

Họ và tên.....SBD.....

Chọn phương án trả lời A, B, C hoặc D tương ứng với nội dung câu hỏi:

Câu 1. Biết diện tích của mặt cầu bằng 36π . Khi đó thể tích V của khối cầu có cùng bán kính bằng

- A. 4π . B. 324π . C. 36π . D. 12π .

Câu 2. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng S và thể tích bằng V . Khi đó chiều cao h của khối chóp đã cho được tính bằng công thức nào dưới đây?

- A. $h = \frac{3S}{V}$. B. $h = \frac{V}{3S}$. C. $h = \frac{3V}{S}$. D. $h = \frac{V}{S}$.

Câu 3. Biết $\int_1^3 f(x)dx = -5$ và $\int_1^3 g(x)dx = 3$. Khi đó $\int_1^3 [g(x) - 2f(x)]dx$ bằng

- A. 8. B. -11. C. -7. D. 13.

Câu 4. Với n là số nguyên dương tùy ý lớn hơn 1, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $A_n^2 = 2n$. B. $A_n^2 = \frac{n(n-2)}{2}$. C. $A_n^2 = n(n-1)$. D. $A_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$.

Câu 5. Nếu $\int_1^5 f(x)dx = 4$ và $\int_1^3 f(x)dx = 3$ thì $\int_3^5 f(x)dx$ bằng

- A. -7. B. -1. C. 7. D. 1.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
				-	0
					+
$f(x)$	$-\infty$		-3		$+\infty$
				$+\infty$	
				-3	
					$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-2; -1)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây không thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2}$?

- A. $M(2; 3; 1)$. B. $N(5; 5; -1)$. C. $Q(-7; -3; 7)$. D. $P(-4; -1; 1)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 1$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(-2; -3; -1)$. B. $(2; 3; 1)$. C. $(2; -3; 1)$. D. $(-2; 3; -1)$.

Câu 9. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3(3x)$ là

- A. $y' = \frac{\ln 3}{x}$. B. $y' = \frac{3}{x \ln 3}$. C. $y' = \frac{1}{x}$. D. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$.

Câu 10. Môđun của số phức $z = 1 - 3i$ bằng

- A. $\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{2}$. C. 8. D. 10.

Câu 11. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 12$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. 100π . B. 300π . C. 180π . D. 60π .

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = (1-x)^{\frac{1}{2}}$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $\mathbb{R}$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 5x - y - 4z + 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_3 = (-1; -4; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (5; -1; -4)$. C. $\vec{n}_1 = (5; -1; 3)$. D. $\vec{n}_4 = (-4; -1; 5)$.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2$ và $u_3 = 4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 3. B. 2. C. -2. D. 6.

Câu 15. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 4x$ là

- A. $-\cos x - 2x^2 + C$. B. $\cos x - 4x^2 + C$. C. $\cos x - 2x^2 + C$. D. $-\cos x - x^2 + C$.

Câu 16. Giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x + 4$ với trục hoành có tọa độ là

- A. $(1; 0)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-4; 0)$. D. $(0; 4)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	5	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$							$+\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\nwarrow$ $\nearrow$ $\nwarrow$ $\nearrow$ $\nwarrow$ $\nearrow$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 1. B. 3. C. -1. D. 0.

Câu 19. Biết diện tích một mặt của khối lập phương bằng 16. Khi đó thể tích của khối lập phương đó bằng

- A. 256. B. 16. C. 512. D. 64.

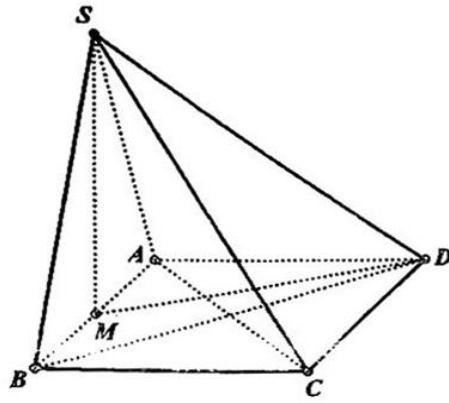
Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = -2$. C. $y = 2$. D. $y = 1$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (-1; 0; 3)$ và $\vec{b} = (2; 2; 5)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ bằng

- A. 21. B. 25. C. 27. D. 23.

22. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Biết đáy là hình vuông cạnh bằng a , $SM \perp (ABCD)$, tam giác SAB đều (minh họa như hình vẽ).



Kí hiệu φ là góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$, khi đó $\tan \varphi$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{15}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

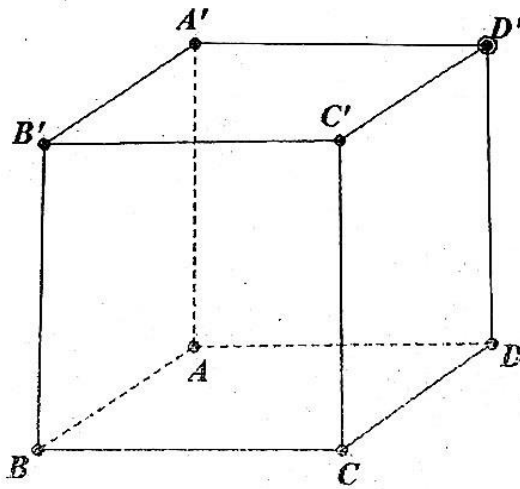
Câu 23. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3 \left(\frac{a}{b} \right) = \log_{27} a + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $b^2 = 27a^3$. B. $a^3 = 27b^3$. C. $b^3 = 27a^3$. D. $a^2 = 27b^3$.

Câu 24. Cho số phức z thỏa mãn $z - 1 = \frac{z - 18}{z - 2}$ và có phần ảo âm. Môđun của số phức $\frac{z + 4i}{\bar{z} - 2i}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 25. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (hình vẽ bên dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và $A'D$ là



- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; -2)$, $B(1; 0; 1)$ và $C(2; -1; 3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là

- A. $x + y + 2z + 3 = 0$. B. $x - y + 2z - 5 = 0$. C. $x + y + 2z - 1 = 0$. D. $x - y + 2z + 3 = 0$.

Câu 27. Một hộp chứa 15 cái thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên ba cái thẻ. Xác suất để rút được ba cái thẻ có tổng các số ghi trên ba thẻ là số lẻ bằng

- A. $\frac{8}{65}$. B. $\frac{32}{65}$. C. $\frac{24}{65}$. D. $\frac{16}{65}$.

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 4^{2x-x^2}$ là

- A. $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty \right)$. B. $\left(\frac{3}{2}; +\infty \right)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $\left(0; \frac{3}{2} \right)$.

Câu 29. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a)$ bằng

- A. $2 + \log_2 a$. B. $3 \log_2 a$. C. $(\log_2 a)^3$. D. $3 + \log_2 a$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 0)$, $B(2; -1; 3)$, $C(0; -1; 1)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là

- A. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-2 \\ z=-2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1 \\ y=-2+t \\ z=2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=-2t \end{cases}$.

Câu 31. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_6^{12} f\left(\frac{x}{3}\right) dx = 2$ thì $\int_1^4 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{11}{3}$. B. 9. C. $\frac{7}{3}$. D. 5.

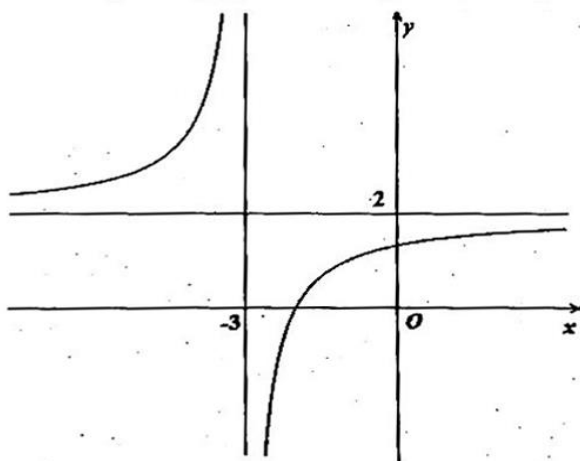
Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $2\bar{z} + iz = 5 + 4i$. Điểm biểu diễn của số phức z là điểm nào trong các điểm sau?

- A. $Q(1; -2)$. B. $P(-2; 1)$. C. $N(2; 1)$. D. $M(2; -1)$.

Câu 33. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{2x-1}{x+2022}$. B. $y = x^3 + 2x + 2022$. C. $y = x^4 - 2x^2 - 2022$. D. $y = -x^3 + x^2 - x + 2022$.

Câu 34. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = \frac{2x+4}{x-3}$. D. $y = \frac{2x+4}{x+3}$.

