(-5; -6; 0) \in \Delta$

Vậy PTCT của $(\Delta): \frac{x+5}{1} = \frac{y+6}{3} = \frac{z}{1}$

Vậy đáp án D đúng.

Câu 5: Phần thực của số phức $z = (1+i)^{2021}$ bằng:

A. 2^{1010} .

B. -2^{1010} .

C. 2^{2021} .

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = (1+i)^{2021} = ((1+i)^2)^{1010} (1+i) = (2i)^{1010} (1+i) = 2^{1010} i^2 (1+i) = -2^{1010} - 2^{1010} i$

Suy ra phần thực là -2^{1010} .

Câu 6: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và thỏa mãn: $0 < g(x) < f(x), \forall x \in [a; b]$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = g(x), x = a, x = b$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

B. $V = \left\{ \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right\}^2$.

C. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$.

D. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$.

Lời giải

Chọn C

Vì $0 < g(x) < f(x), \forall x \in [a; b]$ nên ta có $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$

Vậy đáp án C đúng.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$ và $(d'): \begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = -t' \\ z = 5 + t' \end{cases}$. Chọn khẳng

định đúng?

A. (d) cắt (d') .

B. (d) trùng (d') .

C. (d) chéo (d') .

D. (d) song song (d') .

Lời giải

Chọn D

Ta có: Đường thẳng (d) có VTCP $\vec{u} = (-2; 1; -1)$ và đi qua điểm $M(1; 3; 2)$.

Đường thẳng (d') có VTCP $\vec{u}' = (2; -1; 1)$.

Do đó, $[\vec{u}; \vec{u}'] = \vec{0}$.

Mặt khác: $M(1;3;2) \notin d'$. Vậy (d) song song (d') .

- Câu 8:** Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2020 - 2021i$ là
A. $M(2020; -2021)$. **B.** $Q(2020; -2021i)$. **C.** $N(2020; 2021)$. **D.** $P(-2020; -2021)$.

Lời giải

Chọn A

- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Mặt phẳng (P) đi qua $A(1; -3; 0)$ và vuông góc (d) có phương trình
A. $2x + y - z - 1 = 0$. **B.** $2x + y - z - 5 = 0$. **C.** $2x + y - z + 1 = 0$. **D.** $2x + y + z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Vì mặt phẳng (P) vuông góc (d) nên ta có $\vec{n} = \vec{u_d} = (2; 1; -1)$.

Mặt khác: Mặt phẳng (P) đi qua $A(1; -3; 0)$ nên có phương trình là:

$$2(x-1) + 1.(y+3) - 1.(z-0) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + y - z + 1 = 0.$$

- Câu 10:** Nghiệm phức của phương trình $(z-4)^2 + z^2 = 0$ có phần ảo dương là
A. $-2+i$. **B.** $2+2i$. **C.** $2+i$. **D.** $-1+i$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (z-4)^2 + z^2 = 0 \Leftrightarrow (z-4)^2 - (iz)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (z-4-iz)(z-4+iz) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z-4-iz=0 \\ z-4+iz=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-i)z=4 \\ (1+i)z=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=\frac{4}{1-i}=2+2i \\ z=\frac{4}{1+i}=2-2i \end{cases}.$$

Do nghiệm phức của phương trình $(z-4)^2 + z^2 = 0$ có phần ảo dương nên $z = 2 + 2i$.

- Câu 11:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 5]$ và thỏa mãn $\int_1^3 f(x)dx = 2020$, $\int_1^5 f(x)dx = 1$.

Tính $\int_3^5 f(x)$

- A.** -2019 . **B.** 2021 . **C.** -2021 . **D.** 2020 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_3^5 f(x)dx = \int_3^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$$

$$= -\int_1^3 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx = -2020 + 1 = -2019.$$

- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - 2z + 5 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là

- A.** $(-1; 1; 1)$ **B.** $(2; 2; -2)$. **C.** $(2; 2; 2)$. **D.** $(1; -1; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (-1; 1; 1)$.

Câu 13: Cho số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = 1 - 2i$. Tính mô đun của số phức $z_1 + z_2$

- A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{7}$. B. $|z_1 + z_2| = 5$. C. $|z_1 + z_2| = 25$. D. $|z_1 + z_2| = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$z_1 + z_2 = 4 - 3i \Rightarrow |z_1 + z_2| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5.$$

Câu 14: Cho số phức khác $z = a + bi$ khác 0. Phần ảo của số phức $\frac{1}{z}$.

- A. $\frac{a}{a^2 + b^2}$. B. $\frac{-a}{a^2 + b^2}i$. C. $\frac{-b}{a^2 + b^2}$. D. $\frac{b}{a^2 + b^2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{a + bi} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2} = \frac{a}{a^2 + b^2} + \frac{-bi}{a^2 + b^2}.$$

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không dương trên đoạn $[a; b]$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn với các đường thẳng $y = f(x); y = 0; x = a; x = b$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $S = \int_a^b -f(x) dx$. B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 16: Cho hai số phức $z_1 = -2 + i$, $z_2 = 3 - 4i$. Modun của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $5 + \sqrt{5}$. C. $5 - \sqrt{5}$. D. $5\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \frac{z_1}{z_2} = \frac{-2 + i}{3 - 4i} = \frac{(-2 + i)(3 + 4i)}{3^2 + 4^2} = \frac{-10 - 5i}{25} = -\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$$

$$\Rightarrow \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \sqrt{\left(-\frac{2}{5}\right)^2 + \left(-\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 17: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ đều liên tục trên đoạn $[0; 3]$ và thỏa mãn $\int_0^3 f(x) dx = 5$,

$$\int_0^3 g(x) dx = 10. \text{ Giá trị của } \int_0^3 [5f(x) - 2g(x)] dx \text{ bằng}$$

- A. 15. B. 10. C. 5. D. 20.

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^3 [5f(x) - 2g(x)] dx = 5 \int_0^3 f(x) dx - 2 \int_0^3 g(x) dx = 25 - 20 = 5$$

Câu 18: Tìm công thức nguyên hàm nào sau đây sai?

A. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, 0 < a \neq 1.$

B. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1.$

C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, x \neq 0.$

D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng nguyên hàm thì $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C, x \neq 0$ nên đáp án C là đáp án đúng.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 3)$. Mặt phẳng (P) đi qua hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz có phương trình:

A. $\frac{x}{2} - y + \frac{z}{3} = 1.$

B. $\frac{x}{2} - y - \frac{z}{3} = 1.$

C. $\frac{x}{3} - y + \frac{z}{2} = 0.$

D. $\frac{x}{2} - y + \frac{z}{3} = 0.$

Lời giải

Chọn A

Gọi hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là A, B, C .

$\Rightarrow A(2; 0; 0), B(0; -1; 0), C(0; 0; 3)$

Vậy, mặt phẳng (P) đi qua A, B, C có phương trình là: $\frac{x}{2} - y + \frac{z}{3} = 1.$

Câu 20: Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i, z_2 = 3 + 4i$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z_1 \cdot z_2$ có tọa độ là:

A. $(-11; -2).$

B. $(-11; 2).$

C. $(11; -2).$

D. $(11; 2).$

Lời giải

Chọn B

$z_1 \cdot z_2 = (-1 + 2i)(3 + 4i) = -3 - 4i + 6i - 8 = -11 + 2i \Rightarrow$ điểm biểu diễn số phức $z_1 \cdot z_2$ có tọa độ là: $(-11; 2).$

Câu 21: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$?

A. $\frac{1}{3} \sin 3x + C.$

B. $-\sin 3x + C.$

C. $\sin 3x + C.$

D. $-\frac{1}{3} \sin 3x + C.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int \cos 3x dx = \frac{1}{3} \sin 3x + C.$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 3t \end{cases}$. Điểm có tọa độ nào dưới đây không thuộc đường thẳng (d) ?

A. $(1, 2, 0).$

B. $(4, -1, -9).$

C. $(2, 1, 3).$

D. $(-1, 4, 6).$

Lời giải

Chọn C

Phương án A đúng vì: Với $t = 0$ ta có:
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \Rightarrow (1, 2, 0). \\ z = 0 \end{cases}$$

Phương án B đúng vì: Với $t = -3$ ta có:
$$\begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \Rightarrow (4, -1, -9). \\ z = -9 \end{cases}$$

Phương án C sai vì: Với $t = -1$ ta có:
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \Rightarrow (2, 1, -3). \\ z = -3 \end{cases}$$

Phương án D đúng vì: Với $t = 2$ ta có:
$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \Rightarrow (-1, 4, 6). \\ z = 6 \end{cases}$$

Câu 23: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Số phức $z = a + bi = 0, (a, b \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$.

B. Số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ có môđun là $\sqrt{a^2 + b^2}$.

C. Số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ là số thuần thực $\Leftrightarrow b = 0$.

D. Số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow a = 0$.

Lời giải

Chọn D

Vì số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 2 = 0$. Giả sử (d) cắt (P) tại điểm $I(a, b, c)$. Khi đó tổng $a + b + c$ bằng:

A. 7.

B. 9.

C. 10.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tham số $(d): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Vì $I = (d) \cap (P)$ nên ta có: $2(1 + 2t) - 3(3 - t) + 1 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Khi đó: $I(3, 2, 2)$.

Do đó: $a = 3, b = 2, c = 2$.

Vậy $a + b + c = 3 + 2 + 2 = 7$.

$$I = \int_1^e \frac{1}{x+3} dx.$$

Câu 25: Tính

- A. $\ln[4(e+3)]$. B. $\ln(e-7)$. C. $\ln\left(\frac{3+e}{4}\right)$. D. $\ln(e-2)$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } I = \int_1^e \frac{1}{x+3} dx = \ln|x+3| \Big|_1^e = \ln(e+3) - \ln 4 = \ln \frac{e+3}{4}$$

Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - x + 3$; $y = 2x + 1$ bằng

- A. $\frac{7}{6}$. B. $-\frac{1}{6}$. C. 5. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có phương trình hoành độ giao điểm: } x^2 - x + 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx = \left| \int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right) \Big|_1^2 \right| = \frac{1}{6}$$

Câu 27: Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} + \vec{b}$ bằng

- A. $(2; 1; 1)$. B. $(4; -1; 1)$. C. $(2; 3; -1)$. D. $(1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \vec{a}(2; -1; 2); \vec{b}(0; 2; -1) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (2; 1; 1)$$

Câu 28: Cho số phức $z = a + bi$ với a, b là số thực. Môđun của số phức $2z$ bằng:

- A. $2\sqrt{a^2 + b^2}$. B. $\sqrt{a^2 + b^2}$. C. $2\sqrt{a^2 + b^2}$. D. $2(a^2 + b^2)$.

Lời giải

Chọn A

$$2z = 2a + 2bi \Rightarrow |2z| = \sqrt{(2a)^2 + (2b)^2} = 2\sqrt{a^2 + b^2}$$

Câu 29: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2; 1; -3)$ và $(\alpha): 2x - y - 2z + 6 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với (α) có phương trình:

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$.
C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Mặt cầu } (S) \text{ có bán kính } R = d(I, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 - 2 \cdot (-3) + 6|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = 5$$

$$\text{Suy ra mặt cầu } (S) \text{ có phương trình: } (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25.$$

Câu 30: Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = 3^x, y = 0, x = -2, x = 2$. Thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $V = \int_0^2 9^x dx$. B. $V = \pi \int_{-2}^2 9^x dx$. C. $V = \pi \int_0^2 (3^x)^2 dx$. D. $V = \int_{-2}^2 (3^x)^2 dx$.

Lời giải

Chọn B

$$V = \pi \int_{-2}^2 (3^x)^2 dx = \pi \int_{-2}^2 9^x dx.$$

Câu 31: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + z + 2021 = 0$. Giá trị của biểu thức $A = |z_1 + z_2 - z_1 \cdot z_2|$ bằng:

- A. 2019. B. 2021. C. 2022. D. 2020.

Lời giải

Chọn C

Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = -1 \\ z_1 \cdot z_2 = 2021 \end{cases}$, suy ra $A = |z_1 + z_2 - z_1 \cdot z_2| = |-1 - 2021| = 2022$

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đạo hàm và liên tục trên tập hợp $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là sai:

- A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$. B. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.
C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$. D. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất của nguyên hàm khẳng định $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$ là sai.

Câu 33: Tính $\int x \cdot e^{x^2} dx$

- A. $x \cdot e^{x^2} + C$. B. $e^{x^2} + C$. C. $x + e^{x^2} + C$. D. $\frac{e^{x^2}}{2} + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int x \cdot e^{x^2} dx = \int e^{x^2} \frac{d(x^2)}{2} = \frac{e^{x^2}}{2} + C$$

Câu 34: Cho số phức $z = 5 - 3i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là:

- A. -3 . B. 3 . C. 5 . D. $-3i$.

Lời giải

Chọn B

$$z = 5 - 3i \Rightarrow \bar{z} = 5 + 3i.$$

Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là: 3 .

Câu 35: Tìm các số thực x, y thỏa mãn: $(x + 2y) + (2x - 2y)i = 7 - 4i$.

- A. $x = 1; y = -3$. B. $x = 1; y = 3$. C. $x = -1; y = 3$. D. $x = -1; y = -3$.

Lời giải

Chọn B

$$(x+2y)+(2x-2y)i=7-4i.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+2y=7 \\ 2x-2y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$$

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tính tích phân $\int_3^8 \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx$

Lời giải

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow 2tdt = dx$$

Đổi cận

x	3	8
t	2	3

Do đó

$$\int_2^3 \frac{t}{t^2-1} 2tdt = 2 \int_2^3 \frac{t^2}{t^2-1} dt = 2 \int_2^3 \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right) \right) dt = 2 \left(t + \frac{1}{2} (\ln|t-1| - \ln|t+1|) \right) \Big|_2^3 = 2 - \ln 2 + \ln 3 = 2 - \ln \frac{2}{3}$$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;0)$, mặt phẳng $(P): 2x-3y+z+5=0$ và đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua A , cắt (d) và song song với mặt phẳng (P) .

Lời giải

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (2; -3; 1)$

Gọi M là giao điểm của (Δ) và (d) là $M(1+2t; -t; -1+t)$

Đường thẳng (Δ) nhận $\overrightarrow{AM} = (2t; -t+2; t-1)$ làm VTCP

Đường thẳng (Δ) song song với mặt phẳng (P) nên

$$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 2t \cdot 2 + (-t+2) \cdot (-3) + (t-1) \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{7}{8}$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AM} = \left(\frac{7}{4}; \frac{9}{8}; -\frac{1}{8} \right) = \frac{1}{8} (14; 9; -1)$$

Đường thẳng (Δ) qua A và nhận $\overrightarrow{AM} = (14; 9; -1)$ làm VTCP nên pt $(\Delta): \begin{cases} x = 1 + 14t \\ y = -2 + 9t \\ z = -t \end{cases}$

Câu 38: Cho hai số phức z_1, z_2 tùy ý thỏa mãn điều kiện $|2z-i-1| = |\bar{i}z+2|$ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z_1 - z_2|$

Lời giải

Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

$$|2z-i-1| = |\bar{i}z+2| \Leftrightarrow \sqrt{(2x-1)^2 + (2y-1)^2} = \sqrt{(y+2)^2 + x^2}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 - 4x - 8y - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - \frac{4}{3}x - \frac{8}{3}y - \frac{2}{3} = 0.$$

Đây là phương trình đường tròn bán kính $R = \frac{\sqrt{26}}{3}$

Mặt khác $T = |z_1 - z_2|$ chính là khoảng cách giữa hai điểm lớn nhất trên đường tròn, nên giá trị

lớn nhất của T là $2R = \frac{2\sqrt{26}}{3}$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$, $f(x) \neq -1, \forall x \in [1; 2]$.

Biết $f'(x)[f(x)+2]^2 = [f(x)+1]^4(x-1)^2$ và $f(1) = -2$. Tính $I = \int_1^2 xf(x)dx$

Lời giải

Ta có: $f'(x)[f(x)+2]^2 = [f(x)+1]^4(x-1)^2 \Leftrightarrow \frac{f'(x)[f(x)+1]^2}{[f(x)+1]^4} = (x-1)^2$.

$$\Leftrightarrow \int \frac{f'(x)[f(x)+2]^2}{[f(x)+1]^4} dx = \int (x-1)^2 dx \quad (1)$$

Xét $I = \int \frac{f'(x)[f(x)+2]^2}{[f(x)+1]^4} dx$: đặt $t = f(x)+1$ khi đó:

$$I = \int \frac{(t+1)^2}{t^4} dt \Leftrightarrow \int \left(\frac{1}{t^2} + \frac{2}{t^3} + \frac{1}{t^4} \right) dt = -\frac{1}{t} - \frac{1}{t^2} - \frac{1}{3t^3} + C.$$

Thay vào (1) ta được: $-\frac{1}{t} - \frac{1}{t^2} - \frac{1}{3t^3} + C = \frac{x^3}{3} - x^2 + x$

Hay $-\frac{1}{f(x)+1} - \frac{1}{[f(x)+1]^2} - \frac{1}{3[f(x)+1]^3} + C = \frac{x^3}{3} - x^2 + x$

Vì $f(1) = -2$ nên $C = 0$, suy ra $-\frac{1}{f(x)+1} - \frac{1}{[f(x)+1]^2} - \frac{1}{3[f(x)+1]^3} = \frac{x^3}{3} - x^2 + x$.

Đồng nhất hai vế suy ra $-\frac{1}{f(x)+1} = x \Leftrightarrow f(x) = -1 - \frac{1}{x}$.

Khi đó: $I = \int_1^2 x \left(-1 - \frac{1}{x} \right) dx = \int_1^2 (-x - 1) dx = -\frac{5}{2}$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 03

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

- A. $-\sin 2x + C$. B. $\frac{1}{2} \sin 2x + C$. C. $-\frac{1}{2} \sin 2x + C$. D. $\sin 2x + C$.

Câu 2: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[1; 3]$, biết $F(1) = 2, F(3) = 7$. Tính $\int_1^3 f(x) dx$.

- A. 2. B. 9. C. -5. D. 5.

Câu 3: Cho số phức $z = \sqrt{2} - 3i$. Số phức nghịch đảo $\frac{1}{z}$ bằng

- A. $\sqrt{2} + 3i$. B. $\frac{\sqrt{2}}{11} - \frac{3}{11}i$. C. $-\frac{\sqrt{2}}{11} + \frac{3}{11}i$. D. $\frac{\sqrt{2}}{11} + \frac{3}{11}i$.

Câu 4: Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường thẳng $x = 0, x = \pi, y = 0$ và $y = -\cos x$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức nào?

- A. $V = \pi \int_0^{\pi} |\cos x| dx$. B. $V = \pi \int_0^{\pi} \cos^2 x dx$. C. $V = \pi \int_0^{\pi} (-\cos x) dx$. D. $V = \pi \int_0^{\pi} \cos^2 x dx$.

Câu 5: Cho hai số phức $z_1 = 3 + i$ và $z_2 = -5 - 2i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

- A. $-2 + i$. B. $-8 + 3i$. C. $8 + 3i$. D. $-2 - i$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là vector chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(3, -4, 4), N(1, 0, 9)$?

- A. $\vec{u}_1 = (-2; 4; 5)$. B. $\vec{u}_2 = (2; -4; 5)$. C. $\vec{u}_1 = (-2; -4; 5)$. D. $\vec{u}_1 = (2; 4; -5)$.

Câu 7: Số phức liên hợp của số phức $z = -2 - 3i$ là

- A. $\bar{z} = 3i$. B. $\bar{z} = 2 - 3i$. C. $\bar{z} = -2 + 3i$. D. $\bar{z} = 2 + 3i$.

Câu 8: Số phức nào dưới đây là một căn bậc hai của -2 ?

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2} + i$. C. -2 . D. $i\sqrt{2}$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = -2 + i$ là

- A. $M(-2; 1)$. B. $M(1; -2)$. C. $M(2; 1)$. D. $M(-2; -1)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ ($a, b \in \mathbb{R}, a < b$). Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = a, x = b$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

Câu 11: Phần thực của số phức $z = -1 + 2i$ bằng

- A. -1. B. 2. C. -2. D. 1.

Câu 12: Các số thực x, y thỏa mãn $(2x + 1) + (3y - 2)i = (x + 2) + (y + 4)i$ là

- A. $x = 1; y = -3$. B. $x = -1; y = -3$. C. $x = 1; y = 3$. D. $x = -1; y = 3$.

Câu 13: Tính tích phân $\int_0^2 (x + 3)^2 dx$.

- A. 9. B. $\frac{26}{3}$. C. 25. D. $\frac{98}{3}$.

Câu 14: Cho $\int_1^3 f(x)dx = 2, \int_3^4 f(x)dx = 8$. Tính $I = \int_1^4 f(x)dx$.

- A. 7. B. 10. C. 0. D. 4.

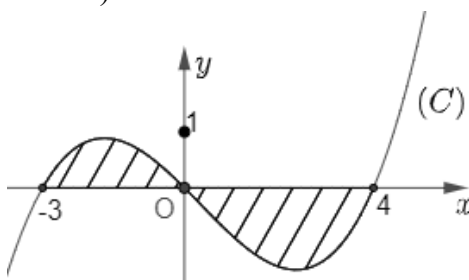
Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục không âm trên đoạn $[a; b]$. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Tính giá trị của S .

- A. $S = \pi \int_a^b f(x)dx$. B. $S = \int_a^b f(x)dx$. C. $S = \pi \int_a^b f^2(x)dx$. D. $S = -\int_a^b f(x)dx$.

Câu 16: Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. $6 + 6i$. B. $9 - 13i$. C. $-13i$. D. $-9 - 13i$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành (phần gạch sọc trong hình vẽ bên dưới) là



- A. $S = \int_0^{-3} f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx$. B. $S = \int_{-3}^4 f(x)dx$.
C. $S = \int_{-3}^0 f(x)dx - \int_0^4 f(x)dx$. D. $S = \int_{-3}^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3), B(4; 0; 1), C(-10; 5; 3)$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

- A. $\vec{n}_4 = (1; 2; 2)$. B. $\vec{n}_2 = (1; -2; 2)$. C. $\vec{n}_1 = (-1; 2; 2)$. D. $\vec{n}_3 = (1; 2; -2)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d, d' có phương trình $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = t \end{cases}$ và

$$d': \frac{x}{-2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-4}{1}. \text{ Mệnh đề nào dưới đây đúng?}$$

- A. d, d' song song nhau. B. d, d' trùng nhau. C. d, d' chéo nhau. D. d, d' cắt nhau.

Câu 20: Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$. B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}$. D. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = -2 + 3i$ và $z_2 = 4 - 3i$. Số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

- A. $\frac{-17}{25} + \frac{6}{25}i$. B. $\frac{17}{25} + \frac{6}{25}i$. C. $\frac{-17}{5} + \frac{6}{5}i$. D. $\frac{-17}{25} - \frac{6}{25}i$.

- Câu 22:** Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x}$.
- A. $F(x) = x^3 + \ln|x| + C$. B. $F(x) = x^3 - \ln|x| + C$.
 C. $F(x) = x^3 + \frac{1}{x^2} + C$. D. $F(x) = 6x - \ln|x| + C$.
- Câu 23:** Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^7 f(x)dx = 8$. Tính $\int_0^3 f(2x+1)dx$.
- A. 9. B. 4. C. 8. D. 3.
- Câu 24:** Tìm hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = xe^x$.
- A. $x^2e^x + C$. B. $(x+1)e^x + C$. C. $x^2 + \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$. D. $(x-1)e^x + C$.
- Câu 25:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -1; 0)$ và $B(3; 5; -8)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
- A. $(0; 6; -8)$. B. $(0; 3; -4)$. C. $(3; 2; -4)$. D. $(6; 4; -8)$.
- Câu 26:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2; -2; 1)$ và đi qua gốc tọa độ O có bán kính bằng
- A. 3. B. 9. C. 1. D. 5.
- Câu 27:** Môđun của số phức $z = -2 + 4i$ là
- A. 20. B. $2\sqrt{5}$. C. 5. D. $2\sqrt{3}$.
- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây **không** vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 4y + z + 2 = 0$.
- A. $(P_2): x + 4y - z + 2 = 0$. B. $(P_1): x - z + 2 = 0$.
 C. $(P_3): y + 4z + 2 = 0$. D. $(P_4): 4x + y + 2 = 0$.
- Câu 29:** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 2x$ và các đường thẳng $y = 0$, $x = 0, x = 1$. Tính diện tích S của hình phẳng (H) .
- A. $S = 5$. B. $S = 4$. C. $S = \frac{5}{2}$. D. $S = 2$.
- Câu 30:** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Số phức $2z_1 + 3z_2$ bằng
- A. $-5 + i\sqrt{2}$. B. $-5 - i\sqrt{2}$. C. $5 + 5\sqrt{2}i$. D. $5 - 5\sqrt{2}i$.
- Câu 31:** Cho hai số phức $z_1 = -2 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng
- A. $-4 - 2i$. B. $4 - 2i$. C. $4i$. D. $-2i$.
- Câu 32:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (3; 6; -3)$ có phương trình tham số là
- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 6t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + 6t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$, t là tham số. Điểm nào

sau đây thuộc đường thẳng Δ ?

- A. $(8; 7; 1)$. B. $(2; 1; 3)$. C. $(5; 3; -1)$. D. $(1; 6; -4)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(2; 5; 1)$?

- A. $(\alpha_2): 5x - 2y - z - 1 = 0$. B. $(\alpha_4): 5x + 2y + z - 1 = 0$.
C. $(\alpha_3): 5x + 2y + z + 1 = 0$. D. $(\alpha_1): 5x - 2y - z + 1 = 0$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với mặt phẳng $(\alpha): 5x - 3y + 2z + 7 = 0$ là

- A. $(Q_3): 5x - 3y + 2z = 0$. B. $(Q_2): 5x - 3y - 2z = 0$.
C. $(Q_1): 5x - 3y - 2z + 7 = 0$. D. $(Q_4): 5x - 3y + 2z - 7 = 0$.

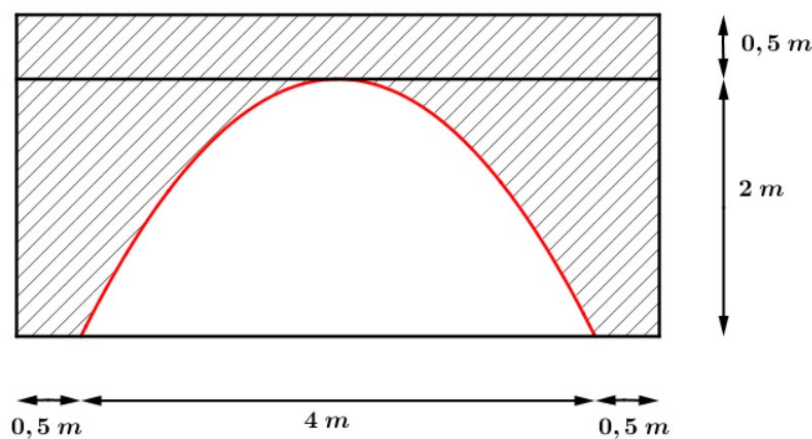
II. PHẦN TỰ LUẬN: (3điểm)

Câu 36: $(1, 0 \text{ điểm})$ Tính tích phân $I = \int_0^3 \sqrt{x+1} dx$.

Câu 37: $(1, 0 \text{ điểm})$ Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 0; -2)$ đồng thời vuông góc với cả hai mặt phẳng $(Q): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(R): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$.

Câu 38: Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = \sqrt{10}$ và $z \cdot \bar{z} = 5$

Câu 39:



Nhà thầy Minh có một cái cổng hình chữ nhật, lối vào có dạng parabol có kích thước như hình vẽ. Thầy Minh cần trang trí bề mặt (phần gạch chéo) của cổng. Hỏi thầy Minh cần bao nhiêu tiền để trang trí, biết giá thành trang trí là 1.200.000 đồng/ $1m^2$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM: (35 câu - 7 điểm)

Câu 1: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

- A. $-\sin 2x + C$. **B. $\frac{1}{2} \sin 2x + C$.** C. $-\frac{1}{2} \sin 2x + C$. D. $\sin 2x + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f(x) = \cos 2x \Rightarrow \int f(x) dx = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

Câu 2: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[1; 3]$, biết $F(1) = 2, F(3) = 7$. Tính $\int_1^3 f(x) dx$.

- A. 2. B. 9. C. -5. **D. 5.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_1^3 f(x) dx = F(x) \Big|_1^3 = F(3) - F(1) = 7 - 2 = 5. \text{ Vậy } \int_1^3 f(x) dx = 5.$$

Câu 3: Cho số phức $z = \sqrt{2} - 3i$. Số phức nghịch đảo $\frac{1}{z}$ bằng

- A. $\sqrt{2} + 3i$. B. $\frac{\sqrt{2}}{11} - \frac{3}{11}i$. C. $-\frac{\sqrt{2}}{11} + \frac{3}{11}i$. **D. $\frac{\sqrt{2}}{11} + \frac{3}{11}i$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } z = \sqrt{2} - 3i \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{\sqrt{2} - 3i} = \frac{\sqrt{2}}{11} + \frac{3}{11}i. \text{ Vậy } \frac{1}{z} = \frac{\sqrt{2}}{11} + \frac{3}{11}i.$$

Câu 4: Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường thẳng $x = 0, x = \pi, y = 0$ và $y = -\cos x$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức nào?

- A. $V = \pi \int_0^\pi |\cos x| dx$. **B. $V = \pi \int_0^\pi \cos^2 x dx$.** C. $V = \pi \int_0^\pi (-\cos x) dx$. D. $V = \int_0^\pi \cos^2 x dx$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Thể tích } V \text{ của khối tròn xoay tạo thành khi quay } (D) \text{ xung quanh trục } Ox \text{ là } V = \pi \int_0^\pi \cos^2 x dx.$$

Câu 5: Cho hai số phức $z_1 = 3 + i$ và $z_2 = -5 - 2i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

- A. $-2 + i$. B. $-8 + 3i$. **C. $8 + 3i$.** D. $-2 - i$.

Lời giải

Chọn C

$$z_1 - z_2 = 3 + i - (-5 - 2i) = 8 + 3i.$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(3, -4, 4), N(1, 0, 9)$?

- A. $\vec{u}_1 = (-2; 4; 5)$.** B. $\vec{u}_2 = (2; -4; 5)$. C. $\vec{u}_1 = (-2; -4; 5)$. D. $\vec{u}_1 = (2; 4; -5)$.

Lời giải

Chọn A

Vector chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm M, N là $\vec{u}_1 = \overrightarrow{MN} = (-2; 4; 5)$.

Câu 7: Số phức liên hợp của số phức $z = -2 - 3i$ là

- B.** $\bar{z} = 3i$. **B.** $\bar{z} = 2 - 3i$. **C.** $\bar{z} = -2 + 3i$. **D.** $\bar{z} = 2 + 3i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của số phức $z = -2 - 3i$ là $\bar{z} = -2 + 3i$.

Câu 8: Số phức nào dưới đây là một căn bậc hai của -2 ?

- A.** $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2} + i$. **C.** -2 . **D.** $i\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $-2 = 2i^2 = (i\sqrt{2})^2$. Suy ra, -2 có hai căn bậc hai là $i\sqrt{2}; -i\sqrt{2}$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = -2 + i$ là

- A.** $M(-2; 1)$. **B.** $M(1; -2)$. **C.** $M(2; 1)$. **D.** $M(-2; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = -2 + i$ là $M(-2; 1)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ ($a, b \in \mathbb{R}, a < b$). Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = a, x = b$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A.** $S = \int_a^b |f(x)| dx$. **B.** $S = \int_b^a |f(x)| dx$. **C.** $S = \int_b^a f(x) dx$. **D.** $S = \left| \int_b^a f(x) dx \right|$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường

$y = f(x), y = 0, x = a, x = b$ với $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ ($a, b \in \mathbb{R}, a < b$) thì

$S = \int_a^b |f(x)| dx$. Do đó chọn đáp án **A**.

Câu 11: Phần thực của số phức $z = -1 + 2i$ bằng

- A.** -1 . **B.** 2 . **C.** -2 . **D.** 1 .

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa số phức ta có phần thực của số phức $z = -1 + 2i$ bằng -1 . Do đó, chọn đáp án **A**.

Câu 12: Các số thực x, y thỏa mãn $(2x + 1) + (3y - 2)i = (x + 2) + (y + 4)i$ là

- A.** $x = 1; y = -3$. **B.** $x = -1; y = -3$.
C. $x = 1; y = 3$. **D.** $x = -1; y = 3$.

Lời giải

Chọn A

$$(2x + 1) + (3y - 2)i = (x + 2) + (y + 4)i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = x + 2 \\ 3y - 2 = y + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Do đó, chọn đáp án **C**.

Câu 13: Tính tích phân $\int_0^2 (x+3)^2 dx$.

- A. 9. B. $\frac{26}{3}$. C. 25. **D. $\frac{98}{3}$.**

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^2 (x+3)^2 dx = \int_0^2 (x^2 + 6x + 9) dx = \int_0^2 x^2 dx + \int_0^2 6x dx + \int_0^2 9 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^2 + 3x^2 \Big|_0^2 + 9x \Big|_0^2 = \frac{98}{3}.$$

Câu 14: Cho $\int_1^3 f(x) dx = 2, \int_3^4 f(x) dx = 8$. Tính $I = \int_1^4 f(x) dx$.

- A. 7. **B. 10.** C. 0. D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$I = \int_1^4 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx = 2 + 8 = 10.$$

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục không âm trên đoạn $[a; b]$. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Tính giá trị của S .

- A. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$. **B. $S = \int_a^b f(x) dx$.** C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = -\int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn B

Theo công thức tính diện tích hình phẳng ta có: $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Vì $f(x) \geq 0, \forall x \in [a; b]$ nên $S = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 16: Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. $6 + 6i$. B. $9 - 13i$ **C. $-13i$.** D. $-9 - 13i$.

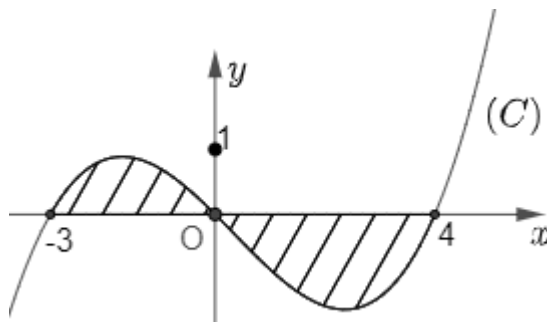
Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1 \cdot z_2 = (3 - 2i)(2 - 3i) = 6 - 9i - 4i + 6i^2 = -13i$.

Vậy ta chọn đáp án **C**.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành (phần gạch sọc trong hình vẽ bên dưới) là



A. $S = \int_0^{-3} f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx.$

B. $S = \int_{-3}^4 f(x)dx.$

C. $S = \int_{-3}^0 f(x)dx - \int_0^4 f(x)dx.$

D. $S = \int_{-3}^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx.$

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị, dễ thấy $S = \int_{-3}^0 |f(x)| dx + \int_0^4 |f(x)| dx = \int_{-3}^0 f(x)dx - \int_0^4 f(x)dx.$

Vậy ta chọn đáp án C.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;3), B(4;0;1), C(-10;5;3)$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

A. $\vec{n}_1 = (1;2;2).$

B. $\vec{n}_2 = (1;-2;2).$

C. $\vec{n}_1 = (-1;2;2).$

D. $\vec{n}_3 = (1;2;-2).$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{AB} = (2;1;-2); \vec{AC} = (-12;6;0).$

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = (12;24;24) = 12(1;2;2).$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d, d' có phương trình $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = t \end{cases}$ và

$d': \frac{x}{-2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-4}{1}.$ Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d, d' song song nhau. B. d, d' trùng nhau.

C. d, d' chéo nhau.

D. d, d' cắt nhau.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-2;1),$

Đường thẳng d' có véc tơ chỉ phương $\vec{u}' = (-2;3;1).$

Vì $\frac{2}{-2} \neq \frac{-2}{3}$ nên $\vec{u}, \vec{u}'$ không cùng phương.

Đường thẳng d' có phương trình tham số $\begin{cases} x = -2t' \\ y = -5 + 3t' \\ z = 4 + t' \end{cases}$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 1+2t = -2t' \\ 2-2t = -5+3t' \\ t = 4+t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{17}{2} \\ t' = 8 \\ t - t' = 4 \end{cases} \quad (\text{ vô nghiệm}). \text{ Vậy } d, d' \text{ chéo nhau.}$$

Câu 20: Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1.$

B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}.$

D. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx.$

Lời giải

Chọn C

Xét $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}.$

Với $k = 0$ thì $\int 0f(x) dx = \int 0 dx = C$ và $0 \int f(x) dx = 0$ nên $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ sai khi $k = 0.$

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = -2 + 3i$ và $z_2 = 4 - 3i$. Số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

A. $\frac{-17}{25} + \frac{6}{25}i.$

B. $\frac{17}{25} + \frac{6}{25}i.$

C. $\frac{-17}{5} + \frac{6}{5}i.$

D. $\frac{-17}{25} - \frac{6}{25}i.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\frac{z_1}{z_2} = \frac{-2+3i}{4-3i} = \frac{(-2+3i)(4+3i)}{25} = -\frac{17}{25} + \frac{6}{25}i.$

Câu 22: Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x}.$

A. $F(x) = x^3 + \ln|x| + C.$ **B.** $F(x) = x^3 - \ln|x| + C.$

C. $F(x) = x^3 + \frac{1}{x^2} + C.$ **D.** $F(x) = 6x - \ln|x| + C.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x) dx = \int \left(3x^2 - \frac{1}{x} \right) dx = x^3 - \ln|x| + C.$

Vậy đáp án B đúng.

Câu 23: Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^7 f(x) dx = 8.$ Tính $\int_0^3 f(2x+1) dx.$

A. 9.

B. 4.

C. 8.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 2x+1 \Rightarrow dt = 2dx$

Đổi cận: $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=1 \\ x=3 \Rightarrow t=7 \end{cases}.$ Khi đó $\int_0^3 f(2x+1) dx = \frac{1}{2} \int_1^7 f(t) dt = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4.$

Vậy chọn đáp án **B.**

Câu 24: Tìm hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = xe^x.$

A. $x^2e^x + C$.

B. $(x+1)e^x + C$.

C. $x^2 + \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.

D. $(x-1)e^x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f'(x)dx = f(x) + C$

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$. Do đó $\int xe^x dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C = (x-1)e^x + C$

Vậy đáp án D đúng.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -1; 0)$ và $B(3; 5; -8)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(0; 6; -8)$.

B. $(0; 3; -4)$.

C. $(3; 2; -4)$.

D. $(6; 4; -8)$.

Lời giải

Chọn C

Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là: $(3; 2; -4)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2; -2; 1)$ và đi qua gốc tọa độ O có bán kính bằng

A. 3.

B. 9.

C. 1.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Bán kính mặt cầu bằng $R = OI = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3$.

Câu 27: Môđun của số phức $z = -2 + 4i$ là

A. 20.

B. $2\sqrt{5}$.

C. 5.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Môđun của số phức z là $|z| = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây **không** vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 4y + z + 2 = 0$.

A. $(P_2): x + 4y - z + 2 = 0$.

B. $(P_1): x - z + 2 = 0$.

C. $(P_3): y + 4z + 2 = 0$.

D. $(P_4): 4x + y + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Các mặt phẳng $(P), (P_1), (P_2), (P_3), (P_4)$ lần lượt có các vector pháp tuyến là

$\vec{n} = (1; -4; 1), \vec{n}_1 = (1; 0; -1), \vec{n}_2 = (1; 4; -1), \vec{n}_3 = (0; 1; 4), \vec{n}_4 = (4; 1; 0)$.

Ta có:

$+\vec{n} \cdot \vec{n}_1 = 1.1 - 4.0 + 1(-1) = 0 \Rightarrow \vec{n} \perp \vec{n}_1$. Suy ra mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (P_1) .

$+\vec{n} \cdot \vec{n}_2 = 1.1 - 4.4 + 1(-1) = -16 \Rightarrow \vec{n}$ không vuông góc $\vec{n}_2$. Suy ra mặt phẳng (P) không vuông góc với mặt phẳng (P_2) .

$$+ \vec{n} \cdot \vec{n}_3 = 1.0 - 4.1 + 1.4 = 0 \Rightarrow \vec{n} \perp \vec{n}_3. \text{ Suy ra mặt phẳng } (P) \text{ vuông góc với mặt phẳng } (P_3).$$

$$+ \vec{n} \cdot \vec{n}_4 = 1.4 - 4.1 + 1.0 = 0 \Rightarrow \vec{n} \perp \vec{n}_4. \text{ Suy ra mặt phẳng } (P) \text{ vuông góc với mặt phẳng } (P_4).$$

Vậy, chọn đáp án **A.**

Câu 29: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 2x$ và các đường thẳng $y = 0$, $x = 0, x = 1$. Tính diện tích S của hình phẳng (H) .

A. $S = 5$.

B. $S = 4$.

C. $S = \frac{5}{2}$.

D. $S = 2$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích S của hình phẳng (H) là

$$S = \int_0^1 |3x^2 + 2x| dx = \int_0^1 (3x^2 + 2x) dx \left(\text{do } 3x^2 + 2x \geq 0, \forall x \in [0;1] \right) = \left(x^3 + x^2 \right) \Big|_0^1 = 2.$$

Vậy, chọn đáp án **D.**

Câu 30: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Số phức $2z_1 + 3z_2$ bằng

A. $-5 + i\sqrt{2}$.

B. $-5 - i\sqrt{2}$.

C. $5 + 5\sqrt{2}i$.

D. $5 - 5\sqrt{2}i$.

Lời giải

Chọn B

Dùng MTCT giải phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$ được hai nghiệm $z_1 = -1 + i\sqrt{2}, z_2 = -1 - i\sqrt{2}$.

Ta có: $2z_1 + 3z_2 = 2(-1 + i\sqrt{2}) + 3(-1 - i\sqrt{2}) = -5 - i\sqrt{2}$.

Vậy, chọn đáp án **B.**

Câu 31: Cho hai số phức $z_1 = -2 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $-4 - 2i$.

B. $4 - 2i$.

C. $4i$.

D. $-2i$.

Lời giải

Chọn D

$$z_1 + z_2 = -2i.$$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (3; 6; -3)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 6t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + 6t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = 3(1; 2; -1)$ nên có phương

trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$, t là tham số. Điểm nào

sau đây thuộc đường thẳng Δ ?

A. $(8; 7; 1)$.

B. $(2; 1; 3)$.

C. $(5; 3; -1)$.

D. $(1; 6; -4)$.

Lời giải

Chọn A

+ Thay $(8; 7; 1)$ vào phương trình đường thẳng ta có: $\begin{cases} 8 = -2 + 5t \\ 7 = 1 + 3t \\ 1 = 3 - t \end{cases} \Leftrightarrow t = 2$

Nên điểm $(8; 7; 1)$ thuộc đường thẳng.

+ Thay các điểm còn lại vào phương trình sẽ không có giá trị t nào thỏa mãn nên không thuộc đường thẳng.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(2; 5; 1)$?

A. $(\alpha_2): 5x - 2y - z - 1 = 0$.

B. $(\alpha_4): 5x + 2y + z - 1 = 0$.

C. $(\alpha_3): 5x + 2y + z + 1 = 0$.

D. $(\alpha_1): 5x - 2y - z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Thay $x = 2; y = 5; z = 1$ vào $5x - 2y - z + 1$, ta có: $5.2 - 2.5 - 1 + 1 = 0$.

Vậy mặt phẳng (α_1) đi qua điểm M .

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với mặt phẳng $(\alpha): 5x - 3y + 2z + 7 = 0$ là

A. $(Q_3): 5x - 3y + 2z = 0$.

B. $(Q_2): 5x - 3y - 2z = 0$.

C. $(Q_1): 5x - 3y - 2z + 7 = 0$.

D. $(Q_4): 5x - 3y + 2z - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(\alpha): 5x - 3y + 2z + 7 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (5; -3; 2)$.

Mặt phẳng đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ và song song với mặt phẳng (α) nên nhận $\vec{n} = (5; -3; 2)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là:

$$5(x - 0) - 3(y - 0) + 2(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3y + 2z = 0.$$

II. PHẦN TỰ LUẬN: (3 điểm)

Câu 36: $(1, 0 \text{ điểm})$ Tính tích phân $I = \int_0^3 \sqrt{x+1} dx$.

Lời giải

$$I = \int_0^3 \sqrt{x+1} dx.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow 2tdt = dx$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 3 \Rightarrow t = 2$$

Khi đó: $I = \int_1^2 t \cdot 2t dt = \int_1^2 2t^2 dt = \frac{2}{3} t^3 \Big|_1^2 = \frac{14}{3}$.

Câu 37: (1,0 điểm) Trong không gian Oxyz, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;0;-2)$ đồng thời vuông góc với cả hai mặt phẳng (Q): $3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và (R): $5x - 4y + 3z + 1 = 0$.

