

- A. $\frac{2}{\sqrt{14}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{3}{2\sqrt{5}}$. D. $\frac{2}{\sqrt{10}}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông tại A và $AC = a$, $\sin B = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 10. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a , cạnh bên $AA' = 2a$. Gọi α là góc giữa $(BA'C)$ và $(DA'C)$. Tính $\cos \alpha$.

- A. $\cos \alpha = \frac{-1}{4}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{4}$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{5}$. D. $\cos \alpha = \frac{2}{5}$.

Câu 11. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 + x^2$. B. $y = x^3 + 3x$. C. $y = \frac{2x+1}{x+3}$. D. $y = -x^3 - x$.

Câu 12. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ trên đoạn $[1; 3]$. Tính $M + m$.

- A. 5. B. 0. C. 2. D. -2.

Câu 13. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm a để đồ thị hàm số $y = x^3 + (a+10)x^2 - x + 1$ cắt trục hoành tại đúng 1 điểm?

- A. 8. B. 9. C. 10. D. 11.

Câu 14. Với giá thực nào của tham số m thì hàm số $y = mx^3 + 2x^2 + (m+1)x - 2$ có đúng 1 cực trị?

- A. $m = 0$. B. $m > 0$. C. $m < 0$. D. $m < 1$.

Câu 15. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x^2 + 4x - m|$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng 4. Tìm tổng giá trị các phân tử của S ?

- A. 8. B. 16. C. -7. D. 17.

Câu 16. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2$ có đồ thị (C) và điểm $M(m; 0)$ sao cho từ M vẽ được ba tiếp tuyến đến đồ thị (C) , trong đó có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng.

- A. $m \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $m \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right)$. C. $m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$. D. $m \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

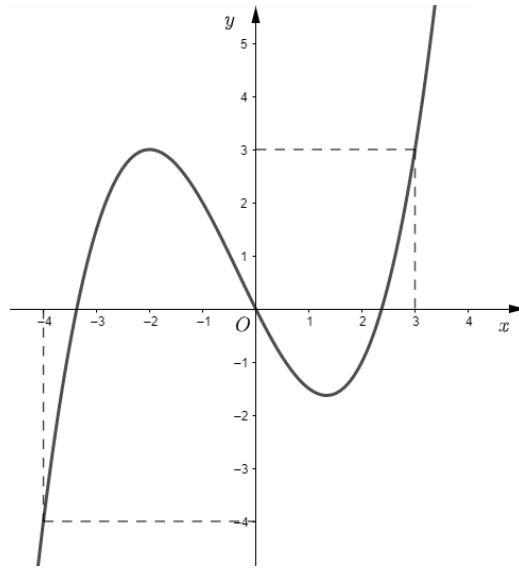
Câu 17. Đồ thị hàm số nào sau đây không có tâm đối xứng?

- A. $y = \tan x$. B. $y = 2x^3 - x$. C. $y = 2x^4 - x^2 + 3$. D. $y = \frac{2x+1}{x-3}$.

Câu 18. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{|x-2|-1}{2x+3}$ là

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(x^2 - 1) - \frac{1}{2}x^4 + x^2$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ bằng



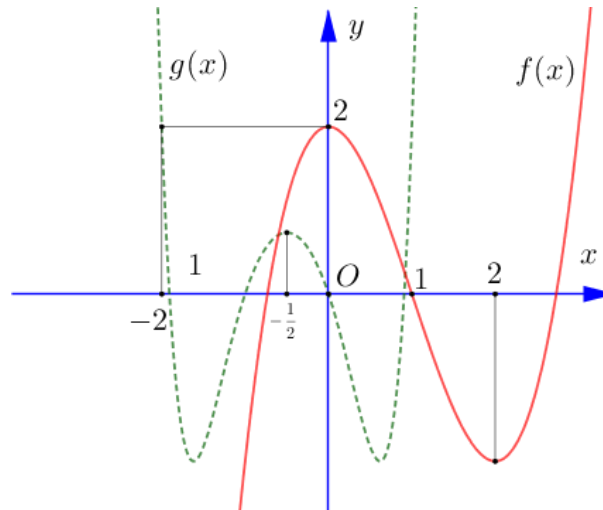
A. $f(0) + \frac{1}{2}$.

B. $f(3) - \frac{63}{2}$.

C. $f(-1) + \frac{1}{2}$.

D. $f\left(\frac{5}{4}\right) - \frac{9}{32}$.

Câu 20. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ và $y = g(x) = f(mx^2 + nx + p)$ ($m, n, p \in \mathbb{Q}$) có đồ thị như hình dưới (đường nét liền là đồ thị hàm số $y = f(x)$, nét đứt là đồ thị của hàm số $y = g(x)$, đường thẳng $x = -\frac{1}{2}$ là trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = g(x)$).



Giá trị của biểu thức $P = (n+m)(m+p)(p+2n)$ bằng bao nhiêu?

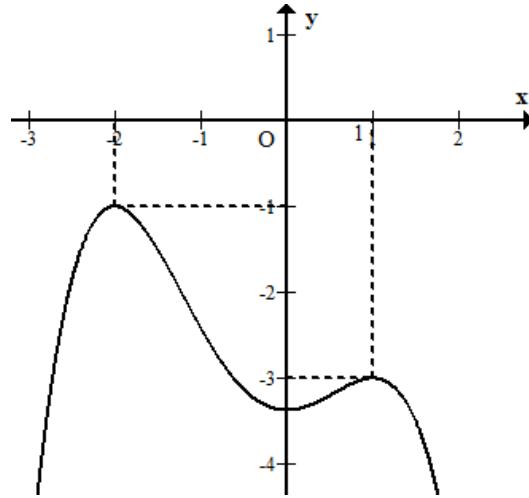
A. 12.

B. 16.

C. 24.

D. 6.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-2021; 2021]$ để hàm số $g(x) = f(x^2) + mx^2 \left(x^2 + \frac{8}{3}x - 6 \right)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$

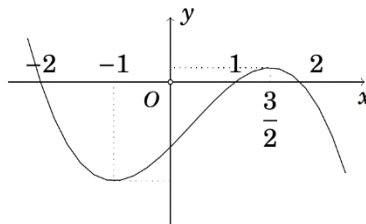
A. 2022.

B. 2020.

C. 2019.

D. 2021.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(2) = f(-2) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên dưới.



Bất phương trình $f(x) + 2m - 1 \leq 0$ đúng với mọi số thực x khi và chỉ khi:

A. $m \geq \frac{1}{2}$.

B. $m > \frac{1}{2}$.

C. $m < \frac{1}{2}$.

D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 23. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

B. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

C. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$.

D. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$.

