

Họ và tên:

Số báo danh:

Mã đề 101

Câu 1. Xét $I = \int_0^1 2x(x^2 + 2)^{2022} dx$, nếu đặt $u = x^2 + 2$ thì I bằng

- A. $\int_2^3 u^{2022} du$. B. $\int_0^1 u^{2022} du$. C. $\frac{1}{2} \int_2^3 u^{2022} du$. D. $2 \int_2^3 u^{2022} du$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 8$ và $u_2 = 4$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. -2. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log(x-1) - \log(2x+3) = 0$ là

- A. $\left\{-4; \frac{2}{3}\right\}$. B. $\{2\}$. C. $\{-4\}$. D. \emptyset .

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{5}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $[1; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 5. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ tập $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

- A. C_6^4 . B. C_5^4 . C. A_5^4 . D. A_6^4 .

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int \cos x dx = \sin x + C$. B. $\int a^x dx = a^x \ln a + C$ ($0 < a \neq 1$).
- C. $\int f'(x) dx = f(x) + C$. D. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \forall \alpha \neq -1$.

Câu 7. Một khối lăng trụ có thể tích bằng V , diện tích mặt đáy bằng S . Chiều cao của khối lăng trụ đó bằng

- A. $\frac{V}{S}$. B. $\frac{S}{3V}$. C. $\frac{3V}{S}$. D. $\frac{S}{V}$.

Câu 8. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{5x-1}{x+2}$?

- A. $x = -2$. B. $y = 5$. C. $x = 5$. D. $x = 2$.

Câu 9. Hàm số $f(x) = 2^{x+4}$ có đạo hàm là

- A. $f'(x) = 4 \cdot 2^{x+4} \cdot \ln 2$. B. $f'(x) = \frac{2^{x+4}}{\ln 2}$. C. $f'(x) = \frac{4 \cdot 2^{x+4}}{\ln 2}$. D. $f'(x) = 2^{x+4} \cdot \ln 2$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		1		-3		$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = -2$. C. $x = -1$. D. $x = -3$.

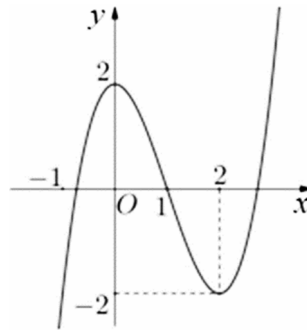
Câu 11. Tính thể tích của khối trụ biết bán kính đáy của khối trụ đó bằng a và chiều cao bằng $2a$

- A. $4\pi a^3$. B. $2\pi a^3$. C. $2\pi a^2$. D. πa^3 .

Câu 12. Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. C. $y = x^3 + 3x$. D. $y = x^3 - 3x$.

Câu 13. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là:



- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 14. Cho hình nón có bán kính đáy $R = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

- A. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. B. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = 12\pi$. D. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$.

Câu 15. Trên khoảng $(-\infty; -2)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+2}$ là

- A. $\ln|x+2| + C$. B. $\frac{1}{2}\ln|x+2| + C$. C. $\frac{1}{x+2} + C$. D. $\frac{-1}{(x+2)^2} + C$.

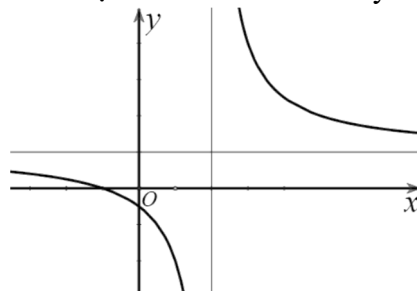
Câu 16. Tích phân $\int_0^1 e^{3x} dx$ bằng

- A. $e - 1$. B. $e^3 + \frac{1}{2}$. C. $e^3 - 1$. D. $\frac{e^3 - 1}{3}$.

Câu 17. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 2 + 6i$. Tích $z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. $2 - 12i$. B. $14 + 2i$. C. $14 - 10i$. D. $-10 + 2i$.

Câu 18. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới đây?



- A. $y = x^3 + x^2 - x + 1$. B. $y = \log_3 x$. C. $y = \sqrt{x}$. D. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

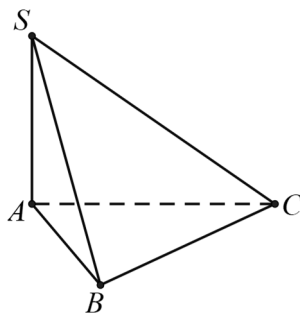
Câu 19. Xét hai số phức z_1, z_2 tùy ý. Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A. $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$. B. $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$. C. $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$. D. $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 0; 0)$ và bán kính bằng 2 có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 2$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 2$. D. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. D. $\sqrt{3}a^3$.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

- A. $P(1;0;0)$. B. $Q(0;2;0)$. C. $M(0;2;3)$. D. $N(1;0;3)$.

Câu 23. Hàm số $y = x^4 - x^2 + 3$ có mấy điểm cực trị?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 24. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của z .

- A. $-2i$. B. -2 . C. 2. D. $2i$.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 7z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. C. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 + 2t \\ z = 7 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Biết mặt phẳng (P) có phương trình $ax + by + cz - 14 = 0$. Tính tổng $T = a + b + c$.

- A. 8. B. 14. C. 11. D. 6.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(7;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 6 = 0$. Mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $(x-7)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = \frac{49}{9}$. B. $(x-7)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = \frac{7}{3}$.
C. $(x+7)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = \frac{7}{3}$. D. $(x+7)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = \frac{49}{9}$.

Câu 28. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ bằng

- A. -1 . B. -2 . C. 2. D. 1.

Câu 29. Một em bé có bộ 7 thẻ chữ, trên mỗi thẻ có ghi một chữ cái, trong đó có 2 thẻ chữ T giống nhau, một thẻ chữ H, một thẻ chữ P, một thẻ chữ C, một thẻ chữ L và một thẻ chữ S. Em bé xếp theo hàng ngang ngẫu nhiên 7 thẻ đó. Xác suất em bé xếp được dãy theo thứ tự THPTCLS là

- A. $\frac{1}{7!}$. B. $\frac{2}{7!}$. C. $\frac{1}{7}$. D. $\frac{1}{2 \times 6!}$.

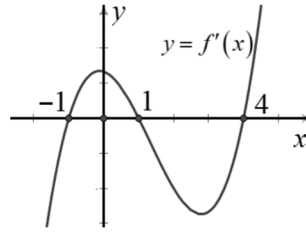
Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = \sqrt{3}a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy (ABC) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 90° . D. 60° .

Câu 31. Tìm số phức z thỏa mãn $\bar{z} + 2z = 9 - 2i$.

- A. $z = 2 - 3i$. B. $z = 3 - 2i$. C. $z = 3 + 2i$. D. $z = 3 + i$.

Câu 32. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(1;4)$. B. $(0;3)$. C. $(-\infty;0)$. D. $(-1;1)$.

Câu 33. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2} < 5^{5x+2}$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 34. Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_3 a + \log_3 b = \log_9(ab)$. Tính giá trị của ab .

- A. $ab = 1$. B. $ab = \frac{1}{2}$. C. $ab = 0$. D. $ab = 2$.

Câu 35. Khi nuôi tôm trong một hồ tự nhiên, một nhà khoa học đã thống kê được rằng: nếu trên mỗi mét vuông mặt hồ thả x con tôm giống thì cuối vụ mỗi con tôm có cân nặng trung bình là $108 - x^2$ (gam). Hỏi nên thả bao nhiêu con tôm giống trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên đó để cuối vụ thu hoạch được nhiều tôm nhất.

- A. 6. B. 7. C. 9. D. 8.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$. Tọa độ điểm M là

- A. $M(5; -1; -3)$. B. $M(2; 0; -1)$. C. $M(1; 0; 1)$. D. $M(-1; 1; 1)$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (2x+1)f'(x) dx = 10$ và

$$f(0) = 3f(1). \text{ Tính } I = \int_0^1 f(x) dx.$$

- A. $I = 2$. B. $I = -5$. C. $I = -2$. D. $I = 5$.

Câu 38. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh $BA' = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{2a}{3}$. D. $\frac{a}{3}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , tam giác SAB cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng (SCA) và (SCB) bằng 60° . Gọi H là trung điểm của đoạn AB . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

- A. Không tồn tại hình chóp đã cho. B. Thể tích khối chóp $S.AHC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{64}$.

C. Thể tích khối chóp $B.SHC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$.

D. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 40. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-1-2i|=2$ và $|\bar{z}+4|+|z-4|=10$?

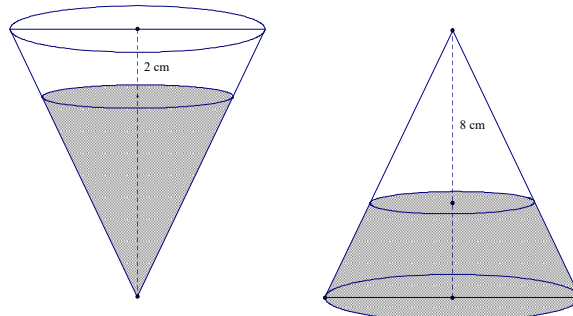
A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 41. Một cái bình thủy tinh có phần không gian bên trong là một hình nón có đỉnh hướng xuống dưới theo chiều thẳng đứng. Rót nước vào bình cho đến khi phần không gian trống trong bình có chiều cao 2 cm. Sau đó đậy kín miệng bình bởi một cái nắp phẳng và lật ngược bình để đỉnh hướng lên trên theo chiều thẳng đứng, khi đó mực nước cao cách đỉnh của nón 8 cm (hình vẽ minh họa bên dưới).



