

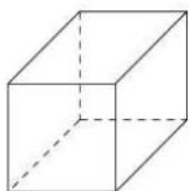
Câu 1: Cho hình nón có bán kính đáy là $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.

- A. $S = 8\sqrt{3}\pi$ B. $S = 24\pi$ C. $S = 16\sqrt{3}\pi$ D. $S = 4\sqrt{3}\pi$

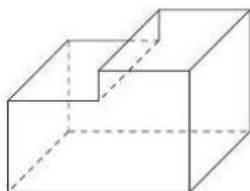
Câu 2: Lớp 11B có 25 đoàn viên trong đó 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ

- A. $\frac{7}{920}$ B. $\frac{27}{92}$ C. $\frac{3}{115}$ D. $\frac{9}{92}$

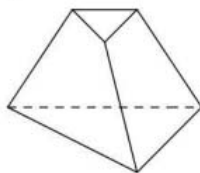
Câu 3: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng, tìm hình không là hình đa diện



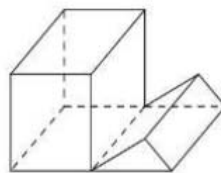
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 2. B. Hình 4. C. Hình 1. D. Hình 3.

Câu 4: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. d qua S và song song với BD . B. d qua S và song song với BC .
C. d qua S và song song với AB . D. d qua S và song song với DC .

Câu 5: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 15$ trên đoạn $[-3; 2]$.

- A. $\max_{[-3;2]} y = 54$ B. $\max_{[-3;2]} y = 7$ C. $\max_{[-3;2]} y = 48$ D. $\max_{[-3;2]} y = 16$

Câu 6: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\log_{0,3}(x+3)}$.

- A. $D = (-3; +\infty)$ B. $D = (-3; -2)$ C. $D = [-3; +\infty)$ D. $D = (-3; -2]$

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. Hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

Câu 8: Hai xạ thủ cùng bắn, mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

Câu 9: Đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ tại hai điểm phân biệt. Tính độ dài đoạn AB.

A. $AB = 3$

B. $AB = 2\sqrt{2}$

C. $AB = 1$

D. $AB = \sqrt{2}$

Câu 10: Trong bốn hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$; $y = 3^x$; $y = \log_3 x$; $y = \sqrt{x^2 + x + 1} - x$. Có mấy hàm số mà đồ thị của nó có đường tiệm cận.

A. 4

B. 3

C. 1

D. 2

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = |x - 1|$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $f(1) = 0$

B. $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 1$

C. $f(x)$ liên tục tại $x = 1$

D. $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$

Câu 12: Trong không gian, cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính thể tích V của khối trụ tạo bởi hình trụ đó.

A. $\frac{\pi}{2}$

B. π

C. 2π

D. 4π

Câu 13: Giải phương trình $\log_{2017}(13 + 3) = \log_{2017} 16$

A. $x = \frac{1}{2}$

B. $x = 1$

C. $x = 0$

D. $x = 2$

Câu 14: Tìm nghiệm của phương trình lượng giác $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa mãn điều kiện $0 < x < \pi$

A. $x = \frac{\pi}{2}$

B. $x = 0$

C. $x = \pi$

D. $x = 2$

Câu 15: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để biểu thức $B = \log_3(2 - a)$ có nghĩa

A. $a > 2$

B. $a = 3$

C. $a \leq 2$

D. $a < 2$

Câu 16: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_6 [x(5-x)] = 1$

- A. $S = \{2; -6\}$ B. $S = \{2; 3; 4\}$ C. $S = \{2; 3\}$ D. $S = \{2; 3; -1\}$

Câu 17: Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

- A. $\tan x + 3 = 0$ B. $\sin x + 3 = 0$
C. $3 \sin x - 2 = 0$ D. $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

Câu 18: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $AB = a$; $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích khối chóp S.ABCD bằng $\frac{2a^3}{3}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng (ABCD).

- A. 30° B. 60° C. 45° D. 75°

Câu 19: Cho đa thức $p(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức: $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_8

- A. 720 B. 700 C. 715 D. 730

Câu 20: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 1$ có mấy điểm cực trị?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 21: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A. $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$ B. $u_n = n^3 - 1$ C. $u_n = n^2$ D. $u_n = 2n$

Câu 22: Cho ba điểm $A(1; -3)$; $B(-2; 6)$ và $C(4; -9)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox sao cho véc tơ $\vec{u} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$ có độ dài nhỏ nhất.

- A. $M(2; 0)$ B. $M(4; 0)$ C. $M(3; 0)$ D. $M(1; 0)$

Câu 23: Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$

- A. $y_{CT} = 4$ B. $y_{CT} = -3$ C. $y_{CT} = 3$ D. $y_{CT} = -4$

Câu 24: Cho hình chóp S.ABC có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại C. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mp (ABC). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. H là trung điểm cạnh AB B. H là trọng tâm tam giác ABC
C. H là trực tâm tam giác ABC D. H là trung điểm cạnh AC.

Câu 25: Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn (O) và (O'), chiều cao $R\sqrt{3}$, bán kính R và hình nón có đỉnh là O', đáy là hình tròn (O; R). Tính tỉ số giữa diện tích xung quanh của hình trụ và diện tích xung quanh của hình nón.

- A. 2 B. 3 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$
-

Câu 26: Cho hình chóp S.ABC có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = a; SB = a\sqrt{2}, SC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC).

- A. $\frac{11a}{6}$ B. $\frac{a\sqrt{66}}{6}$ C. $\frac{6a}{11}$ D. $\frac{a\sqrt{66}}{11}$

Câu 27: Đồ thị hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?

- A. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$ B. $y = x^4 + 5x^2 - 1$
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$ D. $y = -x^3 - 7x^2 - x - 1$

Câu 28: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_5(x^2 + 2)$.

- A. $y' = \frac{1}{(x^2 + 2)\ln 5}$ B. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2)}$ C. $y' = \frac{2x \ln 5}{(x^2 + 2)}$ D. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2)\ln 5}$

Câu 29: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số bị chặn?

- A. $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ B. $u_n = 2n + \sin(n)$ C. $u_n = n^2$ D. $u_n = n^3 - 1$

Câu 30: Hàm số nào trong bốn hàm số sau có bảng biến thiên như hình vẽ bên?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y					

Diagram illustrating the behavior of the function y as x approaches the boundaries of the domain $(-\infty, +\infty)$.

The horizontal axis represents x , with critical points at $-\infty$, 0, 2, and $+\infty$.

The vertical axis represents y , with critical points at $-\infty$, -2, 2, and $+\infty$.

The function y is increasing on the interval $(-\infty, 0)$ and decreasing on the interval $(0, 2)$. It has a local maximum at $x = 0$ with $y = 2$ and a local minimum at $x = 2$ with $y = -2$.

As $x \rightarrow -\infty$, $y \rightarrow -\infty$. As $x \rightarrow +\infty$, $y \rightarrow +\infty$.

- A. $y = x^3 - 3x + 2$
B. $y = -x^3 + 3x - 1$
C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$
D. $y = x^3 + 3x^2 - 1$

Câu 31: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + x + 1$ có đồ thị (C). Trong các tiếp tuyến với đồ thị (C), hãy tìm phương trình tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất.

- A. $y = -8x - 19$ B. $y = x - 19$ C. $y = -8x + 10$ D. $y = -x + 19$

Câu 32: Cho khối lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Tính tỉ số giữa khối đa diện A'B'C'BC và khối lăng trụ ABC.A'B'C'.