Lời giải

Ta có: (Q): $3x - 2y + 2z + 7 = 0$ nên $\vec{n}_Q = (3; -2; 2)$

(R): $5x - 4y + 3z + 1 = 0$ nên $\vec{n}_R = (5; -4; 3)$

$$[\vec{n}_Q; \vec{n}_R] = (2; 1; -2)$$

Vì (P) $\perp$ (Q); (P) $\perp$ (R) nên VTPT của (P) là $\vec{n}_P = (2; 1; -2)$

$$\text{PTMP (P): } 2(x-1) + 1(y-0) - 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 2z - 6 = 0.$$

Câu 38: Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = \sqrt{10}$ và $z \cdot \bar{z} = 5$

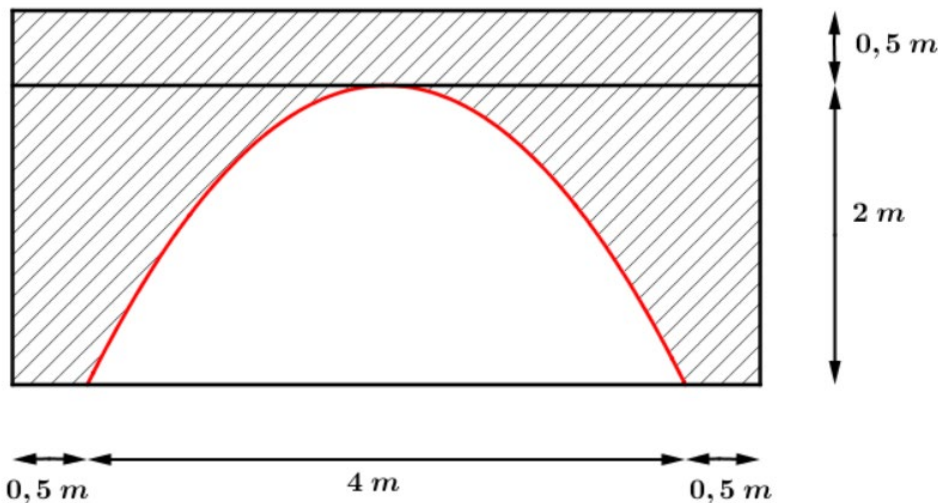
Lời giải

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$), khi đó thay vào giả thiết ta có

$$\begin{cases} (a+2)^2 + (b-1)^2 = 10 \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 0 \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ a = -2 \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy có 2 số phức thỏa mãn.

Câu 39:



Nhà thầy Minh có một cái cổng hình chữ nhật, lối vào có dạng parabol có kích thước như hình vẽ. Thầy Minh cần trang trí bề mặt (phần gạch chéo) của cổng. Hỏi thầy Minh cần bao nhiêu tiền để trang trí, biết giá thành trang trí là 1.200.000 đồng/ $1m^2$.

Lời giải

Ta có: Diện tích hình chữ nhật là: $S_{hcn} = 2,5 \cdot 4 = 10$

Mặt khác parabol có bán kính bằng $r = 2$ và chiều cao $h = 2$ nên có diện tích là

$$S_{Parapol} = \frac{4}{3} rh = \frac{4}{3} \cdot 2 \cdot 2 = \frac{16}{3}$$

Vậy phần diện tích gạch chéo là $S_{gạch\ chéo} = 12,5 - \frac{16}{3} = \frac{43}{6}$.

Do đó số tiền cần trang trí là $T = \frac{43}{3} \times 1.200.000 = 8.600.000$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 04

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: $\int 6x^5 dx$ bằng

- A. $6x^6 + C$. B. $x^6 + C$. C. $\frac{1}{6}x^6 + C$. D. $30x^4 + C$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

- A. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$ B. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$ C. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$ D. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$

Câu 3: Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. -3 . B. -1 . C. 1 . D. 3 .

Câu 4: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 5 . B. 3 . C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = -\int_a^b f(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

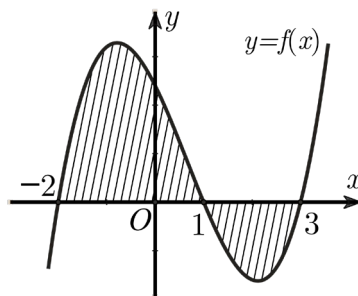
Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi cả đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

C. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.



Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 5]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2$, $x = 5$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $V = \pi^2 \int_2^5 f(x) dx$ B. $V = \pi \int_2^5 f^2(x) dx$ C. $V = 2\pi \int_2^5 f^2(x) dx$ D. $V = \pi^2 \int_2^5 f^2(x) dx$

Câu 8: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tìm phần thực a của z ?

- A. $a = 2$ B. $a = 3$ C. $a = -2$ D. $a = -3$

Câu 9: Số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 5i$ là:

- A. $\bar{z} = -3 - 5i$. B. $\bar{z} = 3 + 5i$. C. $\bar{z} = -3 + 5i$. D. $\bar{z} = 3 - 5i$.

Câu 10: Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

- A. 1. B. -3. C. -1. D. 3.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 3 + 2i$. Phần ảo của số phức $w = z_1 - 2z_2$ là

- A. $-4i$. B. 3. C. -4 . D. -3 .

Câu 12: Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $w = 2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. $(0; 5)$. B. $(5; -1)$. C. $(-1; 5)$. D. $(5; 0)$.

Câu 13: Cho số phức z thỏa mãn: $z(1 + 2i) = 4 - 3i$. Tìm số phức liên hợp của z .

- A. $\bar{z} = \frac{-2}{5} - \frac{11}{5}i$. B. $\bar{z} = \frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$. C. $\bar{z} = \frac{-2}{5} + \frac{11}{5}i$. D. $\bar{z} = \frac{2}{5} + \frac{11}{5}i$.

Câu 14: Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm $1 - \sqrt{2}i$?

- A. $z^2 - 2z + 3 = 0$. B. $z^2 + 2z + 5 = 0$. C. $z^2 - 2z + 5 = 0$. D. $z^2 + 2z + 3 = 0$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M . Tọa độ của điểm M là

- A. $M(1; -2; 0)$. B. $M(0; -2; 3)$. C. $M(1; 0; 0)$. D. $M(1; 0; 3)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vector nào sau đây **không phải** là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 3y - 5z + 2 = 0$?

- A. $\vec{n} = (-3; -9; 15)$. B. $\vec{n} = (-1; -3; 5)$. C. $\vec{n} = (2; 6; -10)$. D. $\vec{n} = (-2; -6; -10)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ và điểm $M(1; 2; 3)$. Tính khoảng cách d từ M đến (P) ?

- A. $d = \frac{1}{3}$. B. $d = 2$. C. $d = 3$. D. $d = 1$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng (d) có phương trình chính tắc là $\frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-6}{2}$

. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng (d) ?

- A. $\vec{u} = (3; 4; 2)$. B. $\vec{u} = (5; -1; 6)$. C. $\vec{u} = (3; -4; 2)$. D. $\vec{u} = (-5; 1; -6)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) .

- A. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{1}$ B. $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{1}$
C. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$ D. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{3}$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$

. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

- A. $N(4;0;-1)$. B. $M(1;-2;3)$. C. $P(7;2;1)$. D. $Q(-2;-4;7)$.

Câu 21: Xét $I = \int x^3 (4x^4 - 3)^5 dx$. Bằng cách đặt $u = 4x^4 - 3$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $I = \int u^5 du$. B. $I = \frac{1}{12} \int u^5 du$. C. $I = \frac{1}{16} \int u^5 du$. D. $I = \frac{1}{4} \int u^5 du$.

Câu 22: Tìm khẳng định đúng.

- A. $\int x \cos x dx = x \sin x + \int \sin x dx$. B. $\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx$.
C. $\int x \cos x dx = -x \sin x - \int \sin x dx$. D. $\int x \cos x dx = -x \sin x + \int \sin x dx$.

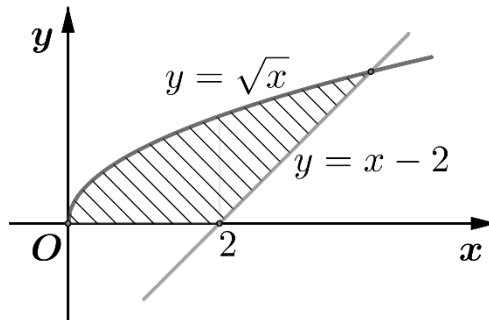
Câu 23: Cho tích phân $I = \int_1^3 \frac{1}{x} dx$. Tìm mệnh đề đúng.

- A. $I = (\ln|x|) \Big|_1^3$. B. $I = -(\ln|x|) \Big|_1^3$. C. $I = -\frac{1}{x^2} \Big|_1^3$. D. $I = \frac{1}{x^2} \Big|_1^3$.

Câu 24: Tích phân $I = \int_0^1 x e^x dx$ bằng

- A. $I = x e^x \Big|_0^1 + \int_0^1 e^x dx$. B. $I = x e^x \Big|_0^1 - e^x$. C. $I = x e^x - \int_0^1 e^x dx$. D. $I = x e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx$.

Câu 25: Tính diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ sau:



- A. $\frac{10}{3}$. B. 4. C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{11}{3}$.

Câu 26: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3x - 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$. Quay (H) xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là

- A. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$. B. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2|^2 dx$.
C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx$. D. $V = \pi \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$.

Câu 27: Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)z = 4 - 3i + 2z$. Số phức liên hợp của số phức z là?

- A. $\bar{z} = 2 + i$. B. $\bar{z} = -2 + i$. C. $\bar{z} = -2 - i$. D. $\bar{z} = 2 - i$.

Câu 28: Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 2$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là:

- A. $I(-1;1), R = 4$. B. $I(-1;1), R = 2$. C. $I(1;-1), R = 2$. D. $I(1;-1), R = 4$.

- Câu 29:** Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$
A. $w = -3 - 3i$. **B.** $w = 3 + 7i$. **C.** $w = -7 - 7i$ **D.** $w = 7 - 3i$.
- Câu 30:** Biết số phức z thỏa mãn $(2 + i)\bar{z} + 1 - 5i = 0$. Tính môđun của số phức $w = z + 1 + i$.
A. $2\sqrt{5}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $\frac{8\sqrt{5}}{5}$.
- Câu 31:** Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + i) = 3 - 5i$. Tính môđun của z
A. $|z| = \sqrt{17}$. **B.** $|z| = 16$. **C.** $|z| = 17$. **D.** $|z| = 4$.
- Câu 32:** Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?
A. $M_1\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. **B.** $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. **C.** $M_3\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$. **D.** $M_4\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.
- Câu 33:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng
A. 9. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 3.
- Câu 34:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; 0)$; mặt phẳng $(Q): x + y - 4z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 + t \\ z = 5 - t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A , song song với d và vuông góc với (Q) là.
A. $x + y + z - 1 = 0$. **B.** $3x + y + z - 1 = 0$. **C.** $x + 3y + z - 3 = 0$. **D.** $3x - y - z + 1 = 0$.
- Câu 35:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 4)$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + z - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P) .
A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$. **B.** $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.
C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$. **D.** $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{2}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

- Câu 36: (1,0 điểm)** Tính tích phân sau: $I = \int_0^1 (x-1)e^{2x} dx$.
- Câu 37: (1,0 điểm)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 6 = 0$, mặt cầu (S) tâm O tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại H . Xác định tọa độ điểm H .
- Câu 38: (0,5 điểm)** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$ và $x = 3$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

Câu 39: (0,5 điểm) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - i| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z - 2i|$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: $\int 6x^5 dx$ bằng

A. $6x^6 + C$.

B. $x^6 + C$.

C. $\frac{1}{6}x^6 + C$.

D. $30x^4 + C$.

Lời giải

Ta có: $\int 6x^5 dx = x^6 + C$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

A. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$

B. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$

C. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$

D. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$

Lời giải

Áp dụng công thức $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$, ($0 < a \neq 1$) ta được đáp án B

Câu 3: Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. -3 .

B. -1 .

C. 1 .

D. 3 .

Lời giải

Ta có $\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = -2 + 1 = -1$.

Câu 4: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

A. 5 .

B. 3 .

C. $\frac{13}{3}$.

D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\int_1^2 [2 + f(x)] dx = (2x + x^2) \Big|_1^2 = 8 - 3 = 5$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = -\int_a^b f(x) dx$.

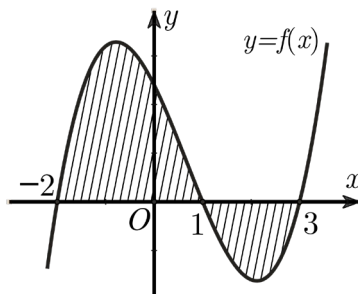
D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$x = a, x = b$ được tính bởi công thức: $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi cá đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

C. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.

Lời giải

Ta có $S = \int_{-2}^3 |f(x)| dx = \int_{-2}^1 |f(x)| dx + \int_1^3 |f(x)| dx$.

Do $f(x) \geq 0$ với $\forall x \in [-2; 1]$ và $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in [1; 3]$ nên $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 5]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2, x = 5$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V = \pi^2 \int_2^5 f(x) dx$

B. $V = \pi \int_2^5 f^2(x) dx$

C. $V = 2\pi \int_2^5 f^2(x) dx$

D. $V = \pi^2 \int_2^5 f^2(x) dx$

Lời giải

Câu 8: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tìm phần thực a của z ?

A. $a = 2$

B. $a = 3$

C. $a = -2$

D. $a = -3$

Lời giải

Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực $a = 2$.

Câu 9: Số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 5i$ là:

A. $\bar{z} = -3 - 5i$.

B. $\bar{z} = 3 + 5i$.

C. $\bar{z} = -3 + 5i$.

D. $\bar{z} = 3 - 5i$.

Lời giải

Câu 10: Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

A. 1.

B. -3.

C. -1.

D. 3.

Lời giải

Điểm $M(-3;1)$ là điểm biểu diễn số phức z , suy ra $z = -3 + i$.

Vậy phần thực của z bằng -3 .

- Câu 11:** Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 3 + 2i$. Phần ảo của số phức $w = z_1 - 2z_2$ là
A. $-4i$. **B.** 3 . **C.** -4 . **D.** -3 .

Lời giải

Ta có: $z_1 - 2z_2 = (2 + i) - 2(3 + 2i) = -4 - 3i$.

- Câu 12:** Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $w = 2z_1 + z_2$ có tọa độ là
A. $(0; 5)$. **B.** $(5; -1)$. **C.** $(-1; 5)$. **D.** $(5; 0)$.

Lời giải

Ta có $w = 2z_1 + z_2 = 5 - i$.

- Câu 13:** Cho số phức z thỏa mãn: $z(1 + 2i) = 4 - 3i$. Tìm số phức liên hợp của z .

- A.** $\bar{z} = \frac{-2}{5} - \frac{11}{5}i$. **B.** $\bar{z} = \frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$. **C.** $\bar{z} = \frac{-2}{5} + \frac{11}{5}i$. **D.** $\bar{z} = \frac{2}{5} + \frac{11}{5}i$.

Lời giải

Vì $z(1 + 2i) = 4 - 3i$ nên $z = \frac{4 - 3i}{1 + 2i} = \frac{(4 - 3i)(1 - 2i)}{1^2 + 2^2} = \frac{-2 - 11i}{5} = \frac{-2}{5} - \frac{11}{5}i$.

Vậy nên $\bar{z} = \frac{-2}{5} + \frac{11}{5}i$.

- Câu 14:** Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm $1 - \sqrt{2}i$?

- A.** $z^2 - 2z + 3 = 0$. **B.** $z^2 + 2z + 5 = 0$. **C.** $z^2 - 2z + 5 = 0$. **D.** $z^2 + 2z + 3 = 0$

- Câu 15:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M . Tọa độ của điểm M là

- A.** $M(1; -2; 0)$. **B.** $M(0; -2; 3)$. **C.** $M(1; 0; 0)$. **D.** $M(1; 0; 3)$.

Lời giải

Điểm M là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) , khi đó hoành độ điểm A : $x_A = 0$

Do đó tọa độ điểm $M(0; -2; 3)$.

- Câu 16:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây **không phải** là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 3y - 5z + 2 = 0$?

- A.** $\vec{n} = (-3; -9; 15)$. **B.** $\vec{n} = (-1; -3; 5)$. **C.** $\vec{n} = (2; 6; -10)$. **D.** $\vec{n} = (-2; -6; -10)$.

Lời giải

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_{(P)} = (1; 3; -5)$.

Vì vectơ $\vec{n} = (-2; -6; -10)$ không cùng phương với $\vec{n}_{(P)}$ nên **không phải** là vectơ pháp tuyến

của mặt phẳng (P) .

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ và điểm $M(1; 2; 3)$. Tính khoảng cách d từ M đến (P) ?

- A.** $d = \frac{1}{3}$. **B.** $d = 2$. **C.** $d = 3$. **D.** $d = 1$.

Lời giải

Khoảng cách từ M tới mặt phẳng $(P): d = \frac{|2 \cdot 1 - 2 + 2 \cdot 3 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 1$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng (d) có phương trình chính tắc là $\frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-6}{2}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng (d) ?

- A.** $\vec{u} = (3; 4; 2)$. **B.** $\vec{u} = (5; -1; 6)$. **C.** $\vec{u} = (3; -4; 2)$. **D.** $\vec{u} = (-5; 1; -6)$.

Lời giải

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) .

- A.** $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{1}$ **B.** $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{1}$
C. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$ **D.** $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{3}$

Lời giải

Do d vuông góc với (P) nên VTPT của (P) cũng là VTCP của $d \Rightarrow \overrightarrow{VTCP} \vec{u}_d = (2; -3; 1)$.

Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là: $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

- A.** $N(4; 0; -1)$. **B.** $M(1; -2; 3)$. **C.** $P(7; 2; 1)$. **D.** $Q(-2; -4; 7)$.

Lời giải

Thế tọa độ M vào phương trình đường thẳng d ta được $1 = 1 = 1$ (đúng), loại **A**

Thế tọa độ N vào phương trình đường thẳng d ta được $0 = 0 = 0$ (đúng), loại **B**

Thế tọa độ P vào phương trình đường thẳng d ta được $2 = 2 = \frac{1}{2}$ (!), nhận **C**

Thế tọa độ Q vào phương trình đường thẳng d ta được $-1 = -1 = -1$ (đúng), loại **D**

Câu 21: Xét $I = \int x^3 (4x^4 - 3)^5 dx$. Bằng cách đặt $u = 4x^4 - 3$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $I = \int u^5 du$. **B.** $I = \frac{1}{12} \int u^5 du$. **C.** $I = \frac{1}{16} \int u^5 du$. **D.** $I = \frac{1}{4} \int u^5 du$.

Lời giải

Ta có $u = 4x^4 - 3 \Rightarrow du = 16x^3 dx \Rightarrow x^3 dx = \frac{du}{16}$; Suy ra: $I = \int x^3 (4x^4 - 3)^5 dx = \frac{1}{16} \int u^5 du$.

Câu 22: Tìm khẳng định đúng.

A. $\int x \cos x dx = x \sin x + \int \sin x dx$. **B.** $\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx$.
C. $\int x \cos x dx = -x \sin x - \int \sin x dx$. **D.** $\int x \cos x dx = -x \sin x + \int \sin x dx$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$.

Suy ra $\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx$.

Câu 23: Cho tích phân $I = \int_1^3 \frac{1}{x} dx$. Tìm mệnh đề đúng.

A. $I = (\ln|x|) \Big|_1^3$. **B.** $I = -(\ln|x|) \Big|_1^3$. **C.** $I = -\frac{1}{x^2} \Big|_1^3$. **D.** $I = \frac{1}{x^2} \Big|_1^3$.

Lời giải

Ta có $I = \int_1^3 \frac{1}{x} dx = (\ln|x|) \Big|_1^3$.

Câu 24: Tích phân $I = \int_0^1 x e^x dx$ bằng

A. $I = x e^x \Big|_0^1 + \int_0^1 e^x dx$. **B.** $I = x e^x \Big|_0^1 - e^x$. **C.** $I = x e^x - \int_0^1 e^x dx$. **D.** $I = x e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx$.

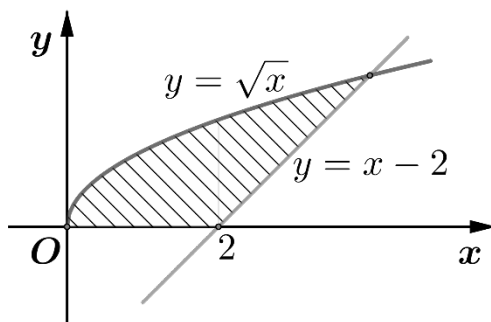
Lời giải

$I = \int_0^1 x e^x dx$

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$

$I = x e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx$.

Câu 25: Tính diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ sau:



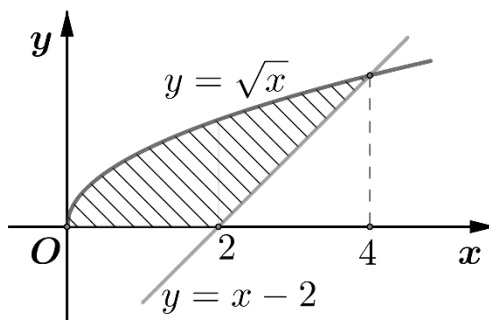
A. $\frac{10}{3}$.

B. 4.

C. $\frac{13}{3}$.

D. $\frac{11}{3}$.

Lời giải



Phương trình hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$:

$$\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Diện tích của hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^4 \sqrt{x} dx - \int_2^4 (x - 2) dx = \frac{10}{3}$ (đvdt)

Câu 26: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3x - 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$. Quay (H) xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là

A. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$. **B.** $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2|^2 dx$.

C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx$.

D. $V = \pi \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$.

Câu 27: Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)z = 4 - 3i + 2z$. Số phức liên hợp của số phức z là?

A. $\bar{z} = 2 + i$.

B. $\bar{z} = -2 + i$.

C. $\bar{z} = -2 - i$.

D. $\bar{z} = 2 - i$.

Lời giải

$$\text{Ta có } (1 + 2i)z = 4 - 3i + 2z \Leftrightarrow (1 + 2i - 2)z = 4 - 3i \Leftrightarrow z = \frac{4 - 3i}{2i - 1} = -2 - i \Rightarrow \bar{z} = -2 + i.$$

Câu 28: Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 2$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là:

A. $I(-1; 1), R = 4$.

B. $I(-1; 1), R = 2$.

C. $I(1; -1), R = 2$.

D. $I(1; -1), R = 4$.

Lời giải

Gọi $z = a + bi$, với $x, y \in \mathbb{R}$, ta có:

$$|z - 1 + i| = 2 \Leftrightarrow |x + yi - 1 + i| = 2 \Leftrightarrow |(x-1) + (y+1)i| = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 2$.

Câu 29: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$

- A.** $w = -3 - 3i$. **B.** $w = 3 + 7i$. **C.** $w = -7 - 7i$ **D.** $w = 7 - 3i$.

Lời giải

$$\text{Ta có } w = iz + \bar{z} = i(2 + 5i) + (2 - 5i) = 2i - 5 + 2 - 5i = -3 - 3i$$

Câu 30: Biết số phức z thỏa mãn $(2 + i)\bar{z} + 1 - 5i = 0$. Tính môđun của số phức $w = z + 1 + i$.

- A.** $2\sqrt{5}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $\frac{8\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (2 + i)\bar{z} + 1 - 5i = 0 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{-1 + 5i}{2 + i} = \frac{3}{5} + \frac{11}{5}i \Rightarrow z + 1 + i = \left(\frac{3}{5} - \frac{11}{5}i\right) + 1 + i = \frac{8}{5} - \frac{6}{5}i.$$

$$\text{Vậy } |z + 1 + i| = 2.$$

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + i) = 3 - 5i$. Tính môđun của z

- A.** $|z| = \sqrt{17}$. **B.** $|z| = 16$. **C.** $|z| = 17$. **D.** $|z| = 4$.

Lời giải

$$z(1 + i) = 3 - 5i \Leftrightarrow z = \frac{3 - 5i}{1 + i} = -1 - 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}$$

Câu 32: Ký hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

- A.** $M_1\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. **B.** $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. **C.** $M_3\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$. **D.** $M_4\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

Lời giải

$$\text{Xét phương trình } 4z^2 - 16z + 17 = 0 \text{ có } \Delta' = 64 - 4.17 = -4 = (2i)^2.$$

$$\text{Phương trình có hai nghiệm } z_1 = \frac{8 - 2i}{4} = 2 - \frac{1}{2}i, z_2 = \frac{8 + 2i}{4} = 2 + \frac{1}{2}i.$$

$$\text{Do } z_0 \text{ là nghiệm phức có phần ảo dương nên } z_0 = 2 + \frac{1}{2}i.$$

$$\text{Ta có } w = iz_0 = -\frac{1}{2} + 2i. \text{ Vậy điểm biểu diễn } w = iz_0 \text{ là } M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right).$$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A.** 9. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 3.

Lời giải

Bán kính mặt cầu là: $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{0^2 + (-1)^2 + 1^2 - (-7)} = 3$.

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$; mặt phẳng

$(Q): x + y - 4z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 + t \\ z = 5 - t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A , song

song với d và vuông góc với (Q) là.

A. $x + y + z - 1 = 0$. **B.** $3x + y + z - 1 = 0$.

C. $x + 3y + z - 3 = 0$. **D.** $3x - y - z + 1 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (Q) có vtpt $\vec{n} = (1; 1; -4)$.

Đường thẳng d có vtcp $\vec{u} = (0; 1; -1)$.

Vì mặt phẳng (P) song song với d và vuông góc với (Q) nên có vtpt $\vec{a} = [\vec{n}, \vec{u}] = (3; 1; 1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $3x + y - 1 + z = 0 \Leftrightarrow 3x + y + z - 1 = 0$.

Câu 35: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 4)$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-2}{-1}$ và

mặt phẳng $(P): 2x + z - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P) .

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{2}$.

Lời giải

Đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-2}{-1}$ có một VTCP $\vec{u} = (3; -5; -1)$.

Mặt phẳng $(P): 2x + z - 2 = 0$ có một VTPT $\vec{n} = (2; 0; 1)$.

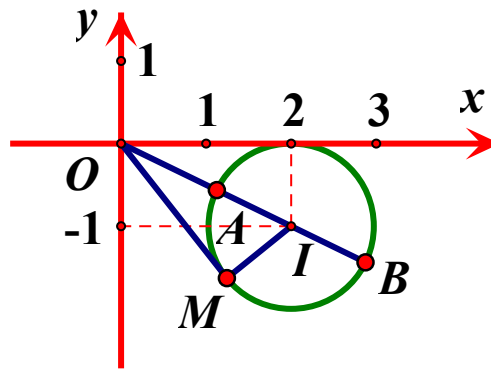
Đường thẳng Δ có một VTCP $\vec{a} = [\vec{u}, \vec{n}] = -5(1; 1; -2)$.

Đường thẳng Δ có phương trình $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
36	Tính tích phân sau: $I = \int_0^1 (x-1)e^{2x} dx$.	1,0 điểm
	Đặt $\begin{cases} u = x-1 \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases}$.	0,5 0,25

	$\Rightarrow \int_0^1 (x-1)e^{2x} dx = \frac{1}{2}(x-1)e^{2x} \Big _0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} dx$ $= -\frac{1}{4}e^2 + \frac{3}{4}$	0,25
37	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 6 = 0$, mặt cầu (S) tâm O tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại H. Xác định tọa độ điểm H.	1,0 điểm
	Tiếp điểm H là hình chiếu vuông góc của O lên $mp(P)$. Đường thẳng Δ qua O và $\Delta \perp (P)$ có phương trình $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases}$ $\Rightarrow H = \Delta \cap (P)$, giải hệ phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 2t \\ x - y + 2z + 6 = 0 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} t = -1 \\ x = -1; y = 1; z = -2 \end{cases}$ Vậy $H(-1; 1; -2)$.	0,50 0,25 0,25
38	Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$ và $x = 3$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.	0,5 điểm
	Thể tích khối tròn xoay được tính theo công thức: $V = \pi \int_0^3 \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right)^2 dx.$ $= \pi \int_0^3 \left(\frac{1}{9}x^6 - \frac{2}{3}x^5 + x^4 \right) dx = \frac{81\pi}{35}.$	0,25 0,25
39	Cho số phức z thỏa mãn $z - 2 - i = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $z - 2i$.	0,5 điểm
	Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn hình học của số phức $w = x + yi$. ($x, y \in \mathbb{R}$) Từ giả thiết $z - 2 - i = 1$ ta được: $ w + 2i - 2 - i = 1 \Leftrightarrow w - 2 + i = 1 \Leftrightarrow (x-2) + (y+1)i = 1$ $\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 1.$ Suy ra tập hợp những điểm $M(x; y)$ biểu diễn cho số phức w là đường tròn (C) có tâm $I(2; -1)$ bán kính $R = 1$.	0,25 0,25



Giả sử OI cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B với A nằm trong đoạn thẳng OI .

Ta có $|w| = OM$

Mà $OM + MI \geq OI \Leftrightarrow OM + MI \geq OA + AI \Leftrightarrow OM \geq OA$

Nên $|w|$ nhỏ nhất bằng $OA = OI - IA = \sqrt{5} - 1$ khi $M \equiv A$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 05

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Hàm số $F(x) = x + \frac{1}{x}$ (với $x \neq 0$) là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f(x) = 1$. B. $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$. C. $f(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x|$. D. $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$.

Câu 2: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}$.

- A. $\int f(x)dx = \tan x + \cot x + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{1}{2\cos x} + \frac{1}{2\sin x} + C$.

- C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2\cos x} - \frac{1}{2\sin x} + C$. D. $\int f(x)dx = \tan x - \cot x + C$.

Câu 3: Tìm nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ là:

- A. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. B. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. C. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. D. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 4: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hai véc tơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$ và $\vec{b} = (3; 2; 1)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$

- A. 0. B. 10. C. 6. D. 12.

Câu 5: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-1}{3}$. Véc tơ nào sau đây là một véc tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u} = (2; 4; 3)$. B. $\vec{u} = (2; -3; 4)$. C. $\vec{u} = (1; 3; 1)$. D. $\vec{u} = (1; -3; 1)$.

Câu 6: Có bao nhiêu số phức z thoả mãn $|z-2| = |z|$ và z có phần ảo là 2.

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 7: Cho hai số phức $z = a + bi$, $z' = a' + b'i$ ($a, b, a', b' \in \mathbb{R}$). Tìm phần ảo của số phức $z \cdot z'$.

- A. $ab' + a'b$. B. $ab' - a'b$. C. $(ab' + a'b)i$. D. $aa' - bb'$.

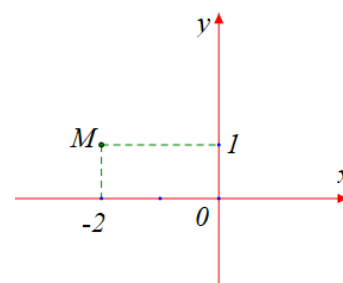
Câu 8: Trong không gian với hệ trục toạ độ Oxyz, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 4; -7)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 6x + 6y - 7z + 42 = 0$.

- A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+7)^2 = 11$. B. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+7)^2 = 121$.

- C. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + (z-7)^2 = 121$. D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+7)^2 = 11$.

Câu 9: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

- A. $-2 + i$. B. $1 - 2i$.
C. $2 + i$. D. $1 + 2i$.



Câu 10: Tìm các số thực x, y biết $x + 2i = 3 + 4yi$.

- A. $x = 3, y = 2$. B. $x = -3, y = \frac{1}{2}$. C. $x = 3, y = \frac{1}{2}$. D. $x = 3, y = -\frac{1}{2}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, âm trên đoạn $[a; b]$. Khi đó diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = -\int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = -\int_a^b f(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 12: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 1 - i$.

A. $-1 - i$. B. $-1 + i$. C. $1 - i$. D. $1 + i$.

Câu 13: Giả sử $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và các số thực $a < b < c$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ ($k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$). B. $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$.
C. $\int_a^a f(x) dx = 0$. D. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; 2)$.

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$.
C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$. D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

Câu 15: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = xe^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2; x = 2$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\int_{-2}^2 |xe^x| dx$. B. $\int_{-2}^2 xe^x dx$. C. $\left| \int_{-2}^2 xe^x dx \right|$. D. $\pi \int_{-2}^2 xe^x dx$.

Câu 16: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = x$.

A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{1}{6}$. C. 6. D. 6π .

Câu 17: Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$.

A. 2. B. -1. C. 3. D. 1.

Câu 18: Tính tích phân $I = \int_0^1 e^{-2x} dx$ ta được $I = \frac{ae^2 - 1}{be^2}$ với $a; b$ là các số nguyên. Tính tổng $a + b$.

A. 3. B. -3. C. 2. D. -5.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 3 = 0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Gọi $I(a; b; c)$ là giao điểm của (P) và Δ , tính tổng $a + b + c$.

A. 7. B. -5. C. 3. D. -1.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\int [3 - f(x)] dx = \int 3 dx - \int f(x) dx$. B. $\int 3f(x) dx = 3 \int f(x) dx$.
C. $\int 3f(x) dx = \int 3 dx \cdot \int f(x) dx$. D. $\int [3 + f(x)] dx = \int 3 dx + \int f(x) dx$.

Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn $z + 2 - 2i = 3 - 4i$. Tìm môđun của z .

A. $|z| = 5$. B. $|z| = 1$. C. $|z| = \sqrt{5}$. D. $|z| = \sqrt{37}$.

- Câu 22:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 9 = 0$. Vec tơ nào sau đây là một vec tơ pháp tuyến của (P) .
- A. $\vec{n}_2 = (-2; 3; 4)$. B. $\vec{n}_1 = (-2; -3; 4)$. C. $\vec{n}_1 = (-2; -3; -4)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 3; 4)$.
- Câu 23:** Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$, tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.
- A. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx = (-\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$. B. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx = (\sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$.
- C. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx = (\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$. D. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx = (-\sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$.
- Câu 24:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(6; 0; 0), B(0; 7; 0), C(0; 0; 8)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .
- A. $\frac{x}{6} + \frac{y}{7} + \frac{z}{8} = 1$. B. $\frac{x}{6} + \frac{y}{7} + \frac{z}{8} = 0$. C. $\frac{x}{8} + \frac{y}{7} + \frac{z}{6} = 1$. D. $\frac{x}{8} + \frac{y}{7} + \frac{z}{6} = 0$.
- Câu 25:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1, 2, 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $4x + 3y - 3z + 1 = 0$.
- A. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$
- Câu 26:** Cho số phức z thỏa mãn $i^3 z + 3 - 4i = 0$. Tìm số phức liên hợp của z .
- A. $3 + 4i$. B. $3 - 4i$. C. $-4 + 3i$. D. $-4 - 3i$.
- Câu 27:** Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = -4 - 5i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.
- A. $z = 2 - 2i$. B. $z = -2 + 2i$. C. $z = -2 - 2i$. D. $z = 2 + 2i$.
- Câu 28:** Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \ln x$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = e$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?
- A. $V = \int_1^e \ln x . dx$. B. $V = \pi \int_1^e \ln x . dx$. C. $V = \int_1^e \ln^2 x . dx$. D. $V = \pi \int_1^e \ln^2 x . dx$.
- Câu 29:** Tìm tất cả các số thực m để số phức $z = 2m + 1 + (m - 1)i$ là số thuần ảo
- A. $-\frac{1}{2}$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = \frac{1}{2}$.
- Câu 30:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ lên trên mặt phẳng (Oxy) là điểm nào sau đây?
- A. $(0; 2; 3)$. B. $(1; 0; 3)$. C. $(0; 0; 3)$. D. $(1; 2; 0)$.
- Câu 31:** Xét vật thể (T) nằm giữa hai mặt phẳng $x = -1$ và $x = 1$. Biết rằng thiết diện của vật thể (T) cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) là một hình vuông có cạnh $\sqrt{1 - x^2}$. Tính thể tích của vật thể (T) .
- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{79\pi}{50}$. D. $\frac{79}{50}$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(4; -1; 1)$, $N(3; 1; 2)$ và song song với Ox .

- A.** $-y - 2z + 3 = 0$. **B.** $y - 2z + 3 = 0$. **C.** $y + 2z + 3 = 0$. **D.** $y - 2z - 3 = 0$.

Câu 33: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + i| = \sqrt{2}$.

- A.** Đường tròn tâm $I(0; 1)$ bán kính $R = 2$. **B.** Đường tròn tâm $I(0; -1)$ bán kính $R = 2$.
C. Đường tròn tâm $I(0; 1)$ bán kính $R = \sqrt{2}$. **D.** Đường tròn tâm $I(0; -1)$ bán kính $R = \sqrt{2}$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 5^x$ và $f(0) = \frac{1}{\ln 5}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5}$. **B.** $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + \frac{1}{\ln 5}$. **C.** $f(x) = 5^x \ln 5$. **D.** $f(x) = 5^x \ln 5 + \frac{1}{\ln 5}$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + i) = 3 - 5i$. Tính môđun của z

- A.** $|z| = \sqrt{17}$. **B.** $|z| = 16$. **C.** $|z| = 17$. **D.** $|z| = 4$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: (1 điểm) Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot \sin 2x dx$

Câu 37: (0,5 điểm) Tính $J = \int_1^8 \frac{1}{x(1 + \sqrt[3]{x})} dx$

Câu 38: (1,0 điểm) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M_1(-1; -1; 2)$, $M_2(1; 2; 3)$ và hai vector $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$, $\vec{u}_2 = (-1; 1; 3)$.

a) Viết phương trình tham số của các đường thẳng d_1 và d_2 biết d_1 đi qua điểm M_1 có một vector chỉ phương là $\vec{u}_1$, d_2 đi qua điểm M_2 có một vector chỉ phương là $\vec{u}_2$.

b) Viết phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 ở trên.

Câu 39: (0,5 điểm) Cho số phức z thỏa mãn $|z + 3| + |z - 3| = 10$, tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Hàm số $F(x) = x + \frac{1}{x}$ (với $x \neq 0$) là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f(x) = 1$. B. $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$. C. $f(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x|$. **D. $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $F'(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)' = 1 - \frac{1}{x^2}$.

Câu 2: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}$.

- A. $\int f(x)dx = \tan x + \cot x + C$.** B. $\int f(x)dx = \frac{1}{2\cos x} + \frac{1}{2\sin x} + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2\cos x} - \frac{1}{2\sin x} + C$. D. $\int f(x)dx = \tan x - \cot x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int f(x)dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right)dx = \tan x + \cot x + C$.

Câu 3: Tìm nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ là:

- A. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. B. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. C. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. **D. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.**

Lời giải

Chọn D

$$z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$$

Vì nghiệm có phần ảo dương nên nghiệm đó là: $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai véc tơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$ và $\vec{b} = (3; 2; 1)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$

- A. 0. **B. 10.** C. 6. D. 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 10$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-1}{3}$. Véc tơ nào sau đây là một véc tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u} = (2; 4; 3)$.** B. $\vec{u} = (2; -3; 4)$. C. $\vec{u} = (1; 3; 1)$. D. $\vec{u} = (1; -3; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Theo lý thuyết ta có $\vec{u} = (2; 4; 3)$ là một véc tơ chỉ phương của d .

Câu 6: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-2|=|z|$ và z có phần ảo là 2.

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = a + 2i$ theo giả thiết ta có

$$|a+2i-2|=|a+2i| \Leftrightarrow (a-2)^2+2^2=a^2+2^2 \Leftrightarrow (a-2)^2=a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a-2=a \\ a-2=-a \end{cases} \Leftrightarrow a=1.$$

Vậy $z = 1 + 2i$.

Câu 7: Cho hai số phức $z = a + bi$, $z' = a' + b'i$ ($a, b, a', b' \in \mathbb{R}$). Tìm phần ảo của số phức $z.z'$.

- A. $ab' + a'b$. B. $ab' - a'b$. C. $(ab' + a'b)i$. D. $aa' - bb'$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z.z' = (a+bi).(a'+b'i) = aa' + ab'i + a'bi - bb' = aa' - bb' + (ab' + a'b)i$.

Phần ảo của số phức $z.z'$ là $ab' + a'b$.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 4; -7)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 6x + 6y - 7z + 42 = 0$.

- A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+7)^2 = 11$. B. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+7)^2 = 121$.
C. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + (z-7)^2 = 121$. D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+7)^2 = 11$.

Lời giải

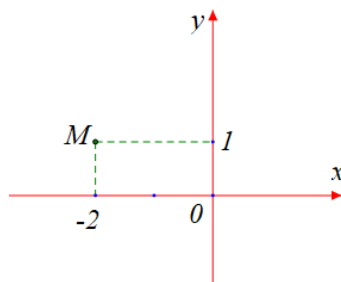
Chọn B

Mặt cầu tâm $I(1; 4; -7)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 6x + 6y - 7z + 42 = 0$ nên có bán kính

$$R = d(I, (P)) = \frac{|6.1 + 6.4 - 7.(-7) + 42|}{\sqrt{6^2 + 6^2 + (-7)^2}} = 11.$$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+7)^2 = 121$.

Câu 9: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?



- A. $-2 + i$. B. $1 - 2i$. C. $2 + i$. D. $1 + 2i$.

Lời giải

Chọn A

Điểm $M(-2; 1)$ là điểm biểu diễn số phức $z = -2 + i$.

Câu 10: Tìm các số thực x, y biết $x + 2i = 3 + 4yi$.

- A. $x = 3, y = 2$. B. $x = -3, y = \frac{1}{2}$. C. $x = 3, y = \frac{1}{2}$. D. $x = 3, y = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x + 2i = 3 + 4yi \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 2 = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, âm trên đoạn $[a; b]$. Khi đó diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = -\int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = -\int_a^b f(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S = \int_a^b |f(x)| dx = -\int_a^b f(x) dx$ (Vì $f(x) < 0 \forall x \in [a; b]$).

Câu 12: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 1 - i$.

A. $-1 - i$. B. $-1 + i$. C. $1 - i$. D. $1 + i$.

Lời giải

Chọn D

Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - i$ là $\bar{z} = 1 + i$.

Câu 13: Giả sử $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và các số thực $a < b < c$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ ($k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$). B. $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$.
C. $\int_a^a f(x) dx = 0$. D. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; 2)$.

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$.
C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$. D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; 2)$ là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$.

Câu 15: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = xe^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 2$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\int_{-2}^2 |xe^x| dx$. B. $\int_{-2}^2 xe^x dx$. C. $\left| \int_{-2}^2 xe^x dx \right|$. D. $\pi \int_{-2}^2 xe^x dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 16: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = x$.

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{1}{6}$. C. 6. D. 6π .

Lời giải

Chọn B

$$\text{PTHĐGD: } x^2 = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \frac{1}{6}$$

Câu 17: Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$.

- A. 2. B. -1. C. 3. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Câu 18: Tính tích phân $I = \int_0^1 e^{-2x} dx$ ta được $I = \frac{ae^2 - 1}{be^2}$ với $a; b$ là các số nguyên. Tính tổng $a + b$.

- A. 3. B. -3. C. 2. D. -5.

Lời giải

Chọn A

$$I = \int_0^1 e^{-2x} dx = \left. \frac{-1}{2} e^{-2x} \right|_0^1 = \frac{-1}{2} (e^{-2} - e^0) = \frac{e^2 - 1}{2e^2}$$

Do đó: $a = 1; b = 2 \Rightarrow a + b = 3$.

Câu 19: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 3 = 0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Gọi $I(a; b; c)$ là giao điểm của (P) và Δ , tính tổng $a + b + c$.

- A. 7. B. -5. C. 3. D. -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 2 \\ y - 2z = -4 \end{cases}$ nên toạ độ giao điểm I của (P) và Δ là nghiệm hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} 2x - y = 2 \\ y - 2z = -4 \\ x + 2y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 2 \end{cases} \text{ Hay } \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 2 \end{cases} \text{ Suy ra } a + b + c = 3.$$

Do đó chọn đáp án C

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $\int [3 - f(x)] dx = \int 3 dx - \int f(x) dx$. B. $\int 3f(x) dx = 3 \int f(x) dx$.
C. $\int 3f(x) dx = \int 3 dx \cdot \int f(x) dx$. D. $\int [3 + f(x)] dx = \int 3 dx + \int f(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất nguyên hàm ta có mệnh đề ở đáp án C là sai.

Do đó chọn đáp án C.

Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn $z + 2 - 2i = 3 - 4i$. Tìm môđun của z .

A. $|z| = 5$.

B. $|z| = 1$.

C. $|z| = \sqrt{5}$.

D. $|z| = \sqrt{37}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z + 2 - 2i = 3 - 4i \Leftrightarrow z = 3 - 4i - 2 + 2i \Leftrightarrow z = 1 - 2i$. Suy ra $|z| = |1 - 2i| = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$.

Do đó chọn đáp án **C**.

Câu 22: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 9 = 0$. Vec tơ nào sau đây là một vec tơ pháp tuyến của (P) .

A. $\vec{n}_2 = (-2; 3; 4)$.

B. $\vec{n}_1 = (-2; -3; 4)$.

C. $\vec{n}_1 = (-2; -3; -4)$.

D. $\vec{n}_2 = (2; 3; 4)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 23: Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$, tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx = (-\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$.

B. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx = (\sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$.

C. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx = (\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$.

D. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx = (-\sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(6; 0; 0), B(0; 7; 0), C(0; 0; 8)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{x}{6} + \frac{y}{7} + \frac{z}{8} = 1$.

B. $\frac{x}{6} + \frac{y}{7} + \frac{z}{8} = 0$.

C. $\frac{x}{8} + \frac{y}{7} + \frac{z}{6} = 1$.

D. $\frac{x}{8} + \frac{y}{7} + \frac{z}{6} = 0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1, 2, 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $4x + 3y - 3z + 1 = 0$.

A. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng cần tìm có vector chỉ phương là $\vec{u} = (4, 3, -3)$ và đi qua điểm $A(1, 2, 3)$

Phương trình có dạng là $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Câu 26: Cho số phức z thỏa mãn $i^3 z + 3 - 4i = 0$. Tìm số phức liên hợp của z .

- A. $3 + 4i$. B. $3 - 4i$. C. $-4 + 3i$. D. $-4 - 3i$.

Lời giải

Chọn C

$$z = \frac{4i - 3}{i^3} = \frac{(4i - 3)i}{i^4} = 4i^2 - 3i = -4 - 3i. \text{ số phức liên hợp của } z = -4 + 3i.$$

Câu 27: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = -4 - 5i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = 2 - 2i$. B. $z = -2 + 2i$. C. $z = -2 - 2i$. D. $z = 2 + 2i$.

Lời giải

Chọn C

$$z = (2 + 3i) + (-4 - 5i) = (2 - 4) + (3 - 5)i = -2 - 2i.$$

Câu 28: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \ln x$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = e$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

- A. $V = \int_1^e \ln x \cdot dx$. B. $V = \pi \int_1^e \ln x \cdot dx$. C. $V = \int_1^e \ln^2 x \cdot dx$. D. $V = \pi \int_1^e \ln^2 x \cdot dx$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \ln x$, trục Ox và hai đường

thẳng $x = 1; x = e$ khi quay quanh trục hoành là $V = \pi \int_1^e \ln^2 x \cdot dx$.