Câu 35. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+8) = 2$ là

- A. $x = 1$. B. $x = -6$. C. $x = -5$. D. $x = 0$.

Câu 36. Gọi a, b lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x - 4$. Trên đoạn $[-4; 0]$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = -\frac{28}{3}$. B. $S = \frac{4}{3}$. C. $S = -\frac{4}{3}$. D. $S = -10$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = \sin x \cos x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = -\cos^2 x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{\cos^2 x}{2} + C$.
C. $\int f(x) dx = \sin^2 x + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{\sin^2 x}{2} + C$.

Câu 38. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Tìm phần thực của số phức $z = z_1 - 2z_2$.

- A. 4. B. 5. C. -1. D. -3.

39. Cho các số thực b, c sao cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4 + 3i| = 1$ và $|z_2 - 8 - 6i| = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $5b + c = 4$. B. $5b + c = -4$. C. $5b + 6c = 12$. D. $5b + c = -12$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 15 = 0$, điểm $A(1; 3; 2)$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho

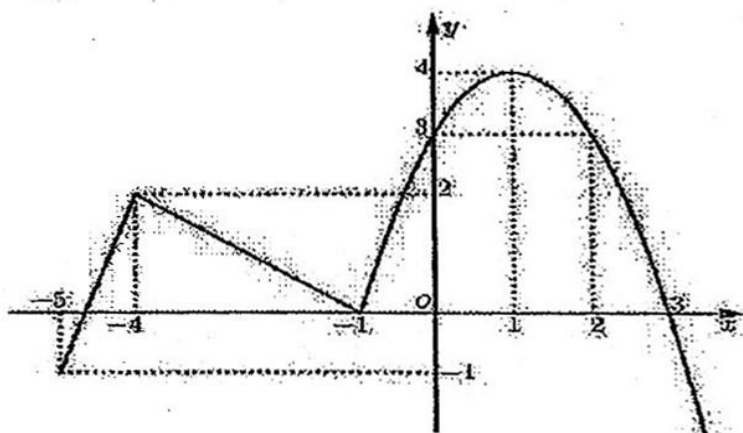
A là trung điểm của đoạn MN .

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-1}{3}$ B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{3}$ C. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-3}$ D. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-5}{3}$

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình: $(e^{x^3-2022} - 1) \cdot \ln x^2 < 0$?

- A. 43. B. 85. C. 44. D. 86.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên $[-5; 3]$ như hình vẽ.

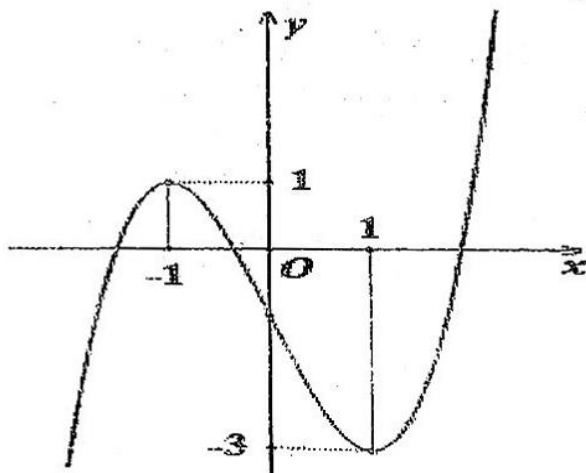


Biết $f(2) = \frac{22}{3}$, giá trị của $2f(-5) + f(1)$ bằng

- A. $-\frac{20}{3}$. B. -3 . C. $-\frac{22}{3}$. D. $\frac{25}{3}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Đặt $g(x) = f(f(x) + 2)$.

Phương trình $g'(x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



- A. 7. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = 2a$, $AC = 4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 45. Cho hình trụ có O, O' là tâm hai đáy. Xét hình chữ nhật $ABCD$ có A, B cùng thuộc đường tròn đáy (O) và C, D cùng thuộc đường tròn đáy (O') sao cho $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$ đồng thời $(ABCD)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc 60° . Thể tích khối trụ bằng

- A. $\pi a^3 \sqrt{3}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $2\pi a^3 \sqrt{3}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$.

Câu 46. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (x-3)^2$, trục tung và trục hoành. Gọi k_1, k_2 ($k_1 > k_2$) là hệ số góc của hai đường thẳng cùng đi qua điểm $A(0;9)$ và chia (H) làm ba phần có diện tích bằng nhau. Tính $k_1 - k_2$.

- A. $\frac{25}{4}$. B. 7. C. $\frac{27}{4}$. D. $\frac{13}{2}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x+1)(x-2)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(2x^3 - 3x^2 - 12x + m)$ có nhiều điểm cực trị nhất.

- A. 132. B. 143. C. 286. D. 253.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $1 \leq x \leq 2022$ và $2 \cdot 3^y + y = 2x - 1 + \log_3(2x + 3^y)$

- A. 6. B. 2021. C. 2022. D. 5.

Câu 49. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = (z-6)(8+\overline{z}i)$ là số thực. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 8$, giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1 + 3z_2|$ bằng

- A. $20 - \sqrt{13}$. B. $5 - \sqrt{13}$. C. $20 - 4\sqrt{13}$. D. $20 - 8\sqrt{2}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(13; -7; -13)$, $B(1; -1; 5)$ và $C(1; 1; -3)$. Xét các mặt phẳng (P) đi qua C sao cho A và B nằm cùng phía so với (P) . Khi $d(A, (P)) + 2d(B, (P))$ đạt giá trị lớn nhất thì (P) có dạng $ax + by + cz + 3 = 0$. Giá trị của $a + b + c$ bằng

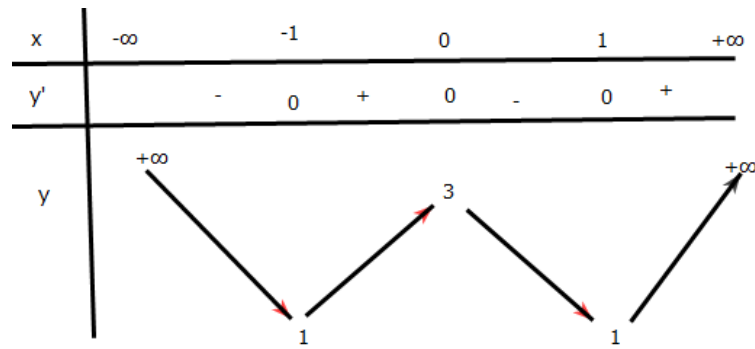
- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

----- Hết -----

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT – NĂM HỌC 2021 – 2022

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI PHÒNG

- Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 5x - y - 4z + 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?
- A. $\vec{n}_3 = (-1; -4; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (5; -1; -4)$. C. $\vec{n}_4 = (-4; -1; 5)$. D. $\vec{n}_1 = (5; -1; 3)$.
- Câu 2.** Cho khối chóp có diện tích đáy bằng S và thể tích bằng V . Khi đó chiều cao h của khối chóp đã cho được tính bằng công thức nào dưới đây?
- A. $h = \frac{3V}{S}$. B. $h = \frac{V}{S}$. C. $h = \frac{3S}{V}$. D. $h = \frac{V}{3S}$.
- Câu 3.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 4x$ là
- A. $-\cos x - 2x^2 + C$. B. $\cos x - 4x^2 + C$. C. $-\cos x - x^2 + C$. D. $\cos x - 2x^2 + C$.
- Câu 4.** Môđun của số phức $z = 1 - 3i$ bằng
- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{10}$. C. 8. D. 10.
- Câu 5.** Biết diện tích của mặt cầu bằng 36π . Khi đó thể tích V của khối cầu có cùng bán kính bằng
- A. 36π . B. 12π . C. 4π . D. 324π .
- Câu 6.** Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3(3x)$ là
- A. $y' = \frac{3}{x \ln 3}$. B. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$. C. $y' = \frac{\ln 3}{x}$. D. $y' = \frac{1}{x}$.
- Câu 7.** Biết diện tích một mặt của khối lập phương bằng 16. Khi đó thể tích của khối lập phương đó bằng
- A. 512. B. 256. C. 64. D. 16.
- Câu 8.** Với n là số nguyên dương tùy ý lớn hơn 1, mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $A_n^2 = 2n$. B. $A_n^2 = \frac{n(n-2)}{2}$. C. $A_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$. D. $A_n^2 = n(n-1)$.
- Câu 9.** Nếu $\int_1^5 f(x)dx = 4$ và $\int_1^3 f(x)dx = 3$ thì $\int_3^5 f(x)dx$ bằng
- A. 1. B. -7. C. 7. D. -1.
- Câu 10.** Biết $\int_1^3 f(x)dx = -5$ và $\int_1^3 g(x)dx = 3$. Khi đó $\int_1^3 [g(x) - 2f(x)]dx$ bằng
- A. 13. B. -11. C. -7. D. 8.
- Câu 11.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình:
- A. $y = -2$. B. $y = 2$. C. $y = 1$. D. $y = \frac{1}{2}$.
- Câu 12.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:



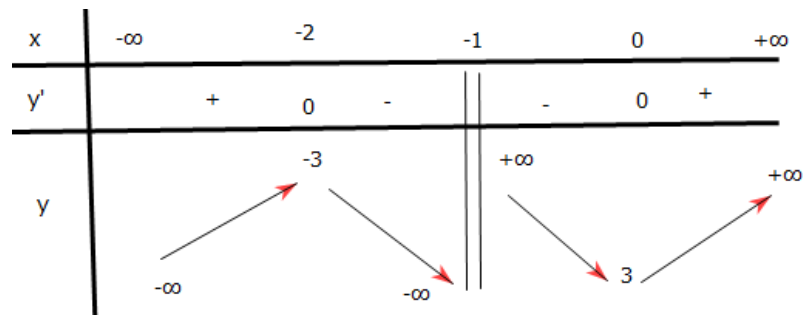
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 1. B. 0. C. -1. D. 3.

