

Câu 1 (1,0 điểm). Giải phương trình $\cos^2 2x + \cos 2x - \frac{3}{4} = 0$

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $2(1 + \cos x)(1 + \cot^2 x) = \frac{\sin x - 1}{\sin x + \cos x}$.

Câu 3 (1,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $\Delta: x + 9y = 0$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính giới hạn: $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 5x^3 + 2x^2 + 6x - 4}{x^3 - x^2 - x + 1}$

Câu 5 (1,0 điểm). Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} = C_n^3$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8

trong khai triển nhị thức Niu-ton của $\left(\frac{nx^2}{14} - \frac{1}{x}\right)^n, x \neq 0$.

Câu 6 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (4x^2 + 1)x + (y - 3)\sqrt{5 - 2y} = 0 \\ 4x^2 + y^2 + 2\sqrt{3 - 4x} = 7 \end{cases}$$

Câu 7 (1,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Gọi M là trung điểm BC , G là trọng tâm $\triangle ABM$; điểm $D(7; -2)$ nằm trên đoạn MC sao cho $GA = GD$. Viết phương trình đường thẳng AB , biết hoành độ của A nhỏ hơn 4 và AG có phương trình $3x - y - 13 = 0$.

Câu 8 (2,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân ($AD \parallel BC$), $BC = 2a$, $AB = AD = DC = a$ ($a > 0$). Mặt bên SBC là tam giác đều. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Biết SD vuông góc với AC .

- Chứng minh mặt phẳng (SBC) vuông góc mặt phẳng ($ABCD$). Tính độ dài đoạn thẳng SD .
- Mặt phẳng (α) đi qua điểm M thuộc đoạn thẳng OD (M khác O và D) và song song với đường thẳng SD và AC . Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) biết $MD = x$. Tìm x để diện tích thiết diện lớn nhất.

Câu 9 (1,0 điểm). Cho dãy số (u_n) xác định bởi:

$$u_1 = 1; u_n = \frac{2(n+1)u_{n+1}}{n} + \frac{2-n}{(n^2+n+1)^2+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*. \text{ Tìm công thức số hạng tổng quát } u_n \text{ theo } n.$$

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

I. LƯU Ý CHUNG:

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.
- Với bài hình học nếu thí sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

II. ĐÁP ÁN:

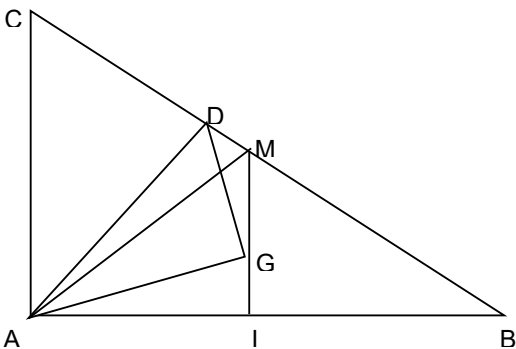
Câu	Nội dung trình bày	Điểm
1	(1,0 điểm)	
	$PT \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = -\frac{3}{2} (L) \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$	0,5
2	(1,0 điểm)	
	$ĐK: \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \sin x + \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$	0,25
	$Pt \Leftrightarrow 2(1 + \cos x) \cdot \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{\sin x - 1}{\sin x + \cos x}$	
	$\Leftrightarrow \frac{2}{1 - \cos x} = \frac{\sin x - 1}{\sin x + \cos x} \Leftrightarrow \sin x + \cos x + \sin x \cdot \cos x + 1 = 0$	0,25
	Đặt $t = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}), -\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$, Phương trình trở thành: $t + \frac{t^2 - 1}{2} + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1.$	0,25
	Với $t = -1$, ta có $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (tm) \\ x = \pi + k2\pi (l) \end{cases}.$ Vậy phương trình có họ nghiệm $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi.$	0,25
3	(1,0 điểm)	
	Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x.$ Gọi $M(a; a^3 - 3a^2 + 1) \in (C).$ Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là $y = f'(a)(x - a) + a^3 - 3a^2 + 1.$	0,25
	Tiếp tuyến vuông góc với đường $x + 9y = 0$ nên	0,25

	$f'(a) \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = -1 \Leftrightarrow 3a^2 - 6a = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 3 \end{cases}.$	
	Với $a = -1$, phương trình tiếp tuyến là $y = 9x + 6$.	0,25
	Với $a = 3$, phương trình tiếp tuyến là $y = 9x - 26$.	0,25

