

SỞ GD&ĐT ĐỒNG THÁP

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH KHỐI 12



NĂM HỌC 2019 - 2020

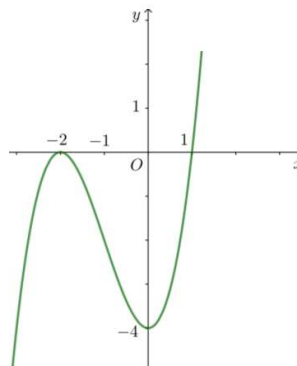
Môn thi: TOÁN

Ngày kiểm tra: 10/07/2020

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

MÃ ĐỀ THI: 123

- Câu 1:** Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của z
A. $-2i$. **B.** -2 . **C.** $2i$. **D.** 2 .
- Câu 2:** Cho lăng trụ đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
A. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.
- Câu 3:** Nếu $u(x)$ và $v(x)$ là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b + \int_a^b v du$. **B.** $\int_a^b u dv = \left(\int_a^b u dx \right) \left(\int_a^b v dx \right)$.
C. $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v dv$. **D.** $\int_a^b (u+v) dx = \int_a^b u dx + \int_a^b v dx$.
- Câu 4:** Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-2$?
A. $y = \frac{x+2}{x-1}$. **B.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y = \frac{2x}{1-x}$. **D.** $y = \frac{1-2x}{1-x}$.
- Câu 5:** Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập con gồm 6 phần tử của M là
A. 30^6 . **B.** C_{30}^6 . **C.** A_{30}^5 . **D.** A_{30}^6 .
- Câu 6:** Đường cong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = x^3 - 3x^2 + 4$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 4$. **C.** $y = -x^3 - 3x^2 - 4$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 - 4$.
- Câu 7:** Tập xác định của hàm số $y = (2-x)^{\sqrt{3}}$ là
A. $D = (-\infty; 2)$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **C.** $D = (2; +\infty)$. **D.** $D = (-\infty; 2]$.
- Câu 8:** Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 5$ bằng
A. 20. **B.** 12. **C.** 60. **D.** 10.

Câu 9: Nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là

- A. $x \geq 0$. B. $x \geq -4$. C. $x < 0$. D. $x < 4$.

Câu 10: Cho $\int_2^5 f(x) dx = 4$ và $\int_2^5 g(x) dx = 3$, khi đó $\int_2^5 [2f(x) - 3g(x)] dx$ bằng

- A. 1. B. 12. C. 7. D. -1.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	0	$-\frac{5}{2}$	0	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = -4$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.

Câu 12: Cho số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = -2 - 2i$. Tìm môđun của số phức $z_1 - z_2$.

- A. $|z_1 - z_2| = \sqrt{17}$. B. $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{2}$. C. $|z_1 - z_2| = 5$. D. $|z_1 - z_2| = 1$.

Câu 13: Thể tích của khối cầu có bán kính bằng a là

- A. $V = \pi a^3$. B. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. C. $V = 2\pi a^3$. D. $V = 4\pi a^3$.

Câu 14: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_{15} bằng

- A. 35. B. 31. C. 29. D. 27.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2020$ tại bao nhiêu điểm?

- A. 2. B. 0. C. 4. D. 3.

Câu 16: Cho a, b là hai số thực dương, a khác 1 và $\log_a b = 2$ thì $\log_4 b^4$

- A. 2. B. 4. C. 16. D. 18.

Câu 17: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = \frac{1}{8}$ là:

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 18: Cho hình trụ có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình trụ:

- A. πa^2 . B. $2\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $2a^2$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$-$
y	-1	$\nearrow \sqrt{2}$	$\searrow -\infty$	$\nearrow +\infty$
				1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; \sqrt{2})$.

Câu 20: Thể tích của khối nón có bán kính đáy $R = 30(cm)$ và chiều cao $h = 20(cm)$ là

- A. $6000\pi (cm^3)$. B. $18000\pi (cm^3)$. C. $1800\pi (cm^3)$. D. $600\pi (cm^3)$.

Câu 21: Điểm biểu diễn của số phức $z = 1 - 2i$ trên mặt phẳng Oxy là điểm

- A. $M(1; 2)$. B. $Q(-2; 1)$. C. $P(2; 1)$. D. $N(1; -2)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ và điểm $A(1; -2; 1)$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với (P) là

- A. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Câu 23: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là

- A. $S = 12$. B. $S = 4$. C. $S = 16$. D. $S = 8$.

Câu 24: Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt x_A, x_B . Khi đó $x_A + x_B$ là:

- A. $x_A + x_B = 3$. B. $x_A + x_B = 2$. C. $x_A + x_B = 5$. D. $x_A + x_B = 1$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^{2019} \cdot (x-1)^{2020} \cdot (x+1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 0, f'(x) = \frac{x}{x^2+1}$. Họ nguyên hàm của hàm số $g(x) = 4xf(x)$ là

- A. $(x^2+1)\ln(x^2+1) - x^2$. B. $(x^2+1)\ln(x^2+1) - x^2 + C$.
C. $(x^2+1)\ln(x^2) - x^2 + C$. D. $x^2 \ln(x^2+1) - x^2$.

- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .
- A. $I(-2; 1; 3)$, $R = 4$. B. $I(2; -1; -3)$, $R = \sqrt{12}$.
 C. $I(-2; 1; 3)$, $R = 2\sqrt{3}$. D. $I(2; -1; -3)$, $R = 4$.
- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Gọi A' là hình chiếu của A lên trục Oy . Tính độ dài đoạn OA' .
- A. $OA' = \sqrt{11}$. B. $OA' = \sqrt{10}$. C. $OA' = 1$. D. $OA' = -1$.
- Câu 29:** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng
- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .
- Câu 30:** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3; 5]$. Khi đó $M - m$ bằng
- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 2 . D. $\frac{7}{2}$.
- Câu 31:** Cho tam giác SOA vuông tại O có $OA = 3cm$, $SA = 5cm$, quay tam giác SOA xung quanh cạnh SO được một hình nón. Thể tích của khối nón tương ứng là
- A. $36\pi (cm^3)$. B. $15\pi (cm^3)$. C. $\frac{80\pi}{3} (cm^3)$. D. $12\pi (cm^3)$.
- Câu 32:** Tập nghiệm của bất phương trình sau: $\log(x-21) + \log x < 2$ là
- A. $(0; 25)$. B. $(-4; 25)$. C. $(25; +\infty)$. D. $(21; 25)$.
- Câu 33:** Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(-1; 2; 0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; 0; -5)$ là
- A. $4x - 5y + 4 = 0$. B. $4x - 5z + 4 = 0$. C. $4x - 5y - 4 = 0$. D. $4x - 5z - 4 = 0$.
- Câu 34:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc d ?
- A. $N(0; -4; 7)$. B. $P(4; 2; 1)$. C. $M(0; -4; -7)$. D. $P(-2; -7; 10)$.
- Câu 35:** Cho hai số phức $z_1 = 2 - 4i$ và $z_2 = 1 - 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + i\overline{z_2}$ bằng
- A. $-5i$. B. $-3i$. C. -3 . D. -5 .
- Câu 36:** Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 8z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ là
- A. $\frac{5}{2}$. B. 2 . C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $A(1;0;-3)$, $B(3;2;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

- A.** $2x + y - z - 1 = 0$. **B.** $2x + y - z + 1 = 0$. **C.** $x + y + 2z - 1 = 0$. **D.** $x + y + 2z + 1 = 0$.

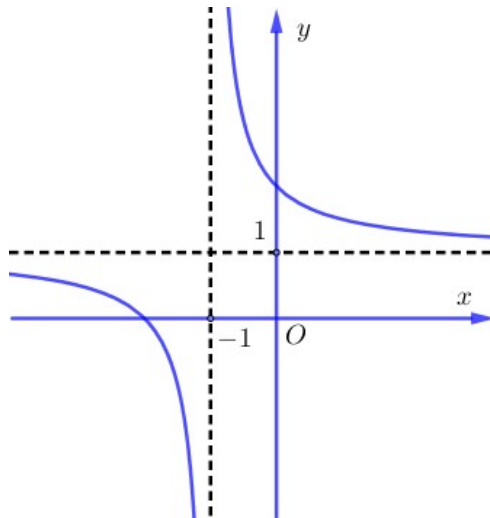
Câu 38: Với mọi a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 a = \log_{27}(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A.** $a^3 = b$. **B.** $a = b^3$. **C.** $a = b^2$. **D.** $a^2 = b$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SD . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và CM .

- A.** $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $d = \frac{a}{6}$. **C.** $d = \frac{2a}{3}$. **D.** $d = \frac{a}{3}$.

Câu 40: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A.** $0 < a < b$. **B.** $a < b < 0$. **C.** $0 < b < a$. **D.** $b < 0 < a$.

Câu 41: Biết $\int_0^{\pi} f(\sin x) dx = 1$. Tính $\int_0^{\pi} xf'(\sin x) dx$

- A.** 0 . **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** π .

Câu 42: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng (giờ). Biết rằng số vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi số vi khuẩn sau 10 giờ ?

- A.** 1000. **B.** 800. **C.** 850. **D.** 900.

Câu 43: Cho hàm số $y = (m-1)x^3 + (m-1)x^2 - 2x + 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A.** 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 8.

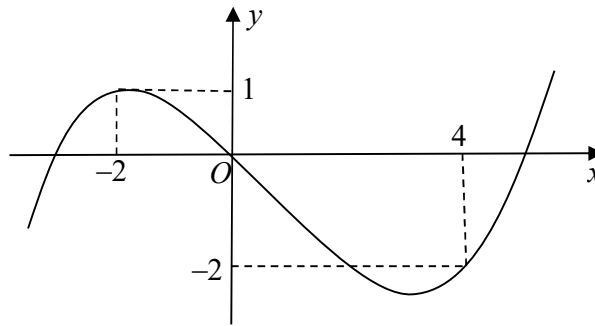
Câu 44: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AD = 6$ và góc CAD bằng 60° . Thể tích của khối trụ là.

- A. 24π . B. 112π . C. 126π . D. 162π .

Câu 45: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập S . Tính xác suất để số được chọn có đúng bốn chữ số lẻ sao cho số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ.

- A. $\frac{20}{189}$. B. $\frac{5}{54}$. C. $\frac{5}{648}$. D. $\frac{5}{42}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?



- A. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. B. $(-2; -1)$. C. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. D. $(2; 3)$.

Câu 47: Cho x, y là các số thực dương và thỏa mãn $\log_5 x^2 = \log_2 y = \log_9 (x^2 + y^2)$. Giá trị của $\frac{x^2}{y}$ bằng

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\log_2 \left(\frac{5}{2}\right)$. C. 2. D. $\log_5 \left(\frac{5}{2}\right)$.

Câu 48: Xét các số thực thỏa mãn $a > b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức

$$P = \log_a^2(a^2) + 3 \log_b \left(\frac{a}{b}\right)$$

- A. $P_{\min} = 19$. B. $P_{\min} = 13$. C. $P_{\min} = 15$. D. $P_{\min} = 14$.