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 33: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

- A. $D = (1; +\infty)$ B. $D = (-\infty; +\infty)$ C. $D = (0; +\infty)$ D. $D = (0; 1)$

Câu 34: Cho đa thức $p(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức: $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$. Tính tổng các hệ số $a_i, i = 0, 1, 2, \dots, 12$

A. 5

B. 7936

C. 0

D. 7920

Câu 35: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

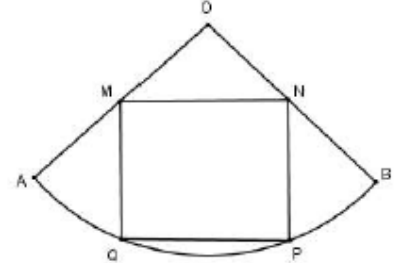
A. $-2 < m < 2$

B. $m > -2$

C. $m > 2$

D. $m < 2$

Câu 36: Cho tấm tôn hình nón có bán kính đáy là $r = \frac{2}{3}$, độ dài đường sinh $l = 2$. Người ta cắt theo một đường sinh và trải phẳng ra được một hình quạt. Gọi M, N thứ tự là trung điểm OA và OB. Hòì khi cắt hình quạt theo hình chữ nhật MNPQ (hình vẽ) và tạo thành hình trụ đường sinh PN trùng MQ (2 đáy làm riêng) thì được khối trụ có thể tích bằng bao nhiêu?



A. $\frac{3\pi(\sqrt{13}-1)}{8}$

B. $\frac{3(\sqrt{13}-1)}{4\pi}$

C. $\frac{5(\sqrt{13}-1)}{12\pi}$

D. $\frac{\pi(\sqrt{13}-1)}{9}$

Câu 37: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức $T = \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}}$

A. $3 + \sqrt{3}$

B. 4

C. $3 + 2\sqrt{3}$

D. 6

Câu 38: Giải phương trình $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$

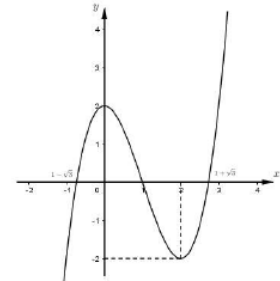
A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

C. $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$

D. $x = \frac{5\pi}{3} + k\pi$

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hòì phương trình $(x^3 - 3x^2 + 2)^3 - 3(x^3 - 3x^2 + 2)^2 + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực dương phân biệt?



A. 3

B. 5

C. 7

D. 1

Câu 40: Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo có thể tích không đổi bằng $8 m^3$, thùng tôn hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, không nắp. Trên thị trường, giá tôn làm đáy thùng là $100.000 / m^2$ và giá tôn làm thành xung quanh thùng là $50.000 / m^2$. Hòì người bán gạo đó cần đóng thùng đựng gạo với cạnh đáy bằng bao nhiêu để chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất ?

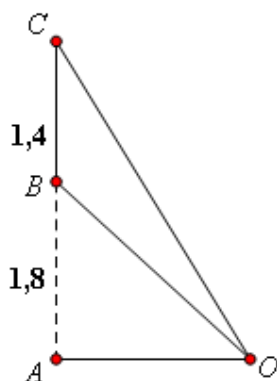
A. 3 m

B. 1,5 m

C. 2 m

D. 1 m

Câu 41: Một màn ảnh hình chữ nhật cao $1,4m$ được đặt ở độ cao $1,8m$ so với tầm mắt (tính đầu mép dưới của màn hình).



Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng cách màn ảnh bao nhiêu sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định khoảng cách đó.

- A. $2,4\ m$ B. $2,42\ m$
C. $2,46\ m$ D. $2,21\ m$

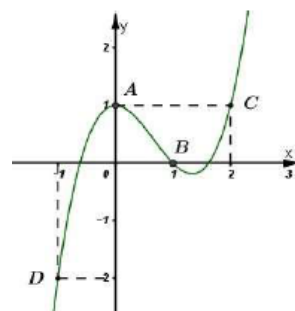
Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M di động trên cạnh SC , đặt $\frac{MC}{MS} = k$. Mặt phẳng qua A, M song song với BD cắt SB, SD thứ tự tại N, P . Thể tích khối chóp $C.APMN$ lớn nhất khi

- A. $k = \sqrt{3}$. B. $k = 1$. C. $k = 2$. D. $k = \sqrt{2}$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ với đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$ đạt cực đại tại điểm nào ?

- A. $x = -1$.
B. $x = 1$.
C. $x = 0$.
D. $x = 2$.



Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích V . Gọi E là điểm trên cạnh SC sao cho $EC = 2ES$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AE và song song với đường thẳng BD , (α) cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại hai điểm M, N . Tính theo V thể tích khối chóp $S.AMEN$.

- A. $\frac{V}{6}$. B. $\frac{V}{27}$. C. $\frac{V}{9}$. D. $\frac{V}{12}$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

- A. $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$. B. $[-2; 4]$ C. $(-\infty; -2) \cup [4; +\infty)$. D. $(-2; 4)$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^{2017}$.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(1; 2)$ và $(3; +\infty)$
B. Hàm số có ba điểm cực trị.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$, đạt cực tiểu tại $x = 1$ và $x = 3$

Câu 47: Gọi $M(a; b)$ là điểm trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ mà có khoảng cách đến đường thẳng $d: y = 3x + 6$ nhỏ nhất. Khi đó

- A. $a + 2b = 1$ B. $a + b = 2$ C. $a + b = -2$ D. $a + 2b = 3$

Câu 48: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+1}{x+m^2}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[2; 3]$ bằng $\frac{5}{6}$.

- A. $\begin{cases} m = 3 \\ m = \frac{2}{5} \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{2}{5} \end{cases}$ C. $\begin{cases} m = 3 \\ m = \frac{3}{5} \end{cases}$ D. $m = 3$

Câu 49: Đặt $a = \log_{12} 6, b = \log_2 7$. Hãy biểu diễn $\log_2 7$ theo a và b .

- A. $\frac{b}{a+1}$. B. $\frac{b}{1-a}$. C. $\frac{a}{b-1}$. D. $\frac{a}{b+1}$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $B, BC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Tính thể tích của khối cầu tạo bởi mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKB$.

- A. $\sqrt{2}\pi a^3$. B. $\frac{\pi a^3}{6}$. C. $\frac{\pi a^3}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.
-

ĐÁP ÁN

1-D	2-B	3-B	4-B	5-C	6-D	7-D	8-D	9-C	10-A
11-B	12-A	13-B	14-A	15-D	16-C	17-B	18-C	19-C	20-A
21-A	22-D	23-D	24-A	25-D	26-D	27-C	28-D	29-A	30-C
31-C	32-A	33-B	34-B	35-C	36-A	37-D	38-B	39-C	40-C
41-A	42-D	43-B	44-A	45-D	46-C	47-C	48-A	49-B	50-D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án D

Phương pháp: Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi Rl$.

Cách giải: Áp dụng công thức ta có: $S = \pi\sqrt{3}.4 = 4\sqrt{3}\pi$ (đvdt).

Câu 2: Đáp án B

Phương pháp: Công thức tính xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n_A}{n_\Omega}$

Cách giải:

Chọn 3 đoàn viên trong 25 đoàn viên nên $n_\Omega = C_{25}^3 = 2300$.

Gọi biến cố A: “Chọn 3 đoàn viên trong đó có 2 nam và 1 nữ”.

Khi đó ta có: $n_A = C_{25}^1.C_{10}^2 = 675$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n_A}{n_\Omega} = \frac{675}{2300} = \frac{27}{92}$.

Câu 3: Đáp án B

Phương pháp:

Khái niệm: Hình **đa diện** gồm một số hữu hạn đa giác phẳng thỏa mãn hai điều kiện:

a) Hai đa giác bất kì hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.

b) Mỗi cạnh của một đa giác là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Hình đa diện chia không gian thành hai phần (phần bên trong và phần bên ngoài). Hình đa diện cùng với phần bên trong của nó gọi là khối đa diện.

Cách giải:

Theo khái niệm hình đa diện ta chỉ thấy hình 4 không là hình đa diện.

Câu 4: Đáp án B

Phương pháp:

+) Chứng minh hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là hai mặt phẳng có chứa hai đường thẳng song song.

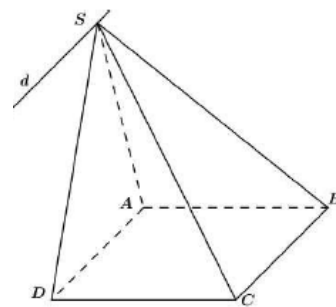
+) Tìm giao tuyến d của hai mặt phẳng có chứa hai đường thẳng song song.

