

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THPT NĂM 2020
TỈNH QUẢNG NINH

Môn thi : **TOÁN – Bảng A**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi : **01/12/2020**

Thời gian làm bài : **180 phút**, không kể thời gian giao đề

(Đề thi này có 01 trang)

Câu 1. (5 điểm)

a) Cho hàm số $y = \frac{x^2}{x+m}$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

b) Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 4x} + \frac{x^3 + 2}{x^2 + 3x}$ (1). Tìm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (1).

Câu 2. (3 điểm)

Lớp 12B lập Kế hoạch tiết kiệm 5 triệu đồng tiền tiêu vặt trong 5 tháng để ủng hộ đồng bào bị thiên tai như sau: Vào các ngày mùng 1 của các tháng 1, 2, 3, 4, 5 của năm 2021 mỗi học sinh trong lớp tiết kiệm số tiền giống nhau là A đồng và nộp lại cho lớp trưởng để lớp trưởng gửi vào ngân hàng theo hình thức lãi kép (lãi nhập vào gốc để tính lãi ở tháng tiếp theo) với lãi suất r ($r > 0$) trên một tháng (lãi suất không đổi trong suốt thời gian gửi). Hãy xây dựng công thức tính A theo r biết rằng lớp có 40 học sinh và ngày rút tiền ủng hộ là ngày 01/6/2021 (chỉ rút duy nhất một lần).

Câu 3. (3 điểm)

Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin A + 2\sin B = 3\sin C$ và $AC = 2BC \cos C$. Tính tỷ số $\frac{R}{r}$ với R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác IAB với I là trung điểm AC .

Câu 4. (5 điểm)

a) Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, biết hình chóp $A'.ABC$ là hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a , $(A'BC) \perp (AB'C')$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

b) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a, BC = a$, tam giác SAB vuông đỉnh A , tam giác SBC vuông đỉnh C , $d(A; (SBC)) = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa SB và AC theo a .

Câu 5. (2 điểm) Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} (x-2)^3 + 8y^3 + 2y + x - 2 = 0 \\ m \log_{\sqrt{2}}(x+1) - \log_2 y + 1 = 0 \end{cases} \quad (m \text{ là tham số; } x, y \in \mathbb{R}).$$

Tìm giá trị thực lớn nhất của m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ với $x > 0, y > 0$.

Câu 6. (2 điểm). Tìm số nghiệm thực của bất phương trình $(x^3 + x - 2)\sqrt{2x \log_2 x + \sqrt{1-x^2}} \geq 0$.

----- Hết -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký của giám 1: Chữ ký của giám thị 2:

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

**HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI
CẤP TỈNH THPT NĂM 2020**

Môn thi: **Toán - Bảng A**

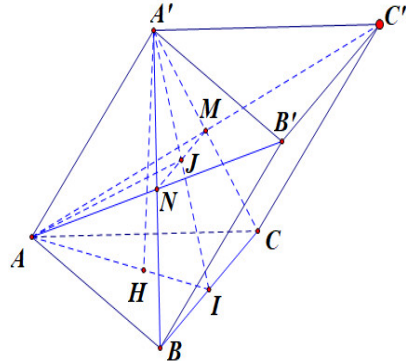
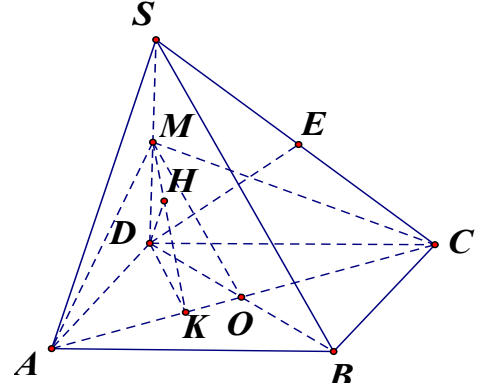
Ngày thi: **01/12/2020**

