

117

BÀI TOÁN KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ TRONG ĐỀ THI BGD 2016 - 2021

Luyenthitracnghiem.vn

Câu 1: (Câu 26 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2020 - 2021) Đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

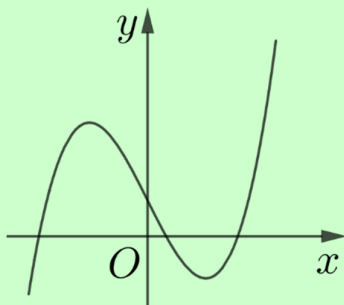
- Ⓐ. -5 . Ⓑ. 0 . Ⓒ. -1 . Ⓓ. 2 .

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = -2.0^3 + 3.0^2 - 5 = -5$.

Câu 2: (Câu 1 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2020 - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- Ⓐ. $y = -x^3 - 2x + \frac{1}{2}$. Ⓑ. $y = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$. Ⓒ. $y = -x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$. Ⓓ. $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy đường cong có dạng đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số a dương.

Câu 3: (Câu 16 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2020 - 2021) Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- Ⓐ. 3 . Ⓑ. 1 . Ⓒ. -1 . Ⓓ. 0 .

Lời giải

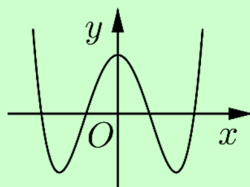
Chọn C

Ta có $x = 0 \Rightarrow y = -1$

Vậy đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 .

Nguyễn Hoàng Việt

Câu 4: (Câu 15 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2020 - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- (A). $y = x^3 - 3x + 1$. (B). $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.
 (C). $y = -x^3 + 3x + 1$. (D). $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm trùng phương và có hệ số $a > 0$.

Câu 5: (Câu 18 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2020 - 2021) Đồ thị của hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- (A). 1. (B). 0. (C). 2. (D). 3.

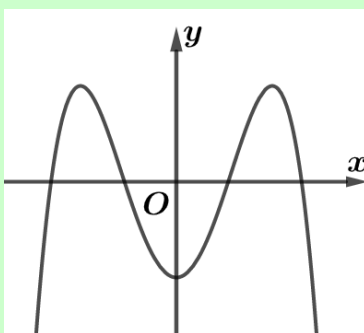
Lời giải

Chọn D

Ta có $x=0 \Rightarrow y=3$

Vậy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

Câu 6: (Câu 6 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2020 - 2021) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- (A). $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$. (B). $y = -x^3 + 3x - 1$. (C). $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$. (D). $y = x^3 - 3x - 1$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng nên loại đáp án B và (D).

Từ đồ thị hàm số ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên loại đáp án (C).

Câu 7: (Câu 7 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2020 - 2021) Đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- (A). 0. (B). 3. (C). 1. (D). -3.

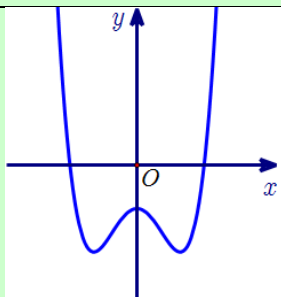
Lời giải

Chọn D

Gọi $M(x_M; y_M)$ là giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ và trục Oy

Ta có $x_M = 0 \Rightarrow y_M = -3$.

Câu 8: (Câu 7 - Đề Tham Khảo - BGD&ĐT - Năm 2020 - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau



- Ⓐ. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. Ⓑ. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. Ⓒ. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. Ⓓ. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương với hệ số $a > 0$. Do đó nhận đáp án $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 9: (Câu 8 - Đề Tham Khảo - BGD&ĐT - Năm 2020 - 2021) Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

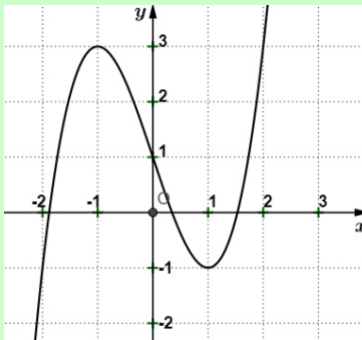
- Ⓐ. 0. Ⓑ. 1. Ⓒ. 2. Ⓓ. -2.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung. Ta có $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 2$.

Câu 10: (Câu 20 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong vẽ bên



- Ⓐ. $y = x^3 - 3x + 1$. Ⓑ. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. Ⓒ. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. Ⓓ. $y = -x^3 + 3x + 1$.

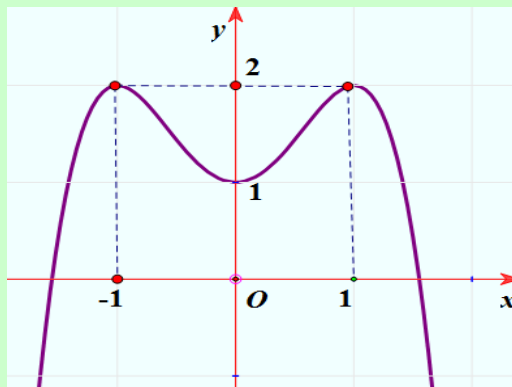
Lời giải

Chọn A

Đường cong đã cho là đồ thị của hàm số bậc 3 có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$). Suy ra chọn đáp án A hoặc D

Từ đồ thị ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0 \Rightarrow$ Chọn đáp án A

Câu 11: (Câu 25 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ là

Ⓐ. 2.

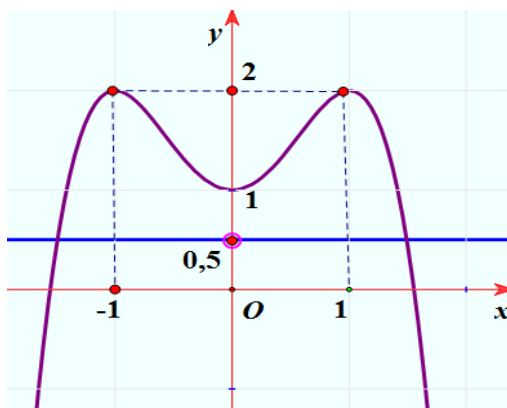
Ⓑ. 4.

Ⓒ. 1.

Ⓓ. 3.

Lời giải

Chọn A



Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với đường thẳng $y = \frac{1}{2}$. Căn cứ vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại 2 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 12: (Câu 27 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x$ với trục hoành là

Ⓐ. 2.

Ⓑ. 0.

Ⓒ. 3.

Ⓓ. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x$ với trục hoành là nghiệm của

$$\text{phương trình: } -x^3 + 3x = 0 \quad (1) \Leftrightarrow -x(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}.$$

Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt, do đó đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

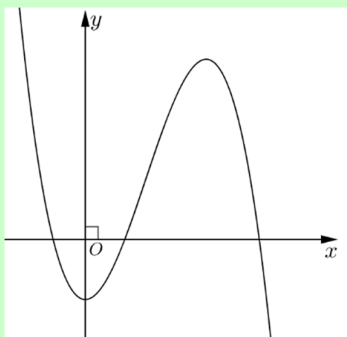
Câu 13: (Câu 4 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

Ⓐ. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Ⓑ. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Ⓒ. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Ⓓ. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.



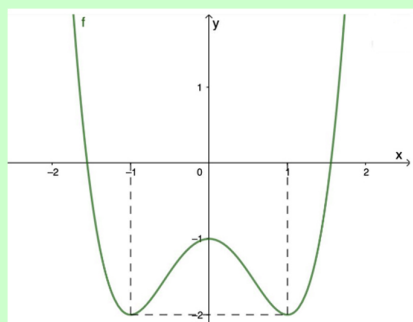
Lời giải

Chọn D

Quan sát đồ thị hàm số ta có đây là đồ thị của hàm số bậc ba có hệ số $a < 0$ nên chọn đáp án

Ⓓ.

Câu 14: (Câu 17 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -\frac{3}{2}$ là?



Ⓐ. 4

Ⓑ. 1

Ⓒ. 2

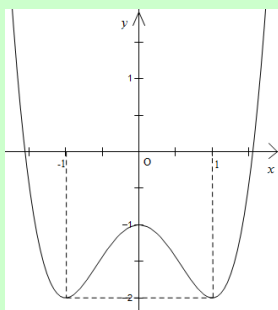
Ⓓ. 3

Lời giải

Chọn A

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = -\frac{3}{2}$ chính là số nghiệm của phương trình. $f(x) = -\frac{3}{2}$

Câu 15: (Câu 1 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -\frac{1}{2}$ là



Ⓐ. 3.

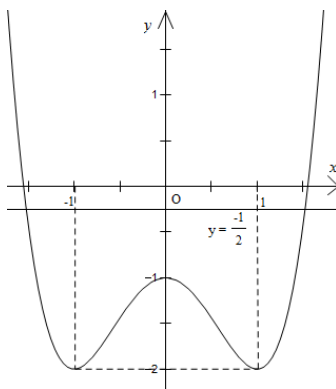
Ⓑ. 4.

Ⓒ. 2.

Ⓓ. 1.

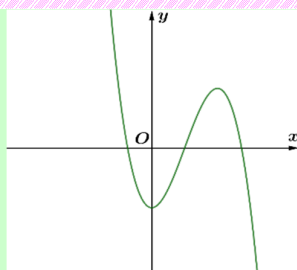
Lời giải

Chọn C



Số nghiệm của phương trình $f(x) = -\frac{1}{2}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$. Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt.

Câu 16: (Câu 21 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường cong như trong hình vẽ



- Ⓐ. $y = x^4 - 2x^2 - 2$. Ⓑ. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. Ⓒ. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. Ⓓ. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

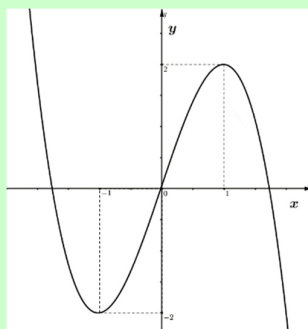
Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình dáng đồ thị hàm số ta nhận thấy đó là đồ thị hàm số bậc 3 và có hệ số $a < 0$ nên chọn đáp án Ⓑ.

Câu 17: (Câu 15 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

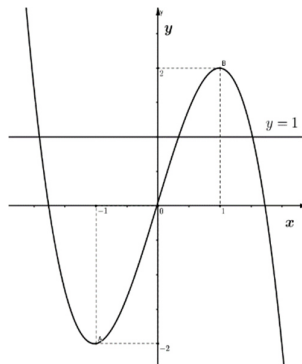
- Ⓐ. 1. Ⓑ. 0. Ⓒ. 2. Ⓓ. 3.



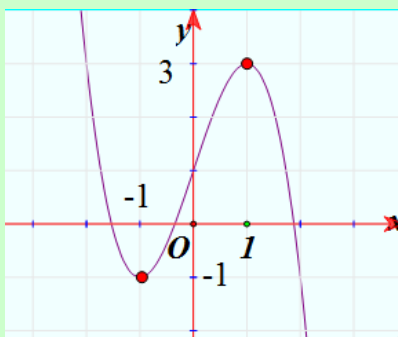
Lời giải

Chọn D

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là số giao điểm của đường thẳng $y = 1$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$. Nhìn vào hình vẽ ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt. Vậy phương trình $f(x) = 1$ có 3 nghiệm thực Ⓒ.



Câu 18: (Câu 11 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là.



(A). 0

(B). 3

(C). 1

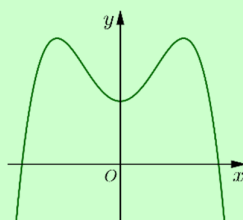
(D). 2

Lời giải

Chọn B

Ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt. Nên phương trình $f(x) = 1$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 19: (Câu 1 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



(A). $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

(B). $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

(C). $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

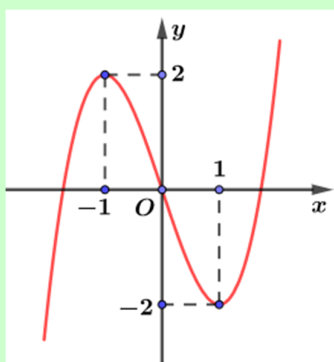
(D). $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: Dựa vào đồ thị của hàm số ta thấy đây là hàm trùng phương và có hệ số a âm.

Câu 20: (Câu 16 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là

Ⓐ. 3.

Ⓑ. 1.

Ⓒ. 0.

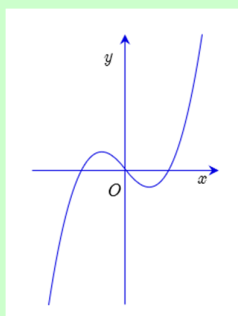
Ⓓ. 2.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ bằng số giao điểm của đường cong $y = f(x)$ với đường thẳng $y = -1$. Nhìn hình vẽ ta thấy có 3 giao điểm nên phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 21: (Câu 14 - ĐTK - BGD&ĐT - Lần 2 - Năm 2019 - 2020) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?



Ⓐ. $y = x^3 - 3x$.

Ⓑ. $y = -x^3 + 3x$.

Ⓒ. $y = x^4 - 2x^2$.

Ⓓ. $y = -x^4 + 2x$.

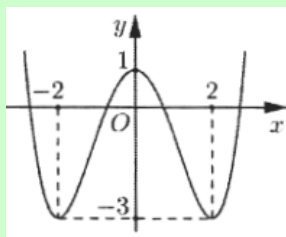
Lời giải

Chọn A

Ta thấy đây là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) và $a > 0$.

Nên chọn. Ⓐ.

Câu 22: (Câu 17 - ĐTK - BGD&ĐT - Lần 2 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là



Ⓐ. 3.

Ⓑ. 2.

Ⓒ. 1.

Ⓓ. 4.

Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = -1$. Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra số nghiệm của phương trình bằng 4.

Câu 23: (Câu 30 - ĐTK - BGD&ĐT - Lần 2 - Năm 2019 - 2020) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục hoành là

- Ⓐ. 3. Ⓑ. 0. Ⓒ. 2. Ⓓ. 1.

Lời giải

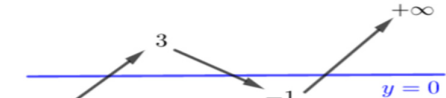
Chọn A

$$y = x^3 - 3x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

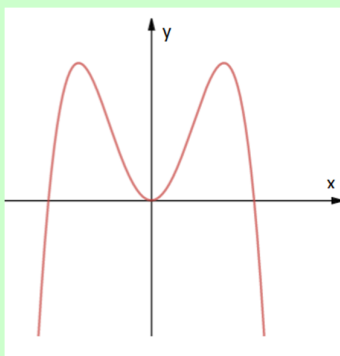
Ta có bảng biến sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$						


The graph shows the function $f(x)$ plotted against x . A horizontal blue line represents $y = 0$. Arrows indicate the function's behavior: it increases from $-\infty$ to a local maximum at $x = -1$ (value 3), decreases from $x = -1$ to a local minimum at $x = 1$ (value -1), and then increases towards $+\infty$.

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

Câu 24: (Câu 9 - ĐTK - BGD&ĐT - Lần 1 - Năm 2019 - 2020) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- Ⓐ. $y = -x^4 + 2x^2$. Ⓑ. $y = x^4 - 2x^2$. Ⓒ. $y = x^3 - 3x^2$. Ⓓ. $y = -x^3 + 3x^2$.

Lời giải

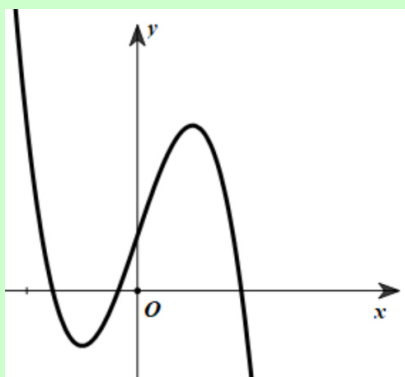
Chọn A

Đồ thị trên là đồ thị của hàm số dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a < 0$.

Câu 25: (Câu 9 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

Dựa vào bảng biến thiên: Suy ra phương trình $f(x) = \frac{3}{2}$ có ba nghiệm thực phân biệt

Câu 28: (Câu 10 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



- Ⓐ. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. Ⓑ. $y = -x^3 + 3x + 1$. Ⓒ. $y = x^3 - 3x + 1$. Ⓓ. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

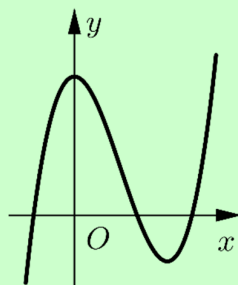
Lời giải

Chọn B

Căn cứ vào đồ thị hàm số và các phương án ta loại các phương án hàm số bậc bốn trùng phương là A, D. Còn lại các phương án hàm số bậc ba Ⓐ.