Biết chiều cao của nón là $h = a + \sqrt{b}$ cm. Tính $T = a + b$.

A. 58.

B. 22.

C. 86.

D. 72.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 5$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tìm tích các phân tử của S .

A. 2.

B. -2.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $-\frac{1}{5}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn:

$$2 \cos x \cdot f(1 + 4 \sin x) - \sin 2x \cdot f(3 - 2 \cos 2x) = \sin 4x + 4 \sin 2x - 4 \cos x, \forall x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

Khi đó $I = \int_1^5 f(x) dx$ bằng

A. 16.

B. 0.

C. 2.

D. 8.

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $I(1;0;0)$, điểm $M\left(\frac{7}{9}; \frac{4}{9}; \frac{4}{9}\right)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}. N(a,b,c) \text{ là điểm thuộc đường thẳng } d \text{ sao cho diện tích tam giác } IMN \text{ nhỏ nhất. Khi}$$

đó $a+b+c$ có giá trị bằng:

A. 2.

B. -2.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 45. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_a(x^2 - x - 2) > \log_a(-x^2 + 2x + 3)$. Biết $S = (m; n)$ và $\frac{7}{3}$

thuộc S , tính $m+n$.

A. $m+n = \frac{11}{3}$.

B. $m+n = \frac{7}{2}$.

C. $m+n = \frac{9}{2}$.

D. $m+n = \frac{13}{3}$.

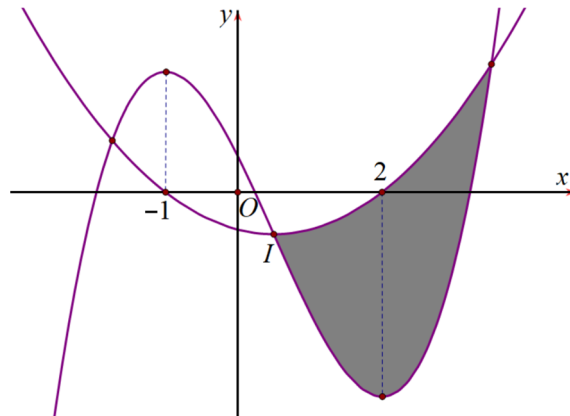
Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $m(e^x - 1) \cdot \ln(mx + 1) + 2e^x = e^{2x} + 1$ có 2 nghiệm phân biệt không lớn hơn 5.

- A. 26. B. 29. C. 28. D. 27.

Câu 47. Cho M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn điều kiện $|5z_1 + 9 - 3i| = 5|z_1|$, $|z_2 - 2| = |z_2 - 3 - i|$, $|z_3 + 1| + |z_3 - 3| = 4$. Khi M, N, P không thẳng hàng, giá trị nhỏ nhất của nửa chu vi p của tam giác MNP là

- A. $\frac{5\sqrt{11}}{13}$. B. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{9\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{10\sqrt{5}}{9}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ với đồ thị là Parabol đỉnh I có tung độ bằng $-\frac{7}{12}$ và hàm số bậc ba $g(x)$. Đồ thị hai hàm số đó cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $18x_1x_2x_3 = -55$ (hình vẽ).



Diện tích miền tô đậm gần số nào nhất trong các số sau đây?

- A. 6,3. B. 6,1. C. 5,9. D. 5,7.

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^3 + (m - 1)x^2 + 2x - m + 2022$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2021; 2022]$ để hàm số $y = |f(x - 2021) - 2022|$ có số điểm cực trị nhiều nhất?

- A. 4040. B. 2022. C. 2023 D. 2021.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $(d_1), (d_2), (d_3)$ có phương trình

$$(d_1): \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = 1 + t_1 \\ z = 1 - 2t_1 \end{cases}, (d_2): \begin{cases} x = 3 + t_2 \\ y = -1 + 2t_2 \\ z = 2 + 2t_2 \end{cases}, (d_3): \begin{cases} x = 4 + 2t_3 \\ y = 4 - 2t_3 \\ z = 1 + t_3 \end{cases}. S(I; R) \text{ là mặt cầu tâm } I \text{ bán kính } R \text{ tiếp}$$

xúc với 3 đường thẳng đó. Giá trị nhỏ nhất của R gần số nào nhất trong các số sau:

- A. 2,3. B. 2,4. C. 2,2. D. 2,1.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Câu	Mã đề 101	Mã đề 102	Mã đề 103	Mã đề 104	Mã đề 105	Mã đề 106
1	A	A	A	A	B	C
2	A	D	D	C	C	B
3	D	D	C	C	A	C
4	C	D	C	A	B	A
5	C	A	B	D	A	C
6	B	A	D	D	C	C
7	A	C	A	C	D	D
8	A	B	C	A	B	B
9	D	B	A	A	D	D
10	B	D	C	B	B	A
11	B	B	B	A	D	C
12	C	B	C	B	A	C
13	A	B	C	A	C	D
14	A	D	C	A	D	A
15	A	A	C	A	A	C
16	D	B	A	A	A	D
17	B	A	C	C	B	D
18	D	A	D	A	B	A
19	D	C	C	D	D	D
20	A	D	A	C	D	C
21	A	D	A	B	D	C
22	C	D	B	C	B	D
23	C	A	C	B	B	A
24	C	B	D	A	A	C
25	B	D	A	A	A	C
26	D	B	D	C	B	B
27	A	A	B	B	C	B
28	D	B	D	C	D	A
29	B	D	B	C	C	A
30	A	D	A	C	C	D
31	B	A	C	B	C	D
32	A	A	D	C	D	A
33	B	C	C	A	B	A
34	A	B	A	B	B	B
35	A	C	D	A	D	D
36	D	C	A	B	A	D
37	B	A	C	B	A	A
38	A	A	A	C	A	B
39	B	A	A	D	C	B
40	B	B	B	C	D	D
41	C	B	B	C	D	C
42	D	C	D	D	A	A
43	B	C	C	D	D	D
44	B	A	C	B	C	D
45	C	A	C	D	B	A
46	C	C	A	D	A	A
47	B	A	B	D	C	D
48	D	D	B	B	B	B
49	D	D	D	D	B	D
50	D	A	A	A	B	A

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề Góc

Câu 1. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ tập $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

- A. C_5^4 . B. C_6^4 . C. A_5^4 . D. A_6^4 .

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 8$ và $u_2 = 4$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. -2 . D. 2 .

Câu 3. Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^3 + 3x$. C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$		$+\infty$
y	$-\infty$		1		-3		$+\infty$	

Hàm số đạt cực đại tại điểm

- A. $x = -3$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

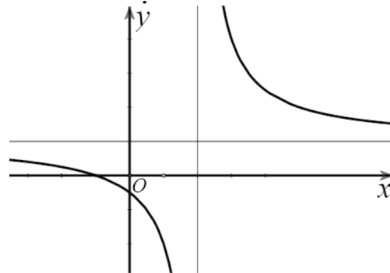
Câu 5. Hàm số $y = x^4 - x^2 + 3$ có mấy điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 6. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{5x-1}{x+2}$?

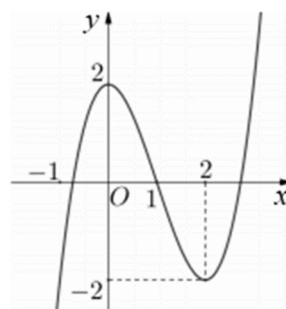
- A. $y = 5$. B. $x = 5$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Câu 7. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới đây?



- A. $y = x^3 + x^2 - x + 1$. B. $y = \sqrt{x}$. C. $y = \frac{x+1}{x-2}$. D. $y = \log_3 x$.

Câu 8. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là:

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{5}}$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[1; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 10. Hàm số $f(x) = 2^{x+4}$ có đạo hàm là

- A. $f'(x) = 2^{x+4} \cdot \ln 2$. B. $f'(x) = 4 \cdot 2^{x+4} \cdot \ln 2$. C. $f'(x) = \frac{2^{x+4}}{\ln 2}$. D. $f'(x) = \frac{4 \cdot 2^{x+4}}{\ln 2}$.

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\log(x-1) - \log(2x+3) = 0$ là

- A. $\left\{-4; \frac{2}{3}\right\}$. B. $\{2\}$. C. $\{-4\}$. D. \emptyset .

Câu 12. Trên khoảng $(-\infty; -2)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+2}$ là

- A. $\frac{1}{x+2} + C$. B. $\ln|x+2| + C$. C. $\frac{-1}{(x+2)^2} + C$. D. $\frac{1}{2} \ln|x+2| + C$.

Câu 13. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$. B. $\int \cos x dx = \sin x + C$.
C. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \forall \alpha \neq -1$. D. $\int a^x dx = a^x \ln a + C (0 < a \neq 1)$.

Câu 14. Tích phân $\int_0^1 e^{3x} dx$ bằng

- A. $e^3 + \frac{1}{2}$. B. $e - 1$. C. $\frac{e^3 - 1}{3}$. D. $e^3 - 1$.