Câu 49: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(A'BC')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{3a^3}{8}$. B. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. C. $V = \frac{9a^3}{8}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 + 3x^2 + m|$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 10. Số phần tử của S bằng

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.D	4.C	5.B	6.D	7.A	8.C	9.B	10.D
11.C	12.C	13.B	14.C	15.A	16.D	17.C	18.C	19.A	20.A
21.D	22.A	23.D	24.C	25.B	26.B	27.D	28.C	29.B	30.B
31.D	32.D	33.B	34.C	35.C	36.A	37.C	38.D	39.C	40.A
41.C	42.D	43.A	44.D	45.B	46.A	47.A	48.C	49.B	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của z

A. $-2i$.

B. -2 .

C. $2i$.

D. 2 .

Lời giải

Chọn D

Số phức liên hợp của z là: $z = 3 + 2i$. Vậy phần ảo là 2 .

Câu 2: Cho lăng trụ đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3 . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V = 3 \cdot \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 3: Nếu $u(x)$ và $v(x)$ là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b + \int_a^b v du$.

B. $\int_a^b u dv = \left(\int_a^b u dx \right) \left(\int_a^b v dx \right)$.

C. $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v dv$.

D. $\int_a^b (u + v) dx = \int_a^b u dx + \int_a^b v dx$.

Lời giải

Chọn D

$$\int_a^b (u + v) dx = \int_a^b u dx + \int_a^b v dx.$$

Câu 4: Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -2$?

A. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x}{1-x}$.

D. $y = \frac{1-2x}{1-x}$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = \frac{2x}{1-x}$ thỏa mãn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{1-x}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-2$.

Câu 5: Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập con gồm 6 phần tử của M là

A. 30^6 .

B. C_{30}^6 .

C. A_{30}^5 .

D. A_{30}^6 .

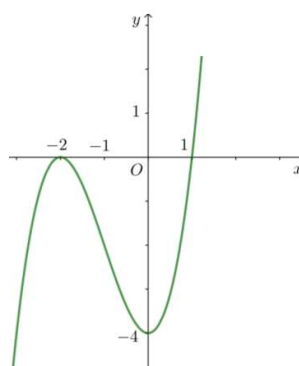
Lời giải

Chọn B

Mỗi tập con gồm 6 phần tử của M là một tổ hợp chập 6 của 30 phần tử đã cho.

Vậy số tập hợp con gồm 6 phần tử của M là C_{30}^6 .

Câu 6: Đường cong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 4$.

C. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

D. $y = x^3 + 3x^2 - 4$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Từ đồ thị hàm số, nhận thấy $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$, đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -4 nên D là đáp án cần tìm.

Cách 2:

Căn cứ đồ thị ta thấy là hàm số bậc ba có $a > 0$ nên loại B, C.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -4 nên D là đáp án cần tìm.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = (2-x)^{\sqrt{3}}$ là

A. $D = (-\infty; 2)$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. $D = (2; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 2)$.

Câu 8: Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 5$ bằng

A. 20.

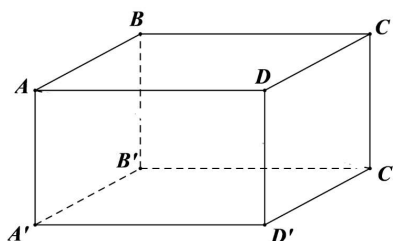
B. 12.

C. 60.

D. 10.

Lời giải

Chọn C



$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB.AD.AA' = 60.$$

Câu 9: Nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là

A. $x \geq 0$.

B. $x \geq -4$.

C. $x < 0$.

D. $x < 4$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 3^{x+2} \geq \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x+2} \geq 3^{-2} \Leftrightarrow x+2 \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -4.$$

Câu 10: Cho $\int_2^5 f(x)dx = 4$ và $\int_2^5 g(x)dx = 3$, khi đó $\int_2^5 [2f(x) - 3g(x)]dx$ bằng

A. 1.

B. 12.

C. 7.

D. -1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int_2^5 [2f(x) - 3g(x)]dx = 2\int_2^5 f(x)dx - 3\int_2^5 g(x)dx = 2.4 - 3.3 = -1.$$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	↗ 0	↘ $-\frac{5}{2}$	↗ 0	↘ $-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = -4$.

B. $x = -1$.

C. $x = 0$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 12: Cho số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = -2 - 2i$. Tìm môđun của số phức $z_1 - z_2$.

- A. $|z_1 - z_2| = \sqrt{17}$. B. $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{2}$. **C. $|z_1 - z_2| = 5$.** D. $|z_1 - z_2| = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1 - z_2 = (1 + 2i) - (-2 - 2i) = 3 + 4i \Rightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Câu 13: Thể tích của khối cầu có bán kính bằng a là

- A. $V = \pi a^3$. **B. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.** C. $V = 2\pi a^3$. D. $V = 4\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối cầu có bán kính bằng a là $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 14: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_{15} bằng

- A. 35. B. 31. **C. 29.** D. 27.

Lời giải

Chọn C

Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng: $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Vậy $u_{15} = u_1 + 14d = 1 + 14 \cdot 2 = 29$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2020$ tại bao nhiêu điểm?

- A. 2.** B. 0. C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào BBT, ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2020$ tại 2 điểm phân biệt.