Cách giải:

Tứ giác ABCD là hình bình hành $\Rightarrow AD // BC$.

Điểm S thuộc cả 2 mặt phẳng (SAD) và (SBC)

$\Rightarrow$ Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng d đi qua S và song song với AD, BC.

**Câu 5: Đáp án C****Phương pháp:**

Cách 1: Tính đạo hàm của hàm số và khảo sát tính đơn điệu của hàm số trên $[-3; 2]$ và đưa ra giá trị lớn nhất của hàm số.

Cách 2: Sử dụng máy tính để giải nhanh:

+) Bước 1: Nhấn MODE 7, nhập hàm số $y = f(x)$ vào máy tính với Start: -3; End : 2;

Step: $\frac{2 - (-3)}{19}$.

+) Bước 2: Với các giá trị trên đoạn đó nhận xét và kết luận giá trị lớn nhất của hàm số.

Cách giải: Ta có: $y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-3; 2] \\ x = 1 \in [-3; 2] \\ x = -1 \in [-3; 2] \end{cases}$

$f(-3) = 48; f(-1) = -16; f(0) = -15; f(1) = -16; f(2) = -7$.

Như vậy $\max_{[-3; 2]} = 48$.

Câu 6: Đáp án D**Phương pháp:**

+) Tìm ĐKXĐ của hàm số: $y = \sqrt{f(x)} : f(x) \geq 0$.

+) Điều kiện xác định của hàm logarit: $y = \log_a b : \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$

+) Áp dụng các phương pháp giải bất phương trình logarit để giải tìm điều kiện của x.

Cách giải:

ĐKXĐ: $\begin{cases} x+3 > 0 \\ \log_{0,3}(x+3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ (x+3) \leq 0,3^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x+3 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x \leq -2$.

Câu 7: Đáp án D**Phương pháp:**

Hàm số dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

Cách giải: Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$\text{Ta có: } y' = \frac{-1+2}{(x-1)^2} = \frac{1}{(x-1)^2} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

Chú ý và sai lầm : Khi kết luận từng khoảng đồng biến hay nghịch chú ý không được dùng kí hiệu hợp $((-\infty; 1) \cup (1; +\infty))$ mà phải sử dụng chữ và.

Câu 8: Đáp án D**Phương pháp:**

A, B là các biến cố độc lập thì $P(A.B) = P(A).P(B)$

Chia bài toán thành các trường hợp:

- Một người bắn trúng và một người bắn không trúng,
- Cả hai người cùng bắn không trúng.

Sau đó áp dụng quy tắc cộng.

Cách giải:

Xác suất để xạ thủ thứ nhất bắn không trúng bia là: $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Xác suất để xạ thủ thứ nhất bắn không trúng bia là: $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Gọi biến cố A: "Có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia".

Khi đó biến cố A có 3 khả năng xảy ra:

+) Xác suất người thứ nhất bắn trúng bia, người thứ hai không bắn trúng bia: $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

+) Xác suất người thứ nhất không bắn trúng bia, người thứ hai bắn trúng bia: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

+) Xác suất cả hai người đều bắn không trúng bia:

$$\text{Khi đó } P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

Câu 9: Đáp án C**Phương pháp:**

+) Giải phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị tìm tọa độ giao điểm A và B.

+) Công thức tính độ dài đoạn thẳng AB: $|\overline{AB}| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Cách giải:

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là: $x^3 - 3x^2 + 2x - 1 = x^2 - 3x + 1$

$$\Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow A(2; -1) \\ \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow B(1; -1) \end{cases}$$

Khi đó độ dài đoạn thẳng AB là: $|\overline{AB}| = \sqrt{(1-2)^2 + (-1+1)^2} = 1$.

Câu 10: Đáp án A

Phương pháp:

+) Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$ thì đường thẳng $x = a$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = b$ thì đường thẳng $y = b$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Cách giải:

+) Xét hàm số: $y = \frac{x+1}{x-2}$ có tiệm cận đứng là: $x = 2$ và tiệm cận ngang là: $y = 1$.

+) Xét hàm số: $y = 3^x$ có tiệm cận ngang là $y = 0$.

+) Xét hàm số: $y = \log_3 x (x > 0)$ có tiệm cận đứng là $x = 0$.

+) Xét hàm số: $y = \sqrt{x^2 + x + 1} - x$

TXĐ : D = R. Ta có $y = \sqrt{x^2 + x + 1} - x = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + x + 1} + x}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + x + 1} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + x + 1} + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1} = +\infty$$

$\Rightarrow$ Hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y = \sqrt{x^2 + x + 1} - x$

Vậy cả bốn đồ thị hàm số đã cho đều có đường tiệm cận.

Câu 11: Đáp án B

Phương pháp:

Chuyển hàm $f(x)$ về dạng $f(x) = |x-1| = \sqrt{(x-1)^2}$ □. Sau đó áp dụng các công thức tính đạo hàm, hàm số liên tục, tìm GTLN, GTNN của hàm số và kết luận.

Cách giải:

Đáp án A: $f(1) = |1-1| = 0$ (đúng)

Đáp án B: Cách 1: $(f(x))' = \left(\sqrt{(x-1)^2}\right)' = \frac{x-1}{\sqrt{(x-1)^2}}$ xác định với $x > 1$

Đáp án B: Cách 2: Ta có: $y = |x-1| = \begin{cases} x-1, & x \geq 1 \\ -(x-1), & x < 1 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} 1 & x > 1 \\ -1, & x < 1 \end{cases}$

Vậy hàm số không có đạo hàm tại $x = 1$

Câu 12: Đáp án A

Phương pháp: Công thức tính thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h$ trong đó h là chiều cao của hình trụ, r là bán kính đáy.

Cách giải: Ta có: chiều cao h của khối trụ là AD hoặc BC nên $h = 2$

Bán kính đáy là $r = \frac{AB}{2} = \frac{1}{2}$

Khi đó ta có thể tích khối trụ cần tìm là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{\pi}{2}$

Câu 13: Đáp án B

Phương pháp: $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x) (0 < a \neq 1; f(x)g(x) > 0)$

Cách giải: Điều kiện: $x > \frac{-3}{13}$

$$\log_{2017}(13x+3) = \log_{2017} 16$$

$$\Leftrightarrow 13x+3 = 16$$

$$\Leftrightarrow x = 1(tm)$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 1$.

Câu 14: Đáp án A

Phương pháp: Giải phương trình lượng giác sau đó kết hợp vào điều kiện của đầu bài để tìm ra nghiệm thỏa mãn.

Cách giải:

$$\cos^2 x - \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x (\cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = 2k\pi \end{cases}$$

$$+) \text{ Với: } x = \frac{\pi}{2} + k\pi : 0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{2} + k\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} < k2\pi < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{1}{4}$$

$$\text{Mà } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k = 0 \text{ khi đó ta có } x = \frac{\pi}{2}$$

$$+) \text{ Với: } x = 2k\pi : 0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < 2k\pi < \pi \Leftrightarrow 0 < k < \frac{1}{2}$$

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên không có giá trị k nào thỏa mãn.

Sai lầm và chú ý: Đối với những bài toán giải phương trình lượng giác thỏa mãn điều kiện cho trước, ta cần tìm được x sau đó cho x thỏa mãn điều kiện đầu bài và cô lập được k khi đó ta sẽ tìm được giá trị nguyên k thỏa mãn và sẽ tìm được x .

Câu 15: Đáp án D

Phương pháp: Biểu thức $\log_a b$ có nghĩa khi $0 < a \neq 1; b > 0$

Cách giải: Biểu thức $B = \log_3 (2 - a)$ có nghĩa khi $2 - a > 0 \Leftrightarrow a < 2$

Sai lầm và chú ý: Ở bài toán này ta chỉ cần chú ý đến điều kiện có nghĩa của hàm số logarit và giải bất phương trình để tìm x .