Câu 29: Tìm tất cả các số thực m để số phức $z = 2m + 1 + (m - 1)i$ là số thuần ảo

- A. $-\frac{1}{2}$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = 2m + 1 + (m - 1)i$ là số thuần ảo khi $2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ lên trên mặt phẳng (Oxy) là điểm nào sau đây?

- A. $(0; 2; 3)$. B. $(1; 0; 3)$. C. $(0; 0; 3)$. D. $(1; 2; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 31: Xét vật thể (T) nằm giữa hai mặt phẳng $x = -1$ và $x = 1$. Biết rằng thiết diện của vật thể (T) cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) là một hình vuông có cạnh $\sqrt{1 - x^2}$. Tính thể tích của vật thể (T) .

- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{79\pi}{50}$. D. $\frac{79}{50}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của vật thể (T) là:

$$V = \int_{-1}^1 S(x) dx = \int_{-1}^1 \left(\sqrt{1-x^2} \right)^2 dx = \int_{-1}^1 (1-x^2) dx = \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{3} - \left(-\frac{2}{3} \right) = \frac{4}{3} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(4; -1; 1)$, $N(3; 1; 2)$ và song song với Ox .

- A. $-y - 2z + 3 = 0$. B. $y - 2z + 3 = 0$. C. $y + 2z + 3 = 0$. D. $y - 2z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) đi qua $M(4; -1; 1)$, $N(3; 1; 2)$ nên nhận $\overrightarrow{MN} = (-1; 2; 1)$ làm vector chỉ phương.

Mặt phẳng (P) song song với Ox nên nhận $\vec{i} = (1; 0; 0)$ làm vector chỉ phương.

$$\vec{n} = [\overrightarrow{MN}, \vec{i}] = (0; 1; -2).$$

Mặt phẳng (P) đi qua $M(4; -1; 1)$, nhận $\vec{n} = (0; 1; -2)$ làm vector pháp tuyến có phương trình:
 $y + 1 - 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow y - 2z + 3 = 0$.

Câu 33: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + i| = \sqrt{2}$.

A. Đường tròn tâm $I(0; 1)$ bán kính $R = 2$.

B. Đường tròn tâm $I(0; -1)$ bán kính $R = 2$.

C. Đường tròn tâm $I(0; 1)$ bán kính $R = \sqrt{2}$.

D. Đường tròn tâm $I(0; -1)$ bán kính $R = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$\text{Ta có: } |z + i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |x + yi + i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |x + (y+1)i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 = 2$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0; -1)$ bán kính $R = \sqrt{2}$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 5^x$ và $f(0) = \frac{1}{\ln 5}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5}$. B. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + \frac{1}{\ln 5}$.

C. $f(x) = 5^x \ln 5$. D. $f(x) = 5^x \ln 5 + \frac{1}{\ln 5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } f(x) = \int f'(x) dx = \int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C.$$

$$f(0) = \frac{1}{\ln 5} \Leftrightarrow \frac{5^0}{\ln 5} + C = \frac{1}{\ln 5} \Leftrightarrow C = 0.$$

Do đó $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5}$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3-5i$. Tính môđun của z

A. $|z| = \sqrt{17}$.

B. $|z| = 16$.

C. $|z| = 17$.

D. $|z| = 4$.

Lời giải

$$z(1+i) = 3-5i \Leftrightarrow z = \frac{3-5i}{1+i} = -1-4i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}$$

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: (1 điểm) Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot \sin 2x dx$

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{cases}$

Suy ra $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot \sin 2x dx = -\frac{1}{2} x \cdot \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \cos 2x dx$

$$= -\frac{1}{2} x \cdot \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{4} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot \cos \left(2 \cdot \frac{\pi}{4} \right) - 0 \cdot \cos(2 \cdot 0) \right) + \frac{1}{4} \left(\sin \left(2 \cdot \frac{\pi}{4} \right) - \sin(2 \cdot 0) \right)$$

$$= \frac{1}{4}$$

Câu 37: (0,5 điểm) Tính $J = \int_1^8 \frac{1}{x(1+\sqrt[3]{x})} dx$

Lời giải

Đặt $t = \sqrt[3]{x} \Rightarrow t^3 = x \Rightarrow 3t^2 dt = dx$

Đổi cận $x = 1 \Rightarrow t = 1$

$x = 8 \Rightarrow t = 2$

Suy ra $J = \int_1^8 \frac{1}{x(1+\sqrt[3]{x})} dx = \int_1^2 \frac{1}{t^3(1+t)} 3t^2 dt = \int_1^2 \frac{3}{t(1+t)} dt$

$$= 3 \int_1^2 \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+1} \right) dt = 3 (\ln|t| - \ln|t+1|) \Big|_1^2 = 3 \left(\ln \left| \frac{t}{t+1} \right| \right) \Big|_1^2$$

$$= 3 \left(\ln \frac{2}{3} - \ln \frac{1}{2} \right) = 3 \ln \frac{4}{3}$$

Câu 38: (1,0 điểm) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M_1(-1;-1;2), M_2(1;2;3)$ và hai vectơ $\vec{u}_1 = (2;1;-1), \vec{u}_2 = (-1;1;3)$.

a) Viết phương trình tham số của các đường thẳng d_1 và d_2 biết d_1 đi qua điểm M_1 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1$, d_2 đi qua điểm M_2 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2$.

b) Viết phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 ở trên.

Lời giải

a) Viết phương trình tham số của các đường thẳng d_1 và d_2 biết d_1 đi qua điểm M_1 có một vector chỉ phương là $\vec{u}_1$, d_2 đi qua điểm M_2 có một vector chỉ phương là $\vec{u}_2$.

- Đường thẳng d_1 đi qua điểm M_1 có một vector chỉ phương là $\vec{u}_1$ nên có PTTS là
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

- Đường thẳng d_2 đi qua điểm M_2 có một vector chỉ phương là $\vec{u}_2$ nên có PTTS là
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

b) Viết phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 ở trên.

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của Δ với d_1 và d_2 . Khi đó $A(-1+2t_1; -1+t_1; 2-t_1) \in d_1; B(1-t_2; 2+t_2; 3+3t_2) \in d_2$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2-2t_1-t_2; 3-t_1+t_2; 1+t_1+3t_2)$ và vector chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ là $\vec{u} = (1; 1; -1)$.

Do $\Delta // d$ nên $\overrightarrow{AB} \nearrow \vec{u} \Rightarrow \frac{2-2t_1-t_2}{1} = \frac{3-t_1+t_2}{1} = \frac{1+t_1+3t_2}{-1}$

Hay
$$\begin{cases} 2-2t_1-t_2 = 3-t_1+t_2 \\ 2-2t_1-t_2 = 1+t_1+3t_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1+2t_2 = -1 \\ 3t_1+4t_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = -2 \end{cases}$$

Suy ra $A(5; 2; -1), B(3; 0; -3)$.

Vậy PTTS của $\Delta: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$

Câu 39: (0,5 điểm) Cho số phức z thỏa mãn $|z+3| + |z-3| = 10$, tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

Lời giải

Gọi $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$. Theo giả thiết, ta có $|z+3| + |z-3| = 10$.

$\Leftrightarrow |x+3+yi| + |x-3+yi| = 10 \Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2 + y^2} + \sqrt{(x-3)^2 + y^2} = 10 \quad (*)$.

Gọi $M(x; y)$, $F_2(-3; 0)$ và $F_1(3; 0)$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 10 > F_1F_2 = 6$ nên tập hợp các điểm E là đường elip (E) có hai tiêu điểm F_1 và F_2 . Và độ dài trục lớn bằng 10.

Ta có $c = 3$; $2a = 10 \Leftrightarrow a = 5$ và $b^2 = a^2 - c^2 = 16 \Rightarrow b = 4$.

Do đó, phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Suy ra $\max|z| = OA = OA' = 5$ khi $z = \pm 5$ và $\min|z| = OB = OB' = 4$ khi $z = \pm 4i$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 06

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Tìm mô đun của số phức $Z = \sqrt{11} - 5i$.

- A. $|z| = 146$. B. $|z| = 36$. C. $|z| = \sqrt{146}$. D. $|z| = 6$.

Câu 2: Cho số phức $z = 1 + i$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn số phức $W = \bar{z} - iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

- A. $P(0; 2)$. B. $O(0; 0)$. C. $Q(2; 0)$. D. $M(2; -2)$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và 2 đường thẳng $x = a; x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $s = -\int_a^b f(x).dx$. B. $s = \int_a^b f(x).dx$. C. $s = \pi \int_a^b (f(x))^2 .dx$. D. $s = \pi \int_a^b f(x).dx$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3t \\ z = 4 \end{cases}$?

- A. $M_1(-1; 3; 4)$. B. $M_4(-2; 3; 4)$. C. $M_1(-1; 0; 4)$. D. $M_1(-2; 3; 0)$.

Câu 5: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là

- A. $1 - \frac{3}{2}i$. B. $-1 + i$. C. $-5i$. D. $-1 - i$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; 3; 4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; -3; 5)$?

- A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + 3t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = -3 - 3t \\ z = -4 + 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

Câu 7: Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x + 1$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$. Thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \int_{-1}^1 (e^{2x} + 1)^2 dx$. B. $V = \int_{-1}^1 (e^{2x} + 2e^x + 1) dx$.
C. $V = \pi \int_{-1}^1 (e^x + 1)^2 dx$. D. $V = \pi \int_{-1}^1 (e^{2x} + 1) dx$.

Câu 8: Biết $I = \int_3^5 \frac{x}{x^4 - 4} dx = \frac{1}{8}(a \ln 23 + b \ln 11 + c \ln 7 + d \ln 3)$, $(a, b, c, d \in \mathbb{Z})$. Tính $T = a + b + c + d$.

- A. $T = 1$. B. $T = -2$. C. $T = 2$. D. $T = 0$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây song song trục Oz ?

- A. $x - 3z = 0$. B. $x + y = 0$. C. $x - 3y = 2$. D. $z = 5$.

Câu 10: Cho số phức $z = 1 - 2i$. Tìm số phức liên hợp của z

- A. $\bar{z} = 1 + 2i$. B. $\bar{z} = 2 + i$. C. $\bar{z} = -1 - 2i$. D. $\bar{z} = -1 + 2i$.

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)^2}$ là

- A. $\frac{1}{\sqrt{x} + 3} + C$. B. $\frac{-2}{\sqrt{x} + 3} + C$. C. $\frac{-1}{2(\sqrt{x} + 3)} + C$. D. $\frac{-1}{\sqrt{x} + 3} + C$.

Câu 12: Cho hai hàm số $y = f(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$, $y = g(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. Với $[a; b] \subset \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $\cot b - \cot a$

- A. $\int_b^a g(x) dx$. B. $\int_b^a f(x) dx$. C. $\int_a^b g(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx$.

Câu 13: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$ là

- A. $2^x \ln 2 + C$. B. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$. C. $\frac{2^x}{\ln 2}$. D. $\frac{1}{2^x \ln 2} + C$.

Câu 14: Cho số phức $z_1 = 8 - 6i$ và số phức z_2 thỏa mãn $|z_2| = 5$. Tính môđun của số phức $\frac{z_1}{z_2}$.

- A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{\sqrt{14}}{5}$.

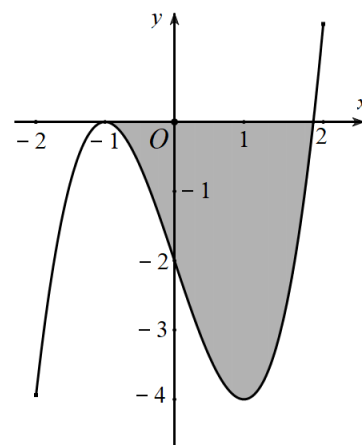
Câu 15: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 3i$, $z_2 = -4 - 6i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = -3 + 9i$. B. $z = -3 - 3i$. C. $z = 5 - 3i$. D. $z = 3 + 3i$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - z - 1 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (α) ?

- A. $M(3; -1; 2)$. B. $N(-1; -1; 2)$. C. $P(-3; 1; 2)$. D. $Q(-2; 1; 2)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Diện tích hình phẳng tô đậm được tính theo công thức nào dưới đây?



- A. $S = \int_{-1}^2 f(x) dx$. B. $S = \pi \int_{-1}^2 [f(x)]^2 dx$.
C. $S = \int_{-1}^2 [f(x)]^2 dx$. D. $S = -\int_{-1}^2 f(x) dx$.

Câu 18: Số phức nào dưới đây là nghiệm của phương trình $z^2 + 4 = 0$?

- A. $z = 2 + i$. B. $z = 2 - 2i$. C. $z = 4i$. D. $z = -2i$.

Câu 19: Với C là một hằng số, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int \sin x dx = \cos x + C.$

B. $\int \sqrt{x} dx = \frac{1}{2\sqrt{x}} + C.$

C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$

D. $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C.$

Câu 20: Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $z\bar{z}$ là số thực. B. z^2 là số thực. C. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$ D. $\bar{z} = a - bi.$

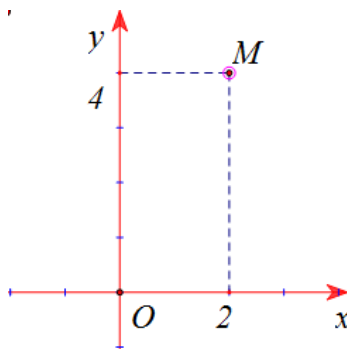
Câu 21: Xác định phần ảo của số phức $z = 1 - 5i.$

A. $-5i.$ B. $-5.$ C. $i.$ D. $1.$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) chứa trục Oz và vuông góc mặt phẳng $(\beta): x + 2y - 3z + 5 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) ?

A. $-2x + y = 0.$ B. $2x - y = 5.$ C. $3x + 2y = 0.$ D. $3x + 2y = 1.$

Câu 23: Điểm M trong hình bên dưới là điểm biểu diễn cho số phức nào sau đây?



A. $z = 2 - 4i.$ B. $z = 2 + 4i.$ C. $z = 4 - 2i.$ D. $z = 4 + 2i.$

Câu 24: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[2; 5]$, trục Ox và 2 đường thẳng $x = 2, x = 5$ quay quanh trục Ox , ta được khối tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay này được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \int_2^5 [f(x)]^2 dx.$ B. $V = \int_2^5 f(x) dx.$ C. $V = \pi \int_2^5 [f(x)]^2 dx.$ D. $V = \pi \int_2^5 f(x) dx.$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-13}{3} = \frac{y+12}{2} = \frac{z-11}{-1}.$

Đường thẳng đi qua M và song song với d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}.$ B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-1}.$
C. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}.$ D. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-1}.$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; -1)$ và $B(4; -5; 2)$. Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB} = (7; -3; 1).$ B. $\overrightarrow{AB} = (1; -7; 3).$ C. $\overrightarrow{AB} = (-1; 7; -3).$ D. $\overrightarrow{AB} = (-7; 3; -1).$

- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 2z - 6 = 0$ và mặt phẳng $(\beta): -x + \frac{3}{2}y - z - 3 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. (α) và (β) song song với nhau. B. (α) và (β) cắt nhau.
C. (α) và (β) trùng nhau. D. (α) và (β) vuông góc với nhau.

- Câu 28:** Số phức nào dưới đây là nghiệm của phương trình $\frac{z}{3-i} + 2i = 1 - i$?

- A. $z = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$. B. $z = 4 - i$. C. $z = -10i$. D. $z = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$.

- Câu 29:** Trong không gian $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 3; -1)$ và $B(0; 2; 1)$?

- A. $\vec{u}_1 = (-1; -1; 2)$. B. $\vec{u}_2 = (1; 1; 1)$. C. $\vec{u}_3 = (1; 5; 0)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 1; 2)$.

- Câu 30:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$, $y = 2x - 2$, $x = 2021$, $x = 2022$ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = \int_{2021}^{2022} |x^3 - 2x + 2| dx$. B. $S = \int_{2021}^{2022} (x^3 + 2x - 2) dx$.
C. $S = \int_{2021}^{2022} |x^3 + 2x - 2| dx$. D. $S = - \int_{2021}^{2022} (x^3 - 2x + 2) dx$.

- Câu 31:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\triangle ABC$ có $A(1; 3; -2)$, $B(-2; 4; 1)$ và $G(1; 2; 1)$ là trọng tâm $\triangle ABC$. Tìm tọa độ điểm C .

- A. $C(3; 3; -1)$. B. $C(-1; -3; -1)$. C. $C(4; 5; 0)$. D. $C(0; -1; 0)$.

- Câu 32:** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Số phức $z_1 + z_2$ có phần thực bằng

- A. 4. B. 5. C. 2. D. -5.

- Câu 33:** Cho a, b, k là các số thực tùy ý và $a < b$. Với $y = f(x)$ là hàm số tùy ý, liên tục trên $[a; b]$, có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây?

- (I). $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$.
(II). $\int_b^a f(x)dx = - \int_a^b f(x)dx$.
(III). $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_b^c f(x)dx, c \in [a; b]$.
(IV). $\int_a^b [k + f(x)]dx = k + \int_a^b f(x)dx$.

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f'(x) dx = 2, f(0) = 1$.

Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(x) dx$

- A.** $I = -1$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 3$.

Câu 35: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = 2xe^{-x}$ là

- A.** $-2e^{-x}(x+1)+C$. **B.** $2e^{-x}(-x+1)+C$. **C.** $e^x(2x-1)+C$. **D.** $2e^{-x}(x+1)+C$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tính tích phân $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;3;-2)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 6 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) , đi qua điểm M và cắt trục Oy .

Câu 38: Cho số nguyên dương n và số phức z thỏa mãn $10(1+iz)^n = (6-8i)(z+i)^n$. Chứng minh rằng z là một số thực.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn

$$f(x) = 2022(x^2 + 4) \left(1 + \int_0^x \frac{f(t)}{t^2 + 4} dt \right), \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Tính } f(1).$$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Tìm mô đun của số phức $Z = \sqrt{11} - 5i$.

- A. $|z| = 146$. B. $|z| = 36$. C. $|z| = \sqrt{146}$. D. $|z| = 6$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } |z| = \sqrt{(\sqrt{11})^2 + 5^2} = \sqrt{36} = 6.$$

Câu 2: Cho số phức $z = 1 + i$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn số phức $W = \bar{z} - iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

- A. $P(0; 2)$. B. $O(0; 0)$. C. $Q(2; 0)$. D. $M(2; -2)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } W = \bar{z} - iz = 1 - i - i(1 + i) = 1 - i - i + 1 = 2 - 2i. \text{ Lúc đó } W \text{ có điểm biểu diễn là } (2; -2).$$

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và 2 đường thẳng $x = a; x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $s = -\int_a^b f(x).dx$. B. $s = \int_a^b f(x).dx$. C. $s = \pi \int_a^b (f(x))^2 .dx$. D. $s = \pi \int_a^b f(x).dx$.

Lời giải

Chọn B

Theo lý thuyết về ứng dụng hình học của tích phân.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3t \\ z = 4 \end{cases}$?

- A. $M_1(-1; 3; 4)$. B. $M_4(-2; 3; 4)$. C. $M_1(-1; 0; 4)$. D. $M_1(-2; 3; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là

- A. $1 - \frac{3}{2}i$. B. $-1 + i$. C. $-5i$. D. $-1 - i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\frac{z_1}{z_2} = \frac{1-3i}{1+2i} = \frac{(1-3i)(1-2i)}{1^2+2^2} = \frac{-5-5i}{5} = -1-i$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2;3;4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2;-3;5)$?

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + 3t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = -3 - 3t \\ z = -4 + 5t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số đường thẳng đi qua điểm $M(2;3;4)$ và có vectơ chỉ phương

$\vec{u} = (-2;-3;5)$ là $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

Câu 7: Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x + 1$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$. Thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \int_{-1}^1 (e^{2x} + 1)^2 dx$. **B.** $V = \int_{-1}^1 (e^{2x} + 2e^x + 1) dx$.
C. $V = \pi \int_{-1}^1 (e^x + 1)^2 dx$. **D.** $V = \pi \int_{-1}^1 (e^{2x} + 1) dx$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là:

$V = \pi \int_{-1}^1 (e^x + 1)^2 dx$.

Câu 8: Biết $I = \int_3^5 \frac{x}{x^4 - 4} dx = \frac{1}{8}(a \ln 23 + b \ln 11 + c \ln 7 + d \ln 3)$, $(a, b, c, d \in \mathbb{Z})$. Tính $T = a + b + c + d$.

A. $T = 1$. **B.** $T = -2$. **C.** $T = 2$. **D.** $T = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I = \int_3^5 \frac{x}{x^4 - 4} dx = \int_3^5 \frac{x}{(x^2 + 2)(x^2 - 2)} dx$.

Đặt $t = x^2 - 2 \Rightarrow dt = 2x dx$. Với $x = 3 \Rightarrow t = 7$, với $x = 5 \Rightarrow t = 23$.

$$\text{Suy ra } I = \frac{1}{2} \int_7^{23} \frac{dt}{t(t+4)} = \frac{1}{2} \int_7^{23} \frac{1}{4} \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+4} \right) dt = \frac{1}{8} \left[\ln|t| - \ln|t+4| \right]_7^{23}$$

$$= \frac{1}{8} (\ln 23 - \ln 27 - \ln 7 + \ln 11) = \frac{1}{8} (\ln 23 + \ln 11 - \ln 7 - 3 \ln 3).$$

$$\Rightarrow a = 1, b = 1, c = -1, d = -3 \Rightarrow T = a + b + c + d = -2.$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây song song trục Oz ?

- A. $x - 3z = 0$. B. $x + y = 0$. C. $x - 3y = 2$. D. $z = 5$.

Lời giải

Chọn C

Trục Oz có một vector chỉ phương là vector đơn vị $\vec{k} = (0; 0; 1)$ và đi qua điểm $O(0; 0; 0)$.

Do đó mặt phẳng song song trục Oz là mặt phẳng có vector pháp tuyến vuông góc với $\vec{k} = (0; 0; 1)$ và không đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ nên **Chọn C**

Câu 10: Cho số phức $z = 1 - 2i$. Tìm số phức liên hợp của z

- A. $\bar{z} = 1 + 2i$. B. $\bar{z} = 2 + i$. C. $\bar{z} = -1 - 2i$. D. $\bar{z} = -1 + 2i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 1 + 2i$.

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)^2}$ là

- A. $\frac{1}{\sqrt{x}+3} + C$. B. $\frac{-2}{\sqrt{x}+3} + C$. C. $\frac{-1}{2(\sqrt{x}+3)} + C$. D. $\frac{-1}{\sqrt{x}+3} + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \int \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)^2} dx = \int \frac{2}{(\sqrt{x}+3)^2} d(\sqrt{x}+3) = \frac{-2}{\sqrt{x}+3} + C.$$

Câu 12: Cho hai hàm số $y = f(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$, $y = g(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. Với $[a; b] \subset \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $\cot b - \cot a$

- A. $\int_b^a g(x) dx$. B. $\int_b^a f(x) dx$. C. $\int_a^b g(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \int_b^a g(x) dx = \int_b^a \frac{1}{\sin^2 x} dx = (-\cot x) \Big|_b^a = \cot b - \cot a.$$

Câu 13: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$ là

- A. $2^x \ln 2 + C$. B. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$. C. $\frac{2^x}{\ln 2}$. D. $\frac{1}{2^x \ln 2} + C$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính nguyên hàm của hàm số mũ, ta được:

$$\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$$

Câu 14: Cho số phức $z_1 = 8 - 6i$ và số phức z_2 thỏa mãn $|z_2| = 5$. Tính môđun của số phức $\frac{z_1}{z_2}$.

- A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{\sqrt{14}}{5}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } |z_1| = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = 10, |z_2| = 5. \text{ Do đó } \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|} = \frac{10}{5} = 2.$$

Câu 15: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 3i$, $z_2 = -4 - 6i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = -3 + 9i$. B. $z = -3 - 3i$. C. $z = 5 - 3i$. D. $z = 3 + 3i$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vì } z = z_1 + z_2 = (1 - 4) + (3 - 6)i = -3 - 3i.$$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - z - 1 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (α) ?

- A. $M(3; -1; 2)$. B. $N(-1; -1; 2)$. C. $P(-3; 1; 2)$. D. $Q(-2; 1; 2)$.

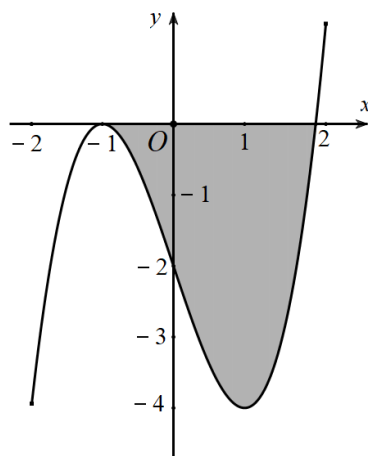
Lời giải

Chọn A

$$\text{Thay tọa độ } M(3; -1; 2) \text{ vào } (\alpha): 2x + 3y - z - 1 = 0, \text{ ta được: } 2.3 + 3.(-1) - 2 - 1 = 0.$$

$$\text{Vậy } M(3; -1; 2) \in (\alpha).$$

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Diện tích hình phẳng tô đậm được tính theo công thức nào dưới đây?



- A. $S = \int_{-1}^2 f(x)dx$. B. $S = \pi \int_{-1}^2 [f(x)]^2 dx$.
 C. $S = \int_{-1}^2 [f(x)]^2 dx$. **D. $S = -\int_{-1}^2 f(x)dx$.**

Lời giải

Chọn D

Từ hình vẽ bên, ta có: $S = \int_{-1}^2 |f(x)|dx = -\int_{-1}^2 f(x)dx$ vì $f(x) \leq 0$ khi $x \in [-1; 2]$.

Câu 18: Số phức nào dưới đây là nghiệm của phương trình $z^2 + 4 = 0$?

- A. $z = 2 + i$. B. $z = 2 - 2i$. C. $z = 4i$. **D. $z = -2i$.**

Lời giải

Chọn D

$$z^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow z^2 = -4 = 4i^2 \Leftrightarrow z = \pm 2i.$$

Câu 19: Với C là một hằng số, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int \sin x dx = \cos x + C$. B. $\int \sqrt{x} dx = \frac{1}{2\sqrt{x}} + C$.
 C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$. **D. $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$.**

Lời giải

Chọn D

$$\int \frac{1}{x^2} dx = \int x^{-2} dx = \frac{x^{-1}}{-1} + C = -\frac{1}{x} + C$$

Câu 20: Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $z \cdot \bar{z}$ là số thực. **B. z^2 là số thực.** C. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. D. $\bar{z} = a - bi$.

Lời giải

Chọn B

$z^2 = (a + bi)^2 = (a^2 - b^2) + 2abi$ nên z^2 không phải là số thực với mọi số phức z .

Câu 21: Xác định phần ảo của số phức $z = 1 - 5i$.

- A. $-5i$. **B. -5 .** C. i . D. 1 .

Lời giải

Chọn B

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) chứa trục Oz và vuông góc mặt phẳng $(\beta): x+2y-3z+5=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) ?

- A.** $-2x+y=0$. **B.** $2x-y=5$. **C.** $3x+2y=0$. **D.** $3x+2y=1$.

Lời giải

Chọn A

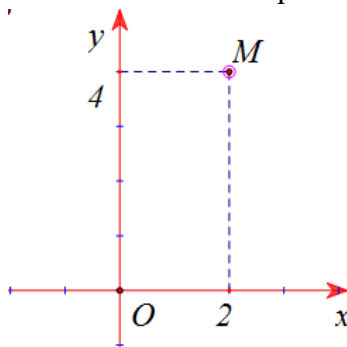
Ta có : Oz có vector chỉ phương $\vec{k}=(0;0;1)$, mặt phẳng (β) có vector pháp tuyến $\vec{n}_1=(1;2;-3)$

Gọi $\vec{n}_2$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} Oz \subset (\alpha) \\ (\alpha) \perp (\beta) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n}_2 \perp \vec{k} \\ \vec{n}_2 \perp \vec{n}_1 \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_2 = [\vec{k}, \vec{n}_1] = (-2;1;0)$$

Mặt phẳng (α) đi qua $O(0;0;0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}_2=(-2;1;0)$ có phương trình: $-2x+y=0$.

Câu 23: Điểm M trong hình bên dưới là điểm biểu diễn cho số phức nào sau đây?



- A.** $z=2-4i$. **B.** $z=2+4i$. **C.** $z=4-2i$. **D.** $z=4+2i$.

Lời giải

Chọn B

Câu 24: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[2;5]$, trục Ox và 2 đường thẳng $x=2$, $x=5$ quay quanh trục Ox , ta được khối tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay này được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \int_2^5 [f(x)]^2 dx$. **B.** $V = \int_2^5 f(x) dx$. **C.** $V = \pi \int_2^5 [f(x)]^2 dx$. **D.** $V = \pi \int_2^5 f(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-13}{3} = \frac{y+12}{2} = \frac{z-11}{-1}$. Đường thẳng đi qua M và song song với d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$. B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-1}$.
 C. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$. D. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua M song song với đường thẳng d nên nhận $\vec{u}_d = (3; 2; -1)$ làm vector chỉ phương.

Phương trình chính tắc của đường thẳng cần tìm là: $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}$ hay $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; -1)$ và $B(4; -5; 2)$. Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB} = (7; -3; 1)$. B. $\overrightarrow{AB} = (1; -7; 3)$. C. $\overrightarrow{AB} = (-1; 7; -3)$. D. $\overrightarrow{AB} = (-7; 3; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; -7; 3)$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 2z - 6 = 0$ và mặt phẳng $(\beta): -x + \frac{3}{2}y - z - 3 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. (α) và (β) song song với nhau. B. (α) và (β) cắt nhau.
 C. (α) và (β) trùng nhau. D. (α) và (β) vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\frac{2}{-1} = \frac{-3}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{-1} \neq \frac{-6}{-3}$ nên (α) và (β) song song với nhau.

Câu 28: Số phức nào dưới đây là nghiệm của phương trình $\frac{z}{3-i} + 2i = 1 - i$?

A. $z = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$. B. $z = 4 - i$. C. $z = -10i$. D. $z = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$.

Lời giải

Chọn C

$$\frac{z}{3-i} + 2i = 1 - i \Leftrightarrow \frac{z}{3-i} = 1 - 3i \Leftrightarrow z = (1 - 3i)(3 - i) \Leftrightarrow z = -10i.$$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 3; -1)$ và $B(0; 2; 1)$?

- A.** $\vec{u}_1 = (-1; -1; 2)$. **B.** $\vec{u}_2 = (1; 1; 1)$. **C.** $\vec{u}_3 = (1; 5; 0)$. **D.** $\vec{u}_4 = (1; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

$$A(1; 3; -1), B(0; 2; 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-1; -1; 2).$$

Vậy véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB là: $\vec{u}_1 = (-1; -1; 2)$.

Câu 30: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$, $y = 2x - 2$, $x = 2021$, $x = 2022$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_{2021}^{2022} |x^3 - 2x + 2| dx$.

B. $S = \int_{2021}^{2022} (x^3 + 2x - 2) dx$.

C. $S = \int_{2021}^{2022} |x^3 + 2x - 2| dx$.

D. $S = - \int_{2021}^{2022} (x^3 - 2x + 2) dx$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$, $y = 2x - 2$, $x = 2021$, $x = 2022$ là

$$S = \int_{2021}^{2022} |x^3 - 2x + 2| dx.$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho $\triangle ABC$ có $A(1; 3; -2)$, $B(-2; 4; 1)$ và $G(1; 2; 1)$ là trọng tâm $\triangle ABC$. Tìm tọa độ điểm C .

- A.** $C(3; 3; -1)$. **B.** $C(-1; -3; -1)$. **C.** $C(4; 5; 0)$. **D.** $C(0; -1; 0)$.

Lời giải:

Chọn C

Giả sử $C(a; b; c)$

$$\text{Vì } G(1; 2; 1) \text{ là trọng tâm } \triangle ABC \text{ nên ta có: } \begin{cases} 1 = \frac{1 + (-2) + a}{3} \\ 2 = \frac{-3 + 4 + b}{3} \\ 1 = \frac{2 + 1 + c}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 5 \\ c = 0 \end{cases}$$

Vậy $C(4; 5; 0)$.

Câu 32: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Số phức $z_1 + z_2$ có phần thực bằng

- A.** 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** -5.

Lời giải:

Chọn A

Theo định lý Vi-ét ta có: $z_1 + z_2 = \frac{-b}{a} = 4$.

Câu 33: Cho a, b, k là các số thực tùy ý và $a < b$. Với $y = f(x)$ là hàm số tùy ý, liên tục trên $[a; b]$, có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây?

$$(I). \int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx.$$

$$(II). \int_b^a f(x)dx = - \int_a^b f(x)dx.$$

$$(III). \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_b^c f(x)dx, c \in [a; b].$$

$$(IV). \int_a^b [k + f(x)]dx = k + \int_a^b f(x)dx.$$

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải:

Chọn D

Khẳng định (I) và (II) đúng.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f'(x) dx = 2, f(0) = 1$.

$$\text{Tính } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(x) dx$$

A. $I = -1$.

B. $I = 1$.

C. $I = 2$.

D. $I = 3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \cos x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -\sin x dx \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f'(x) dx = 2$$

$$\Rightarrow \cos x \cdot f(x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} -\sin x \cdot f(x) dx = 2$$

$$\Rightarrow 0 - 1 + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(x) dx = 2$$

$$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(x) dx = 1$$

Câu 35: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = 2xe^{-x}$ là

A. $-2e^{-x}(x+1)+C.$

B. $2e^{-x}(-x+1)+C.$

C. $e^x(2x-1)+C.$

D. $2e^{-x}(x+1)+C.$

Lời giải

Chọn A

$$I = \int 2xe^{-x} dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 2x \\ dv = e^{-x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = -e^{-x} \end{cases}$$

$$I = -2xe^{-x} - \int -2e^{-x} dx = -2xe^{-x} - 2e^{-x} + C = -2e^{-x}(x+1) + C.$$

PHẦN 2: TỰ LUẬN

Câu 36: Tính tích phân $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx.$

Lời giải

$$\text{Đặt } u = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow u^2 = x^2+1 \Rightarrow udu = xdx$$

Đổi cận:

x	0	$\sqrt{3}$
u	1	2

$$I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^2 \cdot x}{\sqrt{x^2+1}} dx = \int_1^2 \frac{(u^2-1) \cdot u}{u} du = \int_1^2 (u^2-1) du = \frac{u^3}{3} - u \Big|_1^2 = \frac{2}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{3}.$$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;3;-2)$ và mặt phẳng $(P): x-y+2z+6=0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) , đi qua điểm M và cắt trục Oy .

Lời giải

$$\text{Gọi } N = d \cap Oy \Rightarrow N(0;n;0)$$

$$\vec{n_p} = (1;-1;2): \text{VTPT của } (P).$$

$$\vec{MN} = (-1;n-3;2).$$

$$\text{Đường thẳng } d \text{ nằm trong mặt phẳng } (P) \text{ nên } \vec{MN} \cdot \vec{n_p} = 0 \Leftrightarrow -1 - (n-3) + 4 = 0 \Leftrightarrow n = 6$$

$$\vec{MN} = (-1;3;2): \text{VTCP của } d.$$

Đường thẳng d đi qua $M(1;3;-2)$, VTCP $\vec{MN} = (-1;3;2)$ có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 1-t \\ y = 3+3t \\ z = -2+2t \end{cases}.$$

Câu 38: Cho số nguyên dương n và số phức z thỏa mãn $10(1+iz)^n = (6-8i)(z+i)^n$. Chứng minh rằng z là một số thực.

Lời giải

Ta có:

$$10(1+iz)^n = (6-8i)(z+i)^n \Leftrightarrow (1+iz)^n = \left(\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i\right)(z+i)^n$$

$$\Rightarrow |(1+iz)^n| = \left|\left(\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i\right)(z+i)^n\right| \Leftrightarrow |1+iz|^n = |z+i|^n \Leftrightarrow |1+iz| = |z+i|, \forall n \in \mathbb{Z}^+ \quad (1)$$

Đặt $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$

$$(1) \Leftrightarrow |1-b+ai| = |a+(b+1)i| \Leftrightarrow \sqrt{(1-b)^2 + a^2} = \sqrt{a^2 + (b+1)^2}$$

$$\Leftrightarrow a^2 + (1-b)^2 = a^2 + (b+1)^2 \Leftrightarrow 1-2b+b^2 = 1+2b+b^2 \Leftrightarrow b=0 \Rightarrow z=a \in \mathbb{R}.$$

Vậy $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ thì z là một số thực.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) = 2022(x^2 + 4) \left(1 + \int_0^x \frac{f(t)}{t^2 + 4} dt\right), \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $f(1)$.

Lời giải

Đặt $g(x) = \frac{f(x)}{x^2 + 4}$, gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của $g(x)$.

Ta có:

$$f(x) = 2022(x^2 + 4) \left(1 + \int_0^x \frac{f(t)}{t^2 + 4} dt\right) \Leftrightarrow \frac{f(x)}{x^2 + 4} = 2022 \left(1 + \int_0^x \frac{f(t)}{t^2 + 4} dt\right)$$

$$\Leftrightarrow g(x) = 2022 \left[1 + \int_0^x g(t) dt\right]$$

$$\Leftrightarrow g(x) = 2022[1 + G(x) - G(0)] \quad (1)$$

$$\Rightarrow g'(x) = 2022g(x) \Leftrightarrow g'(x)e^{-2022x} - 2022g(x)e^{-2022x} = 0$$

$$\Rightarrow [g(x)e^{-2022x}]' = 0 \Rightarrow g(x)e^{-2022x} = C \Rightarrow g(x) = e^{2022x} \cdot C \quad (2)$$

$$\text{Thay } x=0 \text{ vào (1) và (2)} \Rightarrow \begin{cases} g(0) = 2022 \\ C = 2022 \end{cases} \Rightarrow g(x) = 2022 \cdot e^{2022x}$$

$$\text{Suy ra } f(x) = g(x)(x^2 + 4) = 2022 \cdot e^{2022x} (x^2 + 4)$$

$$\text{Do đó } f(1) = 10110 \cdot e^{2022}.$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 07

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2,0,0), B(0,3,0), C(0,0,2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$. D. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 2: Môđun của số phức $\sqrt{2}i$ bằng

- A. 2. B. $\sqrt{\sqrt{2}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 3: Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$?

- A. $(3; -2; 1)$. B. $(2; 1; 3)$. C. $(-3; 2; 1)$. D. $(-2; 1; -3)$.

Câu 4: Cho đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ sau đây. Diện tích S của hình phẳng được gạch chéo trong hình dưới đây bằng

- A. $S = \int_{-1}^2 f(x)dx$. B. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$.
C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$. D. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Viết công thức diện tích S của hình thang cong được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

- A. $S = \int_a^b f(x)dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)|dx$. C. $S = \pi \int_a^b f(x)dx$. D. $S = \pi \int_a^b |f(x)|dx$.

Câu 6: Cho số phức $z = 5 - 2i$. Phần ảo của số phức z bằng

- A. -2. B. 4. C. 11. D. 3.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -4)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(3; 2; 0)$. B. $(0; 0; 4)$. C. $(3; 0; -4)$. D. $(0; 2; -4)$.

Câu 8: Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = (1+i)^2 - (3+3i)$ là

- A. 4. B. $\sqrt{10}$. C. -4. D. $-3-i$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho $M(2; -3; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+3y-z+2=0$. Đường thẳng d qua điểm M , vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 2+3t \\ y = -3+t \\ z = 1-t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2-t \\ y = -3+3t \\ z = 1+t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -3+3t \\ z = 1-t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -3-t \\ z = 1+3t \end{cases}$.

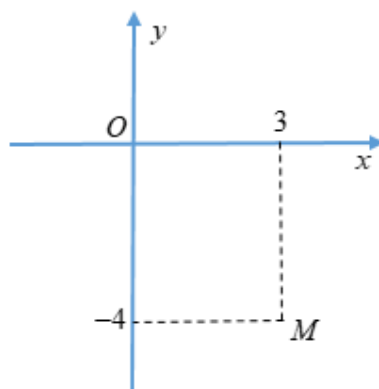
Câu 10: Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành, quay quanh trục hoành

- A. $\frac{8\pi}{7}$. B. $\frac{41\pi}{7}$. C. $\frac{81\pi}{10}$. D. $\frac{85\pi}{10}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-4; -2; 4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$. Phương trình đường thẳng đi qua A , cắt và vuông góc với d là

- A. $\frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$. B. $\frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{-1}$.
C. $\frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{1}$. D. $\frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$.

Câu 12: Trên mặt phẳng tọa độ $Oxyz$ cho điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn bởi số phức z



Tìm z ?

- A. $z = 3 + 4i$. B. $z = 3 - 4i$. C. $z = -3 + 4i$. D. $z = -4 + 3i$.

Câu 13: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = -i$.

- A. -1 . B. $-i$. C. i . D. 1 .

Câu 14: Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định sai?

- A. $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C$. B. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$. C. $\int \cos x dx = \sin x + C$. D. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$.

Câu 15: Cho hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^2$. Tính $F'(25)$.

- A. 625. B. 125. C. 25. D. 5.

Câu 16: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 2i, z_2 = -3 + 3i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là

- A. $-5 + 5i$. B. $-5i$. C. $5 - 5i$. D. $-1 + i$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$. B. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$.
C. $\int_a^a f(x) dx = 0$. D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \forall c \in \mathbb{R}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -3; 2), B(0; 1; -1), G(2; -1; 1)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC nhận G là trọng tâm.

- A. $C(1;1;0)$. B. $C(3;-3;2)$. C. $C(5;-1;2)$. D. $C\left(1;-1;\frac{2}{3}\right)$.

Câu 19: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$. B. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.
C. $\int 2f(x) dx = 2 \int f(x) dx$. D. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Câu 20: Biết số phức liên hợp của số phức $z = 4 + 3i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm $M(x_0; y_0)$. Tính giá trị biểu thức $T = \log_3(3x_0 - 5y_0)$.

- A. 2. B. 1. C. 9. D. 3.

Câu 21: Tính giá trị biểu thức $T = |z_1 - z_2|^2$, biết z_1, z_2 là các số phức thỏa mãn đồng thời $|z| = 5$ và $|z - (7 + 7i)| = 5$.

- A. $\sqrt{2}$. B. 4. C. 5. D. 2.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \cos(\pi \ln x)$. Tính tích phân $I = \int_1^e f'(x) dx$

- A. $I = -2\pi$. B. $I = 2$. C. $I = -2$. D. $I = 2\pi$

Câu 23: Trong mặt phẳng $Oxyz$ tính góc giữa các đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 \\ z = 2 - t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + \sqrt{2}t' \\ z = \sqrt{2}t' \end{cases}$

- A. 60° . B. 30° . C. 120° . D. 150° .

Câu 24: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = -x^3$ và $y = x^2 - 2x$ là

- A. $S = \frac{4}{3}$. B. $S = \frac{37}{12}$. C. $S = \frac{7}{3}$. D. $S = \frac{9}{4}$.

Câu 25: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \tan x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{4}$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. π^2 . B. $\frac{\pi^2}{4} + \pi$. C. $\pi - \frac{\pi^2}{4}$. D. $1 - \frac{\pi}{4}$.

Câu 26: Cho số phức z thỏa mãn $2(z + 2 - 3i) = z + 5 - 4i$. Tìm số phức $w = (2z - 3i - 1)^{2020}$?

- A. $w = -2^{1010}$. B. $w = 2^{2020}$. C. $w = 2^{1010}$. D. $w = -2^{2020}$.

Câu 27: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x(3 + 5i) + y(i^{2019}) = 9 + 14i$. Giá trị của $x - y$ là

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và cắt trục Oy tại hai điểm A, B sao cho $AB = 4$. Phương trình của mặt cầu (S) là:

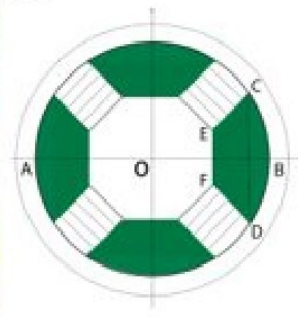
- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 8$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 14$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 6$.

- Câu 29:** Tích phân $I = \int_0^2 (2x-1) dx$ có giá trị bằng
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 30:** Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$ trong đó z_1 có phần ảo dương. Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là
A. 6;1. **B.** -1;-6. **C.** -6;-1. **D.** -6;1.
- Câu 31:** Cho $I = \int \frac{x}{(x+1)^2} dx$ và $t = x+1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $I = \int \frac{t+1}{t^2} dt$. **B.** $I = \int \frac{t}{(t+1)^2} dt$. **C.** $I = \int \frac{t-1}{t^2} dt$. **D.** $I = \int \frac{t}{t^2+1} dt$.
- Câu 32:** Trong không gian $Oxyz$, xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{9} = \frac{y-6}{6} = \frac{z-3}{3}$ và $d': \frac{x-7}{6} = \frac{y-6}{4} = \frac{z-5}{2}$.
A. Trùng nhau. **B.** Cắt nhau. **C.** Chéo nhau. **D.** Song song.
- Câu 33:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;3)$, $B(1;1;3)$, $C(0;1;1)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) bằng
A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 34:** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x+3}$
A. $\int \sqrt{2x+3} . dx = \frac{2}{3} (2x+3) \sqrt{2x+3} + C$. **B.** $\int \sqrt{2x+3} . dx = \frac{1}{2} \sqrt{2x+3} + C$.
C. $\int \sqrt{2x+3} . dx = \frac{1}{3} (2x+3) \sqrt{2x+3} + C$. **D.** $\int \sqrt{2x+3} . dx = -\frac{1}{3} (2x+3) \sqrt{2x+3} + C$.
- Câu 35:** Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng
A. 2. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** 6.

