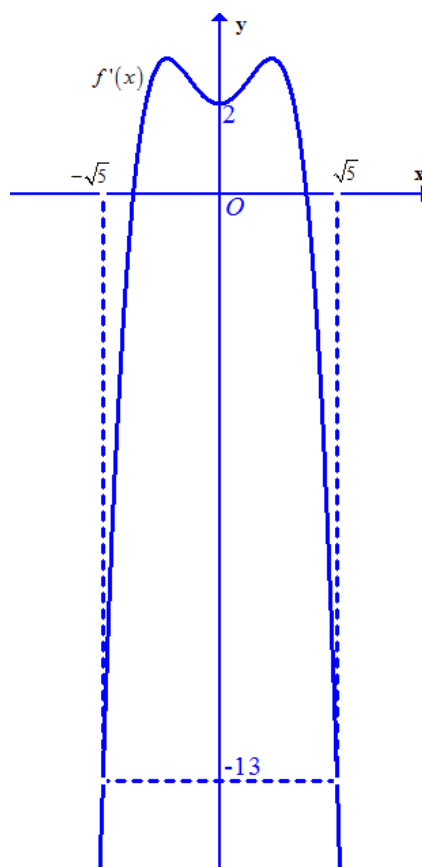




- Câu 1.** Số cạnh của một bát diện đều là
A. 8. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 10.
- Câu 2.** Một con cá hồi bơi ngược dòng nước để vượt một khoảng cách 300 km, vận tốc của dòng nước là 6 (km/h). Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước yên lặng là v (km/h). Năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được tính theo công thức $E = cv^3t$, c là hằng số cho trước, đơn vị của E là Jun. Vận tốc v của cá khi nước đứng yên để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất là
A. 8 (km/h). **B.** 12 (km/h). **C.** 10 (km/h). **D.** 9 (km/h).
- Câu 3.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc $SAB = 60^\circ$. Thể tích của hình nón đỉnh S đáy là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ là
A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$.
- Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x - 3m - 6\sqrt{5}$ với m là số thực. Để $g(x) \leq 0, \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$ thì điều kiện của m là



- A.** $m \geq \frac{2}{3} f(-\sqrt{5}) - 4\sqrt{5}$. **B.** $m \leq \frac{2}{3} f(\sqrt{5})$.
- C.** $m \leq \frac{2}{3} f(0) - 2\sqrt{5}$. **D.** $m \geq \frac{2}{3} f(\sqrt{5})$.

Câu 5. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $e^{\sin(x-\frac{\pi}{4})} = \tan x$ thuộc đoạn $[0; 50\pi]$

- A. $\frac{2671\pi}{2}$. B. $\frac{1853\pi}{2}$. C. $\frac{2475\pi}{2}$. D. $\frac{2653\pi}{2}$.

Câu 6. Đồ thị hàm số nào sau đây có đường tiệm cận đứng là $x = 1$

- A. $y = \frac{x-1}{x}$. B. $y = \frac{2x}{1+x^2}$. C. $y = \frac{2x}{1-x}$. D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 7. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ là

- A. $(-1; 0)$. B. $(1; 0)$. C. $(-1; 0)$ và $(1; 0)$. D. $(0; 1)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm phương trình của mặt phẳng (P) đi qua $A(1; -1; 2)$, $B(3; -2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$.

- A. $y + z - 1 = 0$. B. $-y + z - 3 = 0$. C. $x + 2y + 2z - 3 = 0$. D. $x + 2y + 2z + 1 = 0$.

Câu 9. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - 4t \\ z = 5 + 7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Tìm phương trình chính tắc của

đường thẳng d .

A. $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-5}{7}$.

B. $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-7}{5}$.

A. $d: 3(x-2) + y + 4 + 5(z-7) = 0$.

B. $d: 2(x-3) - 4(y-1) + 7(z-5) = 0$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , I là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(A'IC) \perp (A'AB)$.

B. $(A'BC) \perp (A'AB)$.

A. $(ABC) \perp (B'AC)$.

D. $(A'BC) \perp (A'AC)$.

Câu 11. Cho các số thực x, y thay đổi thỏa mãn $x^2 + y^2 - xy = 1$ và hàm số $f(t) = 2t^3 - 3t^2 - 1$. Gọi M

và m tương ứng là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $Q = f\left(\frac{5x-y+2}{x+y+4}\right)$. Tổng $M + m$ bằng

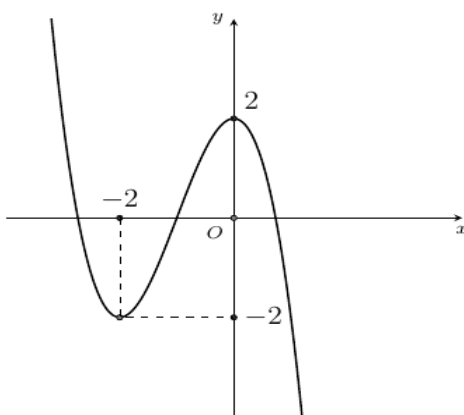
A. $-4 - 3\sqrt{2}$.

B. $-4 - 5\sqrt{2}$.

C. $-4 - 2\sqrt{2}$.

D. $-4 - 4\sqrt{2}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?



A. $x = 1$.

B. $x = 0$.

C. $x = -2$ và $x = 0$.

D. $x = -2$.

- Câu 13.** Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Khi đó, bán kính mặt cầu bằng
- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 14.** Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(\sin x)^2 - 5\sin x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b$, với a, b là các số hữu tỉ, $c > 0$. Tính tổng $S = a + b + c$
- A. $S = 1$. B. $S = 3$. C. $S = 4$. D. $S = 0$.
- Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 1; -4)$ và $B(1; -1; 2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) nhận AB làm đường kính
- A. $(x+1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 14$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 56$.
C. $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-6)^2 = 14$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 14$.
- Câu 16.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $B(-1; -1; 0)$ và $C(3; 1; -1)$. Tọa độ điểm M thuộc trục Oy và M cách đều B, C là:
- A. $M\left(0; -\frac{9}{4}; 0\right)$. B. $M\left(0; -\frac{9}{2}; 0\right)$. C. $M\left(0; \frac{9}{4}; 0\right)$. D. $M\left(0; \frac{9}{2}; 0\right)$.
- Câu 17.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$.
- A. $\max_{[1;3]} y = 4$. B. $\max_{[1;3]} y = 5$. C. $\max_{[1;3]} y = \frac{13}{3}$. D. $\max_{[1;3]} y = \frac{16}{3}$.
- Câu 18.** Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{2019} bằng:
- A. 4040. B. 4037. C. 4038. D. 4400.
- Câu 19.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^2 + 2x - m}$ có hai tiệm cận đứng
- A. $m > -1$ và $m \neq 3$. B. $m \geq 0$. C. $m > -1$. D. $m \leq -1$.
- Câu 20.** Khẳng định nào sau đây sai?
- A. $\int \cos x dx = \sin x + C$. B. $\int \sin x dx = -\cos x + C$.
C. $\int e^x dx = e^x + C$. D. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$.
- Câu 21.** Cho một khối chóp có thể tích bằng V . Khi giảm diện tích đa giác đáy xuống $\frac{1}{3}$ lần thì thể tích khối chóp lúc đó bằng
- A. $\frac{V}{27}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{V}{9}$. D. $\frac{V}{6}$.
- Câu 22.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên (SAB) là một tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và có diện tích bằng $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ (đvdt). Một mặt phẳng đi qua trọng tâm tam giác SAB và song song với mặt đáy $(ABCD)$ chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần, tính thể tích V của phần chứa điểm S .

A. $V = 8$.

B. $V = 24$.

C. $V = 36$.

D. $V = 12$.

Câu 23. Cho $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Tính môđun của số phức $w = 1 - z + z^2$ ta được

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Câu 24. Trong một môn học, cô giáo có 30 câu hỏi khác nhau trong đó có 5 câu hỏi khó, 15 câu hỏi trung bình, 10 câu hỏi dễ. Hỏi có bao nhiêu cách đề lập ra đề thi từ 30 câu hỏi đó, sao cho mỗi đề gồm 5 câu khác nhau và mỗi đề phải có đủ cả ba loại câu hỏi?