Câu 16: Đáp án C

Phương pháp: Cách giải phương trình $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b (0 < a \neq 1; f(x) > 0)$

Cách giải: Điều kiện: $x(5 - x) > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 5$

$$\log_6 [x(5 - x)] = 1 \Leftrightarrow x(5 - x) = 6 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases} (tm)$$

$$\text{Vậy } S = \{2; 3\}$$

Câu 17: Đáp án B

Phương pháp:

Giải từng phương trình ra và kết luận phương trình vô nghiệm.

Chú ý tập giá trị của hàm sin và hàm cos: $-1 \leq \sin x \leq 1; -1 \leq \cos x \leq 1$

Cách giải: Xét đáp án B ta có $\sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -3$. Phương trình vô nghiệm

Câu 18: Đáp án C

Phương pháp: Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} S_d \cdot h$: h là chiều cao của khối chóp, S là diện tích đáy.

Phương pháp xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng: Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng chính là góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng.

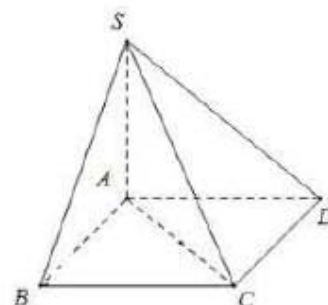
Cách giải:

Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SB; (ABCD)) = (SA, AB) = SBA$

$$\text{Ta có: } V = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD} \Rightarrow SA = \frac{3V}{S_{ABCD}} = \frac{3 \cdot \frac{2a^3}{3}}{a \cdot 2a} = a$$

Trong tam giác SAB vuông tại A ta có:

$$\tan SBA = \frac{SA}{AB} = 1 \Rightarrow SBA = 45^\circ$$



Câu 19: Đáp án C

Phương pháp: Áp dụng công thức khai triển tổng quát: $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot b^k$

Đối với bài toán này ta áp dụng công thức $(1+x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot 1^{n-k} \cdot x^k$. Sau đó dựa vào khai triển bài

toán cho $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_7x^{12}$ ta tìm được hệ số a_8 (đi theo x^8)

Cách giải:

$$+) (1+x)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k . 1^{8-k} . x^k \Rightarrow a_8 = C_8^8$$

$$+) (1+x)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot 1^{9-k} \cdot x^k \Rightarrow a_8 = C_9^8$$

$$+) (1+x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 1^{10-k} \cdot x^k \Rightarrow a_8 = C_{10}^8$$

$$+) (1+x)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot 1^{11-k} \cdot x^k \Rightarrow a_8 = C_{11}^8$$

$$+) (1+x)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \cdot 1^{12-k} \cdot x^k \Rightarrow a_8 = C_{12}^8$$

Vậy Hệ số cần tìm là: $a_8 = C_8^8 + C_9^8 + C_{10}^8 + C_{11}^8 + C_{12}^8 = 1 + 9 + 45 + 165 + 495 = 715$

Câu 20: Đáp án A

Phương pháp: Quy tắc tìm cực trị của hàm số $y = f(x)$ ta có 2 quy tắc sau:

Quy tắc 1: Áp dụng định lý 2:

Bước 1: Tìm $f'(x)$

Bước 2: Giải phương trình $f'(x)=0$ tìm các nghiệm $x_1, x_2, x_3, \dots$ và những điểm tại đó đạo hàm không xác định.

Bước 3: Lập bảng biến thiên xét dấu của $f'(x)$. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_i thì hàm số đạt cực trị tại điểm x_i

Quy tắc 2: Áp dụng định lý 3

Bước 1: Tìm $f'(x)$

Bước 2: Giải phương trình $f'(x) = 0$ tìm các nghiệm $x_1, x_2, x_3, \dots$

Bước 3: Tính $f''(x)$. Với mỗi nghiệm $x_i (i = 1, 2, 3)$ ta xét:

+) Nếu $f''(x) < 0$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_i

+) Nếu $f''(x) > 0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_i

Cách giải: Thực hiện tìm cực trị theo quy tắc 2:

$$y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 1 \Rightarrow y' = x^2 - 2x + 1; y' = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1;$$

$$y'' = 2x - 2 \Rightarrow y''(1) = 0$$

Vậy hàm số đã cho không có cực trị

Sai lầm và chú ý: Nếu $f''(x_i) = 0$ thì hàm số không đạt cực trị tại điểm x_i

Câu 21: Đáp án A

Phương pháp:

- Định nghĩa dãy số giảm: Dãy (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu $u_{n+1} < u_n (n \in \mathbb{N}^*)$.
- Có thể giải bài toán bằng cách xét các hàm số ở từng đáp án trên tập $\mathbb{N}^*$ (Dãy số cũng là một hàm số).
- Hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{N}^*$ thì dãy số đó là dãy số giảm.

Cách giải:

Đáp án A: $u'(n) = \frac{-3}{(n-1)^2} < 0, \forall n > 1, n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) là dãy số giảm.

Đáp án B: $u'(n) = 3n^2 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) là dãy số tăng.

Đáp án C: $u'(n) = 2n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) là dãy số tăng.

Đáp án D: $u'(n) = 2 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) là dãy số tăng.

Câu 22: Đáp án D

Phương pháp:

- Gọi điểm $M(m; 0) \in Ox$.
 - Tính tọa độ các véc tơ $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC} \Rightarrow |\vec{u}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$.
-

- Sử dụng công thức: $\vec{a} = (x_1; y_1); \vec{b} = (x_2; y_2) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2)$

- Tìm GTNN của biểu thức ở trên, từ đó suy ra $m \Rightarrow M$.

Cách giải: Gọi $M(m; 0) \in Ox$, ta có:

$$\overrightarrow{MA} = (1-m; -3); \overrightarrow{MB} = (-2-m; 6); \overrightarrow{MC} = (4-m; -9)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = (3-3m; -6)$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = \sqrt{(3-3m)^2 + (-6)^2} = \sqrt{(3m-3)^2 + 36}$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = (3m-3)^2 + 36 \geq 36 \Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| \geq 6$$

Do đó $\min |\vec{u}| = 6$ khi $3m-3=0 \Leftrightarrow m=1 \Rightarrow m(1; 0)$

Câu 23: Đáp án D

Phương pháp:

Cách tìm cực trị của hàm số đa thức:

- Tính y' .

- Tìm các nghiệm của $y' = 0$.

- Tính các giá trị của hàm số tại các điểm làm cho $y' = 0$ và so sánh, rút ra kết luận.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -3 \\ x = 1 \Rightarrow y = -4 \\ x = -1 \Rightarrow y = -4 \end{cases}$$

Từ đó suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$ và $y_{CT} = -4$

Câu 24: Đáp án A

Phương pháp:

Gọi M là trung điểm của AB, chứng minh $SM \perp (ABC)$ bằng cách sử dụng tính chất của trục đường tròn đáy.

Cách giải: Gọi M là trung điểm của AB.

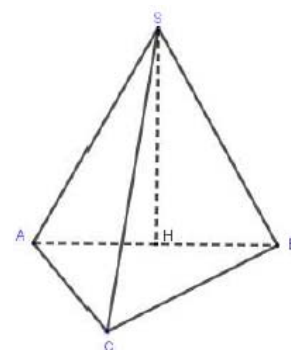
Vì $\triangle ABC$ vuông tại C nên $MA = MB = MC$.

Mà $SA = SB = SC$ nên SM là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Suy ra $SM \perp (ABC)$.

Vậy $H \equiv M$ là trung điểm của AB.

Chú ý khi giải: Cần tránh nhầm lẫn với trường hợp chóp tam giác đều: HS dễ nhầm lẫn khi nghĩ rằng $SA = SB = SC$ thì hình chiếu vuông góc của S sẽ là trọng tâm tam giác dẫn đến chọn nhầm đáp án B.



Câu 25: Đáp án D**Phương pháp:**

Công thức tính diện tích xung quanh hình trụ: $S_{xq} = 2\pi Rh$.

