

PHẦN I (12,0 điểm). Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 24.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Một hộp chứa 20 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Rút ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ. Tính xác suất để rút được ít nhất 1 thẻ mang số chia hết cho 5.

A. $\frac{11}{19}$.

B. $\frac{8}{19}$.

C. $\frac{29}{57}$.

D. $\frac{28}{57}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC có cạnh $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $c^2 = a^2 + b^2 - 2bc \cdot \cos B$.

B. $\cos A = \frac{b+c-a}{2bc}$.

C. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos A$.

D. $a = \frac{b \sin A}{\sin B}$.

Câu 3: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Giá trị của biểu thức $P = \overrightarrow{CA} \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC})$ bằng

A. a^2 .

B. $-3a^2$.

C. $3a^2$.

D. $-a^2$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\vec{a} = (2;1)$, $\vec{b} = (3;4)$, $\vec{c} = (7;2)$. Cho biết $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$. Khi đó

A. $m = \frac{1}{5}; n = \frac{-3}{5}$.

B. $m = \frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$.

C. $m = -\frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$.

D. $m = \frac{22}{5}; n = \frac{3}{5}$.

Câu 5: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 10x + 5y - 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$.

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

D. $\frac{3}{10}$.

Câu 6: Cho tập hợp $A = [m; m+2]$, $B = [-1; 2]$. Tìm điều kiện của m để $A \subset B$.

A. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 0$

B. $-1 \leq m \leq 0$

C. $1 \leq m \leq 2$

D. $m < -1$ hoặc $m > 2$

Câu 7: Cho các chữ số 1, 2, 3, ..., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.

A. 168

B. 170

C. 164

D. 172

Câu 8: Trên hệ trục tọa độ Oxy , có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-10; 10]$ để phương trình $x^2 + y^2 - 2(m+1)x + 4y + 7m + 5 = 0$ là phương trình đường tròn?

A. 16.

B. 11.

C. 15.

D. 12.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho tam giác ABC có $A(1;0)$; $B(-1;1)$; $C(5;-1)$. Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là

A. $H(-1;-9)$.

B. $H(-8;-27)$.

C. $H(-2;5)$.

D. $H(3;14)$.

Câu 10: Hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $(x+3)^5$ là

A. 90.

B. 5.

C. 10.

D. 30.

Câu 11: Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 5$.

C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$.

D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1;2)$. Gọi A, B là hình chiếu của M lên Ox, Oy . Viết phương trình đường thẳng AB .

A. $2x + y - 2 = 0$.

B. $x + y - 3 = 0$.

C. $2x + y + 2 = 0$.

D. $x + 2y - 1 = 0$.

Câu 13: Tìm phương trình chính tắc của Elip có tiêu cự bằng 4 và đi qua điểm $A(0;6)$.

- A. $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{36} = 1$. B. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$. D. $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Câu 14: Một hộp có 4 quả cầu vàng, 5 quả cầu trắng và 6 quả cầu xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu. Tính xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có không quá hai màu.

- A. $\frac{369}{455}$. B. $\frac{67}{91}$. C. $\frac{69}{91}$. D. $\frac{335}{455}$.

Câu 15: Sản lượng lúa (tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng phân bố tần số sau đây:

Sản lượng	20	21	22	23	24
Tần số	5	8	n	m	6

Tìm $n^2 - m^2$ biết sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng là 22,1 tạ.

- A. 221. B. 10. C. 11. D. 21.

Câu 16: Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$. B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. C. $MABC$ là hình bình hành. D. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 17: Cho đường thẳng $d: 5x + 3y - 7 = 0$. Vector nào sau đây là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{n}_3 = (5; 3)$. B. $\vec{n}_4 = (-5; -3)$. C. $\vec{n}_2 = (3; -5)$. D. $\vec{n}_1 = (3; 5)$.

Câu 18: Cho tam giác ABC có M thuộc cạnh BC sao cho $CM = 2MB$ và I là trung điểm của AB . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Câu 19: Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 - 13x + 16} = 7 - x$ là

- A. -1. B. -2. C. 2. D. 1.

Câu 20: Cho tam giác ABC với phân giác trong AD . Biết $AB = 5$, $BC = 6$, $CA = 7$. Khi đó $\overrightarrow{AD}$ bằng:

- A. $\frac{5}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$. B. $\frac{7}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$. C. $\frac{7}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$. D. $\frac{5}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$.