A. 13468.

B. 74125.

C. 56578.

D. 142506.

Câu 25. Trong không gian Oxyz cho $M(1; -2; 4)$ và $N(-2; 3; 5)$. Tính tọa độ của vector $\overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{MN} = (1; -1; -9)$.

B. $\overrightarrow{MN} = (-3; 5; 1)$.

C. $\overrightarrow{MN} = (3; -5; -1)$.

D. $\overrightarrow{MN} = (-1; 1; 9)$.

Câu 26. Cho a, b, c là các số dương, $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = 3; \log_a c = -2$. Tính $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$.

A. 7.

B. -18.

C. 10.

D. 8.

Câu 27. Cho số phức $\bar{z} = 4 + 3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

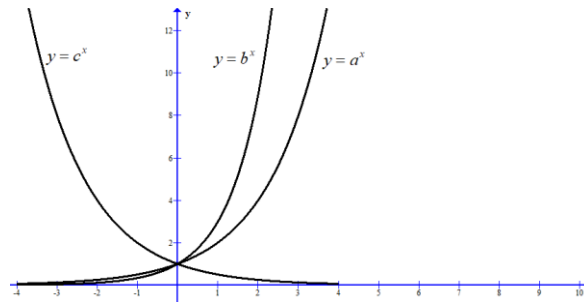
A. Phần thực bằng -4, phần ảo bằng -3.

B. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng 3.

C. Phần thực bằng -4, phần ảo bằng 3.

D. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng -3.

Câu 28. Cho đồ thị hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ (a, b, c dương và khác 1). Chọn đáp án đúng



A. $b > a > c$.

B. $b > c > a$.

C. $c > b > a$.

D. $a > b > c$.

Câu 29. Cho số thực x, y thỏa mãn biểu thức $4 + (6 - y)i = (x + 2) + 3i$ là:

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 6 \\ y = 9 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$.

Câu 30. Cho a là số thực dương. Tính $I = \int_0^a \sin^{2016} x \cdot \cos(2018x) dx$ bằng:

A. $I = \frac{\cos^{2017} a \cdot \sin 2017a}{2016}$.

B. $I = \frac{\sin^{2017} a \cdot \cos 2017a}{2017}$.

C. $I = \frac{\sin^{2017} a \cdot \cos 2017a}{2016}$.

D. $I = \frac{\cos^{2017} a \cdot \cos 2017a}{2017}$.

Câu 31. Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) - 2\log_4(5-x) < 1 - \log_2(x-2)$ là $(a; b)$. Khi đó tích $a \cdot b$ là

A. 10.

B. -3.

C. -12.

D. 6.

Câu 32. Trong tất cả các hình nón nội tiếp trong hình cầu có thể tích bằng 36π , bán kính r của hình nón có diện tích xung quanh lớn nhất là

A. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. $r = \frac{3}{2}$.

C. $r = 2\sqrt{2}$.

D. $r = 3$.

Câu 33. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó ?

A. $y = (\sqrt{2})^x$.

B. $y = (0,5)^x$.

C. $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$.

D. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng d .

A. $(2; -3; -1)$.

B. $(2; 3; 1)$.

C. $(2; -3; 1)$.

D. $(-2; 3; 1)$.

Câu 35. Cho $\int 2x(3x-2)^6 dx = A(3x-2)^8 + B(3x-2)^7 + C$ với $A, B, C \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $12A + 7B$.

A. $\frac{241}{252}$.

B. $\frac{52}{9}$.

C. $\frac{23}{252}$.

D. $\frac{7}{9}$.

Câu 36. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Đẳng thức luôn đúng là

A. $r^2 = h^2 + l^2$.

B. $l^2 = h^2 + r^2$.

C. $l = h$.

D. $r = h$.

Câu 37. Cho $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1; x, y > 0, m \in \mathbb{R} \setminus 0$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_b x}{\log_a y}$

B. $\log_{a^m} x = \frac{1}{m} \log_a x$

C. $\log_a x = \log_a b \log_b x$

D. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng 45° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{4\pi a^2}{3}$

B. $\frac{3\pi a^2}{4}$

C. $\frac{2\pi a^2}{3}$

D. $\frac{9\pi a^2}{4}$

Câu 39. Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 + x - 3$ là:

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 40. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 4$ và $\int_0^2 g(x) dx = 3$, khi đó $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

A. 17.

B. 8.

C. 6.

D. -1.

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|zi - (2 + i)| = 3$ là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

B. $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$.

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 0$.

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$.

Câu 42. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}\right)^{16}$ (Điều kiện: $x \neq 0$) là

A. 2810.

B. 2180.

C. 1820.

D. 1280.

Câu 43. Phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$ có nghiệm là

A. $x = 9$.

B. $x = 5$.

C. $x = 7$.

D. $x = 11$.

Câu 44. Tổng các nghiệm của phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 14$ bằng

A. 4.

B. 0.

C. -2.

D. 2.

Câu 45. Giả sử tích phân $I = \int_1^5 \frac{1}{1+\sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$. Lúc đó

A. $a+b+c = \frac{5}{3}$.

B. $a+b+c = \frac{4}{3}$.

C. $a+b+c = \frac{7}{3}$.

D. $a+b+c = \frac{8}{3}$.

Câu 45. Cho hàm số $y = \ln(e^x + m^2)$. Với giá trị nào của m thì $y'(1) = \frac{1}{2}$.

A. $m = \pm\sqrt{e}$.

B. $m = \frac{1}{e}$.

C. $m = -e$.

D. $m = e$.

Câu 47. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^4 - x^2 - 1$.

B. $y = -x^4 + x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

D. $y = 2x^3 - 3x - 5$.

Câu 48. Tọa độ điểm M là điểm biểu diễn hình học của số phức z thỏa mãn $2+3i = (7+4i)\bar{z}$ là:

A. $M\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{5}\right)$.

B. $M\left(\frac{1}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

C. $M\left(\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right)$.

D. $M\left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

Câu 49. Giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 5$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$ là

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = -3$.

D. $m = 0$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $SA = SB = SC = 11$, góc $\angle SAB = 30^\circ$, góc $\angle SBC = 60^\circ$, góc $\angle SCA = 45^\circ$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và SD .

A. $2\sqrt{22}$.

B. $\sqrt{22}$.

C. $\frac{\sqrt{22}}{2}$.

D. $4\sqrt{11}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	A	D	C	C	D	B	A	B	D	D	A	C	A	C	B	B	A	D	B	D	A	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	A	D	B	D	C	A	C	D	C	A	D	A	C	D	C	B	B	B	A	A	C	B	B

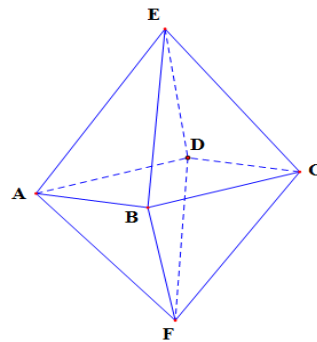
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Số cạnh của một bát diện đều là

- A.** 8. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C



Hình bát diện đều là hình có 12 cạnh.

Câu 2. Một con cá hồi bơi ngược dòng nước để vượt một khoảng cách 300 km, vận tốc của dòng nước là 6 (km/h). Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước yên lặng là v (km/h). Năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được tính theo công thức $E = cv^3t$, c là hằng số cho trước, đơn vị của E là Jun. Vận tốc v của cá khi nước đứng yên để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất là

- A.** 8 (km/h). **B.** 12 (km/h). **C.** 10 (km/h). **D.** 9 (km/h).

Lời giải

Chon D

Vận tốc dòng nước là 6 (km/h), khi con cá hồi bơi ngược dòng, vận tốc thực tế là $v-6$ (km/h).