Câu 15. Xét $I = \int_0^1 2x(x^2 + 2)^{2022} dx$, nếu đặt $u = x^2 + 2$ thì I bằng

- A. $\int_2^3 u^{2022} du$. B. $\int_0^1 u^{2022} du$. C. $2 \int_2^3 u^{2022} du$. D. $\frac{1}{2} \int_2^3 u^{2022} du$.

Câu 16. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của z .

- A. -2 . B. $2i$. C. 2 . D. $-2i$.

Câu 17. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 2 + 6i$. Tích $z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. $-10 + 2i$. B. $2 - 12i$. C. $14 - 10i$. D. $14 + 2i$.

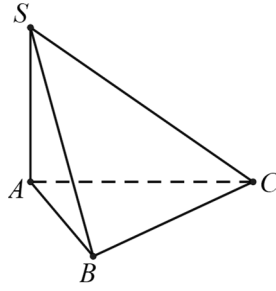
Câu 18. Xét hai số phức z_1, z_2 tùy ý. Phát biểu nào sau đây sai?

- A. $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$. B. $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$. C. $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$. D. $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$.

Câu 19. Một khối lăng trụ có thể tích bằng V , diện tích mặt đáy bằng S . Chiều cao của khối lăng trụ đó bằng

- A. $\frac{S}{V}$. B. $\frac{3V}{S}$. C. $\frac{V}{S}$. D. $\frac{S}{3V}$.

Câu 20. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 21. Cho hình nón có bán kính đáy $R = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

- A. $S_{xq} = 12\pi$. B. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$. D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

Câu 22. Tính thể tích của khối trụ biết bán kính đáy của khối trụ đó bằng a và chiều cao bằng $2a$

- A. $2\pi a^3$. B. πa^3 . C. $4\pi a^3$. D. $2\pi a^2$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

- A. $M(0;2;3)$. B. $N(1;0;3)$. C. $P(1;0;0)$. D. $Q(0;2;0)$.

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 7z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 + 2t \\ z = 7 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.
- C. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;0;0)$ và bán kính bằng 2 có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 2$. B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 2$.
- C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 4$. D. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 4$.

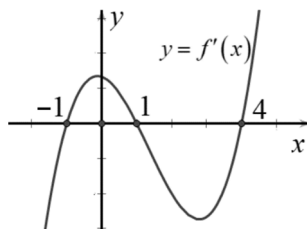
Câu 26. Một em bé có bộ 7 thẻ chữ, trên mỗi thẻ có ghi một chữ cái, trong đó có 2 thẻ chữ T giống nhau, một thẻ chữ H, một thẻ chữ P, một thẻ chữ C, một thẻ chữ L và một thẻ chữ S. Em bé xếp theo hàng ngang ngẫu nhiên 7 thẻ đó. Xác suất em bé xếp được dãy theo thứ tự THPTCLS là

- A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{1}{2 \times 6!}$. C. $\frac{2}{7!}$. D. $\frac{1}{7!}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = \sqrt{3}a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy (ABC) bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 28. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ như sau



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(1;4)$. B. $(-1;1)$. C. $(0;3)$. D. $(-\infty;0)$.

Câu 29. Khi nuôi tôm trong một hồ tự nhiên, một nhà khoa học đã thống kê được rằng: nếu trên mỗi mét vuông mặt hồ thả x con tôm giống thì cuối vụ mỗi con tôm có cân nặng trung bình là $108 - x^2$ (gam). Hỏi nên thả bao nhiêu con tôm giống trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên đó để cuối vụ thu hoạch được nhiều tôm nhất.

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 30. Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_3 a + \log_3 b = \log_9(ab)$. Tính giá trị của ab .

- A. $ab = 1$. B. $ab = 2$. C. $ab = \frac{1}{2}$. D. $ab = 0$.

Câu 31. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ bằng

- A. 1. B. -2. C. 2. D. -1.

Câu 32. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2} < 5^{5x+2}$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (2x+1)f'(x)dx = 10$

và $f(0) = 3f(1)$. Tính $I = \int_0^1 f(x)dx$.

- A. $I = -5$. B. $I = -2$. C. $I = 2$. D. $I = 5$.

Câu 34. Tìm số phức z thỏa mãn $\bar{z} + 2z = 9 - 2i$.

- A. $z = 3 + 2i$. B. $z = 3 + i$. C. $z = 3 - 2i$. D. $z = 2 - 3i$.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$. Tọa độ điểm M là

- A. $M(2;0;-1)$. B. $M(5;-1;-3)$. C. $M(1;0;1)$. D. $M(-1;1;1)$.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Biết mặt phẳng (P) có phương trình $ax + by + cz - 14 = 0$. Tính tổng $T = a + b + c$.

- A. 8. B. 14. C. 6. D. 11.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(7;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 6 = 0$. Mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $(x+7)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = \frac{49}{9}$. B. $(x+7)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = \frac{7}{3}$.
C. $(x-7)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = \frac{49}{9}$. D. $(x-7)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = \frac{7}{3}$.

Câu 38. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh $BA' = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là:

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 39. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 5$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tìm tích các phần tử của S .

- A. 2. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{-1}{5}$. D. -2.

Câu 40. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_a(x^2 - x - 2) > \log_a(-x^2 + 2x + 3)$. Biết $S = (m; n)$ và $\frac{7}{3}$ thuộc S , tính $m + n$.

- A. $m + n = \frac{13}{3}$. B. $m + n = \frac{7}{2}$. C. $m + n = \frac{11}{3}$. D. $m + n = \frac{9}{2}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn:

$$2 \cos x \cdot f(1 + 4 \sin x) - \sin 2x \cdot f(3 - 2 \cos 2x) = \sin 4x + 4 \sin 2x - 4 \cos x, \forall x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

Khi đó $I = \int_1^5 f(x) dx$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 8. D. 16.

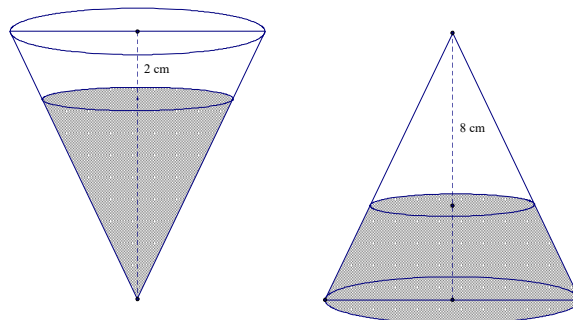
Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = 2$ và $|\bar{z} + 4| + |z - 4| = 10$?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 4.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , tam giác SAB cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng (SCA) và (SCB) bằng 60° . Gọi H là trung điểm của đoạn AB . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

- A. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$. B. Thể tích khối chóp $B.SHC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$.
 C. Thể tích khối chóp $S.AHC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{64}$. D. Không tồn tại hình chóp đã cho.

Câu 44. Một cái bình thủy tinh có phần không gian bên trong là một hình nón có đỉnh hướng xuống dưới theo chiều thẳng đứng. Rót nước vào bình cho đến khi phần không gian trống trong bình có chiều cao 2 cm. Sau đó đậy kín miệng bình bởi một cái nắp phẳng và lật ngược bình để đỉnh hướng lên trên theo chiều thẳng đứng, khi đó mực nước cao cách đỉnh của nón 8 cm (hình vẽ minh họa bên dưới).



Biết chiều cao của nón là $h = a + \sqrt{b}$ cm. Tính $T = a + b$.

- A. 22. B. 58. C. 86. D. 72.

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $I(1;0;0)$, điểm $M\left(\frac{7}{9}; \frac{4}{9}; \frac{4}{9}\right)$ và đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x=2 \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}. N(a,b,c) \text{ là điểm thuộc đường thẳng } d \text{ sao cho diện tích tam giác } IMN$$

nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ có giá trị bằng:

- A. 2. B. -2. C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{5}{2}$.

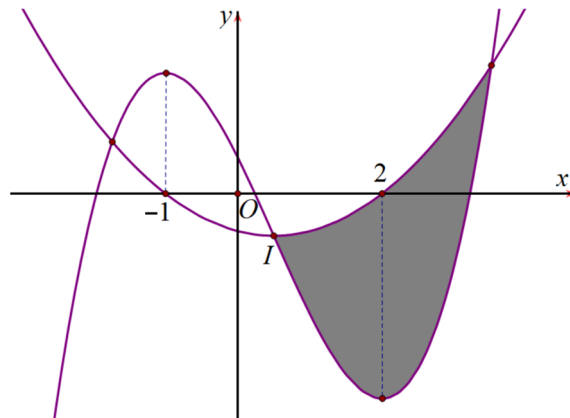
Câu 46. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^3 + (m-1)x^2 + 2x - m + 2022$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2021; 2022]$ để hàm số $y = |f(x-2021) - 2022|$ có số điểm cực trị nhiều nhất?

- A. 2021. B. 2022. C. 4040. D. 2023

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $m(e^x - 1) \cdot \ln(mx + 1) + 2e^x = e^{2x} + 1$ có 2 nghiệm phân biệt không lớn hơn 5.

- A. 26. B. 27. C. 29. D. 28.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ với đồ thị là Parabol đỉnh I có tung độ bằng $-\frac{7}{12}$ và hàm số bậc ba $g(x)$. Đồ thị hai hàm số đó cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $18x_1x_2x_3 = -55$ (hình vẽ).



