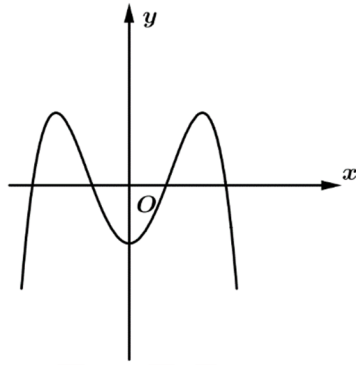
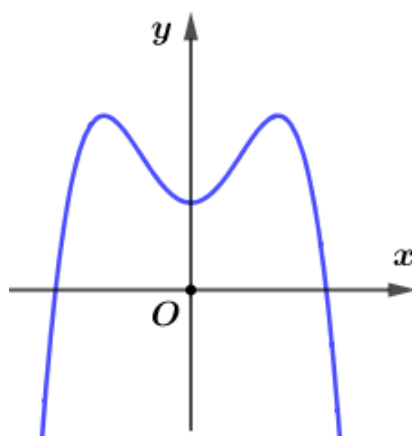


ĐỀ THI CHÍNH THỨC

- Câu 1.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a\sqrt{3}$ và $AD = a$. Góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và AC bằng
A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .
- Câu 2.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2\pi$ là
A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 3.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2027$ và công sai $d = -3$. Số hạng u_3
A. $u_3 = 2027(-3)^3$. B. $u_3 = 2021$. C. $u_3 = 2020$. D. $u_3 = 2054$.
- Câu 4.** Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.



- Mệnh đề nào sau đây đúng ?
A. $a < 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b > 0, c < 0$. C. $a < 0, b > 0, c < 0$. D. $a < 0, b > 0, c > 0$.
- Câu 5.** Trong các hàm số dưới đây, đồ thị của hàm số nào có tiệm cận ngang?
A. $y = \sin x$. B. $\frac{1-2x}{x+2}$. C. $x^3 - 3x^2$. D. $y = -2x^4 + 5x^2$.
- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 3t \\ z = 1 + 6t \end{cases}$. Điểm nào sau đây nằm trên đường thẳng d ?
A. $P(3; 5; 7)$. B. $Q(5; 0; 1)$. C. $M(5; 3; 1)$. D. $N(0; -8; -12)$.
- Câu 7.** Hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là

- A. $x=1$. B. $x=0$. C. $x=-1$. D. $x=3$.

Câu 8. Cho $0 < a < 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $a^{2019} < \frac{1}{a^{2020}}$. B. $a^{2019} > a^{2020}$. C. $a^{2020} < \frac{1}{a^{2019}}$. D. $\frac{1}{a^{2019}} > \frac{1}{a^{2020}}$.

Câu 9. Hàm số $y = \log_2(x^2 + 4)$ có tập xác định là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-4; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 10. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Số phức liên hợp $\bar{z} = -1 + 2i$. B. $|z| = \sqrt{3}$.
C. z có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$. D. Phần thực của z bằng -2 .

Câu 11. Mặt cầu tâm $I(3; -3; 1)$ và đi qua điểm $M(5; -2; 1)$ có phương trình là

- A. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$. B. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.
C. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$. D. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Câu 12. Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 6 = 0$ và điểm $M(2; -3; 5)$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (α) là

- A. 5. B. $\frac{11}{3}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{17}{3}$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 4y + 6z - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}(1; 2; 3)$. B. $\vec{n}(1; -2; 3)$. C. $\vec{n}(2; 4; 6)$. D. $\vec{n}(-1; 2; 3)$.

Câu 14. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ trên đoạn $[2; 3]$ là

- A. 7. B. $\frac{9}{2}$. C. 5. D. 9.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$
y	2	4	$+\infty$	$+\infty$

- A. 10. B. 7. C. 20. D. 14.

Câu 16. Trong một chặng đua xe đạp có 15 vận động viên cùng xuất phát. Hỏi có bao nhiêu khả năng xếp loại ba vận động viên nhất, nhì, ba?

- A. 45. B. A_{15}^3 . C. $\frac{15!}{3!}$. D. C_{15}^3 .

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như bên.

x	$-\infty$	-5	0	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 5 = 0$ là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 18. Cho mặt cầu (S) có tâm là I . Biết khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu bằng 3. Diện tích của mặt cầu (S) là

- A. 12π . B. 18π . C. 36π . D. 9π .

Câu 19. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 8 và diện tích xung quanh bằng 40π . Đường cao của hình nón có độ dài là

- A. 10. B. $\sqrt{89}$. C. 9. D. $\sqrt{39}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;5;0)$, $C(0;0;7)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A, B, C ?

- A. $\frac{x}{3} - \frac{y}{5} - \frac{z}{7} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{7} = 0$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{7} = -1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{7} = 1$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 3z - 6 = 0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\Delta // (\alpha)$. B. $\Delta \subset (\alpha)$.
C. $\Delta \perp (\alpha)$. D. Δ cắt và không vuông góc với (α) .

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-4}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $\mathbb{R}$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 23. Biết $\int_1^2 \ln(x+1)dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Giá trị của biểu thức $S = a + b + c$ là

A. $S = 0$. B. $S = -2$. C. $S = 2$. D. $S = 1$.

Câu 24. Số phức liên hợp của số phức $z = \frac{-2+i}{i}$ là

A. $\bar{z} = 1+i$. B. $\bar{z} = 1-2i$. C. $\bar{z} = 1-i$. D. $\bar{z} = 1+2i$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	4	3	4	$-\infty$		

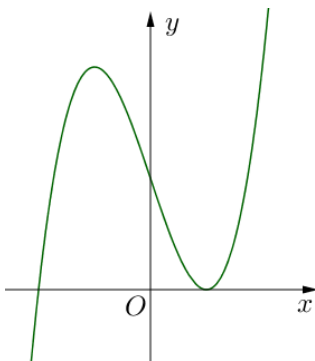
Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 4)$ và $(3; 4)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.
 D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 26. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$. B. $\int \ln|x| dx = \ln x + C$. C. $\int \ln x dx = x + C$. D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$.

Câu 27. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ



- A. $y = x^4 - x^2 + 1$. B. $y = x^4 + x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = -x^3 + 3x + 2$.

