

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$+$	0	$+$

- A. $(2; 4)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(-1; 2)$.

Câu 2: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4-3x}{x+1}$ là

- A. $x = -3$. B. $x = -1$. C. $y = -3$. D. $y = 4$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang. B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 4$.
C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 0$.

Câu 4: Cho hàm số $y = e^x$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; 0)$. B. Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.
C. Hàm số có đạo hàm $y' = e^x, \forall x \in \mathbb{R}$. D. Đồ thị hàm số nhận trục hoành là tiệm cận ngang.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng $2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CD' bằng

- A. $2a$. B. a . C. $2\sqrt{2}a$. D. $\sqrt{2}a$.

Câu 6: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $BA = a, BC = 2a, BB' = 3a$. Thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

- A. $V = 2a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = 6a^3$. D. $V = a^3$.

Câu 7: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $2a^2$, đường cao bằng $3a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. a^3 . B. $6a^3$. C. $12a^3$. D. $2a^3$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$+$	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	$+\infty$	3	$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m - 1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

- A. $m \in (2; 4)$. B. $m \in [2; 4)$. C. $m \in (1; 3)$. D. $m \in [1; 3)$.

Câu 9: Thể tích của khối cầu có bán kính R là

- A. $\frac{4\pi R^3}{3}$. B. $\frac{4R^3}{3}$. C. $4\pi R^3$. D. $\frac{3\pi R^3}{4}$.

Câu 10: Tìm $\int \frac{1}{x} dx$?

- A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$. B. $\int \frac{1}{x} dx = -\ln|x| + C$.
C. $\int \frac{1}{x} dx = \frac{1}{x^2} + C$. D. $\int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x^2} + C$.

Câu 11: Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại

- A. $\{4;3\}$. B. $\{3;4\}$. C. $\{3;3\}$. D. $\{3;5\}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là

- A. $(2; -3; 2)$. B. $(2; -3; -2)$. C. $(2; 3; 2)$. D. $(-2; -3; 2)$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	5	7	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	0	-
y			3		5			
	$-\infty$			1				$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. B. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.
C. $x = 5$ là điểm cực đại của hàm số. D. Hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 14: Biểu thức $a^{\frac{8}{3}} : \sqrt[3]{a^4}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là:

- A. $a^{\frac{9}{8}}$. B. $a^{\frac{3}{4}}$. C. a^4 . D. $a^{\frac{4}{3}}$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y = \log_{2021} x$ là:

- A. $D = (2021; +\infty)$. B. $D = (0; +\infty)$.
C. $D = [0; +\infty)$. D. $D = (0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Câu 16: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 + 2x^2$. B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.
C. $y = -x^3 - 3x + 1$. D. $y = 2x^3 + 3x + 1$.

Câu 17: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$?

- A. $F(x) = 3x^3$. B. $F(x) = \frac{x^3}{3}$. C. $F(x) = \frac{x^3}{2}$. D. $F(x) = 2x$.

Câu 18: Tập nghiệm S của bất phương trình $9^{x+\frac{1}{2}} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$.

- A. $S = \{-1; 1\}$. B. $S = (-1; 1)$.
C. $S = [-1; 1]$. D. $S = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6)$. Tính thể tích V của tứ diện $OABC$?

- A. $V = 48(\text{đvtt})$. B. $V = 24(\text{đvtt})$. C. $V = 8(\text{đvtt})$. D. $V = 16(\text{đvtt})$.

Câu 20: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = -7$ và $u_4 = -4$. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho.

- A. $d = 3$. B. $d = \frac{4}{7}$. C. $d = -11$. D. $d = -3$.

Câu 21: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-3x+4}$ là

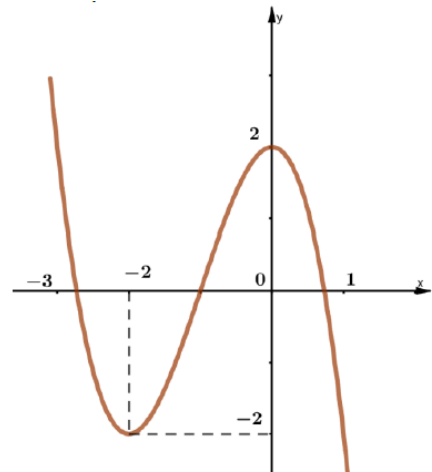
- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 22: Số cách chọn đồng thời ra 4 người từ một nhóm có 11 người là

- A. 44. B. A_{11}^4 . C. 15. D. C_{11}^4 .

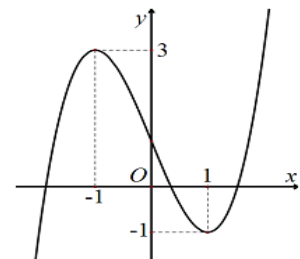
Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-2;0]$ là:

- A. -1. B. 0. C. 2. D. -2.



Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực đại của hàm số là:

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = -1$.



Câu 25: Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 2020^{2021}$. Giá trị biểu thức $P = M - m$ bằng

- A. -1. B. 1. C. $2020^{2021} + 1$. D. $2020^{2021} - 1$.

Câu 26: Cho b là số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\log_5(5b) = 1 + \log_5 b$. B. $\log_5\left(\frac{5}{b}\right) = 1 - \log_5 b$. C. $\log_5(b^5) = 5\log_5 b$. D. $\log_5 \sqrt[5]{b} = 5\log_5 b$.

Câu 27: Cho hình nón có bán kính đáy bằng r , đường sinh bằng l và chiều cao bằng h . Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- A. $2\pi rh$. B. πrh . C. $2\pi rl$. D. πrl .