Diện tích miền tô đậm gần số nào nhất trong các số sau đây?

- A. 5,7. B. 5,9. C. 6,1. D. 6,3.

Câu 49. Cho M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn điều kiện $|5z_1 + 9 - 3i| = 5|z_1|$, $|z_2 - 2| = |z_2 - 3 - i|$, $|z_3 + 1| + |z_3 - 3| = 4$. Khi M, N, P không thẳng hàng, giá trị nhỏ nhất của nửa chu vi p của tam giác MNP là

- A. $\frac{10\sqrt{5}}{9}$. B. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{9\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{5\sqrt{11}}{13}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $(d_1), (d_2), (d_3)$ có phương trình

$$(d_1): \begin{cases} x=1+2t_1 \\ y=1+t_1 \\ z=1-2t_1 \end{cases}, (d_2): \begin{cases} x=3+t_2 \\ y=-1+2t_2 \\ z=2+2t_2 \end{cases}, (d_3): \begin{cases} x=4+2t_3 \\ y=4-2t_3 \\ z=1+t_3 \end{cases}. S(I; R) \text{ là mặt cầu tâm } I \text{ bán kính } R$$

tiếp xúc với 3 đường thẳng đó. Giá trị nhỏ nhất của R gần số nào nhất trong các số sau:

- A. 2,1. B. 2,2. C. 2,3. D. 2,4.

ĐÁP ÁN ĐỀ GỐC

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.B	4.D	5.C	6.D	7.C	8.A	9.A	10.A
11.D	12.B	13.D	14.C	15.A	16.C	17.D	18.D	19.C	20.D
21.B	22.A	23.A	24.B	25.C	26.C	27.C	28.A	29.A	30.A
31.A	32.C	33.A	34.C	35.D	36.C	37.C	38.C	39.C	40.D
41.B	42.C	43.C	44.C	45.B	46.A	47.D	48.A	49.B	50.A

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ tập $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

- A. C_5^4 . B. C_6^4 . C. A_5^4 . D. A_6^4 .

Lời giải

Số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ A là A_5^4 .

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 8$ và $u_2 = 4$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. -2 . D. 2 .

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{2}$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^3 + 3x$. C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Nhận xét $y = x^3 + 3x$ có $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số $y = x^3 + 3x$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

- A. $x = -3$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Lời giải

Qua bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -2$.

Câu 5. Hàm số $y = x^4 - x^2 + 3$ có mấy điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải

Hàm số $y = x^4 - x^2 + 3$ có $ab = 1 \cdot (-1) = -1 < 0$, suy ra hàm số $y = x^4 - x^2 + 3$ có 3 điểm cực trị.

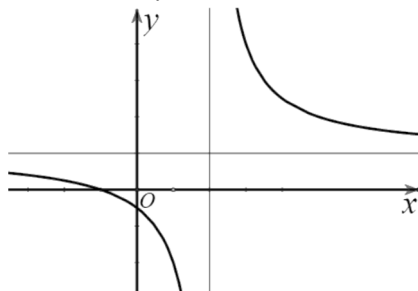
Câu 6. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{5x-1}{x+2}$?

- A.** $y = 5$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{5x-1}{x+2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{5x-1}{x+2} = -\infty$ nên đồ thị có TCD: $x = -2$.

Câu 7. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới đây?

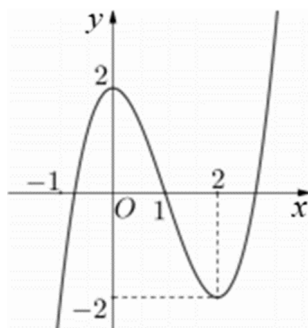


- A.** $y = x^3 + x^2 - x + 1$. **B.** $y = \sqrt{x}$. **C.** $y = \frac{x+1}{x-2}$. **D.** $y = \log_3 x$.

Lời giải

Để nhận thấy dạng đồ thị cho trong bài là của hàm số dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.

Câu 8. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là:



- A.** 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Kẻ đường thẳng $y = 1$ ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt. Như vậy số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là 3.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{5}}$ là

- A.** $(1; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $[1; +\infty)$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = (1; +\infty)$.

Câu 10. Hàm số $f(x) = 2^{x+4}$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = 2^{x+4} \cdot \ln 2$. **B.** $f'(x) = 4 \cdot 2^{x+4} \cdot \ln 2$. **C.** $f'(x) = \frac{2^{x+4}}{\ln 2}$. **D.** $f'(x) = \frac{4 \cdot 2^{x+4}}{\ln 2}$.

Lời giải

Áp dụng công thức $(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$.

Ta có $f'(x) = (2^{x+4})' = 2^{x+4} \cdot \ln 2 \cdot (x+4)' = 2^{x+4} \cdot \ln 2$.

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\log(x-1) - \log(2x+3) = 0$ là

A. $\left\{-4; \frac{2}{3}\right\}$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\{-4\}$. **D.** \emptyset .

Lời giải

Ta có phương trình đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 2x+3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x > 1 \end{cases}$

Phương trình trên vô nghiệm.

Câu 12. Trên khoảng $(-\infty; -2)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+2}$ là

A. $\frac{1}{x+2} + C$. **B.** $\ln|x+2| + C$. **C.** $\frac{-1}{(x+2)^2} + C$. **D.** $\frac{1}{2} \ln|x+2| + C$.

Lời giải

Áp dụng công thức: $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$, ta có $\int \frac{1}{x+2} dx = \ln|x+2| + C$.

Câu 13. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$. **B.** $\int \cos x dx = \sin x + C$.
C. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \forall \alpha \neq -1$. **D.** $\int a^x dx = a^x \ln a + C (0 < a \neq 1)$.

Lời giải

Ta có $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (0 < a \neq 1)$ nên phương án $\int a^x dx = a^x \ln a + C (0 < a \neq 1)$ sai.

Câu 14. Tích phân $\int_0^1 e^{3x} dx$ bằng

A. $e^3 + \frac{1}{2}$. **B.** $e - 1$. **C.** $\frac{e^3 - 1}{3}$. **D.** $e^3 - 1$.

Lời giải

Ta có $\int_0^1 e^{3x} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 e^{3x} d(3x) = \frac{1}{3} e^{3x} \Big|_0^1 = \frac{e^3 - 1}{3}$.

Câu 15. Xét $I = \int_0^1 2x(x^2 + 2)^{2022} dx$, nếu đặt $u = x^2 + 2$ thì I bằng

A. $\int_2^3 u^{2022} du$. **B.** $\int_0^1 u^{2022} du$. **C.** $2 \int_2^3 u^{2022} du$. **D.** $\frac{1}{2} \int_2^3 u^{2022} du$.

Lời giải

$$\text{Xét } I = \int_0^1 2x(x^2 + 2)^{2020} dx = \int_0^1 (x^2 + 2)^{2020} d(x^2 + 2)$$

Đặt $u = x^2 + 2$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow u = 2$; $x = 1 \Rightarrow u = 3$. Khi đó $I = \int_2^3 u^{2020} du$

Câu 16. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của z .

- A. -2 . B. $2i$. C. 2 . D. $-2i$.

Lời giải

Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 3 + 2i$.

Vậy phần ảo của số phức liên hợp của z là 2 .

Câu 17. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 2 + 6i$. Tích $z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. $-10 + 2i$. B. $2 - 12i$. C. $14 - 10i$. D. $14 + 2i$.

Lời giải

Ta có $z_1 \cdot z_2 = (1 - 2i)(2 + 6i) = 14 - 10i$.

Câu 18. Xét hai số phức z_1, z_2 tùy ý. Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A. $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$. B. $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$. C. $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$. D. $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$.

Lời giải

Giả sử $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$), ta có

$$|z_1 + z_2| = \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2} \text{ mà } |z_1| + |z_2| = \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2}$$

Vậy về tổng quát $|z_1 + z_2| \neq |z_1| + |z_2|$.

Câu 19. Một khối lăng trụ có thể tích bằng V , diện tích mặt đáy bằng S . Chiều cao của khối lăng trụ đó bằng

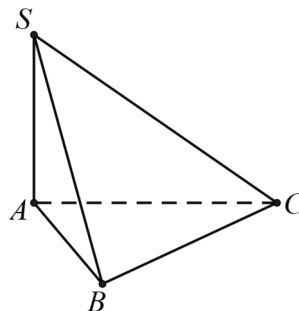
- A. $\frac{S}{V}$. B. $\frac{3V}{S}$. C. $\frac{V}{S}$. D. $\frac{S}{3V}$.

Lời giải

Gọi h là chiều cao của khối lăng trụ.

$$\text{Ta có thể tích khối lăng trụ là } V = S \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{S}.$$

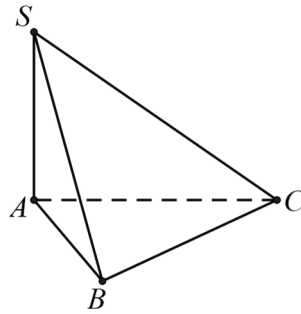
Câu 20. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Lời giải



Vì $SA \perp (ABC)$ nên ta có SA là đường cao của hình chóp hay $h = SA = a$.

