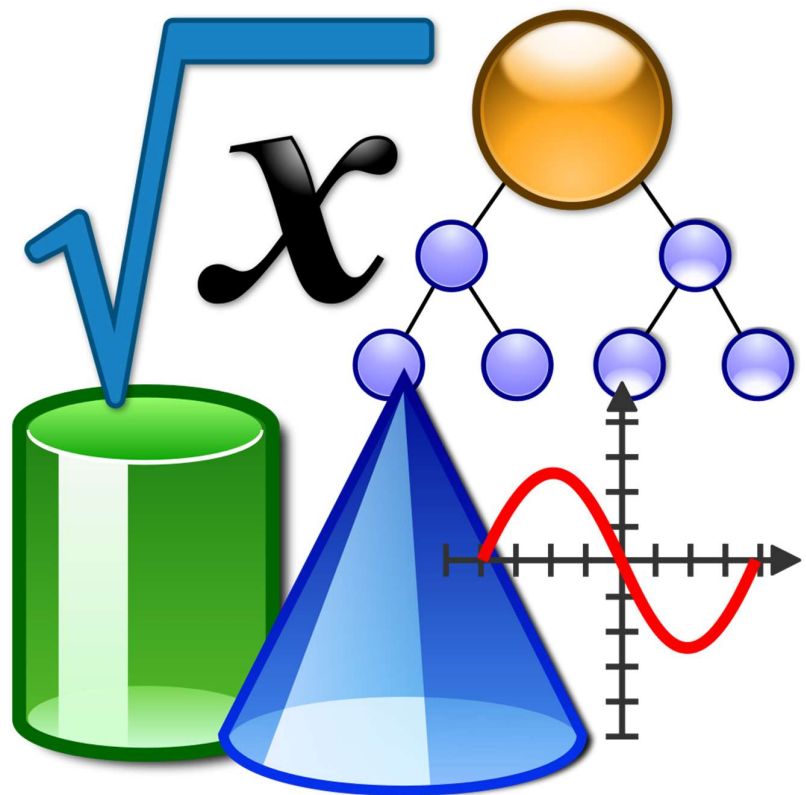




SỐ PHỨC

MÔN TOÁN – KHỐI 12

CÂU HỎI & LỜI GIẢI CHI TIẾT



MỤC LỤC

.....	1
❑ DẠNG TOÁN 1: CÁC PHÉP TOÁN SỐ PHỨC	3
❑ DẠNG TOÁN 2: PHẦN THỰC – PHẦN ẢO CỦA SỐ PHỨC	10
❑ DẠNG TOÁN 3: SỐ PHỨC LIÊN HỢP	13
❑ DẠNG TOÁN 4: MODULE SỐ PHỨC	17
❑ DẠNG TOÁN 5: PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT	22
❑ DẠNG TOÁN 6: PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI & MỐI LIÊN HỆ GIỮA HAI NGHIỆM ...	28
❑ DẠNG TOÁN 7: PHƯƠNG TRÌNH BẬC CAO	44
❑ DẠNG TOÁN 8: BIỂU DIỄN SỐ PHỨC	52
❑ DẠNG TOÁN 9: TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN SỐ PHỨC	66
📖 DẠNG 9.1: TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN LÀ ĐƯỜNG THẲNG	66
📖 DẠNG 9.2: TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN LÀ ĐƯỜNG TRÒN	72
📖 DẠNG 9.3: TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN LÀ ĐƯỜNG CONIC	79
❑ DẠNG TOÁN 10: MAX – MIN CỦA MODULE SỐ PHỨC	83

□ DẠNG TOÁN 1: CÁC PHÉP TOÁN SỐ PHỨC

Câu 1. Số phức z thỏa mãn $|z| + z = 0$. Khi đó:

A. z là số thuần ảo.

B. $|z| = 1$.

C. Phần thực của z là số âm.

D. z là số thực nhỏ hơn hoặc bằng 0.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$\text{Theo đề } |z| + z = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} + x + yi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ \sqrt{x^2} + x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ |x| = -x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

Vậy z là số thực nhỏ hơn hoặc bằng 0.

Câu 2. Cho hai số phức $z = (a - 2b) - (a - b)i$ và $w = 1 - 2i$. Biết $z = w \cdot i$. Tính $S = a + b$.

A. $S = 7$.

B. $S = -7$.

C. $S = -4$.

D. $S = -3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = (a - 2b) - (a - b)i = (1 - 2i) \cdot i = 2 + i$.

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 2b = 2 \\ -a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy $S = a + b = -7$.

Câu 3. Số phức nghịch đảo của số phức $z = 1 + 3i$ là

A. $\frac{1}{10}(1 - 3i)$.

B. $1 - 3i$.

C. $\frac{1}{\sqrt{10}}(1 + 3i)$.

D. $\frac{1}{10}(1 + 3i)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z = 1 + 3i \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{1 + 3i} = \frac{1 - 3i}{1^2 - (3i)^2} = \frac{1}{10}(1 - 3i).$$

Câu 4. Tìm số phức z thỏa mãn $(2 - i)(1 + i) + \bar{z} = 4 - 2i$.

A. $z = -1 + 3i$.

B. $z = 1 - 3i$.

C. $z = 1 + 3i$.

D. $z = -1 - 3i$.

Lời giải

Chọn C

$$(2 - i)(1 + i) + \bar{z} = 4 - 2i \Leftrightarrow 3 + i + \bar{z} = 4 - 2i \Leftrightarrow \bar{z} = 1 - 3i \Rightarrow z = 1 + 3i.$$

Câu 5. Cho số phức $z = 1 + \sqrt{3}i$. Khi đó:

A. $\frac{1}{z} = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$. B. $\frac{1}{z} = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$. C. $\frac{1}{z} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. D. $\frac{1}{z} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Lời giải

Chọn A

$$z = 1 + \sqrt{3}i \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{1 + \sqrt{3}i} = \frac{1 - \sqrt{3}i}{4} = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i.$$

Câu 6. Gọi a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = |1 - \sqrt{3}i|(1 + 2i) + |3 - 4i|(2 + 3i)$. Giá trị của $a - b$ là

A. 7. B. -7. C. 31. D. -31.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z = |1 - \sqrt{3}i|(1 + 2i) + |3 - 4i|(2 + 3i) = 2(1 + 2i) + 5(2 + 3i) = 12 + 19i$

Vậy $a - b = 12 - 19 = -7$.

Câu 7. Cho số phức z thỏa mãn: $(1 + 2z)(3 + 4i) + 5 + 6i = 0$. Tìm số phức $w = 1 + z$.

A. $w = -\frac{7}{25} + \frac{1}{25}i$. B. $w = -\frac{7}{25} + \frac{1}{5}i$. C. $w = \frac{7}{25} + \frac{1}{25}i$. D. $w = -\frac{7}{25} - \frac{1}{25}i$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có: $(1 + 2z)(3 + 4i) + 5 + 6i = 0$.

$$\Leftrightarrow (2a + 1 + 2bi)(3 + 4i) + 5 + 6i = 0 \Leftrightarrow (6a - 8b + 8) + (8a + 6b + 10)i = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6a - 8b + 8 = 0 \\ 8a + 6b + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{32}{25} \\ b = \frac{1}{25} \end{cases} \Rightarrow z = -\frac{32}{25} + \frac{1}{25}i \Rightarrow w = 1 + z = -\frac{7}{25} + \frac{1}{25}i.$$

Câu 8. Cho số phức $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Số phức $1 + z + z^2$ bằng.

A. $2 - \sqrt{3}i$. B. 0. C. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i &\Rightarrow 1 + z + z^2 = 1 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) + \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i + \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}i - \frac{3}{4} = 0. \end{aligned}$$

Câu 9. Cho số phức $z = 1 - \frac{1}{3}i$. Tính số phức $w = i\bar{z} + 3z$.

A. $w = \frac{8}{3}$. B. $w = \frac{8}{3} + i$. C. $w = \frac{10}{3} + i$. D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$w = i \left(1 + \frac{1}{3}i \right) + 3 \left(1 - \frac{1}{3}i \right) = i - \frac{1}{3} + 3 - i = \frac{8}{3}.$$

Câu 10. Cho a, b, c là các số thực và $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Giá trị của $(a + bz + cz^2)(a + bz^2 + cz)$ bằng

A. 0.

B. $a + b + c$.

C. $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$.

D. $a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow z^2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} = \bar{z} \text{ và } \bar{z}^2 = z, z + \bar{z} = -1, z\bar{z} = |z|^2 = 1.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} (a + bz + cz^2)(a + bz^2 + cz) &= (a + bz + c\bar{z})(a + b\bar{z} + cz) \\ &= a^2 + ab\bar{z} + acz + abz + b^2z\bar{z} + bcz^2 + ac\bar{z} + bc\bar{z}^2 + c^2z\bar{z} \\ &= a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc. \end{aligned}$$

Câu 11. Cho số phức $z = 1 - 3i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

A. $w = -4 + 4i$.

B. $w = 4 + 4i$.

C. $w = 4 - 4i$.

D. $w = -4 - 4i$.

Lời giải

Chọn B

$$w = iz + \bar{z} = i(1 - 3i) + 1 + 3i = 4 + 4i.$$

Câu 12. Biểu diễn về dạng $z = a + bi$ của số phức $z = \frac{i^{2016}}{(1 + 2i)^2}$ là số phức nào?

A. $\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$.

B. $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$.

C. $\frac{-3}{25} - \frac{4}{25}i$.

D. $\frac{-3}{25} + \frac{4}{25}i$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } z = \frac{i^{2016}}{(1 + 2i)^2} = \frac{1}{1 + 4i + 4i^2} = \frac{1}{-3 + 4i} = \frac{-3 - 4i}{9 + 16} = \frac{-3}{25} - \frac{4i}{25}.$$

Câu 13. Nếu $z = 2i + 3$ thì $\frac{z}{\bar{z}}$ bằng:

A. $\frac{5 - 12i}{13}$.

B. $\frac{5 + 12i}{13}$.

C. $\frac{3 - 4i}{7}$.

D. $\frac{5 + 6i}{11} - 2i$.

Lời giải

Chọn B

Vì $z = 2i + 3 = 3 + 2i$ nên $\bar{z} = 3 - 2i$, suy ra.

$$\frac{z}{\bar{z}} = \frac{3 + 2i}{3 - 2i} = \frac{(3 + 2i)(3 + 2i)}{9 + 4} = \frac{5 + 12i}{13}.$$

Câu 14. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 6z + 13 = 0$. Tìm số

phức $w = z_0 + \frac{6}{z_0 + i}$.

A. $w = \frac{24}{5} + \frac{7}{5}i$. B. $w = -\frac{24}{5} + \frac{7}{5}i$. C. $w = -\frac{24}{5} - \frac{7}{5}i$. D. $w = \frac{24}{5} - \frac{7}{5}i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z^2 - 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 + 2i \\ z = 3 - 2i \end{cases} \Rightarrow z_0 = 3 - 2i$. Vậy, $w = z_0 + \frac{6}{z_0 + i} = \frac{24}{5} - \frac{7}{5}i$.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 2i$, $z_2 = -3 + 3i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là

A. $-5i$. B. $5 - 5i$. C. $-1 + i$. D. $-5 + 5i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1 - z_2 = (2 - 2i) - (-3 + 3i) = 5 - 5i$.

Câu 16. Có bao nhiêu số phức z thỏa $\left| \frac{z+1}{i-z} \right| = 1$ và $\left| \frac{z-i}{2+z} \right| = 1$?

A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} \left| \frac{z+1}{i-z} \right| = 1 \\ \left| \frac{z-i}{2+z} \right| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z+1| = |i-z| \\ |z-i| = |2+z| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ 4x + 2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow z = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2}i$.

Câu 17. Cho số phức $z = 1 + i$. Khi đó $|z^3|$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. B. 4. C. 1. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z^3 = -2 + 2i \Rightarrow |z^3| = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$.

Chú ý: Có thể sử dụng MTBT.

Câu 18. Cho số phức $z = 2 + 4i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

A. $w = 2 + 2i$. B. $w = -2 - 2i$. C. $w = 2 - 2i$. D. $w = -2 + 2i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $w = iz + \bar{z} = i(2 + 4i) + 2 - 4i = -2 - 2i$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức $z = \frac{z_2}{z_1}$.

A. $z = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$. B. $z = -\frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$. C. $z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$. D. $z = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = \frac{z_2}{z_1} = \frac{3-i}{1+2i} = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$.

Câu 20. Tính $z = \frac{3+2i}{1-i} + \frac{1-i}{3+2i}$?

A. $z = \frac{23}{26} + \frac{61}{26}i$. **B.** $z = \frac{23}{26} + \frac{63}{26}i$. **C.** $z = \frac{15}{26} + \frac{55}{26}i$. **D.** $z = \frac{2}{13} + \frac{6}{13}i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z = \frac{3+2i}{1-i} + \frac{1-i}{3+2i} = \frac{15}{26} + \frac{55}{26}i$.

Câu 21. Số phức $z = (1+2i)(2-3i)$ bằng

A. $8+i$. **B.** $-4+i$. **C.** $8-i$. **D.** 8 .

Lời giải

Chọn A

$z = (1+2i)(2-3i) = 2+4i-3i+6 = 8+i$

Câu 22. Cho i là đơn vị ảo. Giá trị của biểu thức $z = (i^5 + i^4 + i^3 + i^2 + i + 1)^{20}$ là

A. -1024 . **B.** 1024 . **C.** $1024i$. **D.** $-1024i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = (i^5 + i^4 + i^3 + i^2 + i + 1)^{20} = (1+i)^{20} = (2i)^{10} = -1024$.

Câu 23. Cho số phức $z = a+bi$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) thỏa $|z|(2+i) = z-1+i(2z+3)$. Tính $S = a+b$.

A. $S = 7$. **B.** $S = -5$. **C.** $S = -1$. **D.** $S = 1$.

Lời giải

Chọn C

$|z|(2+i) = z-1+i(2z+3) \Leftrightarrow |z|(2+i)+1-3i = z(1+2i) \Leftrightarrow (1+2|z|) + (|z|-3)i = z(1+2i)$

Suy ra: $(1+2|z|)^2 + (|z|-3)^2 = 5|z|^2 \Leftrightarrow |z| = 5$

Khi đó, ta có: $5(2+i) = z-1+i(2z+3) \Leftrightarrow z(1+2i) = 11+2i \Leftrightarrow z = \frac{11+2i}{1+2i} = 3-4i$

Vậy $S = a+b = 3-4 = -1$.

Câu 24. Cho số phức $z = 5+2i$. Tìm số phức $w = i\bar{z} - z$.

A. $w = 3+3i$. **B.** $w = -3+3i$. **C.** $w = 3-3i$. **D.** $w = -3-3i$.

Lời giải

Chọn B

$\bar{z} = 5-2i \Rightarrow w = i\bar{z} - z = i(5-2i) - (5+2i) = -3+3i$.

Câu 25. Thu gọn số phức $z = \frac{3+2i}{1-i} + \frac{1-i}{3+2i}$ ta được

A. $z = \frac{21}{26} + \frac{61}{26}i$. **B.** $z = \frac{23}{26} + \frac{63}{26}i$.

C. $z = \frac{2}{13} + \frac{6}{13}i$.

D. $z = \frac{15}{26} + \frac{55}{26}i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z = \frac{3+2i}{1-i} - \frac{1-i}{3+2i} = \frac{(3+2i)^2 + (1-i)^2}{(1-i)(3+2i)} = \frac{9+12i+4i^2+1-2i+i^2}{3-i-2i^2} = \frac{5+10i}{5-i}$
 $= \frac{(5+10i)(5+i)}{26} = \frac{25+50i+5i+10i^2}{26} = \frac{15}{26} + \frac{55}{26}i$.

Câu 26. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau.

A. $\frac{1}{2i} \left(i^7 - \frac{1}{i^7} \right) = -1$.

B. $(2+i)^3 - (3-i)^3 = -16+37i$.

C. $(1-3i) + (2-\sqrt{3}i)(1+2i) - (1-i)^3 = (5+2\sqrt{3}) + (3+\sqrt{3})i$.

D. $(1-i)^{10} + (3-2i)(3+2i) + (1+i)^6 = 13-40i$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy: $\frac{1}{2i} \left(i^7 - \frac{1}{i^7} \right) = \frac{-i}{2} \left(-i + \frac{1}{i} \right) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$: đúng.

$(1-i)^{10} + (3-2i)(3+2i) + (1+i)^6 = (-2i)^5 + 13 + (2i)^3 = -32i + 13 - 8i = 13 - 40i$: đúng.

$(2+i)^3 - (3-i)^3 = 2+11i - (18-26i) = -16+37i$: đúng.

$(1-3i) + (2-\sqrt{3}i)(1+2i) - (1-i)^3 = (5+2\sqrt{3}) + (3+\sqrt{3})i$: sai. Vì.

$(1-3i) + (2-\sqrt{3}i)(1+2i) - (1-i)^3 = (1-3i) + (2+2\sqrt{3}) + (4-\sqrt{3})i - (-2-2i)$
 $= (5+2\sqrt{3}) + (3-\sqrt{3})i$.

Câu 27. Cho số phức $z = 3+2i$. Tìm số phức $w = z(1+i)^2 - \bar{z}$

A. $w = 7-8i$.

B. $w = -3+5i$.

C. $w = -7+8i$.

D. $w = 3+5i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $w = (3+2i)(1+i)^2 - (3-2i) = -7+8i$

Câu 28. Cho $u = (1+5i), v = (3+4i)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\frac{u}{v} = \frac{23}{5} - \frac{11}{5}i$.

B. $\frac{u}{v} = \frac{1}{3} + \frac{5}{4}i$.

C. $\frac{u}{v} = \frac{23}{25} - \frac{11}{25}i$.

D. $\frac{u}{v} = \frac{23}{25} + \frac{11}{25}i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\frac{u}{v} = \frac{1+5i}{3+4i} = \frac{(1+5i)(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)} = \frac{1.3+5.4}{3^2+4^2} - \frac{1.4-3.5}{3^2+4^2}i = \frac{23}{25} + \frac{11}{25}i$. Vậy $\frac{u}{v} = \frac{23}{25} + \frac{11}{25}i$.

Câu 29. Cho hai số phức $z_1 = 2+3i, z_2 = 3-2i$. Tích $z_1.z_2$ bằng

A. $5i$

B. $12+5i$

C. $-5i$

D. $6-6i$

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1.z_2 = (2+3i).(3-2i) = 12+5i$.

Câu 30. Cho hai số phức $z_1 = 5-7i$, $z_2 = 2-i$. Tính môđun của hiệu hai số phức đã cho

A. $|z_1 - z_2| = \sqrt{74} - \sqrt{5}$.

B. $|z_1 - z_2| = 45$.

C. $|z_1 - z_2| = \sqrt{113}$.

D. $|z_1 - z_2| = 3\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z_1 - z_2 = 3-6i \Rightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{9+36} = 3\sqrt{5}$.

□ DẠNG TOÁN 2: PHẦN THỰC – PHẦN ẢO CỦA SỐ PHỨC

Câu 31. Cho số phức $z = 1 + \sqrt{3}i$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Phần ảo của số phức z là $\sqrt{3}i$.
- B. Phần thực của số phức z là 1.
- C. $\bar{z} = 1 - \sqrt{3}i$.
- D. Điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ là $M(1, \sqrt{3})$.

Lời giải

Chọn A

Phần ảo của số phức z là $\sqrt{3}$.

Câu 32. Cho hai số phức: $z_1 = 23i$, $z_2 = -1 + i$. Phần ảo của số phức $w = 2z_1z_2$ bằng

- A. 5.
- B. 7.
- C. -5.
- D. -7.

Lời giải

Chọn D

$$w = 2z_1z_2 = 57i.$$

Câu 33. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $iz + (1-i)\bar{z} = -2i$ bằng

- A. -6.
- B. 2.
- C. -2.
- D. 6.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó $iz + (1-i)\bar{z} = -2i \Leftrightarrow i(x + yi) + (1-i)(x - yi) = -2i$

$$\Leftrightarrow (x - 2y) - yi = -2i \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}, \text{ suy ra } x + y = 6.$$

Câu 34. Nếu số phức $z \neq 1$ thỏa mãn $|z| = 1$ thì phần thực của $\frac{1}{1-z}$ bằng:

- A. 1.
- B. $\frac{1}{2}$.
- C. 2.
- D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$z = x + yi \ (x, y \in \mathbb{R}), \ |z| = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1.$$

$$\frac{1}{1-z} = \frac{1}{1-x-yi} = \frac{1-x}{(1-x)^2 + y^2} + \frac{y}{(1-x)^2 + y^2}i \text{ có phần thực là.}$$

$$\frac{1-x}{(1-x)^2 + y^2} = \frac{1-x}{1-2x+x^2+y^2} = \frac{1-x}{2-2x} = \frac{1}{2}.$$

Câu 35. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2, phần ảo là 3.
- B. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2, phần ảo là $-3i$.
- C. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2, phần ảo là $3i$.
- D. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2, phần ảo là -3 .

Lời giải

Chọn D

Mỗi số phức $z = a + bi$ có phần thực là a , phần ảo là b .

Câu 36. Xác định phần ảo của số phức $z = 18 - 12i$.

- A. 12. B. $-12i$. C. -12 . D. 18.

Lời giải

Chọn C

Phần ảo của số phức $z = 18 - 12i$ là -12 .

Câu 37. Gọi a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = |1 - \sqrt{3}i|(1 + 2i) + |3 - 4i|(2 + 3i)$. Giá trị của $a - b$ là

- A. 31. B. -31 . C. 7. D. -7 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z = |1 - \sqrt{3}i|(1 + 2i) + |3 - 4i|(2 + 3i) = 2(1 + 2i) + 5(2 + 3i) = 12 + 19i$

Vậy $a - b = 12 - 19 = -7$.

Câu 38. Cho số phức z có số phức liên hợp $\bar{z} = 3 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng:

- A. -1 . B. 1. C. -5 . D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z = 3 + 2i$. Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng 5.

Câu 39. Cho số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w = z_1 + z_2$?

- A. $\bar{w} = 1 - 4i$. B. $\bar{w} = -1 + 4i$. C. $\bar{w} = 3 + 2i$. D. $\bar{w} = 3 - 2i$.

Lời giải

Chọn C

Vì: $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$ nên $w = z_1 + z_2 \Leftrightarrow w = (1 + 2) + (1 - 3)i = 3 - 2i \Leftrightarrow \bar{w} = 3 + 2i$.

Câu 40. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = -i$.

- A. Phần thực là -1 và phần ảo là i . B. Phần thực là 0 và phần ảo là -1 .
C. Phần thực là 0 và phần ảo là $-i$. D. Phần thực là $-i$ và phần ảo là 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z = -i = 0 - 1i$ nên phần thực là 0, phần ảo là -1 .

Câu 41. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm phần thực của số phức z^2 .

- A. 5. B. 13. C. 12. D. 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z^2 = (3 + 2i)^2 = 5 + 12i$.

Vậy phần thực của số phức z^2 là 12.

Câu 42. Số phức $z = 3 - 4i$ có phần ảo bằng

- A. 3. B. $4i$. C. -4 . D. $-4i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức $z = a + bi$ có phần ảo b là và phần thực là a .

Câu 43. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2x + 1 + (1 - 2y)i = 2(2 - i) + yi - x$. Khi đó giá trị của $x^2 - 3xy - y$ bằng

- A. -3 B. -1 C. -2 D. 1

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2x + 1 + (1 - 2y)i = 2(2 - i) + yi - x \Leftrightarrow 2x + 1 + (1 - 2y)i = 4 - x + (y - 2)i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 4 - x \\ 1 - 2y = y - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 3xy - y = -2.$$

Câu 44. Số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 12 - 2i$ có:

- A. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $-2i$.
B. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $2i$.
C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 2.
D. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng -2 .

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có: $z + 2\bar{z} = 12 - 2i \Leftrightarrow a + bi + 2(a - bi) = 12 - 2i$

$$\Leftrightarrow 3a - bi = 12 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Câu 45. Cho số phức thỏa $z = 5 - 3i$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. Phần thực bằng -5 và phần ảo bằng $3i$.
B. Phần thực bằng -5 và phần ảo bằng 3.
C. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $-3i$.
D. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -3 .

Lời giải

Chọn B

$\bar{z} = 5 + 3i$ nên phần thực bằng -5 và phần ảo bằng 3.

Câu 46. Số phức $z = \frac{2+i}{4+3i}$ bằng

- A. $\frac{11}{5} + \frac{2}{5}i$. B. $\frac{11}{25} + \frac{2}{25}i$. C. $\frac{11}{5} - \frac{2}{5}i$. D. $\frac{11}{25} - \frac{2}{25}i$.

Lời giải

Chọn D

$$z = \frac{2+i}{4+3i} = \frac{(2+i)(4-3i)}{(4+3i)(4-3i)} = \frac{8+4i-6i+3}{25} = \frac{11}{25} - \frac{2}{25}i$$

Câu 47. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = -4 + 3i$.

- A. Phần thực là -4 , phần ảo là $3i$. B. Phần thực là -4 , phần ảo là 3 .
C. Phần thực là 3 , phần ảo là -4 . D. Phần thực là 4 , phần ảo là $3i$.

Lời giải

Chọn B

Câu 48. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -2 - 5i$. Tìm phần ảo b của số phức $z = z_1 - z_2$.

- A. $b = -3$. B. $b = 3$. C. $b = 2$. D. $b = -2$.

Lời giải

Chọn C

$z = z_1 - z_2 = (1 - 3i) - (-2 - 5i) = 3 + 2i$. Vậy phần ảo của z là: 2 .

Câu 49. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của của số phức liên hợp $\bar{z}$.

- A. $-2i$. B. -2 . C. 2 . D. $2i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\bar{z} = 3 + 2i \Rightarrow$ phần ảo của $\bar{z}$ là 2 .

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $z + 3\bar{z} = 16 - 2i$. Phần thực và phần ảo của số phức z là:

- A. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $-i$. B. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng i .
C. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng 1 . D. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 1 .

Lời giải

Chọn D

Giả sử số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\text{Phương trình } z + 3\bar{z} = 16 - 2i \Leftrightarrow a + bi + 3(a - bi) = 16 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = 16 \\ -2b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases}$$

□ DẠNG TOÁN 3: SỐ PHỨC LIÊN HỢP

Câu 51. Cho số phức $z = 1 - \sqrt{2}i$. Tìm phần ảo của số phức $P = \frac{1}{z}$.

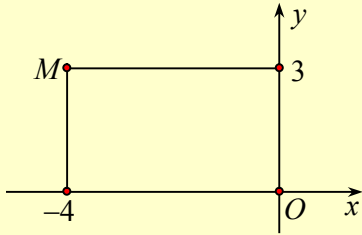
- A. $-\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } P = \frac{1}{z} = \frac{1}{1 - \sqrt{2}i} = \frac{1 + i\sqrt{2}}{1^2 + \sqrt{2}^2} = \frac{1 + i\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}i.$$

Câu 52. Cho điểm M là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.



- A. Phần thực là 3 và phần ảo là -4 . B. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.
C. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$. D. Phần thực là -4 và phần ảo là 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 53. Cho số phức $z = -2 + 3i$. Số phức liên hợp của z là

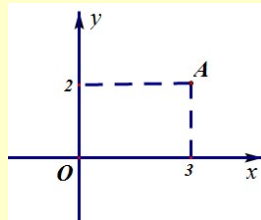
- A. $\bar{z} = \sqrt{13}$. B. $\bar{z} = 2 - 3i$. C. $\bar{z} = 3 - 2i$. D. $\bar{z} = -2 - 3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\bar{z} = -2 - 3i.$$

Câu 54. Cho số phức z có điểm biểu diễn là điểm A trong hình vẽ bên. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.



- A. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2 . B. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 2.
C. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng $-3i$. D. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng $2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ hình vẽ ta suy ra số phức $z = 3 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 - 2i$.

Nên số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2 .

Câu 55. Cho $z = 1 - 2i$. Phần thực của số phức $\omega = z^3 - \frac{2}{z} + z \cdot \bar{z}$ bằng

- A. $-\frac{31}{5}$. B. $-\frac{32}{5}$. C. $\frac{32}{5}$. D. $-\frac{33}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \omega = (1 - 2i)^3 - \frac{2}{1 - 2i} + (1 - 2i)(1 + 2i)$$

$$\omega = -\frac{32}{5} + \frac{6}{5}i. \text{ Phần thực là: } -\frac{32}{5}.$$

Câu 56. Cho số phức z thoả mãn $\frac{z}{3 + 2i} = 1 - i$. Số phức liên hợp $\bar{z}$ là.

- A. $\bar{z} = 5 + i$. B. $\bar{z} = -5 - i$. C. $\bar{z} = -1 - 5i$. D. $\bar{z} = -1 + 5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$z = (3 + 2i)(1 - i) = 5 - i.$$

Số phức liên hợp $\bar{z} = 5 + i$.

Câu 57. Cho hai số phức $z = 1 + 3i$, $w = 2 - i$. Tìm phần ảo của số phức $u = \bar{z}.w$.

A. 5.

B. $-7i$.

C. -7 .

D. $5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\bar{z} = 1 - 3i; u = \bar{z}.w = (1 - 3i)(2 - i) = -1 - 7i.$$

Vậy phần ảo của số phức u bằng -7 .

Câu 58. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2 .

B. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3.

C. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .

D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 59. Số phức $z = 2 - 5i$ có số phức liên hợp là:

A. $\bar{z} = 2 + 5i$.

B. $\bar{z} = -2 + 5i$.

C. $\bar{z} = 5 - 2i$.

D. $\bar{z} = 5 + 2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Nên $z = 2 - 5i \Rightarrow \bar{z} = 2 + 5i$.

Câu 60. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (2 - 3i)(3 + 2i)$.

A. $\bar{z} = 12 - 5i$.

B. $\bar{z} = -12 + 5i$.

C. $\bar{z} = -12 - 5i$.

D. $\bar{z} = 12 + 5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $z = (2 - 3i)(3 + 2i) = 6 - 5i - 6i^2 = 12 - 5i \Rightarrow \bar{z} = 12 + 5i$.

Câu 61. Cho số phức $z = 1 + i\sqrt{3}$, số phức liên hợp của số phức z là:

A. $\bar{z} = \sqrt{3} + i$.

B. $\bar{z} = -\sqrt{3} - i$.

C. $\bar{z} = 1 - i\sqrt{3}$.

D. $\bar{z} = -1 + i\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$ vậy $\bar{z} = 1 - i\sqrt{3}$.

Câu 62. Cho số phức $z = (1 + i)^n$, biết $n \in \mathbb{N}$ và thỏa mãn $\log_4(n - 3) + \log_4(n + 9) = 3$. Tìm phần thực của số phức z .

A. $a = -8$.

B. $a = 7$.

C. $a = 0$.

D. $a = 8$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Đk: } n > 3 \text{ pt} \Leftrightarrow (n-3)(n+9) = 4^3 \Leftrightarrow n^2 + 6n - 91 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = -13 \end{cases} \Rightarrow n = 7.$$

$$z = (i+1)^7 = 8-8i. \text{ Phần thực của } z \text{ là } 8.$$

Câu 63. Số phức liên hợp của số phức $z = 3+2i$ là số phức.

- A. $-3+2i$. B. $-2-3i$. C. $-3-2i$. D. $3-2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\bar{z} = 3-2i$.

Câu 64. Tìm phần thực, phần ảo của số phức z biết $\bar{z} = (\sqrt{3}+i)^2(1+i\sqrt{3})$.

- A. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $-4\sqrt{3}i$.
B. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $4\sqrt{3}$.
C. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $-4\sqrt{3}$.
D. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $4\sqrt{3}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \bar{z} = (\sqrt{3}+i)^2(1+i\sqrt{3}) = -4+4\sqrt{3}i \Rightarrow z = -4-4\sqrt{3}i$$

Vậy phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $-4\sqrt{3}$.

Câu 65. Phần ảo của số phức $z = 1-i$ là

- A. -1 . B. $2i$. C. i . D. 1 .

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 66. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (2+i)(-1+i)(2i+1)^2$.

- A. $\bar{z} = 15+5i$. B. $\bar{z} = 5+5i$. C. $\bar{z} = 1+3i$. D. $\bar{z} = 5-15i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$z = (2+i)(-1+i)(2i+1)^2 = (-3+i)(-3+4i) = 5-15i \Rightarrow \bar{z} = 5+15i.$$

Câu 67. Số phức liên hợp của số phức $z = \frac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}$ là

- A. $\bar{z} = -4+4i$. B. $\bar{z} = 4-4i$. C. $\bar{z} = -4-4i$. D. $\bar{z} = 4+4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } z = \frac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i} = \frac{(1-\sqrt{3}i)^3(1+i)}{(1-i)(1+i)} = -4-4i. \text{ Suy ra } \bar{z} = -4+4i.$$

Câu 68. Tìm số phức $\bar{z}$ thỏa mãn $\frac{2+i}{1-i}z = \frac{-1+3i}{2+i}$.

A. $-\frac{22}{25} + \frac{4}{25}i$. B. $\frac{22}{25} + \frac{4}{25}i$. C. $\frac{22}{25} - \frac{4}{25}i$. D. $\frac{22}{25}i + \frac{4}{25}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dùng máy tính: $z = \frac{22}{25} + \frac{4}{25}i$.

Vậy $\bar{z} = \frac{22}{25} - \frac{4}{25}i$.

Câu 69. Số phức z thỏa mãn $\bar{z} = -3 - 2i$ là

A. $z = -3 - 2i$ B. $z = -3 + 2i$ C. $z = 3 - 2i$ D. $z = 3 + 2i$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\bar{z} = -3 - 2i$ suy ra $z = -3 + 2i$.

Câu 70. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 3(2 + 3i) - 4(2i - 1)$.

A. $\bar{z} = 10 - i$. B. $\bar{z} = 10 + 3i$. C. $\bar{z} = 2 - i$. D. $\bar{z} = 10 + i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $z = 3(2 + 3i) - 4(2i - 1) = 6 + 9i - 8i + 4 = 10 + i \Rightarrow \bar{z} = 10 - i$.

□ DẠNG TOÁN 4: MODULE SỐ PHỨC

Câu 71. Tìm môđun của số phức $z = (2 - \sqrt{3}i)\left(\frac{1}{2} + \sqrt{3}i\right)$.

A. $\frac{\sqrt{91}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{91}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{61}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{71}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$z = (2 - \sqrt{3}i)\left(\frac{1}{2} + \sqrt{3}i\right) = 4 + \frac{3\sqrt{3}i}{2} \Rightarrow |z| = \frac{\sqrt{91}}{2}$.

Câu 72. Cho số phức $z_1 = -1 + 3i$; $z_2 = 2 - 2i$. Tính môđun số phức $w = z_1 + z_2 - 5$.

A. $|w| = \sqrt{21}$. B. $|w| = \sqrt{15}$. C. $|w| = 4$. D. $|w| = \sqrt{17}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$w = z_1 + z_2 - 5 = -1 + 3i + 2 - 2i - 5 = -4 + i$

$\Rightarrow |w| = \sqrt{(-4)^2 + 1^2} = \sqrt{17}$.