Câu 13. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 12$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. 100π . B. 180π . C. 300π . D. 60π .

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-2; -1)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 15. Giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x + 4$ với trục hoành có tọa độ là

- A. $(1; 0)$. B. $(-4; 0)$. C. $(0; 4)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 1$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(-2; -3; -1)$. B. $(2; 3; 1)$. C. $(-2; 3; -1)$. D. $(2; -3; 1)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	5	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y = (1-x)^{\frac{1}{2}}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 19. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2$ và $u_3 = 4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3.

B. 6.

C. -2.

D. 2.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây không thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2}$?

A. $N(5;5;-1)$.

B. $M(2;3;1)$.

C. $P(-4;-1;1)$.

D. $Q(-7;-3;7)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;0)$, $B(2;-1;3)$, $C(0;-1;1)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 \\ z = -2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = -2t \end{cases}$.

Câu 22. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a)$ bằng

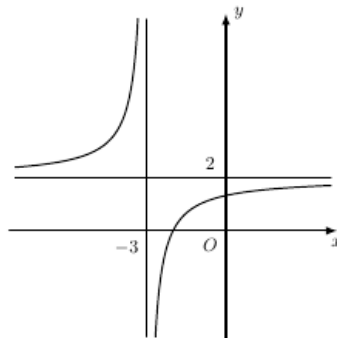
A. $(\log_2 a)^3$.

B. $3\log_2 a$.

C. $3 + \log_2 a$.

D. $2 + \log_2 a$.

Câu 23. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình sau.



A. $y = \frac{2x+4}{x-3}$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

C. $y = \frac{2x+4}{x+3}$.

D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (-1;0;3)$ và $\vec{b} = (2;2;5)$. Tích vô hướng $\vec{a}(\vec{a} + \vec{b})$ bằng

A. 21.

B. 27.

C. 23.

D. 25.

Câu 25. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_6^{12} f\left(\frac{x}{3}\right) dx = 2$ thì $\int_1^4 f(x) dx$ bằng

A. 9.

B. 5.

C. $\frac{7}{3}$.

D. $\frac{11}{3}$.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+8) = 2$ là

A. $x = 1$.

B. $x = 0$.

C. $x = -6$.

D. $x = -5$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;-2)$, $B(1;0;1)$ và $C(2;-1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là

A. $x + y + 2z - 1 = 0$.

B. $x + y + 2z + 3 = 0$.

C. $x - y + 2z - 5 = 0$.

D. $x - y + 2z + 3 = 0$.

Câu 28. Một hộp chứa 15 cái thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên ba cái thẻ. Xác suất để rút được ba cái thẻ có tổng các số ghi trên ba thẻ là số lẻ bằng

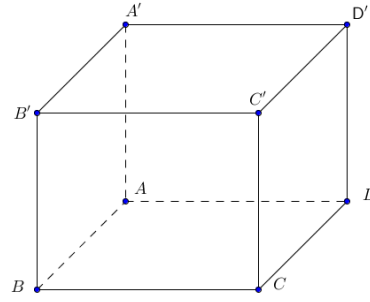
A. $\frac{32}{65}$.

B. $\frac{24}{65}$.

C. $\frac{16}{65}$.

D. $\frac{8}{65}$.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (hình vẽ bên dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và $A'D$ là



- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. a . D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = \sin x \cos x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = -\cos^2 x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{\sin^2 x}{2} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{\cos^2 x}{2} + C$. D. $\int f(x) dx = \sin^2 x + C$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 4^{2x-x^2}$ là

- A. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 32. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Tìm phần thực của số phức $z = z_1 - 2z_2$.

- A. -3 . B. 4 . C. 5 . D. -1 .

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $2\bar{z} + iz = 5 + 4i$. Điểm biểu diễn số phức z là điểm nào trong các điểm sau?

- A. $N(2; 1)$. B. $M(2; -1)$. C. $P(-2; 1)$. D. $Q(1; -2)$.

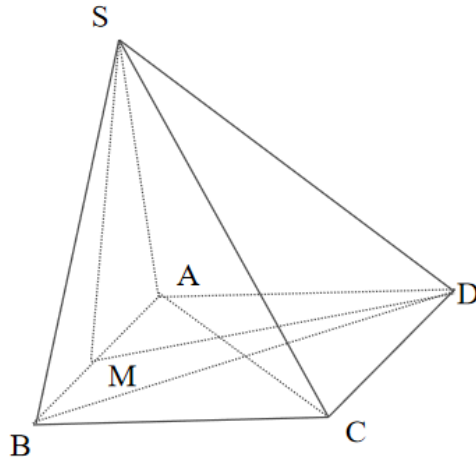
Câu 34. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3\left(\frac{a}{b}\right) = \log_{27} a + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a^3 = 27b^3$. B. $a^2 = 27b^3$. C. -3 . D. 26 .

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $z - 1 = \frac{z - 18}{z - 2}$ và có phần ảo âm. Mô đun của số phức $\frac{z + 4i}{z - 2i}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Biết đáy là hình vuông cạnh a , $SM \perp (ABCD)$, tam giác SAB đều (minh họa hình vẽ)



Kí hiệu φ là góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$, khi đó $\tan \varphi$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{15}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 37. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 2022$. B. $y = \frac{2x-1}{x+2022}$.
C. $y = -x^3 + x^2 - x + 2022$. D. $y = x^3 + 2x + 2022$.

Câu 38. Gọi a, b lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x - 4$ trên đoạn $[-4; 0]$. Tính $S = a + b$.

- A. $\frac{4}{3}$. B. $-\frac{4}{3}$. C. -10 . D. $-\frac{28}{3}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = 2a$, $AC = 4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $(e^{x^2-2022} - 1) \cdot \ln x^2 < 0$?

- A. 44. B. 86. C. 85. D. 43.

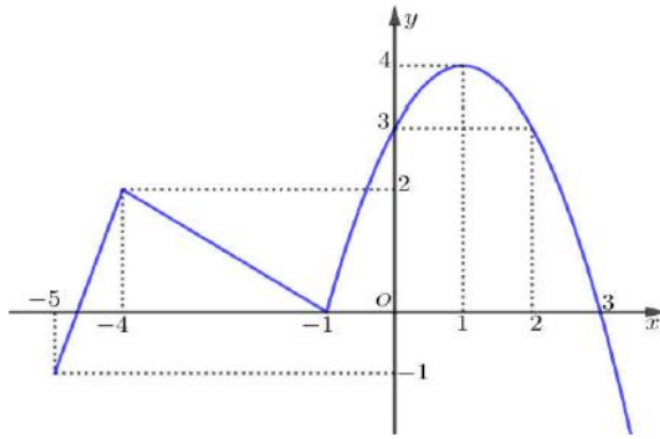
Câu 41. Cho các số thực b, c sao cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4 + 3i| = 1$ và $|z_2 - 8 - 6i| = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $5b + 6c = 12$. B. $5b + c = -4$. C. $5b + c = -12$. D. $5b + c = 4$.