Câu 21: Cho tập hợp $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau và luôn có mặt chữ số 5 được lập từ các chữ số thuộc tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S , xác định và tính số phần tử của không gian mẫu?

- A. 2880. B. 6720. C. 3720. D. 56.

Câu 22: Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

- A. 36 số. B. 108 số. C. 228 số. D. 144 số.

Câu 23: Cần xếp 12 bạn, trong đó có An và Bình thành một hàng dọc để chuẩn bị cho 1 tiết mục múa. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau để An và Bình đứng cạnh nhau?

- A. 7.257.600 cách. B. 79.833.600 cách. C. 958.003.200 cách. D. 479.001.600 cách.

Câu 24: Khai triển biểu thức $(a + bx)^4$, viết các số hạng theo thứ tự bậc của x tăng dần, nhận được biểu thức gồm hai số hạng đầu tiên là $16 - 96x$. Tính $S = a^2 + b^2$

- A. $S = 2$. B. $S = 12$. C. $S = 9$. D. $S = 13$.

PHẦN II (5,0 điểm). Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a. Có 216 số tự nhiên gồm 3 chữ số.
b. Có 60 số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau.
c. Có 40 số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 2.
d. Có 180 số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

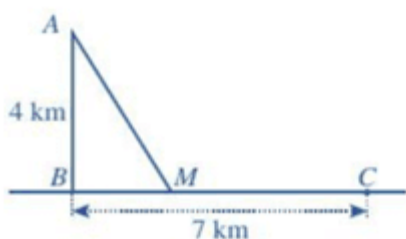
Câu 2: Xét phép thử T: “Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần liên tiếp”. Gọi A là biến cố “Có ít nhất một lần xuất hiện mặt có số chấm là số chẵn”.

- Không gian mẫu của T gồm 12 phần tử.
- $\bar{A}$ là biến cố “Không có lần nào xuất hiện mặt có số chấm là số chẵn”.
- Xác suất biến cố A là $P(A) = \frac{1}{4}$.
- Gọi m, n lần lượt là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ nhất và thứ hai. Xác suất để phương trình $x^2 + mx + 4n = 0$ có nghiệm là $\frac{1}{9}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$ và đường thẳng Δ có phương trình: $x + my - 2m + 3 = 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

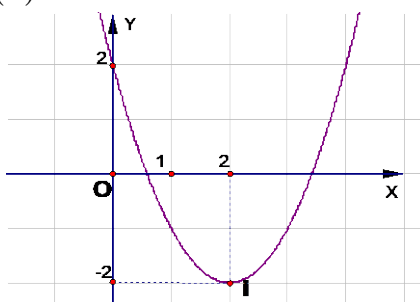
- Toạ độ tâm I của đường tròn là $I(2; 2)$.
- Tâm I của đường tròn nằm trên đường thẳng Δ khi $m = \frac{1}{4}$.
- Có 1 số nguyên dương của m để Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt.
- Khi Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B thì giá trị lớn nhất của diện tích tam giác IAB bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 4: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng cách $AB = 4$ km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7 km. Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 3 km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 5 km/h như hình vẽ. Đặt $BM = x$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?



- Đặt $BM = x$ thì điều kiện của x là $x \in [0; 7]$.
- Thời gian người canh hải đăng đi từ M đến C là $\frac{7-x}{5}$.
- Nếu thời gian người đó đi từ A đến C là 148 phút thì khoảng cách từ vị trí B đến M là 4 km.
- Quãng đường đi từ A đến M là $AM = \sqrt{16 - x^2}$.

Câu 5: Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Xác định tính đúng – sai của các mệnh đề sau :

- Trục đối xứng của đồ thị là đường thẳng $y = 2$.
- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- Có tất cả 3 giá trị nguyên của x để $f(x) \leq 0$.
- Phương trình $f(2 - f(x)) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt.

