

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - 2 \cos x}{\sin x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

A. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

B. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số chẵn.

C. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

D. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

Câu 3. Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$?

A. $y = \cos x$.

B. $y = \sin x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \cot 2x$.

Câu 4. Giá trị hàm số $y = \tan x$ tại $x = -\frac{\pi}{6}$ bằng

A. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $-\sqrt{3}$.

Câu 5. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos 3x$ lần lượt bằng

A. 1 và -1.

B. 3 và -3.

C. 3 và 0.

D. 1 và 0.

Câu 6. Phương trình $\sin x = -1$ có nghiệm là

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7. Phương trình $\cos x - 2m = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $-1 \leq m \leq 1$.

B. $0 \leq m \leq 2$.

C. $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$.

D. $\begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ m < -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 8. Để đi từ thành phố A đến thành phố B có 3 con đường đi khác nhau, để đi từ thành phố B đến thành phố C có 5 con đường đi khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến C mà qua B?

A. 8.

B. 15.

C. 3.

D. 5.

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u} = (1; -2)$ biến điểm $M(-4; 1)$ thành điểm nào sau đây?

A. $M_1(-5; 3)$.

B. $M_2\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

C. $M_3(5; -3)$.

D. $M_4(-3; -1)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm $A(1; -2)$ là ảnh của điểm nào qua phép quay $Q_{(O, 180^\circ)}$?

- A. $M(-1; 2)$. B. $N(1; 2)$. C. $P(-1; -2)$. D. $Q(2; -1)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép quay $Q_{(O, -90^\circ)}$ biến đường thẳng $d: x + 2y - 3 = 0$ thành đường thẳng có phương trình

- A. $x + 2y + 3 = 0$. B. $2x - y - 3 = 0$. C. $2x - y + 3 = 0$. D. $x - 2y - 3 = 0$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-1; 2), B(2; 3), C(-1; 4)$. Khi phép vị tự $V_{(O; 2)}$ biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$, thì trọng tâm tam giác $A'B'C'$ có tọa độ là

- A. $(0; 3)$. B. $(0; -3)$. C. $(0; 6)$. D. $(0; -6)$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 13. (2,5 điểm)

Giải các phương trình sau

- a) $2 \sin x - 1 = 0$. b) $\tan x + \sqrt{3} = 0$. c) $\cos x - \cos 2x + 2 = 0$.

Câu 14. (1,0 điểm)

Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5 và có bốn chữ số đôi một khác nhau?

Câu 15. (2,5 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(-1; 4)$ và đường tròn $(C): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$.

- a) Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (1; -3)$.
b) Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự $V_{(O; -2)}$.

Câu 16. (1,0 điểm)

a) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 \sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 3$.

b) Cho phương trình $(2 \sin x - 1)(3 \cos 2x + 2 \sin x - m) = 3 - 4 \cos^2 x$. Tìm tất cả giá trị của

tham số m để phương trình có đúng ba nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

----- Hết -----

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm): Mỗi câu trả lời đúng 0,25 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	B	C	A	A	B	C	B	D	A	B	C