Câu 42. Cho hình trụ có O, O' là tâm hai đáy. Xét hình chữ nhật $ABCD$ có A, B cùng thuộc đường tròn đáy (O) và C, D cùng thuộc đường tròn đáy (O') sao cho $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$ đồng thời $(ABCD)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc 60° . Thể tích khối trụ bằng

- A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $2\pi a^3\sqrt{3}$. C. $\pi a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

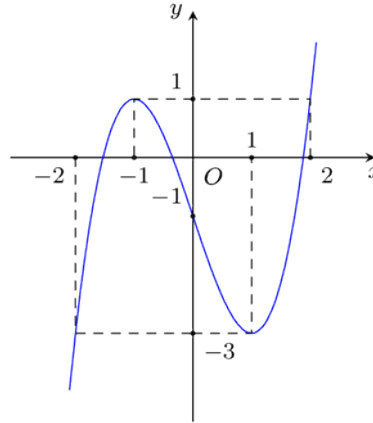
Câu 43. Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên $[-5; 3]$ như hình vẽ.



Biết $f(2) = \frac{22}{3}$, giá trị của $2f(-5) + f(1)$ bằng

- A. $\frac{25}{3}$. B. -3 . C. $-\frac{20}{3}$. D. $-\frac{22}{3}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Đặt $g(x) = f(f(x) + 2)$. Phương trình $g'(x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



- A. 4. B. 6. C. 7. D. 5.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 15 = 0$, điểm $A(1; 3; 2)$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M

và N sao cho A là trung điểm đoạn MN .

- A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-5}{3}$. B. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-3}$.
C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{3}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 46. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (x-3)^2$, trục tung và trục hoành. Gọi k_1, k_2 ($k_1 < k_2$) là hệ số góc của hai đường thẳng cùng đi qua điểm $A(0; 9)$ và chia (H) làm ba phần có diện tích bằng nhau. Tính $k_1 - k_2$.

- A. 7. B. $\frac{27}{4}$. C. $\frac{25}{4}$. D. $\frac{13}{2}$.

- Câu 47.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x+1)(x-2)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(|2x^3 - 3x^2 - 12x + m|)$ có nhiều điểm cực trị nhất.
- A. 132. B. 286. C. 143. D. 253.
- Câu 48.** Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thoả mãn $1 \leq x \leq 2022$ và $2 \cdot 3^y + y = 2x - 1 + \log_3(2x + 3^y)$?
- A. 2022. B. 5. C. 2021. D. 6.
- Câu 49.** Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = (z-6)(8+\overline{z}i)$ là số thực. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thoả mãn $|z_1 - z_2| = 8$, giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1 + 3z_2|$ bằng
- A. $20 - \sqrt{13}$. B. $5 - \sqrt{13}$. C. $20 - 4\sqrt{13}$. D. $20 - 8\sqrt{2}$.
- Câu 50.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(13; -7; -13), B(1; -1; 5)$ và $C(1; 1; -3)$. Xét các mặt phẳng (P) đi qua C sao cho A và B nằm cùng phía so với (P) . Khi $d(A, (P)) + 2d(B, (P))$ đạt giá trị lớn nhất thì (P) có dạng $ax + by + cz + 3 = 0$. Giá trị của $a + b + c$ bằng
- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	A	B	A	B	C	D	D	A	B	D	A	B	D	C	C	D	A	C	B	C	C	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	A	C	B	D	A	B	B	C	D	C	D	C	B	C	C	C	B	A	B	C	D	C	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 5x - y - 4z + 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

- A.** $\vec{n}_3 = (-1; -4; 3)$. **B.** $\vec{n}_2 = (5; -1; -4)$. **C.** $\vec{n}_4 = (-4; -1; 5)$. **D.** $\vec{n}_1 = (5; -1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng S và thể tích bằng V . Khi đó chiều cao h của khối chóp đã cho được tính bằng công thức nào dưới đây?

- A.** $h = \frac{3V}{S}$. **B.** $h = \frac{V}{S}$. **C.** $h = \frac{3S}{V}$. **D.** $h = \frac{V}{3S}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}S.h \Rightarrow h = \frac{3V}{S}.$$

Câu 3. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 4x$ là

- A.** $-\cos x - 2x^2 + C$. **B.** $\cos x - 4x^2 + C$. **C.** $-\cos x - x^2 + C$. **D.** $\cos x - 2x^2 + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int (\sin x - 4x) dx = -\cos x - 2x^2 + C.$$

Câu 4. Môđun của số phức $z = 1 - 3i$ bằng

- A.** $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } |z| = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}.$$

Câu 5. Biết diện tích của mặt cầu bằng 36π . Khi đó thể tích V của khối cầu có cùng bán kính bằng

- A.** 36π . **B.** 12π . **C.** 4π . **D.** 324π .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } S = 4\pi R^2 \Rightarrow R^2 = \frac{S}{4\pi} = \frac{36\pi}{4\pi} = 9 \Rightarrow R = 3 \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi.$$

Câu 6. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3(3x)$ là

A. $y' = \frac{3}{x \ln 3}$.

B. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$.

C. $y' = \frac{\ln 3}{x}$.

D. $y' = \frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = \frac{(3x)'}{3x \ln 3} = \frac{3}{3x \ln 3} = \frac{1}{x \ln 3}$.

Câu 7. Biết diện tích một mặt của khối lập phương bằng 16. Khi đó thể tích của khối lập phương đó bằng

A. 512.

B. 256.

C. 64.

D. 16.

Lời giải

Chọn C

Giả sử khối lập phương có cạnh a , diện tích một mặt của khối lập phương là $a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$.

Vậy nên thể tích khối lập phương đó là $V = a^3 = 4^3 = 64$.

Câu 8. Với n là số nguyên dương tùy ý lớn hơn 1, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^2 = 2n$.

B. $A_n^2 = \frac{n(n-2)}{2}$.

C. $A_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$.

D. $A_n^2 = n(n-1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = n(n-1)$.

Câu 9. Nếu $\int_1^5 f(x)dx = 4$ và $\int_1^3 f(x)dx = 3$ thì $\int_3^5 f(x)dx$ bằng

A. 1.

B. -7.

C. 7.

D. -1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^5 f(x)dx = \int_1^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx \Rightarrow \int_3^5 f(x)dx = \int_1^5 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx = 4 - 3 = 1$.

Câu 10. Biết $\int_1^3 f(x)dx = -5$ và $\int_1^3 g(x)dx = 3$. Khi đó $\int_1^3 [g(x) - 2f(x)]dx$ bằng

A. 13.

B. -11.

C. -7.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^3 [g(x) - 2f(x)]dx = \int_1^3 g(x)dx - 2\int_1^3 f(x)dx = 3 - 2 \cdot (-5) = 13$.

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = -2$.

B. $y = 2$.

C. $y = 1$.

D. $y = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình $y = 2$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	0	+
y		$+\infty$			3			$+\infty$

The diagram illustrates a piecewise linear function $y(x)$ defined on the interval $[-\infty, +\infty]$. The function is composed of four segments, each with a direction arrow:

- Segment 1: From $(-\infty, +\infty)$ to $(-1, 1)$. The arrow points towards the point $(-1, 1)$.
- Segment 2: From $(-1, 1)$ to $(0, 3)$. The arrow points towards the point $(0, 3)$.
- Segment 3: From $(0, 3)$ to $(1, 1)$. The arrow points towards the point $(1, 1)$.
- Segment 4: From $(1, 1)$ to $(+\infty, +\infty)$. The arrow points towards the point $(+\infty, +\infty)$.

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.** 1. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 13. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 12$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A.** 100π . **B.** 180π . **C.** 300π . **D.** 60π .

Lời giải

Chọn A

Từ công thức $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 100\pi$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y		-3		$+\infty$		$+\infty$

Diagram illustrating the mapping of the x-axis to the y-axis for a function. The x-axis is marked with $-\infty$, -2, -1, 0, and $+\infty$. The y-axis is marked with $-\infty$, -3, $+\infty$, and 3. Arrows indicate the mapping: $-\infty \rightarrow -3$, $-2 \rightarrow -\infty$, $-1 \rightarrow +\infty$, $0 \rightarrow 3$, and $+\infty \rightarrow +\infty$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-2; 0)$. **B.** $(-2; -1)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 15. Giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x + 4$ với trục hoành có tọa độ là

- A.** $(1; 0)$. **B.** $(-4; 0)$. **C.** $(0; 4)$. **D.** $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hoành giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x + 4$ với trục hoành là nghiệm của phương trình $x^3 + 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ nên tọa độ giao điểm là $(-1; 0)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 1$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A.** $(-2; -3; -1)$. **B.** $(2; 3; 1)$. **C.** $(-2; 3; -1)$. **D.** $(2; -3; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 1$ có tọa độ tâm là $(-2; 3; -1)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	5	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng xét dấu, $f'(x)$ đổi dấu hai lần. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là 2.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y = (1-x)^{\frac{1}{2}}$ là

- A.** $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Tập xác định $(-\infty; 1)$.

