SỞ GD&ĐT SƠN LA	ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN THỨ NHẤT
	NĂM HỌC 2021 - 2022
ĐỀ CHÍNH THỨC	**MÔN: TOÁN**
(Đề thi có 06 trang)	*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

MÃ ĐỀ THI 101

Họ và tên thí sinh: ……………………………………..….….**SBD:**……………………………..…

Câu 1: Cho khối lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $\frac{2}{3}a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 2: Cho số phức $z=6+7i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z}=7-6i$. **B.** $\bar{z}=-7+6i$. **C.** $\bar{z}=6-7i$. **D.** $\bar{z}=-6-7i$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=(x-3)^{-6}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 4: Họ nguyên hàm của hàm số $y=3^{x+1}$ là

A. $\int 3^{x+1}dx=3^x\ln 3+C$. **B.** $\int 3^{x+1}dx=\frac{3^x}{\ln 3}+C$.

C. $\int 3^{x+1}dx=3^{x+1}\ln 3+C$. **D.** $\int 3^{x+1}dx=\frac{3^{x+1}}{\ln 3}+C$.

Câu 5: Số cách xếp 5 học sinh ngồi vào một dãy gồm 8 chiếc ghế bằng

A. A_8^5. **B.** C_8^5. **C.** $5!$. **D.** $8!$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘		↗	1	↘		↗	$+\infty$
			-2				-2		

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 7: Nếu $\int_1^2 f(x)dx=3$ và $\int_2^5 f(x)dx=-4$ thì $\int_1^5 f(x)dx$

A. -1. **B.** 1. **C.** -12. **D.** 7.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(4;2;-1)$. Toạ độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(5;-1;1)$. **B.** $(-3;-5;3)$. **C.** $(3;5;-3)$. **D.** $(-5;1;-1)$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x\geq 2$ là

A. $\left(\frac{1}{4};+\infty\right)$. **B.** $\left[\frac{1}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 10: Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+5x-4$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(0;-4)$. **B.** $N(-4;0)$. **C.** $M(0;4)$. **D.** $P(-1;1)$.

Câu 11: Trên khoảng $(0;+\infty)$, hàm số $y=\log_3 x$ có đạo hàm là

A. $y'=\dfrac{x}{\ln 3}$. **B.** $y'=x\ln 3$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 3}{x}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+5z-3=0$. Một vectơ pháp tuyến của (P) có toạ độ là

A. $(2;0;5)$. **B.** $(2;5;-3)$. **C.** $(5;0;2)$. **D.** $(2;-3;5)$.

Câu 13: Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng 18 và chiều cao bằng 7 là

A. 378. **B.** 42. **C.** 126. **D.** 25.

Câu 14: Cho các số phức $z_1=3-2i$ và $z_2=-5+4i$, khi đó z_1+z_2 bằng

A. $-8+6i$. **B.** $2-2i$. **C.** $8-6i$. **D.** $-2+2i$.

Câu 15: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{3x+5}$ là đường thẳng

A. $y=\dfrac{2}{3}$. **B.** $y=-\dfrac{5}{3}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{5}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, tâm mặt cầu $(S): (x-3)^2+y^2+(z+5)^2=16$ có toạ độ là

A. $(-3;0;-5)$. **B.** $(3;0;-5)$. **C.** $(3;0;5)$. **D.** $(-3;0;5)$.

Câu 17: Thể tích khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\dfrac{1}{3}r^2h$. **B.** $V=\pi r^2h$. **C.** $V=2\pi r^2h$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 18: Nghiệm của phương trình $\log_3(x+5)=2$ là

A. $x=4$. **B.** $x=-4$. **C.** $x=1$. **D.** $x=14$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

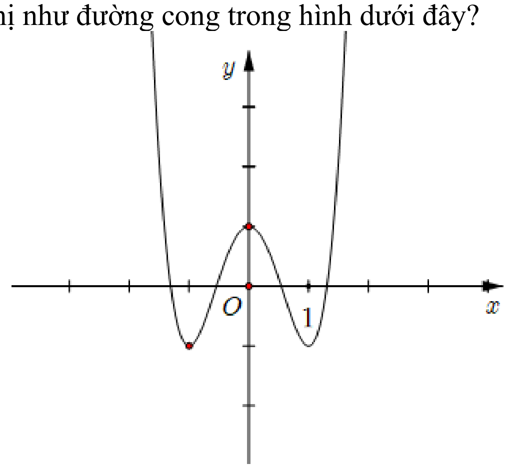
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 20: Nếu $\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int_3^4 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 15. **C.** 20. **D.** 10.

Câu 21: Hàm số nào có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y=2x^4-4x^2-1$.

B. $y=2x^4-4x^2+1$.

C. $y=-x^4+4x^2+1$.

D. $y=2x^4+4x^2+1$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=3+t\end{cases}$. Một vectơ chỉ phương của d có toạ độ là

A. $(2;1;1)$.

B. $(2;-1;1)$.

C. $(1;2;3)$.

D. $(2;0;0)$.

Câu 23: Diện tích mặt cầu có bán kính r bằng

A. $4\pi r^3$.

B. $\dfrac{4}{3}\pi r^2$.

C. $4\pi r^2$.

D. $2\pi r^2$.

Câu 24: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, số phức $z=2i$ được biểu diễn bởi điểm nào sau đây?

A. $Q(0;-2)$.

B. $M(2;0)$.

C. $N(-2;0)$.

D. $P(0;2)$.

Câu 25: Với mọi số thực a dương, $\log_3(3a^2)$ bằng

A. $1+2\log_3 a$.

B. $3\log_3 a$.

C. $2+3\log_3 a$.

D. $1+\log_3 a$.

Câu 26: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=5$ và công bội $q=6$. Giá trị của u_2 bằng

A. 1.

B. 11.

C. 3.

D. 30.

Câu 27: Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ bằng

A. 2.

B. -1.

C. -4.

D. 0.

Câu 28: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x+\log_2 x-2=0$ bằng

A. $\dfrac{1}{4}$.

B. -2.

C. $\dfrac{9}{4}$.

D. -1.

Câu 29: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4-2x^2-4$.

B. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

C. $y=-x^3-3x^2-3x-4$.

D. $y=x^3+x+1$.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

A. $60°$.

B. $90°$.

C. $45°$.

D. $30°$.

Câu 31: Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

A. $\dfrac{1}{3}$.

B. $\dfrac{2}{3}$.

C. $\dfrac{5}{18}$.

D. $\dfrac{13}{18}$.

Câu 32: Trên đoạn $[2;4]$, hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=\dfrac{33}{2}$.

B. $x=4$.

C. $x=5$.

D. $x=2$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$ có phương trình là

A. $2x-y+3z+9=0$.

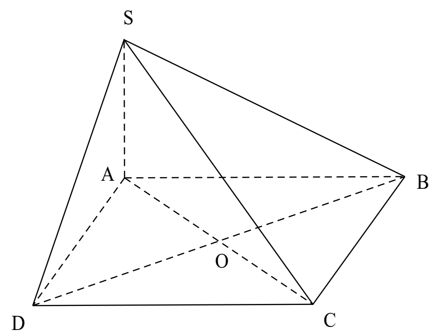
B. $2x-y+3z-4=0$.

C. $x-2y-4=0$.

D. $2x-y+3z+4=0$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$.

(*Tham khảo hình vẽ dưới*)



Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{a}{3}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{4a}{9}$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^3 + \cos x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x^3 - \cos x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 6x - \cos x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 6x + \cos x + C$.

Câu 36: Nếu $\int_0^3 \left[4f(x) - 3x^2\right]\mathrm{d}x = 5$ thì $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 18. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 20.

Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\overline{z} = 1 - 3i$. Phần ảo của z bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{3}{2}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$. Phương trình mặt phẳng nào dưới đây chứa trục hoành và tiếp xúc với (S)?

A. $3y - 4z + 1 = 0$ **B.** $3y - 4z = 0$. **C.** $4y + 3z = 0$. **D.** $4x + 3y = 0$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = 2$, $AD = 4$, SA vuông góc với mặt đáy, SB tạo với mặt đáy một góc $60°$, điểm E thuộc cạnh SA và $AE = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Mặt phẳng (BCE) cắt SD tại F. Thể tích khối đa diện $ABCDEF$ bằng

A. $\frac{64\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{64\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{80\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{x^2+1}}\left(\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}\right)$. Có bao nhiêu số nguyên dương m thỏa mãn bất phương trình $f(m-7) + f\left(\frac{12}{m+1}\right) < 0$?

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x^3+3x+1)=x+3$. Tính $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 192. **B.** $\frac{4}{57}$. **C.** $\frac{57}{4}$. **D.** 196.

Câu 42: Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2-(a-3)z+a^2+a=0$ có 2 nghiệm phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 43: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=|x^3-3x^2+m-4|$ có đúng 5 điểm cực trị là

A. $[4;\,8]$. **B.** $[-4;\,0]$. **C.** $(-4;\,0)$. **D.** $(4;8)$.

Câu 44: Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x;$ với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1;\,3$ và 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{32}{3}$. **B.** $\frac{64}{9}$. **C.** $\frac{125}{12}$. **D.** $\frac{131}{12}$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f'(f(x))=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 46: Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1+3+2i|=1$ và $|z_2+2-i|=1$. Xét các số phức $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $2a-b=0$. Khi biểu thức $T=|z-z_1|+|z-2z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị biểu thức $P=a^2+b^2$ bằng

A. 4. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 10.

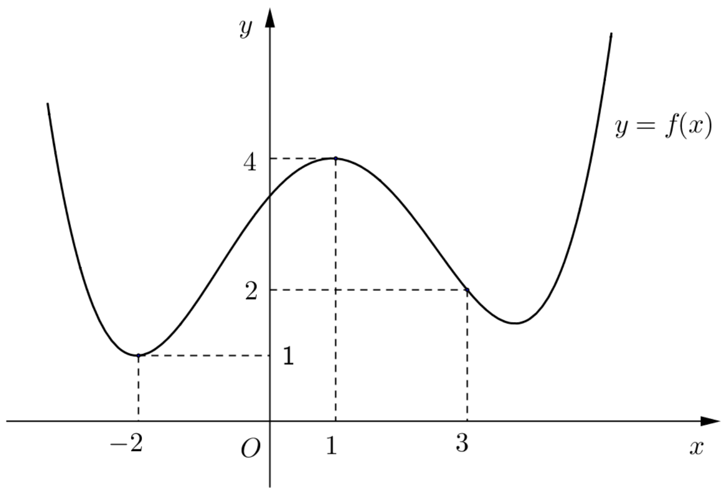
Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\;(a\neq 0)$ có đồ thị (C). Biết rằng (C) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt là $A(x_1;0)$, $B(x_2;0)$, $C(x_3;0)$, $D(x_4;0)$; với x_1,x_2,x_3,x_4 theo thứ tự lập thành cấp số cộng và hai tiếp tuyến của (C) tại A, B vuông góc với nhau. Khi đó, giá trị của biểu thức $P=\left[f'(x_3)+f'(x_4)\right]^{2022}$ bằng

A. $\left(\frac{4}{3}\right)^{1011}$. **B.** $\left(\frac{4}{3}\right)^{2022}$. **C.** $\left(\frac{4a}{3}\right)^{1011}$. **D.** $\left(\frac{4a}{3}\right)^{2022}$.

Câu 48: Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu hỏi độc lập. Mỗi câu hỏi có 4 đáp án trả lời, trong đó chỉ có một đáp án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm, câu trả lời sai được 0 điểm. Học sinh A làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên câu trả lời cho tất cả 50 câu hỏi. Biết xác suất làm đúng k câu hỏi của học sinh A đạt giá trị lớn nhất, khi đó giá trị k bằng

A. 11. **B.** 10. **C.** 13. **D.** 12.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m không vượt quá 2022 để bất phương trình

$\frac{m}{f(x)} - \sqrt{mf(x)} - 1 \geq \frac{3}{4} f^2(x)$ đúng với mọi $x \in [-2;3]$?