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{x+3}{2-x}$ là

A. $D = -\infty; -3 \cup 2; +\infty$.

B. $D = -3; 2$.

C. $D = -3; 2$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus -3; 2$.

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(7-3\sqrt{5})^{x^2} + m(7+3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

- A. $\begin{cases} -\frac{1}{2} < m \leq 0 \\ m = \frac{1}{16} \end{cases}$. B. $0 < m < \frac{1}{16}$. C. $0 \leq m < \frac{1}{16}$. D. $-\frac{1}{2} < m \leq \frac{1}{16}$

Câu 26. Biết phương trình $9^x - 2 \cdot 12^x - 16^x = 0$ có một nghiệm dạng $x = \log_{\frac{a}{4}}(b + \sqrt{c})$ với $a; b; c$ là các số nguyên dương. Giá trị của biểu thức $a + 2b + 3c$ bằng

- A. 2. B. 8. C. 11. D. 9.

Câu 27. Cho $\log_2 6 = a$. Khi đó $\log_3 18$ tính theo a là:

- A. $2 - 3a$. B. $2a + 3$. C. $\frac{1}{a+b}$. D. $\frac{2a-1}{a-1}$.

Câu 28. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(3^{x+2} - \sqrt{3})(y - 3^x) > 0$?

- A. 79. B. 80. C. 81. D. 82.

Câu 29. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_m(2x^2 + x + 3) \leq \log_m(3x^2 - x)$, với m là một tham số thực dương khác 1, biết $x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho.

- A. $S = (-2; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$. B. $S = [-1; 0] \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$.
C. $S = (-1; 0) \cup (1; 3)$. D. $S = [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$.

Câu 30. Cho các số thực x, y thỏa mãn $2021^{x^3 + \frac{3}{2x^2} - \frac{3}{2}} = \log_{\sqrt[2023]{2020}}[2004 - (y - 11)\sqrt{y + 1}]$ với $x > 0$ và

$y \geq -1$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2x^2 + y^2 - 2xy + 6$ bằng:

- A. 11. B. 10. C. 12. D. 14.

Câu 31. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình

$$\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} = x^2 - 5x + 2 - m$$

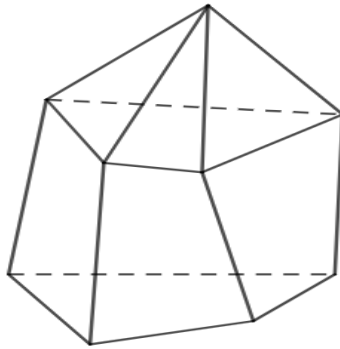
Có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

- A. Vô số. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 32. Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x \cdot \sqrt[4]{x^2 \cdot \sqrt{x^3}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{7}{12}}$. B. $P = x^{\frac{15}{16}}$. C. $P = x^{\frac{15}{12}}$. D. $P = x^{\frac{5}{16}}$.

Câu 33. Cho khối đa diện như hình vẽ. Hỏi khối đã cho có tất cả bao nhiêu mặt?



A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Câu 34. Hình đa diện nào sau đây không có tâm đối xứng?

A. Hình tứ diện đều.

B. Hình lập phương.

C. Hình hộp chữ nhật.

D. Hình bát diện đều.

Câu 35. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của hình chóp đều đó là:

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đều $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Điểm M và N lần lượt thay đổi trên các cạnh BB' và DD' sao cho $(MAC) \perp (NAC)$ và $BM = x$, $DN = y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $ACMN$.

A. $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$.

B. $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{a^3}{2\sqrt{2}}$.

D. $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$.

Câu 37. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh $MN; MP; MQ$. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 38. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, Q, R lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, A'B', BC, B'C'$ và P, S lần lượt là trọng tâm của các tam giác $AA'B, CC'B$. Tỉ số thể tích khối đa diện $MNRQPS$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{5}{54}$.

C. $\frac{1}{10}$.

D. $\frac{2}{27}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $BSC = 45^\circ$, mặt phẳng (SAC) tạo với mặt phẳng (SBC) một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{30}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Câu 40. Diện tích mặt cầu bán kính a bằng

A. $4\pi a^2$.

B. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

C. $16\pi a^2$.

D. $16a^2$.

Câu 41. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 2$ và đường sinh $l = 3$ bằng:

A. 24π .

B. 6π .

C. 4π .

D. 12π .

Câu 42. Diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy $R = 3$ và đường sinh $l = 6$ bằng

A. 108π .

B. 18π .

C. 36π .

D. 54π .

Câu 43. Cần phải thiết kế các thùng dạng hình trụ có nắp đậy để đựng nước sạch có dung tích $V(\text{cm}^3)$.

Hỏi bán kính $R(\text{cm})$ của đáy hình trụ nhận giá trị nào sau đây để tiết kiệm vật liệu nhất?

A. $R = \sqrt[3]{\frac{3V}{2\pi}}$.

B. $R = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$.

C. $R = \sqrt[3]{\frac{V}{4\pi}}$.

D. $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Câu 44. Cho khối nón có độ lớn góc ở đỉnh là $\frac{\pi}{3}$, một khối cầu (S_1) nội tiếp trong khối nón. Gọi (S_2) là khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón và với (S_1) . Gọi (S_3) là khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của khối nón và với (S_2) , tương tự với khối cầu $(S_4), (S_5)$. Gọi V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 lần lượt là thể tích của khối cầu $(S_1), (S_2), (S_3), (S_4), (S_5)$ và V là thể tích của khối nón. Giá trị

$T = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5}{V}$ gần giá trị nào sau đây (làm tròn 2 chữ số sau dấu phẩy)?

A. 0.46.

B. 0.6.

C. 0.55.

D. 0.32.

Câu 45. Tính tích phân: $I = \int_0^1 3^x dx$.

A. $I = 2$.

B. $I = \frac{2}{\ln 3}$.

C. $I = \frac{1}{4}$.

D. $I = \frac{3}{\ln 3}$.

Câu 46. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, (\forall k \neq 0)$.

B. $\int f'(x)dx = f(x) + C$.

C. $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$.

D. $\int [f(x).g(x)]dx = \int f(x)dx. \int g(x)dx$.

Câu 47. Nếu $\int_0^{10} f(z)dz = 17$ và $\int_0^8 f(t)dt = 12$ thì $\int_8^{10} -3f(x)dx$ bằng

A. 5

B. 29

C. 15

D. -15

Câu 48. Biết $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = a \ln 2 + \frac{b}{c}$ (với a là số hữu tỉ, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của $S = 2a + 3b + c$.

A. $S = 5$.

B. $S = 4$.

C. $S = -6$.

D. $S = 6$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 \cdot f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$. Tính

$$I = \int_0^1 f(x) dx.$$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 6.

Câu 50. Với cách đổi biến $u = \sqrt{1 + 3 \ln x}$ thì tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x \sqrt{1 + 3 \ln x}} dx$ trở thành

A. $\frac{2}{9} \int_1^2 (u^2 - 1) du.$

B. $2 \int_1^2 (u^2 - 1) du.$

C. $\frac{2}{9} \int_1^2 \frac{u^2 - 1}{u} du.$

D. $\frac{2}{3} \int_1^2 (u^2 - 1) du.$

-HẾT-

TRƯỜNG THCS & THPT NHƯ XUÂN
TỔ TOÁN-TIN

ĐỀ THI KHẢO SÁT HSG LỚP 12
NĂM HỌC 2022 – 2023-LẦN 1
Môn: TOÁN - Lớp 12 - Chương trình chuẩn
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1.