Để vượt quãng đường 300 km, con cá hồi bơi với thời gian là $t = \frac{300}{v-6}$ (h).

Năng lượng tiêu hao của nó là $E = cv^3 \frac{300}{v-6}$ (J). Ta cần tìm v ($v > 6$) để E đạt giá trị nhỏ nhất.

$$E = cv^3 \frac{300}{v-6} \Leftrightarrow E = 300c \cdot \frac{v^3}{v-6}. \text{ Đặt } A = \frac{v^3}{v-6}, \text{ ta có: } E \text{ đạt GTNN khi } A \text{ đạt GTNN.}$$

$$A' = \frac{3v^2(v-6)-v^3}{(v-6)^2} = \frac{2v^2(v-9)}{(v-6)^2} = 0 \Leftrightarrow 2v^2(v-9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} v=0 (L) \\ v=9(TM) \end{cases}.$$

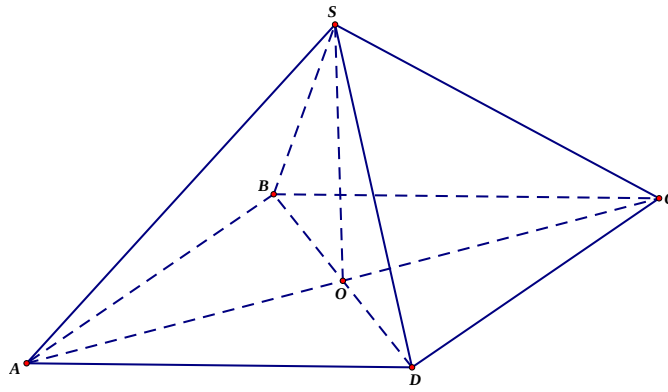
Dấu của A' là dấu của $(v-9)$, suy ra A đạt GTNN khi $v=9$, khi đó E cũng đạt GTNN.

Câu 3. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc $SAB = 60^\circ$. Thể tích của hình nón đỉnh S đáy là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ là

- A.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chon A

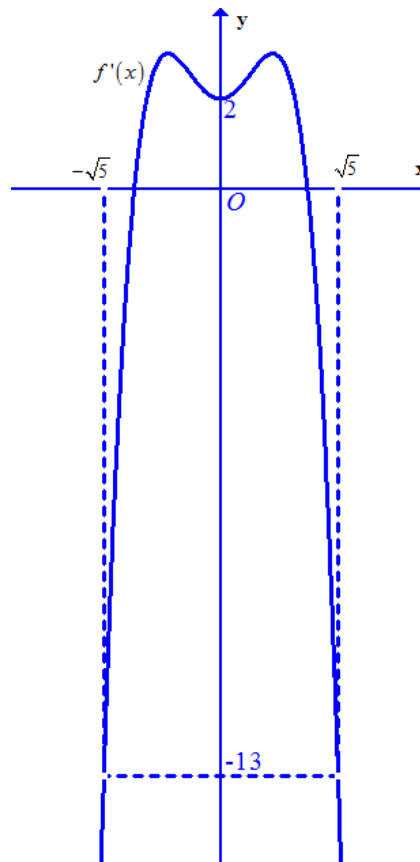


$S.ABCD$ là hình chóp đều nên các mặt bên là tam giác cân, kết hợp giả thiết $\angle SAB = 60^\circ$ suy ra tam giác SAB là tam giác đều. Tính được độ dài đường cao của $S.ABCD$ là $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hình nón đỉnh S đáy là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ có đường cao bằng $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và bán kính đáy bằng $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích của khối chóp giới hạn bởi hình chóp đó là $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x - 3m - 6\sqrt{5}$ với m là số thực. Để $g(x) \leq 0, \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$ thì điều kiện của m là



A. $m \geq \frac{2}{3} f(-\sqrt{5}) - 4\sqrt{5}$.

B. $m \leq \frac{2}{3} f(\sqrt{5})$.

C. $m \leq \frac{2}{3} f(0) - 2\sqrt{5}$.

D. $m \geq \frac{2}{3} f(\sqrt{5})$.

Lời giải

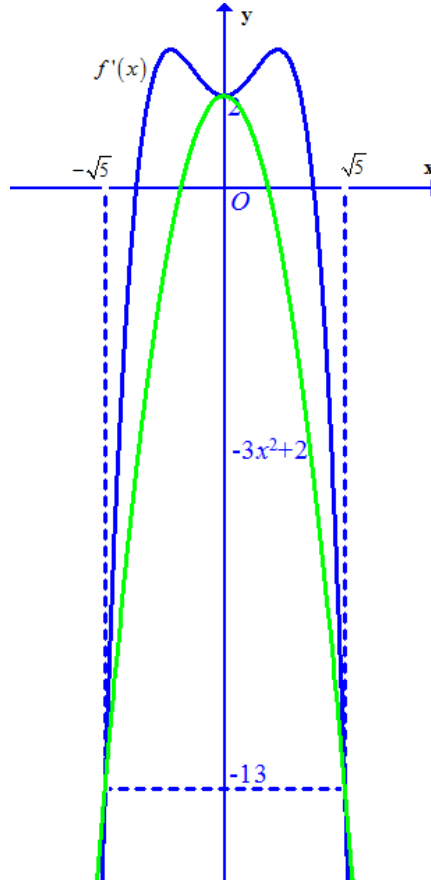
Chọn D

Ta có $g(x) \leq 0 \Leftrightarrow 2f(x) + 2x^3 - 4x \leq 3m + 6\sqrt{5}$.

Đặt $h(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x$ thì bất phương trình $g(x) \leq 0 \Leftrightarrow h(x) \leq 3m + 6\sqrt{5}$

$$h'(x) = 2f'(x) + 2.3x^2 - 4 = 2(f'(x) - (-3x^2 + 2)).$$

Vẽ đồ thị hàm số $y = -3x^2 + 2$ trên cùng hệ trục tọa độ với hàm số $y = f'(x)$.



Ta thấy $f'(x) \geq -3x^2 + 2 \quad \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$ nên $h'(x) \geq 0, \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$.

Suy ra $h(x) \leq h(\sqrt{5}), \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$ hay $\max_{[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]} h(x) = h(\sqrt{5}) = 2f(\sqrt{5}) + 6\sqrt{5}$

Do đó $h(x) \leq 3m + 6\sqrt{5}, \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}] \Leftrightarrow \max_{[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]} h(x) \leq 3m + 6\sqrt{5}$

$$\Leftrightarrow 2f(\sqrt{5}) + 6\sqrt{5} \leq 3m + 6\sqrt{5} \Leftrightarrow m \geq \frac{2}{3} f(\sqrt{5})$$

Câu 5. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $e^{\sin(x-\frac{\pi}{4})} = \tan x$ thuộc đoạn $[0; 50\pi]$

A. $\frac{2671\pi}{2}$.

B. $\frac{1853\pi}{2}$.

C. $\frac{2475\pi}{2}$.

D. $\frac{2653\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\cos x \neq 0$. Nhận thấy $e^{\sin(x-\frac{\pi}{4})} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \tan x > 0$.

$$\text{Ta có: } e^{\sin(x-\frac{\pi}{4})} = \tan x \Leftrightarrow e^{\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x - \cos x)} = \frac{\sin x}{\cos x} \Leftrightarrow \frac{e^{\frac{\sin x}{\sqrt{2}}}}{e^{\frac{\cos x}{\sqrt{2}}}} = \frac{\sin x}{\cos x} \Leftrightarrow \frac{e^{\frac{\sin x}{\sqrt{2}}}}{\sin x} = \frac{e^{\frac{\cos x}{\sqrt{2}}}}{\cos x} \quad (*).$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{e^{\frac{1}{\sqrt{2}}}}{t}$, $t \in (-1;0) \cup (0;1)$ có:

$$f'(t) = \frac{e^{\frac{1}{\sqrt{2}}}(\sqrt{2}t - 2)}{2t^2} < 0, \forall t \in (-1;0) \cup (0;1)$$

$\Rightarrow f(t)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

Bảng biến thiên:

t	-1	0	1
$f'(t)$	-		-
$f(t)$	$f(-1)$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ $f(1)$	

Từ bảng biến thiên ta thấy: $f(-1) = -e^{\frac{1}{\sqrt{2}}} < 0$, $f(1) = e^{\frac{1}{\sqrt{2}}} > 0$.