Câu 28. Điểm nào dưới đây không thuộc đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$

- A. $N(1; -2)$. B. $P(2; 7)$. C. $M(0; -1)$. D. $Q(-1; 2)$.

Câu 29. Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có cạnh bằng $2a$. Thể tích khối trụ bằng:

- A. πa^3 . B. $2\pi a^3$. C. $\frac{2}{3}\pi a^3$. D. $4\pi a^3$.

Câu 30. Mô đun của số phức $z = -2 + 4i$ là:

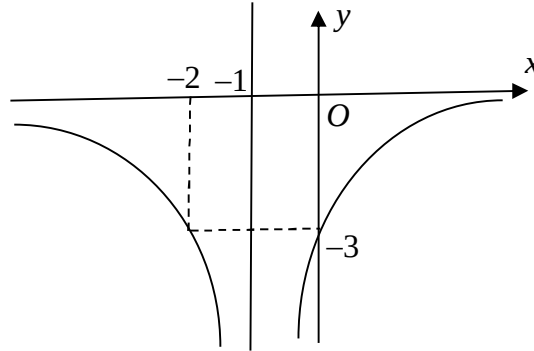
- A. 6. B. 2. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{5}$.

- Câu 31.** Nghiệm của bất phương trình $\log_5(2^x - 7) < 0$
A. $\log_2 7 < x < 3$. **B.** $x < 3$. **C.** $0 < x < 3$. **D.** $x > 3$.
- Câu 32.** Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ cắt đường thẳng $x - y - 2 = 0$ tại hai điểm phân biệt M, N có hoành độ x_M, x_N . Khi đó $x_M + x_N$ có giá trị
A. -5 . **B.** 3 . **C.** 2 . **D.** 5 .
- Câu 33.** Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, biết $AA' = 4a$, $BD = a$, $AC = 2a$. Thể tích V của khối lăng trụ là
A. $V = 2a^3$. **B.** $V = 4a^3$. **C.** $V = \frac{8}{3}a^3$. **D.** $V = 8a^3$.
- Câu 34.** Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Điểm M biểu diễn số phức z_1 là
A. $M(-1; -\sqrt{2}i)$. **B.** $M(-1; 2)$. **C.** $M(-1; -2)$. **D.** $M(-1; -\sqrt{2})$.
- Câu 35.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x-4}$ có phương trình là
A. $x = 2$. **B.** $y = \frac{-1}{4}$. **C.** $y = \frac{1}{2}$. **D.** $x = -1$.
- Câu 36.** Cho x, y thỏa mãn $3^{x+1+\frac{1}{4x}} - \log_2[510 - (y-2)\sqrt{y+1}] = 0$ với $x > 0$. Giá trị của biểu thức $P = 4x^2 - 28y^2 + 6x^2y + 2020$ là :
A. 2020 **B.** 2022 **C.** 2019 **D.** 2021
- Câu 37.** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $C.ABB'A'$ là
A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.
- Câu 38.** Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 x + \log_3 y \geq \log_3(x + y^2)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + 3y$ là
A. $\frac{25\sqrt{2}}{4}$. **B.** 8. **C.** 9. **D.** $\frac{17}{2}$.
- Câu 39.** Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a , gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) là
A. $\frac{a\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 40.** Trong tất cả các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}}(x+2y) - 1 \leq \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + y^2 + 1)$ chỉ có duy nhất một cặp số $(x; y)$ sao cho $x - 2y - m = 0$, $(m \in \mathbb{R})$. Khi đó tổng tất cả các giá trị của m thỏa mãn là
A. 6. **B.** 14. **C.** -6. **D.** 8.

Câu 41. Người bán vải đã quấn một tấm vải quanh một lõi hình trụ bằng gỗ có bán kính là 6cm và quấn được tất cả 120 vòng (quấn theo chiều dài tấm vải). Biết bề dày tấm vải là $0,25\text{cm}$. Chiều dài tấm vải gần với số nguyên hàm nhất trong các số dưới đây?

- A. $155(m)$. B. $150(m)$. C. $175(m)$. D. $157(m)$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, c \neq 0, d \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị là (C) . Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên và đồ thị (C) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành có phương trình là.



- A. $x + 3y + 2 = 0$. B. $x - 3y - 2 = 0$. C. $x - 3y + 2 = 0$. D. $x + 3y - 2 = 0$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đối xứng với đồ thị hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) qua điểm $K\left(2; -\frac{1}{2}\right)$. Tính $f\left(4 + \log_a \frac{1}{4}\right)$.

- A. 5. B. $-\frac{5}{4}$. C. $-\frac{3}{4}$. D. -5.

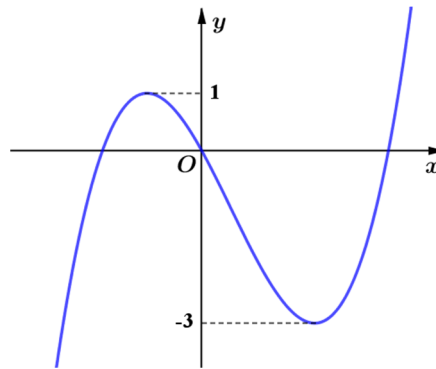
Câu 44. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$, với $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $xf'(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Biết $\tan a = 7$ với $a \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Biểu thức $F(a) - 50a^2 + 7a$ có giá trị là

- A. $\ln 50$. B. $-\frac{1}{4} \ln 50$. C. $\frac{1}{2} \ln 50$. D. $-\frac{1}{2} \ln 50$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Gọi Δ_1, Δ_2 lần lượt là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x) = 3x^2 \cdot f(3x - 4)$ tại điểm có hoành độ bằng 2. Biết Δ_1 vuông góc Δ_2 và $0 < f(2) \leq 1$. Khi đó Δ_1 và Δ_2 lần lượt có phương trình là

- A. $\Delta_1: y = \frac{\sqrt{3}}{6}x$, $\Delta_2: y = -2\sqrt{3}x + \frac{13\sqrt{3}}{3}$.
 B. $\Delta_1: y = \frac{1}{6}x + \frac{2}{3}$, $\Delta_2: y = -6x + 24$.
 C. $\Delta_1: y = -\frac{\sqrt{3}}{6}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $\Delta_2: y = 2\sqrt{3}x - \frac{11\sqrt{3}}{3}$.
 D. $\Delta_1: y = -\frac{1}{6}x + \frac{4}{3}$, $\Delta_2: y = 6x$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = |f(x-10) + m|$ có ba điểm cực trị là



A. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$.