Do đáy của hình chóp là tam giác đều cạnh a nên ta có: $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Khi đó thể tích của khối chóp đã cho là: $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \cdot a = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ (đvtt).

Câu 21. Cho hình nón có bán kính đáy $R = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

- A.** $S_{xq} = 12\pi$. **B.** $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$. **D.** $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Ta có $S_{xq} = \pi Rl$. Nên $S_{xq} = \pi\sqrt{3} \cdot 4 = 4\sqrt{3}\pi$.

Câu 22. Tính thể tích của khối trụ biết bán kính đáy của khối trụ đó bằng a và chiều cao bằng $2a$

- A.** $2\pi a^3$. **B.** πa^3 . **C.** $4\pi a^3$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

- A.** $M(0;2;3)$. **B.** $N(1;0;3)$. **C.** $P(1;0;0)$. **D.** $Q(0;2;0)$.

Lời giải

Hình chiếu của điểm $M(x; y; z)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $M'(0; y; z)$

Nên $M(0;2;3)$ là hình chiếu của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) .

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 7z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A.
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 + 2t \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = 7 + 3t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = 3 + 7t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 4t \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = 3 + 7t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 3t \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = 3 + 7t \end{cases}$$

Lời giải

Gọi \vec{u}_Δ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng (Δ) thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) : $\vec{n}_P = (3; -4; 7)$.

$$\text{Vì } \begin{cases} (\Delta) \perp (P) \\ A \in (\Delta) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_\Delta = \vec{n}_P = (3; -4; 7) \\ A(1; 2; 3) \in (\Delta) \end{cases} \Rightarrow (\Delta): \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 0; 0)$ và bán kính bằng 2 có phương trình là

A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 2$.

B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 2$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 4$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Lời giải

Phương trình mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R có dạng:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$

Mà tâm $I(1; 0; 0)$ và bán kính $R=2$ nên $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Câu 26. Một em bé có bộ 7 thẻ chữ, trên mỗi thẻ có ghi một chữ cái, trong đó có 2 thẻ chữ T giống nhau, một thẻ chữ H, một thẻ chữ P, một thẻ chữ C, một thẻ chữ L và một thẻ chữ S. Em bé xếp theo hàng ngang ngẫu nhiên 7 thẻ đó. Xác suất em bé xếp được dãy theo thứ tự THPTCLS là

A. $\frac{1}{7}$.

B. $\frac{1}{2 \times 6!}$.

C. $\frac{2}{7!}$.

D. $\frac{1}{7!}$.

Lời giải

Hoán vị 7 chữ cái này ta được 1 dãy 7 chữ cái, tuy nhiên trong đó có 2 chữ T giống nhau nên khi hoán vị 2 chữ T này cho nhau không tạo dãy mới.

Vì vậy sẽ có: $|\Omega| = \frac{7!}{2!}$ dãy khác nhau.

Xác suất để tạo thành dãy THPTCLS là $P = \frac{1}{\frac{7!}{2!}} = \frac{2}{7!}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = \sqrt{3}a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy (ABC) bằng

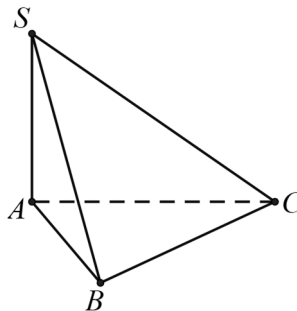
A. 60° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

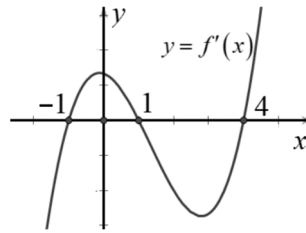


Ta có $SA \perp (ABC)$ nên góc giữa SC và (ABC) bằng \widehat{ACS} .

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{9a^2 + 3a^2} = 2a\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } \tan \widehat{ACS} = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{2a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{ACS} = 30^\circ.$$

Câu 28. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.** $(1;4)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1;1) \cup (4; +\infty) \text{ và } f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1;4).$$

Do đó hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-1;1)$ và $(4; +\infty)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1;4)$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;4)$ là đúng.

Câu 29. Khi nuôi tôm trong một hồ tự nhiên, một nhà khoa học đã thống kê được rằng: nếu trên mỗi mét vuông mặt hồ thả x con tôm giống thì cuối vụ mỗi con tôm có cân nặng trung bình là $108 - x^2$ (gam). Hỏi nên thả bao nhiêu con tôm giống trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên đó để cuối vụ thu hoạch được nhiều tôm nhất.

- A.** 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Sau một vụ lượng tôm trung bình trên mỗi m^2 mặt hồ nặng $x(108 - x^2) = 108x - x^3$ (gam)

Xét hàm số $f(x) = 108x - x^3$ trên khoảng $(0; +\infty)$ ta có

$$f'(x) = 108 - 3x^2; \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow 108 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -6 < 0 \end{cases}$$

x	0	6	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$f(6)$		

Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số $f(x) = 108x - x^3$ đạt GTLN tại $x = 6$.

Vậy nên thả 6 con tôm giống trên mỗi mét vuông mặt hồ thì cuối vụ thu hoạch được nhiều tôm nhất.

Câu 30. Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_3 a + \log_3 b = \log_9(ab)$. Tính giá trị của ab .

- A.** $ab = 1$. **B.** $ab = 2$. **C.** $ab = \frac{1}{2}$. **D.** $ab = 0$.

Lời giải

Ta có: $\log_3 a + \log_3 b = \log_9(ab) \Leftrightarrow \log_3(ab) = \log_{3^2}(ab) \Leftrightarrow \log_3(ab) = \frac{1}{2}\log_3(ab)$
 $\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_3(ab) = 0 \Leftrightarrow ab = 1.$

Câu 31. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ bằng

- A.** 1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Ta có: $2^{2x^2+5x+4} = 4 \Leftrightarrow 2^{2x^2+5x+4} = 2^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = -2 \end{cases}$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là 1.

Câu 32. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2} < 5^{5x+2}$ là

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2} < 5^{5x+2} \Leftrightarrow 5^{3x^2} < 5^{5x+2} \Leftrightarrow 3x^2 < 5x+2$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 5x - 2 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 2.$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{0;1\}$. Vậy bất phương trình có 2 nghiệm nguyên.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (2x+1)f'(x)dx = 10$

và $f(0) = 3f(1)$. Tính $I = \int_0^1 f(x)dx$.

- A.** $I = -5$. **B.** $I = -2$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 5$.

Lời giải

Đặt: $u = 2x+1 \Leftrightarrow du = 2dx$, $dv = f'(x)dx$ chọn $v = f(x)$.

Ta có: $\int_0^1 (2x+1)f'(x)dx = 10 \Leftrightarrow (2x+1)f(x)\Big|_0^1 - 2\int_0^1 f(x)dx = 10$

$\Leftrightarrow 3f(1) - f(0) - 2\int_0^1 f(x)dx = 10 \Leftrightarrow 0 - 2\int_0^1 f(x)dx = 10 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = -5.$

Câu 34. Tìm số phức z thỏa mãn $\bar{z} + 2z = 9 - 2i$.

- A.** $z = 3 + 2i$. **B.** $z = 3 + i$. **C.** $z = 3 - 2i$. **D.** $z = 2 - 3i$.

Lời giải

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Theo giả thiết ta có $(a - bi) + 2(a + bi) = 9 - 2i$.

Điều này tương đương với $(3a - 9) + (b + 2)i = 0$.

Từ đây ta được $3a - 9 = b + 2 = 0$.

Như vậy $a = 3$ và $b = -2$.

Tức là $z = 3 - 2i$.

- Câu 35.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x+2y-3z+2=0$. Tọa độ điểm M là
- A.** $M(2;0;-1)$. **B.** $M(5;-1;-3)$. **C.** $M(1;0;1)$. **D.** $M(-1;1;1)$.

Lời giải

Tọa độ của điểm M là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} \\ \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2} \\ x+2y-3z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=2 \\ 2y-z=1 \\ x+2y-3z=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$$

Vậy $M(-1;1;1)$.

- Câu 36.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Biết mặt phẳng (P) có phương trình $ax+by+cz-14=0$. Tính tổng $T=a+b+c$.
- A.** 8. **B.** 14. **C.** 6. **D.** 11.

Lời giải

Ta có tứ diện $OABC$ là tứ diện vuông tại O , mà M là trực tâm tam giác ABC nên $OM \perp (ABC) \Rightarrow OM \perp (P)$.

Vậy $\overline{OM}(1;2;3)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (P) đi qua M nên (P) có phương trình: $x+2y+3z-14=0 \Rightarrow T=a+b+c=6$.

- Câu 37.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(7;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-6=0$. Mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là
- A.** $(x+7)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=\frac{49}{9}$. **B.** $(x+7)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=\frac{7}{3}$.
C. $(x-7)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\frac{49}{9}$. **D.** $(x-7)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\frac{7}{3}$.