Do đó từ (*) ta có: $f(\sin x) = f(\cos x) \Leftrightarrow \sin x = \cos x \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Theo giả thiết $x \in [0; 50\pi] \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq 50\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{199}{4}$ (**)

Do $k \in \mathbb{Z}$ nên từ (**) suy ra $k \in 0; 1; \dots; 49$, có 50 giá trị k thỏa mãn.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình trên đoạn $[0; 50\pi]$ là:

$$S = \sum_{k=0}^{49} \left(\frac{\pi}{4} + k\pi \right) = \frac{2475\pi}{2}.$$

Câu 6. Đồ thị hàm số nào sau đây có đường tiệm cận đứng là $x = 1$

A. $y = \frac{x-1}{x}$.

B. $y = \frac{2x}{1+x^2}$.

C. $y = \frac{2x}{1-x}$.

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

+) Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x}$ có tiệm cận đứng $x = 0 \Rightarrow$ loại đáp án A.

+) Hàm số $y = \frac{2x}{1+x^2}$ xác định với $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ đồ thị không có tiệm cận đứng

$\Rightarrow$ loại đáp án B.

+) Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có tiệm cận đứng $x = -1 \Rightarrow$ loại đáp án D.

+) Đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{1-x}$ có tiệm cận ngang $y = -2$ và tiệm cận đứng $x = 1$ (thỏa mãn).

Câu 7. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ là

A. $(-1;0)$.

B. $(1;0)$.

C. $(-1;0)$ và $(1;0)$.

D. $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=4x^3-4x$. Cho $y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		0	1	0		$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy tọa độ điểm cực đại là $(0;1)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm phương trình của mặt phẳng (P) đi qua $A(1;-1;2)$, $B(3;-2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+2y+2z-3=0$.

A. $y+z-1=0$. **B.** $-y+z-3=0$. **C.** $x+2y+2z-3=0$. **D.** $x+2y+2z+1=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overline{AB}=(2;-1;-1)$.

Mặt phẳng (Q) có một vector pháp tuyến là: $\vec{n}=(1;2;2)$.

$\vec{n}'=\overline{AB} \wedge \vec{n}=(0;-5;5)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Mặt khác, mặt phẳng (P) đi qua $A(1;-1;2)$ nên có phương trình là:

$$-5(y+1)+5(z-2)=0 \Leftrightarrow -y+z-3=0.$$

Câu 9. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x=3+2t \\ y=1-4t \\ z=5+7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Tìm phương trình chính tắc của

đường thẳng d .

A. $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-5}{7}$.

B. $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-7}{5}$.

A. $d: 3(x-2)+y+4+5(z-7)=0$.

B. $d: 2(x-3)-4(y-1)+7(z-5)=0$.

Lời giải

Chọn A

Từ phương trình tham số của đường thẳng d ta có d đi qua điểm $A(3;1;5)$ và có một vector chỉ

phương là $\vec{u}=(2;-4;7)$. Do đó d có phương trình chính tắc là $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-5}{7}$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , I là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(A'IC) \perp (A'AB)$.

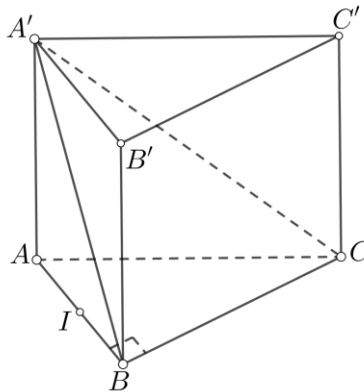
B. $(A'BC) \perp (A'AB)$.

A. $(ABC) \perp (B'AC)$.

D. $(A'BC) \perp (A'AC)$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $BC \perp AB$ và $BC \perp AA'$ nên $BC \perp (A'AB)$. Từ đó $(A'BC) \perp (A'AB)$.

Câu 11. Cho các số thực x, y thay đổi thỏa mãn $x^2 + y^2 - xy = 1$ và hàm số $f(t) = 2t^3 - 3t^2 - 1$. Gọi M và m tương ứng là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $Q = f\left(\frac{5x-y+2}{x+y+4}\right)$. Tổng $M + m$ bằng

A. $-4 - 3\sqrt{2}$.

B. $-4 - 5\sqrt{2}$.

C. $-4 - 2\sqrt{2}$.

D. $-4 - 4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 + y^2 - xy = 1 \Leftrightarrow \left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4} = 1$.

Đặt $t = \frac{5x-y+2}{x+y+4} \Rightarrow t(x+y+4) = 5x-y+2 \Leftrightarrow (t-5)x + (t+1)y + 4t - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow (t-5)\left(x - \frac{y}{2}\right) + (\sqrt{3}t - \sqrt{3})\frac{\sqrt{3}y}{2} = 2 - 4t.$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacôpxki ta có

$$(2-4t)^2 = \left[(t-5)\left(x - \frac{y}{2}\right) + (\sqrt{3}t - \sqrt{3})\frac{\sqrt{3}y}{2}\right]^2 \leq \left[(t-5)^2 + (\sqrt{3}t - \sqrt{3})^2\right] \left[\left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4}\right]$$

$$\Rightarrow (2-4t)^2 \leq \left[(t-5)^2 + (\sqrt{3}t - \sqrt{3})^2\right] \cdot 1 \Leftrightarrow 12t^2 - 24t \leq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}.$$

Xét hàm số $f(t) = 2t^3 - 3t^2 - 1$ với $-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$.

Ta có $f'(t) = 6t^2 - 6t = 6t(t-1)$.

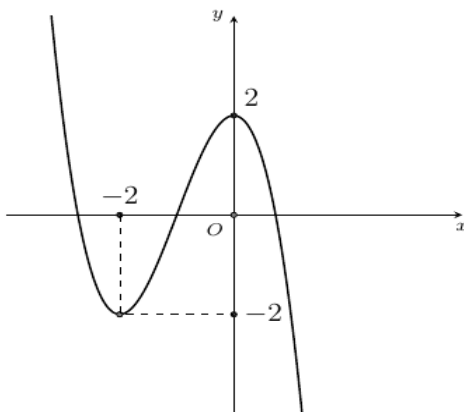
Khi đó $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \end{cases}$.

Ta có $f(-\sqrt{2}) = -5 - 4\sqrt{2}$, $f(0) = -1$, $f(1) = 0$, $f(\sqrt{2}) = -5 + 4\sqrt{2}$.

Do đó $M = f(0) = -1$, $m = f(-\sqrt{2}) = -5 - 4\sqrt{2}$.

Vậy $M + m = -6 - 4\sqrt{2}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?



- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = -2$ và $x = 0$. D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.

Câu 13. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Khi đó, bán kính mặt cầu bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = \frac{8\pi a^2}{3} \Leftrightarrow R = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 14. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(\sin x)^2 - 5\sin x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b$, với a, b là các số hữu tỉ, $c > 0$. Tính tổng $S = a + b + c$

- A. $S = 1$. B. $S = 3$. C. $S = 4$. D. $S = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(\sin x)^2 - 5\sin x + 6} dx$. Đổi biến $t = \sin x$, ta có $dt = \cos x dx$.

