

MỤC LỤC

CHƯƠNG 2 ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN. QUAN HỆ SONG SONG

1	ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG	1
	A TÓM TẮT LÝ THUYẾT	1
1	Mở đầu về hình học không gian	1
2	Các tính chất thừa nhận	1
3	Điều kiện xác định mặt phẳng	1
4	Hình chóp và tứ diện	2
	B CÁC DẠNG TOÁN	3
	Dạng 1. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng	3
	Dạng 2. Chứng minh ba điểm thẳng hàng, ba đường thẳng đồng quy	3
	Dạng 3. Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng	3
	Dạng 4. Xác định thiết diện của một mặt phẳng với hình chóp	3
	Dạng 5. Dựng đường thẳng đi qua một điểm và cắt hai đường thẳng chéo nhau	4
	Dạng 6. Tìm tập hợp giao điểm của hai đường thẳng và bài toán chứng minh giao tuyến đi qua điểm cố định	4
	C CÁC VÍ DỤ MINH HỌA	4
	D BÀI TẬP RÈN LUYỆN	9
	E CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM	11
1	Câu hỏi lý thuyết	11
2	Tìm giao tuyến hai mặt phẳng	14
3	Thiết diện	19
4	Ba điểm thẳng hàng, ba đường thẳng đồng quy	21
	ĐÁP ÁN	52

2	HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU VÀ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG	53
A	TÓM TẮT LÝ THUYẾT	53
1	Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian	53
2	Các định lí và tính chất	53
B	CÁC DẠNG TOÁN	53
	Dạng 1. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng bằng quan hệ song song	53
	Dạng 2. Chứng minh hai đường thẳng song song	55
	Dạng 3. Chứng minh bốn điểm đồng phẳng và ba đường thẳng đồng qui	58
C	BÀI TẬP RÈN LUYỆN	59
D	CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM	65
	ĐÁP ÁN	94
3	ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG	95
A	TÓM TẮT LÝ THUYẾT	95
1	Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng	95
2	Điều kiện để một đường thẳng song song với một mặt phẳng	95
B	CÁC DẠNG TOÁN	96
	Dạng 1. Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng	96
1	Ví dụ minh họa	96
2	BÀI TẬP RÈN LUYỆN	98
	Dạng 2. Tìm giao tuyến hai mặt phẳng khi biết một mặt phẳng song song với đường thẳng cho trước	101
1	Các ví dụ minh họa	101
	Dạng 3. Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng	103
1	Các ví dụ minh họa	104
C	CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM	105
	ĐÁP ÁN	146

4	HAI MẶT PHẪNG SONG SONG	147
	A Tóm tắt lí thuyết	147
	1 Định nghĩa	147
	2 Tính chất	147
	3 Định lý Ta-lét (Thalès)	148
	4 Hình lăng trụ và hình hộp	148
	5 Hình chóp cụt	149
	B CÁC DẠNG TOÁN	150
	Dạng 1. Chứng minh hai mặt phẳng song song	150
	1 Các ví dụ minh họa	150
	Dạng 2. Tìm giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (β) biết (α) qua điểm A ; song song với mặt phẳng (γ)	151
	1 Các ví dụ minh họa	152
	Dạng 3. Xác định thiết diện cắt bởi mặt phẳng song song với một mặt phẳng cho trước	154
	1 Các ví dụ minh họa	154
	C BÀI TẬP RÈN LUYỆN	156
	D CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM	163
	ĐÁP ÁN	204
5	PHÉP CHIẾU SONG SONG - HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH KHÔNG GIAN	205
	A TÓM TẮT LÝ THUYẾT	205
	B CÁC VÍ DỤ MINH HỌA	205
	C BÀI TẬP TỰ RÈN LUYỆN	206
	D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	207
	ĐÁP ÁN	213
	ÔN TẬP CHƯƠNG II	213
	ĐÁP ÁN	221

BÀI 1. ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1 MỞ ĐẦU VỀ HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

Hình học không gian có các đối tượng cơ bản là điểm, đường thẳng và mặt phẳng. Quan hệ thuộc: Trong không gian:

- ① Với một điểm A và một đường thẳng d có thể xảy ra hai trường hợp:
 - Điểm A thuộc đường thẳng d , kí hiệu $A \in d$.
 - Điểm A không thuộc đường thẳng, kí hiệu $A \notin d$.
- ② Với một điểm A và một mặt phẳng (P) có thể xảy ra hai trường hợp:
 - Điểm A thuộc mặt phẳng (P) , kí hiệu $A \in (P)$.
 - Điểm A không thuộc đường thẳng, kí hiệu $A \notin (P)$.

2 CÁC TÍNH CHẤT THỪA NHẬN

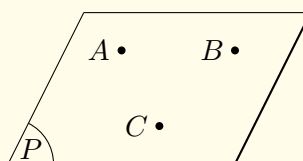
- Tính chất thừa nhận 1: Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.
- Tính chất thừa nhận 2: Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng cho trước.
- Tính chất thừa nhận 3: Tồn tại bốn điểm không cùng nằm trên một mặt phẳng.
- Tính chất thừa nhận 4: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó.
- Tính chất thừa nhận 5: Trong mỗi mặt phẳng, các kết đã biết của hình học phẳng đều đúng.

Định lí 1. Nếu một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt của một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

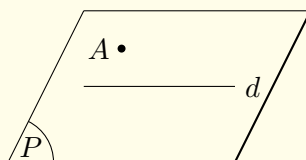
3 ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH MẶT PHẪNG

Có bốn cách xác định trong một mặt phẳng:

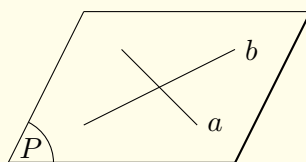
- Cách 1: Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng của mặt phẳng, kí hiệu (ABC) .



- Cách 2: Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó đi qua một đường thẳng d và một điểm A không thuộc d , kí hiệu (A, d) .



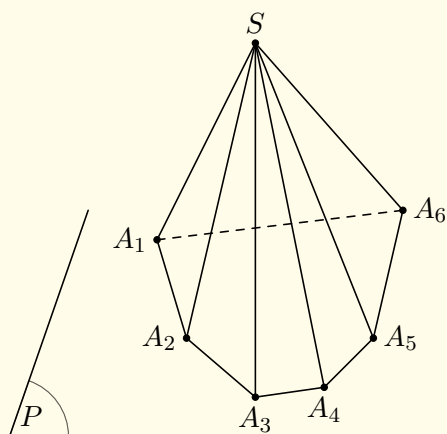
- Cách 3: Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó đi qua hai đường thẳng a, b cắt nhau, kí hiệu (a, b) .



- Cách 4: Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó đi qua hai đường thẳng a, b song song, kí hiệu (a, b) .

4 HÌNH CHÓP VÀ TỨ DIỆN

Định nghĩa 1. Cho đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ và cho điểm S nằm ngoài mặt phẳng chứa đa giác đó. Nối S với các đỉnh $A_1, A_2, \dots, A_n$ ta được n miền đa giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_{n-1}A_n$. Hình gồm n tam giác đó và đa giác $A_1A_2A_3 \dots A_n$ được gọi là hình chóp $S.A_1A_2A_3 \dots A_n$.



Trong đó:

- Điểm S gọi là đỉnh của hình chóp.
- Đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ gọi là mặt đáy của hình chóp.
- Các đoạn thẳng $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ gọi là các cạnh đáy của hình chóp.
- Các đoạn thẳng $SA_1, SA_2, \dots, SA_n$ gọi là các cạnh bên của hình chóp.
- Các miền tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_{n-1}A_n$ gọi là các mặt bên của hình chóp.
- Nếu đáy của hình chóp là một miền tam giác, tứ giác, ngũ giác, ... thì hình chóp tương ứng gọi là hình chóp tam giác, hình chóp tứ giác, hình chóp ngũ giác, ...



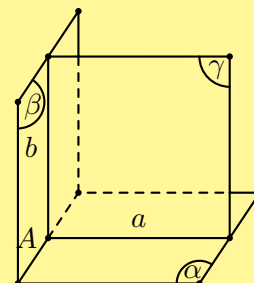
- Hình chóp tam giác còn được gọi là hình tứ diện.
- Hình tứ diện có bốn mặt là những tam giác đều hay có tất cả các cạnh bằng nhau được gọi là hình tứ diện đều.

B CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng****Phương pháp giải:**

Để xác định giao tuyến của hai mặt phẳng, ta tìm hai điểm chung của chúng. Đường thẳng đi qua hai điểm chung đó là giao tuyến.

! Điểm chung của hai mặt phẳng (α) và (β) thường được tìm như sau

- Tìm hai đường thẳng a, b lần lượt thuộc (α) và (β) , đồng thời chúng cùng nằm trong mặt phẳng (γ) nào đó.
- Giao điểm $A = a \cap b$ chính là điểm chung của (α) và (β) .

**Dạng 2. Chứng minh ba điểm thẳng hàng, ba đường thẳng đồng quy****Phương pháp giải:**

- Để chứng minh ba điểm (hay nhiều điểm) thẳng hàng ta chứng minh chúng là điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt, khi đó chúng nằm trên đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng nên thẳng hàng.
- Để chứng minh ba đường thẳng đồng quy ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng thuộc đường thẳng còn lại.

Dạng 3. Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng**Phương pháp giải:**

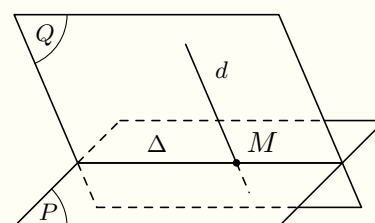
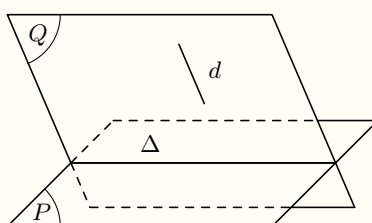
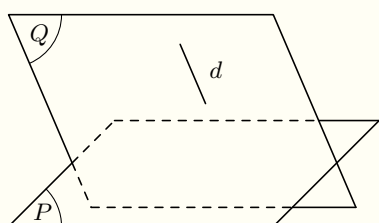
Tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) ta cần lưu ý một số trường hợp sau

- ① Nếu trong (P) có sẵn một đường thẳng Δ cắt d tại M thì $M = d \cap (P)$.
- ② Nếu trong (P) chưa có sẵn đường thẳng Δ cắt d thì ta thực hiện theo các bước sau

Bước 1. Chọn một mặt phẳng (Q) chứa d .

Bước 2. Tìm giao tuyến $\Delta = (Q) \cap (P)$.

Bước 3. Trong (Q) gọi $M = d \cap \Delta$. Khi đó, M là giao điểm giữa d và (P) .

**Dạng 4. Xác định thiết diện của một mặt phẳng với hình chóp****Phương pháp giải:**

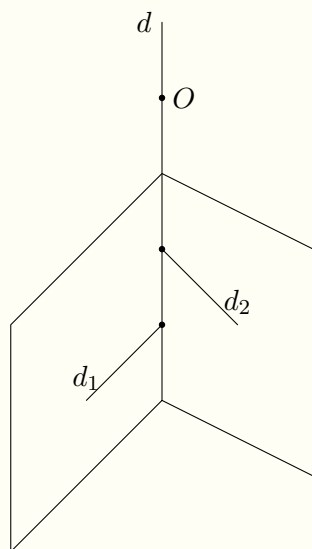
Để xác định thiết diện của hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ cắt bởi mặt phẳng (α) , ta tìm giao điểm của mặt phẳng (α) với các đường thẳng chứa các cạnh của hình chóp. Thiết diện là đa giác có đỉnh là các giao điểm của (α) với hình chóp (và mỗi cạnh của thiết diện phải là một đoạn giao tuyến với một mặt của

hình chóp).

Trong phần này chúng ta chỉ xét thiết diện của mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

Dạng 5. Dựng đường thẳng đi qua một điểm và cắt hai đường thẳng chéo nhau

Phương pháp giải: Để dựng đường thẳng d đi qua O và cắt d_1, d_2 , ta dựng giao tuyến của hai mặt phẳng (O, d_1) và (O, d_2) , khi đó $d = (O, d_1) \cap (O, d_2)$.



Dạng 6. Tìm tập hợp giao điểm của hai đường thẳng và bài toán chứng minh giao tuyến đi qua điểm cố định

Phương pháp giải:

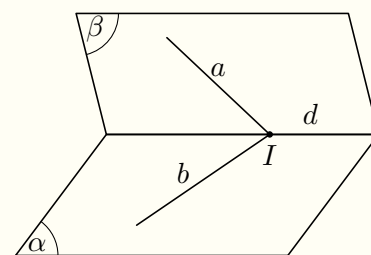
Để tìm tập hợp giao điểm I của hai đường thẳng thay đổi a, b ta chọn hai mặt phẳng cố định (α) và (β) cắt nhau lần lượt chứa a, b . Khi đó

$$I = a \cap b \Rightarrow \begin{cases} I \in a \subset (\alpha) \\ I \in b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow I \in d = (\alpha) \cap (\beta)$$

Vậy điểm I thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) .

Để chứng minh đường thẳng d đi qua một điểm cố định ta thực hiện theo các bước sau:

- Chọn một điểm cố định J thuộc hai mặt phẳng (δ) và (γ) .
- Chứng minh d là giao tuyến của hai mặt phẳng (δ) và (γ) , khi đó d đi qua điểm cố định J .



CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm M thuộc cạnh SA . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng

- ① (SAC) và (SBD) .
- ② (SAC) và (MBD) .
- ③ (MBC) và (SAD) .
- ④ (SAB) và (SCD) .

Lời giải.

① Trong $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$. Khi đó,

$$\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD).$$

Lại có $S \in (SAC) \cap (SBD)$.

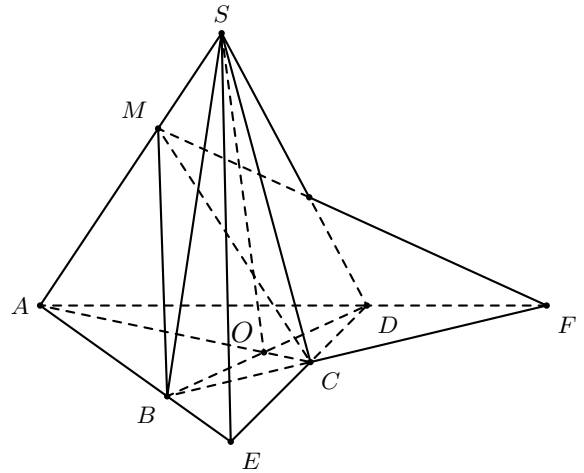
Vậy $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

② Vì $O = AC \cap BD$ nên

$$\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (MBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (MBD).$$

Dễ thấy, $M \in (SAC) \cap (MBD)$.

Vậy $OM = (SAC) \cap (MBD)$.



c) Trong $(ABCD)$, gọi $F = BC \cap AD$. Khi đó,

$$\begin{cases} F \in BC \subset (MBC) \\ F \in AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow F \in (MBC) \cap (SAD).$$

Mặt khác, $M \in (MBC) \cap (SAD)$.

Vậy $FM = (MBC) \cap (SAD)$.

d) Trong $(ABCD)$ gọi $E = AB \cap CD$, ta có

$$\begin{cases} E \in AB \subset (SAB) \\ E \in CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow E \in (SAB) \cap (SCD).$$

Dễ thấy, $S \in (SAB) \cap (SCD)$.

Vậy $SE = (SAB) \cap (SCD)$.

□

Ví dụ 2. Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K . Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

Lời giải.

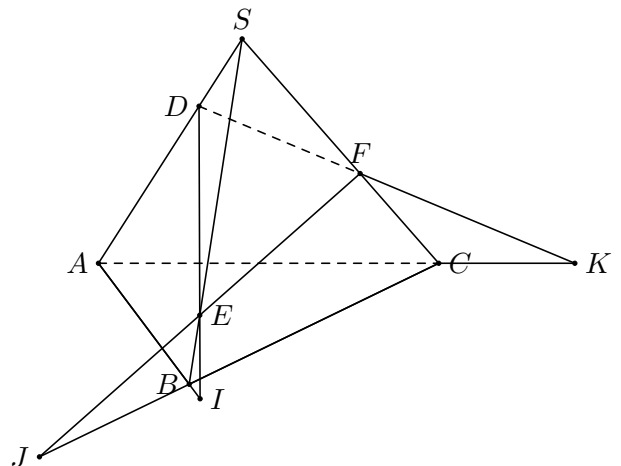
Ta có

$$\begin{cases} I = DE \cap AB \\ DE \subset (DEF) \Rightarrow I \in (DEF) \cap (ABC) \\ AB \subset (ABC) \end{cases} \quad (1)$$

Tương tự $J = EF \cap BC$

$$\begin{cases} J \in EF \subset (DEF) \\ J \in BC \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow J \in (DEF) \cap (ABC) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} K &= DF \cap AC \Rightarrow \begin{cases} K \in DF \subset (DEF) \\ K \in AC \subset (ABC) \end{cases} \\ &\Rightarrow K \in (DEF) \cap (ABC) \end{aligned} \quad (3)$$



Từ (1), (2) và (3) ta có I, J, K là điểm chung của hai mặt phẳng (ABC) và (DEF) nên chúng thẳng hàng. □

Ví dụ 3. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA .

- ① Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD) .
- ② Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng (SBD) .

🔗 **Lời giải.**

- ① Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD) .

Ta có $SB \subset (SAB)$.

Trong $(ABCD)$ gọi $E = AB \cap CD$.

Khi đó, $(SAB) \cap (MCD) = ME$.

Trong (SAB) , gọi $N = SB \cap ME$.

Vậy $N = SB \cap (MCD)$.

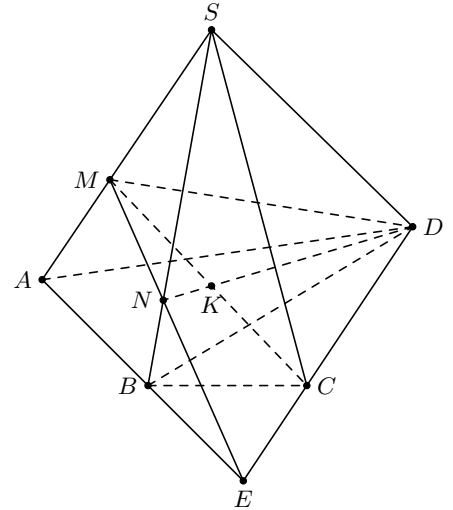
- ② Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng (SBD) .

Ta có $MC \subset (MDE)$.

Dễ thấy $(MDE) \cap (SBD) = DN$.

Trong (MDE) , gọi $K = MC \cap DN$.

Vậy $MC \cap (SBD) = K$.



□

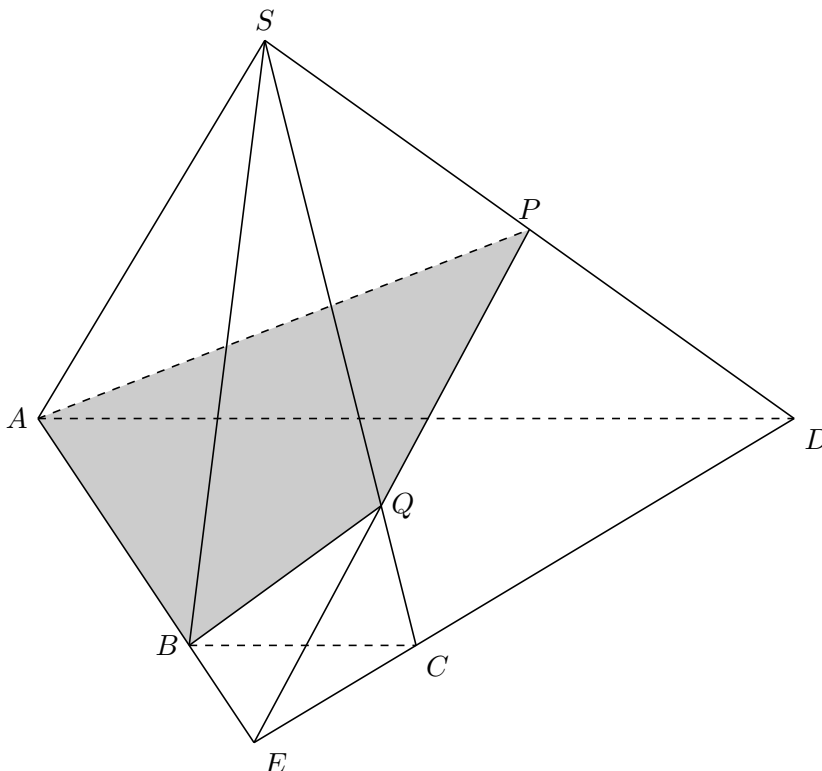
Ví dụ 4. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD .

a) Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (PAB) là hình gì?

b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) là hình gì?

🔗 **Lời giải.**

a) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = AB \cap CD$. Trong mặt phẳng (SCD) gọi $Q = SC \cap EP$. Ta có $E \in AB$ nên $EP \subset (ABP) \Rightarrow Q \in (ABP)$, do đó $Q = SC \cap (ABP)$. Thiết diện là tứ giác $ABQP$.



b) Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi F, G lần lượt là các giao điểm của MN với AD và CD .

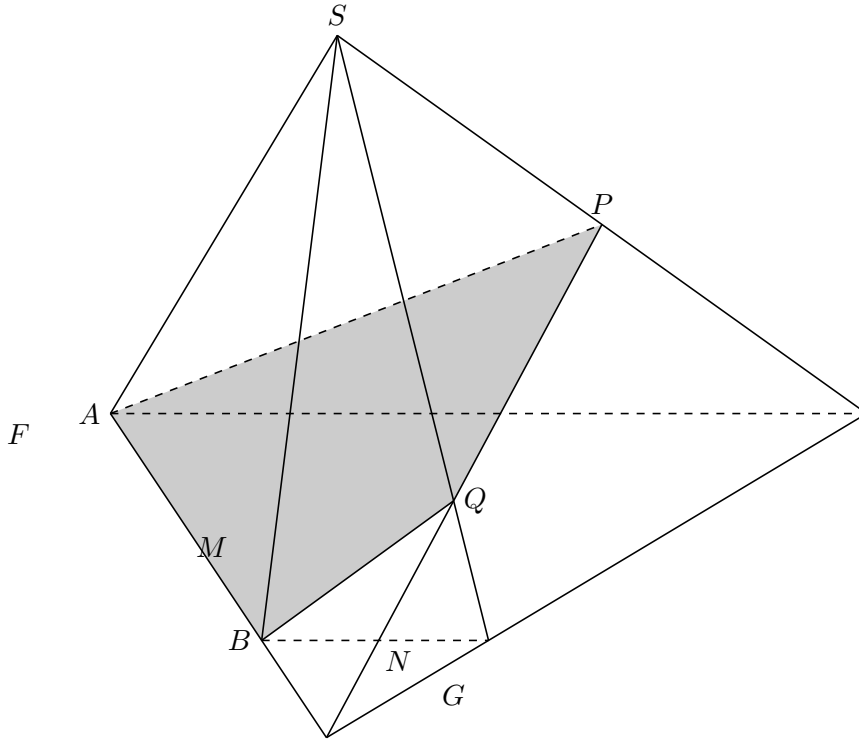
Trong mặt phẳng (SAD) gọi $H = SA \cap FP$.

Trong mặt phẳng (SCD) gọi $K = SC \cap PG$.

Ta có $F \in MN$, do đó $F \in (MNP)$ nên $FP \subset (MNP) \Rightarrow H \in (MNP)$.

Vậy $\begin{cases} H \in SA \\ H \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow H = SA \cap (MNP)$.

Tương tự $K = SC \cap (MNP)$. Nên thiết diện là ngũ giác $QMKNPH$. □



Ví dụ 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn là AB . Một mặt phẳng (P) quay quanh AB cắt các cạnh SC, SD tại các điểm tương ứng E, F .

- ① Tìm tập hợp giao điểm I của AF và BE . ② Tìm tập hợp giao điểm J của AE và BF .

Lời giải.

①

Phân thuận.

Ta có $I = AF \cap BE \Rightarrow \begin{cases} I \in AF \\ I \in BE \end{cases}$

Lại có $\begin{cases} AF \subset (SAD) \\ BE \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow F \in (SAD) \cap (SBC)$.

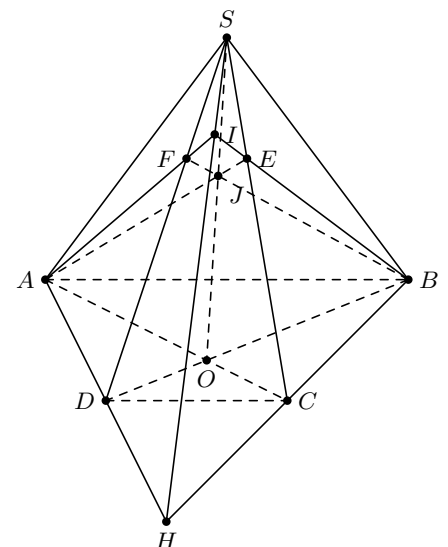
Trong $(ABCD)$ gọi $H = AD \cap BC$

$\Rightarrow \begin{cases} H \in AD \\ H \in BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H \in (SAD) \\ H \in (SBC) \end{cases}$
 $\Rightarrow SH = (SAD) \cap (SBC) \Rightarrow I \in SH$.

Giới hạn.

Khi E chạy đến C thì F chạy đến D và I chạy đến H .

Khi E chạy đến S thì F chạy đến S và I chạy đến S .



Phân đảo.

Lấy điểm I bất kì thuộc đoạn SH , trong (SAH) gọi $F = SD \cap AI$

Trong (SBH) gọi $E = SH \cap BI$ khi đó $(ABEF)$ là mặt phẳng quay quanh AB cắt các cạnh SC, SD tại E, F và I là giao điểm của AF và BE .

Vậy tập hợp điểm I là đoạn SH .

$$\textcircled{2} \text{ Ta có } J = AE \cap BF \Rightarrow \begin{cases} J \in AE \\ J \in BF \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J \in (SAC) \\ J \in (SBD) \end{cases} \Rightarrow J \in (SAC) \cap (SBD).$$

Nhưng $SO = (SAC) \cap (SBD)$ nên $J \in SO$.

Khi E chạy đến C thì F chạy đến D và J chạy đến O .

Khi E chạy đến S thì F chạy đến S và J chạy đến S .

Lập luận tương tự trên ta có tập hợp điểm J là đoạn SO .

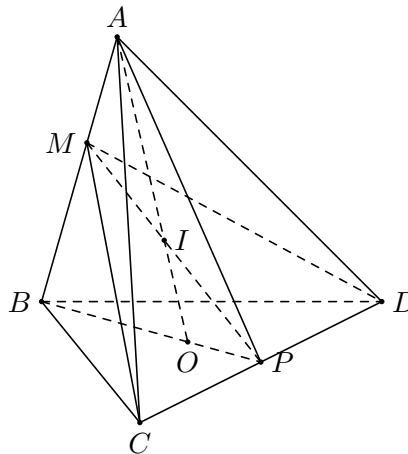
□

Ví dụ 6. Cho tứ diện $ABCD$, O là điểm thuộc miền trong tam giác BCD , M là một điểm trên cạnh AB .

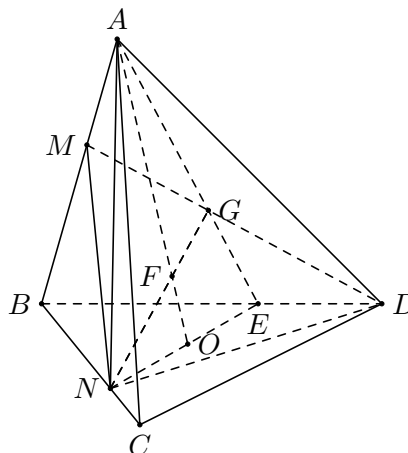
- ① Dựng đường thẳng đi qua M cắt cả AO và CD .
- ② Gọi N là một điểm trên cạnh BC sao cho ON không song song với BD . Dựng đường thẳng đi qua N cắt AO và DM .

Lời giải.

- ① Trong (BCD) , gọi $P = BO \cap CD$.
Trong (ABN) , gọi $I = PM \cap AO$.
Đường thẳng MP chính là đường thẳng đi qua M cắt cả AO và CD .



- ② Trong (BCD) , gọi $E = NO \cap BD$.
Trong (ABD) , gọi $G = DM \cap AE$.
Trong (NAE) , gọi $F = AO \cap NG$.
Đường thẳng NG chính là đường thẳng đi qua N cắt cả AO và DM .





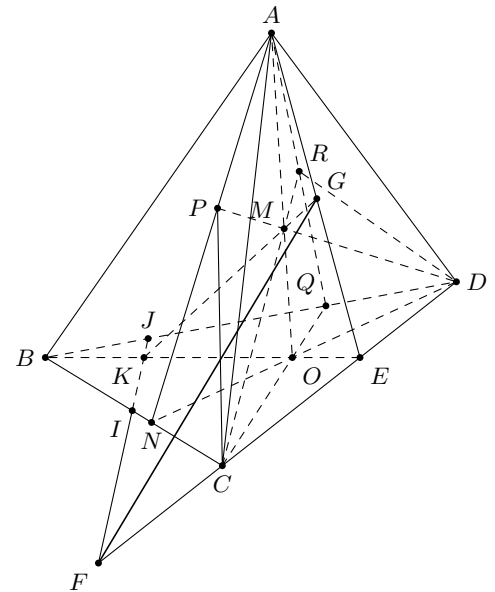
D BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 1. Cho tứ diện $ABCD$, O là một điểm thuộc miền trong tam giác BCD , M là điểm trên đoạn AO .

- ① Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MCD) với các mặt phẳng (ABC) .
- ② Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MCD) với các mặt phẳng (ABD) .
- ③ Gọi I, J là các điểm tương ứng trên các cạnh BC và BD sao cho IJ không song song với CD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IJM) và (ACD) .

Lời giải.

- ① Trong (BCD) gọi $N = DO \cap BC$,
trong (ADN) gọi $P = DM \cap AN$
 $\Rightarrow \begin{cases} P \in DM \subset (CDM) \\ P \in AN \subset (ABC) \end{cases}$
 $\Rightarrow P \in (CDM) \cap (ABC)$.
 Lại có $C \in (CDM) \cap (ABC)$
 $\Rightarrow PC = (CDM) \cap (ABC)$.
- ② Tương tự, trong (BCD) gọi $Q = CO \cap BD$,
trong (ACQ) gọi $R = CM \cap AQ$
 $\Rightarrow \begin{cases} R \in CM \subset (CDM) \\ R \in AQ \subset (ABD) \end{cases}$
 $\Rightarrow R \in (CDM) \cap (ABD)$.
 Mặt khác D là điểm chung thứ hai của (MCD) và (ABD)
 nên $DR = (CDM) \cap (ABD)$.



- c) Trong (BCD) gọi $E = BO \cap CD$, $F = IJ \cap CD$, $K = BE \cap IJ$. Trong (ABE) gọi $G = KM \cap AE$.
 Có $\begin{cases} F \in IJ \subset (IJM) \\ F \in CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow F \in (IJM) \cap (ACD)$.
 Ta lại có $\begin{cases} G \in KM \subset (IJM) \\ G \in AE \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow G \in (IJM) \cap (ACD)$. Vậy $FG = (IJM) \cap (ACD)$.

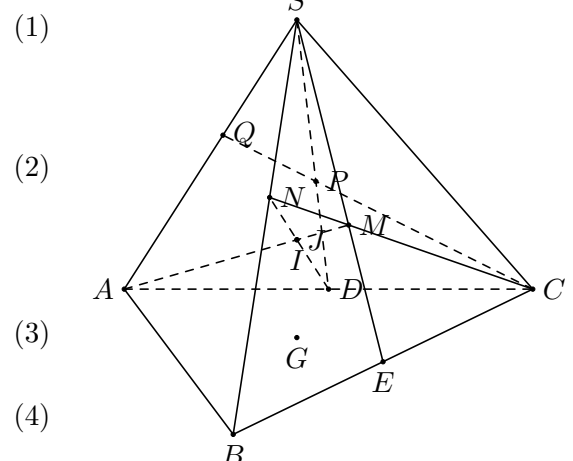


Bài 2. Cho tứ diện $SABC$ có D, E lần lượt là trung điểm của AC, BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Mặt phẳng (α) đi qua AC cắt SE, SB lần lượt tại M, N . Một mặt phẳng (β) đi qua BC cắt SD, SA tương ứng tại P và Q .

- a) Gọi $I = AM \cap DN$, $J = BP \cap EQ$. Chứng minh rằng S, I, J, G thẳng hàng.
- b) Gọi $K = AN \cap DM$, $L = BQ \cap EP$. Chứng minh rằng S, K, L thẳng hàng.

Lời giải.

- ① Ta có $S \in (SAE) \cap (SBD)$
 $G = AE \cap BD \Rightarrow \begin{cases} G \in AE \subset (SAE) \\ G \in BD \subset (SBD) \end{cases}$
 $\Rightarrow \begin{cases} G \in (SAE) \\ G \in (SBD) \end{cases}$
 $I = AM \cap DN \Rightarrow \begin{cases} I \in DN \subset (SBD) \\ I \in AM \subset (SAE) \end{cases}$
 $\Rightarrow \begin{cases} I \in (SBD) \\ I \in (SAE) \end{cases}$
 $J = BP \cap EQ \Rightarrow \begin{cases} J \in BP \subset (SBD) \\ J \in EQ \subset (SAE) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J \in (SBD) \\ J \in (SAE) \end{cases}$



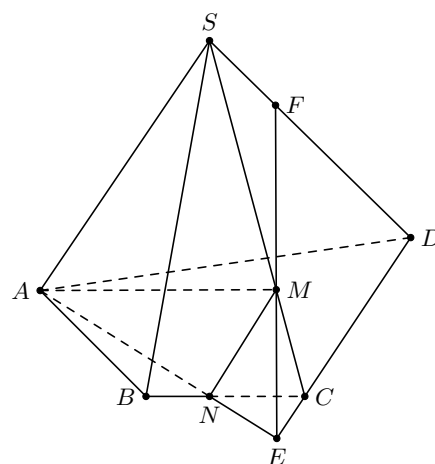
$$\text{b) Ta có } S \in (SAB) \cap (SED.) \quad (1)$$

$$K = AN \cap DM \Rightarrow \begin{cases} K \in AM \subset (SAB) \\ K \in DM \subset (SED) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K \in (SAB) \\ K \in (SED). \end{cases} \quad (2)$$

$$L = BQ \cap EP \Rightarrow \begin{cases} L \in BQ \subset (SAB) \\ L \in EP \subset (SED) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L \in (SAB) \\ L \in (SED). \end{cases} \quad (3)$$

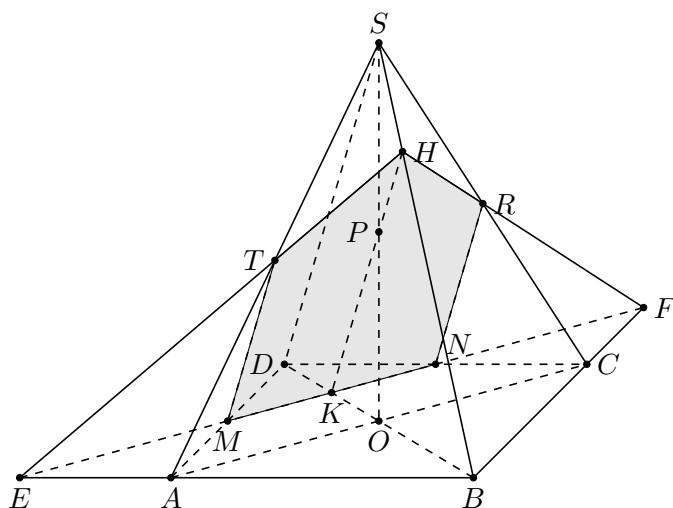
☐

 Lời giải.

$$\text{Vây } F = SD \cap (AMN).$$


9

 Lời giải.



Trong mặt phẳng (SBC) gọi $R = FH \cap SC$.

Ta có $\begin{cases} E \in MN \\ H \in KP \end{cases}$ Suy ra $EH \subset (MNP)$.

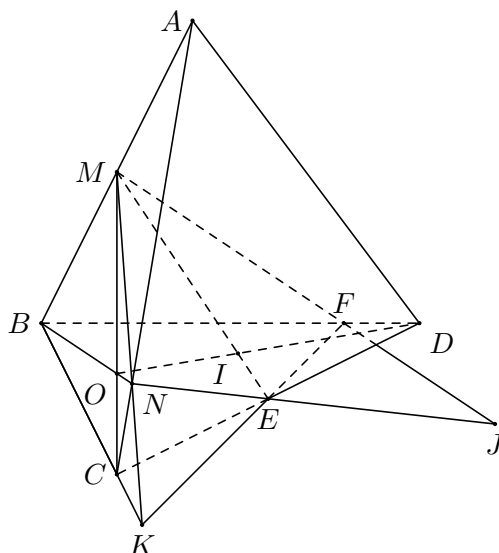
Ta có $\begin{cases} T \in SA \\ T \in EH \end{cases}$ Suy ra $T = SA \cap (MNP)$.

1

Bài 5. Cho tứ diện $ABDC$. Hai điểm M, N lần lượt nằm trên hai cạnh AB và AC sao cho $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$. Một mặt phẳng (P) thay đổi luôn chứa MN , cắt các cạnh CD và BD lần lượt tại E và F .

- Chứng minh EF luôn đi qua một điểm cố định.
- Tìm tập hợp giao điểm I của ME và NF .
- Tìm tập hợp giao điểm J của MF và NE .

Lời giải.



- Trong (ABC) gọi $K = MN \cap BC$ thì K cố định và $\begin{cases} K \in MN \\ K \in BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K \in (MNP) \\ K \in (BCD) \end{cases}$

Lại có $EF = (P) \cap (BCD) \Rightarrow K \in EF$.

Vậy EF luôn đi qua điểm K cố định.

- Phần thuận.**

Trong (P) gọi $I = ME \cap NF \Rightarrow \begin{cases} I \in ME \subset (MCD) \\ I \in NF \subset (NBD) \end{cases} \Rightarrow I \in (MCD) \cap (NBD)$.

Gọi $O = CM \cap BN \Rightarrow OD = (MCD) \cap (NBD) \Rightarrow I \in OD$.

Giới hạn.

Khi E chạy đến C thì F chạy đến B và I chạy đến O .

Khi E chạy đến D thì F chạy đến D và I chạy đến D .

Phần đảo.

Gọi I là điểm bất kì trên đoạn OD , trong (MCD) gọi $E = MI \cap CD$, trong (NBD) gọi $F = NI \cap BD$ suy ra $(MNEF)$ là mặt phẳng quay quanh MN cắt các cạnh DB, DC tại các điểm E, F và $I = ME \cap NF$. Vậy tập hợp điểm I là đoạn OD .

- Gọi $J = MF \cap NE \Rightarrow \begin{cases} J \in MF \subset (ADB) \\ J \in NE \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow J \in (ADB) \cap (ACD)$.

Mà $AD = (ADC) \cap (ADB)$.

Khi E chạy đến C thì F chạy đến B và J chạy đến A .

Khi E chạy đến D thì F chạy đến D và J chạy đến D .

Từ đó ta có tập hợp điểm J là đường thẳng AD trừ các điểm trong của đoạn AD .

□

E CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.

- B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
- C. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.
- D. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

🔗 **Lời giải.**

- Mệnh đề “Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng” sai. Vì qua 2 điểm phân biệt, tạo được 1 đường thẳng, khi đó chưa đủ điều kiện để lập một mặt phẳng xác định. Có vô số mặt phẳng đi qua 2 điểm đã cho.
- Mệnh đề “Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng” sai. Vì trong trường hợp 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì chỉ tạo được đường thẳng, khi đó có vô số mặt phẳng đi qua 3 điểm phân biệt thẳng hàng.
- Mệnh đề “Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng” sai. Vì trong trường hợp 4 điểm phân biệt thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng đi qua 4 điểm đó hoặc trong trường hợp 4 điểm mặt phẳng không đồng phẳng thì sẽ tạo không tạo được mặt phẳng nào đi qua cả 4 điểm.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2. Trong không gian, cho 4 điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

- A. 6. B. 4. C. 3. D. 2.

🔗 **Lời giải.**

Với 3 điểm phân biệt không thẳng hàng, ta luôn tạo được 1 mặt phẳng xác định. Khi đó, với 4 điểm không đồng phẳng ta tạo được tối đa $C_4^3 = 4$ mặt phẳng.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3. Trong mặt phẳng (α) , cho 4 điểm A, B, C, D trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Điểm S không thuộc mặt phẳng (α) . Có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi S và 2 trong 4 điểm nói trên?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 8.

🔗 **Lời giải.**

Với điểm S không thuộc mặt phẳng (α) và 4 điểm A, B, C, D thuộc mặt phẳng (α) , ta có C_4^2 cách chọn 2 trong 4 điểm A, B, C, D cùng với điểm S lập thành 1 mặt phẳng xác định. Vậy số mặt phẳng tạo được là 6.

Chọn đáp án **C** □

Câu 4. Cho 5 điểm A, B, C, D, E trong đó không có 4 điểm nào đồng phẳng. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi 3 trong 5 điểm đã cho?

- A. 10. B. 12. C. 8. D. 14.

🔗 **Lời giải.**

Với 3 điểm phân biệt không thẳng hàng, ta luôn tạo được 1 mặt phẳng xác định. Ta có C_5^3 cách chọn 3 điểm trong 5 điểm đã cho để tạo được 1 mặt phẳng xác định. Vậy số mặt phẳng tạo được là 10.

Chọn đáp án **A** □

Câu 5. Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Ba điểm phân biệt. B. Một điểm và một đường thẳng.
C. Hai đường thẳng cắt nhau. D. Bốn điểm phân biệt.

🔗 **Lời giải.**

- Mệnh đề “Ba điểm phân biệt” sai. Trong trường hợp 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì sẽ có vô số mặt phẳng chứa 3 điểm thẳng hàng đã cho.
- Mệnh đề “Một điểm và một đường thẳng” sai. Trong trường hợp điểm thuộc đường thẳng đã cho, khi đó ta chỉ có 1 đường thẳng, có vô số mặt phẳng đi qua đường thẳng đó.
- Mệnh đề “Bốn điểm phân biệt” sai. Trong trường hợp 4 điểm phân biệt thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng đi qua 4 điểm đó hoặc trong trường hợp 4 điểm mặt phẳng không đồng phẳng thì sẽ không tạo được mặt phẳng nào đi qua cả 4 điểm.

Chọn đáp án **C** □

Câu 6. Cho tứ giác $ABCD$. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng chứa tất cả các đỉnh của tứ giác $ABCD$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải.

4 điểm A, B, C, D tạo thành 1 tứ giác, khi đó 4 điểm A, B, C, D đã đồng phẳng và tạo thành 1 mặt phẳng duy nhất là mặt phẳng $(ABCD)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 7. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) thì A, B, C thẳng hàng.
 B. Nếu A, B, C thẳng hàng và $(P), (Q)$ có điểm chung là A thì B, C cũng là 2 điểm chung của (P) và (Q) .
 C. Nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) phân biệt thì A, B, C không thẳng hàng.
 D. Nếu A, B, C thẳng hàng và A, B là 2 điểm chung của (P) và (Q) thì C cũng là điểm chung của (P) và (Q) .

Lời giải.

Hai mặt phẳng phân biệt không song song với nhau thì chúng có duy nhất một giao tuyến.

- Mệnh đề “Nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) thì A, B, C thẳng hàng” sai. Vì:
 Nếu (P) và (Q) trùng nhau thì 2 mặt phẳng có vô số điểm chung. Khi đó, chưa đủ điều kiện để kết luận A, B, C thẳng hàng.
 — Mệnh đề “Nếu A, B, C thẳng hàng và $(P), (Q)$ có điểm chung là A thì B, C cũng là 2 điểm chung của (P) và (Q) ” sai. Vì:
 Có vô số đường thẳng đi qua A , khi đó B, C chưa chắc đã thuộc giao tuyến của (P) và (Q) .
 — Mệnh đề “Nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) phân biệt thì A, B, C không thẳng hàng” sai. Vì:
 Hai mặt phẳng (P) và (Q) phân biệt giao nhau tại 1 giao tuyến duy nhất, nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng thì A, B, C cùng thuộc giao tuyến.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 8. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa.
 B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
 C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
 D. Hai mặt phẳng cùng đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng thì hai mặt phẳng đó trùng nhau.

Lời giải.

Nếu 2 mặt phẳng trùng nhau, khi đó 2 mặt phẳng có vô số điểm chung và chung nhau vô số đường thẳng.

Chọn đáp án **B**

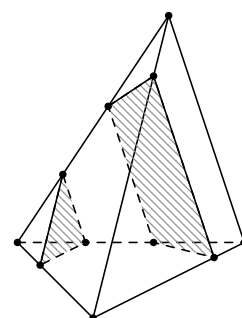
□

Câu 9. Cho 3 đường thẳng d_1, d_2, d_3 không cùng thuộc một mặt phẳng và cắt nhau từng đôi. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. 3 đường thẳng trên đồng quy.
 B. 3 đường thẳng trên trùng nhau.
 C. 3 đường thẳng trên chứa 3 cạnh của một tam giác.
 D. Các khẳng định ở A, B, C đều sai.

Lời giải.

- Nếu 3 đường thẳng trùng nhau thì chúng sẽ cùng thuộc 1 mặt phẳng.
 — Nếu 3 đường thẳng trên chứa 3 cạnh của một tam giác khi đó sẽ tạo được 3 điểm phân biệt không thẳng hàng (là 3 đỉnh của tam giác), chúng lập thành 1 mặt phẳng xác định, 3 đường thẳng sẽ cùng thuộc 1 mặt phẳng.



Chọn đáp án **A**

□

2 TÌM GIAO TUYẾN HAI MẶT PHẪNG

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.
- B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).
- C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).
- D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

Lời giải.

- Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên: $(SAB), (SBC), (SCD), (SAD)$.
- là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

$$\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \Rightarrow O \in (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \Rightarrow O \in (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \text{ là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng } (SAC) \text{ và } (SBD). \\ \Rightarrow (SAC) \cap (SBD) = SO.$$
- Tương tự, ta có $(SAD) \cap (SBC) = SI$.
- $(SAB) \cap (SAD) = SA$ mà SA không phải là đường trung bình của hình thang $ABCD$.

Vậy “Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$ ” là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

- A. AM (M là trung điểm của AB).
- B. AN (N là trung điểm của CD).
- C. AH (H là hình chiếu của B trên CD).
- D. AK (K là hình chiếu của C trên BD).

Lời giải.

- A là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .
- Ta có $BG \cap CD = N$

$$\begin{cases} N \in BG \subset (ABG) \Rightarrow N \in (ABG) \\ N \in CD \subset (ACD) \Rightarrow N \in (ACD) \end{cases} \Rightarrow N \text{ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng } (ACD) \text{ và } (GAB).$$

Vậy $(ABG) \cap (ACD) = AN$.

Chọn đáp án **B**

□

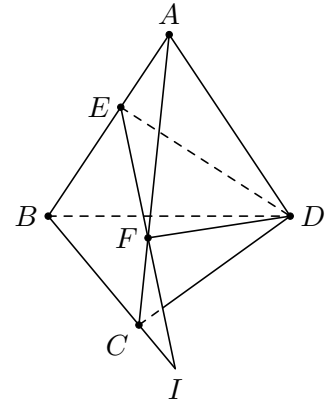
Câu 12. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) chứa tam giác BCD . Lấy E, F là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC . Khi EF và BC cắt nhau tại I thì I không phải là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BCD) và (DEF) .
- B. (BCD) và (ABC) .
- C. (BCD) và (AEF) .
- D. (BCD) và (ABD) .

Lời giải.

Điểm I là giao điểm của EF và BC ,

$$\text{mà } \begin{cases} EF \subset (DEF) \\ EF \subset (ABC) \\ EF \subset (AEF) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I = (BCD) \cap (DEF) \\ I = (BCD) \cap (ABC) \\ I = (BCD) \cap (AEF) \end{cases}$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là

- A. đường thẳng MN .
- B. đường thẳng AM .
- C. đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).
- D. đường thẳng AH (H là trực tâm tam giác ACD).

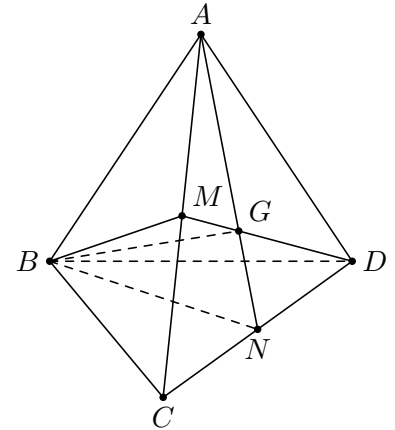
Lời giải.

— B là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) .

— Vì M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD nên suy ra AN, DM là hai trung tuyến của tam giác ACD .

$$\begin{aligned} \text{Gọi } G = AN \cap DM &\Rightarrow \begin{cases} G \in AN \subset (ABN) \Rightarrow G \in (ABN) \\ G \in DM \subset (MBD) \Rightarrow G \in (MBD) \end{cases} \\ &\Rightarrow G \text{ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng } (MBD) \text{ và } (ABN). \end{aligned}$$

Vậy $(ABN) \cap (MBD) = BG$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

- A. SD .
- B. SO (O là tâm hình bình hành $ABCD$).
- C. SG (G là trung điểm AB).
- D. SF (F là trung điểm CD).

Lời giải.

— S là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .

— Gọi $O = AC \cap BD$ là tâm của hình bình hành.

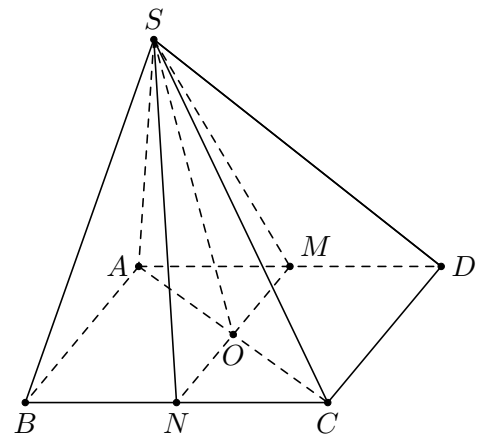
Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $T = AC \cap MN$

$$\Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \Rightarrow O \in (SAC) \\ O \in MN \subset (SMN) \Rightarrow O \in (SMN) \end{cases}$$

$$\Rightarrow O \text{ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng } (SMN) \text{ và } (SAC).$$

Vậy $(SMN) \cap (SAC) = SO$.

Vậy $(SMN) \cap (SAC) = SO$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SB . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $IJCD$ là hình thang.
- B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.

C. $(SBD) \cap (JCD) = J$.

D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$ (O là tâm $ABCD$).

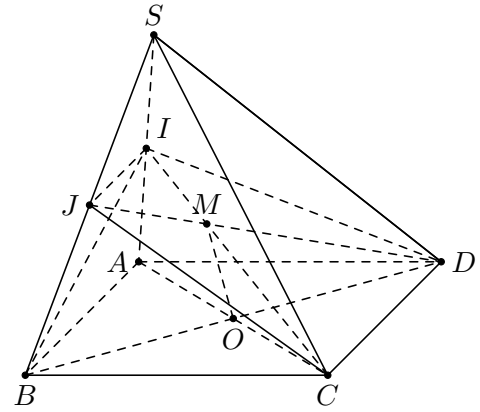
🔗Lời giải.

— Ta có IJ là đường trung bình của tam giác SAB
 $\Rightarrow IJ \parallel AB \parallel CD \Rightarrow IJ \parallel CD \Rightarrow IJCD$ là hình thang.

— Ta có $\begin{cases} IB \subset (SAB) \\ IB \subset (IBC) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (IBC) = IB$.

— Ta có $\begin{cases} JD \subset (SBD) \\ JD \subset (JBD) \end{cases} \Rightarrow (SBD) \cap (JBD) = JD$.

— Trong mặt phẳng $(IJCD)$, gọi $M = IC \cap JD \Rightarrow (IAC) \cap (JBD) = MO$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là

A. SI (I là giao điểm của AC và BM).

B. SJ (J là giao điểm của AM và BD).

C. SO (O là giao điểm của AC và BD).

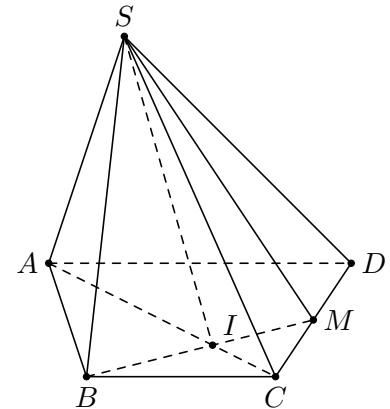
D. SP (P là giao điểm của AB và CD).

🔗Lời giải.

— S là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) .

— Ta có $\begin{cases} I \in BM \subset (SBM) \Rightarrow I \in (SBM) \\ I \in (AC) \subset (SAC) \Rightarrow I \in (SAC) \end{cases}$
 $\Rightarrow I$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SAC) .

Vậy $(MSB) \cap (SAC) = SI$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 17. Cho 4 điểm không đồng phẳng A, B, C, D . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD và B . Giao tuyến của (IBC) và (KAD) là

A. IK .

B. BC .

C. AK .

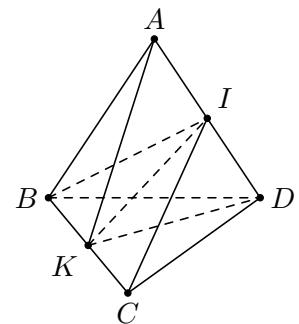
D. DK .

🔗Lời giải.

Điểm K là trung điểm của BC suy ra $K \in (IBC) \Rightarrow IK \subset (IBC)$.

Điểm I là trung điểm của AD suy ra $I \in (KAD) \Rightarrow IK \subset (KAD)$.

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD) là IK .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với . Gọi I là giao điểm của AC và BD . Trên cạnh SB lấy điểm M . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ADM) và (SAC) .

A. SI .

B. AE , E là giao điểm của DM và SI .

C. DM .

D. DE , E là giao điểm của DM và SI .

🔗Lời giải.

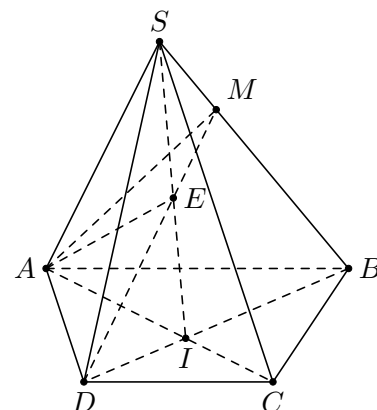
Ta có A là điểm chung thứ nhất của (ADM) và (SAC) .

Trong mặt phẳng (SBD) , gọi $E = SI \cap DM$. Ta có:

- $E \in SI$ mà $SI \subset (SAC)$ suy ra $E \in (SAC)$.
- $E \in DM$ mà $DM \subset (ADM)$ suy ra $E \in (ADM)$.

Do đó E là điểm chung thứ hai của (ADM) và (SAC) .

Vậy AE là giao tuyến của (ADM) và (SAC) .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc miền trong của tam giác ACD . Gọi I và J lần lượt là hai điểm trên cạnh BC và BD sao cho IJ không song song với CD . Gọi H, K lần lượt là giao điểm của IJ với CD của MH và AC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (IJM) là

- A. KI . B. KJ . C. MI . D. MH .

Lời giải.

Trong mặt phẳng (BCD) , IJ cắt CD tại $H \Rightarrow H \in (ACD)$.

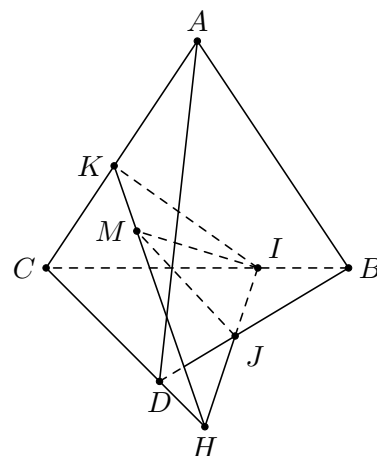
Điểm $H \in IJ$ suy ra bốn điểm M, I, J, H đồng phẳng.

Nên trong mặt phẳng (IJM) ,

MH cắt IJ tại H và $MH \subset (IJM)$.

Mặt khác $\begin{cases} M \in (ACD) \\ H \in (ACD) \end{cases} \Rightarrow MH \subset (ACD)$.

Vậy $(ACD) \cap (IJM) = MH$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 20. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của

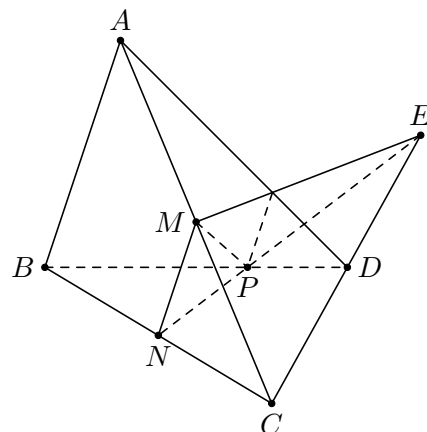
- A. CD và NP . B. CD và MN . C. CD và MP . D. CD và AP .

Lời giải.

— Cách 1. Xét mặt phẳng BCD chứa CD . Do NP không song song CD nên NP cắt CD tại E . Điểm $E \in NP \Rightarrow E \in (MNP)$. Vậy $CD \cap (MNP)$ tại E .

— Cách 2. Ta có $\begin{cases} N \in BC \\ P \in BD \end{cases} \Rightarrow NP \subset (BCD)$ suy ra NP, CD đồng phẳng. Gọi E là giao điểm của NP và CD mà $NP \subset (MNP)$ suy ra $CD \cap (MNP) = E$.

Vậy giao điểm của CD và (MNP) là giao điểm E của NP và CD .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 21. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

- A. Điểm F . B. Giao điểm của đường thẳng EG và AF .
C. Giao điểm của đường thẳng EG và AC . D. Giao điểm của đường thẳng EG và CD .

Lời giải.

Vì G là trọng tâm tam giác BCD , F là trung điểm của CD

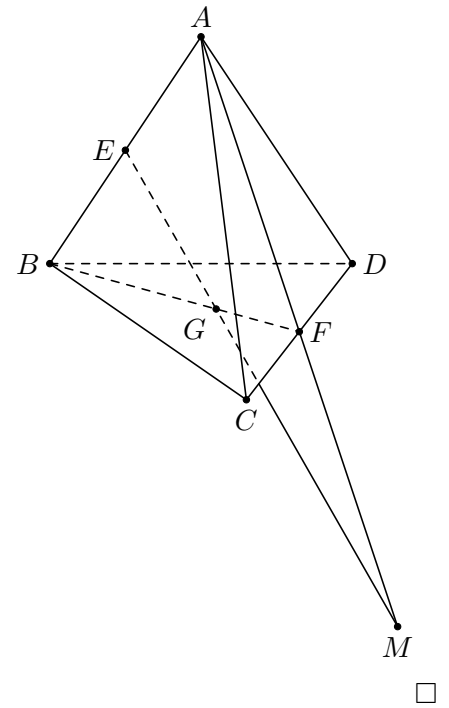
$\Rightarrow G \in (ABF)$.

Ta có E là trung điểm của AB

$\Rightarrow E \in (ABF)$.

Gọi M là giao điểm của EG và AF mà $AF \subset (ACD)$ suy ra $M \in (ACD)$.

Vậy giao điểm của EG và (ACD) là $M = EG \cap AF$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của AM với mặt phẳng (SBD) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{IA} = -2\vec{IM}$.

B. $\vec{IA} = -3\vec{IM}$.

C. $\vec{IA} = 2\vec{IM}$.

D. $IA = 2,5IM$.

Lời giải.

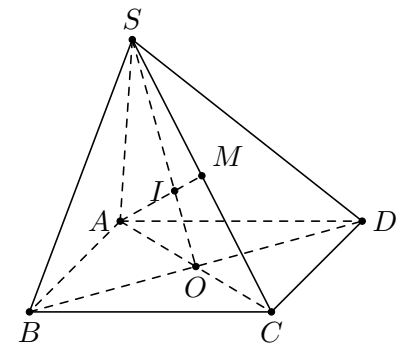
Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$ suy ra O là trung điểm của AC .

Nối AM cắt SO tại I mà $SO \subset (SBD)$ suy ra $I = AM \cap (SBD)$. Tam

giác SAC có M, O lần lượt là trung điểm của SC, AC . Mà $I = AM \cap SO$

suy ra I là trọng tâm tam giác $SAC \Rightarrow AI = \frac{2}{3}AM \Leftrightarrow IA = 2IM$. Điểm

I nằm giữa A và M suy ra $\vec{IA} = 2\vec{MI} = -2\vec{IM}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 23. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C . Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là

A. Giao điểm của SD và AB .

B. Giao điểm của SD và AM .

C. Giao điểm của SD và BK (với $K = SO \cap AM$).

D. Giao điểm của SD và MK (với $K = SO \cap AM$).

Lời giải.

- Chọn mặt phẳng phụ (SBD) chứa SD .
- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SBD) và (ABM) . Ta có B là điểm chung thứ nhất của (SBD) và (ABM) .
- Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$. Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $K = AM \cap SO$. Ta có:
 - $K \in SO$ mà $SO \subset (SBD)$ suy ra $K \in (SBD)$.
 - $K \in AM$ mà $AM \subset (ABM)$ suy ra $K \in (ABM)$.

Suy ra K là điểm chung thứ hai của BCD và (MNP) . Do đó $(SBD) \cap (ABM) = BK$.

- Trong mặt phẳng (SBD) , gọi $N = SD \cap BK$. Ta có: $N \in BK$, mà $BK \subset (ABM)$ suy ra $N \in (ABM)$. Mặt khác $N \in SD$.

Vậy $N = SD \cap (ABM)$.

Chọn đáp án **C**

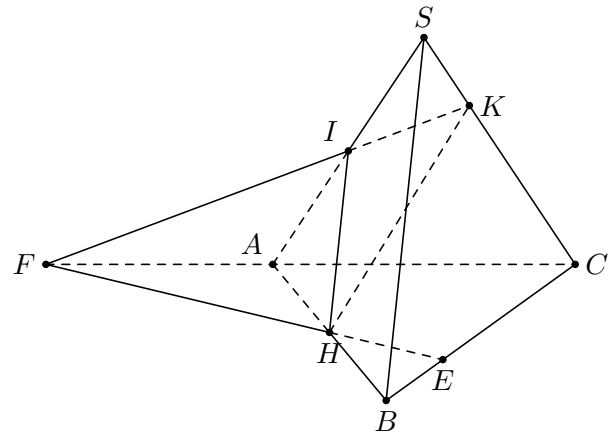
□

Câu 24. Cho bốn điểm A, B, C, S không cùng ở trong một mặt phẳng. Gọi I, H lần lượt là trung điểm của SA, AB . Trên SC lấy điểm K sao cho IK không song song với AC (K không trùng với các đầu mút). Gọi E là giao điểm của đường thẳng BC với mặt phẳng IHK . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. E nằm ngoài đoạn BC về phía B .
- B. E nằm ngoài đoạn BC về phía C .
- C. E nằm trong đoạn BC .
- D. E nằm trong đoạn BC và $E \neq B, E \neq C$.

Lời giải.

- Chọn mặt phẳng phụ (ABC) chứa BC .
- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC) và (IHK) . Ta có H là điểm chung thứ nhất của (ABC) và (IHK) . Trong mặt phẳng (SAC) , do IK không song song với AC nên gọi $F = IK \cap AC$. Ta có:



- $F \in AC$ mà $AC \subset (ABC)$ suy ra $F \in (ABC)$.
- $F \in IK$ mà $IK \subset (IHK)$ suy ra $F \in (IHK)$.