Câu 73. Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + i) = 3 - 5i$. Tính môđun của z .

A. $|z| = 4$.

B. $|z| = \sqrt{17}$.

C. $|z| = 16$.

D. $|z| = 17$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z(1+i) = 3-5i \Leftrightarrow z = \frac{3-5i}{1+i} = -1-4i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}$.

Câu 74. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(2-i)z = (4+i)z + 3-2i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = -\frac{1}{4} + \frac{5}{4}i$.

B. $\bar{z} = -\frac{1}{4} - \frac{5}{4}i$.

C. $\bar{z} = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}i$.

D. $\bar{z} = \frac{5}{4} - \frac{1}{4}i$.

Lời giải

Chọn B

$(2-i)z = (4+i)z + 3-2i \Leftrightarrow (-2-2i)z = 3-2i \Leftrightarrow z = \frac{3-2i}{-2-2i} = -\frac{1}{4} + \frac{5}{4}i \Rightarrow \bar{z} = -\frac{1}{4} - \frac{5}{4}i$

Câu 75. Cho số phức $z = a+bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính môđun của số phức $\bar{z}$.

A. $|\bar{z}| = \sqrt{a+b}$.

B. $|\bar{z}| = a^2 + b^2$.

C. $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

D. $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 - b^2}$.

Lời giải

Chọn C

Do $|\bar{z}| = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 76. Cho hai số phức $z_1 = 1+3i$ và $z_2 = -3+2i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.

A. $|z_1 + z_2| = -\sqrt{29}$.

B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{29}$.

C. $|z_1 + z_2| = 29$.

D. $|z_1 + z_2| = -29$.

Lời giải

Chọn B

$z_1 + z_2 = -2+5i \Rightarrow |z_1 + z_2| = \sqrt{29}$.

Câu 77. Cho hai số phức $z_1 = 1-i$ và $z_2 = -3+5i$. Môđun của số phức $w = z_1 \cdot \bar{z}_2 + z_2$.

A. $|w| = \sqrt{130}$.

B. $|w| = 112$.

C. $|w| = \sqrt{112}$.

D. $|w| = 130$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\bar{z}_2 = -3-5i \Rightarrow z_1 \cdot \bar{z}_2 = (1-i)(-3-5i) = -8-2i$.

Khi đó: $w = -11+3i \Rightarrow |w| = \sqrt{(-11)^2 + 3^2} = \sqrt{130}$.

Câu 78. Tính môđun của số phức $z = (1-2i)[2+i+i(3-2i)]$.

A. $|z| = 4\sqrt{10}$.

B. $|z| = 4\sqrt{5}$.

C. $|z| = 160$.

D. $|z| = 2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

$z = (1-2i)[2+i+i(3-2i)] = 12-4i$ nên môđun là $|z| = \sqrt{12^2 + 4^2} = 4\sqrt{10}$.

Câu 79. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tính $T = |z_1^{2018}| + |z_2^{2018}|$

A. $T = 2^{1010}$.

B. $T = 2^{2019}$.

C. $T = 1$.

D. $T = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + i \\ z_2 = 1 - i \end{cases}$.

Khi đó $z_1^{2018} = (1 + i)^{2018} = ((1 + i)^2)^{1009} = (2i)^{1009} = 2^{1009} \cdot i$

và $z_2^{2018} = (1 - i)^{2018} = ((1 - i)^2)^{1009} = (-2i)^{1009} = (-2)^{1009} \cdot i$

Vậy $T = |z_1^{2018}| + |z_2^{2018}| = 2^{1009} + 2^{1009} = 2^{1010}$.

Câu 80. Tính môđun của số phức $z = 4 - 3i$.

A. $|z| = 7$.

B. $|z| = 25$.

C. $|z| = \sqrt{7}$.

D. $|z| = 5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $|z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Câu 81. Tính môđun của số phức z thỏa $z - 2i\bar{z} = 1 - 5i$.

A. $|z| = \sqrt{10}$.

B. $|z| = 4$.

C. $|z| = \frac{\sqrt{170}}{3}$.

D. $|z| = 10$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$, khi đó :

$z - 2i\bar{z} = 1 - 5i \Leftrightarrow (x + yi) - 2i(x - yi) = 1 - 5i \Leftrightarrow (x - 2y) + (-2x + y)i = 1 - 5i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -2x + y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow z = 3 + i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.

Câu 82. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i)z + 4\bar{z} = 7 - 7i$. Khi đó, môđun của z bằng bao nhiêu?

A. $|z| = \sqrt{5}$.

B. $|z| = 3$.

C. $|z| = 5$.

D. $|z| = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$.

$(1 - i)z + 4\bar{z} = 7 - 7i \Leftrightarrow (1 - i)(a + bi) + 4(a - bi) = 7 - 7i$.

$\Leftrightarrow a + bi - ai + b + 4a - 4bi = 7 - 7i \Leftrightarrow \begin{cases} 5a + b = 7 \\ -a - 3b = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow z = 1 + 2i$.

Vậy $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 83. Số phức $z = (1 + 2i)^2(1 - i)$ có môđun là:

A. $|z| = 5\sqrt{2}$.

B. $|z| = 50$.

C. $|z| = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $|z| = 5\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$z = (1+2i)^2(1-i) \Leftrightarrow z = 1+7i \Rightarrow |z| = 5\sqrt{2}.$$

Câu 84. Cho số phức $z = 3+i$. Tính $|\bar{z}|$.

A. $|\bar{z}| = 2\sqrt{2}$.

B. $|\bar{z}| = 2$.

C. $|\bar{z}| = 4$.

D. $|\bar{z}| = \sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } |z| = |\bar{z}| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}.$$

Câu 85. Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) + \frac{2}{1-i} = \sqrt{14} + 2i$. Tìm môđun của số phức $w = z+1$.

A. $|w| = \sqrt{9-2\sqrt{14}}$.

B. $|w| = \sqrt{8-\sqrt{14}}$.

C. $|w| = 3\sqrt{2}$.

D. $|w| = 3$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z(1+i) + \frac{2}{1-i} = \sqrt{14} + 2i \Leftrightarrow z = \frac{(\sqrt{14}-1)+i}{1+i} = \frac{\sqrt{14} + (2-\sqrt{14})i}{2}.$$

$$\text{Suy ra } w = z+1 = \frac{(\sqrt{14}+2) + (2-\sqrt{14})i}{2} \Rightarrow |w| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{14}+2}{2}\right)^2 + \left(\frac{2-\sqrt{14}}{2}\right)^2} = 3\sqrt{2}.$$

Câu 86. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z = 9-8i$. Môđun của số phức $w = z+1+i$.

A. 6

B. 4

C. 3

D. 5

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } (2+i)z = 9-8i \Leftrightarrow z = \frac{9-8i}{2+i} = 2-5i \Rightarrow w = z+1+i = 2-5i+1+i = 3-4i$$

$$\Rightarrow |w| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5.$$

Câu 87. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z = (1+2i) - (-2+i)$. Môđun của z bằng

A. 1.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$(1+2i)z = (1+2i) - (-2+i) \Leftrightarrow (1+2i)z = 3+i \Leftrightarrow z = \frac{3+i}{1+2i} = 1-i. \text{ Vậy } |z| = \sqrt{2}.$$

Câu 88. Tính môđun số phức nghịch đảo của số phức $z = (1-2i)^2$.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{1}{25}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = -3 - 4i$.

Suy ra $\frac{1}{z} = \frac{1}{-3-4i} = -\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$.

Nên $|z| = \sqrt{\left(\frac{-3}{25}\right)^2 + \left(\frac{4}{25}\right)^2} = \frac{1}{5}$.

Câu 89. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (3 - 4i)^2$.

A. $\bar{z} = (3 + 4i)^2$.

B. $\bar{z} = 24 - i$.

C. $\bar{z} = -7 + 24i$.

D. $\bar{z} = -7 - 24i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = (3 - 4i)^2 = -7 - 24i \Rightarrow \bar{z} = -7 + 24i$.

Câu 90. Tính mô đun của số phức z biết $(1 - 2i)z = 2 + 3i$.

A. $|z| = \frac{\sqrt{13}}{5}$.

B. $|z| = \frac{\sqrt{13}}{5}$.

C. $|z| = \frac{\sqrt{33}}{5}$.

D. $|z| = \frac{\sqrt{65}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(1 - 2i)z = 2 + 3i \Leftrightarrow z = \frac{2+3i}{1-2i} = -\frac{4}{5} + \frac{7}{5}i$. Vậy $|z| = \frac{\sqrt{65}}{5}$.

DẠNG TOÁN 5: PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT

Câu 91. Cho số phức z thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tính tích phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. -2 . B. -1 . C. 2 . D. 1 .

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = x + yi$ (với $x, y \in \mathbb{R}$), ta có $\bar{z} = x - yi$.

Theo giả thiết, ta có $x + yi - (2 + 3i)(x - yi) = 1 - 9i \Leftrightarrow -x - 3y - (3x - 3y)i = 1 - 9i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x - 3y = 1 \\ 3x - 3y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}. \text{ Vậy } xy = -2.$$

Câu 92. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)z = 11 - 3i$. Điểm M biểu diễn cho số phức z trong mặt phẳng tọa độ là

- A. $M(7; -7)$. B. $M(14; -14)$. C. $M(8; -14)$. D. $M(4; -7)$.

Lời giải

Chọn D

$$(1 + i)z = 11 - 3i \Leftrightarrow z = 4 - 7i.$$

Điểm M biểu diễn cho số phức z trong mặt phẳng tọa độ là $M(4; -7)$.

Câu 93. Cho số phức z thỏa $z = (2 - 5i)(1 + i)^4$. Mô đun của số phức z là:

- A. $|z| = \sqrt{21}$. B. $|z| = 4\sqrt{21}$. C. $|z| = \sqrt{29}$. D. $|z| = 4\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn D

$$z = (2 - 5i)(1 + i)^4 = -8 + 20i \Rightarrow |z| = 4\sqrt{29}.$$

Câu 94. Cho số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $(z - 8)i + z - 6i = 5 + 5i$. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. 14 . B. 2 . C. 19 . D. 5 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } (z - 8)i + z - 6i = 5 + 5i \Leftrightarrow (1 + i)z = 5 + 19i \Leftrightarrow z = 12 + 7i.$$

$$\text{Mà } z = a + bi \text{ nên } \begin{cases} a = 12 \\ b = 7 \end{cases} \Rightarrow a + b = 19.$$

Câu 95. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Tính $|z_1| + |z_2|$.

- A. $|z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}$. B. $|z_1| + |z_2| = 10$. C. $|z_1| + |z_2| = \sqrt{5}$. D. $|z_1| + |z_2| = 5$.

Lời giải

Chọn A

$$z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow z = -1 \pm 2i \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}.$$

Câu 96. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) và thỏa mãn điều kiện $(1 + 2i)z - (2 - 3i)\bar{z} = 2 + 30i$.
Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = -2$.

B. $S = 2$.

C. $S = 8$.

D. $S = -8$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(1 + 2i)z - (2 - 3i)\bar{z} = 2 + 30i \Leftrightarrow (1 + 2i)(a + bi) - (2 - 3i)(a - bi) = 2 + 30i$

$$\Leftrightarrow (-a + b) + (5a + 3b)i = 2 + 30i \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b = 2 \\ 5a + 3b = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \end{cases}$$

Khi đó $S = a + b = 8$.

Câu 97. Xét số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $|z| > 2$.

B. $|z| < \frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$.

D. $\frac{3}{2} < |z| < 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z^{-1} = \frac{1}{|z|^2} \bar{z}$.

Vậy $(1 + 2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i \Leftrightarrow (|z| + 2) + (2|z| - 1)i = \left(\frac{\sqrt{10}}{|z|^2} \right) \bar{z}$

$$\Rightarrow (|z| + 2)^2 + (2|z| - 1)^2 = \left(\frac{10}{|z|^4} \right) \cdot |z|^2 = \frac{10}{|z|^2}. \text{ Đặt } |z|^2 = a > 0.$$

$$\Rightarrow (a + 2)^2 + (2a - 1)^2 = \left(\frac{10}{a^2} \right) \Leftrightarrow a^4 + a^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ a^2 = -2 \end{cases} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow |z| = 1.$$

Câu 98. Tìm số phức z thỏa mãn $(1 - i)(z + 1 - 2i) - 3 + 2i = 0$.

A. $z = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i$.

B. $z = 4 + 3i$.

C. $z = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$.

D. $z = 4 - 3i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(1 - i)(z + 1 - 2i) - 3 + 2i = 0 \Leftrightarrow z + 1 - 2i = \frac{3 - 2i}{1 - i} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i \Leftrightarrow z = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i - 1 + 2i = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i$.

Câu 99. Tìm số phức z thỏa mãn $iz + 2\bar{z} = 9 + 3i$.

A. $z = 5 + i$.

B. $z = 5 - i$.

C. $z = 1 - 5i$.

D. $z = 1 + 5i$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Suy ra: $\bar{z} = a - bi$.

Ta có:

$$\begin{aligned} iz + 2\bar{z} = 9 + 3i &\Leftrightarrow i(a + bi) + 2(a - bi) = 9 + 3i \\ &\Leftrightarrow (2a - b) + (a - 2b)i = 9 + 3i \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 9 \\ a - 2b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 1 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy $z = 5 + i$.

Câu 100. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1 + i)z + (2 - i)\bar{z} = 13 + 2i$?

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Gọi } z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}. (1 + i)z + (2 - i)\bar{z} = 13 + 2i &\Leftrightarrow (1 + i)(a + bi) + (2 - i)(a - bi) = 13 + 2i \\ &\Leftrightarrow (a - b) + (a + b)i + (2a - b) - (2b + a)i = 13 + 2i \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 13 \\ -b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow z = 3 - 2i. \end{aligned}$$

Vậy có một số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 101. Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$. Tính $P = 3x + y$.

A. $P = 5$.

B. $P = 8$.

C. $P = 7$.

D. $P = 6$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } z + 2\bar{z} = 2 - 4i \Leftrightarrow x + yi + 2(x - yi) = 2 - 4i \Leftrightarrow 3x - yi = 2 - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy $P = 3x + y = 6$.

Câu 102. Nghiệm của phương trình $z(2 - i) = 5(3 - 2i)$ là:

A. $z = -8 - i$.

B. $z = 8i$.

C. $z = 8 + i$.

D. $z = -8 + i$.

Lời giải

Chọn B

$$z = \frac{(15 - 10i)(2 + i)}{(2 - i)(2 + i)} = \frac{30 + 15i - 20i - 10i^2}{5} = \frac{40 - 5i}{5} = 8 - i.$$

Câu 103. Trong tập các số phức, tìm số phức z biết $(1 + i)z + 2 - 3i = z(2 - i) - 2$.

A. $z = 2 + i$.

B. $z = 1 - 2i$.

C. $z = 2 - i$.

D. $z = 1 + 2i$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } (1 + i)z + 2 - 3i = z(2 - i) - 2 \Leftrightarrow (1 - 2i)z = 4 - 3i \Leftrightarrow z = \frac{4 - 3i}{1 - 2i} = 2 + i.$$

Câu 104. Tìm số phức z thỏa mãn $(2 - i)(1 + i) + \bar{z} = 4 - 2i$.

A. $z = -1 - 3i$.

B. $z = 1 + 3i$.

C. $z = 1 + 3i$.

D. $z = 1 - 3i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(2-i)(1+i) + \bar{z} = 4-2i \Leftrightarrow 3+i+\bar{z} = 4-2i \Leftrightarrow \bar{z} = 1-3i \Leftrightarrow z = 1+3i$.

Câu 105. Cho số phức z thỏa mãn: $(2-3i)z + (4+i)\bar{z} = -(1+3i)^2$. Xác định phần thực và phần ảo của z .

A. Phần thực là -2 ; phần ảo là $5i$.

B. Phần thực là -2 ; phần ảo là 5 .

C. Phần thực là -2 ; phần ảo là 3 .

D. Phần thực là -3 ; phần ảo là $5i$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$(2-3i)z + (4+i)\bar{z} = -(1+3i)^2 \Leftrightarrow (2-3i)(a+bi) + (4+i)(a-bi) = -(-8+6i)$$

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+2b=4 \\ a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=5 \end{cases}$$

Câu 106. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $2x-1+(1-2y)i = 2-x+(3y+2)i$.

A. $x=1; y=\frac{3}{5}$.

B. $x=3; y=\frac{3}{5}$.

C. $x=3; y=-\frac{1}{5}$.

D. $x=1; y=-\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

$$2x-1+(1-2y)i = 2-x+(3y+2)i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=2-x \\ 1-2y=3y+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-\frac{1}{5} \end{cases}$$

Câu 107. Biết $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức thỏa mãn $(3-2i)z - 2i\bar{z} = 15-8i$. Tổng $a+b$ là

A. $a+b=-1$.

B. $a+b=9$.

C. $a+b=1$.

D. $a+b=5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Theo đề bài ta có

$$(3-2i)z - 2i\bar{z} = 15-8i \Leftrightarrow (3-2i)(a+bi) - 2i(a-bi) = 15-8i \Leftrightarrow 3a - (4a-3b)i = 15-8i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a=15 \\ 4a-3b=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=4 \end{cases}. \text{ Vậy } a+b=9.$$

Câu 108. Cho số phức $z = (2-3i)^2$. Khi đó môđun của z bằng

A. 1.

B. $\sqrt{13}$.

C. 13.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z = (2-3i)^2 = -5-12i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-5)^2 + 12^2} = 13.$$

Câu 109. Cho số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $z(1+i)^2 + \bar{z} = -20+4i$. Giá trị $a^2 - b^2$ bằng

A. 7

B. 16

C. 1

D. 5

Lời giải

Chọn D

Ta có

$(1+2i)^2 = -3+4i$ và $\bar{z} = a-bi$. Do đó theo giả thiết ta được

$$(a+bi)(-3+4i) + a-bi = -20+4i \Leftrightarrow (-4a-4b) + (4a-4b)i = -20+4i.$$

$$\text{Ta được hệ } \begin{cases} -4a-4b = -20 \\ 4a-4b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Do đó $a^2 - b^2 = 5$.

Câu 110. Cho $z = 1-i$, môđun của số phức $4z-1$ là:

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$4z-1 = 4(1-i)-1 = 3-4i \Rightarrow |4z-1| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5.$$

Câu 111. Trên tập số phức, tìm nghiệm của phương trình $iz + 2 - i = 0$.

A. $z = 1-2i$.

B. $z = 1+2i$.

C. $z = 4-3i$.

D. $z = 2+i$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } iz + 2 - i = 0 \Leftrightarrow z = \frac{-2+i}{i} = 1+2i.$$

Câu 112. Cho số phức z thỏa $(3+2i)z = 7+5i$. Số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức z là

A. $\bar{z} = -\frac{31}{13} + \frac{1}{13}i$.

B. $\bar{z} = -\frac{31}{5} + \frac{1}{5}i$.

C. $\bar{z} = \frac{31}{5} - \frac{1}{5}i$.

D. $\bar{z} = \frac{31}{13} - \frac{1}{13}i$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } (3+2i)z = 7+5i \Leftrightarrow z = \frac{31}{13} + \frac{1}{13}i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{31}{13} - \frac{1}{13}i.$$

Câu 113. Cho 2018 phức $z = a+bi$ (trong đó a, b là các 2018 thực thỏa mãn $3z - (4+5i)\bar{z} = -17+11i$). Tính ab .

A. $ab = -6$.

B. $ab = -3$.

C. $ab = 3$.

D. $ab = 6$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = a+bi \Rightarrow \bar{z} = a-bi$.

$$\text{Khi đó } 3z - (4+5i)\bar{z} = -17+11i \Leftrightarrow 3(a+bi) - (4+5i)(a-bi) = -17+11i$$

$$\Leftrightarrow (-a-5b) - (5a-7b)i = -17+11i \Leftrightarrow \begin{cases} -a-5b = -17 \\ -5a+7b = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow z = 2+3i.$$

Vậy $ab = 6$.

Câu 114. Trên $\mathbb{C}$, phương trình $\frac{2}{z-1} = 1+i$ có nghiệm là

A. $z = 1 + 2i$.

B. $z = 1 - 2i$.

C. $z = 2 - i$.

D. $z = 2 + i$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \frac{2}{z-1} = 1+i \Leftrightarrow z-1 = \frac{2}{1+i} \Leftrightarrow z = 1 + \frac{2(1-i)}{2} \Leftrightarrow z = 2-i.$$

Câu 115. Cho số phức $z = 1 + 3i$, môđun của số phức $w = z^2 - i\bar{z}$ là

A. $|w| = \sqrt{146}$.

B. $|w| = 10$.

C. $|w| = 0$.

D. $|w| = 146$.

Lời giải

Chọn A

$$z = 1 + 3i \Rightarrow \bar{z} = 1 - 3i$$

$$w = z^2 - i\bar{z} = (1 + 3i)^2 - i(1 - 3i) = 6i - 8 - i - 3 = 5i - 11 \Rightarrow |w| = \sqrt{146}.$$

Câu 116. Biết $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là nghiệm của phương trình $(1 + 2i)z + (3 - 4i)\bar{z} = -42 - 54i$. Tính tổng $a + b$.

A. -27.

B. 27.

C. -3.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } z = a + bi (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi.$$

$$\Leftrightarrow (1 + 2i)(a + bi) + (3 - 4i)(a - bi) = -42 - 54i.$$

$$\Leftrightarrow a + bi + 2ai - 2b + 3a - 3bi - 4ai - 4b = -42 - 54i.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 6b = -42 \\ -2a - 2b = -54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = 15 \end{cases} \Rightarrow a + b = 27.$$

Câu 117. Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn: $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$.

A. 2.

B. -1.

C. -i.

D. 2i.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } z = a + bi.$$

$$\text{Ta có: } z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i \Leftrightarrow a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i.$$

$$\Leftrightarrow a + bi - 2a + 2bi - 3ai + 3bi^2 = 1 - 9i \Leftrightarrow (-a - 3b) + (-3a + 3b)i = 1 - 9i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ -3a + 3b = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow z = 2 - i.$$

Vậy phần ảo của số phức z là -1.

Câu 118. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$. Môđun của số phức $\bar{z} + iz$ bằng

A. $8\sqrt{2}$.

B. $8\sqrt{3}$.

C. $4\sqrt{2}$.

D. $4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned}\bar{z} &= \frac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i} = -4-4i \Rightarrow z = -4+4i \\ \Rightarrow \bar{z}+iz &= -8-8i \Rightarrow |\bar{z}+iz| = 8\sqrt{2}.\end{aligned}$$

Câu 119. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z - 2\bar{z} = 1+9i$. Tìm môđun của số phức $w = \frac{1+i\sqrt{3}}{z}$.

- A. $|w| = \frac{1}{5}$. B. $|w| = 5$. C. $|w| = \frac{5}{2}$. D. $|w| = \frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = a+bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có: $(1-i)z - 2\bar{z} = 1+9i \Leftrightarrow (1-i)(a+bi) - 2(a-bi) = 1+9i \Leftrightarrow b-a + (3b-a)i = 1+9i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b-a=1 \\ 3b-a=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow z = 3+4i.$$

$$\Rightarrow w = \frac{1+i\sqrt{3}}{z} = \frac{1+i\sqrt{3}}{3+4i} = \frac{3+4\sqrt{3}}{25} + \frac{-4+3\sqrt{3}}{25}i.$$

$$\Rightarrow |w| = \frac{2}{5}.$$

Câu 120. Môđun của số phức $z = 2\sqrt{2}-i$ là

- A. 8. B. 1. C. 3. D. 9.

Lời giải

Chọn C

$$z = 2\sqrt{2}-i \Rightarrow |z| = \sqrt{8+1} = 3.$$

□ DẠNG TOÁN 6: PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI & MỐI LIÊN HỆ GIỮA HAI NGHIỆM

Câu 121. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Tìm iz_0 ?

- A. $iz_0 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. B. $iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. C. $iz_0 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$. D. $iz_0 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Lời giải

Chọn B

$$2z^2 - 6z + 5 = 0 \Rightarrow z_0 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i.$$

$$\text{Khi đó } iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i.$$

Câu 122. Tìm nghiệm phức của phương trình: $x^2 + 2x + 2 = 0$.

- A. $x_1 = 2-i; x_2 = 2+i$. B. $x_1 = -1-i; x_2 = -1+i$.
C. $x_1 = 1-i; x_2 = 1+i$. D. $x_1 = -2-i; x_2 = -2+i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\Delta = 2^2 - 4.1.2 = -4$ suy ra Δ có một căn bậc hai là $2i$, phương trình có hai nghiệm: $x_1 = \frac{-2-2i}{2} = -1-i; x_2 = \frac{-2+2i}{2} = -1+i$.

Câu 123. Cho các số phức $z_1 = 3+2i, z_2 = 3-2i$. Phương trình bậc hai có hai nghiệm z_1 và z_2 là

- A. $z^2 + 6z - 13 = 0$. B. $z^2 - 6z - 13 = 0$. C. $z^2 - 6z + 13 = 0$. D. $z^2 + 6z + 13 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Do $z_1 = 3+2i, z_2 = 3-2i$ là hai nghiệm của phương trình nên

$$(z-z_1)(z-z_2) = 0 \Leftrightarrow (z-3-2i)(z-3+2i) = 0 \Leftrightarrow (z-3)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 6z + 13 = 0.$$

Câu 124. Phương trình $2x^2 - 5x + 4 = 0$ có nghiệm trên tập số phức là.

- A. $x_1 = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{7}}{4}i; x_2 = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{7}}{4}i$. B. $x_1 = -\frac{5}{4} + \frac{\sqrt{7}}{4}i; x_2 = -\frac{5}{4} - \frac{\sqrt{7}}{4}i$.
C. $x_1 = \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{7}}{4}i; x_2 = \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{7}}{4}i$. D. $x_1 = \frac{5}{4} + \frac{\sqrt{7}}{4}i; x_2 = \frac{5}{4} - \frac{\sqrt{7}}{4}i$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $2x^2 - 5x + 4 = 0$ có $\Delta = 5^2 - 4.2.4 = -7 = 7i^2$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x_1 = \frac{5}{4} + \frac{\sqrt{7}}{4}i; x_2 = \frac{5}{4} - \frac{\sqrt{7}}{4}i$.

Câu 125. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$ trong đó z_1 là số phức có phần ảo âm. Tìm số phức $\omega = z_1 + 2z_2$.

- A. $\omega = -9 - 2i$. B. $\omega = 9 - 2i$. C. $\omega = 9 + 2i$. D. $\omega = -9 + 2i$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$ có hai nghiệm là $z_1 = -3-2i, z_2 = -3+2i$. Vậy $\omega = -6+2i$.

Câu 126. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức $\frac{7-4i}{z_1}$ trên mặt phẳng phức?

- A. $M(1; 2)$. B. $N(1; -2)$. C. $Q(3; -2)$. D. $P(3; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 - 2i & (\text{TM}) \\ z = 1 + 2i & (L) \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \frac{7-4i}{z_1} = \frac{7-4i}{1-2i} = 3+2i.$$

Điểm biểu diễn là $P(3; 2)$.

Câu 127. Biết z là một nghiệm của phương trình $z + \frac{1}{z} = 1$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = z^3 + \frac{1}{z^3}.$$

A. $P = \frac{7}{4}$.

B. $P = -2$.

C. $P = 0$.

D. $P = 4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z + \frac{1}{z} = 1 \Leftrightarrow z^2 - z + 1 = 0$, do $z \neq 1$ nên $z^3 + 1 = 0 \Rightarrow z^3 = -1$. Vậy $P = -2$.

Câu 128. Phương trình $z^2 - iz + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong tập số phức?

A. 0.

B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta đặt $z = a + bi$,

$$\text{Khi đó } z^2 + iz + 1 = 0 \Leftrightarrow a^2 - b^2 - b + 1 + (2ab + a)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2ab + a = 0 \\ a^2 - b^2 - b + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{TH1. } \begin{cases} a = 0 \\ -b^2 - b + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\text{TH2. } \begin{cases} b = -\frac{1}{2} \\ a^2 + \frac{5}{4} = 0 \end{cases} \text{ vô nghiệm.}$$

Câu 129. Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. $8i$.

B. 0.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 - i\sqrt{3} \\ z_2 = 1 + i\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Từ đó suy ra } \begin{cases} z_1^2 = (1 - i\sqrt{3})^2 = -2 - 2i\sqrt{3} \\ z_2^2 = (1 + i\sqrt{3})^2 = -2 + 2i\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow |z_1|^2 = |z_2|^2 = \sqrt{4 + 12} = 4.$$

$$\text{Vậy } |z_1|^2 + |z_2|^2 = 8.$$

Câu 130. Trong $\mathbb{C}$, phương trình $z^2 + 4 = 0$ có nghiệm là:

A. $\begin{cases} z = 2i \\ z = -2i \end{cases}$

B. $\begin{cases} z = 1+i \\ z = 3-2i \end{cases}$

C. $\begin{cases} z = 1+2i \\ z = 1-2i \end{cases}$

D. $\begin{cases} z = 5+2i \\ z = 3-5i \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

$$z^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow z^2 = -4 \Leftrightarrow z^2 = 4i^2 \Leftrightarrow z = \pm 2i.$$

Câu 131. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 2 = 0$. Tính $|z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $-\frac{11}{9}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$3z^2 - z + 2 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{1 \pm i\sqrt{23}}{6}.$$

$$|z_1|^2 + |z_2|^2 = \left| \frac{1+i\sqrt{23}}{6} \right|^2 + \left| \frac{1-i\sqrt{23}}{6} \right|^2 = 2 \sqrt{\left(\frac{1}{6} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{23}}{6} \right)^2}^2 = \frac{4}{3}.$$

Câu 132. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 4 = 0$. Tính

$$w = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + iz_1 z_2.$$

A. $w = \frac{3}{4} + 2i$.

B. $w = \frac{3}{2} + 2i$.

C. $w = 2 + \frac{3}{2}i$.

D. $w = -\frac{3}{4} + 2i$.

Lời giải

Chọn A

Theo định lý Viét ta có $z_1 + z_2 = \frac{3}{2}, z_1 z_2 = 2$.

$$w = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + iz_1 z_2 = \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2} + iz_1 z_2 = \frac{3}{4} + 2i.$$

Câu 133. Gọi z_1 là nghiệm có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 4z + 20 = 0$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của z_1 .

A. $M(4; -2)$.

B. $M(-2; -4)$.

C. $M(-4; -2)$.

D. $M(2; -4)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Có } z^2 - 4z + 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + 4i \\ z = 2 - 4i \end{cases} \Rightarrow z_1 = 2 - 4i.$$

Vậy điểm biểu diễn của số phức z_1 là $M(2; -4)$.

Câu 134. Trong tập số phức phương trình: $z^2 + (1-3i)z - 2(1+i) = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} z = i \\ z = -2+5i \end{cases}$

B. $\begin{cases} z = 5+3i \\ z = 2-i \end{cases}$

C. $\begin{cases} z = 2i \\ z = -1+i \end{cases}$

D. $\begin{cases} z = 3i \\ z = -2+i \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \Delta = (1-3i)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2-2i) = 2i = (1+i)^2 \Rightarrow \begin{cases} z = 2i \\ z = -1+i \end{cases}$$

Câu 135. Giải phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ trên tập số phức ta được các nghiệm

A. $z_1 = -4+i; z_2 = -4-i$.

B. $z_1 = -2+i; z_2 = -2-i$.

C. $z_1 = 2+i; z_2 = 2-i$.

D. $z_1 = 4+i; z_2 = 4-i$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 4z + 4 = -1 \Leftrightarrow (z-2)^2 = i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z-2 = i \\ z-2 = -i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2+i \\ z = 2-i \end{cases}$$

Suy ra $z_1 = 2+i$ và $z_2 = 2-i$.

Câu 136. Trong $\mathbb{C}$, phương trình $z^2 + 3iz + 4 = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} z = 1+i \\ z = -3i \end{cases}$.

B. $\begin{cases} z = 2-3i \\ z = 1+i \end{cases}$.

C. $\begin{cases} z = i \\ z = -4i \end{cases}$.

D. $\begin{cases} z = 3i \\ z = 4i \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Theo Viete, ta có $z_1 + z_2 = -3i$, $z_1 z_2 = 4$.

Câu 137. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^4 + z_2^4$ bằng

A. -14

B. 7

C. 14

D. -7

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1+2i \\ z_2 = 1-2i \end{cases}$$

$$\text{Nên } z_1^4 + z_2^4 = (1+2i)^4 + (1-2i)^4 = -14.$$

Câu 138. Nghiệm của phương trình $z^2 - z + 3 = 0$ trên tập số phức là?

A. $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i$ và $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i$.

B. $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i$ và $z_2 = \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i$.

C. $z_1 = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i$ và $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i$.

D. $z_1 = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i$ và $z_2 = \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có : } \Delta = 1 - 12 = -11 \text{ nên } \Rightarrow z^2 - z + 3 = 0 \Leftrightarrow z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i \vee z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i.$$

Câu 139. Cho phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Phương trình đã cho không có nghiệm nào là số ảo.

- B. Phương trình đã cho không có nghiệm thực.
C. Phương trình đã cho có 2 nghiệm phức.
D. Phương trình đã cho không có nghiệm phức.

Lời giải

Chọn D

$$z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 = i^2 \Leftrightarrow z = 1 \pm i.$$

Câu 140. Phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Tính giá trị của biểu thức $P = z_1^2 + z_2^2$.

- A. $P = 2$. B. $P = \frac{3}{2}$. C. $P = 10$. D. $P = -2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } z^2 + 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow (z+1)^2 = -2 \Leftrightarrow (z+1)^2 = (i\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + i\sqrt{2} \\ z = -1 - i\sqrt{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } P = z_1^2 + z_2^2 = (-1 - i\sqrt{2})^2 + (-1 + i\sqrt{2})^2 = -2.$$

$$\text{Khi đó } iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i.$$

Câu 141. Cho z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Tính $m = |(z_1 - 2)^2| + |(z_2 - 2)^2|$.

- A. $m = 25$. B. $m = 50$. C. $m = 10$. D. $m = 18$.

Lời giải

Chọn B

$$z^2 + 4z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 + 3i \\ z = -2 - 3i \end{cases}$$

$$\text{Ta có } m = |(z_1 - 2)^2| + |(z_2 - 2)^2| = |z_1 - 2|^2 + |z_2 - 2|^2 = |-4 + 3i|^2 + |-4 - 3i|^2 = 50$$

Câu 142. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + 4z + 3 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$.