Đổi cận:

x	0	$\frac{\pi}{2}$
t	0	1

Khi đó ta được:

$$I = \int_0^1 \frac{1}{t^2 - 5t + 6} dt = \int_0^1 \frac{1}{(t-2)(t-3)} dt = \int_0^1 \left(\frac{1}{t-3} - \frac{1}{t-2} \right) dt = \ln \left| \frac{t-3}{t-2} \right| \Big|_0^1 = \ln 2 - \ln \frac{3}{2} = \ln \frac{4}{3}.$$

Do đó $a = 1, b = 0, c = 3 \Rightarrow S = a + b + c = 4$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;1;-4)$ và $B(1;-1;2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) nhận AB làm đường kính

A. $(x+1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 14.$

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 56.$

C. $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-6)^2 = 14.$

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 14.$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu có tâm $I(-1;0;-1)$ là trung điểm của AB và có bán kính

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{4^2 + (-2)^2 + 6^2}}{2} = \sqrt{14}.$$

Do đó ta có phương trình mặt cầu (S) là $(x+1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 14.$

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $B(-1;-1;0)$ và $C(3;1;-1)$. Tọa độ điểm M thuộc trục Oy và M cách đều B, C là:

A. $M\left(0; -\frac{9}{4}; 0\right).$

B. $M\left(0; -\frac{9}{2}; 0\right).$

C. $M\left(0; \frac{9}{4}; 0\right).$

D. $M\left(0; \frac{9}{2}; 0\right).$

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(0; y; 0) \in Oy$ là điểm thỏa mãn.

Ta có $BM = \sqrt{1 + (y+1)^2}$, $CM = \sqrt{9 + (y-1)^2 + 1}$.

Vì M cách đều B, C nên $BM = CM \Leftrightarrow 1 + (y+1)^2 = 10 + (y-1)^2 \Leftrightarrow 4y = 9 \Leftrightarrow y = \frac{9}{4}.$

Vậy $M\left(0; \frac{9}{4}; 0\right).$

Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$.

A. $\max_{[1;3]} y = 4.$

B. $\max_{[1;3]} y = 5.$

C. $\max_{[1;3]} y = \frac{13}{3}.$

D. $\max_{[1;3]} y = \frac{16}{3}.$

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = \frac{x^2 + 4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$, có $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -2 \notin [1; 3] \end{cases}$

$y(1) = 5, y(2) = 4, y(3) = \frac{13}{3} \Rightarrow \max_{[1;3]} y = 5.$

Câu 18. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{2019} bằng:

A. 4040.

B. 4037.

C. 4038.

D. 4400.

Lời giải

Chọn B

Do $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$ suy ra $2d = u_4 - u_2 = 4 \Rightarrow d = 2.$

Khi đó $u_{2019} = u_2 + 2017d = 3 + 2017 \cdot 2 = 4037.$

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^2+2x-m}$ có hai tiệm cận đứng

A. $m > -1$ và $m \neq 3$.

B. $m \geq 0$.

C. $m > -1$.

D. $m \leq -1$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^2+2x-m}$ có hai tiệm cận đứng khi phương trình $x^2+2x-m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác -3 . Khi đó:

$$\begin{cases} \Delta' = 1+m > 0 \\ (-3)^2 + 2(-3) - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m \neq 3 \end{cases}.$$

Câu 20. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $\int \cos x dx = \sin x + C$.

B. $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

C. $\int e^x dx = e^x + C$.

D. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$.

Lời giải

Chọn D

A, B, C đúng.

$$\left(\frac{1}{x} + C\right)' = -\frac{1}{x^2} \text{ nên D sai.}$$

Câu 21. Cho một khối chóp có thể tích bằng V . Khi giảm diện tích đa giác đáy xuống $\frac{1}{3}$ lần thì thể tích khối chóp lúc đó bằng

A. $\frac{V}{27}$.

B. $\frac{V}{3}$.

C. $\frac{V}{9}$.

D. $\frac{V}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử ban đầu, hình chóp có chiều cao h và diện tích đáy bằng S thì thể tích là $V = \frac{1}{3}Sh$.

Sau khi giảm diện tích đáy xuống $\frac{1}{3}$ lần, tức diện tích mới là $S' = \frac{1}{3}S$ và chiều cao giữ nguyên thì thể tích mới là $V' = \frac{1}{3}S'h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}V$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên (SAB) là một tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và có diện tích bằng $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ (đvdt). Một mặt phẳng đi qua trọng tâm tam giác SAB và song song với mặt đáy $(ABCD)$ chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần, tính thể tích V của phần chứa điểm S .

A. $V = 8$.

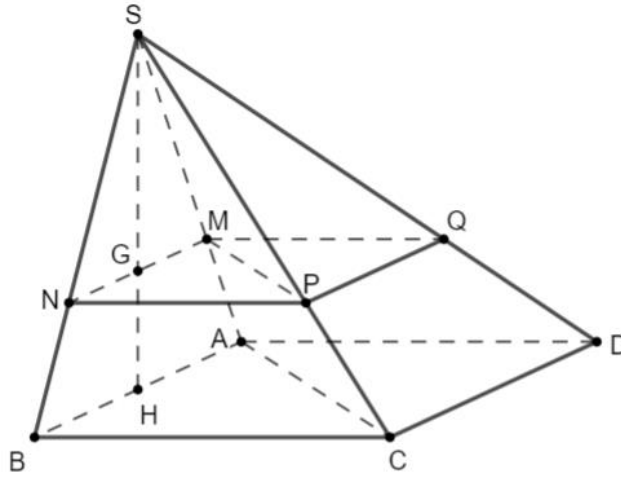
B. $V = 24$.

C. $V = 36$.

D. $V = 12$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm AB . Do ΔSAB đều và $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có } S_{\Delta SAB} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{4} \Rightarrow AB = 3\sqrt{3} \Rightarrow SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot AB^2 \cdot SH = \frac{1}{3} (3\sqrt{3})^2 \cdot \frac{9}{2} = \frac{81}{2} \text{ (đvtt)}.$$

Gọi G là trọng tâm tam giác SAB , qua G kẻ đường thẳng song song với AB , cắt SA và SB lần lượt tại M , N . Qua N kẻ đường thẳng song song với BC cắt SC tại P , qua M kẻ đường thẳng song song với AD cắt SD tại Q . Suy ra $(MNPQ)$ là mặt phẳng đi qua G và song song với $(ABCD)$.

$$\text{Khi đó } \frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{SQ}{SD} = \frac{SG}{SH} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Có } \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{8}{27} V_{S.ABC} = \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{4}{27} V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Có } \frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{S.MPQ} = \frac{8}{27} V_{S.ACD} = \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{4}{27} V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.MNPQ} = V_{S.MNP} + V_{S.MPQ} = \frac{4}{27} V_{S.ABCD} + \frac{4}{27} V_{S.ABCD} = \frac{8}{27} V_{S.ABCD} = \frac{8}{27} \cdot \frac{81}{2} = 12 \text{ (đvtt)}.$$

Câu 23. Cho $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Tính môđun của số phức $w = 1 - z + z^2$ ta được

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } w = 1 - z + z^2 = 1 - \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) + \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 = 1 - \sqrt{3}i$$

$$\text{Vậy } |w| = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2$$

Câu 24. Trong một môn học, cô giáo có 30 câu hỏi khác nhau trong đó có 5 câu hỏi khó, 15 câu hỏi trung bình, 10 câu hỏi dễ. Hỏi có bao nhiêu cách để lập ra đề thi từ 30 câu hỏi đó, sao cho mỗi đề gồm 5 câu khác nhau và mỗi đề phải có đủ cả ba loại câu hỏi?

A. 13468.

B. 74125.

C. 56578.

D. 142506.

Lời giải

Chọn B

Chọn 5 câu từ 30 câu có: $C_{30}^5 = 142506$ cách

Chọn 5 câu cùng loại hoặc 2 loại có: $C_{20}^5 + C_{15}^5 + C_{25}^5 - C_5^5 - C_{15}^5 - C_{10}^5 = 68381$ cách

Vậy ta có: $142506 - 68381 = 74125$ cách để chọn được 5 câu có đủ cả ba loại câu hỏi.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$ cho $M(1; -2; 4)$ và $N(-2; 3; 5)$. Tính tọa độ của vector $\overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{MN} = (1; -1; -9)$. **B.** $\overrightarrow{MN} = (-3; 5; 1)$. **C.** $\overrightarrow{MN} = (3; -5; -1)$. **D.** $\overrightarrow{MN} = (-1; 1; 9)$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{MN} = (-2 - 1; 3 + 2; 5 - 4)$$

$$\overrightarrow{MN} = (-3; 5; 1).$$

Câu 26. Cho a, b, c là các số dương, $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = 3; \log_a c = -2$. Tính $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$.