Câu 28: Tập xác định của hàm số $f(x) = (x^2 - 4)^{-2} + \log_{\sqrt{3}}(2x+1)$ là

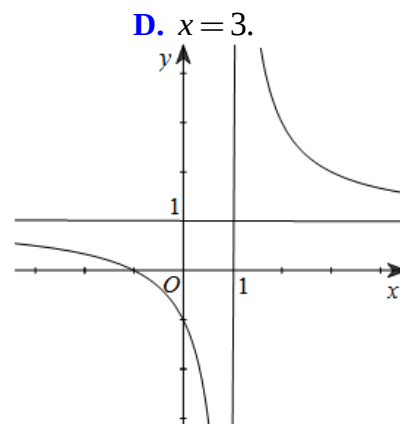
- A. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$. B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $(2; +\infty)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{2\}$.

Câu 29: Phương trình $4^{x-1} = 16$ có nghiệm là:

- A. $x = 4$. B. $x = 2$. C. $x = 5$.

Câu 30: Đồ thị hàm số nào dưới đây là đường cong trong hình bên?

- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.
C. $y = \frac{x}{x-1}$. D. $y = \frac{x}{x+1}$.



Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 0; -2), B(2; -3; 1)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{BA}$ là

- A. $(3; -3; -1)$. B. $(-1; 3; -3)$. C. $(1; -3; -3)$. D. $(1; -3; 3)$.

Câu 32: Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $3a$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- A. $18\pi a^2$. B. $\frac{9\pi a^2}{2}$. C. $36\pi a^2$. D. $9\pi a^2$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; 0), B(-1; 3; 5)$. Gọi $I(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$. Khi đó giá trị biểu thức $a + 2b + 2c$ bằng

- A. $\frac{25}{2}$. B. $-\frac{25}{2}$. C. 50. D. $\frac{27}{2}$.

Câu 34: Cho a, b là các số thực dương và $a > 1, a \neq b$ thỏa mãn $\log_a b = 3$. Giá trị của biểu thức

$$T = \frac{b^3}{a^9} + \log_{\frac{a}{b}} \sqrt{ab} \text{ bằng}$$

- A. -3. B. 0. C. 5. D. 2.

Câu 35: Biết $\int f(u) du = F(u) + C$. Với mọi số thực $a \neq 0$, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

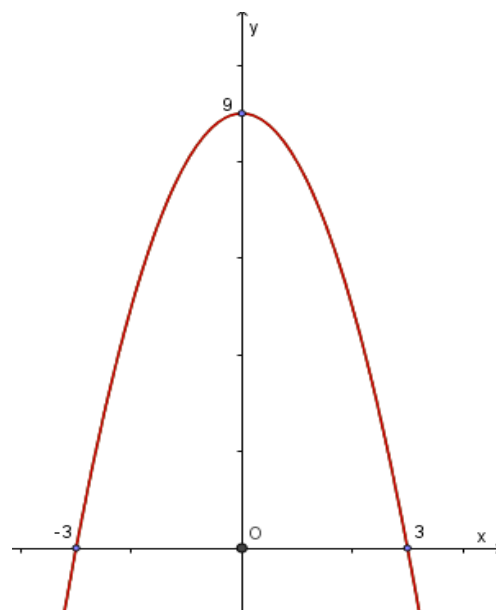
- A. $\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$. B. $\int f(ax+b) dx = F(ax+b) + C$.
C. $\int f(ax+b) dx = aF(ax+b) + C$. D. $\int f(ax+b) dx = aF(x+b) + C$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, (a, b, c, d là các hệ số thực và $a \neq 0$) có đồ thị $f'(x)$ như hình bên. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số

$$y = f(x^2 + 2x) + 2021^m \left(\ln x - \frac{1}{x} \right) \text{ nghịch biến trên}$$

$[1; +\infty)$?

- A. 0. B. 1.
C. 2020. D. 2021.



Câu 37: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B với $AB = a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H trên cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Biết $A'H = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC theo a .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$. Biết $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Gọi E là điểm thoả mãn $\overrightarrow{SE} = \overrightarrow{BC}$. Góc giữa hai mặt phẳng (BED) và (SBC) bằng 60° . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SCDE$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{2}$.

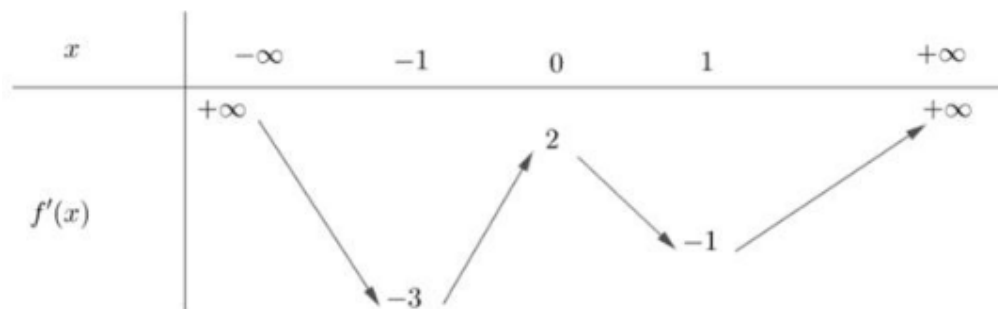
Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$ có $S(2;3;1)$ và $G(-1;2;0)$ là trọng tâm tam giác ABC . Gọi A', B', C' lần lượt là các điểm thuộc các cạnh SA, SB, SC sao cho $\frac{SA'}{SA} = \frac{1}{3}$; $\frac{SB'}{SB} = \frac{1}{4}$; $\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{5}$. Mặt phẳng $(A'B'C')$ cắt đoạn SG tại G' . Giả sử $G'(a;b;c)$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

- A. $\frac{19}{4}$. B. $\frac{29}{4}$. C. 1. D. -14.

Câu 40: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 8 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp S . Tính xác suất để số được chọn có chữ số hàng đơn vị chia hết cho 3 và tổng các chữ số của số đó chia hết cho 13?

- A. $\frac{1}{18}$. B. $\frac{1}{36}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{72}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Hỏi hàm số $g(x) = f\left(\left|\frac{\ln(x^2+1)-2}{2}\right|\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 9. B. 4. C. 7. D. 5.