II. PHẦN TỰ LUẬN

- Câu 36: (1,0 điểm).** Tính $I = \int_0^1 (x^2 + 1)^3 x dx$
- Câu 37: (1,0 điểm).** Trong không gian với $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$. Gọi d' là hình chiếu của d lên P .
a)Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và (Q) vuông góc với d .
b)Viết phương trình tham số của đường thẳng d'
- Câu 38: (0,5 điểm).** Cho s và w là hai số phức liên hợp đồng thời thỏa mãn $\frac{z}{w^2}$ là số thực và $|z - w| = 2\sqrt{3}$. Tìm $|z|$.

Câu 39: (0,5 điểm). Nhằm hưởng ứng phong trào "Sắc Hồng Cổ Đô" nhà trường muốn trồng hoa hồng vào bốn bồn đó. Sau khi đo đạc thu được $AB = 4\sqrt{3}m$, $CD = 2\sqrt{3}m$, $EF = (4\sqrt{3} - 6)m$. Các em hãy giúp nhà trường tính chính xác diện tích bốn bồn hoa nói trên.



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2,0,0), B(0,3,0), C(0,0,2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$. **D. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $A(-2,0,0) \in Ox, B(0,3,0) \in Oy, C(0,0,2) \in Oz$ nên phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 2: Môđun của số phức $\sqrt{2}.i$ bằng

- A. 2. B. $\sqrt{\sqrt{2}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D. $\sqrt{2}$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $|\sqrt{2}.i| = \sqrt{0^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}$.

Câu 3: Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$?

- A. $(3;-2;1)$. B. $(2;1;3)$. **C. $(-3;2;1)$.** D. $(-2;1;-3)$.

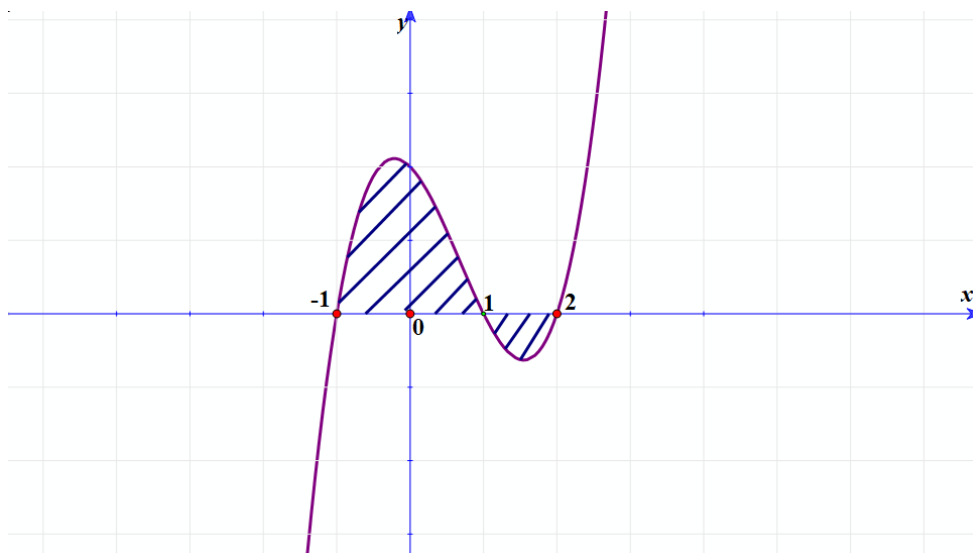
Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$ có vector chỉ phương là $\vec{u} = (3;-2;-1) = -(-3;2;1)$.

Câu 4: Cho đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ sau đây. Diện tích S của hình phẳng được gạch chéo trong hình dưới đây bằng

- A. $S = \int_{-1}^2 f(x)dx$. B. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$.
C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$. **D. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$.**



Lời giải

Đáp án D.

Theo hình vẽ ta có $S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Viết công thức diện tích S của hình thang cong được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

A. $S = \int_a^b f(x) dx$.

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

C. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$.

D. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

Lời giải

Đáp án B.

Theo lý thuyết SGK toán 12.

Câu 6: Cho số phức $z = 5 - 2i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. -2 .

B. 4 .

C. 11 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn A

$z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thì phần ảo của số phức z là b .

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -4)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(3; 2; 0)$.

B. $(0; 0; 4)$.

C. $(3; 0; -4)$.

D. $(0; 2; -4)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A'(x_{A'}; y_{A'}; z_{A'})$ là hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxy) . Khi đó

$x_{A'} = x_A = 3; y_{A'} = y_A = 2; z_{A'} = 0$

Câu 8: Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = (1+i)^2 - (3+3i)$ là

- A. 4. B. $\sqrt{10}$. C. -4. D. $-3-i$.

Lời giải

Chọn C

Biến đổi $z = (1+i)^2 - (3+3i) = -3-i$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho $M(2;-3;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+3y-z+2=0$. Đường thẳng d qua điểm M , vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 2+3t \\ y = -3+t \\ z = 1-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2-t \\ y = -3+3t \\ z = 1+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -3+3t \\ z = 1-t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -3-t \\ z = 1+3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có Vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = \vec{n}_{(\alpha)} = (1;3;-1)$. Do đó đường thẳng d có phương trình

là $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -3+3t \\ z = 1-t \end{cases}$

Câu 10: Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành, quay quanh trục hoành

- A. $\frac{8\pi}{7}$. B. $\frac{41\pi}{7}$. C. $\frac{81\pi}{10}$. D. $\frac{85\pi}{10}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm $3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

Thể tích là $V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx = \pi \left(3x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{1}{5}x^5 \right) \Big|_0^3 = \frac{81}{10}\pi$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-4;-2;4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3+2t \\ y = 1-t \\ z = -1+4t \end{cases}$. Phương trình

đường thẳng đi qua A , cắt và vuông góc với d là

A. $\frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$ B. $\frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{-1}$.

C. $\frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{1}$. D. $\frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

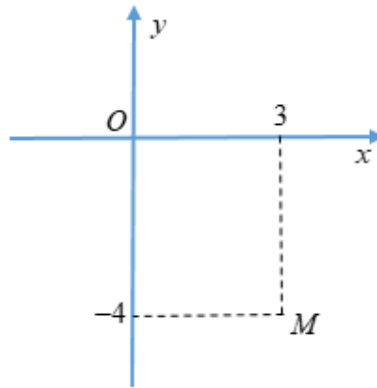
Gọi $M(-3+2t; 1-t; -1+4t) \in d \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (1+2t; 3-t; -5+4t)$.

Vì $\overrightarrow{AM} \perp \vec{u}_d$ nên $2(1+2t) - 1(3-t) + 4(-5+4t) = 0 \Leftrightarrow 21t - 21 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(-4; -2; 4)$ nhận $\overrightarrow{AM} = (3; 2; -1)$ làm vector chỉ phương là

$\frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$.

Câu 12: Trên mặt phẳng tọa độ $Oxyz$ cho điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn bởi số phức z



Tìm z ?

A. $z = 3 + 4i$.

B. $z = 3 - 4i$.

C. $z = -3 + 4i$.

D. $z = -4 + 3i$.

Lời giải

Chọn B

Câu 13: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = -i$.

A. -1 .

B. $-i$.

C. i .

D. 1 .

Lời giải

Chọn C

Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$, ta có số phức liên hợp của z là $\bar{z} = a - bi$.

Câu 14: Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định sai?

A. $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C$. B. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.

C. $\int \cos x dx = \sin x + C$. D. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$.

Lời giải

Chọn B

$\int e^x dx = e^x + C$.

Câu 15: Cho hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^2$. Tính $F'(25)$.

A. 625.

B. 125.

C. 25.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Vì hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^2$ nên $F'(x) = f(x) = x^2$.

$$F'(25) = 25^2 = 625.$$

Câu 16: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 2i, z_2 = -3 + 3i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là

A. $-5 + 5i$.

B. $-5i$.

C. $5 - 5i$.

D. $-1 + i$.

Lời giải

Chọn C

$$z_1 - z_2 = (2 - 2i) - (-3 + 3i) = 5 - 5i$$

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.

B. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$.

C. $\int_a^a f(x)dx = 0$.

D. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, \forall c \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, \forall c \in \mathbb{R} \text{ là mệnh đề sai vì } c \in [a; b].$$

Câu 18: Trong không gian Oxyz, cho $A(1; -3; 2), B(0; 1; -1), G(2; -1; 1)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC nhận G là trọng tâm.

A. $C(1; 1; 0)$.

B. $C(3; -3; 2)$.

C. $C(5; -1; 2)$.

D. $C\left(1; -1; \frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} x_C = 3x_G - x_B - x_A \\ y_C = 3y_G - y_B - y_A \\ z_C = 3z_G - z_B - z_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 5 \\ y_C = -1 \\ z_C = 2 \end{cases}$$

Câu 19: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

B. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

C. $\int 2f(x)dx = 2 \int f(x)dx$.

D. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx. \int g(x)dx$.

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất nguyên hàm, phương án D sai.

Câu 20: Biết số phức liên hợp của số phức $z = 4 + 3i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm $M(x_0; y_0)$. Tính giá trị biểu thức $T = \log_3(3x_0 - 5y_0)$.

A. 2.

B. 1.

C. 9.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Số phức liên hợp của số phức $z = 4 + 3i$ là $\bar{z} = 4 - 3i$.

Điểm M là điểm biểu diễn của số phức $\bar{z} = 4 - 3i$ nên điểm $M(4; -3)$.

Do đó, ta có: $T = \log_3(3x_0 - 5y_0) = \log_3(3.4 + 5.3) = \log_3 27 = 3$.

Câu 21: Tính giá trị biểu thức $T = |z_1 - z_2|^2$, biết z_1, z_2 là các số phức thỏa mãn đồng thời $|z| = 5$ và $|z - (7 + 7i)| = 5$.

A. $\sqrt{2}$.

B. 4.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có:

$$|z| = 5 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 25 \quad (1).$$

$$|z - (7 + 7i)| = 5 \Leftrightarrow |(a - 7) + (b - 7)i| = 5 \Leftrightarrow (a - 7)^2 + (b - 7)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 14a - 14b + 98 = 25 \quad (2).$$

Thay (1) vào (2), ta được: $a + b = 7 \Rightarrow b = 7 - a \quad (3)$.

$$\text{Thay (3) vào (1), ta được: } a^2 + (7 - a)^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 - 7a + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \Rightarrow b = 3 \\ a = 3 \Rightarrow b = 4 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } T = |4 + 3i - (3 + 4i)|^2 = |1 - i|^2 = 2.$$

Vậy, chọn đáp án **D**.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \cos(\pi \ln x)$. Tính tích phân $I = \int_1^e f'(x) dx$

A. $I = -2\pi$.

B. $I = 2$.

C. $I = -2$.

D. $I = 2\pi$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } I = \int_1^e f'(x) dx = f(e) - f(1) = \cos(\pi \ln e) - \cos(\pi \ln 1) = -1 - 1 = -2$$

Câu 23: Trong mặt phẳng $Oxyz$ tính góc giữa các đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 \\ z = 2 - t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + \sqrt{2}t \\ z = \sqrt{2}t \end{cases}$

A. 60° .

B. 30° .

C. 120° .

D. 150° .

Lời giải

Chọn A

$$d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 \\ z = 2 - t \end{cases} \text{ có vectơ chỉ phương } \vec{u}_1 = (1; 0; -1)$$

$$d': \begin{cases} x=1 \\ y=1+\sqrt{2}t' \\ z=\sqrt{2}t' \end{cases} \text{ có vectơ chỉ phương } \vec{u}_2 = (0; \sqrt{2}; \sqrt{2})$$

$$\text{Ta có: } \cos(d; d') = \frac{|1 \cdot 0 + 0 \cdot \sqrt{2} - 1 \cdot \sqrt{2}|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{0^2 + \sqrt{2}^2 + \sqrt{2}^2}} = \frac{1}{2}$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng bằng 60°

Câu 24: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = -x^3$ và $y = x^2 - 2x$ là

A. $S = \frac{4}{3}$.

B. $S = \frac{37}{12}$.

C. $S = \frac{7}{3}$.

D. $S = \frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } -x^3 = x^2 - 2x \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{cases}$$

Khi đó:

$$S = \int_{-2}^1 |x^2 - 2x + x^3| dx = \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx + \int_0^1 (-x^3 - x^2 + 2x) dx = \frac{8}{3} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12}.$$

Câu 25: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \tan x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=\frac{\pi}{4}$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

A. π^2 .

B. $\frac{\pi^2}{4} + \pi$.

C. $\pi - \frac{\pi^2}{4}$.

D. $1 - \frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Khối tròn xoay có thể tích bằng:

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \pi (\tan x - x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \pi \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) = \pi - \frac{\pi^2}{4}.$$

Câu 26: Cho số phức z thỏa mãn $2(z+2-3i) = z+5-4i$. Tìm số phức $w = (2z-3i-1)^{2020}$?

A. $w = -2^{1010}$.

B. $w = 2^{2020}$.

C. $w = 2^{1010}$.

D. $w = -2^{2020}$.

Lời giải

Chọn A

$$2(z+2-3i) = z+5-4i \Leftrightarrow 2z+4-6i = z+5-4i \Leftrightarrow z = 1+2i$$

$$w = (2z-3i-1)^{2020} = (2(1+2i)-3i-1)^{2020} = (i+1)^{2020} = [(i+1)^2]^{1010} = (-2i)^{1010}.$$

$$w = (-2)^{1010} \cdot i^{1010} = 2^{1010} \cdot (i^2)^{505} = 2^{1010} \cdot (-1)^{505} = -2^{1010}.$$

Câu 27: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x(3+5i) + y(i^{2019}) = 9+14i$. Giá trị của $x-y$ là

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } x(3+5i) + y(i^{2019}) = 9+14i$$

$$\Leftrightarrow x(3+5i) + y(i^2)^{1009} \cdot i = 9+14i$$

$$\Leftrightarrow x(3+5i) + y(-1)^{1009} \cdot i = 9+14i$$

$$\Leftrightarrow 3x + 5xi - yi = 9 + 14i \Leftrightarrow 3x + (5x - y)i = 9 + 14i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ 5x - y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Giá trị của $x-y = 2$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và cắt trục Oy tại hai điểm A, B sao cho $AB = 4$. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 8.$ B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10.$

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 14.$ D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 6.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Bán kính mặt cầu } (S) \text{ là: } R = \sqrt{[d(I, Oy)]^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

$$\text{Phương trình của mặt cầu } (S) \text{ là: } (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 8.$$

Câu 29: Tích phân $I = \int_0^2 (2x-1)dx$ có giá trị bằng

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$I = \int_0^2 (2x-1)dx = (x^2 - x) \Big|_0^2 = 2.$$

Câu 30: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$ trong đó z_1 có phần ảo dương. Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là

- A. 6;1. B. -1;-6. C. -6;-1. D. -6;1.

Lời giải

Chọn C

$$2z^2 + 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{-3+i}{2} \\ z_2 = \frac{-3-i}{2} \end{cases}$$

$$z_1 + 3z_2 = -6 - i.$$

Câu 31: Cho $I = \int \frac{x}{(x+1)^2} dx$ và $t = x+1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = \int \frac{t+1}{t^2} dt$. **B.** $I = \int \frac{t}{(t+1)^2} dt$. **C.** $I = \int \frac{t-1}{t^2} dt$. **D.** $I = \int \frac{t}{t^2+1} dt$.

Lời giải

Chọn C

Với $t = x+1 \Rightarrow dt = dx$ và $x = t-1$.

Do đó: $I = \int \frac{t-1}{t^2} dt$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{9} = \frac{y-6}{6} = \frac{z-3}{3}$ và

$d': \frac{x-7}{6} = \frac{y-6}{4} = \frac{z-5}{2}$.

A. Trùng nhau. **B.** Cắt nhau. **C.** Chéo nhau. **D.** Song song.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{u}_d = (9; 6; 3)$: VTCP của đường thẳng d .

$\vec{u}_{d'} = (6; 4; 2)$: VTCP của đường thẳng d' .

Ta thấy $\frac{9}{6} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ nên $\vec{u}_d$ và $\vec{u}_{d'}$ cùng phương.

Xét $A(1; 6; 3) \in d$, thay vào phương trình d' ta có:

$\frac{1-7}{6} = \frac{6-6}{4} = \frac{3-5}{2}$: Vô lý, do đó $A \notin d'$, suy ra hai đường thẳng đã cho song song với nhau.

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 0; 3)$, $B(1; 1; 3)$, $C(0; 1; 1)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{AB} = (1; 1; 0)$, $\vec{AC} = (0; 1; -2)$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-2; 2; 1)$$

Mặt phẳng (ABC) có phương trình: $-2x + 2y + z - 3 = 0$

$\Rightarrow$ Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) là:

$$d(O; (ABC)) = \frac{|-3|}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 1}} = 1$$

Câu 34: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x+3}$

A. $\int \sqrt{2x+3}.dx = \frac{2}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3} + C$. **B.** $\int \sqrt{2x+3}.dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x+3} + C$.

C. $\int \sqrt{2x+3}.dx = \frac{1}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3} + C$. **D.** $\int \sqrt{2x+3}.dx = -\frac{1}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int \sqrt{2x+3}.dx = \frac{1}{2} \int \sqrt{2x+3}.d(2x+3) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3} + C$

$$\Rightarrow \int \sqrt{2x+3}dx = \frac{1}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3} + C$$

Câu 35: Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. 2 . **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** 6 .

Lời giải

Chọn D

Phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là $z_1 = 1 - i\sqrt{2}$ và $z_2 = 1 + i\sqrt{2}$

$$\Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 = 2.3 = 6.$$

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: (1,0 điểm). Tính $I = \int_0^1 (x^2 + 1)^3 x dx$

Lời giải

Đặt $t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2x dx \Rightarrow \frac{1}{2} dt = x dx$.

Đổi cận:

x	0	1
t	1	2

$$I = \int_1^2 t^3 \cdot \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} \int_1^2 t^3 dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^4}{4} \Big|_1^2 = \frac{1}{8} (2^4 - 1^4) = \frac{1}{8} (16 - 1) = \frac{15}{8}.$$

Câu 37: (1,0 điểm). Trong không gian với Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng

(P): $3x + 5y - z - 2 = 0$. Gọi d' là hình chiếu của d lên P.

a) Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và (Q) vuông góc với d .

b) Viết phương trình tham số của đường thẳng d'

Lời giải

a) Ta có: d đi qua $M(12;9;1)$; có VTCP $\vec{n}_d = (4;3;1)$.

(P) có VTPT $\vec{n}_p = (3;5;-1)$.

Vì (Q) chứa d và vuông góc với (P) nên (Q) đi qua điểm $M(12;9;1)$, nhận $\vec{n}_d, \vec{n}_p$ làm cặp VTCP. Suy ra, (Q) có VTPT là: $\vec{n}_Q = [\vec{n}_d; \vec{n}_p] = (8; -7; -11)$.

Phương trình (Q) là $8(x-12) - 7(y-9) - 11(z-1) = 0 \Leftrightarrow 8x - 7y - 11z - 22 = 0$.

b) d' là giao của hai mặt phẳng (P) và (Q). Xét hệ phương trình:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3x + 5y - z - 2 = 0. \\ 8x - 7y - 11z - 22 = 0. \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = t \\ 3x - z = 2 - 5t \\ 8x - 11z = 22 + 7t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = t \\ 33x - 11z = 22 - 55t \\ 8x - 11z = 22 + 7t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = t \\ 25x = -62t \\ 3x - z = 2 - 5t \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = t \\ x = \frac{-62}{25}t \\ z = 3 \cdot \frac{-62}{25}t - 2 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = t \\ x = \frac{-62}{25}t \\ z = -2 - \frac{61}{25}t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-62}{25}t \\ y = t \\ z = -2 - \frac{61}{25}t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \end{aligned}$$

Vậy phương trình tham số của đường thẳng d' là:
$$\begin{cases} x = \frac{-62}{25}t \\ y = t \\ z = -2 - \frac{61}{25}t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Câu 38: (0,5 điểm). Cho s và w là hai số phức liên hợp đồng thời thỏa mãn $\frac{z}{w^2}$ là số thực và

$$|z - w| = 2\sqrt{3}. \text{ Tìm } |z|.$$

Lời giải

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ và $w = x - yi$.

$$\text{Khi đó: } |z - w| = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow |2y| = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{3}.$$

$$\frac{z}{w^2} = \frac{x + yi}{x^2 - y^2 - 2xyi} = \frac{(x + y)(x^2 - y^2 + 2xyi)}{(x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2} = \frac{x^3 - 3y^2 + (3x^2y - y^3)i}{(x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2}$$

Do đó $\frac{z}{w^2}$ số thực $\Leftrightarrow 3x^2y - y^3 = 0 \Leftrightarrow y(3x^2 - y^2) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm 1 \Rightarrow |z| = 2$.

Câu 39: (0,5 điểm). Nhằm hưởng ứng phong trào "Sắc Hồng Cổ Đô" nhà trường muốn trồng hoa hồng vào bốn bồn đó. Sau khi đo đạc thu được $AB = 4\sqrt{3}m$, $CD = 2\sqrt{3}m$, $EF = (4\sqrt{3} - 6)m$. Các em hãy giúp nhà trường tính chính xác diện tích bốn bồn hoa nói trên.



Lời giải

Xét hệ trục tọa độ gốc O như hình vẽ. Khi đó:

Phương trình đường tròn tâm O , bán kính OA là: $x^2 + y^2 = 12$.

Tọa độ điểm $C(3; \sqrt{3})$.

Đường thẳng EC có phương trình $y = x + b$, qua C suy ra $b = \sqrt{3} - 3$.

Tọa độ điểm $E(\sqrt{3}; 2\sqrt{3} - 3)$.

Diện tích một bồn hoa là $S_1 = S_{CDFE} + S_{BCD} = \frac{1}{2}(EF + CD)h + 2 \int_3^{2\sqrt{3}} \sqrt{12 - x^2} dx$

$$S_{CDFE} = \frac{1}{2}(4\sqrt{3} - 6 + 2\sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) = -18 + 12\sqrt{3}m^2;$$

$$S_{BCD} = 2 \int_3^{2\sqrt{3}} \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - x^2} dx$$

Vậy diện tích 4 bồn hoa là: $S = 4S_1 = (8\pi + 36\sqrt{3} - 72)m^2$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 08

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Xét các hàm số $f(x)$, $g(x)$ tùy ý, liên tục trên khoảng K . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.** $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$ **B.** $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx.$
C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int g(x) dx - \int f(x) dx.$ **D.** $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$
- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -x + y + 3z - 2 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(2; -1; 1)$ và song song với (P) là
- A.** $x - y + 3z + 2 = 0.$ **B.** $-x + y - 3z = 0.$ **C.** $-x + y + 3z = 0.$ **D.** $-x - y + 3z = 0.$
- Câu 3:** Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.
- A.** Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng $-2i$. **B.** Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng -2 .
C. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i$. **D.** Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2 .
- Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là
- A.** $2x - y - 1 = 0.$ **B.** $-y + 2z - 3 = 0.$ **C.** $2x - y + 1 = 0.$ **D.** $y + 2z - 5 = 0.$
- Câu 5:** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(1 + e^{-x})$.
- A.** $\int f(x) dx = e^{-x} + C.$ **B.** $\int f(x) dx = e^x + x + C.$
C. $\int f(x) dx = e^x + e^{-x} + C.$ **D.** $\int f(x) dx = e^x + C.$
- Câu 6:** Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x - x^2$ và $y = 0$. Tính thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra bởi hình phẳng (H) khi nó quay quanh trục Ox .
- A.** $\frac{16\pi}{15}.$ **B.** $\frac{17\pi}{15}.$ **C.** $\frac{18\pi}{15}.$ **D.** $\frac{19\pi}{15}.$
- Câu 7:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ là
- A.** $\frac{x^3}{3} + C.$ **B.** $2x + C.$ **C.** $x^3 + C.$ **D.** $x + C.$
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?
- A.** $N(-1; -2; 0).$ **B.** $M(-1; 1; 2).$ **C.** $P(2; 1; -2).$ **D.** $Q(3; 3; 2).$
- Câu 9:** Cho số phức $z = 2 + i$. Tính $|z|$.
- A.** $|z| = 3.$ **B.** $|z| = 5.$ **C.** $|z| = 2.$ **D.** $|z| = \sqrt{5}.$
- Câu 10:** Cho hàm số $y = g(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = g(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?
- A.** $S = \int_a^b g(x) dx.$ **B.** $S = -\int_a^b g(x) dx.$ **C.** $S = \pi \int_a^b [g(x)]^2 dx.$ **D.** $S = \pi \int_a^b g(x) dx.$

Câu 11: Biết số phức z_0 thỏa mãn $|z-3|=|z-1|$ và $(z+2)(\bar{z}-i)$ là số thực. Tính $|z_0|$.

- A. $3\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 2.

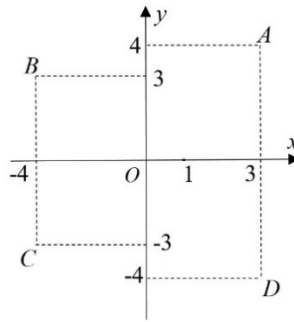
Câu 12: Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 g(x)dx = 6$. Khi đó, $\int_1^2 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

- A. -4. B. 8. C. 4. D. -8.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): 4x - z + 3 = 0$. Vec-tơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u} = (4; 1; -1)$. B. $\vec{u} = (4; -1; 3)$. C. $\vec{u} = (4; 0; -1)$. D. $\vec{u} = (4; 1; 3)$.

Câu 14: Trên mặt phẳng tọa độ, số phức $z = 3 - 4i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm A, B, C, D ?



- A. Điểm D . B. Điểm B . C. Điểm A . D. Điểm C .

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(0; -1; 3)$ là

- A. $x + 2y - 2z + 8 = 0$. B. $x + 2y - 2z - 4 = 0$.
C. $-y + 3z + 8 = 0$. D. $-y + 3z - 8 = 0$.

Câu 16: Biết $\int_0^1 \frac{(x^2 + 5x + 6)e^x}{x + 2 + e^{-x}} dx = ae - b - \ln \frac{ae + c}{3}$ với a, b, c là các số nguyên và e là cơ số của logarit tự nhiên. Tính $S = 2a + b + c$.

- A. $S = 10$. B. $S = 0$. C. $S = 5$. D. $S = 9$.

Câu 17: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$; M, N lần lượt là các điểm biểu diễn z_1, z_2 trên mặt phẳng phức. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

- A. 2. B. $2\sqrt{5}$. C. 4. D. $\sqrt{2}$.

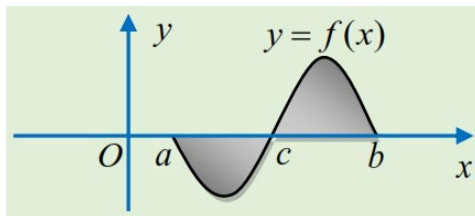
Câu 18: Cho biết $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C, (a; b \in \mathbb{Z})$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a + 2b = 8$. B. $a + b = 8$. C. $2a - b = 8$. D. $a - b = 8$.

Câu 19: Cho hai số phức $z_1 = -2 + i$ và $z_2 = 1 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. $(3; -3)$. B. $(2; -3)$. C. $(-3; 3)$. D. $(-3; 2)$.

Câu 20: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$, như hình dưới đây:



Biết $\int_a^c f(x)dx = -3$ và $\int_c^b f(x)dx = 5$. Hỏi S bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. 5. C. 8. D. 2.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức z có phần thực bằng 3 là đường thẳng có phương trình

- A. $x = -3$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 3$.

Câu 22: Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3$. Khi đó, $\int_3^1 2f(x)dx$ bằng

- A. 6. B. 9. C. 5. D. -6.

Câu 23: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Tìm iz_0 .

- A. $iz_0 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. B. $iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. C. $iz_0 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$. D. $iz_0 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được cho bởi công thức nào sau đây?

- A. $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$. B. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. C. $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx$. D. $V = \int_a^b S(x) dx$.

Câu 25: Biết rằng $(2 + 3i)a + (1 - 2i)b = 4 + 13i$, với a, b là các số thực. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. -3. B. 9. C. 5. D. 1.

Câu 26: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (-2; -1; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 1; -1)$. C. $\vec{n} = (1; 2; 0)$. D. $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

Câu 27: Cho $y = f(x)$ là hàm số chẵn, có đạo hàm trên đoạn $[-6; 6]$. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x)dx = 8$ và

$$\int_1^3 f(-2x)dx = 3. \text{ Tính } I = \int_{-1}^6 f(x)dx.$$

- A. $I = 11$. B. $I = 5$. C. $I = 2$. D. $I = 14$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng (P)

: $x - y + 2z - 6 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình

- A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+5}{3}$. **D.** $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 29: Biết $\frac{1}{3+4i} = a+bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính ab .

A. $\frac{12}{625}$.

B. $-\frac{12}{625}$.

C. $-\frac{12}{25}$.

D. $\frac{12}{25}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba vector $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\vec{b} \perp \vec{c}$.

B. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.

C. $\vec{b} \perp \vec{a}$.

D. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

Câu 31: Gọi (H) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa $1 \leq |z-1| \leq 2$ trong mặt phẳng phức. Tính diện tích hình (H) .

A. 2π

B. 3π

C. 4π

D. 5π

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1; 3; -2)$, cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4}$.

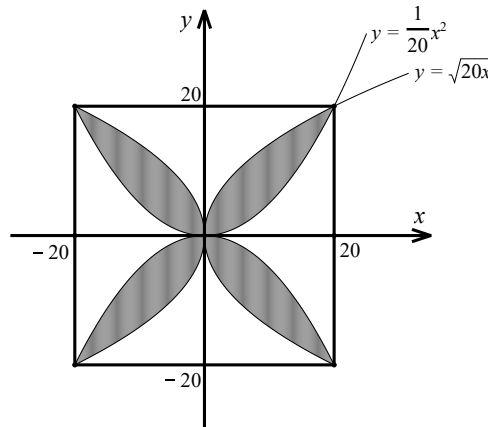
A. $2x - y - z - 1 = 0$.

B. $x + 2y + 4z + 1 = 0$.

C. $4x + 2y + z + 1 = 0$.

D. $4x + 2y + z - 8 = 0$.

Câu 33: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm được thiết kế như hình bên dưới.



Tính diện tích mỗi cánh hoa (*phần tô đậm*).

A. $\frac{800}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$.

B. $\frac{400}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$.

C. $250 \text{ (cm}^2\text{)}$.

D. $800 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Câu 34: Cho số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3+2i$. Tính $P = a+b$.

A. $P = \frac{1}{2}$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = -\frac{1}{2}$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ Descartes $Oxyz$, cho điểm $M(0; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{4}$. Phương trình đường thẳng đi qua M , cắt cả d_1 và d_2 là

A. $\frac{x}{\frac{9}{-2}} = \frac{y+1}{\frac{9}{2}} = \frac{z+3}{8}$.

B. $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{4}$.

C. $\frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}$.

D. $\frac{x}{-9} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{16}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (04 câu – 3,0 điểm)

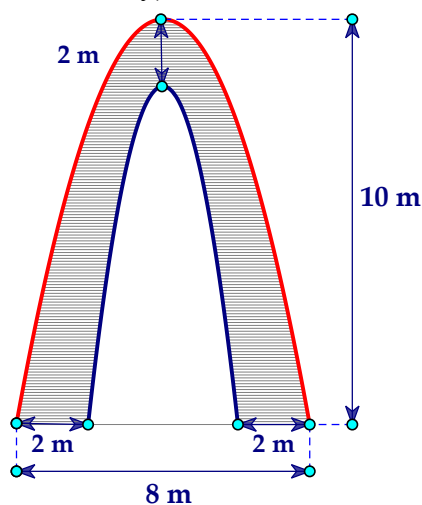
Câu 36: Tính $I = \int_1^e \frac{\sqrt{3 + \ln x}}{x} dx$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Viết

phương trình mặt phẳng (P) là mặt phẳng qua A và chứa đường thẳng Δ .

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 4i| = |z - 2 + 2i|$. Tìm tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $z - 2i$ trên mặt phẳng tọa độ.

Câu 39: Một cổng có hình dạng như hình vẽ với viền ngoài và trong là hai đường cong dạng parabol cùng trục đối xứng (tham khảo hình vẽ dưới đây).



Nhà trường dự định sơn mặt ngoài cổng (phần tô đậm) với chi phí nhân công là 30.000 đồng/m². Tính số tiền nhà trường trả cho nhân công.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Xét các hàm số $f(x), g(x)$ tùy ý, liên tục trên khoảng K . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$ **B.** $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx.$
C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int g(x) dx - \int f(x) dx.$ **D.** $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -x + y + 3z - 2 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(2; -1; 1)$ và song song với (P) là

- A.** $x - y + 3z + 2 = 0.$ **B.** $-x + y - 3z = 0.$ **C.** $-x + y + 3z = 0.$ **D.** $-x - y + 3z = 0.$

Lời giải:

Do $(\alpha) // (P) \Rightarrow (\alpha): -x + y + 3z + D = 0, D \neq -2$

$A \in (P) \Leftrightarrow -2 - 1 + 3 + D = 0 \Leftrightarrow D = 0$ (t/m). Vậy $(\alpha): -x + y + 3z = 0$.

Câu 3: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A.** Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng $-2i$. **B.** Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng -2 .
C. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i$. **D.** Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2 .

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

- A.** $2x - y - 1 = 0.$ **B.** $-y + 2z - 3 = 0.$ **C.** $2x - y + 1 = 0.$ **D.** $y + 2z - 5 = 0.$

Lời giải:

Ta có: $\vec{n} = \overrightarrow{BC} = (-2; 1; 0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có dạng:

$$-2(x - 0) + 1(y - 1) = 0 \Leftrightarrow -2x + y - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 1 = 0.$$

Câu 5: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(1 + e^{-x})$.

- A.** $\int f(x) dx = e^{-x} + C.$ **B.** $\int f(x) dx = e^x + x + C.$
C. $\int f(x) dx = e^x + e^{-x} + C.$ **D.** $\int f(x) dx = e^x + C.$

Lời giải:

Ta có $\int f(x) dx = \int (e^x + 1) dx = e^x + x + C$.

Câu 6: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x - x^2$ và $y = 0$. Tính thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra bởi hình phẳng (H) khi nó quay quanh trục Ox .

- A.** $\frac{16\pi}{15}.$ **B.** $\frac{17\pi}{15}.$ **C.** $\frac{18\pi}{15}.$ **D.** $\frac{19\pi}{15}.$

Lời giải:

Xét phương trình $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Thể tích của vật thể bằng $V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 7: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ là

A. $\frac{x^3}{3} + C.$

B. $2x + C.$

C. $x^3 + C.$

D. $x + C.$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

A. $N(-1; -2; 0).$

B. $M(-1; 1; 2).$

C. $P(2; 1; -2).$

D. $Q(3; 3; 2).$

Lời giải:

Thay tọa độ từng phương án vào phương trình của d chỉ có điểm $M(-1; 1; 2)$ thỏa mãn

Câu 9: Cho số phức $z = 2 + i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = 3.$

B. $|z| = 5.$

C. $|z| = 2.$

D. $|z| = \sqrt{5}.$

Câu 10: Cho hàm số $y = g(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = g(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_a^b g(x) dx.$

B. $S = -\int_a^b g(x) dx.$

C. $S = \pi \int_a^b [g(x)]^2 dx.$

D. $S = \pi \int_a^b g(x) dx.$

Câu 11: Biết số phức z_0 thỏa mãn $|z-3| = |z-1|$ và $(z+2)(\bar{z}-i)$ là số thực. Tính $|z_0|$.

A. $3\sqrt{2}.$

B. $\sqrt{2}.$

C. $2\sqrt{2}.$

D. $2.$

Lời giải:

Đặt $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có $|z-3| = |z-1| \Leftrightarrow (a-3)^2 + b^2 = (a-1)^2 + b^2 \Leftrightarrow a = 2.$

$(z+2)(\bar{z}-i) = (a+2+bi)(a-bi-i) = (a^2 + 2a + b^2 + b) + (a+2b+2)i$ là số thực.

Suy ra $a+2b+2=0 \Rightarrow b=-2$. Vậy $z_0 = 2-2i \Rightarrow |z_0| = 2\sqrt{2}.$

Câu 12: Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 g(x) dx = 6$. Khi đó, $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. $-4.$

B. $8.$

C. $4.$

D. $-8.$

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): 4x - z + 3 = 0$. Vec-tơ nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u} = (4; 1; -1).$

B. $\vec{u} = (4; -1; 3).$

C. $\vec{u} = (4; 0; -1).$

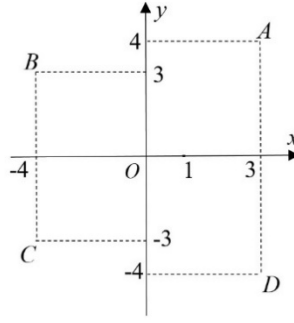
D. $\vec{u} = (4; 1; 3).$

Lời giải:

Do $d \perp (P)$ nên vec-tơ chỉ phương của đường thẳng d là vec-tơ pháp tuyến của (P) .

Suy ra một vec-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = \overrightarrow{n_{(P)}} = (4; 0; -1).$

Câu 14: Trên mặt phẳng tọa độ, số phức $z = 3 - 4i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm A, B, C, D ?



A. Điểm D.

B. Điểm B.

C. Điểm A.

D. Điểm C.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(0; -1; 3)$ là

A. $x + 2y - 2z + 8 = 0$.

B. $x + 2y - 2z - 4 = 0$.

C. $-y + 3z + 8 = 0$.

D. $-y + 3z - 8 = 0$.

Lời giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 1)$, bán kính $R = 3$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại $M(0; -1; 3)$ có vtcp $\overline{IM} = (-1; -2; 2)$ có dạng: $-x - 2y + 2z - 8 = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 2z + 8 = 0$.

Câu 16: Biết $\int_0^1 \frac{(x^2 + 5x + 6)e^x}{x + 2 + e^{-x}} dx = ae - b - \ln \frac{ae + c}{3}$ với a, b, c là các số nguyên và e là cơ số của logarit tự nhiên. Tính $S = 2a + b + c$.

A. $S = 10$.

B. $S = 0$.

C. $S = 5$.

D. $S = 9$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } I = \int_0^1 \frac{(x^2 + 5x + 6)e^x}{x + 2 + e^{-x}} dx = \int_0^1 \frac{(x+2)(x+3)e^{2x}}{(x+2)e^x + 1} dx.$$

Đặt $t = (x+2)e^x \Rightarrow dt = (x+3)e^x dx$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 2, x = 1 \Rightarrow t = 3e$.

$$I = \int_2^{3e} \frac{tdt}{t+1} = \int_2^{3e} \left(1 - \frac{1}{t+1}\right) dt = (t - \ln|t+1|) \Big|_2^{3e} = 3e - 2 - \ln \frac{3e+1}{3}. \text{ Vậy } a = 3, b = 2, c = 1 \Rightarrow S = 9.$$

Câu 17: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$; M, N lần lượt là các điểm biểu diễn z_1, z_2 trên mặt phẳng phức. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. 2.

B. $2\sqrt{5}$.

C. 4.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải:

Ta có: $\Delta' = 4 - 5 = -1 < 0$ nên phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ có hai nghiệm phức phân biệt:

$$\begin{cases} z_1 = 2 - i \\ z_2 = 2 + i \end{cases}$$

Suy ra: $M(2; -1), N(2; 1)$. Vậy $MN = \sqrt{(2-2)^2 + (1+1)^2} = 2$.

Câu 18: Cho biết $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C, (a; b \in \mathbb{Z})$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a + 2b = 8$.

B. $a + b = 8$.

C. $2a - b = 8$.

D. $a - b = 8$.

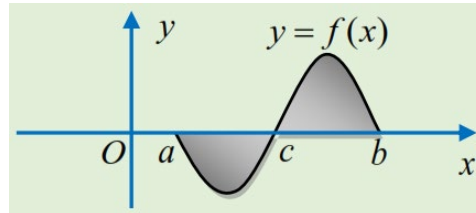
Lời giải:

Ta có: $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = \int \left(\frac{5}{x+1} - \frac{3}{x-2} \right) dx = 5 \int \frac{1}{x+1} dx - 3 \int \frac{1}{x-2} dx$
 $= 5 \ln|x+1| - 3 \ln|x-2| + C$. Vậy $\begin{cases} a=5 \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow a-b=8$.

Câu 19: Cho hai số phức $z_1 = -2+i$ và $z_2 = 1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. $(3;-3)$. B. $(2;-3)$. C. $(-3;3)$. D. $(-3;2)$.

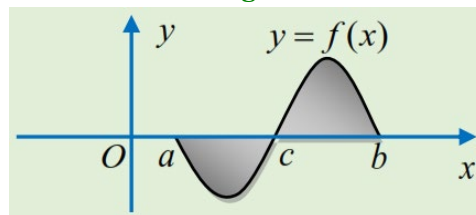
Câu 20: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$, như hình dưới đây:



Biết $\int_a^c f(x) dx = -3$ và $\int_c^b f(x) dx = 5$. Hỏi S bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. 5. C. 8. D. 2.

Lời giải:



Dựa vào đồ thị trên hình vẽ ta có: $S = \int_a^b |f(x)| dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = -(-3) + 5 = 8$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức z có phần thực bằng 3 là đường thẳng có phương trình

- A. $x = -3$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 3$.

Lời giải:

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z có phần thực bằng 3 là đường thẳng $x = 3$.

Câu 22: Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Khi đó, $\int_3^1 2f(x) dx$ bằng

- A. 6. B. 9. C. 5. D. -6.

Câu 23: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Tìm iz_0 .

- A. $iz_0 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. B. $iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. C. $iz_0 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$. D. $iz_0 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Lời giải:

$$2z^2 - 6z + 5 = 0 \Rightarrow z_0 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i. \text{ Khi đó } iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i.$$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông

góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được cho bởi công thức nào sau đây?

A. $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$. B. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. C. $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx$. **D. $V = \int_a^b S(x) dx$.**

Câu 25: Biết rằng $(2 + 3i)a + (1 - 2i)b = 4 + 13i$, với a, b là các số thực. Giá trị của $a + b$ bằng

A. -3 . B. 9 . C. 5 . **D. 1 .**

Lời giải:

$$\text{Ta có } (2 + 3i)a + (1 - 2i)b = 4 + 13i \Leftrightarrow (2a + b) + i(3a - 2b) = 4 + 13i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 4 \\ 3a - 2b = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$$

Vậy $a + b = 3 - 2 = 1$.

Câu 26: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (-2; -1; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 1; -1)$. C. $\vec{n} = (1; 2; 0)$. **D. $\vec{n} = (2; 1; 0)$.**

Lời giải:

Mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

Câu 27: Cho $y = f(x)$ là hàm số chẵn, có đạo hàm trên đoạn $[-6; 6]$. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$ và

$$\int_1^3 f(-2x) dx = 3. \text{ Tính } I = \int_{-1}^6 f(x) dx.$$

A. $I = 11$. B. $I = 5$. C. $I = 2$. **D. $I = 14$.**

Lời giải:

$$\text{Vì } f(x) \text{ là hàm số chẵn nên } \int_{-a}^a f(x) dx = 0 \Rightarrow \int_{-1}^2 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx = 8$$

$$\int_1^3 f(-2x) dx = \int_1^3 f(2x) dx = 3.$$

$$\text{Xét tích phân } K = \int_1^3 f(2x) dx = 3.$$

$$\text{Đặt } u = 2x \Rightarrow du = 2dx \Rightarrow dx = \frac{du}{2}. \text{ Đổi cận: } x = 1 \Rightarrow u = 2; x = 3 \Rightarrow u = 6.$$

$$K = \frac{1}{2} \int_2^6 f(u) du = \frac{1}{2} \int_2^6 f(x) dx = 3 \Rightarrow \int_2^6 f(x) dx = 6$$

$$\text{Vậy } I = \int_{-1}^6 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx = 0 + 8 + 6 = 14.$$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng (P)

: $x - y + 2z - 6 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+5}{3}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải:

Tọa độ giao điểm M của d và (P) là nghiệm của hệ $\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3} \\ x-y+2z-6=0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-6 \\ 3y+z=11 \\ x-y+2z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \\ z=5 \end{cases} \Rightarrow M(-2;2;5).$$

$(P): x-y+2z-6=0$ có vtp $\vec{n}=(1;-1;2)$, d có vtcp $\vec{u}=(2;1;-3)$

Ta có Δ đi qua $M(-2;2;5)$ nhận $\vec{k}=[\vec{n},\vec{u}]= (1;7;3)$ là một vector chỉ phương có dạng

$$\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}.$$

Câu 29: Biết $\frac{1}{3+4i} = a+bi$, $(a,b \in \mathbb{R})$. Tính ab .

A. $\frac{12}{625}$.

B. $-\frac{12}{625}$.

C. $-\frac{12}{25}$.

D. $\frac{12}{25}$.

Lời giải:

Ta có $\frac{1}{3+4i} = \frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$. Suy ra $\frac{3}{25} \cdot \left(-\frac{4}{25}\right) = -\frac{12}{625}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba vector $\vec{a}=(-1;1;0)$, $\vec{b}=(1;1;0)$, $\vec{c}=(1;1;1)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\vec{b} \perp \vec{c}$.

B. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.

C. $\vec{b} \perp \vec{a}$.

D. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

Lời giải:

Ta có $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 2 \neq 0 \Rightarrow \vec{b}$ không vuông góc với $\vec{c}$.

Câu 31: Gọi (H) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa $1 \leq |z-1| \leq 2$ trong mặt phẳng phức. Tính diện tích hình (H) .

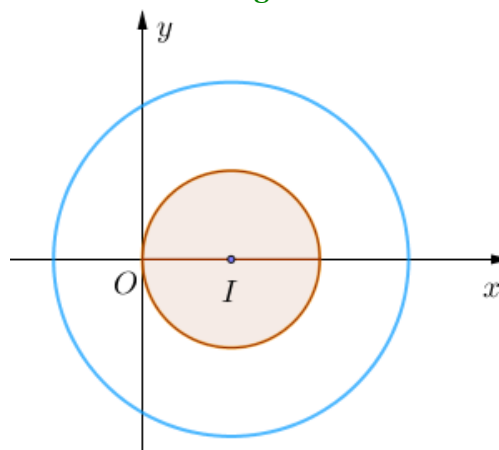
A. 2π

B. 3π

C. 4π

D. 5π

Lời giải:



Đặt $z = x + yi$, $|z-1| = |x-1+yi| = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$.

