

ĐỀ THI CHÍNH THỨCThời gian làm bài: **180 phút** (không kể thời gian giao đề)(Đề thi gồm **01 trang**)Ngày thi: **12/09/2020****Bài 1.** (4,0 điểm)Cho dãy số (u_n) được xác định như sau:

$$\begin{cases} u_1 = 4, u_2 = 5 \\ u_{n+2} = \sqrt{u_{n+1}} + 2\sqrt{u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Chứng minh dãy (u_n) có giới hạn hữu hạn, tìm giới hạn đó.**Bài 2.** (4,0 điểm)Xác định tất cả các đa thức hệ số nguyên nhận $1 + \sqrt{2021}$ làm nghiệm.**Bài 3.** (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) , D là điểm chính giữa cung BC không chứa A , E là điểm đối xứng với B qua AD , BE cắt (O) tại F khác B . Điểm P di chuyển trên cạnh AC . BP cắt (O) tại Q khác B . Đường thẳng qua C song song với AQ cắt FD tại điểm G .

a) Gọi H là giao điểm của EG và BC . Chứng minh rằng B, P, E, H cùng thuộc một đường tròn, gọi đường tròn này là (K) .

b) (K) cắt (O) tại L khác B . Chứng minh rằng LP luôn đi qua một điểm S cố định khi P di chuyển.

c) Gọi T là trung điểm PE . Chứng minh rằng đường thẳng qua T song song với LS đi qua trung điểm của AF .

Bài 4. (4,0 điểm)Có bao nhiêu số nguyên dương n không vượt quá 10^{2020} thỏa mãn $2^n \equiv 2021 \pmod{5^{2020}}$?**Bài 5.** (4,0 điểm)

Xét $X = \{1; 2; 3; \dots; 2020\}$ là tập hợp 2020 số nguyên dương đầu tiên. Với mỗi song ánh $f : X \rightarrow X$, kí hiệu $S(f) = \sum_{k=1}^{2020} |k - 4f(k)|$. Hỏi có bao nhiêu song ánh $f : X \rightarrow X$ thỏa mãn S_f lớn nhất?