Chọn B

$$\text{Phương trình vô nghiệm} \Leftrightarrow 1^2 + (-\sqrt{3})^2 < (2m)^2 \Leftrightarrow 4m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}.$$

$$\xrightarrow[m \in [-10;10]]{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-10; -9; -8; \dots; -2; 2; \dots; 8; 9; 10\} \longrightarrow \text{có 18 giá trị.}$$

Câu 2.

Chọn A

Ta kiểm tra được đáp án A là hàm số lẻ nên có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ. Đáp án B là hàm số không chẵn, không lẻ. Đáp án C và D là các hàm số chẵn.

Câu 3.

Chọn D

Câu 4.

Chọn A

Xét phép thử: “Vận động viên bắn ba viên đạn vào bia với ba lần bắn độc lập”.

Gọi B là biến cố: “Vận động viên bắn trúng vòng 10 điểm”.

Gọi C là biến cố: “Vận động viên bắn trúng vòng 9 điểm”.

Gọi D là biến cố: “Vận động viên bắn trúng vòng 8 điểm”.

Gọi E là biến cố: “Vận động viên bắn trúng vòng dưới 8 điểm”.

$$\text{Ta có } P(B) + P(C) + P(D) + P(E) = 1$$

$$\Leftrightarrow 0,15 + P(C) + 0,2 + 0,3 = 1 \Leftrightarrow P(C) = 0,35.$$

Gọi A là biến cố: “Vận động viên đó được ít nhất 28 điểm”.

A_1 là biến cố: “Vận động viên đó được 28 điểm”.

A_2 là biến cố: “Vận động viên đó được 29 điểm”.

A_3 là biến cố: “Vận động viên đó được 30 điểm”.

Ta có $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ và A_1, A_2, A_3 đôi một xung khắc

$$\Rightarrow P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3).$$

+) Biến cố A_1 xảy ra nếu vận động viên đó có 1 lần bắn trúng vòng 10 điểm và 2 lần bắn trúng vòng 9 điểm hoặc có 2 lần bắn trúng vòng 10 điểm và 1 lần bắn trúng vòng 8 điểm.

$$\text{Do đó } P(A_1) = C_3^1 \cdot 0,15 \cdot (0,35)^2 + C_3^2 \cdot (0,15)^2 \cdot 0,2.$$

+) Biến cố A_2 xảy ra nếu vận động viên đó có 2 lần bắn trúng vòng 10 điểm và 1 lần bắn trúng vòng 9 điểm. Do đó $P(A_2) = C_3^2 \cdot (0,15)^2 \cdot 0,35.$

+) Biến cố A_3 xảy ra nếu vận động viên đó có 3 lần bắn trúng vòng 10 điểm.

$$\text{Do đó } P(A_3) = (0,15)^3.$$

Suy ra xác suất để xảy ra biến cố A là:

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = 0,095625.$$

Câu 5.

Chọn C

Số hạng tổng quát trong khai triển trên là $T_{k+1} = C_5^k \cdot (0,2)^{5-k} \cdot (0,8)^k$

Vậy số hạng thứ tư là $T_4 = C_5^3 \cdot (0,2)^2 \cdot (0,8)^3 = 0,2028$

Câu 6.

Chọn C

$$\text{Từ } \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5, n \in N^* \end{cases}$$

Ta có $u_{n+1} - u_n = 5$ nên dãy (U_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 5$ nên $u_{10} = u_1 + 9d = 2 + 45 = 47.$

Câu 7.

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + mx + 3} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx + 3}{\sqrt{x^2 + mx + 3} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m + \frac{3}{x}}{\sqrt{1 + \frac{m}{x} + \frac{3}{x^2}} + 1} = \frac{m}{2} = 3.$$

Suy ra $m = 6 \in (4; 8)$

Câu 8.

Chọn B

$SA \perp (ABC) \Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB lên mặt phẳng $(ABC).$

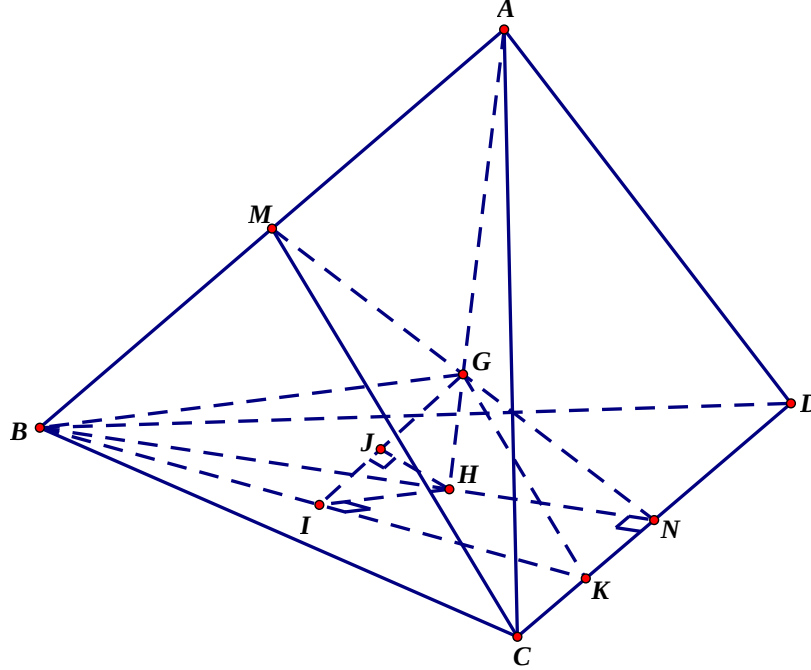
Do đó: $(SB, (ABC)) = (SB, AB) = SBA.$

$$\sin B = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow BC = AC\sqrt{3} = a\sqrt{3}.$$

$$AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2} = SA \Rightarrow \Delta SAB \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow SBA = 45^\circ.$$

Câu 9.

Chọn A



Gọi N là trung điểm CD , khi đó G là trung điểm MN và AG đi qua trọng tâm H của tam giác

$$BCD. \text{ Ta có } AH \perp (BCD) \text{ và } AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - \left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Ta có: } GH = \frac{1}{4}AH = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Gọi K là trung điểm CN thì $GK \parallel CM$ nên $CM \parallel (BGK)$. Do đó:

$$d(BG; CM) = d(C; (BGK)) = d(N; (BGK)) = \frac{3}{2}d(H; (BGK)).$$

Kẻ $HI \perp BK$, $HJ \perp GI$ với $I \in BK$, $J \in GI$. Khi đó $HJ \perp (BGK)$ và $HJ = d(H; (BGK))$.

$$\text{Ta có } BK = \sqrt{BN^2 + NK^2} = \sqrt{(\sqrt{6})^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2}.$$

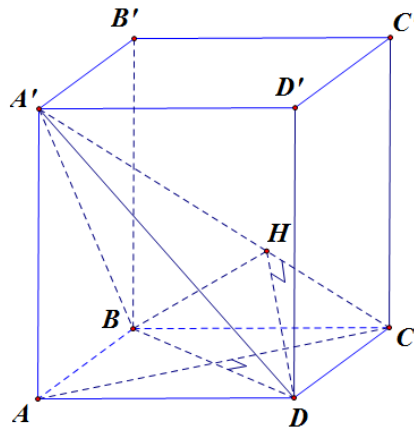
$$\text{Ta có } HI = BH \cdot \sin KBN = BH \cdot \frac{KN}{BK} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{26}}{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{13}}.$$

$$\text{Do đó: } HJ = \frac{HI \cdot HG}{\sqrt{HI^2 + HG^2}} = \frac{\frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{13}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{\left(\frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{13}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{7}}.$$

$$\text{Vậy } d(BG; CM) = \frac{3}{2} d(H; (BGK)) = \frac{3}{2} HJ = \frac{3}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{14}}.$$

Câu 10.