Suy ra F là điểm chung thứ hai của (ABC) và (IHK) . Do đó $(ABC) \cap (IHK) = HF$.

Trong mặt phẳng (ABC) , gọi $E = HF \cap BC$. Ta có:

- $E \in HF$ mà $HF \subset (IHK)$ suy ra $E \in (IHK)$.
- $E \in BC$.

Vậy $E = BC \cap (IHK)$.

Chọn đáp án **D**

□

3 THIẾT DIỆN

Câu 25. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC , E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- A. Tam giác MNE .
- B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .

C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

Lời giải.

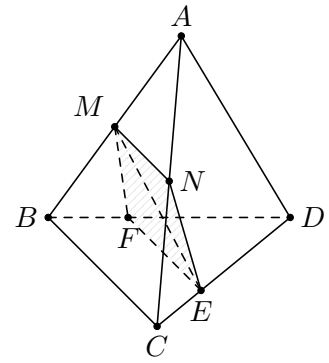
Tam giác ABC có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC .

Suy ra MN là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow MN \parallel BC$.

Từ E kẻ đường thẳng d song song với BC và cắt BD tại $F \Rightarrow EF \parallel BC$.

Do đó $MN \parallel EF$ suy ra bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng và $MNEF$ là hình thang.

Vậy hình thang $MNEF$ là thiết diện cần tìm.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC . Trên đường thẳng CD lấy điểm M nằm ngoài đoạn CD . Thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (HKM) là

A. Tứ giác $HKMN$ với $N \in AD$.

B. Hình thang $HKMN$ với $N \in AD$ và $HK \parallel MN$.

C. Tam giác HKL với $L = KM \cap BD$.

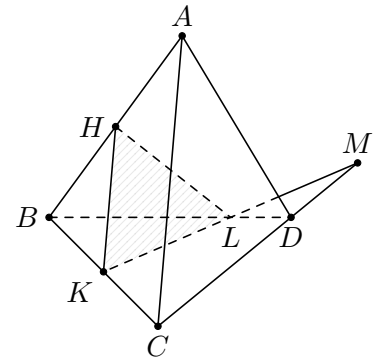
D. Tam giác HKL với $L = HM \cap AD$.

Lời giải.

Ta có HK, KM là đoạn giao tuyến của (HKM) với (ABC) và (BCD) .

Trong mặt phẳng (BCD) , do KM không song song với BD nên gọi $L = KM \cap BD$.

Vậy thiết diện là tam giác HKL .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 27. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a ($a > 0$). Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp theo một thiết diện có diện tích bằng

A. a^2 .

B. $\frac{a^2}{2}$.

C. $\frac{a^2}{4}$.

D. $\frac{a^2}{16}$.

Lời giải.

Gọi Q là trung điểm của SD .

Tam giác SAD có M, Q lần lượt là trung điểm của SA, SD suy ra $MQ \parallel AD$.

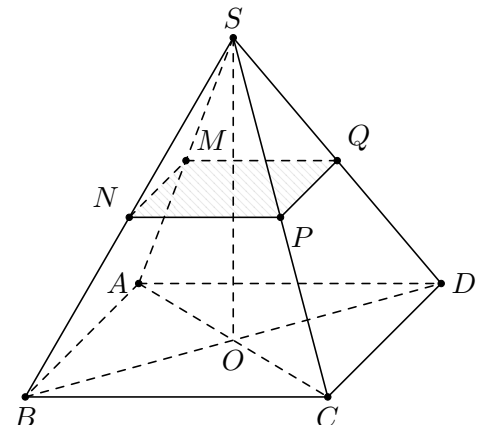
Tam giác SBC có N, P lần lượt là trung điểm của SB, SC suy ra $NP \parallel BC$.

Mặt khác $AD \parallel BC$ suy ra $MQ \parallel NP$ và $MQ = NP \Rightarrow MNPQ$ là hình vuông.

Khi đó M, N, P, Q đồng phẳng $\Rightarrow (MNP)$ cắt SD tại Q và $MNPQ$ là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với (MNP) .

Vậy diện tích hình vuông $MNPQ$ là

$$S_{MNPQ} = \frac{S_{ABCD}}{4} = \frac{a^2}{4}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 28. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (GCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

🔗 **Lời giải.**

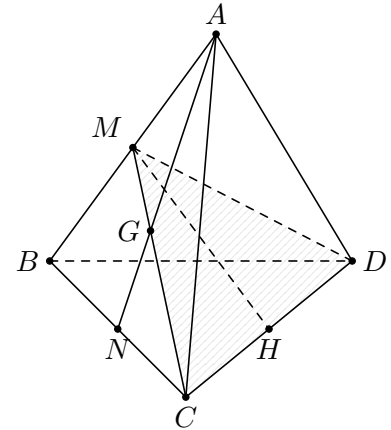
Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC suy ra $AN \cap MC = G$.

Dễ thấy mặt phẳng (GCD) cắt đường thẳng AB tại điểm M .

Suy ra tam giác MCD là thiết diện của mặt phẳng (GCD) và tứ diện $ABCD$.

Tam giác ABD đều, có M là trung điểm AB suy ra $MD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác ABC đều, có N là trung điểm BC suy ra $MC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Gọi H là trung điểm của CD

$$\Rightarrow MH \perp CD \Rightarrow S_{\triangle MCD} = \frac{1}{2} \cdot MH \cdot CD$$

$$\text{Với } MH = \sqrt{MC^2 - HC^2} = \sqrt{MC^2 - \frac{CD^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } S_{\triangle MCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 29. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC , P là trọng tâm tam giác BCD . Mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là

A. $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

🔗 **Lời giải.**

Trong tam giác BCD có: P là trọng tâm, N là trung điểm BC . Suy ra N, P, D thẳng hàng. Vậy thiết diện là tam giác MND .

Xét tam giác MND , ta có $MN = \frac{AB}{2} = a$; $DM = DN = \frac{AD\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Do đó tam giác MND cân tại D .

Gọi H là trung điểm MN suy ra $DH \perp MN$.

Diện tích tam giác

$$S_{\triangle MND} = \frac{1}{2} MN \cdot DH = \frac{1}{2} MN \cdot \sqrt{DM^2 - MH^2} = \frac{a^2\sqrt{11}}{4}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

4 BA ĐIỂM THẲNG HÀNG, BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY

Câu 30. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD, BC lần lượt tại P và Q . Biết MP cắt NQ tại I . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

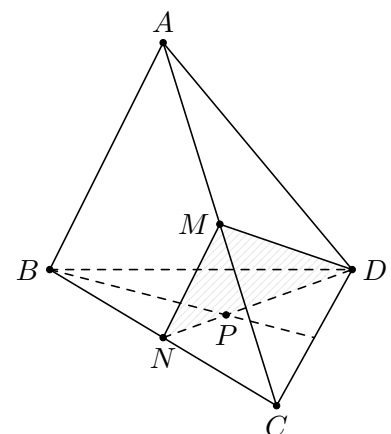
A. I, A, C .

B. I, B, D .

C. I, A, B .

D. I, C, D .

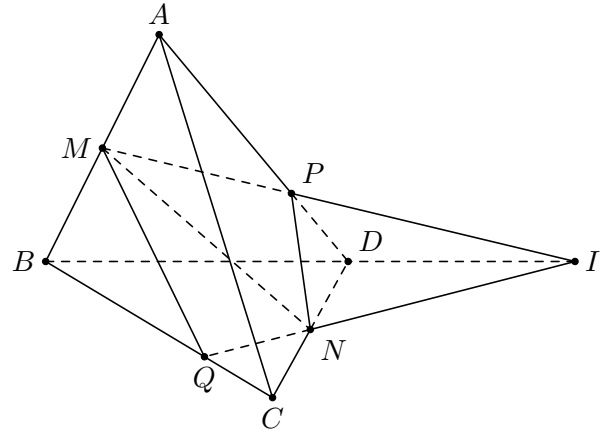
🔗 **Lời giải.**



Ta có $(ABD) \cap (BCD) = BD$. Lại có

$$\begin{cases} I \in MP \subset (ABD) \\ I \in NQ \subset (BCD) \end{cases}$$

$\Rightarrow I$ thuộc giao tuyến của (ABC) và (BCD)
 $\Rightarrow I \in BD \Rightarrow I, B, D$ thẳng hàng.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 31. Cho tứ diện $SABC$. Gọi L, M, N lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB và AC sao cho LM không song song với AB, LN không song song với SC . Mặt phẳng (LMN) cắt các cạnh AB, BC, SC lần lượt tại K, I, J . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. K, I, J .

B. M, I, J .

C. N, I, J .

D. M, K, J .

Lời giải.

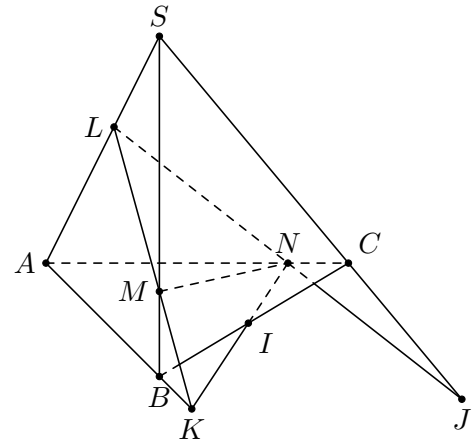
Ta có

— $M \in SB$ suy M là điểm chung của (LMN) và (SBC) .

— I là điểm chung của (LMN) và (SBC) .

— J là điểm chung của (LMN) và (SBC) .

Vậy M, I, J thẳng hàng vì cùng thuộc giao tuyến của (LMN) và (SBC) .



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD , I là điểm ở trên đoạn thẳng AG , BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AM = (ACD) \cap (ABG)$.

B. A, J, M thẳng hàng.

C. J là trung điểm của AM .

D. $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

Lời giải.

Ta có A là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .

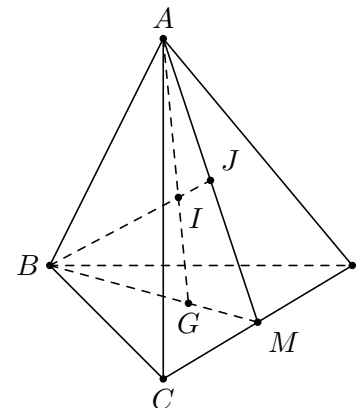
Do $BG \cap CD = M \Rightarrow \begin{cases} M \in BG \subset (ABG) \Rightarrow M \in (ABG) \\ M \in CD \subset (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \end{cases}$

$\Rightarrow M$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (ABG) và (ACD)

$\Rightarrow (ABG) \cap (ACD) = AM$.

Ta có $\begin{cases} BI \subset (ABG) \\ AM \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow AM, BI$ đồng phẳng.
 $(ABG) \equiv (ABM)$

$\Rightarrow J = BI \cap AM \Rightarrow A, J, M$ thẳng hàng.



Ta có $\begin{cases} DJ \subset (ACD) \\ DJ \subset (BDJ) \end{cases} \Rightarrow DJ = (ACD) \cap (BDJ)$. Điểm I di động trên AG nên J có thể không phải là trung điểm của AM .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, EG cắt AD tại H . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?

- A. CD, EF, EG . B. CD, IG, HF . C. AB, IG, HF . D. AC, IG, BD .

🔗 **Lời giải.**

Phương pháp: Để chứng minh ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là điểm chung của hai mặt phẳng (α) và (β) ; đồng thời d_3 là giao tuyến (α) và (β) .

Gọi $O = HF \cap IG$. Ta có:

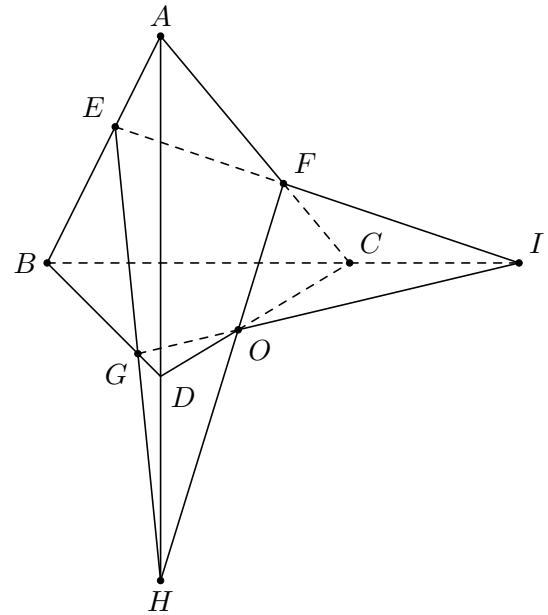
— $O \in HF$ mà $HF \subset (ACD)$ suy ra $O \in (ACD)$.

— $O \in IG$ mà $IG \subset (BCD)$ suy ra $O \in (BCD)$.

Do đó $O \in (ACD) \cap (BCD)$ (1).

Mà $(ACD) \cap (BCD) = CD$ (2). Từ (1) và (2), suy ra $O \in CD$.

Vậy ba đường thẳng CD, IG, HF đồng quy.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ không phải là hình thang. Trên cạnh SC lấy điểm M . Gọi N là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMB) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Ba đường thẳng AB, CD, MN đôi một song song.
 B. Ba đường thẳng AB, CD, MN đôi một cắt nhau.
 C. Ba đường thẳng AB, CD, MN đồng quy.
 D. Ba đường thẳng AB, CD, MN cùng thuộc một mặt phẳng.

🔗 **Lời giải.**

Gọi $I = AD \cap BC$. Trong mặt phẳng (SBC) , gọi $K = BM \cap SI$. Trong mặt phẳng (SAD) , gọi $N = AK \cap SD$.

Khi đó N là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMB) . Gọi $O = AB \cap CD$. Ta có:

— $O \in AB$ mà $AB \subset (AMB)$ suy ra $O \in (AMB)$.

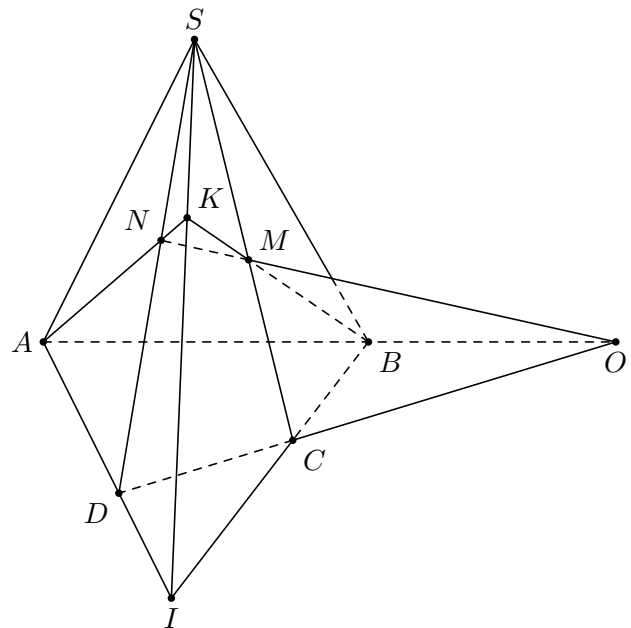
— $O \in CD$ mà $CD \subset (SCD)$ suy ra $O \in (SCD)$.

Do đó $O \in (AMB) \cap (SCD)$ (1).

Mà $(AMB) \cap (SCD) = MN$ (2).

Từ (1) và (2), suy ra $O \in MN$.

Vậy ba đường thẳng AB, CD, MN đồng quy.



Chọn đáp án **C**

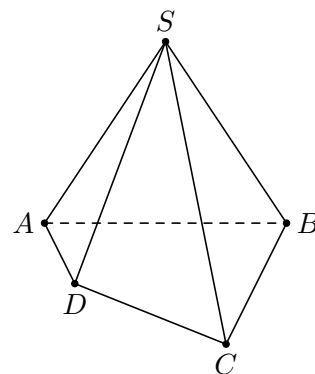
□

Câu 35. Khi cắt hình chóp tứ giác $S.ABCD$ bởi một mặt phẳng, thiết diện **không** thể là hình nào?

- A. Ngũ giác. B. Lục giác. C. Tam giác. D. Tứ giác.

🔗 **Lời giải.**

Ta có hình chóp tứ giác $S.ABCD$ gồm 5 mặt lần lượt là (SAB) , (SBC) , (SCD) , (SAD) và $(ABCD)$ nên thiết diện là tứ giác có tối đa 5 cạnh. Do đó thiết diện không thể là hình lục giác.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 36. Cho hai đường thẳng a và b . Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận a và b chéo nhau?

- A. a và b không cùng nằm trên bất kì mặt phẳng nào.
- B. a và b không có điểm chung.
- C. a và b là hai cạnh của một tứ diện.
- D. a và b nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.

Lời giải.

a và b không cùng nằm trên bất kì mặt phẳng nào thì a và b là hai đường thẳng chéo nhau.

Chọn đáp án **(A)**

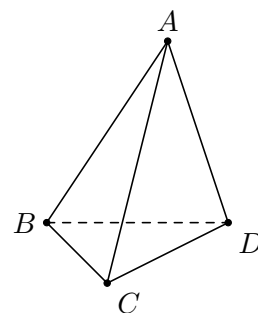
□

Câu 37. Tứ diện $ABCD$ có bao nhiêu cạnh?

- A. 4.
- B. 6.
- C. 8.
- D. 3.

Lời giải.

Ta thấy tứ diện $ABCD$ có 6 cạnh.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 38. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- C. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

Lời giải.

Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau hoặc song song.

Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau hoặc cắt nhau hoặc trùng nhau.

Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau hoặc trùng nhau.

Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung là câu **đúng**.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 39. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm E và F lần lượt là trung điểm của $C'B'$ và $C'D'$. Tính diện tích thiết diện của khối lập phương cắt bởi mặt phẳng (AEF) .

- A. $\frac{7a^2\sqrt{17}}{24}$.
- B. $\frac{a^2\sqrt{17}}{4}$.
- C. $\frac{a^2\sqrt{17}}{8}$.
- D. $\frac{7a^2\sqrt{17}}{12}$.

Lời giải.

Thiết diện của hình lập phương cắt bởi mặt phẳng (AEF) là ngũ giác $AKEFH$.

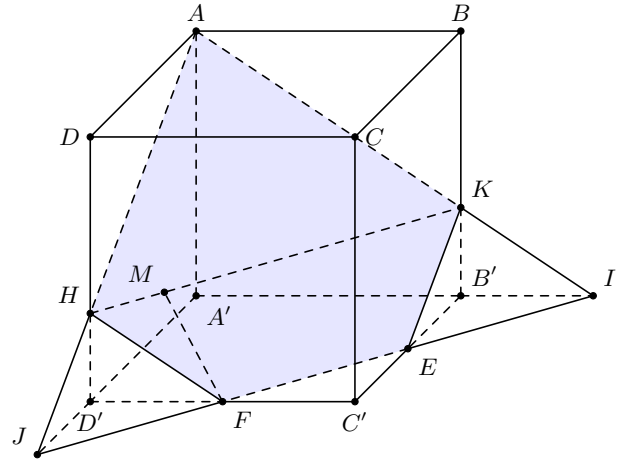
Ta chia ngũ giác $AKEFH$ thành hai phần: hình thang cân $EFHK$ đáy EF và tam giác AHK cân tại A .

Khi đó $S_{AKEFH} = S_{EFHK} + S_{\triangle AHK}$.

Vì $\triangle JD'H \sim \triangle ADH$ ($g - g$)

$$\Rightarrow \frac{D'H}{DH} = \frac{D'J}{DA} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra } D'H = \frac{1}{3}DD' = \frac{1}{3}a.$$



— Tính diện tích $\triangle AHK$.

$$\text{Xét } \triangle ADH \text{ vuông tại } D, \text{ ta có } AH^2 = AD^2 + DH^2 = a^2 + \frac{4a^2}{9} = \frac{13a^2}{9} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{13}}{3}.$$

$$\text{Ta có } HK = B'D' = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Do đó nửa chu vi } \triangle AHK \text{ là } p = \frac{AH + AK + HK}{2} = \frac{2\sqrt{13} + 3\sqrt{2}}{6}.$$

$$\text{Khi đó } S_{\triangle AHK} = \sqrt{p(p - AH)(p - AK)(p - HK)} = \frac{a^2\sqrt{17}}{6}.$$

— Tính diện tích hình thang $EFHK$.

$$\text{Kẻ } FM \perp HK. \text{ Ta có } EF = \frac{1}{2}B'D' = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Do } EFHK \text{ là hình thang cân nên } HM = \frac{1}{2}(HK - EF) = \frac{1}{2}\left(a\sqrt{2} - \frac{a\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Xét } \triangle HD'F \text{ vuông tại } D', \text{ ta có } HF^2 = HD'^2 + D'F^2 = \frac{a^2}{9} + \frac{a^2}{4} = \frac{13a^2}{36}.$$

$$\text{Xét } \triangle FMH \text{ vuông tại } M, \text{ ta có } FM^2 = FH^2 - MH^2 = \frac{13a^2}{36} - \frac{a^2}{8} = \frac{17a^2}{72} \Rightarrow FM = \frac{a\sqrt{34}}{12}.$$

$$\text{Vậy } S_{EFHK} = \frac{FM \cdot (EF + HK)}{2} = \frac{\left(a\sqrt{2} + \frac{a\sqrt{2}}{2}\right) \frac{a\sqrt{34}}{12}}{2} = \frac{a^2\sqrt{17}}{8}.$$

$$\text{Vậy diện tích của ngũ giác } AKEFH \text{ là } S_{AKEFH} = S_{\triangle AHK} + S_{EFHK} = \frac{a^2\sqrt{17}}{8} + \frac{a^2\sqrt{17}}{6} = \frac{7a^2\sqrt{17}}{24}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 40.

Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

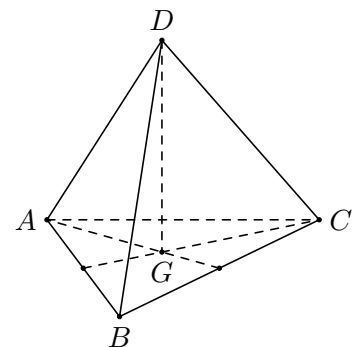
Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD) . Tính diện tích của thiết diện.

A. $\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.



Lời giải.

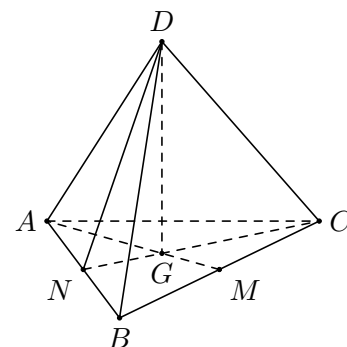
Thiết diện của hình chóp tạo bởi mặt phẳng (GCD) là $\triangle NCD$.

$$\text{Có } AM = CN = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Xét } \triangle DGA \text{ vuông tại } G \text{ có: } DG = \sqrt{DA^2 - AG^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Nên } S_{\triangle NCD} = \frac{1}{2}DG \cdot CN = \sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, SA . Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

A. Tam giác.

B. Lục giác.

C. Ngũ giác.

D. Tứ giác.

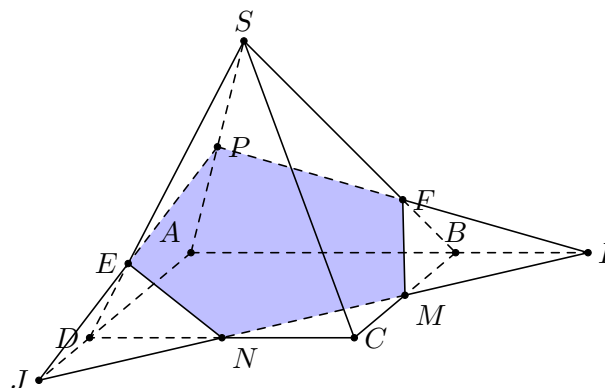
Lời giải.

Gọi I, J là giao của đường thẳng MN và AB, AD .

Gọi F là giao điểm của đường thẳng SB và PI .

Gọi E là giao điểm của đường thẳng SD và PJ .

Khi đó thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (MNP) là ngũ giác $MNEPF$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 42. Hãy chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau.

A. Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì mặt phẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.

B. Hai mặt phẳng lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì cắt nhau theo một giao tuyến song song với một trong hai đường thẳng đó.

C. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì đường thẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.

D. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì cắt nhau theo một giao tuyến đi qua điểm chung đó.

Lời giải.

Ta có tính chất sau: Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì mặt phẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 43. Cho hai đường thẳng phân biệt $a; b$ và mặt phẳng (α) . Hãy chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

A. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\alpha)$ thì $a \parallel b$.

B. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp (\alpha)$ thì $a \perp b$.

C. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (\alpha)$.

D. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (\alpha)$.

Lời giải.

- Với $\begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ b \parallel (\alpha) \end{cases}$ thì a chưa chắc song song với b , vì khi a, b cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng có thể cắt nhau $\Rightarrow$ đáp án sai.

- Với $\begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ b \perp a \end{cases}$ thì b chưa chắc vuông góc với (α) , vì khi b cùng nằm trong một mặt phẳng với a thì $b \parallel (\alpha)$
 $\Rightarrow$ đáp án sai.

- Với $\begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ b \perp a \end{cases}$ thì b chưa chắc song song với (α) , vì b có thể nằm trong mặt phẳng (α)
 $\Rightarrow$ đáp án sai.

- Với $\begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ b \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow a \perp b \Rightarrow$ đáp án đúng.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 44. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của CA, CB . K là điểm trên cạnh SA sao cho $KA = 2KS$. Thiết diện của mặt phẳng (IJK) với hình chóp có diện tích là

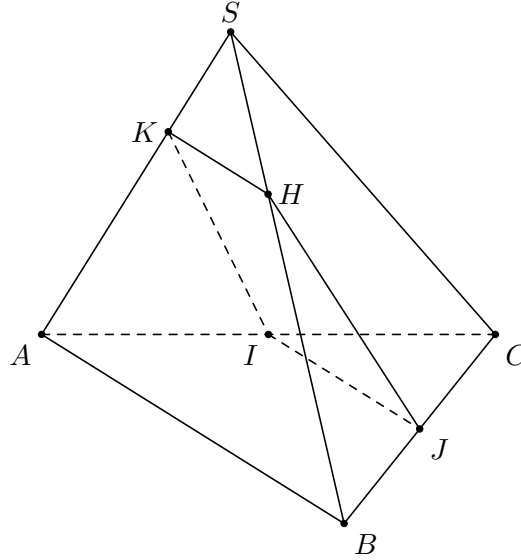
A. $\frac{a^2\sqrt{51}}{144}$.

B. $\frac{5a^2\sqrt{51}}{288}$.

C. $\frac{5a^2\sqrt{51}}{144}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{51}}{288}$.

Lời giải.



Thiết diện là hình thang cân $IJHK$ có

— Đáy lớn $IJ = \frac{a}{2}$.

— Đáy nhỏ $HK = \frac{a}{3}$.

— Cạnh bên $HJ^2 = BH^2 + BJ^2 - 2BH \cdot BJ \cdot \cos 60^\circ = \frac{13a^2}{36}$.

— Chiều cao $h^2 = HJ^2 - \left(\frac{IJ - HK}{2}\right)^2 = \frac{13a^2}{36} - \frac{a^2}{144} = \frac{51a^2}{144} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{51}}{12}$.

Vậy diện tích thiết diện là $S = \frac{(HK + IJ)h}{2} = \frac{5a^2\sqrt{51}}{144}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, SA . Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp theo thiết diện là hình

A. Tam giác.

B. Lục giác.

C. Ngũ giác.

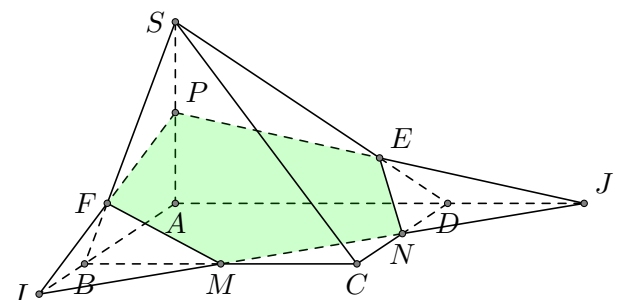
D. Tứ giác.

Lời giải.

Gọi I, J lần lượt là giao của đường thẳng MN và AB, AD .

Gọi $F = SB \cap PI; E = SD \cap PJ$.

Khi đó thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là ngũ giác $MNEPF$.



Chọn đáp án **(C)**

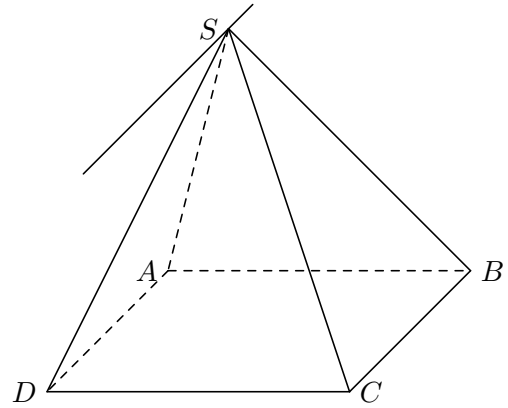
□

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AC .B. BD .C. AD .D. SC .

🔗 **Lời giải.**

Do $BC \parallel AD$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là một đường thẳng đi qua điểm S và song song với AD .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của (SMN) và (SAC) là:

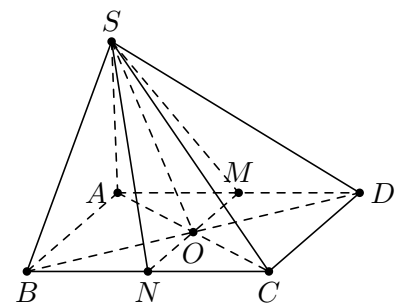
A. SK (K là trung điểm của AB).B. SO (O là tâm của hình bình hành $ABCD$).C. SF (F là trung điểm của CD).D. SD .

🔗 **Lời giải.**

Ta có $S \in (SMN) \cap (SAC)$. (1)

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$. Suy ra O là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) . (2)

Từ (1) và (2) suy ra SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 48. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC ; G là trọng tâm của $\triangle BCD$. Khi đó, giao điểm của đường thẳng MG và mp (ABC) là

A. Điểm A .B. Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AN .C. Điểm N .D. Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC .

🔗 **Lời giải.**

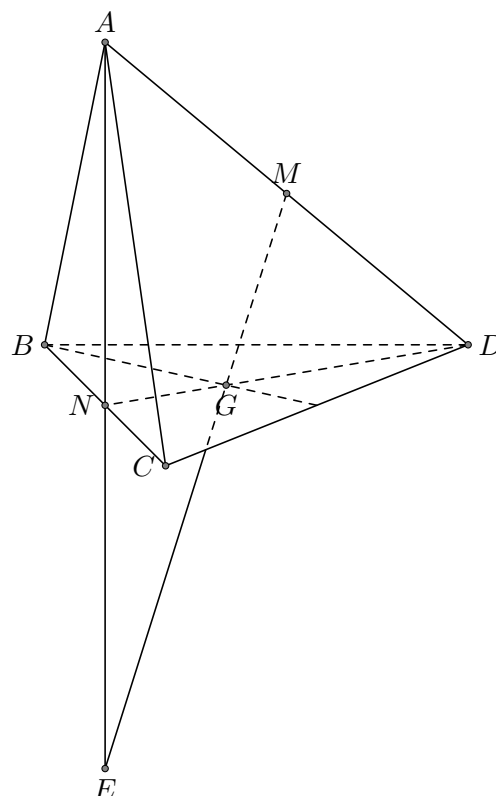
Trong mặt phẳng (AND) : $AN \cap MG = E$.

$E \in AN, AN \subset (ABC) \Rightarrow E \in (ABC)$.

$E \in MG$.

$\Rightarrow E = MG \cap (ABC)$.

Vậy giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) là E , ($E = AN \cap MG$).



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn thẳng SA tại M sao cho $SM = 2MA$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{25}{9}$.

B. $\frac{14}{9}$.

C. $\frac{16}{9}$.

D. 1.

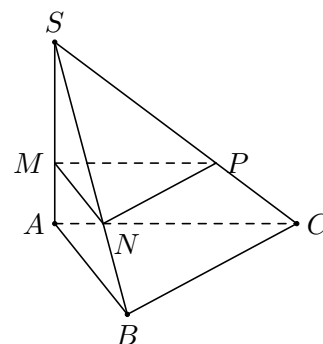
Lời giải.

Qua M dựng mặt phẳng song song với (ABC) cắt SB, SC tại N, P .

Khi đó $\frac{MN}{AB} = \frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Tương tự ta có $\frac{NP}{BC} = \frac{2}{3}, \frac{MP}{AC} = \frac{2}{3}$.

$\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ đồng dạng với tỉ số

$$k = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{\triangle MNP} = \frac{4}{9} S_{\triangle ABC} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{16}{9}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 50. Hình chóp tam giác có số cạnh là

A. 3.

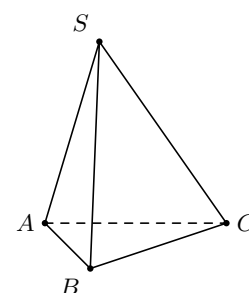
B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Xét hình chóp tam giác $S.ABC$ có các cạnh là SA, SB, SC, AB, BC và CA . Vậy hình chóp có số cạnh là 6.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 51. Hình chóp tứ giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 8.

B. 12.

C. 20.

D. 6.

Lời giải.

Hình chóp tứ giác có 4 cạnh bên và 4 cạnh đáy nên có 8 cạnh.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 52. Hình chóp tam giác có số cạnh là

A. 3.

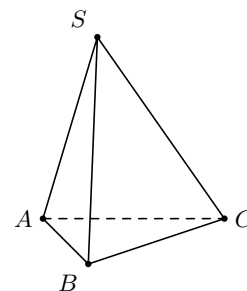
B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Xét hình chóp tam giác $S.ABC$ có các cạnh là SA, SB, SC, AB, BC và CA . Vậy hình chóp có số cạnh là 6.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 53. Hình chóp tứ giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 8.

B. 12.

C. 20.

D. 6.

Lời giải.

Hình chóp tứ giác có 4 cạnh bên và 4 cạnh đáy nên có 8 cạnh.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 54. Cho tứ diện $S.ABC$. Trên các cạnh SA, SB, AC lần lượt lấy các điểm D, E, F sao cho DE và AB không song song. Tìm giao điểm M của BC và (DEF) .

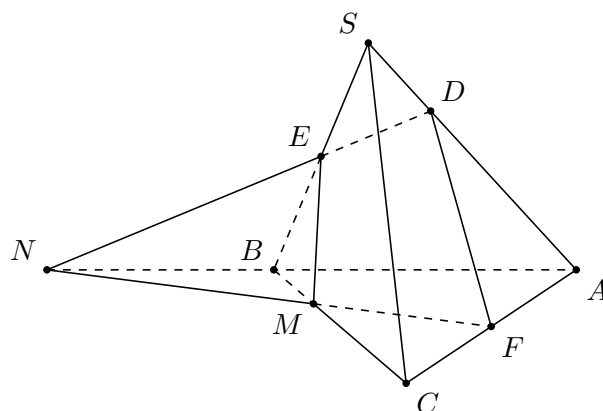
A. M với $M = DF \cap BC$.B. M với $M = DE \cap BC$.C. M với $M = NF \cap BC, N = DE \cap AB$.D. M với $M = EF \cap BC$.**Lời giải.**

Do DE không song song AB nên $DE \cap AB = N \Rightarrow N \in (DEF)$.

Gọi $M = NF \cap BC \Rightarrow \begin{cases} M \in NF \\ M \in BC \end{cases} \quad (1).$

Mặt khác $NF \subset (DEF) \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $M = BC \cap (DEF)$ với $M = NF \cap BC, N = DE \cap AB$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 55. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA = 1, SB = 2, SC = 3$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm của SG cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại A', B', C' . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{1}{SA'^2} + \frac{1}{SB'^2} + \frac{1}{SC'^2}$.

A. $\frac{7}{18}$.

B. 1.

C. $\frac{18}{7}$.D. $\frac{49}{36}$.**Lời giải.**

Gọi M là trung điểm của BC và $M' = SM \cap (P)$,

Ta đi chứng minh $\frac{SB}{SB'} + \frac{SC}{SC'} = 2 \frac{SM}{SM'}$.

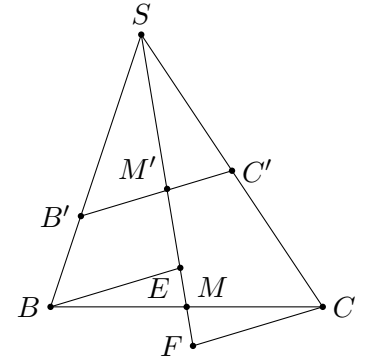
Dựng $BE \parallel CF \parallel B'C' \Rightarrow M$ là trung điểm của EF .

Khi đó $\frac{SB}{SB'} = \frac{SE}{SM'}$ và $\frac{SC}{SC'} = \frac{SF}{SM'}$.

$$\Rightarrow \frac{SB}{SB'} + \frac{SC}{SC'} = \frac{SE + SF}{SM'} = 2 \frac{SM}{SM'}.$$

Một cách tương tự áp dụng vào tam giác SAM ta có $\frac{SA}{SA'} + \frac{2SM}{SM'} = \frac{3SG}{SI}$.

Khi đó $\frac{1}{SA'} + \frac{2}{SB'} + \frac{3}{SC'} = \frac{3SG}{SI} = 6$ (với I là trung điểm SG).



$$\text{Ta có } 36 \leq (1 + 2^2 + 3^2) \left(\frac{1}{SA'^2} + \frac{1}{SB'^2} + \frac{1}{SC'^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{SA'^2} + \frac{1}{SB'^2} + \frac{1}{SC'^2} \geq \frac{36}{14} = \frac{18}{7}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 56. Khối lăng trụ bát giác có tất cả bao nhiêu đỉnh?

A. 8.

B. 16.

C. 24.

D. 12.

Lời giải.

Khối lăng trụ bát giác có 16 đỉnh.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD và G là trọng tâm tam giác SBD . Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H . Tính $\frac{SH}{SC}$.

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$, I là giao điểm của MN và AC .

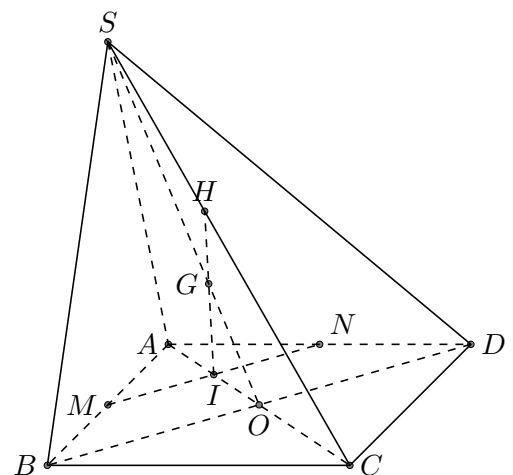
Ta có IG cắt SC tại H khi đó $\begin{cases} H \in IG \subset (MNG) \\ H \in SC \end{cases} \Rightarrow H =$

$SC \cap (MNG)$.

Xét tam giác SOC có I, G, H thẳng hàng suy ra theo định lý

Menelaus ta được $\frac{IO}{IC} \cdot \frac{GS}{GO} \cdot \frac{HC}{HS} = 1$.

Mà $\frac{IO}{IC} = \frac{1}{3}, \frac{GS}{GO} = 2$ suy ra $\frac{HC}{HS} = \frac{3}{2}$. Vậy $\frac{SH}{SC} = \frac{2}{5}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 58. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = a, SC = 3a, \widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ, \widehat{CSA} = 90^\circ$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tính độ dài đoạn thẳng SG .

A. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Tam giác SAB đều nên $AB = a$, tam giác SAC vuông tại S nên $AC = a\sqrt{10}$.

Áp dụng định lý hàm số cos vào tam giác SBC tính được $BC = a\sqrt{7}$.

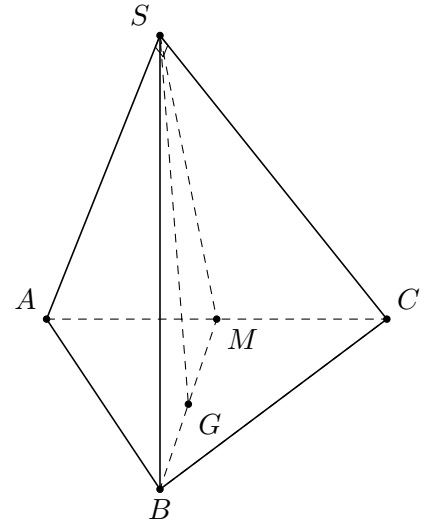
Gọi M là trung điểm AC , ta có $SM = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Xét $\triangle ABC$: $BM = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow BG = \frac{2}{3}BM = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Xét $\triangle SBM$: $SB^2 + BM^2 = SM^2$ nên tam giác SBM vuông tại B .

Xét $\triangle SBG$:

$$SG^2 = SB^2 + BG^2 = a^2 + \frac{2a^2}{3} = \frac{5a^2}{3} \Rightarrow SG = \frac{a\sqrt{15}}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 59. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của AB, SC . I là giao điểm của AN với (SBD) , J giao điểm của MN với (SBD) . Tính tỉ số $\frac{IB}{IJ}$.

A. 4.

B. 3.

C. $\frac{7}{2}$.

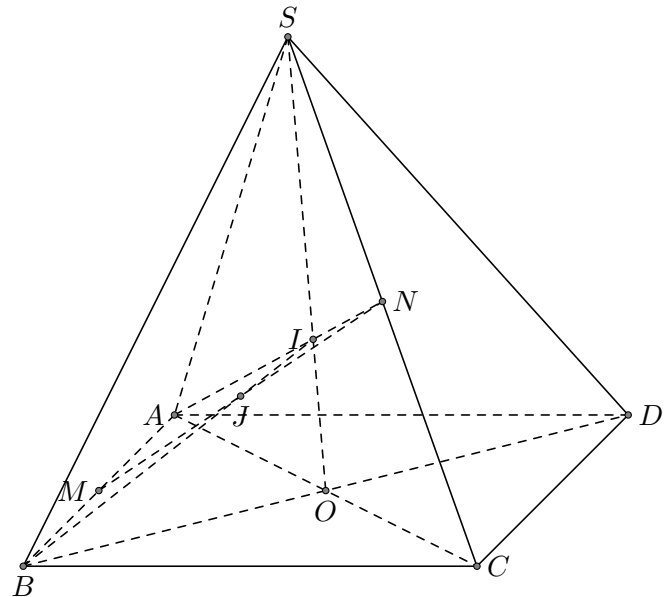
D. $\frac{11}{3}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$, $SO \cap AN = I$. Suy ra $I = AN \cap (SBD)$. Trong mặt phẳng (ABN) , gọi $BI \cap MN = J$ hay $MN \cap (SBD) = J$.

Xét tam giác SAC có AN, SO là các trung tuyến nên I là trọng tâm của tam giác SAC hay $\frac{AI}{IN} = \frac{2}{1}$.

Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác IAB với M, J, N thẳng hàng: $\frac{NI}{IA} \cdot \frac{MA}{MB} \cdot \frac{JB}{JI} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{JB}{JI} = 1$ hay $\frac{JB}{JI} = 3$ suy ra $\frac{IB}{IJ} = 4$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 60. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SD , N là trọng tâm tam giác SAB . Đường thẳng MN cắt mặt phẳng (SBC) tại điểm I . Tính tỉ số $\frac{IN}{IM}$.

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{1}{3}$.

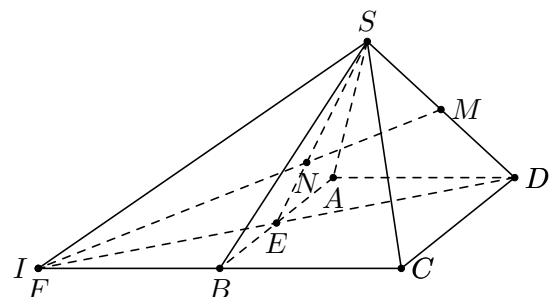
C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Gọi E là trung điểm của AB và F là giao điểm của DE với BC . Khi đó $(SDE) \cap (SBC) = SF$.

Trong tam giác FCD có EB là đường trung bình nên E là trung điểm DF . Khi đó trong tam giác SDF có FM, SE là trung tuyến và $\frac{SN}{SE} = \frac{2}{3}$ (trong tam giác SAB) nên $\frac{FN}{FM} = \frac{2}{3}$.



Mặt khác, theo trên thì I là giao điểm của MN với (SBC) nên I sẽ trùng với F , hay $\frac{IN}{IM} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

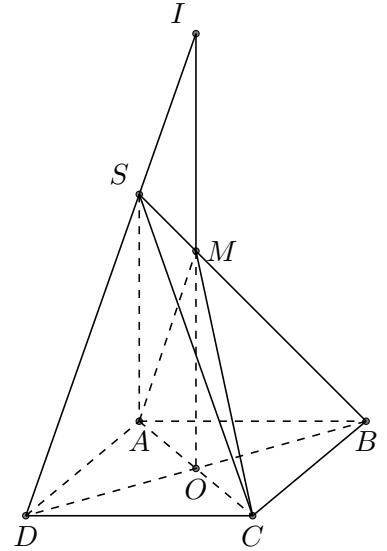
Câu 61. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , điểm M nằm trên cạnh SB sao cho $SM = \frac{1}{3}SB$. Giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (MAC) nằm trên đường thẳng nào sau đây?

- A. Đường thẳng MC . B. Đường thẳng MO . C. Đường thẳng MA . D. Đường thẳng AC .

Lời giải.

Trong (SBD) gọi $I = SD \cap OM$.

Khi đó, $I = SD \cap (AMC)$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 62. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD , I là điểm ở trên đoạn thẳng AG . Đường thẳng BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $AM = (ACD) \cap (ABG)$. B. A, J, M thẳng hàng.
C. $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$. D. J là trung điểm của AM .

Lời giải.

Trong mặt phẳng (AMB) nối BI cắt AM tại $J \Rightarrow J = BI \cap (ACD)$.

J là trung điểm của AM là khẳng định sai.

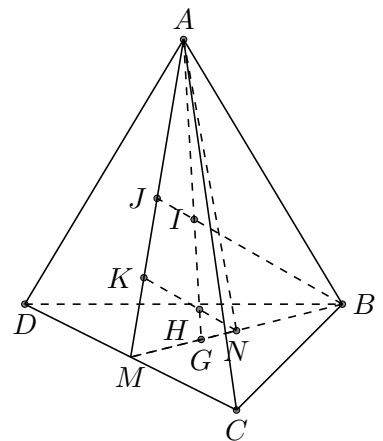
Thật vậy giả sử J là trung điểm AM . Gọi N là trung điểm BM , K là trung điểm JM , KN cắt AG tại H

Khi đó $AJ = \frac{2}{3}AK \Rightarrow IH = \frac{1}{2}AI$.

$\frac{GN}{GB} = \frac{1}{4} \Rightarrow GH = \frac{1}{4}GI$.

Cộng vế ta được $\frac{3}{4}GI = \frac{1}{2}AI \Rightarrow \frac{AI}{AG} = \frac{3}{5}$.

Do I bất kì trên AG nên khẳng định trên sai.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 63. Cho tứ diện $ABCD$ và M, N, P lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC, AD mà không trùng với các đỉnh của tứ diện. Thiết diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng MNP là:

- A. Một tam giác. B. Một ngũ giác. C. Một đoạn thẳng. D. Một tứ giác.

Lời giải.

Thiết diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (MNP) là tam giác $\triangle MNP$

Chọn đáp án **(A)** □

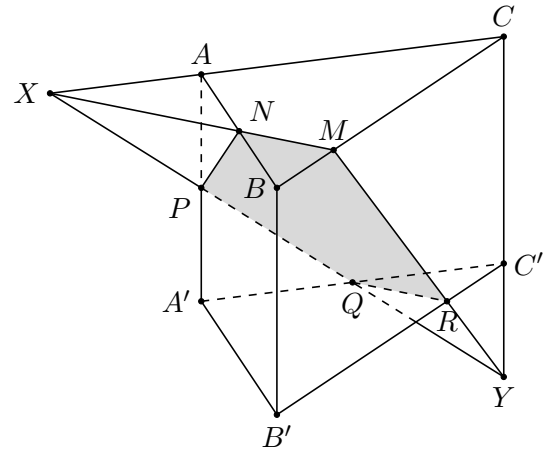
Câu 64. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Cắt hình lăng trụ bởi một mặt phẳng ta được một thiết diện. Số cạnh lớn nhất của thiết diện thu được là bao nhiêu?

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.

Lời giải.

Lăng trụ đã cho có tất cả 5 mặt nên số cạnh của thiết diện không quá 5.

Gọi M, N, R lần lượt là các điểm trên cạnh $BC, AB, B'C'$ sao cho $3MB = MC, NA = NB, 3PC' = PB'$. Khi đó thiết diện của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình ngũ giác $MNPQR$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 65. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD, OC . Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K . Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

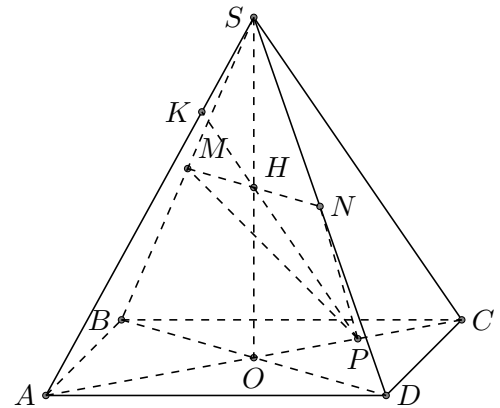
Trong (SBD) có $MN \cap SO = H$.

Trong (SAC) có $PH \cap SA = K$.

$\Rightarrow (MNP) \cap SA$ tại K .

Ta có MN là đường trung bình của tam giác SBD nên H là trung điểm $SO \Rightarrow PH$ là đường trung bình của tam giác SOC

$$\Rightarrow PK \parallel SC \Rightarrow \frac{KS}{KA} = \frac{PC}{PA} = \frac{1}{3}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 66. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M là trung điểm CD , (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với $B'D$ và CD' . Thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (P) là hình gì?

A. Ngũ giác.

B. Tứ giác.

C. Tam giác.

D. Lục giác.

Lời giải.

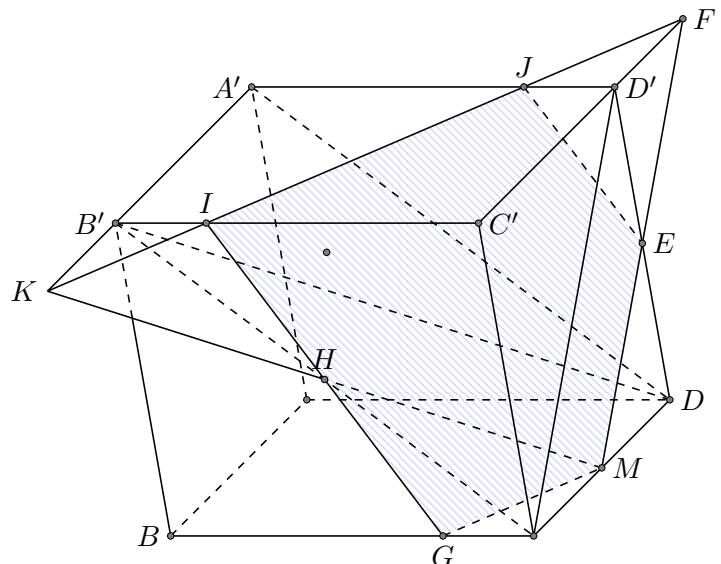
Trong $(CDD'C')$, kẻ đường thẳng qua M song song CD' cắt $DD', C'D'$ tại E, F .

Trong $(CDA'B')$, kẻ đường thẳng qua M song song $B'D$ cắt $B'C, A'B'$ tại H, K .

Trong $(A'B'C'D')$, KF cắt $B'C', A'D'$ tại I, J .

Trong $(BCC'B')$, IH cắt BC tại G .

Thiết diện là ngũ giác $MEJIG$



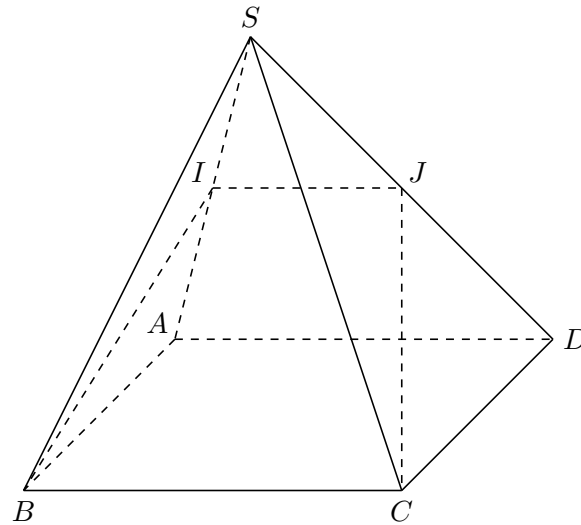
Chọn đáp án **A**

□

Câu 67. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, I là trung điểm của SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là

- A. Tam giác IBC . B. Hình thang $IJBC$ (J là trung điểm của SD).
C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm của SB). D. Tứ giác $IBCD$.

🔗 **Lời giải.**



Ta có $IJ \parallel AD \parallel BC$ suy ra bốn điểm B, C, J, I cùng nằm trên mặt phẳng IBC . Thiết diện là hình thang $IJBC$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 68. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, BC, CD . Hỏi thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình gì?

- A. Hình ngũ giác. B. Hình tam giác. C. Hình tứ giác. D. Hình bình hành.

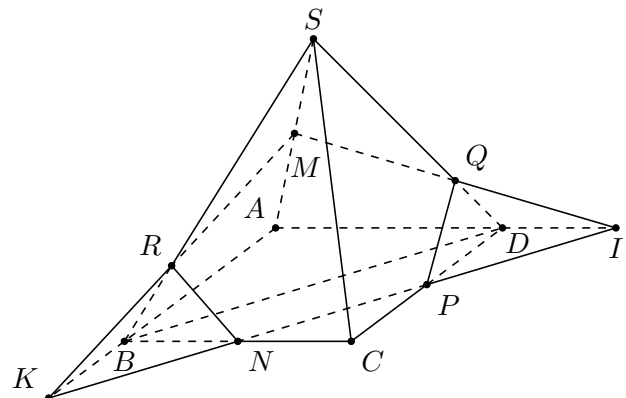
🔗 **Lời giải.**

Trong $(ABCD)$, gọi K, I lần lượt là giao điểm của NP với AB và AD .

Trong (ABS) , gọi R là giao điểm của MK với SB .

Trong (SAD) , gọi Q là giao điểm của MI với SD .

Thiết diện tạo bởi (MNP) cắt hình chóp là ngũ giác $MQPNR$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 69. Hình chóp tứ giác có số cạnh là

- A. 6. B. 8. C. 4. D. 12.

🔗 **Lời giải.**

Số cạnh của hình chóp có đáy là đa giác n đỉnh là $2n$ cạnh.

Nên hình chóp tứ giác có 8 cạnh.

Chọn đáp án **B**

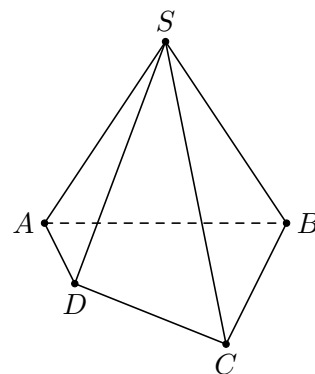
□

Câu 70. Khi cắt hình chóp tứ giác $S.ABCD$ bởi một mặt phẳng, thiết diện **không** thể là hình nào?

- A. Ngũ giác. B. Lục giác. C. Tam giác. D. Tứ giác.

🔗 **Lời giải.**

Ta có hình chóp tứ giác $S.ABCD$ gồm 5 mặt lần lượt là (SAB) , (SBC) , (SCD) , (SAD) và $(ABCD)$ nên thiết diện là tứ giác có tối đa 5 cạnh. Do đó thiết diện không thể là hình lục giác.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 71. Cho hai đường thẳng a và b . Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận a và b chéo nhau?

- A. a và b không cùng nằm trên bất kì mặt phẳng nào.
- B. a và b không có điểm chung.
- C. a và b là hai cạnh của một tứ diện.
- D. a và b nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.

Lời giải.

a và b không cùng nằm trên bất kì mặt phẳng nào thì a và b là hai đường thẳng chéo nhau.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 72. Thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là một hình chữ nhật. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Tứ diện là một tứ diện đều.
- B. Tứ diện có bốn đường cao đồng quy.
- C. Ba cạnh của tứ diện cùng chung một đỉnh nào đó vuông góc từng đôi một.
- D. Một cặp cạnh đối diện nào đó của tứ diện phải vuông góc.

Lời giải.

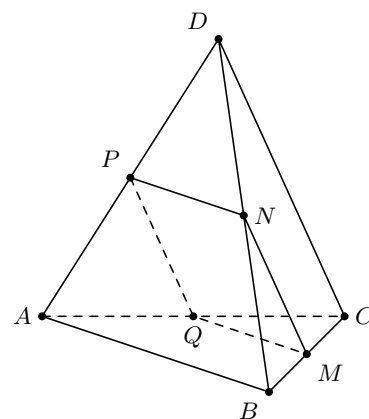
Không làm mất tính tổng quát, giả sử $(P) \cap (BCD) = MN$; $(P) \cap (ABD) = NP$; $(P) \cap (ACD) = PQ$ và $(P) \cap (ABC) = MQ$. Thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là hình chữ nhật $MNPQ$, suy ra $MN \parallel PQ$.

Vì $(P) \cap (BCD) = MN$; $(P) \cap (ACD) = PQ$; $(ACD) \cap (BCD) = CD$ mà $MN \parallel PQ$ nên suy ra $CD \parallel MN \parallel PQ$. (1)

Chứng minh tương tự, ta suy ra $AB \parallel MQ \parallel PN$. (2)

Mặt khác, do $MNPQ$ là hình chữ nhật nên $MQ \perp MN$ nên từ (1) và (2) $\Rightarrow MQ \perp CD \Rightarrow CD \perp AB$.

Vậy hai cạnh đối diện của tứ diện là CD và AB phải vuông góc với nhau.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 73. Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

- A. 6.
- B. 4.
- C. 3.
- D. 2.

Lời giải.

Vì 4 điểm không đồng phẳng tạo thành một tứ diện mà tứ diện có 4 mặt

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 74. Cho hai đường thẳng a và b . Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận a và b chéo nhau?

- A. a và b không nằm trên bất kì mặt phẳng nào.
- B. a và b không có điểm chung..
- C. a và b là hai cạnh của một tứ diện..
- D. a và b nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.

Lời giải.

B sai vì a và b có thể song song.

C sai vì a và b có thể cắt nhau.

D sai vì a và b có thể song song.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 75. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . Gọi M, N lần lượt là hai trung điểm của AB, CD . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là

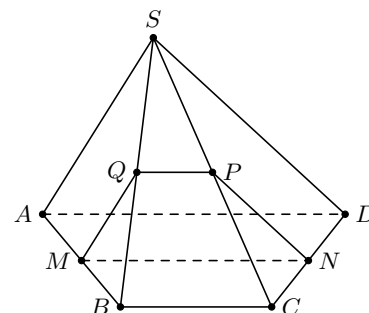
- A. Hình bình hành. B. Hình chữ nhật. C. Hình thang. D. Hình vuông.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (P) cắt (SBC) theo giao tuyến PQ .

Khi đó do $MN \parallel BC$ nên theo định lý ba giao tuyến song song hoặc đồng quy áp dụng cho ba mặt phẳng $(P); (SBC); (ABCD)$ thì ta được ba giao tuyến $MN; BC; PQ$ đôi một song song.

Do đó thiết diện là một hình thang.



Chọn đáp án **C**

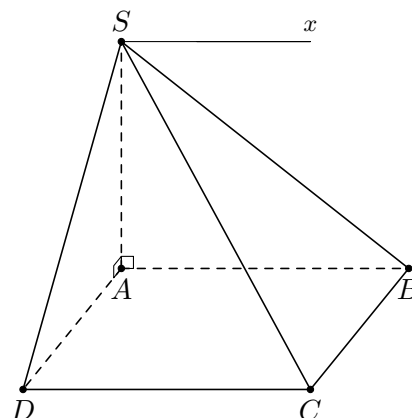
Câu 76. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là:

- A. Đường SO với O là tâm hình bình hành. B. Đường thẳng qua S và cắt AB .
C. Đường thẳng qua S và song song với AD . D. Đường thẳng qua S và song song với CD .

Lời giải.

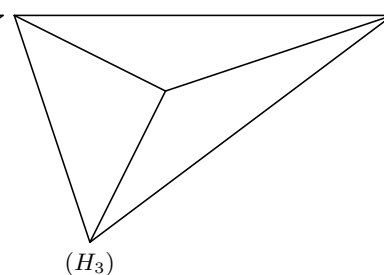
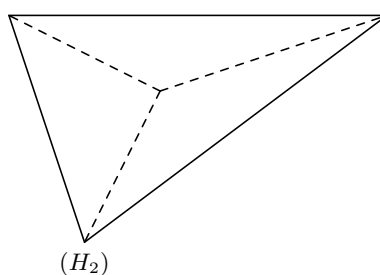
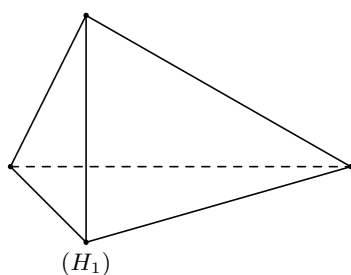
Xét hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) , ta có:

$$\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx \parallel AB \parallel CD.$$



Chọn đáp án **D**

Câu 77. Trong không gian cho ba hình dưới, hình nào là hình biểu diễn của một hình tứ diện?



- A. Không có hình nào. B. Chỉ có hình (H_1) .
C. Chỉ có hình $(H_1), (H_2)$. D. Cả ba hình $(H_1), (H_2), (H_3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án **D**

Câu 78. Trong không gian, tập hợp các điểm cách đều ba đỉnh của một tam giác là

- A. Tập rỗng. B. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.
C. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng chứa tam giác tại tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.
D. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng chứa tam giác tại trực tâm của tam giác đó.

Lời giải.

Chọn đáp án **C**

Câu 79. Cho hình chóp $S.ABCD$, với $ABCD$ là hình bình hành. Cắt hình chóp bằng mặt phẳng (MNP) , trong đó M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AD, SC . Thiết diện nhận được sẽ là:

- A. Lục giác. B. Tam giác.
C. Tứ giác. D. Ngũ giác.

🔗 **Lời giải.**

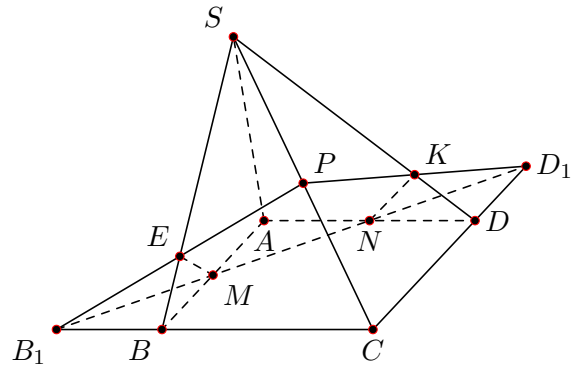
Trong mặt phẳng đáy $(ABCD)$ gọi $MN \cap CD = D_1$, $MN \cap BC = B_1$.

Khi đó trong mặt phẳng (SBC) thì $B_1P \cap SB = E$ và trong mặt phẳng (SCD) thì $D_1P \cap SD = K$.

Vậy thiết diện là ngũ giác $MEPKN$.