A. 1875. **B.** 1872. **C.** 1874. **D.** 1873.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): mx - 3y - (2m-3)z - 9 = 0$ (m là tham số thực) và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 16$. Biết rằng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất, khi đó khoảng cách từ điểm $A(-1;2;3)$ đến (P) bằng

A. $\sqrt{11}$. **B.** $\frac{13\sqrt{11}}{11}$. **C.** $\frac{\sqrt{11}}{11}$. **D.** $\frac{2\sqrt{11}}{11}$.

------------Hết-------------

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1.D	2.C	3.A	4.D	5.A	6.A	7.A	8.C	9.C	10.A
11.C	12.A	13.B	14.D	15.A	16.B	17.D	18.B	19.A	20.D
21.B	22.B	23.C	24.D	25.A	26.D	27.A	28.C	29.C	30.C
31.D	32.B	33.A	34.B	35.B	36.C	37.B	38.B	39.B	40.C
41.B.C	42.A	43.D	44.D	45.B	46.C	47.A	48.D	49.D	50.B

Câu 1: Cho khối lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $\frac{2}{3}a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn D

Lăng trụ tứ giác đều có đáy là hình vuông và cạnh bên vuông góc với đáy.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V = a^2.2a = 2a^3$.

Câu 2: Cho số phức $z = 6 + 7i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = 7 - 6i$. **B.** $\bar{z} = -7 + 6i$. **C.** $\bar{z} = 6 - 7i$. **D.** $\bar{z} = -6 - 7i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 6 - 7i$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = (x-3)^{-6}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Vì -6 là số nguyên âm nên điều kiện của hàm số đã cho là $x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = (x-3)^{-6}$ là $D = \mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Câu 4: Họ nguyên hàm của hàm số $y = 3^{x+1}$ là

A. $\int 3^{x+1}\mathrm{d}x = 3^x \ln 3 + C$. **B.** $\int 3^{x+1}\mathrm{d}x = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

C. $\int 3^{x+1}\mathrm{d}x = 3^{x+1}\ln 3 + C$. **D.** $\int 3^{x+1}\mathrm{d}x = \frac{3^{x+1}}{\ln 3} + C$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $\int 3^{x+1}\mathrm{d}x = \int 3^{x+1}\mathrm{d}(x+1) = \frac{3^{x+1}}{\ln 3} + C$.

Câu 5: Số cách xếp 5 học sinh ngồi vào một dãy gồm 8 chiếc ghế bằng

A. A_8^5. **B.** C_8^5. **C.** $5!$. **D.** $8!$.

Lời giải

Chọn A

Số cách xếp 5 học sinh ngồi vào một dãy gồm 8 chiếc ghế bằng A_8^5.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra số điểm cực trị của hàm số là 3.

Câu 7: Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_2^5 f(x)dx = -4$ thì $\int_1^5 f(x)dx$

A. -1. **B.** 1. **C.** -12. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_1^5 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx = 3 - 4 = -1$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(4;2;-1)$. Toạ độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(5;-1;1)$. **B.** $(-3;-5;3)$. **C.** $(3;5;-3)$. **D.** $(-5;1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Toạ độ của vectơ $\overrightarrow{AB} = (3;5;-3)$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x \geq 2$ là

A. $\left(\frac{1}{4};+\infty\right)$ **B.** $\left[\frac{1}{4};+\infty\right)$ **C.** $\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$ **D.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$

Lời giải

Chọn C

Ta có $4^x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq \log_4 2 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$.

Câu 10: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 4$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(0;-4)$. **B.** $N(-4;0)$. **C.** $M(0;4)$. **D.** $P(-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy $-4=0^3-3.0^2+5.0-4$ nên đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+5x-4$ đi qua điểm $Q(0;-4)$.

Câu 11: Trên khoảng $(0;+\infty)$, hàm số $y=\log_3 x$ có đạo hàm là

A. $y'=\dfrac{x}{\ln 3}$. **B.** $y'=x\ln 3$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 3}{x}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+5z-3=0$. Một vecto pháp tuyến của (P) có tọa độ là

A. $(2;0;5)$. **B.** $(2;5-3)$. **C.** $(5;0;2)$. **D.** $(2;-3;5)$.

Lời giải

Chọn A

Vecto pháp tuyến của (P) là $(2;0;5)$.

Câu 13: Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng 18 và chiều cao bằng 7 là

A. 378. **B.** 42. **C.** 126. **D.** 25.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V=\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{1}{3}.18.7=42$.

Câu 14: Cho các số phức $z_1=3-2i$ và $z_2=-5+4i$, khi đó z_1+z_2 bằng

A. $-8+6i$. **B.** $2-2i$. **C.** $8-6i$. **D.** $-2+2i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1+z_2=-2+2i$.

Câu 15: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{3x+5}$ là đường thẳng

A. $y=\dfrac{2}{3}$. **B.** $y=-\dfrac{5}{3}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{5}{3}\right\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-1}{3x+5} = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{3+\dfrac{5}{x}} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow y = \dfrac{2}{3}$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, tâm mặt cầu $(S):(x-3)^2+y^2+(z+5)^2=16$ có toạ độ là

A. $(-3;0;-5)$. **B.** $(3;0;-5)$. **C.** $(3;0;5)$. **D.** $(-3;0;5)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S):(x-3)^2+y^2+(z+5)^2=16$ có toạ độ tâm là $(3;0;-5)$.

Câu 17: Thể tích khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h được tính theo công thức nào dưới đây

A. $V=\frac{1}{3}r^2h$. **B.** $V=\pi r^2h$. **C.** $V=2\pi r^2h$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Chọn D

Câu 18: Nghiệm của phương trình $\log_3(x+5)=2$ là.

A. $x=-4$. **B.** $x=4$. **C.** $x=1$. **D.** $x=14$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>-5$.

Khi đó: $\log_3(x+5)=2 \Leftrightarrow x+5=3^2 \Leftrightarrow x=4$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 20: Nếu $\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x=5$ thì $2\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

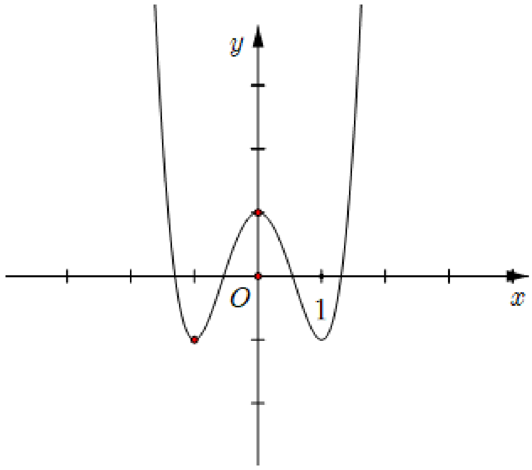
A. 1. **B.** 15 **C.** 20. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x=5 \Rightarrow 2\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x=10$.