Câu 16: Cho a, b là hai số thực dương, a khác 1 và $\log_a b = 2$ thì $\log_4 b^4$

- A. 2. B. 4. C. 16. **D. 18.**

Lời giải

Chọn D

$$\log_a b^4 = 4 \log_a b = 8.$$

Câu 17: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = \frac{1}{8}$ là:

A. $x = 2$.

B. $x = -2$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

$$2^{2x-1} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2^{2x-1} = 2^{-3} \Leftrightarrow 2x-1 = -3 \Leftrightarrow x = -1.$$

Câu 18: Cho hình trụ có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình trụ:

A. πa^2 .

B. $2\pi a^2$.

C. $4\pi a^2$.

D. $2a^2$.

Lời giải

Chọn C

$$S_{xq} = 2\pi r l = 4\pi a^2.$$

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$-$
y	-1	$\nearrow \sqrt{2}$	$\searrow -\infty$	$\nearrow 1$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; \sqrt{2})$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$, do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 20: Thể tích của khối nón có bán kính đáy $R = 30(cm)$ và chiều cao $h = 20(cm)$ là

A. $6000\pi (cm^3)$.

B. $18000\pi (cm^3)$.

C. $1800\pi (cm^3)$.

D. $600\pi (cm^3)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 30^2 \cdot 20 = 6000\pi (cm^3)$$

Câu 21: Điểm biểu diễn của số phức $z = 1 - 2i$ trên mặt phẳng Oxy là điểm

A. $M(1;2)$.

B. $Q(-2;1)$.

C. $P(2;1)$.

D. $N(1;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Điểm biểu diễn của số phức $z = 1 - 2i$ trên mặt phẳng Oxy là điểm $N(1;-2)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ và điểm $A(1;-2;1)$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với (P) là

A. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

B. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{u}_\Delta = (2; -1; 1)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với (P) là $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Câu 23: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là

A. $S = 12$.

B. $S = 4$.

C. $S = 16$.

D. $S = 8$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$

$$x^3 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là

$$S = \int_{-2}^0 |x^3 - 3x + 2 - x - 2| dx + \int_0^2 |x^3 - 3x + 2 - x - 2| dx$$

$$= \left| \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \right|_{-2}^0 + \left| \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \right|_0^2 = 8.$$

Câu 24: Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt x_A, x_B . Khi đó $x_A + x_B$ là:

A. $x_A + x_B = 3$.

B. $x_A + x_B = 2$.

C. $x_A + x_B = 5$.

D. $x_A + x_B = 1$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = x - 2$ và đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$

$$\frac{2x+1}{x-1} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 2x+1 = (x-1)(x-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - 5x + 1 = 0 (*) \end{cases}$$

Ta có x_A, x_B là nghiệm của phương trình (*) nên theo định lý Vi-et ta có $x_A + x_B = 5$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^{2019} \cdot (x-1)^{2020} \cdot (x+1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Có } f'(x) = x^{2019} \cdot (x-1)^{2020} \cdot (x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Nhận xét: $x = 0$ và $x = -1$ là các nghiệm bội lẻ và $x = 1$ là nghiệm bội chẵn.

Vì có 2 nghiệm bội lẻ nên có 2 cực trị.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 0, f'(x) = \frac{x}{x^2+1}$. Họ nguyên hàm của hàm số $g(x) = 4xf(x)$ là

A. $(x^2+1)\ln(x^2+1) - x^2$.

B. $(x^2+1)\ln(x^2+1) - x^2 + C$

C. $(x^2+1)\ln(x^2) - x^2 + C$.

D. $x^2 \ln(x^2+1) - x^2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int f'(x) dx = \int \frac{x}{x^2+1} dx = \int \frac{\frac{1}{2} d(x^2+1)}{x^2+1} = \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + C$$

$$\text{Do } f(0) = 0 \Rightarrow C = 0$$

$$\text{Khi đó } f(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2+1) \Rightarrow g(x) = 2x \ln(x^2+1)$$

Họ nguyên hàm của hàm số $g(x)$ là

$$\int g(x) dx = \int 2x \ln(x^2+1) dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x^2+1) \\ dv = 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2x}{x^2+1} \text{ khi đó} \\ dv = x^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int g(x) dx &= \int 2x \ln(x^2 + 1) dx = \int \ln(x^2 + 1) d(x^2 + 1) = (x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - \int (x^2 + 1) \cdot \frac{2x}{x^2 + 1} dx \\ &= (x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2 + C. \end{aligned}$$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

A. $I(-2; 1; 3), R = 4$.

B. $I(2; -1; -3), R = \sqrt{12}$.

C. $I(-2; 1; 3), R = 2\sqrt{3}$.

D. $I(2; -1; -3), R = 4$.

Lời giải

Chọn D

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 3)^2 = 16.$$

Suy ra mặt cầu (S) có tâm và bán kính lần lượt là $I(2; -1; -3), R = 4$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Gọi A' là hình chiếu của A lên trục Oy . Tính độ dài đoạn OA' .

A. $OA' = \sqrt{11}$.

B. $OA' = \sqrt{10}$.

C. $OA' = 1$.

D. $OA' = -1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } A'(0; -1; 0), \text{ suy ra } \overrightarrow{OA'} = (0; -1; 0) \Rightarrow OA' = |\overrightarrow{OA'}| = \sqrt{(-1)^2} = 1.$$

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 60° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

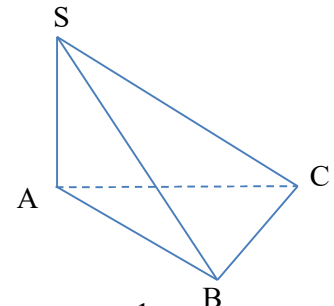
Lời giải

Chọn B

Vì $SA \perp (ABC)$ nên $(SC, (ABC)) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a \Rightarrow \text{tam giác SAC vuông cân}$$

$$\text{tại A} \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ.$$



Câu 30: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3; 5]$. Khi đó $M - m$ bằng

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0 \Rightarrow \text{hàm số nghịch biến trên } [3; 5]$$

$$f(3) = 2$$

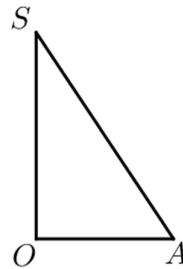
$$f(5) = \frac{3}{2}$$

$$\text{Suy ra } M = 2, m = \frac{3}{2} \Rightarrow M - m = \frac{1}{2}.$$

Câu 31: Cho tam giác SOA vuông tại O có $OA = 3\text{cm}$, $SA = 5\text{cm}$, quay tam giác SOA xung quanh cạnh SO được một hình nón. Thể tích của khối nón tương ứng là

- A. $36\pi(\text{cm}^3)$. B. $15\pi(\text{cm}^3)$. C. $\frac{80\pi}{3}(\text{cm}^3)$. **D. $12\pi(\text{cm}^3)$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có bán kính đáy $r = OA$ và chiều cao $h = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$.