B. $1 \leq m \leq 3$.

C. $m = -1$ hoặc $m = 3$.

D. $m < -1$ hoặc $m > 3$.

Câu 47. Một nhà khoa học nghiên cứu sự tăng trưởng của một loại vi rút và thấy rằng chúng tăng trưởng theo công thức $S(t) = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi rút ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng được tính theo giờ. Biết rằng số lượng vi rút ban đầu là 100 con và sau 30 phút có 600 con. Hỏi sau 3 giờ có bao nhiêu con vi rút?

A. 4666500 con.

B. 4665600 con.

C. 360000 con.

D. 1200 con.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $BC = a$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3}{32}$.

B. $\frac{a^3}{9}$.

C. $\frac{a^3}{16}$.

D. $\frac{a^3}{64}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của BC và CD . Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.CEF$ là

A. $R = \frac{a\sqrt{93}}{12}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{39}}{12}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{29}}{8}$.

D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$.

Câu 50. Trường trung học phổ thông chuyên Hà Giang có 24 lớp, gồm 3 khối; khối 10, khối 11 và khối 12, mỗi khối có 8 lớp, mỗi lớp có một chi đoàn, mỗi chi đoàn có một em làm bí thư. Các em bí thư đều giỏi và rất năng động nên ban chấp hành đoàn trường chọn ngẫu nhiên 9 em bí thư đi thi cán bộ đoàn giỏi cấp thành phố. Tính xác suất để 9 em được chọn có đủ cả ba khối

A. $\frac{195}{7429}$.

B. $\frac{7134}{7429}$.

C. $\frac{7234}{7429}$.

D. $\frac{7243}{7429}$.

-----HẾT-----

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

BẢNG ĐÁP ÁN

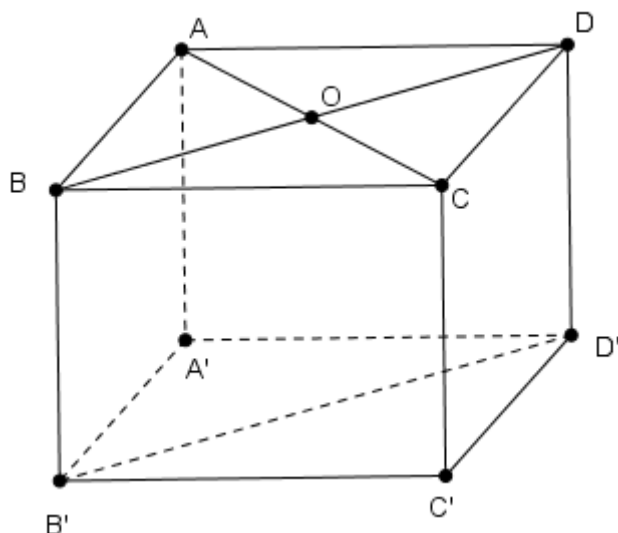
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	B	C	B	B	B	D	C	C	B	B	B	A	A	B	A	C	D	D	B	A	A	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	D	B	C	A	D	B	D	A	D	A	C	A	C	D	D	D	C	D	A	B	A	A	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a\sqrt{3}$ và $AD = a$. Góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và AC bằng
- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Lời giải

Chọn D



Ta có $(B'D'; AC) = (BD; AC)$.

Xét tam giác AOB có $OA = OB = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} = a$ nên:

$$\cos \widehat{AOB} = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2OA \cdot OB} = -\frac{1}{2};$$

$$\Rightarrow \widehat{AOB} = 120^\circ \Rightarrow (B'D'; AC) = 60^\circ.$$

- Câu 2.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2\pi$ là
- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng

$$x = 0, x = 2\pi \text{ là } S = \int_0^{2\pi} |\sin x| dx.$$

Ta có

x	0	π	2π
$\sin x$	+	0	-

Suy ra $S = \int_0^{2\pi} |\sin x| dx = \int_0^{\pi} \sin x dx - \int_{\pi}^{2\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi} + \cos x \Big|_{\pi}^{2\pi} = 4$.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2027$ và công sai $d = -3$. Số hạng u_3

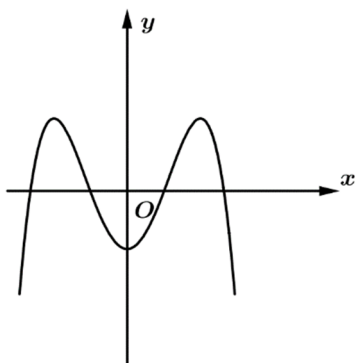
A. $u_3 = 2027(-3)^3$. **B.** $u_3 = 2021$. **C.** $u_3 = 2020$. **D.** $u_3 = 2054$.

Lời giải

Chọn B

$$u_3 = u_1 + 2d = 2027 + 2 \cdot (-3) = 2021$$

Câu 4. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $a < 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5. Trong các hàm số dưới đây, đồ thị của hàm số nào có tiệm cận ngang?

A. $y = \sin x$. **B.** $\frac{1-2x}{x+2}$. **C.** $x^3 - 3x^2$. **D.** $y = -2x^4 + 5x^2$.

Lời giải.

Chọn B

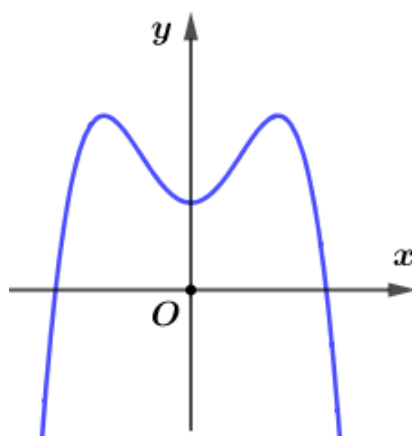
Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 3t \\ z = 1 + 6t \end{cases}$. Điểm nào sau đây nằm trên đường thẳng d ?

A. $P(3;5;7)$. **B.** $Q(5;0;1)$. **C.** $M(5;3;1)$. **D.** $N(0;-8;-12)$.

Lời giải.

Chọn B

Câu 7. Hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là

- A. $x=1$. B. $x=0$. C. $x=-1$. D. $x=3$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, suy ra điểm cực tiểu của hàm số là $x=0$.