Câu 42: Cho hàm số $y = \frac{2x+m}{x-4}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max_{[0;2]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m < -11$. B. $m = -12$. C. $m > -8$. D. $m < -8$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Gọi M, K lần lượt là trọng tâm tam giác SAB, SCD ; N là trung điểm của BC . Thể tích khối tứ diện $S.MNK$ bằng

- A. $\frac{2a^3}{27}$. B. $\frac{a^3}{27}$. C. $\frac{4a^3}{27}$. D. $\frac{8a^3}{27}$.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x + 3 - \frac{m}{x-2}$ đồng biến trên $[5; +\infty)$?

A. 3.

B. 2.

C. 8.

D. 9.

Câu 45: Cho hình nón có chiều cao bằng $3a$, biết rằng khi cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cách tâm của đáy hình nón một khoảng bằng a , thiết diện thu được là một tam giác vuông. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng:

A. $15\pi a^3$.

B. $9\pi a^3$.

C. $\frac{45\pi a^3}{4}$.

D. $12\pi a^3$.

Câu 46: Cho phương trình $\left(\log_3\left(\frac{x}{3}\right)\right)^2 + 3m\log_3 x + 2m^2 - 2m - 1 = 0$, (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m lớn hơn -2021 sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 > 10$?

A. 2022.

B. 2019.

C. 2020.

D. 2021.

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{\sin x}$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = e^{F(x)}$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}\right]$ bằng

A. 3.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $7 - 4\sqrt{3}$.

D. $7 + 4\sqrt{3}$.

Câu 48: Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ của hàm số $f(x) = \frac{2021x}{(x^2 + 1)^{2022}}$ và thỏa mãn $F(0) = -\frac{1}{2}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $F(x)$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2021}{2}$.

D. $-\frac{2021}{2}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-3; 0; 0), B(0; -4; 0)$. Gọi I, J lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp của tam giác OAB . Tính độ dài đoạn thẳng IJ ?

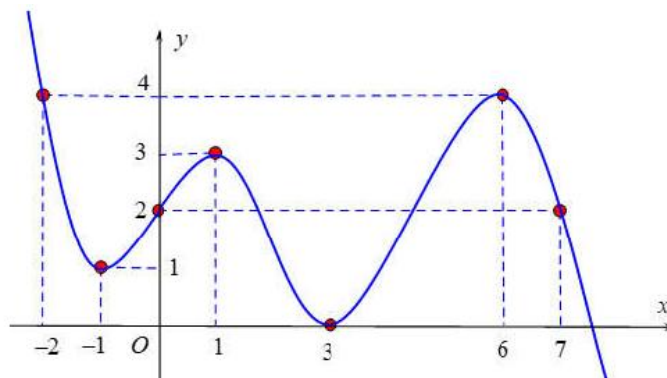
A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{61}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{61}}{2}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây:



Số nghiệm của phương trình $f(3\sin x) = 3|\cos x|$ trên khoảng $\left(0; \frac{9\pi}{2}\right)$ là

A. 16.

B. 17.

C. 15.

D. 18.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1-C	2-C	3-C	4-A	5-A	6-C	7-B	8-A	9-A	10-A
11-B	12-B	13-C	14-D	15-B	16-D	17-B	18-C	19-C	20-A
21-B	22-D	23-C	24-D	25-B	26-D	27-D	28-D	29-D	30-B
31-B	32-D	33-A	34-B	35-A	36-A	37-B	38-A	39-A	40-B
41-D	42-D	43-C	44-D	45-C	46-A	47-A	48-B	49-A	50-A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn C.

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số đồng biến trong khoảng $(0; 2)$.

Câu 2: Chọn C.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4-3x}{x+1} = -3, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4-3x}{x+1} = -3.$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang $y = -3$.

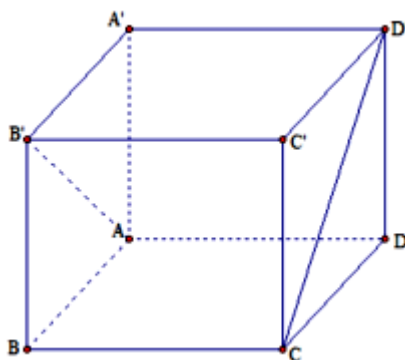
Câu 3: Chọn C.

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Câu 4: Chọn A.

Với $x = 1 \Rightarrow y = e$. Vậy đồ thị hàm số không đi qua điểm $A(1; 0)$. Phương án A **sai**.

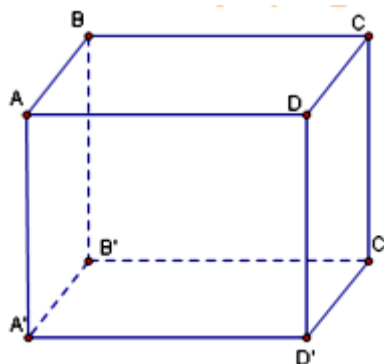
Câu 5: Chọn A.



Ta có $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.

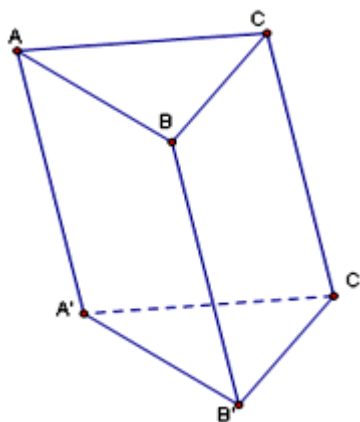
$$\begin{cases} CD' \parallel (ABB'A') \\ AB' \subset (ABB'A') \end{cases} \Rightarrow d(CD'; AB') = d(CD'; (ABB'A')) = d(C; (ABB'A')) = CB = 2a.$$

Câu 6: Chọn C.



Ta có: $V = BA.BB'.BC = a.2a.3a = 6a^3$.

Câu 7: Chọn B.



Ta có: $V = B.h = 2a^2.3a = 6a^3$.

Câu 8: Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = m - 1$ có ba nghiệm phân biệt khi $1 < m - 1 < 3 \Leftrightarrow 2 < m < 4 \Rightarrow m \in (2; 4)$.