Câu 21: Hàm số nào có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y=2x^4-4x^2-1$. **B.** $y=2x^4-4x^2+1$. **C.** $y=-x^4+4x^2+1$. **D.** $y=2x^4+4x^2+1$.

Lời giải

Chọn B

- Dựa vào đồ thị ta có : $x=0 \Rightarrow y=1$ loại A

- Hàm số đồng biến $(1;+\infty)$ $\Rightarrow$ loại C

- Hàm số có $a.c<0$ $\Rightarrow$ làm số có 3 cực trị $\Rightarrow$ chọn B

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=3+t \end{cases}$. Một vectơ chỉ phương của d có toạ độ là

A. $(2;1;1)$. **B.** $(2;-1;1)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(2;0;0)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 23: Diện tích mặt cầu có bán kính r bằng

A. $4\pi r^3$. **B.** $\frac{4}{3}\pi r^2$. **C.** $4\pi r^2$. **D.** $2\pi r^2$.

Lời giải

Chọn C

Câu 24: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, số phức $z=2i$ được biểu diễn bởi điểm nào sau đây?

A. $Q(0;-2)$. **B.** $M(2;0)$. **C.** $N(-2;0)$. **D.** $P(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Điểm biểu diễn số phức $z=2i$ là $P(0;2)$.

Câu 25: Với mọi số thực a dương, $\log_3(3a^2)$ bằng

A. $1+2\log_3 a$. **B.** $3\log_3 a$. **C.** $2+3\log_3 a$. **D.** $1+\log_3 a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3(3a^2) = \log_3 3 + \log_3 a^2 = 1 + 2\log_3 a$.

Câu 26: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$ và công bội $q = 6$. Giá trị của u_2 bằng

A. 1. **B.** 11. **C.** 3. **D.** 30.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_2 = u_1 q = 5.6 = 30$.

Câu 27: Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** -4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Có $y' = 3x^2 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Có $y'' = 6x - 6$, $y''(0) = -6 < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CĐ} = y(0) = 2$.

Câu 28: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x - 2 = 0$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** -2. **C.** $\frac{9}{4}$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$

Ta có $\log_2^2 x + \log_2 x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2\ (tm) \\ x = \frac{1}{4}\ (tm) \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{\frac{1}{4}; 2\right\}$, tổng các nghiệm của phương trình đã cho là $2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$.

Câu 29: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^4 - 2x^2 - 4$. **B.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

C. $y = -x^3 - 3x^2 - 3x - 4$. **D.** $y = x^3 + x + 1$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = -x^3 - 3x^2 - 3x - 4$, có

$y' = -3x^2 - 6x - 3 = -3(x^2 + 2x + 1) = -3(x+1)^2 \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

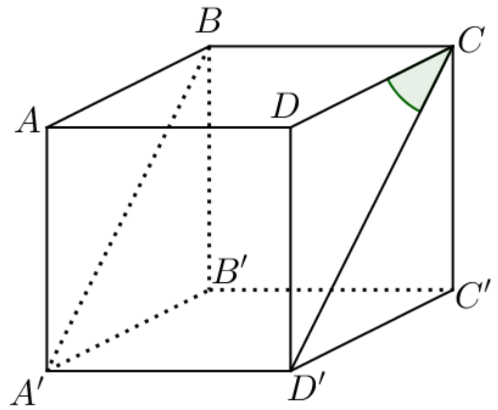
$y'=0$ khi $x=-1$. Vậy nên hàm số này luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn C



Ta có $BA'//CD' \Rightarrow \widehat{(BA',CD)} = \widehat{(CD,CD')} = \widehat{DCD'} = 45^0$.

Câu 31: Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{5}{18}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi A là biến cố "rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn".

Nhận xét: Trong 9 chiếc thẻ có 4 chiếc thẻ đánh số chẵn và 4 chiếc thẻ đánh số lẻ nên $n(A) = C_4^2 + C_4^1.C_5^1 = 26$. Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{13}{18}$.

Câu 32: Trên đoạn $[2;4]$, hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x = \frac{33}{2}$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 2x - \frac{2}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \notin (2;4)$.

Mặt khác: $y(2) = 5; y(4) = \frac{33}{2} \Rightarrow \max\limits_{[2;4]} y = \frac{33}{2}$ khi $x = 4$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và vuông góc với đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{3}$ có phương trình là

A. $2x-y+3z+9=0$. **B.** $2x-y+3z-4=0$.

C. $x-2y-4=0$. **D.** $2x-y+3z+4=0$.

Lời giải

Chọn A

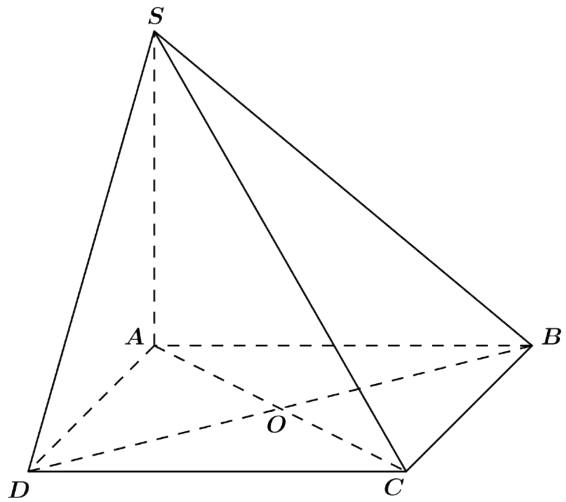
Đường thẳng d có vectơ chỉ phương: $\overrightarrow{u_d}=(2;-1;3)$.

$(P)\perp d\Rightarrow(P)$ có VTPT $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{u_d}=(2;-1;3)$.