Chọn đáp án **D**

□



Câu 80. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
B. Nếu ba điểm phân biệt M, N, P cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng.
C. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.
D. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

🔗 **Lời giải.**

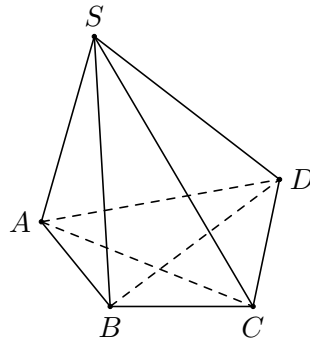
Chọn đáp án **A**

□

Câu 81. Trong mặt phẳng (α) , cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Điểm S không thuộc mặt phẳng (α) . Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và hai trong bốn điểm nói trên?

- A. 6. B. 8. C. 4. D. 5.

🔗 **Lời giải.**



Có 6 mặt phẳng là: $(SAB), (SBC), (SCD), (SAD), (SAC), (SBD)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 82. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.
B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
C. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.
D. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

🔗 **Lời giải.**

- Mệnh đề “Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng” sai. Vì qua 2 điểm phân biệt, tạo được 1 đường thẳng, khi đó chưa đủ điều kiện để lập một mặt phẳng xác định. Có vô số mặt phẳng đi qua 2 điểm đã cho.
- Mệnh đề “Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng” sai. Vì trong trường hợp 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì chỉ tạo được đường thẳng, khi đó có vô số mặt phẳng đi qua 3 điểm phân biệt thẳng hàng.
- Mệnh đề “Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng” sai. Vì trong trường hợp 4 điểm phân biệt thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng đi qua 4 điểm đó hoặc trong trường hợp 4 điểm mặt phẳng không đồng phẳng thì sẽ tạo không tạo được mặt phẳng nào đi qua cả 4 điểm.

Chọn đáp án **C** □

Câu 83. Trong không gian, cho 4 điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

- A. 6. B. 4. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Với 3 điểm phân biệt không thẳng hàng, ta luôn tạo được 1 mặt phẳng xác định. Khi đó, với 4 điểm không đồng phẳng ta tạo được tối đa $C_4^3 = 4$ mặt phẳng.

Chọn đáp án **B** □

Câu 84. Trong mặt phẳng (α) , cho 4 điểm A, B, C, D trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Điểm S không thuộc mặt phẳng (α) . Có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi S và 2 trong 4 điểm nói trên?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 8.

Lời giải.

Với điểm S không thuộc mặt phẳng (α) và 4 điểm A, B, C, D thuộc mặt phẳng (α) , ta có C_4^2 cách chọn 2 trong 4 điểm A, B, C, D cùng với điểm S lập thành 1 mặt phẳng xác định. Vậy số mặt phẳng tạo được là 6.

Chọn đáp án **C** □

Câu 85. Cho 5 điểm A, B, C, D, E trong đó không có 4 điểm nào đồng phẳng. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi 3 trong 5 điểm đã cho?

- A. 10. B. 12. C. 8. D. 14.

Lời giải.

Với 3 điểm phân biệt không thẳng hàng, ta luôn tạo được 1 mặt phẳng xác định. Ta có C_5^3 cách chọn 3 điểm trong 5 điểm đã cho để tạo được 1 mặt phẳng xác định. Vậy số mặt phẳng tạo được là 10.

Chọn đáp án **A** □

Câu 86. Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Ba điểm phân biệt. B. Một điểm và một đường thẳng.
C. Hai đường thẳng cắt nhau. D. Bốn điểm phân biệt.

Lời giải.

- Mệnh đề “Ba điểm phân biệt” sai. Trong trường hợp 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì sẽ có vô số mặt phẳng chứa 3 điểm thẳng hàng đã cho.
- Mệnh đề “Một điểm và một đường thẳng” sai. Trong trường hợp điểm thuộc đường thẳng đã cho, khi đó ta chỉ có 1 đường thẳng, có vô số mặt phẳng đi qua đường thẳng đó.
- Mệnh đề “Bốn điểm phân biệt” sai. Trong trường hợp 4 điểm phân biệt thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng đi qua 4 điểm đó hoặc trong trường hợp 4 điểm mặt phẳng không đồng phẳng thì sẽ không tạo được mặt phẳng nào đi qua cả 4 điểm.

Chọn đáp án **C** □

Câu 87. Cho tứ giác $ABCD$. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng chứa tất cả các đỉnh của tứ giác $ABCD$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải.

4 điểm A, B, C, D tạo thành 1 tứ giác, khi đó 4 điểm A, B, C, D đã đồng phẳng và tạo thành 1 mặt phẳng duy nhất là mặt phẳng $(ABCD)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 88. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) thì A, B, C thẳng hàng.
B. Nếu A, B, C thẳng hàng và $(P), (Q)$ có điểm chung là A thì B, C cũng là 2 điểm chung của (P) và (Q) .
C. Nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) phân biệt thì A, B, C không thẳng hàng.
D. Nếu A, B, C thẳng hàng và A, B là 2 điểm chung của (P) và (Q) thì C cũng là điểm chung của (P) và (Q) .

Lời giải.

Hai mặt phẳng phân biệt không song song với nhau thì chúng có duy nhất một giao tuyến.

- Mệnh đề “Nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) thì A, B, C thẳng hàng” sai. Vì:
Nếu (P) và (Q) trùng nhau thì 2 mặt phẳng có vô số điểm chung. Khi đó, chưa đủ điều kiện để kết luận A, B, C thẳng hàng.
- Mệnh đề “Nếu A, B, C thẳng hàng và $(P), (Q)$ có điểm chung là A thì B, C cũng là 2 điểm chung của (P) và (Q) ” sai. Vì:
Có vô số đường thẳng đi qua A , khi đó B, C chưa chắc đã thuộc giao tuyến của (P) và (Q) .
- Mệnh đề “Nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) phân biệt thì A, B, C không thẳng hàng” sai. Vì:
Hai mặt phẳng (P) và (Q) phân biệt giao nhau tại 1 giao tuyến duy nhất, nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng thì A, B, C cùng thuộc giao tuyến.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 89. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa.
- B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
- C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
- D. Hai mặt phẳng cùng đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng thì hai mặt phẳng đó trùng nhau.

Lời giải.

Nếu 2 mặt phẳng trùng nhau, khi đó 2 mặt phẳng có vô số điểm chung và chung nhau vô số đường thẳng.

Chọn đáp án **B**

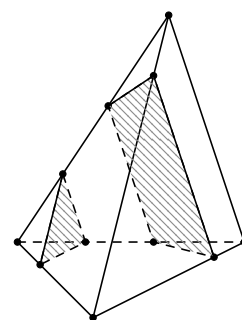
□

Câu 90. Cho 3 đường thẳng d_1, d_2, d_3 không cùng thuộc một mặt phẳng và cắt nhau từng đôi. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. 3 đường thẳng trên đồng quy.
- B. 3 đường thẳng trên trùng nhau.
- C. 3 đường thẳng trên chứa 3 cạnh của một tam giác.
- D. Các khẳng định ở A, B, C đều sai.

Lời giải.

- Nếu 3 đường thẳng trùng nhau thì chúng sẽ cùng thuộc 1 mặt phẳng.
- Nếu 3 đường thẳng trên chứa 3 cạnh của một tam giác khi đó sẽ tạo được 3 điểm phân biệt không thẳng hàng (là 3 đỉnh của tam giác), chúng lập thành 1 mặt phẳng xác định, 3 đường thẳng sẽ cùng thuộc 1 mặt phẳng.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 91. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.
- B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).
- C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).
- D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

Lời giải.

- Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên: $(SAB), (SBC), (SCD), (SAD)$.
- là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

$$\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \Rightarrow O \in (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \Rightarrow O \in (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \text{ là điểm chung thứ hai}$$
của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
 $\Rightarrow (SAC) \cap (SBD) = SO$.
- Tương tự, ta có $(SAD) \cap (SBC) = SI$.
- $(SAB) \cap (SAD) = SA$ mà SA không phải là đường trung bình của hình thang $ABCD$.

Vậy “Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$ ” là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 92. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

- A. AM (M là trung điểm của AB). B. AN (N là trung điểm của CD).
 C. AH (H là hình chiếu của B trên CD). D. AK (K là hình chiếu của C trên BD).

🔗 **Lời giải.**

- A là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .
- Ta có $BG \cap CD = N$

$$\Rightarrow \begin{cases} N \in BG \subset (ABG) \Rightarrow N \in (ABG) \\ N \in CD \subset (ACD) \Rightarrow N \in (ACD) \end{cases}$$
 $\Rightarrow N$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .

Vậy $(ABG) \cap (ACD) = AN$.

Chọn đáp án **B**

□

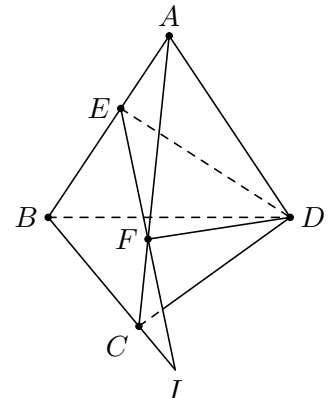
Câu 93. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) chứa tam giác BCD . Lấy E, F là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC . Khi EF và BC cắt nhau tại I thì I không phải là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BCD) và (DEF) . B. (BCD) và (ABC) . C. (BCD) và (AEF) . D. (BCD) và (ABD) .

🔗 **Lời giải.**

Điểm I là giao điểm của EF và BC ,

$$\text{mà } \begin{cases} EF \subset (DEF) \\ EF \subset (ABC) \\ EF \subset (AEF) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I = (BCD) \cap (DEF) \\ I = (BCD) \cap (ABC) \\ I = (BCD) \cap (AEF) \end{cases}$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 94. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là

- A. đường thẳng MN .
 B. đường thẳng AM .

C. đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).

D. đường thẳng AH (H là trực tâm tam giác ACD).

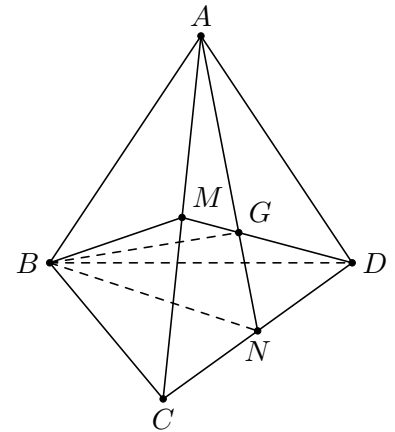
Lời giải.

— B là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) .

— Vì M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD nên suy ra AN, DM là hai trung tuyến của tam giác ACD .

Gọi $G = AN \cap DM \Rightarrow \begin{cases} G \in AN \subset (ABN) \Rightarrow G \in (ABN) \\ G \in DM \subset (MBD) \Rightarrow G \in (MBD) \end{cases}$
 $\Rightarrow G$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) .

Vậy $(ABN) \cap (MBD) = BG$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 95. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

A. SD .

B. SO (O là tâm hình bình hành $ABCD$).

C. SG (G là trung điểm AB).

D. SF (F là trung điểm CD).

Lời giải.

— S là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .

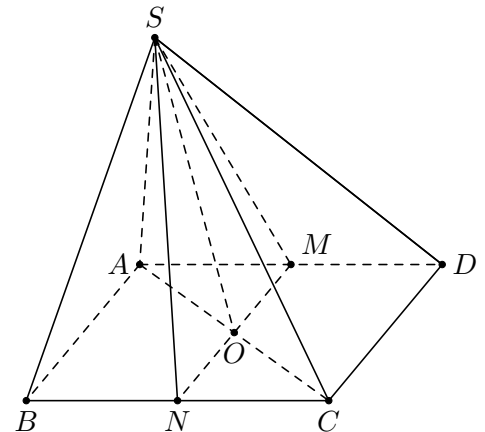
— Gọi $O = AC \cap BD$ là tâm của hình bình hành.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $T = AC \cap MN$

$\Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \Rightarrow O \in (SAC) \\ O \in MN \subset (SMN) \Rightarrow O \in (SMN) \end{cases}$

$\Rightarrow O$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .

Vậy $(SMN) \cap (SAC) = SO$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 96. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SB . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $IJCD$ là hình thang.

B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.

C. $(SBD) \cap (JCD) = J$.

D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$ (O là tâm $ABCD$).

Lời giải.

— Ta có IJ là đường trung bình của tam giác SAB

$\Rightarrow IJ \parallel AB \parallel CD \Rightarrow IJ \parallel CD \Rightarrow IJCD$ là hình thang.

— Ta có $\begin{cases} IB \subset (SAB) \\ IB \subset (IBC) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (IBC) = IB$.

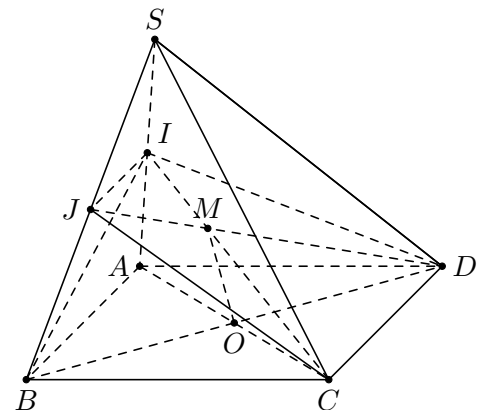
— Ta có $\begin{cases} JD \subset (SBD) \\ JD \subset (JBD) \end{cases} \Rightarrow (SBD) \cap (JBD) = JD$.

— Trong mặt phẳng $(IJCD)$, gọi $M = IC \cap JD \Rightarrow (IAC) \cap (JBD) = MO$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 97. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm CD .



Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là

A. SI (I là giao điểm của AC và BM).

C. SO (O là giao điểm của AC và BD).

B. SJ (J là giao điểm của AM và BD).

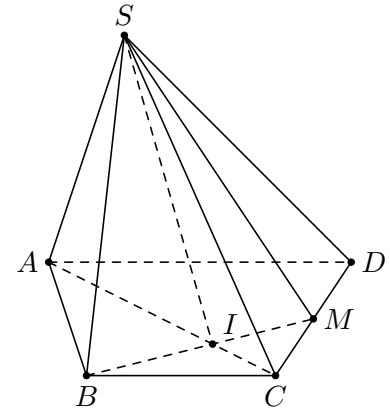
D. SP (P là giao điểm của AB và CD).

🔗Lời giải.

— S là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) .

— Ta có $\begin{cases} I \in BM \subset (SBM) \Rightarrow I \in (SBM) \\ I \in (AC) \subset (SAC) \Rightarrow I \in (SAC) \end{cases}$
 $\Rightarrow I$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SAC) .

Vậy $(MSB) \cap (SAC) = SI$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 98. Cho 4 điểm không đồng phẳng A, B, C, D . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của (IBC) và (KAD) là

A. IK .

B. BC .

C. AK .

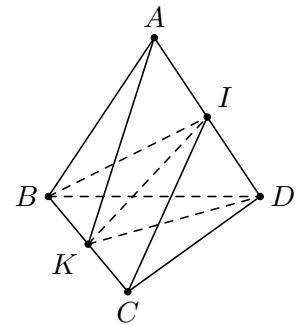
D. DK .

🔗Lời giải.

Điểm K là trung điểm của BC suy ra $K \in (IBC) \Rightarrow IK \subset (IBC)$.

Điểm I là trung điểm của AD suy ra $I \in (KAD) \Rightarrow IK \subset (KAD)$.

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD) là IK .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 99. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB \parallel CD$. Gọi I là giao điểm của AC và BD . Trên cạnh SB lấy điểm M . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ADM) và (SAC) .

A. SI .

B. AE , E là giao điểm của DM và SI .

C. DM .

D. DE , E là giao điểm của DM và SI .

🔗Lời giải.

Ta có A là điểm chung thứ nhất của (ADM) và (SAC) .

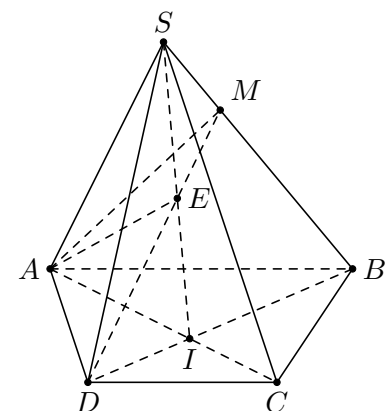
Trong mặt phẳng (SBD) , gọi $E = SI \cap DM$. Ta có:

— $E \in SI$ mà $SI \subset (SAC)$ suy ra $E \in (SAC)$.

— $E \in DM$ mà $DM \subset (ADM)$ suy ra $E \in (ADM)$.

Do đó E là điểm chung thứ hai của (ADM) và (SAC) .

Vậy AE là giao tuyến của (ADM) và (SAC) .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 100. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc miền trong của tam giác ACD . Gọi I và J lần lượt là hai điểm trên cạnh BC và BD sao cho IJ không song song với CD . Gọi H, K lần lượt là giao điểm của IJ với CD của MH và AC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (IJM) là

A. KI .

B. KJ .

C. MI .

D. MH .

🔗Lời giải.

Trong mặt phẳng (BCD) , IJ cắt CD tại $H \Rightarrow H \in (ACD)$.

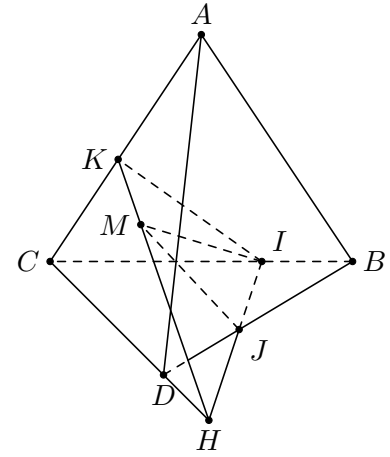
Điểm $H \in IJ$ suy ra bốn điểm M, I, J, H đồng phẳng.

Nên trong mặt phẳng (IJM) ,

MH cắt IJ tại H và $MH \subset (IJM)$.

Mặt khác $\begin{cases} M \in (ACD) \\ H \in (ACD) \end{cases} \Rightarrow MH \subset (ACD)$.

Vậy $(ACD) \cap (IJM) = MH$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 101. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của

A. CD và NP .

B. CD và MN .

C. CD và MP .

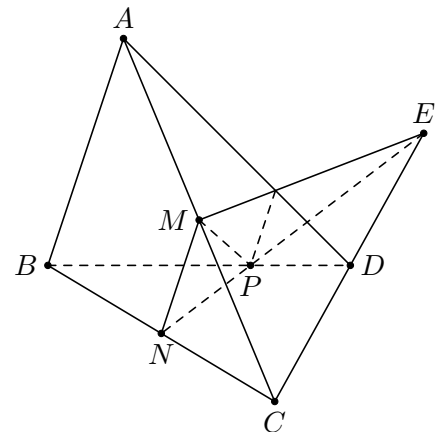
D. CD và AP .

Lời giải.

— Cách 1. Xét mặt phẳng BCD chứa CD . Do NP không song song CD nên NP cắt CD tại E . Điểm $E \in NP \Rightarrow E \in (MNP)$. Vậy $CD \cap (MNP)$ tại E .

— Cách 2. Ta có $\begin{cases} N \in BC \\ P \in BD \end{cases} \Rightarrow NP \subset (BCD)$ suy ra NP, CD đồng phẳng. Gọi E là giao điểm của NP và CD mà $NP \subset (MNP)$ suy ra $CD \cap (MNP) = E$.

Vậy giao điểm của CD và (MNP) là giao điểm E của NP và CD .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 102. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

A. Điểm F .

B. Giao điểm của đường thẳng EG và AF .

C. Giao điểm của đường thẳng EG và AC .

D. Giao điểm của đường thẳng EG và CD .

Lời giải.

Vì G là trọng tâm tam giác BCD , F là trung điểm của CD

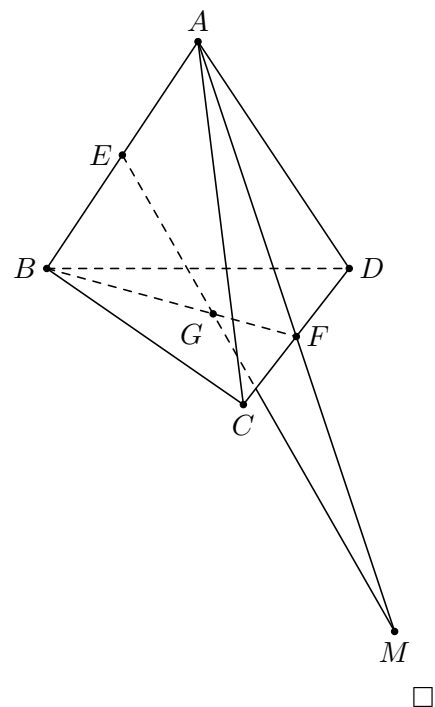
$\Rightarrow G \in (ABF)$.

Ta có E là trung điểm của AB

$\Rightarrow E \in (ABF)$.

Gọi M là giao điểm của EG và AF mà $AF \subset (ACD)$ suy ra $M \in (ACD)$.

Vậy giao điểm của EG và (ACD) là $M = EG \cap AF$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của AM với mặt phẳng (SBD) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{IA} = -2\vec{IM}$.

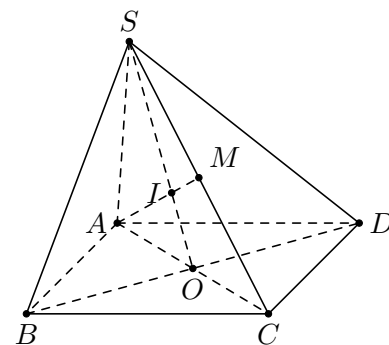
B. $\vec{IA} = -3\vec{IM}$.

C. $\vec{IA} = 2\vec{IM}$.

D. $IA = 2,5IM$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$ suy ra O là trung điểm của AC . Nối AM cắt SO tại I mà $SO \subset (SBD)$ suy ra $I = AM \cap (SBD)$. Tam giác SAC có M, O lần lượt là trung điểm của SC, AC . Mà $I = AM \cap SO$ suy ra I là trọng tâm tam giác $SAC \Rightarrow AI = \frac{2}{3}AM \Leftrightarrow IA = 2IM$. Điểm I nằm giữa A và M suy ra $\vec{IA} = 2\vec{MI} = -2\vec{IM}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 104. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C . Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là

A. Giao điểm của SD và AB .

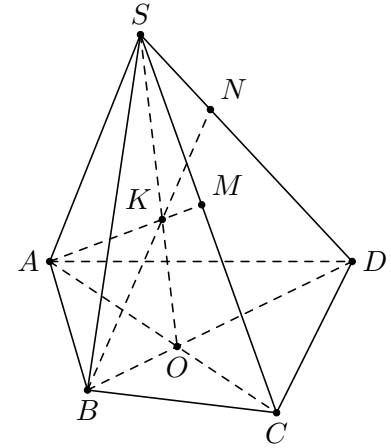
B. Giao điểm của SD và AM .

C. Giao điểm của SD và BK (với $K = SO \cap AM$).

D. Giao điểm của SD và MK (với $K = SO \cap AM$).

Lời giải.

- Chọn mặt phẳng phụ (SBD) chứa SD .
- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SBD) và (ABM) . Ta có B là điểm chung thứ nhất của (SBD) và (ABM) .
- Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$. Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $K = AM \cap SO$. Ta có:
 - $K \in SO$ mà $SO \subset (SBD)$ suy ra $K \in (SBD)$.
 - $K \in AM$ mà $AM \subset (ABM)$ suy ra $K \in (ABM)$.



Suy ra K là điểm chung thứ hai của BCD và (MNP) . Do đó $(SBD) \cap (ABM) = BK$.

- Trong mặt phẳng (SBD) , gọi $N = SD \cap BK$. Ta có: $N \in BK$, mà $BK \subset (ABM)$ suy ra $N \in (ABM)$. Mặt khác $N \in SD$.

Vậy $N = SD \cap (ABM)$.

Chọn đáp án **C**

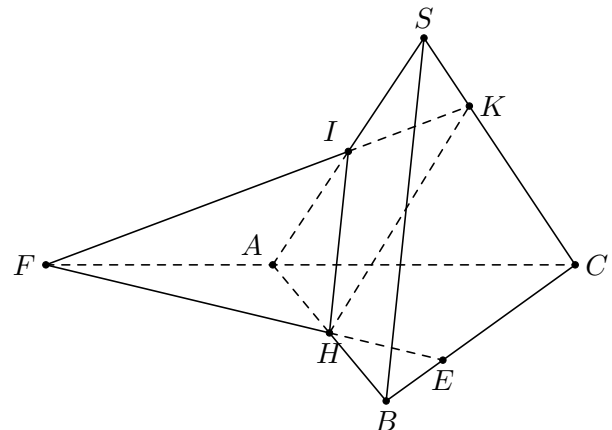
□

Câu 105. Cho bốn điểm A, B, C, S không cùng ở trong một mặt phẳng. Gọi I, H lần lượt là trung điểm của SA, AB . Trên SC lấy điểm K sao cho IK không song song với AC (K không trùng với các đầu mút). Gọi E là giao điểm của đường thẳng BC với mặt phẳng IHK . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. E nằm ngoài đoạn BC về phía B .
- B. E nằm ngoài đoạn BC về phía C .
- C. E nằm trong đoạn BC .
- D. E nằm trong đoạn BC và $E \neq B, E \neq C$.

Lời giải.

- Chọn mặt phẳng phụ (ABC) chứa BC .
- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC) và (IHK) . Ta có H là điểm chung thứ nhất của (ABC) và (IHK) . Trong mặt phẳng (SAC) , do IK không song song với AC nên gọi $F = IK \cap AC$. Ta có:



- $F \in AC$ mà $AC \subset (ABC)$ suy ra $F \in (ABC)$.
- $F \in IK$ mà $IK \subset (IHK)$ suy ra $F \in (IHK)$.

Suy ra F là điểm chung thứ hai của (ABC) và (IHK) . Do đó $(ABC) \cap (IHK) = HF$.

Trong mặt phẳng (ABC) , gọi $E = HF \cap BC$. Ta có:

- $E \in HF$ mà $HF \subset (IHK)$ suy ra $E \in (IHK)$.
- $E \in BC$.

Vậy $E = BC \cap (IHK)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 106. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC , E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- A. Tam giác MNE .
- B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
- C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

Lời giải.

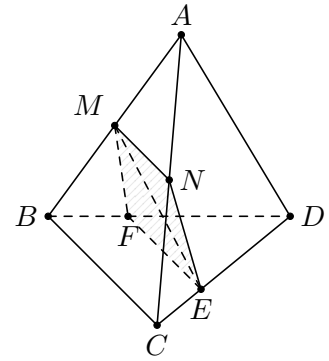
Tam giác ABC có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC .

Suy ra MN là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow MN \parallel BC$.

Từ E kẻ đường thẳng d song song với BC và cắt BD tại $F \Rightarrow EF \parallel BC$.

Do đó $MN \parallel EF$ suy ra bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng và $MNEF$ là hình thang.

Vậy hình thang $MNEF$ là thiết diện cần tìm.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 107. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC . Trên đường thẳng CD lấy điểm M nằm ngoài đoạn CD . Thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (HKM) là

A. Tứ giác $HKMN$ với $N \in AD$.

B. Hình thang $HKMN$ với $N \in AD$ và $HK \parallel MN$.

C. Tam giác HKL với $L = KM \cap BD$.

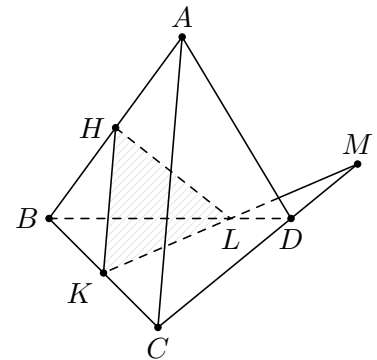
D. Tam giác HKL với $L = HM \cap AD$.

Lời giải.

Ta có HK, KM là đoạn giao tuyến của (HKM) với (ABC) và (BCD) .

Trong mặt phẳng (BCD) , do KM không song song với BD nên gọi $L = KM \cap BD$.

Vậy thiết diện là tam giác HKL .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 108. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a ($a > 0$). Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp theo một thiết diện có diện tích bằng

A. a^2 . B. $\frac{a^2}{2}$. C. $\frac{a^2}{4}$. D. $\frac{a^2}{16}$.

Lời giải.

Gọi Q là trung điểm của SD .

Tam giác SAD có M, Q lần lượt là trung điểm của SA, SD suy ra $MQ \parallel AD$.

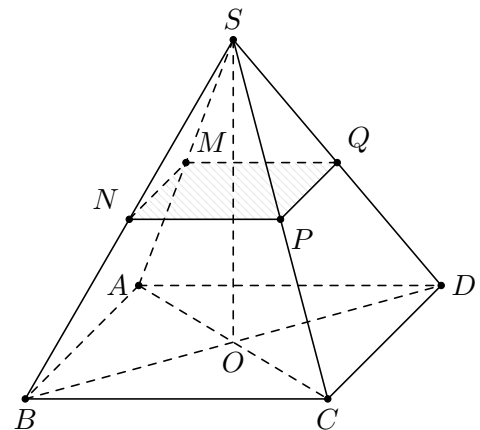
Tam giác SBC có N, P lần lượt là trung điểm của SB, SC suy ra $NP \parallel BC$.

Mặt khác $AD \parallel BC$ suy ra $MQ \parallel NP$ và $MQ = NP \Rightarrow MNPQ$ là hình vuông.

Khi đó M, N, P, Q đồng phẳng $\Rightarrow (MNP)$ cắt SD tại Q và $MNPQ$ là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với (MNP) .

Vậy diện tích hình vuông $MNPQ$ là

$$S_{MNPQ} = \frac{S_{ABCD}}{4} = \frac{a^2}{4}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 109. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (GCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

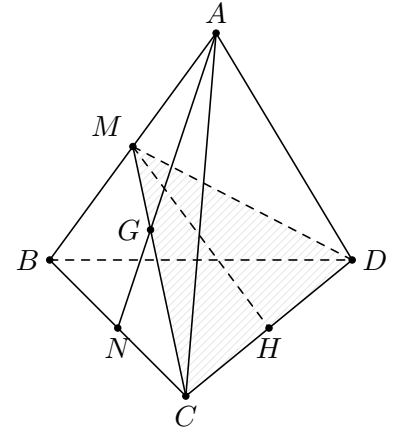
Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC suy ra $AN \cap MC = G$.

Dễ thấy mặt phẳng (GCD) cắt đường thẳng AB tại điểm M .

Suy ra tam giác MCD là thiết diện của mặt phẳng (GCD) và tứ diện $ABCD$.

Tam giác ABD đều, có M là trung điểm AB suy ra $MD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác ABC đều, có N là trung điểm BC suy ra $MC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Gọi H là trung điểm của CD

$$\Rightarrow MH \perp CD \Rightarrow S_{\Delta MCD} = \frac{1}{2} \cdot MH \cdot CD$$

$$\text{Với } MH = \sqrt{MC^2 - HC^2} = \sqrt{MC^2 - \frac{CD^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta MCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 110. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC , P là trọng tâm tam giác BCD . Mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là

A. $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Trong tam giác BCD có: P là trọng tâm, N là trung điểm BC . Suy ra N, P, D thẳng hàng. Vậy thiết diện là tam giác MND .

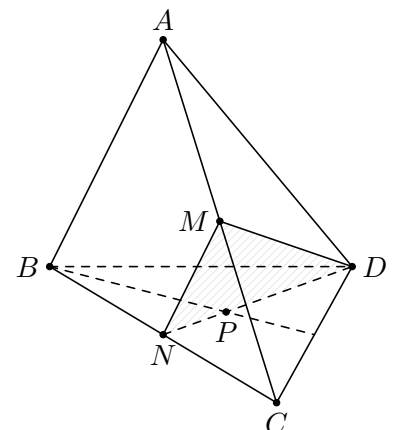
$$\text{Xét tam giác } MND, \text{ ta có } MN = \frac{AB}{2} = a; DM = DN = \frac{AD\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

Do đó tam giác MND cân tại D .

Gọi H là trung điểm MN suy ra $DH \perp MN$.

Diện tích tam giác

$$S_{\Delta MND} = \frac{1}{2} MN \cdot DH = \frac{1}{2} MN \cdot \sqrt{DM^2 - MH^2} = \frac{a^2\sqrt{11}}{4}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 111. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD, BC lần lượt tại P và Q . Biết MP cắt NQ tại I . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I, A, C .

B. I, B, D .

C. I, A, B .

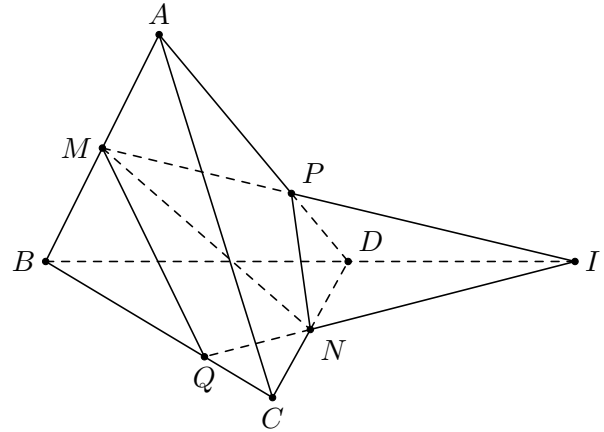
D. I, C, D .

Lời giải.

Ta có $(ABD) \cap (BCD) = BD$. Lại có

$$\begin{cases} I \in MP \subset (ABD) \\ I \in NQ \subset (BCD) \end{cases}$$

$\Rightarrow I$ thuộc giao tuyến của (ABC) và (BCD)
 $\Rightarrow I \in BD \Rightarrow I, B, D$ thẳng hàng.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 112. Cho tứ diện $SABC$. Gọi L, M, N lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB và AC sao cho LM không song song với AB, LN không song song với SC . Mặt phẳng (LMN) cắt các cạnh AB, BC, SC lần lượt tại K, I, J . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. K, I, J .

B. M, I, J .

C. N, I, J .

D. M, K, J .

Lời giải.

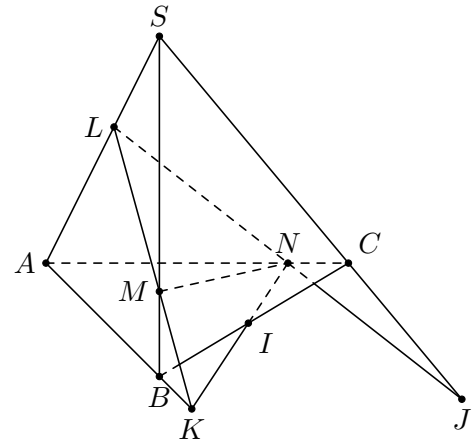
Ta có

— $M \in SB$ suy M là điểm chung của (LMN) và (SBC) .

— I là điểm chung của (LMN) và (SBC) .

— J là điểm chung của (LMN) và (SBC) .

Vậy M, I, J thẳng hàng vì cùng thuộc giao tuyến của (LMN) và (SBC) .



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 113. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD , I là điểm ở trên đoạn thẳng AG, BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AM = (ACD) \cap (ABG)$.

B. A, J, M thẳng hàng.

C. J là trung điểm của AM .

D. $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

Lời giải.

Ta có A là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .

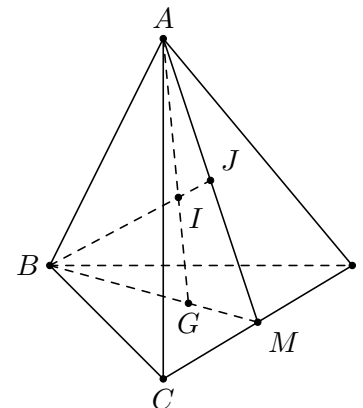
Do $BG \cap CD = M \Rightarrow \begin{cases} M \in BG \subset (ABG) \Rightarrow M \in (ABG) \\ M \in CD \subset (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \end{cases}$

$\Rightarrow M$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (ABG) và (ACD)

$\Rightarrow (ABG) \cap (ACD) = AM$.

Ta có $\begin{cases} BI \subset (ABG) \\ AM \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow AM, BI$ đồng phẳng.
 $(ABG) \equiv (ABM)$

$\Rightarrow J = BI \cap AM \Rightarrow A, J, M$ thẳng hàng.



Ta có $\begin{cases} DJ \subset (ACD) \\ DJ \subset (BDJ) \end{cases} \Rightarrow DJ = (ACD) \cap (BDJ)$. Điểm I di động trên AG nên J có thể không phải là trung điểm của AM .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 114. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, EG cắt AD tại H . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?

- A. CD, EF, EG . B. CD, IG, HF . C. AB, IG, HF . D. AC, IG, BD .

Lời giải.

Phương pháp: Để chứng minh ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là điểm chung của hai mặt phẳng (α) và (β) ; đồng thời d_3 là giao tuyến (α) và (β) .

Gọi $O = HF \cap IG$. Ta có:

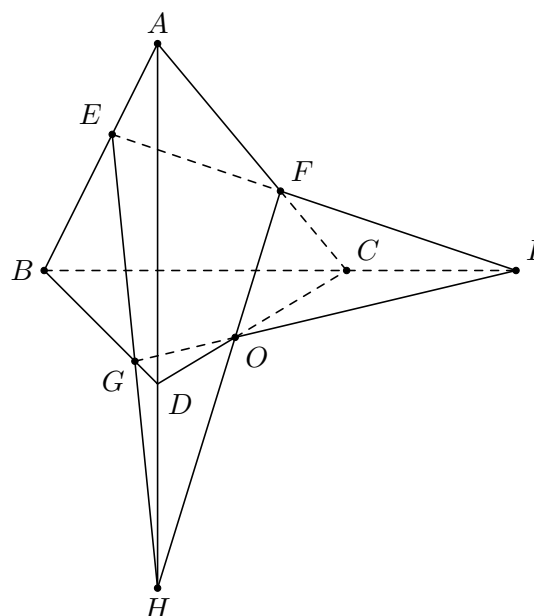
— $O \in HF$ mà $HF \subset (ACD)$ suy ra $O \in (ACD)$.

— $O \in IG$ mà $IG \subset (BCD)$ suy ra $O \in (BCD)$.

Do đó $O \in (ACD) \cap (BCD)$ (1).

Mà $(ACD) \cap (BCD) = CD$ (2). Từ (1) và (2), suy ra $O \in CD$.

Vậy ba đường thẳng CD, IG, HF đồng quy.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 115. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ không phải là hình thang. Trên cạnh SC lấy điểm M . Gọi I là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMB) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Ba đường thẳng AB, CD, MN đôi một song song.
 B. Ba đường thẳng AB, CD, MN đôi một cắt nhau.
 C. Ba đường thẳng AB, CD, MN đồng quy.
 D. Ba đường thẳng AB, CD, MN cùng thuộc một mặt phẳng.

Lời giải.

Gọi $I = AD \cap BC$. Trong mặt phẳng (SBC) , gọi $K = BM \cap SI$. Trong mặt phẳng (SAD) , gọi $N = AK \cap SD$.

Khi đó N là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMB) . Gọi $O = AB \cap CD$. Ta có:

— $O \in AB$ mà $AB \subset (AMB)$ suy ra $O \in (AMB)$.

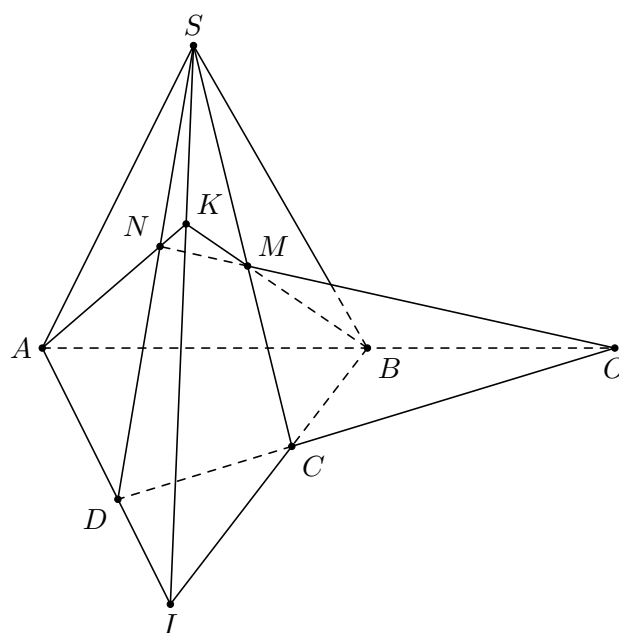
— $O \in CD$ mà $CD \subset (SCD)$ suy ra $O \in (SCD)$.

Do đó $O \in (AMB) \cap (SCD)$ (1).

Mà $(AMB) \cap (SCD) = MN$ (2).

Từ (1) và (2), suy ra $O \in MN$.

Vậy ba đường thẳng AB, CD, MN đồng quy.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 116. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J và K lần lượt là trung điểm của AC, BC và BD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (IKJ) là đường thẳng

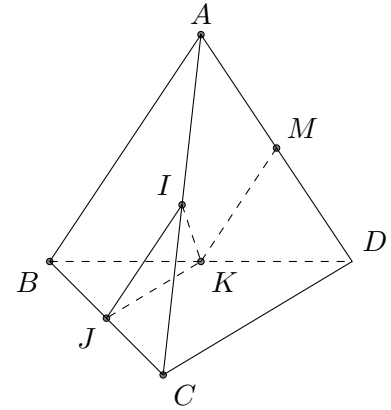
- A. KD . B. KI .
 C. qua K và song song với AB . D. Không có.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} (IJK) \cap (ABD) = K \\ IJ \subset (IJK), AB \subset (ABD) \\ IJ \parallel AB \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (IJK) \cap (ABD) = KM \parallel IJ \parallel AB.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 117. Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

A. Ba điểm.

B. Một điểm và một đường thẳng.

C. Hai đường thẳng cắt nhau.

D. Bốn điểm.

Lời giải.

Sửa lại cho đúng: Ba điểm không thẳng hàng.

Sửa lại cho đúng: Một điểm và một đường thẳng không chứa điểm đó.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 118. Cho tam giác ABC , lấy điểm I trên cạnh AC kéo dài. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $A \in (ABC)$.

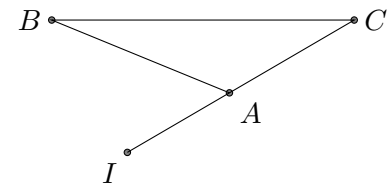
B. $I \in (ABC)$.

C. $(ABC) \equiv (BIC)$.

D. $BI \not\subset (ABC)$.

Lời giải.

Ta có $I \in (ABC), B \in (ABC) \Leftrightarrow BI \subset (ABC)$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 119. Cho tam giác ABC . Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng chứa tất cả các đỉnh tam giác ABC ?

A. 4.

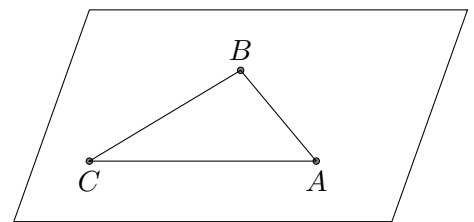
B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có ABC là tam giác $\Leftrightarrow$ ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Vậy có duy nhất một mặt phẳng chứa A, B, C .



Chọn đáp án **D**

□

Câu 120. Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?

A. 6.

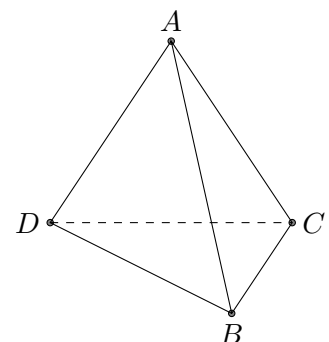
B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Giả sử bốn điểm đó là tứ diện $ABCD$. Có các mặt phẳng đó là: $(ABC), (ABD), (ACD), (BCD)$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 121. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là tứ giác $ABCD$ có các cạnh đối không song song. Giả sử $AC \cap BD = O$ và $AD \cap BC = I$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là

A. SC .

B. SB .

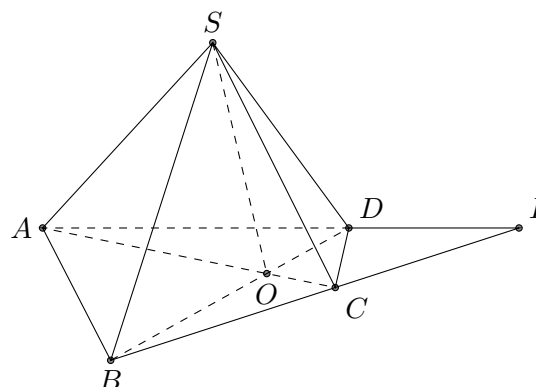
C. SO .

D. SI .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} (SAC) \cap (SBD) = S \\ O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Leftrightarrow (SAC) \cap (SBD) = SO.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 122. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là tứ giác $ABCD$. Thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp không thể là

A. Lục giác.

B. Ngũ giác.

C. Tứ giác.

D. Tam giác.

Lời giải.

Hình chóp tứ giác có tất cả 5 mặt nên thiết diện không thể là lục giác.

Chọn đáp án **A**

□

ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. C	4. A	5. C	6. A	7. D	8. B	9. A	10. D
11. B	12. D	13. C	14. B	15. D	16. A	17. A	18. B	19. A	20. A
21. B	22. A	23. C	24. D	25. D	26. C	27. C	28. B	29. C	30. B
31. B	32. C	33. B	34. C	35. B	36. A	37. B	38. B	39. A	40. C
41. C	42. A	43. B	44. C	45. C	46. C	47. B	48. B	49. C	50. B
51. A	52. B	53. A	54. C	55. C	56. B	57. A	58. B	59. A	60. D
61. B	62. D	63. A	64. A	65. B	66. A	67. B	68. A	69. B	70. B
71. A	72. D	73. B	74. A	75. C	76. D	77. D	78. C	79. D	80. A
81. A	82. C	83. B	84. C	85. A	86. C	87. A	88. D	89. B	90. A
91. D	92. B	93. D	94. C	95. B	96. D	97. A	98. A	99. B	100. A
101. A	102. B	103. A	104. C	105. D	106. D	107. C	108. C	109. B	110. C
111. B	112. B	113. C	114. B	115. C	116. C	117. C	118. D	119. D	120. B
121. C	122. A								

BÀI 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU VÀ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1 VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Có các trường hợp sau đây xảy ra đối với a và b .

Trường hợp 1: Có một mặt phẳng chứa cả a và b , khi đó theo kết quả trong hình học phẳng ta có ba khả năng sau.

— a và b cắt nhau tại điểm M , ta kí hiệu $a \cap b = M$.

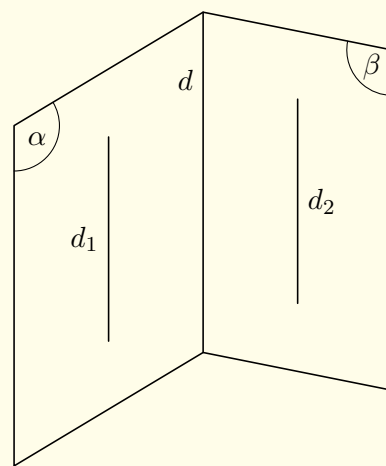
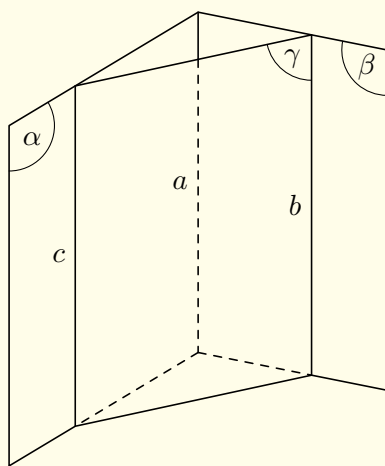
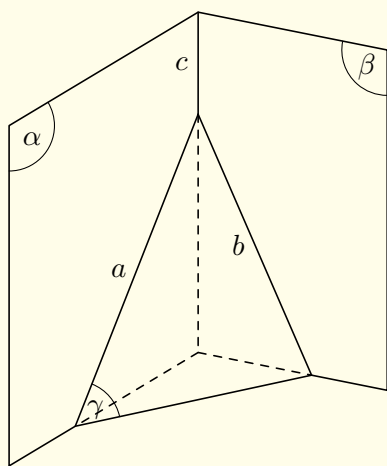
— a và b song song với nhau, ta kí hiệu $a \parallel b$.

— a và b trùng nhau, ta kí hiệu $a \equiv b$.

Trường hợp 2: Không có mặt phẳng nào chứa cả a và b , khi đó ta nói a và b là hai đường thẳng chéo nhau.

2 CÁC ĐỊNH LÝ VÀ TÍNH CHẤT

- ① Trong không gian, qua một điểm cho trước không nằm trên đường thẳng a có một và chỉ một đường thẳng song song với a .
- ② Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó hoặc đồng qui hoặc đôi một song song.
- ③ Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
- ④ Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song



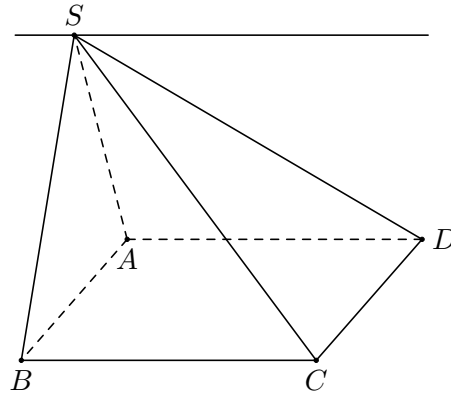
B CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng bằng quan hệ song song

Phương pháp:

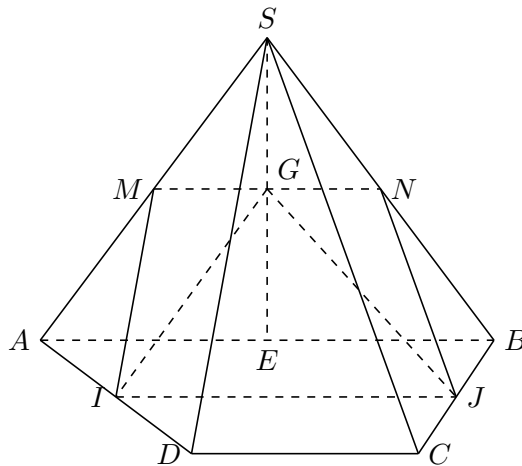
Sử dụng tính chất: Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) có điểm chung M và lần lượt chứa hai đường thẳng song song d và d' thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng đi qua M song song với d và d' .

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD)

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \\ S \in (SAB) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = d \parallel AB \parallel CD, S \in d. \quad \square$$

Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) .

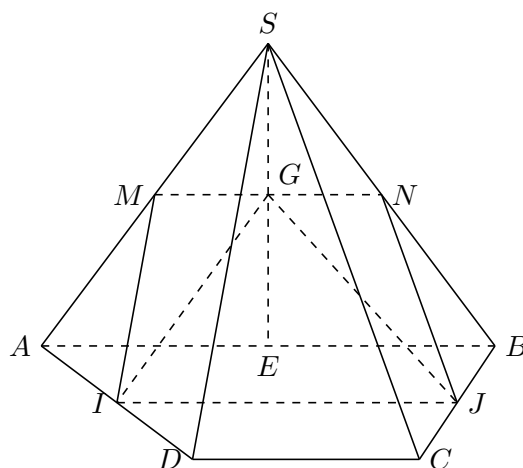
Lời giải.

Ta có $ABCD$ là hình thang và I, J là trung điểm của AD, BC nên $IJ \parallel AB$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} G \in (SAB) \cap (IJG) \\ AB \subset (SAB) \\ IJ \subset (IJG) \\ AB \parallel IJ \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (IJG) = MN \text{ với } MN \text{ đi qua } G \text{ và song song } AB \text{ với } M \in SA, N \in SB. \quad \square$$

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB . Tìm điều kiện của AB và CD để thiết diện của (IJG) và hình chóp là một hình bình hành.

Lời giải.



Dễ thấy thiết diện là tứ giác $MNIJ$.

Do G là trọng tâm tam giác SAB và $MN \parallel AB$ nên $\frac{MN}{AB} = \frac{SG}{SE} = \frac{2}{3}$ (E là trung điểm của AB)
 $\Rightarrow MN = \frac{2}{3}AB$.

Lại có $IJ = \frac{1}{2}(AB + CD)$. Vì $MN \parallel IJ$ nên $MNIJ$ là hình thang, do đó $MNIJ$ là hình bình hành khi
 $MN = IJ \Leftrightarrow \frac{2}{3}AB = \frac{1}{2}(AB + CD) \Leftrightarrow AB = 3CD$.

Vậy để thiết diện là hình bình hành khi $AB = 3CD$. □

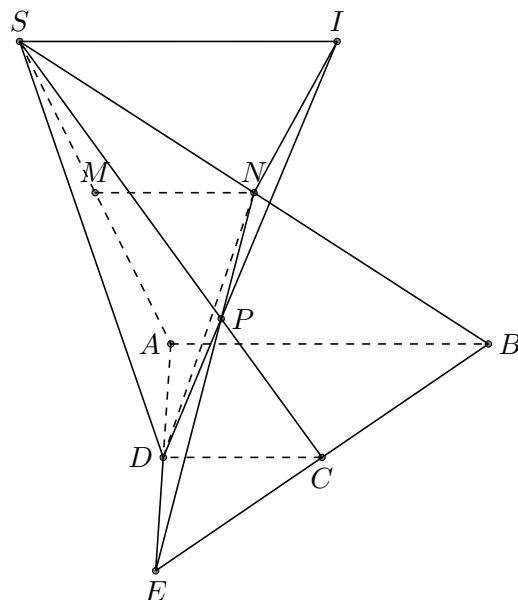
Dạng 2. Chứng minh hai đường thẳng song song

Phương pháp

Để chứng minh hai đường thẳng song song ta có thể làm theo một trong các cách sau

- ① Chứng minh chúng cùng thuộc một mặt phẳng rồi dùng các phương pháp chứng minh hai đường thẳng song song trong mặt phẳng.
- ② Chứng minh hai đường thẳng đó cùng song song với đường thẳng thứ ba.
- ③ Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
- ④ Sử dụng định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng.

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB . Khẳng định nào sau đây là **đúng**



Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAB nên $MN \parallel AB$.

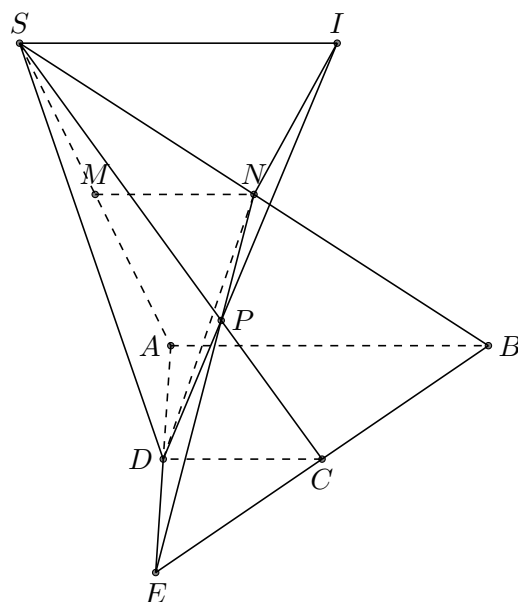
Lại có $ABCD$ là hình thang $\Rightarrow AB \parallel CD$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} MN \parallel AB \\ CD \parallel AB \end{cases} \Rightarrow MN \parallel CD.$$

□

Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB . Gọi P là giao điểm của SC và (ADN) , I là giao điểm của AN và DP . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

🔍 **Lời giải.**



Trong $(ABCD)$ gọi $E = AD \cap BC$, trong (SCD) gọi $P = SC \cap EN$.

Ta có $E \in AD \subset (ADN) \Rightarrow EN \subset (ADN) \Rightarrow P \in (ADN)$.

Vậy $P = SC \cap (ADN)$.

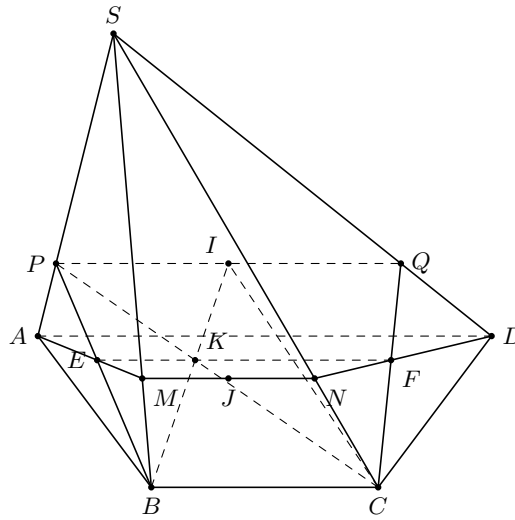
$$\text{Do } I = AN \cap DP \Rightarrow \begin{cases} I \in AN \\ I \in DP \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \in (SAB) \\ I \in (SCD) \end{cases} \Rightarrow SI = (SAB) \cap (SCD).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \end{cases} \Rightarrow SI \parallel CD.$$

□

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy AD và BC . Biết $AD = a$, $BC = b$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SBC . Mặt phẳng (ADJ) cắt SB, SC lần lượt tại M, N . Mặt phẳng (BCI) cắt SA, SD tại P, Q . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

🔗 **Lời giải.**



Ta có $I \in (SAD) \Rightarrow I \in (SAD) \cap (IBC)$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} AD \subset (SAD) \\ BC \subset (IBC) \\ AD \parallel BC \\ (SAD) \cap (IBC) = PQ \end{cases} \Rightarrow PQ \parallel AD \parallel BC \quad (1)$$

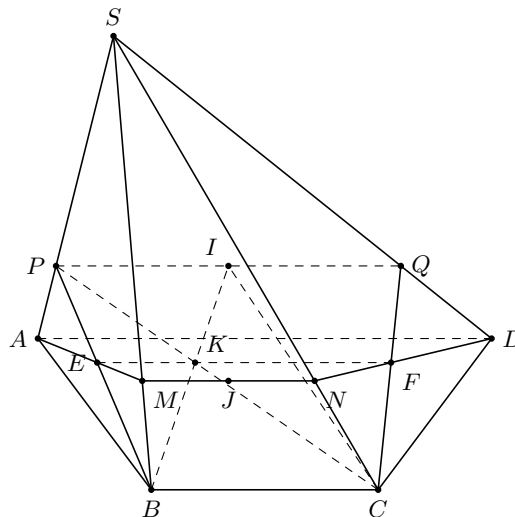
Tương tự $J \in (SBC) \Rightarrow J \in (SBC) \cap (ADJ)$

$$\text{Vậy } \begin{cases} AD \subset (ADJ) \\ BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \\ (SBC) \cap (ADJ) = MN \end{cases} \Rightarrow MN \parallel AD \parallel BC \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $MN \parallel PQ$. □

Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy AD và BC . Biết $AD = a$, $BC = b$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SBC . Mặt phẳng (ADJ) cắt SB, SC lần lượt tại M, N . Mặt phẳng (BCI) cắt SA, SD tại P, Q . Giả sử AM cắt BP tại E ; CQ cắt DN tại F . Tính EF theo a, b .

🔗 **Lời giải.**



$$\text{Ta có } E = AM \cap BP \Rightarrow \begin{cases} E \in (AMND) \\ E \in (PBCQ) \end{cases}; F = DN \cap CQ \Rightarrow \begin{cases} F \in (AMND) \\ F \in (PBCQ) \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } EF = (AMND) \cap (PBCQ). \text{ Mà } \begin{cases} AD \parallel BC \\ MN \parallel PQ \end{cases} \Rightarrow EF \parallel AD \parallel BC \parallel MN \parallel PQ.$$

Tính EF :

$$\text{Gọi } K = CP \cap EF \Rightarrow EF = EK + KF$$

$$\text{Ta có } EK \parallel BC \Rightarrow \frac{EK}{BC} = \frac{PE}{PB} \quad (1), PM \parallel AB \Rightarrow \frac{PE}{EB} = \frac{PM}{AB}.$$

$$\text{Mà } \frac{PM}{AB} = \frac{SP}{SA} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{PE}{EB} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Từ (1) suy ra } \frac{EK}{BC} = \frac{PE}{PB} = \frac{PE}{PE + EB} = \frac{1}{1 + \frac{EB}{PE}} = \frac{2}{5} \Rightarrow EK = \frac{2}{5}BC = \frac{2}{5}b.$$

$$\text{Tương tự } KF = \frac{2}{5}a.$$

$$\text{Vậy } EF = EK + KF = \frac{2}{5}(a + b). \quad \square$$

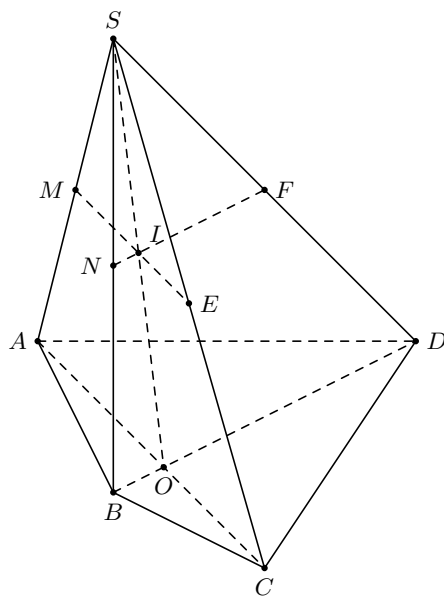
Dạng 3. Chứng minh bốn điểm đồng phẳng và ba đường thẳng đồng qui

Phương pháp:

Để chứng minh bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng ta tìm hai đường thẳng a, b lần lượt đi qua hai trong bốn điểm trên và chứng minh a, b song song hoặc cắt nhau, khi đó A, B, C, D thuộc $mp(a, b)$. Để chứng minh ba đường thẳng a, b, c đồng qui ngoài cách chứng minh ở §1, ta có thể chứng minh a, b, c lần lượt là giao tuyến của hai trong ba mặt phẳng $(\alpha), (\beta), (\delta)$ trong đó có hai giao tuyến cắt nhau. Khi đó theo tính chất về giao tuyến của ba mặt phẳng ta được a, b, c đồng qui.

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác lồi. Gọi M, N, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh bên SA, SB, SC và SD . Chứng minh ME, NF, SO đồng qui.

Lời giải.



Trong (SAC) gọi $I = ME \cap SO$, dễ thấy I là trung điểm của SO , suy ra FI là đường trung bình của tam giác SOD .

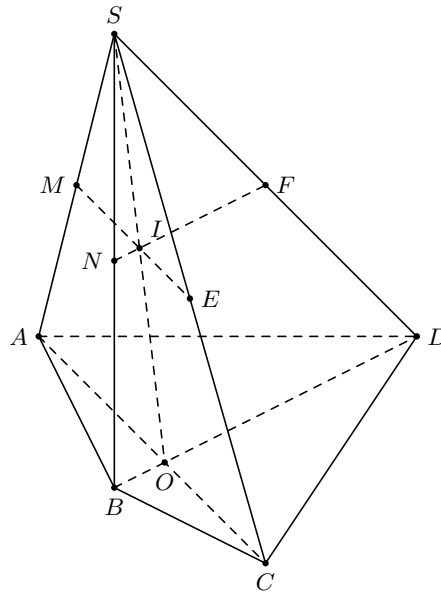
Vậy $FI \parallel OD$.

Tương tự ta có $NI \parallel OB$ nên N, I, F thẳng hàng hay $I \in NF$.

Vậy ME, NF, SO đồng qui. $\square$

Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác lồi. Gọi M, N, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh bên SA, SB, SC và SD . Chứng minh rằng M, N, E, F đồng phẳng.