Thời gian làm bài: **180 phút**, không kể thời gian giao đề

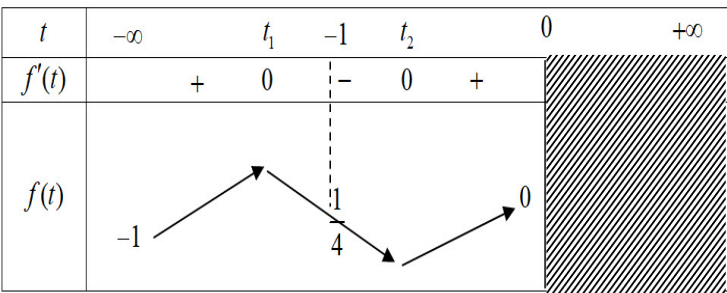
(Hướng dẫn chấm này có 05 trang)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	a	Cho hàm số $y = \frac{x^2}{x+m}$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.	2,5
		TXĐ: $D = R \setminus \{-m\}$ nên để hàm số xác định trên $(-\infty; -2) \Leftrightarrow -m \geq -2 \Leftrightarrow m \leq 2$ (1);	0,5
		$y' = \frac{x^2 + 2mx}{(x+m)^2}$	0,5
		$y' = \frac{x^2 + 2mx}{(x+m)^2}$ Để hs đồng biến trên $(-\infty; -2) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x < -2$	0,5
		$\Leftrightarrow x^2 + 2mx \geq 0, \forall x < -2 \Leftrightarrow x \leq -2m, \forall x < -2$	0,5
		$\Leftrightarrow -2 \leq -2m \Leftrightarrow m \leq 1$ kết hợp (1) suy ra $m \leq 1$	0,5
	b	Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 4x} + \frac{x^3 + 2}{x^2 + 3x}$. Tìm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó.	2,5
		Tập xác định: $D = (-\infty; -4] \cup (0; +\infty)$	0,5
		$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ (học sinh không cần lý giải)	0,5
		$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[(\sqrt{x^2 + 4x} + x) + \left(\frac{x^3 + 2}{x^2 + 3x} - x \right) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{4x}{\sqrt{x^2 + 4x} - x} + \frac{-3x^2 + 2}{x^2 + 3x} \right]$	0,5
		$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{4}{-\sqrt{1 + \frac{4}{x}} - 1} + \frac{-3 + \frac{2}{x^2}}{1 + \frac{3}{x}} \right] = -5$ suy ra $y = -5$ là tiệm cận ngang	0,5
		$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty$ (học sinh không cần lý giải) suy ra $x = 0$ là tiệm cận đứng Vậy ĐTHS có tiệm cận ngang là $y = -5$ và tiệm cận đứng là $x = 0$.	0,5
2		Lớp 12B tiết kiệm 5 triệu đồng trong 5 tháng như sau: Vào các ngày mùng 1 của các tháng 1, 2, 3, 4, 5 năm 2021 mỗi hs tiết kiệm số tiền là A đồng, nộp gửi vào ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất r / 1 tháng ($r > 0$). Hãy xây dựng công thức tính A theo r biết rằng lớp có 40 học sinh và ngày rút tiền ủng hộ là ngày 01/6/2021 (chỉ rút duy nhất 1 lần).	3,0

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
		Ngày 1/1 lớp trưởng thu được và gửi vào ngân hàng được $40A$ đồng	0,5
		Ngày 1/2 số tiền gốc và lãi gửi ngân hàng là: $40A(1+r) = 40Aq$ (với $q = 1+r$)	0,5
		Cộng số tiền hs tiết kiệm thêm nên tổng số tiền là: $40A(1+q)$	0,5
		Ngày 1/3 tổng gốc cộng lãi cộng thu từ hs được $40A(1+q+q^2)$	0,5
		... đến ngày 1/5 tổng gốc cộng lãi cộng thu từ hs là $40A(1+q+q^2+q^3+q^4)$ đến ngày 1/6 tổng số tiền gốc và lãi thu được là $40Aq(1+q+q^2+q^3+q^4)$	0,5
		Dự định tổng số tiền ủng hộ là 5 triệu nên $40Aq(1+q+q^2+q^3+q^4) = 5$	0,5
		$A = \frac{1}{8q(1+q+q^2+q^3+q^4)}$ (triệu đồng) với $q = 1+r$.	
3		Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin A + 2\sin B = 3\sin C$ và $AC = 2BC \cos C$. Tính tỷ số $\frac{R}{r}$ với R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác IAB với I là trung điểm AC	3,0
		Áp dụng định lý cosin với tam giác ABC ta có: $AC = 2BC \cos C \Leftrightarrow b = 2a \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \Leftrightarrow a = c$ nên tam giác ABC cân đỉnh B $\Rightarrow A = C$ (1)	0,5
		Do $A = C$ nên $\sin A + 2\sin B = 3\sin C \Leftrightarrow \sin B = \sin C \Leftrightarrow B = C$ (vì B và C là 2 góc trong tam giác) và do (1) nên tam giác ABC đều	0,5
		I là trung điểm AC nên $BI \perp AC$ tam giác IAB vuông đỉnh I $I \Rightarrow R = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$	0,5
		tam giác ABC đều nên $BI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; nửa chu vi ΔIAB là $p = \frac{a(3+\sqrt{3})}{4}$; $S_{ABI} = \frac{1}{2}BI \cdot AI = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$;	0,5
		do $r = \frac{S}{p} \Rightarrow r = \frac{a}{2(1+\sqrt{3})}$	0,5
		$\Rightarrow \frac{R}{r} = 1 + \sqrt{3}$	0,5
	a	Cho lăng trụ tam giác ABC.A'B'C', biết hình chóp A'.ABC là hình chóp đều cạnh đáy bằng a và $(A'BC) \perp (AB'C')$. Tính thể tích khối lăng trụ ABC.A'B'C' theo a.	2,5