Vậy thể tích của khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình sau: $\log(x-21) + \log x < 2$ là

- A. $(0; 25)$. B. $(-4; 25)$. C. $(25; +\infty)$. **D. $(21; 25)$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{TXĐ: } \begin{cases} x-21 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 21.$$

$$\text{Ta có } \log(x-21) + \log x < 2 \Leftrightarrow \log(x^2 - 21x) < 2 \Leftrightarrow x^2 - 21x - 100 < 0 \Leftrightarrow -4 < x < 25.$$

Kết hợp với ĐK, ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = (21; 25)$.

Câu 33: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(-1; 2; 0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; 0; -5)$ là

- A. $4x - 5y + 4 = 0$. **B. $4x - 5z + 4 = 0$.** C. $4x - 5y - 4 = 0$. D. $4x - 5z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; 0; -5)$ nên loại đáp án A và C.

(P) đi qua $M(-1; 2; 0)$ nên loại D. Vậy chọn B.

Câu 34: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc d ?

- A. $N(0; -4; 7)$. B. $P(4; 2; 1)$. C. $M(0; -4; -7)$. D. $P(-2; -7; 10)$.

Lời giải

Chọn C

Thay lần lượt tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng d ta thấy điểm $M(0; -4; -7)$ thỏa mãn. Vậy chọn C.

Câu 35: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 4i$ và $z_2 = 1 - 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + i \cdot \overline{z_2}$ bằng

- A. $-5i$. B. $-3i$. C. -3 . D. -5 .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1 + i \cdot \overline{z_2} = 2 - 4i + i(1 + 3i) = -1 - 3i$.

Vậy phần ảo của số phức $z_1 + i \cdot \overline{z_2}$ bằng -3 .

Câu 36: Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 8z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ là

- A. $\frac{5}{2}$. B. 2. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } 4z^2 - 8z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + \frac{1}{2}i \\ z = 1 - \frac{1}{2}i \end{cases}.$$

Không mất tính tổng quát, ta đặt: $z_1 = 1 + \frac{1}{2}i$, $z_2 = 1 - \frac{1}{2}i$.

$$\text{Khi đó: } |z_1|^2 + |z_2|^2 = \left|1 + \frac{1}{2}i\right|^2 + \left|1 - \frac{1}{2}i\right|^2 = \frac{5}{2}.$$

Câu 37: Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho $A(1; 0; -3)$, $B(3; 2; 1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

- A. $2x + y - z - 1 = 0$. B. $2x + y - z + 1 = 0$. C. $x + y + 2z - 1 = 0$. D. $x + y + 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua trung điểm $M(2;1;-1)$ của AB và vuông góc với AB nên có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (2;2;4) = 2(1;1;2)$, có phương trình:

$$1(x-2) + 1(y-1) + 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 1 = 0.$$

Câu 38: Với mọi a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 a = \log_{27}(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $a^3 = b$.

B. $a = b^3$.

C. $a = b^2$.

D. $a^2 = b$.

Lời giải

Chọn D

Với mọi a, b là các số thực dương. Ta có :

$$\log_3 a = \log_{27}(ab) \Leftrightarrow \log_3 a = \frac{1}{3}(\log_3 a + \log_3 b) \Leftrightarrow \frac{2}{3}\log_3 a = \frac{1}{3}\log_3 b \Leftrightarrow \log_3 a^2 = \log_3 b \Leftrightarrow a^2 = b.$$

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SD . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và CM .

A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $d = \frac{a}{6}$.

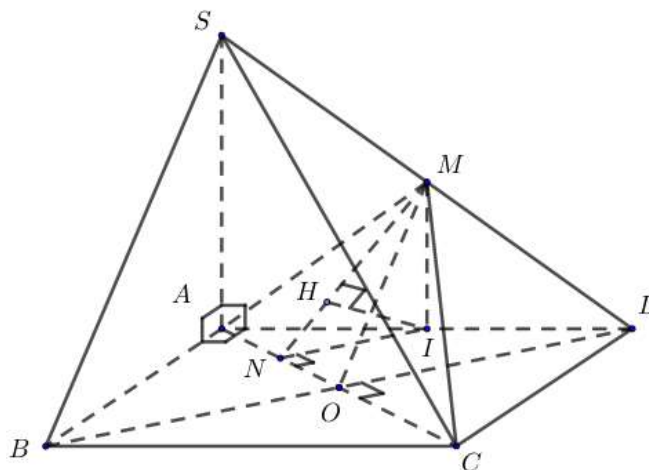
C. $d = \frac{2a}{3}$.

D. $d = \frac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: (Sử dụng phương pháp dựng khoảng cách)



Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SB \parallel OM$, mà $OM \subset (AMC) \Rightarrow SB \parallel (AMC)$

Ta có $d(SB, CM) = d(SB, (AMC)) = d(B, (AMC)) = d(D, (AMC))$ (1).

Gọi I là trung điểm của $AD \Rightarrow MI \parallel SA$, mà $SA \perp (ABCD) \Rightarrow MI \perp (ABCD)$

Lại có $DI \cap (AMC) = A \Rightarrow d(D, (AMC)) = 2d(I, (AMC))$ (2).