Từ đồ thị ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ có đường cong như trong hình vẽ.

Câu 29: (Câu 6 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình vẽ bên



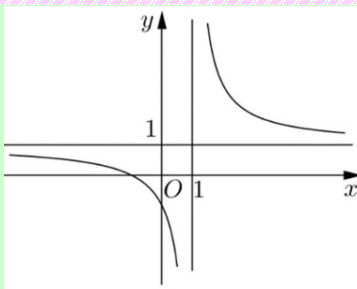
- Ⓐ. $y = x^3 - 3x^2 + 3$. Ⓑ. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$. Ⓒ. $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Ⓓ. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nên loại C và Ⓓ.

Câu 30: (Câu 15 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

Ⓑ. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Ⓒ. $y = x^4 + x^2 + 1$.

Ⓓ. $y = x^3 - 3x - 1$.

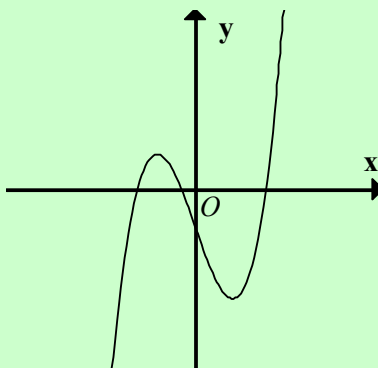
Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị thấy hàm số đã cho không xác định tại $x=1$ nên loại đáp án C, Ⓓ.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ nên đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 31: (Câu 6 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ. $y = -x^4 + x^2 - 1$.

Ⓑ. $y = x^4 - 3x^2 - 1$.

Ⓒ. $y = -x^3 - 3x - 1$.

Ⓓ. $y = x^3 - 3x - 1$.

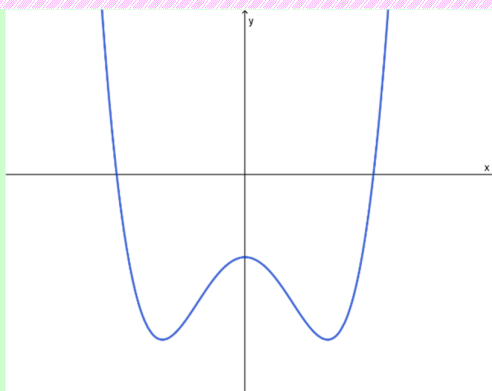
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số là đồ thị của hàm số bậc ba nên loại A và Ⓑ.

Đồ thị hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$ nên D đúng.

Câu 32: (Câu 8 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- Ⓐ. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. Ⓑ. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. Ⓒ. $y = x^3 - x^2 - 1$. Ⓓ. $y = -x^3 + x^2 - 1$

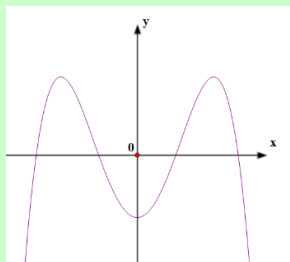
Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ suy ra hàm số đã cho có 3 cực trị $\rightarrow$ loại C, Ⓓ.

Mặt khác nhánh bên tay phải của đồ thị hàm số đi lên suy ra hệ số $a > 0 \rightarrow$ Chọn. Ⓐ.

Câu 33: (Câu 11 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- Ⓐ. $y = x^4 - 3x^2 - 1$ Ⓑ. $y = x^3 - 3x^2 - 1$ Ⓒ. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ Ⓓ. $y = -x^4 + 3x^2 - 1$

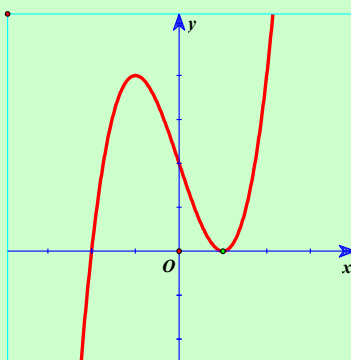
Lời giải

Chọn D

+ Nhìn đồ thị khẳng định đồ thị hàm trùng phương loại B, C

+ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty$ nên **Chọn D**

Câu 34: (Câu 6 - MĐ 104 - BGD&ĐT - NĂM 2016 - 2017) Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



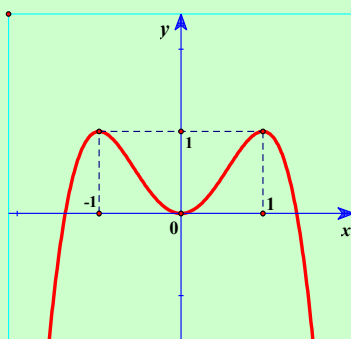
- Ⓐ. $y = x^3 - 3x + 2$. Ⓑ. $y = x^4 - x^2 + 1$. Ⓒ. $y = x^4 + x^2 + 1$. Ⓓ. $y = -x^3 + 3x + 2$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hình bên là đồ thị hàm số bậc ba đi qua điểm $A(0;2)$ có hệ số $a > 0$ nên chỉ có đáp án A thỏa mãn điều kiện trên.

Câu 35: (Câu 24 - MĐ 104 - BGD&ĐT - NĂM 2016 - 2017) Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.



- Ⓐ. $m > 0$. Ⓑ. $0 \leq m \leq 1$. Ⓒ. $0 < m < 1$ Ⓓ. $m < 1$.

Lời giải

Chọn C

Số nghiệm thực của phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào đồ thị suy ra $-x^4 + 2x^2 = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi $0 < m < 1$.

Câu 36: (Câu 1 - MĐ 103 - BGD&ĐT - NĂM 2016 - 2017) Cho hàm số $y = (x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

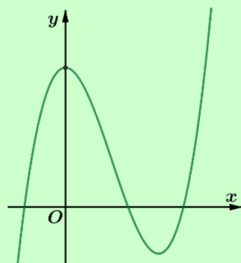
- Ⓐ. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. Ⓑ. (C) cắt trục hoành tại một điểm.
Ⓒ. (C) không cắt trục hoành. Ⓓ. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Lời giải

Chọn B

Để thấy phương trình $(x-2)(x^2+1)=0$ có 1 nghiệm $x=2 \Rightarrow (C)$ cắt trục hoành tại một điểm.

Câu 37: (Câu 5 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

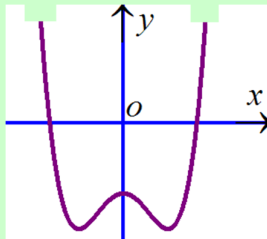


- Ⓐ. $y = x^4 - 2x^2 + 1$ Ⓑ. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ Ⓒ. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ Ⓓ. $y = x^3 - 3x^2 + 3$

Lời giải**Chọn D**

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là hình ảnh đồ thị của hàm số bậc ba nên loại đáp án A và B; Mặt khác dựa vào đồ thị ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên hệ số của x^3 dương nên ta chọn đáp án $y = x^3 - 3x^2 + 3$

Câu 38: (Câu 5 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- Ⓐ. $y = -x^3 + x^2 - 1$ Ⓑ. $y = x^4 - x^2 - 1$ Ⓒ. $y = x^3 - x^2 - 1$ Ⓓ. $y = -x^4 + x^2 - 1$

Lời giải**Chọn B**

Đặc trưng của đồ thị là hàm bậc 4 $\Rightarrow$ Loại đáp án A, C

Dáng điệu của đồ thị $\Rightarrow$ Loại đáp án D

Câu 39: (Câu 5 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-		+	0
y	$+\infty$		2	$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -1 $-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

Ⓐ. $[-1; 2]$.

Ⓑ. $(-1; 2)$.

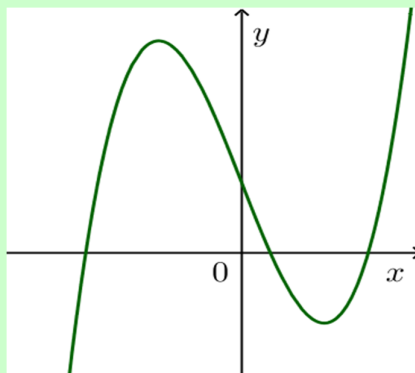
Ⓒ. $(-1; 2]$.

Ⓓ. $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọn B

Câu 40: (Câu 1 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



Ⓐ. $y = -x^2 + x - 1$

Ⓑ. $y = -x^3 + 3x + 1$

Ⓒ. $y = x^4 - x^2 + 1$

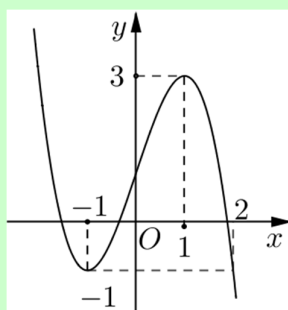
Ⓓ. $y = x^3 - 3x + 1$

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và đây là đồ thị hàm bậc ba nên ta chọn phương án $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 41: (Câu 2 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2020 - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



Ⓐ. $y = x^3 - 3x + 1$.

Ⓑ. $y = x^4 + 4x^2 + 1$.

Ⓒ. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Ⓓ. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

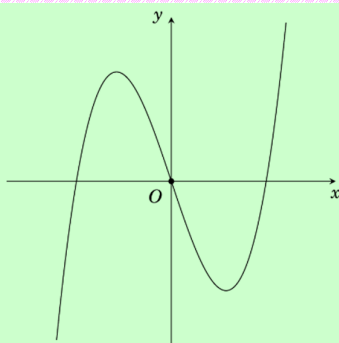
Chọn C

Nhận dạng đồ thị: Đồ thị hàm số bậc 3 với:

- Nhánh phải đồ thị đi xuống nên nhận xét hệ số $a < 0$
- Hai điểm cực trị trái dấu nên: $a \cdot c < 0$ mà $a < 0$ nên $c > 0$
- Đồ thị hàm số cắt trục tung Oy tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$

Chỉ có đáp án C thỏa mãn.

Câu 42: (Câu 18 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- Ⓐ. $y = x^4 + 2x^2$. Ⓑ. $y = -x^3 - 3x$. Ⓒ. $y = x^3 - 3x$. Ⓓ. $y = -x^4 + 2x^2$.

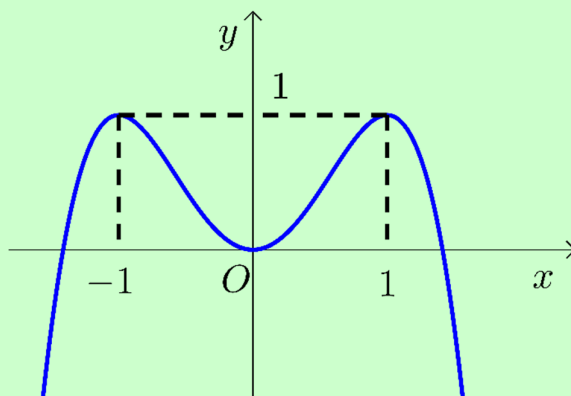
Lời giải

Chọn C

+ Đồ thị trên là đồ thị hàm số bậc 3 nên loại đáp án A, Ⓓ.

+ Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nên loại đáp án B vì hàm số $y = -x^3 - 3x$ không có điểm cực trị.

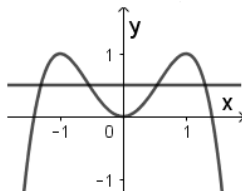
Câu 43: (Câu 25 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ là

- Ⓐ. 4. Ⓑ. 2. Ⓒ. 1. Ⓓ. 3.

Lời giải



Chọn A

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ và có đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Ta thấy đường thẳng $y = \frac{1}{2}x$ cắt đồ thị hàm số tại 4 điểm nên phương trình $f(x) = \frac{1}{2}x$ có 4 nghiệm.

Câu 44: (Câu 28 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 5x$ với trục hoành là

- Ⓐ. 3. Ⓑ. 2. Ⓒ. 0. Ⓓ. 1.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là

$$-x^3 + 5x = 0 \Leftrightarrow x(-x^2 + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \end{cases}.$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 5x$ với trục hoành là 3.

Câu 45: (Câu 35 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 7x$ với trục hoành là

- Ⓐ. 0. Ⓑ. 3. Ⓒ. 2. Ⓓ. 1.

Lời giải

Chọn B

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 7x$ với trục hoành là nghiệm phương trình:

$$-x^3 + 7x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{7} \\ x = \sqrt{7} \end{cases}.$$

Khi đó giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 7x$ với trục hoành tại 3 điểm

$A(0;0), B(-\sqrt{7};0), C(\sqrt{7};0)$. Vậy nên có 3 giao điểm của đồ thị với trục hoành.

Câu 46: (Câu 26 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 6x$ với trục hoành là:

- Ⓐ. 2. Ⓑ. 3. Ⓒ. 1. Ⓓ. 0.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 6x$ với trục hoành là:

$$-x^3 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{6} \\ x = -\sqrt{6} \end{cases}.$$

Vậy đồ thị hàm số $y = -x^3 + 6x$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 47: (Câu 45 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a; b; c; d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số $a; b; c; d$?

☒ A. 2.

☐ B. 3.

☐ C. 1.

☐ D. 4.

Lời giải

Chọn A

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a; b; c; d \in \mathbb{R}$). Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0.$

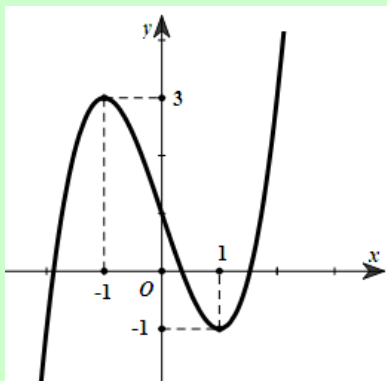
$\Rightarrow f(0) = 3 \Rightarrow d = 3 > 0.$

$\Rightarrow f'(x) = 0$ có nghiệm $x = 0 \Rightarrow c = 0.$

$\Rightarrow$ Tổng 2 nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là $4 \Rightarrow -\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \xrightarrow{do\ a > 0} b < 0.$

Vậy trong các số $a; b; c; d$ có 2 số dương.

Câu 48: (Câu 4) (MĐ 104 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là

Ⓐ. 0 .

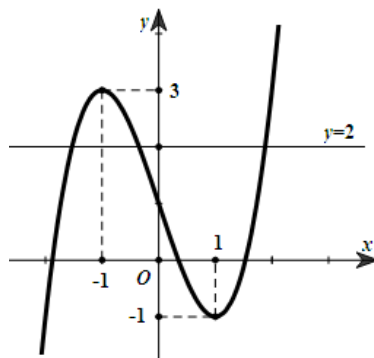
Ⓑ. 3 .

Ⓒ. 1 .

Ⓓ. 2 .

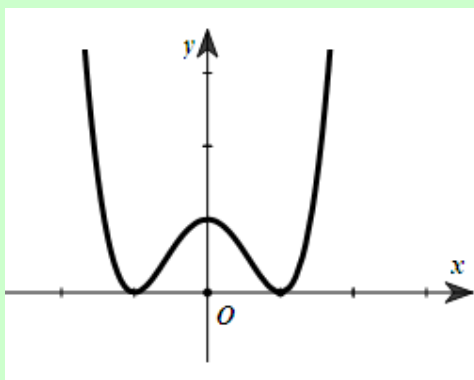
Lời giải

Chọn B



Đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm thực Ⓒ.

Câu 49: (Câu 10 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



Ⓐ. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. Ⓑ. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. Ⓒ. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Ⓓ. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn A

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số bậc 4 có hệ số $a > 0 \Rightarrow$ chọn A đúng.

Câu 50: (Câu 37 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3x$ là

Ⓐ. 1.

Ⓑ. 0.

Ⓒ. 2.

Ⓓ. 3.

Lời giải

Chọn D

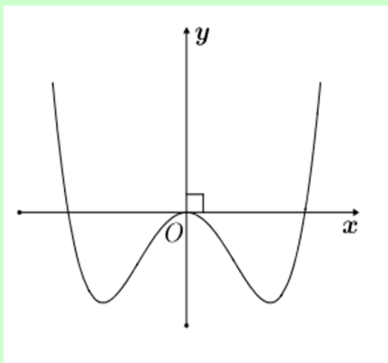
Số giao điểm của hai đồ thị là số nghiệm thực phân biệt của phương trình hoành độ giao điểm

$$\text{sau: } x^3 - x^2 = -x^2 + 3x \Leftrightarrow x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}.$$

Vậy số giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho là 3.