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
4		Gọi H là hình chiếu của A' do $A'.ABC$ là hình chóp đều nên H là trọng tâm $\triangle ABC$; Gọi $N = AB' \cap A'B$ và $M = AC' \cap A'C$; I là trung điểm BC; trong (BCA') kẻ $A'I$ cắt MN tại J. ta có $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AH = \frac{2}{3} AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$	0,5
		Do tính chất đường trung bình nên J là trung điểm $A'I$ và J cũng là trung điểm MN. Do $\triangle A'AB = \triangle A'AC \Rightarrow AM = AN \Rightarrow AJ \perp MN$; $MN = (A'BC) \cap (AB'C')$ Mà $(A'BC) \perp (AB'C') \Rightarrow AJ \perp (A'BC) \Rightarrow AJ \perp A'I$	0,5
		$\triangle AA'I$ có AJ đồng thời là đường cao và là đường trung tuyến $\Rightarrow \triangle AA'I$ cân đỉnh $A \Rightarrow AA' = AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	0,5
		$\triangle A'AH$ vuông tại H nên ta có $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{15}}{6}$	0,5
		$S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'H = \frac{a^3\sqrt{5}}{8}$	0,5
			
b		Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a, BC = a$, tam giác SAB vuông đỉnh A, tam giác SBC vuông đỉnh C, $d(A; (SBC)) = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa SB và AC theo a.	2,5
		$AB \perp SA$ (gt) và $AB \perp AD$ nên $AB \perp SD$ (1) $BC \perp CD, BC \perp SC$ $\Rightarrow BC \perp (SCD)$ $\Rightarrow SD \perp BC$ (2) (1), (2) $\Rightarrow SD \perp (ABCD)$	0,5
			
		Kẻ $DE \perp SC$ tại E kết hợp $DE \perp BC \Rightarrow DE \perp (SBC)$ $AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = d(D, (SBC)) = DE = a\sqrt{2}$ $\triangle SCD$ vuông tại $D \Rightarrow \frac{1}{DE^2} = \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DS^2} \Rightarrow DS = \frac{DE \cdot DC}{\sqrt{DC^2 - DE^2}} = 2a$	0,5