🔗 **Lời giải.**



Do $ME \cap NF = I$ nên ME và NF xác định một mặt phẳng. Suy ra M, N, E, F đồng phẳng. $\square$

📢 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

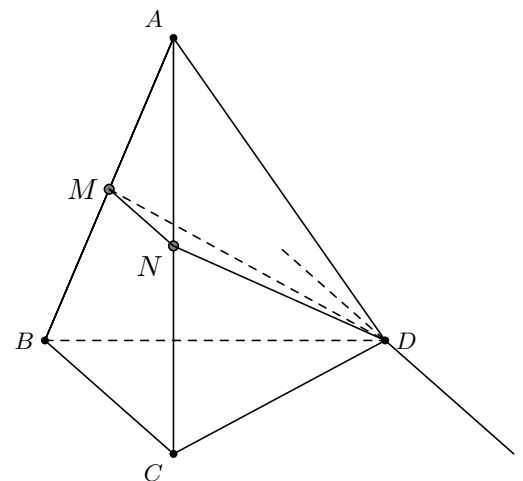
Bài 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (DMN) và (BCD) .

🔗 **Lời giải.**

Do M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC nên $MN \parallel BC$. Khi đó

$$\begin{cases} D \in (DMN) \cap (DBC) \\ MN \subset (DMN) \\ BC \subset (DBC) \\ MN \parallel BC \end{cases}$$

Vậy $(DMN) \cap (DBC) = d \parallel MN \parallel BC$ với $D \in d$.



$\square$

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác SBC và SAB .

① Chứng minh $G_1G_2 \parallel AC$.

② Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (BG_1G_2) và (ABC) .

🔗 **Lời giải.**

a) Chứng minh $G_1G_2 \parallel AC$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Do G_1, G_2 là trọng tâm các tam giác SBC và SAB nên

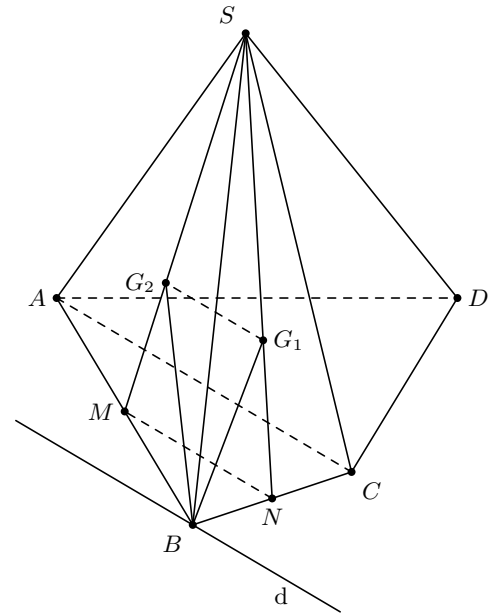
$$\frac{SG_1}{SN} = \frac{2}{3}; \frac{SG_2}{SM} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SG_1}{SN} = \frac{SG_2}{SM} \Rightarrow G_1G_2 \parallel MN.$$

Mặt khác, lại có $G_1G_2 \parallel AC$.

b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (BG_1G_2) và (ABC) .

Vì

$$\begin{cases} B \in (BG_1G_2) \\ G_1G_2 \subset (BG_1G_2) \\ AC \subset (ABCD) \\ G_1G_2 \parallel AC \end{cases} \Rightarrow (BG_1G_2) \cap (ABCD) = d \parallel AC \parallel G_1G_2.$$

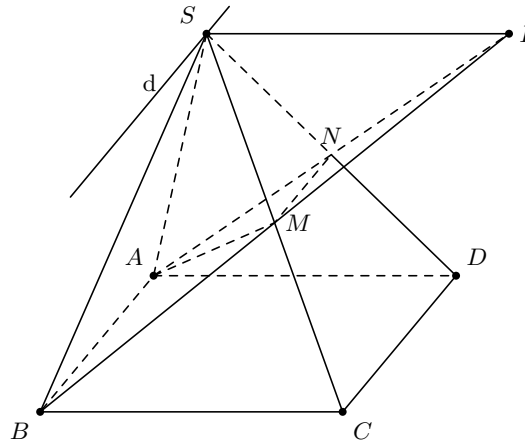


□

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

- ① Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .
- ② Gọi M là một điểm trên cạnh SC . Xác định giao điểm N của SD với (ABM) . Tứ giác $ABMN$ là hình gì?
- ③ Giả sử $I = AN \cap BM$. Chứng minh I thuộc một đường thẳng cố định khi M chạy trên cạnh SC .

Lời giải.



a) Ta có

$$\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = d \parallel AB \parallel CD \text{ với } S \in d.$$

b) Ta có

$$\begin{cases} M \in (SCD) \cap (ABM) \\ AB \parallel CD \\ AB \subset (ABM) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (ABM) \cap (SCD) = d' \parallel AB, M \in d'.$$

Trong mặt phẳng (SCD) , gọi $N = d' \cap SD$. Suy ra $N = SD \cap (ABM)$. Do $MN \parallel AB$ nên tứ giác $ABMN$ là hình thang.

c) Gọi $\Delta = (SAD) \cap (SBC)$ thì Δ là đường thẳng cố định. Mặt khác, vì

$$I = AN \cap BM \Rightarrow \begin{cases} I \in AN \subset (SAD) \\ I \in BM \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAD) \cap (SBC) \Rightarrow I \in \Delta.$$

Từ đó, I là điểm cố định. □

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD .

① Chứng minh $MNPQ$ là một hình bình hành.

② Gọi I là một điểm trên cạnh BC . Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (IMN) .

Lời giải.

a) Ta có $MN \parallel AB$; $MN = \frac{1}{2}AB$ và $PQ \parallel CD$; $PQ = \frac{1}{2}CD$. Từ

đó, suy ra $MN = PQ$ và $MN \parallel PQ$.

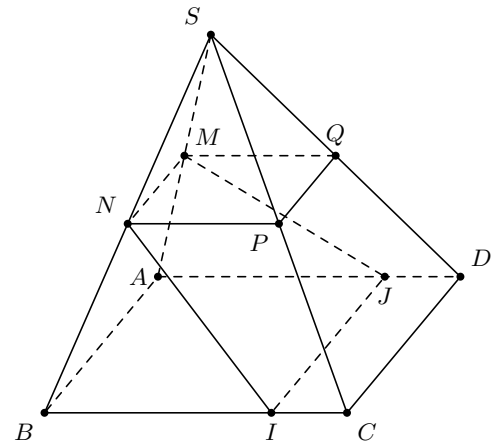
Vậy $MNPQ$ là hình bình hành.

b) Ta có

$$\begin{cases} I \in (IMN) \cap (ABCD) \\ AB \subset (ABCD) \\ MN \subset (IMN) \\ AB \parallel MN \end{cases}.$$

$$\Rightarrow (IMN) \cap (ABCD) = IJ \parallel AB \parallel MN \text{ với } J \in AD.$$

Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IMN) là hình thang $MNIJ$. □



Bài 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC và BD , E là một điểm thuộc cạnh AD (E khác A và D).

① Xác định thiết diện của tứ diện với (IJE) .

② Tìm vị trí của điểm E trên AD sao cho thiết diện là hình bình hành.

③ Tìm điều kiện của tứ diện $ABCD$ và vị trí của điểm E trên AD sao cho thiết diện là hình thoi.

Lời giải.

$$\text{a) Ta có } \begin{cases} F \in (IJF) \cap (ACD) \\ IJ \subset (IJF), CD \subset (ACD) \Rightarrow (IJF) \cap (ACD) = FE \parallel CD \parallel IJ. \end{cases}$$

IJ .

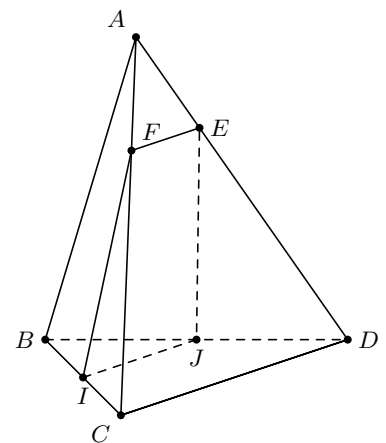
Thiết diện là tứ giác $IJEF$.

b) Để thiết diện $IJEF$ là hình bình hành thì $IJ \parallel EF$ mà $IJ \parallel \frac{1}{2}CD$ nên $EF \parallel \frac{1}{2}CD$, hay EF là đường trung bình trong tam giác ACD ứng với cạnh CD , do đó E là trung điểm của AD .

c) Để thiết diện $IJEF$ là hình thoi thì trước tiên nó phải là hình bình hành, khi đó E là trung điểm của AD .

Mặt khác $IJEF$ là hình thoi thì $IJ = IF$, mà $IJ = \frac{1}{2}CD$, $IF = \frac{1}{2}AB \Rightarrow AB = CD$.

Vậy điều kiện để thiết diện là hình thoi là tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$ và E là trung điểm của AD . □



Bài 6. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và AB .

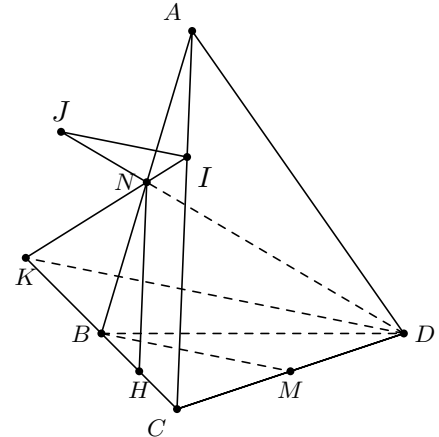
① Hãy xác định các điểm $I \in AC$ và $J \in DN$ sao cho $IJ \parallel BM$.

② Tính IJ theo a .

Lời giải.

a) Trong (BCD) , từ D kẻ đường thẳng song song với BM cắt BC tại K . Nối K và N cắt AC tại I . Trong (IKD) , từ I kẻ đường thẳng song song với DK cắt DN tại J .

Khi đó $IJ \parallel BM$.



b) Do BM là đường trung bình của tam giác CKD nên $KD = 2BM = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Gọi H là trung điểm của BC . Khi đó

$$HN \parallel AC \Rightarrow \frac{NK}{NI} = \frac{KH}{HC} = \frac{3HC}{HC} = 3$$

$$\Rightarrow NK = 3NI \Rightarrow KD = 3IJ \Rightarrow IJ = \frac{1}{3}KD = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

□

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh SA, SB, SC và SD lần lượt tại các điểm M, N, P, Q .

① Giả sử $MN \cap PQ = I, AB \cap CD = E$. Chứng minh I, E, S thẳng hàng.

② Giả sử $\Delta = (IBC) \cap (IAD)$ và $\Delta \subset (\alpha)$. Chứng minh $MQ \parallel NP \parallel AB \parallel CD$.

Lời giải.

a) Ta có $SE = (SAB) \cap (SCD) \Rightarrow I = MN \cap PQ \Rightarrow$
 $\begin{cases} I \in MN \subset (SAB) \\ I \in PQ \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD), \text{ hay } I \in SE.$ b) Vì

$$\begin{cases} I \in (IAD) \cap (IBC) \\ AD \parallel BC \\ AD \subset (IAD) \\ BC \subset (IBC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (IAD) \cap (IBC) = \Delta \parallel AB \parallel DC, I \in \Delta.$$

$$\text{Mặt khác theo giả thiết } \Delta \subset (\alpha) \text{ nên } \begin{cases} \Delta \subset (\alpha) \\ BC \subset (SBC) \\ \Delta \parallel BC \\ (\alpha) \cap (SBC) = NP \end{cases} \Rightarrow NP \parallel$$

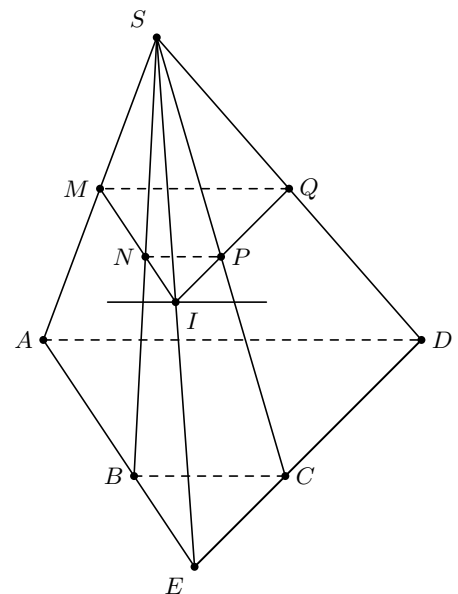
$$BC \parallel \Delta.$$

Tương tự ta cũng có $MQ \parallel AD \parallel \Delta$. Vậy $MQ \parallel NP \parallel BC \parallel AD \parallel \Delta$.

□

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi M là một điểm di động trong tứ giác $ABCD$. Qua M vẽ các đường thẳng song song với SA, SB cắt các mặt (SBC) và (SAD) lần lượt tại N, P .

① Nêu cách dựng các điểm N, P .



- ② Tìm tập hợp điểm M sao cho $MN \cdot MP$ lớn nhất.

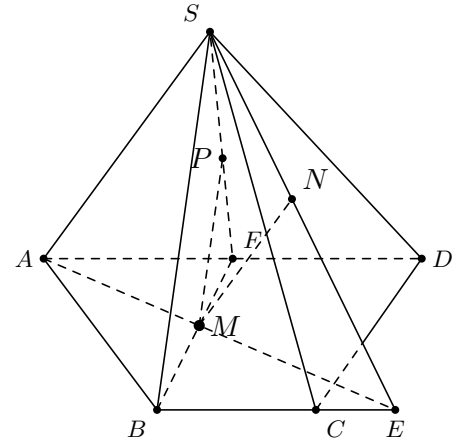
Lời giải.

a) Gọi $E = AM \cap BC, F = BM \cap AD$. Từ M kẻ các đường thẳng song song với SA, SB lần lượt cắt SE, SF tại N, P . Thì N, P là các điểm cần dựng.

b) Ta có $\frac{MN}{SA} = \frac{EM}{EA}, \frac{MP}{SB} = \frac{FM}{FB} = \frac{AM}{AE}$ nên $\frac{MN}{SA} + \frac{MP}{SB} = \frac{EM}{EA} + \frac{AM}{EA} = 1$. Theo BDT Cauchy ta có

$$\begin{aligned} MN \cdot MP &= SA \cdot SB \cdot \frac{MN}{SA} \cdot \frac{MP}{SB} \\ &\leq \frac{SA \cdot SB}{4} \left(\frac{MN}{SA} + \frac{MP}{SB} \right)^2 = \frac{SA \cdot SB}{4}. \end{aligned}$$

Vậy $MN \cdot MP = \frac{SA \cdot SB}{4}$ khi $\frac{MN}{SA} = \frac{MP}{SB} = \frac{1}{2}$ hay M là trung điểm của AE và BF , do đó tập hợp điểm M là đường trung bình của hình thang $ABCD$.



□

Bài 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy $AD = a$ và $BC = b$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD và SB .

- ① Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ADP) và (SBC) .
- ② Tìm độ dài đoạn giao tuyến của (ADP) và (SMN) nằm bên trong hình chóp.

Lời giải.

$$\text{a) Ta có } \begin{cases} P \in (ADP) \cap (SBC) \\ AD \parallel BC \\ AD \subset (ADP) \\ BC \subset (SBC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (ADP) \cap (SBC) = PQ \parallel AD \parallel BC, Q \in SC.$$

b) Gọi $I = AP \cap SM, J = DQ \cap SN$. Khi đó

$$IJ = (ADP) \cap (SMN).$$

Dễ thấy I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB và SCD . Gọi $K = IJ \cap PD$, ta có $IJ = IK + KJ$ suy ra

$$\frac{IK}{AD} = \frac{PI}{PA} = \frac{1}{3} \Rightarrow IK = \frac{1}{3}AD = \frac{1}{3}a.$$

Tương tự

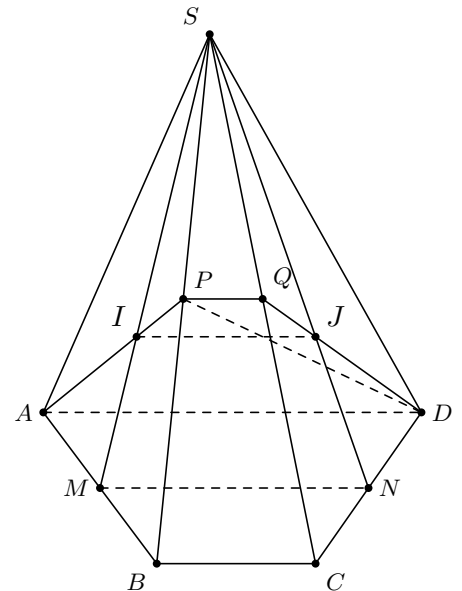
$$\frac{JK}{PQ} = \frac{DI}{DQ} = \frac{2}{3} \Rightarrow JK = \frac{2}{3}PQ = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}BC = \frac{1}{3}b.$$

$$\text{Vậy } IJ = IK + KJ = \frac{1}{3}(a + b).$$

□

Bài 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB và SAD . M là điểm trên cạnh SA sao cho $MA = 2MS$. Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MIJ)

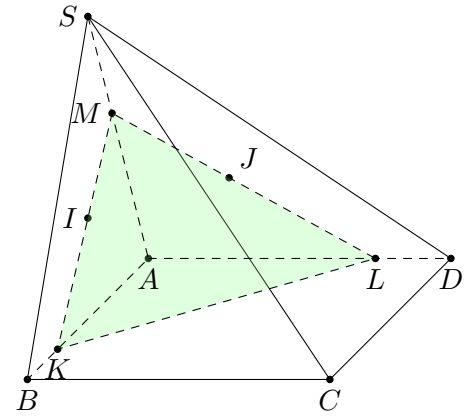
Lời giải.



Kéo dài MI cắt AB tại K , kéo dài MJ cắt AD tại L

Ta có $(MIJ) \cap (SAB) = MK$; $(MIJ) \cap (SAD) = ML$; $(MIJ) \cap (ABCD) = KL$.

Vậy mặt phẳng (MIJ) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tam giác MKL .

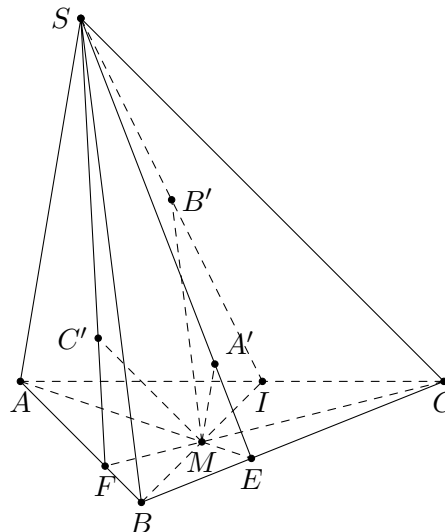


□

Bài 11. Cho hình chóp $S.ABC$, M là một điểm nằm trong tam giác ABC . Các đường thẳng qua M và song song với SA, SB và SC cắt các mặt $(SBC), (SCA), (SAB)$ lần lượt tại các điểm A', B', C' .

- ① Nêu cách dựng các điểm A', B', C' .
- ② Chứng minh $\frac{MA'}{SA} + \frac{MB'}{SB} + \frac{MC'}{SC}$ có giá trị không đổi khi M di động trong tam giác ABC .
- ③ Xác định vị trí của M để tích $MA' \cdot MB' \cdot MC'$ lớn nhất.

Lời giải.



- ① Gọi $E = AM \cap BC$, trong (SAE) vẽ đường thẳng đi qua M và song song với SA cắt SE tại A' thì A' là điểm cần dựng.
Các điểm B', C' được dựng tương tự.
- ② Ta có $MA' \parallel SA$ nên $\frac{MA'}{SA} = \frac{ME}{AE} = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$ (1)
Tương tự $\frac{MB'}{SB} = \frac{IM}{IB} = \frac{S_{MAC}}{S_{ABC}}$ (2); $\frac{MC'}{SC} = \frac{FM}{FC} = \frac{S_{MAB}}{S_{ABC}}$ (3)
Cộng các đẳng thức (1), (2) và (3) ta được $\frac{MA'}{SA} + \frac{MB'}{SB} + \frac{MC'}{SC} = 1$.

- ③ Ta có

$$MA' \cdot MB' \cdot MC' = SA \cdot SB \cdot SC \cdot \frac{MA'}{SA} \cdot \frac{MB'}{SB} \cdot \frac{MC'}{SC} \leq SA \cdot SB \cdot SC \left(\frac{\frac{MA'}{SA} + \frac{MB'}{SB} + \frac{MC'}{SC}}{3} \right)^3 =$$

$$\frac{SA \cdot SB \cdot SC}{27}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{MA'}{SA} + \frac{MB'}{SB} + \frac{MC'}{SC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{EM}{EA} = \frac{IM}{IB} = \frac{FM}{FC} \Rightarrow M$ là trọng tâm tam giác

ABC .

$$\text{Vậy } \max(MA' \cdot MB' \cdot MC') = \frac{SA \cdot SB \cdot SC}{27}$$

□

Bài 12. Cho tứ diện $ABCD$. Một mặt phẳng (α) cắt bốn cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt tại M, N, P, Q . Chứng minh rằng $MA \cdot NB \cdot PC \cdot QD \leq \frac{AB \cdot BC \cdot CD \cdot AD}{16}$. Khi đẳng thức xảy ra thì $MNPQ$ là hình gì?

Lời giải.

Do M, N, P, Q đồng phẳng nên theo định lý Menelaus trong không gian ta có $\frac{MA}{MB} \cdot \frac{NB}{NC} \cdot \frac{PC}{PD} \cdot \frac{QD}{QA} = 1$

Do đó

$$(MA \cdot NB \cdot PC \cdot QD)^2 = (MA \cdot NB \cdot PC \cdot QD)(MB \cdot NC \cdot PD \cdot QA) \quad (1)$$

Theo BĐT Cauchy ta có

$$MA \cdot MB \leq \left(\frac{MA + MB}{2} \right)^2 = \frac{AB^2}{4}$$

$$NB \cdot NC \leq \left(\frac{NB + NC}{2} \right)^2 = \frac{BC^2}{4}$$

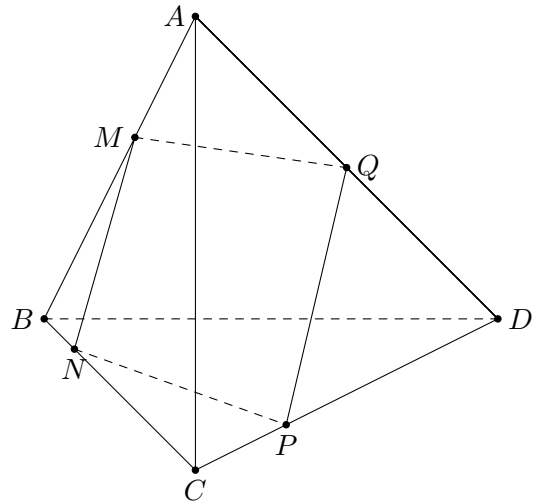
$$PC \cdot PD \leq \left(\frac{PC + PD}{2} \right)^2 = \frac{CD^2}{4}$$

$$QD \cdot QA \leq \left(\frac{QD + QA}{2} \right)^2 = \frac{AD^2}{4}$$

Nhân theo vế các BĐT trên và kết hợp với (1) thu được:

$$MA \cdot NB \cdot PC \cdot QD \leq \frac{AB \cdot BC \cdot CD \cdot AD}{16}$$

□



D CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- C. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì hoặc cắt nhau hoặc song song.

Lời giải.

Hai đường thẳng không có điểm chung thì chúng song song (khi chúng đồng phẳng) hoặc chéo nhau (khi chúng không đồng phẳng).

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Hai đường thẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác.
- B. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không điểm chung.
- C. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.
- D. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.

Lời giải.

- Mệnh đề “Hai đường thẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác” sai vì trong trường hợp 2 đường thẳng cắt nhau thì chúng chỉ có 1 điểm chung.
- Mệnh đề “Hai đường thẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác” sai vì hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng đồng phẳng và không có điểm chung.
- Mệnh đề “Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng” sai vì hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng đồng phẳng và không có điểm chung.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

- B. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì trùng nhau.
 C. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau hoặc trùng nhau.
 D. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song..

Lời giải.

Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau hoặc trùng nhau.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 4. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.
 B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
 C. Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
 D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

Lời giải.

- Mệnh đề “Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung” sai vì hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung.
 — Mệnh đề “Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng” sai vì có thể xảy ra trường hợp hai đường thẳng đó hoặc cắt nhau hoặc trùng nhau.
 — Mệnh đề “Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau” sai vì có thể xảy ra trường hợp hai đường thẳng đó song song.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 5. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

- A. Có thể song song hoặc cắt nhau. B. Cắt nhau.
 C. Song song với nhau. D. Chéo nhau.

Lời giải.

Theo giả thiết, a và b chéo nhau $\Rightarrow a$ và b không đồng phẳng.

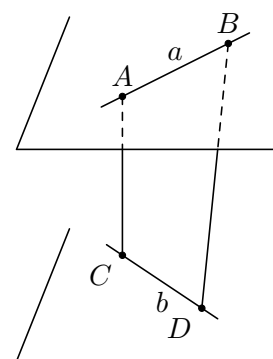
Giả sử AD và BC đồng phẳng.

Nếu $AD \cap BC = I \Rightarrow I \in (ABCD) \Rightarrow I \in (a; b)$.

Mà a và b không đồng phẳng, do đó, không tồn tại điểm I .

Nếu $AD \parallel BC \Rightarrow a$ và b đồng phẳng (Mâu thuẫn với giả thiết).

Vậy điều giả sử là sai. Do đó AD và BC chéo nhau.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 6. Cho ba mặt phẳng phân biệt (α) , (β) , (γ) có $(\alpha) \cap (\beta) = d_1$; $(\beta) \cap (\gamma) = d_2$; $(\alpha) \cap (\gamma) = d_3$. Khi đó ba đường thẳng d_1 , d_2 , d_3

- A. đôi một cắt nhau. B. đôi một song song.
 C. đồng quy. D. đôi một song song hoặc đồng quy.

Lời giải.

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 7. Trong không gian, cho 3 đường thẳng a , b , c , biết $a \parallel b$, a và c chéo nhau. Khi đó hai đường thẳng b và c

- A. trùng nhau hoặc chéo nhau. B. cắt nhau hoặc chéo nhau.
 C. chéo nhau hoặc song song. D. song song hoặc trùng nhau.

Lời giải.

Giả sử $b \parallel c \Rightarrow c \parallel a$ (mâu thuẫn với giả thiết).

Chọn đáp án **B**

□

Câu 8. Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó $a \parallel b$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Nếu $a \parallel c$ thì $b \parallel c$.
- B. Nếu c cắt a thì c cắt b .
- C. Nếu $A \in a$ và $B \in b$ thì ba đường thẳng a, b, AB cùng ở trên một mặt phẳng.
- D. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng qua a và b .

🔗 **Lời giải.**

Nếu c cắt a thì c cắt b hoặc c chéo b .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 9. Cho hai đường thẳng chéo nhau a, b và điểm M ở ngoài a và ngoài b . Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng qua M cắt cả a và b ?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 0.
- D. Vô số.

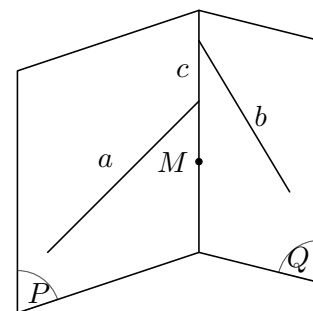
🔗 **Lời giải.**

Gọi P là mặt phẳng tạo bởi đường thẳng a và M ; Q là mặt phẳng tạo bởi đường thẳng b và M .

Giả sử c là đường thẳng qua M cắt cả a và b .

$$\Rightarrow \begin{cases} c \in P \\ c \in Q \end{cases} \Rightarrow c = P \cap Q.$$

Vậy chỉ có 1 đường thẳng qua M cắt cả a và b .



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 10. Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c chéo nhau từng đôi. Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng cắt cả 3 đường thẳng ấy?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 0.
- D. Vô số.

🔗 **Lời giải.**

Gọi M là điểm bất kì nằm trên a .

Giả sử d là đường thẳng qua M cắt cả b và c . Khi đó, d là giao tuyến của mặt phẳng tạo bởi M và b với mặt phẳng tạo bởi M và c .

Với mỗi điểm M ta được một đường thẳng d .

Vậy có vô số đường thẳng cắt cả 3 đường thẳng a, b, c .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. IJ song song với CD .
- B. IJ song song với AB .
- C. IJ chéo CD .
- D. IJ cắt AB .

🔗 **Lời giải.**

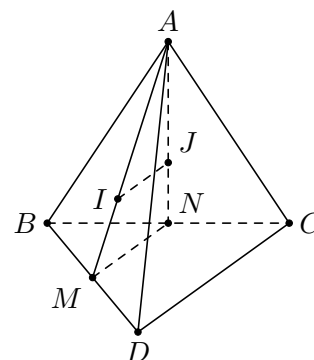
Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, BD .

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình của tam giác $BCD \Rightarrow MN \parallel CD$ (1).

$$I, J \text{ lần lượt là trọng tâm các tam giác } ABC \text{ và } ABD \Rightarrow \frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$IJ \parallel MN$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $IJ \parallel CD$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC . Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA, SD . Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

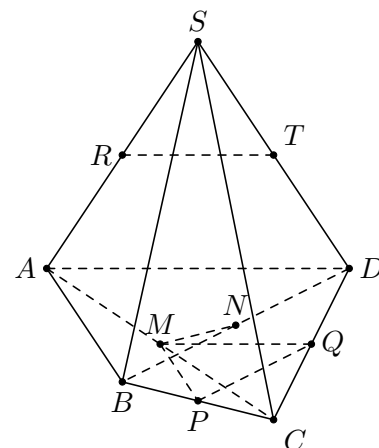
- A. MP và RT .
- B. MQ và RT .
- C. MN và RT .
- D. PQ và RT .

🔗 **Lời giải.**

Ta có: M, Q lần lượt là trung điểm của $AC, CD \Rightarrow MQ$ là đường trung bình của tam giác $CAD \Rightarrow MQ \parallel AD$ (1).

Ta có: R, T lần lượt là trung điểm của $SA, SD \Rightarrow RT$ là đường trung bình của tam giác $SAD \Rightarrow RT \parallel AD$ (2).

Từ (1), (2) suy ra: $MQ \parallel RT$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào không song song với IJ ?

A. EF .

B. DC .

C. AD .

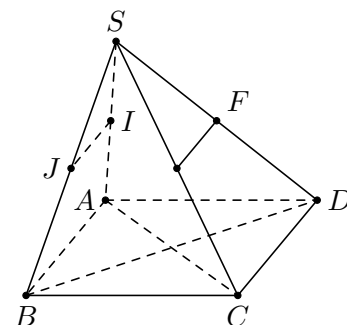
D. AB .

Lời giải.

Ta có $IJ \parallel AB$ (tính chất đường trung bình trong tam giác SAB) và $EF \parallel CD$ (tính chất đường trung bình trong tam giác SCD).

Mà $CD \parallel AB$ (đáy là hình bình hành)

$\Rightarrow CD \parallel AB \parallel EF \parallel IJ$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng AB . P, Q là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng CD . Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng MP, NQ .

A. $MP \parallel NQ$.

B. $MP \equiv NQ$.

C. MP cắt NQ .

D. MP, NQ chéo nhau.

Lời giải.

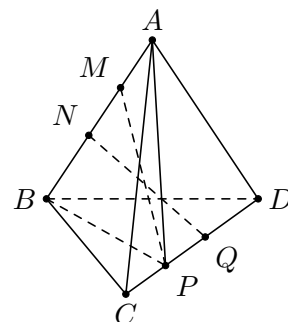
Xét mặt phẳng (ABP) .

Ta có: M, N thuộc $AB \Rightarrow M, N$ thuộc mặt phẳng (ABP) .

Mặt khác: $CD \cap (ABP) = P$.

Mà: $Q \in CD \Rightarrow Q \notin (ABP)$

$\Rightarrow M, N, P, Q$ không đồng phẳng.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d qua S và song song với BC .

B. d qua S và song song với DC .

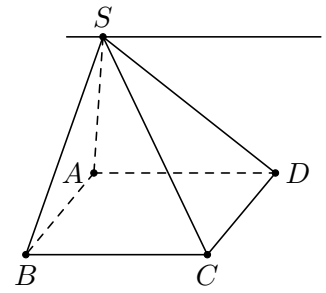
C. d qua S và song song với AB .

D. d qua S và song song với BD .

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} (SAD) \cap (SBC) = S \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

 $\Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \parallel AD \parallel BC$ (với $d \equiv Sx$).



Chọn đáp án **A**

□

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng

A. qua I và song song với AB .

B. qua J và song song với BD .

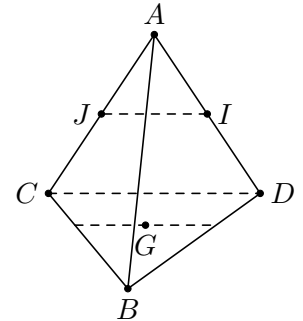
C. qua G và song song với CD .

D. qua G và song song với BC .

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} (GIJ) \cap (BCD) = G \\ IJ \subset (GIJ), CD \subset (BCD) \\ IJ \parallel CD \end{cases}$$

 $\Rightarrow (GIJ) \cap (BCD) = Gx \parallel IJ \parallel CD$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi I lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB . Giao tuyến của (SAB) và (IJG) là

A. SC .

B. đường thẳng qua S và song song với AB .

C. đường thẳng qua G và song song với DC .

D. đường thẳng qua G và cắt BC .

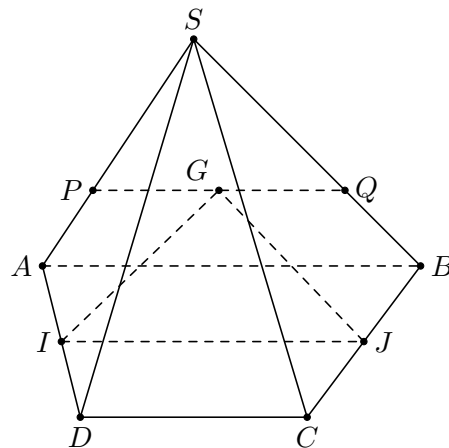
Lời giải.

Ta có: I, J lần lượt là trung điểm của AD và $BC \Rightarrow IJ$ là đường trung bình của hình thang $ABCD \Rightarrow IJ \parallel AB \parallel CD$.

Gọi $d = (SAB) \cap (IJG)$ Ta có: G là điểm chung giữa hai mặt phẳng (SAB) và (IJG)

Mặt khác:
$$\begin{cases} (SAB) \supset AB; (IJG) \supset IJ \\ AB \parallel IJ \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Giao tuyến d của (SAB) và (IJG) là đường thẳng qua G và song song với AB và IJ .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là

A. Tam giác IBC .

B. Hình thang $IBCJ$ (J là trung điểm SD).

C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).

D. Tứ giác $IBCD$.

Lời giải.

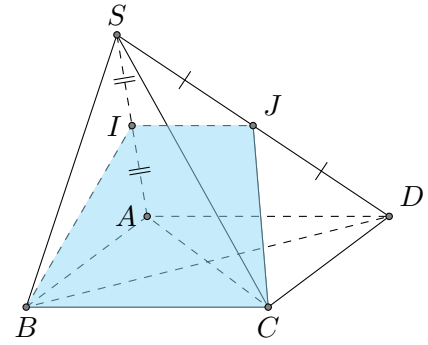
Ta có
$$\begin{cases} (IBC) \cap (SAD) = I \\ BC \subset (IBC), AD \subset (SAD), \\ BC \parallel AD \end{cases}$$

suy ra $(IBC) \cap (SAD) = Ix \parallel BC \parallel AD$.

Trong mặt phẳng (SAD) :

$Ix \parallel AD$, gọi $Ix \cap SD = J \Rightarrow IJ \parallel BC$.

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là hình thang $IBCJ$.



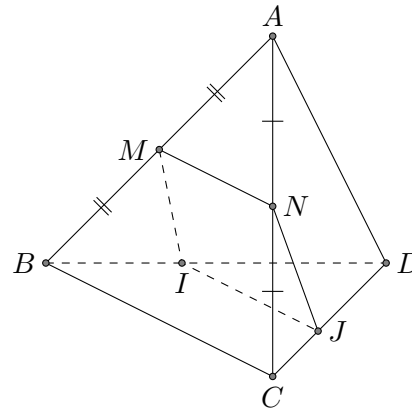
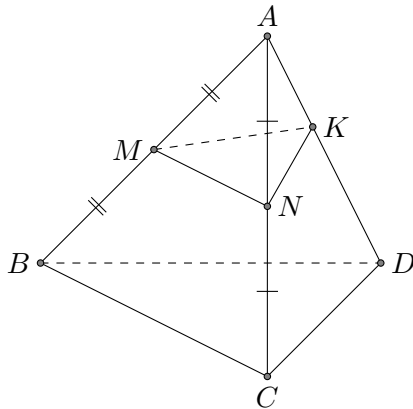
Chọn đáp án **B**

□

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là trung điểm AB và AC . Mặt phẳng (α) qua MN cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác T . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. T là hình chữ nhật.
- B. T là tam giác.
- C. T là hình thoi.
- D. T là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.

Lời giải.



Trường hợp $(\alpha) \cap AD = K$. Suy ra T là tam giác MNK . Do đó A và C sai.

Trường hợp $(\alpha) \cap (BCD) = IJ$, với $I \in BD, J \in CD$; I, J không trùng D . Suy ra T là tứ giác.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 20. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $CDIS$ không thuộc một mặt phẳng và cạnh bằng 4. Biết tam giác SAC cân tại S , $SB = 8$. Thiết diện của mặt phẳng (ACI) và hình chóp $S.ABCD$ có diện tích bằng

- A. $6\sqrt{2}$.
- B. $8\sqrt{2}$.
- C. $10\sqrt{2}$.
- D. $9\sqrt{2}$.

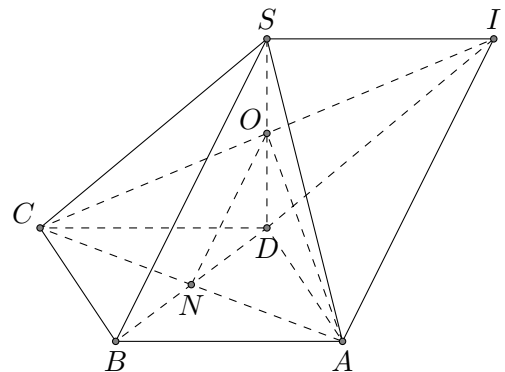
Lời giải.

Gọi $O = SD \cap CI$; $N = AC \cap BD$.

$\Rightarrow O, N$ lần lượt là trung điểm của $DS, DB \Rightarrow ON = \frac{1}{2}SB = 4$.

Thiết diện của mp (ACI) và hình chóp $S.ABCD$ là tam giác OCA .

Tam giác SAC cân tại $S \Rightarrow SC = SA \Rightarrow \triangle SDC = \triangle SDA$
 $\Rightarrow CO = AO$ (cùng là đường trung tuyến của 2 đỉnh tương ứng)
 $\Rightarrow \triangle OCA$ cân tại $O \Rightarrow S_{\triangle OCA} = \frac{1}{2}ON \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AB đáy nhỏ CD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB . Gọi P là giao điểm của SC và (AND) . Gọi I là giao điểm của AN và DP . Hỏi tứ giác $SABI$ là hình gì?

- A. Hình bình hành.
- B. Hình chữ nhật.
- C. Hình vuông.
- D. Hình thoi.

Lời giải.

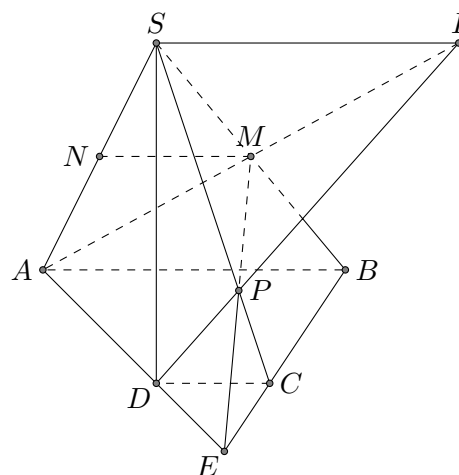
Gọi $E = AD \cap BC$, $P = NE \cap SC$. Suy ra $P = SC \cap (AND)$.

Ta có S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) ; $I = DP \cap AN \Rightarrow I$ là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Suy ra $SI = (SAB) \cap (SCD)$.

Mà $AB \parallel CD \Rightarrow SI \parallel AB \parallel CD$. Vì MN là đường trung bình của tam giác SAB và chứng minh được cũng là đường trung bình của tam giác SAI nên suy ra $SI = AB$.

Vậy $SABI$ là hình bình hành.



Chọn đáp án **A**

□

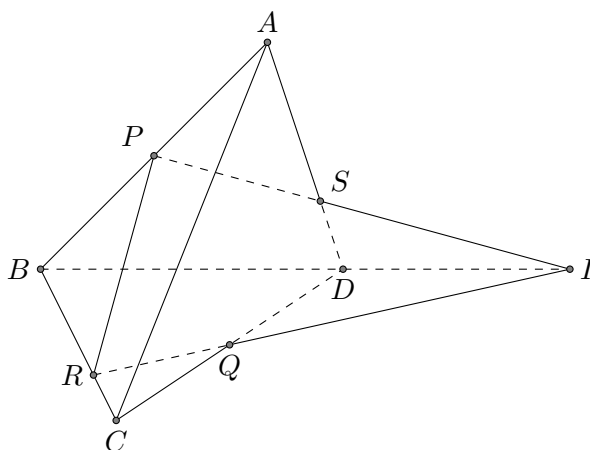
Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD ; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và cạnh AD . Tính tỉ số $\frac{SA}{SD}$.

A. 2.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của BD và RQ . Nối P với I , cắt AD tại S .

Xét tam giác BCD bị cắt bởi IR , ta có $\frac{DI}{IB} \cdot \frac{BR}{RC} \cdot \frac{CQ}{QD} = 1 \Leftrightarrow \frac{DI}{IB} \cdot 2 \cdot 1 = 1 \Leftrightarrow \frac{DI}{IB} = \frac{1}{2}$.

Xét tam giác ABD bị cắt bởi PI , ta có $\frac{AS}{SD} \cdot \frac{DI}{IB} \cdot \frac{BP}{PA} = 1 \Leftrightarrow \frac{SA}{SD} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = 1 \Leftrightarrow \frac{SA}{SD} = 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm P, Q, R lần lượt lấy trên ba cạnh AB, CD, BC . Cho $PR \parallel AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của AD và (PQR) là S . Chọn khẳng định đúng?

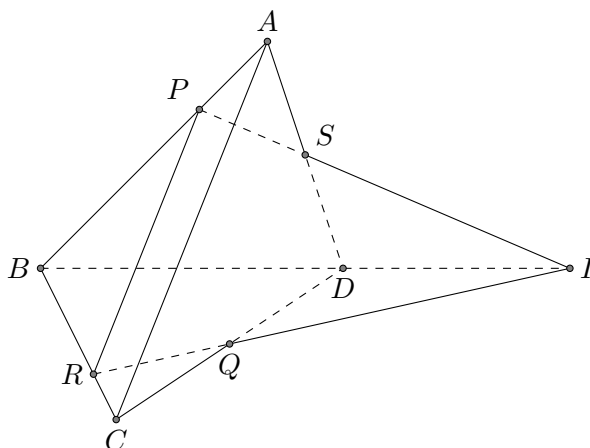
A. $AD = 3DS$.

B. $AD = 2DS$.

C. $AS = 3DS$.

D. $AS = DS$.

Lời giải.



Gọi I là giao điểm của BD và RQ . Nối P với I , cắt AD tại S .

Ta có $\frac{DI}{IB} \cdot \frac{BR}{RC} \cdot \frac{CQ}{QD} = 1$ mà $\frac{CQ}{QD} = 2$ suy ra $\frac{DI}{IB} \cdot \frac{BR}{RC} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{DI}{IB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{RC}{BR}$.

Vì PR song song với AC suy ra $\frac{RC}{BR} = \frac{AP}{PB} \Rightarrow \frac{DI}{IB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AP}{PB}$.

Lại có $\frac{SA}{SD} \cdot \frac{DI}{IB} \cdot \frac{BP}{PA} = 1 \Rightarrow \frac{SA}{SD} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{AP}{PB} \cdot \frac{BP}{PA} = 1 \Leftrightarrow \frac{SA}{SD} = 2 \Rightarrow AD = 3DS$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 24. Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Gọi A' là trọng tâm của tam giác BCD . Tính tỉ số $\frac{GA}{GA'}$.

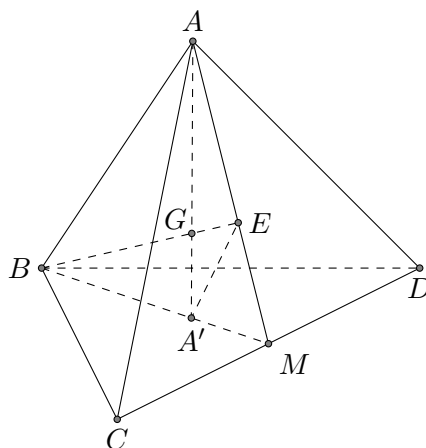
A. 2.

B. 3.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.



Gọi E là trọng tâm của tam giác ACD , M là trung điểm của CD .

Nối BE cắt AA' tại G suy ra G là trọng tâm tứ diện.

Xét tam giác MAB , có $\frac{ME}{MA} = \frac{MA'}{MB} = \frac{1}{3}$ suy ra $A'E \parallel AB \Rightarrow \frac{A'E}{AB} = \frac{1}{3}$.

Khi đó, theo định lý Talet suy ra $\frac{A'E}{AB} = \frac{A'G}{AG} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{GA}{GA'} = 3$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 25. Cho tứ diện $ABCD$ trong đó có tam giác BCD không cân. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của đoạn MN . Gọi A_1 là giao điểm của AG và (BCD) . Khẳng định nào sau đây đúng?

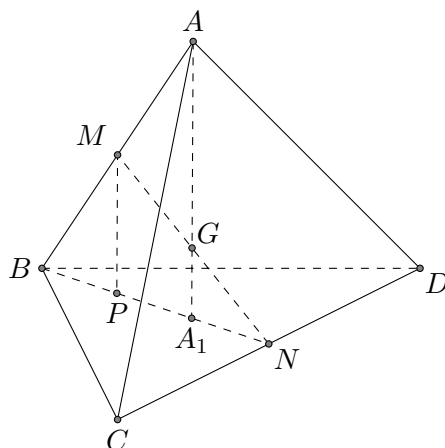
A. A_1 là tâm đường tròn tam giác BCD .

B. A_1 là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCD .

C. A_1 là trực tâm tam giác BCD .

D. A_1 là trọng tâm tam giác BCD .

Lời giải.



Mặt phẳng (ABN) cắt mặt phẳng (BCD) theo giao tuyến BN .

Mà $AG \subset (ABN)$ suy ra AG cắt BN tại điểm A_1 .

Qua M dựng $MP \parallel AA_1$ với $P \in BN$. Có M là trung điểm của AB suy ra P là trung điểm $BA_1 \Rightarrow BP = PA_1$. (1)

Tam giác MNP có $MP \parallel GA_1$ và G là trung điểm của MN .

$\Rightarrow A_1$ là trung điểm của $NP \Rightarrow PA_1 = NA_1$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $BP = PA_1 = A_1N \Rightarrow \frac{BA_1}{BN} = \frac{2}{3}$. Mà N là trung điểm của CD , do đó, A_1 là trọng tâm của tam giác BCD .

Chọn đáp án **D** □

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng qua trung điểm M của BC , song song với BD và SC là hình gì?

A. Tam giác.

B. Ngũ giác.

C. Lục giác.

D. Tứ giác.

Lời giải.

Gọi N, P, R lần lượt là trung điểm CD, SD và SB .

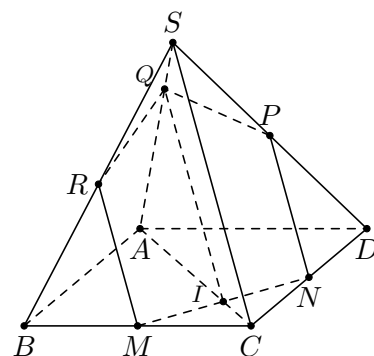
Gọi I là giao điểm của AC và MN .

Từ I kẻ IQ song song với SC .

Ta có $MR \parallel IQ \parallel NP \parallel SC \Rightarrow (MNPQR) \parallel SC$. (1)

Ta có $MN \parallel BD \Rightarrow (MNPQR) \parallel BD$. (2)

Từ (1) và (2) ta được thiết diện cần tìm là ngũ giác $MNPQR$.



Chọn đáp án **B** □

Câu 27. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.

B. Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

Lời giải.

— “Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau” là sai vì hai đường thẳng đó có thể song song.

— “Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song” là sai vì hai đường thẳng đó có thể chéo nhau.

— “Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau” là đúng.

— “Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau” là sai vì hai đường thẳng đó có thể chéo nhau.

Chọn đáp án **B** □

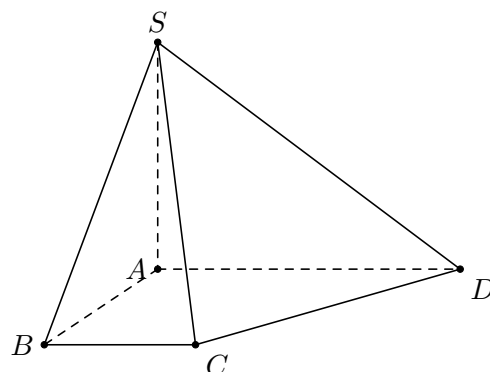
Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD \parallel BC$. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là

- A. Đường thẳng đi qua S và song song với AB . B. Đường thẳng đi qua S và song song với AC .
C. Đường thẳng đi qua S và song song với AD . D. Đường thẳng đi qua S và song song với CD .

🔗Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ BC \parallel AD \\ BC \subset (SBC); AD \subset (SAD) \end{cases}$$

Suy ra giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AD .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là một điểm thuộc đoạn SB (M khác S và B). Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

- A. Hình bình hành. B. Tam giác. C. Hình chữ nhật. D. Hình thang.

🔗Lời giải.

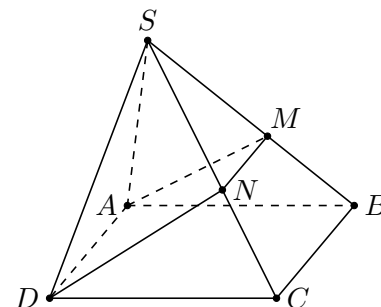
$$\text{Ta có } \begin{cases} M \in (ADM) \cap (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

$$\Rightarrow (ADM) \cap (SBC) = Mx \parallel AD \parallel BC.$$

Trong mặt phẳng (SBC) , gọi $N = Mx \cap SC$.

Do đó, $ADNM$ là thiết diện của $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (ADM) .

Vì $AD \parallel MN$ và $MN < AD$ nên $ADNM$ là hình thang.

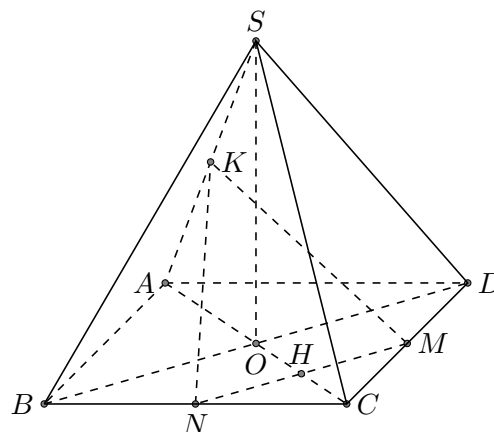


Chọn đáp án **D**

□

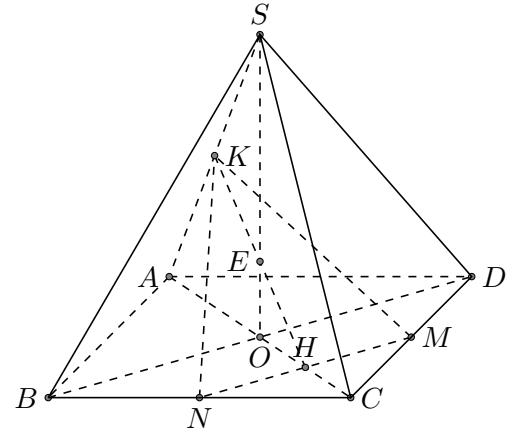
Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA . Gọi H là giao điểm của AC và MN . Giao điểm của SO với (MNK) là điểm E . Hãy chọn cách xác định điểm E đúng nhất trong bốn phương án sau

- A. E là giao của MN và SO .
B. E là giao của KN và SO .
C. E là giao của KH và SO .
D. E là giao của KM và SO .



🔗Lời giải.

Trong $(SAC) : KH \cap SO \equiv E$ suy ra $SO \cap (MNK) \equiv E$.



Chọn đáp án **C**

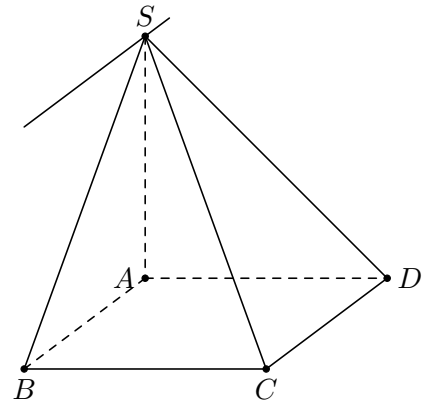
□

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

- A. Đường thẳng đi qua S và song song với AB . B. Đường thẳng đi qua S và song song với BD .
C. Đường thẳng đi qua S và song song với AD . D. Đường thẳng đi qua S và song song với AC .

Lời giải.

Ta có $AB \parallel CD$ và $AB \subset (SAB)$, $CD \subset (SCD)$ nên giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB .



Chọn đáp án **A**

□

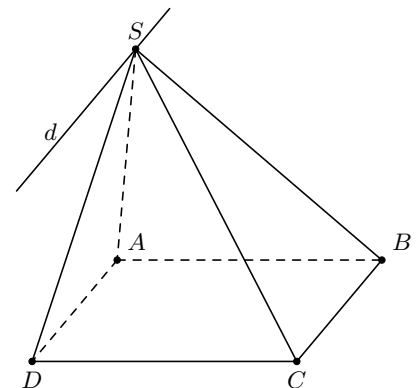
Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. AC . B. DC . C. AD . D. BD .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \parallel BC \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \end{cases} \\ \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = d, d \text{ đi qua } S \text{ và } d \parallel AD \parallel BC.$$



Chọn đáp án **C**

□

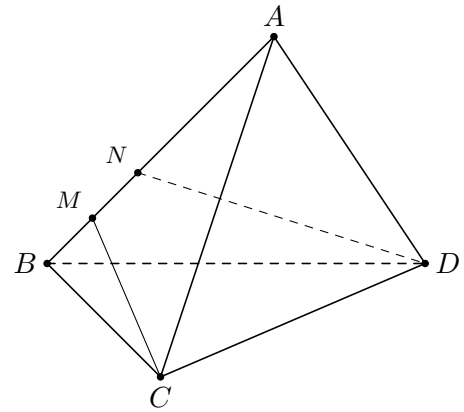
Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N là hai điểm phân biệt trên cạnh AB . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. CM và DN chéo nhau. B. CM và DN cắt nhau.
C. CM và DN đồng phẳng. D. CM và DN song song.

Lời giải.

Giả sử CM và DN đồng phẳng. Khi đó, ta có A, B cùng thuộc mặt phẳng $(MNDC)$, suy ra A, B, C, D đồng phẳng, trái giả thiết $ABCD$ là tứ diện.

Vậy CM và DN chéo nhau.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy hai điểm M và N trên hai cạnh SB, SD sao cho $SM = 2MB; SN = 2ND$, đường thẳng SC cắt mặt phẳng (AMN) tại C' . Tính tỉ số $k = \frac{SC'}{SC}$.

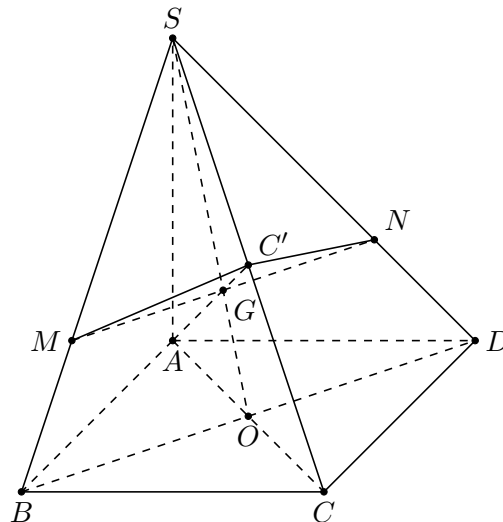
A. $k = \frac{3}{4}$.

B. $k = \frac{2}{3}$.

C. $k = \frac{1}{3}$.

D. $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải.



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$, G là giao điểm của MN và SO . Dễ thấy G là trọng tâm tam giác SAC , suy ra $\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 35. Cho ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi theo ba giao tuyến d_1, d_2, d_3 , trong đó d_1 song song với d_2 . Khi đó vị trí tương đối của d_2 và d_3 là

A. chéo nhau.

B. cắt nhau.

C. song song.

D. trùng nhau.

Lời giải.

Đây là nội dung hệ quả của định lý về ba giao tuyến trong Sách Giáo Khoa.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 36. Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì

A. ba đường thẳng đó tạo thành một tam giác.

B. ba đường thẳng đó đồng quy.

C. ba đường thẳng đó trùng nhau.

D. không có ba đường thẳng như vậy.

Lời giải.

Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì ba đường thẳng đó đồng quy.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 37. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. Tồn tại duy nhất một đường thẳng qua một điểm và song song với một đường thẳng.

- B. Tồn tại duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm và vuông góc với một mặt phẳng.
 C. Hai đường thẳng song song thì đồng phẳng.
 D. Hai đường thẳng không đồng phẳng thì không có điểm chung.

Lời giải.

Mệnh đề "Tồn tại duy nhất một đường thẳng qua một điểm và song song với một đường thẳng" sai vì nếu điểm đó thuộc đường thẳng đã cho thì không tồn tại đường thẳng nào đi qua điểm đó và song song với đường thẳng cho trước.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 38. Ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một thì ba giao tuyến của chúng sẽ có bao nhiêu vị trí tương đối?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một thì ba giao tuyến song song hoặc đồng quy.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Biết $AB \parallel CD$ và $AB = \frac{3}{2}CD$. Gọi N là trung điểm cạnh SB và P là giao điểm của đường thẳng DN với mặt phẳng (SAC) . Tính tỉ số $\frac{PO}{PS}$.

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{3}{7}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{3}{5}$.

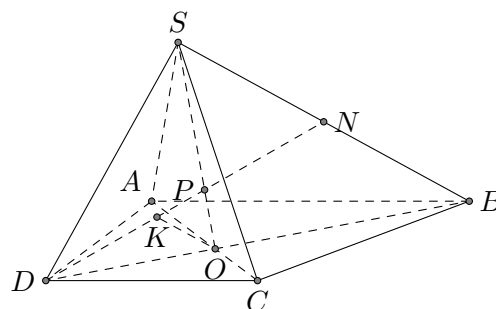
Lời giải.

Dựng $OK \parallel SB, K \in DN$.

$$\text{Suy ra } \frac{PO}{PS} = \frac{OK}{SN} = \frac{OK}{NB} = \frac{DO}{DB}.$$

$$\text{Mà } \frac{AB}{CD} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{PO}{PS} = \frac{2}{5}.$$



Chọn đáp án **A**

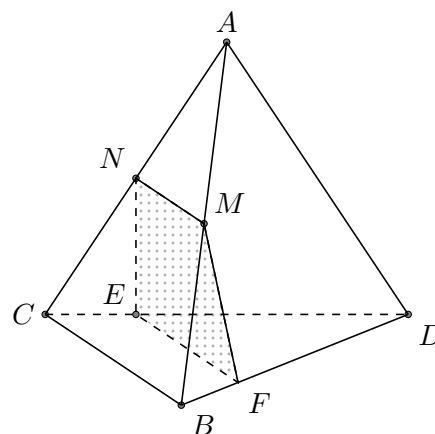
□

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC , E là điểm trên cạnh CD sao cho $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- A. Tam giác MNE .
 B. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD sao cho $EF \parallel BC$.
 C. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kỳ trên cạnh BD .
 D. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD sao cho $EF \parallel BC$.

Lời giải.

- Thiết diện là tứ giác $MNEF$
- $MN \parallel EF$ và $MN \neq EF$ nên $MNEF$ là hình thang.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh BC sao cho $MC = 2MB$, các điểm N, P lần lượt là trung điểm của BD, AD . Gọi Q là giao điểm của AC với mặt phẳng (MNP) , tính tỉ số $\frac{QC}{QA}$.

A. $\frac{QC}{QA} = \frac{3}{2}$.

B. $\frac{QC}{QA} = \frac{5}{2}$.

C. $\frac{QC}{QA} = 2$.

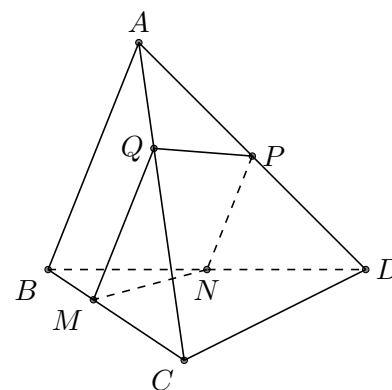
D. $\frac{QC}{QA} = \frac{1}{2}$.

🔗Lời giải.

QM chính là giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với mặt phẳng (ABC) .

Và do $NP \parallel AB$ nên $QM \parallel AB$. Suy ra

$$\frac{QC}{QA} = \frac{MC}{MB} = 2.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. Gọi M là trung điểm SA . Mặt phẳng (MBC) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

A. một hình bình hành.

B. một tam giác.

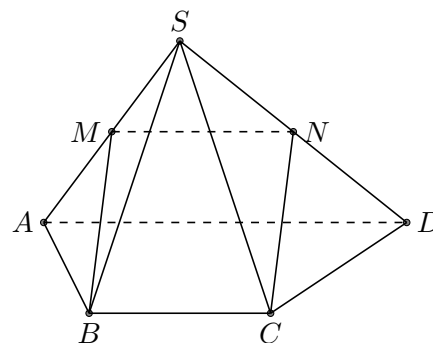
C. một hình tứ giác (không là hình thang).

D. một hình thang (không là hình bình hành).

🔗Lời giải.

Gọi N là giao của SD và mặt phẳng (MBC) . Do các mặt phẳng (MBC) và (SAD) lần lượt chứa hai đường song song là BC và AD , nên giao tuyến của chúng cũng song song với hai đường đó, tức $MN \parallel AD$. Suy ra N là trung điểm của SD .

Khi đó, MN là đường trung bình của tam giác SAD , suy ra $MN = \frac{1}{2}AD = BC$. Vậy, thiết diện $BCNM$ là một hình bình hành.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là trọng tâm của hai tam giác ABC và ACD . Khi đó ta có

A. MN cắt BC .

B. $MN \parallel BD$.

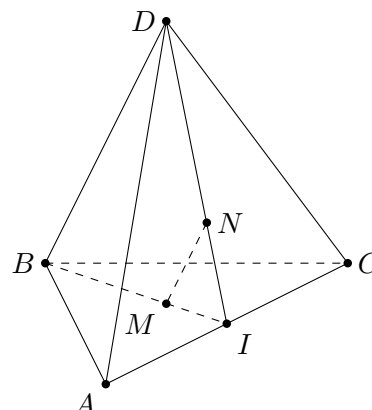
C. MN cắt AD .

D. $MN \parallel CD$.

🔗Lời giải.