Công thức tính diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq} = \pi Rl$

Cách giải:

Diện tích xung quanh hình trụ là: $S_1 = 2\pi Rh = 2\pi R R\sqrt{3} = 2\pi R^2\sqrt{3}$.

Độ dài đường sinh của hình nón: $l = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{R^2 + 3R^2} = 2R$

Diện tích xung quanh hình nón: $S_2 = \pi Rl = \pi R.2R = 2\pi R^2$

$$\text{Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \frac{2\pi R^2\sqrt{3}}{2\pi R^2} = \sqrt{3}$$

Chú ý khi giải: Khi áp dụng công thức tính diện tích xung quanh hình nón, HS thường nhầm công thức $S_{xq} = \pi Rh$ dẫn đến tính nhầm tỉ số thể tích bằng 2 và chọn đáp án A là sai.

Câu 26: Đáp án D**Phương pháp:**

- Gọi H là trực tâm tam giác, chứng minh $SH \perp (ABC)$ bằng cách sử dụng định lý: “Đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau thì nó vuông góc với mặt phẳng chứa hai đường thẳng đó”.
- Tính độ dài SH bằng cách sử dụng hệ thức lượng giữa cạnh và đường cao trong tam giác vuông.

Cách giải: Gọi H là trực tâm của tam giác ABC.

Ta sẽ chứng minh SH là đường cao của hình chóp.

Gọi E, D lần lượt là hình chiếu của B, A lên AC, BC.

Khi đó $BE \perp AC, AD \perp BC$.

Ta có: $SB \perp SA; SB \perp SC \Rightarrow SB \perp (SAC) \Rightarrow SB \perp AC$.

$\Rightarrow AC \perp (SBE) \Rightarrow AC \perp SH$.

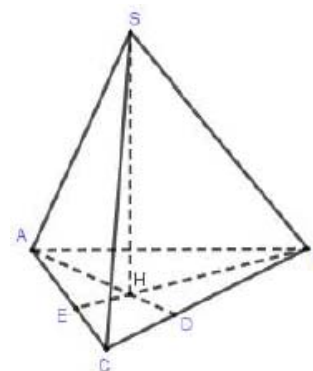
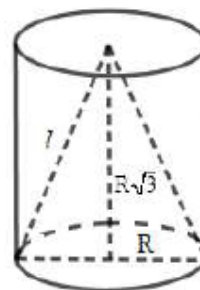
Chứng minh tương tự ta cũng được $BC \perp SH$.

Do đó SH là đường cao của hình chóp.

Vì $SB \perp (SAC)$ nên $SB \perp SE \Rightarrow \triangle SBE$ vuông tại S.

Lại có $\triangle SAC$ vuông tại S nên $\frac{1}{SE^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SC^2}$

$$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SE^2} + \frac{1}{SB^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SC^2} + \frac{1}{SB^2}$$



$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{11}{6a^2}$$

$$\Rightarrow SH^2 = \frac{6a^2}{11} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{11}} = \frac{a\sqrt{66}}{11}$$

$$\text{Vậy } d(S, (ABC)) = SH = \frac{a\sqrt{66}}{11}$$

Chú ý khi giải: Từ nay về sau, các em có thể ghi nhớ hệ thức liên hệ giữa đường cao và cạnh trong hình chóp S.ABC mà có SA, SB, SC đôi một vuông góc, đó là $\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2}$

Câu 27: Đáp án C

Phương pháp:

- Sử dụng đáng điều các hàm số, sự tương giao đồ thị để loại trừ đáp án.
- Đồ thị hàm số $y = f(x)$ xác định trên D, luôn nằm dưới trục hoành khi và chỉ khi $f(x) < 0, \forall x \in D$.

Cách giải:

Đáp án A: Xét phương trình $-t^2 - 4t + 1 = 0$ có $\Delta = 16 + 4 = 20 > 0$ nên có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 < 0 < t_2$.

Do đó, phương trình $-t^2 - 4t + 1 = 0$ có hai nghiệm $x_{1,2} = \pm\sqrt{t_2}$. Loại A.

Đáp án B: Xét phương trình $-t^2 + 5t - 1 = 0$ có $\Delta = 25 - 4 = 21 > 0$ nên có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 < 0 < t_2$.

Do đó, phương trình $-t^2 + 5t - 1 = 0$ có hai nghiệm $x_{1,2} = \pm\sqrt{t_2}$. Loại B.

Đáp án C: $y = -x^4 + 2x^2 - 2 = -(x^4 - 2x^2 + 2) = -(x^4 - 2x^2 + 1 + 1) = -1 - (x^2 - 1)^2 \leq -1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Do đó đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 2$ luôn nằm dưới trục hoành.

Đáp án D: Đồ thị hàm số bậc ba luôn cắt trục hoành tại ít nhất 1 điểm nên loại D.

Câu 28: Đáp án D

Phương pháp: Áp dụng công thức tính đạo hàm hàm số logarit $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$.

Cách giải: Ta có: $y' = \frac{(x^2 + 2)'}{(x^2 + 2) \ln 5} = \frac{2x}{(x^2 + 2) \ln 5}$

Chú ý khi giải: HS thường quên tính u' dẫn đến chọn nhầm đáp án A.

Câu 29: Đáp án A

Phương pháp:

- Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên, vừa bị chặn dưới, nghĩa là: tồn tại số m, M sao cho $m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Chú ý: Nếu $\lim u_n = \pm\infty$ thì ta kết luận ngay dãy không bị chặn.

Cách giải:

Đáp án A: $0 < u_n = \frac{2n+1}{n+1} = \frac{2(n+1)-1}{n+1} = 2 - \frac{1}{n+1} < 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên (u_n) là dãy bị chặn.

Đáp án B, C, D: $\lim u_n = +\infty$ nên các dãy số này đều không là dãy bị chặn.

Câu 30: Đáp án C

Phương pháp:

Quan sát bảng biến thiên, tìm các điểm mà đồ thị hàm số đi qua rồi rút ra kết luận.

Cách giải: Từ bảng biến thiên ta thấy:

- Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 2)$ nên loại B, D.

- Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; -2)$ nên thay $x = 2$ vào hi hàm số A và C ta được:

Đáp án A: $y = 2^3 - 3 \cdot 2 + 2 = 4 \neq -2$ nên loại A.

Đáp án C: $y = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 2 = -2$ nên đáp án C đúng.

Chú ý khi giải: Có nhiều cách làm cho bài toán này, HS cũng có thể xét từng hàm số, lập bảng biến thiên và đối chiếu kết quả nhưng sẽ mất nhiều thời gian hơn. Cần chú ý sử dụng phối hợp nhiều phương pháp để giải bài toán nhanh nhất.

Câu 31: Đáp án C

Phương pháp :

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ x_0 có hệ số góc là $y'(x_0)$ và có phương trình $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$

Cách giải :

Ta có $y' = x^2 - 6x + 1 \Rightarrow y'(x_0) = x_0^2 - 6x_0 + 1 = (x_0 - 3)^2 - 8 \geq -8$ là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ x_0 , khi đó hệ số góc nhỏ nhất bằng -8 khi và chỉ khi $x_0 = 3$.

Tại $x_0 = 3$ ta có $y_0 = -14$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = -8(x - 3) - 14 = -8x + 10$

Câu 32: Đáp án A

Phương pháp : Hình chóp và lăng trụ có cùng chiều cao và diện tích đáy thì $V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} V_{\text{lăng trụ}}$.

Cách giải: Dễ thấy mặt phẳng (A'BC) chia khối lăng trụ thành 2 phần là khối đa diện A'B'C'BC và chóp A'.ABC.

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = V_{A'B'C'BC} + V_{A'.ABC}$$

$$\text{Mà } V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{A'B'C'BC} + \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$$

Câu 33: Đáp án B

Phương pháp: Hàm số mũ $y = a^x$ có tập xác định $D = R$.

Cách giải: Hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là hàm số mũ nên có TXĐ $D = R$.