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
		Gọi M là trung điểm SD , O là giao của AC và $DB \Rightarrow OM \parallel SB$ (tính chất đường trung bình) $\Rightarrow SB \parallel (MAC) \Rightarrow d(SB, AC) = d(SB, (MAC)) = d(B, (MAC)) = d(D, (MAC))$ (vì DB cắt (MAC) tại O là trung điểm DB)	0,5
		Kẻ $DK \perp AC$ tại K , kẻ $DH \perp MK$ tại H , do $AC \perp (MKD) \Rightarrow DH \perp AC$ mà $DH \perp MK \Rightarrow DH \perp (MAC) \Rightarrow d(D, (MAC)) = DH$	0,5
		$\triangle DAC$ vuông tại $D \Rightarrow DK = \frac{DA \cdot DC}{\sqrt{DA^2 + DC^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$, $MD = \frac{1}{2}SD = a$ $\triangle MDK$ vuông tại D nên ta có $DH = \frac{DM \cdot DK}{\sqrt{DM^2 + DK^2}} = \frac{2a}{3} \Rightarrow d(SB, AC) = \frac{2a}{3}$	0,5
5		Cho hệ phương trình $\begin{cases} (x-2)^3 + 8y^3 + 2y + x - 2 = 0 & (1) \\ m \log_{\sqrt{2}}(x+1) - \log_2 y + 1 = 0 & (2) \end{cases}$ (m là tham số). Hãy tìm giá trị lớn nhất của tham số m để hệ phương trình có nghiệm (x, y) với $x > 0, y > 0$.	2,0
		Hệ xác định với $x > 0, y > 0$; giả sử hệ có nghiệm (x, y) với $x > 0, y > 0$ ta có $(x-2)^3 + 8y^3 + 2y + x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^3 + (x-2) = (-2y)^3 + (-2y)$	0,5
		Xét hàm số $f(t) = t^3 + t \Rightarrow f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ suy ra $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow (1) \Leftrightarrow f(x-2) = f(-2y) \Leftrightarrow x-2 = -2y$	0,5
		$\Leftrightarrow 3 = x + 2y + 1 = \frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{2} + 2y \geq 3\sqrt[3]{(x+1)^2 \cdot \frac{y}{2}}$ $\Rightarrow (x+1)^2 \leq \frac{2}{y} \Leftrightarrow \log_{x+1}(\frac{y}{2}) \leq -2$ (vì $x+1 > 1, y > 0$)	0,5
		$(2) \Leftrightarrow m = \frac{\log_2 y - 1}{\log_{\sqrt{2}}(x+1)} = \frac{\log_2(\frac{y}{2})}{2 \log_2(x+1)} = \frac{1}{2} \log_{x+1}(\frac{y}{2}) \leq -1$. Khi $m = -1$ ta thấy hệ có nghiệm $(x, y) = (1; \frac{1}{2})$ vậy giá trị lớn nhất của tham số m để hệ có nghiệm là $m = -1$.	0,5
6		Tìm số nghiệm của bất phương trình $(x^3 + x - 2)\sqrt{2x \log_2 x + \sqrt{1-x^2}} \geq 0$.	2,0
		ĐKXĐ $\begin{cases} 0 < x \leq 1 \\ 2x \log_2 x + \sqrt{1-x^2} \geq 0 \end{cases}$ suy ra $0 < x \leq 1$ Ta thấy $x = 1$ là một nghiệm của bpt khi $0 < x < 1 \Rightarrow x^3 + x - 2 < 0$ nên bpt $\Leftrightarrow \sqrt{2x \log_2 x + \sqrt{1-x^2}} \leq 0 \Leftrightarrow 2x \log_2 x + \sqrt{1-x^2} = 0 (*)$	0,5

Câu	Ý	Nội dung	Điểm																					
		(*) $\Leftrightarrow 1 - x^2 = 4x^2 \log_2^2 x$, đặt $t = \log_2 x \Rightarrow x = 2^t$ ($0 < x < 1 \Leftrightarrow t < 0$, mỗi $t < 0$ ứng với một giá trị $x \in (0;1)$) PT trở thành $4^t(1 + 4t^2) - 1 = 0$ xét hàm số $f(t) = 4^t(1 + 4t^2) - 1, t \in (-\infty; 0) \Rightarrow f'(t) = 4^t(4 \ln 4.t^2 + 8t + \ln 4)$.	0,5																					
		pt $f'(t) = 0$ có 2 nghiệm âm phân biệt t_1, t_2 ($t_1 < t_2 < 0$) , $f'(-1) < 0$ $\Rightarrow t_1 < -1 < t_2$ và $\lim_{x \rightarrow 0} f(t) = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(t) = -1$ $f(-1) = \frac{1}{4}$ nên ta có BBT <table><tr><td>t</td><td>$-\infty$</td><td>t_1</td><td>-1</td><td>t_2</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> 	t	$-\infty$	t_1	-1	t_2	0	$+\infty$	$f'(t)$	+	0	-	0	+		$f(t)$							0,5
t	$-\infty$	t_1	-1	t_2	0	$+\infty$																		
$f'(t)$	+	0	-	0	+																			
$f(t)$																								
		Căn cứ BBT ta có trên khoảng $(-\infty; 0)$ pt $f(t) = 0$ có đúng 2 nghiệm âm phân biệt tương ứng pt (*) có đúng 2 nghiệm thuộc $(0;1)$. Vậy bpt đã cho có đúng 3 nghiệm.	0,5																					

Chú ý: Thí sinh làm theo các cách khác cách trong HDC nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.