Gọi I là trung điểm của đoạn $AC \Rightarrow \frac{DN}{DI} = \frac{BM}{BI} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow MN \parallel BD$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 44. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

A. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

D. Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng thứ ba vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.

Lời giải.

Mệnh đề “ Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng thứ ba vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai ” là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm AB và AC , E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- A. Tam giác MNE .
- B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
- C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
- D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

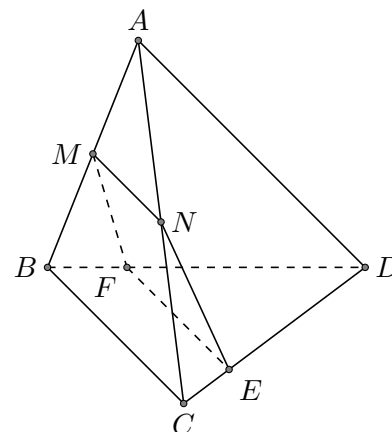
Lời giải.

M và N lần lượt là trung điểm AB và AC nên $MN \parallel BC$ và $MN = \frac{1}{2}BC$.

Qua E kẻ đường thẳng song song với BC , cắt BD tại F thì $EF \parallel MN$.

Ta có $\frac{EF}{BC} = \frac{DE}{DC} = \frac{3}{4} \Rightarrow EF = \frac{3}{4}BC > MN$.

Vậy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là hình thang $MNEF$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 46. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O không nằm trong Δ . Qua O có mấy đường thẳng song song với Δ ?

- A. 2.
- B. 3.
- C. 1.
- D. Vô số.

Lời giải.

Qua O có duy nhất một đường thẳng song song với Δ .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 47. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì cắt nhau.
- B. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Lời giải.

Hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng thì có ba vị trí tương đối là: song với nhau, trùng nhau và cắt nhau. Do đó hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 48. Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

- A. 3.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 4.

Lời giải.

Hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian có 3 vị trí tương đối: Cắt nhau, chéo nhau và song song với nhau.

Chọn đáp án **A**

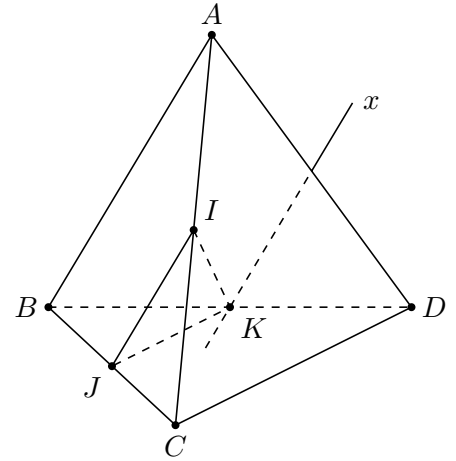
□

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I , J và K lần lượt là trung điểm của AC , BC và BD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (IJK) là đường thẳng

- A. KD .
- B. qua K và song song với AB .
- C. KI .
- D. qua I và song song với JK .

Lời giải.

Ta có điểm K là điểm chung của hai mặt phẳng (ABD) và (IJK) .
 Mặt khác ta có $IJ \parallel AB$, $IJ \subset (IJK)$, $AB \subset (ABD)$.
 Suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (IJK) là đường thẳng đi qua điểm K và song song với AB .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 50. Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau.

- A. Không có đường thẳng nào cắt cả ba đường thẳng đã cho.
- B. Có đúng hai đường thẳng cắt cả ba đường thẳng đã cho.
- C. Có vô số đường thẳng cắt cả ba đường thẳng đã cho.
- D. Có duy nhất một đường thẳng cắt cả ba đường thẳng đã cho.

Lời giải.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 51. Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b . Kết luận nào sau đây đúng?

- A. Nếu c cắt a thì c và b chéo nhau.
- B. Nếu $c \parallel a$ thì $c \parallel b$ hoặc $c \equiv b$.
- C. Nếu c và a chéo nhau thì c và b chéo nhau.
- D. Nếu c và a cắt nhau thì c và b cắt nhau.

Lời giải.

Cho hai đường thẳng a và b song song, nếu đường thẳng c song song với a thì c song song hoặc trùng với b .

Chọn đáp án **(B)**

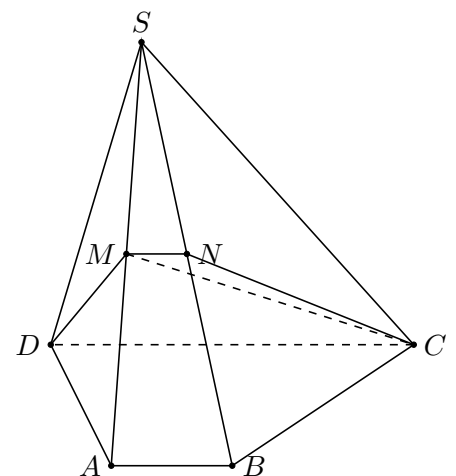
□

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là CD . Gọi M là trung điểm của cạnh SA , N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD) . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. MN và SD cắt nhau.
- B. $MN \parallel CD$.
- C. MN và SC cắt nhau.
- D. MN và CD chéo nhau.

Lời giải.

Hai mặt phẳng (SAB) và (MCD) lần lượt chứa hai đường thẳng song song AB , CD và MN là giao tuyến của chúng nên $MN \parallel CD$.



Chọn đáp án **(B)**

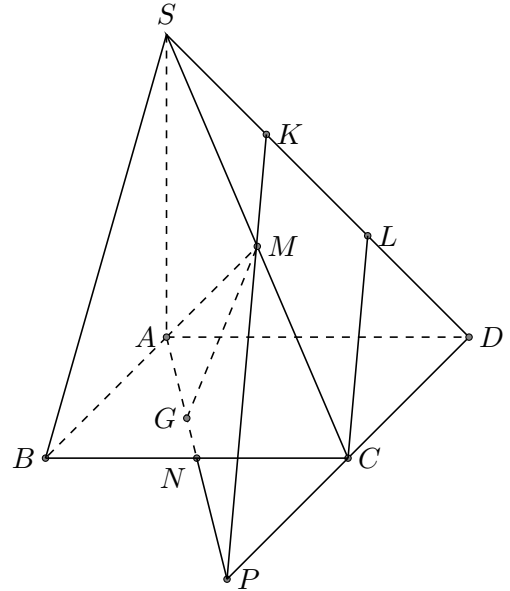
□

Câu 53. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm SC . Gọi K là giao điểm của SD với mặt phẳng (AGM) . Tính tỉ số $\frac{KS}{KD}$.

- A. $\frac{1}{2}$.
- B. $\frac{1}{3}$.
- C. 2.
- D. 3.

Lời giải.

Gọi N, P lần lượt là giao điểm của AG với CB, CD ta có $K = PM \cap SD$. Gọi L là trung điểm của KD thì $CL \parallel MK$. Suy ra K là trung điểm của SL . Do vậy $KD = 2KS$, hay $\frac{KS}{KD} = \frac{1}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 54. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
- B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- C. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

Lời giải.

Hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và không có điểm chung.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 55. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của tam giác BCD và ACD và G là giao điểm của AG_1 và BG_2 . Tính diện tích của tam giác GAB .

- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$.
- B. $\frac{3a^2\sqrt{2}}{8}$.
- C. $\frac{3a^2\sqrt{3}}{8}$.
- D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải.

Gọi M, H lần lượt là trung điểm CD, AB .

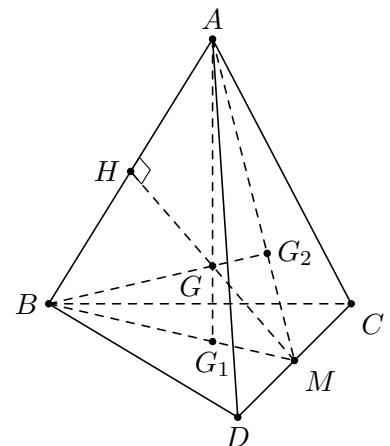
Ta có $AM = BM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $\triangle ABM$ cân tại M , suy ra $MH \perp AB$, dẫn

$$\text{tới } MH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Diện tích } \triangle ABM \text{ là } S_{ABM} = \frac{AB \cdot HM}{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Lại có } \frac{MG_1}{MB} = \frac{MG_2}{MA} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 \parallel AB \Rightarrow \frac{BG}{GG_2} = \frac{AB}{G_1G_2} = 3.$$

$$\text{Dẫn tới } S_{ABG} = \frac{3}{4}S_{ABG_2} = \frac{1}{2}S_{ABM} = \frac{a^2\sqrt{2}}{8}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 56. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và SC . Gọi I, J theo thứ tự là giao điểm của AN, MN với mặt phẳng (SBD) . Tính $k = \frac{IA}{IN} + \frac{JM}{JN}$.

- A. $k = 4$.
- B. $k = 5$.
- C. $k = 2$.
- D. $k = 3$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD , khi đó SO là giao tuyến của (SBD) và (SAC) nên I là giao điểm của AN và SO .

Vì O, N là trung điểm AC, SC nên I là trọng tâm tam giác SAC , suy ra $\frac{IA}{IN} = 2$.

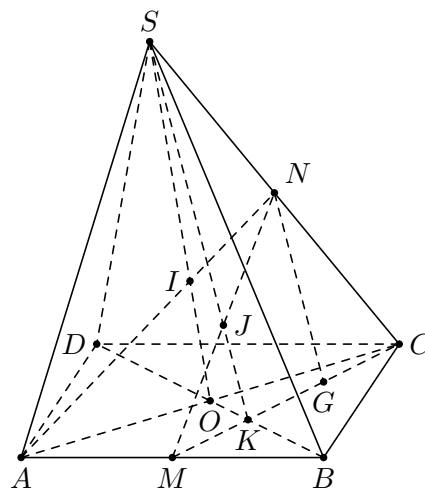
Gọi K là giao điểm của MC và BD , khi đó SK là giao tuyến của (SBD) và (SMC) nên J là giao điểm của MN và SK .

Vì O, M là trung điểm AC, AB nên K là trọng tâm tam giác ABC , suy ra $CK = 2MK$.

Gọi G là trung điểm của KC thì NG là đường trung bình $\triangle SKC$ nên $SK \parallel NG$. Lại có K là trung điểm MG nên J là trung điểm

MN hay $\frac{JM}{JN} = 1$.

Vậy $k = 3$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng qua trung điểm M của BC , song song với BD và SC là hình gì?

A. Tam giác.

B. Ngũ giác.

C. Lục giác.

D. Tứ giác.

Lời giải.

Gọi N, P, R lần lượt là trung điểm CD, SD và SB .

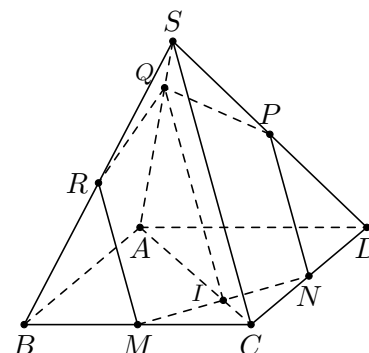
Gọi I là giao điểm của AC và MN .

Từ I kẻ IQ song song với SC .

Ta có $MR \parallel IQ \parallel NP \parallel SC \Rightarrow (MNPQR) \parallel SC$. (1)

Ta có $MN \parallel BD \Rightarrow (MNPQR) \parallel BD$. (2)

Từ (1) và (2) ta được thiết diện cần tìm là ngũ giác $MNPQR$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 58. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.

B. Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

Lời giải.

— “Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau” là sai vì hai đường thẳng đó có thể song song.

— “Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song” là sai vì hai đường thẳng đó có thể chéo nhau.

— “Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau” là đúng.

— “Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau” là sai vì hai đường thẳng đó có thể chéo nhau.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 59. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD \parallel BC$. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là

A. Đường thẳng đi qua S và song song với AB .

B. Đường thẳng đi qua S và song song với AC .

C. Đường thẳng đi qua S và song song với AD .

D. Đường thẳng đi qua S và song song với CD .

Lời giải.

☐

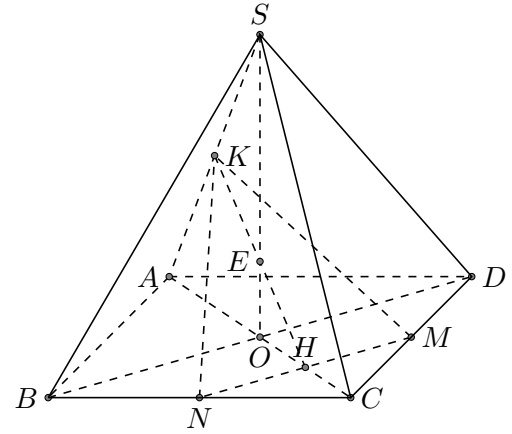
A. Hình bình hành. **B.** Tam giác. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình thang.

The diagram shows a 3D geometric figure consisting of two adjacent triangles, $\triangle SCD$ and $\triangle SCE$, which share the common edge SC . The base of the figure is a quadrilateral $DCEA$ formed by edges DC , CE , EA , and AD . Point A lies on the segment SD , and point N lies on the segment CE . A dashed line connects points A and E . Another dashed line connects point S to point N . Solid lines represent the visible edges: SD , SC , SE , DC , CE , and DM (where M is on SE). The labels S , A , N , M , D , C , and E are placed near their respective vertices.

7

<https://emncischool.wixsite.com/geogebra>

Trong $(SAC) : KH \cap SO \equiv E$ suy ra $SO \cap (MNK) \equiv E$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 62. Cho hai mặt phẳng (P) , (Q) cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng (P) , (Q) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. a, d trùng nhau. B. a, d chéo nhau. C. a song song d . D. a, d cắt nhau.

Lời giải.

Sử dụng hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

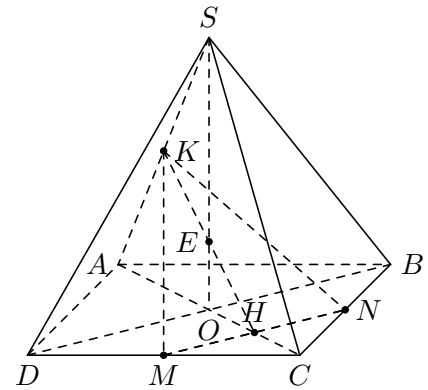
Chọn đáp án **C**

□

Câu 63.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA . H là giao điểm của AC và MN . Giao điểm của SO với (MNK) là điểm E . Hãy chọn cách xác định điểm E đúng nhất trong bốn phương án sau.

- A. E là giao của MN với SO .
 B. E là giao của KN với SO .
 C. E là giao của KH với SO .
 D. E là giao của KM với SO .



Lời giải.

$$\text{Gọi } E = KH \cap SO \Rightarrow \begin{cases} E \in KH \subset (KMN) \\ E \in SO \end{cases} \Rightarrow E = SO \cap (KMN).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 64. Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) sẽ:

- A. Song song với hai đường thẳng đó.
 B. Song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
 C. Trùng với một trong hai đường thẳng đó.
 D. Cắt một trong hai đường thẳng đó.

Lời giải.

Theo lý thuyết

Chọn đáp án **B**

□

Câu 65. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
 B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
 C. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.
 D. Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì hoặc cắt nhau hoặc song song.

Lời giải.

Hai đường thẳng không có điểm chung thì chúng song song (khi chúng đồng phẳng) hoặc chéo nhau (khi chúng không đồng phẳng).

Chọn đáp án **A**

□

Câu 66. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác.
- B. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không điểm chung.
- C. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.
- D. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.

Lời giải.

- Mệnh đề “Hai đường thẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác” sai vì trong trường hợp 2 đường thẳng cắt nhau thì chúng chỉ có 1 điểm chung.
- Mệnh đề “Hai đường thẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác” sai vì hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng đồng phẳng và không có điểm chung.
- Mệnh đề “Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng” sai vì hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng đồng phẳng và không có điểm chung.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 67. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

- A. Có thể song song hoặc cắt nhau.
- B. Cắt nhau.
- C. Song song với nhau.
- D. Chéo nhau.

Lời giải.

Theo giả thiết, a và b chéo nhau $\Rightarrow a$ và b không đồng phẳng.

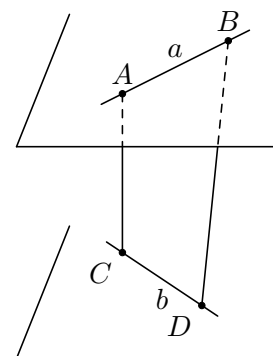
Giả sử AD và BC đồng phẳng.

Nếu $AD \cap BC = I \Rightarrow I \in (ABCD) \Rightarrow I \in (a; b)$.

Mà a và b không đồng phẳng, do đó, không tồn tại điểm I .

Nếu $AD \parallel BC \Rightarrow a$ và b đồng phẳng (Mâu thuẫn với giả thiết).

Vậy điều giả sử là sai. Do đó AD và BC chéo nhau.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 68. Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c , biết $a \parallel b$, a và c chéo nhau. Khi đó hai đường thẳng b và c

- A. trùng nhau hoặc chéo nhau.
- B. cắt nhau hoặc chéo nhau.
- C. chéo nhau hoặc song song.
- D. song song hoặc trùng nhau.

Lời giải.

Giả sử $b \parallel c \Rightarrow c \parallel a$ (mâu thuẫn với giả thiết).

Chọn đáp án **B**

□

Câu 69. Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó $a \parallel b$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Nếu $a \parallel c$ thì $b \parallel c$.
- B. Nếu c cắt a thì c cắt b .
- C. Nếu $A \in a$ và $B \in b$ thì ba đường thẳng a, b, AB cùng ở trên một mặt phẳng.
- D. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng qua a và b .

Lời giải.

Nếu c cắt a thì c cắt b hoặc c chéo b .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 70. Cho hai đường thẳng chéo nhau a, b và điểm M ở ngoài a và ngoài b . Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng qua M cắt cả a và b ?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 0.
- D. Vô số.

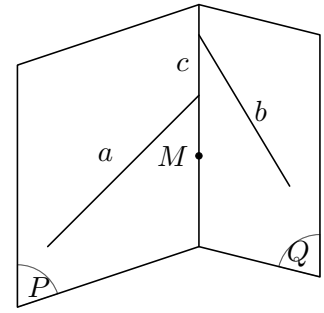
Lời giải.

Gọi P là mặt phẳng tạo bởi đường thẳng a và M ; Q là mặt phẳng tạo bởi đường thẳng b và M .

Giả sử c là đường thẳng qua M cắt cả a và b .

$$\Rightarrow \begin{cases} c \in P \\ c \in Q \end{cases} \Rightarrow c = P \cap Q.$$

Vậy chỉ có 1 đường thẳng qua M cắt cả a và b .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 71. Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c chéo nhau từng đôi. Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng cắt cả 3 đường thẳng ấy?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. Vô số.

Lời giải.

Gọi M là điểm bất kì nằm trên a .

Giả sử d là đường thẳng qua M cắt cả b và c . Khi đó, d là giao tuyến của mặt phẳng tạo bởi M và b với mặt phẳng tạo bởi M và c .

Với mỗi điểm M ta được một đường thẳng d .

Vậy có vô số đường thẳng cắt cả 3 đường thẳng a, b, c .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC . Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA, SD . Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

A. MP và RT .

B. MQ và RT .

C. MN và RT .

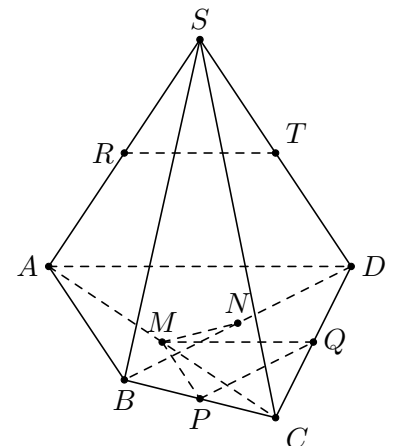
D. PQ và RT .

Lời giải.

Ta có: M, Q lần lượt là trung điểm của $AC, CD \Rightarrow MQ$ là đường trung bình của tam giác $CAD \Rightarrow MQ \parallel AD$ (1).

Ta có: R, T lần lượt là trung điểm của $SA, SD \Rightarrow RT$ là đường trung bình của tam giác $SAD \Rightarrow RT \parallel AD$ (2).

Từ (1), (2) suy ra: $MQ \parallel RT$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào không song song với IJ ?

A. EF .

B. DC .

C. AD .

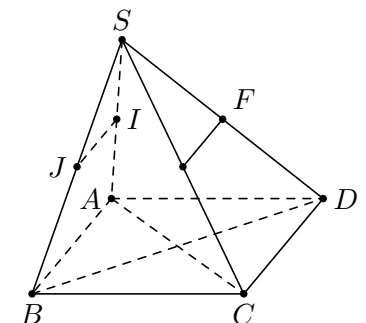
D. AB .

Lời giải.

Ta có $IJ \parallel AB$ (tính chất đường trung bình trong tam giác SAB) và $EF \parallel CD$ (tính chất đường trung bình trong tam giác SCD).

Mà $CD \parallel AB$ (đáy là hình bình hành)

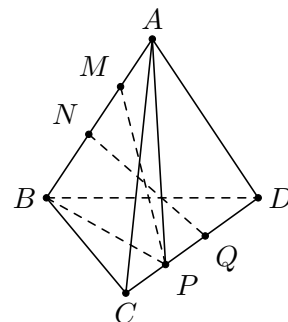
$\Rightarrow CD \parallel AB \parallel EF \parallel IJ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 74. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng AB . P, Q là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng CD . Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng MP, NQ .

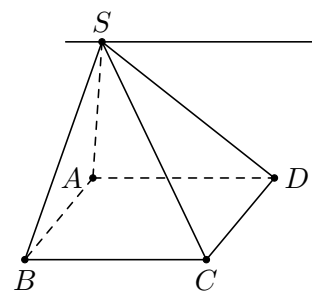
A. $MP \parallel NQ$.B. $MP \equiv NQ$.C. MP cắt NQ .D. MP, NQ chéo nhau.**Lời giải.**Xét mặt phẳng (ABP) .Ta có: M, N thuộc $AB \Rightarrow M, N$ thuộc mặt phẳng (ABP) .Mặt khác: $CD \cap (ABP) = P$.Mà: $Q \in CD \Rightarrow Q \notin (ABP)$ $\Rightarrow M, N, P, Q$ không đồng phẳng.Chọn đáp án **D**

□

Câu 75. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?A. d qua S và song song với BC .B. d qua S và song song với DC .C. d qua S và song song với AB .D. d qua S và song song với BD .**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAD) \cap (SBC) = S \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

$$\Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \parallel AD \parallel BC \text{ (với } d \equiv Sx).$$

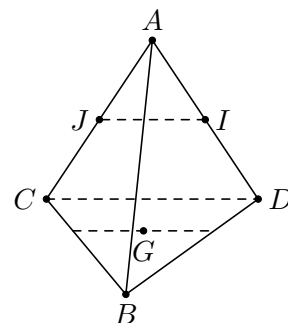
Chọn đáp án **A**

□

Câu 76. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳngA. qua I và song song với AB .B. qua J và song song với BD .C. qua G và song song với CD .D. qua G và song song với BC .**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} (GIJ) \cap (BCD) = G \\ IJ \subset (GIJ), CD \subset (BCD) \\ IJ \parallel CD \end{cases}$$

$$\Rightarrow (GIJ) \cap (BCD) = Gx \parallel IJ \parallel CD.$$

Chọn đáp án **C**

□

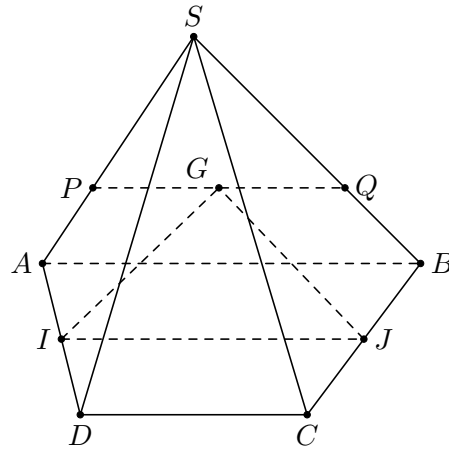
Câu 77. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi I lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB . Giao tuyến của (SAB) và (IJG) làA. SC .B. đường thẳng qua S và song song với AB .C. đường thẳng qua G và song song với DC .D. đường thẳng qua G và cắt BC .**Lời giải.**

Ta có: I, J lần lượt là trung điểm của AD và $BC \Rightarrow IJ$ là đường trung bình của hình thang $ABCD \Rightarrow IJ \parallel AB \parallel CD$.

Gọi $d = (SAB) \cap (IJG)$ Ta có: G là điểm chung giữa hai mặt phẳng (SAB) và (IJG)

Mặt khác: $\begin{cases} (SAB) \supset AB; (IJG) \supset IJ \\ AB \parallel IJ \end{cases}$

$\Rightarrow$ Giao tuyến d của (SAB) và (IJG) là đường thẳng qua G và song song với AB và IJ .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 78. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là

A. Tam giác IBC .

B. Hình thang $IBCJ$ (J là trung điểm SD).

C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).

D. Tứ giác $IBCD$.

Lời giải.

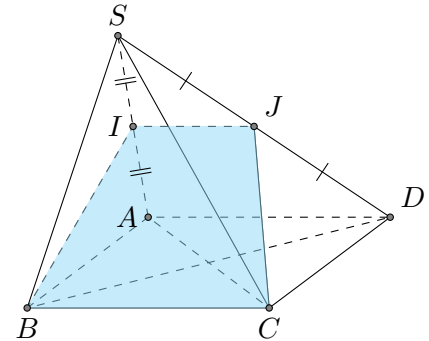
Ta có $\begin{cases} (IBC) \cap (SAD) = I \\ BC \subset (IBC), AD \subset (SAD), \\ BC \parallel AD \end{cases}$

suy ra $(IBC) \cap (SAD) = Ix \parallel BC \parallel AD$.

Trong mặt phẳng (SAD) :

$Ix \parallel AD$, gọi $Ix \cap SD = J \Rightarrow IJ \parallel BC$.

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là hình thang $IBCJ$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 79. Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là trung điểm AB và AC . Mặt phẳng (α) qua MN cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác T . Khẳng định nào sau đây đúng?

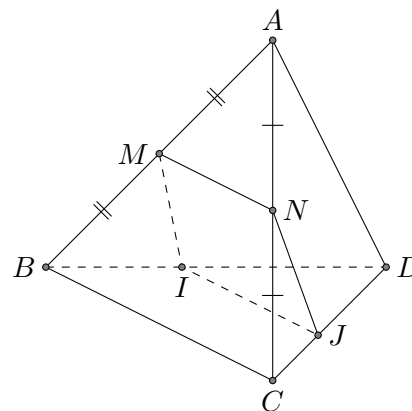
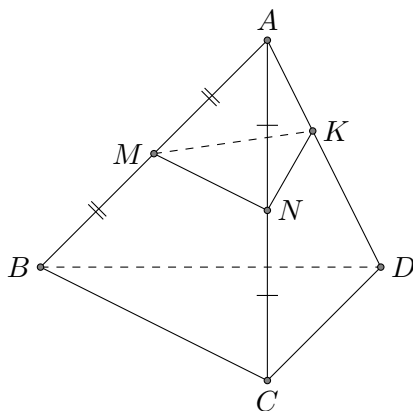
A. T là hình chữ nhật.

B. T là tam giác.

C. T là hình thoi.

D. T là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.

Lời giải.



Trường hợp $(\alpha) \cap AD = K$. Suy ra T là tam giác MNK . Do đó A và C sai.

Trường hợp $(\alpha) \cap (BCD) = IJ$, với $I \in BD, J \in CD$; I, J không trùng D . Suy ra T là tứ giác.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 80. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $CDIS$ không thuộc một mặt phẳng và cạnh bằng 4. Biết tam giác SAC cân tại S , $SB = 8$. Thiết diện của mặt phẳng (ACI) và hình chóp $S.ABCD$ có diện tích bằng

A. $6\sqrt{2}$.

B. $8\sqrt{2}$.

C. $10\sqrt{2}$.

D. $9\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi $O = SD \cap CI$; $N = AC \cap BD$.

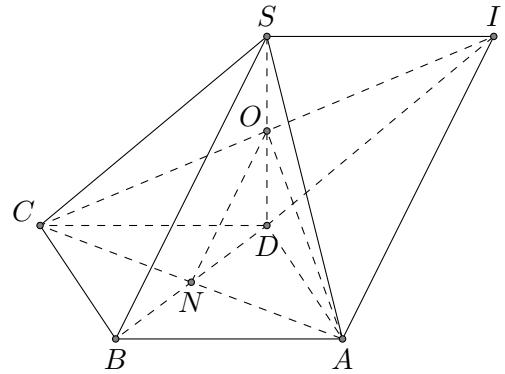
$\Rightarrow O, N$ lần lượt là trung điểm của $DS, DB \Rightarrow ON = \frac{1}{2}SB = 4$.

Thiết diện của mp (ACI) và hình chóp $S.ABCD$ là tam giác OCA .

Tam giác SAC cân tại $S \Rightarrow SC = SA \Rightarrow \triangle SDC = \triangle SDA$

$\Rightarrow CO = AO$ (cùng là đường trung tuyến của 2 đỉnh tương ứng)

$\Rightarrow \triangle OCA$ cân tại $O \Rightarrow S_{\triangle OCA} = \frac{1}{2}ON \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 81. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AB đáy nhỏ CD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB . Gọi P là giao điểm của SC và (AND) . Gọi I là giao điểm của AN và DP . Hỏi tứ giác $SABI$ là hình gì?

A. Hình bình hành.

B. Hình chữ nhật.

C. Hình vuông.

D. Hình thoi.

Lời giải.

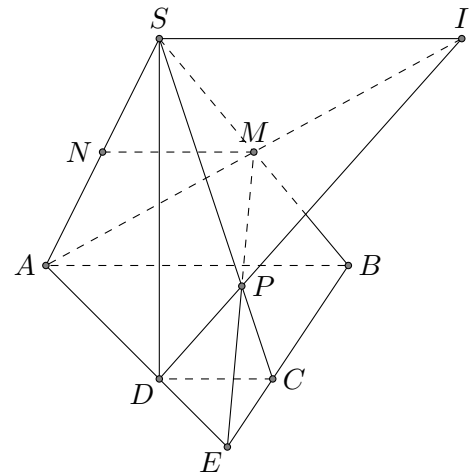
Gọi $E = AD \cap BC$, $P = NE \cap SC$. Suy ra $P = SC \cap (AND)$.

Ta có S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) ; $I = DP \cap AN \Rightarrow I$ là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Suy ra $SI = (SAB) \cap (SCD)$.

Mà $AB \parallel CD \Rightarrow SI \parallel AB \parallel CD$. Vì MN là đường trung bình của tam giác SAB và chứng minh được cũng là đường trung bình của tam giác SAI nên suy ra $SI = AB$.

Vậy $SABI$ là hình bình hành.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 82. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD ; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và cạnh AD . Tính tỉ số $\frac{SA}{SD}$.

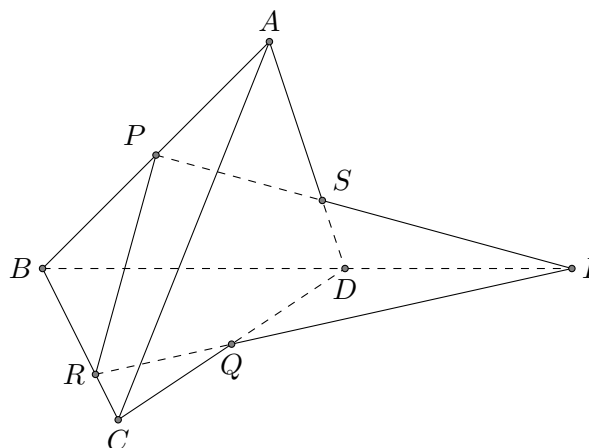
A. 2.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.



Gọi I là giao điểm của BD và RQ . Nối P với I , cắt AD tại S .

Xét tam giác BCD bị cắt bởi IR , ta có $\frac{DI}{IB} \cdot \frac{BR}{RC} \cdot \frac{CQ}{QD} = 1 \Leftrightarrow \frac{DI}{IB} \cdot 2 \cdot 1 = 1 \Leftrightarrow \frac{DI}{IB} = \frac{1}{2}$.

Xét tam giác ABD bị cắt bởi PI , ta có $\frac{AS}{SD} \cdot \frac{DI}{IB} \cdot \frac{BP}{PA} = 1 \Leftrightarrow \frac{SA}{SD} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = 1 \Leftrightarrow \frac{SA}{SD} = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 83. Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm P, Q, R lần lượt lấy trên ba cạnh AB, CD, BC . Cho $PR \parallel AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của AD và (PQR) là S . Chọn khẳng định đúng?

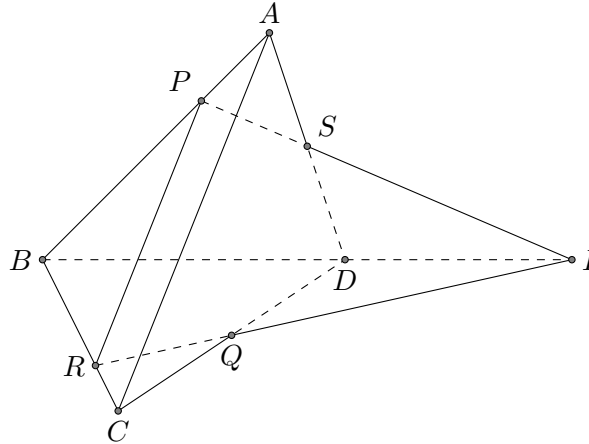
A. $AD = 3DS$.

B. $AD = 2DS$.

C. $AS = 3DS$.

D. $AS = DS$.

Lời giải.



Gọi I là giao điểm của BD và RQ . Nối P với I , cắt AD tại S .

Ta có $\frac{DI}{IB} \cdot \frac{BR}{RC} \cdot \frac{CQ}{QD} = 1$ mà $\frac{CQ}{QD} = 2$ suy ra $\frac{DI}{IB} \cdot \frac{BR}{RC} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{DI}{IB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{RC}{BR}$.

Vì PR song song với AC suy ra $\frac{RC}{BR} = \frac{AP}{PB} \Rightarrow \frac{DI}{IB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AP}{PB}$.

Lại có $\frac{SA}{SD} \cdot \frac{DI}{IB} \cdot \frac{BP}{PA} = 1 \Rightarrow \frac{SA}{SD} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{AP}{PB} \cdot \frac{BP}{PA} = 1 \Leftrightarrow \frac{SA}{SD} = 2 \Rightarrow AD = 3DS$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 84. Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Gọi A' là trọng tâm của tam giác BCD . Tính tỉ số $\frac{GA}{GA'}$.

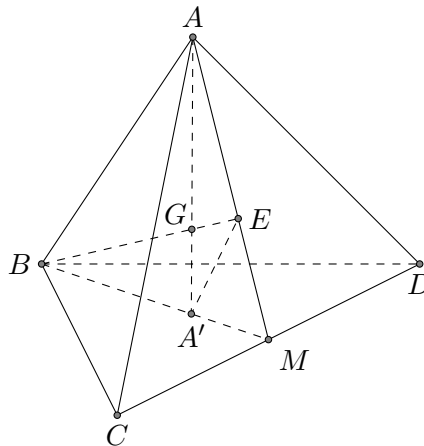
A. 2.

B. 3.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.



Gọi E là trọng tâm của tam giác ACD , M là trung điểm của CD .

Nối BE cắt AA' tại G suy ra G là trọng tâm tứ diện.

Xét tam giác MAB , có $\frac{ME}{MA} = \frac{MA'}{MB} = \frac{1}{3}$ suy ra $A'E \parallel AB \Rightarrow \frac{A'E}{AB} = \frac{1}{3}$.

Khi đó, theo định lý Talet suy ra $\frac{A'E}{AB} = \frac{A'G}{AG} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{GA}{GA'} = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 85. Cho tứ diện $ABCD$ trong đó có tam giác BCD không cân. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của đoạn MN . Gọi A_1 là giao điểm của AG và (BCD) . Khẳng định nào sau đây đúng?

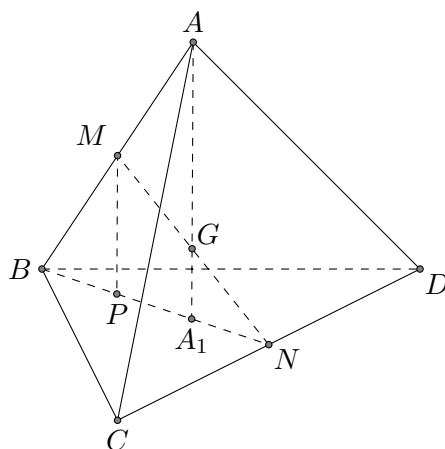
A. A_1 là tâm đường tròn tam giác BCD .

B. A_1 là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCD .

C. A_1 là trực tâm tam giác BCD .

D. A_1 là trọng tâm tam giác BCD .

🔗Lời giải.



Mặt phẳng (ABN) cắt mặt phẳng (BCD) theo giao tuyến BN .

Mà $AG \subset (ABN)$ suy ra AG cắt BN tại điểm A_1 .

Qua M dựng $MP \parallel AA_1$ với $P \in BN$. Có M là trung điểm của AB suy ra P là trung điểm $BA_1 \Rightarrow BP = PA_1$. (1)

Tam giác MNP có $MP \parallel GA_1$ và G là trung điểm của MN .

$\Rightarrow A_1$ là trung điểm của $NP \Rightarrow PA_1 = NA_1$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $BP = PA_1 = A_1N \Rightarrow \frac{BA_1}{BN} = \frac{2}{3}$. Mà N là trung điểm của CD , do đó, A_1 là trọng tâm của tam giác BCD .

Chọn đáp án **D** □

Câu 86. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC ; E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

A. Tam giác MNE .

B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .

C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

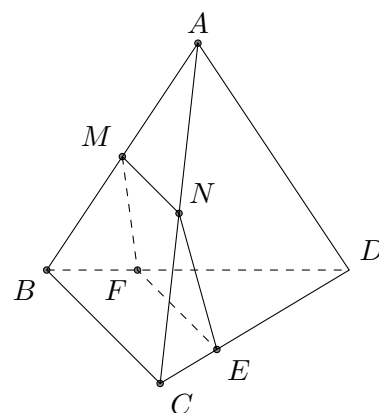
D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

🔗Lời giải.

Ta có E là điểm chung của hai mặt phẳng (MNE) và (BCD) . Lại có

$$\begin{cases} MN \subset (MNE) \\ BC \subset (BCD) \\ MN \parallel BC \end{cases} \Leftrightarrow \text{Giao tuyến của hai mặt phẳng } (MNE) \text{ và } (BCD)$$

là đường thẳng d đi qua điểm E và song song với BC và MN .



Trong mặt phẳng (BCD) , gọi $F = d \cap BC$. Khi đó thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 87. Cho hai đường thẳng a và b . Điều kiện nào sau đây đủ kết luận a và b chéo nhau?

A. a và b không có điểm chung.

B. a và b là hai cạnh của một hình tứ diện.

C. a và b nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.

D. a và b không cùng nằm trên bất kì mặt phẳng nào.

Lời giải.

Sửa lại cho đúng: a và b không có điểm chung và không đồng phẳng.

Sửa lại cho đúng: a và b là hai cạnh đối của một hình tứ diện.

Sai vì a và b có thể song song.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 88. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Có bao nhiêu cạnh của hình lập phương chéo nhau với đường chéo AC' của hình lập phương?

A. 2.

B. 3.

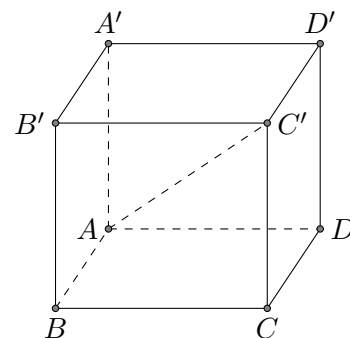
C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Các cạnh chéo nhau với đường chéo AC' của hình lập phương là:

$A'B', A'D', DD', CD, BC, BB'$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 89. Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian có ba vị trí tương đối là: cắt nhau, song song, chéo nhau.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 90. Cho hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa hai đường thẳng đó?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng có hai vị trí tương đối là: cắt nhau, song song.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 91. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

D. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

Lời giải.

Theo định nghĩa của hai đường thẳng chéo nhau thì B là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 92. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải.

Hai đường thẳng a và b chéo nhau có duy nhất một mặt phẳng chứa a và song song với b .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 93. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và $A'B'C'$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (AIJ) với hình lăng trụ đã cho là

A. Tam giác cân.

B. Tam giác vuông.

C. Hình thang.

D. Hình bình hành.

Lời giải.

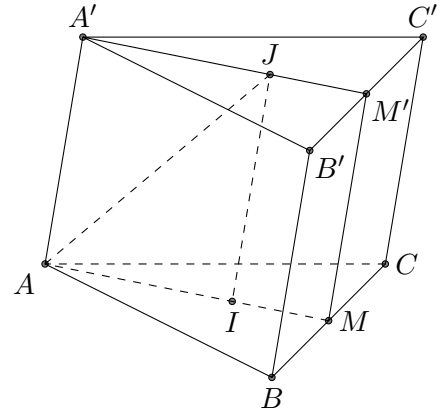
Kéo dài AI cắt BC tại M , suy ra M là trung điểm BC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (AIJ) \cap (A'B'C') = J \\ AI \subset (AIJ) \\ A'J \subset (A'B'C') \\ AI \parallel A'J \end{cases} \Leftrightarrow (AIJ) \cap (A'B'C') = A'J.$$

Trong mặt phẳng $(A'B'C')$, gọi $M' = A'J \cap B'C'$.

Khi đó thiết diện là tứ giác $AA'JI$, tứ giác này có $\begin{cases} A'M' \parallel AM \\ AA' \parallel MM' \end{cases} \Leftrightarrow$

$AA'JI$ là hình bình hành.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 94. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.
- B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Lời giải.

Chọn A.

Đáp án B sai: hai đường thẳng đó có thể song song nhau.

Đáp án C sai: hai đường thẳng đó có thể cắt nhau.

Đáp án D sai: hai đường thẳng đó có thể song song hoặc cắt nhau.

Chọn đáp án **A**

□

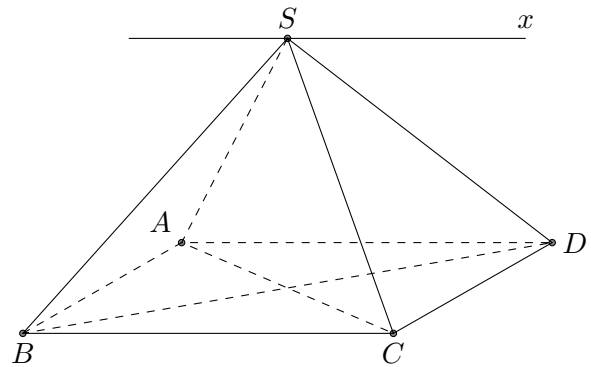
Câu 95. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào dưới đây?

- A. AC .
- B. BD .
- C. AD .
- D. SC .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} (SAD) \cap (SBC) = Sx \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases} \Leftrightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \parallel AD \parallel BC.$$



Chọn đáp án **C**

□

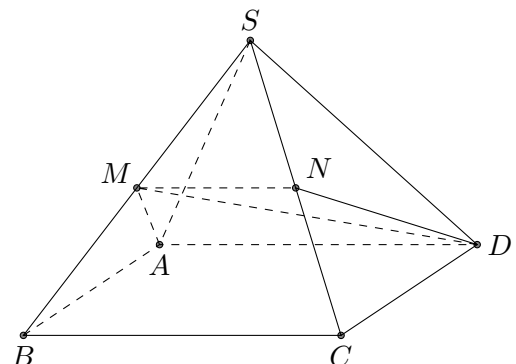
Câu 96. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giả sử M thuộc đoạn thẳng SB . Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình gì?

- A. Hình tam giác.
- B. Hình thang.
- C. Hình bình hành.
- D. Hình chữ nhật.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (ADM) \cap (SBC) = M \\ AD \subset (ADM), BC \subset (SBC) \Leftrightarrow (ADM) \cap (SBC) = \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

$MN \parallel AD \parallel BC$ với $N \in SC$.



Tứ giác $AMND$ có $MN \parallel AD \Leftrightarrow AMND$ là hình thang.

Chọn đáp án **B**

□

ĐÁP ÁN

1. A	2. D	3. C	4. B	5. D	6. D	7. B	8. B	9. A	10. D
11. A	12. B	13. C	14. D	15. A	16. C	17. C	18. B	19. D	20. B
21. A	22. A	23. A	24. B	25. D	26. B	27. B	28. C	29. D	30. C
31. A	32. C	33. A	34. D	35. C	36. B	37. A	38. B	39. A	40. B
41. C	42. A	43. B	44. D	45. D	46. C	47. C	48. A	49. B	50. C
51. B	52. B	53. A	54. B	55. D	56. D	57. B	58. B	59. C	60. D
61. C	62. C	63. C	64. B	65. A	66. D	67. D	68. B	69. B	70. A
71. D	72. B	73. C	74. D	75. A	76. C	77. C	78. B	79. D	80. B
81. A	82. A	83. A	84. B	85. D	86. D	87. D	88. D	89. B	90. B
91. C	92. B	93. D	94. A	95. C	96. B				

BÀI 3. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG SONG SONG

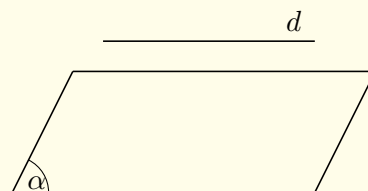
A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1 VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) . Căn cứ vào số điểm chung của đường thẳng và mặt phẳng ta có ba trường hợp sau

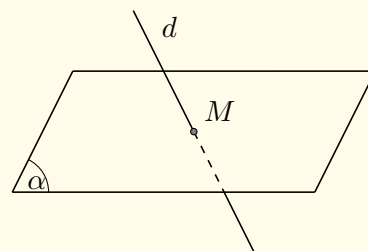
a) Đường thẳng a và mặt phẳng (P) không có điểm chung, tức là

$$a \cap (P) = \emptyset \Leftrightarrow a \parallel (P).$$



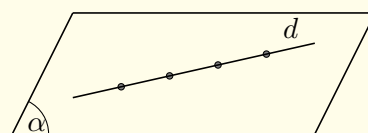
b) Đường thẳng a và mặt phẳng (P) chỉ có một điểm chung, tức là

$$a \cap (P) = A \Leftrightarrow a \text{ cắt } (P) \text{ tại } A.$$



c) Đường thẳng a và mặt phẳng (P) có hai điểm chung, tức là

$$a \cap (P) = \{A, B\} \Leftrightarrow a \subset (P).$$



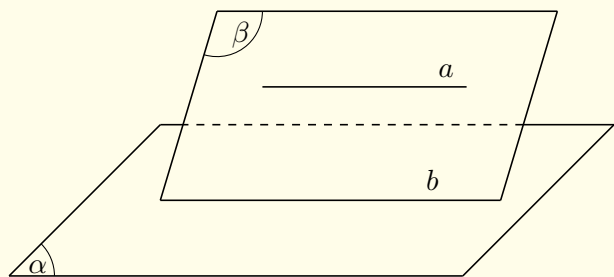
2 ĐIỀU KIỆN ĐỂ MỘT ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MỘT MẶT PHẪNG

Định lí 1. Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng nào đó trong (P) thì a song song với (P) .

Tức là $a \not\subset (P)$ thì nếu $a \parallel d \subset (P) \Rightarrow a \parallel (P)$.

Định lí 2. Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì mọi mặt phẳng (Q) chứa a mà cắt (P) thì sẽ cắt theo một giao tuyến song song với a .

$$\text{Tức là } \begin{cases} a \parallel (P) \\ a \subset (Q) \\ (Q) \cap (P) = d \end{cases} \Rightarrow a \parallel d.$$



Hệ quả 1. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.

Hệ quả 2. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến (nếu có) của chúng song song với đường thẳng đó.

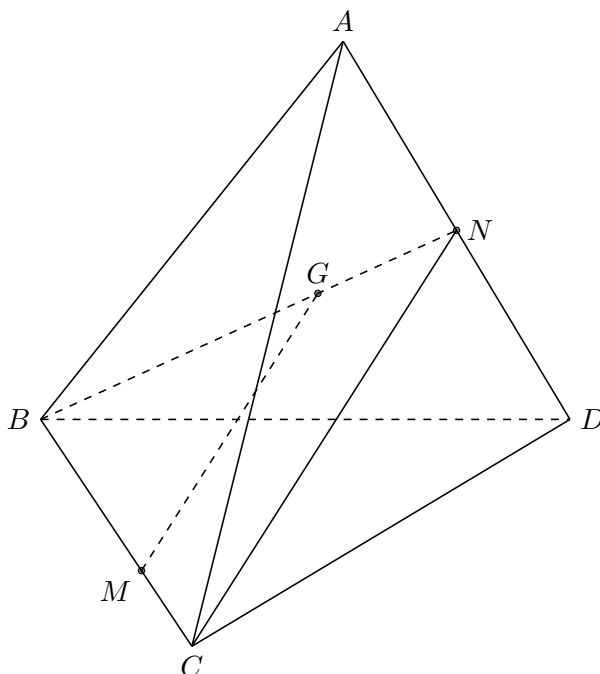
$$\text{Tức là } \begin{cases} (P) \cap (Q) = d \\ (P) \parallel a \\ (Q) \parallel a \end{cases} \Rightarrow d \parallel a.$$

B CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng****Phương pháp.**

Để chứng minh đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) ta chứng minh d không nằm trong (α) và song song với một đường thẳng a nào đó nằm trong (α) .

1 VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh rằng đường thẳng MG song song với mặt phẳng (ACD) .

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của AD . Ta có: $\frac{BG}{BN} = \frac{2}{3}$ (Vì G là trọng tâm tam giác ABD).

Theo giả thiết, ta có: $MB = 2MC \Rightarrow \frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$.

Tam giác BCN có $\frac{BG}{BN} = \frac{BM}{BC} = \frac{2}{3} \Rightarrow MG \parallel CN$.

Mà $MG \not\subset (ACD)$, $CN \subset (ACD) \Rightarrow MG \parallel (ACD)$.

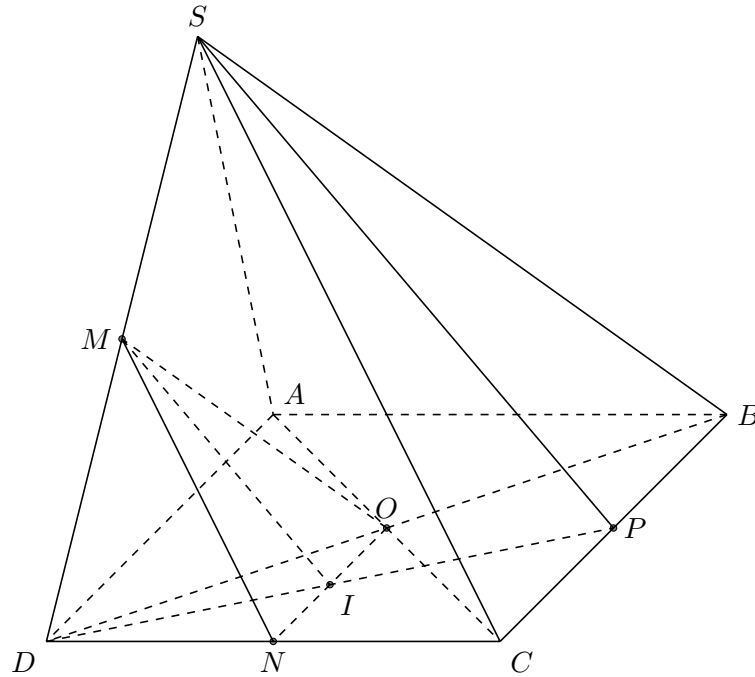
□

Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SD, CD, BC .

① Chứng minh đường thẳng OM song song với các mặt phẳng (SAB) , (SBC) .

② Chứng minh đường thẳng SP song song với mặt phẳng (OMN) .

Lời giải.

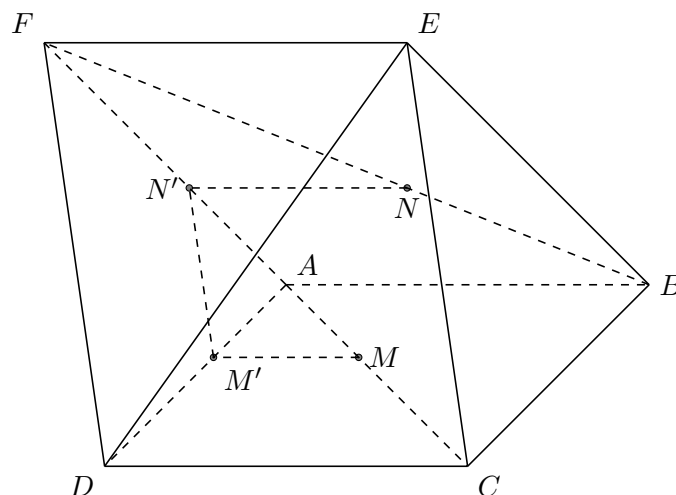


- ① Tam giác SBD có $OB = OD$ và $MS = MD$ nên OM là đường trung bình của tam giác $SBD \Rightarrow OM \parallel SB$.
Mà OM không chứa trong các mặt phẳng (SAB) và (SBC) nên $OM \parallel (SAB)$ và $OM \parallel (SBC)$.
- ② Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi I là giao điểm của ON và DP .
Tam giác BCD có $OB = OD$ và $NC = ND$ nên ON là đường trung bình của tam giác $BCD \Rightarrow I$ là trung điểm của DP .
Tam giác SDP có $MS = MD$ và $IP = ID$ nên IM là đường trung bình của tam giác $SDP \Rightarrow IM \parallel SP$.
Mà $SP \not\subset (OMN)$, $IM \subset (OMN) \Rightarrow SP \parallel (OMN)$.

□

Ví dụ 3. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên hai đường chéo AC , BF lần lượt lấy hai điểm M , N sao cho $\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BF} = k$ ($k \neq 0, k \neq 1$). Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng MN , song song với đường thẳng AB , cắt AD và AF lần lượt tại M' và N' . Chứng minh rằng đường thẳng $M'N'$ song song với mặt phẳng (DEF) .

Lời giải.



Ta có: $AB \parallel (\alpha)$, $AB \subset (ABCD)$ và $(\alpha) \cap (ABCD) = MM' \Rightarrow MM' \parallel AB$ hay $MM' \parallel CD$.
Tương tự, ta có: $AB \parallel (\alpha)$, $AB \subset (ABEF)$ và $(\alpha) \cap (ABEF) = NN' \Rightarrow NN' \parallel AB$.

Tam giác ACD có $MM' \parallel CD \Rightarrow \frac{AM'}{AD} = \frac{AM}{AC} = k$ (1).

Tam giác ABF có $NN' \parallel AB \Rightarrow \frac{AN'}{AF} = \frac{BN}{BF} = k$ (2).

Từ (1) và (2), ta có: $\frac{AM'}{AD} = \frac{AN'}{AF} = k \Rightarrow M'N' \parallel DF$.

Mà $M'N' \not\subset (DEF)$, $DF \subset (DEF) \Rightarrow M'N' \parallel (DEF)$. □

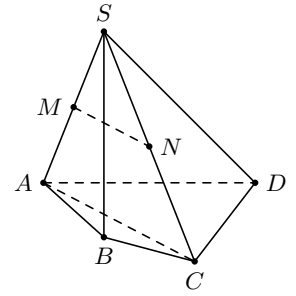
2 BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 1. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Chứng minh $MN \parallel (ABCD)$.

Lời giải.

Xét tam giác SAC có M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC .

Suy ra $MN \parallel AC$ nên $MN \parallel mp(ABCD)$.

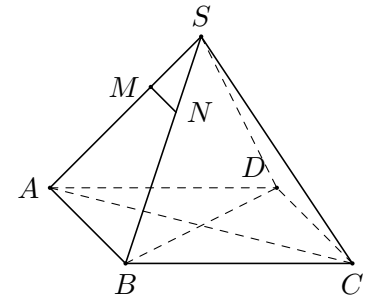


□

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N là hai điểm trên SA, SB sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3}$. Chứng minh MN song song $(ABCD)$.

Lời giải.

Theo định lý Talet, ta có $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB}$ suy ra MN song song với AB . Mà AB nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$ suy ra $MN \parallel (ABCD)$.



□

Bài 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$, P là trung điểm của AB . Chứng minh $GQ \parallel (BCD)$.

Lời giải.

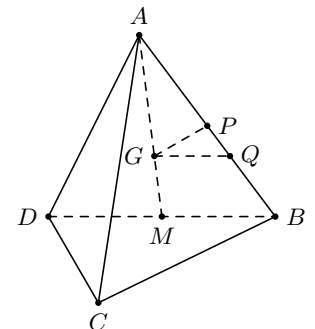
Gọi M là trung điểm của BD .

Vì G là trọng tâm tam giác $ABD \Rightarrow \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$.

Điểm $Q \in AB$ sao cho $AQ = 2QB \Leftrightarrow \frac{AQ}{AB} = \frac{2}{3}$.

Suy ra $\frac{AG}{AM} = \frac{AQ}{AB} \Rightarrow GQ \parallel BD$.

Mặt khác BD nằm trong mặt phẳng (BCD) suy ra $GQ \parallel (BCD)$.

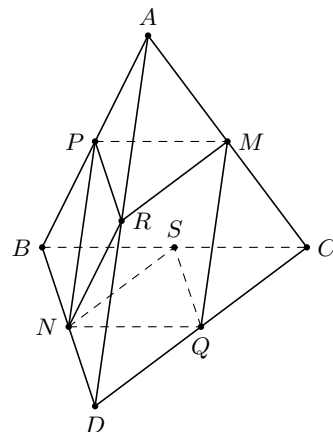


□

Bài 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AC, BD, AB, CD, AD, BC . Chứng minh: M, R, S, N đồng phẳng.

Lời giải.

Theo tính chất của đường trung bình của tam giác ta có $PS \parallel AC \parallel QR$ suy ra P, Q, R, S đồng phẳng.
Tương tự, ta có được $PM \parallel BC \parallel NQ$ suy ra P, M, N, Q đồng phẳng.
Và $NR \parallel CD \parallel SN$ suy ra M, R, S, N đồng phẳng.

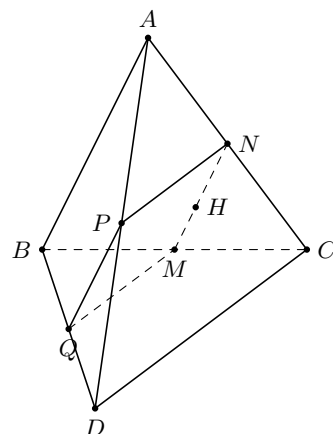


□

Bài 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là một điểm nằm trong tam giác ABC , (α) là mặt phẳng đi qua H song song với AB và CD . Thiết diện của (α) của tứ diện là hình gì?

Lời giải.

Qua H kẻ đường thẳng (d) song song AB và cắt BC, AC lần lượt tại M, N
Từ N kẻ NP song song với CD ($P \in CD$) Từ P kẻ PQ song song với AB ($Q \in BD$)
Ta có $MN \parallel PQ \parallel AB$ suy ra M, N, P, Q đồng phẳng và $AB \parallel (MNPQ)$
Suy ra $MNPQ$ là thiết diện của (α) và tứ diện.
Vậy tứ diện là hình bình hành.



□

Bài 6. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 10. M là điểm trên SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và CD , cắt hình chóp theo một tứ giác, tính diện tích tứ giác đó.

Lời giải.

Ta có $(\alpha) \parallel AB$ và CD mà A, B, C, D đồng phẳng suy ra $(\alpha) \parallel (ABCD)$.
Giả sử (α) cắt các mặt bên $(SAB), (SBC), (SCD), (SDA)$ lần lượt tại các điểm N, P, Q với $N \in SB, P \in SC, Q \in SD$.

Suy ra $(\alpha) \equiv (MNPQ)$

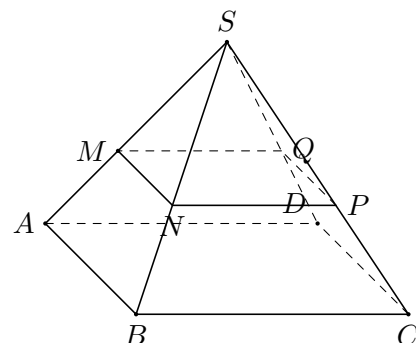
Khi đó $MN \parallel AB \Rightarrow MN$ là đường trung bình tam giác SAB

$$\Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{MN}{AB} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Tương tự, ta có được } \frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{DA} = \frac{2}{3}$$

và $MNPQ$ là hình vuông.

$$\text{Suy ra } S_{MNPQ} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 S_{ABCD} = \frac{4}{9} S_{ABCD} = \frac{4}{9} \cdot 10 \cdot 10 = \frac{400}{9}.$$

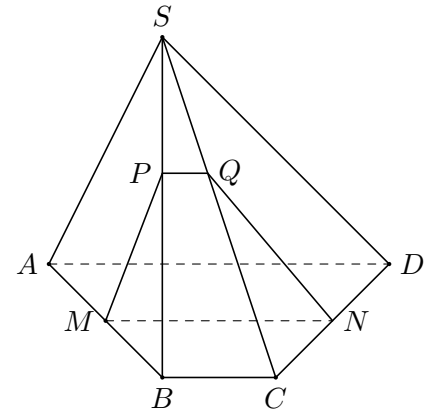


□

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . Gọi M, N lần lượt là hai trung điểm của AB và CD , (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là hình gì?

Lời giải.

Xét hình thang $ABCD$, có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD
 Suy ra MN là đường trung bình của hình thang $ABCD \Rightarrow MN \parallel BC$.
 Lấy điểm $P \in SB$, qua P kẻ đường thẳng song song với BC và cắt BC tại Q
 Suy ra $(P) \cap (SBC) = PQ$ nên thiết diện (P) và hình chóp là tứ giác $MNQP$ có $MN \parallel PQ \parallel BC$. Vậy thiết diện là hình thang $MNQP$.

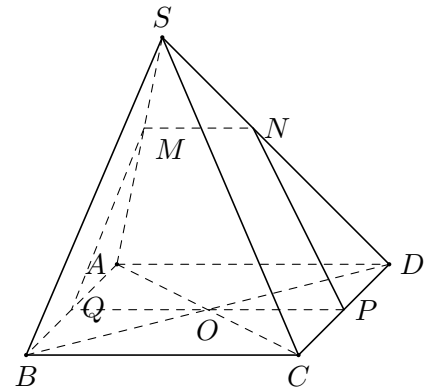


□

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là điểm thuộc cạnh SA (không trùng với S hoặc A) (P) là mặt phẳng qua OM và song song với AD . Thiết diện của (P) và hình chóp là hình gì?

🔗 **Lời giải.**

Qua M kẻ đường thẳng $MN \parallel AD$ và cắt SD tại N
 $\Rightarrow MN \parallel AD$
 Qua O kẻ đường thẳng $PQ \parallel AD$ và cắt AB, CD lần lượt tại $Q, P \Rightarrow PQ \parallel AD$
 Suy ra $MN \parallel PQ \parallel AD$ đồng phẳng $\Rightarrow (P)$ cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình thang $MNPQ$.



□

Bài 9. Cho tứ diện $ABCD$ Gọi I, J lần lượt thuộc cạnh AD, BC sao cho $IA = 2ID$ và $JB = 2JC$ Gọi (P) là mặt phẳng qua IJ và song song với AB Thiết diện của (P) và tứ diện $ABCD$ hình gì?

🔗 **Lời giải.**

Giả sử (P) cắt các mặt của tứ diện (ABC) và (ABD) theo hai giao tuyến JH và IK

Ta có $(P) \cap (ABC) = JH$, $(P) \cap (ABD) = IK$.