A. 7. **B.** -18. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

$$\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c} = 3 + 2 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c = 3 + 2.3 + \frac{1}{2}(-2) = 8.$$

Câu 27. Cho số phức $\bar{z} = 4 + 3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

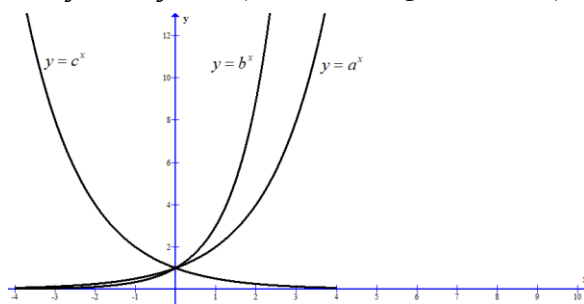
A. Phần thực bằng -4 , phần ảo bằng -3 . **B.** Phần thực bằng 4, phần ảo bằng 3.
C. Phần thực bằng -4 , phần ảo bằng 3. **D.** Phần thực bằng 4, phần ảo bằng -3 .

Lời giải

Chọn D

Vì $\bar{z} = 4 + 3i \Rightarrow z = 4 - 3i$. Do đó số phức z có Phần thực bằng 4, phần ảo bằng -3 .

Câu 28. Cho đồ thị hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ (a, b, c dương và khác 1). Chọn đáp án đúng



A. $b > a > c$. **B.** $b > c > a$. **C.** $c > b > a$. **D.** $a > b > c$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy:

+ Hàm số $y = c^x$ là nghịch biến nên $c < 1$.

+ Hàm số $y = a^x, y = b^x$ đồng biến nên $a > 1, b > 1$.

+ Mặt khác hàm số $y = b^x$ tăng nhanh hơn $y = a^x$ trên miền $x > 0$ nên $b > a$.

Do đó $b > a > c$.

Câu 29. Cho số thực x, y thỏa mãn biểu thức $4 + (6 - y)i = (x + 2) + 3i$ là:

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 6 \\ y = 9 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $4 + (6 - y)i = (x + 2) + 3i \Leftrightarrow x - 2 + (y - 3)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$.

Câu 30. Cho a là số thực dương. Tính $I = \int_0^a \sin^{2016} x \cdot \cos(2018x) dx$ bằng:

A. $I = \frac{\cos^{2017} a \cdot \sin 2017a}{2016}$.

B. $I = \frac{\sin^{2017} a \cdot \cos 2017a}{2017}$.

C. $I = \frac{\sin^{2017} a \cdot \cos 2017a}{2016}$.

D. $I = \frac{\cos^{2017} a \cdot \cos 2017a}{2017}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có
$$I = \int_0^a \sin^{2016} x \cdot \cos(2017x + x) dx = \int_0^a \sin^{2016} x \cdot [\cos(2017x) \cdot \cos x - \sin(2017x) \cdot \sin x] dx$$
$$= \int_0^a \sin^{2016} x \cos(2017x) \cdot \cos x dx - \int_0^a \sin^{2017} x \sin(2017x) dx.$$

Xét $J = \int_0^a \sin^{2016} x \cos(2017x) \cdot \cos x dx$.

Đặt $\begin{cases} u = \cos(2017x) \\ du = \sin^{2016} x \cdot \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -2017 \sin(2017x) dx \\ v = \frac{1}{2017} \sin^{2017} x \end{cases}$.

Khi đó $J = \cos(2017x) \cdot \frac{1}{2017} \sin^{2017} x \Big|_0^a + \int_0^a \sin^{2017} x \cdot \sin(2017x) dx$.

Suy ra
$$I = \cos(2017x) \cdot \frac{1}{2017} \sin^{2017} x \Big|_0^a + \int_0^a \sin^{2017} x \cdot \sin(2017x) dx - \int_0^a \sin^{2017} x \cdot \sin(2017x) dx$$
$$= \cos(2017x) \cdot \frac{1}{2017} \sin^{2017} x \Big|_0^a = \frac{1}{2017} \sin^{2017} a \cdot \cos(2017a).$$

Câu 31. Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) - 2\log_4(5-x) < 1 - \log_2(x-2)$ là $(a; b)$. Khi đó tích $a.b$ là

A. 10.

B. -3.

C. -12.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $2 < x < 5$.

Ta có:

$$\log_2(x+1) - 2\log_4(5-x) < 1 - \log_2(x-2)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+1) - \log_2(5-x) < 1 - \log_2(x-2)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+1) + \log_2(x-2) < \log_2 2 + \log_2(5-x)$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x-2) < 2(5-x) \Leftrightarrow x^2 - x - 2 < 10 - 2x \Leftrightarrow x^2 + x - 12 < 0 \Leftrightarrow -4 < x < 3.$$

Kết hợp với điều kiện $2 < x < 5$ thì tập nghiệm của bất phương trình là $(2;3)$ suy ra $a=2, b=3$ nên $ab=6$.

Câu 32. Trong tất cả các hình nón nội tiếp trong hình cầu có thể tích bằng 36π , bán kính r của hình nón có diện tích xung quanh lớn nhất là

A. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

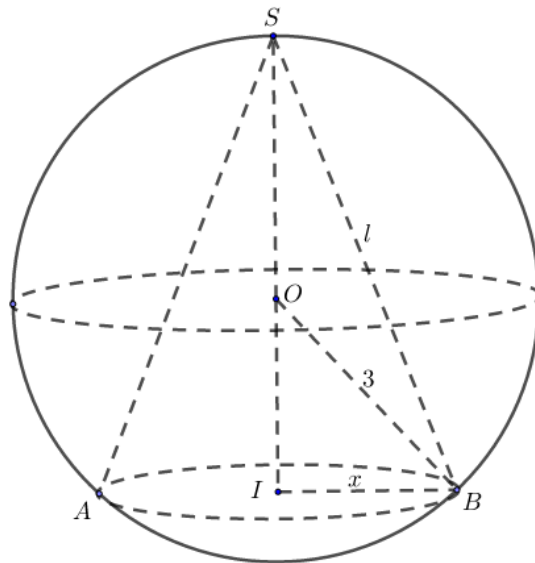
B. $r = \frac{3}{2}$.

C. $r = 2\sqrt{2}$.

D. $r = 3$.

Lời giải

Chọn C



Vì hình cầu có thể tích là 36π nên bán kính hình cầu là $R=3$.

Ta có diện tích xung quanh của hình nón là $S = \pi r l$.

Để hình nón có diện tích xung quanh lớn nhất thì đỉnh của hình nón và đáy của hình nón phải ở hai phía so với đường tròn kính của hình cầu.

Đặt bán kính đáy hình nón là $r = x$ với $0 < x \leq 3$ và tâm của đáy hình nón là I .

Ta có tam giác OIB vuông tại I nên $OI = \sqrt{9 - x^2}$.

Chiều cao của hình nón là $h = 3 + \sqrt{9 - x^2}$.

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = \sqrt{\left(3 + \sqrt{9 - x^2}\right)^2 + x^2} = \sqrt{18 + 6\sqrt{9 - x^2}}$.

Suy ra diện tích xung quanh của hình nón là $S = \pi x \sqrt{18 + 6\sqrt{9 - x^2}}$.

Đặt $P = x \sqrt{18 + 6\sqrt{9 - x^2}}$ nên $P^2 = x^2 (18 + 6\sqrt{9 - x^2})$ và đặt $\sqrt{9 - x^2} = t$, $(0 \leq t < 3)$.

Khi đó $P^2 = (9 - t^2)(18 + 6t)$ với $0 \leq t < 3$.