Câu 51: (Câu 19 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên

- Ⓐ. $y = -x^4 + 2x^2$. Ⓑ. $y = x^3 - 3x^2$. Ⓒ. $y = x^4 - 2x^2$. Ⓓ. $y = -x^3 + 3x^2$.



Lời giải

Chọn C

Vì đồ thị hàm số có 3 cực trị nên ta loại đáp án B và D. Ta lại thấy khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow +\infty$.
Nên hệ số trước x^4 phải dương.

Câu 52: (Câu 38 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2$ và đồ thị hàm số $y = x^2 + 5x$

- Ⓐ. 3. Ⓑ. 0. Ⓒ. 1. Ⓓ. 2.

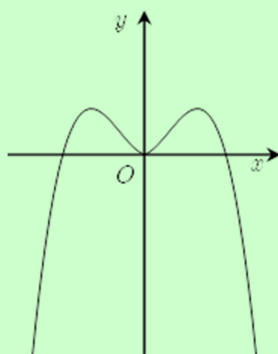
Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét phương trình hoành độ giao điểm: } x^3 + x^2 = x^2 + 5x \Leftrightarrow x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$$

Vậy có 3 giao điểm.

Câu 53: (Câu 20 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- Ⓐ. $y = -x^4 + 2x^2$. Ⓑ. $y = -x^3 + 3x$. Ⓒ. $y = x^4 - 2x^2$. Ⓓ. $y = x^3 - 3x$.

Lời giải

Chọn A

Từ hình dáng đồ thị ta thấy đó là đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương. Suy ra loại đáp án B, D.

Hàm số có hệ số $a < 0$. Suy ra loại đáp án C.

Câu 54: (Câu 33 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 5x$ là:

- (A). 2. (B). 3. (C). 1. (D). 0.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - x^2 = -x^2 + 5x \Leftrightarrow x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = \sqrt{5} \Rightarrow y = -5 + \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \Rightarrow y = -5 - \sqrt{5} \end{cases}$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 5x$ là 3.

Câu 55: (Câu 26 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là

- (A). 3. (B). 1. (C). 2. (D). 0.

Lời giải

Chọn A

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là số nghiệm phân biệt của phương trình $x^3 + 3x^2 = 3x^2 + 3x$ (1).

$$(1) \Leftrightarrow x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}.$$

Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là 3.

Câu 56: (Câu 23 - ĐTK - BGD&ĐT - Lần 1 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+
$f(x)$	$-\infty$	1	0	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

Ⓐ. 2.

Ⓑ. 0.

Ⓒ. 3.

Ⓓ. 1.

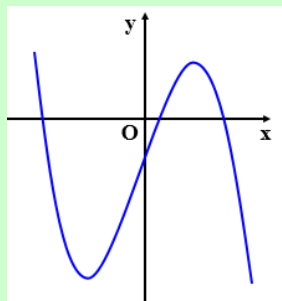
Lời giải

Chọn C

Ta có: $3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2}{3}$.

Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $d: y = \frac{2}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 57: (Câu 28 - ĐTK - BGD&ĐT - Lần 1 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



Ⓐ. $a > 0, d > 0$.

Ⓑ. $a < 0, d > 0$.

Ⓒ. $a > 0; d < 0$.

Ⓓ. $a < 0; d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Do nhánh tiến đến $+\infty$ của đồ thị hàm số đi xuống $\Rightarrow a < 0$.

Do đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ nhỏ hơn 0 $\Rightarrow d < 0$.

Câu 58: (Câu 29 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			2		-2	
	$-\infty$					$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

☐ A. 3.

☐ B. 1.

☐ C. 2.

☐ D. 0.

Lời giải

Chọn A

$2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}$. Từ bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị $-\frac{3}{2}$ tại ba giá trị x khác nhau. Suy ra phương trình có 3 nghiệm.

Câu 59: (Câu 23 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			2			$+\infty$	

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 -1 -1

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ là

☐ A. 2.

☐ B. 3.

☐ C. 4.

☐ D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow 3f(x) = 5 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{3}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của hai đồ thị $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{5}{3}$.

Vậy phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 60: (Câu 16 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$								

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$

$-\infty$ 3 -1 3 $-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

☐ A. 2.

☐ B. 1.

☐ C. 4.

☐ D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ tại bốn điểm phân biệt. Do đó phương trình $2f(x) - 3 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 61: (Câu 29 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			1			-2		$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

Ⓐ. 4.

Ⓑ. 3.

Ⓒ. 2.

Ⓓ. 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}$ (*).

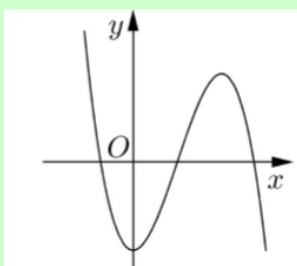
Số nghiệm của phương trình (*) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta thấy đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Do đó phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt. Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm thực

Ⓒ.

Câu 62: (Câu 4 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ. $y = x^3 - 3x^2 - 2$

Ⓑ. $y = x^4 - x^2 - 2$

Ⓒ. $y = -x^4 + x^2 - 2$

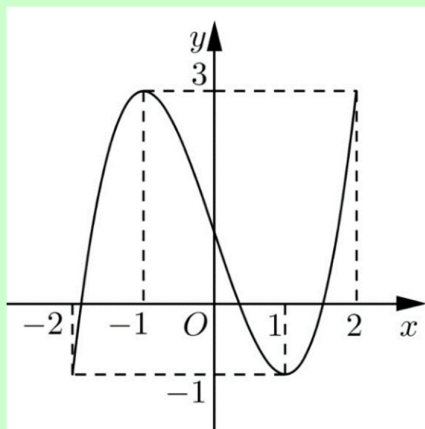
Ⓓ. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$

Lời giải

Chọn D

Dựa trên hình dáng đồ thị, ta loại $y = x^3 - 3x^2 - 2$ và $y = x^4 - x^2 - 2$. Mặt khác từ đồ thị, ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên loại $y = -x^4 + x^2 - 2$

Câu 63: (Câu 22 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ trên đoạn $[-2; 2]$ là



Ⓐ. 3.

Ⓑ. 1.

Ⓒ. 2.

Ⓓ. 4.

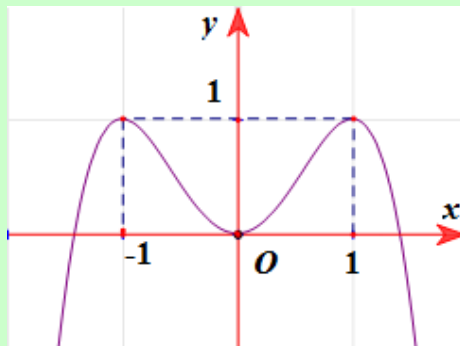
Lời giải

Chọn A

Ta có $3f(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{4}{3}$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy đường thẳng $y = \frac{4}{3}$ cắt $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 64: (Câu 16 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $4f(x) - 3 = 0$ là

Ⓐ. 4.

Ⓑ. 3.

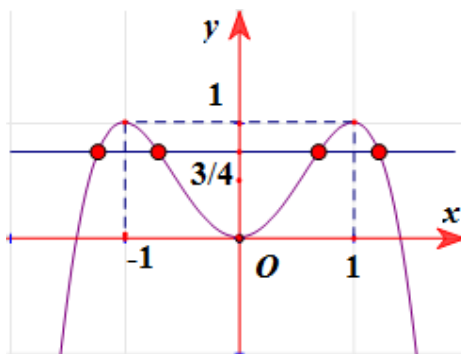
Ⓒ. 2.

Ⓓ. 0

Lời giải

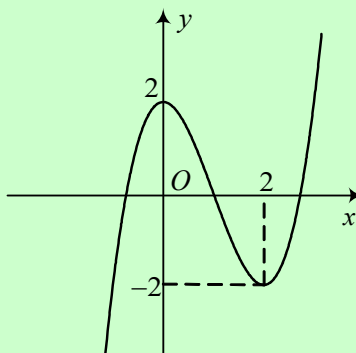
Chọn A

$$\text{Ta có } 4f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{4}$$



Đường thẳng $y = \frac{3}{4}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 65: (Câu 17 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



Ⓐ. 3

Ⓑ. 0

Ⓒ. 1

Ⓓ. 2

Lời giải

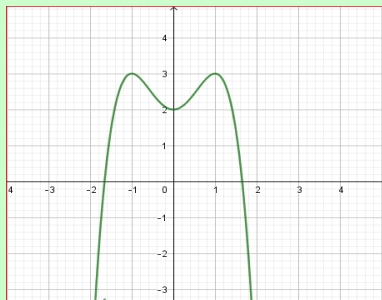
Chọn A

$$\text{Ta có: } 3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3} \quad (*)$$

(*) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{4}{3}$.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy (*) có 3 nghiệm.

Câu 66: (Câu 11 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



- Ⓐ. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ Ⓑ. $y = x^4 - 2x^2 + 2$ Ⓒ. $y = x^3 - 3x^2 + 2$ Ⓓ. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm trùng phương có 3 cực trị và có $a < 0$

Câu 67: (Câu 17 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là:

- Ⓐ. 0 Ⓑ. 3 Ⓒ. 1 Ⓓ. 2

Lời giải

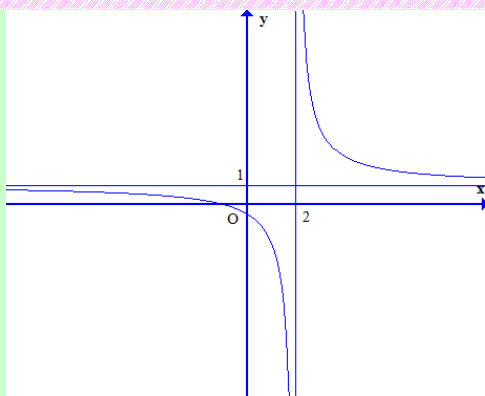
Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2 \in (-2, 4)$ nên phương trình

$f(x) - 2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 68: (Câu 24 - MĐ 103 - BGD&ĐT - NĂM 2016 - 2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ. $y' < 0, \forall x \neq 2$. Ⓑ. $y' < 0, \forall x \neq 1$. Ⓒ. $y' > 0, \forall x \neq 2$. Ⓓ. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

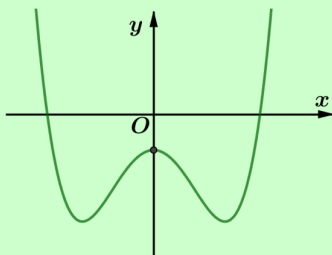


Lời giải

Chọn A

Hàm số giảm trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ nên $y' < 0, \forall x \neq 2$.

Câu 69: (Câu 14 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, với a, b, c là các số thực ©. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



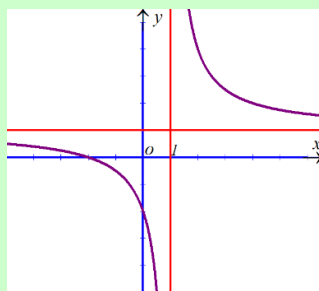
- (A). Phương trình $y' = 0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt
- (B). Phương trình $y' = 0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt
- (C). Phương trình $y' = 0$ có đúng một nghiệm thực
- (D). Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm trên tập số thực

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình dáng của đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương có 3 điểm cực trị nên phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

Câu 70: (Câu 28 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực ©. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



Ⓐ. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Ⓑ. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Ⓒ. $y' > 0, \forall x \neq 1$

Ⓓ. $y' < 0, \forall x \neq 1$

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đồng biến/nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{d}{c}\right)$ và $\left(-\frac{d}{c}; +\infty\right) \Rightarrow$ Loại đáp án A, B

Đồ thị nằm ở góc phần tư thứ nhất $\Rightarrow y' < 0$. Loại đáp án C

Câu 71: (Câu 1 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) . Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

Ⓐ. 2

Ⓑ. 3

Ⓒ. 1

Ⓓ. 0

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành: $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$

Vậy số giao điểm của (C) và trục hoành là 3.

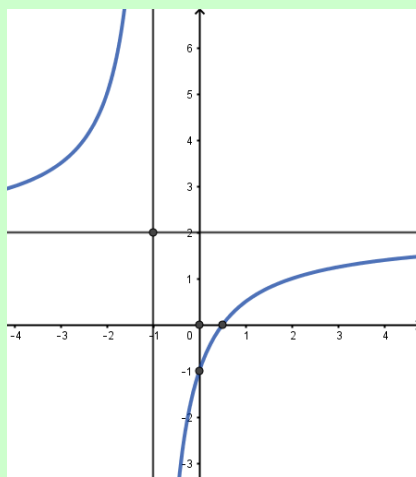
Câu 72: (Câu 23 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Cho đường cong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

Ⓐ. $y = \frac{2x+3}{x+1}$

Ⓑ. $y = \frac{2x-1}{x+1}$

Ⓒ. $y = \frac{2x-2}{x-1}$

Ⓓ. $y = \frac{2x+1}{x-1}$

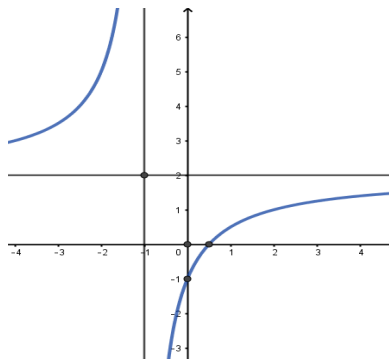


Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị suy ra tiệm cận đứng $x = -1$ loại C, D

Đồ thị hàm số giao với trục hoành có hoành độ dương suy ra **chọn B**



Câu 73: (Câu 2 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- Ⓐ. 0 Ⓑ. 4 Ⓒ. 1 Ⓓ. 2

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^4 - 2x^2 + 2 = -x^2 + 4 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}.$$

Vậy hai đồ thị có tất cả 2 điểm chung.

Câu 74: (Câu 7 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

- Ⓐ. $y_0 = 4$ Ⓑ. $y_0 = 0$ Ⓒ. $y_0 = 2$ Ⓓ. $y_0 = -1$

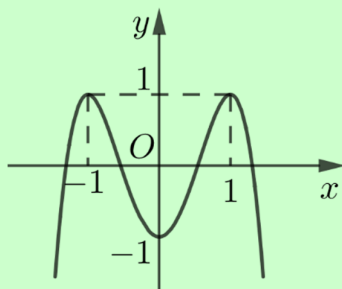
Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét phương trình hoành độ giao điểm: } -2x + 2 = x^3 + x + 2 \Leftrightarrow x^3 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$\text{Với } x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 2.$$

Câu 75: (Câu 39 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2020 - 2021) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 0$ là:

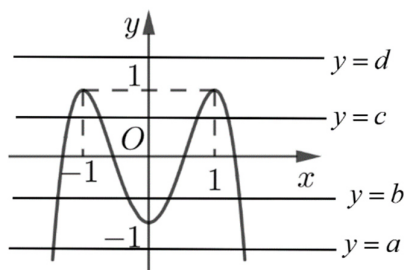


- Ⓐ. 12. Ⓑ. 10. Ⓒ. 8. Ⓓ. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a \ (a < -1) & (1) \\ f(x) = b \ (-1 < b < 0) & (2) \\ f(x) = c \ (0 < c < 1) & (3) \\ f(x) = d \ (d > 1) & (4) \end{cases}$$



Từ đồ thị hàm số ta thấy:

Phương trình (1) có: 2 nghiệm

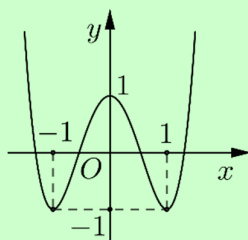
Phương trình (2) có: 4 nghiệm

Phương trình (3) có: 4 nghiệm

Phương trình (4) vô nghiệm

Vậy phương trình $f(f(x)) = 0$ có tất cả 10 nghiệm thực phân biệt.

Câu 76: (Câu 41 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2020 - 2021) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 0$ là

(A). 4.

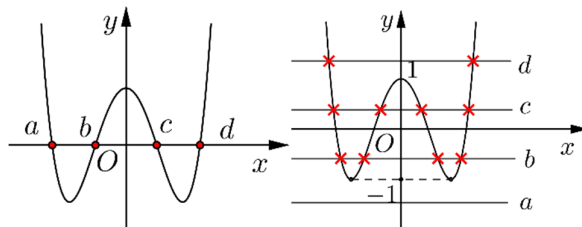
(B). 10.

(C). 12.