Lời giải

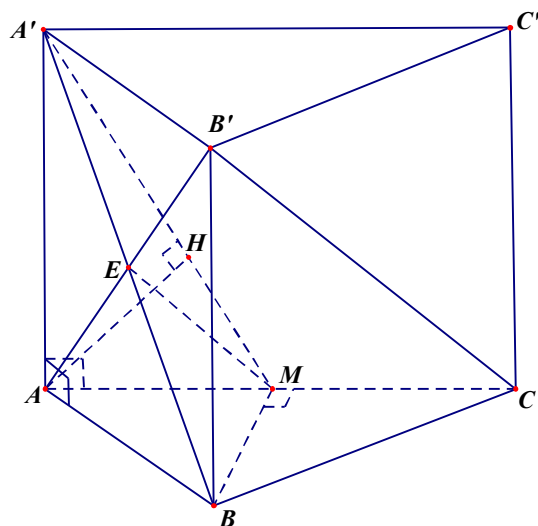
Mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính là

$$R = d(A, (P)) = \frac{|7-2 \cdot (-1)+2 \cdot 2-6|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}} = \frac{7}{3}.$$

Vậy mặt cầu (S) có phương trình là $(x-7)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\frac{49}{9}$.

- Câu 38.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh $BA'=a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là:
- A.** $a\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Lời giải.



$$AA' = a\sqrt{2}$$

Gọi M là trung điểm AC , $E = AB' \cap A'B \Rightarrow E$ là trung điểm của AB'

Khi đó $B'C' // ME \Rightarrow B'C' // (A'BM)$

$$\Rightarrow d(B'C', A'B) = d(B'C', (A'BM)) = d(C, (A'BM)) = d(A, (A'BM)) (*)$$

Trong mặt phẳng $(A'AM)$: kẻ $AH \perp A'M$ (1)

Do $\triangle ABC$ đều $\Rightarrow BM \perp AC$

$ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng $\Rightarrow AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp BM$

Nên $BM \perp (A'AM) \Rightarrow BM \perp AH$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \perp (A'BM) \Rightarrow d(A, (A'BM)) = AH (**)$

Trong tam giác $A'AM$ vuông tại A , AH là đường cao:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{9}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{3} (***)$$

$$\text{Từ } (*), (**), (***) \Rightarrow d(A'B, B'C) = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 39. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 5$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tìm tích các phần tử của S .

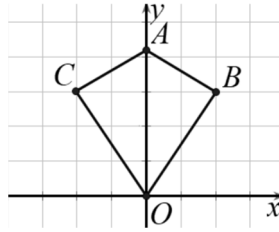
- A. 2. B. $\frac{1}{5}$. C. $-\frac{1}{5}$. D. -2.

Lời giải

Để hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 5$ có ba điểm cực trị thì $y' = 0$ phải có ba nghiệm phân biệt.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4m^2x = 4x(x^2 - m^2). \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m, (m \neq 0). \\ x = -m \end{cases}$$

Ba điểm cực trị là $A(0; m^4 + 5), B(m; 5), C(-m; 5)$.



Ba điểm A, B, C và gốc tọa độ $O(0;0)$ tạo thành tứ giác nội tiếp khi và chỉ khi $\widehat{B} + \widehat{C} = \pi$
 $\Leftrightarrow \widehat{B} = \widehat{C} = \frac{\pi}{2}$, (do $\widehat{B} = \widehat{C}$) $\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BO} = 0 \Leftrightarrow m^2 - 5m^4 = 0 \Leftrightarrow m^2 = \frac{1}{5}$. Vậy S có 2 phần tử và có tích bằng $\frac{-1}{5}$.

Câu 40. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_a(x^2 - x - 2) > \log_a(-x^2 + 2x + 3)$. Biết $S = (m; n)$ và $\frac{7}{3}$ thuộc S , tính $m + n$.

- A.** $m + n = \frac{13}{3}$. **B.** $m + n = \frac{7}{2}$. **C.** $m + n = \frac{11}{3}$. **D.** $m + n = \frac{9}{2}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \\ -x^2 + 2x + 3 > 0 \\ 0 < a \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x < 3 \\ 0 < a \neq 1 \end{cases}$$

Do $x = \frac{7}{3}$ là nghiệm của bất phương trình đã cho nên $\log_a \frac{10}{9} > \log_a \frac{20}{9} \Rightarrow 0 < a < 1$.

Vì $0 < a < 1$ nên bất phương trình $\Leftrightarrow x^2 - x - 2 < -x^2 + 2x + 3$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 5 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < \frac{5}{2} \xrightarrow{2 < x < 3} 2 < x < \frac{5}{2}. \text{ Vì vậy } m + n = 2 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2}$$

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn:

$$2 \cos x \cdot f(1 + 4 \sin x) - \sin 2x \cdot f(3 - 2 \cos 2x) = \sin 4x + 4 \sin 2x - 4 \cos x, \forall x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

Khi đó $I = \int_1^5 f(x) dx$ bằng

- A.** 2. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 16.

Lời giải

Ta có: $2 \cos x \cdot f(1 + 4 \sin x) - \sin 2x \cdot f(3 - 2 \cos 2x) = \sin 4x + 4 \sin 2x - 4 \cos x$ (*)

Lấy tích phân từ 0 đến $\frac{\pi}{2}$ hai vế của (*) ta được:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos x \cdot f(1 + 4 \sin x) dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f(3 - 2 \cos 2x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 4x + 4 \sin 2x - 4 \cos x) dx$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(1+4 \sin x) d(1+4 \sin x) - \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(3-2 \cos 2x) d(3-2 \cos 2x) = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_1^5 f(t) dt - \frac{1}{4} \int_1^5 f(t) dt = 0 \Leftrightarrow \int_1^5 f(t) dt = 0 \Leftrightarrow \int_1^5 f(x) dx = 0 \end{aligned}$$

Vậy $I = \int_1^5 f(x) dx = 0$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-1-2i|=2$ và $|\bar{z}+4|+|z-4|=10$?

A. 1. B. 0. C. 2. D. 4.

Lời giải

Áp dụng các tính chất $|z| = |\bar{z}|; \overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$ ta có $|\bar{z}+4| = |\overline{z+4}| = |\bar{z} + \bar{4}| = |z+4|$.

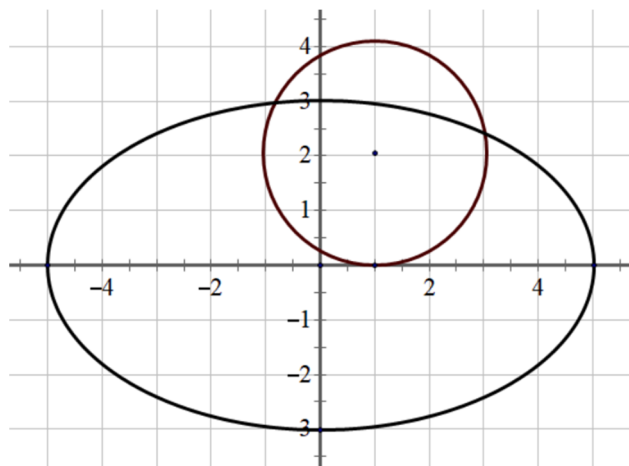
Do đó $|\bar{z}+4|+|z-4|=10 \Leftrightarrow |z+4|+|z-4|=10$.

Gọi M là điểm biểu diễn của z .

Do $|z-1-2i|=2$ nên M thuộc đường tròn (C) tâm $I(1;2)$, bán kính $R=2$. (C) có phương trình là $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Do $|z-4|+|z+4|=10$ nên M thuộc đường elip (E) có hai tiêu điểm là $F_1(-4;0); F_2(4;0)$ và có độ dài trục lớn là 10. (E) có phương trình là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Từ đây có M là giao điểm của (C) và (E).



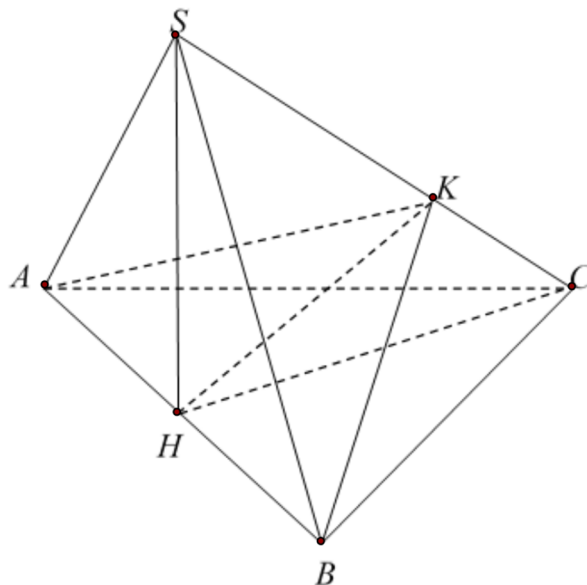
Từ hình vẽ của (C) và (E) ta thấy chúng có 2 giao điểm nên có 2 số phức thỏa mãn yêu cầu.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , tam giác SAB cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC), góc giữa hai mặt phẳng (SCA) và (SCB) bằng 60° . Gọi H là trung điểm của đoạn AB . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

- A.** Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3 \sqrt{2}}{16}$. **B.** Thể tích khối chóp $B.SHC$ bằng $\frac{a^3 \sqrt{2}}{16}$.
- C.** Thể tích khối chóp $S.AHC$ bằng $\frac{a^3 \sqrt{2}}{64}$. **D.** Không tồn tại hình chóp đã cho.