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. 3. D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 2z^2 + 4z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}i \\ z = -1 - \frac{\sqrt{2}}{2}i \end{cases}$$

$$|z_1| + |z_2| = \sqrt{(-1)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \sqrt{(-1)^2 + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{6}.$$

Câu 143. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Khi đó, giá trị $z_1^2 + z_2^2$ là

- A. 9. B. 4. C. $\frac{9}{4}$. D. $-\frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Theo định lý Vi-ét, ta có $z_1 + z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ và $z_1 \cdot z_2 = \frac{3}{2}$.

$$z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 \cdot z_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4} - 3 = -\frac{9}{4}.$$

Câu 144. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1^2| + |z_2^2|$ bằng

- A. 10. B. 20. C. 6. D. $6 - 8i$.

Lời giải

Chọn A

$$z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 - i = z_1 \\ z = 2 + i = z_2 \end{cases}.$$

$$|z_1^2| + |z_2^2| = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 5 + 5 = 10.$$

Câu 145. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$, giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ là

- A. $\sqrt{10}$. B. 20. C. 10. D. $\sqrt{20}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}. \text{ Suy ra } A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = (1^2 + 3^2) + (1^2 + 3^2) = 20.$$

Câu 146. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Tổng $P = |z_1| + |z_2|$ bằng:

- A. 18. B. 4. C. 6. D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$z_1 = 2 + \sqrt{5}i; z_2 = 2 - \sqrt{5}i \Rightarrow |z_1| + |z_2| = \sqrt{2^2 + (\sqrt{5})^2} + \sqrt{2^2 + (-\sqrt{5})^2} = 6.$$

Câu 147. Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn của z_1 và z_2 trên mặt phẳng phức. Khi đó độ dài của MN là

- A. $MN = 2\sqrt{5}$. B. $MN = 4$. C. $MN = -2\sqrt{5}$. D. $MN = 5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2 - 4z + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 2 + i\sqrt{5} \\ z_2 = 2 - i\sqrt{5} \end{cases}$.

Giả sử điểm M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 .

Ta có M, N đối xứng nhau qua trục Ox nên $MN = 2MK$ (K trung điểm MN , K thuộc Ox).

Vậy $MN = 2|y_M| = 2\sqrt{5}$.

Câu 148. Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 7 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $z_1 + z_2 - z_1 z_2$.

A. -2.

B. 2.

C. -5.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1 + z_2 - z_1 z_2 = \frac{-b}{a} - \frac{c}{a} = \frac{3}{2} + \frac{7}{2} = 5$.

Câu 149. Trong tập các số phức, cho phương trình $z^2 - 6z + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$ (1). Gọi m_0 là một giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2}$. Hỏi trong khoảng $(0; 20)$ có bao nhiêu giá trị $m_0 \in \mathbb{N}$?

A. 12.

B. 10.

C. 13.

D. 11.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt là: $\Delta = 9 - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 9$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2}$ thì (1) phải có nghiệm phức. Suy ra $\Delta < 0 \Leftrightarrow m > 9$.

Vậy trong khoảng $(0; 20)$ có 10 số m_0 .

Câu 150. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 - 3z + 2 = 0$ trên tập số phức. Tính giá trị biểu thức $P = \sqrt{z_1^2 + z_1 z_2 + z_2^2}$.

A. $P = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

B. $P = \frac{5}{\sqrt{2}}$.

C. $P = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

D. $P = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $P = \sqrt{z_1^2 + z_1 z_2 + z_2^2} = \sqrt{(z_1 + z_2)^2 - z_1 z_2} = \sqrt{\frac{9}{4} - 1} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 151. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$ ($z \in \mathbb{C}$). Tính giá trị của biểu thức $P = 2|z_1 + z_2| + |z_1 - z_2|$.

A. $P = 2\sqrt{2} + 2$.

B. $P = \sqrt{2} + 4$.

C. $P = 6$.

D. $P = 3$.

Lời giải

Chọn C

$$z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1+i \\ z = 1-i \end{cases} \Rightarrow P = 2|2| + |2i| = 4 + 2 = 6.$$

Câu 152. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực và phần ảo đều âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm M nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^3 \overline{z_0}$?

- A. $M(2;1)$. B. $M(-2;-1)$. C. $M(2;-1)$. D. $M(-1;2)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow (z+1)^2 = (2i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1+2i \\ z = -1-2i \end{cases}.$$

Theo giả thiết ta có $z_0 = -1-2i$. Suy ra $\overline{z_0} = -1+2i$.

Từ đó $w = i^3 \cdot \overline{z_0} = -i(-1+2i) = 2+i$. Suy ra w có biểu diễn là $M(2;1)$.

Câu 153. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ trên tập hợp số phức, trong đó z_1 là nghiệm có phần ảo dương. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = 3z_1 - 2z_2$.

- A. $M(15;-1)$. B. $M(15;-2)$. C. $M(-2;15)$. D. $M(-1;15)$.

Lời giải

Chọn D

$$z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1+3i \\ z_2 = -1-3i \end{cases}. \quad w = 3z_1 - 2z_2 = 3(-1+3i) - 2(-1-3i) = -1+15i$$

Vậy điểm $M(-1;15)$ biểu diễn số phức $w = 3z_1 - 2z_2$.

Câu 154. Cho a là số thực, phương trình $z^2 + (a-2)z + 2a-3 = 0$ có 2 nghiệm z_1, z_2 . Gọi M, N là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Biết tam giác OMN có một góc bằng 120° , tính tổng các giá trị của a .

- A. -6 . B. 6 . C. -4 . D. 4 .

Lời giải

Chọn B

Vì O, M, N không thẳng hàng nên z_1, z_2 không đồng thời là số thực, cũng không đồng thời là số thuần ảo $\Rightarrow z_1, z_2$ là hai nghiệm phức, không phải số thực của phương trình $z^2 + (a-2)z + 2a-3 = 0$. Do đó, ta phải có: $\Delta = a^2 - 12a + 16 < 0$
 $\Leftrightarrow a \in (6-2\sqrt{5}; 6+2\sqrt{5})$.

$$\text{Khi đó, ta có: } \begin{cases} z_1 = \frac{2-a}{2} - \frac{\sqrt{-a^2+12a-16}}{2}i \\ z_2 = \frac{2-a}{2} + \frac{\sqrt{-a^2+12a-16}}{2}i \end{cases}.$$

$$\Rightarrow OM = ON = |z_1| = |z_2| = \sqrt{2a-3} \text{ và } MN = |z_1 - z_2| = \sqrt{-a^2 + 12a - 16}.$$

$$\text{Tam giác } OMN \text{ cân nên } \widehat{MON} = 120^\circ \Rightarrow \frac{OM^2 + ON^2 - MN^2}{2OM \cdot ON} = \cos 120^\circ$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2 - 8a + 10}{2(2a-3)} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow a^2 - 6a + 7 = 0 \quad a = 3 \pm \sqrt{2} \text{ (thỏa mãn)}.$$

Suy ra tổng các giá trị cần tìm của a là 6.

Câu 155. Trong tập các số phức z_1, z_2 lần lượt là 2 nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $P = 2\sqrt{5}$.

B. $P = 6$.

C. $P = 10$.

D. $P = 50$.

Lời giải

Chọn C

$$z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |z_1|^2 = 5 \\ |z_2|^2 = 5 \end{cases} \cdot P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 10.$$

Câu 156. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Tính $|z_1| + |z_2|$.

A. 0.

B. 1.

C. $2\sqrt{3}$.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

$$z^2 + 2z + 3 = 0 \text{ có hai nghiệm lần lượt là } z_1 = -1 + \sqrt{2}i, z_2 = -1 - \sqrt{2}i.$$

$$\text{Do đó } |z_1| + |z_2| = |-1 + \sqrt{2}i| + |-1 - \sqrt{2}i| = 2\sqrt{3}.$$

Câu 157. Phương trình $x^2 + 4x + 5 = 0$ có nghiệm phức mà tổng các mô đun của chúng bằng?

A. $2\sqrt{7}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Phương trình } x^2 + 4x + 5 = 0 \text{ có } \Delta' = 4 - 5 = -1 = i^2 \text{ nên } \Rightarrow x_1 = -2 - i; x_2 = -2 + i.$$

$$\text{Mô đun của } x_1, x_2 \text{ đều bằng } \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}. \text{ Vậy tổng các mô đun của } x_1 \text{ và } x_2 \text{ bằng } 2\sqrt{5}.$$

Câu 158. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Đặt $w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100}$. Khi đó

A. $w = -2^{51}i$.

B. $w = -2^{51}(i^5 + 1)$.

C. $w = 2^{51}$.

D. $w = -2^{51}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow z = -2 \pm i.$$

$$(1 + z_1)^{100} = (1 - 2 + i)^{100} = [(-1 + i)^2]^{50} = (-2i)^{50} = 2^{50}(-1)^{25} = -2^{50}.$$

$$(1 + z_2)^{100} = (1 - 2 - i)^{100} = (1 + i)^{100} = (2i)^{50} = -2^{50}.$$

$$w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100} = -2^{50} - 2^{50} = -2^{51}.$$

Câu 159. Phương trình $z^2 - 2z + 6 = 0$ có các nghiệm $z_1; z_2$. Khi đó giá trị của biểu thức

$$M = \frac{z_1^2}{z_1} + \frac{z_2^2}{z_2} \text{ là}$$

A. $\frac{2}{3}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. $-\frac{2}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Bấm máy ra 2 nghiệm: $z_1, z_2 = 1 \pm i\sqrt{5}$.

Bấm máy tính $M = \frac{z_1^2}{z_1} + \frac{z_2^2}{z_2} = -\frac{2}{9}$.

Câu 160. Tìm tất cả các giá trị thực của a sao cho phương trình $z^2 - az + 2a - a^2 = 0$ có hai nghiệm phức có mô-đun bằng 1

A. $a = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

B. $a = 1$.

C. $a = -1$.

D. $a = 1; a = -1$.

Lời giải

Chọn B

Theo Vi-et, ta có $z_1 \cdot z_2 = 2a - a^2$.

Mặt khác $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2| = 1$. Suy ra $2a - a^2 = 1 \Leftrightarrow a = 1$.

Câu 161. Cho phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình đã cho. Khi đó giá trị biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng:

A. $4\sqrt{10}$.

B. 20.

C. $\sqrt{10}$.

D. $3\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow (z+1)^2 = (3i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1+3i \\ z_2 = -1-3i \end{cases}$.

Suy ra $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = \left(\sqrt{(-1)^2 + 3^2}\right)^2 + \left(\sqrt{(-1)^2 + (-3)^2}\right)^2 = 10 + 10 = 20$.

Câu 162. Gọi z_1, z_2 là nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. 25.

B. 18.

C. 20.

D. 21.

Lời giải

Chọn C

$z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1-3i \\ z_2 = -1+3i \end{cases}$.

$|z_1|^2 + |z_2|^2 = |-1-3i|^2 + |-1+3i|^2 = \left(\sqrt{1^2 + 3^2}\right)^2 + \left(\sqrt{1^2 + 3^2}\right)^2 = 20$.

Câu 163. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $P = (z_1 - 2z_2) \cdot \overline{z_2} - 4z_1$ bằng:

- A. -10 B. 10 C. -5 D. -15

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 2 + i \\ z_2 = 2 - i \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } P = (z_1 - 2z_2) \cdot \overline{z_2} - 4z_1 = (2 + i - 2(2 - i)) \cdot (2 + i) - 4(2 + i) = -15.$$

Câu 164. Cho phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$ trên tập số phức, có hai nghiệm là z_1, z_2 . Khi đó $|z_1|^2 + |z_2|^2$ có giá trị là :

- A. 6. B. 3. C. $\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } z^2 - 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow b.$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} z_1 = 1 + i\sqrt{2} \\ z_2 = 1 - i\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |z_1| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{3} \\ |z_2| = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{2})^2} = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |z_1|^2 = 3 \\ |z_2|^2 = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } |z_1|^2 + |z_2|^2 = 3 + 3 = 6.$$

Câu 165. Cho $b, c \in \mathbb{R}$, và phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có một nghiệm là $z_1 = 2 - i$, nghiệm còn lại gọi là z_2 . Tính số phức $w = bz_1 + cz_2$.

- A. $w = 2 - 9i$. B. $w = 18 + i$. C. $w = 2 + 9i$. D. $w = 18 - i$.

Lời giải

Chọn C

$$z_1 = 2 - i \text{ là nghiệm} \Rightarrow (2 - i)^2 + b(2 - i) + c = 0 \Leftrightarrow 3 - 4i + 2b + c - bi = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b + c + 3 = 0 \\ b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 5 \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow z_2 = 2 + i. \text{ Vậy } w = -4(2 - i) + 5(2 + i) = 2 + 9i.$$

Câu 166. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình: $z^2 + 4z + 7 = 0$. Khi đó $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng:

- A. 7. B. 21. C. 14. D. 10.

Lời giải

Chọn C

$$z^2 + 4z + 7 = 0 \Rightarrow z_{1,2} = -2 \pm \sqrt{3}i \Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 = 14.$$

Câu 167. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của $(z_1 - 1)^{2018} + (z_2 - 1)^{2018}$ bằng

- A. $2^{1009}i$ B. 0 C. 2^{2018} D. $-2^{1010}i$

Lời giải

Chọn B

$$z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + i = z_1 \\ z = 2 - i = z_2 \end{cases}.$$

$$(z_1 - 1)^{2018} + (z_2 - 1)^{2018} = (1 + i)^{2018} + (1 - i)^{2018} = (1 + 2i + i^2)^{1009} + (1 - 2i + i^2)^{1009}$$

$$= (2i)^{1009} + (-2i)^{1009} = (2i)^{1009} - (2i)^{1009} = 0.$$

Câu 168. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính tổng $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $T = 2\sqrt{10}$.

B. $T = 20$.

C. $T = \sqrt{10}$.

D. $T = 16$.

Lời giải

Chọn B

$$\Delta' = 1^2 - 10 = -9 = (3i)^2.$$

Phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ có hai nghiệm

$$\begin{cases} z_1 = \frac{-b' + i\sqrt{|\Delta'|}}{a} = -1 + 3i \\ z_2 = \frac{-b' - i\sqrt{|\Delta'|}}{a} = -1 - 3i \end{cases}.$$

Do đó, $T = |z_1|^2 + |z_2|^2 = [(-1)^2 + 3^2] + [(-1)^2 + (-3)^2] = 20$.

Câu 169. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$A = |z_1|^2 + |z_2|^2.$$

A. 10.

B. 6.

C. 5.

D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{cases} \Rightarrow A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 2\sqrt{5}.$

Câu 170. Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 4 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{z_1^2}{z_2} + \frac{z_2^2}{z_1}$$

A. 4

B. -4

C. 8

D. $-\frac{11}{4}$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z^2 - 2z + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + \sqrt{3}i \\ z_2 = 1 - \sqrt{3}i \end{cases}.$

Suy ra: $P = \frac{z_1^2}{z_2} + \frac{z_2^2}{z_1} = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^2}{1 - \sqrt{3}i} + \frac{(1 - \sqrt{3}i)^2}{1 + \sqrt{3}i} = -4.$

Câu 171. Cho các số phức $z_1 \neq 0, z_2 \neq 0$ thỏa mãn điều kiện $\frac{2}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{z_1 + z_2}$. Tính giá trị của biểu

$$\text{thức } P = \left| \frac{z_1}{z_2} \right| + \left| \frac{z_2}{z_1} \right|.$$

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $P = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{2}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{z_1 + z_2} \Leftrightarrow \frac{2z_2 + z_1}{z_1 z_2} = \frac{1}{z_1 + z_2} \Leftrightarrow (2z_2 + z_1)(z_1 + z_2) - z_1 z_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2z_1 z_2 + 2z_2^2 + z_1^2 + z_1 z_2 - z_1 z_2 = 0 \Leftrightarrow 2z_1 z_2 + 2z_2^2 + z_1^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 + 2 \frac{z_1}{z_2} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{z_1}{z_2} = -1 - i \\ \frac{z_1}{z_2} = -1 + i \end{cases} \Rightarrow \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \sqrt{2}; \left| \frac{z_2}{z_1} \right| = \frac{1}{\left| \frac{z_1}{z_2} \right|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow P = \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 172. Trong $\mathbb{C}$, Cho phương trình $7z^2 + 3z + 2 = 0$ có 2 nghiệm z và z' Khi đó tổng các nghiệm của phương trình là?

A. $-\frac{3}{2}$.

B. $-\frac{3}{4}$.

C. $-\frac{3}{7}$.

D. $\frac{3}{7}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 7z^2 + 3z + 2 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{-3 \pm \sqrt{47}}{14} i.$$

$$\text{Khi đó tổng các nghiệm của phương trình là } -\frac{3}{7}.$$

Câu 173. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tính $M = z_1^{100} + z_2^{100}$.

A. $M = -2^{51}$.

B. $M = 2^{50}$.

C. $M = 2^{51}$.

D. $M = 2^{51} i$.

Lời giải

Chọn A

$$z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + i \\ z_2 = 1 - i \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } M &= z_1^{100} + z_2^{100} = (1+i)^{100} + (1-i)^{100} = \left((1+i)^2 \right)^{50} + \left((1-i)^2 \right)^{50} \\ &= (2i)^{50} + (-2i)^{50} = 2 \cdot 2^{50} \cdot (i^2)^{25} = -2^{51}. \end{aligned}$$

Câu 174. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^{2017} z_0$?

- A. $M(-3; -1)$. B. $M(3; 1)$. C. $M(-3; 1)$. D. $M(3; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}$. Suy ra $z_0 = -1 + 3i$.

$$w = i^{2017} z_0 = i(-1 + 3i) = -3 - i.$$

Suy ra : Điểm $M(-3; -1)$ biểu diễn số phức w .

Câu 175. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 7 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$:

- A. $P = \sqrt{14}$. B. $P = 14$. C. $P = 7$. D. $P = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } 2z^2 - 3z + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{47}}{4}i \\ x = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{47}}{4}i \end{cases} \Rightarrow P = |z_1| + |z_2| = \sqrt{14}.$$

Câu 176. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng.

- A. 20. B. 40. C. 5. D. 10.

Lời giải

Chọn A

$$z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 3i \\ z_2 = -1 - 3i \end{cases}. \text{ Vậy } |z_1|^2 + |z_2|^2 = 20.$$

Câu 177. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $5z^2 - 8z + 5 = 0$. Tính $S = |z_1| + |z_2| + z_1 z_2$.

- A. $S = 3$. B. $S = 15$. C. $S = \frac{13}{5}$. D. $S = -\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } 5z^2 - 8z + 5 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i \\ z_2 = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i \end{cases} \\ \Rightarrow S = |z_1| + |z_2| + z_1 z_2 &= \left| \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i \right| + \left| \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i \right| + \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i \right) \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i \right) = 3. \end{aligned}$$

Câu 178. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là nghiệm của phương trình: $z^2 + 2z + 5 = 0$. Tính $F = |z_1| + |z_2|$.

- A. 6. B. 10. C. $2\sqrt{5}$. D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 2i \\ z_2 = -1 - 2i \end{cases}$$

$$\text{Vậy } F = |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}.$$

Câu 179. Gọi z_1 và z_2 là 2 nghiệm của phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$ trong đó z_2 có phần ảo âm. Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là

A. $-6; 1$

B. $-1; -6$

C. $-6; -1$

D. $6; 1$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 2z^2 + 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{i}{2} \\ z_2 = -\frac{3}{2} - \frac{i}{2} \end{cases}. \text{ Suy ra } z_1 + 3z_2 = -6 - i$$

Vậy Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là $-6; -1$.

Câu 180. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $az^2 + bz + c = 0$, ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0, b^2 - 4ac < 0$). Đặt $P = |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $P = \frac{c}{a}$.

B. $P = \frac{2c}{a}$.

C. $P = \frac{4c}{a}$.

D. $P = \frac{c}{2a}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $az^2 + bz + c = 0$ nên

$$z_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{4ac - b^2}}{2a}$$

$$\text{Do đó } z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} \text{ và } z_1 - z_2 = \frac{i\sqrt{4ac - b^2}}{a}$$

$$\text{Suy ra } P = |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = \left(\frac{-b}{a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{a^2} = \frac{4c}{a}.$$

□ DẠNG TOÁN 7: PHƯƠNG TRÌNH BẬC CAO

Câu 181. Cho số phức z thỏa mãn $11z^{2018} + 10iz^{2017} + 10iz - 11 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|z| \in [2; 3)$ B. $|z| \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ C. $|z| \in (1; 2)$ D. $|z| \in [0; 1)$

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = x + yi$.

$$11z^{2018} + 10iz^{2017} + 10iz - 11 = 0$$

$$\Leftrightarrow z^{2017} = \frac{11 - 10iz}{11z + 10i} \Rightarrow |z|^{2017} = \left| \frac{11 - 10iz}{11z + 10i} \right|$$

$$\Leftrightarrow |z|^{2017} = \frac{\sqrt{100(x^2 + y^2) + 121 + 220y}}{\sqrt{121(x^2 + y^2) + 100 + 220y}}$$

$$\text{TH1: } |z| < 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 < 1$$

$$\Rightarrow 100(x^2 + y^2) + 121 + 220y > 121(x^2 + y^2) + 100 + 220y$$

$$\Rightarrow |z| > 1 \text{ (sai)}$$

$$\text{TH2: } |z| > 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 > 1$$

$$\Rightarrow 100(x^2 + y^2) + 121 + 220y < 121(x^2 + y^2) + 100 + 220y$$

$$\Rightarrow |z| < 1 \text{ (sai)}$$

$$\text{TH2: } |z| = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1. \text{ Thay vào thấy đúng.}$$

$$\text{Vậy } |z| = 1.$$

Câu 182. Cho phương trình $3x^4 - 2x^2 - 1 = 0$ trên tập số phức, khẳng định nào sau đây đúng:

- A. Phương trình có 3 nghiệm phức.
B. Phương trình chỉ có 2 nghiệm phức.
C. Phương trình này có 2 nghiệm thực.
D. Phương trình này không có nghiệm phức.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } t = x^2 \text{ phương trình thành } 3t^2 - 2t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm \frac{i\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

Câu 183. Gọi z_1, z_2, z_3 là ba nghiệm của phương trình $z^3 + z^2 + 5z - 7 = 0$. Tính $M = |z_1| + |z_2| + |z_3|$.

- A. $M = 3$. B. $M = 1 + 7\sqrt{2}$. C. $M = 2 + \sqrt{7}$. D. $M = 1 + 2\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } z^3 + z^2 + 5z - 7 = 0 \Leftrightarrow (z-1)(z^2 + 2z + 7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 \\ z = -1 + i\sqrt{6} \\ z = -1 - i\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } M = |z_1| + |z_2| + |z_3| = |1| + |-1 + i\sqrt{6}| + |-1 - i\sqrt{6}| = 1 + 2\sqrt{7}.$$

Câu 184. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phân biệt của phương trình $z^4 + 3z^2 + 4 = 0$ trên tập số phức. Tính giá trị của biểu thức $T = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2$

A. $T = 2$

B. $T = 6$

C. $T = 4$

D. $T = 8$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } z^4 + 3z^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = -\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{7}}{2} \quad (1) \\ z^2 = -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{7}}{2} \quad (2) \end{cases}$$

Không mất tính tổng quát giả sử z_1, z_2 là nghiệm của (1) và z_3, z_4 là nghiệm của (2).

$$|z_1|^2 = |z_2|^2 = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{7}{4}} = 2.$$

$$\text{Tương tự } |z_3|^2 = |z_4|^2 = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{7}{4}} = 2.$$

Vậy $T = 8$.

Câu 185. Kí hiệu z_1 và z_2 là các nghiệm của phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ và A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1 và z_2 . Tính $\cos \widehat{AOB}$.

A. $\frac{2}{3}$.

B. 1.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phương trình } z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 2 - i \\ z_2 = 2 + i \end{cases}$$

Vậy tọa độ hai điểm biểu diễn z_1 và z_2 là : $A(2;1), B(2;-1)$.

$$\text{Ta có: } \cos \widehat{AOB} = \frac{\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}}{OA \cdot OB} = \frac{2 \cdot 2 - 1 \cdot 1}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{3}{5}.$$

Câu 186. Gọi z_1, z_2, z_3 là ba nghiệm của phương trình $z^3 - 2(1+i)z^2 + (9+4i)z - 18i = 0$, trong đó z_1 là nghiệm có phần ảo âm. Tính $M = |z_1|$.

A. $M = 2\sqrt{2}$.

B. $M = 2\sqrt{3}$.

C. $M = 2$.

D. $M = 3$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } z^3 - 2(1+i)z^2 + (9+4i)z - 18i = 0 \Leftrightarrow (z-2i)(z^2 - 2z + 9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2i \\ z = 1 + 2\sqrt{2}i \\ z = 1 - 2\sqrt{2}i \end{cases}$$

Do z_1 là nghiệm có phần ảo âm nên $z_1 = 1 - 2\sqrt{2}i \Rightarrow |z_1| = 3$.

Câu 187. Trên tập số phức, tính tổng môđun bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $z^4 - 16 = 0$.

A. 16.

B. 8.

C. 4.

D. 32.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } z^4 - 16 = 0 \Leftrightarrow (z^2 - 4)(z^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow z_1 = 2 \vee z_2 = -2 \vee z_3 = 2i \vee z_4 = -2i.$$

$$\Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2 = 16.$$

Câu 188. Cho số phức z thỏa mãn $11z^{2018} + 10iz^{2017} + 10iz - 11 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. 6.

B. 3.

C. $2 + \sqrt{3}$.

D. $2 + 2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

$$z^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 \\ z_2 = 1 + \sqrt{3}i \\ z_3 = 1 - \sqrt{3}i \end{cases} \Rightarrow |z_1| + |z_2| + |z_3| = 6.$$

Câu 189. Tập nghiệm của phương trình $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$ là:

A. $\{\pm 2; \pm 4i\}$.

B. $\{\pm\sqrt{2}; \pm 2i\}$.

C. $\{\pm\sqrt{2}i; \pm 2\}$.

D. $\{\pm 2; \pm 4i\}$.

Lời giải

Chọn C

$$z^4 - 2z^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = -2 \\ z^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm\sqrt{2}i \\ z = \pm 2 \end{cases}.$$

Câu 190. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 3z + 7 = 0$. Tính $P = z_1 z_2 (z_1 + z_2)$.

A. $P = 21$.

B. $P = 10$.

C. $P = -21$.

D. $P = -10$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: } \begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = -3 \\ z_1 z_2 = \frac{c}{a} = 7 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } P = z_1 z_2 (z_1 + z_2) = -21.$$

Câu 191. Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phân biệt của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính giá trị của tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A. $T = 5$. B. $T = 4 + 2\sqrt{3}$. C. $T = 10$. D. $T = \sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn C

$$z^4 - z^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow (z^2 + 3)(z^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm i\sqrt{3} \\ z = \pm 2 \end{cases}.$$

Vậy $T = 10$.

Câu 192. Cho số phức z thỏa mãn $z^3 + 4z = 0$. Khi đó

- A. $|z| \in \{0\}$. B. $|z| \in \{0; 1\}$. C. $|z| \in \{1; 2\}$. D. $|z| \in \{0; 2\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } z^3 + 4z = 0 \Leftrightarrow z(z^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ z^2 + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \Rightarrow |z| = 0 \\ z = 2i \Rightarrow |z| = 2 \\ z = -2i \Rightarrow |z| = 2 \end{cases}.$$

Do đó, $|z| \in \{0; 2\}$.

Câu 193. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm của phương trình $z^4 + 4z^3 + 3z^2 - 3z + 3 = 0$. Tính $T = (z_1^2 + 2z_1 + 2)(z_2^2 + 2z_2 + 2)(z_3^2 + 2z_3 + 2)(z_4^2 + 2z_4 + 2)$.

- A. $T = 99$. B. $T = 100$. C. $T = 102$. D. $T = 101$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } f(z) = z^4 + 4z^3 + 3z^2 - 3z + 3 \Rightarrow f(z) = (z - z_1)(z - z_2)(z - z_3)(z - z_4).$$

Do $z_1^2 + 2z_1 + 2 = (z_1 + 1 - i)(z_1 + 1 + i)$ nên

$$T = (z_1^2 + 2z_1 + 2)(z_2^2 + 2z_2 + 2)(z_3^2 + 2z_3 + 2)(z_4^2 + 2z_4 + 2) = f(-1 + i)f(-1 - i) = (10 - i)(10 + i) = 101.$$

Câu 194. Phương trình $z^3 = 8$ có bao nhiêu nghiệm phức.

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có.

$$z^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow (z + 2)(z^2 - 2z + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 \\ z^2 - 2z + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 \\ (z - 1)^2 = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 \\ z - 1 = i\sqrt{3} \\ z - 1 = -i\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 \\ z = 1 + i\sqrt{3} \\ z = 1 - i\sqrt{3} \end{cases}.$$

Vậy phương trình có 3 nghiệm phức.

Câu 195. Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $(z^2 - 1)^2 = 2z^2 + 46$. Tính tổng $M = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A. $M = 6$. B. $M = 3 + 2\sqrt{5}$. C. $M = 2\sqrt{5}$. D. $M = 6 + 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

$$(z^2 - 1)^2 = 2z^2 + 46 \Leftrightarrow z^4 - 4z^2 - 45 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 9 \\ z^2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 3 \\ z = \pm \sqrt{5}i \end{cases}.$$

Câu 196. Kí hiệu $z_1; z_2; z_3$ là ba nghiệm của phương trình phức $z^3 + 2z^2 + z - 4 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = |z_1| + |z_2| + |z_3|$.

- A. $T = 4 + \sqrt{5}$. B. $T = 4$. C. $T = 5$. D. $T = 4\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow (z-1)(z^2 + 3z + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 \\ z^2 + 3z + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 \\ z = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{7}}{2}i \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } T = \sqrt{1^2 + 0^2} + \sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2} = 5.$$

Câu 197. Gọi z_1, z_2, z_3 là ba nghiệm của phương trình $z^3 - 1 = 0$. Tính $S = |z_1| + |z_2| + |z_3|$

- A. $S = 1$ B. $S = 4$ C. $S = 2$ D. $S = 3$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } z^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 \\ z = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}. \text{ Do đó: } S = |1| + \left| \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right| + \left| \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right| = 3.$$

Câu 198. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm phức của phương trình: $z^4 - 2z^2 - 3 = 0$. Tính giá trị của biểu thức: $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2$.

- A. 0. B. 8. C. $2 + 2\sqrt{3}$. D. 20.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } z^4 - 2z^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = -1 \\ z^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm i \\ z = \pm \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow A = 8.$$

Câu 199. Trong $\mathbb{C}$, phương trình $x^3 + 1 = 0$ có nghiệm là:

A. $z = -1$.

B. $z = -1; z = \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$.

C. $z = -1; z = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$.

D. $z = -1; z = \frac{2 \pm i\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$z^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)(z^2 + z + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 \\ z = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$$

Câu 200. Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $z^4 - z^2 - 6 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

A. $T = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$.

B. $T = 2\sqrt{2}$.

C. $T = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$.

D. $T = 3 - 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tương đương với $(z^2 + 2)(z^2 - 3) = 0$.

Vậy $z_1 = -i\sqrt{2}, z_2 = i\sqrt{2}, z_3 = -\sqrt{3}, z_4 = \sqrt{3}$. $T = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$.

Câu 201. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$. Tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$ bằng?

A. $3\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 0.

D. $\sqrt{2}(2 + i)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } 2z^4 - 3z^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 2 \\ z^2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm\sqrt{2} \\ z = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}i \end{cases}$$

$$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = |\sqrt{2}| + |-\sqrt{2}| + \left|\frac{\sqrt{2}}{2}i\right| + \left|-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right| = \sqrt{2} + \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}.$$

Câu 202. Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $z^4 + z^2 - 6 = 0$. Tính $S = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

A. $S = 2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

B. $S = 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})$

C. $S = 2\sqrt{2}$

D. $S = 2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } z^4 + z^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 2 \\ z^2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm\sqrt{2} \\ z = \pm i\sqrt{3} \end{cases}$$

Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình, ta có:

$$S = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 2(\sqrt{2} + \sqrt{3}).$$

Câu 203. Cho phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$. Nếu $z = 1 + i$ và $z = 2$ là hai nghiệm của phương trình thì a, b, c bằng

A. $\begin{cases} a = 4 \\ b = 5 \\ c = 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \\ c = -4 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = 4 \\ b = -5 \\ c = 1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Do $z = 2, z = 1 + i$ là nghiệm của phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ nên ta có.

$$\begin{cases} 8 + 4a + 2b + c = 0 \\ (1+i)^3 + a(1+i)^2 + b(1+i) + c = 0 \end{cases} \quad (1).$$

$$(1) \Leftrightarrow (-2 + 2i) + 2ia + b(1+i) + c = 0 \Leftrightarrow -2 + b + c + (2 + 2a + b)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 + b + c = 0 \\ 2 + 2a + b = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra hệ phương trình } \begin{cases} -2 + b + c = 0 \\ 2 + 2a + b = 0 \\ 8 + 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \\ c = -4 \end{cases}.$$

Câu 204. Cho a, b, c là các số thực sao cho phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ có ba nghiệm phức lần lượt là $z_1 = \omega + 3i; z_2 = \omega + 9i; z_3 = 2\omega - 4$, trong đó ω là một số phức nào đó. Tính giá trị của $P = |a + b + c|$.

A. $P = 84$.

B. $P = 36$.

C. $P = 136$.

D. $P = 208$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_1 + z_2 + z_3 = -a \Leftrightarrow 4\omega + 12i - 4 = -a$ là số thực, suy ra ω có phần ảo $-3i$ hay $\omega = m - 3i$.

Khi đó $z_1 = m; z_2 = m + 6i; z_3 = 2m - 6i - 4$ mà $z_3; z_2$ là liên hợp của nhau nên $m = 2m - 4 \Leftrightarrow m = 4$.

Vậy $z_1 = 4; z_2 = 4 + 6i; z_3 = 4 - 6i$.

$$\text{Theo Viet ta có. } \begin{cases} z_1 + z_2 + z_3 = -a \\ z_1z_2 + z_2z_3 + z_1z_3 = b \\ z_1z_2z_3 = -c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -12 \\ b = 84 \\ c = -208 \end{cases}.$$

$$P = |-12 + 84 - 208| = 136.$$

Câu 205. Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 6 = 0$. Tính tổng $S = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

A. $S = 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$.

B. $S = 2\sqrt{2}$.

C. $S = 1$.

D. $S = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } z^4 - z^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow (z^2 - 3)(z^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm\sqrt{3} \\ z = \pm\sqrt{2}i \end{cases}.$$

$$\Rightarrow S = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 2(\sqrt{3} + \sqrt{2}).$$

Câu 206. Gọi z_1, z_2, z_3 là các nghiệm của phương trình $iz^3 - 2z^2 + (1-i)z + i = 0$. Biết z_1 là số thuần ảo. Đặt $P = |z_2 - z_3|$, hãy chọn khẳng định đúng?