Chọn C



Ta có $(BA'C) \cap (A'DC) = A'C$.

Do $DB \perp AC \Rightarrow DB \perp A'C$.

Kẻ $DH \perp A'C$.

Suy ra $(DBH) \perp A'C$.

Ta có $(BDH) \cap (A'BC) = BH$; $(BDH) \cap (A'CD) = DH$.

$$\Rightarrow \alpha = \left((BA'C); (DA'C) \right) = (BH; DH).$$

Xét $\Delta A'DC$ có $D = 90^\circ$; $CD = a$, $DA' = a\sqrt{5}$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{DH^2} = \frac{1}{DA'^2} + \frac{1}{CD^2} \Rightarrow DH = \frac{a\sqrt{30}}{6}$$

$$\text{Tương tự ta có } BH = \frac{a\sqrt{30}}{6}.$$

$$\text{Xét } \Delta BDH \text{ có } BH = DH = \frac{a\sqrt{30}}{6}; BD = a\sqrt{2} \Rightarrow \cos BHD = \frac{DH^2 + BH^2 - BD^2}{2BH \cdot DH} = \frac{-1}{5}.$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = |\cos BHD| = \frac{1}{5}.$$

Câu 11.

Chọn B

$y = x^4 + x^2$ có $a.b > 0$ nên có 1 cực trị (loại)

$y = \frac{2x+1}{x+3}$ có TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ (loại)

$y = -x^3 - x$ có $y' = -3x^2 - 1 < 0, \forall x$ (loại)

$y = x^3 + 3x$, TXĐ $D = \mathbb{R}$

Có $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra $y = x^3 + 3x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 12.

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số liên tục trên $[1; 3]$.

$y' = 3x^2 - 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin [1; 3] \\ x = 2 \in [1; 3] \end{cases}.$$

Ta có: $y(1) = -1$, $y(2) = -3$, $y(3) = 1$.

Vậy $M = \max_{[1;3]} y = y(3) = 1$, $m = \min_{[1;3]} y = y(2) = -3$.

Vậy $M + m = -2$.

Câu 13.

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 + (a+10)x^2 - x + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^3 - x + 1}{x^2} = -a - 10$

Xét hàm số $y = \frac{x^3 - x + 1}{x^2}$

$$y' = \frac{x^3 + x - 2}{x^3} = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		+		-	0	+	
y	$-\infty$		$+\infty$		1		$+\infty$

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại đúng 1 điểm thì $-a - 10 < 1 \Leftrightarrow a > -11$

Vậy có 10 giá trị nguyên âm của a

Câu 14.

Chọn A.

Với $m = 0$, hàm số trở thành: $y = 2x^2 + x - 2$ có 1 cực trị. Vậy $m = 0$ thỏa mãn.

Với $m \neq 0$, hàm số đã cho là hàm số bậc ba nên hoặc có hai cực trị, hoặc không có cực trị. Vậy $m \neq 0$ không thỏa mãn.

Câu 15.

Chọn A

♦ Đặt $f(x) = x^2 + 4x - m$.

♦ $f'(x) = 2x + 4$.

♦ Bảng biến thiên

x	-3	-2	2
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-3-m$	$-4-m$	$12-m$

Nếu $-4-m \leq 0 \leq 12-m$ thì hàm số $y = |x^2 + 4x - m|$ có giá trị nhỏ nhất trên $[-3; 2]$ bằng 0 loại.

Nếu $-4-m > 0 \Leftrightarrow m < -4$ hàm số $y = |x^2 + 4x - m|$ có giá trị nhỏ nhất trên $[-3; 2]$ bằng $-4-m = 4 \Leftrightarrow m = -8$.

Nếu $12-m < 0 \Leftrightarrow m > 12$ thì hàm số $y = |x^2 + 4x - m|$ có giá trị nhỏ nhất trên $[-3; 2]$ bằng $m-12 = 4 \Leftrightarrow m = 16$.

Suy ra $S = \{-8; 16\}$.

Vậy tổng giá trị các phần tử của S là 8.

Câu 16.

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 + 6x$.

Gọi $A(a; a^3 + 3a^2)$ thuộc đồ thị hàm số.

Phương trình tiếp tuyến d của đồ thị hàm số tại A là: $y = (3a^2 + 6a)(x - a) + a^3 + 3a^2$.

$$M(m; 0) \in d \Leftrightarrow (3a^2 + 6a)(m - a) + a^3 + 3a^2 = 0 \Leftrightarrow 2a^3 - 3(m-1)a^2 - 6ma = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ 2a^2 - 3(m-1)a - 6m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Khi $a = 0$ ta có phương trình tiếp tuyến $y = 0$.

Đối với đồ thị hàm số không có tiếp tuyến nào vuông góc với $y = 0$ nên yêu cầu bài toán tương đương phương trình (1) có hai nghiệm a_1 và a_2 khác 0 thỏa $y'(a_1) \cdot y'(a_2) = -1$

$$\Leftrightarrow (3a_1^2 + 6a_1)(3a_2^2 + 6a_2) = -1 \Leftrightarrow 9a_1 \cdot a_2 [a_1 \cdot a_2 + 2(a_1 + a_2) + 4] + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9(-3m)[-3m + 3(m-1) + 4] + 1 = 0 \Leftrightarrow -27m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{27}$$

Thay $m = \frac{1}{27}$ vào (1) thử lại có 2 nghiệm phân biệt khác 0.

Câu 17.

Chọn C

- Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ có tâm đối xứng là điểm $I(3; 2)$ (giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang).

- Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ nên đồ thị có tâm đối xứng là gốc tọa độ O .

- Hàm số bậc ba $y = 2x^3 - x$ có $y' = 6x^2 - 1$, $y'' = 12x$ và $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0$, $y(0) = 0$. Do đó đồ thị hàm số $y = 2x^3 - x$ có tâm đối xứng là gốc tọa độ O . (Có thể giải thích là hàm số $y = 2x^3 - x$ là hàm số lẻ)

- Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - x^2 + 3$ không có tâm đối xứng, chỉ có trục đối xứng là trục tung.