Lời giải

Tam giác SAB thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$, từ đó suy ra đường cao của hình chóp $S.AHC$ là SH



Kẻ $AK \perp SC \Rightarrow SC \perp (AKB) \Rightarrow SC \perp KB$

$$\Rightarrow ((SAC); (SBC)) = (KA; KB) = 60^\circ \Rightarrow \begin{cases} \widehat{AKB} = 60^\circ \\ \widehat{AKB} = 120^\circ \end{cases}$$

Nếu $\widehat{AKB} = 60^\circ$ thì dễ thấy ΔKAB đều $\Rightarrow KA = KB = AB = AC$ (vô lí). Vậy $\widehat{AKB} = 120^\circ$

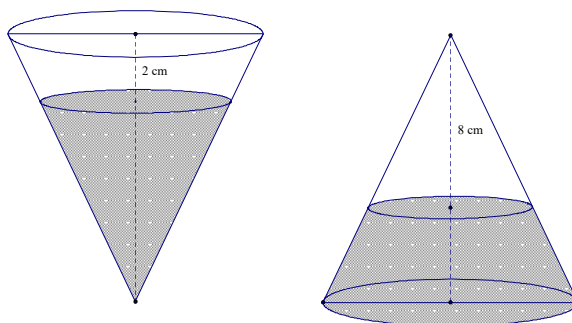
khi đó ΔKAB cân tại K và $\widehat{AKH} = 60^\circ \Rightarrow KH = \frac{AH}{\tan 60^\circ} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$

Trong ΔSHC vuông tại H ta có $\frac{1}{KH^2} = \frac{1}{HC^2} + \frac{1}{HS^2}$

thay $KH = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ và $HC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ vào ta được $SH = \frac{a\sqrt{6}}{8}$. Vậy $h = \frac{a\sqrt{6}}{8}$.

$$V_{S.AHC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot dt_{\Delta AHC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{64}.$$

Câu 44. Một cái bình thủy tinh có phần không gian bên trong là một hình nón có đỉnh hướng xuống dưới theo chiều thẳng đứng. Rót nước vào bình cho đến khi phần không gian trống trong bình có chiều cao 2 cm. Sau đó đậy kín miệng bình bởi một cái nắp phẳng và lật ngược bình để đỉnh hướng lên trên theo chiều thẳng đứng, khi đó mực nước cao cách đỉnh của nón 8 cm (hình vẽ minh họa bên dưới).



Biết chiều cao của nón là $h = a + \sqrt{b}$ cm. Tính $T = a + b$.

A. 22.

B. 58.

C. 86.

D. 72.

Lời giải

Đề ý rằng có 3 hình nón đồng dạng: Phần không gian bên trong bình thủy tinh (có thể tích V), phần không chứa nước khi đặt bình có đỉnh hướng lên (có thể tích V_1), phần chứa nước khi đặt bình có đỉnh hướng xuống (có thể tích V_2). Do tỷ số đồng dạng bằng với tỷ số của chiều cao và tỷ số thể tích là lập phương tỷ số đồng dạng nên ta có

$$\frac{V}{V_1} = \frac{h^3}{8^3}; \frac{V}{V_2} = \frac{h^3}{(h-2)^3} \Rightarrow V_1 = \frac{512V}{h^3}; V_2 = \frac{(h-2)^3 V}{h^3}. \text{ Mà } V_1 + V_2 = V \text{ nên ta có:}$$

$$\frac{512V}{h^3} + \frac{(h-2)^3 V}{h^3} = V \Rightarrow 512 + h^3 - 6h^2 + 12h - 8 = h^3 \Leftrightarrow h^2 - 2h - 84 = 0 \Rightarrow h = 1 + \sqrt{85}$$

Vậy $T = 86$

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $I(1;0;0)$, điểm $M\left(\frac{7}{9}; \frac{4}{9}; \frac{4}{9}\right)$ và đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases}. N(a,b,c) \text{ là điểm thuộc đường thẳng } d \text{ sao cho diện tích tam giác } IMN$$

nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ có giá trị bằng:

- A.** 2. **B.** -2. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $-\frac{5}{2}$.

Lời giải

Ta có $IM = \frac{2}{3}$.

Gọi H là hình chiếu của N trên đường thẳng d' đi qua I, M , ta có: $S_{\Delta IMN} = \frac{1}{2} IM \cdot NH = \frac{1}{3} NH$

Diện tích tam giác IMN nhỏ nhất khi và chỉ khi độ dài NH nhỏ nhất.

$$N \in d \Rightarrow N(2; n; 1+n) \Rightarrow \overline{IN} = (1; n; 1+n).$$

$$\text{Đường thẳng } d' \text{ có vectơ chỉ phương } \vec{u}' = (1; -2; -2). [\overline{IN}, \vec{u}'] = (2; n+3; -n-2).$$

$$NH = d(N; d') = \frac{|\overline{IN}, \vec{u}'|}{|\vec{u}'|} = \frac{\sqrt{2^2 + (n+3)^2 + (-n-2)^2}}{3} = \frac{\sqrt{2\left(n+\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}}}{3} \geq \frac{1}{2}.$$

Dấu = xảy ra khi $n = -\frac{5}{2}$, suy ra: $N\left(2; -\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. Vậy $a+b+c = -2$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^3 + (m-1)x^2 + 2x - m + 2022$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2021; 2022]$ để hàm số $y = |f(x-2021) - 2022|$ có số điểm cực trị nhiều nhất?

- A.** 2021. **B.** 2022. **C.** 4040. **D.** 2023

Lời giải

Hàm số $y = |f(x-2021) - 2022|$ có số điểm cực trị nhiều nhất là 7 khi và chỉ khi phương trình $f(x-2021) = 2022$ có 4 nghiệm phân biệt hay phương trình $f(x) = 2022$ có 4 nghiệm phân biệt

Ta có $f(x) = 2022 \Leftrightarrow x^4 - 2x^3 + (m-1)x^2 + 2x - m = 0$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x-1)[x^2 - 2x + m] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x^2 - 2x + m = 0 (*) \end{cases}$$

Suy ra $f(x) = 2022$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (*) có 2 nghiệm phân biệt khác -1 và 1 tức là

$$\begin{cases} 1-m > 0 \\ 1^2 - 2 + m \neq 0 \\ 1^2 + 2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq -3 \end{cases} \text{ do } m \text{ nguyên thuộc } [-2021; 2022] \text{ nên có 2021 giá trị thỏa mãn.}$$

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $m(e^x - 1) \cdot \ln(mx + 1) + 2e^x = e^{2x} + 1$ có 2 nghiệm phân biệt không lớn hơn 5.

A. 26.

B. 27.

C. 29.

D. 28.

Lời giải

Xét phương trình $m(e^x - 1) \cdot \ln(mx + 1) + 2e^x = e^{2x} + 1$ (*) điều kiện $mx + 1 > 0$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} e^x - 1 = 0 \\ e^x - 1 = m \cdot \ln(mx + 1) \end{cases}$$

$$e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$e^x - 1 = m \cdot \ln(mx + 1), \text{ Đặt } y = \ln(mx + 1) \Rightarrow e^x - 1 = my.$$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x = \ln(my + 1) (1) \\ y = \ln(mx + 1) (2) \end{cases}$

Trừ (1) và (2) theo vế ta được: $x - y = \ln(my + 1) - \ln(mx + 1)$ hay $x + \ln(mx + 1) = y + \ln(my + 1)$ với $m > 0$ thì hàm số $f(x) = x + \ln(mx + 1)$ đồng biến trên tập xác định nên $x + \ln(mx + 1) = y + \ln(my + 1) \Leftrightarrow x = y$

Thay $x = y$ vào (1) ta được $x = \ln(mx + 1)$ hay $e^x = mx + 1$ (4)

Rõ ràng $x = 0$ là 1 nghiệm của phương trình (4).

Với $x \neq 0$ ta có (4) $\Leftrightarrow m = \frac{e^x - 1}{x}$

Xét hàm số $g(x) = \frac{e^x - 1}{x}$, ta có: Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ và $g'(x) = \frac{xe^x - e^x + 1}{x^2}$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow xe^x - e^x + 1 = 0$$

Hàm số $h(x) = xe^x - e^x + 1$ có $h'(x) = xe^x$ nên $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Ta có bảng biến thiên của $h(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
h'		0	
		$-$	$+$
h	$+\infty$	0	$+\infty$

Suy ra $h(x) \geq 0, \forall x$ do đó $g'(x) > 0, \forall x \neq 0$

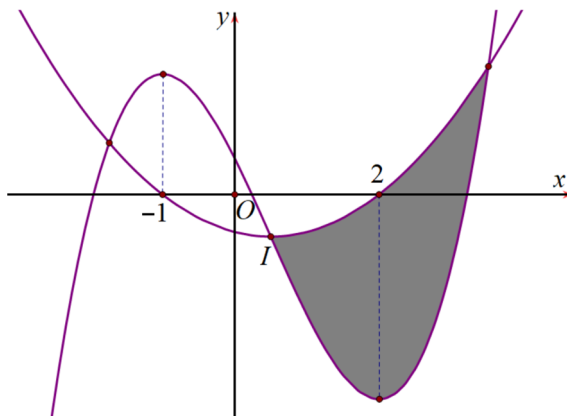
Bảng biến thiên của $g(x)$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	+		+
y	0	1	$+\infty$

Để phương trình $e^x - 1 = \ln(mx + 1)^m$ có 2 nghiệm phân biệt không lớn hơn 5 thì phương trình $m = g(x)$ có duy nhất 1 nghiệm bé hơn hoặc bằng 5. Ta có $g(5) = \frac{e^5 - 1}{5} \approx 29,5$

Dựa vào bảng biến thiên của $g(x)$ ta có $\begin{cases} 0 < m \leq g(5) \\ m \neq 1 \end{cases}$ do $m \in \mathbb{N}^*$ nên có 28 giá trị thỏa mãn.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ với đồ thị là Parabol đỉnh I có tung độ bằng $-\frac{7}{12}$ và hàm số bậc ba $g(x)$. Đồ thị hai hàm số đó cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $18x_1x_2x_3 = -55$ (hình vẽ).