Chú ý khi giải : Tránh nhầm lẫn với hàm số lũy thừa, một số bạn sẽ chọn nhầm đáp án C.

Câu 34: Đáp án B

Phương pháp:

Sử dụng công thức tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân $S_n = \frac{u_1(q^n - 1)}{q - 1}$

Áp dụng khai triển nhị thức Newton $(a + b)^2 = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}$

Sử dụng tổng $(1+1)^2 = \sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n$

Cách giải:

$$p(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$$

$$= \frac{(1+x)^8 \left[(1+x)^5 - 1 \right]}{1+x-1} = \frac{(1+x)^{13} - (1+x)^8}{x} = \frac{(1+x)^{13}}{x} - \frac{(1+x)^8}{x}$$

$$= \frac{\sum_{m=0}^{13} C_{13}^m x^m}{x} = \frac{\sum_{n=0}^8 C_8^n x^n}{x} = \sum_{m=0}^{13} C_{13}^m x^{m-1} - \sum_{n=0}^8 C_{13}^n x^{n-1}$$

$$\Rightarrow a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{12} = (C_{13}^1 - C_8^1) + (C_{13}^2 - C_8^2) + \dots + (C_{13}^8 - C_8^8) + C_{13}^9 + \dots + C_{13}^{13}$$

$$\sum_{a=1}^{13} C_{13}^a - \sum_{b=1}^8 C_8^b$$

$$\text{Xét tổng } (1+1)^2 = \sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n \Rightarrow \sum_{a=1}^{13} C_{13}^a = 2^8 - C_8^0 = 2^8 - 1$$

$$\Rightarrow a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{12} = 2^{13} - 1 - 2^8 + 1 = 7936$$

Câu 35: Đáp án C

Phương pháp:

Đặt $2^x = t (t > 0)$, đưa về phương trình bậc 2 ẩn t , tìm điều kiện của phương trình bậc 2 ẩn t để phương trình ban đầu có 2 nghiệm phân biệt.

Cách giải: Đặt $2^x = t (t > 0)$ khi đó phương trình trở thành $t^2 - 2mt + m + 2 = 0 (*)$

Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (*) có 2 nghiệm dương phân biệt.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ 2m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \\ m > 0 \\ m > -2 \end{cases} \Rightarrow m > 2$$

Chú ý và sai lầm: Rất nhiều học sinh sau khi đặt ẩn phụ thì quên mất điều kiện $t > 0$, dẫn đến việc chỉ đi tìm điều kiện để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 36: Đáp án A

Phương pháp:

Tính độ dài các đoạn thẳng MN và MQ sau đó áp dụng công thức tính thể tích hình trụ $V = \pi r^2 h$.

Cách giải:

Độ dài cung AB là chu vi đường tròn đáy nên $l_{AB} = 2\pi \cdot r = 2\pi \frac{2}{3} = \frac{4\pi}{3}$

Ta có độ dài cung AB là $l_{AB} = \alpha OA \Rightarrow \alpha = \frac{l_{AB}}{OA} = \frac{\frac{4\pi}{3}}{2} = \frac{2\pi}{3} = \angle AOB$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác OAB có

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cdot \cos \frac{2\pi}{3}} = \sqrt{2^2 + 2^2 - 2 \cdot 2^2 \left(-\frac{1}{2}\right)} = 2\sqrt{3}$$

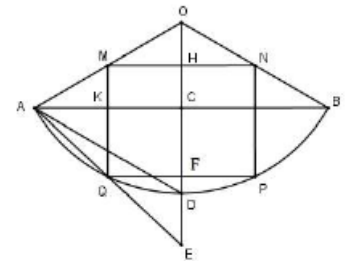
$$MN = \frac{1}{2} AB = \sqrt{3} = PQ \Rightarrow MH = \frac{1}{2} MN = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Hạ $OD \perp MN$ ta có OD là tia phân giác của $\angle AOB \Rightarrow \angle AOD = 60^\circ$, OD cắt AQ tại E.

Xét tam giác vuông OMH có $OH = OM \cdot \cos 60 = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Xét tam giác OPQ có $\cos \angle POQ = \frac{OP^2 + OQ^2 - PQ^2}{2 \cdot OP \cdot OQ} = \frac{4 + 4 - 3}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{5}{8}$

Mà $\cos \angle POQ = \cos(2\angle DOQ) = 2\cos^2 \angle DOQ - 1 = \frac{5}{8} \Rightarrow \cos \angle DOQ = \frac{\sqrt{13}}{4}$



Xét tam giác DOQ có $QD^2 = OQ^2 + OD^2 - 2OQ.OD \cos DOQ = 4 + 4 - 2.2.2.\frac{\sqrt{13}}{4} = 8 - 2\sqrt{13}$

Xét tam giác vuông DQF có:

$$DF^2 = QD^2 - QF^2 = 8 - 2\sqrt{13} + \frac{3}{4} = \frac{29}{4} - 2\sqrt{13} \Leftrightarrow DF = \frac{\sqrt{29-8\sqrt{13}}}{2} = \frac{\sqrt{16-2.4.\sqrt{13}+13}}{2} = \frac{4-\sqrt{13}}{2}$$

$$\Rightarrow HF = OD - OH - DF = 2 - \frac{1}{2} - \frac{4-\sqrt{13}}{2} = \frac{4-1-4+\sqrt{13}}{2} = \frac{\sqrt{13}-1}{2} = MQ$$

Khi đó thể tích khối trụ tạo ra bởi hình chữ nhật MNPQ là:

$$V = \pi.MH^2.MQ = \pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{13}-1}{2} = \frac{3\pi(\sqrt{13}-1)}{8}$$

Chú ý khi giải: Có thể tính độ dài MQ bằng cách như sau:

Xét tam giác OAE có:

$$EA^2 = OA^2 + OE^2 - 2OA.OE \cos AOE = 4 + (2 + DE)^2 - 2.2.(2 + DE).\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow EA^2 = DE^2 + 2DE + 4$$

Gọi F là giao điểm của ED với đường tròn tâm O bán kính OA = 2.

Khi đó theo tính chất hai cát tuyến EQA, EDF ta có

$$EQ.EA = ED.EF \Rightarrow \frac{1}{2}EA^2 = ED(ED + 4) \Leftrightarrow EA^2 = 2ED^2 + 8ED \quad (2)$$

$$\text{Từ (1),(2) suy ra } DE^2 + 2DE + 4 = 2DE^2 + 8DE \Leftrightarrow DE^2 + 6DE - 4 = 0 \Leftrightarrow DE = \sqrt{13} - 3$$

$$\text{Do đó } OE = OD + DE = 2 + \sqrt{13} - 3 = \sqrt{13} - 1 \Rightarrow MQ = \frac{1}{2}OE = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$$

$$\text{Vậy } MQ = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$$

Câu 37: Đáp án D

Phương pháp giải:

Sử dụng phương pháp hàm đặc trưng để từ giả thiết suy ra mối liên hệ giữa hai biến, sau đó sử dụng phương pháp thế và khảo sát hàm số tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức

Lời giải:

$$\text{Ta có } \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y \Leftrightarrow \log_3 2x+y+1 - \log_3 (x+y) = 3(x+y) - (2x+y+1) + 1$$

$$\log_3 (2x+y+1) + 2x+y+1 = \log_3 [3(x+y)] + 3(x+y) \quad (*).$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ trên khoảng $(0; +\infty) \Rightarrow f(t)$ là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$

Mà (*) $\Leftrightarrow f(2x+y+1) = f(3x+3y) \Leftrightarrow 2x+y+1 = 3x+3y \Leftrightarrow x+2y=1$.

Đặt $a = \sqrt{y} > 0 \Leftrightarrow y = a^2 \Leftrightarrow x = 1 - 2y = 1 - 2a^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < a < \frac{1}{\sqrt{2}}$

Khi đó $T = g(a) = \frac{1}{1-2a^2} + \frac{2}{a}$.