- A. $4 < P < 5$ B. $2 < P < 3$ C. $3 < P < 4$ D. $1 < P < 2$

Lời giải

Chọn B

$$iz^3 - 2z^2 + (1-i)z + i = 0 \Leftrightarrow (z+i)(iz^2 - z + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -i \\ iz^2 - z + 1 = 0(1) \end{cases}.$$

Vì z_1 là số thuần ảo nên z_2, z_3 là nghiệm của phương trình (1).

$$\text{Ta có: } (z_2 - z_3)^2 = (z_2 + z_3)^2 - 4z_2z_3 = -1 + 4i$$

$$\Rightarrow |(z_2 - z_3)^2| = |-1 + 4i| = \sqrt{17} \Rightarrow P = |z_2 - z_3| = \sqrt[4]{17}.$$

Câu 207. Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - 2z^2 - 63 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A. $T = 3 + 2\sqrt{7}$ B. $T = 6$ C. $T = 2\sqrt{7}$ D. $T = 6 + 2\sqrt{7}$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } z^4 - 2z^2 - 63 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 9 \\ z^2 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 3 \\ z = \pm i\sqrt{7} \end{cases}.$$

Câu 208. Xét phương trình $z^3 = 1$ trên tập số phức. Tập nghiệm của phương trình là

- A. $S = \{1\}$ B. $S = \left\{1, -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$
C. $S = \left\{-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$ D. $S = \left\{1, \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}\right\}$

Lời giải

Chọn B

$$(a+bi)^3 = 1 \Leftrightarrow a^3 + 3a^2bi - 3ab^2 - b^3i = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^3 - 3ab^2 = 1 \\ 3a^2b - b^3 = 0(2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow z = 1 \\ b = \pm a\sqrt{3} \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow z = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}.$$

Câu 209. Phương trình $z^3 = 8$ có bao nhiêu nghiệm phức với phần ảo âm.

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$z^3 = 8 \Leftrightarrow (z-2)(z^2+2z+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ z = -1 + \sqrt{3}i \\ z = -1 - \sqrt{3}i \end{cases}$$

Câu 210. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm của phương trình: $z^4 + z^2 - 6 = 0$. Giá trị của $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$ là:

- A. $2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$. B. 1. C. $2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$. D. 7.

Lời giải

Chọn A

Giải phương trình $z^4 + z^2 - 6 = 0$ ta được $z_1 = \sqrt{2}; z_2 = -\sqrt{2}; z_3 = i\sqrt{3}; z_4 = -i\sqrt{3}$.
 $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$.

□ DẠNG TOÁN 8: BIỂU DIỄN SỐ PHỨC

Câu 211. Cho các điểm A, B, C nằm trong mặt phẳng phức lần lượt biểu diễn các số phức $1+3i, -2+2i, 1-7i$. Gọi D là điểm sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Điểm D biểu diễn số phức nào trong các số phức sau đây?

- A. $z = 4+6i$. B. $z = 2+8i$. C. $z = -2-8i$. D. $z = 4-6i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A(1;3), B(-2;2), C(1;-7)$. Gọi $D(x_D; y_D)$.

Vì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 1 = 3 \\ y_D - 3 = -9 \end{cases} \Rightarrow D(4; -6)$.

Câu 212. Mệnh đề nào dưới đây sai?

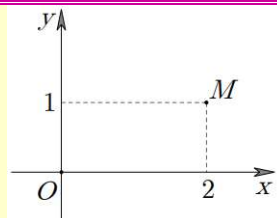
- A. Điểm $M(-1;2)$ là điểm biểu diễn số phức $z = -1+2i$.
 B. Số phức $z = \sqrt{2}i$ là số thuần ảo.
 C. Mô đun của số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là $a^2 + b^2$.
 D. Số phức $z = 5-3i$ có phần thực là 5, phần ảo -3.

Lời giải

Chọn C

Mô đun của số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 213. Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ là



A. $2+i$.

B. $2-i$.

C. $1+2i$.

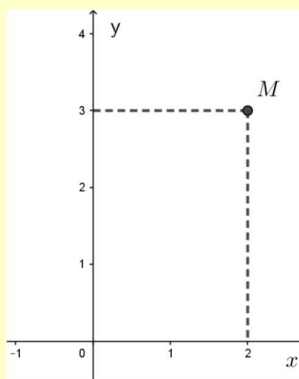
D. $1-2i$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta có $z = 2+i$, suy ra $\bar{z} = 2-i$.

Câu 214. Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức $\bar{z}$.



Số phức z bằng

A. $3+2i$.

B. $3-2i$.

C. $2+3i$.

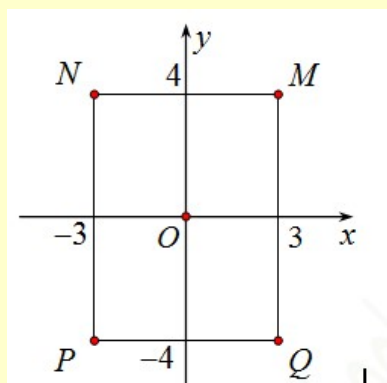
D. $2-3i$.

Lời giải

Chọn D

Từ hình vẽ ta có $\bar{z} = 2+3i \Rightarrow z = 2-3i$.

Câu 215. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z = 10-5i$. Hỏi điểm biểu diễn số phức z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?



A. Điểm N .

B. Điểm M .

C. Điểm P .

D. Điểm Q .

Lời giải

Chọn D

Ta có $(2+i)z = 10-5i \Leftrightarrow z = \frac{10-5i}{2+i} = \frac{(10-5i)(2-i)}{2^2+1^2} = \frac{20-20i+5i^2}{5} \Leftrightarrow z = 3-4i$. Do vậy điểm $Q(3;-4)$ là điểm biểu diễn số phức z .

Câu 216. Hỏi điểm $M(3; -1)$ là điểm biểu diễn số phức nào sau đây?

A. $z = 3 - i$

B. $z = -3 + i$

C. $z = -1 + 3i$

D. $z = 1 - 3i$

Lời giải

Chọn A

Điểm $M(a; b)$ trong một hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$.

Do đó điểm $M(3; -1)$ là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - i$.

Câu 217. Biểu diễn hình học của số phức $z = 2 - 3i$ là điểm nào trong những điểm sau đây?

A. $I(-2; -3)$.

B. $I(-2; 3)$.

C. $I(2; -3)$.

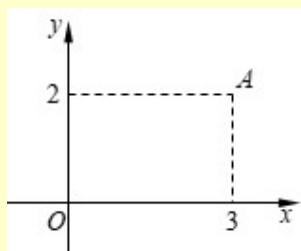
D. $I(2; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Biểu diễn hình học của số phức $z = 2 - 3i$ là điểm $I(2; -3)$.

Câu 218. Điểm A trong hình vẽ bên biểu diễn cho số phức z .



Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$.

B. Phần thực là -3 và phần ảo là 2 .

C. Phần thực là 3 và phần ảo là $-2i$.

D. Phần thực là 3 và phần ảo là -2 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = 3 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 - 2i$.

Câu 219. Cho số phức $z = 5 - 4i$. Số phức đối của z có điểm biểu diễn là

A. $(-5; 4)$.

B. $(-5; -4)$.

C. $(5; 4)$.

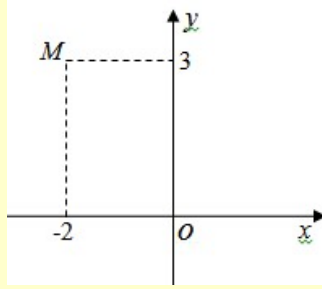
D. $(5; -4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có số phức $z = 5 - 4i$ nên số phức đối của z là $-z = -5 + 4i$.

Câu 220. Điểm M trong hình vẽ dưới đây biểu thị cho số phức



A. $2 - 3i$.

B. $3 + 2i$.

C. $3 - 2i$.

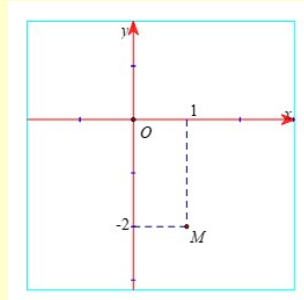
D. $-2 + 3i$.

Lời giải

Chọn D

Hoành độ, tung độ của điểm M là phần thực, phần ảo của số phức $\Leftrightarrow z = -2 + 3i$.

Câu 221. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z tìm phần thực và phần ảo của số phức z



A. Phần thực là 1 và phần ảo là $-2i$.

B. Phần thực là -2 và phần ảo là 1.

C. Phần thực là -2 và phần ảo là i .

D. Phần thực là 1 và phần ảo là -2 .

Lời giải

Chọn D

Ta có số phức $z = 1 + 2i$ nên phần thực là 1 và phần ảo là -2 .

Câu 222. Trong mặt phẳng Oxy , $A(1;7)$, $B(-5;5)$ lần lượt biểu diễn hai số phức z_1 , z_2 . C biểu diễn số phức $z_1 + z_2$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai.

A. C có tọa độ $(-4;12)$.

B. $\overline{CB}$ biểu diễn số phức $-z_1$.

C. $\overline{AB}$ biểu diễn số phức $z_1 - z_2$.

D. $OACB$ là hình thoi.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{OA}$ biểu diễn cho z_1 , $\overrightarrow{OB}$ biểu diễn cho z_2 nên $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$ biểu diễn cho $z_1 - z_2$. Các câu còn lại dễ dàng kiểm tra là đúng.

Câu 223. Cho số phức $z = 2018 - 2017i$. Điểm M biểu diễn của số phức liên hợp của z là

A. $M(2018;2017)$

B. $M(2018;-2017)$

C. $M(-2018;-2017)$

D. $M(-2018;2017)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\bar{z} = 2018 + 2017i$, nên $M(2018; 2017)$.

Câu 224. Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 1 + 2i$; $z_2 = 5 - i$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $\sqrt{5} + \sqrt{26}$. B. 5. C. 25. D. $\sqrt{37}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $A(1; 2)$, $B(5; -1) \Rightarrow AB = 5$.

Câu 225. Giả sử A, B theo thứ tự là điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2 . Khi đó độ dài của $\overline{AB}$ bằng

- A. $|z_1| - |z_2|$. B. $|z_2 + z_1|$. C. $|z_2 - z_1|$. D. $|z_1| + |z_2|$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$).

Theo đề bài ta có: $A(a; b)$, $B(c; d) \Rightarrow AB = \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2}$.

$$z_2 - z_1 = (a-c) + (d-b)i \Rightarrow |z_2 - z_1| = \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2}.$$

Câu 226. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = z + i\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ?

- A. $P(-3; 3)$. B. $M(3; 3)$. C. $Q(3; 2)$. D. $N(2; 3)$.

Lời giải

Chọn B

$$w = z + i\bar{z} = 1 + 2i + i(1 - 2i) = 3 + 3i.$$

Vậy điểm biểu diễn của số phức $w = z + i\bar{z}$ là $M(3; 3)$.

Câu 227. Tìm điểm M biểu diễn số phức $z = i - 2$.

- A. $M(2; 1)$. B. $M(1; -2)$. C. $M(2; -1)$. D. $M(-2; 1)$.

Lời giải

Chọn D

:

Ta có $z = i - 2 = -2 + i \Rightarrow M(-2; 1)$ là điểm biểu diễn số phức $z = i - 2$.

Câu 228. Cho số phức $z = (1 + 2i)(2 - i)$, điểm biểu diễn của số phức $i.z$ là.

- A. $M(4; 3)$. B. $M(-3; 4)$. C. $M(3; 4)$. D. $M(4; -3)$.

Lời giải

Chọn B

$$z = (1 + 2i)(2 - i) = 4 + 3i \Rightarrow i.z = -3 + 4i \Rightarrow \text{Điểm biểu diễn số phức } i.z \text{ là } M(-3; 4).$$

Câu 229. Cho số phức z thỏa mãn: $(4-i)z = 3-4i$. Điểm biểu diễn của z là:

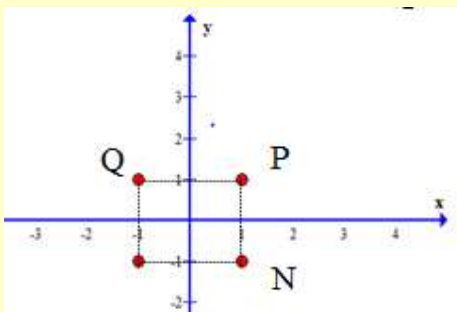
- A. $M\left(\frac{16}{15}; -\frac{11}{15}\right)$. B. $M\left(\frac{9}{5}; -\frac{4}{5}\right)$. C. $M\left(\frac{9}{25}; -\frac{23}{25}\right)$. D. $M\left(\frac{16}{17}; -\frac{13}{17}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(4-i)z = 3-4i \Rightarrow z = \frac{3-4i}{4-i} = \frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$ suy ra $M\left(\frac{16}{17}; -\frac{13}{17}\right)$.

Câu 230. Cho số phức z thỏa mãn $(1+3i)z + 2i = -4$. Điểm nào sau đây biểu diễn cho z trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên.



- A. Điểm M. B. Điểm N. C. Điểm Q. D. Điểm P.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\begin{aligned} (1+3i)z + 2i &= -4 \Leftrightarrow (1+3i)z = -4-2i \\ \Leftrightarrow z &= \frac{-4-2i}{1+3i} = \frac{(-4-2i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)} = \frac{-10+10i}{10} = -1+i. \end{aligned}$$

Vậy điểm biểu diễn của z là $Q(-1;1)$.

Câu 231. Cho số phức $z = -2+i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ ?

- A. $M(-1;-2)$. B. $N(2;1)$. C. $Q(1;2)$. D. $P(-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

$w = iz = i(-2+i) = -1-2i \Rightarrow$ điểm $P(-2;1)$ là điểm biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ.

Câu 232. Cho số phức $z = -4+2i$. Trong mặt phẳng phức, điểm biểu diễn của z có tọa độ là

- A. $M(-4i;2)$. B. $M(-4;2i)$. C. $M(-4;2)$. D. $M(2;-4)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 233. Điểm biểu diễn hình học của số phức $z = \frac{25}{3+4i}$ là

- A. $(2; -3)$. B. $(3; -2)$. C. $(3; -4)$. D. $(3; 4)$.

Lời giải

Chọn C

$$z = \frac{25}{3+4i} = 3 - 4i.$$

Vậy điểm biểu diễn hình học của số phức là: $(3; -4)$.

Câu 234. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 + 5i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z' = -2 + 5i$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc toạ độ O .
 B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.
 C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.
 D. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào giả thiết ta suy ra $A(2; 5)$ và $B(-2; 5)$.

Ta thấy A và B đối xứng nhau qua trục tung.

Câu 235. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $z = i(1+2i)^2$. Tọa độ của điểm M là:

- A. $M(4; -3)$. B. $M(4; 3)$. C. $M(-4; 3)$. D. $M(-4; -3)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } z = i(1+2i)^2 = i(1+4i+4i^2) = i(-3+4i) = -4-3i.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức z là $M(-4; -3)$.

Câu 236. Biết số phức z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $A(1; -2)$. Tìm số phức z .

- A. $z = 2 - i$. B. $z = 1 - 2i$. C. $z = -2 + i$. D. $z = -1 + 2i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức $z = a + bi$; $(a, b \in \mathbb{R})$ có điểm $A(a; b)$ biểu diễn z trên mặt phẳng tọa độ.

Do $A(1; -2)$ nên A là điểm biểu diễn số phức $z = 1 - 2i$.

Câu 237. Giả sử A, B theo thứ tự là điểm biểu diễn của các số phức $z_1; z_2$. Khi đó độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB}$ bằng:

- A. $|z_1| - |z_2|$. B. $|z_2 - z_1|$. C. $|z_1| + |z_2|$. D. $|z_2 + z_1|$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $z_1 = x_A + y_A i$; $z_2 = x_B + y_B i$ ($x_A, y_A, x_B, y_B \in \mathbb{R}$).

Khi đó $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. Ta có.

$$\square \overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) \Rightarrow |\overline{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad (1).$$

$$\square z_2 - z_1 = (x_B - x_A) + (y_B - y_A)i \Rightarrow |z_2 - z_1| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $|\overline{AB}| = |z_2 - z_1|$.

Câu 238. Cho số phức $z = m + (m-3)i$, $m \in \mathbb{R}$. Tìm m để điểm biểu diễn của số phức z nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ hai và thứ tư.

A. $m = 0$.

B. $m = \frac{2}{3}$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = m + (m-3)i \Rightarrow M(m; m-3) \in d : y = -x \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$.

Câu 239. Cho các số phức $z_1 = -1+i, z_2 = 2+3i, z_3 = 5+i, z_4 = 2-i$ lần lượt có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức là M, N, P, Q . Hỏi tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

A. Tứ giác $MNPQ$ là hình thoi.

B. Tứ giác $MNPQ$ là hình vuông.

C. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

D. Tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ các điểm $M(-1;1), N(2;3), P(5;1), Q(2;-1)$ khi biểu diễn chúng trên mặt phẳng tọa độ ta sẽ thu được hình thoi.

Câu 240. Cho A, B, C tương ứng là các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức $z_1 = 1+2i, z_2 = -2+5i, z_3 = 2+4i$. Số phức z biểu diễn bởi điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

A. $1+5i$.

B. $3+5i$.

C. $-1+7i$.

D. $5+i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $A(1;2), B(-2;5), C(2;4)$.

Gọi $D(x;y)$.

Ta có $\overline{AB} = (-3;3), \overline{DC} = (2-x;4-y)$

Để $ABCD$ là hình bình hành thì $\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$. Vậy $z = 5+i$.

Câu 241. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức $w = (i+1)z_1$.

A. $M(1;5)$.

B. $M(-5;-1)$.

C. $M(5;1)$.

D. $M(-1;-5)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z^2 + 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -3 + 2i \\ z_2 = -3 - 2i \end{cases}$. Suy ra $w = (i+1)z_1 = (i+1)(-3+2i) = -5-i$.

Vậy tọa độ điểm M biểu diễn số phức $w = (i+1)z_1$ là $M(-5; -1)$.

Câu 242. Cho tam giác ABC có ba đỉnh A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn hình học của các số phức $z_1 = 2-i, z_2 = -1+6i, z_3 = 8+i$. Số phức z_4 có điểm biểu diễn hình học là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây là **đúng**

- A. $(z_4)^2 = 13+12i$. B. $\overline{z_4} = 3-2i$. C. $z_4 = 3-2i$. D. $|z_4| = 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $A(2; -1), B(-1; 6), C(8; 1)$.

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G(3; 2) \Leftrightarrow z_4 = 3+2i \Rightarrow \overline{z_4} = 3-2i$.

Câu 243. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z = 2i$. Tìm điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ (Oxy).

- A. Điểm $M(-1; 1)$. B. Điểm $Q(-1; -1)$. C. Điểm $P(1; -1)$. D. Điểm $N(1; 1)$.

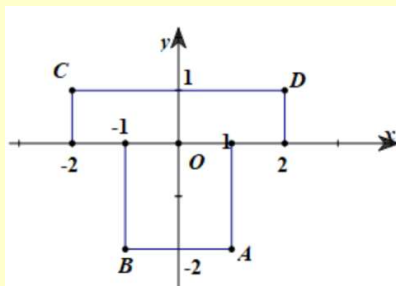
Lời giải

Chọn A

Ta có: $(1-i)z = 2i \Leftrightarrow z = \frac{2i}{1-i} = -1+i$.

Điểm biểu diễn số phức z là $M(-1; 1)$.

Câu 244. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z - (2+3i)\overline{z} = 1-9i$. Số phức $w = \frac{5}{iz}$ có điểm biểu diễn là điểm nào trong các điểm A, B, C, D ở hình bên?



- A. Điểm B . B. Điểm D . C. Điểm A . D. Điểm C .

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \overline{z} = a-bi$.

Ta có: $z - (2+3i)\overline{z} = 1-9i \Leftrightarrow a+bi - (2+3i)(a-bi) = 1-9i$.

$\Leftrightarrow a+bi - 2a+2bi - 3ai - 3b = 1-9i \Leftrightarrow -a-3b-3ai+3bi = 1-9i$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -a-3b=1 \\ -3a+3b=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow z=2-i.$$

$$\text{Số phức } w = \frac{5}{iz} = \frac{5}{i(2-i)} = 1-2i.$$

Vậy điểm biểu diễn của số phức w là $A(1;-2)$.

Câu 245. Gọi M, M' theo thứ tự là các điểm biểu diễn số phức $z \neq 0$ và $z' = \frac{1+i}{2}z$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

- A. $\triangle OMM'$ là tam giác đều. B. $\triangle OMM'$ là tam giác tù.
C. $\triangle OMM'$ là tam giác vuông cân. D. $\triangle OMM'$ là tam giác nhọn.

Lời giải

Chọn C

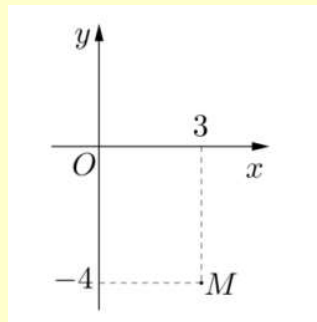
Gọi $M(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức z .

$$\text{Ta có } z' = \frac{1+i}{2}(a+bi) = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b + \left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b\right)i \text{ có điểm biểu diễn là } M'\left(\frac{a}{2} - \frac{b}{2}; \frac{a}{2} + \frac{b}{2}\right).$$

$$\text{Suy ra: } OM = \sqrt{a^2 + b^2}; OM' = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}; MM' = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}.$$

Ta có $OM'^2 + MM'^2 = OM^2$ nên $\triangle OMM'$ là tam giác vuông cân.

Câu 246. Điểm M trong hình vẽ trên là điểm biểu diễn cho số phức z . Phần ảo của số phức $(1+i)z$ bằng?



- A. -7 . B. 1 . C. -1 . D. 7 .

Lời giải

Chọn C

$M(3;-4) \Leftrightarrow z = 3-4i$. Khi đó $(1+i)z = 7-i$. Vậy phần ảo của số phức $(1+i)z$ bằng -1 .

Câu 247. Cho 3 điểm A, B, C lần lượt biểu diễn cho các số phức z_1, z_2, z_3 . Biết $|z_1| = |z_2| = |z_3|$ và $z_1 + z_2 = 0$. Khi đó tam giác ABC là tam giác gì?

- A. Tam giác ABC đều. B. Tam giác ABC vuông tại C .
C. Tam giác ABC cân tại C . D. Tam giác ABC vuông cân tại C .

Lời giải

Chọn B

Vì $z_1 + z_2 = 0$ nên z_1, z_2 là hai số phức đối nhau, do đó hai điểm A, B đối xứng qua gốc O (tức O là trung điểm của đoạn thẳng AB).

Lại có $|z_1| = |z_2| = |z_3| \Leftrightarrow OA = OB = OC \Leftrightarrow CO = \frac{AB}{2}$. Vậy ΔABC có độ dài đường trung tuyến bằng một nửa cạnh huyền nên vuông tại C .

Câu 248. Cho số phức z thỏa mãn $iz + 2 - i = 0$. Khoảng cách từ điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ Oxy đến điểm $M(3; -4)$ là:

- A. $\sqrt{13}$. B. $2\sqrt{10}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } iz + 2 - i = 0 \Leftrightarrow iz = i - 2 \Leftrightarrow \frac{i - 2}{i} = \frac{(i - 2)(-i)}{1} = 1 + 2i$$

Điểm biểu diễn của số phức z là $A(1; 2)$

$$AM = \sqrt{(3-1)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

Câu 249. Số phức $z = 4 + 2i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là M . Tìm tọa độ điểm M

- A. $M(4; 2)$. B. $M(2; 4)$. C. $M(4; -2)$. D. $M(-4; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Số phức $z = 4 + 2i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $M(4; 2)$.

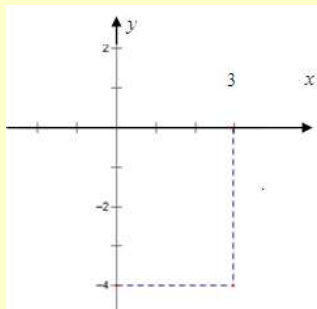
Câu 250. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Hãy tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức z .

- A. $(-1; 2)$. B. $(-1; -2)$. C. $(1; -2)$. D. $(1; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 251. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm z ?



- A. $z = 3 - 4i$. B. $z = -3 + 4i$. C. $z = -4 + 3i$. D. $z = 3 + 4i$.

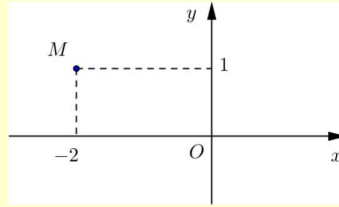
Lời giải

Chọn A

Ta có $M(3; -4)$. Vậy điểm M biểu diễn cho số phức $z = 3 - 4i$.

Câu 252. Trong mặt phẳng Oxy , điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Số

phức $\bar{z}$ là



A. $-2-i$

B. $1+2i$

C. $-2+i$

D. $1-2i$

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = -2+i \Rightarrow \bar{z} = -2-i$.

Câu 253. Cho hai số phức $z_1 = 1-3i$, $z_2 = -4-6i$ có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ lần lượt là hai điểm M và N . Gọi z là số phức mà có điểm biểu diễn là trung điểm của đoạn MN . Hỏi z là số phức nào trong các số phức dưới đây?

A. $z = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$.

B. $z = -\frac{3}{2} - \frac{9}{2}i$.

C. $z = -3-9i$.

D. $z = -1-3i$.

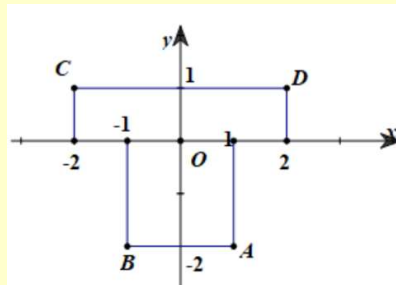
Lời giải

Chọn B

Ta có $M(1;-3)$, $N(-4;-6)$. Suy ra trung điểm I của MN là $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$.

Do đó I là điểm biểu diễn của số phức $z = -\frac{3}{2} - \frac{9}{2}i$.

Câu 254. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i$. Số phức $w = \frac{5}{iz}$ có điểm biểu diễn là điểm nào trong các điểm A, B, C, D ở hình bên?



A. Điểm A .

B. Điểm C .

C. Điểm B .

D. Điểm D .

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a-bi$

Ta có $z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i$

$\Leftrightarrow a+bi - (2+3i)(a-bi) = 1-9i$

$\Leftrightarrow a+bi - 2a+2bi - 3ai - 3b = 1-9i$

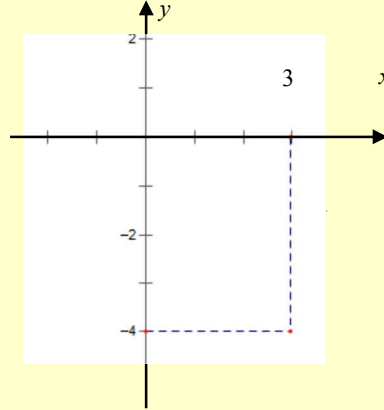
$\Leftrightarrow -a-3b-3ai+3bi = 1-9i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -a-3b=1 \\ -3a+3b=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow z = 2-i$

$$\text{Số phức } w = \frac{5}{iz} = \frac{5}{i(2-i)} = 1-2i$$

Vậy điểm biểu diễn của số phức w là $A(1;-2)$.

Câu 255. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm z ?



A. $z = 3 + 4i$.

B. $z = 3 - 4i$.

C. $z = -3 + 4i$.

D. $z = -4 + 3i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $M(3; -4)$. Vậy điểm M biểu diễn cho số phức $z = 3 - 4i$.

Câu 256. Số nào sau đây là số đối của số phức z , biết z có phần thực dương thỏa mãn $|z| = 2$ và trong mặt phẳng phức thì z có điểm biểu diễn thuộc đường thẳng $y - \sqrt{3}x = 0$.

A. $1 + \sqrt{3}i$.

B. $-1 - \sqrt{3}i$.

C. $-1 + \sqrt{3}i$.

D. $1 - \sqrt{3}i$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có $|z| = 2$ nên $a^2 + b^2 = 4$.

Vì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $y - \sqrt{3}x = 0$ nên $b = a\sqrt{3}$.

Và vì $a > 0$ nên $a = 1$, $b = \sqrt{3}$.

Câu 257. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 2$, $z_2 = 4i$, $z_3 = 2 + 4i$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Tính diện tích tam giác ABC .

A. 6.

B. 4.

C. 8.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $A(2;0)$, $B(0;4)$, $C(2;4)$ suy ra $\overrightarrow{AC} = (0;4)$; $\overrightarrow{BC} = (2;0) \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

Do đó tam giác ABC là tam giác vuông tại C . Suy ra $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} CA \cdot CB = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$.

Câu 258. Cho A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $4 - 3i$, $(1 + 2i)i$, $\frac{1}{i}$. Số

phức có điểm biểu diễn D sao cho $ABCD$ là hình bình hành là.

- A. $z = -6 + 3i$. B. $z = 6 - 5i$. C. $z = 4 - 2i$. D. $z = -6 - 4i$

Lời giải

Chọn B

* Ta có:

A là điểm biểu diễn của số phức $4 - 3i$ nên $A(4; -3)$.

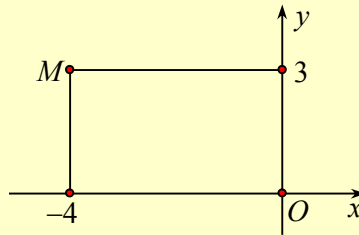
B là điểm biểu diễn của số phức $(1 + 2i)i = -2 + i$ nên $B(-2; 1)$.

C là điểm biểu diễn của số phức $\frac{1}{i} = -i$ nên $C(0; -1)$.

* Để $ABCD$ là hình bình hành điều kiện là $\overline{AD} = \overline{BC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D - x_A = x_C - x_B \\ y_D - y_A = y_C - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = x_C + x_A - x_B = 6 \\ y_D = y_C + y_A - y_B = -5 \end{cases} \Rightarrow D(6; -5) \Rightarrow z = 6 - 5i.$$

Câu 259. Cho điểm M là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



- A. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$. B. Phần thực là -4 và phần ảo là 3.
C. Phần thực là 3 và phần ảo là -4 . D. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

Lời giải

Chọn B

Câu 260. Cho số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ và $z_1 + z_2 + z_3 = 0$. Tính $A = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$.

- A. $A = 1$. B. $A = 1 + i$. C. $A = -1$. D. $A = 0$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Chọn $z_1 = 1, z_2 = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_3 = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Khi đó:

$$A = 1^2 + \left(\frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 + \left(\frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 = 0.$$

(Lí giải cách chọn là vì $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ và $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ nên các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 là ba đỉnh của tam giác đều nội tiếp đường tròn đơn vị nhận gốc O làm trọng tâm, nên ta chỉ việc giải nghiệm của phương trình $z^3 = 0$ để chọn ra các nghiệm là z_1, z_2, z_3).

Cách 2: Nhận thấy $z\bar{z} = |z|^2 = 1 \Rightarrow z = \frac{1}{\bar{z}}$. Do đó $z_1 = \frac{1}{\bar{z}_1}, z_2 = \frac{1}{\bar{z}_2}, z_3 = \frac{1}{\bar{z}_3}$. Khi đó.

$$\begin{aligned} A &= z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = (z_1 + z_2 + z_3)^2 - 2(z_1z_2 + z_1z_3 + z_2z_3) \\ &= 0 - 2\left(\frac{1}{\bar{z}_1\bar{z}_2} + \frac{1}{\bar{z}_1\bar{z}_3} + \frac{1}{\bar{z}_2\bar{z}_3}\right) \\ &= -2\left(\frac{\bar{z}_1 + \bar{z}_2 + \bar{z}_3}{\bar{z}_1\bar{z}_2\bar{z}_3}\right) = -2\left(\frac{\overline{z_1 + z_2 + z_3}}{\bar{z}_1\bar{z}_2\bar{z}_3}\right) = -2.0 = 0. \end{aligned}$$

Cách 3: Vì $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ và $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ nên các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 là ba đỉnh của tam giác đều nội tiếp đường tròn đơn vị nhận gốc O làm trọng tâm.

Do đó ta có thể giả sử argumen của z_1, z_2, z_3 lần lượt là $\phi_1, \phi_1 + \frac{2\pi}{3}, \phi_1 + \frac{4\pi}{3}$.

Nhận thấy argumen của z_1^2, z_2^2, z_3^2 lần lượt là $2\phi_1, 2\phi_1 + \frac{4\pi}{3}, 2\phi_1 + \frac{8\pi}{3} = 2\phi_1 + \frac{2\pi}{3}$ (vẫn lệch đều pha $\frac{2\pi}{3}$) và $|z_1^2| = |z_2^2| = |z_3^2| = 1$ nên các điểm biểu diễn của z_1^2, z_2^2, z_3^2 cũng là ba đỉnh của tam giác đều nội tiếp đường tròn đơn vị nhận gốc O làm trọng tâm. Từ đó $A = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 0$.

Lưu ý: Nếu $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow G$ là trọng tâm $\triangle ABC$.

□ DẠNG TOÁN 9: TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN SỐ PHỨC

📖 DẠNG 9.1: TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN LÀ ĐƯỜNG THẲNG

Câu 261. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2 = (\bar{z})^2$ là.

- A. Trục hoành. B. Trục tung.
C. Gồm cả trục hoành và trục tung. D. Đường thẳng $y = x$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = x + yi$.

$$\text{Ta có } z^2 = (\bar{z})^2 \Leftrightarrow (x + yi)^2 = (x - yi)^2 \Leftrightarrow 4xyi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}.$$

Suy ra tập các điểm biểu diễn cho số phức z gồm cả trục hoành và trục tung.

Câu 262. Trong mặt phẳng phức tập hợp điểm $M(z)$ thỏa mãn $z_0z + \overline{z_0z} + 1 = 0$ với $z_0 = 1 - i$ là đường thẳng có phương trình.

- A. $2x + 2y - 1 = 0$. B. $-2x + 2y - 1 = 0$. C. $-2x - 2y - 1 = 0$. D. $2x - 2y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi số phức $z = x + yi$. Từ điều kiện đề bài.

$$(1 - i)(x + yi) + \overline{(1 - i)(x + yi)} + 1 = 0 \Leftrightarrow y + x + (y - x)i + y + x - (y - x)i + 1 = 0.$$

$$\Leftrightarrow y + x + 1 + (y - x)i = -y - x + (y - x)i \text{ (hai số phức bằng nhau).}$$

$$\Leftrightarrow y + x + 1 = -y - x \Leftrightarrow 2x + 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow -2x - 2y - 1 = 0.$$

Câu 263. Cho các số phức z thỏa mãn $|z+1-i|=|z-1+2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

A. $4x-6y-3=0$ B. $4x+6y+3=0$ C. $4x-6y+3=0$ D. $4x+6y-3=0$

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = x + yi$. Ta có $|z+1-i|=|z-1+2i| \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2} = \sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}$
 $\Leftrightarrow 4x-6y-3=0$.