Câu 8. Cho $0 < a < 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $a^{2019} < \frac{1}{a^{2020}}$. B. $a^{2019} > a^{2020}$. C. $a^{2020} < \frac{1}{a^{2019}}$. D. $\frac{1}{a^{2019}} > \frac{1}{a^{2020}}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $0 < a < 1$ nên $a^{2019} > a^{2020} \Rightarrow \frac{1}{a^{2019}} < \frac{1}{a^{2020}}$.

Câu 9. Hàm số $y = \log_2(x^2 + 4)$ có tập xác định là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-4; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$.

Câu 10. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Số phức liên hợp $\bar{z} = -1 + 2i$. B. $|z| = \sqrt{3}$.
C. z có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$. D. Phần thực của z bằng -2 .

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 1 + 2i \Rightarrow A$ sai.

$|z| = |1 - 2i| = \sqrt{5} \Rightarrow B$ sai.

Phần thực của z là $1 \Rightarrow D$ sai.

Chọn đáp án C.

Câu 11. Mặt cầu tâm $I(3; -3; 1)$ và đi qua điểm $M(5; -2; 1)$ có phương trình là

- A. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$. B. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.
C. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$. D. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn B

Bán kính mặt cầu $R = IM = \sqrt{(5-3)^2 + (-2+3)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{5}$.

Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Câu 12. Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 6 = 0$ và điểm $M(2; -3; 5)$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (α) là

- A. 5. B. $\frac{11}{3}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{17}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } d(M, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 2 - (-3) + 2 \cdot 5 - 6|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{11}{3}.$$

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 4y + 6z - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}(1; 2; 3)$. B. $\vec{n}(1; -2; 3)$. C. $\vec{n}(2; 4; 6)$. D. $\vec{n}(-1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}(1; -2; 3)$.

Câu 14. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ trên đoạn $[2; 3]$ là

- A. 7. B. $\frac{9}{2}$. C. 5. D. 9.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ liên tục trên đoạn $[2; 3]$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{-5}{(x-1)^2} < 0 \quad \forall x \in (2; 3).$$

$$y(2) = 7; y(3) = \frac{9}{2}.$$

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ trên đoạn $[2; 3]$ là $\max_{[2; 3]} y = 7 = y(2)$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	2	4	-2	$+\infty$

- A. 10. B. 7. C. 20. D. 14.

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $\int_2^4 [2f(x) + x - 1] dx = 2 \int_2^4 f(x) dx + \int_2^4 (x - 1) dx = 2 \cdot 3 + 4 = 10$.

Câu 16. Trong một chặng đua xe đạp có 15 vận động viên cùng xuất phát. Hỏi có bao nhiêu khả năng xếp loại ba vận động viên nhất, nhì, ba?

- A. 45. **B.** A_{15}^3 . C. $\frac{15!}{3!}$. D. C_{15}^3 .

Lời giải**Chọn B**

Vì ba vận động về nhất, nhì, ba phải có thứ tự nên có A_{15}^3 .

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như bên.

x	$-\infty$	-5	0	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 5 = 0$ là

- A. 1. **B.** 3. C. 2. D. 4.

Lời giải**Chọn A.**

Ta có $f(x) + 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -5$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có đúng 1 nghiệm.

Câu 18. Cho mặt cầu (S) có tâm là I. Biết khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu bằng 3. Diện tích của mặt cầu (S) là

- A. 12π . B. 18π . **C.** 36π . D. 9π .

Lời giải**Chọn C**

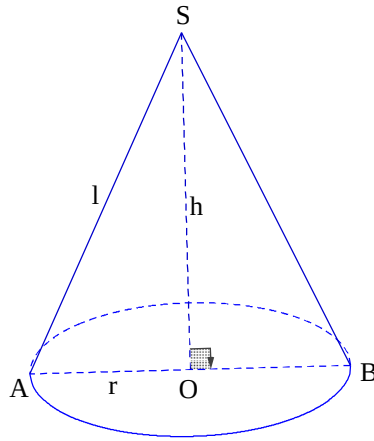
Gọi bán kính của mặt cầu (S) là r . Do khoảng cách từ tâm mặt cầu đến tiếp diện bằng 3 nên $r = 3$.

Vậy diện tích của mặt cầu (S) là $S = 4\pi r^2 = 36\pi$.

Câu 19. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 8 và diện tích xung quanh bằng 40π . Đường cao của hình nón có độ dài là

- A. 10. **B.** $\sqrt{89}$. C. 9. **D.** $\sqrt{39}$.

Lời giải**Chọn D**



Gọi l , h , r lần lượt là độ dài đường sinh, đường cao và bán kính của hình nón.

Ta có $S_{xq} = 40\pi \Leftrightarrow \pi rl = 40\pi \Leftrightarrow \pi \cdot r \cdot 8 = 40\pi \Leftrightarrow r = 5$ (cm)

Khi đó $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{8^2 - 5^2} = \sqrt{39}$. Vậy chọn D.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;5;0)$, $C(0;0;7)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A , B , C ?

- A.** $\frac{x}{3} - \frac{y}{5} - \frac{z}{7} = 1$. **B.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{7} = 0$. **C.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{7} = -1$. **D.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{7} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình của mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A , B , C là $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{7} = 1$. Vậy chọn D.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 3z - 6 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\Delta // (\alpha)$. **B.** $\Delta \subset (\alpha)$.
C. $\Delta \perp (\alpha)$. **D.** Δ cắt và không vuông góc với (α) .

Lời giải

Chọn B

Δ đi qua điểm $M(-1; -1; 3)$ và có 1 véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; -1; 1)$.

Mặt phẳng (α) có 1 véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; 3)$.

Ta thấy $\vec{u} \cdot \vec{n} = -1 - 2 + 3 = 0$ và $M \in (\alpha)$ nên $\Delta \subset (\alpha)$.