Xét hàm số $g(a) = \frac{1}{1-2a^2} + \frac{2}{a}$ trên khoảng $\left(0; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, có $g'(a) = -\frac{2(2a-1)(2a^3-2a-1)}{a^2(2a^2-1)^2}$

Xét $h(a) = 2a^3 - 2a - 1$ trên $\left(0; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ có

$h'(a) = 6a^2 - 2 = 2(3a^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow a = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow h'(a) < 0, \forall a \in \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \supset \left(0; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Do đó $h(a)$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow h(a) < h(0) = -1 < 0, \forall a \in \left(0; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ nên phương trình

$h(a) = 0$ vô nghiệm trên $\left(0; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Phương trình $g'(a) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$. Tính các giá trị $g\left(\frac{1}{2}\right) = 6; \lim_{x \rightarrow 0} g(a) = +\infty; \lim_{a \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}} g(a) = +\infty$

Suy ra $\min_{\left(0; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)} g(a) = g\left(\frac{1}{2}\right) = 6$. Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $T_{\min} = 6$

Câu 38: Đáp án B

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp giải phương trình đẳng cấp bậc 2 đối với sin và cos bằng cách chia cả 2 vế phương trình cho $\cos^2 x$.

$2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x \cos x = 3$

TH1: $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$, khi đó ta có $\sin^2 x = 1 \Rightarrow 2.1 = 3$ (vô nghiệm).

TH2: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ chia cả 2 vế phương trình cho $\cos^2 x$ ta được

$2\tan^2 x + 2\sqrt{3}\tan x = 3(1 + \tan^2 x)$

$\Leftrightarrow \tan^2 x - 2\sqrt{3}\tan x + 3 = 0 \Leftrightarrow (\tan x - \sqrt{3})^2 = 0 \Leftrightarrow \tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) (tm)$

Câu 39: Đáp án C

Phương pháp:

Đặt $t = x^3 - 3x^2 + 2 = f(x)$, dựa vào đồ thị hàm số đã cho tìm ra các nghiệm t_i .

Xét các phương trình $f(x) = t_i$, số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = t_i$ song song với trục hoành.

Cách giải:

Đặt $t = x^3 - 3x^2 + 2 = f(x)$ khi đó phương trình trở thành $t^3 - 3t^2 + 2 = 0$ và hàm số

$$f(t) = t^3 - 3t^2 + 2 \text{ có hình dáng y như trên. Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy } f(t) = \begin{cases} t = 1 - \sqrt{3} \\ t = 1 \\ t = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Với $t = 1 + \sqrt{3} \Rightarrow f(x) = 1 + \sqrt{3}$ (1). Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1 + \sqrt{3}$ song song với trục hoành.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y = 1 + \sqrt{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 1 điểm duy nhất nên phương trình (1) có 1 nghiệm duy nhất.

Với $t = 1 \Rightarrow f(t) = 1$ (2). Lập luận tương tự như trên ta thấy phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt.

Với $t = 1 - \sqrt{3} \Rightarrow f(t) = 1 - \sqrt{3}$ (3). Phương trình 3 có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình ban đầu có 7 nghiệm phân biệt.

Chú ý và sai lầm: Sau khi đặt ẩn phụ và tìm ra được 3 nghiệm t, nhiều học sinh kết luận sai lầm phương trình có 3 nghiệm phân biệt và chọn đáp án A. Số nghiệm của phương trình là số nghiệm x chứ không phải số nghiệm t.

Câu 40: Đáp án C

Phương pháp: Lập hàm số chi phí theo một ẩn sau đó tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số đó.

Cách giải: Gọi a là chiều dài cạnh đáy hình vuông của hình hộp chữ nhật và b là chiều cao của

hình hộp chữ nhật ta có $a^2b = 8(a, b > 0) \Rightarrow ab = \frac{8}{a}$

Diện tích đáy hình hộp là a^2 và diện tích xung quanh là $4ab$ nên chi phí để làm thùng tôn là

$$100a^2 + 50.4ab = 100a^2 + 200ab = 100a^2 = 100 \cdot \frac{8}{a} = 100a^2 + \frac{1600}{a} = 100 \left(a^2 + \frac{16}{a} \right) \text{ (nghìn đồng)}$$

Áp dụng BĐT Cauchy ta có $a^2 + \frac{16}{a} = a^2 + \frac{8}{a} + \frac{8}{a} \geq 3\sqrt[3]{a^2 + \frac{8}{a} + \frac{8}{a}} = 3.4 = 12$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a^2 + \frac{8}{a} \Leftrightarrow a = 2$.

Vậy chi phí nhỏ nhất bằng 1200000 đồng khi và chỉ khi cạnh đáy hình hộp bằng 2m.

Câu 41: Đáp án A

Phương pháp giải: Dựa vào hệ thức lượng trong tam giác và công thức lượng giác xác định độ lớn của góc cần tính thông qua khoảng cách. Khảo sát hàm số tìm min – max

Lời giải: Với bài toán này, ta cần xác định OA để góc BOC lớn nhất. Điều này xảy ra $\Leftrightarrow \tan BOC$ lớn nhất.

Đặt $OA = x(m)$ với $x > 0$. Ta có:

$$\tan BOC = \tan(AOC - AOB) = \frac{\tan AOC - \tan AOB}{1 + \tan AOC \cdot \tan AOB} = \frac{\frac{AC}{OA} - \frac{AB}{OA}}{1 + \frac{AC \cdot AB}{OA^2}} = \frac{\frac{1,4}{x} - \frac{3,2 \cdot 1,8}{x^2}}{1 + \frac{5,76}{x^2}} = \frac{1,4x}{x^2 + 5,76}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{1,4x}{x^2 + 5,76}$ trên $(0; +\infty)$, có:

$$f'(x) = \frac{-1,4x^2 + 1,4 \cdot 5,76}{(x^2 + 5,76)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 = 5,76 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2,4$$

Tính cách giá trị $f(0) = 0; f(2,4) = \frac{7}{24}; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ suy ra $\max_{(0; +\infty)} f(x) = \frac{7}{24}$.

Vậy khoảng cách OA cần tìm là 2,4 m.

Câu 42: Đáp án D

Phương pháp giải:

Dùng định lý Thalet, định lý Menelaus và phương pháp tỉ số thể tích để tính thể tích khối chóp theo tham số k.

Khảo sát hàm số chứa biến k để tìm giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất

Lời giải:

Gọi O là tâm của hình bình hành ABCD và $I = SO \cap AM$.

Ba điểm M, A, I thẳng hàng nên áp dụng định lý Menelaus cho tam giác SOC ta có:

$$\frac{SM}{MC} \cdot \frac{CA}{AO} \cdot \frac{OI}{IS} = 1 \Rightarrow \frac{OI}{SI} = 1 = \frac{k}{2}.$$

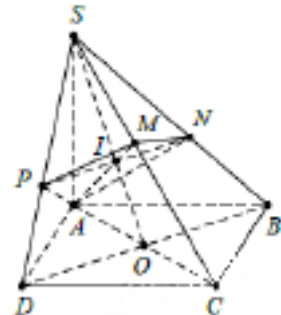
$$\text{Vì } NP // BD \Rightarrow \frac{SP}{SD} = \frac{SI}{SO} = \frac{SN}{SB} = \frac{2}{k+2} \text{ (định lý Thalet).}$$

$$\text{Và } d(P; (ABCD)) = d(N; (ABCD)) = \frac{DP}{SD} d((S; (ABCD)))$$

$$= \frac{k}{k+2} d(S; (ANCD)) \Rightarrow V_{P.ACD} = V_{N.ABC} = \frac{k}{2k+4} V_{S.ABCD}$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.AMP}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SP}{SD} = \frac{1}{k+1} \cdot \frac{1}{k+2} \Rightarrow V_{S.ANMP} = \frac{2}{(k+1)(k+2)} V_{S.ABCD}$$

Vậy



$$V_{C.ANMP} = V_{S.ABCD} - V_{S.ANMP} - V_{P.ACD} - V_{N.ABC} = \left[1 - \frac{2}{(k+1)(k+2)} - \frac{k}{k+2} \right] \cdot V_{S.ABCD} = \frac{2k}{k^2 + 3k + 2} \cdot V_{S.ABCD}$$

Để $\{V_{C.ANMP}\}_{\max} \Leftrightarrow f(k) = \frac{k}{k^2 + 3k + 2}$ đạt giá trị lớn nhất.