Câu 264. Tìm tập hợp những điểm M biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức, biết số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2i|=|\bar{z}+1|$.

A. Tập hợp những điểm M là đường thẳng có phương trình $4x+2y+3=0$.
 B. Tập hợp những điểm M là đường thẳng có phương trình $4x-2y+3=0$.
 C. Tập hợp những điểm M là đường thẳng có phương trình $2x+4y+3=0$.
 D. Tập hợp những điểm M là đường thẳng có phương trình $2x+4y-3=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có: $|z-2i|=|\bar{z}+1|$

$\Leftrightarrow |x+(y-2)i| = |(x+1)-yi| \Leftrightarrow x^2+(y-2)^2 = (x+1)^2+y^2 \Leftrightarrow 2x+4y-3=0$.

Câu 265. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z|^2 = z^2$ là.

- A. một đường tròn. B. một điểm.
 C. một đường thẳng. D. một đoạn thẳng.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = a + bi$.

Ta có $|z|^2 = z^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = a^2 - b^2 + 2abi \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = a^2 - b^2 \\ 0 = 2ab \end{cases} \Leftrightarrow b = 0$. Suy ra $z = a$. Vậy

tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z|^2 = z^2$ là một đường thẳng.

Câu 266. Trong mặt phẳng phức với hệ tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của các số phức $z = 3 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ luôn nằm trên đường có phương trình là:

- A. $y = 3$. B. $y = x + 3$. C. $x = 3$. D. $y = x$.

Lời giải

Chọn C

Điểm biểu diễn của $z = 3 + bi$ là $(3; b)$ luôn thuộc đường thẳng $x = 3$.

Câu 267. Tìm tập hợp điểm biểu diễn của số phức z biết $|z-1|=|z+2i|$.

A. Hypebol.

B. Đường tròn.

C. Đường thẳng.

D. Parabol.

Lời giải

Chọn C

Gọi điểm $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi; (x, y \in \mathbb{R})$. Ta có

$$|z - 1| = |z + 2i| \Leftrightarrow |x + yi - 1| = |x + yi + 2i| \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = x^2 + (y + 2)^2 \Leftrightarrow 2x + y + 3 = 0.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $2x + y + 3 = 0$.

Câu 268. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - i| = |2 - 3i - z|$.

A. Đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 4$.

B. Elip có phương trình $x^2 + 4y^2 = 4$.

C. Đường thẳng có phương trình $x - 2y - 3 = 0$.

D. Đường thẳng có phương trình $x + 2y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } |z - i| &= |2 - 3i - z| \Leftrightarrow |x + yi - i| = |2 - 3i - x - yi| \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = (2 - x)^2 + (3 + y)^2 \\ &\Leftrightarrow 4x - 8y - 12 = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 3 = 0. \end{aligned}$$

Câu 269. Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2| = |i - z|$ là đường thẳng Δ có phương trình.

A. $4x - 2y + 3 = 0$.

B. $4x + 2y + 3 = 0$.

C. $2x + 4y + 13 = 0$.

D. $-2x + 4y - 13 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$|z + 2| = |i - z| \Leftrightarrow |x + yi + 2| = |i - x - yi| \Leftrightarrow \sqrt{(x + 2)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (1 - y)^2} \Leftrightarrow 4x + 2y + 3 = 0.$$

Câu 270. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - i| = |\bar{z} + 3|$ trong mặt phẳng Oxy là:

A. Đường thẳng $\Delta: 3x - y + 4 = 0$.

B. Đường thẳng $\Delta: x + y + 4 = 0$.

C. Đường thẳng $\Delta: 3x + y + 4 = 0$.

D. Đường thẳng $\Delta: x + y - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó điểm $M(x; y)$ là điểm biểu diễn cho số phức z .

$$\text{Ta có } |z - i| = |\bar{z} + 3| \Leftrightarrow |x + yi - i| = |x - yi + 3|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{(x + 3)^2 + y^2} \Leftrightarrow 6x + 2y + 8 = 0 \Leftrightarrow 3x + y + 4 = 0.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $\Delta: 3x + y + 4 = 0$.

Câu 271. Cho số phức $w = (1 + i)z + 2$ biết $|1 + iz| = |z - 2i|$. Khẳng định nào sau đây là khẳng

định đúng?

- A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường tròn.
- B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường elip.
- C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là 2 điểm.
- D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường thẳng.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Gọi } w = a + bi (a, b \in \mathbb{R}), \Rightarrow a + bi = (1 + i)z + 2 \Leftrightarrow z = \frac{a - 2 + bi}{1 + i} \Leftrightarrow z = \frac{a + b - 2}{2} + \frac{b - a + 2}{2}i.$$

Thay vào biểu thức ở đề ta được:

$$\left| \frac{a + b}{2} + \frac{b - a + 2}{2}i \right| = \left| \frac{a + b - 2}{2} + \frac{b - a + 2}{2}i \right| \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 = a^2 + b^2 + 4 - 2ab - 4b + 4a.$$

$$\Leftrightarrow a - b + 1 = 0.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường thẳng.

Câu 272. Cho các số phức z thỏa mãn $|z + 1 - i| = |z - 1 + 2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Viết phương trình đường thẳng đó.

- A. $4x + 6y - 3 = 0$.
- B. $4x + 6y + 3 = 0$.
- C. $4x - 6y + 3 = 0$.
- D. $4x - 6y - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$.

$$\text{Ta có } |z + 1 - i| = |z - 1 + 2i| \Leftrightarrow |(x + 1) + (y - 1)i| = |(x - 1) + (y + 2)i|.$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = (x - 1)^2 + (y + 2)^2.$$

$$\Leftrightarrow 4x - 6y - 3 = 0$$

Câu 273. Cho số phức z thỏa: $2|z - 2 + 3i| = |2i - 1 - 2\bar{z}|$. Tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z là

- A. Một đường thẳng có phương trình: $20x - 16y - 47 = 0$.
- B. Một đường có phương trình: $3y^2 + 20x + 2y - 20 = 0$.
- C. Một đường thẳng có phương trình: $20x + 16y + 47 = 0$.
- D. Một đường thẳng có phương trình: $-20x + 32y + 47 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$.

Ta có.

$$2|z - 2 + 3i| = |2i - 1 - 2\bar{z}|$$

$$\Leftrightarrow 2|(x - 2) + (y + 3)i| = |(-1 - 2x) + (2y + 2)i|$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{(x-2)^2 + (y+3)^2} = \sqrt{(-1-2x)^2 + (2y+2)^2}$$

$$\Leftrightarrow 4(x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13) = 4x^2 + 4y^2 + 4x + 8y + 5.$$

$$\Leftrightarrow 20x - 16y - 47 = 0$$

Vậy tập hợp điểm $M(x; y)$ là đường thẳng $20x - 16y - 47 = 0$.

Câu 274. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 2i| = |\bar{z} + 2 + 3i|$. Tập hợp các điểm M biểu diễn cho z là đường thẳng có phương trình.

- A. $y = x + 1$. B. $y = x$. C. $y = x - 1$. D. $y = -x + 1$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Từ giả thiết ta có $(x-3)^2 + (y+2)^2 = (x+2)^2 + (3-y)^2 \Leftrightarrow y = x$.

Câu 275. Cho số phức z thỏa mãn $2|z - 2 + 3i| = |2i - 1 - 2\bar{z}|$. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường thẳng có phương trình nào sau đây:

- A. $20x - 16y - 47 = 0$. B. $20x + 16y + 47 = 0$.
C. $20x + 16y - 47 = 0$. D. $20x - 16y + 47 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $2|z - 2 + 3i| = |2i - 1 - 2\bar{z}| \Leftrightarrow 2|x + yi - 2 + 3i| = |2i - 1 - 2(x - yi)|$.

$$\Leftrightarrow 2|(x-2) + (y+3)i| = |-(2x+1) + (2y+2)i|$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{(x-2)^2 + (y+3)^2} = \sqrt{(2x+1)^2 + (2y+2)^2}.$$

$$\Leftrightarrow 20x - 16y - 47 = 0.$$

Câu 276. Trên mặt phẳng phức tập hợp các 2018 phức $z = x + yi$ thỏa mãn $|z + 2 + i| = |\bar{z} - 3i|$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -x - 1$. B. $y = x - 1$. C. $y = x + 1$. D. $y = -x + 1$.

Lời giải

Chọn B

Từ $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Do đó $|x + yi + 2 + i| = |x - yi - 3i| \Leftrightarrow |(x+2) + (y+1)i| = |x - (y+3)i|$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 = x^2 + (y+3)^2 \Leftrightarrow 4x + 2y + 5 = 6y + 9 \Leftrightarrow y = x - 1.$$

Câu 277. Số nào sau đây là số đối của số phức z , biết z có phần thực dương thỏa mãn $|z| = 2$ và trong mặt phẳng phức thì z có điểm biểu diễn thuộc đường thẳng $y - \sqrt{3}x = 0$.

- A. $1 + \sqrt{3}i$. B. $-1 - \sqrt{3}i$. C. $-1 + \sqrt{3}i$. D. $1 - \sqrt{3}i$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có $|z| = 2$ nên $a^2 + b^2 = 4$. Vì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $y - \sqrt{3}x = 0$ nên $b = a\sqrt{3}$. Và vì $a > 0$ nên $a = 1, b = \sqrt{3}$.

Câu 278. Trong mặt phẳng phức, xét $M(x, y)$ là điểm biểu diễn của số phức

$z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $\frac{z+i}{z-i}$ là số thực. Tập hợp các điểm M là

- A.** Trục thực **B.** Đường tròn trù hai điểm trên trục ảo
- C.** Trục ảo trù điểm $(0;1)$ **D.** Parabol

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \frac{z+i}{z-i} = \frac{(z+i)^2}{z^2-i^2} = \frac{z^2+2zi+i^2}{z^2-i^2} = \frac{x^2+y^2-1+2(x+yi)i}{x^2+y^2+1} = \frac{x^2+y^2-2y-1}{x^2+y^2+1} + \frac{2x}{x^2+y^2+1}i$$

là một số thực $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$. Chọn đáp án

Câu 279. Cho số phức z thỏa $|z-1+i|=2$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A.** Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 4.
B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng.
C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 2.
D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường Parabol.

Lời giải

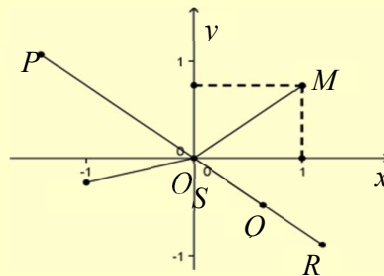
Chọn B

Gọi $z = x + yi (x, y \in R)$.

Khi đó: $|z-1+i|=2 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+1)^2=4.$

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 2.

Câu 280. Cho số phức z có điểm biểu diễn là M . Biết rằng số phức $w = \frac{1}{z}$ được biểu diễn bởi một trong bốn điểm P, Q, R, S như hình vẽ bên. Hỏi điểm biểu diễn của w là điểm nào?



- A.** R . **B.** S . **C.** P . **D.** Q .

Lời giải

Chon D

Cách 1: (Trắc nghiệm).

Ta có: $z = a + bi$ theo hình vẽ có $a = 1$, $0 < b < 1$ nên ta chọn $z = 1 + \frac{1}{2}i$.

Suy ra: $w = \frac{1}{z} = \frac{4}{5} - \frac{2}{5}i$ có điểm biểu diễn chính là điểm Q .

Cách 2: (Tự luận).

Ta có: $z = a + bi$ theo hình vẽ có $a = 1$, $0 < b < 1$.

Ta có: $w = \frac{1}{z} = \frac{1}{a + bi} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2}i$ có phần thực dương bé hơn 1, phần ảo âm lớn hơn -1 nên ta chọn điểm Q là điểm biểu diễn số phức w .

DẠNG 9.2: TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN LÀ ĐƯỜNG TRÒN

Câu 281. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức thỏa $|zi + 1| = 1$ là một đường tròn. Tìm tâm I của đường tròn đó.

A. $I(0; -1)$.

B. $I(0; 1)$.

C. $I(-1; 0)$.

D. $I(1; 0)$.

Câu 33.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó $|zi + 1| = 1 \Leftrightarrow |xi - y + 1| = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 1$. Vậy tâm của đường tròn là $I(0; 1)$.

Câu 282. Trên mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + i| = |2\bar{z} - i|$ là một đường tròn có bán kính là R . Tính giá trị của R .

A. $R = 1$.

B. $R = \frac{1}{9}$.

C. $R = \frac{2}{3}$.

D. $R = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi$. Ta được:

$$|z + i| = |2\bar{z} - i| \Leftrightarrow |x + yi + i| = |2(x - yi) - i| \Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 4x^2 + (2y + 1)^2.$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 4x^2 + (2y + 1)^2 \Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 + 2y = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + \frac{2}{3}y = 0 \Rightarrow R = \frac{1}{3}.$$

Câu 283. Biết số phức z thỏa mãn $|z - 1| \leq 1$ và $z - \bar{z}$ có phần ảo không âm. Phần mặt phẳng biểu diễn số phức z có diện tích là:

A. 2π .

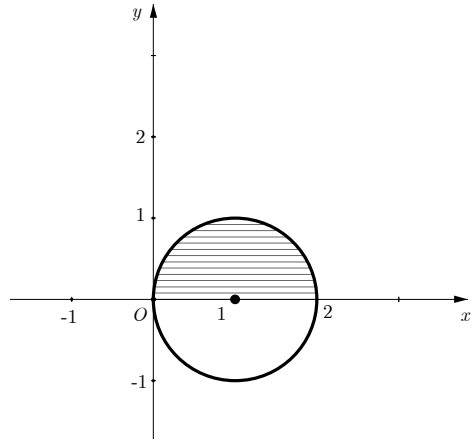
B. π^2 .

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. π .

Lời giải

Chọn C



Đặt $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$ khi đó ta có:

$$|z - 1| \leq 1 \Leftrightarrow |(x + yi) - 1| \leq 1.$$

$$\Leftrightarrow |(x - 1) + yi| \leq 1 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 \leq 1 \quad (1).$$

$$z - \bar{z} = (x + yi) - (x - yi) = 2yi \text{ có phần ảo không âm suy ra } y \geq 0 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta suy ra phần mặt phẳng biểu diễn số phức z là nửa hình tròn tâm

$$I(1; 0) \text{ bán kính } r = 1, \text{ diện tích của nó bằng } \frac{1}{2} \cdot r^2 \pi = \frac{\pi}{2} \text{ (đvdt)}.$$

Câu 284. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$ và $w = 2z + 1 - i$. Trong mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm I , bán kính R . Khi đó:

- A. $I(-7; 9), R = 4$. B. $I(7; -9), R = 16$. C. $I(7; -9), R = 4$. D. $I(-7; 9), R = 16$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Từ giả thuyết } |z - 3 + 4i| = 2 \Leftrightarrow |x + yi - 3 + 4i| = 2 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4 \quad (*).$$

$$\text{Từ } w = 2z + 1 - i = 2(x + yi) + 1 - i = (2x + 1) + (2y - 1)i.$$

$$\text{Giả sử } w = a + bi \text{ (} a, b \in \mathbb{R} \text{)}. \text{ Ta có } a + bi = (2x + 1) + (2y - 1)i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = a \\ 2y - 1 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{a - 1}{2} \\ y = \frac{b + 1}{2} \end{cases}.$$

Thay x, y vào phương trình (*), ta có

$$\left(\frac{a - 1}{2} - 3\right)^2 + \left(\frac{b + 1}{2} + 4\right)^2 = 4 \Leftrightarrow (a - 7)^2 + (b + 9)^2 = 16.$$

Suy ra w chạy trên đường tròn tâm $I(7; -9)$, bán kính $R = 4$.

Câu 285. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ thỏa điều kiện $|z + 1 + 2i| = 1$ nằm trên đường tròn có tâm là:

- A. $I(1; -2)$. B. $I(-1; 2)$. C. $I(1; 2)$. D. $I(-1; -2)$.

Lời giải

Chọn B

$z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ suy ra $\bar{z} = x - yi$. Khi đó ta có $|(x+1) + (2-y)i| = 1$.

$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$. Vậy tập hợp số phức $\bar{z}$ nằm trên đường tròn có tâm $I(-1; 2)$.

Câu 286. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 4i| \leq 2$. Trong mặt phẳng Oxy tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = 2z + 1 - i$ là hình tròn có diện tích

- A. $S = 9\pi$. B. $S = 12\pi$. C. $S = 16\pi$. D. $S = 25\pi$.

Lời giải

Chọn C

$$w = 2z + 1 - i \Rightarrow z = \frac{w - 1 + i}{2}$$

$$|z - 3 + 4i| \leq 2 \Leftrightarrow \left| \frac{w - 1 + i}{2} - 3 + 4i \right| \leq 2 \Leftrightarrow |w - 1 + i - 6 + 8i| \leq 4 \Leftrightarrow |w - 7 + 9i| \leq 4 \quad (1)$$

Giả sử $w = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$, khi đó (1) $\Leftrightarrow (x-7)^2 + (y+9)^2 \leq 16$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức w là hình tròn tâm $I(7; -9)$, bán kính $r = 4$.

Vậy diện tích cần tìm là $S = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$.

Câu 287. Cho số phức z có $|z| = 4$. Tập hợp các điểm M trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn số phức $w = \bar{z} + 3i$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

- A. $\frac{4}{3}$. B. 4. C. $4\sqrt{2}$. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Theo giả thiết ta có : $w - 3i = \bar{z} \Rightarrow |w - 3i| = |\bar{z}|$. Do đó : $|w - 3i| = 4$.

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn cho số phức w là đường tròn có bán kính bằng 4.

Câu 288. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa $|z - 2 + i| = 2$.

- A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$.
 B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$.
 C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$.
 D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$|z - 2 + i| = 2 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0.$$

Câu 289. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp biểu diễn số phức Z thỏa $1 \leq |z + 1 - i| \leq 2$ là hình vành khăn. Chu vi P của hình vành khăn là bao nhiêu?

- A. $P = 2\pi$. B. $P = 3\pi$. C. $P = 4\pi$. D. $P = \pi$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$

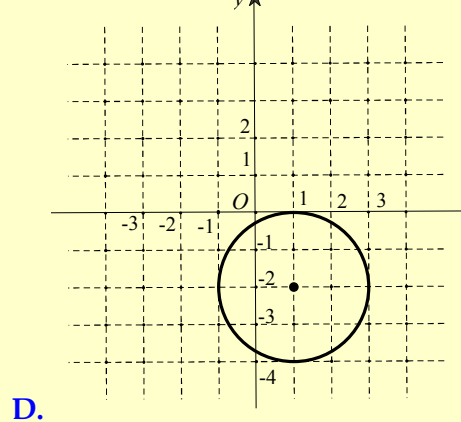
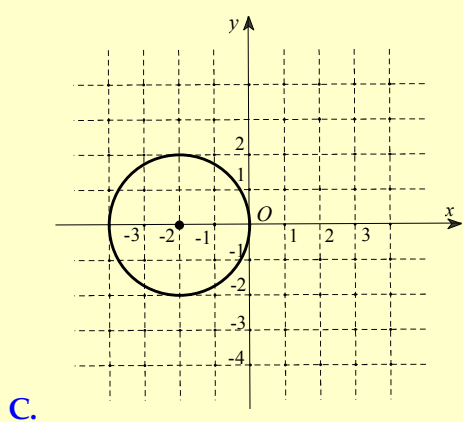
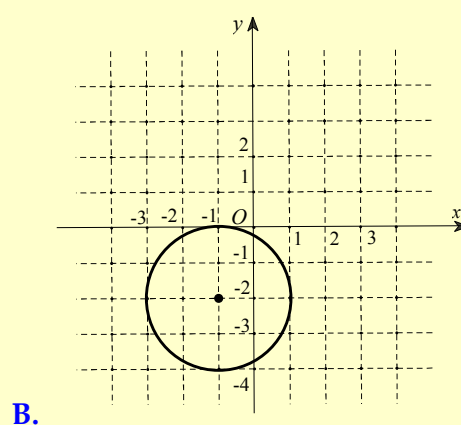
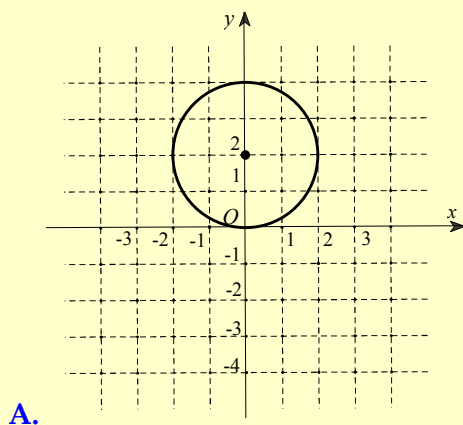
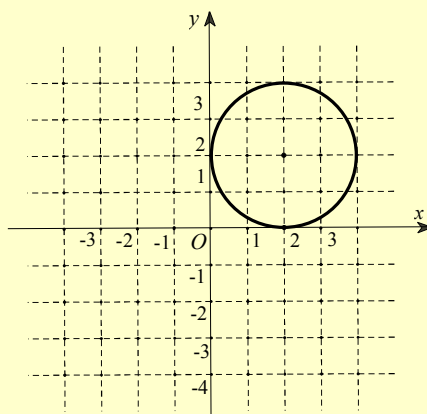
Gọi $A(-1, 1)$ là điểm biểu diễn số phức $-1 + i$

$1 \leq |z + 1 - i| \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq MA \leq 2$. Tập hợp điểm biểu diễn là hình vành khăn giới hạn bởi 2 đường tròn đồng tâm có bán kính lần lượt là $R_1 = 2, R_2 = 1$

$$\Rightarrow P = P_1 - P_2 = 2\pi(R_1 - R_2) = 2\pi$$

Lưu ý cần nắm vững lý thuyết và hình vẽ của dạng bài này khi học trên lớp tránh nhầm lẫn sang tính diện tích hình tròn.

Câu 290. Biết tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn cho bởi hình vẽ bên. Hỏi tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $z - 3 - 4i$ được thể hiện bởi đường tròn trong hình vẽ nào trong bốn hình vẽ dưới đây?



Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ, tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ là đường tròn có phương trình: $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Ta có: $z-3-4i = (x-3) + (y-4)i$ có điểm $M'(x-3; y-4)$ biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ.

Ta biểu diễn: $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \Leftrightarrow [(x-3)+1]^2 + [(y-4)+2]^2 = 4$.

$\Rightarrow M' \in (C'): (x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$.

Với phương trình như vậy, ta thấy đáp án B thỏa mãn.

Câu 291. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2-5i|=6$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là:

- A. $I(2; -5), R=6$. B. $I(-2; 5), R=36$. C. $I(2; -5), R=36$. D. $I(-2; 5), R=6$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z = x + yi; x, y \in \mathbb{R}; i^2 = -1$. Khi đó :

$$|z+2-5i|=6 \Leftrightarrow |x+2+(y-5)i|=6 \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y-5)^2} = 6 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-5)^2 = 36.$$

Đường tròn có tâm $I(-2; 5), R=6$.

Câu 292. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = 3 - 2i + (2-i)z$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = \sqrt{6}$. B. $r = 20$. C. $r = \sqrt{20}$. D. $r = 6$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có: } w = 3 - 2i + (2-i)z \Rightarrow z = \frac{w-3+2i}{2-i}.$$

Theo đề bài ta có:

$$|z|=2 \Leftrightarrow \left| \frac{w-3+2i}{2-i} \right| = 2 \Leftrightarrow \frac{|w-3+2i|}{|2-i|} = 2 \Leftrightarrow \frac{|w-3+2i|}{\sqrt{5}} = 2 \Leftrightarrow |w-3+2i| = 2\sqrt{5}.$$

$$\Leftrightarrow |x-3+(y+2)i| = 10 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + (y+2)^2} = 10 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+2)^2 = 20.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn tâm $I(3; -2)$, bán kính $R = \sqrt{20}$.

Câu 293. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=2; w = (1+\sqrt{3}i)z+2$. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn, tính bán kính đường tròn đó.

- A. $R=5$. B. $R=2$. C. $R=3$. D. $R=4$.

Lời giải

Chọn D

$$w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2 \Leftrightarrow w - (3 + \sqrt{3}i) = (1 + \sqrt{3}i)(z - 1)$$

$$\Rightarrow |w - (3 + \sqrt{3}i)| = |(1 + \sqrt{3}i)(z - 1)| = |(1 + \sqrt{3}i)| |z - 1| = 4$$

Do đó, tập hợp điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn có bán kính bằng 4.

Câu 294. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số z phức thỏa mãn điều kiện $|z - 1 + 2i| = 4$ là:

A. Một đoạn thẳng.

B. Một đường thẳng.

C. Một hình vuông.

D. Một đường tròn.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}; i^2 = -1$).

$$|z - 1 + 2i| = 4 \Leftrightarrow |x + yi - 1 + 2i| = 4 \Leftrightarrow |x - 1 + (y + 2)i| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 2)^2} = 4.$$

$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$. Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức là một đường tròn.

Câu 295. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 5i| = 4$ là:

A. Đường tròn tâm $I(2; -5)$ và bán kính bằng 4.

B. Đường tròn tâm $I(2; -5)$ và bán kính bằng 2.

C. Đường tròn tâm $I(-2; 5)$ và bán kính bằng 4.

D. Đường tròn tâm O và bán kính bằng 2.

Lời giải

Chọn A

$z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$|z - 2 + 5i| = 4 \Leftrightarrow |x - 2 + (y + 5)i| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 5)^2} = 4 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 16.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức là đường tròn tâm $I(2; -5)$, bán kính $R = 4$.

Câu 296. Trong mp tọa độ Oxy , tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn:

$$|z - i| = |(1 + i)z|.$$

A. đường tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.

B. đường tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

C. đường tròn tâm $I(0; 1)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.

D. đường tròn tâm $I(2; -1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó.

$$|z - i| = |(1 + i)z| \Leftrightarrow |x + (y - 1)i| = |(1 + i)(x + yi)|$$

$$\Leftrightarrow |x + (y - 1)i| = |(x - y) + (x + y)i| \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{(x - y)^2 + (x + y)^2}.$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 2.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0, -1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Câu 297. Xét các số phức z thỏa điều kiện $|z - 3 + 2i| = 5$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = z + 1 - i$ là?

- A. Đường tròn tâm $I(-2; 1)$, bán kính $R = 5$.
- B. Đường tròn tâm $I(4; -3)$, bán kính $R = 5$.
- C. Đường tròn tâm $I(-4; 3)$, bán kính $R = 5$.
- D. Đường tròn tâm $I(3; -2)$, bán kính $R = 5$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có $|z - 3 + 2i| = 5 \Leftrightarrow |w - 1 + i - 3 + 2i| = 5 \Leftrightarrow |x + yi - 4 + 3i| = 5 \Leftrightarrow (x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 25$.

Vậy tập hợp điểm cần tìm là đường tròn tâm $I(4; -3)$, bán kính $R = 5$.

Câu 298. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - i| = |(1 + i)z|$ là một đường tròn, đường tròn đó có phương trình là:

- A. $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 1 = 0$.
- B. $x^2 + y^2 + 2x + 1 = 0$.
- C. $x^2 + y^2 + 2x - 1 = 0$.
- D. $x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng Oxy .

Ta có: $|z - i| = |(1 + i)z| \Leftrightarrow |x + (y - 1)i| = |(x - y) + (x + y)i|$.

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{(x - y)^2 + (x + y)^2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0$.

Câu 299. Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 5$ là

- A. Một đường Elip.
- B. Một đường tròn.
- C. Một đường thẳng.
- D. Một đường parabol..

Lời giải

Chọn B

Tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z là đường tròn tâm $I(3; -4)$, bán kính $R = 5$.

Câu 300. Cho số phức z thỏa mãn $|iz - 2i| = |1 - 2i|$. Biết rằng trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn. Hãy xác định tọa độ tâm I của đường tròn đó.

- A. $I(2; 0)$.
- B. $I(-2; 0)$.
- C. $I(0; 2)$.
- D. $I(0; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z = x + iy$ suy ra là $M(x; y)$ điểm biểu diễn cho số phức z .

Ta có $|iz - 2i| = |1 - 2i| \Leftrightarrow |i(x + iy) - 2i| = |1 - 2i| \Leftrightarrow |-y + (x - 2)i| = |1 - 2i|$.

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} \Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 = 5..$$

DẠNG 9.3: TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN LÀ ĐƯỜNG CONIC

Câu 301. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2| + |z + 2| = 10$.

A. Đường tròn $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 10$. B. Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$.

C. Đường tròn $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 100$. D. Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

Gọi A là điểm biểu diễn số phức 2 .

Gọi B là điểm biểu diễn số phức -2 . Ta có: $|z + 2| + |z - 2| = 10 \Leftrightarrow MB + MA = 10$.

Ta có $AB = 4$. Suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là Elip với tiêu điểm là

$A(2; 0)$, $B(-2; 0)$, tiêu cự $AB = 4 = 2c$, độ dài trục lớn là $10 = 2a$, độ dài trục bé là

$$2b = 2\sqrt{a^2 - c^2} = 2\sqrt{25 - 4} = 2\sqrt{21}.$$

Vậy, tập hợp là Elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$.

Câu 302. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một

A. parabol. B. hypebol. C. đường thẳng. D. đường tròn.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi \Rightarrow z + \bar{z} = 2x$.

$$\text{Bài ra ta có } 2|x - 1 + yi| = |2x + 2| \Leftrightarrow 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2} = |2x + 2|$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = (x+1)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 = x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow y^2 = 4x.$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một parabol.

Câu 303. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức z thỏa mãn điều kiện

$$2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i| \text{ là}$$

A. Một elip. B. Một parabol.
C. Một đường tròn. D. Một đường thẳng.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - iy$.

Ta có:

$$2|x + iy - i| = |x + iy - x + iy + 2i|$$

$$\Leftrightarrow 2|x + i(y - 1)| = |2iy + 2i|$$

$$\Leftrightarrow |x + i(y - 1)| = |i(y + 1)|$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = (y + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{x^2}{4}$$

Câu 304. Tìm tập hợp các điểm M biểu diễn hình học số phức z trong mặt phẳng phức, biết số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z + 4| + |z - 4| = 10$.

A. Tập hợp các điểm cần tìm là những điểm $M(x; y)$ trong mặt phẳng Oxy thỏa mãn phương trình $\sqrt{(x + 4)^2 + y^2} + \sqrt{(x - 4)^2 + y^2} = 12$.

B. Tập hợp các điểm cần tìm là đường elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

C. Tập hợp các điểm cần tìm là đường tròn có tâm $O(0; 0)$ và có bán kính $R = 4$.

D. Tập hợp các điểm cần tìm là đường elip có phương trình $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$.

Gọi $A(4; 0)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 4$.

Gọi $B(-4; 0)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = -4$.

Khi đó: $|z + 4| + |z - 4| = 10 \Leftrightarrow MA + MB = 10$. (*)

Hệ thức trên chứng tỏ tập hợp các điểm M là elip nhận A, B là các tiêu điểm.

Gọi phương trình của elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b > 0, a^2 = b^2 + c^2)$

Từ (*) ta có: $2a = 10 \Leftrightarrow a = 5$.

$$AB = 2c \Leftrightarrow 8 = 2c \Leftrightarrow c = 4 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 9$$

Vậy quỹ tích các điểm M là elip: $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 305. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2| + |z + 2| = 10$.

A. Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$.

B. Đường tròn $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 10$.

C. Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$.

D. Đường tròn $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 100$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$.

Gọi A là điểm biểu diễn số phức 2

Gọi B là điểm biểu diễn số phức -2

Ta có: $|z+2|+|z-2|=10 \Leftrightarrow MB+MA=10$.

Ta có $AB=4$. Suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là Elip với 2 tiêu điểm là $A(2;0)$, $B(-2;0)$, tiêu cự $AB=4=2c$, độ dài trục lớn là $10=2a$, độ dài trục bé là

$$2b=2\sqrt{a^2-c^2}=2\sqrt{25-4}=2\sqrt{21}.$$

Vậy, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2|+|z+2|=10$ là

Elip có phương trình $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{21}=1$.

Câu 306. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện

$$2|z-i|=|z-\bar{z}+2i| \text{ là hình gì?}$$

A. Một đường Elip.

B. Một đường thẳng.

C. Một đường tròn.

D. Một đường Parabol.

Lời giải

Chọn D

✓ Đặt $z=x+yi \Rightarrow \bar{z}=x-yi$ điểm biểu diễn của z là $M(x,y)$. Ta có:

$$2|z-i|=|z-\bar{z}+2i| \Leftrightarrow 2|x+yi-i|=|(x+yi)-(x-yi)+2i|$$

$$\Leftrightarrow 2|x+(y-1)i|=|2(y+1)i| \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+(y-1)^2}=2|y+1| \Leftrightarrow y=\frac{1}{4}x^2.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường Parabol.

Câu 307. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|$ là

A. Một điểm

B. Một đường thẳng.

C. Một đường tròn.

D. Một Parabol.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z=x+yi \Rightarrow \bar{z}=x-yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

$$2|z-i|=|z-\bar{z}+2i| \Leftrightarrow 2|x+(y-1)i|=|(2y+2)i| \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+(y-1)^2}=\sqrt{0^2+(2y+2)^2}$$

$$\Leftrightarrow 4(x^2+y^2-2y+1)=4y^2+8y+4 \Leftrightarrow 4x^2=16y \Leftrightarrow y=\frac{1}{4}x^2$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|$ là một

Parabol (P) có phương trình: $y=\frac{1}{4}x^2$.

Câu 308. Cho số phức $z=a+a^2i$, với $a \in \mathbb{R}$. Khi đó điểm biểu diễn của số phức z nằm trên :

A. Parabol $y=x^2$.

B. Parabol $y=-x^2$.

C. Đường thẳng $y=2x$.

D. Đường thẳng $y=-x+1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = a + a^2i \Rightarrow M(a; a^2)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

Khi đó $y = x^2$ là tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z .

Câu 309. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z+4|+|z-4|=10$. Tập hợp các điểm M biểu diễn cho số phức z là đường có phương trình.

- A. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(x; y)$ biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in R$).

Từ giả thiết ta có $\sqrt{(x+4)^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 10 \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 10$ với

$F_1(-4; 0), F_2(4; 0)$.

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn cho số phức z là đường Elip có phương trình

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

Câu 310. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $3|z+i| = |2\bar{z} - z + 3i|$. Tìm tập hợp tất cả những điểm M như vậy.

- A. Một đường tròn. B. Một đường thẳng. C. Một parabol. D. Một elip.