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-4}$ là

- A.** $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Số mũ -4 là số nguyên âm nên $y = (x^2 - 1)^{-4}$ xác định $\Leftrightarrow x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

Câu 23. Biết $\int_1^2 \ln(x+1) dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Giá trị của biểu thức $S = a + b + c$ là

- A.** $S = 0$. **B.** $S = -2$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+1} dx \\ v = x+1 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } \int_1^2 \ln(x+1) dx = (x+1) \ln(x+1) \Big|_1^2 - \int_1^2 dx = 3 \ln 3 - 2 \ln 2 - x \Big|_1^2 = 3 \ln 3 - 2 \ln 2 - 1.$$

$$\text{Vậy } S = a + b + c = 3 + (-2) + (-1) = 0.$$

Câu 24. Số phức liên hợp của số phức $z = \frac{-2+i}{i}$ là

A. $\bar{z} = 1+i.$

B. $\bar{z} = 1-2i.$

C. $\bar{z} = 1-i.$

D. $\bar{z} = 1+2i.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } z = \frac{-2+i}{i} = \frac{(-2+i) \cdot (-i)}{i \cdot (-i)} = 1+2i.$$

$$\text{Suy ra } \bar{z} = 1-2i.$$

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	4	3	4	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 4)$ và $(3; 4)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 26. Mệnh đề nào sau đây đúng?

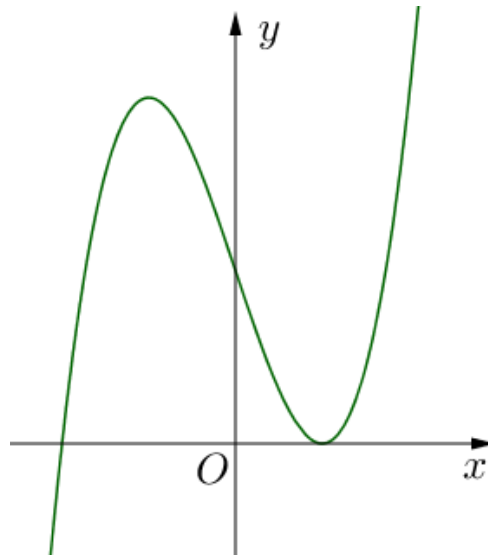
A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$ **B.** $\int \ln|x| dx = \ln x + C.$ **C.** $\int \ln x dx = x + C.$ **D.** $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$$

Câu 27. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ



- A. $y = x^4 - x^2 + 1$. B. $y = x^4 + x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = -x^3 + 3x + 2$.

Lời giải

Chọn C

Đường cong trên là đồ thị hàm số bậc 3 có hệ số $a > 0$.

Suy ra đó là đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

Câu 28. Điểm nào dưới đây không thuộc đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$

- A. $N(1; -2)$. B. $P(2; 7)$. C. $M(0; -1)$. D. $Q(-1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm $Q(-1; 2)$ vào hàm số ta được $2 = (-1)^4 - 2 \cdot (-1)^2 - 1$ là mệnh đề sai.

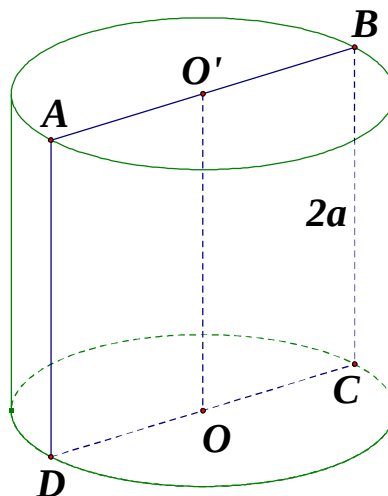
Suy ra điểm $Q(-1; 2)$ không thuộc đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 29. Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có cạnh bằng $2a$. Thể tích khối trụ bằng:

- A. πa^3 . B. $2\pi a^3$. C. $\frac{2}{3}\pi a^3$. D. $4\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B



Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông $\Rightarrow h = 2R = 2a \Rightarrow R = a$.

Vậy thể tích khối trụ là: $V = \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

Câu 30. Mô đun của số phức $z = -2 + 4i$ là:

- A. 6. B. 2. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

$$|z| = |-2 + 4i| = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}.$$

Câu 31. Nghiệm của bất phương trình $\log_5(2^x - 7) < 0$

- A. $\log_2 7 < x < 3$. B. $x < 3$. C. $0 < x < 3$. D. $x > 3$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_5(2^x - 7) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x - 7 > 0 \\ 2^x - 7 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x > 7 \\ 2^x < 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \log_2 7 \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \log_2 7 < x < 3$$

Câu 32. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ cắt đường thẳng $x - y - 2 = 0$ tại hai điểm phân biệt M, N có hoành độ x_M, x_N . Khi đó $x_M + x_N$ có giá trị

- A. -5. B. 3. C. 2. D. 5.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Pthdgd: } \frac{2x+1}{x-1} = x-2$$

$$\Leftrightarrow 2x+1 = (x-1)(x-2) \text{ với } x \neq 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 1 = 0 \quad (1) \quad (\text{Dễ thấy phương trình có 2 nghiệm khác 1})$$

Do x_M, x_N là nghiệm của phương trình (1) nên theo Viet $x_M + x_N = -\frac{b}{a} = 5$

Câu 33. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, biết $AA' = 4a$, $BD = a$, $AC = 2a$. Thể tích V của khối lăng trụ là

- A. $V = 2a^3$. B. $V = 4a^3$. C. $V = \frac{8}{3}a^3$. D. $V = 8a^3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } V = B \cdot h = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a \cdot 4a = 4a^3.$$

Câu 34. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Điểm M biểu diễn số phức z_1 là

- A. $M(-1; -\sqrt{2}i)$. B. $M(-1; 2)$. C. $M(-1; -2)$. D. $M(-1; -\sqrt{2})$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } z^2 + 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow (z+1)^2 = (\sqrt{2}i)^2 \Leftrightarrow z = -1 \pm \sqrt{2}i \Rightarrow z_1 = -1 - \sqrt{2}i \Rightarrow M(-1; -\sqrt{2}).$$

Câu 35. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x-4}$ có phương trình là

- A.** $x=2$. **B.** $y = \frac{-1}{4}$. **C.** $y = \frac{1}{2}$. **D.** $x = -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{2x-4} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{2x-4} = -\infty \Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 36. Cho x, y thỏa mãn $3^{x+1+\frac{1}{4x}} - \log_2 [510 - (y-2)\sqrt{y+1}] = 0$ với $x > 0$. Giá trị của biểu thức $P = 4x^2 - 28y^2 + 6x^2y + 2020$ là :