$(ABC) \cap (ABD) = AB$, $(P) IK \parallel AB$

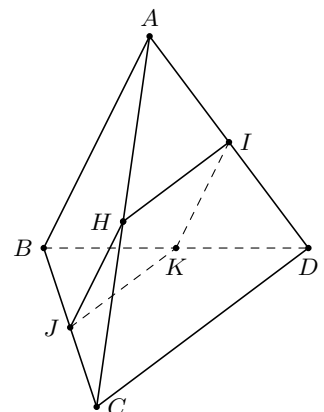
Theo định lý Thalet, ta có $\frac{JB}{JC} = \frac{HA}{HC} = 2$ suy ra $\frac{HA}{HC} = \frac{IA}{ID} \Rightarrow IH \parallel CD$

Mà $IH \in (P)$.

Suy ra IH song song với mặt phẳng (P)

Vậy (P) cắt các mặt phẳng (ABC) , (ABD) theo các giao tuyến IH, JK với $IH \parallel JK$

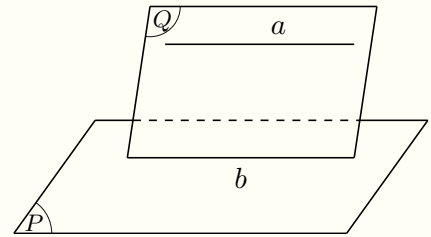
Do đó, thiết diện của (P) và tứ diện $ABCD$ là hình bình hành.



□

Dạng 2. Tìm giao tuyến hai mặt phẳng khi biết một mặt phẳng song song với đường thẳng cho trước

Phương pháp: Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) song song với nhau. Nếu mặt phẳng (Q) chứa a và cắt (P) theo giao tuyến b thì b song song với a .



1 CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy lớn AD . Gọi I là trung điểm của SB . Gọi (P) là mặt phẳng qua I , song song với SD và AC .

- ① Tìm giao tuyến của mặt phẳng của (P) và (SBD) .
- ② Tìm giao tuyến của mặt phẳng của (P) và $(ABCD)$.

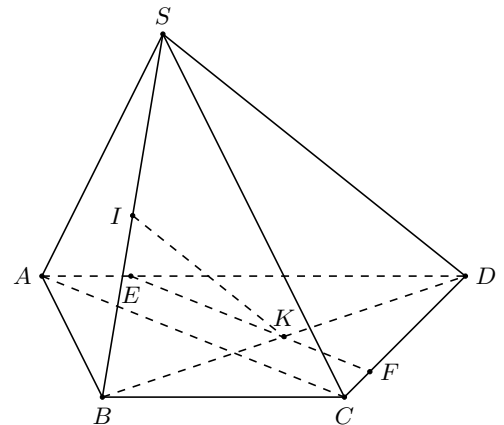
Lời giải.

- ① Ta có:
$$\begin{cases} I \in (P) \cap (SBD) \\ (P) \parallel SD \\ SD \subset (SBD) \end{cases}$$

 $\Rightarrow (P) \cap (SBD) = Ix$ trong đó $Ix \parallel SD$.
 Gọi $Ix \cap BD = K \Rightarrow (P) \cap (SBD) = IK$.

- ② Ta có:
$$\begin{cases} K \in (P) \cap (ABCD) \\ (P) \parallel AC \\ AC \subset (ABCD) \end{cases}$$

 $\Rightarrow (P) \cap (SBD) = Ky$ trong đó $Ky \parallel AC$.
 Gọi $Ky \cap AD = E, Ky \cap CD = F$
 $\Rightarrow (P) \cap (SBD) = EF$.



□

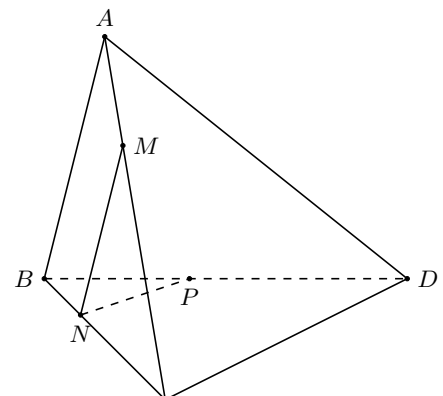
Ví dụ 2. Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc cạnh AC . Gọi (P) là mặt phẳng qua M song song với AB và CD . Tìm giao tuyến của (P) với mặt phẳng (BCD) .

Lời giải.

- Tìm giao tuyến của (P) với (ABC) .
 Ta có:
$$\begin{cases} M \in (P) \cap (ABC) \\ (P) \parallel AB \\ AB \subset (ABC) \end{cases}$$

 $\Rightarrow (P) \cap (ABC) = Mx$ trong đó $Mx \parallel AB$.
 Gọi $Mx \cap BC = N \Rightarrow (P) \cap (ABC) = MN$.
- Tìm giao tuyến của (P) với (BCD) .
 Ta có:
$$\begin{cases} N \in (P) \cap (ABC) \\ (P) \parallel CD \\ CD \subset (BCD) \end{cases}$$

 $\Rightarrow (P) \cap (BCD) = Ny$ trong đó $Ny \parallel CD$.
 Gọi $Ny \cap BD = P \Rightarrow (P) \cap (BCD) = NP$.

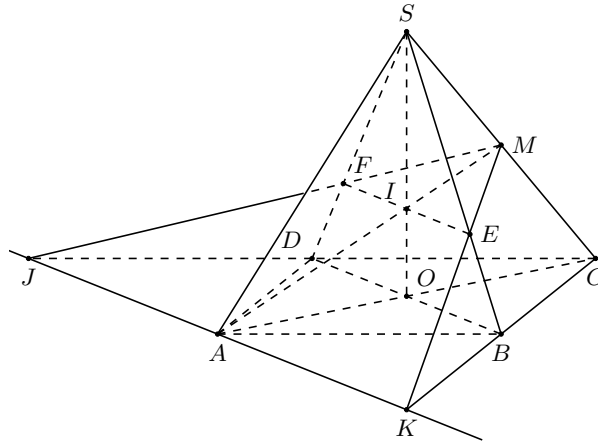


□

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của cạnh SC , (P) là mặt phẳng chứa A, M và song song với BD .

- ① Xác định điểm E, F lần lượt là giao điểm của (P) với các cạnh SB, SD . Tìm tỉ số diện tích của $\triangle SME$ với $\triangle SBC$ và tỉ số diện tích của $\triangle SMF$ với $\triangle SCD$.
- ② Gọi K là giao điểm của ME với CB , J là giao điểm của MF với CD . Chứng minh rằng ba điểm K, A, J nằm trên một đường thẳng song song với EF . Tính tỉ số $\frac{EF}{KJ}$.

🔗 **Lời giải.**



- ① Gọi $AC \cap BD = O$ và $SO \cap AM = I$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} I \in (P) \cap (SBD) \\ (P) \parallel BD \\ BD \subset (SBD) \end{cases}$$

$\Rightarrow (P) \cap (SBD) = Ix$ trong đó $Ix \parallel BD$.

Gọi $Ix \cap SB = E, Ix \cap SD = F$

$\Rightarrow E, F$ lần lượt là giao điểm của SB và SD với (P) .

- ② Vì $I = AM \cap SO$ mà AM, SO là đường trung tuyến của $\triangle SAC$ nên I là trọng tâm $\triangle SAC$.

$$\text{Ta có: } \frac{SE}{SB} = \frac{SF}{SD} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}.$$

Do đó:

$$\frac{S_{\triangle SME}}{S_{\triangle SBC}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SE}{SB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

$$\frac{S_{\triangle SMF}}{S_{\triangle SCD}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SF}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

- ③ Ta có K, A, J là ba điểm chung của hai mặt phẳng (P) và $(ABCD)$ nên chúng nằm trên giao tuyến $d = (P) \cap (ABCD)$. Vì $BD \parallel (P)$ và $BD \subset (ABCD)$ nên $d \parallel BD \Rightarrow d \parallel EF$.

Khi đó: $\frac{EF}{BD} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}; KJ = 2BD$ (Vì E, F lần lượt là trọng tâm của $\triangle SCK, \triangle SCJ$).

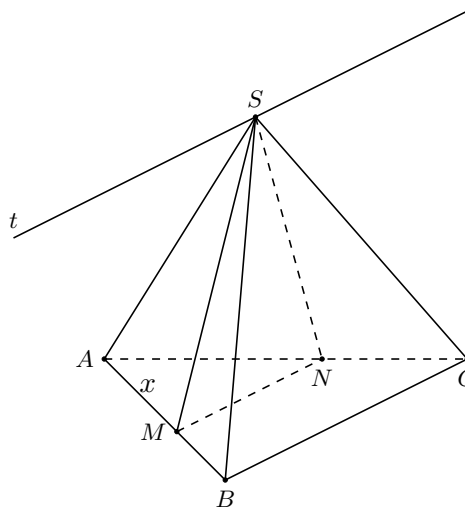
$$\text{Suy ra } \frac{EF}{KJ} = \frac{1}{3}.$$

□

Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi (P) là mặt phẳng đi động qua S và song song với BC , (P) cắt cạnh AB, AC lần lượt tại M, N .

- ① Chứng minh (P) luôn chứa một đường thẳng cố định.
- ② Tính tổng bình phương các cạnh của $\triangle SMN$ khi $AM = x$. Tìm x để tổng này đạt giá trị bé nhất.

🔗 **Lời giải.**



$$\textcircled{1} \text{ Ta có: } \begin{cases} S \in (P) \cap (SBC) \\ (P) \parallel BC \\ BC \subset (SBC) \end{cases}$$

$\Rightarrow (P) \cap (SAB) = St$ trong đó $St \parallel BC$.

Mặt khác: S, BC cố định nên St cố định. Vậy (P) luôn chứa đường thẳng St cố định.

$$\textcircled{2} \text{ Vì } \begin{cases} (P) \parallel BC \\ BC \subset (ABC) \\ (P) \cap (ABC) = MN \end{cases} \Rightarrow MN \parallel BC.$$

Vì tam giác ABC đều nên $\triangle AMN$ đều cạnh bằng x .

Ta có: $\triangle SAM = \triangle SAN \Rightarrow SM = SN$.

Xét $\triangle SAM \Rightarrow SM^2 = SA^2 + AM^2 - 2SA \cdot AM \cdot \cos 60^\circ$

$$\Rightarrow SM^2 = a^2 + x^2 - 2ax \cdot \frac{1}{2} = a^2 + x^2 - ax.$$

Tổng bình phương các cạnh là $S = SM^2 + SN^2 + MN^2 = 2a^2 + 3x^2 - 2ax$

$$\Rightarrow S = 3 \left(x - \frac{a}{3} \right)^2 + \frac{5a^2}{3}.$$

$$\text{Suy ra } S \geq \frac{5a^2}{3} \Rightarrow \min S = \frac{5a^2}{3} \Leftrightarrow x = \frac{a}{3}.$$

□

Dạng 3. Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng

Phương pháp giải:

Cho hình chóp $S.A_1A_2 \dots A_n$ và $mp(\alpha)$.

Nếu (α) cắt một mặt nào đó của hình chóp thì (α) sẽ cắt mặt này theo một đoạn thẳng gọi là đoạn giao tuyến của (α) với mặt đó.

Các đoạn giao tuyến nối tiếp nhau tạo thành một đa giác phẳng gọi là thiết diện.

Như vậy, muốn tìm thiết diện của hình chóp với (α) , ta tìm các đoạn giao tuyến (nếu có).

Đa giác tạo bởi các đoạn giao tuyến là thiết diện cần tìm.

Sử dụng thêm định lý:

Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) chứa d và cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến d' thì $d' \parallel d$.

1 CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , M là trung điểm của OC , mặt phẳng (α) đi qua M và song song với SA và BD . Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α) .

Lời giải.

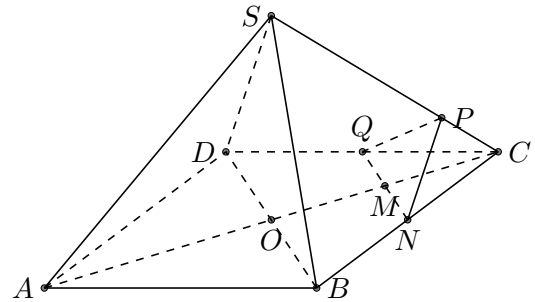
Trong mặt phẳng $(ABCD)$ qua M kẻ đường thẳng song song với BD , cắt BC tại N và cắt CD tại Q .

Trong mặt phẳng (SAC) qua M kẻ đường thẳng song song với SA , cắt SC tại P . Khi đó ta có:

$(\alpha) \cap (ABCD) = NQ$, $(\alpha) \cap (SBC) = NP$, $(\alpha) \cap (SCD) = PQ$.

Do đó: $(\alpha) \cap S.ABCD = NPQ$.

Vậy thiết diện là tam giác NPQ .



□

Ví dụ 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi (α) là mặt phẳng qua trung điểm của cạnh AC , song song với AB và CD . Tìm thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi (α) .

Lời giải.

Gọi I, J, L, K lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Ta có:

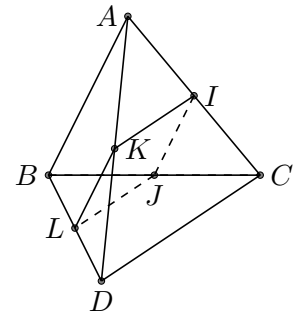
$(\alpha) \cap (ABC) = IJ$

$(\alpha) \cap (BCD) = JL$

$(\alpha) \cap (ABD) = LK$

$(\alpha) \cap (ACD) = IK$

Do đó, $(\alpha) \cap (ABCD) = IJLK$. Dễ thấy $IJLK$ là hình bình hành.



□

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SA, SB . Điểm M bất kì thuộc cạnh BC . Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi (MEF) .

Lời giải.

Dễ thấy $EF \parallel AB$, trong mặt phẳng $(ABCD)$ qua M kẻ đường thẳng song song với AB cắt AD tại N . Ta có:

$(MEF) \cap (SBC) = MF$.

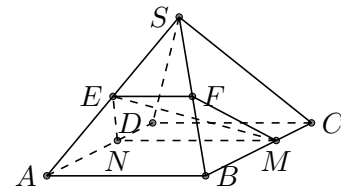
$(MEF) \cap (SAB) = EF$.

$(MEF) \cap (SAD) = EN$.

$(MEF) \cap (ABCD) = MN$.

Do đó, $(MEF) \cap S.ABCD = MNEF$.

Vậy thiết diện là hình thang $MNEF$, hai đáy là MN và EF .



□

Ví dụ 4. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Gọi S là một điểm nằm ngoài mặt phẳng $(ABCD)$ sao cho $SB = SD$. Gọi M là điểm tùy ý trên AO với $AM = x$. Mặt phẳng (α) đi qua M song song với SA, BD và cắt SO, SB, AB lần lượt tại N, P, Q . Cho $SA = a$, tính diện tích $MNPQ$ theo a và x , biết $NM \perp MQ$.

Lời giải.

Do $\begin{cases} (\alpha) \parallel BD \\ BD \subset (ABO) \\ (\alpha) \cap (ABO) = MQ \end{cases} \Rightarrow MQ \parallel BD$. Tương tự, ta có $NP \parallel BD$,

$MN \parallel SA$ và $PQ \parallel SA$. Vậy tứ giác $MNPQ$ có hai cặp cạnh đối song song với nhau, suy ra $MNPQ$ là hình bình hành.

Do $NM \perp MQ$ nên $MNPQ$ là hình chữ nhật.

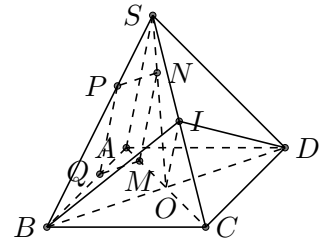
Do $MNPQ$ là hình chữ nhật nên $S_{MNPQ} = MN \cdot MQ$ (1).

Xét tam giác AQM có $\widehat{A} = \widehat{Q} = 45^\circ$, $\widehat{M} = 90^\circ \Rightarrow \Delta AQM$ vuông cân. Vậy $MQ = AM = x$.

Xét tam giác SAO , ta có $MN \parallel SA \Rightarrow \frac{MN}{SA} = \frac{OM}{OA}$. Từ đó suy ra

$$MN = SA \cdot \frac{OM}{OA} = a \cdot \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} - x}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = a - x\sqrt{2}.$$

Thay MQ và MN vào (1), ta có $S_{MNPQ} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot x \cdot \sqrt{2} (a - x\sqrt{2})$.



CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
- B. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì cắt nhau.
- C. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.
- D. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có vô số mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.

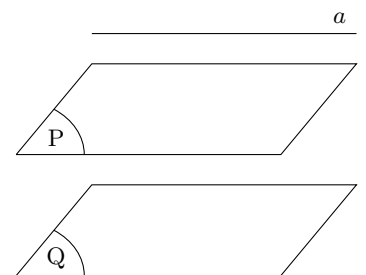
Lời giải.

Trong không gian, hai mặt phẳng có 3 vị trí tương đối: trùng nhau, cắt nhau, song song với nhau. Vì vậy, 2 mặt phẳng không cắt nhau thì có thể song song hoặc trùng nhau $\Rightarrow$ A là mệnh đề sai.

Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì chúng có thể song song với nhau (hình vẽ) $\Rightarrow$ B là mệnh đề sai.

Ta có: $a \parallel (P)$, $a \parallel (Q)$ nhưng (P) và (Q) vẫn có thể song song với nhau.

Mệnh đề C là tính chất nên C đúng.

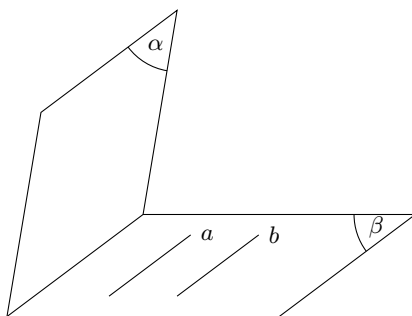


Chọn đáp án **C**

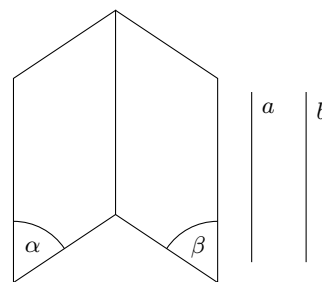
Câu 2. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận $mp(\alpha) \parallel mp(\beta)$?

- A. $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma)$ ((γ) là mặt phẳng nào đó).
- B. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β) .
- C. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β) .
- D. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng cắt nhau thuộc (β) .

Lời giải.



Hình 1.



Hình 2.

Trong trường hợp: $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma)$ ((γ) là mặt phẳng nào đó) thì (α) và (β) có thể trùng nhau $\Rightarrow$ Loại A.

$(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β) thì (α) và (β) vẫn có thể cắt nhau (hình 1) $\Rightarrow$ Loại B.

$(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β) thì (α) và (β) vẫn có thể cắt nhau (hình 2) $\Rightarrow$ Loại C.

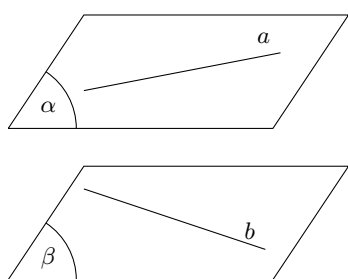
Chọn đáp án **D**

□

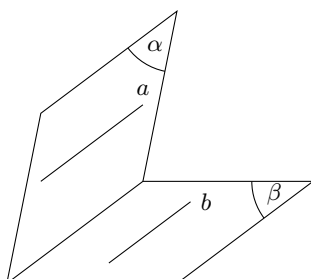
Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .
- B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) cũng song song với bất kì đường thẳng nào nằm trong (β) .
- C. Nếu hai đường thẳng phân biệt a và b song song lần lượt nằm trong hai mặt phẳng (α) và (β) phân biệt thì $a \parallel (\beta)$.
- D. Nếu đường thẳng d song song với $mp(\alpha)$ thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trong $mp(\alpha)$.

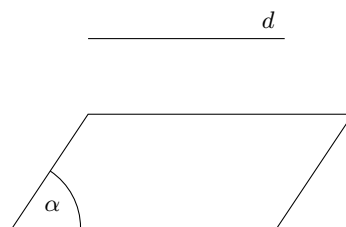
Lời giải.



Hình 1.



Hình 2.



Hình 3.

Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì hai đường thẳng bất kì lần lượt thuộc (α) và (β) có thể chéo nhau (Hình 1) $\Rightarrow$ Loại B. Nếu hai đường thẳng phân biệt a và b song song lần lượt nằm trong hai mặt phẳng (α) và (β) phân biệt thì hai mặt phẳng (α) và (β) có thể cắt nhau (Hình 2) $\Rightarrow$ Loại C. Nếu đường thẳng d song song với $mp(\alpha)$ thì nó có thể chéo nhau với một đường thẳng nào đó nằm trong (α) . (Hình 3).

Chọn đáp án **A**

□

Câu 4. Cho hai mặt phẳng song song (α) và (β) , đường thẳng $a \parallel (\alpha)$. Có mấy vị trí tương đối của a và (β) ?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

Lời giải.

Trong không gian, giữa đường thẳng và mặt phẳng có 3 vị trí tương đối: đường thẳng cắt mặt phẳng, đường thẳng song song với mặt phẳng, đường thẳng nằm trên mặt phẳng. $a \parallel (\alpha)$ mà $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a$ và (β) không thể cắt nhau. Vậy còn 2 vị trí tương đối.

Chọn đáp án **B**

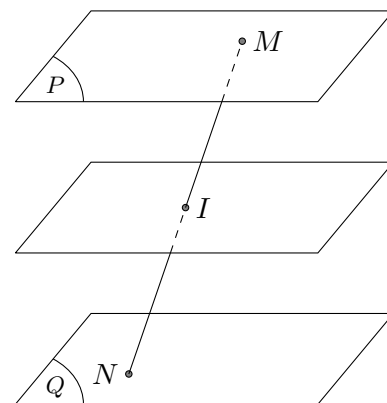
□

Câu 5. Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) . Hai điểm M, N lần lượt thay đổi trên (P) và (Q) . Gọi I là trung điểm của MN . Chọn khẳng định đúng.

- A. Tập hợp các điểm I là đường thẳng song song và cách đều (P) và (Q) .
- B. Tập hợp các điểm I là mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) .
- C. Tập hợp các điểm I là một mặt phẳng cắt (P) .
- D. Tập hợp các điểm I là một đường thẳng cắt (P) .

Lời giải.

Ta có: I là trung điểm của $MN \Rightarrow$ Khoảng cách từ I đến (P) bằng khoảng cách từ I đến $(Q) \Rightarrow$ Tập hợp các điểm I là mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) .



Chọn đáp án **B**

Câu 6. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) ?

A. $a \parallel b$ và $b \subset (P)$.

B. $a \parallel b$ và $b \parallel (P)$.

C. $a \parallel (Q)$ và $(Q) \parallel (P)$.

D. $a \subset (Q)$ và $b \subset (P)$.

Lời giải.

Ta có: $a \parallel b$ và $b \subset (P)$ suy ra $a \parallel (P)$ hoặc $a \subset (P) \Rightarrow$ Loại A. $a \parallel b$ và $b \parallel (P)$ suy ra $a \parallel (P)$ hoặc $a \subset (P) \Rightarrow$ Loại B. $a \parallel (Q)$ và $(Q) \parallel (P)$ suy ra $a \parallel (P)$ hoặc $a \subset (P) \Rightarrow$ Loại C.

Chọn đáp án **D**

Câu 7. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$.

B. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì a và b chéo nhau.

C. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

D. Nếu $(\gamma) \cap (\alpha) = a$, $(\gamma) \cap (\beta) = b$ và $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel b$.

Lời giải.

Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$ hoặc a chéo $b \Rightarrow$ A, B sai. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$ hoặc (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến song song với a và b .

Chọn đáp án **D**

Câu 8. Cho đường thẳng $a \subset (P)$ và đường thẳng $b \subset (Q)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$.

B. $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.

C. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$.

D. a và b chéo nhau.

Lời giải.

Với đường thẳng $a \subset (P)$ và đường thẳng $b \subset (Q)$.

Khi $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau $\Rightarrow$ A sai.

Khi $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$ hoặc $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến song song với a và $b \Rightarrow$ B sai.

a và b có thể chéo nhau, song song hoặc cắt nhau $\Rightarrow$ D sai.

Chọn đáp án **C**

Câu 9. Hai đường thẳng a và b nằm trong $mp(\alpha)$. Hai đường thẳng a' và b' nằm trong $mp(\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

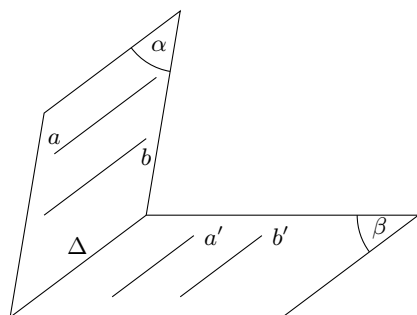
A. Nếu $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

B. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$.

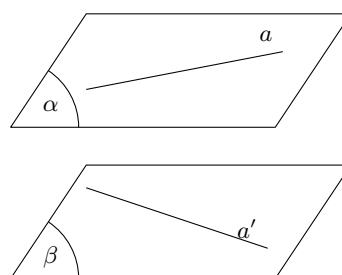
C. Nếu $a \parallel b$ và $a' \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

D. Nếu a cắt b và $a \parallel a'$, $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

Lời giải.



Hình 1.



Hình 2.

Nếu $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$ hoặc (α) cắt (β) (Hình 1) $\Rightarrow$ A sai. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel a'$ hoặc a, a' chéo nhau (Hình 2) $\Rightarrow$ B sai.

Nếu $a \parallel b$ và $a' \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$ hoặc (α) cắt CC' . (Hình 1) $\Rightarrow$ C sai.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 10. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ . Hai đường thẳng p và q lần lượt nằm trong (P) và (Q) . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. p và q cắt nhau.

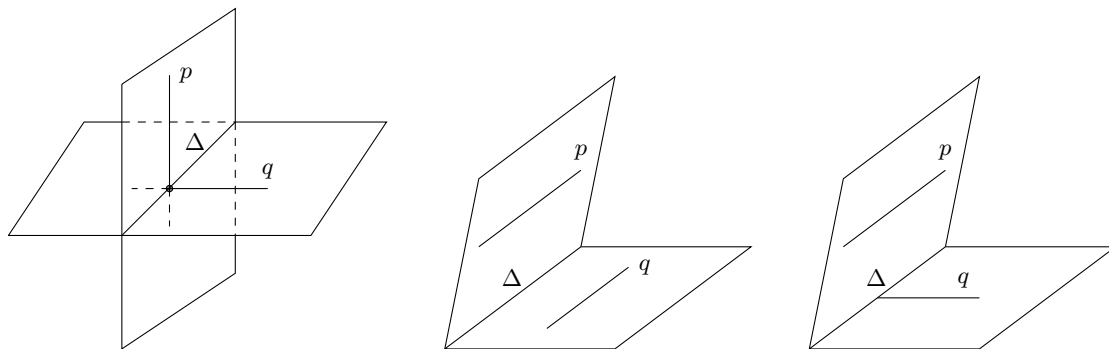
B. p và q chéo nhau.

C. p và q song song.

D. Cả ba mệnh đề trên đều sai.

Lời giải.

Ta có p và q có thể cắt nhau, song song, chéo nhau (hình vẽ).



Chọn đáp án **D**

□

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, I theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (NOM) cắt (OPM) .

B. $(MON) \parallel (SBC)$.

C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.

D. $(NMP) \parallel (SBD)$.

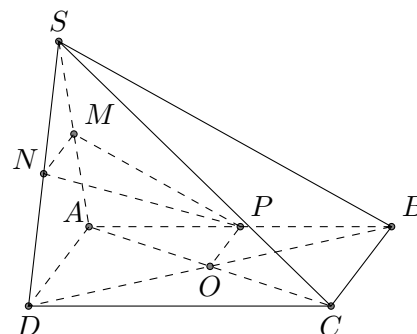
Lời giải.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAD suy ra $MN \parallel AD$ (1).

Và OP là đường trung bình của tam giác BAD suy ra $OP \parallel AD$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $MN \parallel OP \parallel AD \Rightarrow M, N, O, P$ đồng phẳng.

Lại có $MP \parallel SB, OP \parallel BC$ suy ra $(MNOP) \parallel (SBC)$ hay $(MON) \parallel (SBC)$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Tam giác SBD đều. Một mặt phẳng (P) song song với (SBD) và qua điểm I thuộc cạnh AC (không trùng với A hoặc C). Thiết diện của (P) và hình chóp là hình gì?

A. Hình hình hành.

B. Tam giác cân.

C. Tam giác vuông.

D. Tam giác đều.

Lời giải.

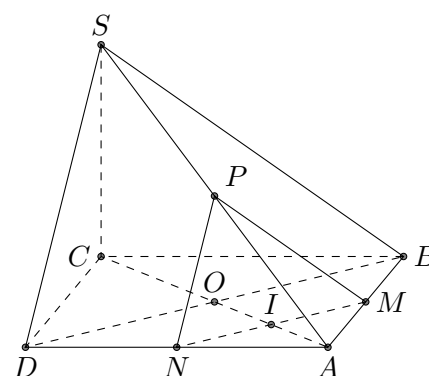
Gọi MN là đoạn thẳng giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt đáy $(ABCD)$. Vì $(P) \parallel (SBD), (P) \cap (ABCD) = MN$ và $(SBD) \cap (ABCD) = BD$ suy ra $MN \parallel BD$.

Lập luận tương tự, ta có

(P) cắt mặt (SAD) theo đoạn giao tuyến NP với $NP \parallel SD$.

(P) cắt mặt (SAB) theo đoạn giao tuyến MP với $MP \parallel SB$.

Vậy tam giác MNP đồng dạng với tam giác SBD nên thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là tam giác đều MNP .



Chọn đáp án **D**

□

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4, \widehat{BAC} = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SM = 2MA$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{16}{9}$.

B. $\frac{14}{9}$.

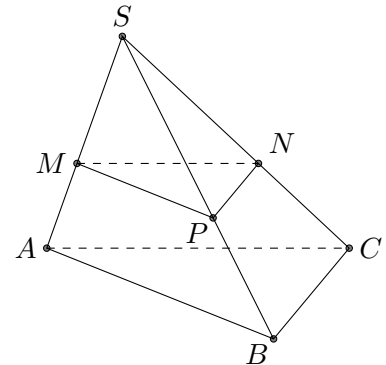
C. $\frac{25}{9}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin 30^\circ = 4$. Gọi N, P lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) và các cạnh SB, SC . Vì $(P) \parallel (ABC)$ nên theo định lý Talet, ta có $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{2}{3}$. Khi đó (P) cắt hình chóp $S.ABC$ theo thiết diện là tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số $k = \frac{2}{3}$.

$$\text{Vậy } S_{\Delta MNP} = k^2 \cdot S_{\Delta ABC} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 4 = \frac{16}{9}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh bên $BC = 2$, hai đáy $AB = 6, CD = 4$. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SA tại M sao cho $SA = 3SM$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

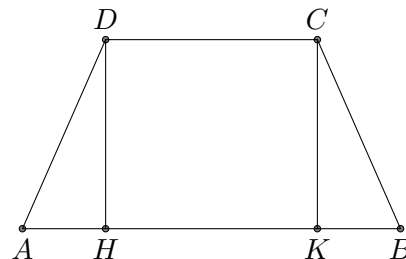
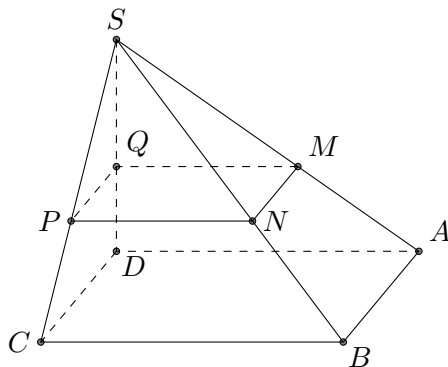
A. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. 2.

D. $\frac{7\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của D, C trên AB .

$$ABCD \text{ là hình thang cân} \Rightarrow \begin{cases} AH = BK; CD = HK \\ AH + HK + BK = AB \end{cases} \Rightarrow BK = 1.$$

Tam giác BCK vuông tại K , có $CK = \sqrt{BC^2 - BK^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$. Suy ra diện tích hình thang $ABCD$ là $S_{ABCD} = CK \cdot \frac{AB + CD}{2} = \sqrt{3} \cdot \frac{4 + 6}{2} = 5\sqrt{3}$.

Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của (P) và các cạnh SB, SC, SD . Vì $(P) \parallel (ABCD)$ nên theo định lý Talet, ta có $\frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{AD} = \frac{1}{3}$.

Khi đó (P) cắt hình chóp theo thiết diện $MNPQ$ có diện tích $S_{MNPQ} = k^2 \cdot S_{ABCD} = \frac{5\sqrt{3}}{9}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có tâm O , $AB = 8, SA = SB = 6$. Gọi (P) là mặt phẳng qua O và song song với (SAB) . Thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ có diện tích bằng

A. $5\sqrt{5}$.

B. $6\sqrt{5}$.

C. 12.

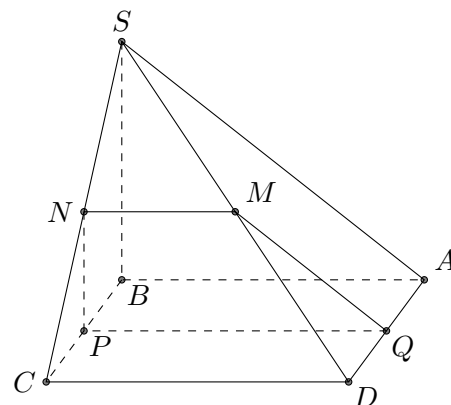
D. 13.

Lời giải.

Qua O kẻ đường thẳng d song song AB và cắt BC, AD lần lượt tại P, Q . Kẻ PN song song với SB ($N \in SB$), kẻ QM song song với SA ($M \in SA$). Khi đó $(MNPQ) \parallel (SAB) \Rightarrow$ thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là tứ giác $MNPQ$.

Vì P, Q là trung điểm của BC, AD suy ra N, M lần lượt là trung điểm của SC, SD . Do đó MN là đường trung bình tam giác $SCD \Rightarrow MN = \frac{CD}{2} = \frac{AB}{2} = 4$. Và $NP = \frac{SB}{2} = 3$;

$QM = \frac{SA}{2} = 3 \Rightarrow NP = QM \Rightarrow MNPQ$ là hình thang cân.



Hạ NH, MK vuông góc với PQ . Ta có $PH = KQ \Rightarrow PH = \frac{1}{2}(PQ - MN) = 2$.

Tam giác PHN vuông, có $NH = \sqrt{5}$.

Vậy diện tích hình thang $MNPQ$ là $S_{MNPQ} = NH \cdot \frac{PQ + NM}{2} = 6\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hình lăng trụ có các cạnh bên song song và bằng nhau.
- B. Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song.
- C. Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác đều.
- D. Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành.

Lời giải.

Xét hình lăng trụ có đáy là một đa giác (tam giác, tứ giác, ...), ta thấy rằng hình lăng trụ luôn có các cạnh bên song song và bằng nhau. Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song. Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác bằng nhau (tam giác, tứ giác, ...). Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành vì có hai cạnh là hai cạnh bên của hình lăng trụ, hai cạnh còn lại thuộc hai đáy song song.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 17. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Các cạnh bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau.
- B. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành.
- C. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành bằng nhau.
- D. Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau.

Lời giải.

Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành, chúng bằng nhau nếu hình lăng trụ có đáy là tam giác đều.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 18. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Các cạnh bên của hình chóp cắt đôi một song song.
- B. Các cạnh bên của hình chóp cắt là các hình thang.
- C. Hai đáy của hình chóp cắt là hai đa giác đồng dạng.
- D. Cả 3 mệnh đề trên đều sai.

Lời giải.

Xét hình chóp cắt có đáy là đa giác (tam giác, tứ giác, ...) ta thấy rằng: Các cạnh bên của hình chóp cắt đôi một cắt nhau. Các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang cân. Hai đáy của hình chóp cắt là hai đa giác đồng dạng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 19. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Trong hình chóp cắt thì hai đáy là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song và các tỉ số các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.
- B. Các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang.
- C. Các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang cân.
- D. Đường thẳng chứa các cạnh bên của hình chóp cắt đồng quy tại một điểm.

Lời giải.

Với hình chóp cắt, các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 20. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\Delta \parallel AB$.

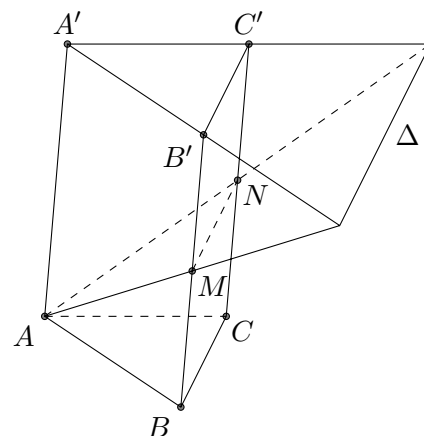
B. $\Delta \parallel AC$.

C. $\Delta \parallel BC$.

D. $\Delta \parallel AA'$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} MN \subset (AMN) \\ B'C' \subset (A'B'C') \\ MN \parallel B'C' \end{cases} \rightarrow \Delta$ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$ sẽ song song với MN và $B'C'$. Suy ra $\Delta \parallel BC$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Đường thẳng $B'C$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (AHC') .

B. $(AA'H)$.

C. (HAB) .

D. $(HA'C)$.

Lời giải.

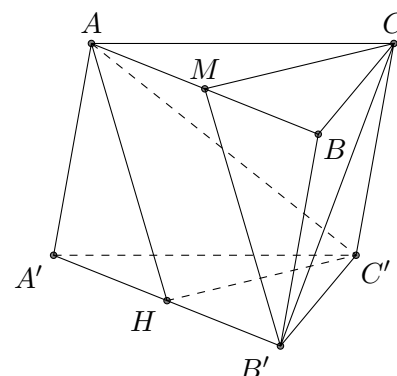
Gọi M là trung điểm của AB suy ra $MB' \parallel AH$

$\Rightarrow MB' \parallel (AHC')$. (1)

Vì MH là đường trung bình của hình bình hành $ABB'A'$ suy ra MH song song và bằng BB' nên MH song song và bằng CC'

$\Rightarrow MHC'C$ là hình bình hành $\Rightarrow MC \parallel HC' \Rightarrow MC \parallel (AHC')$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $(B'MC) \parallel (AHC') \Rightarrow B'C \parallel (AHC')$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 22. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (AHC') song song với đường thẳng nào sau đây?

A. CB' .

B. BB' .

C. BC .

D. BA' .

Lời giải.

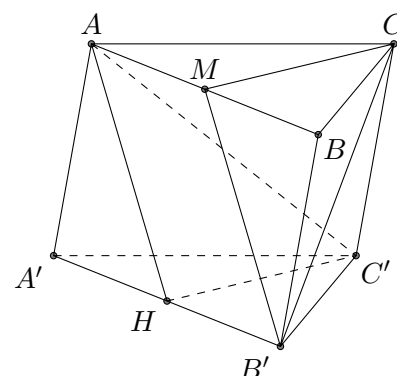
Gọi M là trung điểm của AB suy ra $MB' \parallel AH \Rightarrow MB' \parallel (AHC')$.

(1)

Vì MH là đường trung bình của hình bình hành $ABB'A'$ suy ra MH song song và bằng BB' nên MH song song và bằng CC'

$\Rightarrow MHC'C$ là hình bình hành $\Rightarrow MC \parallel HC' \Rightarrow MC \parallel (AHC')$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $(B'MC) \parallel (AHC') \Rightarrow B'C \parallel (AHC')$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 23. Cho hình lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$.

B. $AA_1 \parallel (BCC_1)$.

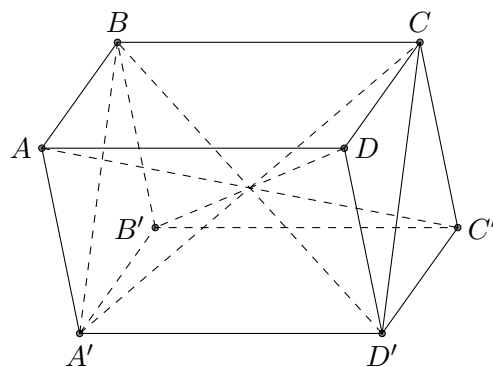
C. $AB \parallel (A_1B_1C_1)$.D. AA_1B_1B là hình chữ nhật.**Lời giải.**

Vì mặt bên AA_1B_1B là hình bình hành, còn nó là hình chữ nhật nếu $ABC.A_1B_1C_1$ là hình lăng trụ đứng. Chọn đáp án **D** □

Câu 24. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?A. $ABCD$ là hình bình hành.B. Các đường thẳng $A'C, AC', DB', D'B$ đồng quy.C. $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$.D. $AD'CB$ là hình chữ nhật.**Lời giải.**

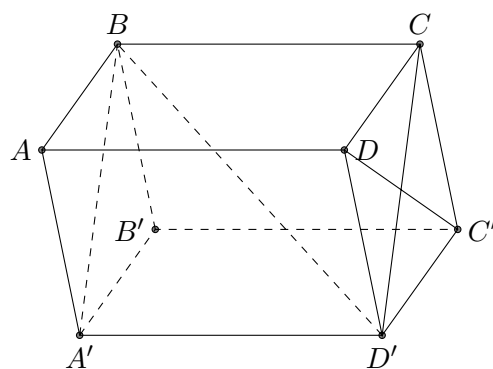
Dựa vào hình vẽ và tính chất của hình hộp chữ nhật, ta thấy rằng:

- Hình hộp có đáy $ABCD$ là hình bình hành.
- Các đường thẳng $A'C, AC', DB', D'B$ cắt nhau tại tâm của $AA'C'C, BDD'B'$.
- Hai mặt bên $(ADD'A'), (BCC'B')$ đối diện và song song với nhau.
- AD' và CB là hai đường thẳng chéo nhau suy ra $AD'CB$ không phải là hình chữ nhật.

Chọn đáp án **D** □**Câu 25.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD' . Khẳng định nào dưới đây **sai**?A. $(AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$.B. $(BA'D') \parallel (ADC')$.C. $A'B'CD$ là hình bình hành.D. $BB'D'D$ là một tứ giác.**Lời giải.**

Dựa vào hình vẽ dưới và tính chất của hình hộp, ta thấy rằng:

- Hai mặt bên $(AA'B'B)$ và $(DD'C'C)$ đối diện, song song với nhau.
- Hình hộp có hai đáy $(ABCD), (A'B'C'D')$ là hình bình hành $\Rightarrow A'B' = CD$ và $A'B' \parallel CD$ suy ra $A'B'CD$ là hình bình hành.
- $BD \parallel B'D'$ suy ra B, B', D', D đồng phẳng $\Rightarrow BB'D'D$ là tứ giác.
- Mặt phẳng $(BA'D')$ chứa đường thẳng CD' mà CD' cắt $C'D$ suy ra $(BA'D')$ không song song với mặt phẳng (ADC') .

Chọn đáp án **B** □**Câu 26.** Nếu thiết diện của một lăng trụ tam giác và một mặt phẳng là một đa giác thì đa giác đó có nhiều nhất mấy cạnh?

A. 3 cạnh.

B. 4 cạnh.

C. 5 cạnh.

D. 6 cạnh.

Lời giải.

Đa giác thiết diện của một lăng trụ tam giác và một mặt phẳng có nhiều nhất 5 cạnh với các cạnh thuộc các mặt của hình lăng trụ tam giác.

Chọn đáp án **C** □**Câu 27.** Nếu thiết diện của một hình hộp và một mặt phẳng là một đa giác thì đa giác đó có nhiều nhất mấy cạnh?

A. 4 cạnh.

B. 5 cạnh.

C. 6 cạnh.

D. 7 cạnh.

Lời giải.

Vì hình hộp là hình lăng trụ có đáy là tứ giác và có 6 mặt nên thiết diện của hình hộp và mặt phẳng bất kì là một đa giác có nhiều nhất 6 cạnh.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 28. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

A. Tam giác.

B. Hình thang.

C. Hình bình hành.

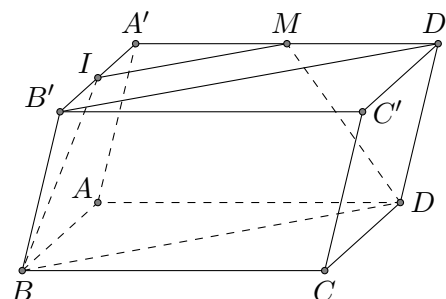
D. Hình chữ nhật.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} B'D' \subset (IB'D') \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \rightarrow$ Giao tuyến của $(IB'D')$ với $(ABCD)$

$$B'D' \parallel BD$$

là đường thẳng d đi qua I và song song với BD . Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $M = d \cap AD \rightarrow IM \parallel BD \parallel B'D'$. Khi đó thiết diện là tứ giác $IMB'D'$ và tứ giác này là hình thang.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 29. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua một cạnh của hình hộp và cắt hình hộp theo thiết diện là một tứ giác T . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. T là hình chữ nhật.

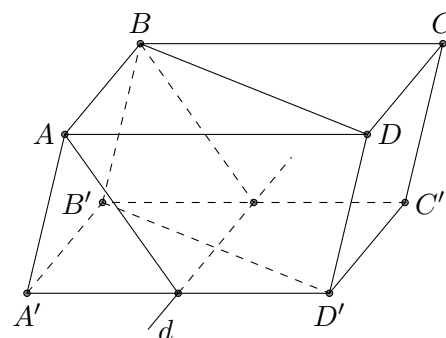
B. T là hình bình hành.

C. T là hình thoi.

D. T là hình vuông.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (α) đi qua cạnh AB và cắt hình hộp theo tứ giác T . Gọi d là đường thẳng giao tuyến của (α) và mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Ta chứng minh được $AB \parallel d$ suy ra tứ giác T là một hình bình hành.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 30. Cho hình chóp cụt tam giác $ABC.A'B'C'$ có 2 đáy là 2 tam giác vuông tại A và A' và có $\frac{AB}{A'B'} = \frac{1}{2}$.

Khi đó tỉ số diện tích $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

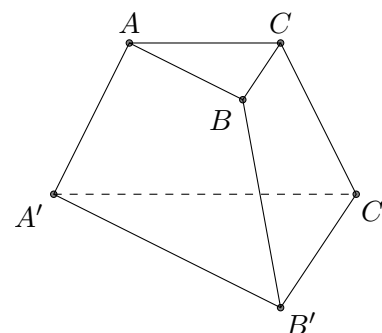
C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Hình chóp cụt $ABC.A'B'C'$ có hai mặt đáy là hai mặt phẳng song song nên tam giác ABC đồng dạng tam giác $A'B'C'$ suy ra $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} =$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC}{\frac{1}{2} \cdot A'B' \cdot A'C'} = \frac{AB}{A'B'} \cdot \frac{AC}{A'C'} = \frac{1}{4}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 31. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.

B. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ đều.

C. Hình lăng trụ có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.

D. Hình lăng trụ tứ giác đều là hình lập phương.

Lời giải.

Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 32. Xét các mệnh đề sau

- (1) Hình hộp là một hình lăng trụ;
- (2) Hình lập phương là hình hộp đứng có đáy là hình vuông;
- (3) Hình hộp có các mặt đối diện bằng nhau;
- (4) Hình lăng trụ có các mặt bên là hình bình hành;
- (5) Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên bằng nhau.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

A. 2 .

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Các mệnh đề (1), (3) và (4) đúng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD, BC theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $\frac{MA}{AD} = \frac{NC}{CB} = \frac{1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD . Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là

A. một hình bình hành.

B. một hình thang với đáy lớn gấp 2 lần đáy nhỏ.

C. một hình thang với đáy lớn gấp 3 lần đáy nhỏ.

D. một tam giác.

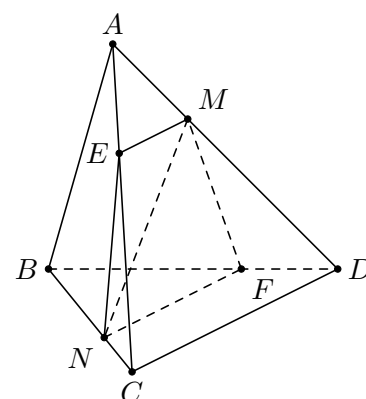
Lời giải. kẻ đường thẳng song song với CD cắt AC tại E .

Qua N , kẻ đường thẳng song song với CD cắt BD tại F .

Khi đó $ME \parallel NF \parallel CD$ và $(P) \equiv (MENF)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{NF}{CD} = \frac{BN}{BC} = \frac{2}{3} \\ \frac{ME}{CD} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow NF = 2ME.$$

Vậy thiết diện của $ABCD$ cắt bởi (P) là hình thang $MENF$, trong đó đáy lớn NF gấp 2 lần đáy nhỏ ME .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là

A. hình bình hành.

B. hình thang.

C. hình chữ nhật.

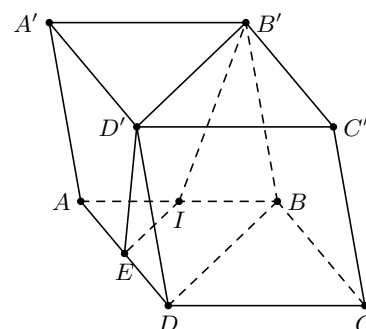
D. tam giác.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} B'D' \subset (IB'D') \\ BD \subset (ABCD) \text{ nên giao tuyến của } (IB'D') \text{ với } (ABCD) \text{ là đường} \\ BD \parallel B'D' \end{cases}$$

thẳng IE qua I và song song với BD ($E \in AD$).

Vì $IE \parallel B'D'$ nên thiết diện là hình thang $IED'B'$.

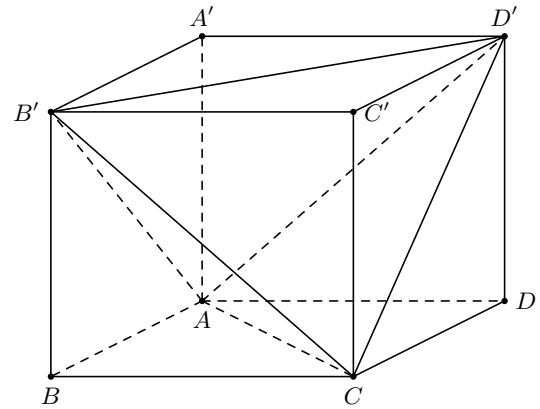


Chọn đáp án **B**

□

Câu 35.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Xét tứ diện $AB'CD'$. Cắt tứ diện đó bằng mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC) . Tính diện tích của thiết diện thu được.



A. $\frac{a^2}{3}$.

B. $\frac{2a^2}{3}$.

C. $\frac{a^2}{2}$.

D. $\frac{3a^2}{4}$.

Lời giải.

Gọi I là tâm của hình lập phương $\Rightarrow I$ là trung điểm của AC' .

Gọi (P) là mặt phẳng qua I và song song với (ABC) . Khi đó (P) cắt các đường thẳng AB' , $B'C$, CD' , AD' lần lượt tại các trung điểm M , N , P , Q .

Khi đó $MN = PQ = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và

$$NP = MQ = \frac{1}{2}B'D' = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó, thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC) là hình thoi $MNPQ$ cạnh bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác $NQ = MP = BC = a$.

Diện tích hình thoi $MNPQ$ là $S = \frac{1}{2}NQ \cdot MP = \frac{a^2}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 36. Cho bốn mệnh đề sau

- (1) Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với (β) .
- (2) Hai đường thẳng nằm trên hai mặt phẳng song song thì song song với nhau.
- (3) Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- (4) Tồn tại hai đường thẳng song song mà mỗi đường thẳng cắt đồng thời hai đường thẳng chéo nhau cho trước.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

- Mệnh đề (1) là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề (2) là mệnh đề sai vì hai đường thẳng đó có thể chéo nhau.
- Mệnh đề (3) là mệnh đề sai vì hai đường thẳng song song cũng không có điểm chung.
- Mệnh đề (4) là mệnh đề sai vì nếu tồn tại hai đường thẳng như trên thì cả 4 đường thẳng này đồng phẳng (mâu thuẫn với giả thiết).

Vậy có 3 mệnh đề **sai**.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 37. Một hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì hình lăng trụ đó có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 31.

B. 30.

C. 22.

D. 33.

🔗 **Lời giải.**

Hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên suy ra đáy là đa giác có 11 đỉnh $\Rightarrow$ đa giác đáy có 11 cạnh.
 Vậy hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì có $11 + 11 \cdot 2 = 33$ cạnh.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 38. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. $(ABB'A') \parallel (CC'D'D)$.

B. Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau.

C. $AA' \parallel CC'$.

D. Hai mặt phẳng đáy song song với nhau.

🔗 **Lời giải.**

Mệnh đề **sai** là “Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau”.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 39. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$, $\triangle ACC'$ và $\triangle AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

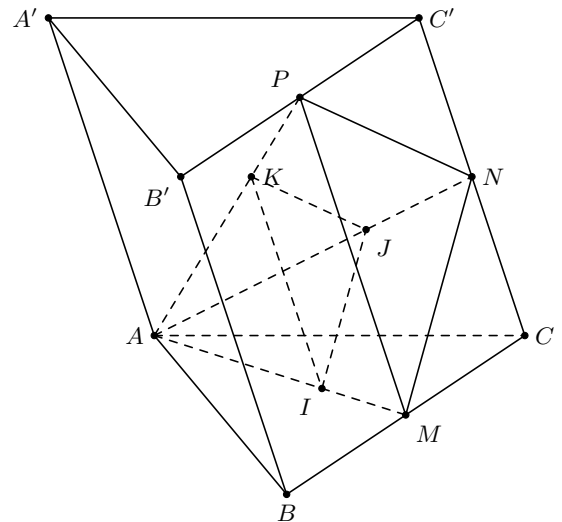
A. $(BC'A)$.B. $(AA'B)$.C. $(BB'C)$.D. $(CC'A)$.

🔗 **Lời giải.**

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BC, CC' và $B'C'$.

Ta có $\frac{AK}{AP} = \frac{AJ}{AN} = \frac{AI}{AM} = \frac{2}{3}$.

Suy ra $(IJK) \parallel (MNP)$ hay $(IJK) \parallel (BB'C)$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều. Gọi M là điểm trên cạnh AD sao cho $AM = x, x \in (0; a)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và song song với (SAB) lần lượt cắt các cạnh CB, CS, SD tại N, P, Q . Tìm x để diện tích $MNPQ$ bằng $\frac{2a^2\sqrt{3}}{9}$.

A. $\frac{2a}{3}$.B. $\frac{a}{4}$.C. $\frac{a}{2}$.D. $\frac{a}{3}$.

🔗 **Lời giải.**

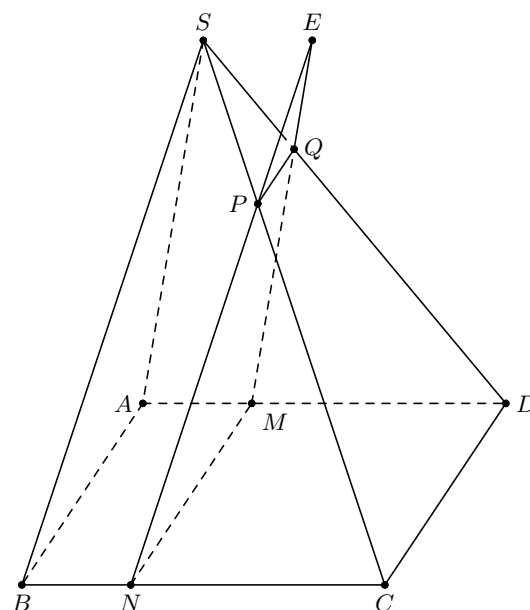
Ta có
$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (SAB) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \Rightarrow (\alpha) \cap (SAD) = MQ \parallel SA \\ M \in (\alpha) \cap (SAD) \end{cases}$$

với $Q \in SD$.

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (SAB) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = MN \parallel AB \\ M \in (\alpha) \cap (ABCD) \end{cases}$$

với $N \in BC$.

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (SAB) \\ (SAB) \cap (SCB) = SB \Rightarrow (\alpha) \cap (SBC) = NP \parallel SB \text{ với} \\ N \in (\alpha) \cap (SBC) \\ P \in SC. \end{cases}$$



Suy ra thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là tứ giác $MNPQ$.

Ta có
$$\begin{cases} (\alpha) \cap (SCD) = PQ \\ (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ (ABCD) \cap (\alpha) = MN \\ CD \parallel MN \end{cases} \Rightarrow PQ, MN, CD \text{ đôi một song song. Khi đó } MNPQ \text{ là hình thang với}$$

đáy lớn CD .

Hơn nữa ta có
$$\begin{cases} MN \parallel AB \\ PN \parallel SB \Rightarrow \widehat{MNP} = \widehat{ABS} = 60^\circ \text{ và } \widehat{NMQ} = \widehat{BAS} = 60^\circ. \\ MQ \parallel SA \end{cases}$$

Do đó tứ giác $MNPQ$ là hình thang cân.

Ta có
$$\frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} = \frac{AM}{AD} \Rightarrow PQ = AM = x.$$

Suy ra $\triangle EMN$ đều cạnh a và $\triangle EPQ$ là tam giác đều cạnh x . Khi đó

$$S_{MNPQ} = S_{\triangle EMN} - S_{\triangle EPQ} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{x^2\sqrt{3}}{4}.$$

Theo giả thiết $S_{MNPQ} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{9} \Leftrightarrow \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{9} \Leftrightarrow x = \frac{a}{3}.$

Vậy giá trị x cần tìm là $\frac{a}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 41. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d \parallel d'$.
- B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P) .
- C. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q) .
- D. Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a \parallel (P)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì d và d' song song hoặc chéo nhau.

Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P) là mệnh đề đúng.

Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q) đúng (tính chất 2 mặt phẳng song song).

Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a \parallel (P)$ là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 42. Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) và đường thẳng b nằm trong mặt phẳng (β) . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel b.$
- B. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel (\beta).$
- C. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow b \parallel (\alpha).$
- D. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

Lời giải.

Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì ngoài trường hợp $a \parallel b$ thì a và b có thể chéo nhau.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 43. Lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

A. 6.

B. 3.

C. 9.

D. 5.

Lời giải.

Theo lý thuyết.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 44. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C'$. M là điểm trên cạnh AC sao cho $AM = 2MC$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $GG' \parallel (ACC'A')$.

B. $GG' \parallel (ABB'A')$.

C. Đường thẳng MG' cắt mặt phẳng $(BCC'B')$.

D. $(MGG') \parallel (BCC'B')$.

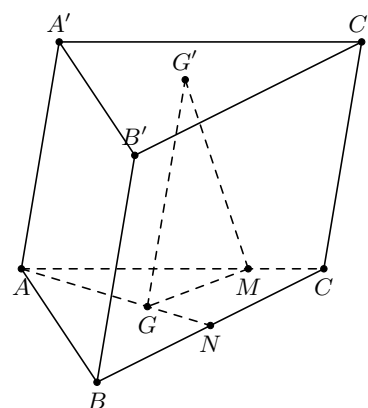
Lời giải.

Vì G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C'$ nên ta có $GG' \parallel (ACC'A'), GG' \parallel (ABB'A'), GG' \parallel (BCC'B')$.

Gọi N là trung điểm BC , ta có $\frac{AG}{GN} = \frac{AM}{MC} = 2$ nên suy ra $MG \parallel CN \Rightarrow MG \parallel (BCC'B')$.

Từ $GG' \parallel (BCC'B')$ và $MG \parallel (BCC'B')$ ta có $(MGG') \parallel (BCC'B')$. Do vậy $MG' \parallel (BCC'B')$.

Vậy, mệnh đề sai là: “Đường thẳng MG' cắt mặt phẳng $(BCC'B')$ ”.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 45. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và $A'B'C'$, M là điểm trên cạnh AC sao cho $AM = 2MC$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $GG' \parallel (ACC'A')$.

B. $GG' \parallel (ABB'A')$.

C. Đường thẳng MG' cắt mặt phẳng $(BCC'B')$.

D. $(MGG') \parallel (BCC'B')$.

Lời giải.

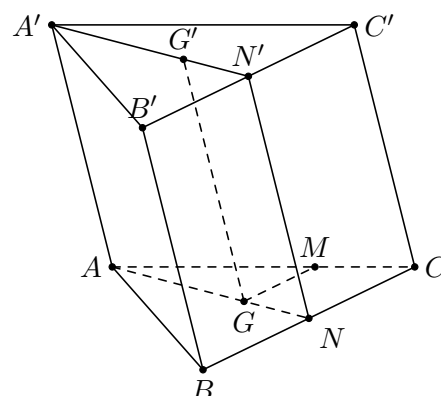
Ta có $GG' \parallel AA'$ và $MG \parallel BC$ nên

— $GG' \parallel (ACC'A')$ là mệnh đề đúng,

— $GG' \parallel (ABB'A')$ là mệnh đề đúng,

— $(MGG') \parallel (BCC'B')$ là mệnh đề đúng,

— Đường thẳng MG' cắt mặt phẳng $(BCC'B')$ là mệnh đề sai.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 46. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB , mặt phẳng $(MA'C')$ cắt cạnh BC tại N . Tính tỉ số $k = \frac{MN}{A'C'}$.

A. $k = \frac{1}{2}$.

B. $k = \frac{1}{3}$.

C. $k = \frac{2}{3}$.

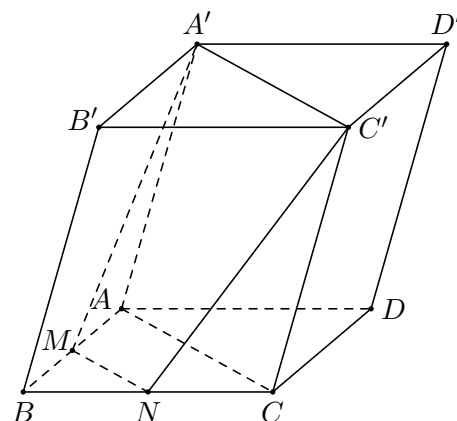
D. $k = 1$.

Lời giải.

Ba mặt phẳng phân biệt $(ABCD)$, $(ACC'A')$, $(MA'C')$ đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến AC , $A'C'$ và MN . Theo tính chất hình hộp ta có $AC \parallel A'C'$ nên $MN \parallel AC \parallel A'C'$.

Lại có M là trung điểm của AB nên MN là đường trung bình trong tam giác ABC .

$$\text{Vì vậy } MN = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}A'C' \Rightarrow k = \frac{MN}{A'C'} = \frac{1}{2}.$$



Chọn đáp án **A** □

Câu 47. Cho ba mặt phẳng (α) , (β) , (γ) đôi một song song. Hai đường thẳng d , d' lần lượt cắt ba mặt phẳng này tại A , B , C và A' , B' , C' (B nằm giữa A và C , B' nằm giữa A' và C'). Giả sử $AB = 5$, $BC = 4$, $A'C' = 8$. Tính độ dài hai đoạn thẳng $A'B'$, $B'C'$.

A. $A'B' = 10$, $B'C' = 8$.

B. $A'B' = 8$, $B'C' = 10$.

C. $A'B' = 12$, $B'C' = 6$.

D. $A'B' = 6$, $B'C' = 12$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AB + BC}{A'B' + B'C'} = \frac{AC}{A'C'} \Rightarrow A'B' = 10, B'C' = 8.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 48. Trong không gian, cho các mệnh đề sau

- I. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- II. Hai mặt phẳng phân biệt chứa hai đường thẳng song song cắt nhau theo giao tuyến song song với hai đường thẳng đó.
- III. Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b , đường thẳng b nằm trên mặt phẳng (P) thì a song song với (P) .
- IV. Qua điểm A không thuộc mặt phẳng (α) , kẻ được đúng một đường thẳng song song với (α) .