$A(1;2;-3)\in(P)\Rightarrow(P):2(x-1)-(y-2)+3(z+3)=0$

$\Leftrightarrow 2x-y+3z+9=0$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=2a$. (*Tham khảo hình vẽ dưới*)

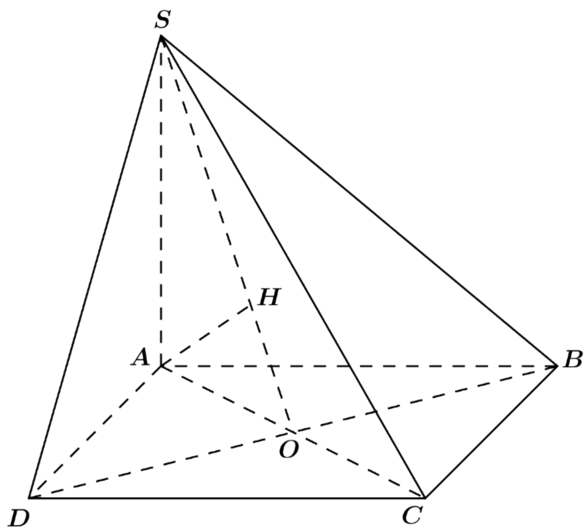


Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{a}{3}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{4a}{9}$.

Lời giải

Chọn B



Trong mặt phẳng (SAO), gọi H là hình chiếu của A lên SO.

Ta có:

$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AH.$$

$$\begin{cases} AH \perp BD \\ AH \perp SO \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow d\left(A,(SBD)\right) = AH.$$

ΔSAO vuông tại A, $AO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AO^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a}{3}.$$

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^3 + \cos x + C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x^3 - \cos x + C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 6x - \cos x + C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 6x + \cos x + C.$

Lời giải

Chọn B

Câu 36: Nếu $\int_0^3 \left[4f(x) - 3x^2\right]\mathrm{d}x = 5$ thì $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 18. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^3 \left[4f(x) - 3x^2\right]\mathrm{d}x = 5 \Leftrightarrow 4\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x - \int_0^3 3x^2\mathrm{d}x = 5 \Leftrightarrow 4\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 32 \Leftrightarrow \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 8$$

Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\bar{z} = 1 - 3i$. Phần ảo của z bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $-\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$(1+i)\bar{z} = 1 - 3i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1-3i}{1+i} = -1 - 2i \Rightarrow z = -1 + 2i.$$

Vậy phần ảo của z bằng 2.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$. Phương trình mặt phẳng nào dưới đây chứa trục hoành và tiếp xúc với (S)?

A. $3y - 4z + 1 = 0$. **B.** $3y - 4z = 0$.

C. $4y + 3z = 0$. **D.** $4x + 3y = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;2;-1)$ và bán kính $R=2$.

Phương trình mặt phẳng chứa trục hoành có dạng $By+Cz=0(B,C\neq 0)$.

Do đó loại phương án A và D

Xét phương án B ta có $(P):3y-4z=0$ .Vì $d(I,(P))=\frac{|3.2-4.(-1)|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{10}{5}=2$ nên (P) tiếp xúc với mặt cầu (S).

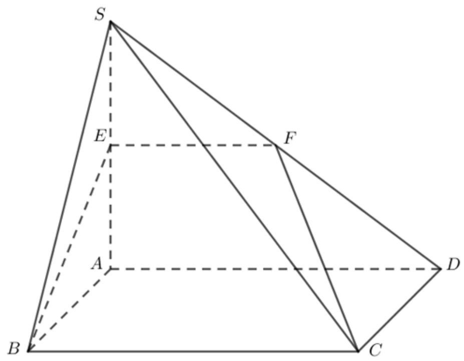
Xét phương án C ta có $(Q):4y+3z=0$. Vì $d(I,(Q))=\frac{|4.2+3.(-1)|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1\neq 2$ nên (Q) không tiếp xúc với mặt cầu (S).

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=2, AD=4$, SA vuông góc với mặt đáy, SB tạo với đáy góc 60^0, điểm E thuộc cạnh SA và $AE=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. Mặt phẳng (BCE) cắt SD tại F. Thể tích khối đa diện $ABCDEF$ bằng

A. $\frac{64\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{64\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{80\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Xét (BEC) và (SAD) có điểm E chung và BC song song AD nên giao tuyến là đường thẳng qua E và song song AD cắt SD tại F.

Góc giữa SB với đáy bằng $60^0 \Rightarrow \widehat{SBA}=60^0 \Rightarrow SA=AB.\tan 60^0=2\sqrt{3}$

Mặt khác $AE=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ nên $AE=\frac{1}{3}SA \Rightarrow SE=\frac{2}{3}SA$

Xét ΔSAD ta có: $\frac{SE}{SA}=\frac{SF}{SD}=\frac{2}{3}$

Ta có: $\frac{V_{SBEC}}{V_{SBAC}}=\frac{SE}{SA}=\frac{2}{3} \Rightarrow V_{SBEC}=\frac{2}{3}V_{SBAC} \Rightarrow V_{SBEC}=\frac{1}{3}V_{SABCD}$

$$\frac{V_{SEFC}}{V_{SADC}}=\frac{SE}{SA}.\frac{SF}{SD}=\frac{2}{3}.\frac{2}{3}=\frac{4}{9}\Rightarrow V_{SEFC}=\frac{4}{9}V_{SADC}\Rightarrow V_{SEFC}=\frac{2}{9}V_{SABCD}$$

Khi đó $V_{SBCFE}=V_{SBEC}+V_{SEFC}=\frac{1}{3}V_{SABCD}+\frac{2}{9}V_{SABCD}=\frac{5}{9}V_{SABCD}$

Suy ra $V_{ABCDFE}=\frac{4}{9}V_{SABCD}=\frac{4}{9}.\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{4}{9}.\frac{1}{3}.2\sqrt{3}.2.4=\frac{64\sqrt{3}}{27}$

Câu 40: Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{\sqrt{x^2+1}}\left(\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}\right)$. Có bao nhiêu số nguyên dương m thỏa mãn bất phương

trình $f\left(m-7\right)+f\left(\frac{12}{m+1}\right)<0$?

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{\sqrt{x^2+1}}\left(\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}\right)$ xác định $\forall x\in\mathbb{R}$.

Khi đó với $-x\in\mathbb{R}$, ta có $f(-x)=\mathrm{e}^{\sqrt{x^2+1}}\left(\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^{x}\right)=-f\left(x\right)$.