Từ (1) và (2), suy ra $d(SB, CM) = 2d(I, (AMC))$ (3).

Gọi N là trung điểm của $AO \Rightarrow IN \parallel OD$, mà $OD \perp AC \Rightarrow IN \perp AC$.

Ta có $\begin{cases} AC \perp IN \\ AC \perp MI \end{cases} \Rightarrow AC \perp (MIN) \Rightarrow (MIN) \perp (MAC)$, mà $(MIN) \cap (MAC) = MN$

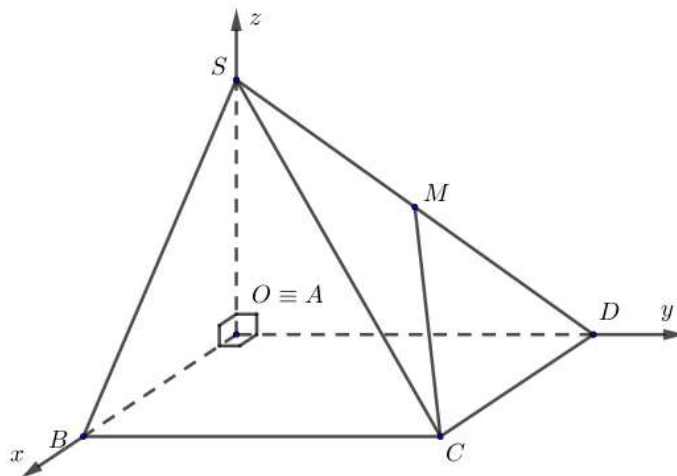
Trong (MIN) , kẻ $IH \perp MN \Rightarrow IH \perp (MAC) \Rightarrow d(I, (MAC)) = IH$ (4).

Xét tam giác MIN vuông tại I , $MI = \frac{1}{2}SA = a$, $IN = \frac{1}{2}OD = \frac{1}{4}BD = \frac{a\sqrt{2}}{4}$

$$\Rightarrow IH = \frac{IN \cdot IM}{\sqrt{IN^2 + IM^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2}} \Rightarrow IH = \frac{a}{3} \quad (5).$$

Từ (3), (4) và (5), suy ra $d(SB, CM) = \frac{2a}{3}$.

Cách 2: (Sử dụng phương pháp tọa độ hóa)



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có:

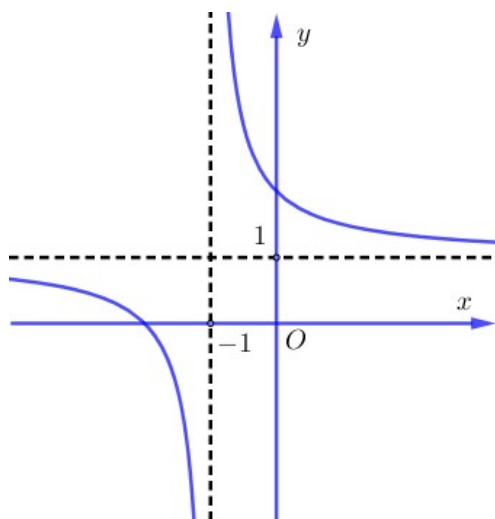
$$B(a; 0; 0), S(0; 0; 2a), C(a; a; 0), M\left(0; \frac{a}{2}; a\right).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{SB} = (a; 0; -2a), \overrightarrow{MC} = \left(a; \frac{a}{2}; -a\right), \overrightarrow{BC} = (0; a; 0)$$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{MC}] = \left(a^2; -a^2; \frac{a^2}{2}\right) \Rightarrow [\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{MC}] \cdot \overrightarrow{BC} = -a^3.$$

$$\text{Vậy } d(SB, CM) = \frac{|[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{MC}] \cdot \overrightarrow{BC}|}{|[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{MC}]|} = \frac{a^3}{\sqrt{a^4 + a^4 + \frac{a^4}{4}}} = \frac{2a}{3}.$$

Câu 40: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $0 < a < b$.

B. $a < b < 0$.

C. $0 < b < a$.

D. $b < 0 < a$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta có:

+) Tiệm cận ngang: $y = 1 \Rightarrow a = 1$.

+) Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ lớn hơn 1 nên $b > 1$.

Vậy $0 < a < b$.

Câu 41: Biết $\int_0^{\pi} f(\sin x) dx = 1$. Tính $\int_0^{\pi} xf(\sin x) dx$

A. 0.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. π .

Lời giải

Chọn C

Đặt $x = \pi - t \Rightarrow dx = -dt$. Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = \pi$ và $x = \pi \Rightarrow t = 0$.

$$\text{Khi đó } \int_0^{\pi} xf(\sin x) dx = \int_{\pi}^0 (\pi - t)f(\sin(\pi - t))(-dt)$$

$$= \int_0^{\pi} (\pi - t)f(\sin t) dt = \pi \int_0^{\pi} f(\sin x) dx - \int_0^{\pi} xf(\sin x) dx.$$

$$\text{Do đó } 2 \int_0^{\pi} xf(\sin x) dx = \pi \int_0^{\pi} f(\sin x) dx = \pi. \text{ Vậy } \int_0^{\pi} xf(\sin x) dx = \frac{\pi}{2}.$$

Câu 42: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng (giờ). Biết rằng số vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi số vi khuẩn sau 10 giờ?

A. 1000.

B. 800.

C. 850.

D. 900.

Lời giải

Chọn D

Sau 5 giờ có 300 con vi khuẩn nên ta có $300 = 100.e^{5r} \Rightarrow e^{5r} = 3$.