Câu 19. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2$ và $u_3 = 4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A.** 3. **B.** 6. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_3 = u_1 + 2d \Rightarrow 4 = -2 + 2d \Rightarrow d = 3$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây không thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2}$?

- A.** $N(5; 5; -1)$. **B.** $M(2; 3; 1)$. **C.** $P(-4; -1; 1)$. **D.** $Q(-7; -3; 7)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm $P(-4; -1; 1)$ vào phương trình đường thẳng d ta được

$$\frac{-4+1}{3} = \frac{-1-1}{2} \neq \frac{1-3}{-2} \Rightarrow P(-4; -1; 1) \notin d.$$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;0)$, $B(2;-1;3)$, $C(0;-1;1)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$
B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$
C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 \\ z = -2t \end{cases}$
D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = -2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Gọi M là trung điểm BC suy ra tọa độ $M(1;-1;2)$.

Đường trung tuyến AM nhận $\overrightarrow{AM} = (0;1;2)$ làm vector chỉ phương.

Suy ra phương trình tham số AM : $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$.

Câu 22. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a)$ bằng

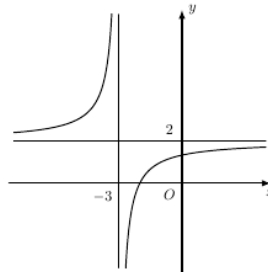
A. $(\log_2 a)^3$
B. $3\log_2 a$
C. $3 + \log_2 a$
D. $2 + \log_2 a$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2(8a) = \log_2 8 + \log_2 a = 3 + \log_2 a$.

Câu 23. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình sau.



A. $y = \frac{2x+4}{x-3}$
B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$
C. $y = \frac{2x+4}{x+3}$
D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đã cho có dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, $\left(x \neq -\frac{d}{c}\right)$.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ nên $y = \frac{2x+4}{x+3}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (-1;0;3)$ và $\vec{b} = (2;2;5)$. Tích vô hướng $\vec{a}(\vec{a} + \vec{b})$ bằng

A. 21
B. 27
C. 23
D. 25

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (1; 2; 8)$ nên $\vec{a}(\vec{a} + \vec{b}) = 1 \cdot (-1) + 0.2 + 8.3 = 23$.

Câu 25. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_6^{12} f\left(\frac{x}{3}\right) dx = 2$ thì $\int_1^4 f(x) dx$ bằng

- A. 9. B. 5. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Xét $I = \int_6^{12} f\left(\frac{x}{3}\right) dx = 2$. Đặt $t = \frac{x}{3} \Rightarrow dt = \frac{dx}{3}$.

Đổi cận $\begin{cases} x = 6 \Rightarrow t = 2 \\ x = 12 \Rightarrow t = 4. \end{cases}$

Do đó $I = 3 \int_2^4 f(t) dt = 2 \Rightarrow \int_2^4 f(x) dx = \frac{2}{3}$.

Suy ra $\int_1^4 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = 3 + \frac{2}{3} = \frac{11}{3}$.

Vậy $\int_1^4 f(x) dx = \frac{11}{3}$.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+8) = 2$ là

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = -6$. D. $x = -5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_3(x+8) = 2 \Leftrightarrow x+8 = 3^2 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; -2)$, $B(1; 0; 1)$ và $C(2; -1; 3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là

- A. $x + y + 2z - 1 = 0$. B. $x + y + 2z + 3 = 0$. C. $x - y + 2z - 5 = 0$. D. $x - y + 2z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{BC}(1; -1; 2)$.

Mặt phẳng đi qua A và có VTPT $\overrightarrow{BC}$ có phương trình là:

$$(x-3) - (y-2) + 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z + 3 = 0.$$

Câu 28. Một hộp chứa 15 cái thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên ba cái thẻ. Xác suất để rút được ba cái thẻ có tổng các số ghi trên ba thẻ là số lẻ bằng

- A. $\frac{32}{65}$. B. $\frac{24}{65}$. C. $\frac{16}{65}$. D. $\frac{8}{65}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$

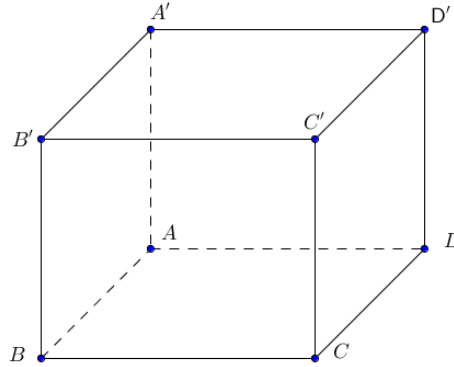
Số cách để rút được ba cái thẻ có tổng các số ghi trên ba thẻ là số lẻ

TH1: rút được một số lẻ, hai số chẵn $\Rightarrow$ có $C_8^1 \cdot C_7^2 = 168$ cách

TH2: rút được ba số lẻ $\Rightarrow$ có $C_8^3 = 56$ cách

$$\Rightarrow P(A) = \frac{168+56}{455} = \frac{32}{65}.$$

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (hình vẽ bên dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và $A'D$ là



A. $a\sqrt{2}.$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$

C. $a.$

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A'B' \perp (ADD'A') \Rightarrow A'B' \perp A'D$ (1)

$$A'B' \perp BB' \quad (2)$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow d(BB', A'D) = A'B' = a.$

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = \sin x \cos x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = -\cos^2 x + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{\sin^2 x}{2} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{\cos^2 x}{2} + C.$

D. $\int f(x) dx = \sin^2 x + C.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét } \int f(x) dx = \int \sin x \cos x dx$$

$$\text{Đặt } u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx$$

$$\Rightarrow \int f(x) dx = \int u du = \frac{u^2}{2} + C = \frac{\sin^2 x}{2} + C.$$

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 4^{2x-x^2}$ là

A. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right).$

B. $\left(0; \frac{3}{2}\right).$

C. $(-\infty; 0).$

D. $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right).$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } 2^x > 4^{2x-x^2} \Leftrightarrow 2^x > 2^{2(2x-x^2)} \Leftrightarrow x > 2(2x-x^2) \Leftrightarrow 2x^2-3x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x < 0 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 32. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Tìm phần thực của số phức $z = z_1 - 2z_2$.

A. -3 .

B. 4 .

C. 5 .

D. -1 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } z = z_1 - 2z_2 = 1 + 2i - 2(2 - i) = -3 + 4i.$$

Vậy phần thực của số phức $z = z_1 - 2z_2$ là -3 .

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $2\bar{z} + iz = 5 + 4i$. Điểm biểu diễn số phức z là điểm nào trong các điểm sau?

A. $N(2; 1)$.

B. $M(2; -1)$.

C. $P(-2; 1)$.

D. $Q(1; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ và $\bar{z} = a - bi$.

$$\text{Khi đó: } 2\bar{z} + iz = 5 + 4i \Leftrightarrow 2(a - bi) + i(a + bi) = 5 + 4i$$

$$\Leftrightarrow 2a - b + (a - 2b)i = 5 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 5 \\ a - 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z = 2 - i.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức z là $M(2; -1)$.

Câu 34. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3\left(\frac{a}{b}\right) = \log_{27} a + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^3 = 27b^3$.

B. $a^2 = 27b^3$.

C. -3 .

D. 26 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \log_3\left(\frac{a}{b}\right) = \log_{27} a + 1 \Leftrightarrow \log_3\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{1}{3}\log_3 a + 1 \Leftrightarrow 3\log_3\left(\frac{a}{b}\right) = \log_3 a + 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \log_3 27a \Leftrightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^3 = 27a \Leftrightarrow a^3 = 27ab^3 \Leftrightarrow a^2 = 27b^3.$$

Vậy $a^2 = 27b^3$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $z - 1 = \frac{z - 18}{z - 2}$ và có phần ảo âm. Mô đun của số phức $\frac{z + 4i}{z - 2i}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$z-1 = \frac{z-18}{z-2}$$

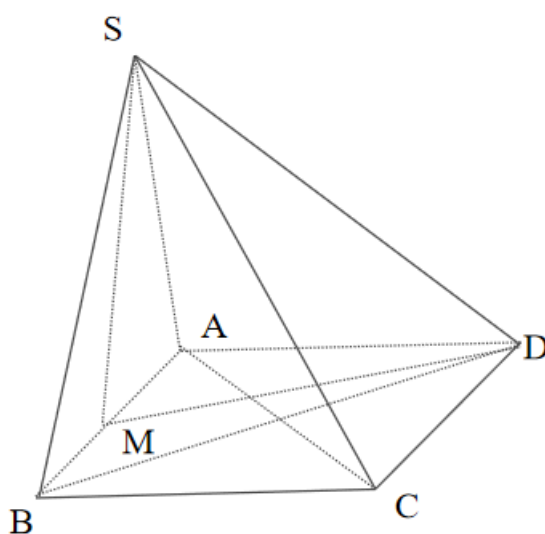
$$\Leftrightarrow (z-1)(z-2) = z-18 \quad (z \neq 2)$$

$$\Leftrightarrow z^2 - 4z + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + 4i(l) \\ z = 2 - 4i(n) \end{cases}$$

Với $z = 2 - 4i$ ta có mô đun của số phức $\frac{z+4i}{z-2i} : \left| \frac{z+4i}{z-2i} \right| = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Biết đáy là hình vuông cạnh a , $SM \perp (ABCD)$, tam giác SAB đều (minh họa hình vẽ)



Kí hiệu φ là góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$, khi đó $\tan \varphi$ bằng

A. $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $SD \cap (ABCD) = D$

$SM \perp (ABCD)$

$$\Rightarrow (SD, (ABCD)) = \widehat{SDM} = \varphi.$$

$$\text{Vì } \triangle SMD \text{ vuông tại } M \text{ nên } \tan \varphi = \frac{SM}{DM} = \frac{SM}{\sqrt{AD^2 + AM^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{15}}{5}.$$

Câu 37. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^4 - 2x^2 - 2022$.