Lời giải

Chọn C

Gọi số phức $z = x + yi$ có điểm biểu diễn là $M(x, y)$ trên mặt phẳng tọa độ:

Theo đề bài ta có: $3|z+i| = |2\bar{z} - z + 3i| \Leftrightarrow |3(x+yi) + 3i| = |2(x-yi) - (x+yi) + 3i| \Leftrightarrow$

$$|3x + (3y+3)i| = |x + (3-3y)i| \Leftrightarrow \sqrt{9x^2 + (3y+3)^2} = \sqrt{x^2 + (3-3y)^2} \Leftrightarrow$$

$$9x^2 + (3y+3)^2 = x^2 + (3-3y)^2 \Leftrightarrow 8x^2 + 36y = 0 \Rightarrow y = -\frac{2}{9}x^2.$$

Vậy tập hợp các điểm $M(x, y)$ biểu diễn số phức z theo yêu cầu của đề bài là Một

parabol $y = -\frac{2}{9}x^2$.

□ DẠNG TOÁN 10: MAX – MIN CỦA MODULE SỐ PHỨC

Câu 311. Trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z + 3i| = |z + 2 - i|$. Tìm số phức có môđun nhỏ nhất?

- A. $z = -\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$. B. $z = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$. C. $z = -1 + 2i$. D. $z = 1 - 2i$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$|z + 3i| = |z + 2 - i| \Leftrightarrow |x + (y + 3)i| = |(x + 2) + (y - 1)i| \Leftrightarrow x^2 + (y + 3)^2 = (x + 2)^2 + (y - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow 6y + 9 = 4x + 4 - 2y + 1 \Leftrightarrow 4x - 8y - 4 = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 2y + 1$$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2y + 1)^2 + y^2} = \sqrt{5y^2 + 4y + 1} = \sqrt{5\left(y + \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{5}} \geq \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{Suy ra } |z|_{\min} = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ khi } y = -\frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

$$\text{Vậy } z = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i.$$

Câu 312. Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Số phức z có môđun nhỏ nhất là

- A. $z = 3 + 2i$ B. $z = -1 + i$ C. $z = -2 + 2i$ D. $z = 2 + 2i$

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = a + bi$. Khi đó $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$

$$\Leftrightarrow |(a - 2) + (b - 4)i| = |a + (b - 2)i|$$

$$\Leftrightarrow (a - 2)^2 + (b - 4)^2 = a^2 + (b - 2)^2$$

$$\Leftrightarrow a + b = 4 \quad (1)$$

$$\text{Mà } |z| = \sqrt{a^2 + b^2}. \text{ Mà } (a^2 + b^2)(1^2 + 1^2) \stackrel{BCS}{\geq} (a + b)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq \frac{(a + b)^2}{2} = 8 \quad (\text{Theo (1)})$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} \geq 2\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow |z| \geq 2\sqrt{2} \Rightarrow \min |z| = 2\sqrt{2}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra } \Leftrightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{1} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + 2i.$$

Câu 313. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |z - i|$. Tìm môđun nhỏ nhất của số phức $w = 2z + 2 - i$.

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $\frac{3}{2\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$. Khi đó $|z - 1| = |z - i| \Leftrightarrow |a - 1 + bi| = |a + (b - 1)i|$.

$$\Leftrightarrow (a - 1)^2 + b^2 = a^2 + (b - 1)^2 \Leftrightarrow a - b = 0.$$

Khi đó $w = 2z + 2 - i = 2(a + bi) + 2 - i = (2a + 2) + i(a - 1)$.

$$\Rightarrow |w| = \sqrt{(2a + 2)^2 + (a - 1)^2} = \sqrt{8a^2 + 4a + 5} \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy mô đun nhỏ nhất của số phức w là $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 314. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $1 = |z - (3 + 4i)| \geq |3 + 4i| - |z| = 5 - |z| \Leftrightarrow |z| \geq 5 - 1 = 4$.

Câu 315. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2iz_1 + 3z_2|$.

A. $\sqrt{313} + 16$.

B. $\sqrt{313}$.

C. $\sqrt{313} + 8$.

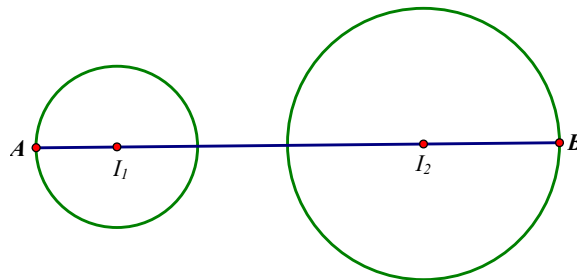
D. $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|z_1 - 3i + 5| = 2 \Leftrightarrow |2iz_1 + 6 + 10i| = 4$ (1); $|iz_2 - 1 + 2i| = 4 \Leftrightarrow |(-3z_2) - 6 - 3i| = 12$ (2).

Gọi A là điểm biểu diễn số phức $2iz_1$, B là điểm biểu diễn số phức $-3z_2$. Từ (1) và (2) suy ra điểm A nằm trên đường tròn tâm $I_1(-6; -10)$ và bán kính $R_1 = 4$; điểm B nằm trên đường tròn tâm $I_2(6; 3)$ và bán kính $R_2 = 12$.



Ta có $T = |2iz_1 + 3z_2| = AB \leq I_1I_2 + R_1 + R_2 = \sqrt{12^2 + 13^2} + 4 + 12 = \sqrt{313} + 16$.

Vậy $\max T = \sqrt{313} + 16$.

Câu 316. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2 - 3i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$, hãy tìm phần ảo của số phức có mô đun nhỏ nhất

A. $\frac{10}{13}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. -2.

D. $-\frac{2}{13}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$.

$$|z + 2 - 3i| = |\bar{z} + 1 - 2i| \Leftrightarrow |a + bi + 2 - 3i| = |a - bi + 1 - 2i|$$

$$\Leftrightarrow (a+2)^2 + (b-3)^2 = (a+1)^2 + (b+2)^2 \Leftrightarrow 2a - 10b + 8 = 0$$

$$|z|^2 = a^2 + b^2 = (5b-4)^2 + b^2 = 26b^2 - 40b + 16 \geq \frac{8}{13}.$$

Suy ra: z có môđun nhỏ nhất khi $b = \frac{10}{13}$.

Câu 317. Xét các số phức $z_1 = 3 - 4i$ và $z_2 = 2 + mi, (m \in \mathbb{R})$. Giá trị nhỏ nhất của môđun số phức $\frac{z_2}{z_1}$ bằng?

A. $\frac{2}{5}$.

B. 2.

C. 3.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{2 + mi}{3 - 4i} = \frac{(2 + mi)(3 + 4i)}{(3 - 4i)(3 + 4i)} = \frac{6 - 4m + (3m + 8)i}{25} = \frac{6 - 4m}{25} + \frac{3m + 8}{25}i$$

$$\Rightarrow \left| \frac{z_2}{z_1} \right| = \sqrt{\left(\frac{6 - 4m}{25} \right)^2 + \left(\frac{3m + 8}{25} \right)^2} \Rightarrow \left| \frac{z_2}{z_1} \right| = \sqrt{\frac{36 - 48m + 16m^2 + 9m^2 + 48m + 64}{25^2}}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{z_2}{z_1} \right| = \sqrt{\frac{25m^2 + 100}{25^2}} \Rightarrow \left| \frac{z_2}{z_1} \right| = \sqrt{\frac{m^2 + 4}{25}} \geq \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}.$$

Hoặc dùng công thức: $\left| \frac{z_2}{z_1} \right| = \frac{|z_2|}{|z_1|}$.

Câu 318. Số phức z nào sau đây có môđun nhỏ nhất thỏa $|z| = |\bar{z} - 3 + 4i|$:

A. $z = -\frac{3}{2} - 2i$.

B. $z = 3 - \frac{7}{8}i$.

C. $z = \frac{3}{2} + 2i$.

D. $z = -3 - 4i$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$;

$|z| = |\bar{z} - 3 + 4i| \Leftrightarrow -6a + 8b + 25 = 0(*)$. Trong các đáp án, có đáp án $z = 3 - \frac{7}{8}i$ và

$z = -\frac{3}{2} - 2i$ thỏa (*).

Ở đáp án $z = 3 - \frac{7}{8}i$: $|z| = \frac{25}{8}$; Ở đáp án $z = -\frac{3}{2} - 2i$ thì $|z| = \frac{5}{2}$.

Chọn đáp án: $z = -\frac{3}{2} - 2i$.

Câu 319. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để có đúng hai số phức z thỏa mãn

$$|z - (m-1) + i| = 8 \text{ và } |z - 1 + i| = |\bar{z} - 2 + 3i|.$$

A. 66.

B. 130.

C. 131.

D. 63.

Lời giải

Chọn A

- Đặt $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.

- Từ giả thiết $|z - (m-1) + i| = 8 \Rightarrow (x - (m-1))^2 + (y+1)^2 = 64$, do đó tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn (T) có tâm $I(m-1; -1)$, bán kính $R = 8$.

- Từ giả thiết $|z - 1 + i| = |\bar{z} - 2 + 3i| \Rightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-2)^2 + (-y+3)^2$
 $\Leftrightarrow 2x + 8y - 11 = 0$ hay M nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x + 8y - 11 = 0$.

- Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \Delta$ cắt (T) tại 2 điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow d(I; \Delta) < R \Leftrightarrow \frac{|2(m-1) - 8 - 11|}{2\sqrt{17}} < 8 \Leftrightarrow |2m - 21| < 16\sqrt{17}$$

$$\Leftrightarrow \frac{21 - 16\sqrt{17}}{2} < m < \frac{21 + 16\sqrt{17}}{2}, \text{ do } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{-22; -21; \dots; 42; 43\}.$$

Vậy có tất cả 66 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 320. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Đặt $w = (1+2i)z - 1 + 2i$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|w|$.

A. 2.

B. $3\sqrt{5}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có $|z| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4$ (*).

Mà số phức $w = (1+2i)z - 1 + 2i$

$$\Leftrightarrow w = (1+2i)(a+bi) - 1 + 2i \Leftrightarrow w = (a-2b-1) + (2a+b+2)i.$$

$$\text{Giả sử số phức } w = x + yi \text{ (} x, y \in \mathbb{R} \text{)}. \text{ Khi đó } \begin{cases} x = a - 2b - 1 \\ y = 2a + b + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = a - 2b \\ y - 2 = 2a + b \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } (x+1)^2 + (y-2)^2 = (a-2b)^2 + (2a+b)^2$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = a^2 + 4b^2 - 4ab + 4a^2 + b^2 + 4ab$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 5(a^2 + b^2) \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 20 \text{ (theo (*))}.$$

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính

$$R = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$$

Điểm M là điểm biểu diễn của số phức w thì $|w|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi OM nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } OI = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}, \quad IM = R = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{Mặt khác } OM \geq |OI - IM| \Leftrightarrow OM \geq |\sqrt{5} - 2\sqrt{5}| \Leftrightarrow OM \geq \sqrt{5}.$$

Do vậy $|w|$ nhỏ nhất bằng $\sqrt{5}$.

Câu 321. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1-i|=1$, số phức w thỏa mãn $|\bar{w}-2-3i|=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$.

A. $\sqrt{17}+3$

B. $\sqrt{13}+3$

C. $\sqrt{13}-3$

D. $\sqrt{17}-3$

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(x; y)$ biểu diễn số phức $z = x + iy$ thì M thuộc đường tròn (C_1) có tâm $I_1(1; 1)$, bán kính $R_1 = 1$.

$N(x'; y')$ biểu diễn số phức $w = x' + iy'$ thì N thuộc đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2; -3)$, bán kính $R_2 = 2$. Giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$ chính là giá trị nhỏ nhất của đoạn MN .

Ta có $\overline{I_1 I_2} = (1; -4) \Rightarrow I_1 I_2 = \sqrt{17} > R_1 + R_2 \Rightarrow (C_1)$ và (C_2) ở ngoài nhau.

$$\Rightarrow MN_{\min} = I_1 I_2 - R_1 - R_2 = \sqrt{17} - 3$$

Câu 322. Cho số phức $z = \frac{-m+i}{1-m(m-2i)}$, $m \in \mathbb{R}$. Tìm môđun lớn nhất của z .

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } z = \frac{-m+i}{1-m(m-2i)} = \frac{m}{m^2+1} + \frac{i}{m^2+1} \Rightarrow |z| = \sqrt{\frac{1}{m^2+1}} \leq 1 \Rightarrow |z|_{\max} = 1 \Leftrightarrow z = i; m = 0.$$

Câu 323. Cho số phức z thỏa mãn $|z+1-i|=|z-3i|$. Tính môđun nhỏ nhất của $z-i$.

A. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

B. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{7\sqrt{5}}{10}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = x + yi$; $(x; y \in \mathbb{R})$ có điểm $M(x; y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng tọa độ.

Từ giả thiết $|z+1-i|=|z-3i|$ suy ra $M \in \Delta: 2x+4y-7=0$.

Ta có: $z-i = x + (y-1)i$ có điểm $M'(x; y-1)$ biểu diễn z trên mặt phẳng tọa độ.

Ta có: $2x+4y-7=0 \Leftrightarrow 2x+4(y-1)-3=0 \Rightarrow M' \in \Delta': 2x+4y-3=0$.

$$\text{Vậy } |z-i|_{\min} = d(O; \Delta') = \frac{|-3|}{\sqrt{2^2+4^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{10}, \text{ khi } z = \frac{3}{10} + \frac{8}{5}i.$$

Câu 324. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3-4i|=\sqrt{5}$. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+2|^2 - |z-i|^2$. Tính môđun của số phức $w = M + mi$.

A. $|w| = 2\sqrt{309}$.

B. $|w| = \sqrt{2315}$.

C. $|w| = \sqrt{1258}$.

D. $|w| = 3\sqrt{137}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = x + yi$. Ta có $P = (x+2)^2 + y^2 - [x^2 + (y-1)^2] = 4x + 2y + 3$.

Mặt khác $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5$.

Đặt $x = 3 + \sqrt{5} \sin t$, $y = 4 + \sqrt{5} \cos t$

Suy ra $P = 4\sqrt{5} \sin t + 2\sqrt{5} \cos t + 23$.

Ta có $-10 \leq 4\sqrt{5} \sin t + 2\sqrt{5} \cos t \leq 10$.

Do đó $13 \leq P \leq 33 \Rightarrow M = 33$, $m = 13 \Rightarrow |w| = \sqrt{33^2 + 13^2} = \sqrt{1258}$.

Câu 325. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 3$. Tìm môđun lớn nhất của số phức $z - 2i$.

- A. $\sqrt{26 + 8\sqrt{17}}$. B. $\sqrt{26 - 4\sqrt{17}}$. C. $\sqrt{26 + 6\sqrt{17}}$. D. $\sqrt{26 - 6\sqrt{17}}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi$; ($x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow z - 2i = x + (y-2)i$. Ta có:

$|z - 1 + 2i| = 3 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$.

Đặt $x = 1 + 3 \sin t$; $y = -2 + 3 \cos t$; $t \in [0; 2\pi]$.

$\Rightarrow |z - 2i|^2 = (1 + 3 \sin t)^2 + (-4 + 3 \cos t)^2 = 26 + 6(\sin t - 4 \cos t) = 26 + 6\sqrt{17} \sin(t + \alpha)$; ($\alpha \in \mathbb{R}$)

$\Rightarrow \sqrt{26 - 6\sqrt{17}} \leq |z - 2i| \leq \sqrt{26 + 6\sqrt{17}} \Rightarrow |z - 2i|_{\max} = \sqrt{26 + 6\sqrt{17}}$.

Câu 326. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $|iz + \sqrt{2} - i| = 1$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Giá trị lớn nhất của $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. 3. B. $2\sqrt{3}$. C. $3\sqrt{2}$. D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|iz + \sqrt{2} - i| = 1 \Leftrightarrow |z - (1 + i\sqrt{2})| = 1$. Gọi $z_0 = 1 + i\sqrt{2}$ có điểm biểu diễn là $I(1; \sqrt{2})$.

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 . Vì $|z_1 - z_2| = 2$ nên I là trung điểm của AB .

Ta có $|z_1| + |z_2| = OA + OB \leq \sqrt{2(OA^2 + OB^2)} = \sqrt{4OI^2 + AB^2} = \sqrt{16} = 4$.

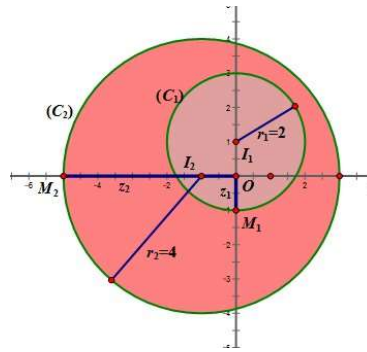
Dấu bằng khi $OA = OB$.

Câu 327. Gọi T là tập hợp tất cả các số phức z thỏa mãn $|z - i| \geq 2$ và $|z + 1| \leq 4$. Gọi $z_1, z_2 \in T$ lần lượt là các số phức có môđun nhỏ nhất và lớn nhất trong T . Khi đó $z_1 - z_2$ bằng:

- A. $4 - i$. B. $5 - i$. C. $-5 + i$. D. -5 .

Lời giải

Chọn B



Đặt $z = x + yi$ khi đó ta có:

$$\begin{cases} |z-i| \geq 2 \\ |z+1| \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x+(y-1)i| \geq 2 \\ |(x+1)+yi| \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+(y-1)^2 \geq 4 \\ (x+1)^2+y^2 \leq 16 \end{cases}$$

Vậy T là phần mặt phẳng giữa hai đường tròn (C_1) tâm $I_1(0;1)$ bán kính $r_1=2$ và đường tròn (C_2) tâm $I_2(-1;0)$ bán kính $r_2=4$.

Dựa vào hình vẽ ta thấy $z_1=0-i$, $z_2=-5$ là hai số phức có điểm biểu diễn lần lượt là $M_1(0;-1)$, $M_2(-5;0)$ có mô-đun nhỏ nhất và lớn nhất. Do đó $z_1-z_2=-i-(-5)=5-i$.

Câu 328. Trong tập hợp các số phức, gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - z + \frac{2017}{4} = 0$, với z_2 có thành phần ảo dương. Cho số phức z thỏa mãn $|z-z_1|=1$. Giá trị nhỏ nhất của $P=|z-z_2|$ là

- A. $\frac{\sqrt{2016}-1}{2}$. B. $\sqrt{2017}-1$. C. $\sqrt{2016}-1$. D. $\frac{\sqrt{2017}-1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $z^2 - z + \frac{2017}{4} = 0$

Ta có: $\Delta = -2016 < 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phức
$$\begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2016}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2016}}{2}i \end{cases}$$

Khi đó: $z_1 - z_2 = i\sqrt{2016}$

$$|z-z_2| = |(z-z_1) + (z_1-z_2)| \geq |z_1-z_2| - |z-z_1| \Leftrightarrow P \geq \sqrt{2016}-1.$$

Vậy $P_{\min} = \sqrt{2016}-1$.

Câu 329. Cho số phức z thỏa mãn $z\bar{z}=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = |z^3 + 3z + \bar{z}| - |z + \bar{z}|$.

- A. $\frac{15}{4}$. B. 3. C. $\frac{13}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có: $z + \bar{z} = 2a$; $z \cdot \bar{z} = 1 \Leftrightarrow |z|^2 = 1 \Leftrightarrow |z| = 1$.

Khi đó $P = |z^3 + 3z + \bar{z}| - |z + \bar{z}| = \left| z \left(z^2 + 3 + \frac{\bar{z}}{z} \right) \right| - |z + \bar{z}|$.

$P = |z| \cdot \left| z^2 + 3 + \frac{\bar{z}^2}{|z|^2} \right| - |z + \bar{z}| = |z^2 + 2z\bar{z} + \bar{z}^2 + 1| - |z + \bar{z}|$.

$P = |(z + \bar{z})^2 + 1| - |z + \bar{z}| = |4a^2 + 1| - 2|a| = 4a^2 + 1 - 2|a| = \left(2|a| - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$.

Vậy $P_{\min} = \frac{3}{4}$.

Câu 330. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$, $w = (4 - 3i)z + 1 - 2i$. Giá trị nhỏ nhất của $|w|$ là :

A. $6\sqrt{5}$

B. $3\sqrt{5}$

C. $4\sqrt{5}$

D. $5\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết ta có $w = (4 - 3i)z + 1 - 2i \Rightarrow z = \frac{w - 1 + 2i}{4 - 3i}$.

Mặt khác $|z| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \left| \frac{w - 1 + 2i}{4 - 3i} \right| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |w - 1 + 2i| = 5\sqrt{5}$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(1; -2)$ và bán kính $5\sqrt{5}$.

Do đó $\min |w| = R - OI = 4\sqrt{5}$.

Câu 331. Cho số phức z thỏa mãn $\left| z + \frac{1}{z} \right| = 4$. Tính giá trị lớn nhất của $|z|$.

A. $4 + \sqrt{3}$.

B. $2 + \sqrt{5}$.

C. $2 + \sqrt{3}$.

D. $4 + \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left| z + \frac{1}{z} \right| \geq \left| z \right| - \frac{1}{|z|} \Leftrightarrow 4 \geq |z| - \frac{1}{|z|} \Rightarrow |z| \leq 2 + \sqrt{5}$.

Câu 332. Biết số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$ có mô đun nhỏ nhất. Tính $M = a^2 + b^2$.

A. $M = 26$.

B. $M = 10$.

C. $M = 8$.

D. $M = 16$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có $|z - 2 - 4i| = |z - 2i| \Leftrightarrow |a + bi - 2 - 4i| = |a + bi - 2i|$.

$\Leftrightarrow \sqrt{(a-2)^2 + (b-4)^2} = \sqrt{a^2 + (b-2)^2} \Leftrightarrow a + b - 4 = 0$.

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + (4-a)^2} = \sqrt{2(a-2)^2 + 8} \geq 2\sqrt{2}.$$

Vậy $|z|$ nhỏ nhất khi $a = 2, b = 2$. Khi đó $M = a^2 + b^2 = 8$.

Câu 333. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+1| + |z^2 - z + 1|$. Tính giá trị của $M.m$.

A. $\frac{13\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{39}{4}$.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $\frac{13}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = x + yi$; ($x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}$). Ta có: $|z| = 1 \Leftrightarrow z.\bar{z} = 1$

Đặt $t = |z+1|$, ta có $0 = |z| - 1 \leq |z+1| \leq |z| + 1 = 2 \Rightarrow t \in [0; 2]$.

Ta có $t^2 = (1+z)(1+\bar{z}) = 1 + z.\bar{z} + z + \bar{z} = 2 + 2x \Rightarrow x = \frac{t^2 - 2}{2}$.

Suy ra $|z^2 - z + 1| = |z^2 - z + z.\bar{z}| = |z||z-1+\bar{z}| = \sqrt{(2x-1)^2} = |2x-1| = |t^2 - 3|$.

Xét hàm số $f(t) = t + |t^2 - 3|, t \in [0; 2]$. Bằng cách dùng đạo hàm, suy ra

$$\max f(t) = \frac{13}{4}; \min f(t) = \sqrt{3} \Rightarrow M.m = \frac{13\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 334. Cho số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $|z| \geq 2$. Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left| \frac{z+i}{z} \right|$.

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $1 - \left| \frac{i}{z} \right| \leq \left| 1 + \frac{i}{z} \right| \leq 1 + \left| \frac{i}{z} \right| \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{|z|} \leq \left| 1 + \frac{i}{z} \right| \leq 1 + \frac{1}{|z|}$. Mặt khác $|z| \geq 2 \Leftrightarrow \frac{1}{|z|} \leq \frac{1}{2}$ suy ra

$\frac{1}{2} \leq P \leq \frac{3}{2}$. Suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$. Vậy tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là 2.

Câu 335. Nếu z là số phức thỏa $|\bar{z}| = |z+2i|$ thì giá trị nhỏ nhất của $|z-i| + |z-4|$ là

A. $\sqrt{3}$.

B. 4.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ theo giả thiết $|\bar{z}| = |z+2i| \Leftrightarrow y = -1$. (d)

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng (d).

Gọi $A(0;1), B(4;0)$ suy ra $|z-i| + |z-4| = P$ là tổng khoảng cách từ điểm $M(x;-1)$ đến hai điểm A, B .

Thấy ngay $A(0;1)$ và $B(4;0)$ nằm cùng phía với (d) . Lấy điểm đối xứng với $A(0;1)$ qua đường thẳng (d) ta được điểm $A'(0;-3)$.

Do đó khoảng cách ngắn nhất là $A'B = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Câu 336. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$ là

A. $\sqrt{13} + 2$.

B. 4.

C. 6.

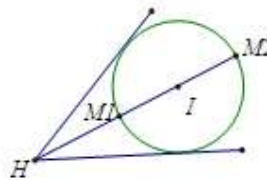
D. $\sqrt{13} + 1$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi$ ta có $z - 2 - 3i = x + yi - 2 - 3i = x - 2 + (y - 3)i$.

Theo giả thiết $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$ nên điểm M biểu diễn cho số phức z nằm trên đường tròn tâm $I(2;3)$ bán kính $R = 1$.



Ta có $|\bar{z} + 1 + i| = |x - yi + 1 + i| = |x + 1 + (1 - y)i| = \sqrt{(x + 1)^2 + (y - 1)^2}$.

Gọi $M(x; y)$ và $H(-1; 1)$ thì $HM = \sqrt{(x + 1)^2 + (y - 1)^2}$.

Do M chạy trên đường tròn, H cố định nên MH lớn nhất khi M là giao của HI với đường tròn.

Phương trình $HI : \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$, giao của HI và đường tròn ứng với t thỏa mãn:

$$9t^2 + 4t^2 = 1 \Leftrightarrow t = \pm \frac{1}{\sqrt{13}} \text{ nên } M\left(2 + \frac{3}{\sqrt{13}}; 3 + \frac{2}{\sqrt{13}}\right), M\left(2 - \frac{3}{\sqrt{13}}; 3 - \frac{2}{\sqrt{13}}\right).$$

Tính độ dài MH ta lấy kết quả $HM = \sqrt{13} + 1$.

Câu 337. Cho hai số phức u, v thỏa mãn $3|u - 6i| + 3|u - 1 - 3i| = 5\sqrt{10}$, $|v - 1 + 2i| = |\bar{v} + i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|u - v|$ là:

A. $\frac{5\sqrt{10}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{10}}{3}$

C. $\frac{2\sqrt{10}}{3}$

D. $\sqrt{10}$

Lời giải

Chọn C

▪ Ta có: $3|u - 6i| + 3|u - 1 - 3i| = 5\sqrt{10} \Leftrightarrow |u - 6i| + |u - 1 - 3i| = \frac{5\sqrt{10}}{3} \Rightarrow MF_1 + MF_2 = \frac{5\sqrt{10}}{3}$.

$\Rightarrow u$ có điểm biểu diễn M thuộc elip với hai tiêu điểm $F_1(0;6), F_2(1;3)$, tâm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$

và độ dài trục lớn là $2a = \frac{5\sqrt{10}}{3} \Rightarrow a = \frac{5\sqrt{10}}{6}$.

$\overline{F_1F_2} = (1; -3) \Rightarrow F_1F_2 : 3x + y - 6 = 0$.

▪ Ta có: $|v-1+2i| = |\bar{v}+i| = |v-i| \Rightarrow NA = NB$

$\Rightarrow v$ có điểm biểu diễn N thuộc đường thẳng d là trung trực của đoạn AB với $A(1;-2), B(0;1)$.

$\overline{AB} = (-1;3), K\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ là trung điểm của $AB \Rightarrow d: x-3y-2=0$.

$$d(I, d) = \frac{\left|\frac{1}{2} - \frac{27}{2} - 2\right|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

$$\text{Để thấy } F_1F_2 \perp d \Rightarrow \min|u-v| = \min MN = |d(I, d) - a| = \frac{2\sqrt{10}}{3}.$$

Câu 338. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$, với z_1 có phần ảo dương. Biết số phức z thỏa mãn $2|z - z_1| \leq |z - z_2|$, phần thực nhỏ nhất của z là

A. -2

B. 1

C. 9

D. 6

Lời giải

Chọn A

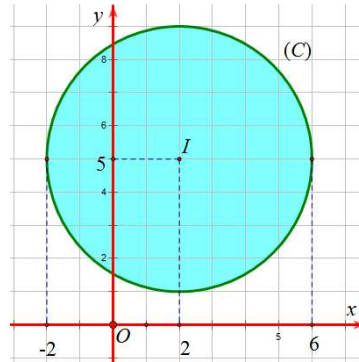
Ta có $z^2 - 4z + 13 = 0 \Leftrightarrow z_1 = 2 + 3i$ hoặc $z_2 = 2 - 3i$.

Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.

Theo giả thiết, $2|z - z_1| \leq |z - z_2| \Leftrightarrow 2\sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2} \leq \sqrt{(x-2)^2 + (y+3)^2}$

$$\Leftrightarrow 4[(x-2)^2 + (y-3)^2] \leq (x-2)^2 + (y+3)^2 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-5)^2 \leq 16.$$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là miền trong của hình tròn (C) có tâm $I(2;5)$, bán kính $R = 4$, kể cả hình tròn đó.



Do đó, phần thực nhỏ nhất của z là $x_{\min} = -2$.

Câu 339. Cho số phức z thỏa mãn $|(z+2)i+1| + |(\bar{z}-2)i-1| = 10$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính tổng $S = M + m$.

A. $S = 8$.

B. $S = 2\sqrt{21}$.

C. $S = 2\sqrt{21} - 1$.

D. $S = 9$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Chia hai vế cho $|i|$ ta được: $|z+2-i| + |\bar{z}-2+i| = 10$.

Đặt $M(a; b)$, $N(a; -b)$, $A(-2; 1)$, $B(2; -1)$, $C(2; 1) \Rightarrow NB = MC$.

Ta có: $MA + MC = 10 \Rightarrow M \in (E): \frac{X^2}{25} + \frac{Y^2}{21} = 1$.

Elip này có phương trình chính tắc với hệ trục tọa độ IXY , $I(0; 1)$ là trung điểm AC .

Áp dụng công thức đổi trục $\begin{cases} X = x \\ Y = y - 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{21} = 1$.

Đặt $\begin{cases} a = 5 \sin t \\ b - 1 = \sqrt{21} \cos t \end{cases}, t \in [0; 2\pi) \Rightarrow |z|^2 = OM^2 = a^2 + b^2 = 25 \sin^2 t + (1 + \sqrt{21} \cos t)^2$
 $= 26 + (-4 \cos^2 t + 2\sqrt{21} \cos t)$.

$|z|_{\max} = 1 + \sqrt{21} \Leftrightarrow \cos t = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 + \sqrt{21} \end{cases}$.

$|z|_{\min} = -1 + \sqrt{21} \Leftrightarrow \cos t = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 - \sqrt{21} \end{cases}$.

$\Rightarrow M + m = 2\sqrt{21}$.

Câu 340. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính môđun của 2018 phức $w = M + mi$.

A. $|w| = 2\sqrt{314}$. B. $|w| = 2\sqrt{309}$. C. $|w| = \sqrt{1258}$. D. $|w| = \sqrt{1258}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 3)^2 + (b - 4)^2 = 5$ (1).

$P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (a + 2)^2 + b^2 - [a^2 + (b - 1)^2] = 4a + 2b + 3$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $20a^2 + (64 - 8P)a + P^2 - 22P + 137 = 0$ (*).

Phương trình (*) có nghiệm khi $\Delta' = -4P^2 + 184P - 1716 \geq 0$

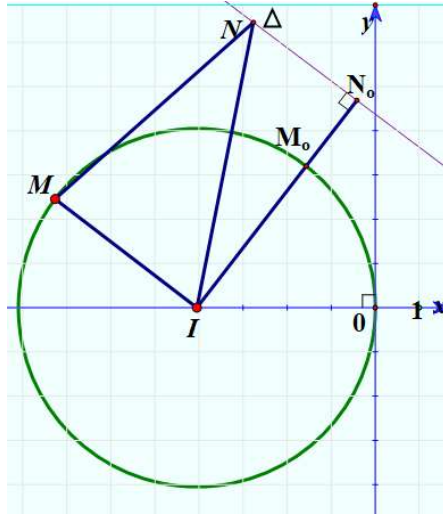
$\Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33 \Rightarrow |w| = \sqrt{1258}$.

Câu 341. Cho hai số phức z, z' thỏa mãn $|z + 5| = 5$ và $|z' + 1 - 3i| = |z' - 3 - 6i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z - z'|$.

A. $\sqrt{10}$. B. $3\sqrt{10}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$, $N(x'; y')$ là điểm biểu diễn của số phức $z' = x' + y'i$.

Ta có $|z + 5| = 5 \Leftrightarrow |x + 5 + yi| = 5 \Leftrightarrow (x + 5)^2 + y^2 = 5^2$.

Vậy M thuộc đường tròn $(C): (x + 5)^2 + y^2 = 5^2$

$$|z' + 1 - 3i| = |z' - 3 - 6i| \Leftrightarrow |(x' + 1) + (y' - 3)i| = |(x' - 3) + (y' - 6)i|$$

$$\Leftrightarrow (x' + 1)^2 + (y' - 3)^2 = (x' - 3)^2 + (y' - 6)^2 \Leftrightarrow 8x' + 6y' = 35$$

Vậy N thuộc đường thẳng $\Delta: 8x + 6y = 35$

Dễ thấy đường thẳng Δ không cắt (C) và $|z - z'| = MN$

Áp dụng bất đẳng thức tam giác, cho bộ ba điểm (I, M, N) ta có.

$$MN \geq |IN - IM| = |IN - R| \geq |IN_0 - R| = |d(I, \Delta) - R| = \left| \frac{|8 \cdot (-5) + 6 \cdot 0 - 35|}{\sqrt{8^2 + 6^2}} - 5 \right| = \frac{5}{2}$$

Dấu bằng đạt tại $M \equiv M_0; N \equiv N_0$.

Câu 342. Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 2|z + 1| + 2|z - 1| + |z - \bar{z} - 4i|$$
 bằng:

A. $2 + \frac{7}{\sqrt{15}}$.

B. $2 + \sqrt{3}$.

C. $4 + \frac{14}{\sqrt{15}}$.

D. $4 + 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$. Theo giả thiết, ta có $|z| \leq 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 4$.

Suy ra $-2 \leq x, y \leq 2$.

$$\text{Khi đó, } P = 2|z + 1| + 2|z - 1| + |z - \bar{z} - 4i| = 2\left(\sqrt{(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + |y-2|\right)$$

$$\Leftrightarrow P = 2\left(\sqrt{(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{(1-x)^2 + y^2} + |y-2|\right) \geq 2\left(2\sqrt{1+y^2} + 2-y\right).$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = 0$.

Xét hàm số $f(y) = 2\sqrt{1+y^2} + 2 - y$ trên đoạn $[-2; 2]$, ta có:

$$f'(y) = \frac{2y}{\sqrt{1+y^2}} - 1 = \frac{2y - \sqrt{1+y^2}}{\sqrt{1+y^2}}; f'(y) = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Ta có } f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2 + \sqrt{3}; f(-2) = 4 + 2\sqrt{5}; f(2) = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{Suy ra } \min_{[-2; 2]} f(y) = 2 + \sqrt{3} \text{ khi } y = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Do đó } P \geq 2(2 + \sqrt{3}) = 4 + 2\sqrt{3}. \text{ Vậy } P_{\min} = 4 + 2\sqrt{3} \text{ khi } z = \frac{1}{\sqrt{3}}i.$$

Câu 343. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |1+z| + 2|1-z|$ bằng

A. $6\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $4\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi số phức $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.