(D). 8.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có: } f(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a & (a < -1) \\ f(x) = b & (-1 < b < 0) \\ f(x) = c & (0 < c < 1) \\ f(x) = d & (d > 1) \end{cases}$$

Phương trình $f(x) = a$ với $a < -1$ vô nghiệm.

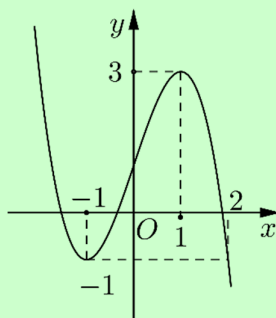
Phương trình $f(x) = b$ với $-1 < b < 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x) = c$ với $0 < c < 1$ có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x) = d$ với $d > 1$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f(f(x)) = 0$ có 10 nghiệm.

Câu 77: (Câu 41 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2020 - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình trên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là



(A). 9.

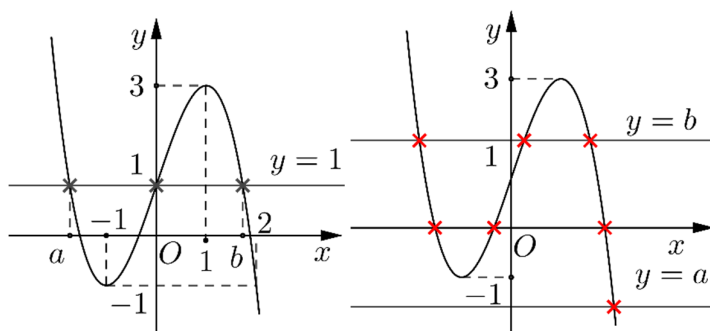
(B). 7.

(C). 3.

(D). 6.

Lời giải

Chọn B

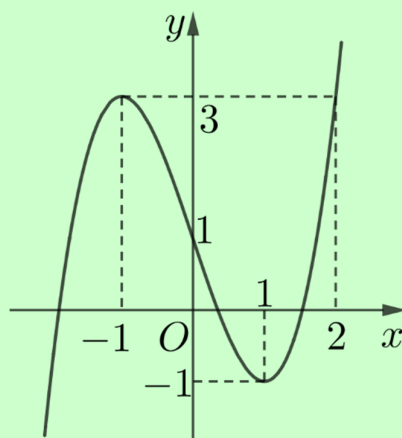


$$\text{Từ } f(f(x)) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a, & (a < -1) \\ f(x) = 0 \\ f(x) = b, & (-1 < b < 0) \end{cases}$$

- $f(x) = a$ với $a < -1$ phương trình có một nghiệm
- $f(x) = 0$ phương trình có ba nghiệm phân biệt
- $f(x) = b$ với $-1 < b < 0$ phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là 7.

Câu 78: (Câu 41 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2020 - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là



Ⓐ. 9.

Ⓑ. 3.

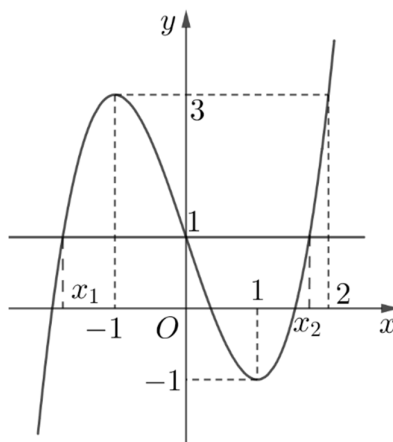
Ⓒ. 6.

Ⓓ. 7.

Lời giải

Chọn D

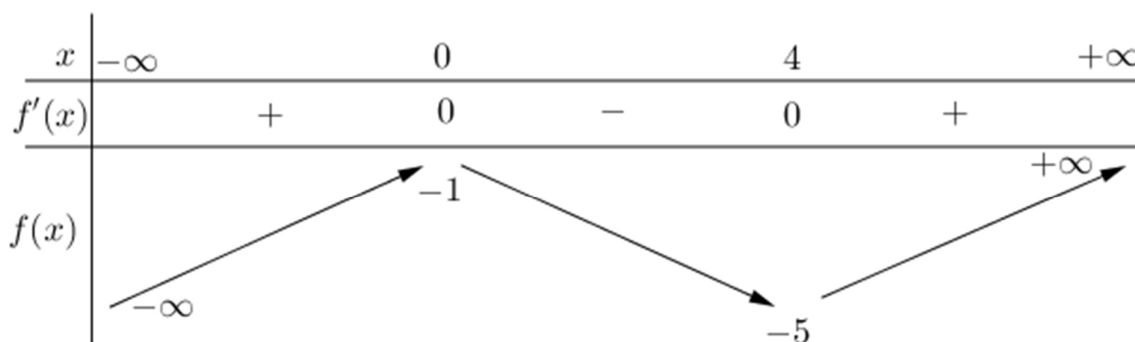
Từ đồ thị hàm số ta có



$$f(f(x)) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = x_1 & \text{và } x_1 < -1 & (1) \\ f(x) = 0 & & (2) \\ f(x) = x_2 & \text{và } 1 < x_2 < 2 & (3) \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị, (1) có đúng 1 nghiệm, (2) và (3) mỗi phương trình có 3 nghiệm phân biệt và 7 nghiệm trên phân biệt nhau.

Câu 79: (Câu 48 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d?

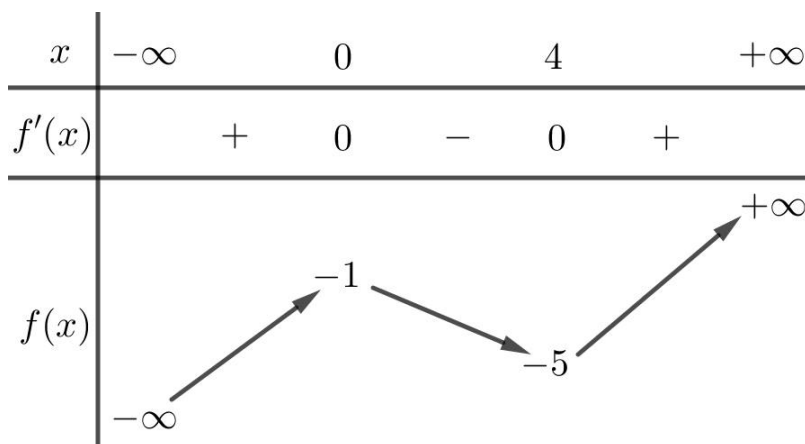
(A). 4.

(B). 2.

(C). 3.

(D). 1.

Lời giải



Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ nên $a > 0$.

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c; f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0; f'(4) = 0 \Rightarrow \frac{-2b}{3a} = 4 \Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b > 0$$

Lại có $f(0) = -1 \Rightarrow d < 0$. Vậy trong các số a,b,c,d có đúng 1 số dương.

Câu 80: (Câu 43 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c \in R$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	$-\infty$	1	-1	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?

Ⓐ. 3.

Ⓑ. 4.

Ⓒ. 2.

Ⓓ. 1.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$\text{Đồ thị hàm số có điểm cực đại là } (-2; 1) \text{ suy ra } \begin{cases} 12a - 4b + c = 0 \\ -8a + 4b - 2c + d = 1 \end{cases}$$

$$\text{Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là } (0; -1) \text{ suy ra } \begin{cases} 3a \cdot 0 + 2b \cdot 0 + c = 0 \\ a \cdot 0 + b \cdot 0 + c \cdot 0 + d = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ d = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 12a - 4b = 0 \\ -8a + 4b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 81: (Câu 47 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow 1$	$\nearrow +\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

Ⓐ. 2.

Ⓑ. 4.

Ⓒ. 1.

Ⓓ. 3.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên hàm số, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0$.

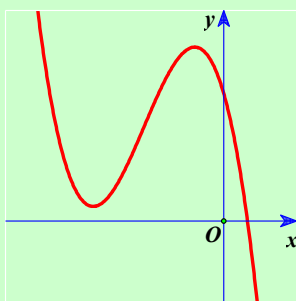
Khi $x = 0$ thì $y = d = 1 > 0$.

Mặt khác $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ bảng biến thiên ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$.

Từ đó suy ra $f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$ và $\frac{-2b}{3a} = -2 \Rightarrow b = 3a > 0$.

Vậy có 3 số dương là a, b, d .

Câu 82: (Câu 48 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



A. 4.

B. 2.

C. 1.

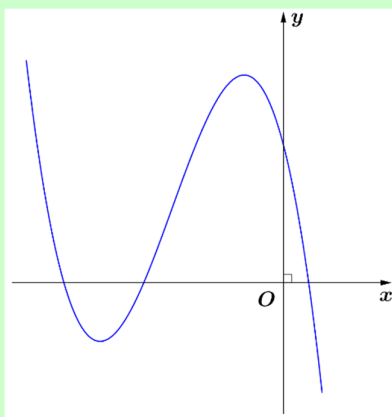
D. 3.

Lời giải**Chọn C**♦ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow d > 0$.♦ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y < 0 \Rightarrow a < 0$.♦ Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nằm về bên trái trục tung nên phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < 0$.

$$\text{Khi đó theo Viet ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} < 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \text{ . Từ đó suy ra } b < 0 \text{ và } c < 0 .$$

Vậy trong các số a, b, c, d có 1 số dương.

Câu 83: (Câu 46 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải**Chọn C**

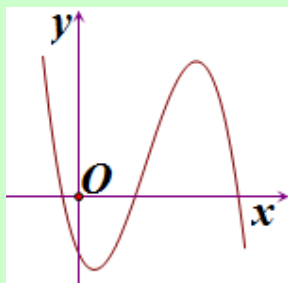
$$y' = 3ax^2 + 2bx + c .$$

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên $a < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Hàm số có điểm cực trị $x_1 < x_2 < 0$, suy ra $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} < 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$.

Câu 84: (Câu 46 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



(A). 4.

(B). 3.

(C). 1.

(D). 2.

Lời giải

Chọn C

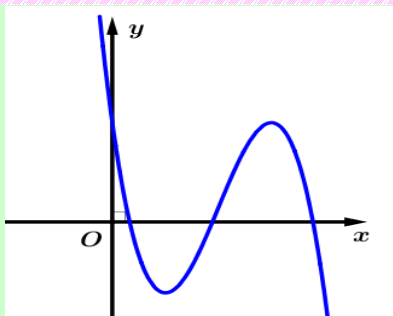
Quan sát hình dáng đồ thị ta thấy $a < 0$.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $A(0; d)$ nằm bên dưới trục Ox nên $d < 0$.

Lại thấy hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 là hai số dương nên phương trình $y' = 0$ ($y' = 3ax^2 + 2bx + c$) có hai nghiệm x_1, x_2 là hai số dương, do đó theo Vi – et ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c < 0 \end{cases}. \text{ Vậy có một số dương là } \textcircled{B}.$$

Câu 85: (Câu 45 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



Ⓐ. 4 .

Ⓑ. 1 .

Ⓒ. 2 .

Ⓓ. 3 .

Lời giải**Chọn C**

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ đồ thị hàm số đề cho, suy ra:

+ $a < 0$.

+ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

+ Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ dương

$\Rightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt dương

$$\Rightarrow \begin{cases} S = \frac{-2b}{3a} > 0 \\ P = \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c < 0 \end{cases} \quad (\text{Vì } a < 0).$$

Vậy có 2 số dương trong các số a, b, c, d .

Câu 86: (Câu 43 - ĐTK - BGD&ĐT - Lần 2 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$)

có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	1
			$-\infty$		

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

Ⓐ. 2 .

Ⓑ. 3 .

Ⓒ. 1 .

Ⓓ. 0 .

Lời giải**Chọn C**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+1}{bx+c} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a + \frac{1}{x}}{b + \frac{c}{x}} = \frac{a}{b}.$$

Theo giả thiết, ta có $\frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b$ (1).

Hàm số không xác định tại $x = 2$ nên suy ra $2b + c = 0 \Rightarrow b = -\frac{c}{2}$ (2).

Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định $\Rightarrow f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2} > 0$ (3) với mọi x khác 2.

Nếu $a = b > 0$ thì từ (2) suy ra $c < 0$. Thay vào (3), ta thấy vô lý nên trường hợp này không xảy ra. Suy ra, chỉ có thể xảy ra khả năng $a = b < 0$ và $c > 0$.

Câu 87: (Câu 45 - ĐTK - BGD&ĐT - Lần 1 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x) + 3 = 0$ là

- (A). 4. (B). 6. (C). 3. (D). 8.

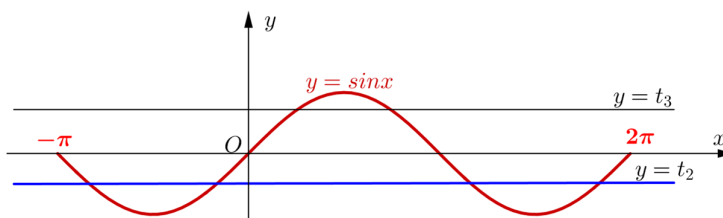
Lời giải

Chọn B

Ta có $2f(\sin x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(\sin x) = -\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$$f(\sin x) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = t_1 \in (-\infty; -1) & (1) \\ \sin x = t_2 \in (-1; 0) & (2) \\ \sin x = t_3 \in (0; 1) & (3) \\ \sin x = t_4 \in (1; +\infty) & (4) \end{cases}$$



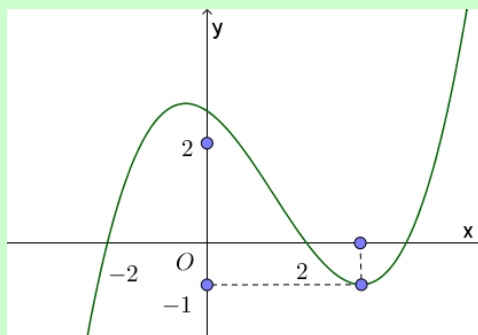
Phương trình (1) và (4) vô nghiệm.

Phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt

Phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của (2).

Do đó tổng số nghiệm của phương trình đã cho là 6.

Câu 88: (Câu 42 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left| f(x^3 - 3x) \right| = \frac{2}{3}$ là



(A). 6.

(B). 10.

(C). 3.

(D). 9.

Lời giải

Chọn B

Cách 1

Đặt $t = g(x) = x^3 - 3x$ (1)

Ta có $g'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		+	0	-	0	+	
t	$-\infty$	$\nearrow$		2	$\searrow$		$+\infty$
				-2			

Dựa vào bảng biến thiên ta có

Với $t \in (-2; 2)$ phương trình $t = x^3 - 3x$ có 3 nghiệm phân biệt.

Với $t \in \{-2; 2\}$ phương trình $t = x^3 - 3x$ có 2 nghiệm phân biệt

Với $t \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ phương trình $t = x^3 - 3x$ có 1 nghiệm.

Phương trình $\left| f(x^3 - 3x) \right| = \frac{2}{3}$ (2) trở thành $\left| f(t) \right| = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} f(t) = \frac{2}{3} \\ f(t) = -\frac{2}{3} \end{cases}$

Dựa vào đồ thị ta có:

+ Phương trình $f(t) = \frac{2}{3}$ có 3 nghiệm thỏa mãn $-2 < t_1 < t_2 < 2 < t_3 \Rightarrow$ phương trình (2) có 7 nghiệm phân biệt.

+ Phương trình $f(t) = -\frac{2}{3}$ có 3 nghiệm thỏa mãn $t_4 < -2 < 2 < t_5 < t_6 \Rightarrow$ phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 10 nghiệm phân biệt.

Cách 2.