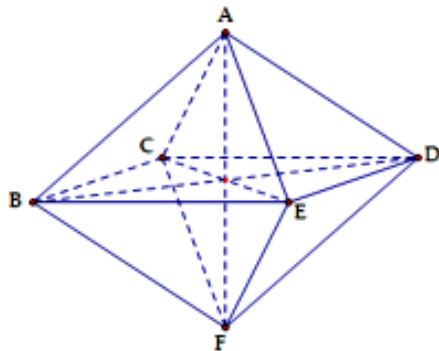
Câu 9: Chọn A.

Theo công thức tính thể tích khối cầu bán kính R ta có: $V = \frac{4\pi R^3}{3}$.

Câu 10: Chọn A.

Ta có: $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

Câu 11: Chọn B.



Khối bát diện đều là khối đa diện loại $\{3; 4\}$.

Câu 12: Chọn B.

Vector $\vec{u} = (2; -3; -2)$.

Câu 13: Chọn C.

Từ bảng biến thiên ta thấy $x = 5$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 14: Chọn D.

Ta có $a^{\frac{8}{3}} : \sqrt[3]{a^4} = a^{\frac{8}{3}} : a^{\frac{4}{3}} = a^{\frac{8-4}{3}} = a^{\frac{4}{3}}$.

Câu 15: Chọn A.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x > 0$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$.

Câu 16: Chọn D.

Hàm số $y = 2x^3 + 3x + 1$ có $y' = 6x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = 2x^3 + 3x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 17: Chọn B.

Ta có $\int f(x) dx = \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C \Rightarrow F(x) = \frac{x^3}{3}$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

Câu 18: Chọn C.

Ta có $9^{x+\frac{1}{2}} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (3^x)^2 - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$.

Đặt $t = 3^x, t > 0$. Khi đó, bất phương trình trở thành:

$$3t^2 - 10t + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq t \leq 3 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1.$$

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = [-1; 1]$.

Câu 19: Chọn C.

Thể tích khối tứ diện $O.ABC$ là $V_{OABC} = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 = 8$.

Câu 20: Chọn A.

Công sai của cấp số cộng là $d = u_4 - u_3 = (-4) - (-7) = 3$.

Câu 21: Chọn B.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-3x+4}$ không có tiệm cận đứng.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{3}{x} + \frac{4}{x^2}} = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang.

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-3x+4}$ là 1.

Câu 22: Chọn D.

Số cách chọn đồng thời ra 4 người từ một nhóm có 11 người là C_{11}^4 .

Câu 23: Chọn C.

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-2; 0]$ là 2.

Câu 24: Chọn D.

Từ đồ thị hàm số suy ra điểm cực đại của hàm số là $x = -1$.

Câu 25: Chọn B.

Xét hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 2020^{2021}$ trên đoạn $[0; 1]$.

Ta có $y' = 6x^2 - 6x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [0; 1] \\ x = 1 \in [0; 1] \end{cases}.$$

$$y(0) = 2020^{2021}; y(1) = 2020^{2021} - 1.$$

$$\text{Suy ra } M = \max_{[0; 1]} y = 2020^{2021}; m = \min_{[0; 1]} y = 2020^{2021} - 1 \Rightarrow P = M - m = 1.$$

Câu 26: Chọn D.

$$\text{Ta có } \log_5(\sqrt[5]{b}) = \log_5 b^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \log_5 b.$$

Câu 27: Chọn D.



Ta có $S_{xq} = \pi r l$.

Câu 28: Chọn D.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 - 4 \neq 0 \\ 2x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 2 \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Tập xác định: } D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{2\}.$$

Câu 29: Chọn D.

$$\text{Ta có: } 4^{x-1} = 16 \Leftrightarrow 4^{x-1} = 4^2 \Leftrightarrow x-1 = 2 \Leftrightarrow x = 3.$$

Câu 30: Chọn B.

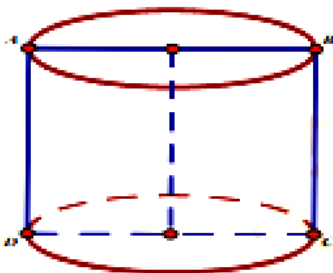
Ta có: Tiệm cận đứng: $x = 1$; Tiệm cận ngang: $y = 1$

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0; -1)$.

Câu 31: Chọn B.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BA} = (-1; 3; -3).$$

Câu 32: Chọn D.



$$\text{Thiết diện qua trục là hình vuông} \Rightarrow R = \frac{1}{2} AB = \frac{3a}{2}, h = 3a \Rightarrow S = 2\pi R h = 9\pi a^2.$$

Câu 33: Chọn A.

$$\text{Ta có } \vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-a+3(-1-a)=0 \\ 2-b+3(3-b)=0 \\ -c+3(5-c)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{11}{4} \\ c=\frac{15}{4} \end{cases} \Rightarrow a+2b+2c=\frac{25}{2}.$$

Câu 34: Chọn B.

$$\text{Ta có } \log_a b = 3 \Rightarrow b = a^3 \text{ do đó } T = \frac{(a^3)^3}{a^9} + \log_{\frac{a}{a^3}} \sqrt{aa^3} = 1 + \log_{a^{-2}} a^2 = 1 - 1 = 0.$$

Câu 35: Chọn A.

$$\text{Ta có } I = \int f(ax+b)dx, \text{ đặt } u = ax+b \Rightarrow du = adx \Rightarrow dx = \frac{du}{a} \text{ nên}$$

$$I = \frac{1}{a} \int f(u)du = \frac{1}{a} F(u) + C = \frac{1}{a} F(ax+b) + C.$$

Câu 36: Chọn A.

$$\text{Ta có } y' = (2x+2)f'(x^2+2x) + 2021^m \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right). \text{ Để hàm số nghịch biến trên } [1; +\infty) \text{ thì}$$

$$y' \leq 0, \forall x \in [1; +\infty) \Leftrightarrow (2x+2)f'(x^2+2x) + 2021^m \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) \leq 0, \forall x \in [1; +\infty)$$