Diện tích miền tô đậm gần số nào nhất trong các số sau đây?

A. 5,7.

B. 5,9.

C. 6,1.

D. 6,3.

Lời giải

Để thấy $I\left(\frac{1}{2}, -\frac{7}{12}\right)$ và $f(x) = \frac{7}{27}(x+1)(x-2)$.

Hàm số $g(x)$ đạt cực trị tại $x = -1, x = 2$ nên

$$g'(x) = a(x+1)(x-2) \Rightarrow g(x) = a\left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x\right) + b$$

Đồ thị hàm số $g(x)$ đi qua I nên $g\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{7}{12} \Leftrightarrow -\frac{7}{12} = -\frac{13}{12}a + b$, (1).

Phương trình hoành độ giao điểm: $f(x) = g(x) \Leftrightarrow a\left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x\right) + b = \frac{7}{27}(x+1)(x-2)$

Theo định lý Viet ta có: $18x_1x_2x_3 = -55 \Leftrightarrow 18 \cdot \frac{b + \frac{14}{27}}{\frac{a}{3}} = -55 \Rightarrow 18b + \frac{28}{3} = -\frac{55a}{3}$, (2)

Từ (1), (2) ta được $a=1, b=\frac{1}{2} \Rightarrow g(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + \frac{1}{2}$. Từ đó suy ra diện tích miền tô đậm sắp xỉ 5,7.

Câu 49. Cho M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn điều kiện $|5z_1 + 9 - 3i| = 5|z_1|, |z_2 - 2| = |z_2 - 3 - i|, |z_3 + 1| + |z_3 - 3| = 4$. Khi M, N, P không thẳng hàng, giá trị nhỏ nhất của nửa chu vi p của tam giác MNP là

- A. $\frac{10\sqrt{5}}{9}$. B. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{9\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{5\sqrt{11}}{13}$.

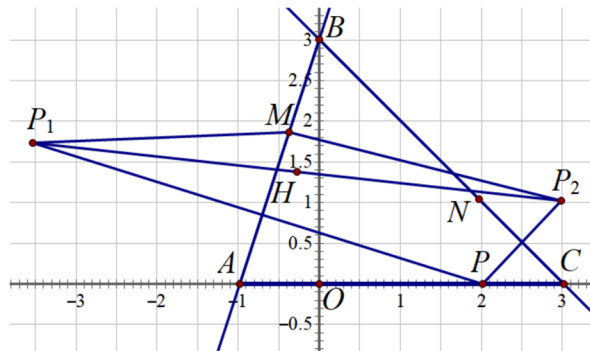
Lời giải

Trong mặt phẳng Oxy , gọi $A(-1;0), B(0;3), C(3;0)$ và M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, z_3 . Ta có

Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z_1 là đường thẳng AB .

Tập hợp điểm N biểu diễn số phức z_2 là đường thẳng BC .

$|z_3 + 1| + |z_3 - 3| = 4 \Leftrightarrow PA + PC = AC \Rightarrow$ Tập hợp điểm P biểu diễn số phức z_3 là đoạn AC .



Khi đó $p = \frac{MN + NP + PM}{2}$.

Gọi P_1, P_2 lần lượt đối xứng với P qua AB, BC . Ta có $MP = MP_1, NP = NP_2$.

Khi đó $MN + NP + PM = P_1M + MN + NP_2 \geq P_1P_2$.

Ta thấy $\widehat{P_1BP_2} = \widehat{P_1BA} + \widehat{ABC} + \widehat{CBP_2} = \widehat{PBA} + \widehat{ABC} + \widehat{PBC} = 2\widehat{ABC}$.

Theo định lí Sin: $\frac{AB}{\sin \widehat{BCA}} = \frac{AC}{\sin \widehat{ABC}} \Rightarrow \sin \widehat{ABC} = \frac{AC \sin \widehat{BCA}}{AB} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

Gọi H là trung điểm của P_1P_2 , khi đó

$$P_1P_2 = 2P_2H = 2BP_2 \cdot \sin \widehat{P_2BH} = 2BP \cdot \sin \widehat{ABC} = 2BP \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{4\sqrt{5}}{5} BP \geq \frac{4\sqrt{5}}{5} BO = \frac{12\sqrt{5}}{5}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của p là $\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $(d_1), (d_2), (d_3)$ có phương trình

$$(d_1): \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = 1 + t_1 \\ z = 1 - 2t_1 \end{cases}, (d_2): \begin{cases} x = 3 + t_2 \\ y = -1 + 2t_2 \\ z = 2 + 2t_2 \end{cases}, (d_3): \begin{cases} x = 4 + 2t_3 \\ y = 4 - 2t_3 \\ z = 1 + t_3 \end{cases}. S(I; R) \text{ là mặt cầu tâm } I \text{ bán kính } R$$

tiếp xúc với 3 đường thẳng đó. Giá trị nhỏ nhất của R gần số nào nhất trong các số sau:

A. 2,1.

B. 2,2.

C. 2,3.

D. 2,4.

Lời giải

Ta có: (d_1) đi qua điểm $A(1;1;1)$ có VTCP $\vec{u}_1 = (2;1;-2)$.

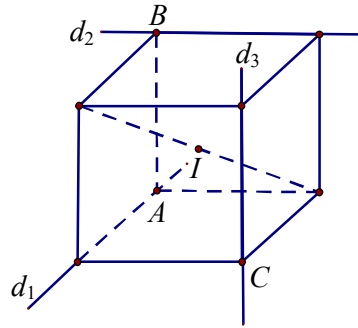
(d_2) đi qua điểm $B(3;-1;2)$ có VTCP $\vec{u}_2 = (1;2;2)$.

(d_3) đi qua điểm $C(4;4;1)$ có VTCP $\vec{u}_3 = (2;-2;1)$.

Ta có $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$, $\vec{u}_2 \cdot \vec{u}_3 = 0$, $\vec{u}_3 \cdot \vec{u}_1 = 0 \Rightarrow (d_1), (d_2), (d_3)$ đôi một vuông góc với nhau.

$[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{AB} \neq 0$, $[\vec{u}_2, \vec{u}_3] \cdot \vec{BC} \neq 0$, $[\vec{u}_3, \vec{u}_1] \cdot \vec{CA} \neq 0 \Rightarrow (d_1), (d_2), (d_3)$ đôi một chéo nhau.

Lại có: $\vec{AB} = (2;-2;1)$; $\vec{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0$ và $\vec{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0$ nên $(d_1), (d_2), (d_3)$ chứa 3 cạnh của hình hộp chữ nhật như hình vẽ.



Vì mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ tiếp xúc với 3 đường thẳng $(d_1), (d_2), (d_3)$ nên bán kính

$$R = d(I, d_1) = d(I, d_2) = d(I, d_3) \Leftrightarrow R^2 = d^2(I, d_1) = d^2(I, d_2) = d^2(I, d_3)$$

$$\Leftrightarrow R^2 = \left(\frac{[\vec{AI}, \vec{u}_1]}{|\vec{u}_1|} \right)^2 = \left(\frac{[\vec{BI}, \vec{u}_2]}{|\vec{u}_2|} \right)^2 = \left(\frac{[\vec{CI}, \vec{u}_3]}{|\vec{u}_3|} \right)^2, \text{ ta thấy } |\vec{u}_1|^2 = |\vec{u}_2|^2 = |\vec{u}_3|^2 = 9 \text{ và}$$

$$\vec{AI} = (a-1; b-1; c-1), [\vec{AI}, \vec{u}_1] = (-2b-c+3; 2a+2c-4; a-2b+1).$$

$$\vec{BI} = (a-3; b+1; c-2), [\vec{BI}, \vec{u}_2] = (2b-2c+6; -2a+c+4; 2a-b-7).$$

$$\vec{CI} = (a-4; b-4; c-1), [\vec{CI}, \vec{u}_3] = (b+2c-6; -a+2c+2; -2a-2b+16).$$

$$9R^2 = [\vec{AI}, \vec{u}_1]^2 = [\vec{BI}, \vec{u}_2]^2 = [\vec{CI}, \vec{u}_3]^2 \Rightarrow 27R^2 = [\vec{AI}, \vec{u}_1]^2 + [\vec{BI}, \vec{u}_2]^2 + [\vec{CI}, \vec{u}_3]^2 =$$

$$= 18(a^2 + b^2 + c^2) - 126a - 54b - 54c + 423$$

$$= 18\left(a - \frac{7}{2}\right)^2 + 18\left(b - \frac{3}{2}\right)^2 + 18\left(c - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{243}{2} \geq \frac{243}{2} \Rightarrow R_{\min} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ khi đó } R \approx 2,12.$$