----- Hết -----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THPT NĂM 2020
TỈNH QUẢNG NINH

Môn thi : **TOÁN – Bảng B**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi : **01/12/2020**

*Thời gian làm bài : **180 phút**, không kể thời gian giao đề*

(Đề thi này có 01 trang)

Câu 1. (4 điểm)

a) Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+a}$ (a là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của a để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -4)$.

b) Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 1$ (1). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác ABE có diện tích bằng 32 với $E(2;1)$.

Câu 2. (3 điểm) Cho đa giác đều (H) có 24 đỉnh. Gọi S là tập hợp các tam giác có 3 đỉnh lấy từ 24 đỉnh của (H) . Chọn ngẫu nhiên một tam giác từ S , tính xác suất để tam giác chọn được không phải là tam giác vuông.

Câu 3. (3 điểm) Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin A + \sin B = 2 \sin C$ và $b = 2a \cos C$ trong đó $AB = c, BC = a, CA = b$. Tính tỷ số $\frac{R}{r}$, trong đó R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác IAB với I là trung điểm AC .

Câu 4. (3 điểm)

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + 8y^3 + 3x^2 + 4x + 2y = -2 \\ \log_4 [2x^2 - (m+2)x - 4y + 11] + 1 = \log_2 (2x - 4) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt.

Câu 5. (5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, biết $AB = 2a, BC = a\sqrt{5}$, hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt phẳng đáy là điểm H thuộc đoạn thẳng AC sao cho $CH = 2AH$, tam giác SAC vuông tại S . Gọi I và K lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và BC .

a) Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

b) Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng IK và AC .

Câu 6. (2 điểm) Ở một thành phố biển Q có một hòn đảo, trên đảo có điểm O cố định. Người ta cần xây dựng các con đường nối từ hai ga xe X và Y trên đất liền tới một điểm T cách điểm O một khoảng $r = 6(km)$. Cho biết $OX = 12(km), OY = 15(km), \widehat{XOY} = \varphi$ với φ là góc

nhọn thỏa mãn $\cos \varphi = \frac{13}{18}$. Dự kiến đường đi từ X tới T là đường thẳng hai lần xe, còn đường đi từ Y tới T là đường thẳng bốn lần xe. Chi phí xây dựng cho một ki-lô-mét đường hai lần xe và bốn lần xe lần lượt là 1 triệu USD và 2 triệu USD. Tìm vị trí điểm T sao cho tổng chi phí xây dựng cả hai con đường là nhỏ nhất và tính chi phí này.

----- **Hết** -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh : Số báo danh:

Chữ ký của giám 1: Chữ ký của giám thị 2:

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

**HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI
CẤP TỈNH THPT NĂM 2020**

Môn thi: **Toán - Bảng B**

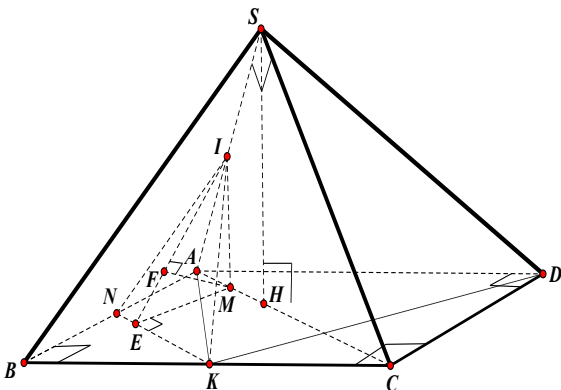
Ngày thi: **01/12/2020**

Thời gian làm bài: **180 phút**, không kể thời gian giao đề

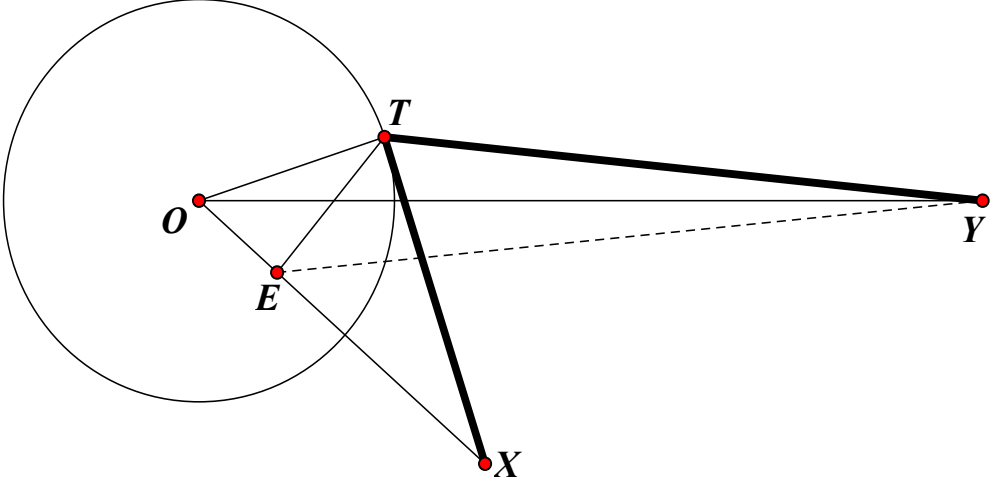
(Hướng dẫn chấm này có 05 trang)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	a	Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+a}$ (a là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của a để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -4)$.	2,0
		TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-a\}$ và $y' = \frac{a-2}{(x+a)^2}$	0,5
		Để hàm số xác định trên $(-\infty; -4)$ thì $-a \geq -4 \Leftrightarrow a \leq 4$ (1)	0,5
		Để hàm số đồng biến trên $(-\infty; -4)$ thì $y' > 0, \forall x < -4$ $\Leftrightarrow \frac{a-2}{(x+a)^2} > 0, \forall x < -4 \Leftrightarrow a-2 > 0 \Leftrightarrow a > 2$ (2)	0,5
		Từ (1) và (2) suy ra $2 < a \leq 4$	0,5
	b	Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 1$ (C) với m là tham số và điểm $E(2;1)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số (C) có hai điểm cực trị là A và B sao cho tam giác ABE có diện tích bằng 32.	2,0
		TXĐ $D = \mathbb{R}$ và $y' = 3x^2 - 6mx$	0,5
		Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow 3x(x-2m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases}$	0,5
		Để đồ thị hàm số (C) có 2 điểm cực trị thì $2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$	
		Giả sử $A(0;1)$ và $B(2m; -4m^3 + 1)$ Phương trình đường thẳng AE là $y - 1 = 0$; $AE = 2$	0,5
		Ta có $d(B; AE) = 4m^3 $ và $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AE \cdot d(B; AE) = 4 m^3 $ $S_{\triangle ABE} = 32 \Leftrightarrow 4 m^3 = 32 \Leftrightarrow m = \pm 2$ (thỏa mãn)	0,5
2		Cho đa giác đều (H) có 24 đỉnh. Gọi S là tập hợp các tam giác lập từ 3 đỉnh trong 24 đỉnh của (H). Chọn ngẫu nhiên một tam giác từ S, tính xác suất để tam giác chọn được không phải là tam giác vuông.	3,0
		Số cách chọn 3 đỉnh bất kỳ từ 24 đỉnh của (H) là C_{24}^3 cách, suy ra $n(\Omega) = C_{24}^3$	0,5
		Gọi A là biến cố: “chọn được tam giác không vuông”, ta tính $n(A)$ như sau: Giả sử đường tròn ngoại tiếp đa giác đều (H) là (O), khi đó từ 24 đỉnh của (H) có $24 : 2 = 12$ đường kính là đường chéo;	0,5
		Chọn hai đường kính bất kỳ trong 12 đường kính trên có C_{12}^2 cách chọn khác nhau;	0,5