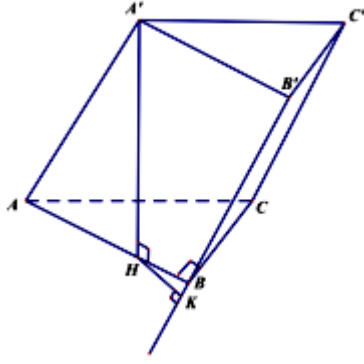
$$\Leftrightarrow 2021^m \cdot \frac{x+1}{x^2} \leq -(2x+2)f'(x^2+2x), \forall x \in [1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 2021^m \leq -2x^2 f'(x^2+2x), \forall x \in [1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 2021^m \leq \text{Ming}(x), \forall x \in [1; +\infty), g(x) = -2x^2 f'(x^2+2x)$$

Mặt khác $g(1) = -2 \cdot f'(3) = 0$, do đó $2021^m \leq 0$ (vô lý), vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn.

Câu 37: Chọn B.



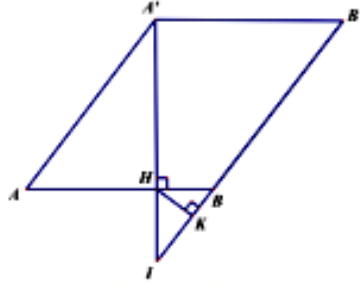
Ta có $AA' // BB' \Rightarrow AA' // (BCC'B')$ mà $BC \subset (BCC'B')$

$$\Rightarrow d(AA', BC) = d(AA', (BCC'B')) = d(A, (BCC'B')) = 3d(H, (BCC'B'))$$

Ta có: $A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp BC$; $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (ABB'A') \Rightarrow (ABB'A') \perp (BCC'B')$

Kê $HK \perp BB' \Rightarrow HK \perp (BCC'B') \Rightarrow d(H, (BCC'B')) = HK$

Gọi $I = A'H \cap BB'$.

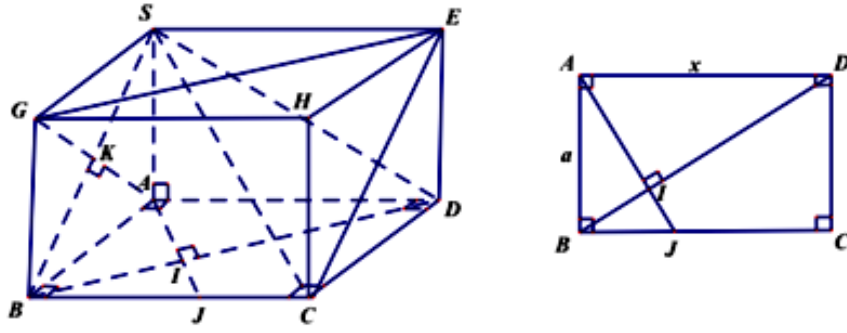


$$\text{Ta có } \frac{IH}{IA'} = \frac{HB}{A'B'} = \frac{\frac{a}{3}}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow HI = \frac{1}{2} HA' = \frac{a\sqrt{2}}{6}$$

$$\Rightarrow HK = \frac{HB \cdot HI}{\sqrt{HB^2 + HI^2}} = \frac{\frac{a}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{6}}{\sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{6}\right)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{9} a$$

$$\Rightarrow d(H, (BCC'B')) = \frac{\sqrt{3}}{9} a \Rightarrow d(AA', BC) = \frac{\sqrt{3}a}{3}$$

Câu 38: Chọn A.



Ta có: $\overline{SE} = \overline{BC} \Rightarrow SE \parallel BC; SE = BC \Rightarrow SADE$ là hình chữ nhật. Dựng hình hộp chữ nhật $SGHE.ABCD$.

Ta có: $((BED), (SBC)) = ((BDEG), (BCES))$. (1)

Ta có tứ giác $ABGS$ là hình vuông $\Rightarrow AG \perp SB \Rightarrow AG \perp (BCES)$ (2)

Kê $AI \perp BD \Rightarrow AI \perp (BDEG)$ (3). Gọi $J = AI \cap BC$.

Từ (1), (2), (3) ta có $((BED), (SBC)) = (AG, AJ) = 60^\circ$

Đặt $AD = x$. Ta có $\triangle ABJ \sim \triangle ABD \Rightarrow \frac{BJ}{AB} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow BJ = \frac{AB^2}{AD} = \frac{a^2}{x}$

Từ đó ta có: $AJ = \frac{a}{x} \sqrt{a^2 + x^2}; GJ = \frac{a}{x} \sqrt{a^2 + x^2}; AG = a\sqrt{2}$

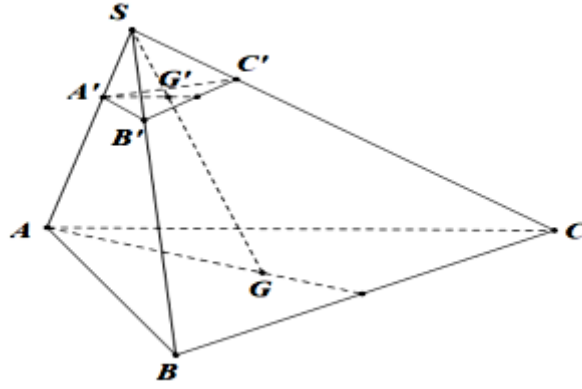
Vậy $\triangle AGJ$ cân tại $J \Rightarrow \triangle AGJ$ đều $\Rightarrow AJ = AG \Rightarrow \frac{a}{x} \sqrt{a^2 + x^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow x = a$.

Ta có tứ diện $SDCE$ là hình chóp $S.DCE$ có $SE \perp (CDE)$ nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.DCE$ là

$$R = \sqrt{\left(\frac{SE}{2}\right)^2 + R_{day}^2}$$

Ta có $\triangle CDE$ vuông cân tại $D \Rightarrow R_{day} = \frac{CE}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Vậy $R = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 39: Chọn A.