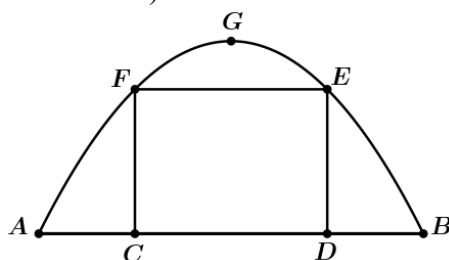
PHẦN III (3,0 điểm). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho đường thẳng $\Delta_m : (m-2)x + (m+1)y - 5m + 1 = 0$ với m là tham số, và điểm $A(-3;9)$.

Giả sử $m = \frac{a}{b}$ (là phân số tối giản) để khoảng cách từ A đến đường thẳng Δ_m là lớn nhất. Khi đó hãy tính giá trị của biểu thức $S = 2a - b$.

Câu 2: Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ?

Câu 3: Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên. Biết chiều cao cổng parabol là 4 m còn kích thước cửa ở giữa là $3m \times 4m$. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B . (xem hình vẽ bên dưới)



Câu 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm $I(1;0)$, bán kính $R=5$. Chân các đường cao kẻ từ B, C lần lượt là $H(3;1), K(0;-3)$. Tính bình phương bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BCHK$, biết rằng điểm A có tung độ dương.

Câu 5: Số các giá trị nguyên của tham số $m \in [-2021; 2021]$ để phương

trình: $x^2 + (2-m)x + 4 = 4\sqrt{x^3 + 4x}$ có nghiệm là bao nhiêu?

Câu 6: Biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \dots + C_{2n+1}^{2n} = 1024$. Tổng các hệ số nguyên trong khai triển thành đa thức của $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}x^2\right)^n$ bằng bao nhiêu?

----- HẾT -----

Thí sinh KHÔNG được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

SỞ GD&ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT TRIỆU SƠN 4

(Đáp án có 06 trang)

Mã đề: 101

ĐÁP ÁN ĐỀ KSCL HỌC SINH GIỎI NĂM HỌC 2023 - 2024

Môn: TOÁN. Lớp 10

Thời gian: 90 phút. Không kể thời gian giao đề
(Ngày kiểm tra: 23/05/2024)

PHẦN I: (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

1C	2D	3D	4B	5C	6B	7A	8C
9B	10A	11C	12A	13D	14B	15D	16D
17C	18B	19A	20C	21C	22B	23B	24D

PHẦN II: CÂU HỎI ĐÚNG, SAI

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**.

- Thí sinh chỉ lựa chọn đúng chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**
- Thí sinh chỉ lựa chọn đúng chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**
- Thí sinh chỉ lựa chọn đúng chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**
- Thí sinh chỉ lựa chọn đúng chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được **1 điểm**

CÂU 1	CÂU 2	CÂU 3	CÂU 4	CÂU 5
a) Đ	a) S	a) S	a) Đ	a) S
b) S	b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) S	c) S	c) S	c) S	c) Đ
d) S	d) Đ	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	3	1224	8	12,5	2024	15

Lời giải chi tiết một số câu VD-VDC

Câu 1: Cho đường thẳng $\Delta_m: (m-2)x + (m+1)y - 5m + 1 = 0$ với m là tham số, và điểm $A(-3;9)$. Giả sử $m = \frac{a}{b}$ (là phân số tối giản) để khoảng cách từ A đến đường thẳng Δ_m là lớn nhất. Khi đó hãy tính giá trị của biểu thức $S = 2a - b$.

Lời giải

Ta có $\Delta_m: (m-2)x + (m+1)y - 5m + 1 = 0 \Leftrightarrow m(x+y-5) + (-2x+y+1) = 0$

Khi đó, Δ_m luôn đi qua điểm cố định $M(2;3)$.

Gọi $d = d(A, \Delta_m) = AH, H \in \Delta_m \Rightarrow d \leq AM$.

$\Rightarrow d$ lớn nhất khi $H \equiv M$ hay M là hình chiếu của A trên Δ .

Ta có $\overrightarrow{AM}(5; -6)$ và Δ_m có vector chỉ phương $\vec{u}(m+1; 2-m)$.

Đường thẳng $AM \perp \Delta_m \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0$

$$\Leftrightarrow 5(m+1) - 6(2-m) = 0 \Leftrightarrow 11m - 7 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{7}{11} \Rightarrow S = 2a - b = 2.7 - 11 = 3.$$

Câu 2: Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ?

Lời giải

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau là $\overline{abcd}; a \neq 0$.