Do đó $1 \leq |z-1| \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq \sqrt{(x-1)^2 + y^2} \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq (x-1)^2 + y^2 \leq 4$.

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là hình phẳng nằm trong đường tròn tâm $I(1;0)$ bán kính $R=2$ và nằm ngoài đường tròn $I(1;0)$ bán kính $r=1$.

Diện tích hình phẳng $S = \pi \cdot 2^2 - \pi \cdot 1^2 = 3\pi$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1;3;-2)$, cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4}$.

A. $2x - y - z - 1 = 0$. **B.** $x + 2y + 4z + 1 = 0$.

C. $4x + 2y + z + 1 = 0$. **D.** $4x + 2y + z - 8 = 0$.

Lời giải:

Phương trình mặt phẳng cắt tia Ox tại $A(a;0;0)$, cắt tia Oy tại $B(0;b;0)$, cắt tia Oz tại $C(0;0;c)$ có dạng là $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ (với $a > 0, b > 0, c > 0$).

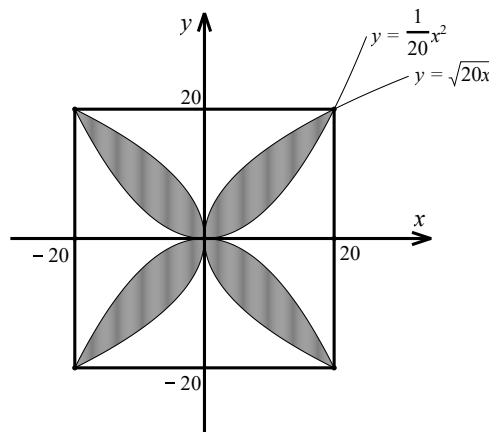
Theo đề: $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{b}{2} \\ c = 2b \end{cases}$.

Vì $M(1;3;-2)$ nằm trên mặt phẳng (P) nên ta có: $\frac{1}{\frac{b}{2}} + \frac{3}{b} + \frac{-2}{2b} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{b} = 1 \Leftrightarrow b = 4$.

Khi đó $a = 2, c = 8$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1 \Leftrightarrow 4x + 2y + z - 8 = 0$.

Câu 33: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm được thiết kế như hình bên dưới.



Tính diện tích mỗi cánh hoa (phần tô đậm).

A. $\frac{800}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$.

B. $\frac{400}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$.

C. $250 \text{ (cm}^2\text{)}$.

D. $800 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Lời giải:

Diện tích một cánh hoa là diện tích hình phẳng được tính theo công thức sau:

$$S = \int_0^{20} \left(\sqrt{20x} - \frac{1}{20}x^2 \right) dx = \left(\frac{2}{3} \cdot \sqrt{20} \cdot \sqrt{x^3} - \frac{1}{60}x^3 \right) \Big|_0^{20} = \frac{400}{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 34: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

A. $P = \frac{1}{2}$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = -\frac{1}{2}$.

Lời giải:

$$(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i \quad (1). \text{ Ta có: } z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi.$$

$$\text{Thay vào (1) ta được } (1+i)(a+bi) + 2(a-bi) = 3 + 2i.$$

$$\Leftrightarrow (a-b)i + (3a-b) = 3 + 2i \Leftrightarrow (a-b)i + (3a-b) = 3 + 2i.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=2 \\ 3a-b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow P = -1.$$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ Descartes $Oxyz$, cho điểm $M(0; -1; 2)$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}, \quad d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{4}. \text{ Phương trình đường thẳng đi qua } M, \text{ cắt cả } d_1 \text{ và } d_2 \text{ là}$$

A. $\frac{x}{-\frac{9}{2}} = \frac{y+1}{\frac{9}{2}} = \frac{z+3}{8}$.

B. $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{4}$.

C. $\frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}$.

D. $\frac{x}{-9} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{16}$.

Lời giải:

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

$$\Delta \cap d_1 = A(t_1 + 1; -t_1 - 2; 2t_1 + 3); \quad \Delta \cap d_2 = B(2t_2 - 1; -t_2 + 4; 4t_2 + 2).$$

$$\overrightarrow{MA} = (t_1 + 1; -t_1 - 1; 2t_1 + 1); \quad \overrightarrow{MB} = (2t_2 - 1; -t_2 + 5; 4t_2).$$

$$\text{Ta có: } M, A, B \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 + 1 = k(2t_2 - 1) \\ -t_1 - 1 = k(-t_2 + 5) \\ 2t_1 + 1 = 4kt_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{7}{2} \\ k = -\frac{1}{2} \\ kt_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{7}{2} \\ t_2 = -4 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MB} = (-9; 9; -16).$$

Đường thẳng Δ đi qua $M(0; -1; 2)$, một VTCP là $\vec{u} = (9; -9; 16)$ có phương trình là:

$$\Delta: \frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}.$$

II. PHẦN TỰ LUẬN (04 câu – 3,0 điểm)

$$I = \int_1^e \frac{\sqrt{3+\ln x}}{x} dx.$$

Câu 36: Tính

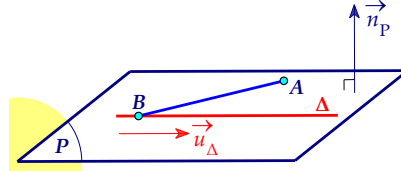
Lời giải:

$$\text{Đặt } t = \sqrt{3+\ln x} \Rightarrow 2tdt = \frac{dx}{x}. \text{ Đổi cận: } x=1 \Rightarrow t=\sqrt{3}; \quad x=e \Rightarrow t=2.$$

$$\Rightarrow I = \int_1^e \frac{\sqrt{3+\ln x}}{x} dx = 2 \int_{\sqrt{3}}^2 t^2 dt = \frac{2}{3} t^3 \Big|_{\sqrt{3}}^2 = \frac{16-6\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1-t \end{cases}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) là mặt phẳng qua A và chứa đường thẳng Δ .

Lời giải:



Chọn $B(1;2;1) \in \Delta \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (0;2;0)$.

Gọi $\vec{n}_p$ là một vector pháp tuyến của $(P) \Rightarrow \begin{cases} \vec{n}_p \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n}_p \perp \vec{u}_\Delta \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn } \vec{n}_p = [\overrightarrow{AB}; \vec{u}_\Delta] = (-2;0;-2)$.

Suy ra $(P): -2(x-1) + 0(y-0) - 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + z - 2 = 0$.

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn $|z-4i| = |z-2+2i|$. Tìm tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $z-2i$ trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải:

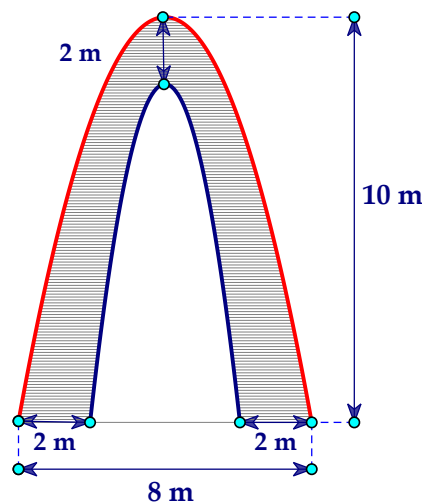
Ta có: $|z-4i| = |z-2+2i| \Leftrightarrow |(z-2i)-2i| = |(z-2i)-2+4i|$.

Gọi $M(z-2i)$ là điểm biểu diễn số phức $z-2i$ trên mặt phẳng tọa độ.

Gọi $A(0;2); B(2;-4)$, lúc đó: $|(z-2i)-2i| = |(z-2i)-2+4i| \Rightarrow MA = MB$ hay $M \in \Delta$: Đường trung trực của đoạn thẳng AB .

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow \begin{cases} I(1;-1) \\ \overrightarrow{AB} = (2;-6) \end{cases} \Rightarrow \Delta: x-3y-4=0$.

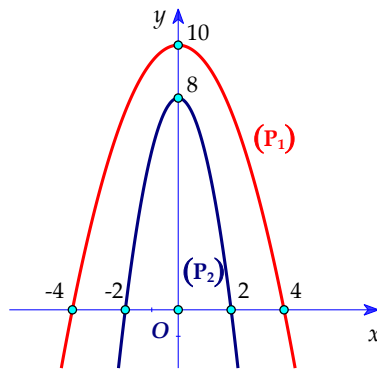
Câu 39: Một cổng có hình dạng như hình vẽ với viền ngoài và trong là hai đường cong dạng parabol cùng trục đối xứng (tham khảo hình vẽ dưới đây).



Nhà trường dự định sơn mặt ngoài cổng (phần tô đậm) với chi phí nhân công là 30.000 đồng/m². Tính số tiền nhà trường trả cho nhân công.

Lời giải:

Cách 1: Lập phương trình các parabol

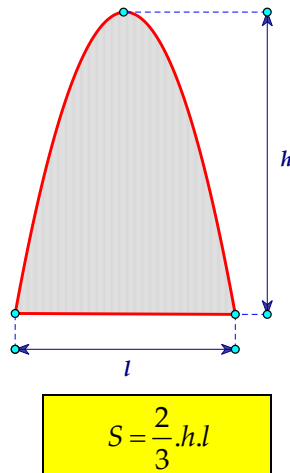


Do (P_1) có đỉnh là $A_1(0;10)$ và qua $B_1(4;0)$ nên $(P_1): y = -\frac{5}{8}x^2 + 10$.

Do (P_2) có đỉnh là $A_2(0;8)$ và qua $B_2(2;0)$ nên $(P_2): y = -2x^2 + 8$.

Diện tích cần tính là $S = \int_{-4}^4 \left(-\frac{5}{8}x^2 + 10 \right) dx - \int_{-2}^2 \left(-2x^2 + 8 \right) dx = 32 m^2$.

Cách 2: Dùng công thức giải nhanh



Diện tích cần tính là $S = \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot 8 - \frac{2}{3} \cdot 8 \cdot 4 = 32 m^2$.

Số tiền nhà trường cần gửi là $T = 32 \cdot 30.000 = 960.000$ đồng.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 09

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int 2f(x)dx = 2\int f(x)dx$. B. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
C. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$. D. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.

Câu 2: Nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$ là

- A. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C$. B. $\int 2^x dx = 2^x + C$. C. $\int 2^x dx = 2^x \cdot \ln 2 + C$. D. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Câu 3: Cho $\int_2^4 f(x)dx = 10$ và $\int_4^2 g(x)dx = -5$. Tính $\int_2^4 [3f(x) - 5g(x)]dx$.

- A. $I = 5$. B. $I = 10$. C. $I = -5$. D. $I = 15$.

Câu 4: Cho hai hàm số f, g liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\int_a^b f(kx)dx = k \int_a^b f(x)dx$. B. $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$.
C. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$. D. $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.

Câu 5: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức là:

- A. $S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$. B. $S = \pi \int_a^b (f(x) - g(x))dx$.
C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$. D. $S = \left| \int_a^b (f(x) - g(x))dx \right|$.

Câu 6: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 2x, y = 0, x = -2, x = -1$ được tính bởi biểu thức nào dưới đây?

- A. $S = \int_{-2}^{-1} (x^3 + 2x)dx$. B. $S = \int_{-2}^{-1} (-x^3 - 2x)dx$. C. $S = \int_2^1 (x^3 + 2x)dx$. D. $S = \int_{-1}^{-2} (-x^3 - 2x)dx$.

Câu 7: Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 0$ quanh trục Ox được tính bởi biểu thức nào sau đây?

- A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$. B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\pi \sin x)^2 dx$. C. $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx$. D. $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx$.

Câu 8: Số phức $z = 3 - 4i$ có môđun bằng

- A. 25. B. 5. C. $\sqrt{5}$. D. 7.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm M biểu diễn số phức $z = 3 - 2i$ là

- A. $M(-3;-2)$. B. $M(3;-2i)$. C. $M(2;3)$. D. $M(3;-2)$.

Câu 10: Cho số phức $z = 3 + 5i$. Phần thực, phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là

- A. $-3;-5$. B. $-3;5i$. C. $3;-5$. D. $3;5$.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1 = 5 - 6i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Số phức $3z_1 - 4z_2$ bằng

- A. $26 - 15i$. B. $7 - 30i$. C. $23 - 6i$. D. $-14 + 33i$.

Câu 12: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Phần ảo của số phức $w = z_1 \cdot z_2$ là:

- A. -1 . B. 1 . C. 3 . D. 2 .

Câu 13: Cho số phức $z = x + yi$ thỏa $(1 + i)z = 3 + i$. Tổng $x + y$ bằng

- A. 3 . B. -1 . C. $3\sqrt{2}$. D. 1 .

Câu 14: Trong tập các số phức z_1, z_2 lần lượt là 2 nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Tính

$$P = |z_1|^2 + |z_2|^2$$

- A. $P = 50$. B. $P = 2\sqrt{5}$. C. $P = 10$. D. $P = 6$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;-1)$ và $B(-1;3;1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(3;-3;-2)$. B. $(1;3;0)$. C. $(3;-1;-2)$. D. $(-3;3;2)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng có phương trình $2x + 3y - 4z + 7 = 0$. Tìm tọa độ véc tơ pháp tuyến của (P) .

- A. $\vec{n} = (-2;3;-4)$. B. $\vec{n} = (-2;-3;-4)$. C. $\vec{n} = (2;3;-4)$. D. $\vec{n} = (2;-3;-4)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(\alpha): x + 2y - 4z + 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (α) ?

- A. $M(3;0;-1)$. B. $Q(0;3;1)$. C. $P(3;0;1)$. D. $N(3;1;0)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{-y}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là?

- A. $\vec{u}_1 = (2;1;-2)$. B. $\vec{u}_2 = (1;0;-1)$. C. $\vec{u}_3 = (2;-1;-2)$. D. $\vec{u}_1 = (1;-1;-1)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $M(-1;-2;0)$. B. $M(-1;1;2)$. C. $M(2;1;-2)$. D. $M(3;3;2)$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $M(-2;3;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1;-2;2)$?

- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Câu 21: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2018x$.

- A.** $\frac{\cos 2018x}{2018} + C$
- B.** $-\frac{\cos 2018x}{2019} + C$
- C.** $-\frac{\cos 2018x}{2018} + C$
- D.** $2018 \cos 2018x + C$

Câu 22: Giả sử $\int_1^2 \frac{dx}{x+3} = \ln \frac{a}{b}$ với a, b là các số tự nhiên và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.** $a^2 + b^2 = 41$. **B.** $3a - b < 12$. **C.** $a + 2b = 13$. **D.** $a - b > 2$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ thỏa $\int_1^2 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1$ và $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = -3$. Tính tích phân

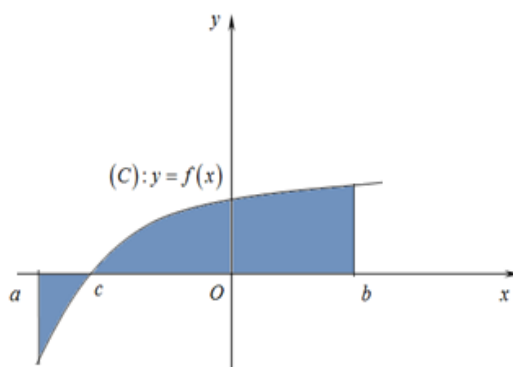
$$I = \int_1^2 f(x) dx.$$

- A.** $I = 1$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = -\frac{5}{7}$. **D.** $I = \frac{1}{2}$.

Câu 24: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_1^3 f(x) dx = -2$. Tính $\int_0^3 f(x) dx$

- A.** 5. **B.** -1 . **C.** 1. **D.** -5 .

Câu 25: Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây ?



- A.** $S = -\int_a^c f(x) \, dx + \int_c^b f(x) \, dx.$

B. $S = \left| \int_a^b f(x) \, dx \right|.$

C. $S = \int_a^c f(x) \, dx + \int_c^b f(x) \, dx.$

D. $S = \int_a^b f(x) \, dx.$

Câu 26: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$; $y = \sqrt{4-x}$ và trục hoành. Tính thể tích V của khối tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục Ox .

- A.** $V = \frac{17\pi}{3}$. **B.** $V = \frac{4\pi}{3}$. **C.** $V = \frac{3\pi}{4}$. **D.** $V = \frac{20\pi}{3}$.

Câu 27: Cho hai số phức $z = (2x + 3) + (3y - 1)i$ và $z' = 3x + (y + 1)i$. Khi $z = z'$, chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A.** $x = -\frac{5}{3}; y = 0$. **B.** $x = -\frac{5}{3}; y = \frac{4}{3}$. **C.** $x = 3; y = 1$. **D.** $x = 1; y = 3$.

Câu 28: Cho số phức z thỏa mãn $(2+3i)z = z-1$. Môđun của $\bar{z}$ bằng

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\sqrt{10}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 29: Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = 2z_1z_2$ với $z_1 = 3-4i$ và $z_2 = -i$. Tính tổng $S = a-b+2$.

- A. $S = 1$. B. $S = 4$. C. $S = 0$. D. $S = 16$.

Câu 30: Tìm phần ảo b của số phức $z = \frac{1}{3+2i}$.

- A. $b = -\frac{2}{13}$. B. $b = \frac{2}{13}$. C. $b = -\frac{2}{13}i$. D. $b = \frac{3}{13}$.

Câu 31: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 6 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $-\frac{1}{6}$ D. 6

Câu 32: Trong hệ trục $Oxyz$ cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 1 = 0$. Xác định tâm và bán kính của mặt cầu.

- A. $I(1; -2; -3), R = \sqrt{15}$. B. $I(1; 2; 3), R = \sqrt{15}$.
C. $I(-1; 2; 3), R = \sqrt{15}$. D. $I(1; -2; -3), R = 4$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

- A. $2x + y + 3z - 9 = 0$ B. $2x - y + 3z + 11 = 0$ C. $2x - y - 3z + 11 = 0$ D. $2x - y + 3z - 11 = 0$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

- A. $2x - 3y - z + 8 = 0$ B. $3x - y + 3z - 13 = 0$ C. $2x - 3y - z - 20 = 0$ D. $3x - y + 3z - 25 = 0$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z - 4 = 0$, Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-3}$
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-3}$ D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-3}$

II. PHẦN TỰ LUẬN (04 câu – 3,0 điểm)

Câu 36: Tìm số thực a thỏa mãn $\int_1^a e^{x+1} dx = e^4 - e^2$.

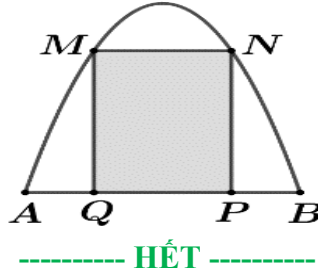
Câu 37: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1} \text{ và song song với mặt phẳng } (P): x + y - 2z - 5 = 0.$$

Câu 38: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 4 - i) + 2i = (5 - i)z$?

Câu 39: Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB = 8$ m. Người ra treo một tấm phong hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phong (phần không tô đen) người ta mua hoa

để trang trí với chi phí cho 1 m^2 cần số tiền mua hoa là 200.000 đồng, biết $MN = 4 \text{ m}$, $MQ = 6 \text{ m}$. Hỏi số tiền dùng để mua hoa trang trí chiếc cổng bằng bao nhiêu?



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int 2f(x)dx = 2\int f(x)dx$. B. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
C. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$. D. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.

Lời giải

Chọn D

Các tính chất của nguyên hàm là:

- Tính chất 2: $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$

- Tính chất 3: $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

Câu 2: Nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$ là

- A. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C$. B. $\int 2^x dx = 2^x + C$. C. $\int 2^x dx = 2^x \cdot \ln 2 + C$. D. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C; (0 < a \neq 1)$.

Ta được: $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Câu 3: Cho $\int_2^4 f(x)dx = 10$ và $\int_4^2 g(x)dx = -5$. Tính $\int_2^4 [3f(x) - 5g(x)]dx$.

- A. $I = 5$. B. $I = 10$. C. $I = -5$. D. $I = 15$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_4^2 g(x)dx = -5 \Rightarrow \int_2^4 g(x)dx = 5$.

Khi đó $\int_2^4 [3f(x) - 5g(x)]dx = 3\int_2^4 f(x)dx - 5\int_2^4 g(x)dx = 3 \cdot 10 - 5 \cdot 5 = 5$.

Câu 4: Cho hai hàm số f, g liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\int_a^b f(kx)dx = k \int_a^b f(x)dx$. B. $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$.
C. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$. D. $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.

Lời giải

Chọn A

Khẳng định sai là $\int_a^b f(kx)dx = k \int_a^b f(x)dx$.

Câu 5: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức là:

A. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

B. $S = \pi \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. D. $S = \left| \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \right|$.

Lời giải

Chọn C

Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $\begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \\ x = a \\ x = b \end{cases}$ là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 6: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 2x$, $y = 0$, $x = -2$, $x = -1$ được tính bởi biểu thức nào dưới đây?

A. $S = \int_{-2}^{-1} (x^3 + 2x) dx$. B. $S = \int_{-2}^{-1} (-x^3 - 2x) dx$.

C. $S = \int_2^1 (x^3 + 2x) dx$. D. $S = \int_{-1}^{-2} (-x^3 - 2x) dx$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 2x$, $y = 0$, $x = -2$, $x = -1$ là:

$$S = \int_{-2}^{-1} |x^3 + 2x| dx = \int_{-2}^{-1} (-x^3 - 2x) dx \quad (\text{vì } x^3 + 2x < 0, \forall x \in (-2; -1)).$$

Câu 7: Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 0$ quanh trục Ox được tính bởi biểu thức nào sau đây?

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\pi \sin x)^2 dx$.

C. $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx$.

D. $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường

$$y = \sin x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 0 \text{ quanh trục } Ox \text{ là: } V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx.$$

Câu 8: Số phức $z = 3 - 4i$ có môđun bằng

A. 25.

B. 5.

C. $\sqrt{5}$.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

$$|z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5.$$

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm M biểu diễn số phức $z = 3 - 2i$ là

- A. $M(-3; -2)$. B. $M(3; -2i)$. C. $M(2; 3)$. D. $M(3; -2)$.

Lời giải

Chọn D

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm M biểu diễn số phức $z = 3 - 2i$ là $M(3; -2)$.

Câu 10: Cho số phức $z = 3 + 5i$. Phần thực, phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là

- A. $-3; -5$. B. $3; 5i$. C. $3; -5$. D. $3; 5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\bar{z} = 3 - 5i$ nên phần thực, phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là: $3; -5$.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1 = 5 - 6i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Số phức $3z_1 - 4z_2$ bằng

- A. $26 - 15i$. B. $7 - 30i$. C. $23 - 6i$. D. $-14 + 33i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3z_1 - 4z_2 = 3(5 - 6i) - 4(2 + 3i) = 7 - 30i$.

Câu 12: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Phần ảo của số phức $w = z_1 \cdot z_2$ là:

- A. -1 . B. 1 . C. 3 . D. 2 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $w = z_1 \cdot z_2 = (1 + i)(1 + 2i) = -1 + 3i$.

Vậy phần ảo của w là 3 .

Câu 13: Cho số phức $z = x + yi$ thỏa $(1 + i)z = 3 + i$. Tổng $x + y$ bằng

- A. 3 . B. -1 . C. $3\sqrt{2}$. D. 1 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(1 + i)z = 3 + i \Leftrightarrow z = \frac{3 + i}{1 + i} = 2 - i$. Suy ra: $x = 2, y = -1$.

Vậy $x + y = 1$.

Câu 14: Trong tập các số phức z_1, z_2 lần lượt là 2 nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Tính

$$P = |z_1|^2 + |z_2|^2$$

- A. $P = 50$. B. $P = 2\sqrt{5}$. C. $P = 10$. D. $P = 6$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{cases} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{5} \Rightarrow P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 10$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; -1)$ và $B(-1; 3; 1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(3; -3; -2)$. B. $(1; 3; 0)$. C. $(3; -1; -2)$. D. $(-3; 3; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; 2)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng có phương trình $2x + 3y - 4z + 7 = 0$. Tìm tọa độ vec tơ pháp tuyến của (P) .

- A. $\vec{n} = (-2; 3; -4)$. B. $\vec{n} = (-2; -3; -4)$. C. $\vec{n} = (2; 3; -4)$. D. $\vec{n} = (2; -3; -4)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 7 = 0$ sẽ có một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}(2; 3; -4)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(\alpha): x + 2y - 4z + 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (α) ?

- A. $M(3; 0; -1)$. B. $Q(0; 3; 1)$. C. $P(3; 0; 1)$. D. $N(3; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3 + 2 \cdot 0 - 4 \cdot 1 + 1 = 0$ (đúng) $\Rightarrow P(3; 0; 1) \in (\alpha)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{-y}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Một vector chỉ phương của đường thẳng d là?

- A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -2)$. B. $\vec{u}_2 = (1; 0; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (2; -1; -2)$. D. $\vec{u}_1 = (1; -1; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-2} \Rightarrow \vec{u}_d = (2; -1; -2)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $M(-1; -2; 0)$. B. $M(-1; 1; 2)$. C. $M(2; 1; -2)$. D. $M(3; 3; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ từng phương án vào phương trình của d thì chỉ có điểm $M(-1; 1; 2)$ thỏa mãn vì

$$\frac{-1-1}{2} = \frac{1-2}{1} = \frac{2}{-2} = -1.$$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $M(-2; 3; 1)$ và có vector chỉ phương $\vec{a} = (1; -2; 2)$?

- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 21: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2018x$.

- A. $\frac{\cos 2018x}{2018} + C$ B. $-\frac{\cos 2018x}{2019} + C$

C. $-\frac{\cos 2018x}{2018} + C$

D. $2018\cos 2018x + C$

Lời giải

Chọn C

Theo công thức nguyên hàm mở rộng ta có: $\int \sin 2018x dx = -\frac{\cos 2018x}{2018} + C$.

Câu 22: Giả sử $\int_1^2 \frac{dx}{x+3} = \ln \frac{a}{b}$ với a, b là các số tự nhiên và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $a^2 + b^2 = 41$.

B. $3a - b < 12$.

C. $a + 2b = 13$.

D. $a - b > 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^2 \frac{dx}{x+3} = \ln|x+3| \Big|_1^2 = \ln \frac{5}{4}$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ thỏa $\int_1^2 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1$ và $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = -3$. Tính tích phân

$I = \int_1^2 f(x) dx$.

A. $I = 1$.

B. $I = 2$.

C. $I = -\frac{5}{7}$.

D. $I = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

• $\int_1^2 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1 \iff 3\int_1^2 f(x) dx + 2\int_1^2 g(x) dx = 1$.

• $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = -3 \iff 2\int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 g(x) dx = -3$.

Đặt $\int_1^2 f(x) dx = u$ và $\int_1^2 g(x) dx = v$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} 3u + 2v = 1 \\ 2u - v = -3 \end{cases} \iff \begin{cases} u = -\frac{5}{7} \\ v = \frac{11}{7} \end{cases}$.

Vậy $I = \int_1^2 f(x) dx = u = -\frac{5}{7}$.

Câu 24: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_1^3 f(x) dx = -2$. Tính $\int_0^3 f(x) dx$

A. 5.

B. -1.

C. 1.

D. -5.

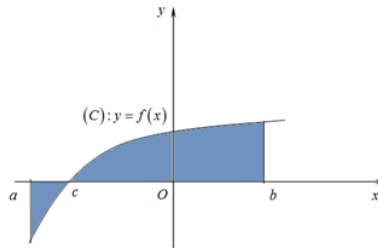
Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$, ($a < c < b$) ta có

$$\int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 3 - 2 = 1$$

Câu 25: Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây ?



A. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

B. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

C. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

D. $S = \int_a^b f(x) dx.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

Câu 26: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$; $y = \sqrt{4-x}$ và trục hoành. Tính thể tích V của khối tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục Ox .

A. $V = \frac{17\pi}{3}.$

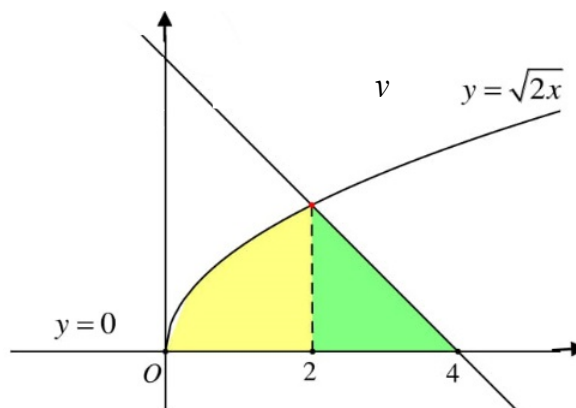
B. $V = \frac{4\pi}{3}.$

C. $V = \frac{3\pi}{4}.$

D. $V = \frac{20\pi}{3}.$

Lời giải

Chọn D



Dựa vào hình vẽ ta xét các phương trình hoành độ giao điểm:

$\square \sqrt{2x} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$

$\square \sqrt{2x} = 4 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x^2 - 10x + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$

$\square 4 - x = 0 \Leftrightarrow x = 4.$

Dựa vào hình vẽ ta có:

$$V = V_1 + V_2 = \pi \int_0^2 2x^2 dx + \pi \int_2^4 (4-x)^2 dx \xrightarrow{\text{Casio}} \frac{20\pi}{3}.$$

Câu 27: Cho hai số phức $z = (2x+3) + (3y-1)i$ và $z' = 3x + (y+1)i$. Khi $z = z'$, chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $x = -\frac{5}{3}; y = 0$. B. $x = -\frac{5}{3}; y = \frac{4}{3}$. C. $x = 3; y = 1$. D. $x = 1; y = 3$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z = z' \Leftrightarrow (2x+3) + (3y-1)i = 3x + (y+1)i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3 = 3x \\ 3y-1 = y+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Câu 28: Cho số phức z thỏa mãn $(2+3i)z = z-1$. Môđun của $\bar{z}$ bằng

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\sqrt{10}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1

$$\text{Ta có } (2+3i)z = z-1 \Leftrightarrow (1+3i)z = -1 \Leftrightarrow z = \frac{-1}{1+3i} = \frac{-1}{10} + \frac{3}{10}i \Rightarrow |z| = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Cách 2

$$\text{Ta có } (2+3i)z = z-1 \Leftrightarrow (1+3i)z = -1 \Rightarrow |(1+3i)||z| = 1 \Leftrightarrow |z| = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Câu 29: Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = 2z_1z_2$ với $z_1 = 3-4i$ và $z_2 = -i$. Tính tổng $S = a-b+2$.

- A. $S = 1$. B. $S = 4$. C. $S = 0$. D. $S = 16$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 2z_1z_2 = 2(3-4i)(-i) = -8-6i \rightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = -6 \end{cases} \rightarrow S = a-b+2 = 0.$$

Câu 30: Tìm phần ảo b của số phức $z = \frac{1}{3+2i}$.

- A. $b = -\frac{2}{13}$. B. $b = \frac{2}{13}$. C. $b = -\frac{2}{13}i$. D. $b = \frac{3}{13}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \frac{1}{3+2i} = \frac{3-2i}{(3+2i)(3-2i)} = \frac{3-2i}{13} = \frac{3}{13} - \frac{2}{13}i.$$

Câu 31: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 6 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $-\frac{1}{6}$ D. 6

Lời giải

Chọn B

$$\text{Theo định lí Vi-et, ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = 1 \\ z_1 z_2 = 6 \end{cases} \text{ nên } P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2} = \frac{1}{6}$$

Câu 32: Trong hệ trục $Oxyz$ cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 1 = 0$.

Xác định tâm và bán kính của mặt cầu.

A. $I(1; -2; -3), R = \sqrt{15}$.

B. $I(1; 2; 3), R = \sqrt{15}$.

C. $I(-1; 2; 3), R = \sqrt{15}$. **D.** $I(1; -2; -3), R = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 15$

Suy ra: Tâm $I(1; -2; -3), R = \sqrt{15}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

A. $2x + y + 3z - 9 = 0$ **B.** $2x - y + 3z + 11 = 0$

C. $2x - y - 3z + 11 = 0$ **D.** $2x - y + 3z - 11 = 0$

Lời giải

Chọn D

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng (P) .

Do $(Q) \parallel (P)$ nên phương trình của (Q) có dạng $2x - y + 3z + d = 0$ ($d \neq 2$).

Do $A(2; -1; 2) \in (Q)$ nên $2.2 - (-1) + 3.2 + d = 0 \Leftrightarrow d = -11$ (nhận).

Vậy $(Q): 2x - y + 3z - 11 = 0$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x - 3y - z + 8 = 0$ **B.** $3x - y + 3z - 13 = 0$

C. $2x - 3y - z - 20 = 0$ **D.** $3x - y + 3z - 25 = 0$

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB} = (-4; 6; 2) = -2(2; -3; -1)$

(P) đi qua $A(5; -4; 2)$ nhận $\vec{n} = (2; -3; -1)$ làm VTPT

$(P): 2x - 3y - z - 20 = 0$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z - 4 = 0$, Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-3}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-3}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-3}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng qua $A(-1; -3; 2)$ vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z - 4 = 0$ nên có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; -3)$, có phương trình: $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-3}$

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tìm số thực a thỏa mãn $\int_1^a e^{x+1} dx = e^4 - e^2$.

Lời giải

Ta có $\int_1^a e^{x+1} dx = e^4 - e^2 \Leftrightarrow e^{x+1} \Big|_1^a = e^4 - e^2 \Leftrightarrow e^{a+1} - e^2 = e^4 - e^2 \Leftrightarrow e^{a+1} = e^4 \Leftrightarrow a+1 = 4 \Leftrightarrow a = 3$.

Câu 37: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và song song với mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 5 = 0$.

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O , đồng thời song song với mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 5 = 0$ và vuông góc với đường $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$

Ta có: vtcp $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (1; 5; 3)$

Phương trình đường thẳng cần tìm là: $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{5} = \frac{z}{3}$.

Câu 38: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 4 - i) + 2i = (5 - i)z$?

Lời giải

Ta có $|z|(z - 4 - i) + 2i = (5 - i)z$

$\Leftrightarrow |z|z - 4|z| - |z|i + 2i = (5 - i)z \Leftrightarrow z(|z| - 5 + i) = 4|z| + (|z| - 2)i$.

Lấy module 2 vế ta được

$$|z|\sqrt{(|z| - 5)^2 + 1} = \sqrt{(4|z|)^2 + (|z| - 2)^2} \Leftrightarrow |z|^2[(|z| - 5)^2 + 1] = (4|z|)^2 + (|z| - 2)^2 \quad (1).$$

Đặt $t = |z|$, $t \geq 0$.

Phương trình (1) trở thành

$$t^2[(t - 5)^2 + 1] = (4t)^2 + (t - 2)^2 \Leftrightarrow t^2(t^2 - 10t + 26) = 17t^2 - 4t + 4$$

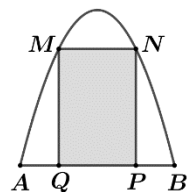
$$\Leftrightarrow t^4 - 10t^3 + 9t^2 + 4t - 4 = 0 \Leftrightarrow (t - 1)(t^3 - 9t^2 + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 & (n) \\ t \approx 8,95 & (n) \\ t \approx 0,69 & (n) \\ t \approx -0,64 & (l) \end{cases}$$

Ứng với mỗi giá trị $t \geq 0$, với $z = \frac{-4t + (2 - t)i}{5 - i - t}$ suy ra có một số phức z thỏa mãn.

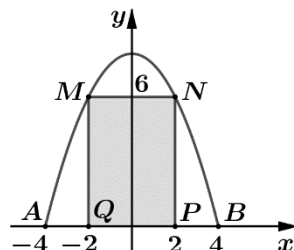
Câu 39: Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB = 8$ m. Người ra treo một tấm phông hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phông (phần không tô đen) người ta mua hoa

để trang trí với chi phí cho 1 m^2 cần số tiền mua hoa là 200.000 đồng, biết $MN = 4 \text{ m}$, $MQ = 6 \text{ m}$. Hỏi số tiền dùng để mua hoa trang trí chiếc cổng bằng bao nhiêu?



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Parabol đối xứng qua Oy nên có dạng $(P): y = ax^2 + c$. Vì (P) đi qua $B(4;0)$ và $N(2;6)$ nên

$$(P): y = -\frac{1}{2}x^2 + 8.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và trục Ox là

$$S = 2 \int_0^4 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 8 \right) dx = \frac{128}{3} \text{ m}^2.$$

$$\text{Diện tích phần trồng hoa là } S = S_1 - S_{MNPQ} = \frac{128}{3} - 24 = \frac{56}{3} \text{ m}^2.$$

$$\text{Do đó số tiền cần dùng để mua hoa là } \frac{56}{3} \times 200000 = 3733300 \text{ đồng.}$$

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 10

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho các hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $\int 5f(x)dx = 5\int f(x)dx$. **B.** $\int 5f(x)dx = 5 + \int f(x)dx$.
C. $\int 5f(x)dx = \int f(x)dx$. **D.** $\int 5f(x)dx = \frac{1}{5}\int f(x)dx$.

Câu 2: Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\int \cos x dx = \sin x + C$. **B.** $\int \cos x dx = -\sin x + C$.
C. $\int \cos x dx = -\cos x + C$. **D.** $\int \cos x dx = \frac{1}{2}\cos^2 x + C$.

Câu 3: Cho $\int_2^3 f(x)dx = 5$. Khi đó $\int_2^3 5f(x)dx$ bằng

- A.** 25. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 5.

Câu 4: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$. **B.** $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.
C. $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)dx = -F(b) - F(a)$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.** $S = \int_a^b f(x)dx$. **B.** $S = -\int_a^b f(x)dx$. **C.** $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. **D.** $S = \pi \int_a^b f(x)dx$.

Câu 6: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x$, $y = 2x^2$, $x = 0$, $x = 1$ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.** $S = \int_0^1 |2x^2 - x|dx$. **B.** $S = \int_0^1 (2x^2 - x)dx$. **C.** $S = \int_0^1 (x - 2x^2)dx$. **D.** $S = \int_0^1 |2x^2 + x|dx$.

Câu 7: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[1; 3]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ quay quanh trục Ox , ta được khối tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay này được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.** $V = \pi \int_1^3 [f(x)]^2 dx$. **B.** $V = \int_1^3 [f(x)]^2 dx$. **C.** $V = \int_1^3 f(x)dx$. **D.** $V = \pi \int_1^3 f(x)dx$.

Câu 8: Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

- A. -3 . B. $-3i$. C. 2 . D. 3 .

Câu 9: Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 5i$ là

- A. $\bar{z} = 2 + 5i$. B. $\bar{z} = 5i$. C. $\bar{z} = -5i$. D. $\bar{z} = 5 - 2i$.

Câu 10: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i, z_2 = -4 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng:

- A. $-3 - 2i$. B. $5 - 4i$. C. $-5 + 4i$. D. $-3 + 2i$.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i, z_2 = -2 + 3i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng:

- A. $4 - 2i$. B. $4i$. C. $-4 + 2i$. D. $-2i$.

Câu 12: Mô đun của số phức $z = 3 - 4i$ bằng:

- A. 5 . B. 25 . C. 3 . D. 4 .

Câu 13: Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. $M(2; -3)$. B. $N(-3; 2)$. C. $P(2; 3)$. D. $Q(-3; -2)$.

Câu 14: Số phức nào dưới đây là một căn bậc hai của -1 ?

- A. $z = i$. B. $z = -1$. C. $z = 1 + i$. D. $z = 1 - i$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

- A. $(2; 3; -1)$. B. $(3; 2; -1)$. C. $(-1; 2; 3)$. D. $(2; -1; 3)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ vectơ nào dưới đây là vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y - 5z + 1 = 0$?

- A. $\vec{n} = (2; -1; -5)$. B. $\vec{n} = (2; 1; -5)$. C. $\vec{n} = (2; 1; 5)$. D. $\vec{n} = (2; -1; 5)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$ điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$?

- A. $M_1 = (1; 2; 0)$. B. $M_2 = (1; 3; 0)$. C. $M_3 = (1; 2; 1)$. D. $M_4 = (-1; 3; 0)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; 1; -3)$ và có vec tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 2)$?

- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

- A. $\vec{u} = (-1; 3; 1)$. B. $\vec{u} = (1; 3; 1)$. C. $\vec{u} = (1; 2; -1)$. D. $\vec{u} = (-1; 3; -1)$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$?

- A. $M = (3; 1; -1)$. B. $M = (2; -3; 1)$. C. $M = (1; 3; -1)$. D. $M = (-3; -1; 1)$.

Câu 21: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là

- A. $-\frac{1}{2}\cos 2x + C$. B. $\frac{1}{2}\cos 2x + C$. C. $-\cos 2x + C$. D. $\cos 2x + C$.

Câu 22: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x}$ là

- A. $-e^{-x} + C$. B. $e^{-x} + C$. C. $-xe^{-x-1} + C$. D. $xe^{-x-1} + C$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^3 f(x)dx = 6$ và $\int_3^{10} f(x)dx = 3$. Giá trị của $\int_0^{10} f(x)dx$ bằng bao nhiêu.

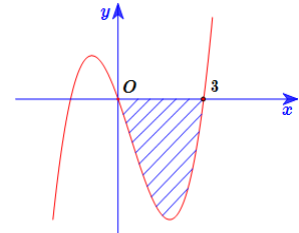
- A. 9. B. 18. C. 3. D. 30.

Câu 24: Cho $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 f(x)dx = -1$. Giá trị $\int_1^2 [2f(x) + 3g(x)]dx$ bằng bao nhiêu?

- A. 1. B. 7. C. 5. D. 4.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Diện tích hình phẳng gạch chéo được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = -\int_0^3 f(x)dx$. B. $S = \int_0^3 f(x)dx$.
C. $S = \int_0^3 [f(x)]^2 dx$. D. $S = \pi \int_0^3 [f(x)]^2 dx$.



Câu 26: Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = -1, x = 1$. Thể tích vật tròn xoay được tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \pi \int_{-1}^1 e^{2x} dx$. B. $V = \int_{-1}^1 e^{2x} dx$. C. $V = \pi \int_{-1}^1 e^x dx$. D. $V = \int_{-1}^1 e^x dx$.

Câu 27: Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + 2i = 3 + 4yi$ là:

- A. $x = 3, y = \frac{1}{2}$. B. $x = 3, y = -\frac{1}{2}$. C. $x = -3, y = \frac{1}{2}$. D. $x = 3, y = 2$.

Câu 28: Số phức z thỏa mãn $z + 1 - 2i = 9 - 5i$ là

- A. $z = 8 - 3i$. B. $z = 8 - 7i$. C. $z = 10 - 3i$. D. $z = 10 - 7i$.

Câu 29: Số phức z thỏa mãn $z(1 + 2i) = -3 + i$ là

- A. $z = -\frac{1}{5} + \frac{7i}{5}$. B. $z = -1 + \frac{7i}{5}$. C. $z = \frac{1}{3} - \frac{7i}{3}$. D. $z = \frac{5}{3} - \frac{7i}{3}$.

Câu 30: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là

- A. $-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. B. $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$. C. $-1 + 3i$. D. $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$.

Câu 31: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo âm. Số phức $z_1 + 2z_2$ bằng

- A. $3 + i$. B. $3 - i$. C. 2 . D. $2 + i$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 10z - 6 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A. $I(-1; -2; -5), R = 6$. B. $I(1; 2; 5), R = 6$. C. $I(-1; -2; -5), R = 36$. D. $I(1; 2; 5), R = 36$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Mặt phẳng đi qua M và song song với (α) có phương trình là

- A. $3x - y + 2z - 6 = 0$. B. $3x - y + 2z + 6 = 0$. C. $3x - y + 2z - 14 = 0$. D. $3x - y - 2z - 6 = 0$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 2), B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng trung trực của AB có phương trình là

- A. $2x - y - z + 3 = 0$. B. $2x + y + z + 3 = 0$.
C. $4x - 2y - 2z + 3 = 0$. D. $4x - 2y + 2z - 6 = 0$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$. B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{1}$. D. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{-2}$.

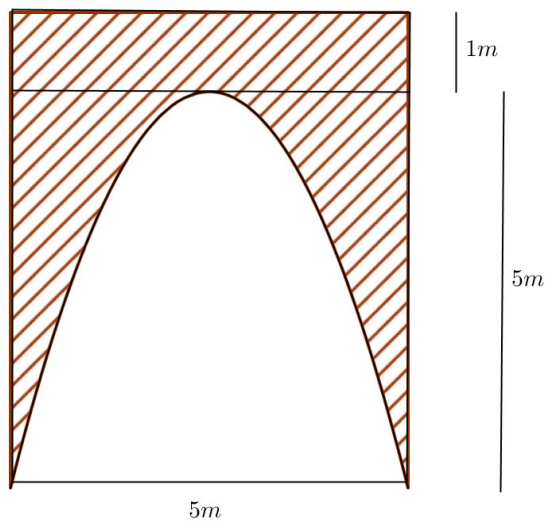
II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tính tích phân $I = \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2; 1)$, đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và $\Delta_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{-1}$

Câu 38: Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn $(z-1)|z| = 2i(z+1)(*)$.

Câu 39: Nhà ông Hải có một cái cổng hình chữ nhật, lối vào cổng có dạng parabol có kích thước như hình vẽ. Ông Hải cần trang trí bề mặt (phần gạch chéo) của cổng. Hỏi ông Hải cần bao nhiêu tiền để trang trí, biết giá thành trang trí là 1.200.000 đồng/ m^2 ?



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho các hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\int 5f(x)dx = 5\int f(x)dx$.

B. $\int 5f(x)dx = 5 + \int f(x)dx$.

C. $\int 5f(x)dx = \int f(x)dx$.

D. $\int 5f(x)dx = \frac{1}{5}\int f(x)dx$.

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Ta có:

$$\int 5f(x)dx = 5\int f(x)dx$$

Câu 2: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int \cos x dx = \sin x + C$.

B. $\int \cos x dx = -\sin x + C$.

C. $\int \cos x dx = -\cos x + C$.

D. $\int \cos x dx = \frac{1}{2}\cos^2 x + C$.

Lời giải.