Xét phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \frac{2}{3}$

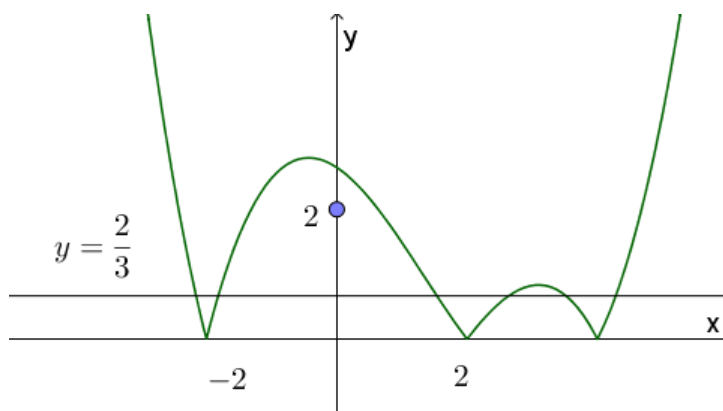
Đặt $t = x^3 - 3x, t' = 3x^2 - 3, t' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		+	0	-	0	+	
t	$-\infty$	$\nearrow$		2	$\searrow$		$-\infty$

Phương trình trở thành: $|f(t)| = \frac{2}{3}, t \in \mathbb{R}$

Từ đồ thị $f(x)$ ban đầu, ta suy ra đồ thị hàm số $y = |f(t)|$ như sau:



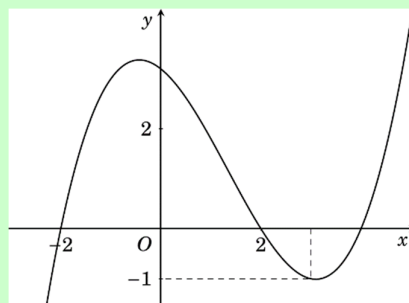
Suy ra: phương trình $|f(t)| = \frac{2}{3}$ có các nghiệm $t_1 < -2 < t_2 < t_3 < 2 < t_4 < t_5 < t_6$.

Từ bảng biến thiên ban đầu, ta có:

$x^3 - 3x = t_1$ có 1 nghiệm x_1
 $x^3 - 3x = t_4$ có 1 nghiệm x_2
 $x^3 - 3x = t_2$ có 3 nghiệm x_3, x_4, x_5
 $x^3 - 3x = t_3$ có 3 nghiệm x_6, x_7, x_8
 $x^3 - 3x = t_5$ có 1 nghiệm x_9
 $x^3 - 3x = t_6$ có 1 nghiệm x_{10}
 đều là các nghiệm phân biệt.

Vậy $|f(x^3 - 3x)| = \frac{2}{3}$ có 10 nghiệm phân biệt.

Câu 89: (Câu 45 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \frac{3}{2}$ là



(A). 8.

(B). 4.

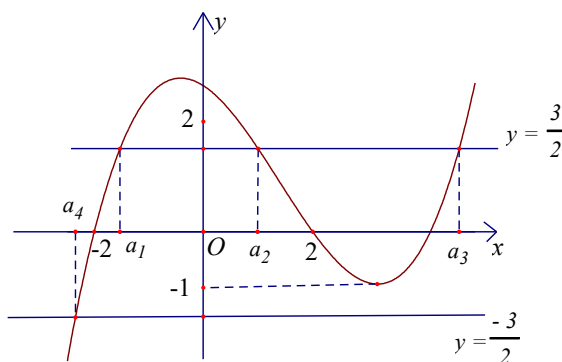
(C). 7.

(D). 3.

Lời giải

Chọn A

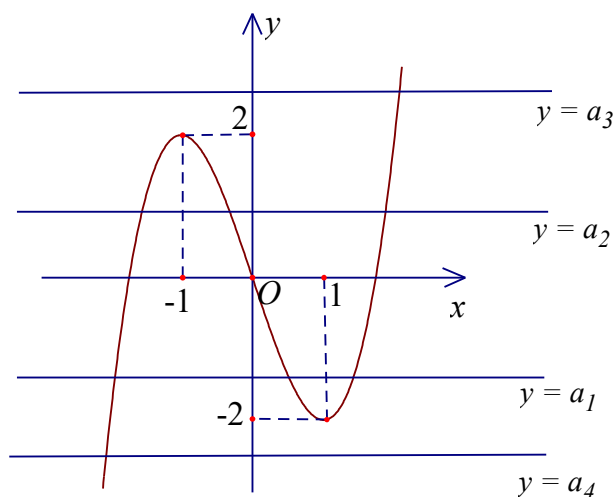
$$\text{Phương trình } |f(x^3 - 3x)| = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x^3 - 3x) = \frac{3}{2} \\ f(x^3 - 3x) = -\frac{3}{2} \end{cases}.$$



$$\text{* Phương trình } f(x^3 - 3x) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x = a_1, (-2 < a_1 < 0) \\ x^3 - 3x = a_2, (0 < a_2 < 2) \\ x^3 - 3x = a_3, (a_3 > 2) \end{cases}.$$

$$\text{* Phương trình } f(x^3 - 3x) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow x^3 - 3x = a_4, (a_4 < -2).$$

Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ có dạng như hình vẽ sau:



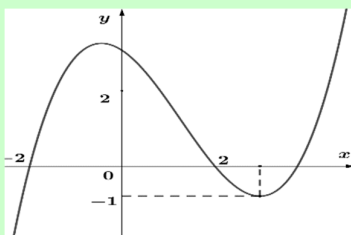
Dựa vào đồ thị trên ta có:

- Phương trình $x^3 - 3x = a_1$ có 3 nghiệm phân biệt.
- Phương trình $x^3 - 3x = a_2$ có 3 nghiệm phân biệt.
- Phương trình $x^3 - 3x = a_3$ có 1 nghiệm.
- Phương trình $x^3 - 3x = a_4$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \frac{3}{2}$ có 8 nghiệm phân biệt.

Câu 90: (Câu 41 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như

hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \frac{1}{2}$ là



Ⓐ. 6.

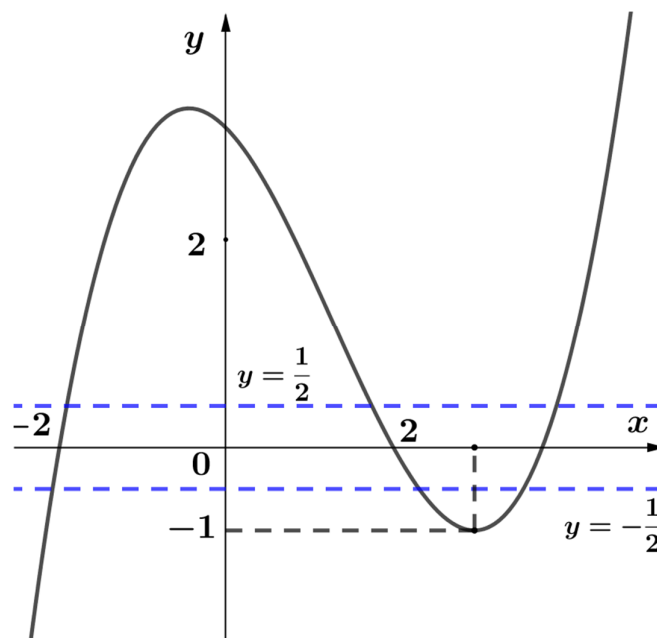
Ⓑ. 10.

Ⓒ. 12.

Ⓓ. 3.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có } \left| f(x^3 - 3x) \right| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x^3 - 3x) = \frac{1}{2} \\ f(x^3 - 3x) = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x = a, (-2 < a < -1) \\ x^3 - 3x = b, (1 < b < 2) \\ x^3 - 3x = c, (c > 2) \\ x^3 - 3x = d, (d < -2) \\ x^3 - 3x = e, (2 < e < 3) \\ x^3 - 3x = f, (f > 3) \end{cases}.$$

Xét hàm số $y = x^3 - 3x$; có $y' = 3x^2 - 3$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			2		$+\infty$	
	$-\infty$			-2		

Dựa vào bảng biến thiên ta có

Phương trình: $x^3 - 3x = a$ có 3 nghiệm.

Phương trình: $x^3 - 3x = b$ có 3 nghiệm.

Phương trình: $x^3 - 3x = c$ có 1 nghiệm.

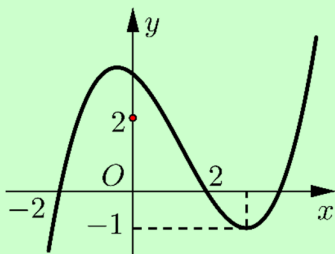
Phương trình: $x^3 - 3x = d$ có 1 nghiệm.

Phương trình: $x^3 - 3x = e$ có 1 nghiệm.

Phương trình: $x^3 - 3x = f$ có 1 nghiệm.

Vậy tổng có 10 nghiệm.

Câu 91: (Câu 43 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $\left| f(x^3 - 3x) \right| = \frac{4}{3}$ là

(A). 3.

(B). 8.

(C). 7.

(D). 4.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $\left| f(x^3 - 3x) \right| = \frac{4}{3}$ (1).

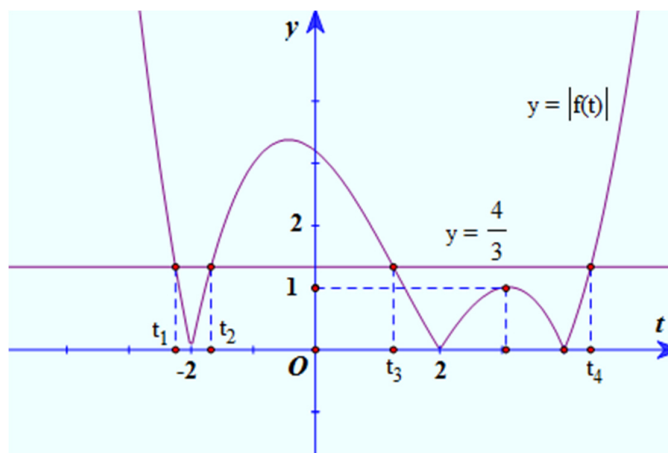
Đặt $t = x^3 - 3x$, ta có: $t' = 3x^2 - 3$; $t' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		+	0	-	0	+	
t	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

Phương trình (1) trở thành $|f(t)| = \frac{4}{3}$ với $t \in \mathbb{R}$.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ban đầu, ta suy ra đồ thị hàm số $y = |f(t)|$ như sau:



Suy ra phương trình $|f(t)| = \frac{4}{3}$ có các nghiệm $t_1 < -2 < t_2 < t_3 < 2 < t_4$.

Từ bảng biến thiên ban đầu ta có:

+) $x^3 - 3x = t_1$ có 1 nghiệm x_1 .

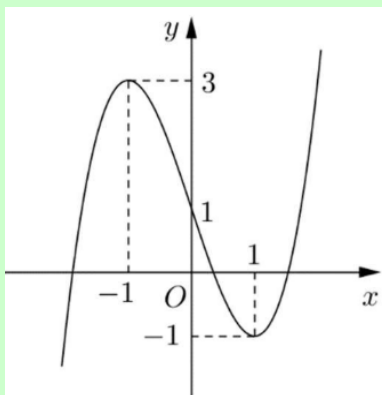
+) $x^3 - 3x = t_4$ có 1 nghiệm x_2 .

+) $x^3 - 3x = t_2$ có 3 nghiệm x_3, x_4, x_5 .

+) $x^3 - 3x = t_3$ có 3 nghiệm x_6, x_7, x_8 .

Vậy phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \frac{4}{3}$ có 8 nghiệm.

Câu 92: (Câu 43 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là



Ⓐ. $[-1; 3)$.

Ⓑ. $(-1; 1)$.

Ⓒ. $(-1; 3)$.

Ⓓ. $[-1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

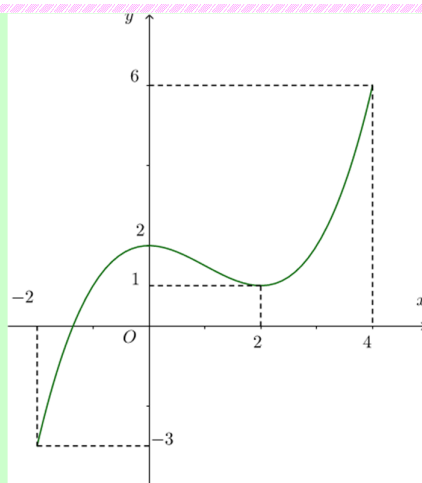
Đặt $t = \sin x$, với $x \in (0; \pi) \Rightarrow t \in (0; 1]$.

Khi đó phương trình $f(\sin x) = m$ trở thành $f(t) = m$.

Phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm $x \in (0; \pi)$ khi và chỉ khi phương trình $f(t) = m$ có nghiệm $t \in (0; 1]$. Điều này xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ có điểm chung với đồ thị hàm số $y = f(t)$ trên nửa khoảng $(0; 1]$.

Dựa vào đồ thị đã cho ta có tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m là nửa khoảng $[-1; 1)$.

Câu 93: (Câu 24 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ trên đoạn $[-2; 4]$ là



Ⓐ. 0

Ⓑ. 3

Ⓒ. 2

Ⓓ. 1

Lời giải**Chọn B**

Ta có $3f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{3}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = \frac{5}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt thuộc đoạn $[-2; 4]$.

Do đó phương trình $3f(x) - 5 = 0$ có ba nghiệm thực Ⓒ.

Câu 94: (Câu 45 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Cho hàm số $y = \frac{1}{6}x^4 - \frac{7}{3}x^2$ có đồ thị (C).

Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 4(x_1 - x_2)$

Ⓐ. 3

Ⓑ. 0

Ⓒ. 1

Ⓓ. 2

Lời giải**Chọn D**

Đường thẳng MN có VTCP là $\overrightarrow{NM} = (x_1 - x_2; y_1 - y_2) = (x_1 - x_2; 4(x_1 - x_2))$.

Chọn VTCP là $\vec{u} = (1; 4) \Rightarrow VTPT \vec{n} = (4; -1)$.

Phương trình đường thẳng MN: $4(x - x_1) - (y - y_1) = 0 \Leftrightarrow y = 4x - 4x_1 + \frac{1}{6}x_1^4 - \frac{7}{3}x_1^2$.

Đường thẳng MN còn tiếp xúc với đồ thị (C) tại điểm A. Như vậy, nếu A có hoành độ là x_0

thì x_0 là nghiệm của phương trình $\frac{2}{3}x^3 - \frac{14}{3}x = 4 \Leftrightarrow x^3 - 7x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$

+ $x = -1$: $A\left(-1; -\frac{13}{6}\right)$

Vì đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên ta có:

$$-\frac{13}{6} = -4 + \frac{1}{6}x_1^4 - \frac{7}{3}x_1^2 - 4x_1 \Leftrightarrow (x_1 + 1)^2(x_1^2 - 2x_1 - 11) = 0 \quad (1)$$

có 1 nghiệm kép và 2 nghiệm đơn phân biệt nên đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A và cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt M, N khác A .

$$+ x = -2: A\left(-2; -\frac{20}{3}\right)$$

Vì đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên ta có:

$$-\frac{20}{3} = -8 + \frac{1}{6}x_1^4 - \frac{7}{3}x_1^2 - 4x_1 \Leftrightarrow (x_1 + 2)^2(x_1^2 - 4x_1 - 4) = 0 \quad (2)$$

có 1 nghiệm kép và 2 nghiệm đơn phân biệt nên đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A và cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt M, N khác A .

$$+ x = 3: A\left(3; -\frac{15}{2}\right)$$

Vì đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên ta có:

$$-\frac{15}{2} = 12 + \frac{1}{6}x_1^4 - \frac{7}{3}x_1^2 - 4x_1 \Leftrightarrow (x_1 - 3)^2(x_1^2 + 6x_1 + 13) = 0 \quad (3)$$

chỉ có 1 nghiệm kép nên đường thẳng MN chỉ tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên loại.

Vậy có 2 điểm A thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 95: (Câu 40 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{2}x^2$ có đồ thị (C) .

Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1); N(x_2; y_2)$ khác A thỏa mãn $y_1 - y_2 = 6(x_1 - x_2)$

Ⓐ. 1

Ⓑ. 2

Ⓒ. 0

Ⓓ. 3

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } A \in (C) \Rightarrow A\left(t; \frac{1}{4}t^4 - \frac{7}{2}t^2\right)$$

$$y' = x^3 - 7x \Rightarrow y'(t) = t^3 - 7t$$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại A là

$$y = (t^3 - 7t)(x - t) + \frac{1}{4}t^4 - \frac{7}{2}t^2 \Leftrightarrow y = (t^3 - 7t)x - \frac{3}{4}t^4 + \frac{7}{2}t^2$$

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{2}x^2 = (t^3 - 7t)x - \frac{3}{4}t^4 + \frac{7}{2}t^2$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 14x^2 - 4(t^3 - 7t)x + 3t^4 - 14t^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - t)^2(x^2 + 2tx + 3t^2 - 14) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = t \\ x^2 + 2tx + 3t^2 - 14 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Tiếp tuyến cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1); N(x_2; y_2)$ khác A khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác t

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t^2 - (3t^2 - 14) > 0 \\ t^2 + 2t^2 + 3t^2 - 14 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{7} < t < \sqrt{7} \\ t \neq \pm \frac{\sqrt{21}}{3} \end{cases} \quad (2)$$

Khi đó

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2t \\ x_1 x_2 = 3t^2 - 14 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} y_1 = (t^3 - 7t)x_1 - \frac{3}{4}t^4 + \frac{7}{2}t^2 \\ y_2 = (t^3 - 7t)x_2 - \frac{3}{4}t^4 + \frac{7}{2}t^2 \end{cases} \Rightarrow y_1 - y_2 = (t^3 - 7t)(x_1 - x_2)$$

$$\text{Ta có } y_1 - y_2 = 6(x_1 - x_2) \Leftrightarrow (t^3 - 7t)(x_1 - x_2) = 6(x_1 - x_2)$$

$$\Leftrightarrow t^3 - 7t - 6 = 0 \Leftrightarrow (t+1)(t^2 - t - 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t+1=0 \\ t^2 - t - 6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \quad (n) \\ t=-2 \quad (n) \\ t=3 \quad (l) \end{cases}$$

⊙ Với $t = -1$ ta có $A\left(-1; -\frac{13}{4}\right)$

⊙ Với $t = -2$ ta có $A(-2; -10)$

$\Rightarrow$ có hai điểm thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 96: (Câu 35 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3}\sqrt[3]{m+3}\sin x = \sin x$ có nghiệm thực

Ⓐ. 5

Ⓑ. 2

Ⓒ. 4

Ⓓ. 3

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \sqrt[3]{m+3}\sqrt[3]{m+3}\sin x = \sin x \Leftrightarrow m+3\sqrt[3]{m+3}\sin x = \sin^3 x.$$

$$\text{Đặt } \sqrt[3]{m+3}\sin x = u \Rightarrow m+3\sin x = u^3 \text{ thì phương trình trên trở thành } m+3u = \sin^3 x$$

Đặt $\sin x = v$ thì ta được

$$\begin{cases} m+3v = u^3 \\ m+3u = v^3 \end{cases} \Rightarrow 3(v-u) + (v-u)(v^2+uv+u^2) = 0 \Leftrightarrow (v-u)(3+v^2+uv+u^2) = 0 \text{ Do}$$

$$3+v^2+uv+u^2 > 0, \forall u, v \text{ nên phương trình trên tương đương } u = v.$$

$$\text{Suy ra } \sqrt[3]{m+3}\sin x = \sin x \Leftrightarrow m = \sin^3 x - 3\sin x.$$

$$\text{Đặt } \sin x = t \quad (-1 \leq t \leq 1) \text{ và xét hàm } f(t) = t^3 - 3t \text{ trên } [-1; 1] \text{ có } f'(t) = 3t^2 - 3 \leq 0, \forall t \in [-1; 1]$$

$$\text{Nên hàm số nghịch biến trên } [-1; 1] \Rightarrow -1 = f(1) \leq f(t) \leq f(-1) = 2 \Rightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

$$\text{Vậy } m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}.$$

Câu 97: (Câu 40 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Cho hàm số $y = \frac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(a;1)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số a để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A . Tổng tất cả các giá trị các phần tử của S là

- Ⓐ. 1 Ⓑ. $\frac{3}{2}$ Ⓒ. $\frac{5}{2}$ Ⓓ. $\frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{ĐK: } x \neq 1; y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$$

Đường thẳng d qua A có hệ số góc k là $y = k(x-a)+1$

$$d \text{ tiếp xúc với (C)} \Leftrightarrow \begin{cases} k(x-a)+1 = \frac{-x+2}{x-1} (1) \\ k = \frac{-1}{(x-1)^2} (2) \end{cases} \text{ có nghiệm.}$$

$$\text{Thế (2) vào (1) ta có: } \frac{-1}{(x-1)^2}(x-a)+1 = \frac{-x+2}{x-1} \Leftrightarrow -x+a+x^2-2x+1 = -x^2+3x-2, x \neq 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x + a + 3 = 0 (3)$$

Để đồ thị hàm số có một tiếp tuyến qua A thì hệ là số nghiệm của hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ phương trình (3) có nghiệm duy nhất khác 1

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x + a + 3 = 0 (3) \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - 2a - 6 = 0 \\ 1 - 6 + a + 3 \neq 0 \\ \Delta' = 9 - 2a - 6 > 0 \\ 2 - 6 + a + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ a = 1 \end{cases}$$

$$\text{Cách 2: TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{1\}; y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$$

Giả sử tiếp tuyến đi qua $A(a;1)$ là tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = x_0$, khi đó phương trình

$$\text{tiếp tuyến có dạng: } y = \frac{-1}{(x_0-1)^2}(x-x_0) + \frac{-x_0+2}{x_0-1} (d)$$

Vì $A \in d$ nên thay tọa độ điểm A vào phương trình đường thẳng d ta có:

$$1 = \frac{-1}{(x_0-1)^2}(a-x_0) + \frac{-x_0+2}{x_0-1} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0^2 - 6x_0 + 3 + a = 0 (1) \\ x_0 \neq 1 \end{cases}$$

Để chỉ có một tiếp tuyến duy nhất đi qua A thì phương trình (1) có nghiệm duy nhất khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - 2a - 6 = 0 \\ 1 - 6 + a + 3 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ a = 1 \end{cases}$$

Câu 98: (Câu 45 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -mx$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m + 2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB = BC$.

- Ⓐ. $m \in (-\infty; 3)$ Ⓑ. $m \in (-\infty; -1)$ Ⓒ. $m \in (-\infty; +\infty)$ Ⓓ. $m \in (1; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình

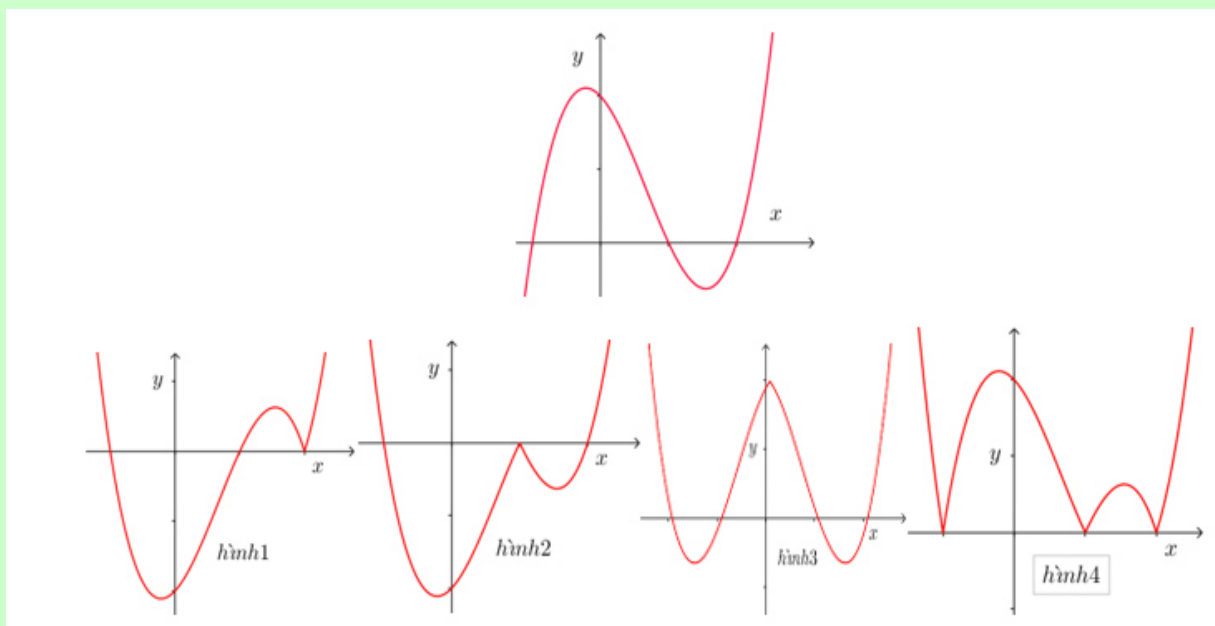
$$x^3 - 3x^2 - m + 2 = -mx \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x + m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x + m - 2 = 0 \end{cases}$$

Đặt nghiệm $x_2 = 1$. Từ giải thiết bài toán trở thành tìm m để phương trình có 3 nghiệm lập thành cấp số cộng.

Khi đó phương trình $x^2 - 2x + m - 2 = 0$ phải có 2 nghiệm phân biệt

Vậy ta chỉ cần $\Delta' = 1 - (m - 2) > 0 \Leftrightarrow m < 3$

Câu 99: (Câu 32 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |x-2|(x^2-1)$?



- Ⓐ. Hình 1 Ⓑ. Hình 2 Ⓒ. Hình 3 Ⓓ. Hình 4

Lời giải

Chọn A

$$y = |x-2|(x^2-1) = \begin{cases} (x-2)(x^2-1), & x \geq 2 \\ -(x-2)(x^2-1), & x < 2 \end{cases} \quad \text{Đồ thị gồm 2 phần:}$$

+) Giữ nguyên phần đồ thị đã cho ứng với $x \geq 2$.

+) Lấy đối xứng phần đồ thị đã cho ứng với $x < 2$ qua trục Ox

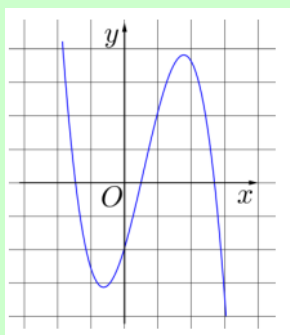
Hình 1 nhận vì đồ thị là hàm $y = |x-2|(x^2-1)$

Hình 2 loại vì đồ thị là hàm $y = (x-2)|x-1|(x+1)$

Hình 3 loại vì đồ thị hàm số $y = (|x|-2)(x^2-1)$

Hình 4 loại vì đồ thị hàm $y = |(x-2)(x^2-1)|$

Câu 100: (Câu 11 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



Ⓐ. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

Ⓑ. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Ⓒ. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

Ⓓ. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số $a < 0 \Rightarrow$ loại phương án C

$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu (do hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm

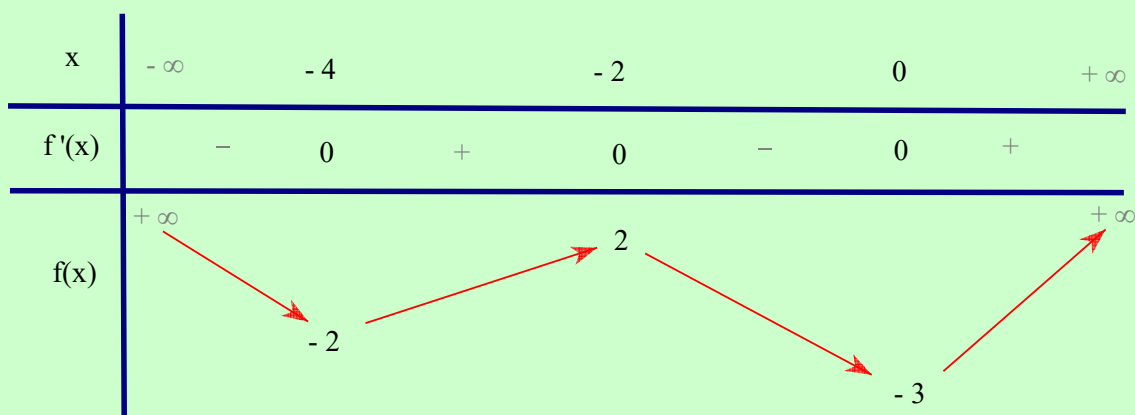
hai phía với Oy) $\Rightarrow 3a \cdot c < 0 \Rightarrow c > 0 \Rightarrow$ loại phương án

Ⓓ.

Do

$(C) \cap Oy = D(0; d) \Rightarrow d < 0$.

Câu 101: (Câu 50 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

Ⓐ. 16.

Ⓑ. 19.

Ⓒ. 20.

Ⓓ. 17.

Lời giải**Chọn C**

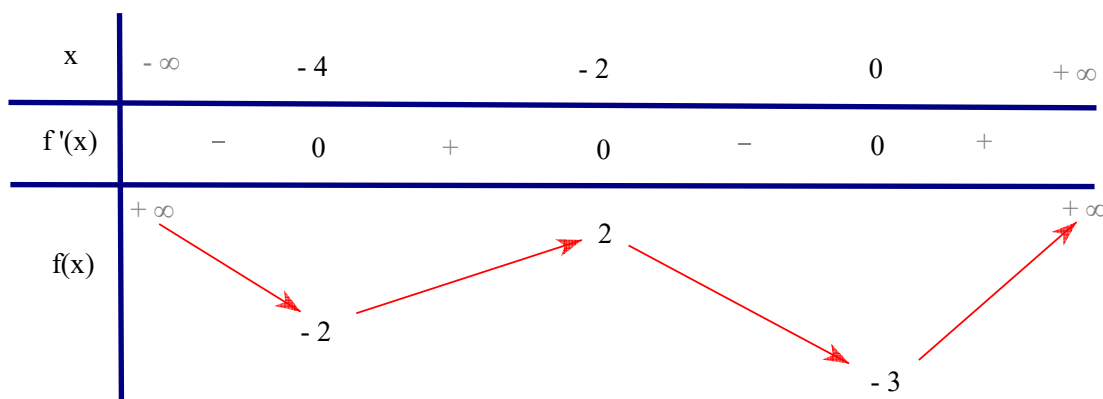
+ Đặt $t = x^2 - 4x$. Ta có bảng biến thiên sau:

x	0	2	$+\infty$
t	0	-4	$+\infty$

Khi $t \in (-4; 0)$ có 2 giá trị $x \in (0; +\infty)$ thỏa mãn $t = x^2 - 4x$.

Khi $t \in [0; +\infty) \cup \{-4\}$ có 1 giá trị $x \in (0; +\infty)$ thỏa mãn $t = x^2 - 4x$.

+ Xét phương trình $4f(t) = m \Leftrightarrow f(t) = \frac{m}{4}, (*)$



* Khi $\frac{m}{4} \in (-3; 2] \Leftrightarrow m \in (-12; 8]$, (*) có ít nhất 1 nghiệm $t \in (-4; 0)$ và một nghiệm $t \in (0; +\infty)$.

. Suy ra $4f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$.

* Khi $\frac{m}{4} \in (2; +\infty) \cup \{-3\} \Leftrightarrow m \in (8; +\infty) \cup \{-12\}$, (*) có đúng 1 nghiệm $t \in [0; +\infty)$. Suy ra

$4f(x^2 - 4x) = m$ có đúng 1 nghiệm thực thuộc khoảng $(0; +\infty)$.

* Khi $\frac{m}{4} \in (-\infty; -3) \Leftrightarrow m \in (-\infty; -12)$, có (*) vô nghiệm. Suy ra $4f(x^2 - 4x) = m$ vô nghiệm.

Câu 102: Vậy có 20 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$. (Câu 49 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	2	-3	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất ba nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

Ⓐ. 15.

Ⓑ. 12.

Ⓒ. 14.

Ⓓ. 13.

Lời giải

Chọn A

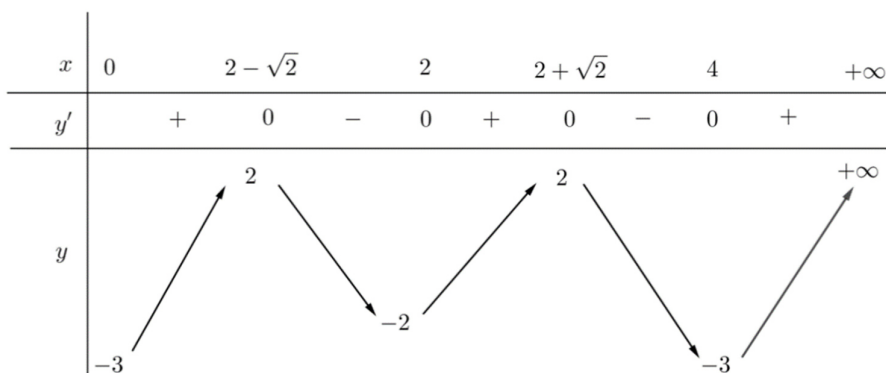
Đặt: $y = g(x) = f(x^2 - 4x) \Rightarrow g'(x) = (2x - 4)f'(x^2 - 4x)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ f'(x^2 - 4x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 - 4x = -4 \\ x^2 - 4x = -2 \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{2; 2 \pm \sqrt{2}; 0; 4\}.$$

Ta có: $g(0) = f(0) = -3$; $g(2 - \sqrt{2}) = g(2 + \sqrt{2}) = f(-2) = 2$;

$g(2) = f(-4) = -2$; $g(4) = f(0) = -3$.