Ta có $\overrightarrow{SA'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA}$; $\overrightarrow{SB'} = \frac{1}{4}\overrightarrow{SB}$; $\overrightarrow{SC'} = \frac{1}{5}\overrightarrow{SC}$; $\overrightarrow{SG'} = k\overrightarrow{SG}$.

Bốn điểm A', B', C', G' đồng phẳng nên với mọi điểm S ta có $\overrightarrow{SG'} = x\overrightarrow{SA'} + y\overrightarrow{SB'} + z\overrightarrow{SC'}$ (1) với $x + y + z = 1$.

(1) $\Leftrightarrow k\overrightarrow{SG} = \frac{x}{3}\overrightarrow{SA} + \frac{y}{4}\overrightarrow{SB} + \frac{z}{5}\overrightarrow{SC}$, mặt khác $\overrightarrow{SG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$. Vì $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}$ không đồng phẳng nên

$$\begin{cases} \frac{k}{3} = \frac{x}{3} \\ \frac{k}{3} = \frac{y}{4} \\ \frac{k}{3} = \frac{z}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k \\ y = \frac{4}{3}k \\ z = \frac{5}{3}k \end{cases}; x + y + z = 1 \Leftrightarrow k + \frac{4}{3}k + \frac{5}{3}k = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{SG'} = \frac{1}{4}\overrightarrow{SG} = \frac{1}{4}(-3; -1; -1) \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2 = \frac{-3}{4} \\ b - 3 = \frac{-1}{4} \\ c - 1 = \frac{-1}{4} \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 6 - \frac{5}{4} = \frac{19}{4}.$$

Câu 40: Chọn B.

+ Số các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập A là A_9^8 . Với $a_8 : 3 \Rightarrow a_8 = \{3; 6; 9\}$.

+ Gọi số tự nhiên có 8 chữ số là $\overline{a_1a_2a_3...a_7a_8}$ thỏa mãn $(a_1 + a_2 + ... + a_8) : 13$

Ta có $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45 \Rightarrow 36 \leq a_1 + a_2 + ... + a_8 \leq 44$,

$$(a_1 + a_2 + ... + a_8) : 13 \Rightarrow a_1 + a_2 + ... + a_8 = 39$$

Nếu $a_8 = 3 \Rightarrow a_1 + a_2 + ... + a_7 = 36$ có các số 1, 2, 4, 5, 7, 8, 9 có 7! số thỏa mãn.

Nếu $a_8 = 6 \Rightarrow a_1 + a_2 + ... + a_7 = 33$ không tìm được số thỏa mãn.

Nếu $a_8 = 9 \Rightarrow a_1 + a_2 + \dots + a_7 = 30$ có các số 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8 có 7! số thỏa mãn.

Vậy có 2.7! số thỏa mãn.

Xác suất là: $P = \frac{2.7!}{A_9^8} = \frac{1}{36}$.

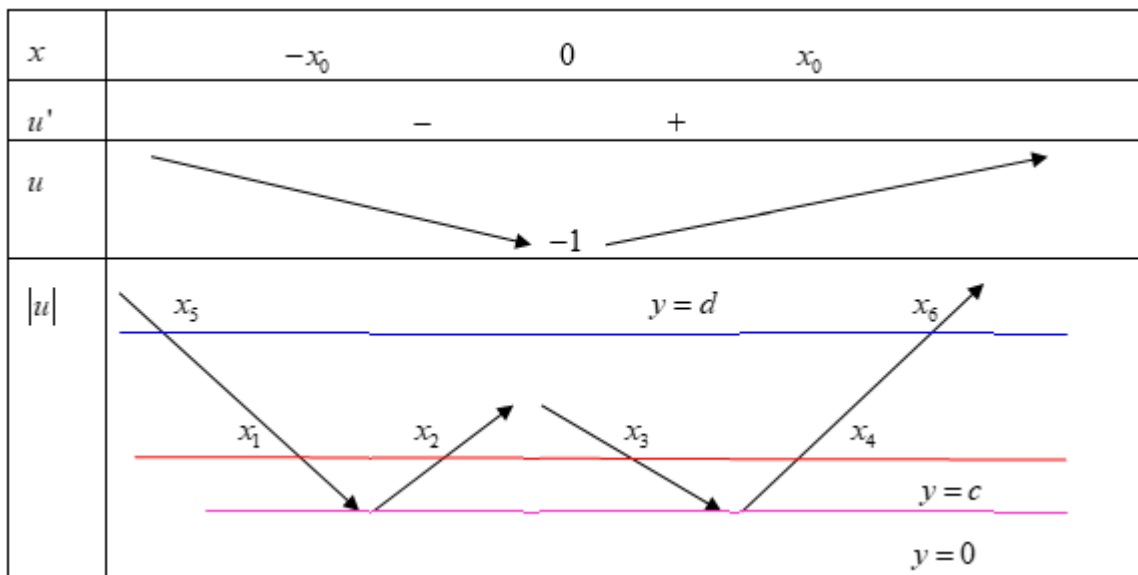
Câu 41: Chọn D.

Đặt $u = \frac{\ln(x^2 + 1) - 2}{2} \Rightarrow u' = \frac{x}{x^2 + 1}; u' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Dựa vào bảng biến thiên đề bài ta có

$$f'(|u|) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |u| = a \in (-\infty; -1) \\ |u| = b \in (-1; 0) \\ |u| = c \in (0; 1) \\ |u| = d > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |u| = c \in (0; 1) & (1) \\ |u| = d > 1 & (2) \end{cases}$$

Với $|x_0| = \sqrt{e^2 - 1}$ thì $|u|$ có 3 cực trị, trong đó 1 cực đại, 2 cực tiểu. Bảng biến thiên mới theo biến u là



Hai phương trình lần lượt có 4 và 2 nghiệm như sau

Giải $|u| = c \in (0; 1) \Rightarrow \begin{cases} x_1 < -x_0 \\ x_2 \in (-x_0; 0) \\ x_3 \in (0; x_0) \\ x_4 \in (0; +\infty) \end{cases}$ và giải $|u| = d > 1 \Rightarrow \begin{cases} x_5 < x_1 \\ x_6 > x_4 \end{cases}$

Chú ý c là điểm cực đại và d là điểm cực tiểu nên từ (1) thu được 2 cực tiểu, từ (2) thu được 1 cực tiểu.