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

Câu 3: Cho $\int_2^3 f(x)dx = 5$. Khi đó $\int_2^3 5f(x)dx$ bằng

A. 25.

B. 10.

C. 15.

D. 5.

Lời giải

$$\int_2^3 5f(x)dx = 5 \cdot \int_2^3 f(x)dx = 5 \cdot 5 = 25$$

Câu 4: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

B. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$.

D. $\int_a^b f(x)dx = -F(b) - F(a)$.

Lời giải

Theo định nghĩa tích phân ta có: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_a^b f(x)dx$.

B. $S = -\int_a^b f(x)dx$.

C. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

D. $S = \pi \int_a^b f(x)dx$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức $S = \int_a^b f(x)dx$.

Câu 6: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x$, $y = 2x^2$, $x = 0$, $x = 1$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_0^1 |2x^2 - x| dx$. **B.** $S = \int_0^1 (2x^2 - x) dx$. **C.** $S = \int_0^1 (x - 2x^2) dx$. **D.** $S = \int_0^1 |2x^2 + x| dx$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x$, $y = 2x^2$, $x = 0$, $x = 1$ được tính theo công thức $S = \int_0^1 |2x^2 - x| dx$.

Câu 7: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[1; 3]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ quay quanh trục Ox , ta được khối tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay này được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \pi \int_1^3 [f(x)]^2 dx$. **B.** $V = \int_1^3 [f(x)]^2 dx$. **C.** $V = \int_1^3 f(x) dx$. **D.** $V = \pi \int_1^3 f(x) dx$.

Lời giải

Ta có thể tích khối tròn xoay tạo thành là $V = \pi \int_1^3 [f(x)]^2 dx$.

Câu 8: Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

A. -3 . **B.** $-3i$. **C.** 2 . **D.** 3 .

Lời giải

Ta có phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ bằng -3 .

Câu 9: Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 5i$ là

A. $\bar{z} = 2 + 5i$. **B.** $\bar{z} = 5i$. **C.** $\bar{z} = -5i$. **D.** $\bar{z} = 5 - 2i$.

Lời giải

Ta có số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 5i$ là $\bar{z} = 2 + 5i$.

Câu 10: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i, z_2 = -4 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng:

A. $-3 - 2i$. **B.** $5 - 4i$. **C.** $-5 + 4i$. **D.** $-3 + 2i$.

Lời giải

Ta có: $z_1 + z_2 = (1 - 4) + (-3 + 1)i = -3 - 2i$.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i, z_2 = -2 + 3i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng:

A. $4 - 2i$. **B.** $4i$. **C.** $-4 + 2i$. **D.** $-2i$.

Lời giải

Ta có: $z_1 - z_2 = (2 + 2) + (-3 + 1)i = 4 - 2i$.

Câu 12: Mô đun của số phức $z = 3 - 4i$ bằng:

A. 5.

B. 25.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Ta có: $|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Câu 13: Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$ là

A. $M(2; -3)$.

B. $N(-3; 2)$.

C. $P(2; 3)$.

D. $Q(-3; -2)$.

Lời giải

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$.

Khi đó $M(2; -3)$.

Câu 14: Số phức nào dưới đây là một căn bậc hai của -1 ?

A. $z = i$.

B. $z = -1$.

C. $z = 1 + i$.

D. $z = 1 - i$.

Lời giải

Hai căn bậc hai của -1 là i và $-i$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $(2; 3; -1)$.

B. $(3; 2; -1)$.

C. $(-1; 2; 3)$.

D. $(2; -1; 3)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$.

Khi đó $\vec{a} = (2; 3; -1)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y - 5z + 1 = 0$?

A. $\vec{n} = (2; -1; -5)$.

B. $\vec{n} = (2; 1; -5)$.

C. $\vec{n} = (2; 1; 5)$.

D. $\vec{n} = (2; -1; 5)$.

Lời giải

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y - 5z + 1 = 0$ là $\vec{n} = (2; -1; -5)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$ điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$?

A. $M_1 = (1; 2; 0)$.

B. $M_2 = (1; 3; 0)$.

C. $M_3 = (1; 2; 1)$.

D. $M_1 = (-1; 3; 0)$.

Lời giải

Điểm $M_1 = (1; 2; 0)$ thuộc mặt phẳng (P) .

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; 1; -3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 2)$?

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.

Lời giải

Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-3)$ và có vec tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$ là

$$\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=-3+2t \end{cases}$$

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng

$$d: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+3t \\ z=-1+t \end{cases}$$

- A.** $\vec{u}=(-1;3;1)$. **B.** $\vec{u}=(1;3;1)$. **C.** $\vec{u}=(1;2;-1)$. **D.** $\vec{u}=(-1;3;-1)$.

Lời giải

Vector chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+3t \\ z=-1+t \end{cases}$ là $\vec{u}=(-1;3;1)$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x=3+2t \\ y=1-3t \\ z=-1+t \end{cases}$

- A.** $M=(3;1;-1)$. **B.** $M=(2;-3;1)$. **C.** $M=(1;3;-1)$. **D.** $M=(-3;-1;1)$.

Lời giải

Điểm $M=(3;1;-1)$ thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x=3+2t \\ y=1-3t \\ z=-1+t \end{cases}$ (ứng với $t=0$).

Câu 21: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 2x$ là

- A.** $-\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **B.** $\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **C.** $-\cos 2x+C$. **D.** $\cos 2x+C$.

Lời giải

Ta có $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Câu 22: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{-x}$ là

- A.** $-e^{-x}+C$. **B.** $e^{-x}+C$. **C.** $-xe^{-x-1}+C$. **D.** $xe^{-x-1}+C$.

Lời giải

Theo định nghĩa, ta có $\int e^{-x} dx = -e^{-x} + C$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^3 f(x) dx = 6$ và $\int_3^{10} f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_0^{10} f(x) dx$ bằng bao nhiêu.

- A.** 9. **B.** 18. **C.** 3. **D.** 30.

Lời giải

$$\int_0^{10} f(x) dx = \int_0^3 f(x) dx + \int_3^{10} f(x) dx = 6 + 3 = 9.$$

Câu 24: Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 f(x) dx = -1$. Giá trị $\int_1^2 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng bao nhiêu?

A. 1.**B.** 7.**C.** 5.**D.** 4.**Lời giải**

$$\int_1^2 [2f(x) + 3g(x)] dx = 2 \int_1^2 f(x) dx + 3 \int_1^2 g(x) dx = 2 \cdot 2 + 3(-1) = 1.$$

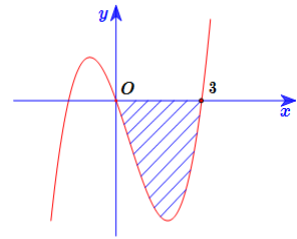
Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Diện tích hình phẳng gạch chéo được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = -\int_0^3 f(x) dx.$

B. $S = \int_0^3 f(x) dx.$

C. $S = \int_0^3 [f(x)]^2 dx.$

D. $S = \pi \int_0^3 [f(x)]^2 dx.$

**Lời giải**

Do phần hình phẳng gạch chéo nằm dưới trục hoành nên được tính theo công thức:

$$S = -\int_0^3 f(x) dx$$

Câu 26: Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = -1, x = 1$. Thể tích vật tròn xoay được tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \pi \int_{-1}^1 e^{2x} dx.$

B. $V = \int_{-1}^1 e^{2x} dx..$

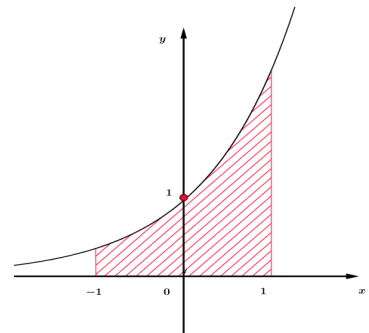
C. $V = \pi \int_{-1}^1 e^x dx.$

D. $V = \int_{-1}^1 e^x dx.$

Lời giải

Dựa vào hình vẽ ta có thể tích vật tròn xoay tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_{-1}^1 e^{2x} dx.$$



Câu 27: Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + 2i = 3 + 4yi$ là:

A. $x = 3, y = \frac{1}{2}.$

B. $x = 3, y = \frac{-1}{2}.$

C. $x = -3, y = \frac{1}{2}.$

D. $x = 3, y = 2.$

Lời giải

Theo đề bài ta có: $x + 2i = 3 + 4yi \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$

Câu 28: Số phức z thỏa mãn $z + 1 - 2i = 9 - 5i$ là

A. $z = 8 - 3i$.

B. $z = 8 - 7i$.

C. $z = 10 - 3i$.

D. $z = 10 - 7i$.

Lời giải

Theo đề ta có $z + 1 - 2i = 9 - 5i$

$$\Leftrightarrow z = 9 - 5i - (1 - 2i)$$

$$\Leftrightarrow z = 8 - 3i$$

Vậy $z = 8 - 3i$.

Câu 29: Số phức z thỏa mãn $z(1 + 2i) = -3 + i$ là

A. $z = -\frac{1}{5} + \frac{7i}{5}$.

B. $z = -1 + \frac{7i}{5}$.

C. $z = \frac{1}{3} - \frac{7i}{3}$.

D. $z = \frac{5}{3} - \frac{7i}{3}$.

Lời giải

Ta có $z(1 + 2i) = -3 + i$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-3 + i}{1 + 2i} = \frac{(-3 + i)(1 - 2i)}{(1 + 2i)(1 - 2i)} = \frac{-1 + 7i}{5} = -\frac{1}{5} + \frac{7i}{5}.$$

Câu 30: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là

A. $-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

B. $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

C. $-1 + 3i$.

D. $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{z_1}{z_2} = \frac{1 + 2i}{1 - i} = \frac{(1 + 2i)(1 + i)}{(1 - i)(1 + i)} = \frac{-1 + 3i}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$$

Câu 31: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo âm. Số phức $z_1 + 2z_2$ bằng

A. $3 + i$.

B. $3 - i$.

C. 2 .

D. $2 + i$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 - i \\ z_2 = 1 + i \end{cases}. \text{ Khi đó: } z_1 + 2z_2 = 1 - i + 2(1 + i) = 3 + i.$$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 10z - 6 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1; -2; -5), R = 6$.

B. $I(1; 2; 5), R = 6$.

C. $I(-1; -2; -5), R = 36$.

D. $I(1; 2; 5), R = 36$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 10z - 6 = 0 \text{ hay } (S): (x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 5)^2 = 36.$$

Do đó (S) có tâm $I(-1; -2; -5)$ và bán kính $R = 6$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Mặt phẳng đi qua M và song song với (α) có phương trình là

- A.** $3x - y + 2z - 6 = 0$. **B.** $3x - y + 2z + 6 = 0$. **C.** $3x - y + 2z - 14 = 0$. **D.** $3x - y - 2z - 6 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) song song với (α) có dạng: $(P): 3x - y + 2z + d = 0$.

Vì $M \in (P)$ nên: $3 \cdot 3 - (-1) + 2 \cdot (-2) + d = 0 \Leftrightarrow d = -6$.

Vậy $(P): 3x - y + 2z - 6 = 0$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;2), B(2;1;0)$. Mặt phẳng trung trực của AB có phương trình là

- A.** $2x - y - z + 3 = 0$. **B.** $2x + y + z + 3 = 0$.
C. $4x - 2y - 2z + 3 = 0$. **D.** $4x - 2y + 2z - 6 = 0$

Lời giải

Mặt phẳng trung trực của AB đi qua trung điểm $I(0;2;1)$ của đoạn thẳng AB và nhận vector $\overrightarrow{AB} = (4; -2; -2)$ là một vector pháp tuyến, khi đó phương trình của mặt phẳng trung trực của AB là $4x - 2(y - 2) - 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - z + 3 = 0$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

- A.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$. **B.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{-2}$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến $\vec{n}(1;1;-2)$.

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) nhận vector $\vec{n}(1;1;-2)$ là một vector chỉ phương

Suy ra phương trình chính tắc của đường thẳng là $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tính tích phân $I = \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}$

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow 2tdt = dx$

Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=1; x=3 \Rightarrow t=2$

Ta có: $I = \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1}} = \int_1^2 \frac{2tdt}{t} = \int_1^2 2dt = 2.$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;1)$, đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và $\Delta_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{-1}$

Lời giải

Vì d đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 nên vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] = (-1; 2; 3)$

Vậy phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Câu 38: Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn $(z-1)|z| = 2i(z+1)(*)$.

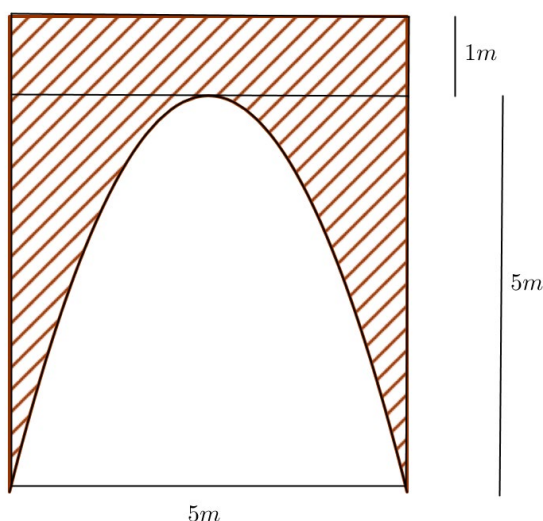
Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} (z-1)|z| = 2i(z+1) &\Leftrightarrow z \cdot |z| - |z| = 2i \cdot z + 2i \Leftrightarrow z \cdot |z| - 2i \cdot z = |z| + 2i \Leftrightarrow z(|z| - 2i) = |z| + 2i \\ &\Leftrightarrow |z \cdot (|z| - 2i)| = ||z| + 2i| \Leftrightarrow |z| \cdot \sqrt{|z|^2 + 4} = \sqrt{|z|^2 + 4} \Rightarrow |z| = 1. \end{aligned}$$

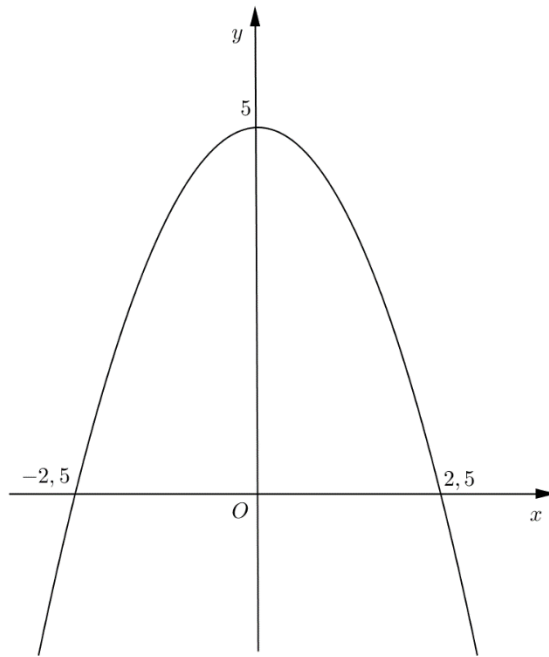
Thay $|z| = 1$ vào $(*)$ ta được: $z - 1 = 2i(z + 1) \Leftrightarrow z(1 - 2i) = 1 + 2i \Leftrightarrow z = \frac{1+2i}{1-2i} = -\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i.$

Câu 39: Nhà ông Hải có một cái cổng hình chữ nhật, lối vào cổng có dạng parabol có kích thước như hình vẽ. Ông Hải cần trang trí bề mặt (phần gạch chéo) của cổng. Hỏi ông Hải cần bao nhiêu tiền để trang trí, biết giá thành trang trí là 1.200.000 đồng/ m^2 ?



Lời giải

Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ



Khi đó Parabol có phương trình $y = -\frac{4}{5}x^2 + 5$.

Diện tích phần lõi đi vào công là:

$$S_1 = 2 \int_0^{\frac{5}{2}} \left(-\frac{4}{5}x^2 + 5 \right) dx = \frac{50}{3} m^2$$

Diện tích phần trang trí là $S_2 = S_{hcn} - S_1 = 30 - \frac{50}{3} = \frac{40}{3} m^2$

Số tiền cần để trang trí là $\frac{40}{3} \times 1.200.000 = 16.000.000$ đ.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 11

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\left(x + \frac{1}{x}\right)$ là

- A.** $\frac{x^2}{2}\left(\frac{x^2}{2} + \ln x\right) + C$. **B.** $\frac{x^3}{3} + x + C$. **C.** $\frac{x^2}{6}\left(\frac{x^3 + x}{\ln x}\right) + C$. **D.** $x + C$.

Câu 2: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - x$ thỏa mãn $F(0) = 2$, giá trị của $F(2)$ bằng

- A.** $\frac{8}{3}$. **B.** $-\frac{8}{3}$. **C.** 2. **D.** -5.

Câu 3: Cho $\int_1^2 f(x)dx = -3$; $\int_1^2 g(x)dx = 5$. Khi đó giá trị của biểu thức $\int_1^2 [3g(x) - 2f(x)]dx$ là

- A.** 21. **B.** -14. **C.** 10. **D.** -24.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A.** $\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$. **B.** $\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$.
C. $\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_2^1 f(x)dx$. **D.** $\int_0^2 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_1^0 f(x)dx$.

Câu 5: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

- A.** $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]dx$. **B.** $S = \left| \int_a^b f_1(x) - f_2(x)dx \right|$.
C. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)|dx$. **D.** $S = \int_a^b f_1(x)dx - \int_a^b f_2(x)dx$.

Câu 6: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^3, y = 0, x = -1, x = 2$ bằng

- A.** $\frac{17}{4}$. **B.** 4. **C.** $\frac{15}{4}$. **D.** $\frac{14}{4}$.

Câu 7: Một vật thể (T) được giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại hai điểm có hoành độ $x = a, x = b$ ($a \leq b$). $S(x)$ là diện tích thiết diện của (T) vuông góc với trục Ox tại $x \in [a; b]$ (với $S(x)$ là hàm số không âm, liên tục trên đoạn $[a; b]$). Thể tích V của vật thể (T) được tính theo công thức

- A.** $V = \pi \int_a^b S(x)dx$. **B.** $V = \pi^2 \int_a^b S(x)dx$. **C.** $V = \int_a^b S(x)dx$. **D.** $V = \pi \int_a^b S^2(x)dx$.

Câu 8: Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bằng điểm $M(a; b)$ trong mặt phẳng phức Oxy .

B. Số phức $z = a + bi$ có môđun là $\sqrt{a^2 + b^2}$.

C. Số phức $z = a + bi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$.

D. Số phức $z = a + bi$ có số phức đối $z' = a - bi$.

Câu 9: Cho số phức $z = a + bi$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $z + \bar{z} = 2bi$.

B. $z - \bar{z} = 2a$.

C. $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$.

D. $|z^2| = |z|^2$.

Câu 10: Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = -1 - 2i$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. $\sqrt{10}$.

B. 10.

C. -6.

D. 4.

Câu 11: Nếu 2 số thực x, y thỏa $x(3 + 2i) + y(1 - 4i) = 1 + 24i$ thì $x + y$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. -3.

Câu 12: Phần thực của số phức $(1 + i)^2(2 - i)z = 8 + i + (1 + 2i)z$ là

A. -6.

B. -3.

C. 2.

D. -1.

Câu 13: Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 5i$ là

A. $M(-1; 5)$.

B. $N(-1; -5)$.

C. $P(1; 5)$.

D. $Q(1; -5)$.

Câu 14: Tập hợp các điểm nằm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z} + 3| = 4$ là hai đường thẳng

A. $x = \frac{1}{2}$ và $x = \frac{7}{2}$.

B. $x = -\frac{1}{2}$ và $x = -\frac{7}{2}$.

C. $x = \frac{1}{2}$ và $x = -\frac{7}{2}$.

D. $x = -\frac{1}{2}$ và $x = \frac{7}{2}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$. Tọa độ điểm M là

A. $(2; 3; 0)$.

B. $(2; 0; 3)$.

C. $(0; 2; 3)$.

D. $(2; 3)$.

Câu 16: Cho mặt phẳng $(P): 3x - 2z + 2 = 0$. Vector nào là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (3; -2; 0)$.

B. $\vec{n} = (3; 0; 2)$.

C. $\vec{n} = (3; 0; -2)$.

D. $\vec{n} = (3; 2; 0)$.

Câu 17: Tìm m để điểm $M(m; 1; 6)$ thuộc mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = 3$.

D. $m = 2$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 4; -1), B(2; 4; 3), C(2; 2; -1)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A và song song với BC là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 1; -5)$, đồng thời vuông góc với hai vector $\vec{a} = (1; 0; 1)$ và $\vec{b} = (4; 1; -1)$ là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-1}{-5}$.

B. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-5}{1}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-5}{-1}$.

D. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+5}{1}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(2;1;-5)$ và vuông góc với (α) là

A. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -5 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$

Câu 21: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (e^x - 1)^3$ thỏa mãn $F(0) = -\frac{1}{6}$ là

A. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} - \frac{3}{2}e^{2x} + 3e^x - x$.

B. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} - \frac{3}{2}e^{2x} + 3e^x - x - 2$.

C. $F(x) = 3e^{3x} - 6e^{2x} + 3e^x$.

D. $F(x) = 3e^{3x} - 6e^{2x} + 3e^x - 2$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 [f(x) + 3x^2] dx = 17$. Tính $\int_0^3 f(x) dx$.

A. -5

B. -7.

C. -9.

D. -10.

Câu 23: Biết hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = 6x^2 + 4x - 2m - 1$, $f(1) = 2$ và đồ thị của hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3. Hàm số $f(x)$ là

A. $2x^3 + 2x^2 + x - 3$.

B. $2x^3 + 2x^2 - 3x - 3$.

C. $2x^3 - 2x^2 + x - 3$.

D. $12x + 4$.

Câu 24: Cho $\int_0^3 f(x) dx = 2$ và $\int_0^3 g(x) dx = 5$. Khi đó tích phân $\int_0^3 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng.

A. -1.

B. -3.

C. 4.

D. -5.

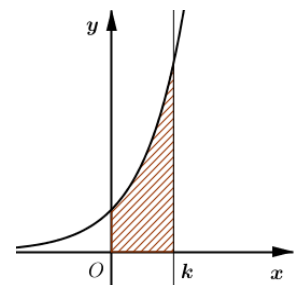
Câu 25: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = k$ ($k > 0$). Gọi V_k là thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox . Biết rằng $V_k = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $1 < k < \frac{3}{2}$.

B. $\frac{3}{2} < k < 2$.

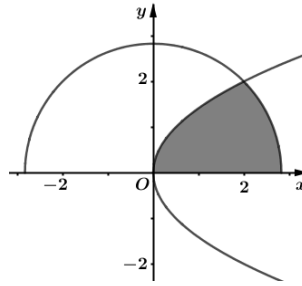
C. $\frac{1}{2} < k < 1$.

D. $0 < k < \frac{1}{2}$.



Câu 26: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y^2 = 2x$, cung tròn có phương trình

$y = \sqrt{8-x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2\sqrt{2}$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ).



Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{2\pi+3}{3}$. B. $\frac{3\pi+2}{3}$. C. $\frac{4(2\sqrt[4]{8}-1)}{3}$. D. $\frac{5\sqrt{3}-2\pi}{3}$.

Câu 27: Tìm số phức z biết $\bar{z} = 4 + 2i + \frac{1-i}{2+i}$.

- A. $\frac{21}{5} + \frac{7}{5}i$. B. $\frac{21}{5} - \frac{7}{5}i$. C. $-\frac{21}{5} + \frac{7}{5}i$. D. $-\frac{21}{5} - \frac{7}{5}i$.

Câu 28: Tìm $|z|$ biết $z = (1+2i)(1-i)^2$.

- A. $2\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $5\sqrt{2}$. D. 20.

Câu 29: Cho số phức thỏa mãn $z + (1-2i)\bar{z} = 2-4i$ Tìm môđun của $w = z^2 - z$.

- A. $\sqrt{10}$. B. 10. C. $5\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 30: Cho $z = 1+2i$, giá trị của $A = \bar{z}.z + z^2 + \bar{z}^2$ là

- A. 1. B. -1. C. i . D. $-i$.

Câu 31: Gọi z_1, z_2 là hai căn bậc hai của số phức $z = -3+4i$. Khi đó $z_1.z_2$ bằng

- A. $-3-4i$. B. $3-4i$. C. $-3+4i$. D. $3+4i$.

Câu 32: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2(m-3)y + 2z + 3m^2 + 3 = 0$ là phương trình mặt cầu:

- A. $-1 < m < 7$. B. $-7 < m < 1$. C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 7 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m < -7 \\ m > 1 \end{cases}$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 27 = 0$ qua hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = -12$. B. $S = 2$. C. $S = -4$. D. $S = -2$.

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + m - 1 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 5 = 0$. Để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) thì tổng các giá trị của tham số m là:

A. -8.

B. 9.

C. 8.

D. 4.

Câu 35: Cho mặt phẳng $(\alpha): x + 3y + z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ Tọa độ giao điểm A của d

và (α) là

A. $A(3; 0; 4)$.

B. $A(3; -4; 0)$.

C. $A(-3; 0; 4)$.

D. $A(3; 0; -4)$.

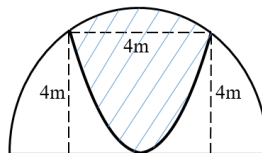
II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tính tích phân $I = \int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 1; -2), B(4; -1; 1), C(0; -3; 1)$. Phương trình d đi qua trọng tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

Câu 38: Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo.

Câu 39: Một khuôn viên có dạng là nửa hình tròn đường kính bằng $4\sqrt{5}m$. Trên đó, người ta thiết kế một phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần gạch chéo) và cách nhau một khoảng bằng $4m$. Phần còn lại của khuôn viên (phần không gạch chéo) dành để trồng cỏ. Biết các kích thước cho như hình vẽ và kinh phí để trồng cỏ là 100.000 đồng/ m^2 . Số tiền cần có để trồng cỏ là bao nhiêu (số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)?



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\left(x + \frac{1}{x}\right)$ là

- A. $\frac{x^2}{2}\left(\frac{x^2}{2} + \ln x\right) + C$. B. $\frac{x^3}{3} + x + C$. C. $\frac{x^2}{6}\left(\frac{x^3 + x}{\ln x}\right) + C$. D. $x + C$.

Lời giải

$$I = \int x\left(x + \frac{1}{x}\right) dx = \int (x^2 + 1) dx = \frac{x^3}{3} + x + C.$$

Câu 2: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - x$ thỏa mãn $F(0) = 2$, giá trị của $F(2)$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $-\frac{8}{3}$. C. 2. D. -5.

Lời giải

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (x^2 - x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + C.$$

$$F(0) = 2 \Rightarrow C = 2 \Rightarrow F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2 \Rightarrow F(2) = \frac{2^3}{3} - \frac{2^2}{2} + 2 = \frac{8}{3}.$$

Câu 3: Cho $\int_1^2 f(x) dx = -3$; $\int_1^2 g(x) dx = 5$. Khi đó giá trị của biểu thức $\int_1^2 [3g(x) - 2f(x)] dx$ là

- A. 21. B. -14. C. 10. D. -24.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_1^2 [3g(x) - 2f(x)] dx = \int_1^2 3g(x) dx - \int_1^2 2f(x) dx = 3 \int_1^2 g(x) dx - 2 \int_1^2 f(x) dx = 3 \cdot 5 - 2 \cdot (-3) = 21.$$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A. $\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$. B. $\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.
C. $\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_2^1 f(x) dx$. D. $\int_0^2 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_1^0 f(x) dx$.

Lời giải

$$\text{Áp dụng tính chất } \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, (a < c < b).$$

$$\text{Ta có: } \int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$$

Câu 5: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx$. B. $S = \left| \int_a^b f_1(x) - f_2(x) dx \right|$.

C. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$. **D.** $S = \int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx$.

Câu 6: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^3, y = 0, x = -1, x = 2$ bằng

A. $\frac{17}{4}$. **B.** 4. **C.** $\frac{15}{4}$. **D.** $\frac{14}{4}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = 0$ là $x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Ta có $x^3 \leq 0, \forall x \in [-1; 0]$ và $x^3 \geq 0, \forall x \in [0; 2]$. Do đó

$$S = \int_{-1}^2 |x^3| dx = \int_{-1}^0 |x^3| dx + \int_0^2 |x^3| dx = -\int_{-1}^0 x^3 dx + \int_0^2 x^3 dx = \frac{17}{4}.$$

Câu 7: Một vật thể (T) được giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại hai điểm có hoành độ $x = a, x = b$ ($a \leq b$). $S(x)$ là diện tích thiết diện của (T) vuông góc với trục Ox tại $x \in [a; b]$ (với $S(x)$ là hàm số không âm, liên tục trên đoạn $[a; b]$). Thể tích V của vật thể (T) được tính theo công thức

A. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. **B.** $V = \pi^2 \int_a^b S(x) dx$. **C.** $V = \int_a^b S(x) dx$. **D.** $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx$.

Câu 8: Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bằng điểm $M(a; b)$ trong mặt phẳng phức Oxy .

B. Số phức $z = a + bi$ có môđun là $\sqrt{a^2 + b^2}$.

C. Số phức $z = a + bi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$.

D. Số phức $z = a + bi$ có số phức đối $z' = a - bi$.

Câu 9: Cho số phức $z = a + bi$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $z + \bar{z} = 2bi$. **B.** $z - \bar{z} = 2a$. **C.** $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$. **D.** $|z^2| = |z|^2$.

Lời giải

Ta có $z = a + bi \Leftrightarrow z^2 = a^2 - b^2 + 2abi \Rightarrow |z^2| = \sqrt{(a^2 - b^2)^2 + (2ab)^2} = a^2 + b^2 = |z|^2$.

Câu 10: Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i, z_2 = -1 - 2i$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. $\sqrt{10}$. **B.** 10. **C.** -6. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $|z_1|^2 + |z_2|^2 = \left(\sqrt{(-1)^2 + 2^2} \right)^2 + \left(\sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} \right)^2 = 10$.

Câu 11: Nếu 2 số thực x, y thỏa $x(3 + 2i) + y(1 - 4i) = 1 + 24i$ thì $x + y$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -3.

Lời giải

$$x(3+2i) + y(1-4i) = 1+24i \Leftrightarrow (3x+y) + (2x-4y)i = 1+24i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+y=1 \\ 2x-4y=24 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-5 \end{cases}. \text{ Vậy } x+y=-3.$$

Câu 12: Phần thực của số phức $(1+i)^2(2-i)z = 8+i + (1+2i)z$ là

- A. -6. B. -3. **C. 2.** D. -1.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (1+i)^2(2-i)z = 8+i + (1+2i)z \Leftrightarrow 2i(2-i)z = 8+i + (1+2i)z$$

$$(2+4i)z - (1+2i)z = 8+i \Leftrightarrow (1+2i)z = 8+i \Leftrightarrow z = \frac{8+i}{1+2i} = 2-3i$$

Câu 13: Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -1+5i$ là

- A. $M(-1;5)$.** B. $N(-1;-5)$. C. $P(1;5)$. D. $Q(1;-5)$.

Lời giải

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = -1+5i$.

Khi đó $M(-1;5)$.

Câu 14: Tập hợp các điểm nằm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z} + 3| = 4$ là hai đường thẳng

- A. $x = \frac{1}{2}$ và $x = \frac{7}{2}$. B. $x = -\frac{1}{2}$ và $x = -\frac{7}{2}$. **C. $x = \frac{1}{2}$ và $x = -\frac{7}{2}$.** D. $x = -\frac{1}{2}$ và $x = \frac{7}{2}$.

Lời giải

$$|(x+yi) + (x-yi) + 3| = 4 \Leftrightarrow |2x+3| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{7}{2} \end{cases}.$$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$. Tọa độ điểm M là

- A. $(2;3;0)$. **B. $(2;0;3)$.** C. $(0;2;3)$. D. $(2;3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Rightarrow M(x;y;z). \text{ Vậy } \overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{k} \Rightarrow M(2;0;3).$$

Câu 16: Cho mặt phẳng $(P): 3x - 2z + 2 = 0$. Vector nào là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (3;-2;0)$. B. $\vec{n} = (3;0;2)$. **C. $\vec{n} = (3;0;-2)$.** D. $\vec{n} = (3;2;0)$.

Lời giải

Vecto pháp tuyến $\vec{n} = (3;0;-2)$

Câu 17: Tìm m để điểm $M(m;1;6)$ thuộc mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$.

- A. $m = 1$.** B. $m = -1$. C. $m = 3$. D. $m = 2$.

Lời giải

$$\text{Điểm } M(m;1;6) \in (P) \Leftrightarrow m - 2.1 + 6 - 5 = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;4;-1), B(2;4;3), C(2;2;-1)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A và song song với BC là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$

Lời giải

$$\vec{u} = \overrightarrow{BC} = (0; -2; -4) = -2(0; 1; 2)$$

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;1;-5)$, đồng thời vuông góc với hai vectơ $\vec{a} = (1;0;1)$ và $\vec{b} = (4;1;-1)$ là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-1}{-5}$ **B.** $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-5}{1}$ **C.** $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-5}{-1}$ **D.** $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+5}{1}$

Lời giải

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;1;-5)$ và có vectơ chỉ phương $[\vec{a}; \vec{b}] = (-1; 5; 1)$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(2;1;-5)$ và vuông góc với (α) là

A. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -5 + 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$

Câu 21: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (e^x - 1)^3$ thỏa mãn $F(0) = -\frac{1}{6}$ là

A. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} - \frac{3}{2}e^{2x} + 3e^x - x$ **B.** $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} - \frac{3}{2}e^{2x} + 3e^x - x - 2$ **C.** $F(x) = 3e^{3x} - 6e^{2x} + 3e^x$ **D.** $F(x) = 3e^{3x} - 6e^{2x} + 3e^x - 2$

Lời giải

$$F(x) = \int (e^x - 1)^3 dx = \int \left[(e^x)^3 - 3(e^x)^2 + 3e^x - 1 \right] dx = \int (e^{3x} - 3e^{2x} + 3e^x - 1) dx$$

$$= \frac{1}{3}e^{3x} - \frac{3}{2}e^{2x} + 3e^x - x + C$$

$$\text{Mà } F(0) = -\frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot e^{3 \cdot 0} - \frac{3}{2} \cdot e^{2 \cdot 0} + 3 \cdot e^{1 \cdot 0} - 0 + C = -\frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 3 + C = -\frac{1}{6} \Leftrightarrow C = -2.$$

$$\text{Nên } F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} - \frac{3}{2}e^{2x} + 3e^x - x - 2.$$

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 [f(x) + 3x^2] dx = 17$. Tính $\int_0^3 f(x) dx$.

A. -5 **B.** -7 **C.** -9 **D.** -10

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_0^3 (f(x) + 3x^2) dx = 17 \Leftrightarrow \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 3x^2 dx = 17 \Leftrightarrow \int_0^3 f(x) dx + 27 = 17 \Leftrightarrow \int_0^3 f(x) dx = -10.$$

Câu 23: Biết hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = 6x^2 + 4x - 2m - 1$, $f(1) = 2$ và đồ thị của hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 . Hàm số $f(x)$ là

- A.** $2x^3 + 2x^2 + x - 3$. **B.** $2x^3 + 2x^2 - 3x - 3$. **C.** $2x^3 - 2x^2 + x - 3$. **D.** $12x + 4$.

Lời giải

Ta có: $f(x) = \int f'(x) dx = \int (6x^2 + 4x - 2m - 1) dx = 2x^3 + 2x^2 - (2m + 1)x + C$.

Theo đề bài, ta có: $\begin{cases} f(1) = 2 \\ f(0) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cdot 1^3 + 2 \cdot 1^2 - 2m - 1 + C = 2 \\ C = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ C = -3 \end{cases}$.

Vậy $f(x) = 2x^3 + 2x^2 + x - 3$.

Câu 24: Cho $\int_0^3 f(x) dx = 2$ và $\int_0^3 g(x) dx = 5$. Khi đó tích phân $\int_0^3 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng.

- A.** -1 . **B.** -3 . **C.** 4 . **D.** -5 .

Lời giải

Ta có: $\int_0^3 [2f(x) - g(x)] dx = 2 \int_0^3 f(x) dx - \int_0^3 g(x) dx = 2 \cdot 2 - 5 = -1$.

Câu 25: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = k$ ($k > 0$). Gọi V_k là thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox . Biết rằng $V_k = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

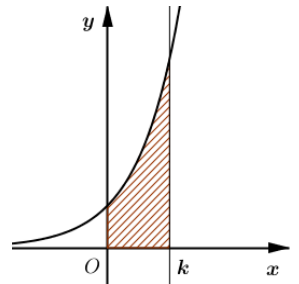
- A.** $1 < k < \frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{2} < k < 2$.
C. $\frac{1}{2} < k < 1$. **D.** $0 < k < \frac{1}{2}$.

Lời giải

Thể tích $V_k = \pi \int_0^k (e^x)^2 dx = \pi \int_0^k e^{2x} dx = \frac{\pi}{2} e^{2x} \Big|_0^k = \frac{\pi}{2} (e^{2k} - 1)$.

Do $V_k = 4$ nên $\frac{\pi}{2} (e^{2k} - 1) = 4$

$\Leftrightarrow e^{2k} = \frac{8 + \pi}{\pi} \longrightarrow k = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{8 + \pi}{\pi} \right) \in \left(\frac{1}{2}; 1 \right)$.

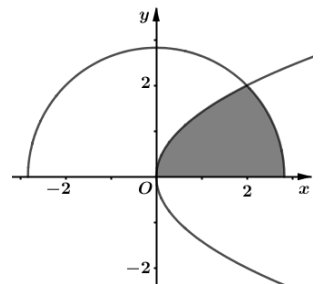


Câu 26: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y^2 = 2x$, cung tròn có phương trình

$y = \sqrt{8 - x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2\sqrt{2}$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ).

Diện tích của (H) bằng

- A.** $\frac{2\pi + 3}{3}$. **B.** $\frac{3\pi + 2}{3}$.
C. $\frac{4(2\sqrt[4]{8} - 1)}{3}$. **D.** $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$.



Lời giải

Tọa độ giao điểm của parabol và cung tròn là nghiệm của hệ $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2\sqrt{2} \\ 2x = 8 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$

Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_0^2 \sqrt{2x} dx + \int_2^{2\sqrt{2}} \sqrt{8-x^2} dx = \int_0^2 \sqrt{2x} dx + I = \frac{8}{3} + I$

Đặt $x = 2\sqrt{2} \sin u$ với $u \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Suy ra $dx = 2\sqrt{2} \cos u du$. Đổi cận $\begin{cases} x = 2 \rightarrow u = \frac{\pi}{4} \\ x = 2\sqrt{2} \rightarrow u = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Khi đó $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{8-8\sin^2 u} \cdot 2\sqrt{2} \cos u du = 8 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 u du = 4 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2u) du = (4x + 2 \sin 2u) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \pi - 2.$

Vậy $S = \frac{8}{3} + \pi - 2 = \frac{3\pi + 2}{3}.$

Câu 27: Tìm số phức z biết $\bar{z} = 4 + 2i + \frac{1-i}{2+i}.$

A. $\frac{21}{5} + \frac{7}{5}i.$

B. $\frac{21}{5} - \frac{7}{5}i.$

C. $-\frac{21}{5} + \frac{7}{5}i.$

D. $-\frac{21}{5} - \frac{7}{5}i.$

Câu 28: Tìm $|z|$ biết $z = (1+2i)(1-i)^2.$

A. $2\sqrt{5}.$

B. $2\sqrt{3}.$

C. $5\sqrt{2}.$

D. $20.$

Câu 29: Cho số phức thỏa mãn $z + (1-2i)\bar{z} = 2-4i$ Tìm môđun của $w = z^2 - z.$

A. $\sqrt{10}.$

B. $10.$

C. $5\sqrt{2}.$

D. $2\sqrt{5}.$

Lời giải

$$a + bi + (1-2i)(a-bi) = 2-4i \Leftrightarrow a + bi + a - bi - 2ai - 2b = 2-4i \Leftrightarrow 2a - 2b - 2ai = 2-4i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2b = 2 \\ -2a = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}. z = 2 + i \Rightarrow z^2 - z = 1 + 3i \Rightarrow |w| = \sqrt{10}$$

Câu 30: Cho $z = 1+2i$, giá trị của $A = \bar{z}.z + z^2 + \bar{z}^2$ là

A. $1.$

B. $-1.$

C. $i.$

D. $-i.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } z = 1+2i \Rightarrow \bar{z} = 1-2i; z^2 = (1+2i)^2 = -3+4i; \bar{z}^2 = (1-2i)^2 = -3-4i.$$

$$\text{Vậy } A = \bar{z}.z + z^2 + \bar{z}^2 = (1-2i)(1+2i) + (-3+4i) + (-3-4i) = 5-6 = -1.$$

Câu 31: Gọi z_1, z_2 là hai căn bậc hai của số phức $z = -3+4i$. Khi đó $z_1.z_2$ bằng

A. $-3-4i.$

B. $3-4i.$

C. $-3+4i.$

D. $3+4i.$

Lời giải

Gọi $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của z .

$$\text{Ta có } w^2 = z \Leftrightarrow (x + yi)^2 = -3 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = -3 \\ 2xy = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ y = \frac{2}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ x = -1 \\ y = -2 \end{cases}. \text{ Nên}$$

$$z_1 = 1 + 2i; z_2 = -1 - 2i.$$

Câu 32: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2(m-3)y + 2z + 3m^2 + 3 = 0$ là phương trình mặt cầu:

A. $-1 < m < 7$.

B. $-7 < m < 1$.

C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 7 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m < -7 \\ m > 1 \end{cases}$.

Lời giải

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2(m-3)y + 2z + 3m^2 + 3 = 0$ có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \text{ với } a = m, b = -(m-3), c = -1, d = 3m^2 + 3.$$

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

$$\Leftrightarrow m^2 + (m-3)^2 + 1 - 3m^2 - 3 > 0 \Leftrightarrow -m^2 - 6m + 7 > 0 \Leftrightarrow -7 < m < 1.$$

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 27 = 0$ qua hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = -12$.

B. $S = 2$.

C. $S = -4$.

D. $S = -2$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-6; 3; 1), \overrightarrow{n_Q} = (3; 1; 1).$$

Do mặt phẳng (P) qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q) nên $\overrightarrow{n_P} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_Q}] = (2; 9; -15)$.

$$\text{Suy ra phương trình mặt phẳng } (P): 2x + 9y - 15z - 9 = 0 \Leftrightarrow 6x + 27y - 45z - 27 = 0.$$

$$\text{Vậy } S = a + b + c = 6 + 27 - 45 = -12.$$

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + m - 1 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 5 = 0$. Để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) thì tổng các giá trị của tham số m là:

A. -8 .

B. 9 .

C. 8 .

D. 4 .

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 3^2} = 5$.

$$\text{Để mặt phẳng } (P) \text{ tiếp xúc với mặt cầu } (S) \text{ thì } d(I, (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 2 + (-1) - 2 \cdot 3 + m - 1|}{3} = 5$$

$$\Leftrightarrow |m - 4| = 15 \Leftrightarrow \begin{cases} m - 4 = 15 \\ m - 4 = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 19 \\ m = -11 \end{cases}. \text{ Vậy tổng các giá trị của } m \text{ là: } 19 + (-11) = 8.$$

Câu 35: Cho mặt phẳng $(\alpha): x + 3y + z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ Tọa độ giao điểm A của d

và (α) là

A. $A(3;0;4)$.

B. $A(3;-4;0)$.

C. $A(-3;0;4)$.

D. $A(3;0;-4)$.

Lời giải

Gọi $A(1+t; 2-t; 2-3t) \in d$.

Mà $A \in (\alpha)$ nên $(1+t) + 3(2-t) + (2-3t) + 1 = 0 \Leftrightarrow -5t = -10 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow A(3;0;-4)$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tính tích phân $I = \int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx$.

Lời giải. Đặt $t = \sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow t^2 = 1-x^2 \Rightarrow 2dt = -2xdx$. Đổi cận $x=0 \rightarrow t=1; x=1 \rightarrow t=0$.

Nên $I = \int_1^0 -t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_1^0 = \frac{1}{3}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;1;-2), B(4;-1;1), C(0;-3;1)$.

Phương trình d đi qua trọng tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

Lời giải. Ta có $G(2;-1;0)$, $\overrightarrow{AB} = (2;-2;3)$, $\overrightarrow{AC} = (-2;-4;3)$.

Vì $d \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} d \perp AB \\ d \perp AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{a_d} \perp \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{a_d} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{a_d} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (6;-12;-12) = 6(1;-2;-2)$.

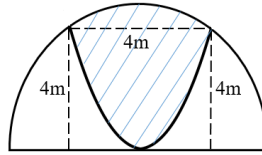
Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = -2t \end{cases}$

Câu 38: Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo.

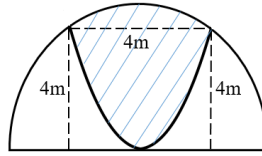
Lời giải. Ta có $|z| = \sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2$ và $z^2 = (x^2 - y^2) + 2xyi$ là số thuần ảo khi và chỉ khi

$$x^2 - y^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ x^2 - y^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = \pm 1 \end{cases} \rightarrow z_1 = 1 + i, z_2 = 1 - i, z_3 = -1 + i, z_4 = -1 - i.$$

Câu 39: Một khuôn viên có dạng là nửa hình tròn đường kính bằng $4\sqrt{5}m$. Trên đó, người ta thiết kế một phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần gạch chéo) và cách nhau một khoảng bằng $4m$. Phần còn lại của khuôn viên (phần không gạch chéo) dành để trồng cỏ. Biết các kích thước cho như hình vẽ và kinh phí để trồng cỏ là $100.000 \text{ đồng}/m^2$. Số tiền cần có để trồng cỏ là bao nhiêu (số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)?