B. $y = \frac{2x-1}{x+2022}$.

C. $y = -x^3 + x^2 - x + 2022$.

D. $y = x^3 + 2x + 2022$.

Lời giải

Chọn C

$$y = -x^3 + x^2 - x + 2022.$$

$$y' = -3x^2 + 2x - 1.$$

$$\Delta' = -2 < 0, a = -3 < 0 \Rightarrow y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 38. Gọi a, b lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x - 4$ trên đoạn $[-4; 0]$. Tính $S = a + b$.

A. $\frac{4}{3}$.

B. $-\frac{4}{3}$.

C. -10 .

D. $-\frac{28}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x - 4.$$

$$y' = x^2 + 4x + 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in (-4; 0) \\ x = -3 \in (-4; 0) \end{cases}$$

$$y(-4) = -\frac{16}{3}; y(-3) = -4; y(-1) = -\frac{16}{3}; y(0) = -4.$$

$$\text{Vậy } a = -4, b = -\frac{16}{3} \Rightarrow a + b = -\frac{28}{3}.$$

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = 2a$, $AC = 4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

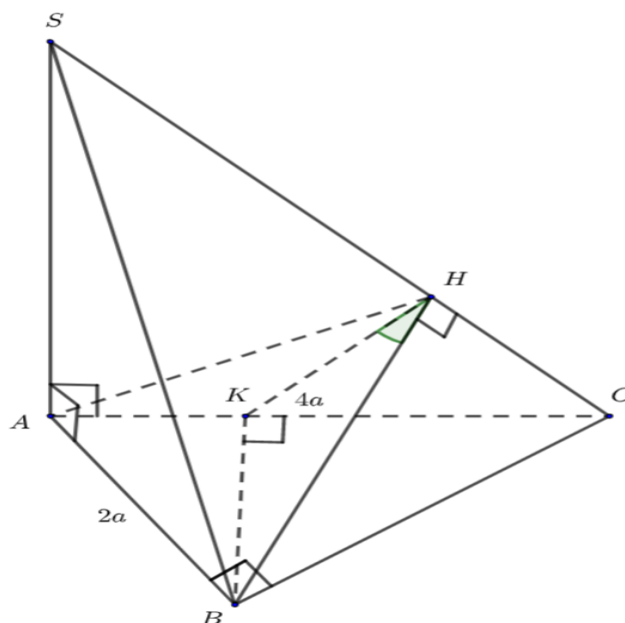
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Hạ $BK \perp AC$, $BH \perp SC$.

Ta có $\begin{cases} BK \perp AC \\ BK \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD), BK \subset (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BK \perp SC$.

Khi đó $\begin{cases} SC \perp BK \\ SC \perp BH \end{cases} \Rightarrow SC \perp KH$.

Ta có $\begin{cases} (SAC) \cap (SBC) = SC \\ KH \perp SC, KH \subset (SAC) \Rightarrow ((SAC), (SBC)) = (\widehat{KH, BH}) = \widehat{KHB} = 60^\circ \\ BH \perp SC, BH \subset (SBC) \end{cases}$

Tam giác ABC vuông tại B nên $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{(4a)^2 - (2a)^2} = 2a\sqrt{3}$ và

$$BK = \frac{AB \cdot BC}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \frac{2a \cdot 2a\sqrt{3}}{\sqrt{(2a)^2 + (2a\sqrt{3})^2}} = a\sqrt{3}.$$

Tam giác BKH vuông tại K có $\tan \widehat{KHB} = \frac{BK}{KH} \Rightarrow KH = \frac{BK}{\tan \widehat{KHB}} = \frac{a\sqrt{3}}{\tan 60^\circ} = a$.

Tam giác BKC vuông tại K nên $KC = \sqrt{BC^2 - BK^2} = \sqrt{(2a\sqrt{3})^2 - (a\sqrt{3})^2} = 3a$.

Suy ra $HC = \sqrt{KC^2 - KH^2} = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = 2a\sqrt{2}$.

Ta có $\triangle CHK \sim \triangle CAS (g.g) \Rightarrow \frac{KH}{SA} = \frac{HC}{AC} \Rightarrow SA = \frac{KH \cdot AC}{HC} = \frac{a \cdot 4a}{2a\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $(e^{x^2-2022} - 1) \cdot \ln x^2 < 0$?

A. 44.

B. 86.

C. 85.

D. 43.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x \neq 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} (e^{x^2-2022} - 1) \cdot \ln x^2 < 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} e^{x^2-2022} - 1 > 0 \\ \ln x^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{x^2-2022} > 1 \\ \ln x^2 < \ln 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2022 > 0 \\ x^2 < 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{2022} \\ x < -\sqrt{2022} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ -\sqrt{2022} < x < \sqrt{2022} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ và $-\sqrt{2022} < x < -1$ hoặc $1 < x < \sqrt{2022}$ nên $x \in \{-44; -43; \dots; -3; -2; 2; 3; \dots; 43; 44\}$.

Vậy có 86 số nguyên thỏa mãn YCBT.

Câu 41. Cho các số thực b, c sao cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4 + 3i| = 1$ và $|z_2 - 8 - 6i| = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $5b + 6c = 12$. **B.** $5b + c = -4$. **C.** $5b + c = -12$. **D.** $5b + c = 4$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1.

+ Trường hợp 1: $\Delta > 0$: $z_1, z_2 \in \mathbb{R} : |z_1 - 4 + 3i| = 1 \Leftrightarrow (z_1 - 4)^2 + 9 = 1$ (vô lý).

+ Trường hợp 2: $\Delta < 0$: Phương trình có nghiệm là 2 số phức liên hợp. $\Rightarrow M_1(z_1)$ và $M_2(z_2)$ là 2 điểm đối xứng nhau qua Ox .

M_1 thuộc đường tròn tâm $I_1(4; -3)$, bán kính $R_1 = 1$ (C_1).

M_2 thuộc đường tròn tâm $I_2(8; 6)$, bán kính $R_2 = 4$ (C_2).

Gọi (C) là đường tròn tâm $I(4; 3)$ đối xứng (C_1) qua Ox .

$\Rightarrow (C) : (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 1 \Rightarrow M_2 \in (C)$.

$(C_2) : (x - 8)^2 + (y - 6)^2 = 16$.

$\Rightarrow M_2$ có tọa độ thỏa $M_2 = (C) \cap (C_2) \Rightarrow M_2 \left(\frac{24}{5}; \frac{18}{5} \right)$.

$z_1 = \frac{24}{5} - \frac{18}{5}i; z_2 = \frac{24}{5} + \frac{18}{5}i$ hay $b = -(z_1 + z_2) = -\frac{48}{5}$.

$c = z_1 z_2 = 36 \Rightarrow 5b + c = -12$.

Cách 2.

Giả sử phương trình có nghiệm thực $z = k$ ($k \in \mathbb{R}$) thì

$|z_1 - 4 + 3i| = |k - 4 + 3i| = \sqrt{(k - 4)^2 + 3^2} \geq 3 > 1$. Nên phương trình đã cho có $\Delta < 0$.