Theo giả thiết, ta có $|z| = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$. Suy ra $-1 \leq x \leq 1$.

$$\text{Khi đó, } P = |1+z| + 2|1-z| = \sqrt{(x+1)^2 + y^2} + 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{2x+2} + 2\sqrt{2-2x}.$$

$$\text{Suy ra } P \leq \sqrt{(1^2 + 2^2)[(2x+2) + (2-2x)]} \text{ hay } P \leq 2\sqrt{5}, \text{ với mọi } -1 \leq x \leq 1.$$

$$\text{Vậy } P_{\max} = 2\sqrt{5} \text{ khi } 2\sqrt{2x+2} = \sqrt{2-2x} \Leftrightarrow x = -\frac{3}{5}, y = \pm \frac{4}{5}.$$

Câu 344. Cho các số phức $z_1 = 3i$, $z_2 = -1 - 3i$, $z_3 = m - 2i$. Tập giá trị tham số m để số phức z_3 có môđun nhỏ nhất trong 3 số phức đã cho là

A. $\{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$.

B. $(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$.

C. $(-\infty; -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}; +\infty)$.

D. $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$.

Lời giải

Chọn B

$$\checkmark \text{ Ta có: } |z_1| = 3, |z_2| = \sqrt{10}, |z_3| = \sqrt{m^2 + 4}.$$

$\checkmark$ Để số phức z_3 có môđun nhỏ nhất trong 3 số phức đã cho thì

$$\sqrt{m^2 + 4} < 3 \Leftrightarrow -\sqrt{5} < m < \sqrt{5}.$$

Câu 345. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3| = 2|z|$ và $\max|z-1+2i| = a + b\sqrt{2}$. Tính $a+b$.

A. 3.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 4.

D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Khi đó } |z-3| = 2|z| \Leftrightarrow |(x-3) + yi| = 2|x + yi| \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + y^2} = 2\sqrt{x^2 + y^2}.$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 + y^2 = 4(x^2 + y^2) \Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 + 6x - 9 = 0$$

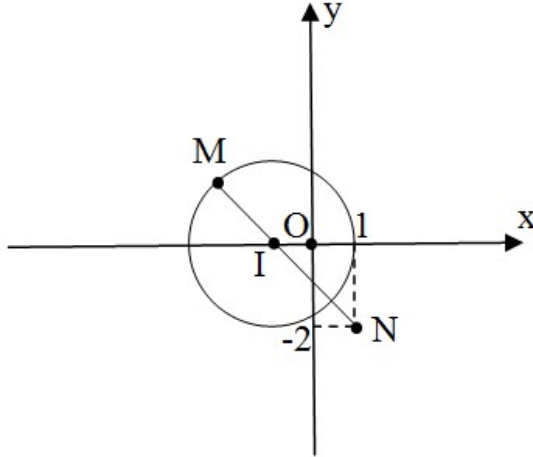
$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 = 2^2.$$

Suy ra tập hợp các điểm M biểu diễn z chính là đường tròn tâm $I(-1;0), R=2$.

Ta có $|z-1+2i| = |z-(1-2i)| = MN$, $N(1;-2)$. Dựa vào hình vẽ nhận thấy MN lớn nhất

khi đi qua tâm. Khi đó $MN = NI + IM = 2\sqrt{2} + R = 2\sqrt{2} + 2$. Suy ra $a = 2, b = 2$.

Do đó $a+b = 2+2 = 4$.



Câu 346. Cho số phức z thỏa mãn: $|z-2-2i|=1$. Số phức $z-i$ có môđun nhỏ nhất là:

A. $\sqrt{5}+2$.

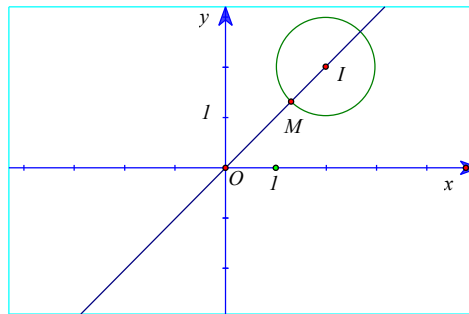
B. $\sqrt{5}+1$.

C. $\sqrt{5}-2$.

D. $\sqrt{5}-1$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } |z-2-2i|=1 \Leftrightarrow |(x-2)+(y-2)i|=1 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 = 1.$$

Tập hợp các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn của số phức z là đường tròn (C) tâm $I(2;2)$ và bán kính $R=1$.

$|z-i| = \sqrt{x^2 + (y-1)^2} = IM$, với $I(2;2)$ là tâm đường tròn, M là điểm chạy trên đường tròn. Khoảng cách này ngắn nhất khi M là giao điểm của đường thẳng nối hai điểm $N(0;1) \in Oy, I(2;2)$ với đường tròn (C) .

$$IM_{\min} = IN - R = \sqrt{5} - 1$$

Câu 347. Cho số phức z thỏa $|z| \geq 2$. Tìm tích của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \left| \frac{z+i}{z} \right|.$$

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P = \left| 1 + \frac{i}{z} \right| \leq 1 + \frac{1}{|z|} \leq \frac{3}{2}$. Mặt khác: $\left| 1 + \frac{i}{z} \right| \geq 1 - \frac{1}{|z|} \geq \frac{1}{2}$.

Vậy, giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{1}{2}$, xảy ra khi $z = -2i$; giá trị lớn nhất của P bằng $\frac{3}{2}$ xảy ra khi $z = 2i$.

Câu 348. Tìm số phức z sao cho $|z - (3 + 4i)| = \sqrt{5}$ và biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $z = 5 + 5i$.

B. $z = 2 + i$.

C. $z = 2 + 2i$.

D. $z = 4 + 3i$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$.

$$|z - (3 + 4i)| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} x - 3 = \sqrt{5} \sin t \Leftrightarrow x = 3 + \sqrt{5} \sin t \\ y - 4 = \sqrt{5} \cos t \Leftrightarrow y = 4 + \sqrt{5} \cos t \end{cases}$$

$$P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = 4x + 2y + 3 = 4(3 + \sqrt{5} \sin t) + 2(4 + \sqrt{5} \cos t) + 3.$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{5} \sin t + 2\sqrt{5} \cos t = P - 23.$$

Theo điều kiện có nghiệm phương trình lượng giác.

$$\Rightarrow (4\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 \geq (P - 23)^2 \Leftrightarrow P^2 - 46P + 429 \leq 0 \Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33.$$

Vậy GTLN của P là 33 $\Rightarrow z = 5 + 5i$.

Câu 349. Cho số phức z thỏa điều kiện $|z^2 + 4| = |z(z + 2i)|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z + i|$ bằng ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$.

$$|z^2 + 4| = |z(z + 2i)| \Leftrightarrow |z^2 - (2i)^2| = |z(z + 2i)| \Leftrightarrow |(z - 2i)(z + 2i)| = |z(z + 2i)|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z + 2i = 0 & (1) \\ |z - 2i| = |z| & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow z = -2i. \text{ Suy ra } |z + i| = |-2i + i| = |-i| = 1.$$

$$(2) \Leftrightarrow |x+yi-2i| = |x+yi| \Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-2)^2} = \sqrt{x^2+y^2} \Leftrightarrow x^2+y^2-4y+4 = x^2+y^2 \\ \Leftrightarrow y=1.$$

$$\text{Suy ra } |z+i| = |x+yi+i| = \sqrt{x^2+(y+1)^2} = \sqrt{x^2+4} \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z+i|$ bằng 1.

Câu 350. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=3$. Tìm môđun nhỏ nhất của số phức $z-1+i$.

A. $\sqrt{2}$.

B. 4.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi$; ($x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow z-1+i = (x-1) + (y+1)i$. Ta có:

$$|z-1+2i|=9 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9.$$

Đặt $x = 1 + 3 \sin t$; $y = -2 + 3 \cos t$; $t \in [0; 2\pi]$.

$$\Rightarrow |z-1+i|^2 = (3 \sin t)^2 + (-1+3 \cos t)^2 = 10 - 6 \cos t \Rightarrow 2 \leq |z-1+i| \leq 4 \Rightarrow |z-1+i|_{\min} = 2, \text{ khi } z = 1+i.$$

Câu 351. Cho số phức $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $|z-1-i| \geq 1$ và $|z-3-3i| \leq \sqrt{5}$. Gọi m, M

lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 2y$. Tính tỉ số $\frac{M}{m}$.

A. $\frac{7}{2}$.

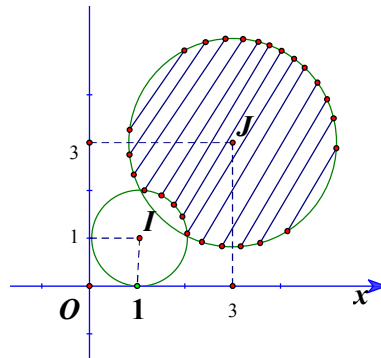
B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{14}{5}$.

D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi A là điểm biểu diễn của số phức z .

Từ giả thiết $|z-1-i| \geq 1$ ta có A là các điểm nằm bên ngoài hình tròn (C_1) có tâm $I(1;1)$ bán kính $R_1 = 1$.

Mặt khác $|z-3-3i| \leq \sqrt{5}$ ta có A là các điểm nằm bên trong hình tròn (C_2) có tâm $J(3;3)$ bán kính $R_2 = \sqrt{5}$.

Ta lại có: $P = x + 2y \Leftrightarrow x + 2y - P = 0 (\Delta)$. Do đó để tồn tại x, y thì (Δ) và phần gạch chéo phải có điểm chung tức là $d(J; \Delta) \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|9-P|}{\sqrt{5}} \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow |9-P| \leq 5 \Leftrightarrow 4 \leq P \leq 14$.

Suy ra $m = 4; M = 14 \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{7}{2}$.

Câu 352. Cho số phức z thỏa mãn $5|z-i| = |z+1-3i| + 3|z-1+i|$. Tìm giá trị lớn nhất M của $|z-2+3i|$?

A. $M = 4\sqrt{5}$

B. $M = 9$

C. $M = \frac{10}{3}$

D. $M = 1 + \sqrt{13}$

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(0;1), B(-1;3), C(1;-1)$. Ta thấy A là trung điểm của BC

$$\Rightarrow MA^2 = \frac{MB^2 + MC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \Leftrightarrow MB^2 + MC^2 = 2MA^2 + \frac{BC^2}{2} = 2MA^2 + 10.$$

Ta lại có: $5|z-i| = |z+1-3i| + 3|z-1+i|$

$$\Leftrightarrow 5MA = MB + 3MC \leq \sqrt{10} \cdot \sqrt{MB^2 + MC^2}$$

$$\Rightarrow 25MA^2 \leq 10(2MA^2 + 10) \Rightarrow MC \leq 2\sqrt{5}$$

Mà $|z-2+3i| = |(z-i) + (-2+4i)| \leq |z-i| + |2-4i| \leq |z-i| + 2\sqrt{5} \leq 4\sqrt{5}$.

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} |z-i| = 2\sqrt{5} \\ \frac{a}{-2} = \frac{b-1}{4} \end{cases}, \text{ với } z = a+bi; a, b \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 2-3i \text{ (loại)} \\ z = -2+5i \end{cases}.$$

Câu 353. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z-1+2i| = \sqrt{5}$ và $w = z+1+i$ có môđun lớn nhất. Số phức z có môđun bằng:

A. $5\sqrt{2}$.

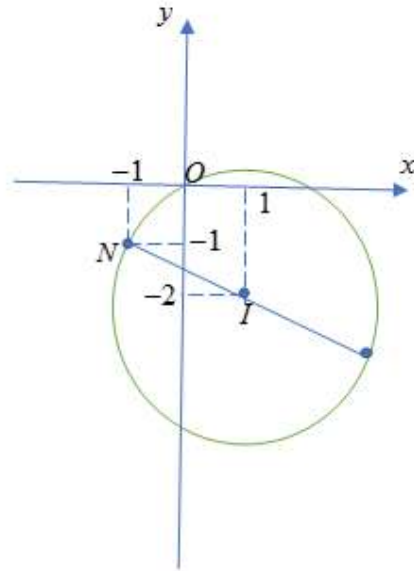
B. $2\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow z - 1 + 2i = (x - 1) + (y + 2)i$.

Ta có: $|z - 1 + 2i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 2)^2} = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$.

Suy ra tập hợp điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z thuộc đường tròn (C) tâm $I(1; -2)$ bán kính $R = \sqrt{5}$ như hình vẽ.

Để thấy $O \in (C)$, $N(-1; -1) \in (C)$.

Theo đề ta có: $M(x; y) \in (C)$ là điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn:

$$w = z + 1 + i = x + yi + 1 + i = (x + 1) + (y + 1)i \Rightarrow |z + 1 + i| = \sqrt{(x + 1)^2 + (y + 1)^2} = |\overline{MN}|.$$

Suy ra $|z + 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow MN$ lớn nhất.

Mà $M, N \in (C)$ nên MN lớn nhất khi MN là đường kính đường tròn $(C) \Leftrightarrow I$ là trung điểm $MN \Rightarrow M(3; -3) \Rightarrow z = 3 - 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{2}$.

Câu 354. Cho z_1, z_2, z_3 là các số phức thỏa mãn $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ và $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$. Khẳng định nào dưới đây là sai ?

A. $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| = |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$.

B. $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| \leq |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$.

C. $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| \geq |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$.

D. $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| \neq |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Ta có: $z_1 + z_2 + z_3 = 0 \Leftrightarrow z_2 + z_3 = -z_1$

$$(z_1 + z_2 + z_3)^3 = z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 + 3(z_1z_2 + z_1z_3)(z_1 + z_2 + z_3) + 3z_2z_3(z_2 + z_3)$$

$$= z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 - 3z_1z_2z_3 \Rightarrow z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 = 3z_1z_2z_3.$$

$$\Rightarrow |z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| = |3z_1z_2z_3| = 3|z_1||z_2||z_3| = 3$$

Mặt khác $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ nên $|z_1|^3 + |z_2|^3 + |z_3|^3 = 3$. Vậy phương án D sai.

Cách 2: thay thử $z_1 = z_2 = z_3 = 1$ vào các đáp án, thấy đáp án D bị sai

Câu 355. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z+1 \right| = 2$. Giá trị lớn nhất của môđun số phức z là

A. $\sqrt{3}$.

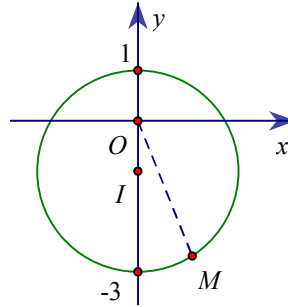
B. 3.

C. 2.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B



Đặt: $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z+1 \right| = 2 \Leftrightarrow |-iz+1| = 2 \Leftrightarrow |z+i| = 2 \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 = 4$.

Vậy tập hợp điểm M biểu diễn số phức z nằm trên đường tròn tâm $I(0; -1)$ và bán kính $R=2$.

Ta có: $|z| = OM$.

Do đó giá trị lớn nhất của $|z|$ khi OM lớn nhất nghĩa là O, M, I thẳng hàng

$\Rightarrow \max |z| = 3$.

Câu 356. Cho số phức z thỏa mãn z không phải số thực và $w = \frac{z}{2+z^2}$ là số thực. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+1-i|$ là?

A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Cách 1.

Xét $z=0$ suy ra $w=0$ suy ra $P = |z+1-i| = \sqrt{2}$.

Xét $z \neq 0$ suy ra $\frac{1}{w} = z + \frac{2}{z}$.

Gọi $z = a+bi, b \neq 0$ suy ra $\frac{1}{w} = z + \frac{2}{z} = \left(\frac{2a}{a^2+b^2} + a \right) - b \left(\frac{2}{a^2+b^2} - 1 \right) i$.

Vì $\frac{1}{w} \in \mathbb{R}$ nên $b \left(\frac{2}{a^2+b^2} - 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ a^2+b^2=2 \end{cases}$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 2$.

Xét điểm $A(-1;1)$ là điểm biểu diễn số phức $z_0 = -1+i$, suy ra $P = MA$.

$$\Rightarrow \max P = OA + r = 2\sqrt{2}. \text{ (Với } r \text{ là bán kính đường tròn } (C): x^2 + y^2 = 2 \text{).}$$

Cách 2.

$$w = \frac{z}{2+z^2} \Leftrightarrow w(2+z^2) = z \Leftrightarrow z^2 - \frac{1}{w}z + 2 = 0 \quad (*), (*) \text{ là phương trình bậc hai với hệ số thực } \left(\frac{1}{w} \in \mathbb{R}\right). \text{ Vì } z \text{ thỏa } (*) \text{ nên } z \text{ là nghiệm phương trình } (*).$$

$$\text{Gọi } z_1, z_2 \text{ là hai nghiệm của } (*) \text{ suy ra } z_1 \cdot z_2 = 2 \Rightarrow |z_1 \cdot z_2| = 2 \Leftrightarrow |z_1| |z_2| = 2 \Rightarrow |z| = \sqrt{2}.$$

$$\text{Suy ra } P = |z + 1 - i| \leq |z| + |1 - i| = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 357. Biết số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức

$$M = |z + 2|^2 - |z - i|^2 \text{ đạt giá trị lớn nhất. Tính môđun của số phức } z + i.$$

A. $|z + i| = 5\sqrt{2}$ **B.** $|z + i| = \sqrt{41}$. **C.** $|z + i| = 2\sqrt{41}$ **D.** $|z + i| = 3\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$; ($x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}$). Ta có: $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (C): (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5$: tâm $I(3; 4)$ và $R = \sqrt{5}$.

Mặt khác:

$$M = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (x + 2)^2 + y^2 - [(x^2) + (y - 1)^2] = 4x + 2y + 3 \Leftrightarrow d: 4x + 2y + 3 - M = 0.$$

Do số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện nên d và (C) có điểm chung

$$\Leftrightarrow d(I; d) \leq R \Leftrightarrow \frac{|23 - M|}{2\sqrt{5}} \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow |23 - M| \leq 10 \Leftrightarrow 13 \leq M \leq 33$$

$$\Rightarrow M_{\max} = 33 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y - 30 = 0 \\ (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -5 \end{cases} \Rightarrow z + i = 5 - 4i \Rightarrow |z + i| = \sqrt{41}.$$

Câu 358. Cho số phức z và w thỏa mãn $z + w = 3 + 4i$ và $|z - w| = 9$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z| + |w|$.

A. $\max T = 14$. **B.** $\max T = 4$. **C.** $\max T = \sqrt{106}$. **D.** $\max T = \sqrt{176}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Do $z + w = 3 + 4i$ nên $w = (3 - x) + (4 - y)i$.

$$\text{Mặt khác } |z - w| = 9 \text{ nên } |z - w| = \sqrt{(2x - 3)^2 + (2y - 4)^2} = \sqrt{4x^2 + 4y^2 - 12x - 16y + 25} = 9$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 6x - 8y = 28 \quad (1). \text{ Suy ra } T = |z| + |w| = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(3 - x)^2 + (4 - y)^2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky ta có $T^2 \leq 2(2x^2 + 2y^2 - 6x - 8y + 25) \quad (2).$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(3 - x)^2 + (4 - y)^2}.$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } T^2 \leq 2(28 + 25) \Leftrightarrow -\sqrt{106} \leq T \leq \sqrt{106}. \text{ Vậy } \max T = \sqrt{106}.$$

Câu 359. Cho số phức z thỏa mãn $|z-4|+|z+4|=10$. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z|$ lần lượt là.

A. 5 và 4.

B. 4 và 3.

C. 5 và 3.

D. 10 và 4.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức z .

$$\text{Theo đề: } |z-4|+|z+4|=10 \Leftrightarrow \sqrt{(a-4)^2+b^2}+\sqrt{(a+4)^2+b^2}=10$$

$$\Leftrightarrow (a+4)^2+b^2=100+(a-4)^2+b^2-20\sqrt{(a-4)^2+b^2} \Leftrightarrow 20\sqrt{(a-4)^2+b^2}=100-16a$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{(a-4)^2+b^2}=25-4a \Leftrightarrow 25(a^2-8a+16+b^2)=625+16a^2-200a$$

$$\Leftrightarrow 9a^2+25b^2=225 \Leftrightarrow \frac{a^2}{5^2}+\frac{b^2}{3^2}=1.$$

Dựa vào hình elip.

$$\Rightarrow \sqrt{a^2+b^2} \max \Leftrightarrow a=5 \Rightarrow b=0 \text{ và } \sqrt{a^2+b^2} \min \Leftrightarrow b=3 \Rightarrow a=0.$$

Câu 360. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+5|=5, |z_2+1-3i|=|z_2-3-6i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1-z_2|$ là:

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{5}{2}$

D. $\frac{7}{2}$

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z_1=a_1+b_1i (a_1, b_1 \in \mathbb{R}), z_2=a_2+b_2i (a_2, b_2 \in \mathbb{R})$.

Ta có

• $|z_1+5|=5 \Leftrightarrow (a_1+5)^2+b_1^2=25$. Do đó, tập hợp các điểm A biểu diễn cho số phức z_1 là đường tròn $(C): (x+5)^2+y^2=25$ có tâm là điểm $I(-5;0)$ và bán kính $R=5$.

• $|z_2+1-3i|=|z_2-3-6i| \Leftrightarrow (a_2+1)^2+(b_2-3)^2=(a_2-3)^2+(b_2-6)^2$
 $\Leftrightarrow 8a_2+6b_2-35=0$. Do đó tập hợp các điểm B biểu diễn cho số phức z_2 là đường thẳng $\Delta: 8x+6y-35=0$.

Khi đó, ta có $|z_1-z_2|=AB$.

$$\text{Suy ra } |z_1-z_2|_{\min} = AB_{\min} = d(I; \Delta) - R = \frac{|8 \cdot (-5) + 6 \cdot 0 - 35|}{\sqrt{8^2 + 6^2}} - 5 = \frac{5}{2}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z_1-z_2|$ là $\frac{5}{2}$.

Câu 361. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1|=(1+i)|z|$. Đặt $m=|z|$, tìm giá trị lớn nhất của m .

A. $\sqrt{2}$.

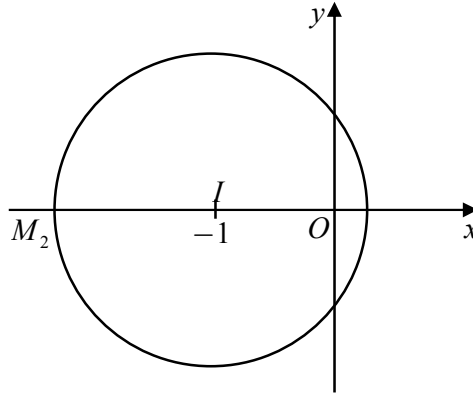
B. $\sqrt{2}-1$.

C. $\sqrt{2}+1$.

D. 1.

Lời giải

Chọn C



Đặt $z = x + iy$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } |z - 1| = |(1 + i)z| \Leftrightarrow |z - 1| = |1 + i| \cdot |z|.$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = 2(x^2 + y^2) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 1 = 0.$$

$\Rightarrow$ tập các điểm biểu diễn z là đường tròn tâm $I(-1; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

$$\Rightarrow \text{Max}|z| = OM_2 = OI + R = 1 + \sqrt{2}.$$

Câu 362. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |1 + z| + 3|1 - z|$.

A. $6\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{20}$.

C. $2\sqrt{20}$.

D. $3\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi$; ($x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}$). Ta có: $|z| = 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - x^2 \Rightarrow x \in [-1; 1]$

$$\text{Ta có: } P = |1 + z| + 3|1 - z| = \sqrt{(1 + x)^2 + y^2} + 3\sqrt{(1 - x)^2 + y^2} = \sqrt{2(1 + x)} + 3\sqrt{2(1 - x)}.$$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{2(1 + x)} + 3\sqrt{2(1 - x)}$; $x \in [-1; 1]$. Hàm số liên tục trên $[-1; 1]$ và

$$\text{với } x \in (-1; 1) \text{ ta có: } f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2(1 + x)}} - \frac{3}{\sqrt{2(1 - x)}} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{5} \in (-1; 1)$$

$$\text{Ta có: } f(1) = 2; f(-1) = 6; f\left(-\frac{4}{5}\right) = 2\sqrt{20} \Rightarrow P_{\max} = 2\sqrt{20}.$$

Câu 363. Trong các số phức z thỏa mãn $|z| = |\bar{z} - 1 + 2i|$, số phức có mô đun nhỏ nhất là

A. $z = 5$.

B. $z = 1 + \frac{3}{4}i$.

C. $z = \frac{1}{2} + i$.

D. $z = 3 + i$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) suy ra $\bar{z} = x - yi$.

$$\text{Theo giả thiết ta có } x^2 + y^2 = (x - 1)^2 + (2 - y)^2 \Leftrightarrow -2x - 4y + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2} - 2y.$$

$$\text{Khi đó } |z|^2 = x^2 + y^2 = \left(\frac{5}{2} - 2y\right)^2 + y^2 = 5(y-1)^2 + \frac{5}{4} \geq \frac{5}{4}.$$

$$\text{Vậy } |z| \text{ nhỏ nhất bằng } \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ khi } \begin{cases} x = \frac{5}{2} - 2y \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy số phức có mô đun nhỏ nhất là } z = \frac{1}{2} + i.$$

Câu 364. Cho số phức thỏa mãn $|z - 2 + 2i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|z|$ là.

A. $4\sqrt{2} - 2$.

B. $2 + \sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{2} + 1$.

D. $3\sqrt{2} + 1$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

$$\text{Đặt } z = x + yi \text{ khi đó ta có } |z - 2 + 2i| = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y+2)^2} = 1 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+2)^2 = 1$$

.

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(2; -2)$ bán kính $r = 1$.

Phương trình đường thẳng $OI : y = -x$.

Hoàn chỉnh giao điểm của OI và đường tròn tâm $I(2; -2)$ là nghiệm phương trình tương giao:

$$(x-2)^2 + (-x+2)^2 = 1 \Leftrightarrow x = 2 \pm \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Ta có hai tọa độ giao điểm là } M\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}; -2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \text{ và } M'\left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}; -2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

$$\text{Ta thấy } OM = 2\sqrt{2} + 1; OM' = 2\sqrt{2} - 1.$$

$$\text{Vậy tại giá trị lớn nhất của } |z| = 2\sqrt{2} + 1.$$

Cách 2:

$$\text{Xét } |z - 2 + 2i| = 1 \Leftrightarrow 1 = |z - (2 - 2i)| \geq |z| - |2 - 2i| = |z| - 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } |z| \leq 1 + 2\sqrt{2}, \text{ GTLN của } |z| = 1 + 2\sqrt{2}.$$

Câu 365. Cho số phức z thỏa điều kiện $|z^2 + 4| = |z(z + 2i)|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z + i|$ bằng ?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Giả sử } z = x + yi \text{ (} x, y \in \mathbb{R} \text{)}.$$

$$|z^2 + 4| = |z(z + 2i)| \Leftrightarrow |z^2 - (2i)^2| = |z(z + 2i)| \Leftrightarrow |(z - 2i)(z + 2i)| = |z(z + 2i)|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z + 2i = 0 & (1) \\ |z - 2i| = |z| & (2) \end{cases}.$$

$$(1) \Leftrightarrow z = -2i. \text{ Suy ra } |z+i| = |-2i+i| = |-i| = 1.$$

$$(2) \Leftrightarrow |x+yi-2i| = |x+yi| \Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-2)^2} = \sqrt{x^2+y^2} \Leftrightarrow x^2+y^2-4y+4 = x^2+y^2 \\ \Leftrightarrow y=1.$$

$$\text{Suy ra } |z+i| = |x+yi+i| = \sqrt{x^2+(y+1)^2} = \sqrt{x^2+4} \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z+i|$ bằng 1.

Câu 366. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để có đúng 2 số phức z thỏa $|z-(m-1)+i|=8$ và $|z-1+i| = |\bar{z}-2+3i|$.

A. 66.

B. 65.

C. 131.

D. 130.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z = x+iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Ta có: $|z-(m-1)+i|=2 \Leftrightarrow$ tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(m-1; -1)$, bán kính $R=8$.

Ta có: $|z-1+i| = |\bar{z}-2+3i| \Leftrightarrow$ tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường thẳng $d: 2x+8y-11=0$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ khoảng cách từ I đến d nhỏ hơn $R \Leftrightarrow |2m-21| < 8\sqrt{68}$

$$\Leftrightarrow \frac{21}{2} - 4\sqrt{68} < m < \frac{21}{2} + 4\sqrt{68}$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $-22 \leq m \leq 43 \Rightarrow$ có 66 giá trị thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 367. Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 1$. Đặt $A = \frac{2z-i}{2+iz}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $|A| < 1$.

B. $|A| > 1$.

C. $|A| \leq 1$.

D. $|A| \geq 1$.

Lời giải

Chọn C

Đặt Có $a = a+bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow a^2+b^2 \leq 1$ (do $|z| \leq 1$)

$$|A| = \left| \frac{2z-i}{2+iz} \right| = \left| \frac{2a+(2b-1)i}{2-b+ai} \right| = \sqrt{\frac{4a^2+(2b+1)^2}{(2-b)^2+a^2}}$$

Ta chứng minh $\frac{4a^2+(2b+1)^2}{(2-b)^2+a^2} \leq 1$.

$$\text{Thật vậy ta có } \frac{4a^2+(2b+1)^2}{(2-b)^2+a^2} \leq 1 \Leftrightarrow 4a^2+(2b+1)^2 \leq (2-b)^2+a^2 \Leftrightarrow a^2+b^2 \leq 1$$

Dấu “=” xảy ra khi $a^2+b^2=1$.

Vậy $|A| \leq 1$.

Câu 368. Trong tập hợp các số phức z thỏa mãn: $\left| \frac{z+2-i}{z+1-i} \right| = \sqrt{2}$. Tìm môđun lớn nhất của số phức $z+i$.

A. $2 + \sqrt{2}$.

B. $3 + \sqrt{2}$.

C. $3 - \sqrt{2}$.

D. $2 - \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\left| \frac{z+2-i}{z+1-i} \right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left| \frac{z+2-i}{z+1-i} \right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |(x+2) + (y-1)i| = \sqrt{2} |(x+1) + (y-1)i|.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{2} \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}.$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 2[(x+1)^2 + (y-1)^2]. \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 2.$$

$$\text{Suy ra } (y-1)^2 \leq 2 \Rightarrow y \leq 1 + \sqrt{2}.$$

$$\text{Ta có: } x^2 + (y-1)^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 = 2 + 4y \Rightarrow |z+i|^2 = 2 + 4y \leq 2 + 4(1 + \sqrt{2}) = 6 + 4\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow |z+i| \leq \sqrt{6 + 4\sqrt{2}} = 2 + \sqrt{2}.$$

Vậy $|z+i| = 2 + \sqrt{2}$ là môđun lớn nhất của số phức $z+i$.

Câu 369. Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 - 2z + 5| = |(z-1+2i)(z+3i-1)|$. Tính $\min |w|$, với $w = z - 2 + 2i$.

A. $\min |w| = \frac{1}{2}$.

B. $\min |w| = 1$.

C. $\min |w| = 2$.

D. $\min |w| = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } |z^2 - 2z + 5| = |(z-1+2i)(z+3i-1)| \Leftrightarrow |(z-1+2i)(z-1-2i)| = |(z-1+2i)(z+3i-1)|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z-1+2i=0 \\ |(z-1-2i)| = |(z+3i-1)| \end{cases}$$

$$\text{Trường hợp 1: } z-1+2i=0 \Rightarrow w=-1 \Rightarrow |w|=1 \quad (1).$$

$$\text{Trường hợp 2: } |z-1-2i| = |z+3i-1|.$$

Gọi $z = a + bi$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) khi đó ta được

$$|a-1+(b-2)i| = |(a-1)+(b+3)i| \Leftrightarrow (b-2)^2 = (b+3)^2 \Leftrightarrow b = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra } w = z - 2 + 2i = a - 2 + \frac{3}{2}i \Rightarrow |w| = \sqrt{(a-2)^2 + \frac{9}{4}} \geq \frac{3}{2} \quad (2).$$

Từ (1), (2) suy ra $\min |w| = 1$.

Câu 370. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-3i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

A. $\sqrt{13}$.

B. $1 + \sqrt{13}$.

C. $2 + \sqrt{13}$.

D. $\sqrt{13} - 1$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $|z - 2 - 3i| = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2} = 1 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$.

Đặt: $\begin{cases} x-2 = \sin t \\ y-3 = \cos t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 + \sin t \\ y = 3 + \cos t \end{cases}$.

Ta được: $z^2 = x^2 + y^2 = (2 + \sin t)^2 + (3 + \cos t)^2 = 4 \sin t + 6 \cos t + 14$.

$= \sqrt{4^2 + 6^2} \sin(t + \alpha) + 14 = 2\sqrt{13} \sin(t + \alpha) + 14$.

Suy ra: $|z| \leq \sqrt{2\sqrt{13} + 14} = \sqrt{13} + 1$.

Câu 371. Gọi điểm A, B lần lượt biểu diễn các số phức z và $z' = \frac{1+i}{2}z$; ($z \neq 0$) trên mặt phẳng tọa độ (A, B, C và A', B', C' đều không thẳng hàng). Với O là gốc tọa độ, khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tam giác OAB vuông cân tại A .

B. Tam giác OAB đều.

C. Tam giác OAB vuông cân tại O .

D. Tam giác OAB vuông cân tại B .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $OA = |z|$; $OB = |z'| = \left| \frac{1+i}{2} \cdot z \right| = \left| \frac{1+i}{2} \right| \cdot |z| = \frac{\sqrt{2}}{2} |z|$

Ta có: $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} \Rightarrow BA = |z - z'| = \left| z - \frac{1+i}{2}z \right| = \left| \frac{1-i}{2} \right| \cdot |z| = \frac{\sqrt{2}}{2} |z|$

Suy ra: $OA^2 = OB^2 + AB^2$ và $AB = OB \Rightarrow OAB$ là tam giác vuông cân tại B .

Câu 372. Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, b > 0$) thỏa mãn $|z| = 1$. Tính $P = 2a + 4b^2$ khi $|z^3 - z + 2|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P = 4$.

B. $P = 2 - \sqrt{2}$.

C. $P = 2$.

D. $P = 2 + \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

$|z| = 1 \Rightarrow \bar{z} = \frac{1}{z}$

Do $b > 0 \Rightarrow -1 < a < 1$

Ta có: $|z^3 - z + 2| = \left| z - \frac{1}{z} + \frac{2}{z^2} \right| = \left| z - \bar{z} + 2\bar{z}^2 \right| = 2|bi + (a - bi)^2|$

$= 2|bi + a^2 - b^2 - 2abi| = 2\sqrt{(a^2 - b^2)^2 + (b - 2ab)^2}$

$= 2\sqrt{b^2 - 4ab^2 + 1} = 2\sqrt{1 - a^2 - 4a(1 - a^2)} + 1$

$= 2\sqrt{4a^3 - a^2 - 4a + 2}$

Biểu thức trên đạt GTLN trên miền $-1 < a < 1$ khi $a = \frac{-1}{2} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (do $b > 0$)

Vậy $P = 2a + 4b^2 = 2$

Câu 373. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. 1.