Nhận thấy $g'(5) = 6f'(5) > 0$ và tất cả các nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$ đều là nghiệm bội lẻ, từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$ như sau:

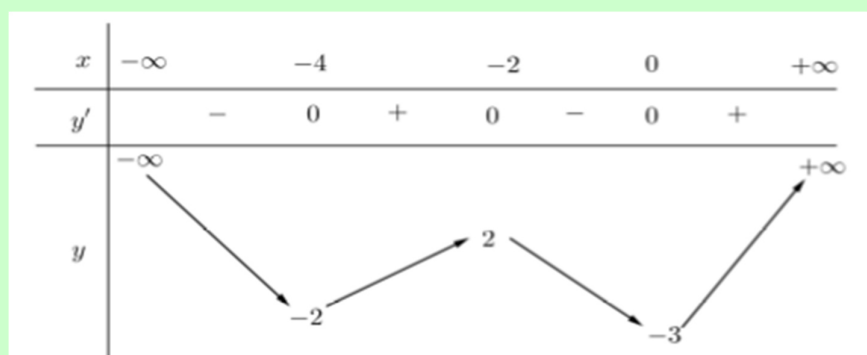


Từ bảng biến thiên ta được: yêu cầu bài toán tương đương $-3 < \frac{m}{3} \leq 2$

$$\Leftrightarrow -9 < m \leq 6.$$

Vậy có tất cả 15 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 103: (Câu 50 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

Ⓐ. 25.

Ⓑ. 30.

Ⓒ. 29.

Ⓓ. 24.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } g(x) = f(x^2 - 4x) \Rightarrow g'(x) = (2x - 4) \cdot f'(x^2 - 4x).$$

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow (2x - 4) \cdot f'(x^2 - 4x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ f'(x^2 - 4x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 - 4x = -4 \\ x^2 - 4x = -2 \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2 - \sqrt{2} \\ x = 0 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	$2-\sqrt{2}$		2	$2+\sqrt{2}$		4	$+\infty$	
$g'(x)$	+	0	-	0	+	0	-	0	+
$g(x)$									

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow g(x) = \frac{m}{6}$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow -3 < \frac{m}{6} \leq 2 \Leftrightarrow -18 < m \leq 12 \text{ mà } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{-17; -16; \dots; 11; 12\}.$$

Câu 104: Vậy có 30 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán. (Câu 49 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$								

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $5f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

(A). 24.

(B). 21.

(C). 25.

(D). 20.

Lời giải

Chọn C

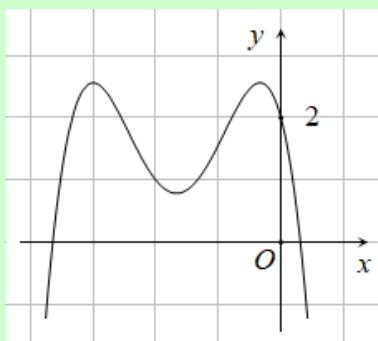
Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ và sự biến thiên của của hàm số $y = x^2 - 4x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x^2 - 4x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$ như sau

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$		
$x^2 - 4x$		0	-2	-4	-2	0	$+\infty$
$f(x^2 - 4x)$		-3	2	-2	2	-3	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $5f(x^2 - 4x) = m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x^2 - 4x)$ và đường thẳng $y = \frac{m}{5}$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x^2 - 4x)$ ta có phương trình $5f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $-3 < \frac{m}{5} \leq 2 \Leftrightarrow -15 < m \leq 10$, mặt khác $m \in \mathbb{Z}$ nên có 25 giá trị của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 105: (Câu 50 - MB 104 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x^2 f(x)) - 2 = 0$ là

(A). 6.

(B). 12.

(C). 8.

(D). 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x^2 f(x)) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x^2 f(x)) = 2$.

Dựa vào đồ thị ta thấy:

$$\begin{cases} x^2 f(x) = 0 & (1) \\ x^2 f(x) = a & (-1 < a < 0) & (2) \\ x^2 f(x) = b & (-3 < b < -2) & (3) \\ x^2 f(x) = c & (-4 < c < -3) & (4) \end{cases}$$

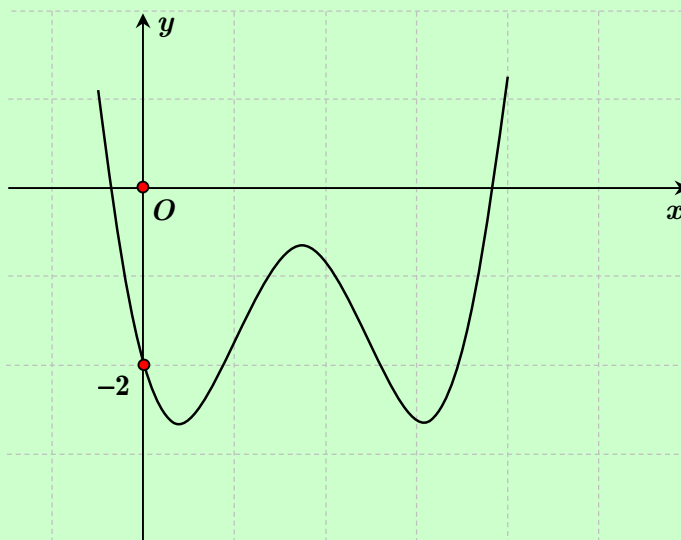
$$\text{Giải (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = x_1 \\ x = x_2 \end{cases} \text{ (có 3 nghiệm phân biệt).}$$

$$\text{Giải (2)} \Leftrightarrow f(x) = \frac{a}{x^2}.$$

Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{a}{x^2}$ lên cùng hệ tọa độ Oxy . Ta thấy đồ thị hàm số $y = \frac{a}{x^2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 nghiệm phân biệt.

Tương tự với (3) và (4) đều có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 106: Vậy có phương trình $f(x^2 f(x)) = 2$ có 9 nghiệm phân biệt. (Câu 50) (MĐ 103 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^2 f(x)) + 2 = 0$ là



(A). 8.

(B). 12.

(C). 6.

(D). 9.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

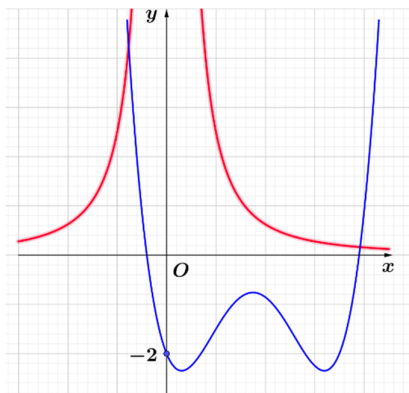
$$\text{Ta có } f(x^2 f(x)) + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 f(x) = 0 \\ x^2 f(x) = a \in (0; 1) \\ x^2 f(x) = b \in (2; 3) \\ x^2 f(x) = c \in (3; 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = \frac{a}{x^2}, a \in (0; 1) \\ f(x) = \frac{b}{x^2}, b \in (2; 3) \\ f(x) = \frac{c}{x^2}, c \in (3; 4) \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (4) \end{matrix}$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{k}{x^2} (k > 0)$, Ta có $g'(x) = -\frac{2k}{x^3}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	+		-
$g(x)$	$0 \nearrow +\infty$		$+\infty \searrow 0$

Đồ thị của $f(x)$ và $g(x)$ được mô tả như sau:



Do đó ta có: (1), (2), (3) và (4) mỗi phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Suy ra phương trình đã cho có 9 nghiệm.

Cách 2:

$$\text{Ta có } f(x^2 f(x)) + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 f(x) = 0 \\ x^2 f(x) = a \in (0; 1) \\ x^2 f(x) = b \in (2; 3) \\ x^2 f(x) = c \in (3; 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \\ f(x) - \frac{a}{x^2} = 0, a \in (0; 1) \\ f(x) - \frac{b}{x^2} = 0, b \in (2; 3) \\ f(x) - \frac{c}{x^2} = 0, c \in (3; 4) \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (4) \end{matrix}$$

► (1) có 2 nghiệm phân biệt là $x = \alpha < 0, x = \beta > 3$.

► Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{k}{x^2} (k > 0)$ có $g'(x) = f'(x) + \frac{2k}{x^3}$. Ta có:

* $x \in [\alpha; \beta]$ thì $g(x) < 0$ nên các phương trình (2), (3) và (4) không có nghiệm $x \in [\alpha; \beta]$.

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty \\ * \lim_{x \rightarrow \alpha^-} g(x) = -\frac{k}{\alpha^2} < 0 \\ g'(x) < 0, \forall x \in (-\infty; \alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Mỗi phương trình (2), (3) và (4) chỉ có đúng một nghiệm}$$

$$x \in (-\infty; \alpha)$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \\ * \lim_{x \rightarrow \beta^+} g(x) = -\frac{k}{\beta^2} < 0 \\ g'(x) > 0, \forall x \in (\beta; +\infty), \beta > 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Mỗi phương trình (2), (3) và (4) đều chỉ có đúng một}$$

$$\text{nghiệm } x \in (\beta; +\infty)$$

Suy ra mỗi phương trình (1), (2), (3) và (4) có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 9 nghiệm.

Cách 3:

$$\text{Ta có } f(x^2 f(x)) + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 f(x) = 0 & (1) \\ x^2 f(x) = a \in (0; 1) & (2) \\ x^2 f(x) = b \in (2; 3) & (3) \\ x^2 f(x) = c \in (3; 4) & (4) \end{cases}$$

Ta có (1) có ba nghiệm phân biệt là $x = 0, x = \alpha < 0, x = \beta > 3$.

Xét $g(x) = x^2 f(x)$ có $g'(x) = 2xf(x) + x^2 f'(x)$

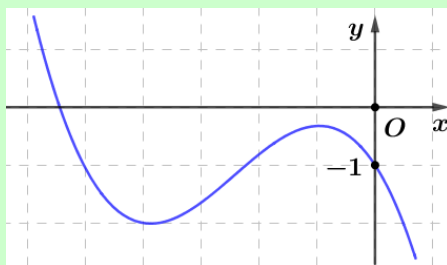
► Với $x \in [\alpha; \beta]$ thì $g(x) = x^2 f(x) \leq 0$ nên (2), (3), (4) không có nghiệm $x \in [\alpha; \beta]$.

► Với $x \in (-\infty; \alpha)$ ta có: $g'(x) < 0$. Và với $x \in (\beta; +\infty)$, $\beta > 3$, thì $g'(x) > 0$ nên ta có bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$	α	β	$+\infty$
$g'(x)$		0	0	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 1. Do đó các phương trình (2), (3), (4) đều có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 107: Vậy phương trình đã cho có 9 nghiệm phân biệt. (Câu 50 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ là

A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f(x^3 f(x)) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x^3 f(x)) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 f(x) = a \quad (-3 < a < -1) & (1) \\ x^3 f(x) = b \quad (-6 < b < -3) & (2) \\ x^3 f(x) = 0 & (3) \end{cases}$$

+ Với $m < 0$, xét phương trình $x^3 f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = \frac{m}{x^3}$.

Đặt $g(x) = \frac{m}{x^3}$, $g'(x) = \frac{-3m}{x^4} > 0, \forall x \neq 0$.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty$.

Ta có bảng biến thiên

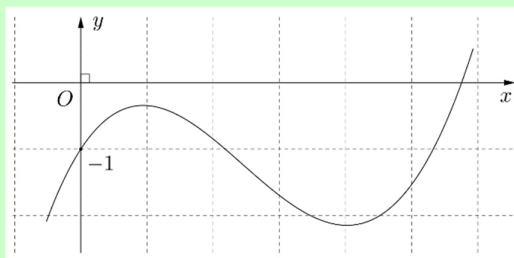
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	+		+
$g(x)$	0	$+\infty$	0

Dựa vào bảng biến thiên và đề bài, suy ra trong mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$ phương trình $f(x) = g(x)$ có đúng một nghiệm.

Suy ra mỗi phương trình (1) và (2) có 2 nghiệm và các nghiệm đều khác nhau.

+ Xét phương trình (3): $x^3 f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = c < 0 \end{cases}$, với c khác các nghiệm của (1) và (2).

Câu 108: Vậy phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ có đúng 6 nghiệm. (Câu 50 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ là



(A). 8.

(B). 5.

(C). 6.

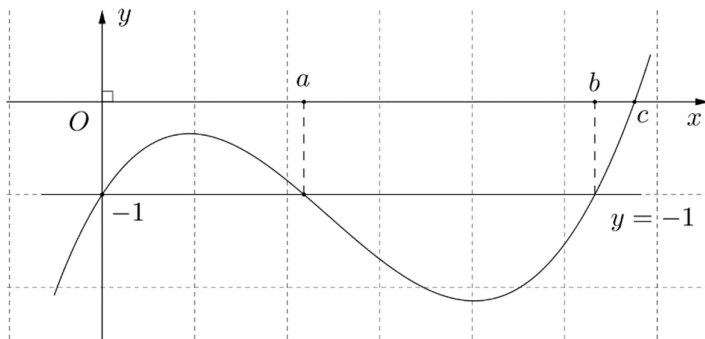
(D). 4.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta có $f(x^3 f(x)) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x^3 f(x)) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 f(x) = 0 & (1) \\ x^3 f(x) = a \in (2; 3) & (2) \\ x^3 f(x) = b \in (5; 6) & (3) \end{cases}$



Ta có $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ f(x)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=c \end{cases}.$

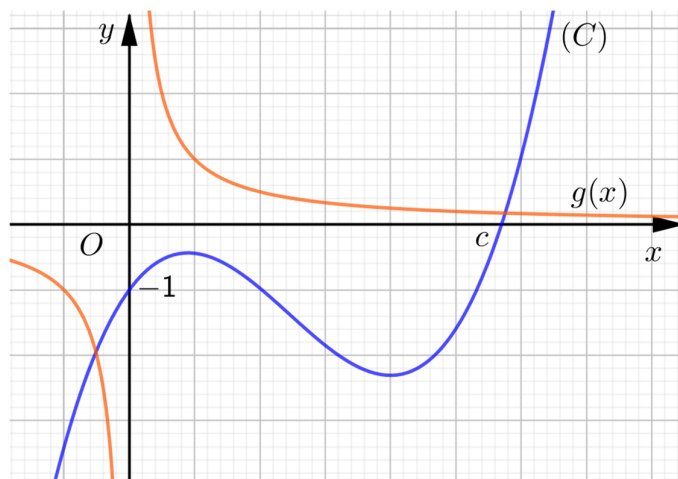
Xét $g(x) = \frac{k}{x^3}$, với $k > 0$. Ta có $g'(x) = -\frac{3k}{x^4} < 0, \forall x \neq 0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	-		
$g(x)$	0	$+\infty$	0

Với $k = a$, dựa vào đồ thị suy ra phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 0 và c .

Với $k = b$, dựa vào đồ thị suy ra phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác 0, c và khác hai nghiệm của phương trình (2).

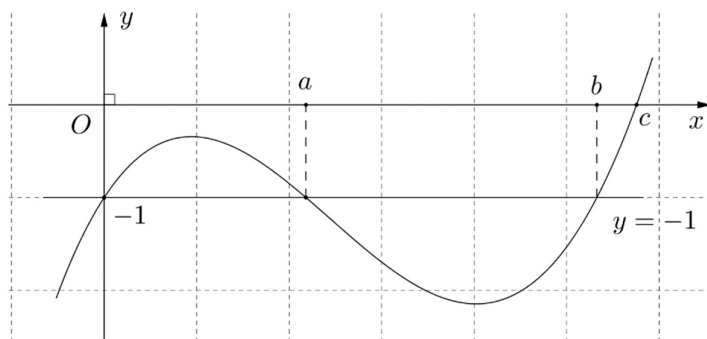


Vậy phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Cách 2:

Ta có:

$$f(x^3 f(x)) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x^3 f(x)) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 f(x) = 0 \\ x^3 f(x) = a > 0 \\ x^3 f(x) = b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = \frac{a}{x^3} \text{ (do } x \neq 0) \\ f(x) = \frac{b}{x^3} \text{ (do } x \neq 0) \end{cases}$$



* $f(x) = 0$ có một nghiệm dương $x = c$.

* Xét phương trình $f(x) = \frac{k}{x^3}$ với $x \neq 0, k > 0$.

Đặt $g(x) = f(x) - \frac{k}{x^3}$; $g'(x) = f'(x) + \frac{3k}{x^4}$.