Kết luận tổng cộng 5 điểm cực tiểu.

Câu 42: Chọn D.

Đạo hàm $y = \frac{2x+m}{x-4} \Rightarrow y' = \frac{-8-m}{(x-4)^2}$.

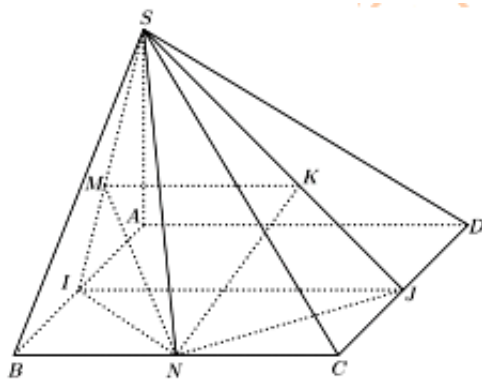
Do hàm số đơn điệu trên từng khoảng xác định nên ta xét $f(0) = -\frac{m}{4}; f(2) = \frac{m+4}{-2}$.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi

$$-8-m > 0 \Rightarrow m < -8 \Rightarrow \max_{[0;2]} y = f(2) \Rightarrow \frac{m+4}{-2} = 3 \Rightarrow m = -10 \text{ (thỏa mãn)}.$$

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định khi

$$m > -8 \Rightarrow \max_{[0;2]} y = f(0) \Rightarrow \frac{m}{-4} = 3 \Rightarrow m = -12 \text{ (loại)}.$$

Câu 43: Chọn C.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD . Khi đó $M \in SI : \frac{SM}{SI} = \frac{2}{3}; N \in SJ : \frac{SN}{SJ} = \frac{2}{3}$.

Ta có $\frac{V_{S.MNK}}{V_{I.NJ}} = \frac{SM}{SI} \cdot \frac{SK}{SJ} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{S.MNK} = \frac{4}{9} V_{S.I.NJ}$

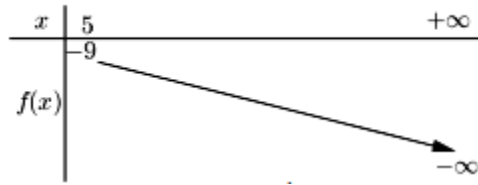
Mặt khác $V_{S.I.NJ} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD} \Rightarrow V_{S.MNK} = \frac{1}{9} V_{S.ABCD} = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{3} \cdot AB^2 \cdot SA = \frac{1}{27} \cdot (2a)^2 \cdot a = \frac{4a^3}{27}$.

Câu 44: Chọn D.

Ta có $y' = 1 + \frac{m}{(x-2)^2}$.

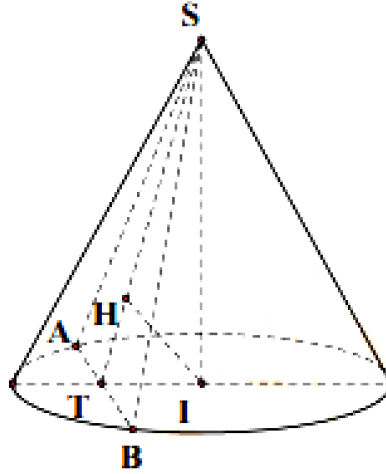
Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì $1 + \frac{m}{(x-2)^2} \geq 0 \quad \forall x \in [5; +\infty) \Leftrightarrow m \geq -(x-2)^2 \quad \forall x \in [5; +\infty)$

Ta có bảng biến thiên của $f(x) = -(x-2)^2 = -x^2 + 4x - 4$ trên $[5; +\infty)$.



Khi đó $m \geq -9$. Vậy số giá trị nguyên âm của tham số m là 9.

Câu 45: Chọn C.



Giả sử hình nón có đỉnh S , tâm đường tròn đáy là I , thiết diện là tam giác SAB , H là hình chiếu vuông góc của I lên (SAB) (như hình vẽ).

Theo bài ra ta có $IH = a$, ΔSAB vuông cân tại S , $SI = 3a$.

$$\frac{1}{IT^2} = \frac{1}{IH^2} - \frac{1}{SI^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{9a^2} = \frac{8}{9a^2} \Rightarrow IT = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$$

$$\Delta SAB \text{ vuông cân tại } S \text{ nên } ST = \frac{1}{2}SB = \frac{SI \cdot IT}{IH} = \frac{9a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow AT = \frac{9a\sqrt{2}}{4}$$

$$R^2 = IA^2 = IT^2 + AT^2 = \frac{9a^2}{8} + \left(\frac{9a\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{45a^2}{4}.$$

$$\text{Thể tích của khối nón là } V = \frac{1}{3}\pi \cdot 3a \cdot \frac{45a^2}{4} = \frac{45\pi a^3}{4}.$$

Câu 46: Chọn A.

ĐK: $x > 0$.

$$\left(\log_3\left(\frac{x}{3}\right)\right)^2 + 3m \log_3 x + 2m^2 - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x - 1)^2 + 3m \log_3 x + 2m^2 - 2m - 1 = 0$$

Đặt $t = \log_3 x$

$$\text{Phương trình trở thành } (t-1)^2 + 3mt + 2m^2 - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 + (3m-2)t + 2m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -m \\ t = -2m+2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3^{-m} \\ x = 3^{-2m+2} \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 > 10 \Leftrightarrow 3^{-m} + 3^{-2m+2} > 10 \Leftrightarrow 9 \cdot 3^{-2m} + 3^{-m} - 10 > 0 \Leftrightarrow 3^{-m} > 1 \Leftrightarrow -m > 0 \Leftrightarrow m < 0.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ và $m > -2021$ nên $m \in \{-2020; -2019; \dots; -1\}$.