Suy ra $f(x)$ là hàm số lẻ. (1)

Mặt khác $f(x)=\mathrm{e}^{\sqrt{x^2+1}+x}-\mathrm{e}^{\sqrt{x^2+1}-x}\Rightarrow f'(x)=\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}+1\right)\mathrm{e}^{\sqrt{x^2+1}+x}-\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1\right)\mathrm{e}^{\sqrt{x^2+1}-x}$

$=\left(\frac{x+\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}\right)\mathrm{e}^{\sqrt{x^2+1}+x}+\left(\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2+1}}\right)\mathrm{e}^{\sqrt{x^2+1}-x}>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. (2)

Ta có $f\left(m-7\right)+f\left(\frac{12}{m+1}\right)<0\Leftrightarrow f\left(m-7\right)<-f\left(\frac{12}{m+1}\right)$.

Theo (1) suy ra $\Leftrightarrow f\left(m-7\right)<f\left(-\frac{12}{m+1}\right)$.

Theo (2) ta được $m-7<-\frac{12}{m+1}\Leftrightarrow\frac{m^2-6m+5}{m+1}<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<m<5\\ m<-1\end{array}\right.$.

Vì $m\in\mathbb{Z}^+$ nên $m\in\left\{2;3;4\right\}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x^3+3x+1)=x+3$. Tính $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x$

A. 192 **B.** $\frac{4}{57}$ **C.** $\frac{57}{4}$ **D.** 196

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = x^3 + 3x + 1 \Rightarrow dt = (3x^2 + 3)dx$ và $f(t) = x + 3$.

Xét $I = \int_1^5 f(x)dx = \int_1^5 f(t)dt$.

$t = 1 \Rightarrow x = 0;\ t = 5 \Rightarrow x = 1$.

Khi đó $I = \int_0^1 (x+3)(3x^2+3)dx = \dfrac{57}{4}$

Câu 42: Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2 - (a-3)z + a^2 + a = 0$ có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

A. 4 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

Lời giải

Chọn A

Ta có $\Delta = (a-3)^2 - 4(a^2 + a) = -3a^2 - 10a + 9$.

Trường hợp 1: $\Delta \ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{-5-2\sqrt{13}}{3} \le a \le \dfrac{-5+2\sqrt{13}}{3}$, phương trình có hai nghiệm thực.

Theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = a - 3 \\ z_1 z_2 = a^2 + a \end{cases}$. Khi đó

$|z_1 - z_2|^2 = (z_1 + z_2)^2 - 4z_1 z_2 \Leftrightarrow -4(a^2 + a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = -1 \end{array}\right.$ (nhận).

Trường hợp 2: $\Delta < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a < \dfrac{-5-2\sqrt{13}}{3} \\ a > \dfrac{-5+2\sqrt{13}}{3} \end{array}\right.$, phương trình có hai nghiệm là hai số phức liên hợp.

Giả sử $z_1 = a - 3 + i\sqrt{-\Delta}$ là một nghiệm của phương trình, ta có $z_2 = a - 3 - i\sqrt{-\Delta}$ là nghiệm còn lại.

Khi đó $z_1 + z_2 = 2(a-3)$ và $z_1 - z_2 = 2i\sqrt{-\Delta}$ suy ra

$|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow |a-3| = \sqrt{-\Delta} \Leftrightarrow (a-3)^2 = 3a^2 + 10a - 9 \Leftrightarrow 2a^2 + 16a = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = -9 \end{array}\right.$ (nhận).

Vậy có 4 số phức z thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 43: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m - 4|$ có đúng 5 điểm cực trị là

A. $[4;\ 8]$. **B.** $[-4;\ 0]$. **C.** $(-4;\ 0)$. **D.** $(4;8)$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2+m-4 \Rightarrow f'(x)=3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

BBT:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$m-4$	$\searrow$	$m-8$	$\nearrow$	$+\infty$

Để hàm số $y=\left|x^3-3x^2+m-4\right|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow (m-4)(m-8)<0 \Leftrightarrow 4<m<8$.

Câu 44: Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$; với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1; 3 và 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{32}{3}$. **B.** $\frac{64}{9}$. **C.** $\frac{125}{12}$. **D.** $\frac{131}{12}$.

Lời giải

Chọn D

$\begin{cases} f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x \\ g(x)=mx^3+nx^2-x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(0)=3 \\ g'(0)=-1 \end{cases}$.

Do hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1; 3 và 4

$\Rightarrow f'(x)-g'(x)=a(x+1)(x-3)(x-4)$

Mà $\begin{cases} f'(0)=3 \\ g'(0)=-1 \end{cases} \Rightarrow f'(x)-g'(x)=\frac{1}{3}(x+1)(x-3)(x-4)$

$\Rightarrow S=\int_{-1}^{4}\left|f'(x)-g'(x)\right|dx=\int_{-1}^{4}\left|\frac{1}{3}(x+1)(x-3)(x-4)\right|dx=\frac{131}{12}$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f'(f(x))=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=5 \end{array}\right.$.

Suy ra $f'(f(x))=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=-2 \\ f(x)=5 \end{array}\right.$.

Từ bảng biến thiên ta thấy:

Phương trình $f(x)=-2$ có một nghiệm.

Phương trình $f(x)=5$ có một nghiệm.

Vậy phương trình $f'(f(x))=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 46: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+3+2i|=1$ và $|z_2+2-i|=1$. Xét các số phức $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $2a-b=0$. Khi biểu thức $T=|z-z_1|+|z-2z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị biểu thức $P=a^2+b^2$ bằng