Xét trường hợp 1:

$$z_1 = \frac{-b + \sqrt{4ac - b^2}i}{2a} = \frac{-b + \sqrt{4c - b^2}i}{2} = \frac{-b}{2} + \frac{\sqrt{4c - b^2}i}{2},$$

$$z_2 = \frac{-b - \sqrt{4ac - b^2}i}{2a} = \frac{-b - \sqrt{4c - b^2}i}{2} = \frac{-b}{2} - \frac{\sqrt{4c - b^2}i}{2}.$$

$$|z_1 - 4 + 3i| = 1 \Leftrightarrow \left| \frac{-b}{2} + \frac{\sqrt{4c - b^2}i}{2} - 4 + 3i \right| = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{-b}{2} - 4 \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{4c - b^2}}{2} + 3 \right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{b^2}{4} + 4b + 16 + \frac{4c - b^2}{4} + 3\sqrt{4c - b^2} + 9 = 1$$

$$\Leftrightarrow c + 4b + 3\sqrt{4c - b^2} = -24. \quad (1)$$

$$|z_2 - 8 - 6i| = 4 \Leftrightarrow \left| \frac{-b}{2} - \frac{\sqrt{4c - b^2}i}{2} - 8 - 6i \right| = 4 \Leftrightarrow \left(\frac{-b}{2} - 8 \right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{4c - b^2}}{2} - 6 \right)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow \frac{b^2}{4} + 8b + 64 + \frac{4c - b^2}{4} + 6\sqrt{4c - b^2} + 36 = 16.$$

$$\Leftrightarrow c + 8b + 6\sqrt{4c - b^2} = -84. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được
$$\begin{cases} c + 4b + 3\sqrt{4c - b^2} = -24 \\ c + 8b + 6\sqrt{4c - b^2} = -84 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{48}{5} \\ c = 36. \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5b + c = 5 \cdot \left(-\frac{48}{5} \right) + 36 = -12.$$

Xét trường hợp 2:

$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{4ac - b^2}i}{2a} = \frac{-b - \sqrt{4c - b^2}i}{2} = \frac{-b}{2} - \frac{\sqrt{4c - b^2}i}{2},$$

$$z_2 = \frac{-b + \sqrt{4ac - b^2}i}{2a} = \frac{-b + \sqrt{4c - b^2}i}{2} = \frac{-b}{2} + \frac{\sqrt{4c - b^2}i}{2}.$$

Giải tương tự trường hợp 1.

Câu 42. Cho hình trụ có O, O' là tâm hai đáy. Xét hình chữ nhật $ABCD$ có A, B cùng thuộc đường tròn đáy (O) và C, D cùng thuộc đường tròn đáy (O') sao cho $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$ đồng thời ($ABCD$) tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc 60° . Thể tích khối trụ bằng

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$.

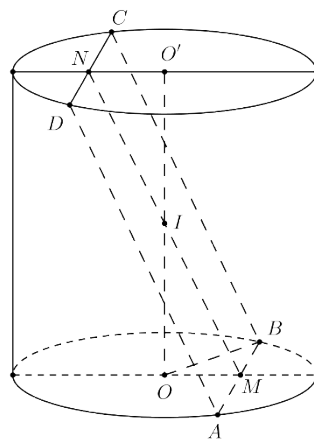
B. $2\pi a^3 \sqrt{3}$.

C. $\pi a^3 \sqrt{3}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB , CD . I là trung điểm của MN , khi đó I cũng là trung điểm của OO' nên góc của $(ABCD)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ là $\widehat{IMO} = 60^\circ$. Ta có

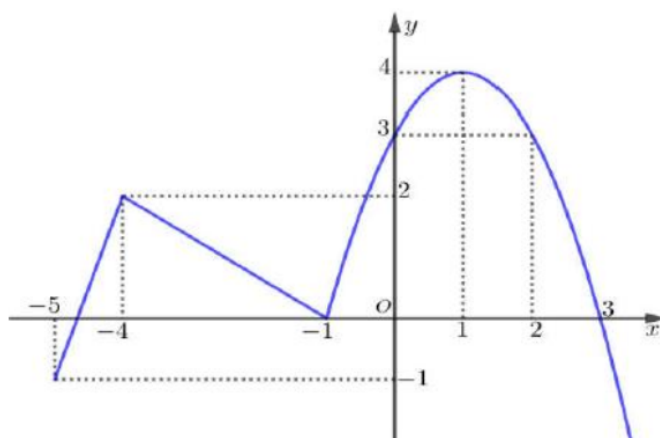
$$\cos \widehat{IMO} = \frac{OM}{IM} \Rightarrow OM = IM \cdot \cos 60^\circ = \frac{BC}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2a}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a}{2}.$$

$$OB^2 = OM^2 + BM^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = a^2.$$

$$OO' = 2OI = 2MI \cdot \sin 60^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$V = \pi \cdot OB^2 \cdot OO' = \pi \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \pi a^3 \sqrt{3}.$$

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên $[-5; 3]$ như hình vẽ.



Biết $f(2) = \frac{22}{3}$, giá trị của $2f(-5) + f(1)$ bằng

A. $\frac{25}{3}$.

B. -3 .

C. $-\frac{20}{3}$.

D. $-\frac{22}{3}$.

Lời giải

Chọn C

+) Trên $[-5; -4]$ ta có $f'(x) = 3x + 14$.

+) Trên $[-4; -1]$ ta có $f'(x) = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$.

+) Trên $[-1; +\infty)$ ta có đồ thị $f'(x)$ là một parabol (P) có đỉnh là $(1; 4)$ và qua điểm $(0; 3)$ nên ta có: $f'(x) = a(x-1)^2 + 4$ và $a(0-1)^2 + 4 = 3 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow f'(x) = -(x-1)^2 + 4$.

Ta có $f'(x)$ liên tục trên $[-5; +\infty)$ nên:

$$f(2) - f(1) = \int_1^2 f'(x) dx = \int_1^2 [-(x-1)^2 + 4] dx \Rightarrow f(1) = f(2) - \int_1^2 [-(x-1)^2 + 4] dx = \frac{11}{3}.$$

Và:

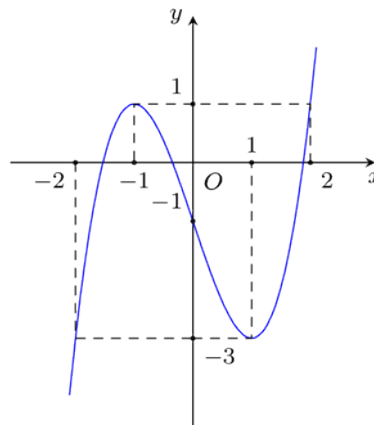
$$f(1) - f(-5) = \int_{-5}^1 f'(x) dx = \int_{-5}^{-4} (3x+14) dx + \int_{-4}^{-1} \left(-\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}\right) dx + \int_{-1}^1 [-(x-1)^2 + 4] dx$$

$$= \frac{1}{2} + 3 + \frac{16}{3} = \frac{53}{6}.$$

$$\Rightarrow f(-5) = f(1) - \frac{53}{6} = -\frac{31}{3}.$$

$$\text{Suy ra: } 2f(-5) + f(1) = 2 \cdot \left(-\frac{31}{6}\right) + \frac{11}{3} = -\frac{20}{3}.$$

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Đặt $g(x) = f(f(x) + 2)$. Phương trình $g'(x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 4.

B. 6.

C. 7.

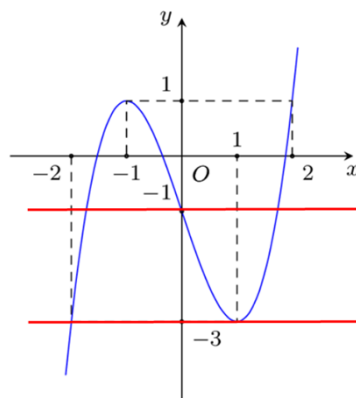
D. 5.

Lời giải

Chọn B

Xét $g(x) = f(f(x) + 2)$ có:

$$g'(x) = f'(x) \cdot f'(f(x) + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f'(f(x) + 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ f(x) + 2 = 1 \\ f(x) + 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ f(x) = -1 \\ f(x) = -3 \end{cases}.$$



Quan sát đồ đồ thị ta thấy:

$$f(x) = -1 \text{ có ba nghiệm khác } \pm 1.$$

$$f(x) = -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Vậy phương trình $g'(x) = 0$ có 6 nghiệm.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 15 = 0$, điểm $A(1; 3; 2)$ và đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}. \text{ Tìm phương trình đường thẳng } \Delta \text{ cắt } (P) \text{ và } d \text{ lần lượt tại hai điểm } M$$

và N sao cho A là trung điểm đoạn MN .