Lời giải



Đường tròn $x^2 + y^2 = 20 \Rightarrow y = \sqrt{20 - x^2}$

Đặt hệ trục như hình vẽ (P) có dạng $y = ax^2$ qua $B(2;4)$

$\Rightarrow a = 1 \Rightarrow (P): y = x^2$.

$$S_{tc} = \frac{1}{2} \pi (2\sqrt{4})^2 - \int_{-2}^2 (\sqrt{20 - x^2} - x^2) dx = 19,4763 \text{ m}^2.$$

Vậy $T \approx 1.948.000$ đồng.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 12

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.** $\int 2f(x)dx = 2\int f(x)dx$. **B.** $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
C. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$. **D.** $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.

Câu 2: Nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$ là

- A.** $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C$. **B.** $\int 2^x dx = 2^x + C$. **C.** $\int 2^x dx = 2^x \cdot \ln 2 + C$. **D.** $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Câu 3: Cho $\int_2^4 f(x)dx = 10$ và $\int_4^2 g(x)dx = -5$. Tính $\int_2^4 [3f(x) - 5g(x)]dx$.

- A.** $I = 5$. **B.** $I = 10$. **C.** $I = -5$. **D.** $I = 15$.

Câu 4: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.** $\int_a^b f(kx)dx = k \int_a^b f(x)dx$. **B.** $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$.
C. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$. **D.** $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.

Câu 5: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

- A.** $S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$. **B.** $S = \pi \int_a^b (f(x) - g(x))dx$.
C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$. **D.** $S = \left| \int_a^b (f(x) - g(x))dx \right|$.

Câu 6: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 2x, y = 0, x = -2, x = -1$ được tính bởi biểu thức nào dưới đây?

- A.** $S = \int_{-2}^{-1} (x^3 + 2x)dx$. **B.** $S = \int_{-2}^{-1} (-x^3 - 2x)dx$.
C. $S = \int_2^1 (x^3 + 2x)dx$. **D.** $S = \int_{-1}^{-2} (-x^3 - 2x)dx$.

Câu 7: Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 0$ quanh trục Ox được tính bởi biểu thức nào sau đây?

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx$. B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\pi \sin x)^2 \, dx$. C. $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2x}{2} \, dx$. D. $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{2} \, dx$.

Câu 8: Số phức $z = 3 - 4i$ có môđun bằng

A. 25. B. 5. C. $\sqrt{5}$. D. 7.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm M biểu diễn số phức $z = 3 - 2i$ là

A. $M(-3; -2)$. B. $M(3; -2i)$. C. $M(2; 3)$. D. $M(3; -2)$.

Câu 10: Cho số phức $z = 3 + 5i$. Phần thực, phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là

A. $-3; -5$. B. $3; 5i$. C. $3; -5$. D. $3; 5$.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1 = 5 - 6i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Số phức $3z_1 - 4z_2$ bằng

A. $26 - 15i$. B. $7 - 30i$. C. $23 - 6i$. D. $-14 + 33i$.

Câu 12: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Phần ảo của số phức $w = z_1 \cdot z_2$ là

A. -1 . B. 1 . C. 3 . D. 2 .

Câu 13: Cho số phức $z = x + yi$ thỏa $(1 + i)z = 3 + i$. Tổng $x + y$ bằng

A. 3 . B. -1 . C. $3\sqrt{2}$. D. 1 .

Câu 14: Trong tập các số phức z_1, z_2 lần lượt là 2 nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Tính

$P = |z_1|^2 + |z_2|^2$

A. $P = 50$. B. $P = 2\sqrt{5}$. C. $P = 10$. D. $P = 6$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; -1)$ và $B(-1; 3; 1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(3; -3; -2)$. B. $(1; 3; 0)$. C. $(3; -1; -2)$. D. $(-3; 3; 2)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng có phương trình $2x + 3y - 4z + 7 = 0$. Tìm tọa độ một véc tơ pháp tuyến của (P) .

A. $\vec{n} = (-2; 3; -4)$. B. $\vec{n} = (-2; -3; -4)$. C. $\vec{n} = (2; 3; -4)$. D. $\vec{n} = (2; -3; -4)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 4z + 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (α) ?

A. $M(3; 0; -1)$. B. $Q(0; 3; 1)$. C. $P(3; 0; 1)$. D. $N(3; 1; 0)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{-y}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -2)$. B. $\vec{u}_2 = (1; 0; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (2; -1; -2)$. D. $\vec{u}_1 = (1; -1; -1)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

A. $M(-1; -2; 0)$. B. $M(-1; 1; 2)$. C. $M(2; 1; -2)$. D. $M(3; 3; 2)$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $M(-2;3;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1;-2;2)$?

A. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -3-2t \\ z = -1+2t \end{cases}$
B. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2-3t \\ z = 2-t \end{cases}$
C. $\begin{cases} x = -2+t \\ y = 3-2t \\ z = 1+2t \end{cases}$
D. $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = -2+3t \\ z = 2+t \end{cases}$

Câu 21: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2018x$.

A. $\frac{\cos 2018x}{2018} + C$
B. $-\frac{\cos 2018x}{2019} + C$
C. $-\frac{\cos 2018x}{2018} + C$
D. $2018 \cos 2018x + C$

Câu 22: Giả sử $\int_1^2 \frac{dx}{x+3} = \ln \frac{a}{b}$ với a, b là các số tự nhiên và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $a^2 + b^2 = 41$.
B. $3a - b < 12$.
C. $a + 2b = 13$.
D. $a - b > 2$.

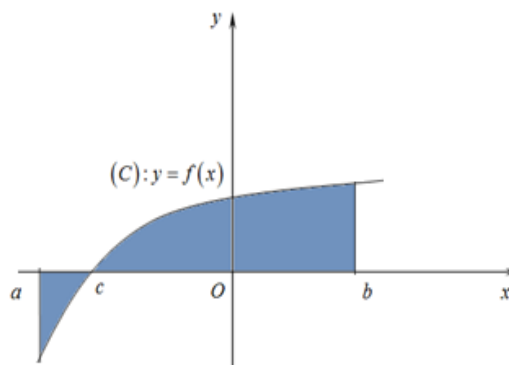
Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ thỏa $\int_1^2 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1$ và $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = -3$. Tính tích phân $I = \int_1^2 f(x) dx$.

A. $I = 1$.
B. $I = 2$.
C. $I = -\frac{5}{7}$.
D. $I = \frac{1}{2}$.

Câu 24: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_1^3 f(x) dx = -2$. Tính $\int_0^3 f(x) dx$

A. 5.
B. -1.
C. 1.
D. -5.

Câu 25: Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.
B. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

C. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.
D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

- Câu 26:** Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$; $y = 4 - x$ và trục hoành. Tính thể tích V của khối tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục Ox .
- A. $V = \frac{17\pi}{3}$. B. $V = \frac{4\pi}{3}$. C. $V = \frac{3\pi}{4}$. D. $V = \frac{20\pi}{3}$.
- Câu 27:** Cho hai số phức $z = (2x+3) + (3y-1)i$ và $z' = 3x + (y+1)i$. Khi $z = z'$, chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau
- A. $x = -\frac{5}{3}; y = 0$. B. $x = -\frac{5}{3}; y = \frac{4}{3}$. C. $x = 3; y = 1$. D. $x = 1; y = 3$.
- Câu 28:** Cho số phức z thỏa mãn $(2+3i)z = z-1$. Môđun của $\bar{z}$ bằng
- A. $\frac{1}{10}$. B. $\sqrt{10}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.
- Câu 29:** Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = 2z_1z_2$ với $z_1 = 3-4i$ và $z_2 = -i$. Tính tổng $S = a - b + 2$.
- A. $S = 1$. B. $S = 4$. C. $S = 0$. D. $S = 16$.
- Câu 30:** Tìm phần ảo b của số phức $z = \frac{1}{3+2i}$.
- A. $b = -\frac{2}{13}$. B. $b = \frac{2}{13}$. C. $b = -\frac{2}{13}i$. D. $b = \frac{3}{13}$.
- Câu 31:** Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 6 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.
- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $-\frac{1}{6}$ D. 6
- Câu 32:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 1 = 0$. Xác định tâm và bán kính của mặt cầu.
- A. $I(1; -2; -3), R = \sqrt{15}$. B. $I(1; 2; 3), R = \sqrt{15}$.
C. $I(-1; 2; 3), R = \sqrt{15}$. D. $I(1; -2; -3), R = 4$.
- Câu 33:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là
- A. $2x + y + 3z - 9 = 0$ B. $2x - y + 3z + 11 = 0$
C. $2x - y - 3z + 11 = 0$ D. $2x - y + 3z - 11 = 0$
- Câu 34:** Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là
- A. $2x - 3y - z + 8 = 0$ B. $3x - y + 3z - 13 = 0$
C. $2x - 3y - z - 20 = 0$ D. $3x - y + 3z - 25 = 0$
- Câu 35:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z - 4 = 0$, Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-3}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-3}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-3}$.

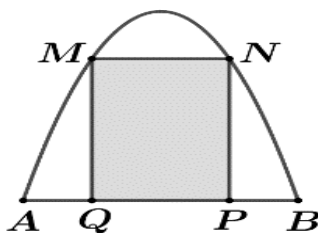
II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tìm số thực a thỏa mãn $\int_1^a e^{x+1} dx = e^4 - e^2$.

Câu 37: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và song song với mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 5 = 0$.

Câu 38: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 4 - i) + 2i = (5 - i)z$?

Câu 39: Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB = 8$ m. Người ra treo một tấm phong hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phong (phần không tô đen) người ta mua hoa để trang trí với chi phí cho 1 m^2 cần số tiền mua hoa là 200.000 đồng, biết $MN = 4$ m, $MQ = 6$ m. Hỏi số tiền dùng để mua hoa trang trí chiếc cổng bằng bao nhiêu?



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int 2f(x)dx = 2\int f(x)dx.$

B. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$

C. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx.$

D. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx.$

Lời giải

Chọn D

Các tính chất của nguyên hàm là:

- Tính chất 2: $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$

- Tính chất 3: $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

Câu 2: Nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$ là

A. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C.$

B. $\int 2^x dx = 2^x + C.$

C. $\int 2^x dx = 2^x \cdot \ln 2 + C.$

D. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C; (0 < a \neq 1).$

Ta được: $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

Câu 3: Cho $\int_2^4 f(x)dx = 10$ và $\int_4^2 g(x)dx = -5$. Tính $\int_2^4 [3f(x) - 5g(x)]dx$.

A. $I = 5.$

B. $I = 10.$

C. $I = -5.$

D. $I = 15.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_4^2 g(x)dx = -5 \Rightarrow \int_2^4 g(x)dx = 5.$

Khi đó $\int_2^4 [3f(x) - 5g(x)]dx = 3\int_2^4 f(x)dx - 5\int_2^4 g(x)dx = 3 \cdot 10 - 5 \cdot 5 = 5.$

Câu 4: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\int_a^b f(kx)dx = k \int_a^b f(x)dx.$

B. $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx.$

C. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx.$

D. $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx.$

Lời giải

Chọn A

Khẳng định sai là $\int_a^b f(kx)dx = k \int_a^b f(x)dx.$

Câu 5: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx.$

B. $S = \pi \int_a^b (f(x) - g(x))dx.$

C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx.$ D. $S = \left| \int_a^b (f(x) - g(x))dx \right|.$

Lời giải

Chọn C

Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $\begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \\ x = a \\ x = b \end{cases}$ là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx.$

Câu 6: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 2x, y = 0, x = -2, x = -1$ được tính bởi biểu thức nào dưới đây?

A. $S = \int_{-2}^{-1} (x^3 + 2x)dx.$ B. $S = \int_{-2}^{-1} (-x^3 - 2x)dx.$

C. $S = \int_2^1 (x^3 + 2x)dx.$ D. $S = \int_{-1}^{-2} (-x^3 - 2x)dx.$

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 2x, y = 0, x = -2, x = -1$ là:

$$S = \int_{-2}^{-1} |x^3 + 2x|dx = \int_{-2}^{-1} (-x^3 - 2x)dx \quad (\text{vì } x^3 + 2x < 0, \forall x \in (-2; -1)).$$

Câu 7: Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 0$ quanh trục Ox được tính bởi biểu thức nào sau đây?

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx$.

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\pi \sin x)^2 \, dx$.

C. $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2x}{2} \, dx$.

D. $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{2} \, dx$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường

$$y = \sin x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 0 \text{ quanh trục } Ox \text{ là: } V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)^2 \, dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2x}{2} \, dx.$$

Câu 8: Số phức $z = 3 - 4i$ có môđun bằng

A. 25.

B. 5.

C. $\sqrt{5}$.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

$$|z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5.$$

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm M biểu diễn số phức $z = 3 - 2i$ là

A. $M(-3; -2)$.

B. $M(3; -2i)$.

C. $M(2; 3)$.

D. $M(3; -2)$.

Lời giải

Chọn D

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm M biểu diễn số phức $z = 3 - 2i$ là $M(3; -2)$.

Câu 10: Cho số phức $z = 3 + 5i$. Phần thực, phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là

A. $-3; -5$.

B. $3; 5i$.

C. $3; -5$.

D. $3; 5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\bar{z} = 3 - 5i$ nên phần thực, phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là : $3; -5$.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1 = 5 - 6i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Số phức $3z_1 - 4z_2$ bằng

A. $26 - 15i$.

B. $7 - 30i$.

C. $23 - 6i$.

D. $-14 + 33i$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 3z_1 - 4z_2 = 3(5 - 6i) - 4(2 + 3i) = 7 - 30i.$$

Câu 12: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Phần ảo của số phức $w = z_1 \cdot z_2$ là

A. -1 .

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $w = z_1 \cdot z_2 = (1+i)(1+2i) = -1+3i$.

Vậy phần ảo của w là 3.

Câu 13: Cho số phức $z = x + yi$ thỏa $(1+i)z = 3+i$. Tổng $x+y$ bằng

- A. 3. B. -1. C. $3\sqrt{2}$. **D. 1.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(1+i)z = 3+i \Leftrightarrow z = \frac{3+i}{1+i} = 2-i$. Suy ra: $x=2, y=-1$.

Vậy $x+y=1$.

Câu 14: Trong tập các số phức z_1, z_2 lần lượt là 2 nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Tính

$$P = |z_1|^2 + |z_2|^2$$

- A. $P = 50$. B. $P = 2\sqrt{5}$. **C. $P = 10$.** D. $P = 6$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2+i \\ z_2 = -2-i \end{cases} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{5} \Rightarrow P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 10$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;-1)$ và $B(-1;3;1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(3;-3;-2)$. B. $(1;3;0)$. C. $(3;-1;-2)$. **D. $(-3;3;2)$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3;3;2)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng có phương trình $2x + 3y - 4z + 7 = 0$. Tìm tọa độ vec tơ pháp tuyến của (P) .

- A. $\vec{n} = (-2;3;-4)$. B. $\vec{n} = (-2;-3;-4)$. **C. $\vec{n} = (2;3;-4)$.** D. $\vec{n} = (2;-3;-4)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 7 = 0$ sẽ có một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}(2;3;-4)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 4z + 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (α) ?

- A. $M(3;0;-1)$. B. $Q(0;3;1)$. **C. $P(3;0;1)$.** D. $N(3;1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $3+2.0-4.1+1=0(\text{đúng}) \Rightarrow P(3;0;1) \in (\alpha)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{-y}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là?

- A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -2)$. B. $\vec{u}_2 = (1; 0; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (2; -1; -2)$. D. $\vec{u}_1 = (1; -1; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-2} \Rightarrow \vec{u}_d = (2; -1; -2)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $M(-1; -2; 0)$. B. $M(-1; 1; 2)$. C. $M(2; 1; -2)$. D. $M(3; 3; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ từng phương án vào phương trình của d thì chỉ có điểm $M(-1; 1; 2)$ thỏa mãn vì

$$\frac{-1-1}{2} = \frac{1-2}{1} = \frac{2}{-2} = -1.$$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $M(-2; 3; 1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1; -2; 2)$?

- A. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -3-2t \\ z = -1+2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2-3t \\ z = 2-t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2+t \\ y = 3-2t \\ z = 1+2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = -2+3t \\ z = 2+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Câu 21: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2018x$.

- A. $\frac{\cos 2018x}{2018} + C$ B. $-\frac{\cos 2018x}{2019} + C$ C. $-\frac{\cos 2018x}{2018} + C$ D. $2018 \cos 2018x + C$

Lời giải

Chọn C

Theo công thức nguyên hàm mở rộng ta có: $\int \sin 2018x dx = -\frac{\cos 2018x}{2018} + C$.

Câu 22: Giả sử $\int_1^2 \frac{dx}{x+3} = \ln \frac{a}{b}$ với a, b là các số tự nhiên và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** $a^2 + b^2 = 41$. **B.** $3a - b < 12$. **C.** $a + 2b = 13$. **D.** $a - b > 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^2 \frac{dx}{x+3} = \ln|x+3| \Big|_1^2 = \ln \frac{5}{4}$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ thỏa $\int_1^2 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1$ và $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = -3$. Tính tích phân

$I = \int_1^2 f(x) dx$.

- A.** $I = 1$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = -\frac{5}{7}$. **D.** $I = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

• $\int_1^2 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1 \iff 3 \int_1^2 f(x) dx + 2 \int_1^2 g(x) dx = 1$.

• $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = -3 \iff 2 \int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 g(x) dx = -3$.

Đặt $\int_1^2 f(x) dx = u$ và $\int_1^2 g(x) dx = v$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} 3u + 2v = 1 \\ 2u - v = -3 \end{cases} \iff \begin{cases} u = -\frac{5}{7} \\ v = \frac{11}{7} \end{cases}$.

Vậy $I = \int_1^2 f(x) dx = u = -\frac{5}{7}$.

Câu 24: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_1^3 f(x) dx = -2$. Tính $\int_0^3 f(x) dx$

- A.** 5. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -5.

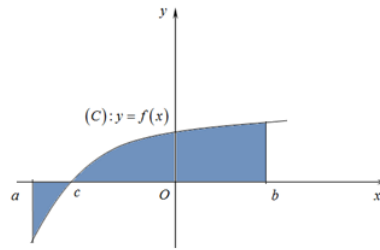
Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$, ($a < c < b$) ta có

$$\int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 3 - 2 = 1$$

Câu 25: Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây ?



A. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

B. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

C. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

D. $S = \int_a^b f(x) dx.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

Câu 26: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$; $y = 4 - x$ và trục hoành. Tính thể tích V của khối tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục Ox .

A. $V = \frac{17\pi}{3}.$

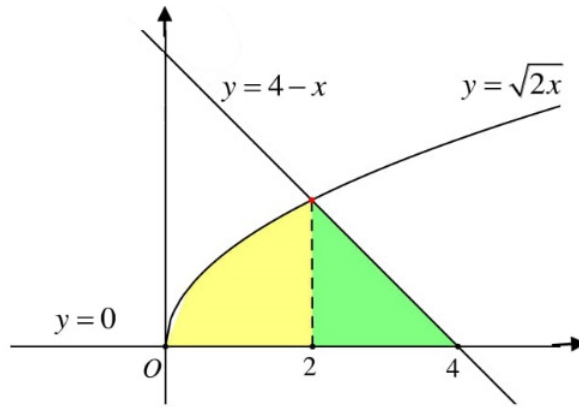
B. $V = \frac{4\pi}{3}.$

C. $V = \frac{3\pi}{4}.$

D. $V = \frac{20\pi}{3}.$

Lời giải

Chọn D



Dựa vào hình vẽ ta xét các phương trình hoành độ giao điểm:

$$\square \sqrt{2x} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

$$\square \sqrt{2x} = 4 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x^2 - 10x + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$$

$$\square 4 - x = 0 \Leftrightarrow x = 4.$$

Dựa vào hình vẽ ta có:

$$V = V_1 + V_2 = \pi \int_0^2 2x dx + \pi \int_2^4 (4-x)^2 dx \xrightarrow{\text{Casio}} \frac{20\pi}{3}.$$

Câu 27: Cho hai số phức $z = (2x+3) + (3y-1)i$ và $z' = 3x + (y+1)i$. Khi $z = z'$, chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $x = -\frac{5}{3}; y = 0.$

B. $x = -\frac{5}{3}; y = \frac{4}{3}.$

C. $x = 3; y = 1.$

D. $x = 1; y = 3.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z = z' \Leftrightarrow (2x+3) + (3y-1)i = 3x + (y+1)i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3 = 3x \\ 3y-1 = y+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Câu 28: Cho số phức z thỏa mãn $(2+3i)z = z-1$. Môđun của $\bar{z}$ bằng

A. $\frac{1}{10}.$

B. $\sqrt{10}.$

C. 1.

D. $\frac{\sqrt{10}}{10}.$

Lời giải

Chọn D

Cách 1

$$\text{Ta có } (2+3i)z = z-1 \Leftrightarrow (1+3i)z = -1 \Leftrightarrow z = \frac{-1}{1+3i} = \frac{-1}{10} + \frac{3}{10}i \Rightarrow |z| = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Cách 2

$$\text{Ta có } (2+3i)z = z-1 \Leftrightarrow (1+3i)z = -1 \Rightarrow |(1+3i)||z| = 1 \Leftrightarrow |\bar{z}| = |z| = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Câu 29: Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = 2z_1z_2$ với $z_1 = 3-4i$ và $z_2 = -i$. Tính tổng $S = a - b + 2$.

A. $S = 1$.

B. $S = 4$.

C. $S = 0$.

D. $S = 16$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 2z_1z_2 = 2(3-4i)(-i) = -8-6i \rightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = -6 \end{cases} \rightarrow S = a - b + 2 = 0.$$

Câu 30: Tìm phần ảo b của số phức $z = \frac{1}{3+2i}$.

A. $b = -\frac{2}{13}$.

B. $b = \frac{2}{13}$.

C. $b = -\frac{2}{13}i$.

D. $b = \frac{3}{13}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \frac{1}{3+2i} = \frac{3-2i}{(3+2i)(3-2i)} = \frac{3-2i}{13} = \frac{3}{13} - \frac{2}{13}i.$$

Câu 31: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 6 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.

A. $\frac{1}{12}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $-\frac{1}{6}$

D. 6

Lời giải

Chọn B

$$\text{Theo định lí Vi-et, ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = 1 \\ z_1 z_2 = 6 \end{cases} \text{ nên } P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2} = \frac{1}{6}$$

Câu 32: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 1 = 0$. Xác định tâm và bán kính của mặt cầu.

A. $I(1; -2; -3), R = \sqrt{15}$.

B. $I(1; 2; 3), R = \sqrt{15}$.

C. $I(-1; 2; 3), R = \sqrt{15}$. **D.** $I(1; -2; -3), R = 4$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 15$$

Suy ra: Tâm $I(1; -2; -3)$, $R = \sqrt{15}$.

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

A. $2x + y + 3z - 9 = 0$ **B.** $2x - y + 3z + 11 = 0$

C. $2x - y - 3z + 11 = 0$ **D.** $2x - y + 3z - 11 = 0$

Lời giải

Chọn D

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng (P) .

Do $(Q) \parallel (P)$ nên phương trình của (Q) có dạng $2x - y + 3z + d = 0$ ($d \neq -2$).

Do $A(2; -1; 2) \in (Q)$ nên $2 \cdot 2 - (-1) + 3 \cdot 2 + d = 0 \Leftrightarrow d = -11$ (nhận).

Vậy $(Q): 2x - y + 3z - 11 = 0$.

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Cho hai điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x - 3y - z + 8 = 0$ **B.** $3x - y + 3z - 13 = 0$

C. $2x - 3y - z - 20 = 0$ **D.** $3x - y + 3z - 25 = 0$

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} = (-4; 6; 2) = -2(2; -3; -1)$$

(P) đi qua $A(5; -4; 2)$ nhận $\vec{n} = (2; -3; -1)$ làm VTPT

$$(P): 2x - 3y - z - 20 = 0$$

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z - 4 = 0$, Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-3}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-3}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-3}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng qua $A(-1; -3; 2)$ vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z - 4 = 0$ nên có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; -3)$, có phương trình: $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-3}$

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tìm số thực a thỏa mãn $\int_1^a e^{x+1} dx = e^4 - e^2$.

Lời giải

Ta có $\int_1^a e^{x+1} dx = e^4 - e^2 \Leftrightarrow e^{x+1} \Big|_1^a = e^4 - e^2 \Leftrightarrow e^{a+1} - e^2 = e^4 - e^2 \Leftrightarrow e^{a+1} = e^4 \Leftrightarrow a+1 = 4 \Leftrightarrow a = 3$.

Câu 37: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và song song với mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 5 = 0$.

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O , đồng thời song song với mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 5 = 0$. và vuông góc với đường $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$

Ta có: vtcp $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (1; 5; 3)$

Phương trình đường thẳng cần tìm là: $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{5} = \frac{z}{3}$.

Câu 38: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 4 - i) + 2i = (5 - i)z$?

Lời giải

Ta có $|z|(z - 4 - i) + 2i = (5 - i)z$

$$\Leftrightarrow |z|z - 4|z| - |z|i + 2i = (5 - i)z \Leftrightarrow z(|z| - 5 + i) = 4|z| + (|z| - 2)i.$$

Lấy module 2 vế ta được

$$|z|\sqrt{(|z| - 5)^2 + 1} = \sqrt{(4|z|)^2 + (|z| - 2)^2} \Leftrightarrow |z|^2 \left[(|z| - 5)^2 + 1 \right] = (4|z|)^2 + (|z| - 2)^2 \quad (1).$$

Đặt $t = |z|$, $t \geq 0$.

Phương trình (1) trở thành

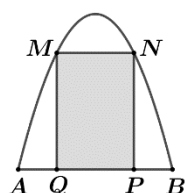
$$t^2 \left[(t - 5)^2 + 1 \right] = (4t)^2 + (t - 2)^2 \Leftrightarrow t^2 (t^2 - 10t + 26) = 17t^2 - 4t + 4$$

$$\Leftrightarrow t^4 - 10t^3 + 9t^2 + 4t - 4 = 0 \Leftrightarrow (t - 1)(t^3 - 9t^2 + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t^3 - 9t^2 + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 & (n) \\ t \approx 8,95 & (n) \\ t \approx 0,69 & (n) \\ t \approx -0,64 & (l) \end{cases}.$$

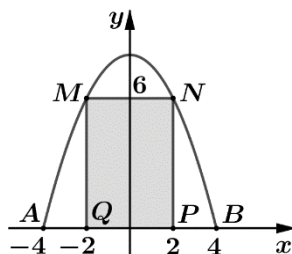
Ứng với mỗi giá trị $t \geq 0$, với $z = \frac{-4t + (2-t)i}{5-i-t}$ suy ra có một số phức z thỏa mãn.

Câu 39: Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB = 8$ m. Người ra treo một tấm phong hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phong (phần không tô đen) người ta mua hoa để trang trí với chi phí cho 1 m^2 cần số tiền mua hoa là 200.000 đồng, biết $MN = 4$ m, $MQ = 6$ m. Hỏi số tiền dùng để mua hoa trang trí chiếc cổng bằng bao nhiêu?



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Parabol đối xứng qua Oy nên có dạng $(P): y = ax^2 + c$. Vì (P) đi qua $B(4;0)$ và $N(2;6)$ nên $(P): y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và trục Ox là

$$S = 2 \int_0^4 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 8 \right) dx = \frac{128}{3} \text{ m}^2.$$

$$\text{Diện tích phần trồng hoa là } S = S_1 - S_{MNPQ} = \frac{128}{3} - 24 = \frac{56}{3} \text{ m}^2.$$

Do đó số tiền cần dùng để mua hoa là $\frac{56}{3} \times 200000 = 3733300$ đồng.

Một số câu lỗi ở câu dẫn: dấu;, thừa chữ, thừa dấu hỏi, thiếu dấu cách: Câu 5, 7, 12, 18, 23, 27.

Thiếu chữ: câu 4, 17, 18, 19, 32, 33, 34, 35.

Sai đề: Câu 26 hàm $y = 4 - x$ mới chính xác.

Sai đề: Câu 17 “mặt phẳng” mới đúng.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 06

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{2x+3}$ là

- A.** $\frac{1}{2} \ln(2x+3) + C$. **B.** $\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$. **C.** $\ln|2x+3| + C$. **D.** $2 \ln|2x+3| + C$.

Câu 2: Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $\int x e^x dx = e^x + x e^x + C$. **B.** $\int x e^x dx = \frac{x^2}{2} e^x + e^x + C$.
C. $\int x e^x dx = x e^x - e^x + C$. **D.** $\int x e^x dx = \frac{x^2}{2} e^x + C$.

Câu 3: Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 2$, $\int_{-2}^4 f(x) dx = -4$. Tính $I = \int_2^4 f(x) dx$.

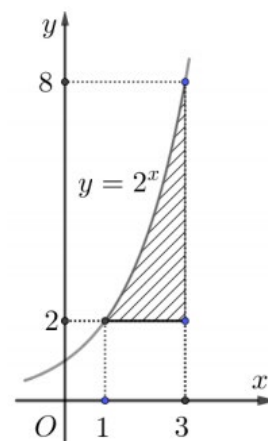
- A.** $I = 5$. **B.** $I = -6$. **C.** $I = -3$. **D.** $I = 3$.

Câu 4: Cho tích phân $I = \int_0^1 x(1-x)^5 dx$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $I = -\int_{-1}^0 t^5(1-t) dt$. **B.** $I = -\int_{-1}^0 (t^6 - t^5) dt$. **C.** $I = \int_0^1 t^5(1-t) dt$. **D.** $I = -\int_{-1}^0 (t^6 - t^5) dt$.

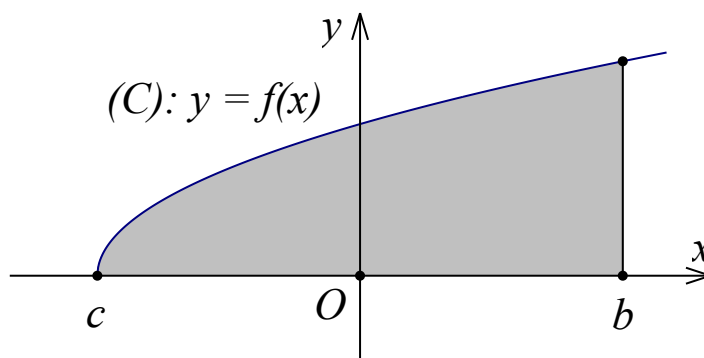
Câu 5: Diện tích hình mặt phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên bằng

- A.** $\int_1^3 2^x dx$. **B.** $\int_1^3 (2 - 2^x) dx$.
C. $\int_1^3 (2^x - 2) dx$. **D.** $\int_1^3 (2^x + 2) dx$.



Câu 6: Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và đường thẳng $x = b$ (phần tô đậm trong hình vẽ) quay quanh trục Ox được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.** $V = \pi \int_c^b [f(x)]^2 dx$.
B. $V = \int_b^c [f(x)]^2 dx$.
C. $V = \pi \int_b^c [f(x)]^2 dx$.
D. $V = \int_c^b [f(x)]^2 dx$.



Câu 7: Cho phần vật thể (H) được giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox tại $x = 0$, $x = 3$. Cắt phần vật thể (H) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x ($0 \leq x \leq 3$) ta được thiết diện là hình chữ nhật có kích thước lần lượt là x và $\sqrt{3-x}$. Thể tích phần vật thể (H) được tính theo công thức:

A. $S = \int_0^3 \left(x^2 - (\sqrt{3-x})^2 \right) dx.$

B. $S = \int_0^3 \left(x - \sqrt{3-x} \right) dx.$

C. $S = \int_0^3 x\sqrt{3-x} dx.$

D. $\int_0^3 \left(x + \sqrt{3-x} \right) dx.$

Câu 8: Môđun của số phức $z = 5 - 2i$ bằng

A. $\sqrt{29}.$

B. $3.$

C. $7.$

D. $29.$

Câu 9: Số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 3i$ là

A. $1 - 3i.$

B. $1 + 3i.$

C. $-1 + 3i.$

D. $-1 - 3i.$

Câu 10: Tìm các số thực x và y thỏa mãn $(3x - 2) + (2y + 1)i = (x + 1) - (y - 5)i$, với i là đơn vị ảo.

A. $x = \frac{3}{2}, y = -2.$

B. $x = -\frac{3}{2}, y = -\frac{4}{3}.$

C. $x = 1, y = \frac{4}{3}.$

D. $x = \frac{3}{2}, y = \frac{4}{3}.$

Câu 11: Cho số phức $z = 5 - 7i$. Xác định phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

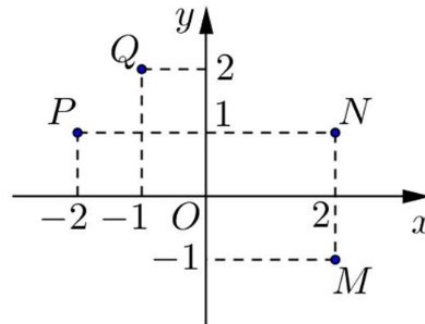
A. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $-7i$.

B. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -7 .

C. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng 7.

D. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $7i$.

Câu 12: Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = 2 - i$?



A. $N.$

B. $P.$

C. $M.$

D. $Q.$

Câu 13: Tìm phần thực của số phức z thỏa mãn $(5 - i)z = 7 - 17i$

A. 3

B. -3

C. 2

D. -2

Câu 14: Tất cả các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 5 = 0$ là.

A. $\pm 5.$

B. $\pm 5i.$

C. $\pm \sqrt{5}i.$

D. $\pm \sqrt{5}.$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 6z - 7 = 0$.

A. $I(1; -1; -3), R = 3\sqrt{2}.$

B. $I(1; -1; 3), R = 3\sqrt{2}.$

C. $I(1; -1; -3), R = 18.$

D. $I(-1; 1; -3), R = 3.$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$, véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

- A. $\vec{n}_1 = (3; 6; 2)$. B. $\vec{n}_3 = (-3; 6; 2)$. C. $\vec{n}_2 = (2; 1; 3)$. D. $\vec{n}_4 = (-3; 6; -2)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để (α) và (β) song song với nhau.

- A. $m = 1$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. Không tồn tại m .

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-2}{1}$ có một vector chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (1; -2; -2)$. B. $\vec{u}_2 = (-2; -3; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (-1; 2; 2)$. D. $\vec{u}_4 = (2; -3; -1)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 1)$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A ?

- A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(2; -1; 2)$ và nhận véc tơ $\vec{u}(-1; 2; -1)$ làm véc tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là:

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$.
C. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$. D. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 21: $\int \sin x \cos x dx$ bằng

- A. $\frac{\cos 2x}{4} + C$. B. $-\frac{\sin^2 x}{2} + C$. C. $\frac{\sin^2 x}{2} + C$. D. $\frac{\cos^2 x}{2} + C$.

Câu 22: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ là

- A. $\frac{1}{2} \ln^2 x + \ln x + C$. B. $\frac{1}{2} \ln^2 x + C$. C. $\ln^2 x + C$. D. $\ln(\ln x) + C$.

Câu 23: Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 3$ và $\int_2^{-1} g(x) dx = 1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$.

- A. $\frac{21}{2}$. B. $\frac{26}{2}$. C. $\frac{7}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồng thời thỏa mãn $\int_0^5 f(x) dx = 7$; $\int_3^{10} f(x) dx = 3$;

$\int_3^5 f(x) dx = 1$. Tính giá trị của $\int_0^{10} f(x) dx$.

- A. 6 B. 10 C. 8 D. 9

Câu 25: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = -x^2 + 4$ và $y = -x + 2$?

- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{9}{2}$. D. 9.

Câu 26: Tính thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = a$ ($a > 1$) quay xung quanh trục Ox .

- A. $\frac{1}{a} - 1$. B. $\left(\frac{1}{a} - 1\right)\pi$. C. $\left(1 - \frac{1}{a}\right)\pi$. D. $1 - \frac{1}{a}$.

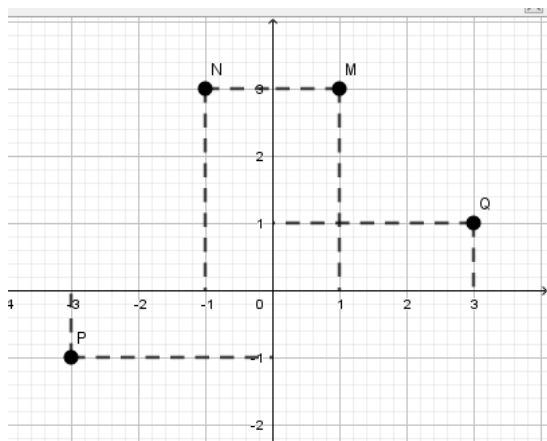
Câu 27: Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 + 2i$. Điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là

- A. $(2; -2)$. B. $(-2; -2)$. C. $(2; 2)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 28: Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z sao cho z^2 là số thuần ảo.

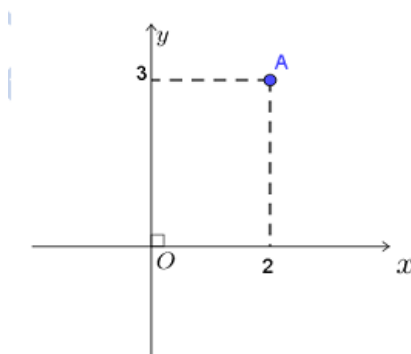
- A. Hai đường thẳng $y = x$ và $y = -x$.
 B. Trục Ox .
 C. Trục Oy .
 D. Hai đường thẳng $y = x$ và $y = -x$, bỏ đi điểm $O(0; 0)$.

Câu 29: Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z = (1 + i)(2 - i)$?



- A. M. B. P. C. N. D. Q.

Câu 30: Số phức z có điểm biểu diễn A . Phần ảo của số phức $\frac{z}{z - i}$ bằng



- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{1}{4}i$. D. $\frac{5}{4}i$.

Câu 31: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $P = 20$. B. $P = 40$. C. $P = \sqrt{0}$. D. $P = 2\sqrt{10}$.

Câu 32: Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{1}$ và điểm $A(1;2;1)$. Tìm bán kính của mặt cầu có tâm I nằm trên d , đi qua A và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$.

A. $R = 2$. B. $R = 4$. C. $R = 1$. D. $R = 3$.

Câu 33: Tìm phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;4;-3)$ và chứa trục Oy ?

A. $3y + z = 0$. B. $x - y - z = 0$. C. $3x + z = 0$. D. $x + 3z = 0$.

Câu 34: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai vector $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

A. 30° . B. 120° . C. 60° . D. 150° .

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho $M(2;3;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z-3}{1}$. Đường thẳng qua M vuông góc với d và cắt d có phương trình là

A. $\frac{x-2}{5} = \frac{y-3}{6} = \frac{z+1}{32}$. B. $\frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+1}{32}$.
C. $\frac{x-2}{5} = \frac{y-3}{-6} = \frac{z+1}{32}$. D. $\frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+1}{-32}$.

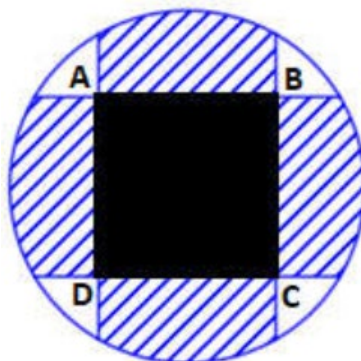
II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)e^x dx$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2;1;1)$, $B(-1;-2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + y + z = 0$.

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn $(|z| + i)z = \sqrt{2}$. Tính $|z|$.

Câu 39: Bồn hoa của một trường X có dạng hình tròn bán kính bằng $8m$. Người ta chia bồn hoa thành các phần như hình vẽ dưới đây và có ý định trồng hoa như sau: Phần diện tích bên trong hình vuông $ABCD$ để trồng hoa (phần tô đen). Phần diện tích kéo dài từ 4 cạnh của hình vuông đến đường tròn dùng để trồng cỏ (phần gạch chéo). Ở 4 góc còn lại mỗi góc trồng một cây cọ. Biết $AB = 4m$, giá trồng hoa là 200.000 đ/m^2 , giá trồng cỏ là 100.000 đ/m^2 , mỗi cây cọ giá 150.000 đ . hỏi cần bao nhiêu tiền để thực hiện việc trang trí bồn hoa đó (làm tròn đến hàng nghìn).



BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.B	4.C	5.C	6.A	7.C	8.A	9.D	10.D
11.C	12.C	13.C	14.C	15.A	16.A	17.D	18.D	19.A	20.D
21.C	22.B	23.A	24.D	25.C	26.C	27.A	28.A	29.D	30.A
31.A	32.D	33.C	34.D	35.D					

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{2x+3}$ là

- A.** $\frac{1}{2} \ln(2x+3) + C$. **B.** $\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$. **C.** $\ln|2x+3| + C$. **D.** $2 \ln|2x+3| + C$.

Chọn B

Áp dụng công thức $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C, a \neq 0$.

Ta có: $\int \frac{1}{2x+3} dx = \frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$.

Câu 2: Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $\int xe^x dx = e^x + xe^x + C$. **B.** $\int xe^x dx = \frac{x^2}{2} e^x + e^x + C$.
C. $\int xe^x dx = xe^x - e^x + C$. **D.** $\int xe^x dx = \frac{x^2}{2} e^x + C$.

Chọn C

Sử dụng công thức: $\int u dv = u.v - \int v du$.

Ta có: $\int xe^x dx = \int x d(e^x) = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C$.

Câu 3: Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 2$, $\int_{-2}^4 f(x) dx = -4$. Tính $I = \int_2^4 f(x) dx$.

- A.** $I = 5$. **B.** $I = -6$. **C.** $I = -3$. **D.** $I = 3$.

Chọn B

Ta có $\int_{-2}^4 f(x) dx = \int_{-2}^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx \Rightarrow \int_2^4 f(x) dx = \int_{-2}^4 f(x) dx - \int_{-2}^2 f(x) dx = -4 - 2 = -6$.

Câu 4: Cho tích phân $I = \int_0^1 x(1-x)^5 dx$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $I = -\int_{-1}^0 t^5(1-t) dt$. **B.** $I = -\int_{-1}^0 (t^6 - t^5) dt$. **C.** $I = \int_0^1 t^5(1-t) dt$. **D.** $I = -\int_{-1}^0 (t^6 - t^5) dt$.

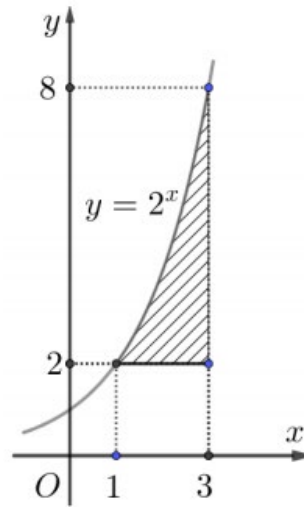
Chọn C

Đặt $t = 1 - x \Rightarrow dx = -dt$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1$ và $x = 1 \Rightarrow t = 0$.

Khi đó $I = -\int_1^0 (1-t)t^5 dt = \int_0^1 (1-t)t^5 dt$.

Câu 5: Diện tích hình mặt phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên bằng



A. $\int_1^3 2^x dx$.

B. $\int_1^3 (2 - 2^x) dx$.

C. $\int_1^3 (2^x - 2) dx$.

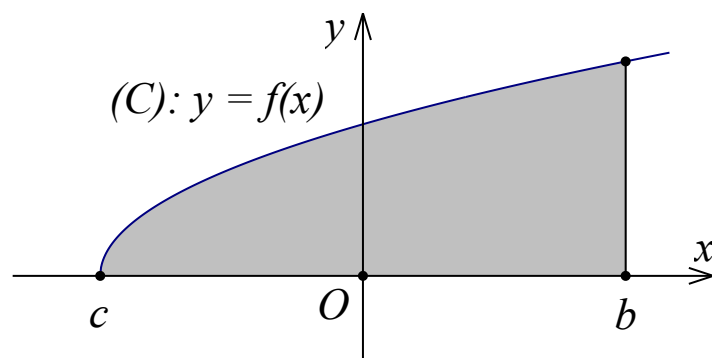
D. $\int_1^3 (2^x + 2) dx$.

Chọn C

Ta thấy diện tích phần gạch sọc giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 2$, $x = 1$, $x = 3$ và trên $[1; 3]$ đồ thị hàm số $y = 2^x$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = 2$ nên diện tích phần gạch sọc bằng

$\int_1^3 (2^x - 2) dx$.

Câu 6: Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và đường thẳng $x = b$ (phần tô đậm trong hình vẽ) quay quanh trục Ox được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $V = \pi \int_c^b [f(x)]^2 dx$. **B.** $V = \int_b^c [f(x)]^2 dx$.

C. $V = \pi \int_b^c [f(x)]^2 dx$. **D.** $V = \int_c^b [f(x)]^2 dx$.

Chọn A

Áp dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay.

Câu 7: Cho phần vật thể (H) được giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox tại $x=0$, $x=3$. Cắt phần vật thể (H) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x ($0 \leq x \leq 3$) ta được thiết diện là hình chữ nhật có kích thước lần lượt là x và $\sqrt{3-x}$. Thể tích phần vật thể (H) được tính theo công thức:

A. $S = \int_0^3 \left(x^2 - (\sqrt{3-x})^2 \right) dx.$

B. $S = \int_0^3 (x - \sqrt{3-x}) dx.$

C. $S = \int_0^3 x\sqrt{3-x} dx.$

D. $\int_0^3 (x + \sqrt{3-x}) dx.$

Chọn C

Ta có diện tích thiết diện là $S(x) = x\sqrt{3-x}$.

Vậy thể tích phần vật thể (H) là: $V = \int_0^3 S(x) dx = \int_0^3 x\sqrt{3-x} dx.$

Câu 8: Môđun của số phức $z = 5 - 2i$ bằng

A. $\sqrt{29}.$

B. $3.$

C. $7.$

D. $29.$

Chọn A

Ta có $|z| = |5 - 2i| = \sqrt{5^2 + (-2)^2} = \sqrt{29}.$

Câu 9: Số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 3i$ là

A. $1 - 3i.$

B. $1 + 3i.$

C. $-1 + 3i.$

D. $-1 - 3i.$

Chọn D

Số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 3i$ là $\bar{z} = -1 - 3i.$

Câu 10: Tìm các số thực x và y thỏa mãn $(3x-2) + (2y+1)i = (x+1) - (y-5)i$, với i là đơn vị ảo.