Câu 18.**Chọn A**

$$\diamond \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2-x)-1}{2x+3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1+\frac{1}{x}}{2+\frac{3}{x}} = -\frac{1}{2}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-2)-1}{2x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{3}{x}}{2+\frac{3}{x}} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra đồ thị có hai tiệm cận ngang: $y = -\frac{1}{2}; y = \frac{1}{2}$.

$$\diamond \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^+} \frac{|2-x|-1}{2x+3} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^-} \frac{|2-x|-1}{2x+3} = -\infty. \text{ Suy ra đồ thị có một}$$

tiệm cận đứng $x = -\frac{3}{2}$.

Vậy đồ thị có 3 tiệm cận.

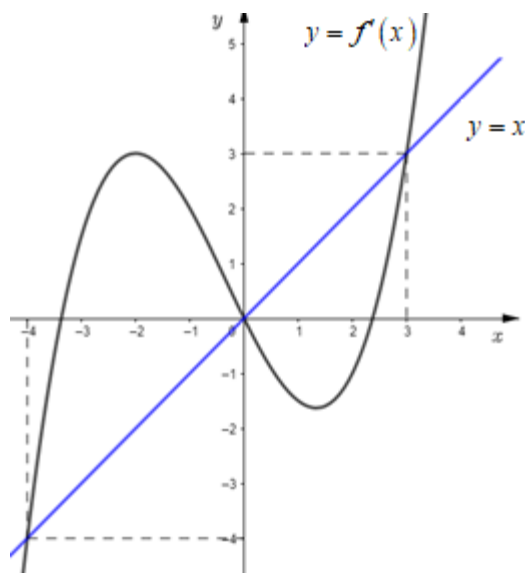
Câu 19.**Chọn A.**

$$+ \text{Ta có } g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 1) - 2x^3 + 2x = 2x[f'(x^2 - 1) - (x^2 - 1)]$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x[f'(x^2 - 1) - (x^2 - 1)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 1) - (x^2 - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 1) = x^2 - 1 \end{cases} (1)$$

.

$$+ \text{Vẽ đồ thị hàm số } y = x \text{ trên cùng hệ trục với đồ thị hàm số } y = f'(x)$$



Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = x$ ta thấy hai đồ thị hàm số cắt nhau tại 3 điểm $A(-4; -4)$, $O(0; 0)$, $B(3; 3)$.

$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = -4 \\ x^2 - 1 = 0 \\ x^2 - 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

+ Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$		
$g'(x)$						$+$	0	$-$	0	
$g(x)$										

Từ bảng trên ta suy ra $\max_{\left[\frac{1}{2}; 2\right]} g(x) = g(1) = f(0) + \frac{1}{2}$.

Câu 20.

Chọn A

Ta có $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Hàm số đạt cực trị tại $x = 0; x = 2$ và đồ thị hàm số qua điểm $(1; 0)$, $(0; 2)$ nên

$$\begin{cases} f'(0)=0 \\ f'(2)=0 \\ f(1)=0 \\ f(0)=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=2 \end{cases} \Rightarrow f(x)=x^3-3x^2+2.$$

Ta có $g(x)=(mx^2+nx+p)^3-3(mx^2+nx+p)^2+2$. Hệ số tự do bằng: p^3-3p^2+2 .

$$\text{Đồ thị hàm số } g(x) \text{ qua điểm } (0;0) \text{ nên } p^3-3p^2+2=0 \Rightarrow \begin{cases} p=1 \\ p=1-\sqrt{3} \\ p=1+\sqrt{3} \end{cases}. \text{ Vì } p \in \mathbb{Q}$$

nên $p=1$.

Đồ thị hàm số $g(x)=f(mx^2+nx+p)$ có trục đối xứng $x=-\frac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số

$$y=mx^2+nx+p \text{ cũng có trục đối xứng } x=-\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{n}{2m}=-\frac{1}{2} \Rightarrow m=n.$$

Đồ thị hàm số $g(x)$ qua điểm $(-2;2)$ nên

$$g(-2)=0 \Rightarrow g(x)=(2m+1)^3-3(2m+1)^2+2=2 \Rightarrow \begin{cases} m=n=1 \\ m=n=-\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Do đồ thị có hướng quay lên trên suy ra $m>0 \Rightarrow m=n=p=1$

$$\Rightarrow P=(n+m)(m+p)(p+2n)=12.$$

Câu 21.

Chọn A

$$\text{Ta có } g'(x)=2xf'(x^2)+4mx(x^2+2x-3).$$

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3;0)$ suy ra $g'(x) \geq 0, \forall x \in (-3;0)$.

$$2xf'(x^2)+4mx(x^2+2x-3) \geq 0, \forall x \in (-3;0) \Leftrightarrow f'(x^2)-2m(-x^2-2x+3) \leq 0, \forall x \in (-3;0)$$

$$\Leftrightarrow f'(x^2) \leq 2m(-x^2-2x+3), \forall x \in (-3;0) \Leftrightarrow m \geq \frac{f'(x^2)}{2(-x^2-2x+3)}, \forall x \in (-3;0)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \max_{(-3;0)} \frac{f'(x^2)}{2(-x^2-2x+3)}.$$

Ta có $-3 < x < 0 \Rightarrow 0 < x^2 < 9 \Rightarrow f'(x^2) \leq -3$ dấu “=” khi $x^2=1 \Leftrightarrow x=-1$.

$$-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4 \Rightarrow 0 < -x^2-2x+3 \leq 4, \forall x \in (-3;0)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{-x^2-2x+3} \geq \frac{1}{4}, \text{ dấu “=” khi } x=-1.$$

Suy ra $\frac{f'(x^2)}{2(-x^2-2x+3)} \leq \frac{-3}{2.4} = \frac{-3}{8}, \forall x \in (-3;0)$, dấu “=” khi $x = -1$.

$$\Rightarrow \max_{(-3;0)} \frac{f'(x^2)}{2(-x^2-2x+3)} = -\frac{3}{8}.$$

Vậy $m \geq -\frac{3}{8}$, mà $m \in \mathbb{Z}$, $-2021 \leq m \leq 2021$ nên có 2022 giá trị của tham số m thỏa mãn bài

toán.

Câu 22.

Chọn D

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				0				$+\infty$

+) Xét BBT của hàm số $y = f(x)$

+) Theo BBT ta thấy

+) Xét $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, do đó BPT $f(x) + 2m - 1 \leq 0 \Leftrightarrow f(x) \leq 1 - 2m, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \max f(x) \leq 1 - 2m \Leftrightarrow 0 \leq 1 - 2m \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2}$$

Câu 23.

Chọn C

Ta có: $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Câu 24.

Chọn C

Hàm số xác định khi $\frac{x+3}{2-x} > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$

Vậy $D = (-3; 2)$.

Câu 25.

Chọn A

$$\text{Ta có } (7-3\sqrt{5})^{x^2} + m(7+3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1} \Leftrightarrow \left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} + m\left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} = \frac{1}{2} \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2}, \quad 0 < t \leq 1.$$

nên (1) trở thành $t + m \cdot \frac{1}{t} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}t - t^2, 0 < t < 1$ (*).

Nhận thấy mỗi giá trị $t \in (0;1)$ cho ta 2 giá trị x , Với $t=1$ cho ta 1 giá trị x do đó pt đã cho có đúng 2 nghiệm pb khi và chỉ khi pt (*) có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$ (không có nghiệm bằng 1).