Xét hàm số $y = (9 - t^2)(18 + 6t) \Leftrightarrow y = -6t^3 - 18t^2 + 54t + 162$ có

$$y' = -18t^2 - 36t + 54 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3(L) \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = (9 - t^2)(18 + 6t)$ trên $0 \leq t < 3$.

t	0	1	3
y'	+	0	-
y	162	192	0

Từ bảng biến thiên, P^2 lớn nhất khi và chỉ khi $t = 1$ suy ra P lớn nhất khi và chỉ khi $t = 1$.

Khi đó $S = \pi x \sqrt{18 + 6\sqrt{9 - x^2}}$ lớn nhất khi $\sqrt{9 - x^2} = 1 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}$ và diện tích xung quanh của mặt cầu khi đó là $S = 8\sqrt{3}\pi$.

Câu 33. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó ?

- A.** $y = (\sqrt{2})^x$. **B.** $y = (0,5)^x$. **C.** $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$. **D.** $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ đồng biến trên tập xác định $\mathbb{R}$ do $\sqrt{2} > 1$.

Hàm số $y = (0,5)^x$ nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}$ do $0 < 0,5 < 1$.

Hàm số $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$ nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}$ do $0 < \frac{e}{\pi} < 1$.

Hàm số $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}$ do $0 < \frac{2}{3} < 1$.

Vậy chọn phương án A.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. Tìm tọa độ hình

chiếu vuông góc của A lên đường thẳng d .

- A.** $(2; -3; -1)$. **B.** $(2; 3; 1)$. **C.** $(2; -3; 1)$. **D.** $(-2; 3; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $A(1;1;1)$ và vuông góc với đường thẳng d .

Khi đó mặt phẳng (P) có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-4; -1; 2)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng:

$$-4(x-1) - (y-1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow 4x + y - 2z - 3 = 0.$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng d . Khi đó: $H = d \cap (P)$.

Suy ra tọa độ H thỏa mãn hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \\ 4x + y - 2z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \\ z = 1 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow H(2; -3; 1).$$

Vậy tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng d là $(2; -3; 1)$.

Câu 35. Cho $\int 2x(3x-2)^6 dx = A(3x-2)^8 + B(3x-2)^7 + C$ với $A, B, C \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $12A + 7B$.

A. $\frac{241}{252}$.

B. $\frac{52}{9}$.

C. $\frac{23}{252}$.

D. $\frac{7}{9}$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int 2x(3x-2)^6 dx &= \frac{2}{3} \int 3x(3x-2)^6 dx = \frac{2}{3} \int \left[(3x-2)(3x-2)^6 + 2(3x-2)^6 \right] dx \\ &= \frac{2}{3} \int \left[(3x-2)^7 + 2(3x-2)^6 \right] dx = \frac{1}{36} (3x-2)^8 + \frac{4}{63} (3x-2)^7 + C. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } A = \frac{1}{36}; B = \frac{4}{63} \Rightarrow 12A + 7B = \frac{7}{9}.$$

Câu 36. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Đẳng thức luôn đúng là

A. $r^2 = h^2 + l^2$.

B. $l^2 = h^2 + r^2$.

C. $l = h$.

D. $r = h$.

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất của hình trụ ta có chiều cao và độ dài đường sinh của hình trụ bằng nhau.

Câu 37. Cho $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1; x, y > 0, m \in \mathbb{R} \setminus 0$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_b x}{\log_a y}$

B. $\log_{a^m} x = \frac{1}{m} \log_a x$

C. $\log_a x = \log_a b \log_b x$

D. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$

Lời giải

Chọn A

Vì $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ nên **A** là đáp án sai

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng 45° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{4\pi a^2}{3}$

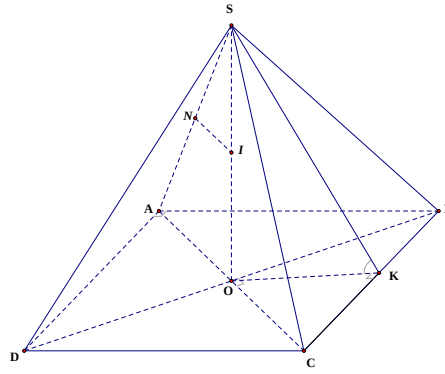
B. $\frac{3\pi a^2}{4}$

C. $\frac{2\pi a^2}{3}$

D. $\frac{9\pi a^2}{4}$

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của đáy suy ra SO là trục của đường tròn ngoại tiếp đáy đa giác.

Từ O dựng OK vuông góc với BC , suy ra K là trung điểm BC .

Xét tam giác SBC cân tại S có $SK \perp BC$

Từ đó ta có $\begin{cases} SK \perp BC \\ OK \perp BC \end{cases} \Rightarrow$ Góc giữa mặt phẳng SBC và mặt phẳng đáy $ABCD$ là góc SKO

Xét tam giác OBC vuông cân tại O có $OK = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$

Xét tam giác SKO vuông tại O có $SO = OK \cdot \tan SKO = \frac{a}{2} \cdot \tan 45^\circ = \frac{a}{2}$

Mặt khác $SA^2 = SO^2 + OA^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Gọi N là trung điểm SA . Trong mặt phẳng SAO vẽ đường trung trực của cạnh SA cắt SO tại I , suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

Xét hai tam giác đồng dạng SNI và SOA có $\frac{SN}{SO} = \frac{SI}{SA}$

$$R = SI = \frac{SN \cdot SA}{SO} = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a}{2}} = \frac{3a}{4}$$

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{3a}{4}\right)^2 = \frac{9\pi a^2}{4}$

Câu 39. Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 + x - 3$ là:

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x + 1 = x^2 + x - 3 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=-2 \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 + x - 3$ có 3 điểm chung.

- Câu 40.** Cho $\int_0^2 f(x)dx = 4$ và $\int_0^2 g(x)dx = 3$, khi đó $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)]dx$ bằng
- A. 17. B. 8. C. 6. D. -1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \int_0^2 [3f(x) - 2g(x)]dx = 3 \int_0^2 f(x)dx - 2 \int_0^2 g(x)dx = 3.4 - 2.3 = 6.$$

- Câu 41.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|zi - (2 + i)| = 3$ là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$. B. $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$.
C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 0$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn D

Gọi số phức z thỏa mãn bài ra có dạng $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\begin{aligned} \text{Theo bài ra } |zi - (2 + i)| = 3 &\Leftrightarrow |(x + yi)i - (2 + i)| = 3 \Leftrightarrow |(-y - 2) + (x - 1)i| = 3 \\ &\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2 \end{aligned}$$

- Câu 42.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}\right)^{16}$ (Điều kiện: $x \neq 0$) là

- A. 2810. B. 2180. C. 1820. D. 1280.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}\right)^{16} = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k \left(\sqrt[3]{x}\right)^{16-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k x^{\frac{16-k}{3} - k}.$$

$$\text{Theo bài ra, tìm số hạng không chứa } x \text{ nên } \frac{16-k}{3} - k = 0 \Leftrightarrow k = 4.$$

$$\text{Vậy số hạng cần tìm là } C_{16}^4 = 1820.$$

- Câu 43.** Phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$ có nghiệm là

- A. $x = 9$. B. $x = 5$. C. $x = 7$. D. $x = 11$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 3$.

$$\text{Với điều kiện trên phương trình đã cho } \Leftrightarrow \log_2[(x-3)(x-1)] = 3 \Leftrightarrow (x-3)(x-1) = 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (l)} \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5.$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 5$.