4.	Ta có : $x^5 - 5x^3 + 2x^2 + 6x - 4 = (x-1)^2(x+2)(x^2-2).$ $x^3 - x^2 - x + 1 = (x-1)^2(x+1).$	0.5
	$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 5x^3 + 2x^2 + 6x - 4}{x^3 - x^2 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x^2-2)}{x+1} = -\frac{3}{2}.$ Vậy $I = -\frac{3}{2}.$	0.5
5.	(1,0 điểm)	
	Ta có $5C_n^{n-1} = C_n^3 \Leftrightarrow 5n = \frac{(n-2)(n-1)n}{6} \Leftrightarrow n^2 - 3n - 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = -4(ktm) \end{cases}.$	0,25
	Xét khai triển $\left(\frac{7x^2}{14} - \frac{1}{x}\right)^7 = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}\right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k \left(\frac{1}{2}\right)^{7-k} (-1)^k x^{14-2k} x^{-k}$ $= \sum_{k=0}^7 C_7^k \left(\frac{1}{2}\right)^{7-k} (-1)^k x^{14-3k}.$ Ứng với x^8 suy ra $14-3k=8 \Leftrightarrow k=2.$	0,5
	Vậy hệ số của x^8 trong khai triển là: $C_7^2 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{21}{32}$	0,25

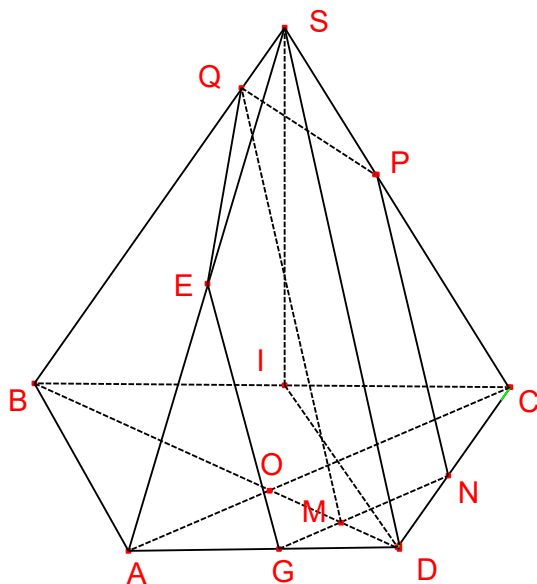
Câu 6 (1,0 điểm)	b)Giải hệ phương trình $\begin{cases} (4x^2+1)x+(y-3)\sqrt{5-2y}=0 & (1) \\ 4x^2+y^2+2\sqrt{3-4x}=7 & (2) \end{cases}$	
	Điều kiện: $\begin{cases} y \leq \frac{5}{2} \\ x \leq \frac{3}{4} \end{cases}$ Sau đó đặt $\begin{cases} a = x \\ b = \sqrt{5-2y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = x \\ y = \frac{5-b^2}{2} \end{cases}$ Phương trình (1) trở thành $8a^3 + 2a - b^3 - b = 0 \Leftrightarrow (2a-b)(4a^2 + 2ab + b^2 + 1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2a = b \\ 4a^2 + 2ab + b^2 + 1 = 0 \quad (l) \end{cases}$	0,25

	Với $2a = b \Rightarrow 2x = \sqrt{5-2y} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y = \frac{5-4x^2}{2} \end{cases}$ Thay vào (2) ta có pt $16x^4 - 24x^2 - 3 + 8\sqrt{3-4x} = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow 4x^2(4x^2 - 1) - 5(4x^2 - 1) + 8(\sqrt{3-4x} - 1) = 0$ $\Leftrightarrow (2x-1)\left(8x^3 + 4x^2 - 10x - 5 - \frac{16}{\sqrt{3-4x} + 1}\right) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=0 \\ 8x^3 + 4x^2 - 10x - 5 - \frac{16}{\sqrt{3-4x} + 1} = 0 \quad (*) \end{cases}$	0,25
	Ta có $(*) \Leftrightarrow 2x^2(4x-3) + 3x(4x-3) - 2x^2 - x - 5 - \frac{16}{\sqrt{3-4x} + 1} = 0$ Với $0 \leq x \leq \frac{3}{4}$ có $2x^2(4x-3) + 3x(4x-3) - 2x^2 - x - 5 - \frac{16}{\sqrt{3-4x} + 1} < 0$ Vậy $(*)$ không có nghiệm thỏa mãn $0 \leq x \leq \frac{3}{4}$ Kết luận hệ có nghiệm là $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$	0,25

	Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm BC, G là trọng tâm $\triangle ABM$; điểm $D(7; -2)$ nằm trên đoạn MC sao cho $GA = GD$. Viết phương trình đường thẳng AB, biết hoành độ của A nhỏ hơn 4 và AG có phương trình $3x - y - 13 = 0$.	1.0
7	Gọi I là trung điểm AB, dễ thấy $GA = GB = GD \Rightarrow G$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABD \Rightarrow \angle AGD = 2\angle ABD = 90^\circ \Rightarrow AG \perp DG$ 	0.25