Xét hàm số $y = -t^2 + \frac{1}{2}t$ với $0 < t < 1$

x	0	$\frac{1}{4}$	1
y'	+	0	-
y	0	$\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{2}$

Dựa bảng biến thiên suy ra $\begin{cases} -\frac{1}{2} < m \leq 0 \\ m = \frac{1}{16} \end{cases}$.

Câu 26.

Chọn C

Ta có $9^x - 2 \cdot 12^x - 16^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{9}{16}\right)^x - 2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^x = 1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x = \log_{\frac{3}{4}}(1 + \sqrt{2})$.

Vậy $a=3; b=1; c=2$.

Giá trị của $a+2b+3c=3+2 \cdot 1+3 \cdot 2=11$.

Câu 27.

Chọn D

Theo giả thiết ta có: $\log_2 6 = \log_2 (2 \times 3) = \log_2 3 + \log_2 2 = \log_2 3 + 1 \Rightarrow \log_2 3 = a - 1$

Ta có: $\log_3 18 = \frac{\log_2 18}{\log_2 3} = \frac{\log_2 (9 \times 2)}{\log_2 3} = \frac{\log_2 9 + 1}{\log_2 3} = \frac{2 \log_2 3 + 1}{\log_2 3} = \frac{2(a-1) + 1}{a-1} = \frac{2a-1}{a-1}$

Câu 28.

Chọn C

Đặt $t = 3^x, (t > 0)$, bất phương trình đã cho trở thành:

$$(9t - \sqrt{3})(y - t) > 0 \Leftrightarrow \left(t - \frac{\sqrt{3}}{9}\right)(t - y) < 0 \quad (1).$$

$$\text{Vì } y \in \mathbb{Z}^+ \text{ nên } y > \frac{\sqrt{3}}{9}, \text{ do đó bất phương trình (1)} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{9} < t < y \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{9} < 3^x < y \\ \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < x < \log_3 y.$$

Do mỗi $y \in \mathbb{Z}^+$ có không quá 5 số nguyên $x \in \left(-\frac{3}{2}; \log_3 y\right)$ nên

$$-1 \leq \log_3 y \leq 4 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq y \leq 3^4 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq y \leq 81.$$

Vậy $y \in \{1; 2; 3; 4; \dots; 81\}$ nên có 81 giá trị nguyên dương của y .

Câu 29.

Chọn D

Do $x=1$ là một nghiệm của bất phương trình $\log_m(2x^2 + x + 3) \leq \log_m(3x^2 - x)$ nên ta có $\log_m(2 \cdot 1^2 + 1 + 3) \leq \log_m(3 \cdot 1^2 - 1) \Leftrightarrow \log_m 6 \leq \log_m 2$, suy ra $0 < m < 1$.

$$\text{Từ đó ta có } \log_m(2x^2 + x + 3) \leq \log_m(3x^2 - x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + x + 3 \geq 3x^2 - x \\ 3x^2 - x > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 \leq 0 \\ x < 0 \\ x > \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ x < 0 \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 0 \\ \frac{1}{3} < x \leq 3 \end{cases}. \text{ Vậy tập nghiệm của bất phương trình là}$$

$$S = [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right].$$

Câu 30.

Chọn A

$$2021^{\frac{x^3 + \frac{3}{2x^2} - \frac{3}{2}}}{2} = \log_{2021\sqrt{2020}} \left[2004 - (y-11)\sqrt{y+1} \right]$$

$$2021^{\frac{x^3 + \frac{3}{2x^2} - \frac{3}{2}}}{2} = 2021 \log_{2020} \left[2004 - (y-11)\sqrt{y+1} \right].$$

$$\text{Ta có: } x^3 + \frac{3}{2x^2} = \frac{x^3}{2} + \frac{x^3}{2} + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2x^2} \stackrel{\text{Cauchy}}{\geq} \frac{5}{2} \Rightarrow VT \geq 2021^{\frac{5-3}{2}} = 2021(1).$$

$$\text{Ta có: } 2004 - (y-11)\sqrt{y+1} = 2004 - \left(\sqrt{y+1}\right)^3 + 12\sqrt{y+1}.$$

Đặt $t = \sqrt{y+1} \Rightarrow t \geq 0$.

$$f(t) = 2004 - t^3 + 12t \Rightarrow f'(t) = -3t^2 + 12 \quad f'(t) = 0 \Rightarrow t = 2.$$

t	0	2	$+\infty$	
$f'(t)$		+	0	-
$f(t)$	2004	2020	$-\infty$	

Dựa vào BBT, ta có $f(t) \leq 2020$, dấu "=" xảy ra $\Rightarrow t = 2$.

$$\Rightarrow VP \leq 2021 \log_{2020} 2020 = 2021 \cdot 1 = 2021(2).$$

Từ (1) và (2) dấu "=" xảy ra ở đồng thời (1) và (2).

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^3}{2} = \frac{1}{2x^2} \\ \sqrt{y+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow P=11.$$

Câu 31.

Chọn B

Điều kiện: $3x^2 + 3x + m + 1 > 0$.

- Ta có:

$$\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} = x^2 - 5x + 2 - m \Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} \right) - 1 = x^2 - 5x + 1 - m$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{4x^2 - 2x + 2} = x^2 - 5x + 1 - m$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (3x^2 + 3x + m + 1) - \log_2 (4x^2 - 2x + 2) = (4x^2 - 2x + 2) - (3x^2 + 3x + m + 1)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (3x^2 + 3x + m + 1) + (3x^2 + 3x + m + 1) = \log_2 (4x^2 - 2x + 2) + (4x^2 - 2x + 2) \quad (1)$$

Xét hàm số: $f(t) = t + \log_2 t$ trên $D = (0; +\infty)$, có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln 2} > 0, \forall t \in D$,

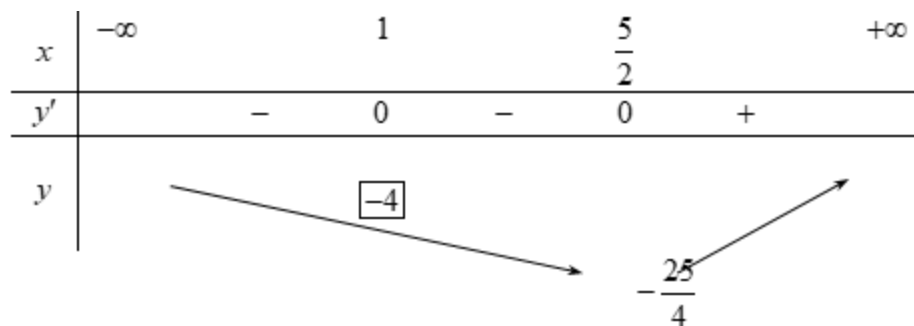
Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên D

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow f(4x^2 - 2x + 2) = f(3x^2 + 3x + m + 1)$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 2x + 2 = 3x^2 + 3x + m + 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x = m - 1 \quad (2).$$

- Xét hàm số: $g(x) = x^2 - 5x$ trên $\mathbb{R}$, có $g'(x) = 2x - 5 \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$.