Số mệnh đề đúng là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Xét từng mệnh đề ta có

- I. “Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau” là mệnh đề sai, vì hai đường thẳng có thể chéo nhau.
- II. “Hai mặt phẳng phân biệt chứa hai đường thẳng song song cắt nhau theo giao tuyến song song với hai đường thẳng đó” là mệnh đề sai, vì hai mặt phẳng đó có thể song song nhau.
- III. “Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b , đường thẳng b nằm trên mặt phẳng (P) thì a song song với (P) ” là mệnh đề sai, vì đường thẳng a vẫn có thể nằm trong mặt phẳng (P) .
- IV. “Qua điểm A không thuộc mặt phẳng (α) , kẻ được đúng một đường thẳng song song với (α) ” là mệnh đề sai, vì có vô số đường thẳng đi qua điểm A và song song với (α) .

Vậy không có mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề nêu trên.

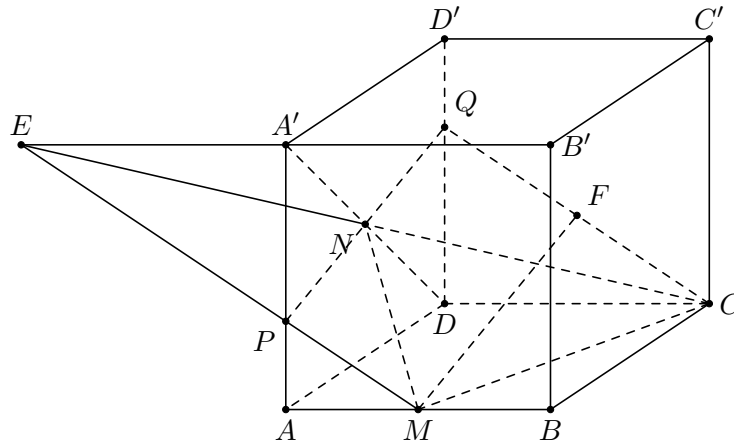
Chọn đáp án **B** □

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là hình thang $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. Gọi E là trung điểm AD và O là giao điểm của AC và BE , I là một điểm thuộc đoạn OC (I khác O và C). Mặt phẳng (α) qua I song song với (SBE) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện là

A. Một hình tam giác.

B. Một hình thang.

C. Một tứ giác không phải là một hình thang và không phải là hình bình hành.



Thiết diện như hình vẽ. Tứ giác $CQPM$ là hình thang có

$$CM = \frac{a\sqrt{5}}{2}, PM = \frac{a\sqrt{13}}{6}, PQ = \frac{a\sqrt{10}}{3}, CQ = \frac{a\sqrt{13}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } MF = PQ = \frac{a\sqrt{10}}{3}, CF = PM = \frac{a\sqrt{13}}{6}$$

Ta có $S_{CMPQ} = 3S_{CMF}$.

$$S_{CMF} = \sqrt{p(p-CM)(p-CF)(p-MF)} \text{ với } p = \frac{CM+MF+FC}{2}. \text{ Thay giá trị các cạnh ta có } S_{CMF} = \sqrt{\frac{7}{72}}a^2 \Rightarrow S_{CMPQ} = \frac{a^2\sqrt{14}}{4}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 52. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

A. $(BA'C') \parallel (ACD')$.

B. $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$.

C. $(BA'D) \parallel (CB'D')$.

D. $(ABA') \parallel (CB'D')$.

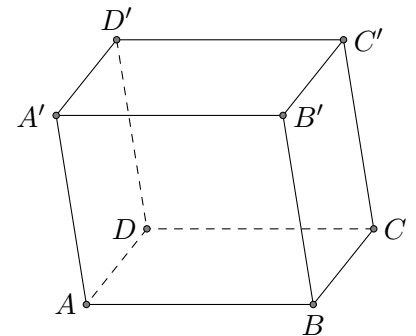
Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} BA' \parallel CD' \\ A'C' \parallel AC \end{cases} \Rightarrow (BA'C') \parallel (ACD').$$

$$\begin{cases} AD \parallel BC \\ AA' \parallel BB' \end{cases} \Rightarrow (ADD'A') \parallel (BCC'B').$$

$$\begin{cases} BD \parallel B'D' \\ A'D \parallel B'C \end{cases} \Rightarrow (BA'D) \parallel (CB'D').$$



Mặt khác $B' \in (ABA') \cap (CB'D') \Rightarrow (ABA') \parallel (CB'D')$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **D** □

Câu 53. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$.

B. $(AA'D'D) \parallel (BCC'B')$.

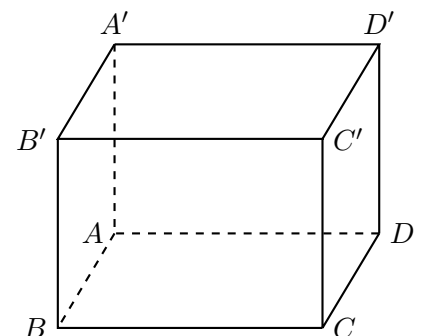
C. $(BDD'B') \parallel (ACC'A')$.

D. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.

Lời giải.

$$\text{Ta thấy } \begin{cases} (ABCD) \parallel (A'B'C'D') \\ (AA'D'D) \parallel (BCC'B') \\ (ABB'A') \parallel (CDD'C') \end{cases} \text{ luôn đúng.}$$

và hai mặt phẳng $(BDD'B')$, $(ACC'A')$ là cắt nhau.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 54. Cho đường thẳng a thuộc mặt phẳng (P) và đường thẳng b thuộc mặt phẳng (Q) . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.

B. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$.

C. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$.

D. a và b chéo nhau.

Lời giải.

$(P) \parallel (Q)$ suy ra (P) và (Q) không có điểm chung. Mặt khác $a \in (P)$ nên a và (Q) cũng không có điểm chung. Suy ra $a \parallel (Q)$. Tương tự ta cũng có $b \parallel (P)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 55. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (BDA') .

B. $(A'C'C)$.

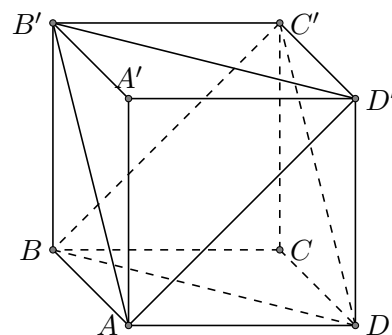
C. (BDC') .

D. (BCA') .

Lời giải.

Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng (BDC') .

Thật vậy, ta có $AB' \parallel DC'$ và $AD' \parallel BC'$, có điều cần chứng minh.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 56. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(BA'C')$.

B. $(C'BD)$.

C. (BDA') .

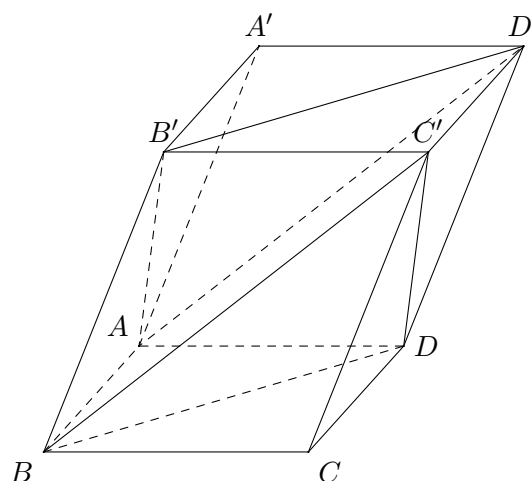
D. (ACD') .

Lời giải.

Ta có $BDB'D'$ là hình bình hành nên $BD \parallel B'D'$. Tương tự ta có $AD' \parallel BC'$.

Từ đó suy ra $BD \parallel (AB'D')$ và $BC' \parallel (AB'D')$.

Vậy $(AB'D') \parallel (C'BD)$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 57. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6$, $CD = 8$. Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB , CD để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng

A. $\frac{31}{7}$.

B. $\frac{18}{7}$.

C. $\frac{24}{7}$.

D. $\frac{15}{7}$.

Lời giải.

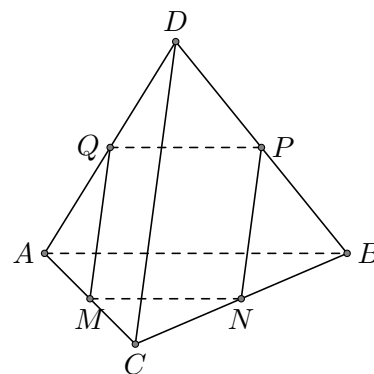
Gọi M, N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng chứa thiết diện với các cạnh AC, BC, BD, AD , khi đó theo giả thiết tứ giác $MNPQ$ là hình thoi.

Cũng từ giả thiết ta suy ra $PQ \parallel MN \parallel AB, MQ \parallel NP \parallel CD$ nên ta có $\frac{CM}{AC} = \frac{MN}{AB}, \frac{AM}{AC} = \frac{MQ}{CD} \Rightarrow \frac{AC - CM}{AC} = \frac{MQ}{CD}$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{CM}{AC} = 1 - \frac{MN}{AB} = \frac{MQ}{CD} = \frac{MN}{CD}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{1}{\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}} = \frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{8}} = \frac{24}{7}.$$

Vậy cạnh của hình thoi cần tìm là $\frac{24}{7}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 58. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. d qua S và song song với AB .

C. d qua S và song song với DC .

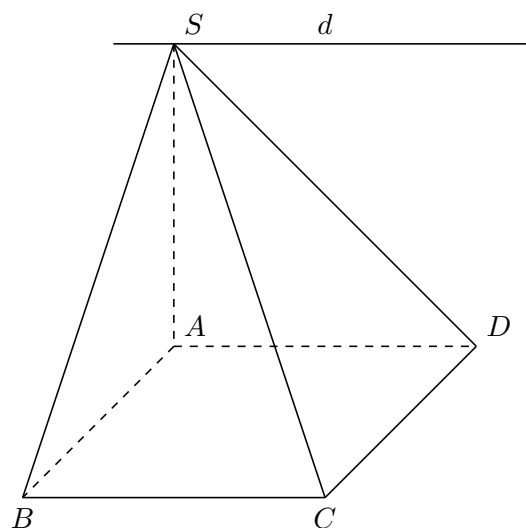
B. d qua S và song song với BC .

D. d qua S và song song với BD .

Lời giải.

$$\text{Có } \begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

$\Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = d \parallel AD \parallel BC$ và d đi qua S .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 59. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$ là

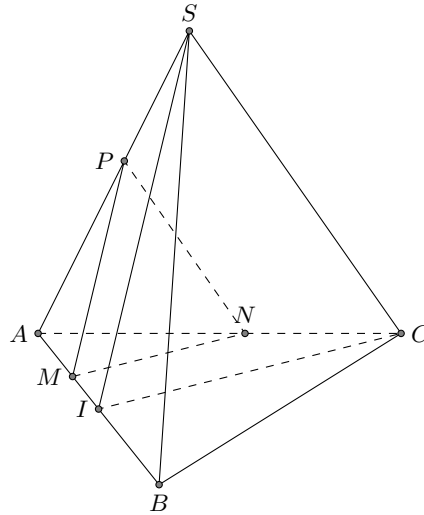
A. hình thoi.

B. tam giác cân tại M .

C. tam giác đều.

D. hình bình hành.

Lời giải.



Trong mặt phẳng (SAB) , qua M kẻ đường thẳng song song với SI cắt SA tại P .
 Trong mặt phẳng (ABC) , qua M kẻ đường thẳng song song với IC cắt AC tại N .
 Thiết diện là tam giác MNP . Ta có

$$\frac{MP}{SI} = \frac{MN}{CI} \Rightarrow MP = MN \quad (\text{vì } SI = CI).$$

Vậy thiết diện là tam giác MNP cân tại M .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 60. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và điểm M nằm giữa hai điểm A và B . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $(AB'D')$. Mặt phẳng (P) cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

- A. Hình ngũ giác. B. Hình lục giác. C. Hình tam giác. D. Hình tứ giác.

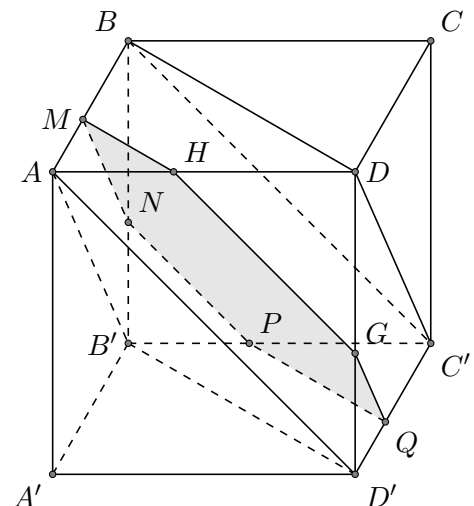
Lời giải.

Nhận thấy $(BC'D) \parallel (AB'D') \Rightarrow (BC'D) \parallel (AB'D') \parallel (P)$. (1)
 Do (1), ta giả sử (P) cắt BB' tại N , suy ra $(P) \cap (ABB'A') \equiv MN$,
 kết hợp với $(AB'D') \cap (ABB'A') \equiv AB'$ suy ra $MN \parallel AB'$, suy
 ra N thuộc cạnh BB' .

Tương tự, giả sử $(P) \cap (B'C') \equiv P$ suy ra $(P) \cap (BCC'B') \equiv NP$.
 Kết hợp với (1) suy ra $NP \parallel BC'$.

Tương tự, $(P) \cap (C'D') \equiv Q$ sao cho $PQ \parallel B'D'$; $(P) \cap DD' \equiv G$
 sao cho $QG \parallel C'D$; $(P) \cap AD \equiv H$ sao cho $GH \parallel AD'$.

Từ đó suy ra thiết diện là lục giác $MNPQGH$.



Chọn đáp án **B**

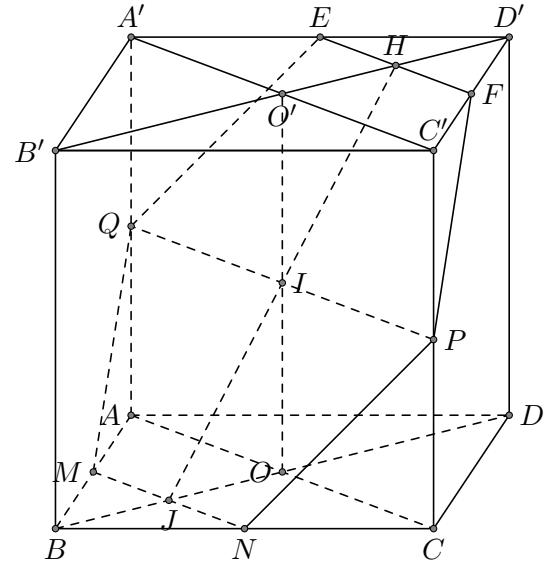
□

Câu 61. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CC' . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình

- A. Tam giác. B. Tứ giác. C. Ngũ giác. D. Lục giác.

Lời giải.

Ta có $MN \parallel AC$ nên $(MNP) \cap (ACC'A') = Px \parallel AC \parallel MN$, gọi $Q = Px \cap AA'$, $Px \cap OO' = I$. Mà P là trung điểm của CC' nên Q, I lần lượt là trung điểm của AA', OO' . Xét mặt phẳng $(BDD'B')$ gọi $IJ \cap B'D' = H$. Theo tính chất đối xứng của hình lập phương và J là trung điểm của BO nên H là trung điểm của $D'O'$. $(MNP) \parallel AC \parallel A'C'$ nên $(MNP) \cap (A'B'C'D') = Hy \parallel A'C'$. Gọi $E = Hy \cap A'D', F = Hy \cap C'D'$. Khi đó thiết diện là lục giác $MNPFEQ$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 62. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- B. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- C. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.
- D. Trong không gian hình biểu diễn của một góc thì phải là một góc bằng nó.

Lời giải.

Hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng. Do đó mệnh đề "Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung" đúng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 63. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC (M khác A , M khác C). Mặt phẳng (α) đi qua M và song song với AB và AD . Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

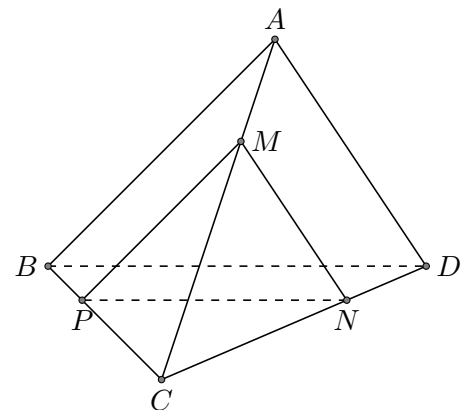
- A. Hình tam giác.
- B. Hình bình hành.
- C. Hình vuông.
- D. Hình chữ nhật.

Lời giải.

Trong mặt phẳng (ACD) kẻ $MN \parallel AD, N \in CD$.

Trong mặt phẳng (ABC) kẻ $MP \parallel AB, P \in BC$.

Từ đó suy ra $(\alpha) \equiv (MNP)$. Mà thiết diện của (MNP) và tứ diện $ABCD$ là tam giác MNP .



Chọn đáp án **A**

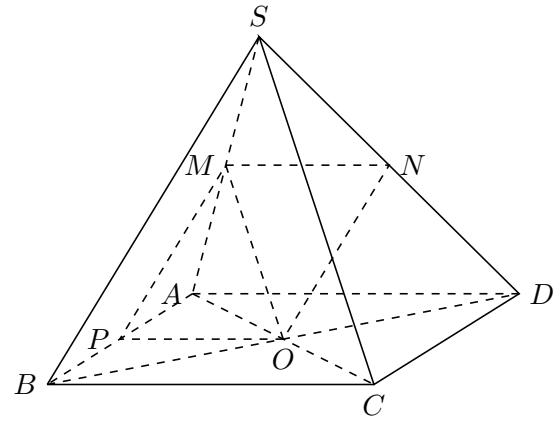
□

Câu 64. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (NOM) cắt (OPM) .
- B. $(MON) \parallel (SBC)$.
- C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.
- D. $(NMP) \parallel (SBD)$.

Lời giải.

- $\begin{cases} MN \parallel AD & (\text{đường trung bình } \triangle SAD) \\ OP \parallel AD & (\text{đường trung bình } \triangle BAD) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel OP \Rightarrow O, N, M, P \text{ cùng nằm trong một mặt phẳng.}$
- $\begin{cases} MN \parallel AD \parallel BC \subset (SBC) \\ OM \parallel SC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (OMN) \parallel (SBC).$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 65. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a và G là trọng tâm tam giác ABC . Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (P) qua G và song song với mặt phẳng (BCD) thì diện tích thiết diện bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{18}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{16}$. D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.

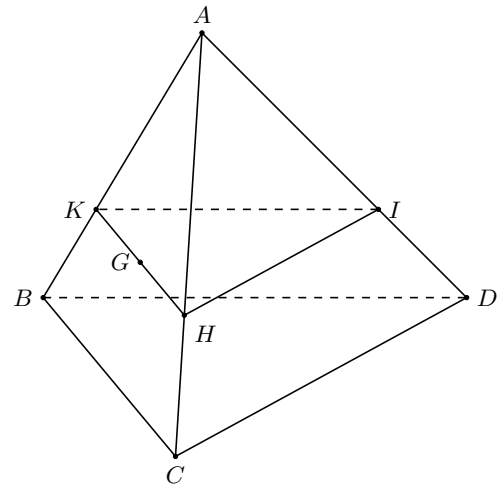
Trong mặt phẳng (ABC) kẻ đường thẳng qua G và song song với BC cắt AC, AB lần lượt tại H, K .

Trong mặt phẳng (ACD) kẻ đường thẳng qua H và song song với CD cắt AD tại I .

Thiết diện cần tìm là KHI .

$\triangle KHI \sim \triangle BCD$ theo tỉ số đồng dạng bằng $\frac{2}{3}$.

$$\text{Do đó } S_{KHI} = \frac{4}{9} S_{BCD} = \frac{4}{9} \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}a^2}{9}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 66. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của cạnh AB , M là điểm di động trên đoạn thẳng AI . Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm M đồng thời song song với mặt phẳng (SIC) . Thiết diện của tứ diện $SABC$ cắt bởi mặt phẳng (α) là

- A. một hình thoi. B. một tam giác cân tại M .
C. một tam giác đều. D. một hình bình hành.

Lời giải.

Qua M kẻ đường thẳng song song với SI cắt SA tại P .

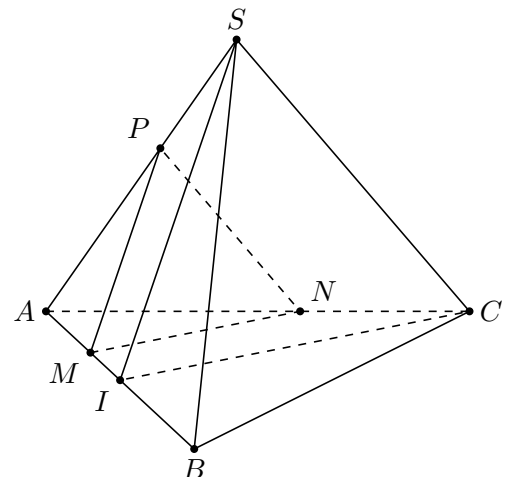
Qua M kẻ đường thẳng song song với IC cắt AC tại N .

Thiết diện của $S.ABC$ cắt bởi (α) là tam giác MNP .

$$\text{Ta có } \frac{MP}{SI} = \frac{AM}{AI} = \frac{MN}{CI} = \frac{AN}{AC} = \frac{NP}{SC},$$

Suy ra $\triangle MNP \sim \triangle ICS$.

Mà $\triangle ICS$ cân tại S (không đều) nên tam giác MNP cân tại M và cũng không đều.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 67. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$. M là điểm thuộc cạnh AD , (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (SAB) . Biết diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) bằng $\frac{2}{3}$ diện tích tam giác SAB . Tính tỉ số $x = \frac{MA}{MD}$.

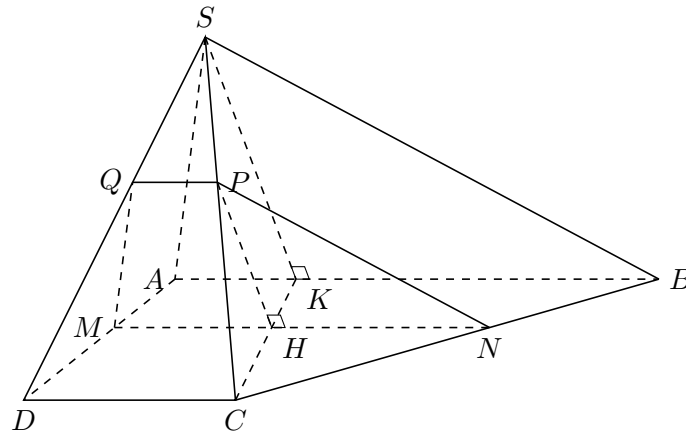
A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = 1$.

C. $x = \frac{3}{2}$.

D. $x = \frac{2}{3}$.

🔗 **Lời giải.**



Ta có $\begin{cases} (\alpha) \parallel (SAB) \\ (ABCD) \cap (SAB) = AB \\ M \in (\alpha) \cap (ABCD) \end{cases}$ suy ra giao tuyến của (α) và $(ABCD)$ là đường thẳng qua M và song song AB , đường thẳng này cắt BC tại N . Tương tự giao tuyến của (α) và (SBC) là đường thẳng qua N song song SB cắt SC tại P , giao tuyến của (α) và (SCD) là đường thẳng qua P song song CD cắt SD tại Q . Thiết diện của $S.ABCD$ khi cắt bởi (α) là hình thang $MNPQ$.

Đặt $CD = a$, ta có $\frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} = \frac{AM}{AD} = \frac{x}{x+1} \Leftrightarrow PQ = \frac{ax}{x+1}$.

Trong hình thang $ABCD$ ta có $MN = \frac{x}{x+1}CD + \frac{1}{x+1}AB = \frac{a(x+2)}{x+1}$.

Gọi K là hình chiếu của S lên AB , H là giao của MN và CK , khi đó $PH \parallel SK$ và do đó $PH \perp MN$, thêm nữa $\frac{PH}{SK} = \frac{CH}{CK} = \frac{DM}{DA} = \frac{1}{x+1}$

Ta có $\frac{S_{MNPQ}}{S_{ABC}} = \frac{(PQ + MN)PH}{SK \cdot AB} = \frac{1}{x+1}$. Theo giả thiết $\frac{1}{x+1} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 68. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. d đi qua S và song song với BD .

B. d đi qua S và song song với BC .

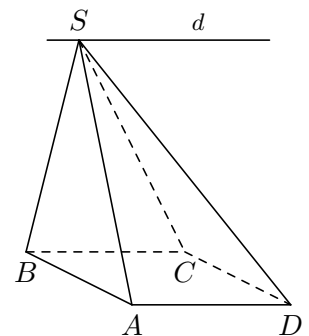
C. d đi qua S và song song với AB .

D. d đi qua S và song song với DC .

🔗 **Lời giải.**

Vì $\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$

nên $d = (SAD) \cap (SBC)$ là đường thẳng qua S và song song với BC .



Chọn đáp án **B** □

Câu 69. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACD, ABD . Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $(G_1G_2G_3)$ cắt (BCD) .

B. $(G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$.

C. $(G_1G_2G_3) \parallel (BCA)$.

D. $(G_1G_2G_3)$ không có điểm chung (ACD) .

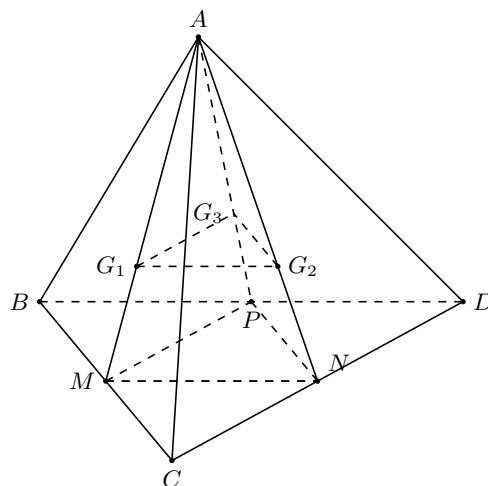
Lời giải.

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, BD .

$$\text{Khi đó: } \frac{SG_1}{SM} = \frac{SG_2}{SN} = \frac{SG_3}{SP} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow G_1G_2 \parallel MN, \Rightarrow G_1G_3 \parallel MP.$$

Suy ra $(G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 70. Hãy chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau đây.

A. Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

B. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng kia.

C. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì song song với nhau.

D. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải.

Hai mặt phẳng có ba vị trí tương đối là : song song, cắt nhau, trùng nhau.

Do đó, hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 71. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm AB', BC . Mặt phẳng (DMN) cắt hình hộp theo một thiết diện hình

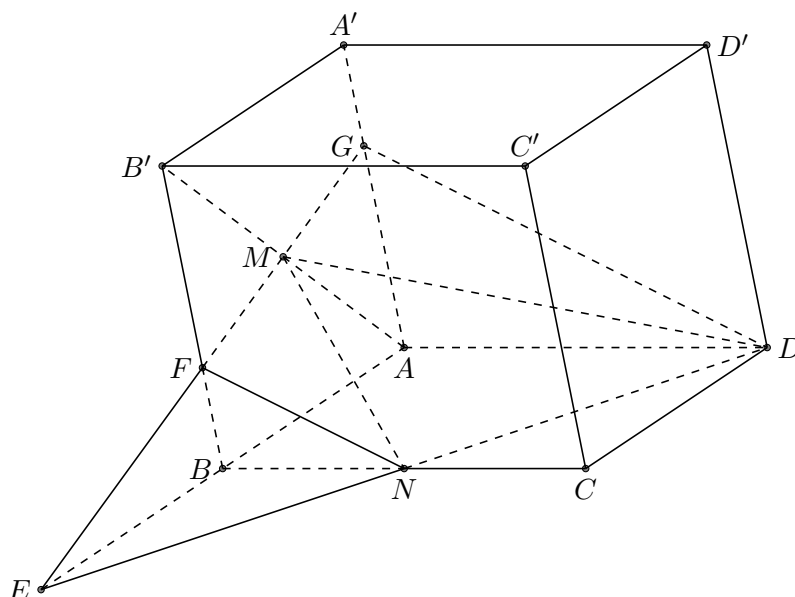
A. Lục giác.

B. Ngũ giác.

C. Tam giác.

D. Tứ giác.

Lời giải.



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi E là giao điểm của ND và AB .

Trong mặt phẳng $ABB'A'$, gọi F, G lần lượt là giao điểm của EM với BB', AA' .

Khi đó mặt phẳng (DMN) cắt hình hộp theo một thiết diện là tứ giác $NFGD$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 72. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.
 B. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ đều.
 C. Hình lăng trụ có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.
 D. Hình lăng trụ tứ giác đều là hình lập phương.

Lời giải.

Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 73. Xét các mệnh đề sau

- (1) Hình hộp là một hình lăng trụ;
 (2) Hình lập phương là hình hộp đứng có đáy là hình vuông;
 (3) Hình hộp có các mặt đối diện bằng nhau;
 (4) Hình lăng trụ có các mặt bên là hình bình hành;
 (5) Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên bằng nhau.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 3.

Lời giải.

Các mệnh đề (1), (3) và (4) đúng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 74. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD, BC theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $\frac{MA}{AD} = \frac{NC}{CB} = \frac{1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD . Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là

- A. một hình bình hành. B. một hình thang với đáy lớn gấp 2 lần đáy nhỏ.
 C. một hình thang với đáy lớn gấp 3 lần đáy nhỏ. D. một tam giác.

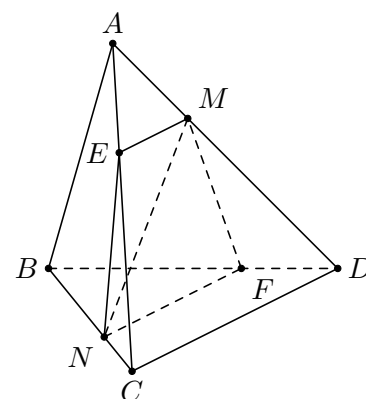
Lời giải. đường thẳng song song với CD cắt AC tại E .

Qua N , kẻ đường thẳng song song với CD cắt BD tại F .

Khi đó $ME \parallel NF \parallel CD$ và $(P) \equiv (MENF)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{NF}{CD} = \frac{BN}{BC} = \frac{2}{3} \\ \frac{ME}{CD} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow NF = 2ME.$$

Vậy thiết diện của $ABCD$ cắt bởi (P) là hình thang $MENF$, trong đó đáy lớn NF gấp 2 lần đáy nhỏ ME .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 75. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là

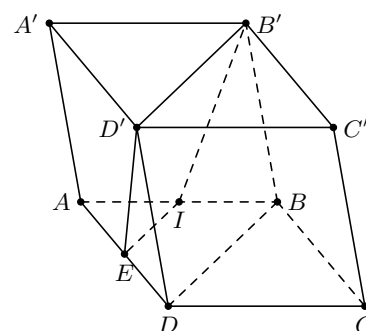
- A. hình bình hành. B. hình thang. C. hình chữ nhật. D. tam giác.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} B'D' \subset (IB'D') \\ BD \subset (ABCD) \text{ nên giao tuyến của } (IB'D') \text{ với } (ABCD) \text{ là đường} \\ BD \parallel B'D' \end{cases}$$

thẳng IE qua I và song song với BD ($E \in AD$).

Vì $IE \parallel B'D'$ nên thiết diện là hình thang $IED'B'$.

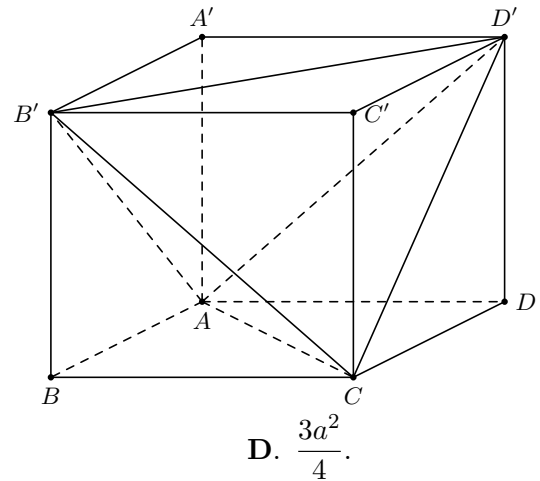


Chọn đáp án **B**

□

Câu 76.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Xét tứ diện $AB'CD'$. Cắt tứ diện đó bằng mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC) . Tính diện tích của thiết diện thu được.



A. $\frac{a^2}{3}$.

B. $\frac{2a^2}{3}$.

C. $\frac{a^2}{2}$.

D. $\frac{3a^2}{4}$.

Lời giải.

Gọi I là tâm của hình lập phương $\Rightarrow I$ là trung điểm của AC' .

Gọi (P) là mặt phẳng qua I và song song với (ABC) . Khi đó (P) cắt các đường thẳng AB' , $B'C$, CD' , AD' lần lượt tại các trung điểm M , N , P , Q .

Khi đó $MN = PQ = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và

$$NP = MQ = \frac{1}{2}B'D' = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

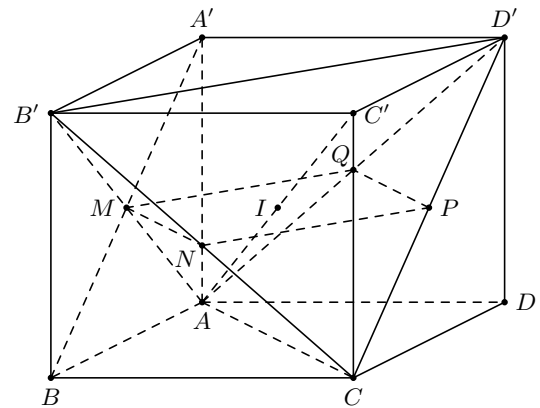
Do đó, thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC) là hình thoi $MNPQ$ cạnh bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác $NQ = MP = BC = a$.

Diện tích hình thoi $MNPQ$ là $S = \frac{1}{2}NQ \cdot MP = \frac{a^2}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

**Câu 77.** Cho bốn mệnh đề sau

- (1) Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với (β) .
- (2) Hai đường thẳng nằm trên hai mặt phẳng song song thì song song với nhau.
- (3) Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- (4) Tồn tại hai đường thẳng song song mà mỗi đường thẳng cắt đồng thời hai đường thẳng chéo nhau cho trước.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

- Mệnh đề (1) là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề (2) là mệnh đề sai vì hai đường thẳng đó có thể chéo nhau.
- Mệnh đề (3) là mệnh đề sai vì hai đường thẳng song song cũng không có điểm chung.
- Mệnh đề (4) là mệnh đề sai vì nếu tồn tại hai đường thẳng như trên thì cả 4 đường thẳng này đồng phẳng (mâu thuẫn với giả thiết).

Vậy có 3 mệnh đề **sai**.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 78. Một hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì hình lăng trụ đó có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 31.

B. 30.

C. 22.

D. 33.

🔗 **Lời giải.**

Hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên suy ra đây là đa giác có 11 đỉnh $\Rightarrow$ đa giác đáy có 11 cạnh.

Vậy hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì có $11 + 11 \cdot 2 = 33$ cạnh.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 79. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. $(ABB'A') \parallel (CC'D'D)$.

B. Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau.

C. $AA' \parallel CC'$.

D. Hai mặt phẳng đáy song song với nhau.

🔗 **Lời giải.**

Mệnh đề **sai** là “Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau”.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 80. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$, $\triangle ACC'$ và $\triangle AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

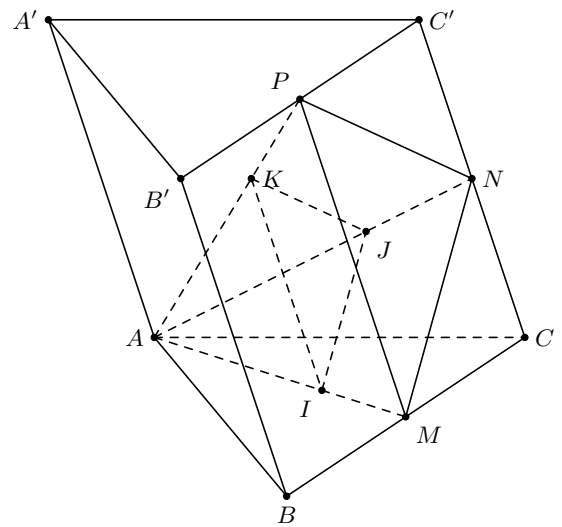
A. $(BC'A)$.B. $(AA'B)$.C. $(BB'C)$.D. $(CC'A)$.

🔗 **Lời giải.**

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BC, CC' và $B'C'$.

Ta có $\frac{AK}{AP} = \frac{AJ}{AN} = \frac{AI}{AM} = \frac{2}{3}$.

Suy ra $(IJK) \parallel (MNP)$ hay $(IJK) \parallel (BB'C)$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 81 (Tác giả: Lê Thị Thu Hằng, Email: lethuhang2712@gmail.com).

Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang, đáy lớn $BC = 2a$, $AD = a$, $AB = b$. Mặt bên (SAD) là tam giác đều. Mặt phẳng (α) qua điểm M trên cạnh AB và song song với các cạnh SA, BC . Mặt phẳng (α) cắt CD, SC, SB lần lượt tại N, P, Q . Đặt $x = AM$ ($0 < x < b$). Giá trị lớn nhất của diện tích thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{12}$.C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

🔗 **Lời giải.**

$(\alpha) \parallel SA$ và BC nên $(\alpha) \parallel (SAD) \Rightarrow MQ \parallel SA, NP \parallel SD$.

Ta có $MN \parallel PQ \parallel AD \parallel BC$.

Theo định lý Talét trong hình thang $ABCD$ ta có

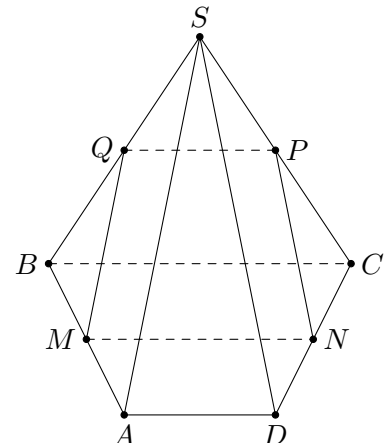
$$\frac{BM}{BA} = \frac{CN}{CD}. (1)$$

Theo định lý Talét trong $\triangle SAB$ ta có

$$\frac{BM}{BA} = \frac{BQ}{BS} = \frac{MQ}{SA}. (2)$$

Theo định lý Talét trong $\triangle SCD$ ta có

$$\frac{CN}{CD} = \frac{CP}{CS} = \frac{PN}{SD}. (3)$$



Từ (1), (2), (3) suy ra $MQ = NP = \frac{b-x}{b}a$; $PQ = \frac{x}{b}2a$; $MN = a + \frac{x}{b}a$.

Suy ra thiết diện là hình thang cân và

$$\begin{aligned} S_{td} &= \frac{1}{2}(MN + PQ)\sqrt{MQ^2 - \left(\frac{MN - PQ}{2}\right)^2} \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{ab + ax}{b} + \frac{2ax}{b}\right)\sqrt{\frac{a^2(b-x)^2}{b^2} - \frac{a^2(b-x)^2}{4b^2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a(b+3x)}{b} \cdot \frac{a\sqrt{3}(b-x)}{2b} \\ &= \frac{a^2\sqrt{3}}{12b^2}(3x+b)(3b-3x) \leq \frac{a^2\sqrt{3}}{12b^2}\left(\frac{3x+b+3b-3x}{2}\right)^2 = \frac{a\sqrt{3}}{3}. \end{aligned}$$

Vậy diện tích lớn nhất của thiết diện là $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$ khi $x = \frac{b}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 82 (Tác giả: Đặng Duy Hùng). cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên cạnh AB lấy điểm M khác A và B . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (ACD') . Đặt $\frac{AM}{AB} = k$, $0 < k < 1$. Tìm k để thiết diện của hình hộp và mặt phẳng (P) có diện tích lớn nhất.

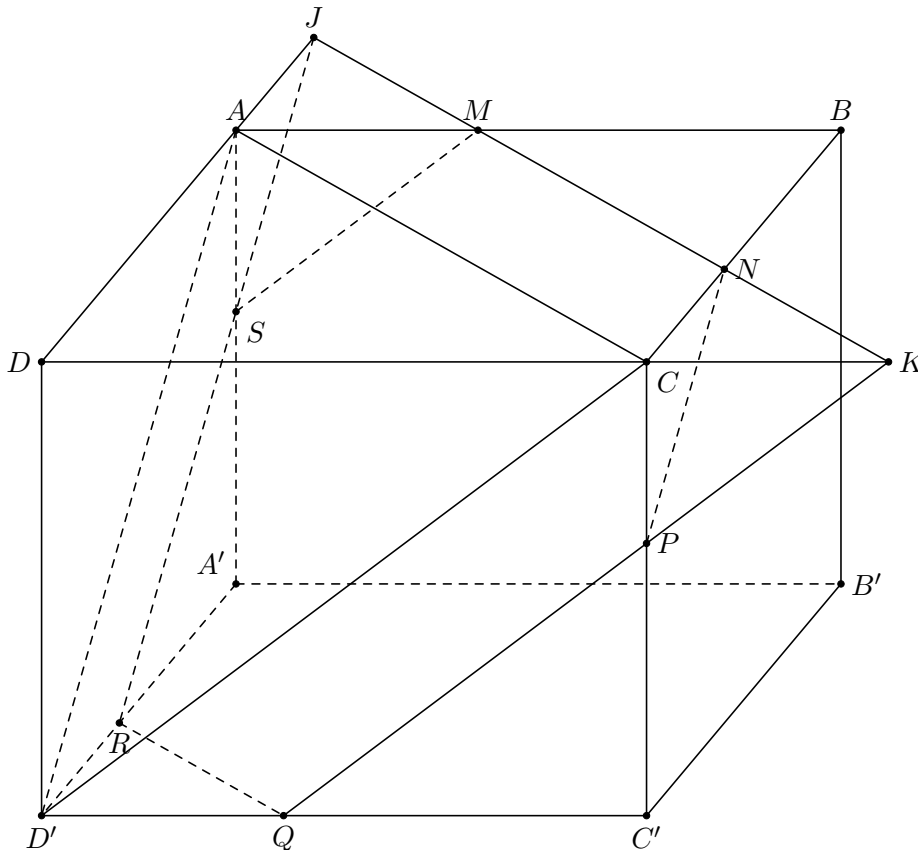
A. $k = \frac{1}{2}$.

B. $k = \frac{3}{4}$.

C. $k = \frac{1}{4}$.

D. $k = \frac{2}{5}$.

Lời giải.



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, qua M kẻ đường thẳng song song với AC cắt DB , BC lần lượt tại E , N .
 Trong mặt phẳng (BDD') , qua E kẻ đường thẳng song song với OD' cắt $B'D'$ tại F .
 Trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$, qua F kẻ đường thẳng song song với AC cắt $A'D'$, $D'C'$ lần lượt tại R , Q .
 Trong mặt phẳng $(AA'DD')$ qua R kẻ đường thẳng song song với AD' cắt AA' tại S .
 Trong mặt phẳng $(CC'D'D)$, qua Q kẻ đường thẳng song song với CD' cắt CC' tại P .
 Vậy thiết diện là lục giác $MNPQRS$.

Do các mặt đối diện của hình hộp song song nên các cạnh đối của lục giác thiết diện $MNPQRS$ song song và 3 cặp cạnh đó lần lượt song song với các cạnh tam giác ACD' . Các tam giác JKI , ACD' , RQI , JMS , NKP đồng dạng

$$\Rightarrow \frac{MJ}{MN} = \frac{MA}{MB} = \frac{NC}{NB} = \frac{NK}{NM} = \frac{PC}{PC'} = \frac{PK}{PQ} = \frac{QD'}{QC'} = \frac{QI}{QP} \Rightarrow MJ = NK \text{ và } PK = QI.$$

Suy ra các tam giác RQI , JMS , NKP bằng nhau (gọi diện tích của chúng là S_1 và diện tích các tam giác JKI , ACD' lần lượt là S_2 , S).

$$\text{Ta có } \frac{S_1}{S} = \left(\frac{JM}{AC}\right)^2 = \left(\frac{AM}{DC}\right)^2 = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = k^2 \Rightarrow S_1 = k^2 S.$$

$$\frac{S_2}{S} = \left(\frac{JK}{AC}\right)^2 = \left(\frac{JM+MK}{AC}\right)^2 = (k+1)^2 \Rightarrow S_2 = (k+1)^2 S.$$

Diện tích thiết diện

$$S_{td} = S_2 - 3S_1 = 2S(-k^2 + k + \frac{1}{2}) \leq \frac{3S}{2}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $k = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 83. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (NOM) cắt (OPM) .

B. $(MON) // (SBC)$.

C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.

D. $(NMP) // (SBD)$.

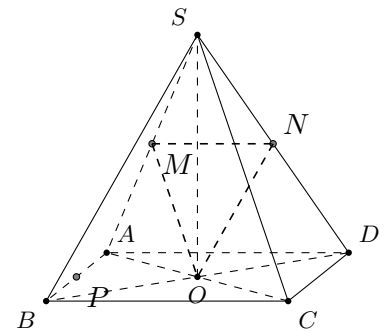
Lời giải.

Xét hai mặt phẳng (MON) và (SBC) .

Ta có: $OM // SC$ và $ON // SB$.

Mà $BS \cap SC = C$ và $OM \cap ON = O$.

Do đó $(MON) // (SBC)$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 84. Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'D'$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

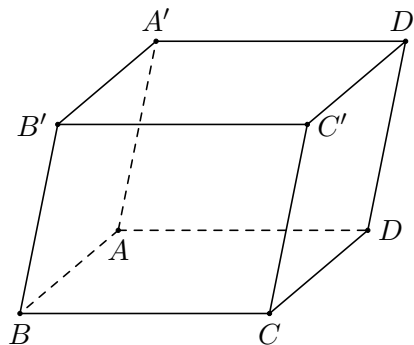
A. $(AA'B'B)$ song song với $(CC'D'D)$.

B. Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau.

C. AA' song song với CC' .

D. Hai mặt phẳng đáy song song với nhau.

Lời giải.



Đáp án là B.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 85. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây

A. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.

B. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

C. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q) .

D. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (Q) .

Lời giải.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 86. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì trùng nhau.
- C. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau hoặc trùng nhau.
- D. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song..

Lời giải.

Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau hoặc trùng nhau.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 87. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.
- B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
- D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

Lời giải.

- Mệnh đề “Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung” sai vì hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung.
- Mệnh đề “Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng” sai vì có thể xảy ra trường hợp hai đường thẳng đó hoặc cắt nhau hoặc trùng nhau.
- Mệnh đề “Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau” sai vì có thể xảy ra trường hợp hai đường thẳng đó song song.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 88. Cho ba mặt phẳng phân biệt (α) , (β) , (γ) có $(\alpha) \cap (\beta) = d_1$; $(\beta) \cap (\gamma) = d_2$; $(\alpha) \cap (\gamma) = d_3$. Khi đó ba đường thẳng d_1 , d_2 , d_3

- A. đôi một cắt nhau.
- B. đôi một song song.
- C. đồng quy.
- D. đôi một song song hoặc đồng quy.

Lời giải.

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 89. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
- B. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì cắt nhau.
- C. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.
- D. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có vô số mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.

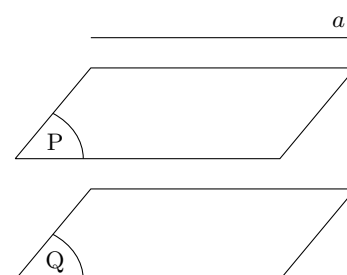
Lời giải.

Trong không gian, hai mặt phẳng có 3 vị trí tương đối: trùng nhau, cắt nhau, song song với nhau. Vì vậy, 2 mặt phẳng không cắt nhau thì có thể song song hoặc trùng nhau $\Rightarrow$ A là mệnh đề sai.

Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì chúng có thể song song với nhau (hình vẽ) $\Rightarrow$ B là mệnh đề sai.

Ta có: $a \parallel (P)$, $a \parallel (Q)$ nhưng (P) và (Q) vẫn có thể song song với nhau.

Mệnh đề C là tính chất nên C đúng.



Chọn đáp án **C**

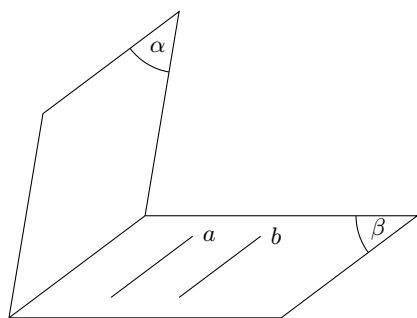
□

Câu 90. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận $mp(\alpha) \parallel mp(\beta)$?

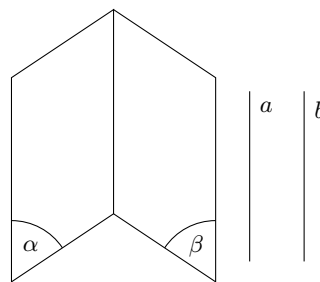
- A. $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma)$ ((γ) là mặt phẳng nào đó).

- B. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β) .
 C. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β) .
 D. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng cắt nhau thuộc (β) .

🔗 **Lời giải.**



Hình 1.



Hình 2.

Trong trường hợp: $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma)$ ((γ) là mặt phẳng nào đó) thì (α) và (β) có thể trùng nhau $\Rightarrow$ Loại A.

$(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β) thì (α) và (β) vẫn có thể cắt nhau (hình 1) $\Rightarrow$ Loại B.

$(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β) thì (α) và (β) vẫn có thể cắt nhau (hình 2) $\Rightarrow$ Loại C.

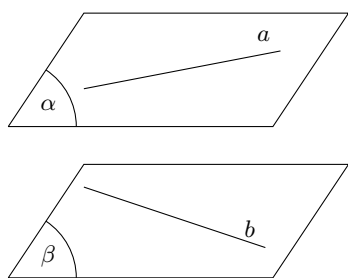
Chọn đáp án **D**

□

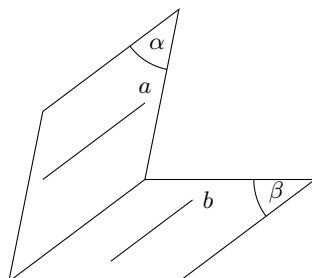
Câu 91. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .
 B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) cũng song song với bất kì đường thẳng nào nằm trong (β) .
 C. Nếu hai đường thẳng phân biệt a và b song song lần lượt nằm trong hai mặt phẳng (α) và (β) phân biệt thì $a \parallel (\beta)$.
 D. Nếu đường thẳng d song song với $mp(\alpha)$ thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trong $mp(\alpha)$.

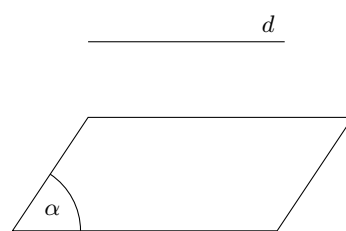
🔗 **Lời giải.**



Hình 1.



Hình 2.



Hình 3.

Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì hai đường thẳng bất kì lần lượt thuộc (α) và (β) có thể chéo nhau (Hình 1) $\Rightarrow$ Loại B. Nếu hai đường thẳng phân biệt a và b song song lần lượt nằm trong hai mặt phẳng (α) và (β) phân biệt thì hai mặt phẳng (α) và (β) có thể cắt nhau (Hình 2) $\Rightarrow$ Loại C. Nếu đường thẳng d song song với $mp(\alpha)$ thì nó có thể chéo nhau với một đường thẳng nào đó nằm trong (α) . (Hình 3).

Chọn đáp án **A**

□

Câu 92. Cho hai mặt phẳng song song (α) và (β) , đường thẳng $a \parallel (\alpha)$. Có mấy vị trí tương đối của a và (β) ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

🔗 **Lời giải.**

Trong không gian, giữa đường thẳng và mặt phẳng có 3 vị trí tương đối: đường thẳng cắt mặt phẳng, đường thẳng song song với mặt phẳng, đường thẳng nằm trên mặt phẳng. $a \parallel (\alpha)$ mà $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a$ và (β) không thể cắt nhau. Vậy còn 2 vị trí tương đối.

Chọn đáp án **(B)**

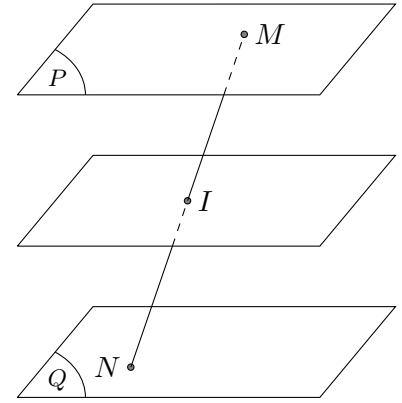
□

Câu 93. Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) . Hai điểm M, N lần lượt thay đổi trên (P) và (Q) . Gọi I là trung điểm của MN . Chọn khẳng định đúng.

- A. Tập hợp các điểm I là đường thẳng song song và cách đều (P) và (Q) .
- B. Tập hợp các điểm I là mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) .
- C. Tập hợp các điểm I là một mặt phẳng cắt (P) .
- D. Tập hợp các điểm I là một đường thẳng cắt (P) .

Lời giải.

Ta có: I là trung điểm của $MN \Rightarrow$ Khoảng cách từ I đến (P) bằng khoảng cách từ I đến $(Q) \Rightarrow$ Tập hợp các điểm I là mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 94. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) ?

- A. $a \parallel b$ và $b \subset (P)$.
- B. $a \parallel b$ và $b \parallel (P)$.
- C. $a \parallel (Q)$ và $(Q) \parallel (P)$.
- D. $a \subset (Q)$ và $b \subset (P)$.

Lời giải.

Ta có: $a \parallel b$ và $b \subset (P)$ suy ra $a \parallel (P)$ hoặc $a \subset (P) \Rightarrow$ Loại A. $a \parallel b$ và $b \parallel (P)$ suy ra $a \parallel (P)$ hoặc $a \subset (P) \Rightarrow$ Loại B. $a \parallel (Q)$ và $(Q) \parallel (P)$ suy ra $a \parallel (P)$ hoặc $a \subset (P) \Rightarrow$ Loại C.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 95. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$.
- B. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì a và b chéo nhau.
- C. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.
- D. Nếu $(\gamma) \cap (\alpha) = a$, $(\gamma) \cap (\beta) = b$ và $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel b$.

Lời giải.

Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$ hoặc a chéo $b \Rightarrow$ A, B sai. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$ hoặc (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến song song với a và b .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 96. Cho đường thẳng $a \subset (P)$ và đường thẳng $b \subset (Q)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$.
- B. $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.
- C. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$.
- D. a và b chéo nhau.

Lời giải.

Với đường thẳng $a \subset (P)$ và đường thẳng $b \subset (Q)$.

Khi $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau $\Rightarrow$ A sai.

Khi $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$ hoặc $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến song song với a và $b \Rightarrow$ B sai.

a và b có thể chéo nhau, song song hoặc cắt nhau $\Rightarrow$ D sai.

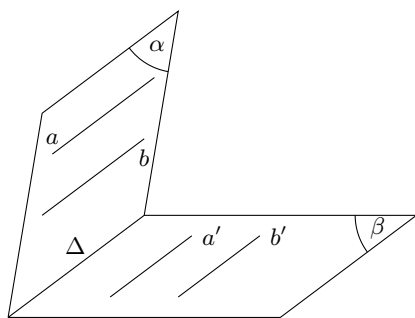
Chọn đáp án **(C)**

□

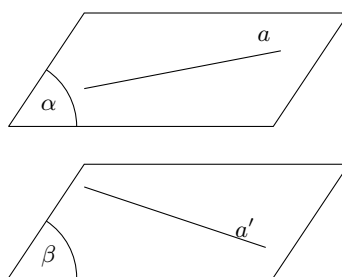
Câu 97. Hai đường thẳng a và b nằm trong $mp(\alpha)$. Hai đường thẳng a' và b' nằm trong $mp(\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.
- B. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$.
- C. Nếu $a \parallel b$ và $a' \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.
- D. Nếu a cắt b và $a \parallel a'$, $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

Lời giải.



Hình 1.



Hình 2.

Nếu $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$ hoặc (α) cắt (β) (Hình 1) $\Rightarrow$ A sai. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel a'$ hoặc a, a' chéo nhau (Hình 2) $\Rightarrow$ B sai.

Nếu $a \parallel b$ và $a' \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$ hoặc (α) cắt CC' . (Hình 1) $\Rightarrow$ C sai.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 98. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ . Hai đường thẳng p và q lần lượt nằm trong (P) và (Q) . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. p và q cắt nhau.

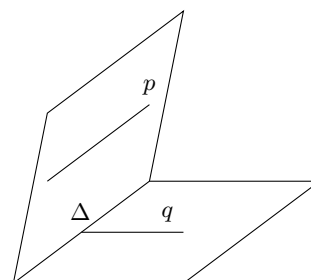
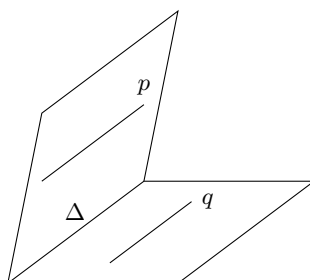
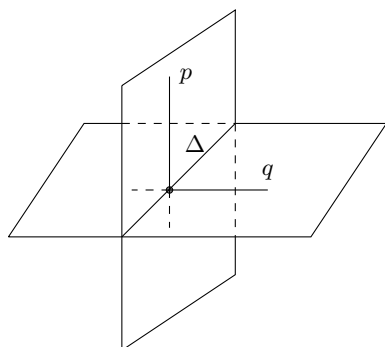
B. p và q chéo nhau.

C. p và q song song.

D. Cả ba mệnh đề trên đều sai.

Lời giải.

Ta có p và q có thể cắt nhau, song song, chéo nhau (hình vẽ).



Chọn đáp án **D**

□

Câu 99. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, I theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (NOM) cắt (OPM) .

B. $(MON) \parallel (SBC)$.

C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.

D. $(NMP) \parallel (SBD)$.

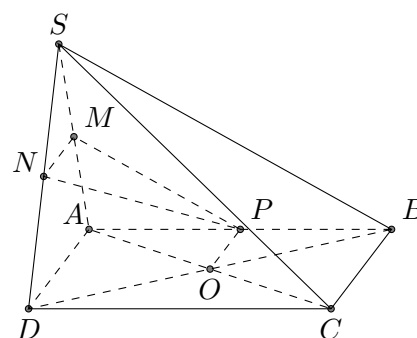
Lời giải.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAD suy ra $MN \parallel AD$ (1).

Và OP là đường trung bình của tam giác BAD suy ra $OP \parallel AD$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $MN \parallel OP \parallel AD \Rightarrow M, N, O, P$ đồng phẳng.

Lại có $MP \parallel SB, OP \parallel BC$ suy ra $(MNOP) \parallel (SBC)$ hay $(MON) \parallel (SBC)$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Tam giác SBD đều. Một mặt phẳng (P) song song với (SBD) và qua điểm I thuộc cạnh AC (không trùng với A hoặc C). Thiết diện của (P) và hình chóp là hình gì?

A. Hình hình hành.

B. Tam giác cân.

C. Tam giác vuông.

D. Tam giác đều.

Lời giải.

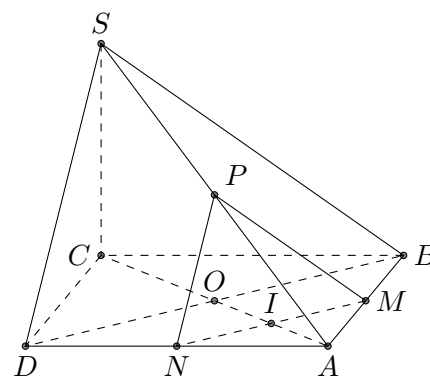
Gọi MN là đoạn thẳng giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt đáy $(ABCD)$. Vì $(P) \parallel (SBD)$, $(P) \cap (ABCD) = MN$ và $(SBD) \cap (ABCD) = BD$ suy ra $MN \parallel BD$.

Lập luận tương tự, ta có

(P) cắt mặt (SAD) theo đoạn giao tuyến NP với $NP \parallel SD$.

(P) cắt mặt (SAB) theo đoạn giao tuyến MP với $MP \parallel SB$.

Vậy tam giác MNP đồng dạng với tam giác SBD nên thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là tam giác đều MNP .



Chọn đáp án **D**

□

Câu 101. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hình lăng trụ có các cạnh bên song song và bằng nhau.
- B. Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song.
- C. Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác đều.
- D. Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành.

Lời giải.

Xét hình lăng trụ có đáy là một đa giác (tam giác, tứ giác, ...), ta thấy rằng hình lăng trụ luôn có các cạnh bên song song và bằng nhau. Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song. Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác bằng nhau (tam giác, tứ giác, ...). Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành vì có hai cạnh là hai cạnh bên của hình lăng trụ, hai cạnh còn lại thuộc hai đáy song song.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 102. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Các cạnh bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau.
- B. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành.
- C. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành bằng nhau.
- D. Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau.

Lời giải.

Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành, chúng bằng nhau nếu hình lăng trụ có đáy là tam giác đều.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 103. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Các cạnh bên của hình chóp cắt đôi một song song.
- B. Các cạnh bên của hình chóp cắt là các hình thang.
- C. Hai đáy của hình chóp cắt là hai đa giác đồng dạng.
- D. Cả 3 mệnh đề trên đều sai.

Lời giải.

Xét hình chóp cắt có đáy là đa giác (tam giác, tứ giác, ...) ta thấy rằng: Các cạnh bên của hình chóp cắt đôi một cắt nhau. Các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang cân. Hai đáy của hình chóp cắt là hai đa giác đồng dạng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 104. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Trong hình chóp cắt thì hai đáy là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song và các tỉ số các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.
- B. Các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang.
- C. Các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang cân.
- D. Đường thẳng chứa các cạnh bên của hình chóp cắt đồng quy tại một điểm.

Lời giải.

Với hình chóp cắt, các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang.

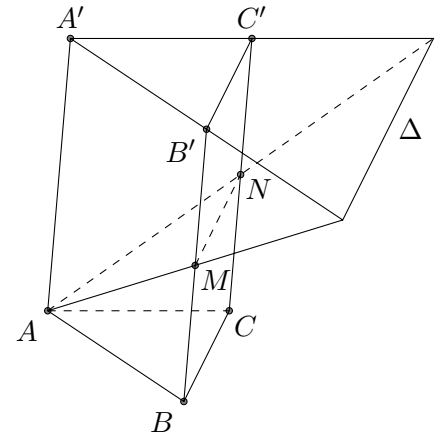
Chọn đáp án **C**

□

Câu 105. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\Delta \parallel AB$.B. $\Delta \parallel AC$.C. $\Delta \parallel BC$.D. $\Delta \parallel AA'$.**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} MN \subset (AMN) \\ B'C' \subset (A'B'C') \end{cases} \rightarrow \Delta$ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$ sẽ song song với MN và $B'C'$. Suy ra $\Delta \parallel BC$.

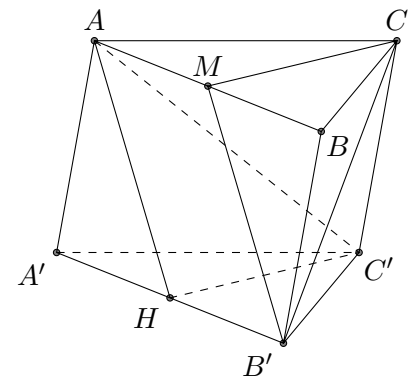
Chọn đáp án **C**

□

Câu 106. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (AHC') song song với đường thẳng nào sau đây?