Trường hợp 1: Số được lập có 4 chữ số chẵn, có $4! = 24$ (số).

Trường hợp 2: Số được lập có 1 chữ số lẻ và 3 chữ số chẵn:

Chọn 1 số lẻ có 5 cách

Chọn vị trí cho số lẻ có 4 cách

Chọn 3 số chẵn từ 4 số chẵn và xếp vào 3 vị trí có: A_4^3 cách

Suy ra, có $5.4.A_4^3 = 480$ (số).

Trường hợp 3: Số được lập có 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn,

Chọn vị trí cho hai số lẻ có 3 cách (hai số lẻ xếp vào các vị trí: ac;bd;ad)

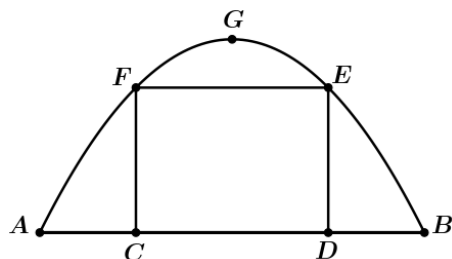
Chọn 2 số lẻ từ 5 số lẻ và xếp vào 2 vị trí có: A_5^2 cách

Chọn 2 số chẵn từ 4 số chẵn và xếp vào 2 vị trí còn lại có: A_4^2 cách

Suy ra, có $3.A_5^2.A_4^2 = 720$ (số).

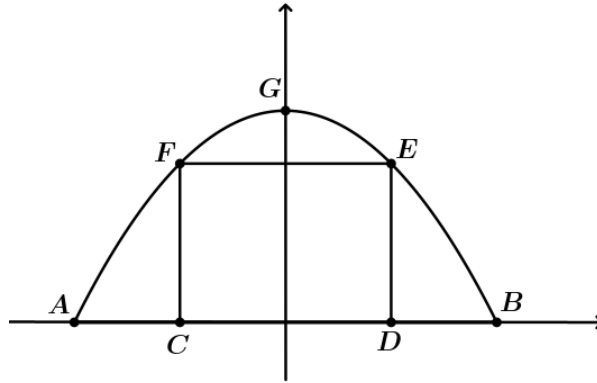
Do đó, số các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ là: $24 + 480 + 720 = 1224$.

Câu 3: Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên. Biết chiều cao cổng parabol là 4m còn kích thước cửa ở giữa là $3m \times 4m$. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B . (xem hình vẽ bên dưới)



Lời giải

Ta có:



Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, chiếc cổng là 1 phần của parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$.

Do parabol (P) đối xứng qua trục tung nên có trục đối xứng $x = 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$.

Chiều cao của cổng parabol là 4m nên tọa độ đỉnh của (P) là $G(0;4)$.

Thế vào (P) ta được: $4 = a.0^2 + b.0 + c \Rightarrow c = 4 \Rightarrow (P): y = ax^2 + 4$

Kích thước cửa ở giữa là $3\text{m} \times 4\text{m}$ nên $E(2;3) \in (P) \Rightarrow 3 = a.2^2 + 4 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$.

Vậy $(P): y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$.

A và B là giao điểm của (P) và trục hoành.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục hoành:

$$-\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases} \text{ nên } A(-4;0), B(4;0) \text{ hay } AB = 8 \text{ m}$$

Câu 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm $I(1;0)$, bán kính $R = 5$. Chân các đường cao kẻ từ B, C lần lượt là $H(3;1), K(0;-3)$. Tính bình phương bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BCHK$, biết rằng điểm A có tung độ dương.

[Lời giải](#)



Dựng tiếp tuyến của đường tròn (C) tại A . Ta có $\widehat{CAx} = \widehat{CBA} = s\widehat{AC}$ (1)

Mặt khác: $\widehat{CBA} = \widehat{AHK}$ (Vì tứ giác $BCHK$ nội tiếp) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{CAx} = \widehat{AHK}$. Vậy $HK \parallel Ax$, nên $HK \perp AI$.

Đường thẳng AI đi qua I và nhận $\overrightarrow{HK}$ làm véc tơ pháp tuyến nên có phương trình là:

$$3(x-1)+4y=0 \Leftrightarrow 3x+4y-3=0.$$

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x+4y-3=0 \\ (x-1)^2+y^2=25 \end{cases} \Rightarrow A(-3;3)$ (vì A có tung độ dương).