- Bảng biến thiên:



- Theo bảng biến thiên ta thấy: phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 khi và chỉ khi $-\frac{25}{4} < m-1 < -4 \Leftrightarrow -\frac{21}{4} < m < -3$, do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-5; -4\}$, hay có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 32.

Chọn D

$$\diamond P = \sqrt[6]{x \cdot \sqrt[4]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}} = x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{2 \cdot 1}{4 \cdot 6}} \cdot x^{\frac{3 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 4 \cdot 6}} = x^{\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{16}} = x^{\frac{5}{16}}.$$

Câu 33.

Chọn C

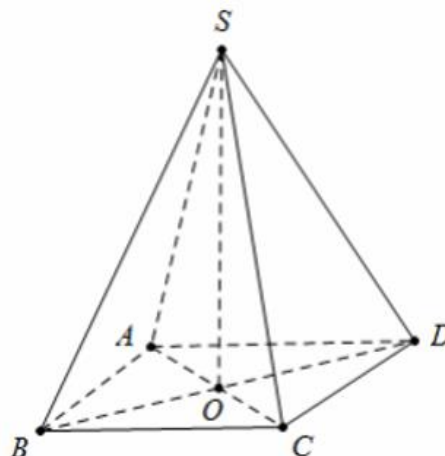
Quan sát khối đa diện, ta đếm được khối đa diện có tất cả 9 mặt.

Câu 34.

Chọn A

Câu 35.

Chọn A



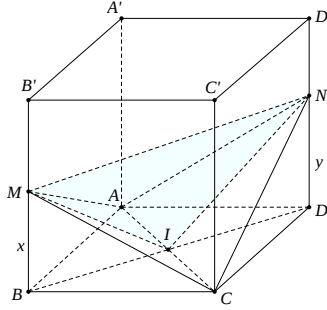
$$\text{Gọi } O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

$$\Rightarrow \angle SCO = 60^\circ \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{SO}{OC} \Rightarrow SO = OC\sqrt{3} = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}a\sqrt{\frac{3}{2}}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 36.

Chọn A



$$\begin{aligned} V_{ACMN} &= V_{AMNI} + V_{CMNI} = \frac{1}{3}AC.S_{IMN} \\ &= \frac{1}{3}a\sqrt{2}.(S_{BDD'B'} - S_{MND'B'} - S_{BIM} - S_{IDN}) \\ &= \frac{1}{3}a\sqrt{2}. \left(ab\sqrt{2} - \frac{(2b-x-y)a\sqrt{2}}{2} - \frac{x.a\sqrt{2}}{4} - \frac{y.a\sqrt{2}}{4} \right) \\ &= \frac{1}{3}a\sqrt{2}. \left(\frac{x.a\sqrt{2}}{4} + \frac{y.a\sqrt{2}}{4} \right) = \frac{1}{6}a^2(x+y) \end{aligned}$$

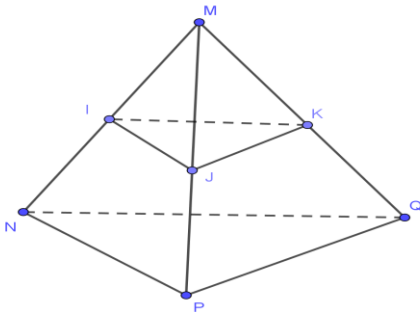
$$(MAC) \perp (NAC). \Leftrightarrow MIN = 1v \Leftrightarrow IM^2 + IN^2 = MN^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{a^2}{2} + y^2 + \frac{a^2}{2} = 2a^2 + (x-y)^2 \Leftrightarrow xy = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Từ đó, } V_{ACMN} = \frac{1}{6}a^2(x+y) \geq \frac{1}{3}a^2\sqrt{xy} = \frac{a^3}{3\sqrt{2}}$$

Câu 37.

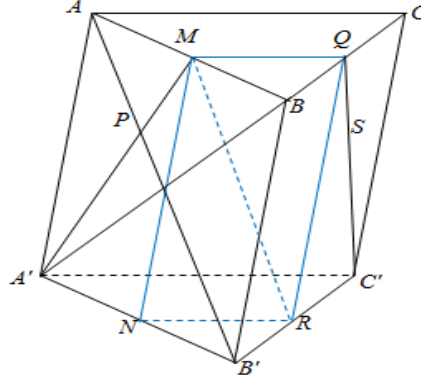
Chọn C



Ta có: $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{8}.$

Câu 38.

Chọn B



♦ Đặt: $V = V_{ABC.A'B'C'} ; V_{B'.AA'C'C} = \frac{1}{3} S_{AA'C'C} \cdot d(B', (AA'C'C)) = \frac{2}{3} V$

$$V_{B'.MNRQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNRQ} \cdot d(B', (MNRQ)) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} S_{AA'C'C} \right) \cdot \left(\frac{1}{2} d(B', (AA'C'C)) \right) \\ = \left(\frac{1}{3} \cdot S_{AA'C'C} \cdot d(B', (AA'C'C)) \right) \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} V = \frac{1}{6} V$$

$$V_{P.MNRQ} = \frac{1}{3} \cdot V_{A'.MNRQ} = \frac{1}{3} \cdot V_{B'.MNRQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} V = \frac{1}{18} V$$

♦ $V_{A.BB'C'C} = \frac{1}{3} S_{BB'C'C} \cdot d(A, (BB'C'C)) = \frac{2}{3} V$

$$S_{\triangle QRC'} = \frac{1}{2} S_{QRC'C} = \frac{1}{4} S_{BB'C'C} ; S_{\triangle QRS} = \frac{1}{3} S_{QRC'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} S_{BB'C'C} = \frac{1}{12} S_{BB'C'C}$$

$$V_{A.QRS} = \frac{1}{3} S_{\triangle QRS} \cdot d(A, (QRS)) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{12} S_{BB'C'C} \right) \cdot (d(A, (BB'C'C))) \\ = \left(\frac{1}{3} \cdot S_{BB'C'C} \cdot d(A, (BB'C'C)) \right) \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{12} \cdot \frac{2}{3} V = \frac{1}{18} V$$

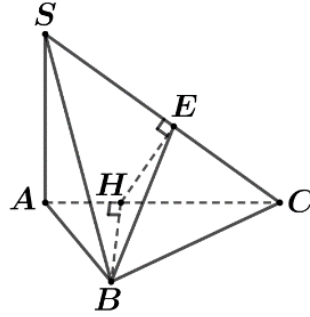
$$V_{P.QRS} = \frac{PB'}{AB'} \cdot V_{A.QRS} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{18} V = \frac{1}{27} V$$

♦ $V_{MNRQPS} = V_{P.MNRQ} + V_{P.QRS} = \frac{1}{18} V + \frac{1}{27} V = \frac{5}{54} V$

Vậy: $\frac{V_{MNRQPS}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{5}{54}.$

Câu 39.