Xét hàm số $f(k) = \frac{k}{k^2 + 3k + 2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ có:

$$f'(k) = \frac{-k^2 + 2}{(k^2 + 3k + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow k = \sqrt{2} \text{ (vì } k > 0)$$

$$\Rightarrow \max_{(0; +\infty)} f(k) = f(\sqrt{2}) = 3 - 2\sqrt{2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $k = \sqrt{2}$. Vậy khi $k = \sqrt{2}$ thì thể tích khối chóp $C.ANMP$ lớn nhất.

Câu 43: Đáp án B

Phương pháp giải: Dựa vào bảng biến thiên của hàm số để kết luận điểm cực trị

Lời giải:

Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$, có $g'(x) = f'(x) - x^2 + 2x - 1; \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = (x-1)^2$ (*)

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta thấy: $f'(0) = 1 = (0-1)^2$ nên $x = 0$ là một nghiệm của $g'(x)$.

$f'(1) = 0 = (1-1)^2 \Rightarrow x = 1$ là một nghiệm của $g'(x)$.

$f'(2) = 1 = (2-1)^2 \Rightarrow x = 2$ là một nghiệm của $g'(x)$.

Vậy phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 2$.

Vẽ đồ thị hàm số $y = (x-1)^2$ trên cùng mặt phẳng tọa độ với $y = f'(x)$ ta thấy:

Trong khoảng $(0; 1)$ thì đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = (x-1)^2$ nên $g'(x) < 0, \forall x \in (0; 1)$

Trong khoảng $(1; 2)$ thì đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nằm phía dưới đồ thị hàm số $y = (x-1)^2$ nên $g'(x) < 0, \forall x \in (1; 2)$.

Vậy $x = 1$ là điểm cực đại của hàm số $y = g(x)$.

Câu 44: Đáp án A

Phương pháp giải:

Dùng định lý Thalet và phương pháp tỉ số thể tích để tính thể tích khối chóp cần tìm

Lời giải:

Gọi O là tâm của hình bình hành ABCD và $I = SO \cap AE$.

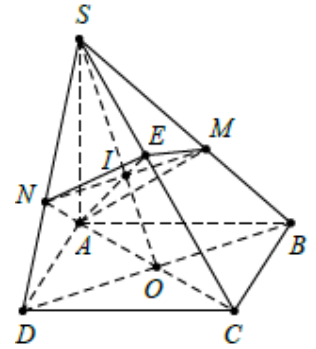
Ba điểm E, A, I thẳng hàng nên áp dụng định lý Menelaus cho tam giác SOC ta

$$\text{có: } \frac{SE}{EC} \cdot \frac{CA}{AO} \cdot \frac{OI}{IS} = 1 \Rightarrow \frac{OI}{SI} = 1 \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vì } MN \parallel BD \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = \frac{SI}{SO} = \frac{1}{2} \text{ (định lý Thalet).}$$

$$\text{Do đó } \frac{V_{S.AME}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{S.AME} = \frac{V}{12};$$

$$\text{Tương tự, ta có } V_{S.AME} = \frac{V}{12}. \text{ Vậy } V_{S.AMEN} = V_{S.AME} + V_{S.ANE} = \frac{V}{12} + \frac{V}{12} = \frac{V}{6}.$$

**Câu 45: Đáp án D****Phương pháp giải:**

Dựa vào dấu của tam thức bậc hai để xét nghiệm của bất phương trình bậc hai chứa tham số

Lời giải: Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2(m-1)x + 3$.

$$\text{Để } f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3x^2 + 2(m-1)x + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 8 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 4.$$

Câu 46: Đáp án C

Dựa vào phương trình đạo hàm bằng 0. Lập bảng biến thiên của hàm số, từ đó kết luận tính đơn điệu cũng như điểm cực trị của hàm số

Lời giải: Ta có $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^{2017} = (x-1)(x-3) \cdot (x-2)^2(x-3)^{2016}$

$$\text{Suy ra } f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases} \text{ và } f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (1;3), \text{ đồng thời } x=2 \text{ không là điểm cực trị của}$$

hàm số.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 47: Đáp án C**Phương pháp giải:**

Sử dụng công thức tính khoảng cách từ điểm đến đường thẳng, đưa về khảo sát hàm số để tìm giá trị nhỏ nhất – giá trị lớn nhất.

Lời giải:

$$\text{Điểm } M(a;b) \in (H) \Rightarrow M\left(a; \frac{2a+1}{a+2}\right) \Rightarrow d(M;(d)) = \frac{\left|3a - \frac{2a+1}{a+2} + 6\right|}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \left|\frac{3a^2 + 10a + 11}{a+2}\right|$$

Xét hàm số $f(a) = \frac{3a^2 + 10a + 11}{a + 2}$ với $a \neq -2$, có $f'(a) = \frac{3(a^2 + 4a + 3)}{(a + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = -3 \end{cases}$

Tính các giá trị $f(-1) = 4$; $f(-3) = -8$ và $\lim_{x \rightarrow -2} f(a) = \infty$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(a) = \infty$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số $|f(a)|$ bằng 4 $\Leftrightarrow a = -1$

Vậy $\begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow a + b = -2$

Câu 48: Đáp án A

Phương pháp giải:

Xét các trường hợp của tham số, lập bảng biến thiên để tìm max – min trên đoạn

Lời giải:

Xét hàm số $y = \frac{mx + 1}{x + m^2}$ trên đoạn $[2; 3]$ có $y' = \frac{m^3 - 1}{(x + m^2)^2}$; $\forall x \in [2; 3]$

TH1: Với $m^3 - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$, khi đó $y' > 0$; $\forall x \in [2; 3] \Rightarrow \max_{[2; 3]} y = y(3) = \frac{3m + 1}{3 + m^2} = \frac{5}{6} \Rightarrow m = 3$.

TH2: Với $m^3 - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$, khi đó $y' < 0$; $\forall x \in [2; 3] \Rightarrow \max_{[2; 3]} y = y(2) = \frac{2m + 1}{2 + m^2} = \frac{5}{6} \Rightarrow m = \frac{2}{5}$.

Vậy có hai giá trị cần tìm là $m_1 = 3$; $m_2 = \frac{2}{5}$.

Câu 49: Đáp án B

Phương pháp giải:

Biểu diễn số theo hai giá trị của giả thiết qua các công thức thường sử dụng

Lời giải:

Ta có $\log_{12} 6 = \log_{12} \frac{12}{2} = 1 - \log_{12} 2 = a \Rightarrow \log_{12} 2 = 1 - a$ Vậy $\log_{12} 7 = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} 2} = \frac{b}{1 - a}$

Câu 50: Đáp án D

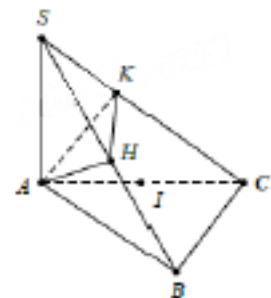
Phương pháp giải:

Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp đi qua các đỉnh của khối chóp bằng phương pháp dựng hình, từ đó dựa vào tính toán xác định bán kính – thể tích mặt cầu

Lời giải:

Theo giả thiết, ta có $\angle ABC = 90^\circ$ và $\angle ACB = 90^\circ$ (1).

Do $\begin{cases} AH \perp SB \\ BC \perp AH (BC \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp HC$ (2).



Từ (1), (2) $\Rightarrow$ ba điểm B, H, K cùng nhìn xuống AC dưới một góc 90° .

Nên hình chóp A.HKCB nội tiếp mặt cầu tâm I là trung điểm AC.

$$\Rightarrow R = \frac{AC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \text{ Vậy thể tích khối cầu } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}.$$