Đường thẳng AB đi qua A và K nên có phương trình: $2x + y + 3 = 0$.

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x + y + 3 = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Rightarrow B(1; -5)$ (vì B khác A).

Đường thẳng AC đi qua A và H nên có phương trình: $x + 3y - 6 = 0$.

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+3y-6=0 \\ (x-1)^2+y^2=25 \end{cases} \Rightarrow C(6;0)$ (vì C khác A).

Vậy đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BCHK$ có đường kính BC bằng $\frac{25}{2} = 12,5$.

Câu 5: Số các giá trị nguyên của tham số $m \in [-2021; 2021]$ để phương trình:

$x^2 + (2 - m)x + 4 = 4\sqrt{x^3 + 4x}$ có nghiệm là bao nhiêu?

Lời giải

Điều kiện: $x \geq 0$

Ta có $x^2 + (2 - m)x + 4 = 4\sqrt{x^3 + 4x}$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4 + (2 - m)x = 4\sqrt{(x^2 + 4)x} \quad (1)$$

Với $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình.

Với $x > 0$ phương trình (1) trở thành: $\frac{x^2 + 4}{x} + (2 - m) = 4\sqrt{\frac{x^2 + 4}{x}} \quad (2)$

Đặt $t = \sqrt{\frac{x^2 + 4}{x}} = \sqrt{x + \frac{4}{x}} \geq \sqrt{2\sqrt{4}} = 2 \Rightarrow t \geq 2$

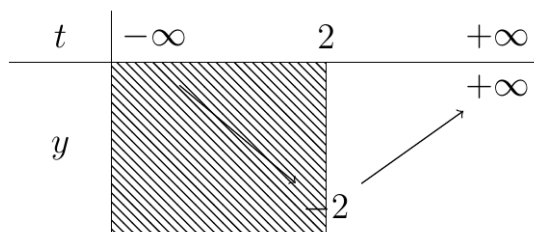
Phương trình (2) trở thành: $t^2 - 4t + 2 - m = 0$.

$$\Leftrightarrow t^2 - 4t + 2 = m \quad (*)$$

Để phương trình đã cho có nghiệm thì phương trình (*) có nghiệm lớn hơn hoặc bằng 2.

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm $y = t^2 - 4t + 2$ và đường thẳng $y = m$.

Xét hàm số $y = t^2 - 4t + 2$ với $t \geq 2$.



Dựa vào BBT, để phương trình đã cho có nghiệm thì phương trình (*) có nghiệm lớn hơn hoặc bằng 2 suy ra $m \geq -2$.

Suy ra số các giá trị nguyên của tham số $m \in [-2021; 2021]$ để phương trình có nghiệm là 2024.

Câu 6: Biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \dots + C_{2n+1}^{2n} = 1024$. Tổng các hệ số nguyên trong khai triển thành đa thức của $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}x^2\right)^n$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 15.

Ta có $(x + 1)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 x^{2n+1} + C_{2n+1}^1 x^{2n} + \dots + C_{2n+1}^{2n} x + C_{2n+1}^{2n+1} \quad (1)$.

Thay $x = 1$ vào (1) ta được $2^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} \quad (2)$.

Thay $x = -1$ vào (1) ta được $0 = -C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 - \dots - C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} \quad (3)$.

Lấy (2) - (3) vế theo vế ta được $2^{2n+1} = 2(C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n})$.

Theo đề $2^{2n+1} = 2.1024 \Leftrightarrow n = 5$.

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}x^2\right)^5$ là:

$$T_{k+1} = C_5^k \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{5-k} \cdot \left(-\frac{2}{3}x^2\right)^k = C_5^k \cdot (-1)^k \cdot 3^{5-2k} \cdot 2^{2k-5} x^{2k}.$$

Ta có bảng sau

k	0	1	2	3	4	5
$C_5^k \cdot (-1)^k \cdot 3^{5-2k} \cdot 2^{2k-5}$	$\frac{243}{32}$	$-\frac{135}{8}$	15	$-\frac{20}{3}$	$\frac{40}{27}$	$-\frac{32}{243}$

Vậy tổng các hệ số nguyên là 15.

-----HẾT-----