Chọn C



Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng (SAC) . Suy ra $H \in AC$ và $BH \perp AC$. Gọi E là hình chiếu vuông góc của H trên SC . Suy ra $BE \perp SC$ và $60^\circ = (\widehat{SAC}), (\widehat{SBC}) = \widehat{HEB}$. Tam giác SBC vuông cân tại B suy ra E là trung điểm SC .

$$\text{Ta có } SC = BC\sqrt{2} = a\sqrt{2}, \text{ suy ra } BE = \frac{1}{2}SC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Tam giác } BHE \text{ có } BH = BE \sin \widehat{HEB} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Từ đó tính được } AB = \frac{a\sqrt{15}}{5}, AC = \frac{2a\sqrt{10}}{5}, SA = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{6}}{30}.$$

Câu 40.

Chọn A

Diện tích mặt cầu bán kính a bằng $4\pi a^2$.

Câu 41.

Chọn D

Ta có $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi \cdot 2 \cdot 3 = 12\pi$.

Câu 42.

Chọn C

Diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi Rl = 36\pi$.

Câu 43.

Chọn D

Để tiết kiệm vật liệu nhất thì diện tích toàn phần của thùng phải ít nhất.

$$\text{Ta có } V = \pi R^2 h \Leftrightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}.$$

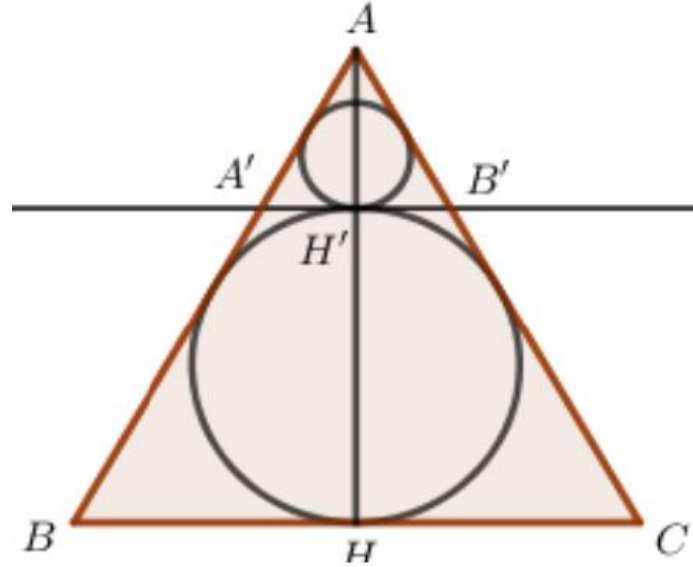
$$\text{Diện tích toàn phần của hình trụ là } S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi R \cdot \frac{V}{\pi R^2} + 2\pi R^2 = \frac{2V}{R} + 2\pi R^2$$

$$= \frac{V}{R} + \frac{V}{R} + 2\pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{2\pi V^2}.$$

$$\text{Vậy } (S_{tp})_{\min} = 3\sqrt[3]{2\pi V^2} \text{ khi } \frac{V}{R} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}.$$

Câu 44.

Chọn A



Gọi đường sinh của hình nón có độ dài là a .

Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác đều cạnh a .

Do đó bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón cũng chính là bán kính đường tròn nội tiếp

$$\text{tam giác } \triangle ABC: r_1 = \frac{1}{3}AH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

Áp dụng định lí Ta-Let ta có:

$$\frac{AA'}{AB} = \frac{AH'}{AH} = \frac{AH - HH'}{AH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} - \frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow AA' = \frac{a}{3}$$

$$\text{Tương tự ta tìm được } r_2 = \frac{a}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{a\sqrt{3}}{18} = \frac{r_1}{3}.$$

$$\text{Tiếp tục như vậy ta có } r_3 = \frac{1}{3}r_2, r_4 = \frac{1}{3}r_3, r_5 = \frac{1}{3}r_4.$$

Ta có

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi r_1^3;$$

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi r_2^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{r_1}{3} \right)^3 = \frac{1}{3^3} V_1;$$

$$V_3 = \frac{1}{(3^3)^2} V_1$$

$$V_4 = \frac{1}{(3^3)^3} V_1; V_5 = \frac{1}{(3^3)^4} V_1$$

$$\text{Do đó } T = \frac{V_1 \left(1 + \frac{1}{(3^3)^1} + \frac{1}{(3^3)^2} + \frac{1}{(3^3)^3} + \frac{1}{(3^3)^4} \right)}{V}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{6} \right)^3 = \frac{\sqrt{3}}{54} \pi a^3; V = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \pi \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}.$$

$$\text{Vậy } T = \frac{\frac{\sqrt{3}}{54} \pi}{\frac{\sqrt{3}}{24} \pi} \left(1 + \frac{1}{(3^3)^1} + \frac{1}{(3^3)^2} + \frac{1}{(3^3)^3} + \frac{1}{(3^3)^4} \right) \approx 0.46$$

Câu 45.

Chọn B

$$\text{Ta có: } I = \int_0^1 3^x dx = \left(\frac{3^x}{\ln 3} \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{\ln 3} - \frac{1}{\ln 3} = \frac{2}{\ln 3}.$$

Câu 46.

Chọn D

Câu 47.

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_0^{10} f(x) dx = \int_0^{10} f(z) dz = 17 \text{ và } \int_0^8 f(x) dx = \int_0^8 f(t) dt = 12 \text{ nên}$$

$$\int_8^{10} f(x) dx = \int_0^{10} f(x) dx - \int_0^8 f(x) dx = 17 - 12 = 5.$$

$$\text{Vậy } \int_8^{10} -3f(x) dx = -15.$$

Câu 48.

Chọn B

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{1}{x^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases}.$$

Khi đó, ta có:

$$= \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = -\frac{\ln x}{x} \Big|_1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{x} \Big|_1^2 = -\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2}.$$

Từ giả thiết suy ra $a = -\frac{1}{2}$, $b = 1$, $c = 2$.

Vậy giá trị của $S = 4$.

Câu 49.

Chọn D

$$\text{Ta có } 2 = \int_0^1 \left(f(x) - \frac{f(x)}{x^2 + 1} \right) dx = I - \int_0^1 \frac{f(x)}{x^2 + 1} dx \Rightarrow I = 2 + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{f(x)}{x^2 + 1} dx.$$

$$\text{Đặt } x = \tan t \Rightarrow I = 2 + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{f(\tan t)}{\tan^2 t + 1} d(\tan t) = 2 + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{f(\tan t)}{\frac{1}{\cos^2 t}} \cdot \frac{1}{\cos^2 t} dt$$

$$\Rightarrow I = 2 + \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 2 + 4 = 6.$$

Câu 50.

Chọn A

$$u = \sqrt{1 + 3 \ln x} \Rightarrow u^2 = 1 + 3 \ln x \Rightarrow \ln x = \frac{u^2 - 1}{3} \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{2u}{3} du.$$

$$\text{Khi đó } \int_1^e \frac{\ln x}{x \sqrt{1 + 3 \ln x}} dx = \int_1^2 \frac{\frac{u^2 - 1}{3}}{u} \cdot \frac{2u}{3} du = \frac{2}{9} \int_1^2 (u^2 - 1) du.$$