Câu 47: Chọn A.

Cách 1:

$$\text{Ta có: } F(x) = \int \frac{2dx}{\sin x} = \int \frac{2dx}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \int \frac{dx}{\cos^2 \frac{x}{2} \cdot \tan \frac{x}{2}} = 2 \int \frac{d\left(\tan \frac{x}{2}\right)}{\tan \frac{x}{2}} = 2 \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + C.$$

$$\Rightarrow F(x) = 2 \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + C.$$

$$\text{Mà } F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 2 \ln \left| \tan \frac{\pi}{4} \right| + C = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow F(x) = 2 \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| = \ln \left(\tan \frac{x}{2} \right)^2.$$

$$\Rightarrow g(x) = e^{F(x)} = \tan^2 \frac{x}{2} \Rightarrow g'(x) = \tan \frac{x}{2} \cdot \left(1 + \tan^2 \frac{x}{2} \right) > 0, \forall x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3} \right].$$

$$\text{Do đó hàm số } g(x) \text{ đồng biến trên } \left[\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3} \right] \text{ nên } \max_{\left[\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3} \right]} g(x) = g\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \left(\tan \frac{\pi}{3} \right)^2 = 3.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3} \right]$ bằng 3.

Cách 2:

$$\text{Ta có } g'(x) = F'(x) \cdot e^{F(x)} = \frac{2}{\sin x} \cdot e^{F(x)} > 0, \forall x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3} \right].$$

$$\Rightarrow \max_{\left[\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3} \right]} g(x) = g\left(\frac{2\pi}{3}\right) = e^{F\left(\frac{2\pi}{3}\right)} = e^{F\left(\frac{\pi}{2}\right) + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{2dx}{\sin x}} = 3.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3} \right]$ bằng 3.

Câu 48: Chọn B.

Ta có $F'(x) = f(x) = \frac{2021x}{(x^2+1)^{2022}} \Rightarrow F'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$F'(x)$	$-$	0	$+$
$F(x)$	$+\infty \swarrow \searrow +\infty$ $F(0)$		

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số $F(x)$ bằng $F(0) = -\frac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $F(x)$ bằng $-\frac{1}{2}$.

Câu 49: Chọn A.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{OA} = (-3; 0; 0) \\ \overrightarrow{OB} = (0; -4; 0) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Rightarrow \Delta OAB \text{ vuông tại } O \Rightarrow J \text{ là trung điểm của } AB$

$\Rightarrow J\left(-\frac{3}{2}; -2; 0\right)$. Ta có $\begin{cases} OA = 3 \\ OB = 4 \\ AB = 5 \end{cases}$

Vì I là tâm đường tròn nội tiếp ΔOAB

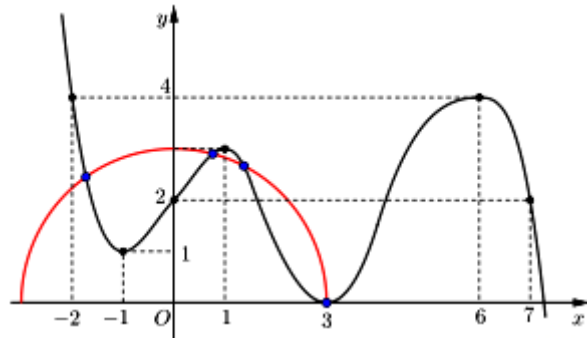
$\Rightarrow AB \cdot \overrightarrow{IO} + BO \cdot \overrightarrow{IA} + OA \cdot \overrightarrow{IB} = \vec{0} \Rightarrow I(-1; -1; 0) \Rightarrow IJ = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 50: Chọn A.

Ta có $Pt \Leftrightarrow f(3 \sin x) = 3\sqrt{1 - \sin^2 x} \Leftrightarrow f(3 \sin x) = \sqrt{9 - 9 \sin^2 x} \quad (1)$.

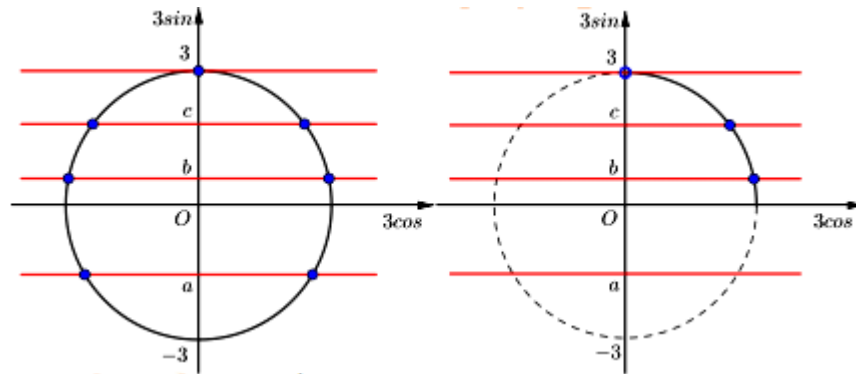
Đặt $t = 3 \sin x (t \in [-3; 3])$. Phương trình (1) trở thành $f(t) = \sqrt{9 - t^2} \quad (2)$.

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \sqrt{9 - t^2}$ suy ra (C) là nửa trên đường tròn tâm O , bán kính $R = 3$.



Dựa vào đồ thị, ta có (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} t = a \in (-2; -1) \\ t = b \in (0; 1) \\ t = c \in (1; 3) \\ t = 3 \end{cases}$. Ta có $\left(0; \frac{9\pi}{2}\right) = \underbrace{(0; 4\pi]}_{2 \text{ vòng}} \cup \left(4\pi; \frac{9\pi}{2}\right)$.

Ta xét đường tròn lượng giác như sau:



Dựa vào đường tròn lượng giác, ta thấy phương trình có $2 \cdot 7 + 2 = 16$ nghiệm.

HẾT

<https://toanmath.com/>