	Hai đường kính này sinh ra một hình chữ nhật nội tiếp (O), ứng với một hình chữ nhật như vậy cho ta 4 tam giác vuông, do đó số tam giác vuông sinh ra là $4C_{12}^2$ tam giác vuông;	0,5
	Suy ra số tam giác không vuông là $n(A) = C_{24}^3 - 4.C_{12}^2$	0,5
	Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{24}^3 - 4.C_{12}^2}{C_{24}^3} = \frac{20}{23}$ (thí sinh không cần tính ra số cụ thể vẫn cho điểm tối đa)	0,5
3	Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin A + \sin B = 2 \sin C$ và $b = 2a \cos C$. Tính tỷ số $\frac{R}{r}$ với R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác IAB với I là trung điểm AC.	3,0
	Áp dụng định lý cosin với tam giác ABC ta có: $b = 2a \cos C \Leftrightarrow b = 2a \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \right) \Leftrightarrow a = c$ nên tam giác ABC cân đỉnh $B \Rightarrow A = C$ (1)	0,5
	Do $A = C$ nên $\sin A + \sin B = 2 \sin C \Leftrightarrow \sin B = \sin C \Leftrightarrow B = C$ (vì B và C là 2 góc trong tam giác) và do (1) nên tam giác ABC đều	0,5
	I là trung điểm AC nên $BI \perp AC$ tam giác IAB vuông đỉnh $I \Rightarrow R = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2}$	0,5
	Do tam giác ABC đều nên $BI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; nửa chu vi tam giác IAB là $p = \frac{a(3+\sqrt{3})}{4}$; $S_{ABI} = \frac{1}{2} BI \cdot AI = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$;	0,5
	Vì $r = \frac{S_{ABI}}{p} \Rightarrow r = \frac{a}{2(1+\sqrt{3})}$	0,5
4	$\Rightarrow \frac{R}{r} = 1 + \sqrt{3}$	0,5
	Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + 8y^3 + 3x^2 + 4x + 2y = -2 \\ \log_4 [2x^2 - (m+2)x - 4y + 11] + 1 = \log_2 (2x - 4) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$ Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt.	3.0
	ĐK: $x > 2$ và $2x^2 - (m+2)x - 4y + 11 > 0$ Ta có (1) $\Leftrightarrow (x^3 + 3x^2 + 3x + 1) + (x+1) = -8y^3 - 2y$	0,5
	$\Leftrightarrow (x+1)^3 + (x+1) = (-2y)^3 + (-2y)$ (3)	0,5
	Xét hàm số $f(t) = t^3 + t$ trên $\mathbb{R}$ và (3) $\Leftrightarrow f(x+1) = f(-2y)$ Ta có $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t) = t^3 + t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ do đó ta được $x+1 = -2y \Leftrightarrow 2y = -x-1$ (4)	0,5

	Thay (4) vào (2) suy ra $\log_4(2x^2 - mx + 13) + 1 = \log_2(2x - 4)$ Với ĐK $x > 2$ ta được: $\log_2 \sqrt{2x^2 - mx + 13} = \log_2(x - 2) \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - mx + 13} = x - 2$	0,5												
	$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 9}{x} = m - 4 \quad (5)$ Hệ đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi PT (5) có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(2; +\infty)$	0,5												
	Xét hàm số $g(x) = \frac{x^2 + 9}{x}$ trên khoảng $(2; +\infty)$. Ta có $g'(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \text{ (L)} \end{cases}$ BBT: <table><tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$\frac{13}{2}$</td><td>6</td><td>$+\infty$</td></tr></table> Từ BBT ta có yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 6 < m - 4 < \frac{13}{2} \Leftrightarrow 10 < m < \frac{21}{2}$	x	2	3	$+\infty$	$g'(x)$	-	0	+	$g(x)$	$\frac{13}{2}$	6	$+\infty$	0,5
x	2	3	$+\infty$											
$g'(x)$	-	0	+											
$g(x)$	$\frac{13}{2}$	6	$+\infty$											
5	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, biết $AB = 2a, BC = a\sqrt{5}$, hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt phẳng đáy là điểm H thuộc đoạn thẳng AC sao cho $CH = 2AH$, tam giác SAC vuông tại S. Gọi I và K lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và BC. a) Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$. b) Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng IK và AC.	5,0												
a	Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 3a$ $\Rightarrow AH = a; HC = 2a$ Vì $SH \perp (ABCD)$ $\Rightarrow SH \perp AC$		0,5											
	Do tam giác SAC vuông tại S và có SH là đường cao nên $HS^2 = HA.HC = 2a^2$ $\Rightarrow SH = a\sqrt{2}$	0,5												
	Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{\Delta ABCD} = AB.BC = a\sqrt{5}.2a = 2a^2\sqrt{5}$	0,5												

		Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{\Delta ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{2}.2a^2\sqrt{5} = \frac{2a^3\sqrt{10}}{3}$	0,5
	b	Gọi M là trung điểm của đoạn AH , trong tam giác SHA có IM là đường trung bình nên $IM \parallel SH \Rightarrow IM \perp (ABCD)$ và $IM = \frac{SH}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$	0,5
		Trong $(ABCD)$ lấy N là trung điểm của cạnh AB thì NK là đường trung bình của tam giác ABC nên $NK \parallel AC$ và $IM \perp NK$ Kẻ $ME \perp NK$ tại E và $MF \perp IE$ tại F khi đó $MF \perp (INK)$	0,5
		Vì $AC \parallel KN \Rightarrow AC \parallel (IKN) \Rightarrow d(IK, AC) = d(AC, (IKN)) = d(M, (IKN)) = MF$	0,5
		Trong tam giác vuông ABC có $ME = \frac{1}{2}d(B; AC)$ mà $d(B, AC) = \frac{BA \cdot BC}{AC} = \frac{2a\sqrt{5}}{3} \Rightarrow ME = \frac{a\sqrt{5}}{3}$	0,5
		Tam giác IFM vuông tại M có MF là đường cao nên $MF = \frac{MI \cdot ME}{\sqrt{MI^2 + ME^2}} = \frac{a\sqrt{95}}{19}$	0,5
		Vậy $d(IK, AC) = \frac{a\sqrt{95}}{19}$	0,5
6		Ở một thành phố biển Q có một hòn đảo, trên đảo có điểm O cố định. Người ta cần xây dựng các con đường nối từ hai ga xe X và Y trên đất liền tới một điểm T cách điểm O một khoảng $r = 6(km)$. Cho biết $OX = 12(km)$, $OY = 15(km)$, $\widehat{XOY} = \varphi$ với φ là góc nhọn thỏa mãn $\cos \varphi = \frac{13}{18}$. Dự kiến đường đi từ X tới T là đường thẳng hai làn xe, còn đường đi từ Y tới T là đường thẳng bốn làn xe. Chi phí xây dựng cho một ki-lô-mét đường hai làn xe và bốn làn xe lần lượt là 1 triệu USD và 2 triệu USD. Tìm vị trí điểm T sao cho tổng chi phí xây dựng cả hai con đường là nhỏ nhất và tính chi phí này.	2,0

			
		Do T cách O một khoảng $r = 6(km)$ nên T thuộc đường tròn $(O; r)$ Gọi E là điểm thuộc đoạn thẳng OX sao cho $OE = \frac{r}{2} = 3 < r$, suy ra E nằm bên trong đường tròn $(O; r)$	0,5
		Hai tam giác OET và OTX đồng dạng do $\frac{OE}{OT} = \frac{OT}{OX} = \frac{1}{2} \text{ và } \widehat{EOT} = \widehat{TOX} \Rightarrow XT = 2ET$ (Trường hợp nếu O, T, X thẳng hàng ta vẫn có $XT = 2ET$)	0,5
		Theo giả thiết chi phí xây dựng cả hai con đường là $P = 1.XT + 2.YT = 2ET + 2YT = 2(ET + YT) \text{ (triệu USD)}$ Vì E và Y cố định và lần lượt nằm trong và ngoài đường tròn $(O; r)$ nên $ET + YT \geq EY \text{ (không đổi)} \Rightarrow P \geq 2EY$	0,5
		Vậy giá trị nhỏ nhất của P đạt được bằng $2EY$ khi T là giao điểm của đoạn thẳng EY với $(O; r)$ Áp dụng định lý cosin cho tam giác EOY ta có $2EY = 2\sqrt{OE^2 + OY^2 - 2OE.OY \cos \varphi} = 26 \text{ (triệu USD)}$	0,5

Chú thích: Thí sinh làm theo cách khác HDC nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.

----- Hết -----