	$DG = d(A; AG) = \sqrt{10} \Rightarrow AD = 2\sqrt{5}$ Giả sử $A(a; 3a-13)$, $AD=2\sqrt{5} \Leftrightarrow (a-7)^2 + (3a-11)^2 = 20 \Leftrightarrow a = 3$ (do $a < 4$) $\Rightarrow A(3; -4)$	0.25
	ΔAMB vuông tại $M \Rightarrow MI = IA = 3IG \Rightarrow AG = \sqrt{10}IG \Rightarrow \cos BAG = \frac{AI}{AG} = \frac{3}{\sqrt{10}}$ Gọi $\vec{n}(a; b)$ ($a^2 + b^2 > 0$) là véc tơ pháp tuyến của AB , $\vec{n}_1(3; -1)$ là véc tơ pháp tuyến của AG Áp dụng công thức tính góc ta được $\frac{ 3a-b }{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ 3a=-4b \end{cases}$	0.25
	Với $b = 0$ thì phương trình AB là $x-3=0$ Với $3a = -4b$ thì $AB: 4x-3y-24=0 \Rightarrow D, G$ nằm về hai phía đối với $AB \Rightarrow G$ nằm ngoài tam giác ABC (loại) Kết luận: Phương trình AB là $x-3=0$. *Chú ý: Nếu học sinh không loại nghiệm thì không cho điểm phần này.	0.25

5 (2 điểm)	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân ($AD \parallel BC$), $BC = 2a$, $AB = AD = DC = a$ ($a > 0$). Mặt bên SBC là tam giác đều. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Biết SD vuông góc với AC .	2
-----------------------------	---	----------



8a)

1

Gọi I là trung điểm của BC nên tứ giác ADIC là hình thoi cạnh a nên $IA = IB = IC = a$ thì tam giác ABC vuông tại A, suy ra AC vuông góc DI

0,25

$$AC \perp ID (ID \parallel AB), AC \perp SD \Rightarrow AC \perp (SID) \\ \Rightarrow AC \perp SI$$

0,25

Do $AC \perp SI, BC \perp SI \Rightarrow SI \perp (ABCD) \Rightarrow (ABCD) \perp (SBC)$

0,25

Ta có : $SD = \sqrt{SI^2 + ID^2} = 2a$

0,25

8b)

1

Từ M kẻ hai đường thẳng lần lượt song song với SD, AC chúng cắt theo thứ tự SB tại Q và AB tại G, AC tại N. Từ G kẻ đường thẳng song song SD, cắt SA tại E, từ N kẻ đường thẳng song song với SD cắt SC tại P. Ta được thiết diện là ngũ giác GNPQE.

0,5

Ta có $BD = a\sqrt{3}$ nên tính được $EG = NP = 2\left(a - x\sqrt{3}\right), QM = 2\left(a - \frac{x}{\sqrt{3}}\right), GN = 3x$

0,25

Tứ giác EGMQ và MNPQ là hai hình thang vuông đường cao lần lượt là GM và NM nên

	$S_{MNPQE} = 4x(3a - 2\sqrt{3}x)$	
	$\text{Max } S_{MNPQE} = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 \text{ tại } x = \frac{a\sqrt{3}}{4}$	0,25

9 (1 điểm)	Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = 1; u_n = \frac{2(n+1)u_{n+1}}{n} + \frac{2-n}{(n^2+n+1)^2+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm công thức số hạng tổng quát u_n theo n .	
	$u_n = \frac{2(n+1)u_{n+1}}{n} + \frac{2-n}{(n^2+n+1)^2+1}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow nu_n = 2(n+1)u_{n+1} + \frac{2n-n^2}{(n^2+n+1)^2+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$ $\Leftrightarrow nu_n = 2(n+1)u_{n+1} + \frac{(n+1)^2+1-2(n^2+1)}{(n^2+1)[(n+1)^2+1]}, \forall n \in \mathbb{N}^*$	0,25
	$\Leftrightarrow (n+1)u_{n+1} - \frac{1}{(n+1)^2+1} = \frac{1}{2}[nu_n - \frac{1}{n^2+1}] \quad (1)$	0,25
	Đặt $v_n = nu_n - \frac{1}{n^2+1}$. Khi đó $(1) \Leftrightarrow v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n \quad (v_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow v_n = \frac{1}{2^n})$	0,25
	Vậy $u_n = \frac{1}{n}(\frac{1}{n^2+1} + \frac{1}{2^n})$	0,25