- A.** 2020 **B.** 2022 **C.** 2019 **D.** 2021

Lời giải

Chọn D

Xét $3^{x+1+\frac{1}{4x}} = \log_2 [510 - (y-2)\sqrt{y+1}]$

Ta thấy $3^{x+\frac{1}{4x}+1} \geq 3^{2\sqrt{x \cdot \frac{1}{4x}}+1} = 9$, dấu = xảy ra $\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ (1)

Ta có $510 - (y-2)\sqrt{y+1} = 510 - (y+1-3)\sqrt{y+1} = 510 + 3\sqrt{y+1} - \sqrt{(y+1)^3}$

Đặt $\sqrt{y+1} = t (t \geq 0)$

Xét $f(t) = 510 + 3t - t^3$

$f'(t) = -3t^2 + 3$

$f'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \notin [0; +\infty) \\ t = 1 \in [0; +\infty) \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên sau :

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$		0	-
$f(t)$	510	512	$-\infty$

$\max_{[0; +\infty)} f(t) = f(1) = 512$

$\Rightarrow \log_2 [510 - (y-2)\sqrt{y+1}] \leq \log_2 512 = 9$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ ta có VT ≥ 9 , VP ≤ 9

Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ \sqrt{y+1} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 0 \end{cases}$

Thay x, y vào $P = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 28 \cdot 0 + 26 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 0 + 2020 = 2021$

Câu 37. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $C.ABB'A'$ là

A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

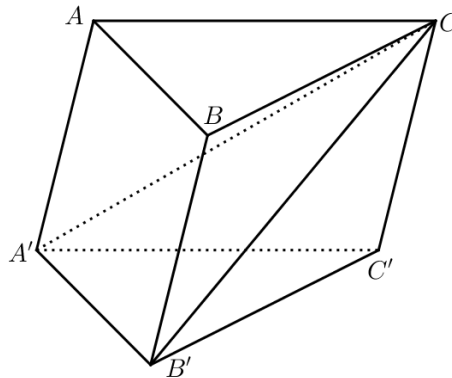
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{C.ABB'A'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3} \cdot a^2 \sqrt{2} \cdot a \sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$

Câu 38. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 x + \log_3 y \geq \log_3 (x + y^2)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + 3y$ là

A. $\frac{25\sqrt{2}}{4}$.

B. 8.

C. 9.

D. $\frac{17}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_3 x + \log_3 y \geq \log_3 (x + y^2) \Leftrightarrow \log_3 (xy) \geq \log_3 (x + y^2) \Leftrightarrow xy \geq x + y^2 \Leftrightarrow x(y - 1) \geq y^2$

Do $x > 0, y > 0$ nên $y - 1 > 0 \Leftrightarrow y > 1$

Khi đó $x(y - 1) \geq y^2 \Leftrightarrow x \geq \frac{y^2}{y - 1} = y + 1 + \frac{1}{y - 1}$

Vậy $T = x + 3y \geq 4y + 1 + \frac{1}{y - 1}$

Xét $f(y) = 4y + 1 + \frac{1}{y - 1}$ trên $(1; +\infty)$

Ta có $f'(y) = 4 - \frac{1}{(y - 1)^2}, f'(y) = 0 \Leftrightarrow 4 - \frac{1}{(y - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y - 1 = \frac{1}{2} \\ y - 1 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2} \in (1; +\infty) \\ y = \frac{1}{2} \notin (1; +\infty) \end{cases}$

Mặt khác: $f\left(\frac{3}{2}\right) = 9, \lim_{x \rightarrow 1^+} f(y) = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(y) = +\infty$. Vậy $\min_{(1; +\infty)} f(y) = 9$.

Khi đó $T \geq 9$ hay $\min T = 9$ dấu "=" khi $x = \frac{9}{2}, y = \frac{3}{2}$.

Câu 39. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a , gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) là

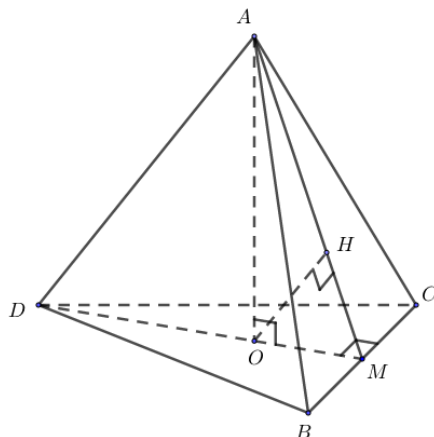
A. $\frac{a\sqrt{6}}{9}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi O là trọng tâm tam giác BCD , vì $\triangle BCD$ đều nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD .

Mặt khác $ABCD$ là tứ diện đều nên $AO \perp (BCD)$.

Ta có M là trung điểm của $BC \Rightarrow BC \perp DM$, mà $BC \perp AO \Rightarrow BC \perp (AOM)$

Lại có $BC \subset (ABC) \Rightarrow (AOM) \perp (ABC)$.

Trong tam giác AOM , kẻ $OH \perp AM$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (AOM) \perp (ABC) \\ (AOM) \cap (ABC) = AM \\ OH \subset (AOM), OH \perp AM \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC) \Rightarrow d(O, (ABC)) = OH.$$

Tam giác AOM vuông tại O , có $OM = \frac{1}{3}DM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $OA = \sqrt{AD^2 - OD^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

$$\text{Suy ra } OH = \frac{OM \cdot OA}{\sqrt{OM^2 + OA^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{9}.$$

$$\text{Vậy } d(O, (ABC)) = \frac{a\sqrt{6}}{9}.$$

Câu 40. Trong tất cả các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}}(x+2y) - 1 \leq \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + y^2 + 1)$ chỉ có duy nhất một cặp số $(x; y)$ sao cho $x - 2y - m = 0$, ($m \in \mathbb{R}$). Khi đó tổng tất cả các giá trị của m thỏa mãn là

A. 6.

B. 14.

C. -6.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}}(x+2y) - 1 \leq \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + y^2 + 1) \Leftrightarrow \log_2(2x+4y) \geq \log_2(x^2 + y^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 1 \leq 2x + 4y$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 4.$$

Chỉ có duy nhất một cặp số $(x; y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán khi và chỉ khi đường thẳng $\Delta: x - 2y - m = 0$ tiếp xúc với đường tròn tâm $I(1; 2)$, bán kính $R = 2$.

$$\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|m+3|}{\sqrt{5}} = 2 \Leftrightarrow m = -3 \pm 2\sqrt{5}.$$

Vậy tổng tất cả các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán bằng -6 .