- Câu 44.** Tổng các nghiệm của phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 14$ bằng

A. 4.

B. 0.

C. -2.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (2+\sqrt{3})^x \cdot (2-\sqrt{3})^x = 1 \Leftrightarrow (2-\sqrt{3})^x = \frac{1}{(2+\sqrt{3})^x}.$$

$$\text{Đặt } t = (2+\sqrt{3})^x, t > 0 \text{ thì phương trình đã cho trở thành } t + \frac{1}{t} = 14$$

$$\Rightarrow t^2 - 14t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 7 - 4\sqrt{3} \\ t = 7 + 4\sqrt{3} \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$+) t = 7 - 4\sqrt{3} \Leftrightarrow (2+\sqrt{3})^x = 7 - 4\sqrt{3} \Leftrightarrow x = -2.$$

$$+) t = 7 + 4\sqrt{3} \Leftrightarrow (2+\sqrt{3})^x = 7 + 4\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy tổng hai nghiệm của phương trình bằng 0.

Câu 45. Giả sử tích phân $I = \int_1^5 \frac{1}{1+\sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$. Lúc đó

A. $a+b+c = \frac{5}{3}$.

B. $a+b+c = \frac{4}{3}$.

C. $a+b+c = \frac{7}{3}$.

D. $a+b+c = \frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } t = \sqrt{3x+1}. \text{ Ta có } t^2 = 3x+1 \Rightarrow dx = \frac{2}{3} t dt.$$

Đổi cận

x	1	5
t	2	4

$$\begin{aligned} \text{Ta có } I &= \int_1^5 \frac{1}{1+\sqrt{3x+1}} dx = \int_2^4 \frac{1}{1+t} \cdot \frac{2}{3} t dt \\ &= \frac{2}{3} \int_2^4 \frac{t}{t+1} dt \\ &= \frac{2}{3} \int_2^4 \left(1 - \frac{1}{t+1}\right) dt = \frac{2}{3} (t - \ln|1+t|) \Big|_2^4 \\ &= \frac{4}{3} + \frac{2}{3} \ln 3 - \frac{2}{3} \ln 5. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } a = \frac{4}{3}; b = \frac{2}{3}; c = -\frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy } a+b+c = \frac{4}{3}.$$

Câu 45. Cho hàm số $y = \ln(e^x + m^2)$. Với giá trị nào của m thì $y'(1) = \frac{1}{2}$.

A. $m = \pm\sqrt{e}$.

B. $m = \frac{1}{e}$.

C. $m = -e$.

D. $m = e$.

Lời giải

Chọn A

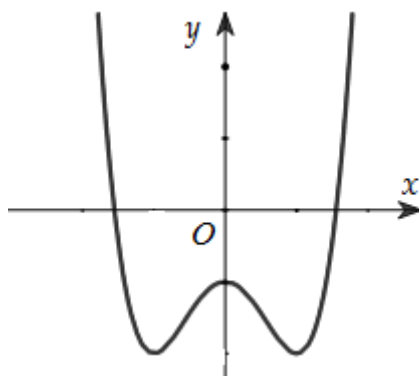
Ta có $y = \ln(e^x + m^2)$

$$y' = \frac{(e^x + m^2)'}{e^x + m^2} = \frac{e^x}{e^x + m^2}.$$

$$y'(1) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{e}{e + m^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{e}.$$

Câu 47. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^4 - x^2 - 1$. **B.** $y = -x^4 + x^2 + 1$. **C.** $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. **D.** $y = 2x^3 - 3x - 5$.



Lời giải

Chọn A

Đây là đồ thị của hàm bậc 4 với hệ số $a > 0$ nên đáp án B, C, D loại.

Câu 48. Tọa độ điểm M là điểm biểu diễn hình học của số phức z thỏa mãn $2 + 3i = (7 + 4i)\bar{z}$ là:

A. $M\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{5}\right)$. **B.** $M\left(\frac{1}{5}; -\frac{2}{5}\right)$. **C.** $M\left(\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right)$. **D.** $M\left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$2 + 3i = (7 + 4i)\bar{z} \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{2 + 3i}{7 + 4i} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5}i.$$

$$\text{Vì } \bar{z} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5}i \Rightarrow z = \frac{2}{5} - \frac{1}{5}i.$$

Vậy điểm M là điểm biểu diễn hình học của số phức $z = \frac{2}{5} - \frac{1}{5}i \Rightarrow M\left(\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right)$.

Câu 49. Giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 5$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$ là

A. $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = 0$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = x^2 - 2mx + m^2 - 4, \text{ phương trình } y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m - 2 \\ x = m + 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số như sau

x	$-\infty$	$m-2$	$m+2$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow$ CĐ	$\searrow$ CT	$\nearrow$ $+\infty$	

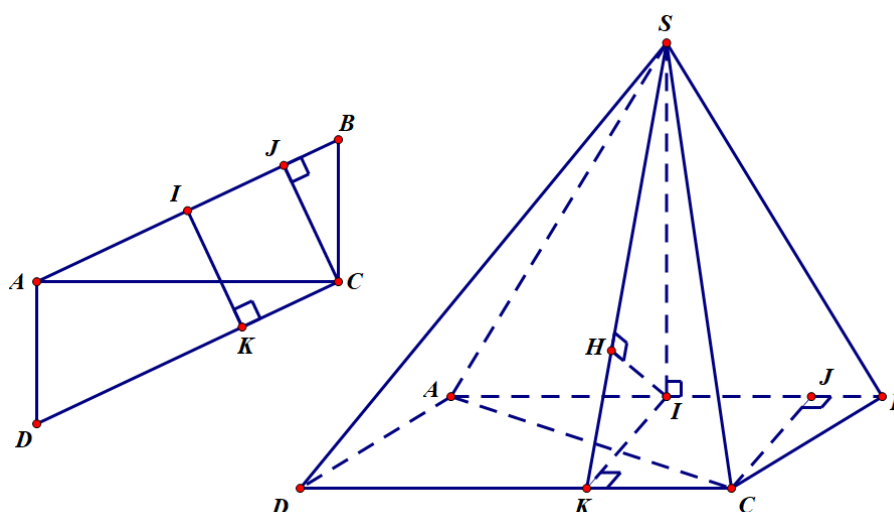
Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x=1 \Leftrightarrow m+2=1 \Leftrightarrow m=-1$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $SA=SB=SC=11$, góc $\angle SAB=30^\circ$, góc $\angle SBC=60^\circ$, góc $\angle SCA=45^\circ$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và SD .

- A. $2\sqrt{22}$. B. $\sqrt{22}$. C. $\frac{\sqrt{22}}{2}$. D. $4\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn B



Trong tam giác $\triangle SAB$ ta có $SB^2 = SA^2 + AB^2 - 2SA \cdot AB \cdot \cos 30^\circ \Leftrightarrow AB = 11\sqrt{3}$.

Trong tam giác $\triangle SBC$ ta có $SB=SC=11, \angle SBC=60^\circ$ nên $\triangle SBC$ đều suy ra $BC=11$.

Trong tam giác $\triangle SCA$ ta có $SC=SA=11, \angle SCA=45^\circ$ nên $\triangle SCA$ vuông cân tại S suy ra $AC=11\sqrt{2}$.

Xét tam giác ABC có $BC^2 + AC^2 = AB^2$ do vậy $\triangle ABC$ vuông tại C .

Gọi I là hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ vì $SA=SB=SC$ nên I là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , vì $\triangle ABC$ vuông tại C nên I là trung điểm của AB và $SI \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp CD$ (1). Vẽ $IK \perp CD$ (2), $IH \perp SK$ (3).

Từ (1) và (2) suy ra $CD \perp (SIK) \Rightarrow CD \perp IH$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $IH \perp (SCD)$ do đó khoảng cách $d(I, (SCD)) = IH$.

Ta lại có $AB \parallel CD$ suy ra khoảng cách $d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(I, (SCD)) = IH$.

Trong mặt phẳng đáy vẽ $CJ \perp AB$ ta suy ra $IK = CJ = \frac{CA.CB}{AB} = \frac{11\sqrt{6}}{3}$.

Trong tam giác SAB cân tại S có $SI = \sqrt{SA^2 - \frac{AB^2}{4}} = \frac{11}{2}$.

Trong tam giác SIK vuông tại I ta có $IH = \frac{IK.SI}{\sqrt{IK^2 + SI^2}} = \sqrt{22}$.

----- HẾT -----