B. $\sqrt{2}$.

C. 0.

D. $\sqrt{2}-1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $|z-1|=1 \Rightarrow$ Quỹ tích điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn (C) tâm $I(1;0)$, bán kính $R=1$.

Mặt khác $\begin{cases} |z|=OM \\ O \in (C) \end{cases} \Rightarrow |z|_{\min} = 0.$

Câu 374. Cho các số phức z thỏa mãn $|z-4+3i|=2$. Giả sử biểu thức $P=|z|$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất khi z lần lượt bằng $z_1=a_1+b_1i$ ($a_1, b_1 \in \mathbb{R}$) và $z_2=a_2+b_2i$ ($a_2, b_2 \in \mathbb{R}$). Tính $S=a_1+a_2$

A. $S=8$.

B. $S=10$.

C. $S=4$.

D. $S=6$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z=a+bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$|z-4+3i|=2 \Leftrightarrow |a+ib-4+3i|=2 \Leftrightarrow |a-4+(b+3)i|=2$$

$$\Leftrightarrow (a-4)^2 + (b+3)^2 = 4$$

Khi đó tập hợp các điểm $M(a;b)$ biểu diễn số phức $z=a+bi$ thuộc vào đường tròn (C) có tâm $I(4;-3)$, $R=2$. Ta có $OI=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Suy ra $|z|_{\max}=OI+R=5+2=7$, $|z|_{\min}=|OI-R|=5-2=3$.

Gọi Δ là đường thẳng qua hai điểm OI ta có

phương trình của $(\Delta): 3x+4y=0$. Gọi M và N lần lượt là hai giao điểm của (Δ) và (C)

sao cho $OM=3$ và $ON=7$ khi đó

$$\begin{cases} \overrightarrow{OM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{OI} \Rightarrow M\left(\frac{12}{5}; -\frac{9}{5}\right) \\ \overrightarrow{ON} = \frac{7}{5}\overrightarrow{OI} \Rightarrow N\left(\frac{28}{5}; -\frac{21}{5}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{28}{5} - \frac{21}{5}i \\ z_2 = \frac{12}{5} - \frac{9}{5}i \end{cases} \Rightarrow S = \frac{28}{5} + \frac{12}{5} = 8.$$

Câu 375. Cho số phức z thỏa mãn $|(1+i)z+2|+|(1+i)z-2|=4\sqrt{2}$. Gọi $m=\max|z|$, $n=\min|z|$ và số phức $w=m+ni$. Tính $|w|^{2018}$

A. 5^{1009} .

B. 6^{1009} .

C. 2^{1009} .

D. 4^{1009} .

Lời giải

Chọn B

Ta có $|(1+i)z+2|+|(1+i)z-2|=4\sqrt{2} \Leftrightarrow |z+1-i|+|z-1+i|=4$.

Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z , $F_1(-1;1)$ là điểm biểu diễn của số phức $z_1=-1+i$ và $F_2(1;-1)$ là điểm biểu diễn của số phức $z_2=1-i$. Khi đó ta có $MF_1+MF_2=4$. Vậy tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là Elip nhận F_1 và F_2 làm hai tiêu điểm.

Ta có $F_1F_2=2c \Leftrightarrow 2c=2\sqrt{2} \Leftrightarrow c=\sqrt{2}$.

Mặt khác $2a=4 \Leftrightarrow a=2$ suy ra $b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{4-2}=\sqrt{2}$.

Do đó Elip có độ dài trục lớn là $A_1A_2=2a=4$, độ dài trục bé là $B_1B_2=2b=2\sqrt{2}$.

Mặt khác O là trung điểm của AB nên $m=\max|z|=\max OM=OA_1=a=2$ và $n=\min|z|=\min OM=OB_1=b=\sqrt{2}$.

Do đó $w=2+\sqrt{2}i$ suy ra $|w|=\sqrt{6} \Rightarrow |w|^{2018}=6^{1009}$.

Câu 376. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+1|+|z^2-z+1|$. Giá trị của $M.m$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{13\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{13\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=|z+1| \leq |z|+1=2$ nên $t \in [0;2]$.

Do $|z|=1$ nên $z.\bar{z}=1 \Rightarrow P=|z+1|+|z^2-z+z.\bar{z}|=|z+1|+|z+\bar{z}-1|$.

Ta có $t^2=|z+1|^2=(z+1)(\bar{z}+1)=z.\bar{z}+(z+\bar{z})+1=2+(z+\bar{z})$ nên $z+\bar{z}=t^2-2$.

Vậy $P=f(t)=t+|t^2-3|$, với $t \in [0;2]$.

Khi đó, $f(t)=\begin{cases} t^2+t-3 & \text{khi } \sqrt{3} \leq t \leq 2 \\ -t^2+t+3 & \text{khi } 0 \leq t < \sqrt{3} \end{cases}$ nên $f'(t)=\begin{cases} 2t+1 & \text{khi } \sqrt{3} < t \leq 2 \\ -2t+1 & \text{khi } 0 \leq t < \sqrt{3} \end{cases}$.

$f'(t)=0 \Rightarrow t=\frac{1}{2}$.

$f(0)=3$; $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{13}{4}$; $f(\sqrt{3})=\sqrt{3}$; $f(2)=3$.

Vậy $M=\frac{13}{4}$; $m=\sqrt{3}$ nên $M.m=\frac{13\sqrt{3}}{4}$.

Câu 377. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2i| \leq |z-4i|$ và $|z-3-3i|=1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-2|$ là:

A. $\sqrt{10}+1$.

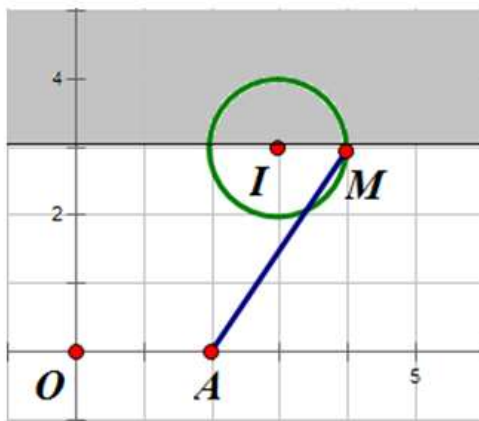
B. $\sqrt{13}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. $\sqrt{13}+1$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z ta có: $|z - 2i| \leq |z - 4i|$
 $\Leftrightarrow x^2 + (y - 2)^2 \leq x^2 + (y - 4)^2$
 $\Leftrightarrow y \leq 3$; $|z - 3 - 3i| = 1 \Leftrightarrow$ điểm M nằm trên đường tròn tâm $I(3; 3)$ và bán kính bằng 1.
 Biểu thức $P = |z - 2| = AM$ trong đó $A(2; 0)$, theo hình vẽ thì giá trị lớn nhất của
 $P = |z - 2|$ đạt được khi $M(4; 3)$ nên $\max P = \sqrt{(4 - 2)^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{13}$.

Câu 378. Trong mặt phẳng tọa độ, hãy tìm số phức z có môđun nhỏ nhất, biết rằng số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = \sqrt{5}$.

- A. $z = -1 - 2i$. B. $z = 1 - 2i$. C. $z = -1 + 2i$. D. $z = 1 + 2i$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có: $|z - 2 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |a + bi - 2 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |(a - 2) + (b - 4)i| = \sqrt{5}$.

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a - 2)^2 + (b - 4)^2} = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 2)^2 + (b - 4)^2 = 5.$$

Ta có: $|z - (2 + 4i)| = \sqrt{5} \Rightarrow$ Tập hợp các số phức là đường tròn (C) tâm $I(2; 4)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z . Ta có: $|z| = |z - 0| = OM$.

OM nhỏ nhất $\Rightarrow I, O, M$ thẳng hàng.

Ta có: $(IM): y = 2x$.

M là giao điểm của IM và $(C) \Rightarrow M(1; 2) \vee M(3; 6) \Rightarrow z = 1 + 2i \vee z = 3 + 6i$.

Ta có: $|1 + 2i| = \sqrt{5}$, $|3 + 6i| = 3\sqrt{5}$. Chọn $z = 1 + 2i$.

Câu 379. Cho z là số phức thay đổi thỏa mãn $|(1 + i)z + 2 - i| = 4$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn cho z trong mặt phẳng phức. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |x + y + 3|$.

- A. $4 + 2\sqrt{2}$. B. 8. C. 4. D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|(1+i)z+2-i|=4 \Leftrightarrow \left|z+\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i\right|=2\sqrt{2}$. Vậy quỹ tích điểm biểu diễn cho số phức

z là đường tròn (C) tâm $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ bán kính $R=2\sqrt{2}$ (1).

Biểu thức $T=|x+y+3|$, với $T \geq 0$ thì ta có $\begin{cases} x+y+3-T=0 \\ x+y+3+T=0 \end{cases}$ (2).

Khi đó điểm M là điểm thuộc đường tròn (C) và một trong hai đường thẳng trong (2).

Điều kiện để một trong hai đường thẳng trên cắt đường tròn (C) là

$$\begin{cases} \frac{|4-T|}{\sqrt{2}} \leq 2\sqrt{2} \\ \frac{|T+4|}{\sqrt{2}} \leq 2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq T \leq 8 \\ -8 \leq T \leq 0 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq T \leq 8. \text{ Vậy } \max T = 8.$$

Câu 380. Trong các số phức z thỏa mãn $|z-i|=|\bar{z}-2-3i|$. Hãy tìm z có môđun nhỏ nhất.

A. $z = \frac{27}{5} + \frac{6}{5}i$. B. $z = -\frac{6}{5} - \frac{27}{5}i$. C. $z = -\frac{6}{5} + \frac{27}{5}i$. D. $z = \frac{3}{5} - \frac{6}{5}i$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Ta có $|x + yi - i| = |x - yi - 2 - 3i| \Leftrightarrow |x + (y-1)i| = |(x-2) - (y+3)i|$

$$\Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = (x-2)^2 + (y+3)^2 \Leftrightarrow 1 - 2y = 13 - 4x + 6y \Leftrightarrow 4x = 12 + 8y \Leftrightarrow x = 2y + 3.$$

$$\text{Do đó } |z|^2 = x^2 + y^2 = (2y+3)^2 + y^2 = 5y^2 + 12y + 9 = \left(y\sqrt{5} + \frac{6}{\sqrt{5}}\right)^2 + \frac{9}{5} \geq \frac{9}{5}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow y = -\frac{6}{5}, \text{ khi đó } x = \frac{3}{5} \Rightarrow z = \frac{3}{5} - \frac{6}{5}i.$$

Câu 381. Cho số phức z , tìm giá trị lớn nhất của $|z|$ biết rằng z thỏa mãn điều kiện $\left|\frac{-2-3i}{3-2i}z+1\right|=1$.

A. $\sqrt{2}$. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có: } \left|\frac{-2-3i}{3-2i}z+1\right|=1 \Leftrightarrow |-iz+1|=1 \Leftrightarrow |z+i|=1 \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 = 1.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $R=1$.

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z , ta có $IM=1$.

$$\text{Ta có: } |z| = OM \leq OI + IM \leq 2.$$

Câu 382. Trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm môđun nhỏ nhất của số phức $z + 2i$.

A. $3\sqrt{5}$.

B. $3\sqrt{2}$

C. $3 + \sqrt{2}$

D. $\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$; ($x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $|z - 2 - 4i| = |z - 2i| \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{x^2 + (y-2)^2} \Leftrightarrow x + y - 4 = 0 \Leftrightarrow y = 4 - x$.

Ta có: $|z + 2i|^2 = x^2 + (y+2)^2 = x^2 + (6-x)^2 = 2x^2 - 12x + 36 = 2(x-3)^2 + 18 \geq 18$

$\Rightarrow |z + 2i|_{\min} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ khi $z = 3 + i$.

Câu 383. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2| + |z + 2| = 5$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính $M + m$?

A. $M + m = 1$

B. $M + m = 4$

C. $M + m = \frac{17}{2}$

D. $M + m = 8$

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(x; y)$, $F_1(-2; 0)$, $F_2(2; 0)$ biểu diễn cho số phức $z, -2, 2$.

Ta có $MF_1 + MF_2 = 5 \Rightarrow M$ chạy trên Elip có trục lớn $2a = 5$, trục nhỏ $2b = 2\sqrt{\frac{25}{4} - 4} = 3$.

Mà $|z| = OM$. Do đó giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|z|$ là $M = \frac{5}{2}$; $m = \frac{3}{2}$.

Suy ra $M + m = 4$.

Câu 384. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z - 5 + 3i| = 3$, $|iw + 4 + 2i| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |3iz + 2w|$.

A. $\sqrt{578} + 13$

B. $\sqrt{578} + 5$

C. $\sqrt{554} + 13$

D. $\sqrt{554} + 5$

Lời giải

Chọn C

$|z - 5 + 3i| = 3 \Rightarrow |3iz - 15i - 9| = 9$ là đường tròn có tâm $I(9; 15)$ và $R = 9$.

$|iw + 4 + 2i| = 2 \Rightarrow |2w - 8i + 4| = 4$ là đường tròn có tâm $J(4; -8)$ và $R' = 4$.

$T = |3iz + 2w|$ đạt giá trị lớn nhất khi $T = IJ + R + R' = \sqrt{554} + 13$.

Câu 385. Trong các số phức z thỏa $|z + 3 + 4i| = 2$, gọi z_0 là số phức có môđun nhỏ nhất. Khi đó.

A. Không tồn tại số phức z_0 .

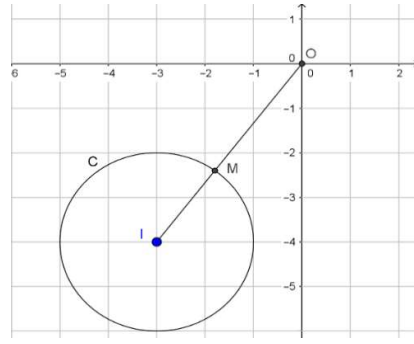
B. $|z_0| = 7$.

C. $|z_0| = 2$.

D. $|z_0| = 3$.

Lời giải

Chọn D



Cách 1:

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Khi đó $|z + 3 + 4i| = 2 \Leftrightarrow (a + 3)^2 + (b + 4)^2 = 4$.

Suy ra biểu diễn hình học của số phức z là đường tròn (C) tâm $I(-3; -4)$ và bán kính $R = 5$.

Gọi $M(z)$ là điểm biểu diễn số phức z . Ta có: $M(z) \in (C)$.

$|z| = OM \geq OI - R = 3$.

Vậy $|z|$ bé nhất bằng 3 khi $M(z) = (C) \cap IM$.

Cách 2:

Đặt $\begin{cases} a + 3 = 2 \cos \varphi \\ b + 4 = 2 \sin \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 + 2 \cos \varphi \\ b = -4 + 2 \sin \varphi \end{cases}$.

$\Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(2 \cos \varphi - 3)^2 + (2 \sin \varphi - 4)^2} = \sqrt{29 - 12 \cos \varphi - 16 \sin \varphi}$.

$= \sqrt{29 - 20 \left(\frac{3}{5} \cos \varphi + \frac{4}{5} \sin \varphi \right)} = \sqrt{29 - 20 \cos(\alpha - \varphi)} \geq \sqrt{9}$

$\Rightarrow |z_0| = 3$

Câu 386. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z^2 + 4| = 2|z|$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\frac{\sqrt{2}-1}{3} \leq |z| \leq \frac{\sqrt{2}+1}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}-1}{6} \leq |z| \leq \frac{\sqrt{3}+1}{6}$.

C. $\sqrt{5}-1 \leq |z| \leq \sqrt{5}+1$.

D. $\sqrt{6}-1 \leq |z| \leq \sqrt{6}+1$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng bất đẳng thức $|u| + |v| \geq |u + v|$, ta được

$$2|z| + |-4| = |z^2 + 4| + |-4| \geq |z|^2 \Rightarrow |z|^2 - 2|z| - 4 \leq 0 \Rightarrow |z| \leq \sqrt{5} + 1$$

$$2|z| + |z|^2 = |z^2 + 4| + |-z^2| \geq 4 \Rightarrow |z|^2 + 2|z| - 4 \geq 0 \Rightarrow |z| \geq \sqrt{5} - 1$$

Vậy, $|z|$ nhỏ nhất là $\sqrt{5} - 1$, khi $z = -i + i\sqrt{5}$ và $|z|$ lớn nhất là $\sqrt{5} + 1$, khi $z = i + i\sqrt{5}$.

Câu 387. Cho số phức z thỏa mãn $|(1-i)z - 6 - 2i| = \sqrt{10}$. Tìm môđun lớn nhất của số phức z .

A. $3 + \sqrt{5}$

B. $4\sqrt{5}$

C. $3\sqrt{5}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi$; ($x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}$).

Ta có:

$$|(1-i)z - 6 - 2i| = \sqrt{10} \Leftrightarrow |(1-i) \cdot \left|z + \frac{-6-2i}{1-i}\right| = \sqrt{10} \Leftrightarrow |z - 2 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-4)^2 = 5.$$

$$\text{Đặt } x = 2 + \sqrt{5} \sin t; y = 4 + \sqrt{5} \cos t; t \in [0; 2\pi].$$

Lúc đó:

$$|z|^2 = (2 + \sqrt{5} \sin t)^2 + (4 + \sqrt{5} \cos t)^2 = 25 + (4\sqrt{5} \sin t + 8\sqrt{5} \cos t)$$

$$= 25 + \sqrt{(4\sqrt{5})^2 + (8\sqrt{5})^2} \sin(t + \alpha); (\alpha \in \mathbb{R})$$

$$\Rightarrow |z|^2 = 25 + 20 \sin(t + \alpha) \Rightarrow z \in [\sqrt{5}; 3\sqrt{5}]$$

$$\Rightarrow z_{\max} = 3\sqrt{5} \text{ đạt được khi } z = 3 + 6i.$$

Câu 388. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất.

A. $z = -1 + i$.

B. $z = 3 + 2i$.

C. $z = 2 + 2i$.

D. $z = -2 + 2i$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có:

$$|z - 2 - 4i| = |z - 2i| \Rightarrow x + y = 4.$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2(x-2)^2 + 8} \geq 2\sqrt{2} \Rightarrow z = 2 + 2i.$$

Câu 389. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 2$. Tìm môđun lớn nhất của số phức z .

A. $\sqrt{5 + 6\sqrt{5}}$.

B. $\sqrt{11 + 4\sqrt{5}}$.

C. $\sqrt{6 + 4\sqrt{5}}$.

D. $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi$; ($x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}$). Ta có: $|z - 1 + 2i| = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$.

$$\text{Đặt } x = 1 + 2 \sin t; y = -2 + 2 \cos t; t \in [0; 2\pi].$$

Lúc đó:

$$|z|^2 = (1 + 2 \sin t)^2 + (-2 + 2 \cos t)^2 = 9 + (4 \sin t - 8 \cos t) = 9 + \sqrt{4^2 + 8^2} \sin(t + \alpha); (\alpha \in \mathbb{R})$$

$$\Rightarrow |z|^2 = 9 + 4\sqrt{5} \sin(t + \alpha) \Rightarrow z \in [-\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}; \sqrt{9 + 4\sqrt{5}}]$$

$$\Rightarrow z_{\max} = \sqrt{9 + 4\sqrt{5}} \text{ đạt được khi } z = \frac{5 + 2\sqrt{5}}{5} + \frac{-10 + 4\sqrt{5}}{5}i.$$

Câu 390. Cho số phức z thỏa mãn z không phải số thực và $w = \frac{z}{2 + z^2}$ là số thực. Giá trị lớn nhất

của biểu thức $P = |z + 1 - i|$ là.

A. $2\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 8.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1. Xét $z \neq 0$ suy ra $\frac{1}{w} = z + \frac{2}{z}$. Gọi $z = a + bi, b \neq 0$.

$$\text{Suy ra } \frac{1}{w} = z + \frac{2}{z} = \left(\frac{2a}{a^2 + b^2} + a \right) - b \left(\frac{2}{a^2 + b^2} - 1 \right) i.$$

$$\text{Vì } \frac{1}{w} \in \mathbb{R} \text{ nên } b \left(\frac{2}{a^2 + b^2} - 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a^2 + b^2 = 2 \end{cases}.$$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng Oxy là đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 2$.

Xét điểm $A(-1; 1)$ là điểm biểu diễn số phức $z_0 = -1 + i$ suy ra

$$P = MA \Rightarrow \max P = OA + r = 2\sqrt{2}.$$

Với r là bán kính đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 2$.

Cách 2. $w = \frac{z}{2 + z^2} \Leftrightarrow w(2 + z^2) = z \Leftrightarrow z^2 - \frac{1}{w}z + 2 = 0$ (*). (*) là phương trình bậc hai

với hệ số thực $\left(\frac{1}{w} \in \mathbb{R} \right)$. Vì z thỏa (*) nên z là nghiệm phương trình (*). Gọi z_1, z_2

là hai nghiệm của (*) suy ra $z_1 \cdot z_2 = 2 \Rightarrow |z_1 \cdot z_2| = 2 \Leftrightarrow |z_1| |z_2| = 2 \Rightarrow |z| = \sqrt{2}$. Suy ra

$$P = |z + 1 - i| \leq |z| + |1 - i| = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } z = 1 - i.$$

Câu 391. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = \left| \frac{z+i}{z} \right|$, với z là số phức khác 0 thỏa mãn $|z| \geq 2$. Tính $2M - m$.

A. $2M - m = \frac{5}{2}$.

B. $2M - m = 10$.

C. $2M - m = 6$.

D. $2M - m = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$P = \left| \frac{z+i}{z} \right| = \frac{|z+i|}{|z|} \leq \frac{|z| + |i|}{|z|} = 1 + \frac{1}{|z|} \leq \frac{3}{2}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } z = 2i. \text{ Vậy } M = \frac{3}{2}.$$

$$P = \left| \frac{z+i}{z} \right| = \frac{|z+i|}{|z|} \geq \frac{||z| - |i||}{|z|} = \frac{|z| - 1}{|z|} = 1 - \frac{1}{|z|} \geq \frac{1}{2}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } z = -2i.$$

$$\text{Vậy } m = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } 2M - m = \frac{5}{2}.$$

Câu 392. Cho số phức z thỏa mãn $|z+1-i|=|z-3i|$ và số phức $w=\frac{1}{z}$. Tìm giá trị lớn nhất của $|w|$.

- A. $|w|_{\max}=\frac{9\sqrt{5}}{10}$. B. $|w|_{\max}=\frac{7\sqrt{5}}{10}$. C. $|w|_{\max}=\frac{4\sqrt{5}}{7}$. D. $|w|_{\max}=\frac{2\sqrt{5}}{7}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z=a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$|z+1-i|=|z-3i| \Leftrightarrow (a+1)^2+(b-1)^2=a^2+(b-3)^2 \Leftrightarrow a=-2b+\frac{7}{2}.$$

$$|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(-2b+\frac{7}{2}\right)^2+b^2}=\sqrt{5b^2-14b+\frac{49}{4}}=\sqrt{5\left(b-\frac{7}{5}\right)^2+\frac{49}{20}}\geq\frac{7}{2\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow |w|=\left|\frac{1}{z}\right|=\frac{1}{|z|}\leq\frac{2\sqrt{5}}{7}. \text{ Đẳng thức xảy ra khi } b=\frac{7}{5} \text{ và } a=\frac{63}{10}.$$

$$\text{Vậy } |w|_{\max}=\frac{2\sqrt{5}}{7}.$$

Câu 393. Xét các số phức $z=a+bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $4(z-\bar{z})-15i=i(z+\bar{z}-1)^2$. Tính

$F=-a+4b$ khi $\left|z-\frac{1}{2}+3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất

- A. $F=4$. B. $F=6$. C. $F=5$. D. $F=7$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$4(z-\bar{z})-15i=i(z+\bar{z}-1)^2 \Leftrightarrow 4(a+bi-a+bi)-15i=i(a+bi+a-bi-1)^2$$

$$\Leftrightarrow 8b-15=(2a-1)^2 \text{ suy ra } b\geq\frac{15}{8}.$$

$$\left|z-\frac{1}{2}+3i\right|=\frac{1}{2}\sqrt{(2a-1)^2+(2b+6)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{8b-15+4b^2+24b+36}=\frac{1}{2}\sqrt{4b^2+32b+21}$$

Xét hàm số $f(x)=4x^2+32x+21$ với $x\geq\frac{15}{8}$

$$f'(x)=8x+32>0, \forall x\geq\frac{15}{8} \text{ suy ra } f(x) \text{ là hàm số đồng biến trên } \left[\frac{15}{8};+\infty\right) \text{ nên}$$

$$f(x)\geq f\left(\frac{15}{8}\right)=\frac{4353}{16}.$$

$$\text{Do đó } \left|z-\frac{1}{2}+3i\right| \text{ đạt giá trị nhỏ nhất bằng } \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4353}{16}} \text{ khi } b=\frac{15}{8}; a=\frac{1}{2}.$$

$$\text{Khi đó } F=-a+4b=7.$$

Câu 394. Gọi M và m là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của môđun số phức z thỏa mãn $|z-1|=2$. Tính

$$M + m.$$

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi$ được biểu diễn bởi điểm $M(x; y)$. Khi đó $OM = |z|$.

$|z - 1| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 4 \quad (1)$. Chứng tỏ M thuộc đường tròn (C) có phương trình (1) , tâm $I(1; 0)$, bán kính $R = 2$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow M \in (C)$ sao cho OM lớn nhất, nhỏ nhất.

Ta có $OI = 1$ nên điểm O nằm trong đường tròn $\Rightarrow R - OI \leq OM \leq OI + R \Leftrightarrow 1 \leq OM \leq 3$.

Do đó $M = 3$ và $m = 1$.

Vậy $M + m = 4$.

Câu 395. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $|6 - 3i + iz| = |2z - 6 - 9i|$, thỏa mãn $|z_1 - z_2| = \frac{8}{5}$. Giá trị lớn nhất của $|z_1 + z_2|$ bằng.

A. $4\sqrt{2}$.

B. 5.

C. $\frac{56}{5}$.

D. $\frac{31}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có $|6 - 3i + iz| = |2z - 6 - 9i| \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 6a - 8b + 24 = 0$.

$$\Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-4)^2 = 1 \Leftrightarrow |z - (3+4i)| = 1 \Rightarrow \begin{cases} |z_1 - (3+4i)| = 1 \\ |z_2 - (3+4i)| = 1 \end{cases}$$

Ta lại có: $2 \left[|z_1 - (3+4i)|^2 + |z_2 - (3+4i)|^2 \right] \stackrel{hkh}{=} |z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2 - (6+8i)|^2$.

$$\Leftrightarrow 2(1+1) = \frac{64}{25} + |z_1 + z_2 - (6+8i)|^2 \Leftrightarrow |z_1 + z_2 - (6+8i)|^2 = \frac{6}{5}.$$

$$\text{Ta có: } |z_1 + z_2| = |z_1 + z_2 - (6+8i) + (6+8i)| \leq |z_1 + z_2 - (6+8i)| + |6+8i| \leq \frac{6}{5} + 10 = \frac{56}{5}.$$

Câu 396. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 - i| = 2$ và $z_2 = iz_1$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $|z_1 - z_2|$?

A. $m = 2\sqrt{2} - 2$.

B. $m = 2\sqrt{2}$.

C. $m = 2$.

D. $m = \sqrt{2} - 1$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z_1 = a + bi; a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow z_2 = -b + ai$

$$\Rightarrow z_1 - z_2 = (a+b) + (b-a)i.$$

$$\text{Nên } |z_1 - z_2| = \sqrt{(a+b)^2 + (b-a)^2} = \sqrt{2} \cdot |z_1|$$

$$\text{Ta lại có } 2 = |z_1 + 1 - i| \leq |z_1| + |1 - i| = |z_1| + \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow |z_1| \geq 2 - \sqrt{2} \text{ . Suy ra } |z_1 - z_2| = \sqrt{2} \cdot |z_1| \geq 2\sqrt{2} - 2 \text{ .}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \frac{a}{1} = \frac{b}{-1} < 0 \text{ .}$$

$$\text{Vậy } m = \min |z_1 - z_2| = 2\sqrt{2} - 2 \text{ .}$$

Câu 397. Cho số phức z thỏa mãn: $|z - 2 - 2i| = 1$. Số phức $z - i$ có môđun nhỏ nhất là:

A. $\sqrt{5} - 1$.

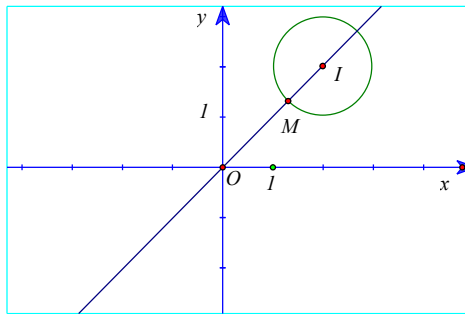
B. $\sqrt{5} + 1$.

C. $\sqrt{5} + 2$.

D. $\sqrt{5} - 2$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } |z - 2 - 2i| = 1 \Leftrightarrow |(x-2) + (y-2)i| = 1 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 = 1 \text{ .}$$

Tập hợp các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn của số phức z là đường tròn (C) tâm $I(2; 2)$ và bán kính $R = 1$.

$|z - i| = \sqrt{x^2 + (y-1)^2} = IM$, với $I(2; 2)$ là tâm đường tròn, M là điểm chạy trên đường tròn. Khoảng cách này ngắn nhất khi M là giao điểm của đường thẳng nối hai điểm $N(0; 1) \in Oy, I(2; 2)$ với đường tròn (C).

$$IM_{\min} = IN - R = \sqrt{5} - 1 \text{ .}$$

Câu 398. Cho số phức z thỏa mãn $|2z - 3 - 4i| = 10$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Khi đó $M - m$ bằng.

A. 15.

B. 10.

C. 20.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = x + yi$.

$$\text{Ta có: } |2z - 3 - 4i| = 10 \Leftrightarrow \left| z - \frac{3}{2} - 2i \right| = 5 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2} \right)^2 + (y - 2)^2 = 25 \text{ .}$$

Tập hợp điểm biểu diễn số phức thỏa đề là đường tròn tâm $I\left(\frac{3}{2}; 2\right)$, bán kính $R = 5$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} m = IO - R \\ M = IO + R \end{cases} \Rightarrow M - m = 2R = 10.$$

Câu 399. Cho các số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4 - 5i| = |z_2 - 1|$ và $|\bar{z} + 4i| = |z - 8 + 4i|$. Tính $M = |z_1 - z_2|$ khi $P = |z - z_1| + |z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. 6.

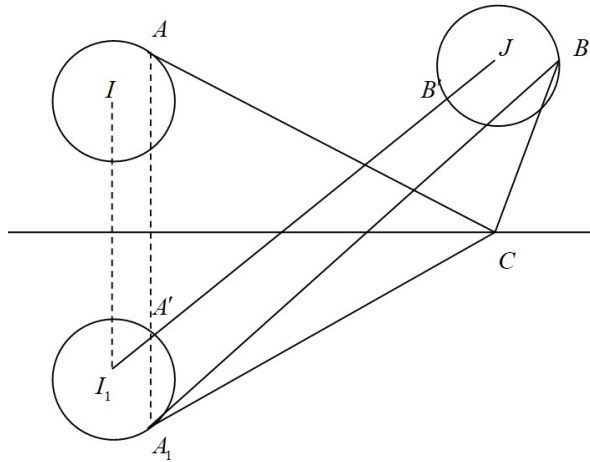
B. $2\sqrt{5}$.

C. 8.

D. $\sqrt{41}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $I(4;5), J(1;0)$.

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 .

Khi đó A nằm trên đường tròn tâm I bán kính $R=1$, B nằm trên đường tròn tâm J bán kính $R=1$.

Đặt $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$. Ta có:

$$|\bar{z} + 4i| = |z - 8 + 4i|$$

$$\Leftrightarrow |x - yi + 4i| = |x + yi - 8 + 4i|$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (4 - y)^2 = (x - 8)^2 + (y + 4)^2$$

$$\Leftrightarrow 16x - 16y - 64 = 0$$

$$\Leftrightarrow \Delta: x - y - 4 = 0$$

Gọi C là điểm biểu diễn số phức z thì $C \in (\Delta)$.

Ta có: $P = |z - z_1| + |z - z_2| = CA + CB$.

$$d(I, \Delta) = \frac{|4 - 5 - 4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} > 1 = R, \quad d(J, \Delta) = \frac{|1 - 0 - 4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} > 1 = R.$$

$(x_I - y_I - 4)(x_J - y_J - 4) = (4 - 5 - 4)(1 - 0 - 4) > 0 \Rightarrow$ hai đường tròn không cắt Δ và nằm cùng phía với Δ .

Gọi A_1 là điểm đối xứng với A qua Δ , suy ra A_1 nằm trên đường tròn tâm I_1 bán kính $R=1$ (với I_1 là điểm đối xứng với I qua Δ). Ta có $I_1(9;0)$.

Khi đó: $P = CA + CB = CA_1 + CB \geq A_1B$ nên $P_{\min} \Leftrightarrow A_1B_{\min} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 \equiv A' \\ B \equiv B' \end{cases}$.

Khi đó: $\overline{I_1A} = \frac{1}{8}\overline{I_1J} \Rightarrow A'(8;0); \overline{I_1B} = \frac{7}{8}\overline{I_1J} \Rightarrow B'(2;0)$.

Như vậy: $P_{\min}$ khi A đối xứng A' qua Δ và $B \equiv B' \Leftrightarrow \begin{cases} A(4;4) \\ B(2;0) \end{cases}$. Vậy

$$M = |z_1 - z_2| = AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$$

Câu 400. Số phức z nào sau đây có môđun nhỏ nhất thỏa $|z| = |\bar{z} - 3 + 4i|$:

A. $z = -3 - 4i$.

B. $z = 3 - \frac{7}{8}i$.

C. $z = \frac{3}{2} + 2i$.

D. $z = -\frac{3}{2} - 2i$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$.

Ta có: $|z| = |\bar{z} - 3 + 4i| \Leftrightarrow -6a + 8b + 25 = 0 (*)$.

Trong các đáp án, có đáp án $z = 3 - \frac{7}{8}i$ và $z = -\frac{3}{2} - 2i$ thỏa (*).

Ở đáp án $z = 3 - \frac{7}{8}i$ thì $|z| = \frac{25}{8}$; Ở đáp án $z = -\frac{3}{2} - 2i$ thì $|z| = \frac{5}{2}$.

Chọn đáp án: $z = -\frac{3}{2} - 2i$.