Số vi khuẩn sau 10 giờ là $S = 100.e^{10r} = 100.(3)^2 = 900$

Câu 43: Cho hàm số $y = (m-1)x^3 + (m-1)x^2 - 2x + 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Trường hợp 1: $m-1=0 \Leftrightarrow m=1 \Rightarrow y=-2x+5$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $m=1$ (nhận)

Trường hợp 2: $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Ta có $y' = 3(m-1)x^2 + 2(m-1)x - 2$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

$\Leftrightarrow y' = 3(m-1)x^2 + 2(m-1)x - 2 \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(m-1) < 0 \\ (m-1)^2 - (-2).3.(m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m^2 + 4m - 5 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ -5 \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -5 \leq m < 1.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0\}$.

Vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 44: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AD=6$ và góc CAD bằng 60° . Thể tích của khối trụ là.

A. 24π .

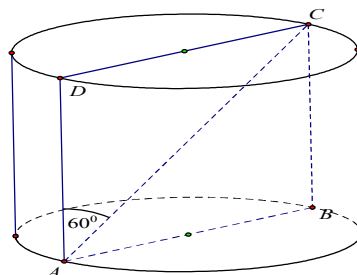
B. 112π .

C. 126π .

D. 162π .

Lời giải

Chọn D



Xét tam giác vuông DAC , ta có $CD = AD.\tan 60^\circ = 6\sqrt{3}$.

Suy ra bán kính đường tròn đáy của khối trụ là $R = \frac{CD}{2} = 3\sqrt{3}$.

Chiều cao của khối trụ là $h = AD = 6$.

Vậy thể tích của khối trụ là: $V = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot (3\sqrt{3})^2 \cdot 6 = 162\pi$.

Câu 45: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập S . Tính xác suất để số được chọn có đúng bốn chữ số lẻ sao cho số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ.

A. $\frac{20}{189}$.

B. $\frac{5}{54}$.

C. $\frac{5}{648}$.

D. $\frac{5}{42}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có không gian mẫu $n(\Omega) = 9!.9$

Gọi A là biến cố số có 9 chữ số được chọn là số có đúng 4 chữ số lẻ, số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ.

Coi 2 số lẻ và số 0 đứng giữa hai số đó là 1 nhóm

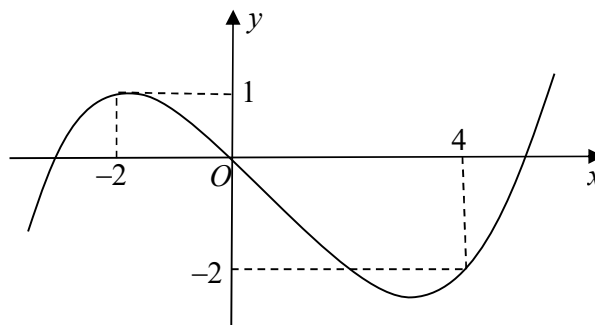
- Chọn 2 số lẻ từ 5 số lẻ trong 10 số tự nhiên có 1 chữ số và sắp xếp vào hai bên số 0 ta có A_5^2 cách
- Chọn 2 số lẻ từ 3 số lẻ còn lại ta có C_3^2 cách
- Chọn 4 số chẵn có 1 cách
- Sắp xếp 1 nhóm, 2 số lẻ và 4 số chẵn vào vị trí có $7!$ cách

Vậy tổng cộng số cách chọn thỏa mãn là :

$$n(A) = A_5^2 \cdot C_3^2 \cdot 7!$$

$$\text{Vậy } P = \frac{A_5^2 \cdot C_3^2 \cdot 7!}{9!.9} = \frac{5}{54}.$$

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?



A. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

D. $(2; 3)$.

Lời giải

Chọn A

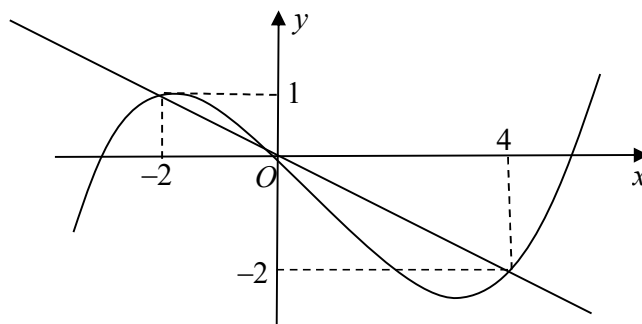
Ta có : $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$

$\Rightarrow g'(x) = -2f'(1-2x) + 2x - 1$

Để hàm số nghịch biến thì $g'(x) \leq 0 \Leftrightarrow -2f'(1-2x) + 2x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) \geq \frac{2x-1}{2}$

Đặt $t = 1 - 2x$

Vẽ đường thẳng $y = -\frac{x}{2}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên cùng một hệ trục, ta có :



Hàm số $g(x)$ nghịch biến $\Rightarrow g'(x) \leq 0 \Rightarrow f'(t) \geq -\frac{t}{2} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq t \leq 0 \\ t \geq 4 \end{cases}$

Như vậy $f'(1-2x) \geq \frac{1-2x}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq 1-2x \leq 0 \\ 4 \leq 1-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \\ x \leq -\frac{3}{2} \end{cases}$

Vậy hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

Mà $\left(1; \frac{3}{2}\right) \subset \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ nên hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng $\left(1; \frac{3}{2}\right)$

Câu 47: Cho x, y là các số thực dương và thỏa mãn $\log_5 x^2 = \log_2 y = \log_9 (x^2 + y^2)$. Giá trị của $\frac{x^2}{y}$ bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\log_2 \left(\frac{5}{2}\right)$.