A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-5}{3}.$

B. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-3}.$

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{3}.$

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-1}{3}.$

Lời giải

Chọn A

Đặt $M(a; b)$

Gọi $N(1+t; 2-t; 3+2t) = \Delta \cap d$

$$\text{Ta có } A \text{ là trung điểm } MN \text{ suy ra } \begin{cases} 1 = \frac{a+1+t}{2} \\ 3 = \frac{b+2-t}{2} \\ 2 = \frac{c+3+2t}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1-t \\ b = 4+t \\ c = 1-2t \end{cases}$$

Suy ra $M(1-t; 4+t; 1-2t)$

$$\text{Mà } M \in (P) \Leftrightarrow 1-t+4+t+2(1-2t)-15=0 \Leftrightarrow t=-2$$

Từ đó suy ra $M(3; 2; 5)$ và $N(-1; 4; -1)$

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-4; 2; -6)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3; 2; 5)$ nhận $\vec{u} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{MN} = (2; -1; 3)$ làm vector chỉ phương có phương trình là:

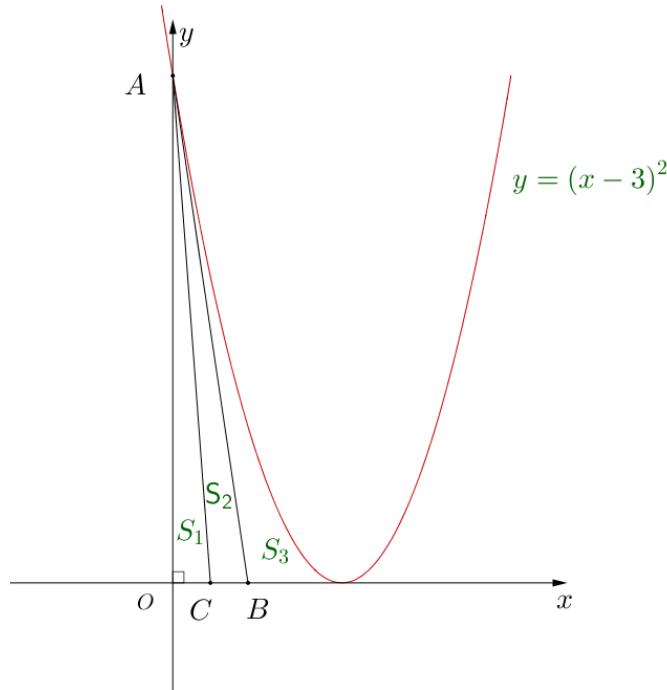
$$\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-5}{3}.$$

Câu 46. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (x-3)^2$, trục tung và trục hoành. Gọi k_1, k_2 ($k_1 < k_2$) là hệ số góc của hai đường thẳng cùng đi qua điểm $A(0;9)$ và chia (H) làm ba phần có diện tích bằng nhau. Tính $k_1 - k_2$.

- A. 7. B. $\frac{27}{4}$. C. $\frac{25}{4}$. D. $\frac{13}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Đồ thị $y = (x-3)^2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là

$$(0-3)^2 = 9$$

Suy ra tọa độ giao điểm của đồ thị với trục tung là $A(0;9)$.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị $y = (x-3)^2$ và trục hoành là

$$(x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

Diện tích hình (H) là

$$S = \int_0^3 (x-3)^2 dx = 9$$

Theo đề ta có $S_1 = S_2 = S_3 = \frac{S}{3} = 3$

Xét $\triangle OCA$ vuông tại O ta có $S_1 = \frac{1}{2} OC \cdot OA = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot OC = 3 \Leftrightarrow OC = \frac{2}{3}$

Xét $\triangle OBA$ vuông tại O ta có $S_{\triangle OBA} = \frac{1}{2} OB \cdot OA = S_1 + S_2 = 6 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot OB = 6 \Leftrightarrow OB = \frac{4}{3}$

$$\text{Từ đó ta có } k_2 = -\tan \widehat{OCA} = -\frac{OA}{OC} = -\frac{9}{\frac{2}{3}} = -\frac{27}{2}$$

$$k_1 = -\tan \widehat{OBA} = -\frac{OA}{OB} = -\frac{9}{\frac{4}{3}} = -\frac{27}{4} \text{ (vì } k_1 > k_2 \text{)}$$

$$\text{Vậy } k_1 - k_2 = -\frac{27}{4} + \frac{27}{2} = \frac{27}{4}.$$

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x+1)(x-2)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(|2x^3 - 3x^2 - 12x + m|)$ có nhiều điểm cực trị nhất.

A. 132.

B. 286.

C. 143.

D. 253.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = \frac{(6x^2 - 6x - 12)(2x^3 - 3x^2 - 12x + m)}{|2x^3 - 3x^2 - 12x + m|} f'(|2x^3 - 3x^2 - 12x + m|).$$

Hàm số có cực trị khi

$$\begin{cases} 6x^2 - 6x - 12 = 0 \\ 2x^3 - 3x^2 - 12x + m = 0 \\ f'(|2x^3 - 3x^2 - 12x + m|) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1; x = 2 \\ 2x^3 - 3x^2 - 12x + m = 0 \\ |2x^3 - 3x^2 - 12x + m| = -1 \\ |2x^3 - 3x^2 - 12x + m| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1; x = 2 \\ 2x^3 - 3x^2 - 12x = -m \\ 2x^3 - 3x^2 - 12x = -m - 2 \\ 2x^3 - 3x^2 - 12x = -m + 2 \end{cases}.$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Khi đó ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1		2	$+\infty$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-\infty$		7		-20	$+\infty$

$$\text{Vậy để thỏa mãn thì } \begin{cases} -20 < -m < 7 \\ -20 < -m - 2 < 7 \\ -20 < -m + 2 < 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7 < m < 20 \\ -9 < m < 18 \\ -5 < m < 22 \end{cases} \Leftrightarrow -5 < m < 18.$$

$$\text{Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{\pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0, 5, \dots, 17\}. \text{ Vậy } S = \sum_{i=5}^{17} i = 143.$$

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $1 \leq x \leq 2022$ và $2.3^y + y = 2x - 1 + \log_3(2x + 3^y)$?

A. 2022.

B. 5.

C. 2021.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2 \cdot 3^y + y = 2x - 1 + \log_3(2x + 3^y) \Leftrightarrow \log_3(2x + 3^y) + 2x + 3^y = 3^{y+1} + (y + 1)$ (*).

Xét hàm số $f(t) = 3^t + t$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(t) = 3^t \ln 3 + 1 > 0$.

Khi đó (*) có dạng $f(\log_3(2x + 3^y)) = f(y + 1) \Leftrightarrow \log_3(2x + 3^y) = y + 1 \Leftrightarrow x = 3^y$.

Ta có $1 \leq x \leq 2022 \Rightarrow 1 \leq 3^y \leq 2022 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \log_3 2022 \approx 6,92859$.

Do $y \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Vậy có 6 cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn.

Câu 49. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = (z - 6)(8 + \overline{z}i)$ là số thực. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 8$, giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1 + 3z_2|$ bằng

- A.** $20 - \sqrt{13}$. **B.** $5 - \sqrt{13}$. **C.** $20 - 4\sqrt{13}$. **D.** $20 - 8\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$w = (z - 6)(8 + \overline{z}i) = (x - 6 + yi)(8 - y - xi) = (x - 6)(8 - y) + xy + [x(6 - x) + y(8 - y)]i$$

$$w \text{ là số thực} \Rightarrow x(6 - x) + y(8 - y) = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$$

$$\text{Đặt } z' = z - 3 - 4i \Rightarrow |z'| = 5$$

$$|z_1 - z_2| = 8 \Leftrightarrow |z'_1 - z'_2|^2 = 64 \Rightarrow |z'_1|^2 + |z'_2|^2 - (z'_1 \overline{z'_2} + z'_2 \overline{z'_1}) = 64 \Rightarrow (z'_1 \overline{z'_2} + z'_2 \overline{z'_1}) = -14$$

$$P = |z'_1 + 3 + 4i + 3z'_2 + 9 + 12i| = |z'_1 + 3z'_2 + 12 + 16i| \geq ||12 + 16i| - |z'_1 + 3z'_2|| = |20 - |z'_1 + 3z'_2||.$$

$$\text{Ta có } |z'_1 + 3z'_2|^2 = |z'_1|^2 + 9|z'_2|^2 + 3(\overline{z'_1} \cdot z'_2 + z'_1 \overline{z'_2}) = 208 \Rightarrow |z'_1 + 3z'_2| = 4\sqrt{13}$$

$$P \geq 20 - 4\sqrt{13}.$$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(13; -7; -13)$, $B(1; -1; 5)$ và $C(1; 1; -3)$. Xét các mặt phẳng (P) đi qua C sao cho A và B nằm cùng phía so với (P) . Khi $d(A, (P)) + 2d(B, (P))$ đạt giá trị lớn nhất thì (P) có dạng $ax + by + cz + 3 = 0$. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