A. $x = \frac{3}{2}, y = -2.$

B. $x = -\frac{3}{2}, y = -\frac{4}{3}.$

C. $x = 1, y = \frac{4}{3}.$

D. $x = \frac{3}{2}, y = \frac{4}{3}.$

Chọn D

Ta có $(3x-2) + (2y+1)i = (x+1) - (y-5)i \Leftrightarrow (3x-2) + (2y+1)i = (x+1) + (5-y)i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2 = x+1 \\ 2y+1 = 5-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Câu 11: Cho số phức $z = 5 - 7i$. Xác định phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $-7i$.

B. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -7 .

C. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng 7.

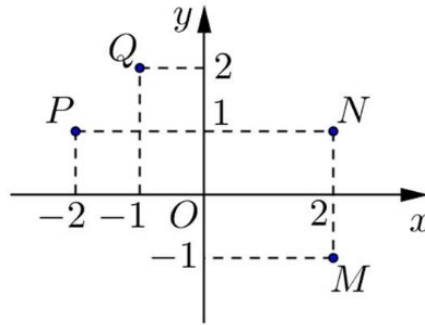
D. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $7i$.

Chọn C

Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 5 + 7i$.

Suy ra, phần thực của $\bar{z}$ bằng 5 và phần ảo của $\bar{z}$ bằng 7

Câu 12: Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = 2 - i$?



A. N .

B. P .

C. M .

D. Q .

Chọn C

Điểm biểu diễn cho số phức $z = 2 - i$ là $M(2; -1)$.

Câu 13: Tìm phần thực của số phức z thỏa mãn $(5 - i)z = 7 - 17i$

A. 3

B. -3

C. 2

D. -2

Chọn C

$$(5 - i)z = 7 - 17i \Leftrightarrow z = \frac{7 - 17i}{5 - i} = 2 - 3i$$

Phần thực của số phức z là 2.

Câu 14: Tất cả các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 5 = 0$ là.

A. ± 5 .

B. $\pm 5i$.

C. $\pm\sqrt{5}i$.

D. $\pm\sqrt{5}$.

Chọn C

$$\text{Ta có phương trình } z^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow z^2 = -5 \Leftrightarrow z^2 = 5i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \sqrt{5}i \\ z = -\sqrt{5}i \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phức là: $z_1 = \sqrt{5}i$ và $z_2 = -\sqrt{5}i$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 6z - 7 = 0.$$

A. $I(1; -1; -3)$, $R = 3\sqrt{2}$.

B. $I(1; -1; 3)$, $R = 3\sqrt{2}$.

C. $I(1; -1; -3)$, $R = 18$. D. $I(-1; 1; -3)$, $R = 3$.

Chọn A

$$\text{Ta có: } x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 6z - 7 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 3)^2 = 18.$$

Vậy $I(1; -1; -3)$, $R = 3\sqrt{2}$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$, véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

- A. $\vec{n}_1 = (3; 6; 2)$. B. $\vec{n}_3 = (-3; 6; 2)$. C. $\vec{n}_2 = (2; 1; 3)$. D. $\vec{n}_4 = (-3; 6; -2)$.

Chọn A

Ta có phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x + 6y + 2z - 6 = 0$.

Do đó một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (3; 6; 2)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để (α) và (β) song song với nhau.

- A. $m = 1$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. Không tồn tại m .

Chọn D

Ta có $(\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{-m}{-1} \neq \frac{-2}{-1}$ (vô lý vì $\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{-2}{-1}$).

Vậy không tồn tại m để hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ song song với nhau.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-2}{1}$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (1; -2; -2)$. B. $\vec{u}_2 = (-2; -3; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (-1; 2; 2)$. D. $\vec{u}_4 = (2; -3; -1)$.

Chọn D

Từ phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-2}{1}$ ta có $\vec{v} = (-2; 3; 1)$ là một vectơ chỉ

phương. Trong các phương án chỉ có $\vec{u}_4$ cùng phương với $\vec{v}$. Do đó $\vec{u}_4$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 1)$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A ?

- A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

Chọn A

Thay tọa độ điểm $A(3; -2; 1)$ vào các phương trình trên ta thấy phương án A thỏa mãn.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(2; -1; 2)$ và nhận véc tơ $\vec{u}(-1; 2; -1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là:

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$.
C. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$. D. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

Chọn D

Ta có đường thẳng Δ đi qua $A(2;-1;2)$ và nhận véc tơ $\vec{u}(-1;2;-1)$ làm véc tơ chỉ phương
có phương trình chính tắc là: $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 21: $\int \sin x \cos x dx$ bằng

- A.** $\frac{\cos 2x}{4} + C$. **B.** $-\frac{\sin^2 x}{2} + C$. **C.** $\frac{\sin^2 x}{2} + C$. **D.** $\frac{\cos^2 x}{2} + C$.

Chọn C

Cách 1: $\int \sin x \cos x dx = \int \frac{1}{2} \sin 2x dx = -\frac{\cos 2x}{4} + C = \frac{2 \sin^2 x - 1}{4} + C = \frac{\sin^2 x}{2} + C$.

Cách 2: $\int \sin x \cos x dx = \int \sin x \cdot (\sin x)' dx = \int \sin x d \sin x = \frac{\sin^2 x}{2} + C$.

Cách 3: $\int \sin x \cos x dx = \int \cos x \cdot (-\cos x)' d \cos x = \int -\cos x \cdot (\cos x)' dx = \int -\cos x d \cos x$
 $= -\frac{\cos^2 x}{2} + C = \frac{\sin^2 x - 1}{2} + C = \frac{\sin^2 x}{2} + C$.

Câu 22: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ là

- A.** $\frac{1}{2} \ln^2 x + \ln x + C$. **B.** $\frac{1}{2} \ln^2 x + C$. **C.** $\ln^2 x + C$. **D.** $\ln(\ln x) + C$.

Chọn B

Xét $I = \int f(x) dx = \int \frac{\ln x}{x} dx$.

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$.

Khi đó $I = \int t dt = \frac{1}{2} t^2 + C = \frac{1}{2} \ln^2 x + C$.

Câu 23: Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 3$ và $\int_2^{-1} g(x) dx = 1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$.

- A.** $\frac{21}{2}$. **B.** $\frac{26}{2}$. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Chọn A

Ta có: $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx = \int_{-1}^2 x dx + 2 \int_{-1}^2 f(x) dx - 3 \int_{-1}^2 g(x) dx$

$$= \left. \frac{x^2}{2} \right|_{-1}^2 + 2 \int_{-1}^2 f(x) dx + 3 \int_2^{-1} g(x) dx = \frac{3}{2} + 2.3 + 3.1 = \frac{21}{2}.$$

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồng thời thỏa mãn $\int_0^5 f(x)dx=7$; $\int_3^{10} f(x)dx=3$; $\int_3^5 f(x)dx=1$. Tính giá trị của $\int_0^{10} f(x)dx$.

A. 6

B. 10

C. 8

D. 9

Chọn D

Ta có: $\int_0^5 f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx \Rightarrow \int_0^3 f(x)dx = \int_0^5 f(x)dx - \int_3^5 f(x)dx = 7 - 1 = 6$.

Vậy $\int_0^{10} f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx + \int_3^{10} f(x)dx = 6 + 3 = 9$.

Câu 25: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = -x^2 + 4$ và $y = -x + 2$?

A. $\frac{5}{7}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. 9.

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$-x^2 + 4 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = -x^2 + 4$ và $y = -x + 2$ là:

$$S = \int_{-1}^2 |(-x^2 + 4) - (-x + 2)| dx = \int_{-1}^2 (-x^2 + x + 2) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{9}{2}.$$

Câu 26: Tính thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = a$ ($a > 1$) quay xung quanh trục Ox .

A. $\frac{1}{a} - 1$.

B. $\left(\frac{1}{a} - 1 \right) \pi$.

C. $\left(1 - \frac{1}{a} \right) \pi$.

D. $1 - \frac{1}{a}$.

Chọn C

Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$ và

$x = a$ ($a > 1$) quay xung quanh trục Ox là $V = \pi \int_1^a \frac{1}{x^2} dx = \pi \left(\frac{-1}{x} \Big|_1^a \right) = \pi \left(1 - \frac{1}{a} \right)$.

Câu 27: Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 + 2i$. Điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là

A. $(2; -2)$.

B. $(-2; -2)$.

C. $(2; 2)$.

D. $(-2; 2)$.

Chọn A

Gọi số phức $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Theo bài ra ta có

$$(x + yi) + 2(x - yi) = 6 + 2i \Leftrightarrow 3x - yi = 6 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là $(2; -2)$.

Câu 28: Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z sao cho z^2 là số thuần ảo.

A. Hai đường thẳng $y = x$ và $y = -x$.

B. Trục Ox .

C. Trục Oy .

D. Hai đường thẳng $y = x$ và $y = -x$, bỏ đi điểm $O(0;0)$.

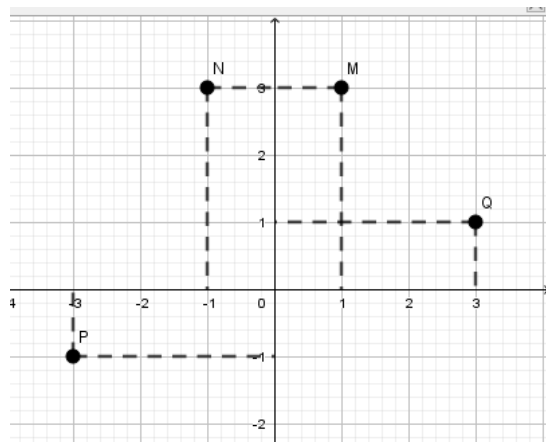
Chọn A

+) Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó $z^2 = (x + yi)^2 = x^2 + 2xyi + y^2i^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$.

+) z^2 là số thuần ảo khi và chỉ khi $x^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ y = -x \end{cases}$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là hai đường thẳng $y = x$ và $y = -x$.

Câu 29: Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z = (1 + i)(2 - i)$?



A. M .

B. P .

C. N .

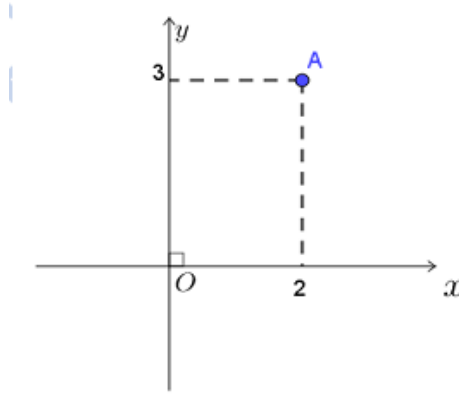
D. Q .

Chọn D

Ta có $z = (1 + i)(2 - i) = 2 + 2i - i - i^2 = 3 + i$.

Nên điểm biểu diễn của số phức z là $Q(3; 1)$.

Câu 30: Số phức z có điểm biểu diễn A . Phần ảo của số phức $\frac{z}{z-i}$ bằng



A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{1}{4}i$.

D. $\frac{5}{4}i$.

Chọn A

Số phức z có điểm biểu diễn $A(2;3) \Rightarrow z = 2 + 3i$.

Ta có $\frac{z}{z-i} = \frac{2+3i}{2+3i-i} = \frac{2+3i}{2+2i} = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}i$.

Suy ra phần ảo của số phức $\frac{z}{z-i}$ bằng $\frac{1}{4}$.

Câu 31: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $P = 20$.

B. $P = 40$.

C. $P = \sqrt{0}$.

D. $P = 2\sqrt{10}$.

Chọn A

Ta có $z^2 - 2z + 10 = 0 \Rightarrow (z-1)^2 = -9 \Rightarrow \begin{cases} z = 1 + 3i \\ z = 1 - 3i \end{cases}$.

Vậy $P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = |1 + 3i|^2 + |1 - 3i|^2 = 20$.

Câu 32: Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{1}$ và điểm $A(1;2;1)$. Tìm bán kính của mặt cầu có tâm I nằm trên d , đi qua A và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$.

A. $R = 2$.

B. $R = 4$.

C. $R = 1$.

D. $R = 3$.

Chọn D

Tâm I nằm trên d nên $I(1+t; 2-2t; 2+t)$.

Mặt cầu đi qua A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $AI = d(I; (P)) = R$.

$$AI = d(I; (P)) \Leftrightarrow \sqrt{t^2 + 4t^2 + (t+1)^2} = \frac{|1+t-4+4t+4+2t+1|}{\sqrt{1+(-2)^2+2^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{6t^2 + 2t + 1} = \frac{|7t + 2|}{3} \Leftrightarrow 9(6t^2 + 2t + 1) = (7t + 2)^2.$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow I(2; 0; 3).$$

Vậy bán kính mặt cầu $R = AI = 3$.

Câu 33: Tìm phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 4; -3)$ và chứa trục Oy ?

- A.** $3y + z = 0$. **B.** $x - y - z = 0$. **C.** $3x + z = 0$. **D.** $x + 3z = 0$.

Chọn C

Gọi mặt phẳng cần tìm là (α) .

Do (α) đi qua điểm $M(1; 4; -3)$ và chứa trục Oy nên (α) có một vector pháp tuyến là

$$\vec{n} = [\vec{j}, \overrightarrow{OM}] = (-3; 0; -1).$$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) : $-3(x - 1) + 0(y - 4) - (z + 3) = 0 \Leftrightarrow 3x + z = 0$.

Câu 34: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai vector $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A.** 30° . **B.** 120° . **C.** 60° . **D.** 150° .

Chọn D

Gọi α là góc giữa hai vector $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$, ta có:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 150^\circ.$$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho $M(2; 3; -1)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z-3}{1}$. Đường thẳng qua M vuông góc với d và cắt d có phương trình là

- A.** $\frac{x-2}{5} = \frac{y-3}{6} = \frac{z+1}{32}$. **B.** $\frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+1}{32}$.
C. $\frac{x-2}{5} = \frac{y-3}{-6} = \frac{z+1}{32}$. **D.** $\frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+1}{-32}$.

Chọn D

Cách 1:

Đường thẳng d có vector chỉ phương $\vec{u}_d = (2; 4; 1)$ và đi qua điểm $A(0; 0; 3)$, $\overrightarrow{AM} = (2; 3; -4)$

Gọi $\vec{u}$ là vector chỉ phương của đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và cắt d .

Khi đó $[\vec{u}_d, \overrightarrow{AM}] \cdot \vec{u} = 0$ hay $\vec{u} \perp [\vec{u}_d, \overrightarrow{AM}]$ và $\vec{u} \perp \vec{u}_d$.

Gọi $\vec{v} = [\vec{u}_d, \overrightarrow{AM}] = (-19; 10; -2)$, $[\vec{v}, \vec{u}_d] = (18; 15; -96)$, chọn $\vec{u} = (6; 5; -32)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ cần tìm là $\frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+1}{-32}$.

Cách 2:

Gọi (α) là mặt phẳng qua M và vuông góc $d \Rightarrow (\alpha): 2x + 4y + z - 15 = 0$.

Gọi $H = d \cap (\alpha) \Rightarrow H\left(\frac{8}{7}; \frac{16}{7}; \frac{25}{7}\right)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua M vuông góc với d và cắt d . Khi đó $\Delta \equiv MH$.

Ta có $\overrightarrow{MH} = \left(-\frac{6}{7}; -\frac{5}{7}; \frac{32}{7}\right)$, chọn $\vec{u} = (6; 5; -32)$ làm vectơ chỉ phương của Δ .

Vậy phương trình đường thẳng Δ cần tìm là $\frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+1}{-32}$.

Cách 3:

Gọi Δ là đường thẳng qua M vuông góc với d và cắt d tại H . Khi đó $\Delta \equiv MH$.

Ta có $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 4t \\ z = 3 + t \end{cases} \Rightarrow H(2t; 4t; 3+t), \overrightarrow{MH} = (2t-2; 4t-3; 4+t)$.

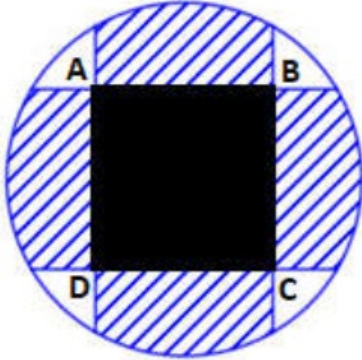
$d \perp \Delta \Leftrightarrow \vec{u}_d \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow \vec{u}_d \cdot \overrightarrow{MH} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-2) + 4(4t-3) + 1(4+t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4}{7}$.

Suy ra $\overrightarrow{MH} = \left(-\frac{6}{7}; -\frac{5}{7}; \frac{32}{7}\right)$, chọn $\vec{u}_\Delta = (6; 5; -32)$ làm vectơ chỉ phương của Δ .

Vậy phương trình đường thẳng Δ cần tìm là $\frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+1}{-32}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu	Nội dung đáp án	Điểm
36(1điểm)	Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)e^x dx$	
	Đặt $\begin{cases} u = 2x+1 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = e^x \end{cases}$.	0.25
	$\Rightarrow \int_0^1 (2x+1)e^x dx = (2x+1)e^x \Big _0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx$	0.25
	$= (2x-1)e^x \Big _0^1$	0.25
	$= 1 + e$	0.25

37(1điểm)	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2;1;1)$, $B(-1;-2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + y + z = 0$.	
	Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; -4)$	0.25
	Một vector pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_{(Q)} = (1; 1; 1)$.	0.25
	Vì $\begin{cases} (P) \supset AB \\ (P) \perp (Q) \end{cases}$ nên $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(Q)}] = (1; -1; 0)$ là một vector pháp tuyến của (P) .	0.25
	Vậy phương trình (P) là: $1(x-2) - 1(y-1) + 0(z-1) = 0 \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$.	0.25
38(0.5điểm)	Cho số phức z thỏa mãn $(z + i)z = \sqrt{2}$. Tính $ z $.	
	Gọi $ z = m \geq 0$. Khi đó $(z + i)z = \sqrt{2}$ được viết lại thành $(m + i)z = \sqrt{2}$.	0.25
	Lấy module 2 vế ta có: $ m + i \cdot z = \sqrt{2} \Leftrightarrow m\sqrt{m^2 + 1} = \sqrt{2} \Leftrightarrow m^2(m^2 + 1) = 2$ $\Leftrightarrow m^4 + m^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1 \\ m^2 = -2 \text{ (VN)} \end{cases}$ Do $m \geq 0$ nên ta có $m = 1$, suy ra $ z = 1$.	0.25
39(0.5điểm)	Bồn hoa của một trường X có dạng hình tròn bán kính bằng $8m$. Người ta chia bồn hoa thành các phần như hình vẽ dưới đây và có ý định trồng hoa như sau: Phần diện tích bên trong hình vuông $ABCD$ để trồng hoa (phần tô đen). Phần diện tích kéo dài từ 4 cạnh của hình vuông đến đường tròn dùng để trồng cỏ (phần gạch chéo). Ở 4 góc còn lại mỗi góc trồng một cây cọ. Biết $AB = 4m$, giá trồng hoa là 200.000 đ/m^2, giá trồng cỏ là 100.000 đ/m^2, mỗi cây cọ giá 150.000 đ. hỏi cần bao nhiêu tiền để thực hiện việc trang trí bồn hoa đó (làm tròn đến hàng nghìn). 	

	Chọn hệ trục tọa độ sao cho gốc tọa độ trùng với tâm hình tròn, suy ra phương trình đường tròn là: $x^2 + y^2 = 64$. + Diện tích hình vuông $ABCD$ là: $S_{ABCD} = 4 \times 4 = 16 \text{ (m}^2\text{)}$. $\Rightarrow$ Số tiền để trồng hoa là: $T_1 = 16 \times 200.000 = 3.200.000$ (đồng).	0.25
	+ Diện tích trồng cỏ là: $S = 4 \int_{-2}^2 (\sqrt{64 - x^2} - 2) dx \approx 94,654 \text{ (m}^2\text{)}$. $\Rightarrow$ Số tiền trồng cỏ là: $T_2 = 94,654 \times 100.000 = 9.465.000$ (đồng). + Số tiền trồng 4 cây cọ là: $T_3 = 150.000 \times 4 = 600.000$ (đồng). Vậy tổng số tiền để thực hiện việc trang trí bồn hoa là: $T = T_1 + T_2 + T_3 = 13.265.000$ (đồng).	0.25

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 14

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 (2 + f(x)) dx$ bằng

A. $\frac{23}{4}$.

B. 7.

C. 9.

D. $\frac{15}{4}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

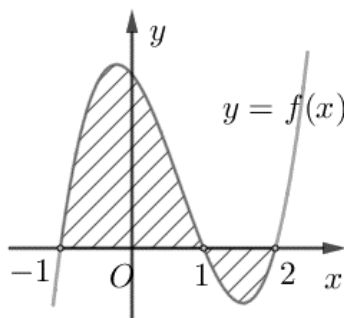
A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = -\int_a^b f(x) dx$.

D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1, x = 2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

B. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức:

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$

B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

C. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$

D. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$

Câu 5: $\int 6x^5 dx$ bằng

A. $6x^6 + C$.

B. $x^6 + C$.

C. $\frac{1}{6}x^6 + C$.

D. $30x^4 + C$.

Câu 6: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

A. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$

B. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$

C. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$

D. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$

- Câu 7:** Nếu $\int_1^2 f(x)dx = -2$ và $\int_2^3 f(x)dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng
- A. -3 . B. -1 . C. 1 . D. 3 .
- Câu 8:** Số phức $-3 + 7i$ có phần ảo bằng:
- A. 7 B. -7 C. -3 D. 3
- Câu 9:** Số phức liên hợp của số phức $z = -2 + 5i$ là
- A. $\bar{z} = 2 - 5i$. B. $\bar{z} = 2 + 5i$. C. $\bar{z} = -2 + 5i$. D. $\bar{z} = -2 - 5i$.
- Câu 10:** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$ là điểm nào dưới đây?
- A. $Q(1; 2)$. B. $P(-1; 2)$. C. $N(1; -2)$. D. $M(-1; -2)$.
- Câu 11:** Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$ Phần ảo của số phức $z_1 + \bar{z}_2$ bằng
- A. -2 . B. $2i$. C. 2 . D. $-2i$.
- Câu 12:** Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là
- A. $(0; 5)$. B. $(5; -1)$. C. $(-1; 5)$. D. $(5; 0)$.
- Câu 13:** Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + i) = 3 - 5i$. Tính môđun của z
- A. $|z| = \sqrt{17}$. B. $|z| = 16$. C. $|z| = 17$. D. $|z| = 4$.
- Câu 14:** Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm $1 - \sqrt{2}i$?
- A. $z^2 - 2z + 3 = 0$. B. $z^2 + 2z + 5 = 0$. C. $z^2 - 2z + 5 = 0$. D. $z^2 + 2z + 3 = 0$
- Câu 15:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 2)$, $B(3; -2; 0)$. Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là
- A. $\vec{u} = (-1; 2; 1)$. B. $\vec{u} = (1; 2; -1)$. C. $\vec{u} = (2; -4; 2)$. D. $\vec{u} = (2; 4; -2)$.
- Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M . Tọa độ của điểm M là
- A. $M(1; -2; 0)$. B. $M(0; -2; 3)$. C. $M(1; 0; 0)$. D. $M(1; 0; 3)$.
- Câu 17:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vector nào sau đây **không phải** là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 3y - 5z + 2 = 0$?
- A. $\vec{n} = (-3; -9; 15)$. B. $\vec{n} = (-1; -3; 5)$. C. $\vec{n} = (2; 6; -10)$. D. $\vec{n} = (-2; -6; -10)$.
- Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$.
- A. 1 . B. $\frac{11}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 3 .
- Câu 19:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng
- $$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 \\ z = 2 - t \end{cases} \quad ?$$

A. $\vec{u}_2 = (2; 0; -1)$. B. $\vec{u}_4 = (2; 1; 2)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 0; 2)$. D. $\vec{u}_1 = (-1; 1; 2)$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng (d) có phương trình chính tắc là $\frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-6}{2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng (d) ?

A. $\vec{u} = (3; 4; 2)$. B. $\vec{u} = (5; -1; 6)$. C. $\vec{u} = (3; -4; 2)$. D. $\vec{u} = (-5; 1; -6)$.

Câu 21: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$

A. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$ B. $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$
C. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$ D. $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$

Câu 22: Tìm nguyên hàm $\int x(x^2 + 7)^{15} dx$?

A. $\frac{1}{2}(x^2 + 7)^{16} + C$ B. $-\frac{1}{32}(x^2 + 7)^{16} + C$ C. $\frac{1}{16}(x^2 + 7)^{16} + C$ D. $\frac{1}{32}(x^2 + 7)^{16} + C$

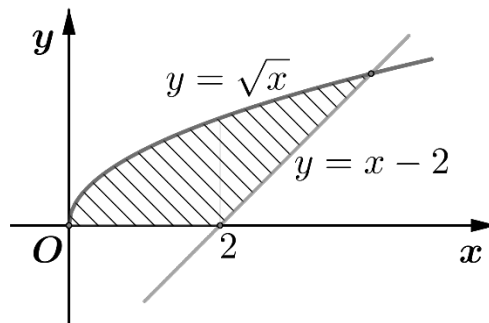
Câu 23: $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ bằng

A. $\frac{1}{2} \ln 35$ B. $\ln \frac{7}{5}$ C. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$ D. $2 \ln \frac{7}{5}$

Câu 24: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$.

A. $\frac{\pi}{2} - 1$. B. $\frac{\pi}{2} + 1$. C. 1. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 25: Tính diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ sau:



A. $\frac{10}{3}$. B. 4. C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{11}{3}$.

Câu 26: Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 2$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là:

A. $I(-1; 1), R = 4$. B. $I(-1; 1), R = 2$. C. $I(1; -1), R = 2$. D. $I(1; -1), R = 4$.

Câu 27: Cho số phức $z = -2 + 3i$, số phức $(1 + i)\bar{z}$ bằng

A. $-5 - i$. B. $-1 + 5i$. C. $1 - 5i$. D. $5 - i$.

Câu 28: Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + i) = 3 - 5i$. Tính môđun của z

A. $|z| = \sqrt{17}$. B. $|z| = 16$. C. $|z| = 17$. D. $|z| = 4$.

Câu 29: Trên tập số phức, gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Biết A, B lần lượt là hai điểm biểu diễn z_1, z_2 trên mặt phẳng. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $2\sqrt{2}$. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu.

- A. $r = 2\sqrt{2}$. B. $r = \sqrt{26}$. C. $r = 4$. D. $r = \sqrt{2}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $M(-2; 3; 1)$ và có vector chỉ phương $\vec{a} = (1; -2; 2)$?

- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

- A. $m > 6$. B. $m \geq 6$. C. $m \leq 6$. D. $m < 6$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0$ và $(Q): 2x - y + 3 = 0$, với m là tham số thực. Để (P) và (Q) vuông góc thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

- A. $m = -5$. B. $m = 1$. C. $m = 3$. D. $m = -1$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, tìm vector pháp tuyến của mặt phẳng vuông góc với hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 1 = 0$ và $(Q): 2x - 3y + z + 1 = 0$?

- A. $(1; 1; 1)$. B. $(2; 1; 1)$. C. $(1; -1; 1)$. D. $(1; 1; -1)$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) chứa trục Oy và đi qua điểm $M(1; -1; 1)$ là:

- A. $(1; 0; -1)$. B. $(1; 0; 1)$. C. $(1; -1; 0)$. D. $(1; 1; 0)$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: (1,0 điểm) Tính tích phân sau: $I = \int_1^{e^2} \frac{\ln x}{x\sqrt{1+4\ln x}} dx$.

Câu 37: (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 3 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

Câu 38: (0,5 điểm) Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 3| = |z - 1|$ và $(z + 2)(\bar{z} - i)$ là số thực. Tính $a + b$.

Câu 39: (0,5 điểm) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = 1$. Số phức $z - i$ có môđun nhỏ nhất là:

- A. $\sqrt{5} - 2$. B. $\sqrt{5} - 1$. C. $\sqrt{5} + 1$. D. $\sqrt{5} + 2$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 (2 + f(x)) dx$ bằng
- A. $\frac{23}{4}$. B. 7. C. 9. D. $\frac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_1^2 (2 + f(x)) dx = \int_1^2 2 dx + \int_1^2 f(x) dx = 2x \Big|_1^2 + F(x) \Big|_1^2 = 2x \Big|_1^2 + x^3 \Big|_1^2 = 9$$

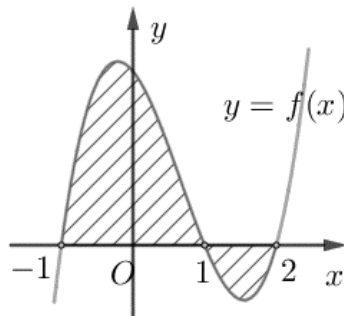
- Câu 2:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức
- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = -\int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bởi công thức: $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

- Câu 3:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1, x = 2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$. B. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.
- C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$. D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Lời giải

Chọn D

$$S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx$$

Nhìn hình ta thấy hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[-1;1]$ nên

$$\int_{-1}^1 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx ; \text{ hàm số } f(x) \text{ liên tục và nhận giá trị âm trên đoạn } [1;2] \text{ nên}$$

$$\int_1^2 |f(x)| dx = -\int_1^2 f(x) dx$$

$$\text{Vậy } S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức:

$$\text{A. } V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx \quad \text{B. } V = \pi \int_a^b f^2(x) dx \quad \text{C. } V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx \quad \text{D. } V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$$

Lời giải

Chọn B

Câu 5: $\int 6x^5 dx$ bằng

$$\text{A. } 6x^6 + C. \quad \text{B. } x^6 + C. \quad \text{C. } \frac{1}{6}x^6 + C. \quad \text{D. } 30x^4 + C.$$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \int 6x^5 dx = x^6 + C.$$

Câu 6: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

$$\text{A. } \int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C \quad \text{B. } \int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$$

$$\text{C. } \int 7^x dx = 7^{x+1} + C \quad \text{D. } \int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$$

Lời giải

Áp dụng công thức $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1)$ ta được đáp án B

Câu 7: Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

$$\text{A. } -3. \quad \text{B. } -1. \quad \text{C. } 1. \quad \text{D. } 3.$$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = -2 + 1 = -1.$$

Câu 8: Số phức $-3+7i$ có phần ảo bằng:

A. 7

B. -7

C. -3

D. 3

Lời giải

Chọn A

Câu 9: Số phức liên hợp của số phức $z = -2+5i$ là

A. $\bar{z} = 2-5i$.

B. $\bar{z} = 2+5i$.

C. $\bar{z} = -2+5i$.

D. $\bar{z} = -2-5i$.

Lời giải

Chọn D

Số phức liên hợp của số phức $z = -2+5i$ là $\bar{z} = -2-5i$.

Câu 10: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -1+2i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(1;2)$.

B. $P(-1;2)$.

C. $N(1;-2)$.

D. $M(-1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm biểu diễn số phức $z = -1+2i$ là điểm $P(-1;2)$.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1 = -3+i$ và $z_2 = 1-i$ Phần ảo của số phức $z_1 + \bar{z}_2$ bằng

A. -2 .

B. $2i$.

C. 2.

D. $-2i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\bar{z}_2 = 1+i$. Do đó $z_1 + \bar{z}_2 = (-3+i) + (1+i) = -2+2i$.

Vậy phần ảo của số phức $z_1 + \bar{z}_2$ bằng 2.

Câu 12: Cho hai số phức $z_1 = 2-i$ và $z_2 = 1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

A. $(0; 5)$.

B. $(5;-1)$.

C. $(-1; 5)$.

D. $(5; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2z_1 + z_2 = 5-i$.

Câu 13: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3-5i$. Tính môđun của z

A. $|z| = \sqrt{17}$.

B. $|z| = 16$.

C. $|z| = 17$.

D. $|z| = 4$.

Lời giải

$$z(1+i) = 3-5i \Leftrightarrow z = \frac{3-5i}{1+i} = -1-4i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}.$$

Câu 14: Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm $1-\sqrt{2}i$?

A. $z^2 - 2z + 3 = 0$.

B. $z^2 + 2z + 5 = 0$.

C. $z^2 - 2z + 5 = 0$.

D. $z^2 + 2z + 3 = 0$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;2)$, $B(3;-2;0)$. Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là

- A.** $\vec{u} = (-1; 2; 1)$. **B.** $\vec{u} = (1; 2; -1)$. **C.** $\vec{u} = (2; -4; 2)$. **D.** $\vec{u} = (2; 4; -2)$.

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -4; -2) = -2(-1; 2; 1)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M . Tọa độ của điểm M là

- A.** $M(1; -2; 0)$. **B.** $M(0; -2; 3)$. **C.** $M(1; 0; 0)$. **D.** $M(1; 0; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm M là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) , khi đó hoành độ điểm A : $x_A = 0$

Do đó tọa độ điểm $M(0; -2; 3)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vector nào sau đây **không phải** là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 3y - 5z + 2 = 0$?

- A.** $\vec{n} = (-3; -9; 15)$. **B.** $\vec{n} = (-1; -3; 5)$.
C. $\vec{n} = (2; 6; -10)$. **D.** $\vec{n} = (-2; -6; -10)$.

Lời giải

Chọn D

Vector pháp tuyến của mặt phẳng $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 3; -5)$.

Vì vector $\vec{n} = (-2; -6; -10)$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_{(P)}}$ nên **không phải** là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$.

- A.** 1. **B.** $\frac{11}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $d(M, (P)) = \frac{|1 + 4 + 6 - 2|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 3$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 \\ z = 2 - t \end{cases} ?$$

- A.** $\vec{u}_2 = (2; 0; -1)$. **B.** $\vec{u}_4 = (2; 1; 2)$. **C.** $\vec{u}_3 = (2; 0; 2)$. **D.** $\vec{u}_1 = (-1; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Vector chỉ phương của đường thẳng là $\vec{u}_2 = (2; 0; -1)$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng (d) có phương trình chính tắc là $\frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-6}{2}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng (d) ?

- A. $\vec{u} = (3; 4; 2)$. B. $\vec{u} = (5; -1; 6)$. C. $\vec{u} = (3; -4; 2)$. D. $\vec{u} = (-5; 1; -6)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 21: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$

- A. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$ B. $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$
C. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$ D. $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$

Câu 22: Tìm nguyên hàm $\int x(x^2 + 7)^{15} dx$?

- A. $\frac{1}{2}(x^2 + 7)^{16} + C$ B. $-\frac{1}{32}(x^2 + 7)^{16} + C$ C. $\frac{1}{16}(x^2 + 7)^{16} + C$ D. $\frac{1}{32}(x^2 + 7)^{16} + C$

Lời giải

Chọn D

$$\int x(x^2 + 7)^{15} dx = \frac{1}{2} \int (x^2 + 7)^{15} d(x^2 + 7) = \frac{1}{32} (x^2 + 7)^{16} + C$$

Câu 23: $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \ln 35$ B. $\ln \frac{7}{5}$ C. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$ D. $2 \ln \frac{7}{5}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_1^2 \frac{dx}{2x+3} = \frac{1}{2} \ln |2x+3| \Big|_1^2 = \frac{1}{2} (\ln 7 - \ln 5) = \frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}.$$

Câu 24: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$.

- A. $\frac{\pi}{2} - 1$. B. $\frac{\pi}{2} + 1$. C. 1. D. $\frac{\pi}{2}$.

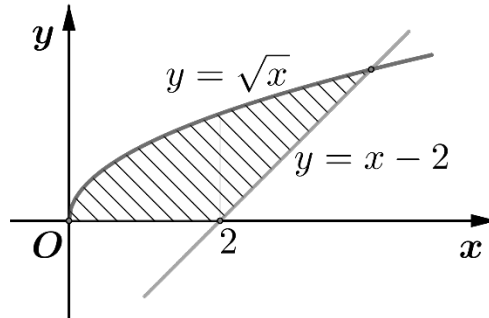
Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos x \, dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}.$$

$$I = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx = (x \sin x + \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1.$$

Câu 25: Tính diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ sau:



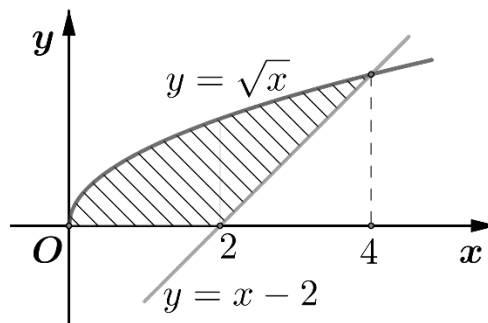
A. $\frac{10}{3}$.

B. 4.

C. $\frac{13}{3}$.

D. $\frac{11}{3}$.

Lời giải



Phương trình hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$:

$$\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Diện tích của hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^4 \sqrt{x} \, dx - \int_2^4 (x - 2) \, dx = \frac{10}{3}$ (đvdt)

Câu 26: Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 2$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là:

A. $I(-1; 1), R = 4$.

B. $I(-1; 1), R = 2$.

C. $I(1; -1), R = 2$.

D. $I(1; -1), R = 4$.

Lời giải

Gọi $z = a + bi$, với $x, y \in \mathbb{R}$, ta có:

$$|z - 1 + i| = 2 \Leftrightarrow |x + yi - 1 + i| = 2 \Leftrightarrow |(x - 1) + (y + 1)i| = 2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 2$.

Câu 27: Cho số phức $z = -2 + 3i$, số phức $(1 + i)\bar{z}$ bằng

A. $-5-i$.

B. $-1+5i$.

C. $1-5i$.

D. $5-i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = -2+3i \Rightarrow \bar{z} = -2-3i$. Do đó $(1+i)\bar{z} = (1+i)(-2-3i) = 1-5i$.

Câu 28: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3-5i$. Tính môđun của z

A. $|z| = \sqrt{17}$.

B. $|z| = 16$.

C. $|z| = 17$.

D. $|z| = 4$.

Lời giải

$$z(1+i) = 3-5i \Leftrightarrow z = \frac{3-5i}{1+i} = -1-4i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}$$

Câu 29: Trên tập số phức, gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Biết A, B lần lượt là hai điểm biểu diễn z_1, z_2 trên mặt phẳng. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $2\sqrt{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1+i \Rightarrow A(1;1) \\ z_2 = 1-i \Rightarrow B(1;-1) \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (0; -2) \Rightarrow AB = 2.$$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án **B**.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu.

A. $r = 2\sqrt{2}$.

B. $r = \sqrt{26}$.

C. $r = 4$.

D. $r = \sqrt{2}$.

Lời giải:

$$\text{Mặt cầu } (S) \text{ có tâm } I(1; -1; 2) \text{ và bán kính } r = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2 - (-2)} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $M(-2; 3; 1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1; -2; 2)$?

A. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -3-2t \\ z = -1+2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2-3t \\ z = 2-t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = -2+3t \\ z = 2+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -2+t \\ y = 3-2t \\ z = 1+2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình tham số của } d \text{ là } \begin{cases} x = -2+t \\ y = 3-2t \\ z = 1+2t \end{cases}$$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m > 6$.

B. $m \geq 6$.

C. $m \leq 6$.

D. $m < 6$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 6 - m.$$

Để phương trình này là phương trình mặt cầu thì $6 - m > 0 \Leftrightarrow m < 6$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $m < 6$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0$ và $(Q): 2x - y + 3 = 0$, với m là tham số thực. Để (P) và (Q) vuông góc thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

A. $m = -5$.

B. $m = 1$.

C. $m = 3$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Chọn B

Vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): \vec{n}(1; m+1; -2)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng $(Q): \vec{m}(2; -1; 0)$.

Theo yêu cầu bài toán: $\vec{n} \cdot \vec{m} = 0 \Leftrightarrow 2 - (m+1) = 0 \Leftrightarrow 2 - m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, tìm vector pháp tuyến của mặt phẳng vuông góc với hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 1 = 0$ và $(Q): 2x - 3y + z + 1 = 0$?

A. $(1; 1; 1)$.

B. $(2; 1; 1)$.

C. $(1; -1; 1)$.

D. $(1; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng vuông góc với hai mặt phẳng $x + 2y - 3z + 1 = 0$ và $2x - 3y + z + 1 = 0$ có vector pháp tuyến vuông góc với hai vector pháp tuyến hai mặt phẳng trên

$$\vec{n} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-7; -7; -7) = -7(1; 1; 1).$$

Do đó vector pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là $(1; 1; 1)$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) chứa trục Oy và đi qua điểm $M(1; -1; 1)$ là:

A. $(1; 0; -1)$.

B. $(1; 0; 1)$.

C. $(1; -1; 0)$.

D. $(1; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn A

(P) qua O và có VTPT là $\vec{n} = \left[\vec{j}; \vec{OM} \right] = (1; 0; -1)$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: (1,0 điểm) Tính tích phân sau: $I = \int_1^{e^2} \frac{\ln x}{x\sqrt{1+4\ln x}} dx$.

Lời giải

$$\text{Đặt } \sqrt{1+4\ln x} = t \Rightarrow \ln x = \frac{t^2-1}{4} \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{1}{2}t \cdot dt$$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x=1 \Rightarrow t=1 \\ x=e^2 \Rightarrow t=3 \end{cases}$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} I &= \int_1^{e^2} \frac{\ln x}{x\sqrt{1+4\ln x}} dx = \frac{1}{8} \int_1^3 \frac{(t^2-1)t dt}{t} \\ &= \frac{1}{8} \int_1^3 (t^2-1) dt = \frac{1}{8} \left(\frac{t^3}{3} - t \right) \Big|_1^3 \\ &= \frac{1}{8} \left(6 + \frac{2}{3} \right) = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

Câu 37: (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 3 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

Lời giải:

$$\text{Khoảng cách từ } I \text{ đến mặt phẳng } (P): h = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 3 - 1 + 2 \cdot 2 + 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 4.$$

Gọi R là bán kính của mặt cầu (S) , r là bán kính của đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) , ta có $R = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(3;2;-1)$ bán kính $R=5$ là $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 25$.

Câu 38: (0,5 điểm) Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z-3| = |z-1|$ và $(z+2)(\bar{z}-i)$ là số thực. Tính $a+b$.

Lời giải

Ta có $(a, b \in \mathbb{R})$.

$$+) |z-3| = |z-1| \Leftrightarrow |a-3+bi| = |a-1+bi| \Leftrightarrow \sqrt{(a-3)^2 + b^2} = \sqrt{(a-1)^2 + b^2}$$

$$\Leftrightarrow (a-3)^2 + b^2 = (a-1)^2 + b^2 \Leftrightarrow -4a + 8 = 0 \Leftrightarrow a = 2.$$

$$\begin{aligned} +) (z+2)(\bar{z}-i) &= (a+bi+2)(a-bi-i) = [(a+2)+bi][a-(b+1)i] \\ &= a(a+2) + b(b+1) - (a+2b+2)i. \end{aligned}$$

$$(z+2)(\bar{z}-i) \text{ là số thực } \Leftrightarrow a+2b+2=0.$$

Thay $a=2$ tìm được $b=-2$. Vậy $a+b=0$.

Câu 39: (0,5 điểm) Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-2i|=1$. Số phức $z-i$ có môđun nhỏ nhất là

Lời giải

Cách 1:

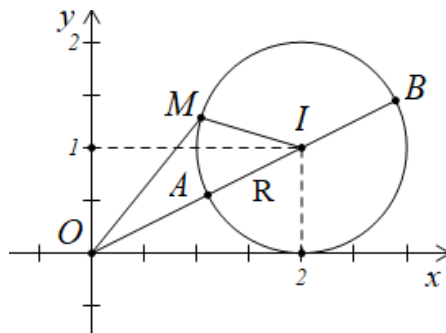
Đặt $w = z - i \Rightarrow z = w + i$.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn hình học của số phức w .

Từ giả thiết $|z - 2 - 2i| = 1$ ta được:

$$|w + i - 2 - 2i| = 1 \Leftrightarrow |w - 2 - i| = 1 \Leftrightarrow |(x - 2) + (y - 1)i| = 1 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1.$$

Suy ra tập hợp những điểm $M(x; y)$ biểu diễn cho số phức w là đường tròn (C) có tâm $I(2; 1)$ bán kính $R = 1$.



Giả sử OI cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B với A nằm trong đoạn thẳng OI .

Ta có $|w| = OM$

$$\text{Mà } OM + MI \geq OI \Leftrightarrow OM + MI \geq OA + AI \Leftrightarrow OM \geq OA$$

Nên $|w|$ nhỏ nhất bằng $OA = OI - IA = \sqrt{5} - 1$ khi $M \equiv A$.

Cách 2:

Từ $|z - 2 - 2i| = 1 \Rightarrow (a - 2)^2 + (b - 2)^2 = 1$ với $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$a - 2 = \sin x; \quad b - 2 = \cos x \Rightarrow a = 2 + \sin x, \quad b = 2 + \cos x$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } |z - i| &= |2 + \sin x + (2 + \cos x)i - i| = \sqrt{(2 + \sin x)^2 + (1 + \cos x)^2} \\ &= \sqrt{6 + (4 \sin x + 2 \cos x)} \end{aligned}$$

$$\geq \sqrt{6 - \sqrt{(4^2 + 2^2)(\sin^2 x + \cos^2 x)}} = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} = \sqrt{5} - 1$$

$$\text{Nên } |z - i| \text{ nhỏ nhất bằng } \sqrt{5} - 1 \text{ khi } \begin{cases} 4 \cos x = 2 \sin x \\ 4 \sin x + 2 \cos x = -2\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \\ \cos x = \frac{-\sqrt{5}}{5} \end{cases}$$

$$\text{Ta được } z = \left(2 - \frac{2\sqrt{5}}{5}\right) + \left(2 - \frac{\sqrt{5}}{5}\right)i$$

Cách 3:

Sử dụng bất đẳng thức $\left||z_1|-|z_2|\right|\leq|z_1+z_2|\leq|z_1|+|z_2|$

$$|z-i|=|(z-2-2i)+(2+i)|\geq|z-2-2i|-|2+i|=\sqrt{5}-1$$