Câu 41. Người bán vải đã quấn một tấm vải quanh một lõi hình trụ bằng gỗ có bán kính là 6cm và quấn được tất cả 120 vòng (quấn theo chiều dài tấm vải). Biết bề dày tấm vải là $0,25\text{cm}$. Chiều dài tấm vải gần với số nguyên hàm nhất trong các số dưới đây?

A. $155(m)$.

B. $150(m)$.

C. $175(m)$.

D. $157(m)$.

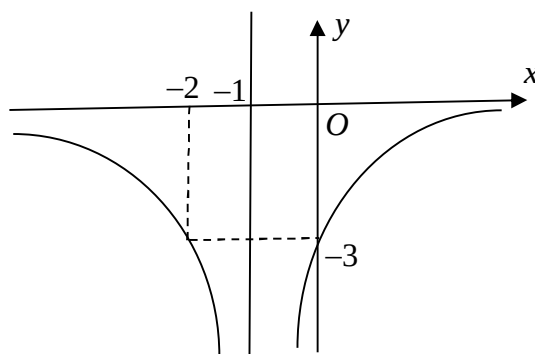
Lời giải

Chọn D

Do bề dày vải là $0,25\text{cm}$ nên bán kính của vòng cuộn sau sẽ hơn bán kính vòng cuộn trước $0,25\text{cm}$. Chiều dài mảnh vải là:

$$2\pi(6 + 6 + 0,25 + 6 + 2 \cdot 0,25 + \dots + 6 + 119 \cdot 0,25) \\ = 2\pi\left(6 \cdot 120 + \frac{119 \cdot 0,25 \cdot 120}{2}\right) \approx 15739\text{cm} \approx 157,39\text{m}$$

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, c \neq 0, d \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị là (C) . Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên và đồ thị (C) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành có phương trình là.



A. $x + 3y + 2 = 0$.

B. $x - 3y - 2 = 0$.

C. $x - 3y + 2 = 0$.

D. $x + 3y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Vì hàm số cắt Oy tại điểm có tung độ là 2 nên suy ra $\frac{b}{d} = 2 \Rightarrow b = 2d$

Ta có: $y' = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$. Tiệm cận đứng: $x = -1 \Rightarrow \frac{-d}{c} = -1 \Leftrightarrow c = d$.

Vì đồ thị hàm số y' đi qua điểm có tọa độ $(0; 3)$ nên suy ra $\frac{ad - bc}{d^2} = -3$

Thay vào ta suy ra $d = -a; b = 2d; c = d$. Mặc khác đồ thị hàm số y' đi qua điểm có tọa độ

$(-2; -3)$ nên suy ra $\frac{ad - bc}{(-2c + d)^2} = -3 \Leftrightarrow \frac{-d^2 - 2d^2}{d^2} = -3 \Leftrightarrow -3d^2 = -3d^2 \Leftrightarrow d = \pm 1$

$$\text{Trường hợp 1: } d = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{-x+2}{x+1}$$

Phương trình tiếp tuyến của hàm số $y = f(x)$ với trục hoành là: $x + 3y - 2 = 0$

$$\text{Trường hợp 2: } d = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{x-2}{-x-1}$$

Phương trình tiếp tuyến của hàm số $y = f(x)$ với trục hoành là: $x + 3y - 2 = 0$

- Câu 43.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đối xứng với đồ thị hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) qua điểm $K\left(2; -\frac{1}{2}\right)$. Tính $f\left(4 + \log_a \frac{1}{4}\right)$.
- A. 5. B. $-\frac{5}{4}$. C. $-\frac{3}{4}$. **D. -5.**

Lời giải

Chọn D.

Gọi $(C): y = a^x$. Xét $M(m; a^m) \in (C)$ (với $m \in \mathbb{R}$).

Gọi M' là điểm đối xứng của M qua K . Suy ra $M'(4 - m; -1 - a^m)$.

Ta có $y_{M'} = -1 - a^m = -1 - a^{-x_{M'} + 4} \Rightarrow f(x) = -1 - a^{4-x}$.

Do đó $f\left(4 + \log_a \frac{1}{4}\right) = -1 - a^{-\log_a \frac{1}{4}} = -1 - 4 = -5$.

- Câu 44.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$, với $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $xf'(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Biết $\tan a = 7$ với $a \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Biểu thức $F(a) - 50a^2 + 7a$ có giá trị là
- A. $\ln 50$. B. $-\frac{1}{4} \ln 50$. C. $\frac{1}{2} \ln 50$. **D. $-\frac{1}{2} \ln 50$.**

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \Rightarrow du = dx \\ dv = f'(x) \Rightarrow v = f(x) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \int xf'(x)dx = xf(x) - \int f(x)dx = \frac{x^2}{\cos^2 x} - \int f(x)dx = \frac{x^2}{\cos^2 x} - \int \frac{x}{\cos^2 x} dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u_1 = x \Rightarrow du_1 = dx \\ dv_1 = \frac{1}{\cos^2 x} dx \Rightarrow v_1 = \tan x \end{cases}. \text{ Do đó:}$$

$$\int \frac{x}{\cos^2 x} dx = x \tan x - \int \tan x dx = x \tan x - \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = x \tan x + \ln(\cos x) + C.$$

Suy ra $F(x) = \frac{x^2}{\cos^2 x} - x \tan x - \ln(\cos x) - C$. Từ $F(0) = 0 \Rightarrow C = 0$.