II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu	Lời giải sơ lược	Điểm
13. (2,5 điểm)		
a)	$2\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$	0,5
b)	$\tan x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\sqrt{3} = \tan \left(-\frac{\pi}{3}\right)$	0,5
	$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$	0,5
c)	$\cos x - \cos 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow \cos x - (2\cos^2 x - 1) + 2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{3}{2} (L) \end{cases}$	
	Với $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$	0,25
14. (1,0 điểm)		
a)	Gọi số cần lập có dạng $n = \overline{abcd}$, với a, b, c, d lấy từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 và đôi một khác nhau ($a \neq 0$). Do n chia hết cho 5, nên để tạo ra n , ta xét 2 trường hợp sau: +) TH1: $d = 0 \Rightarrow n = \overline{abc0}$. • Chọn a : Có 6 cách chọn, từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6. • Chọn b : Có 5 cách chọn (trừ chữ số đã chọn cho a). • Chọn c : Có 4 cách chọn (trừ các chữ số đã chọn cho a, b). Theo quy tắc nhân, có tất cả $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ số dạng này.	0,5
	+) TH2: $d = 5 \Rightarrow n = \overline{abc5}$. • Chọn a : Có 5 cách chọn, từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 6. • Chọn b : Có 5 cách chọn (trừ chữ số đã chọn cho a và chữ số 5). • Chọn c : Có 4 cách chọn (trừ các chữ số đã chọn cho a, b và chữ số 5). Theo quy tắc nhân, có tất cả $5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$ số dạng này. Vậy theo quy tắc cộng, có tất cả $120 + 100 = 220$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0,5
15. (2,5 điểm)		
a)	Ta có $T_u: A(-1; 4) \mapsto A'(x'; y') \Rightarrow \begin{cases} x' = x + a = -1 + 1 = 0 \\ y' = y + b = 4 - 3 = 1 \end{cases}$.	1,0
	Vậy $A'(0; 1)$.	0,5
b)	(C) có tâm $I(2; -1)$ và bán kính $R = 2$.	0,25

	$V_{(0;-2)} : I(2;-1) \mapsto I'(x';y') \Rightarrow \begin{cases} x' = -2.2 = -4 \\ y' = -2.(-1) = 2 \end{cases} \Rightarrow I'(-4;2).$	0,25
	Do phép $V_{(0;-2)}$ biến (C) thành (C') nên (C') có tâm $I'(-4;2)$ và bán kính $R' = 2.R = 4$.	0,25
	Vậy $(C') : (x+4)^2 + (y-2)^2 = 16$.	0,25

16. (1,0 điểm)

	Ta có $y = 2 \sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 3 = 1 - \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x + 3$	0,25										
	$y = 4 - 2 \left(\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x \right) = 4 - 2 \cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right)$. Dễ thấy $2 \leq y \leq 6, \forall x \in \mathbb{R}$, nên											
a)	+) Giá trị lớn nhất của hàm số là 6, khi $\cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = -1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.	0,25										
	+) Giá trị nhỏ nhất của hàm số là 2, khi $\cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.											
	$(2 \sin x - 1)(3 \cos 2x + 2 \sin x - m) = 3 - 4 \cos^2 x$ $\Leftrightarrow (2 \sin x - 1)(3 \cos 2x + 2 \sin x - m) = 4 \sin^2 x - 1$ $\Leftrightarrow (2 \sin x - 1)(3 \cos 2x + 2 \sin x - m) = (2 \sin x - 1)(2 \sin x + 1)$ $\Leftrightarrow (2 \sin x - 1)(3 \cos 2x - m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = \frac{m+1}{2} \end{cases}$	0,25										
b)	Xét $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$, vì $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right]$ nên ta có một nghiệm là $x = \frac{\pi}{6}$. Do đó để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì phương trình $\cos 2x = \frac{m+1}{2}$ phải có đúng hai nghiệm phân biệt khác $\frac{\pi}{6}$ trên $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right]$. Xét hàm số $y = \cos 2x$ có bảng biến thiên trên $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right]$											
	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\frac{\pi}{4}$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{\pi}{6}$</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{\pi}{4}$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$y = \cos 2x$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{1}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> </table>	x	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$y = \cos 2x$	0	1	$\frac{1}{2}$	0	0,25
x	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$								
$y = \cos 2x$	0	1	$\frac{1}{2}$	0								
	Từ BBT suy ra yêu cầu bài toán được thỏa mãn khi và chỉ khi $\begin{cases} 0 \leq \frac{m+1}{2} < 1 \\ \frac{m+1}{2} \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$											

Lưu ý: Các cách giải khác đáp án, nếu đúng vẫn cho điểm theo các bước tương ứng.