TH 1: Với $x > c$, đồ thị hàm $f(x)$ đồng biến trên $(c; +\infty)$ nên $f'(x) > 0, x \in (c; +\infty)$

$$\Rightarrow g'(x) = f'(x) + \frac{3k}{x^4} > 0, x \in (c; +\infty)$$

Mà $\begin{cases} g(c) < 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \end{cases}$ và $g(x)$ liên tục trên $(c; +\infty)$

$\Rightarrow g(x) = 0$ có duy nhất nghiệm trên $(c; +\infty)$.

TH 2: Với $0 < x < c$ thì $f(x) < 0 < \frac{k}{x^3} \Rightarrow g(x) = 0$ vô nghiệm trên $(0; c)$.

TH 3: Với $x < 0$, đồ thị hàm $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$ nên $f'(x) > 0, x \in (-\infty; 0)$

$$\Rightarrow g'(x) = f'(x) + \frac{3k}{x^4} > 0, x \in (-\infty; 0)$$

Mà $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) > 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty \end{cases}$ và $g(x)$ liên tục trên $(-\infty; 0)$.

$\Rightarrow g(x) = 0$ có duy nhất nghiệm trên $(-\infty; 0)$.

Do đó: $g(x) = 0$ có đúng hai nghiệm trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

* Phương trình $f(x) = \frac{a}{x^3}$ ($k = a$) có 2 nghiệm phân biệt khác 0 và khác c .

* Phương trình $f(x) = \frac{b}{x^3}$ ($k = b$) có 2 nghiệm phân biệt khác 0 và khác c .

Câu 109: Kết luận: Phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ có đúng 6 nghiệm. (Câu 46 - ĐTK - BGD&ĐT - Lần 2 - Năm 2019 - 2020) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			2		2			
	$-\infty$			0			$-\infty$	

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\sin x) = 1$ là

(A). 7.

(B). 4.

(C). 5.

(D). 6.

Lời giải

Chọn C

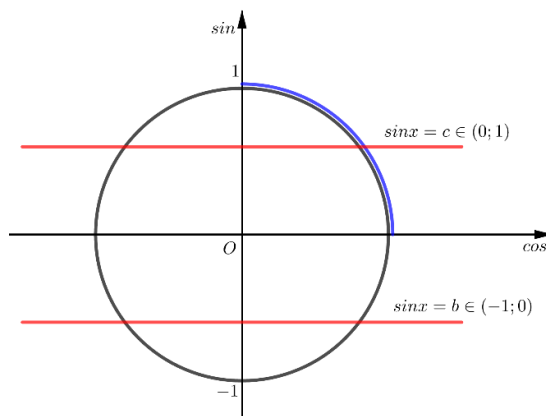
$$\text{Dựa vào bảng biến thiên, ta có } f(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \in (-\infty; -1) \\ x = b \in (-1; 0) \\ x = c \in (0; 1) \\ x = d \in (1; +\infty) \end{cases}.$$

$$\text{Như vậy } f(\sin x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = a \in (-\infty; -1) & (1) \\ \sin x = b \in (-1; 0) & (2) \\ \sin x = c \in (0; 1) & (3) \\ \sin x = d \in (1; +\infty) & (4) \end{cases}.$$

Vì $\sin x \in [0; 1]$, $\forall x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ nên (1) và (4) vô nghiệm.

Cần tìm số nghiệm của (2) và (3) trên $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Cách 1.



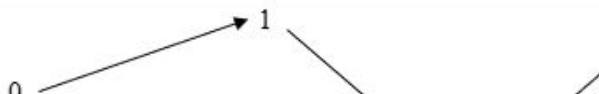
Dựa vào đường tròn lượng giác: (2) có 2 nghiệm trên $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$, (3) có 3 nghiệm trên $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Vậy phương trình đã cho có tất cả 5 nghiệm.

Cách 2.

Xét $g(x) = \sin x, \forall x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right] \Rightarrow g'(x) = \cos x, \forall x \in \left(0; \frac{5\pi}{2}\right)$.

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{3\pi}{2} \end{cases}$. Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{2}$		$\frac{5\pi}{2}$
$g'(x)$		+	0	-	0	+
$g(x)$	0					

Dựa vào bảng biến thiên: (2) có 2 nghiệm trên $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$, (3) có 3 nghiệm trên $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Vậy phương trình đã cho có tất cả 5 nghiệm.

Câu 110: (Câu 47 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hai hàm số

$$y = \frac{x-2}{x-1} + \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} \text{ và } y = |x+1| - x - m \text{ (} m \text{ là tham số thực) có đồ thị lần lượt}$$

là (C_1) và (C_2) . Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

- Ⓐ. $(-3; +\infty)$. Ⓑ. $(-\infty; -3)$. Ⓒ. $[-3; +\infty)$. Ⓓ. $(-\infty; -3]$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-2}{x-1} + \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} = |x+1| - x - m$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 0; -1; -2\}$.

Với điều kiện trên, phương trình trở thành:

$$4 - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = |x+1| - x - m^{(*)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} - 4 + |x+1| - x = m$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} - 4 + |x+1| - x$ với tập xác định D , ta có:

$$f'(x) = -\frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{x+1}{|x+1|} - 1 < 0, \forall x \in D.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	-	-	-	-
$f(x)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ -3

Để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt.

Từ bảng biến thiên suy ra tất cả các giá trị m cần tìm là $m \leq -3$.

Câu 111: (Câu 50 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hai hàm số

$$y = \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} \text{ và } y = |x+2| - x - m \text{ (} m \text{ là tham số thực) có đồ thị lần lượt là}$$

(C_1) và (C_2) . Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

- Ⓐ. $[-2; +\infty)$. Ⓑ. $(-\infty; -2)$. Ⓒ. $(-2; +\infty)$. Ⓓ. $(-\infty; -2]$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} = |x+2| - x - m$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; -2; -1; 0\}$

Với điều kiện trên, phương trình trở thành

$$4 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} = |x+2| - x - m^{(*)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} - 4 + |x+2| - x = m.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} - 4 + |x+2| - x$ với tập xác định D . Ta có

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+2)^2} - \frac{1}{(x+3)^2} + \frac{x+2}{|x+2|} - 1 < 0, \forall x \in D.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	—	—	—	—	—	—
$f(x)$	$+\infty \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -2$	

Câu 112: Đồ thị (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt thì phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt.

Từ bảng biến thiên suy ra tất cả các giá trị m cần tìm là $m \leq -2$. (Câu 50 - MĐ 102 - BGD&ĐT

- Năm 2018 - 2019) Cho hai hàm số $y = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4}$ và $y = |x+1| - x + m$ (m

là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2) . Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

- Ⓐ. $(3; +\infty)$. Ⓑ. $(-\infty; 3]$. Ⓒ. $(-\infty; 3)$. Ⓓ. $[3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4} = |x+1| - x + m$ (*)

Điều kiện: $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; -2; -3; -4\}$.

Ta có (*) $\Leftrightarrow m = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4} + x - |x+1|$.

Số nghiệm của phương trình (*) bằng số giao điểm của hai đồ thị

$y = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4} + x - |x+1|$ và $y = m$.

Ta có:

$$y' = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x+3)^2} + \frac{1}{(x+4)^2} + 1 - \frac{x+1}{|x+1|}$$

$$y' = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x+3)^2} + \frac{1}{(x+4)^2} + \frac{|x+1| - (x+1)}{|x+1|} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; -2; -3; -4\}.$$

, (vì $|x+1| > x+1 \quad \forall x \neq -1 \Rightarrow |x+1| - (x+1) > 0 \quad \forall x \neq -1$).

BBT

x	$-\infty$	-4	-3	-2	-1	$+\infty$
y'		+	+	+	+	+
y	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	3

Câu 113: Từ bảng biến thiên, để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì $m \geq 3$. (Câu 49 - MĐ 101 -

BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hai hàm số $y = \frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-1} + \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1}$ và

$y = |x+2| - x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2) . Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 4 điểm phân biệt là

- Ⓐ. $(-\infty; 2]$. Ⓑ. $[2; +\infty)$. Ⓒ. $(-\infty; 2)$. Ⓓ. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_1) và (C_2) :

$$\frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-1} + \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} = |x+2| - x + m$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-1} + \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} - |x+2| + x - m = 0.$$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-1} + \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} - |x+2| + x - m.$$

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0; 1; 2\}$.

$$f'(x) = \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{x+2}{|x+2|} + 1$$

$$= \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{|x+2| - (x+2)}{|x+2|}$$

$$\Rightarrow f'(x) > 0, \forall x \in D, x \neq -2.$$

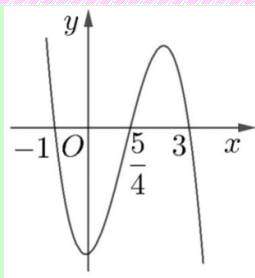
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	+	+	+	+	+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$2-m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2 - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 2$.

Câu 114: (Câu 50 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hàm số

$f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$ ($m, n, p, q, r \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x) = r$ có số phần tử là



A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Dựa trên đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có $f'(x) = k(x+1)\left(x - \frac{5}{4}\right)(x-3), k < 0$.

Mặt khác $f'(x) = 4mx^3 + 3nx^2 + 2px + q$.

Đồng nhất ta có

$$4mx^3 + 3nx^2 + 2px + q = k(x+1)\left(x - \frac{5}{4}\right)(x-3), \forall x$$

$$\Leftrightarrow 4mx^3 + 3nx^2 + 2px + q = k\left(x^3 - \frac{13}{4}x^2 - \frac{x}{2} + \frac{15}{4}\right), \forall x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m = k \\ 3n = -\frac{13}{4}k \\ 2p = -\frac{1}{2}k \\ q = \frac{15}{4}k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{4}k \\ n = -\frac{13}{12}k \\ p = -\frac{1}{4}k \\ q = \frac{15}{4}k \end{cases} \Rightarrow f(x) = k\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{13}{12}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{15}{4}x\right) + r.$$

$$f(x) = r \Leftrightarrow k\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{13}{12}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{15}{4}x\right) + r = r \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^4 - \frac{13}{12}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{15}{4}x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{5}{3} \\ x = 3 \end{cases}$$

Chọn đáp án B

$$\text{Cách 2: Xét hàm số } f(x) \text{ có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{5}{4} \\ x = 3 \end{cases}$$

Ta đi so sánh $f(0)$ với $f(3)$.

Ta có: $f'(x) = k(x+1)\left(x - \frac{5}{4}\right)(x-3) \Rightarrow f(3) - f(0) = \int_0^3 f'(x)dx = \int_0^3 k(x+1)\left(x - \frac{5}{4}\right)(x-3)dx = 0$
 $\Rightarrow f(0) = f(3)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	$\frac{5}{4}$	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$f(-1)$	$f(0)$	$f\left(\frac{5}{4}\right)$	$f(3)$	$-\infty$		

Ta có $r = f(0) \in \left(f\left(\frac{5}{4}\right); f(-1)\right)$.

Đường thẳng $y = f(0)$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 3 điểm phân biệt. Do đó phương trình $f(x) = r = f(0)$ có 3 nghiệm phân biệt. Chọn đáp án **B**

Câu 115: (Câu 50 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^4 - \frac{14}{3}x^2$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1)$, $N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 8(x_1 - x_2)$?

Ⓐ. 1.

Ⓑ. 2.

Ⓒ. 0.

Ⓓ. 3

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại A .

$$y' = \frac{4}{3}x^3 - \frac{28}{3}x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{7} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{7} \end{cases}.$$

Do tiếp tuyến tại A cắt (C) tại $M, N \Rightarrow x_A \in (-\sqrt{7}; \sqrt{7})$.

$$\text{Ta có: } y_1 - y_2 = 8(x_1 - x_2) \Rightarrow \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = 8 \Rightarrow k_d = 8. \text{ Suy ra } \frac{4}{3}x_A^3 - \frac{28}{3}x_A = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 3 \\ x_A = -1 \\ x_A = -2 \end{cases}.$$

Đổi chiều điều kiện: $\begin{cases} x_A = -1 \\ x_A = -2 \end{cases}$. Vậy có 2 điểm A thỏa ycbt.

Cách 2:

Gọi $A\left(a; \frac{1}{3}a^4 - \frac{14}{3}a^2\right)$ là tọa độ tiếp điểm

Phương trình tiếp tuyến tại A là $d: y = \left(\frac{4}{3}a^3 - \frac{28}{3}a\right)(x-a) + \frac{1}{3}a^4 - \frac{14}{3}a^2$

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là:

$$\frac{1}{3}x^4 - \frac{28}{3}x^2 = \left(\frac{4}{3}a^3 - \frac{28}{3}a\right)(x-a) + \frac{1}{3}a^4 - \frac{14}{3}a^2$$

$$\Leftrightarrow (x-a)^2(x^2 + 2ax + 3a^2 - 14) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x^2 + 2ax + 3a^2 - 14 = 0(1) \end{cases}$$

Để (C) cắt d tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác a

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 6a^2 - 14 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow a \in (-\sqrt{7}; \sqrt{7}) \setminus \left\{ \pm \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \right\}.$$

Theo đề bài: $y_1 - y_2 = 8(x_1 - x_2) \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}a^3 - \frac{28}{3}a\right)(x_1 - x_2) = 8(x_1 - x_2)$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}a^3 - \frac{28}{3}a = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -1 \\ a = -2 \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện: $\begin{cases} a = -1 \\ a = -2 \end{cases}$. Vậy có 2 điểm A thỏa đề bài.

Câu 116: (Câu 50 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Cho hàm số $y = \frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2$ có đồ thị (C)

. Có bao nhiêu điểm A thuộc đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1); N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 3(x_1 - x_2)$.

Ⓐ. 0.

Ⓑ. 2.

Ⓒ. 3.

Ⓓ. 1

Lời giải

Chọn B

Phương trình đường thẳng MN có dạng $\frac{x-x_2}{x_1-x_2} = \frac{y-y_2}{y_1-y_2} \Rightarrow$ hệ số góc của đường thẳng MN

$$\text{là } k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = 3.$$

Vậy tiếp tuyến tại $A\left(x_0; \frac{1}{8}x_0^4 - \frac{7}{4}x_0^2\right)$ có hệ số góc $k = 3 \Leftrightarrow f'(x_0) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x_0^3 - \frac{7}{2}x_0 = 3$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x_0^3 - \frac{7}{2}x_0 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \\ x_0 = -2 \end{cases}.$$

+) Với $x_0 = -1 \Rightarrow A\left(-1; -\frac{13}{8}\right) \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến $y = 3x + \frac{11}{8}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 = 3x + \frac{11}{8} \Leftrightarrow \frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 - 3x - \frac{11}{8} = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 + \sqrt{3} \\ x = 1 - \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow A\left(-1; -\frac{13}{8}\right) \text{ thỏa mãn đề bài.}$$

+) Với $x_0 = 3 \Rightarrow A\left(3; -\frac{171}{8}\right) \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến $y = 3x - \frac{195}{8}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 = 3x - \frac{195}{8} \Leftrightarrow \frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 - 3x + \frac{195}{8} = 0$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2(x^2 + 6x + 13) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow \text{Tiếp tuyến cắt đồ thị tại một điểm} \Rightarrow A\left(3; -\frac{171}{8}\right)$$

Không thỏa mãn.

+) Với $x_0 = -2 \Rightarrow A(-2; -5) \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến: $y = 3x + 1$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 = 3x + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 - 3x - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2(x^2 - 4x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 + \sqrt{6} \\ x = 2 - \sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow A(-2; -5) \text{ Thỏa mãn đề bài.}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 117: (Câu 48 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB = BC$

Ⓐ. $m \in (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$ Ⓑ. $m \in \mathbb{R}$

Ⓒ. $m \in \left(-\frac{5}{4}; +\infty\right)$

Ⓓ. $m \in (-2; +\infty)$

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x^2 + x + 2 = mx - m + 1$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + x + 1 - (x-1)m = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 1) - (x-1)m = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 1 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - 1 - m = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ PT có 3 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ PT có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2 - 1 - m \neq 0 \\ \Delta' = (-1)^2 + 1 + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2$$

Mà $x = 1$ cũng là hoành độ điểm uốn của đồ thị hàm số và $AB = BC$ nên $B(1; 1)$ là trung điểm của AC, $A(x_1; mx_1 - m + 1), C(x_2; mx_2 - m + 1)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của PT.

Theo Viet, ta có: $x_1 + x_2 = 2$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_B = \frac{y_A + y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ 1 = \frac{m(x_1 + x_2) - 2m + 2}{2} \end{cases} \quad (\text{luôn luôn đúng } \forall m)$$

Kết hợp với điều kiện $m > -2$, ta được $m > -2$.