Do đó $F(x) = \frac{x^2}{\cos^2 x} - x \tan x - \ln(\cos x), \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

$$\Rightarrow F(a) = \frac{a^2}{\cos^2 a} - a \tan a - \ln(\cos a).$$

Ta có $\tan a = 7 \Rightarrow 1 + \tan^2 a = 50 \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 a} = 50 \Rightarrow \cos a = \frac{\sqrt{2}}{10}$.

$$\Rightarrow F(a) = 50a^2 - 7a - \ln \frac{\sqrt{2}}{10} \Rightarrow F(a) - 50a^2 + 7a = -\ln \frac{\sqrt{2}}{10} = \ln(5\sqrt{2}) = \frac{1}{2} \ln 50.$$

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Gọi Δ_1, Δ_2 lần lượt là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x) = 3x^2 \cdot f(3x-4)$ tại điểm có hoành độ bằng 2. Biết Δ_1 vuông góc Δ_2 và $0 < f(2) \leq 1$. Khi đó Δ_1 và Δ_2 lần lượt có phương trình là

A. $\Delta_1: y = \frac{\sqrt{3}}{6}x, \Delta_2: y = -2\sqrt{3}x + \frac{13\sqrt{3}}{3}$.

B. $\Delta_1: y = \frac{1}{6}x + \frac{2}{3}, \Delta_2: y = -6x + 24$.

C. $\Delta_1: y = -\frac{\sqrt{3}}{6}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}, \Delta_2: y = 2\sqrt{3}x - \frac{11\sqrt{3}}{3}$.

D. $\Delta_1: y = -\frac{1}{6}x + \frac{4}{3}, \Delta_2: y = 6x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g(2) = 12f(2), g'(x) = 6x \cdot f(3x-4) + 9x^2 f'(3x-4)$

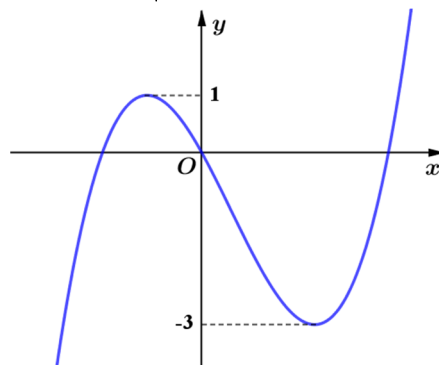
$$\Rightarrow g'(2) = 12f(2) + 36f'(2) = 12f(2) - \frac{36}{g'(2)}$$

$$\Rightarrow g'(2) + \frac{36}{g'(2)} = 12f(2) \leq 12 \Leftrightarrow [g'(2) - 6]^2 \leq 0 \Leftrightarrow g'(2) = 6 \Rightarrow f'(2) = -\frac{1}{6} \Rightarrow f(2) = 1$$

$$\text{Vậy } \Delta_1: y = f'(2)(x-2) + f(2) = -\frac{1}{6}(x-2) + 1 = -\frac{1}{6}x + \frac{4}{3}.$$

$$\Delta_2: y = g'(2)(x-2) + g(2) = 6(x-2) + 12 = 6x.$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = |f(x-10) + m|$ có ba điểm cực trị là



A. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$.

B. $1 \leq m \leq 3$.

C. $m = -1$ hoặc $m = 3$.

D. $m < -1$ hoặc $m > 3$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét số điểm cực trị của hàm số $y = f(ax+b)+c$ bằng số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

Dựa vào đồ thị, hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị $\Rightarrow$ hàm số $y = |f(x-10)+m|$ có 3 điểm cực trị khi phương trình $f(x-10)+m=0 \Leftrightarrow f(x-10)=-m$ có 1 nghiệm đơn hoặc 1 nghiệm đơn và 1 nghiệm bội chẵn $\Rightarrow \begin{cases} -m \leq -3 \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

Câu 47. Một nhà khoa học nghiên cứu sự tăng trưởng của một loại vi rút và thấy rằng chúng tăng trưởng theo công thức $S(t) = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi rút ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng được tính theo giờ. Biết rằng số lượng vi rút ban đầu là 100 con và sau 30 phút có 600 con. Hỏi sau 3 giờ có bao nhiêu con vi rút?

A. 4666500 con.

B. 4665600 con.

C. 360000 con.

D. 1200 con.

Lời giải

Chọn B

Theo giả thiết có $A=100$.

30 phút hay $\frac{1}{2}$ giờ có 600 nên ta có phương trình

$$600 = 100 \cdot e^{\frac{1}{2}r} \Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}r} = 6 \Leftrightarrow \frac{1}{2}r = \ln 6 \Rightarrow r = 2 \ln 6.$$

Vậy sau 3 giờ có số con vi rút là $S(3) = 100 \cdot e^{2 \ln 6 \cdot 3} = 4665600$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $BC = a$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3}{32}$.

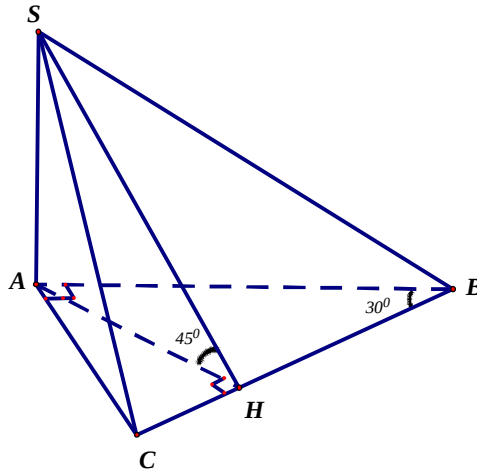
B. $\frac{a^3}{9}$.

C. $\frac{a^3}{16}$.

D. $\frac{a^3}{64}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy nên ta có $SA \perp (ABC)$, do đó SA là đường cao của hình chóp.

Tam giác ABC là tam giác vuông tại A , $BC = a$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$ nên ta có $AC = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$.

Từ A , kẻ $AH \perp BC$ thì ta có $SH \perp BC$.

$$\text{Do } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AH \subset (ABC), AH \perp BC \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (\widehat{SH, AH}) = \widehat{SHA} = 45^\circ \\ SH \subset (SBC), SH \perp BC \end{cases}$$

Tam giác ABC là tam giác vuông tại A nên ta có $AB = BC \cdot \cos \widehat{ABC} = a \cdot \cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Do SAH là tam giác vuông cân tại A nên ta có $SA = AH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

$$\text{Từ đây ta suy ra } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{32} \text{ (dvtt)}.$$

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của BC và CD . Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.CEF$ là

$$\text{A. } R = \frac{a\sqrt{93}}{12}. \quad \text{B. } R = \frac{a\sqrt{39}}{12}. \quad \text{C. } R = \frac{a\sqrt{29}}{8}. \quad \text{D. } R = \frac{5a\sqrt{3}}{12}.$$

Lời giải

Chọn A