A. 4. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 10.

Lời giải

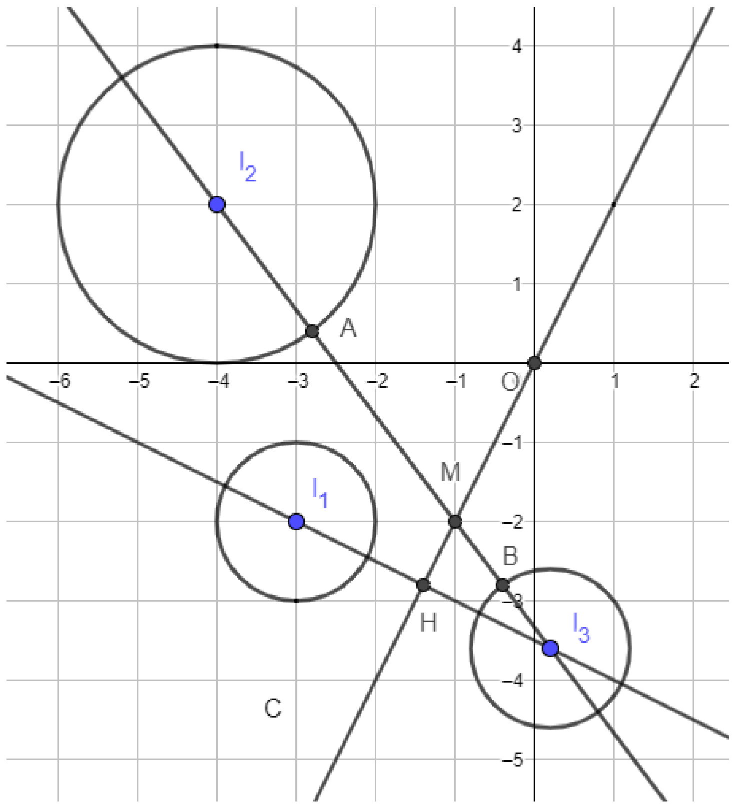
Chọn C

Gọi M_1, M_2, M lần lượt là điểm biểu diễn cho số phức z_1, $2z_2$, z trên hệ trục tọa độ Oxy. Khi đó, điểm M_1 thuộc đường tròn (C_1) tâm $I_1(-3;-2)$, bán kính $R_1=1$; điểm M_2 thuộc đường (C_2) tròn tâm $I_2(-4;2)$, bán kính $R_2=2$; điểm M thuộc đường thẳng $d: 2x-y=0$.

Khi đó bài toán tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|z-z_1|+|z-2z_2|$ trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $P=MM_1+MM_2$.

Gọi (C_3) có tâm $I_3\left(\frac{1}{5};-\frac{18}{5}\right)$, $R_3=1$ là đường tròn đối xứng với (C_1) qua d. Khi đó $\min(MM_1+MM_2)=\min(MM_3+MM_2)$ với $M_3\in(C_3)$.

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đoạn thẳng I_2I_3 với (C_2), (C_3) (Quan sát hình vẽ).



Khi đó với mọi điểm $M_2 \in (C_2)$, $M_3 \in (C_3)$, $M \in d$ ta có $MM_2 + MM_3 \geq AB$, dấu "=" xảy ra khi $M_1 \equiv A, M_3 \equiv B$. Do đó $P_{\min} = AB = I_2I_3 - 3 = \sqrt{\left(\frac{1}{5}+4\right)^2 + \left(-\frac{18}{5}-2\right)^2} - 3 = 4$.

Ta có M là giao điểm của I_2I_3 với d. Suy ra $M(-1;-2)$.

Vậy $\begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = 5$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e\ (a \neq 0)$ có đồ thị (C). Biết rằng (C) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt là $A(x_1;0)$, $B(x_2;0)$, $C(x_3;0), D(x_4;0)$; với x_1, x_2, x_3, x_4 theo thứ tự lập thành cấp số cộng và hai tiếp tuyến của (C) tại A, B vuông góc với nhau. Khi đó, giá trị của biểu thức $P = \left[f'(x_3) + f'(x_4)\right]^{2022}$ bằng

A. $\left(\frac{4}{3}\right)^{1011}$. **B.** $\left(\frac{4}{3}\right)^{2022}$. **C.** $\left(\frac{4a}{3}\right)^{1011}$. **D.** $\left(\frac{4a}{3}\right)^{2022}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi g là công sai của cấp số cộng, khi đó:

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(x)=a(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)+(x-x_1)\left[a(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)\right]' \Rightarrow f'(x_1)=-6ag^3 \\ f'(x)=a(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)+(x-x_2)\left[a(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)\right]' \Rightarrow f'(x_2)=2ag^3 \\ f'(x)=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)+(x-x_3)\left[a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)\right]' \Rightarrow f'(x_3)=-2ag^3 \\ f'(x)=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)+(x-x_4)\left[a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)\right]' \Rightarrow f'(x_4)=6ag^3 \end{cases}$$

Do tiếp tuyến tại $A(x_1;0)$, $B(x_2;0)$ vuông góc nhau nên $f'(x_1)f'(x_2)=-1 \Leftrightarrow a^2g^6=\dfrac{1}{12}$

Ta có $P=\left[f'(x_3)+f'(x_4)\right]^{2022}=\left(4ag^3\right)^{2022}=\left(16a^2g^6\right)^{1011}=\left(\dfrac{4}{3}\right)^{1011}$.

Câu 48: Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu hỏi độc lập. Mỗi câu hỏi có 4 đáp án trả lời, trong đó chỉ có một đáp án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm, câu trả lời sai được 0 điểm. Học sinh A làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên câu trả lời cho tất cả 50 câu hỏi. Biết xác suất làm đúng k câu hỏi của học sinh A đạt giá trị lớn nhất, khi đó giá trị k bằng

A. 11. **B.** 10. **C.** 13. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

Gọi B là biến cố "Làm đúng k câu hỏi của học sinh A".

Xác suất để làm đúng một câu là $\dfrac{1}{4}$, xác suất để làm sai một câu là $\dfrac{3}{4}$

Theo quy tắc nhân xác suất ta có xác suất của biến cố B là

$$P_k(B)=C_{50}^k\frac{1}{4^k}\left(\frac{3}{4}\right)^{50-k}=\frac{C_{50}^k}{3^k}\left(\frac{3}{4}\right)^{50}.$$

Xét bất phương trình $P_k(B)\ge P_{k+1}(B)\Leftrightarrow \dfrac{C_{50}^k}{3^k}\left(\dfrac{3}{4}\right)^{50}\ge \dfrac{C_{50}^{k+1}}{3^{k+1}}\left(\dfrac{3}{4}\right)^{50}\Leftrightarrow 3C_{50}^k\ge C_{50}^{k+1}$

$$\Leftrightarrow \frac{3.50!}{k!(50-k)!}\ge\frac{50!}{(k+1)!(49-k)!}\Leftrightarrow 3(k+1)!(49-k)!\ge k!(50-k)!\Leftrightarrow 3(k+1)\ge 50-k\Leftrightarrow k\ge\frac{47}{4}$$