C. 2.

D. $\log_5 \left(\frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } \log_5 x^2 = \log_2 y = \log_9 (x^2 + y^2) = a, (a \in \mathbb{R}) \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 5^a \\ y = 2^a \\ x^2 + y^2 = 9^a \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5^a + 4^a = 9^a \Leftrightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^a + \left(\frac{5}{9}\right)^a = 1 \quad (1)$$

$$\text{Xét hàm số } f(a) = \left(\frac{4}{9}\right)^a + \left(\frac{5}{9}\right)^a \Rightarrow f'(a) = \left(\frac{4}{9}\right)^a \ln \frac{4}{9} + \left(\frac{5}{9}\right)^a \cdot \ln \frac{5}{9} < 0, \forall a \in \mathbb{R}.$$

Suy ra hàm số $f(a)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ mà $f(1) = 1 \Rightarrow a = 1$ là nghiệm duy nhất của (1).

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = 5 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{y} = \frac{5}{2}.$$

Câu 48: Xét các số thực thỏa mãn $a > b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức

$$P = \log_{\frac{a}{b}}^2(a^2) + 3 \log_b \left(\frac{a}{b}\right)$$

A. $P_{\min} = 19$.

B. $P_{\min} = 13$.

C. $P_{\min} = 15$.

D. $P_{\min} = 14$.

Lời giải

Chọn C

$$P = \log_{\frac{a}{b}}^2(a^2) + 3 \log_b \left(\frac{a}{b}\right) = \left(\frac{1}{\frac{1}{2} \log_a \left(\frac{a}{b}\right)}\right)^2 + 3(\log_b a - 1) = \frac{4}{(1 - \log_a b)^2} + \frac{3}{\log_a b} - 3.$$

Đặt $t = \log_a b$ ($0 < t < 1$)

$$\text{Ta được biểu thức } P = f(t) = \frac{4}{(1-t)^2} + \frac{3}{t} - 3; f'(t) = \frac{8}{(1-t)^3} - \frac{3}{t^2};$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{8}{(1-t)^3} = \frac{3}{t^2} \Leftrightarrow 8t^2 = 3 - 9t + 9t^2 - 3t^3 \Leftrightarrow 3t^3 - t^2 + 9t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$$

Bảng biến thiên của $f(t)$.

t	0	$\frac{1}{3}$	1
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$			

$$\Rightarrow \min f(t) = f\left(\frac{1}{3}\right) = 15 \Rightarrow P_{\min} = 15$$

Câu 49: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(A'BC')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3a^3}{8}$.

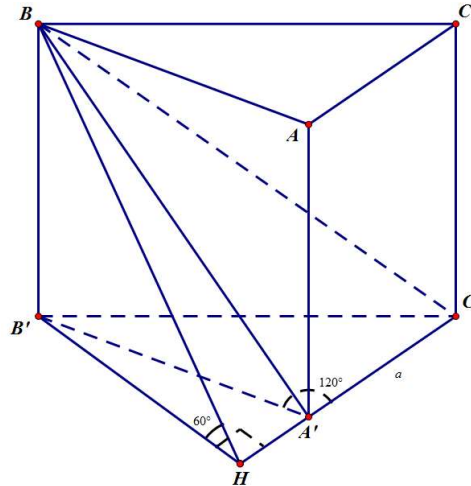
B. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

C. $V = \frac{9a^3}{8}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Trong mặt phẳng $(A'B'C')$ kẻ $B'H \perp A'C'$ ($H \in A'C'$).

Ta có: $\begin{cases} A'C' \perp B'H \\ A'C' \perp B'B \end{cases} \Rightarrow A'C' \perp BH$ (Định lý ba đường vuông góc).

Có: $\begin{cases} (BA'C') \cap (A'B'C') = A'C' \\ BH \subset (BA'C'), BH \perp A'C' \Rightarrow ((BA'C'); (A'B'C')) = (\widehat{BH; B'H}) = \widehat{BHB'} = 60^\circ \\ B'H \subset (A'B'C'), B'H \perp A'C' \end{cases}$

Xét tam giác $A'B'C'$ ta có:

$$S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{2} A'B' \cdot A'C' \cdot \sin \widehat{B'A'C'} = \frac{1}{2} B'H \cdot A'C' \Rightarrow B'H = A'B' \cdot \sin \widehat{B'A'C'} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Xét tam giác $BB'H$ vuông tại B' có: $B'B = B'H \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.

$$\text{Diện tích đáy: } S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{2} \cdot A'B' \cdot A'C' \cdot \sin \widehat{B'A'C'} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ: } V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{\Delta A'B'C'} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{8}.$$

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 + 3x^2 + m|$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 10. Số phần tử của S bằng

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $g(x) = x^3 + 3x^2 + m$ liên tục trên $[-1; 2]$.

$$\text{Ta có: } g'(x) = 3x^2 + 6x; \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 2] \\ x = -2 \notin [-1; 2] \end{cases}.$$

Có: $g(-1) = m + 2$; $g(0) = m$; $g(2) = m + 20$. Suy ra: $\min_{[-1; 2]} g(x) = m$; $\max_{[-1; 2]} g(x) = m + 20$.

Do đó: $\max_{[-1;2]} f(x) = \max \{ |m|; |m+20| \}$.

* Trường hợp 1: $|m| \geq |m+20|$ (*).

Khi đó: $\max_{[-1;2]} f(x) = |m| \stackrel{ycbt}{=} 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m=10 & (\text{Kh«ng tháa (*)}) \\ m=-10 & (\text{Tháa (*)}) \end{cases}$.

* Trường hợp 2: $|m+20| > |m|$ (**).

Khi đó: $\max_{[-1;2]} f(x) = |m+20| \stackrel{ycbt}{=} 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m=-10 & (\text{Kh«ng tháa (**)}) \\ m=-30 & (\text{Kh«ng tháa (**)}) \end{cases}$.

Vậy chỉ có 1 giá trị của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

----- HẾT -----