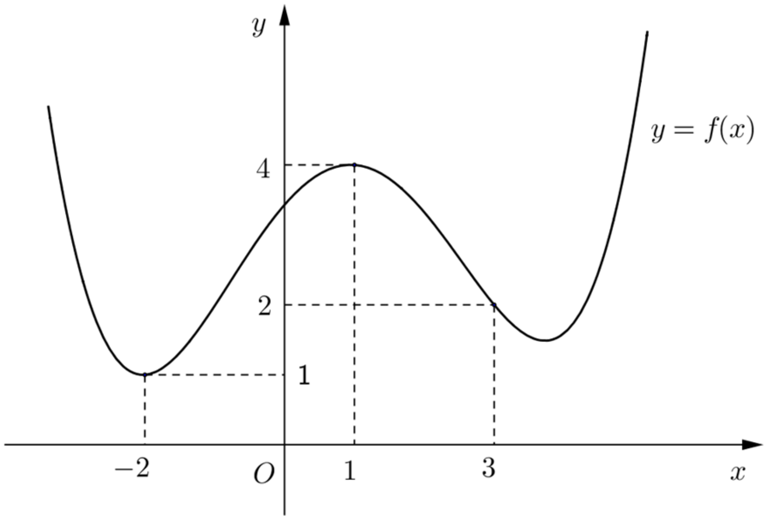
Xét bất phương trình $P_{k-1}(B)\le P_k(B)\Leftrightarrow \dfrac{C_{50}^{k-1}}{3^{k-1}}\left(\dfrac{3}{4}\right)^{50}\le \dfrac{C_{50}^{k}}{3^{k}}\left(\dfrac{3}{4}\right)^{50}\Leftrightarrow 3C_{50}^{k-1}\le C_{50}^{k}$

$$\Leftrightarrow \frac{3.50!}{(k-1)!(51-k)!}\le\frac{50!}{k!(50-k)!}\Leftrightarrow 3.k!(50-k)!\le(k-1)!(51-k)!\Leftrightarrow 3k\le 51-k\Leftrightarrow k\le\frac{51}{4}$$

Khi đó $\dfrac{47}{4}\le k\le\dfrac{51}{4}$ mà $k\in\mathbb{N}^*\Rightarrow k=12$.

Vậy Xác suất làm đúng k câu hỏi của học sinh A đạt giá trị lớn nhất là $\dfrac{C_{50}^{12}3^{38}}{4^{50}}$ xảy ra khi $k=12$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m không vượt quá 2022 để bất phương trình $\dfrac{m}{f(x)}-\sqrt{mf(x)}-1\ge\dfrac{3}{4}f^2(x)$ đúng với mọi $x\in[-2;3]$?

A. 1875 **B.** 1872 **C.** 1874 **D.** 1873

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $mf(x)\ge 0$. Do $x\in[-2;3]$ thì $f(x)\ge 0$ nên: $m\ge 0$.

Ta có: $\dfrac{m}{f(x)}-\sqrt{mf(x)}-1\ge\dfrac{3}{4}f^2(x)\Leftrightarrow\dfrac{m}{f(x)}-\sqrt{mf(x)}+\dfrac{f^2(x)}{4}\ge f^2(x)+1$

$$\Leftrightarrow\left[\sqrt{\frac{m}{f(x)}}-\frac{f(x)}{2}\right]^2\ge f^2(x)+1$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{\dfrac{m}{f(x)}}-\dfrac{f(x)}{2}\ge\sqrt{f^2(x)+1}\\ \sqrt{\dfrac{m}{f(x)}}-\dfrac{f(x)}{2}\le-\sqrt{f^2(x)+1}\end{array}\right.$$

Nên: $\sqrt{m}\ge\sqrt{\left[f^2(x)+1\right]f(x)}+\dfrac{1}{2}f(x)\sqrt{f(x)}\ \vee$

$\sqrt{m}\le-\sqrt{\left[f^2(x)+1\right]f(x)}+\dfrac{1}{2}f(x)\sqrt{f(x)}$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{m}\ge\max\limits_{[-2;3]}\left\{\sqrt{\left[f^2(x)+1\right]f(x)}+\dfrac{1}{2}f(x)\sqrt{f(x)}\right\}\\ \sqrt{m}\le\min\limits_{[-2;3]}\left\{-\sqrt{\left[f^2(x)+1\right]f(x)}+\dfrac{1}{2}f(x)\sqrt{f(x)}\right\}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{m}\ge4+2\sqrt{17}\\ \sqrt{m}\le4-2\sqrt{17}\end{array}\right.$$

Nên: $m \ge \left(4+2\sqrt{17}\right)^2 \approx 149,96$. Kết hợp với $m \in \mathbb{Z}$ thì có 1873 giá trị m thỏa mãn.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): mx-3y-(2m-3)z-9=0$ (m là tham số thực) và mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-1)^2+z^2=16$. Biết rằng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất, khi đó khoảng cách từ điểm $A(-1;2;3)$ đến (P) bằng

A. $\sqrt{11}$. **B.** $\frac{13\sqrt{11}}{11}$. **C.** $\frac{\sqrt{11}}{11}$. **D.** $\frac{2\sqrt{11}}{11}$.

Lời giải

Chọn B

Khi (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất thì khoảng cách từ tâm I của mặt cầu đến mặt phẳng (P) là lớn nhất.

Ta có: $d(I;(P)) = \dfrac{|m-12|}{\sqrt{m^2+(2m-3)^2+9}} = \dfrac{|m-12|}{\sqrt{5m^2-12m+18}}$

Xét hàm số: $f(x) = \dfrac{(x-12)^2}{5x^2-12x+18}$. Khảo sát hàm số tìm được: $\max f(x) = f(1) = 11$

Nên: $d(I;(P))_{\max} = \sqrt{11}$ khi $m=1$. Khi đó $(P): x-3y+z-9=0$

Vậy $d(A;(P)) = \dfrac{|-1-6+3-9|}{\sqrt{1^2+(-3)^2+1^2}} = \dfrac{13\sqrt{11}}{11}$