A. CB' .B. BB' .C. BC .D. BA' .**Lời giải.**

Gọi M là trung điểm của AB suy ra $MB' \parallel AH \Rightarrow MB' \parallel (AHC')$.
 (1)
 Vì MH là đường trung bình của hình bình hành $ABB'A'$ suy ra MH song song và bằng BB' nên MH song song và bằng CC'
 $\Rightarrow MHC'C$ là hình bình hành $\Rightarrow MC \parallel HC' \Rightarrow MC \parallel (AHC')$. (2)
 Từ (1) và (2), suy ra $(B'MC) \parallel (AHC') \Rightarrow B'C \parallel (AHC')$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 107. Cho hình lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$.B. $AA_1 \parallel (BCC_1)$.C. $AB \parallel (A_1B_1C_1)$.D. AA_1B_1B là hình chữ nhật.**Lời giải.**

Vì mặt bên AA_1B_1B là hình bình hành, còn nó là hình chữ nhật nếu $ABC.A_1B_1C_1$ là hình lăng trụ đứng.
 Chọn đáp án **D**

□

Câu 108. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $ABCD$ là hình bình hành.B. Các đường thẳng $A'C, AC', DB', D'B$ đồng quy.C. $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$.D. $AD'CB$ là hình chữ nhật.**Lời giải.**

Dựa vào hình vẽ và tính chất của hình hộp chữ nhật, ta thấy rằng:

- Hình hộp có đáy $ABCD$ là hình bình hành.
- Các đường thẳng $A'C, AC', DB', D'B$ cắt nhau tại tâm của $AA'C'C, BDD'B'$.
- Hai mặt bên $(ADD'A'), (BCC'B')$ đối diện và song song với nhau.
- AD' và CB là hai đường thẳng chéo nhau suy ra $AD'CB$ không phải là hình chữ nhật.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 109. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD' . Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. $(AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$.
 B. $(BA'D') \parallel (ADC')$.
 C. $A'B'CD$ là hình bình hành.
 D. $BB'D'D$ là một tứ giác.

Lời giải.

Dựa vào hình vẽ dưới và tính chất của hình hộp, ta thấy rằng:

- Hai mặt bên $(AA'B'B)$ và $(DD'C'C)$ đối diện, song song với nhau.
- Hình hộp có hai đáy $(ABCD), (A'B'C'D')$ là hình bình hành $\Rightarrow A'B' = CD$ và $A'B' \parallel CD$ suy ra $A'B'CD$ là hình bình hành.
- $BD \parallel B'D'$ suy ra B, B', D', D đồng phẳng $\Rightarrow BB'D'D$ là tứ giác.
- Mặt phẳng $(BA'D')$ chứa đường thẳng CD' mà CD' cắt $C'D$ suy ra $(BA'D')$ không song song với mặt phẳng (ADC') .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 110. Nếu thiết diện của một lăng trụ tam giác và một mặt phẳng là một đa giác thì đa giác đó có nhiều nhất mấy cạnh?

- A. 3 cạnh. B. 4 cạnh. C. 5 cạnh. D. 6 cạnh.

Lời giải.

Đa giác thiết diện của một lăng trụ tam giác và một mặt phẳng có nhiều nhất 5 cạnh với các cạnh thuộc các mặt của hình lăng trụ tam giác.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 111. Nếu thiết diện của một hình hộp và một mặt phẳng là một đa giác thì đa giác đó có nhiều nhất mấy cạnh?

- A. 4 cạnh. B. 5 cạnh. C. 6 cạnh. D. 7 cạnh.

Lời giải.

Vì hình hộp là hình lăng trụ có đáy là tứ giác và có 6 mặt nên thiết diện của hình hộp và mặt phẳng bất kì là một đa giác có nhiều nhất 6 cạnh.

Chọn đáp án **C**

□

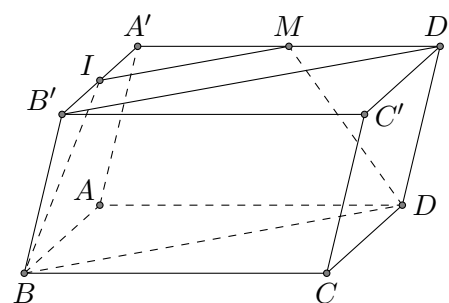
Câu 112. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

- A. Tam giác. B. Hình thang. C. Hình bình hành. D. Hình chữ nhật.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} B'D' \subset (IB'D') \\ BD \subset (ABCD) \rightarrow \text{Giao tuyến của } (IB'D') \text{ với } (ABCD) \\ B'D' \parallel BD \end{cases}$

là đường thẳng d đi qua I và song song với BD . Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $M = d \cap AD \rightarrow IM \parallel BD \parallel B'D'$. Khi đó thiết diện là tứ giác $IMB'D'$ và tứ giác này là hình thang.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 113. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua một cạnh của hình hộp và cắt hình hộp theo thiết diện là một tứ giác T . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. T là hình chữ nhật.

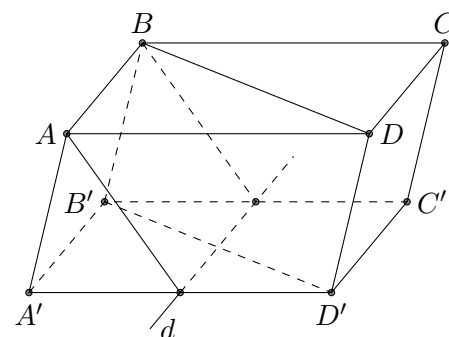
B. T là hình bình hành.

C. T là hình thoi.

D. T là hình vuông.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (α) đi qua cạnh AB và cắt hình hộp theo tứ giác T . Gọi d là đường thẳng giao tuyến của (α) và mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Ta chứng minh được $AB \parallel d$ suy ra tứ giác T là một hình bình hành.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 114. Cho hình chóp cắt tam giác $ABC.A'B'C'$ có 2 đáy là 2 tam giác vuông tại A và A' và có $\frac{AB}{A'B'} = \frac{1}{2}$. Khi đó tỉ số diện tích $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

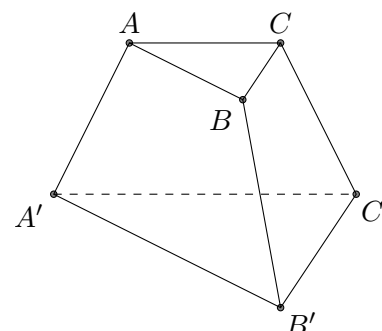
C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Hình chóp cắt $ABC.A'B'C'$ có hai mặt đáy là hai mặt phẳng song song nên tam giác ABC đồng dạng tam giác $A'B'C'$ suy ra $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} =$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC}{\frac{1}{2} \cdot A'B' \cdot A'C'} = \frac{AB}{A'B'} \cdot \frac{AC}{A'C'} = \frac{1}{4}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 115. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4, \widehat{BAC} = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SM = 2MA$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{16}{9}$.

B. $\frac{14}{9}$.

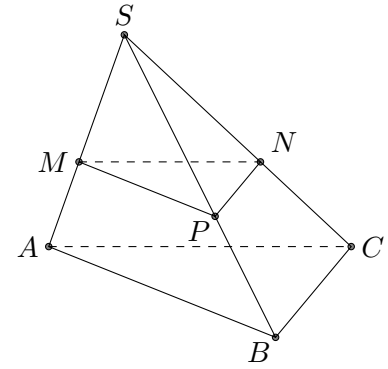
C. $\frac{25}{9}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin 30^\circ = 4$. Gọi N, P lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) và các cạnh SB, SC . Vì $(P) \parallel (ABC)$ nên theo định lý Talet, ta có $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{2}{3}$. Khi đó (P) cắt hình chóp $S.ABC$ theo thiết diện là tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số $k = \frac{2}{3}$.

$$\text{Vậy } S_{\Delta MNP} = k^2 \cdot S_{\Delta ABC} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 4 = \frac{16}{9}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 116. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh bên $BC = 2$, hai đáy $AB = 6, CD = 4$. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SA tại M sao cho $SA = 3SM$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

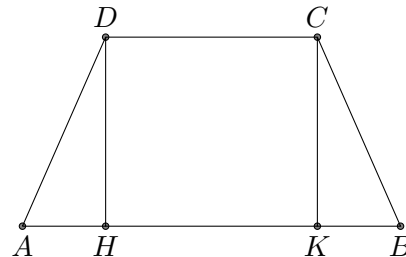
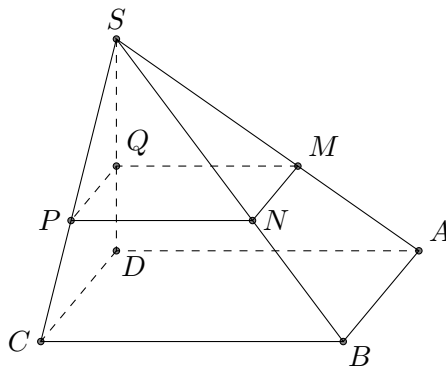
A. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. 2.

D. $\frac{7\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của D, C trên AB .

$$ABCD \text{ là hình thang cân} \Rightarrow \begin{cases} AH = BK; CD = HK \\ AH + HK + BK = AB \end{cases} \Rightarrow BK = 1.$$

Tam giác BCK vuông tại K , có $CK = \sqrt{BC^2 - BK^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$. Suy ra diện tích hình thang $ABCD$ là $S_{ABCD} = CK \cdot \frac{AB + CD}{2} = \sqrt{3} \cdot \frac{4 + 6}{2} = 5\sqrt{3}$.

Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của (P) và các cạnh SB, SC, SD . Vì $(P) \parallel (ABCD)$ nên theo định lý Talet, ta có $\frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{AD} = \frac{1}{3}$.

Khi đó (P) cắt hình chóp theo thiết diện $MNPQ$ có diện tích $S_{MNPQ} = k^2 \cdot S_{ABCD} = \frac{5\sqrt{3}}{9}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 117. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có tâm O , $AB = 8, SA = SB = 6$. Gọi (P) là mặt phẳng qua O và song song với (SAB) . Thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ có diện tích bằng

A. $5\sqrt{5}$.

B. $6\sqrt{5}$.

C. 12.

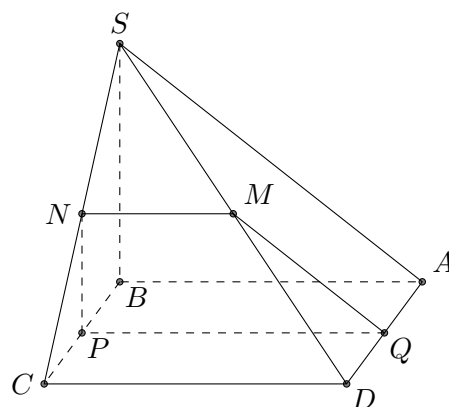
D. 13.

Lời giải.

Qua O kẻ đường thẳng d song song AB và cắt BC, AD lần lượt tại P, Q . Kẻ PN song song với SB ($N \in SB$), kẻ QM song song với SA ($M \in SA$). Khi đó $(MNPQ) \parallel (SAB) \Rightarrow$ thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là tứ giác $MNPQ$.

Vì P, Q là trung điểm của BC, AD suy ra N, M lần lượt là trung điểm của SC, SD . Do đó MN là đường trung bình tam giác $SCD \Rightarrow MN = \frac{CD}{2} = \frac{AB}{2} = 4$. Và $NP = \frac{SB}{2} = 3$;

$QM = \frac{SA}{2} = 3 \Rightarrow NP = QM \Rightarrow MNPQ$ là hình thang cân.



Hạ NH, MK vuông góc với PQ . Ta có $PH = KQ \Rightarrow PH = \frac{1}{2}(PQ - MN) = 2$.

Tam giác PHN vuông, có $NH = \sqrt{5}$.

Vậy diện tích hình thang $MNPQ$ là $S_{MNPQ} = NH \cdot \frac{PQ + NM}{2} = 6\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 118. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Đường thẳng $B'C$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (AHC') .

B. $(AA'H)$.

C. (HAB) .

D. $(HA'C)$.

Lời giải.

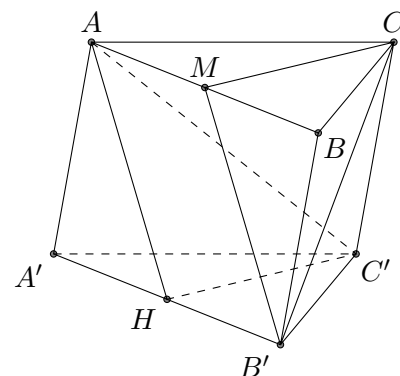
Gọi M là trung điểm của AB suy ra $MB' \parallel AH$

$\Rightarrow MB' \parallel (AHC')$. (1)

Vì MH là đường trung bình của hình bình hành $ABB'A'$ suy ra MH song song và bằng BB' nên MH song song và bằng CC'

$\Rightarrow MHC'C$ là hình bình hành $\Rightarrow MC \parallel HC' \Rightarrow MC \parallel (AHC')$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $(B'MC) \parallel (AHC') \Rightarrow B'C \parallel (AHC')$.



Chọn đáp án **A** □

Câu 119. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .

B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong (β) .

C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.

D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Lời giải.

Đáp án B, C sai. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau thì có thể chéo nhau.

Đáp án D sai vì qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được vô số đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Chọn đáp án **A** □

Câu 120. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BD, AB, CD, AD, BC . Bốn điểm nào sau đây không đồng phẳng?

A. P, Q, R, S .

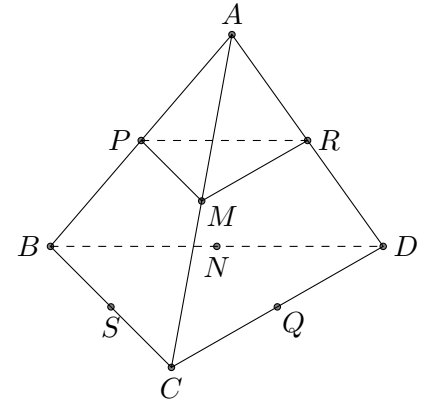
B. M, P, R, S .

C. M, R, S, N .

D. M, N, P, Q .

Lời giải.

Dễ thấy $(MPR) \parallel (BCD)$, mà $S \in (BCD) \Leftrightarrow S \notin (MPR)$.
 Vậy M, P, R, S không đồng phẳng.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 121. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$.
 B. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\beta)$ thì $a \parallel b$.
 C. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$ thì $a \parallel (\beta)$.
 D. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

Câu 122. Trong không gian, cho hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa (α) và (β) ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Trong không gian hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) có hai vị trí tương đối là: cắt nhau hay song song.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 123. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$ là

- A. Tam giác cân tại M . B. Tam giác đều. C. Hình bình hành. D. Hình thoi.

Lời giải.

Gọi N, P lần lượt nằm trên các cạnh SA, AC sao cho $\begin{cases} MN \parallel SI \\ MP \parallel IC \end{cases}$.

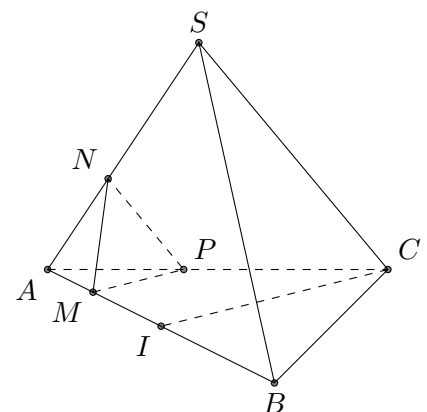
$\Leftrightarrow (MPN) \parallel (SIC) \Leftrightarrow (MNP) \equiv (\alpha)$.

Vậy thiết diện là tam giác MNP .

Tứ diện $SABC$ đều nên tam giác SIC cân tại I .

Ngoài ra ta có $\frac{AM}{AI} = \frac{MP}{IP} = \frac{MN}{MP} \Leftrightarrow MN = MP$.

Suy ra tam giác MNP cân tại M .



Chọn đáp án **(A)**

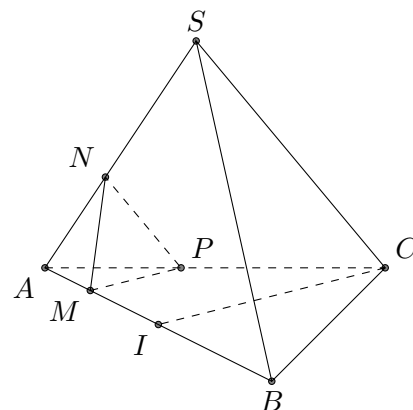
□

Câu 124. Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh bằng a . Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Tính chu vi của thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$, biết $AM = x$.

- A. $x(1 + \sqrt{3})$. B. $2x(1 + \sqrt{3})$. C. $3x(1 + \sqrt{3})$. D. Không tính được.

Lời giải.

Để ý hai tam giác MNP và SIC đồng dạng với tỉ số $\frac{AM}{AI} = \frac{2x}{a} \Rightarrow \frac{C_{MNP}}{C_{SIC}} = \frac{2x}{a} \Leftrightarrow C_{MNP} = \frac{2x}{a} (SI + IC + SC) = \frac{2x}{a} \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} + \frac{a\sqrt{3}}{2} + a \right) = 2x(\sqrt{3} + 1).$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 125. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi Bx, Cy, Dz là các đường thẳng song song với nhau lần lượt đi qua B, C, D và nằm về một phía của mặt phẳng $(ABCD)$ đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A cắt Bx, Cy, Dz lần lượt tại B', C', D' với $BB' = 2, DD' = 4$. Khi đó độ dài CC' bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

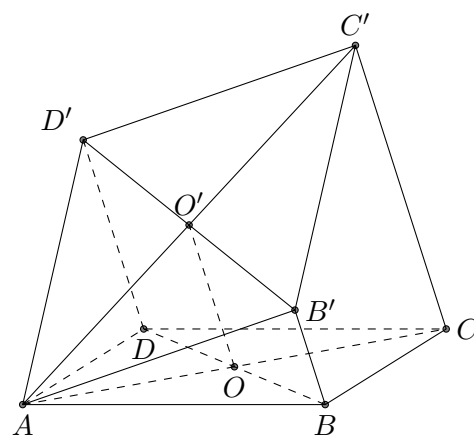
D. 6.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Dựng đường thẳng qua O song song BB' và cắt $B'D'$ tại O' .

Theo cách dựng trên, ta có OO' là đường trung bình của hình thang $BB'D'D \Leftrightarrow OO' = \frac{BB' + DD'}{2} = 3$.

Ngoài ra ta có OO' là đường trung bình của tam giác $ACC' \Leftrightarrow CC' = 2OO' = 6$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 126. Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC) . Thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Hình tam giác.

B. Hình bình hành.

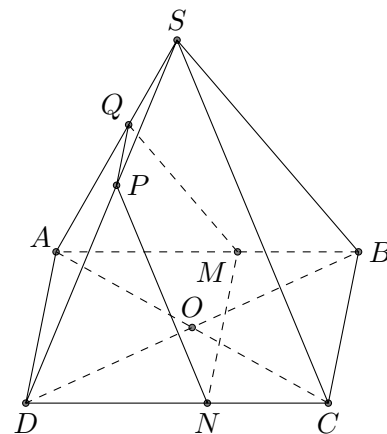
C. Hình thang.

D. Hình vuông.

Lời giải.

Lần lượt lấy các điểm N, P, Q thuộc các cạnh CD, SD, SA thỏa $MN \parallel BC, NP \parallel SC, PQ \parallel AD$.

Suy ra $(\alpha) \equiv (MNPQ)$ và $(\alpha) \parallel (SBC)$. Theo cách dựng trên thì thiết diện là hình thang.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 127. Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC) . Gọi N, P, Q lần lượt là giao của mặt phẳng (α) với các đường thẳng CD, SD, SA . Tập hợp các giao điểm I của hai đường thẳng MQ và NP là

A. Đường thẳng song song với AB .

B. Nửa đường thẳng.

C. Đoạn thẳng song song với AB .

D. Tập hợp rỗng.

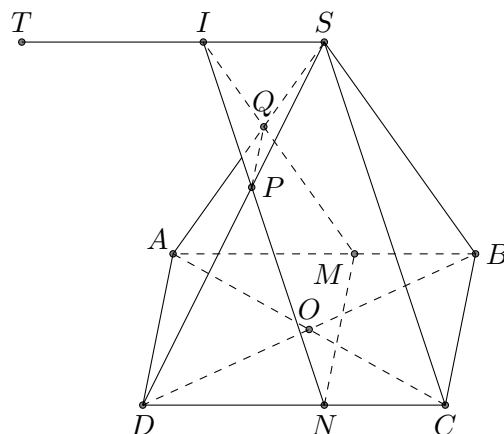
Lời giải.

Lần lượt lấy các điểm N, P, Q thuộc các cạnh CD, SD, SA thỏa $MN \parallel BC, NP \parallel SC, PQ \parallel AD$. Suy ra $(\alpha) \equiv (MNPQ)$ và $(\alpha) \parallel (SBC)$.

Vì $I = MQ \cap NP \Leftrightarrow \begin{cases} I, S \in (SCD) \\ I, S \in (SAB) \end{cases} \Leftrightarrow I$ nằm trên đường

thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Khi $\begin{cases} M \equiv B \Rightarrow I \equiv S \\ M \equiv A \Rightarrow I \equiv T \end{cases}$ với T là điểm thỏa mãn tứ giác $ABST$ là hình bình hành.



Vậy quỹ tích cần tìm là đoạn thẳng song song với AB .

Chọn đáp án **C**

□

ĐÁP ÁN

1. C	2. D	3. A	4. B	5. B	6. D	7. D	8. C	9. D	10. D
11. B	12. D	13. A	14. A	15. B	16. C	17. C	18. C	19. C	20. C
21. A	22. A	23. D	24. D	25. B	26. C	27. C	28. B	29. B	30. B
31. A	32. D	33. B	34. B	35. C	36. B	37. D	38. B	39. C	40. D
41. A	42. A	43. D	44. C	45. C	46. A	47. A	48. B	49. B	50. C
51. A	52. D	53. C	54. C	55. C	56. B	57. C	58. B	59. B	60. B
61. D	62. A	63. A	64. B	65. D	66. B	67. A	68. B	69. B	70. A
71. D	72. A	73. D	74. B	75. B	76. C	77. B	78. D	79. B	80. C
81. C	82. A	83. B	84. B	85. C	86. C	87. B	88. D	89. C	90. D
91. A	92. B	93. B	94. D	95. D	96. C	97. D	98. D	99. B	100. D
101. C	102. C	103. C	104. C	105. C	106. A	107. D	108. D	109. B	110. C
111. C	112. B	113. B	114. B	115. A	116. A	117. B	118. A	119. A	120. B
121. C	122. B	123. A	124. B	125. D	126. C	127. C			

BÀI 4. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

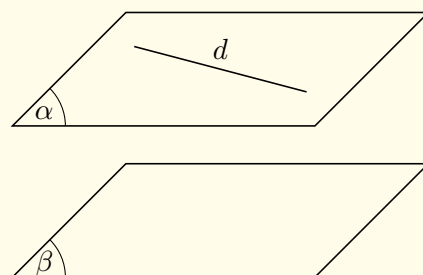
A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1 ĐỊNH NGHĨA

Định nghĩa 1. Hai mặt phẳng (α) và (β) gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung, kí hiệu $(\alpha) \parallel (\beta)$.

Hệ quả 1.

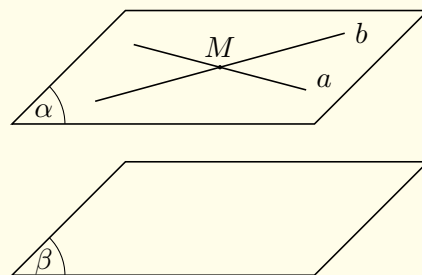
Cho hai mặt phẳng song song (α) và (β) . Nếu đường thẳng d nằm trong (α) thì $d \parallel (\beta)$.



2 TÍNH CHẤT

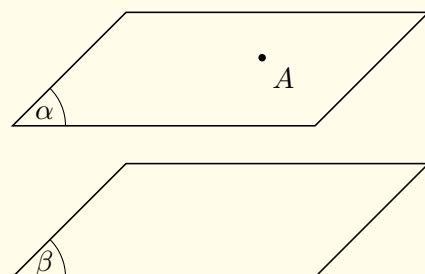
Định lý 1.

Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng song song với mặt phẳng (β) thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.



Định lý 2.

Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước, có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.



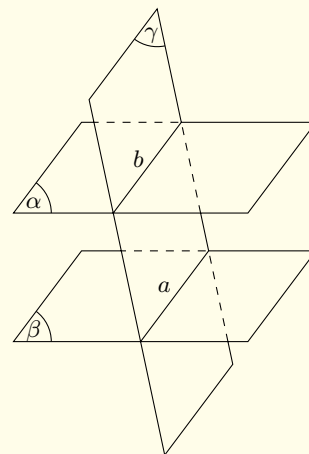
Hệ quả 2. Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) thì qua d có duy nhất một mặt phẳng song song với (α) .

Hệ quả 3. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

Hệ quả 4. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) . Mọi đường thẳng đi qua A và song song với (α) đều nằm trong mặt phẳng qua A và song song với (α) .

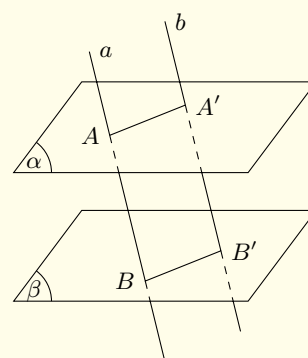
Định lý 3.

Cho hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.



Hệ quả 5.

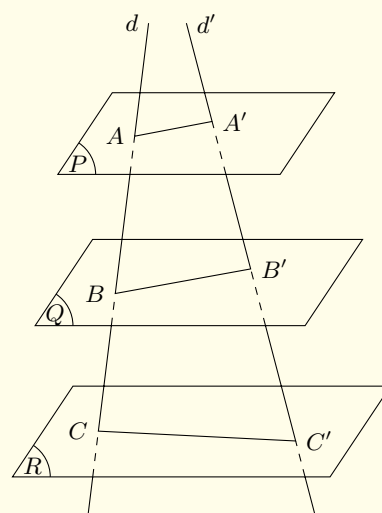
Hai mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến song song những đoạn thẳng bằng nhau.



3 ĐỊNH LÝ TA-LÉT (THALÈS)

Định lý 4.

Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kỳ những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

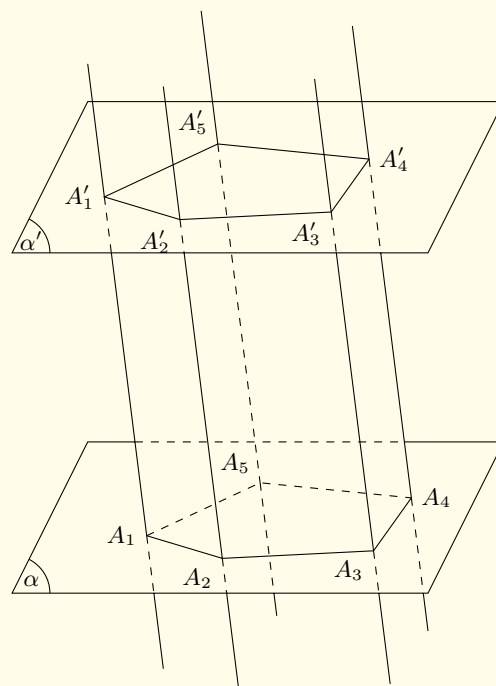


⚠ Nếu hai cát tuyến d và d' cắt 3 mặt phẳng song song $(P) \parallel (Q) \parallel (R)$ lần lượt tại các giao điểm A, B, C và A', B', C' thì $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$.

4 HÌNH LĂNG TRỤ VÀ HÌNH HỘP

Định nghĩa 2.

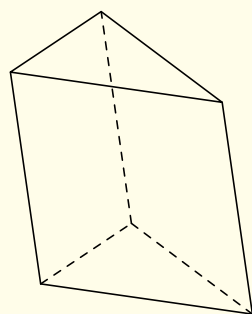
Cho hai mặt phẳng $(\alpha) \parallel (\alpha')$. Trong (α) cho đa giác lồi $A_1A_2 \dots A_n$. Qua các điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$ ta dựng các đường song song với nhau và cắt (α') tại $A'_1, A'_2, \dots, A'_n$. Hình tạo thành bởi hai đa giác $A_1A_2 \dots A_n, A'_1A'_2 \dots A'_n$ cùng với các hình bình hành $A_1A_2A'_2A'_1, A_2A_3A'_3A'_2, \dots, A_nA_1A'_1A'_n$ được gọi là *hình lăng trụ* và được ký hiệu bởi $A_1A_2 \dots A_n.A'_1A'_2 \dots A'_n$.



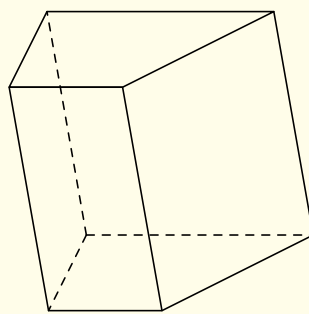
- Hai đa giác $A_1A_2 \dots A_n, A'_1A'_2 \dots A'_n$ được gọi là hai *mặt đáy* (bằng nhau) của hình lăng trụ.
- Các đoạn thẳng $A_1A'_1, A_2A'_2, \dots, A_nA'_n$ gọi là các *cạnh bên* của hình lăng trụ.
- Các hình bình hành $A_1A_2A'_2A'_1, A_2A_3A'_3A'_2, \dots, A_nA_1A'_1A'_n$ gọi là các *mặt bên* của hình lăng trụ.
- Các đỉnh của hai đa giác đáy gọi là các *đỉnh* của hình lăng trụ.

Tính chất 1.

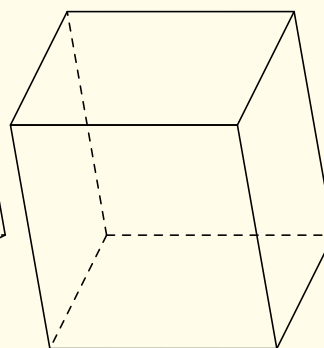
- Các cạnh bên của hình lăng trụ thì song song và bằng nhau.
- Các mặt bên của hình lăng trụ đều là hình bình hành.
- Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau.
- Người ta gọi tên hình lăng trụ theo đáy của nó như sau:



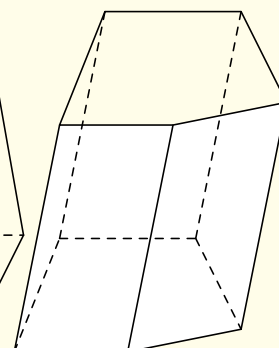
Lăng trụ tam giác



Lăng trụ tứ giác



Hình hộp



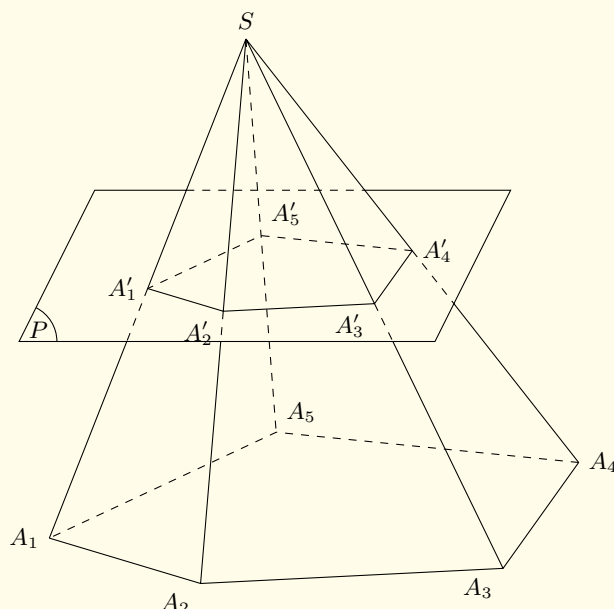
Lăng trụ ngũ giác

- Hình lăng trụ có đáy là tam giác gọi là *hình lăng trụ tam giác*.
- Hình lăng trụ có đáy là hình bình hành gọi là *hình hộp*.

5 HÌNH CHÓP CỤT

Định nghĩa 3. Cho hình chóp $S.A_1A_2 \dots A_n$. Một mặt phẳng (P) song song với mặt đáy của hình chóp và không đi qua đỉnh lần lượt cắt các cạnh $SA_1, SA_2, \dots, SA_n$ tại $A'_1, A'_2, \dots, A'_n$. Hình tạo thành bởi hai đa giác $A'_1A'_2 \dots A'_n, A_1A_2 \dots A_n$ và các tứ giác $A_1A_2A'_2A'_1, A_2A_3A'_3A'_2, \dots, A_nA_1A'_1A'_n$ gọi là *hình chóp cắt*.

- Đáy $A_1A_2 \dots A_n$ của hình chóp gọi là đáy lớn của hình chóp cắt.
- Thiết diện $A'_1A'_2 \dots A'_n$ của hình chóp và (P) gọi là đáy nhỏ của hình chóp cắt.
- Ta gọi tên hình chóp cắt theo đa giác đáy của nó (chóp cắt tam giác, tứ giác, ...).

**Tính chất 2.**

- Hai đáy của hình chóp cắt là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song và tỉ lệ giữa các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.
- Các mặt bên là hình thang.
- Các đường thẳng chứa các cạnh bên đồng quy tại 1 điểm.

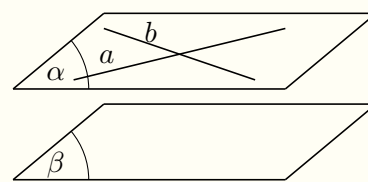
B CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. Chứng minh hai mặt phẳng song song****Phương pháp giải:**

Để chứng minh hai mặt phẳng song song, ta chứng minh:

— **Phương pháp 1.**

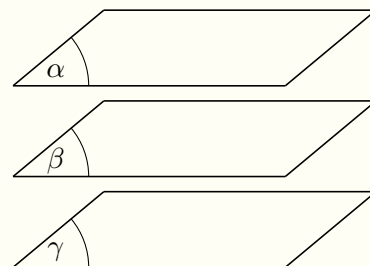
Trên mặt phẳng này có hai đường thẳng cắt nhau cùng song song với mặt phẳng còn lại.

$$\begin{cases} a \subset (\alpha), b \subset (\alpha) \\ a \cap b = M \\ a \parallel (\beta), b \parallel (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta).$$

— **Phương pháp 2.**

Hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ 3.

$$\begin{cases} (\alpha) \neq (\beta) \\ (\alpha) \parallel (\gamma), (\beta) \parallel (\gamma) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta).$$

**1 CÁC VÍ DỤ MINH HỌA**

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD . Chứng minh $(OMN) \parallel (SBC)$.

Lời giải.

Ta có M, O lần lượt là trung điểm của SA, AC nên OM là đường trung bình của tam giác SAC ứng với cạnh SC , do đó $OM \parallel SC$.

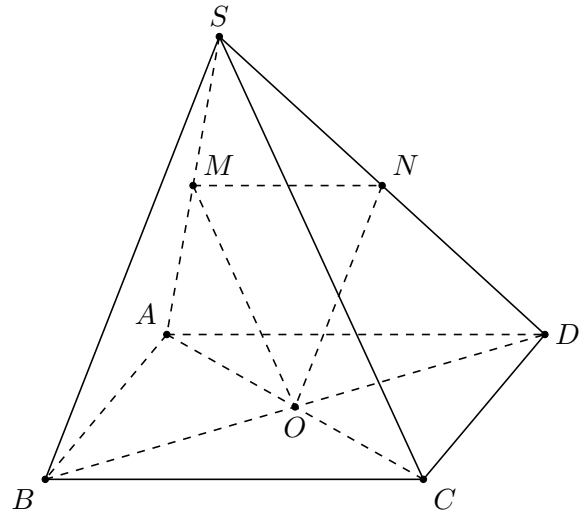
$$\text{Vậy } \begin{cases} OM \parallel SC \\ SC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow OM \parallel (SBC) \quad (1)$$

Tương tự, ta có N, O lần lượt là trung điểm của SD, BD nên NO là đường trung bình của tam giác SBD ứng với cạnh SB do đó $ON \parallel SB$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} ON \parallel SB \\ SB \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow ON \parallel (SBC) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có

$$\begin{cases} OM \parallel (SBC) \\ ON \parallel (SBC) \\ OM \cap ON = O \end{cases} \Rightarrow (OMN) \parallel (SBC).$$



□

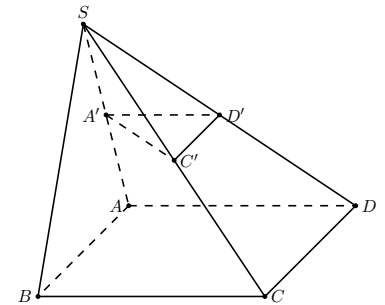
Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Chứng minh rằng $(A'C'D') \parallel (ABCD)$.

Lời giải.

Để chứng minh hai mặt phẳng song song, ta sẽ tìm trên mặt phẳng này 2 đường thẳng cắt nhau và cùng song song với mặt phẳng còn lại.

Để thấy

$$\begin{cases} A'C' \parallel AC \\ A'D' \parallel AD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A'C' \parallel (ABCD) \\ A'D' \parallel (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (A'C'D') \parallel (ABCD).$$



□

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD .

Chứng minh hai mặt phẳng (MNO) và (SBC) song song.

Lời giải.

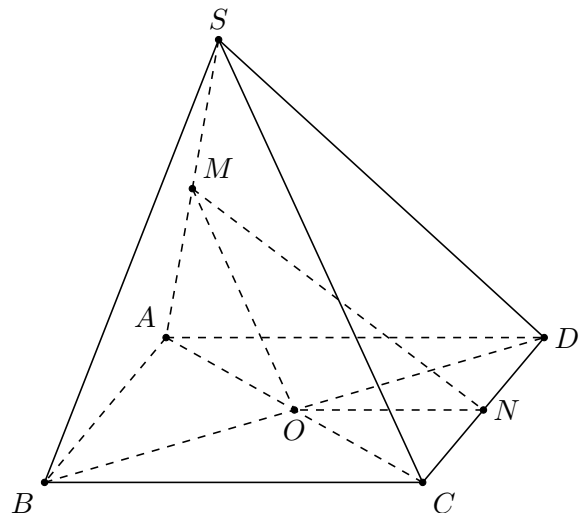
Ta có M là trung điểm SA , O là trung điểm AC

$\Rightarrow MO$ là đường trung bình $\triangle SAC$

$\Rightarrow MO \parallel SC$.

Tương tự $ON \parallel BC$.

Do đó $(OMN) \parallel (SBC)$.



□

Dạng 2. Tìm giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (β) biết (α) qua điểm A ; song song với mặt phẳng (γ)

Phương pháp giải:

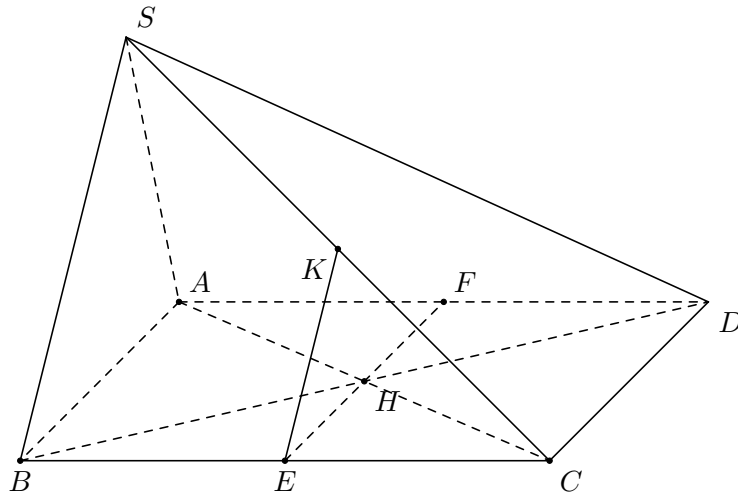
$$\text{Sử dụng tính chất } \begin{cases} (\alpha) \parallel (\beta) \\ (\gamma) \cap (\alpha) = a \Rightarrow a \parallel b \\ (\gamma) \cap (\beta) = b \end{cases}$$

1 CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm H . Mặt phẳng (P) đi qua H và song song với (SAB) . Tìm giao tuyến của

- ① Mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(ABCD)$.
- ② Mặt phẳng (P) và mặt phẳng (SBC) .

🔗 **Lời giải.**



- ① Giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(ABCD)$.

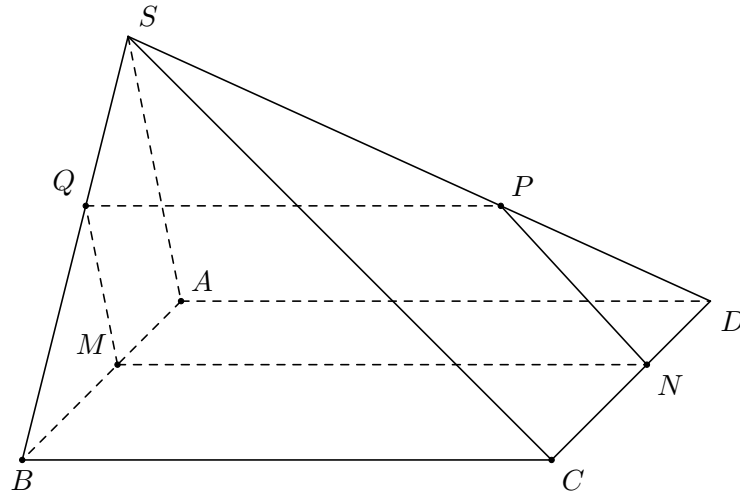
$$\begin{cases} (P) \parallel (SAB) \\ (ABCD) \cap (SAB) = AB \Leftrightarrow (P) \cap (ABCD) = EF \text{ với } \begin{cases} EF \text{ qua } H \\ EF \parallel AB \\ E \in BC, F \in AD \end{cases} \\ (P) \cap (ABCD) = H \end{cases}$$
- ② Giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (SBC) .

$$\begin{cases} (P) \parallel (SAB) \\ (SBC) \cap (SAB) = SB \Leftrightarrow (P) \cap (SBC) = EK \text{ với } \begin{cases} EK \cap SC = K \\ EK \parallel SB \end{cases} \\ (P) \cap (SBC) = E \end{cases}$$

□

Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm bất kỳ trên AB . Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với (SBC) . Tìm giao tuyến của (α) với cắt mặt của hình chóp.

🔗 **Lời giải.**



Ta có:

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (SBC) \\ (SBC) \cap (ABCD) = BC \Leftrightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = MN \text{ với } \begin{cases} MN \cap CD = N \\ MN \parallel BC \end{cases} \\ (\alpha) \cap (ABCD) = M \end{cases}$$

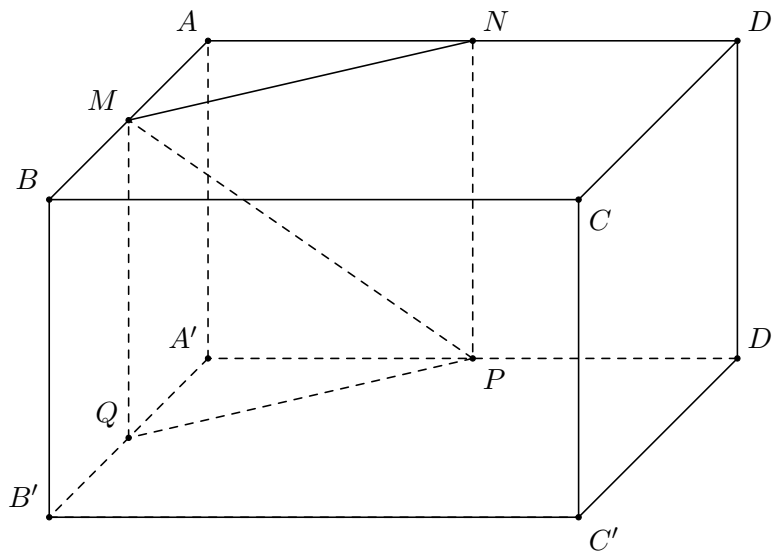
$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (SBC) \\ (SBC) \cap (SCD) = SC \Leftrightarrow (\alpha) \cap (SCD) = NP \text{ với } \begin{cases} NP \cap SD = P \\ NP \parallel SC \end{cases} \\ (\alpha) \cap (SCD) = N \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (SBC) \\ (SBC) \cap (SAB) = SB \Leftrightarrow (\alpha) \cap (SAB) = MQ \text{ với } \begin{cases} MQ \cap SA = Q \\ MQ \parallel BC \end{cases} \\ (\alpha) \cap (SAB) = M \end{cases}$$

Suy ra, $(P) \cap (SAD) = PQ$. □

Ví dụ 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, AD, A'D'$. Xác định giao tuyến của (MNP) và các mặt $(A'B'C'D')$, $(AA'B'B)$.

Lời giải.



Ta có:

M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, AD, A'D'$.

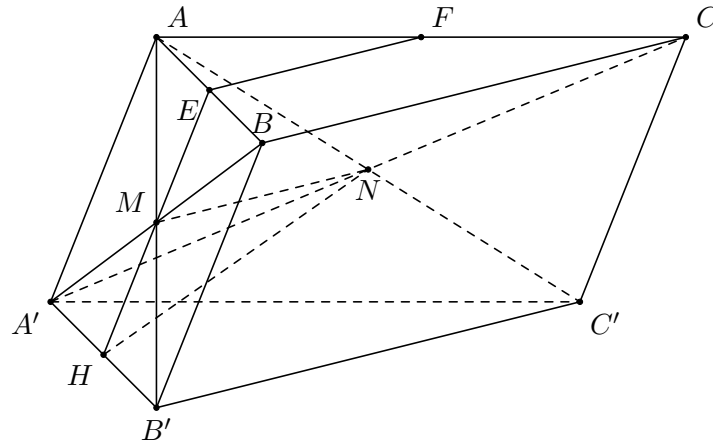
$$\text{Suy ra } \begin{cases} MN \parallel BD \parallel B'D' \\ NP \parallel AA' \parallel DD' \end{cases} \Rightarrow (MNP) \parallel (BDD'B').$$

Khi đó $\begin{cases} (MNP) \parallel (BDD'B') \\ (BDD'B') \cap (A'B'C'D') = B'D' \Leftrightarrow (MNP) \cap (A'B'C'D') = PQ \text{ với } \begin{cases} PQ \cap A'B' = Q \\ PQ \parallel B'D' \end{cases} \\ (MNP) \cap (A'B'C'D) = P \end{cases}$

Suy ra $(MNP) \cap (ABB'A') = MQ$. □

Ví dụ 4. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Xác định giao tuyến của mặt phẳng (H, d) và mặt phẳng (ABC) trong đó H là trung điểm $A'B'$, d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(AB'C')$ và mặt phẳng $(A'BC)$.

Lời giải.



Ta có $AB' \cap A'B = M$, $AC' \cap A'C = N$. Khi đó $(AB'C') \cap (A'BC) = MN = d$.

Vậy $(H, d) = (HMN)$.

Ta có

$$\begin{cases} HM \parallel BB' \\ MN \parallel B'C' \end{cases} \Rightarrow (HMN) \parallel (BB'C'C).$$

Kẻ HM cắt AB tại E . Khi đó:

$$\begin{cases} (HMN) \parallel (BB'C'C) \\ (BB'C'C) \cap (ABC) = BC \Leftrightarrow (HMN) \cap (ABC) = EF \text{ với } \begin{cases} EF \cap AC = F \\ EF \parallel B'C' \parallel BC \end{cases} \\ (HMN) \cap (ABC) = E \end{cases}$$
□

Dạng 3. Xác định thiết diện cắt bởi mặt phẳng song song với một mặt phẳng cho trước

Phương pháp giải:

Trong không gian cho hình chóp hoặc lăng trụ S . Xác định thiết diện của chóp cắt bởi mặt phẳng (α) đi qua điểm I cho trước và song song với một mặt phẳng (β) cho trước.

Ta đi xác định đường thẳng $d \subset (\beta)$.

Vì $(\alpha) \parallel (\beta)$ nên $(\alpha) \parallel d$. Do đó (α) giao với mặt phẳng chứa d theo giao tuyến $a \parallel d$.

Suy ra $(\alpha) = (I, a)$

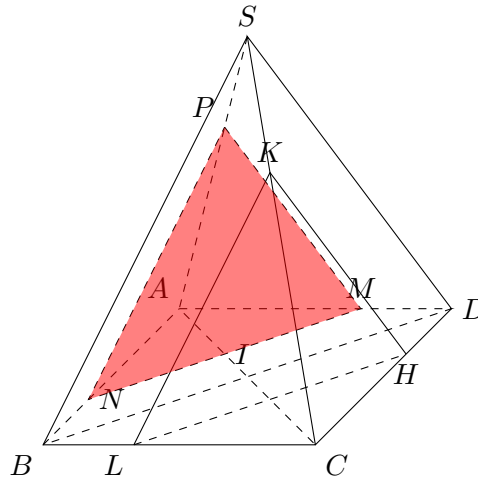
Ta tìm các đoạn giao tuyến của mặt phẳng (I, a) với các mặt của chóp hoặc lăng trụ S .

1 CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O có $AC = a$, $BD = b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) di động song song với mặt phẳng (SBD) và đi qua điểm I trên đoạn AC .

- ① Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α) .
- ② Tính diện tích thiết diện theo a, b và $x = AI$.

Lời giải.



- ① Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α) .

TH1: $I \in OA$. Ta có

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (SBD) \\ (ABD) \cap (SBD) = BD \Rightarrow (\alpha) \cap (ABD) = MN \\ I \in (\alpha) \cap (ABD) \end{cases}$$

với MN qua I và $MN \parallel BD$.

Tương tự (α) cắt (SAB) theo đoạn giao tuyến MP song song với SB , cắt (SAD) theo đoạn giao tuyến $NP \parallel SD$.

Thiết diện là tam giác đều MNP (vì đồng dạng với tam giác đều SBD)

TH2: $I \in OC$. Ta có thiết diện là tam giác đều HKL có các cạnh tương ứng song song với cạnh tam giác SBD .

TH3: $I = O$, thiết diện là tam giác SBD

- ② Tính diện tích thiết diện theo a, b và $x = AI$.

Ta có $S_{\triangle BCD} = \frac{b^2\sqrt{3}}{4}$.

TH1: $I \in OA \Leftrightarrow 0 < x < \frac{a}{2}$

$\frac{S_{\triangle MNP}}{S_{\triangle BCD}} = \left(\frac{MN}{BD}\right)^2$. Do $MN \parallel BD$, ta có $\frac{MN}{BD} = \frac{AI}{AO} = \frac{2x}{a}$.

Suy ra $S_{\triangle MNP} = \frac{b^2x^2\sqrt{3}}{a^2}$

TH2: $I \in OC \Leftrightarrow \frac{a}{2} < x < a$

$\frac{S_{\triangle HKL}}{S_{\triangle BCD}} = \left(\frac{HL}{BD}\right)^2$. Do $HL \parallel BD$, ta có $\frac{HL}{BD} = \frac{CI}{CO} = \frac{2(a-x)}{a}$.

Suy ra $S_{\triangle MNP} = \frac{b^2(a-x)^2\sqrt{3}}{a^2}$

TH3: $I = O$, thiết diện là tam giác SBD có $S = \frac{b^2\sqrt{3}}{4}$

□

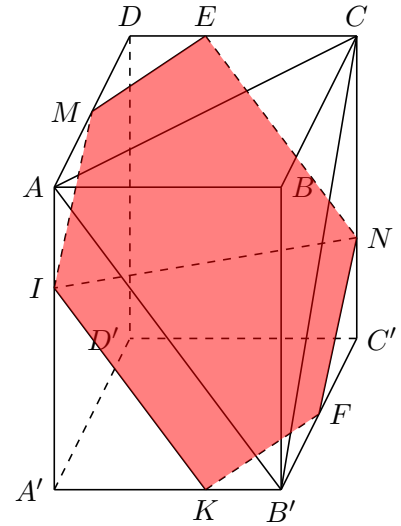
Ví dụ 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hai điểm M, N lần lượt nằm trên hai cạnh AD, CC' sao cho $\frac{AM}{MD} = \frac{CN}{NC'}$. Xác định thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng qua MN và song song với (ACB')

Lời giải.

Gọi I là điểm trên AA' sao cho $\frac{AI}{IA'} = \frac{AM}{MD}$ suy ra $IM \parallel A'D$ suy ra $IM \parallel CB'$

Ta lại có $\frac{AI}{IA'} = \frac{CN}{NC'}$ suy ra $IN \parallel AC$ suy ra $(MNI) \parallel (ACB')$, do đó $MN \parallel (ACB')$

Qua M kẻ $ME \parallel AC$; qua N kẻ $NF \parallel B'C'$, qua F kẻ $FK \parallel A'C'$. Đa giác $MENFKI$ là thiết diện cần tìm.

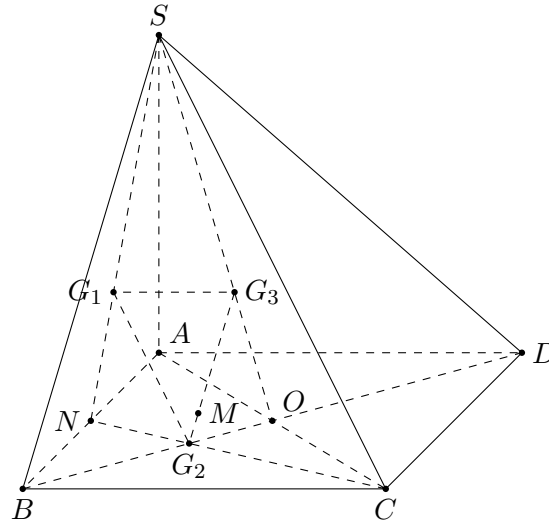


□

© BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, ABC, SBD . Gọi M là một điểm thuộc đường thẳng G_2G_3 . Chứng minh $G_1M \parallel (SBC)$.

[🔗Lời giải.](#)



Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$ và N là trung điểm AB , suy ra $G_1 \in SN, G_2 \in CM, G_3 \in SO$.

Do G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác SAB, ABC nên ta có:

$$\begin{cases} \frac{NG_1}{MS} = \frac{1}{3} \\ \frac{NG_2}{MC} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$\Rightarrow G_1G_2 \parallel SC$ (Định lý Ta-lét trong $\triangle NSC$)

$\Rightarrow G_1G_2 \parallel (SBC)$.

Do G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, SBD nên ta có:

$$\begin{cases} \frac{OG_2}{OB} = \frac{1}{3} \\ \frac{OG_3}{OS} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$\Rightarrow G_2G_3 \parallel SB$ (Định lý Ta-lét trong $\triangle SOB$).

$\Rightarrow G_2G_3 \parallel (SBC)$.

Ta đã có: $\begin{cases} G_1G_2 \parallel (SBC) \\ G_2G_3 \parallel (SBC) \end{cases} \Rightarrow (G_1G_2G_3) \parallel (SBC)$

Mà $G_1M \subset (G_1G_2G_3) \Rightarrow G_1M \parallel (SBC)$.

□

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD .

- ① Chứng minh hai mặt phẳng (OMN) và (SBC) song song với nhau.
- ② Gọi I là trung điểm của SD , J là một điểm trên $(ABCD)$ và cách đều AB, CD . Chứng minh IJ song song với (SAB) .
- ③ Giả sử hai tam giác SAD, ABC cân tại A . Gọi AE và AF lần lượt là các đường phân giác trong của tam giác ACD và SAB . Chứng minh EF song song với (SAD) .

🔗 **Lời giải.**

- ① Chứng minh $(OMN) \parallel (SBC)$.

Do ON, OM theo thứ tự là đường trung bình của các tam giác BCD và SAC nên $OM \parallel BC, ON \parallel SC$.

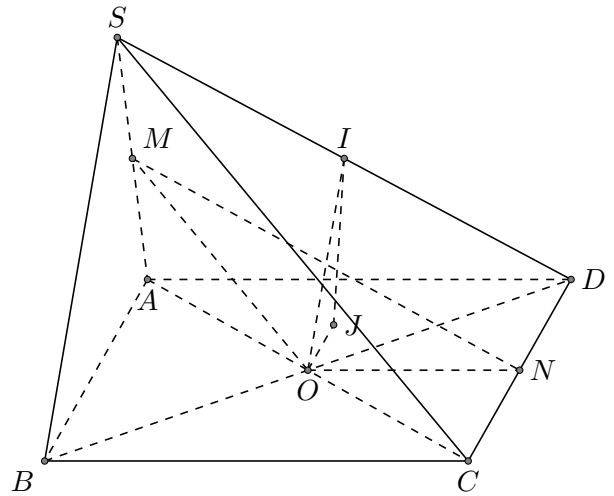
Hơn nữa, ON, OM không chứa trong (SBC) . Do đó $ON \parallel (SBC), OM \parallel (SBC)$.

Mặt khác, $OM \cap ON = O$ nên $(OMN) \parallel (SBC)$.

- ② Chứng minh $IJ \parallel (SAB)$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, O và J cách đều hai đường thẳng song song AB và CD nên $OJ \parallel AB \parallel CD$.

Hơn nữa, OJ không chứa trong (SAB) . Do đó, $OJ \parallel (SAB)$.



Mặt khác, OI là đường trung bình trong tam giác SBD nên $OI \parallel SB$. Do đó, $OJ \parallel (SAB)$.

Mặt phẳng (OIJ) chứa hai đường thẳng cắt nhau và cùng song song với (SAB) nên $(OIJ) \parallel (SAB)$.

Hơn nữa, $IJ \subset (OIJ)$. Vì vậy, $IJ \parallel (SAB)$.

- ③ Chứng minh $EF \parallel (SAD)$. Theo tính chất đường phân giác ta có

$$\frac{\overline{ES}}{\overline{EB}} = -\frac{AS}{AB} \text{ và } \frac{\overline{FD}}{\overline{FC}} = -\frac{AD}{AC}. \quad (*)$$

Mặt khác, các tam giác SAD và ABC cân tại A nên

$$AS = AD \text{ và } AB = AC. \quad (**)$$

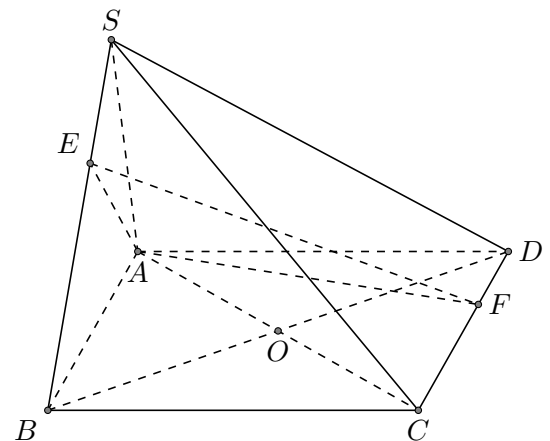
Từ $(*)$ và $(**)$ suy ra

$$\frac{\overline{ES}}{\overline{EB}} = \frac{\overline{FD}}{\overline{FC}}.$$

Suy ra EF, SD, BC cùng song song với một mặt phẳng.

Do $SD \subset (SAD), BC \parallel AD$ nên $BC \parallel (SAD)$.

Vậy $EF \parallel (SAD)$.



□

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang có $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$, I là giao điểm của AC và BD . Gọi M là trung điểm của SD , E là trung điểm đoạn CM và G là điểm đối xứng của E qua M , SE cắt CD tại K . Chứng minh $(IKE) \parallel (ADG)$.

🔗 **Lời giải.**

Do $CE = ME = MG$ nên

$$CE = \frac{1}{3}CG. \quad (1)$$

Mặt khác

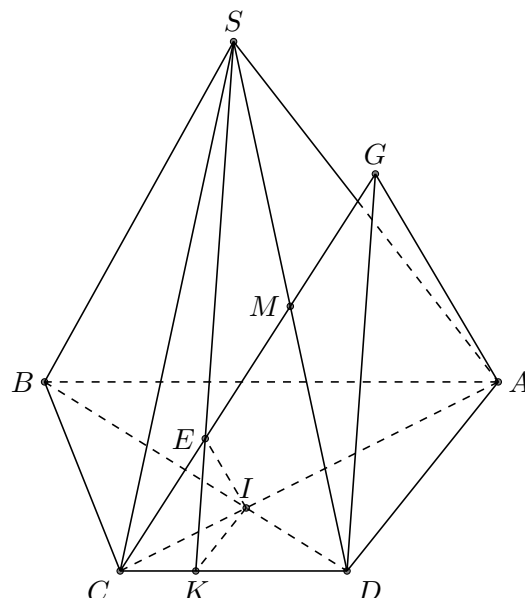
$$\begin{cases} \widehat{BAI} = \widehat{DCI}, & (\text{so le trong}), \\ \widehat{AIB} = \widehat{CID}, & (\text{đối đỉnh}). \end{cases}$$

Do đó $\triangle ABI \sim \triangle CDI$, (g-g). Khi đó

$$\frac{CI}{IA} = \frac{CD}{AB} = \frac{1}{2} \text{ hay } \frac{CI}{CA} = \frac{1}{3}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$EI \parallel GA. \quad (*)$$



□

Hơn nữa, tứ giác $SGDE$ có $SM = MD$ và $EM = MG$, nên tứ giác $SGDE$ là hình bình hành. Do đó

$$SE \parallel GD \text{ hay } EK \parallel GD. \quad (**)$$

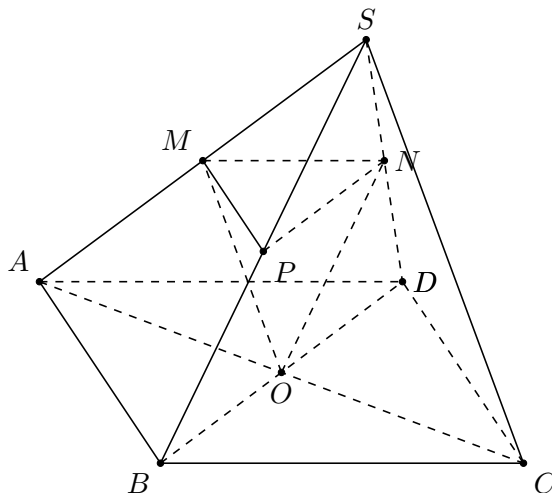
Từ (*) và (**) suy ra $(IEK) \parallel (ADG)$.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SD và SB .

① Chứng minh rằng $(MNP) \parallel (ABCD)$.

② Chứng minh rằng $(OMN) \parallel (SBC)$.

Lời giải.



① Chứng minh $(MNP) \parallel (ABCD)$.

Ta có

$$\begin{cases} MN \parallel AD, & (\text{do } MN \text{ là đường trung bình của } \triangle SAD) \\ AD \subset (ABCD). \end{cases}$$

Suy ra $MN \parallel (ABCD)$.

Ta lại có

$$\begin{cases} NP \parallel AB, & (\text{do } NP \text{ là đường trung bình của } \triangle SAB) \\ AB \subset (ABCD). \end{cases}$$

Suy ra $NP \parallel (ABCD)$.

Mặt khác, $MN, NP \subset (MNP)$.

Vậy $(MNP) \parallel (ABCD)$.

② Chứng minh $(OMN) \parallel (SBC)$.

Ta có $MN \parallel AD$, (MN là đường trung bình của $\triangle SAD$) và $AD \parallel BC$, (do $ABCD$ là hình bình hành) nên $MN \parallel BC$.

Mà $BC \subset (SBC)$ nên $MN \parallel (SBC)$.

Ta lại có $OM \parallel SC$, (do OM là đường trung bình của $\triangle SAC$).

Mà $SC \subset (SBC)$ nên $OM \parallel (SBC)$.

Mặt khác $(MN, OM \subset (OMN))$.

Vậy $(OMN) \parallel (SBC)$.

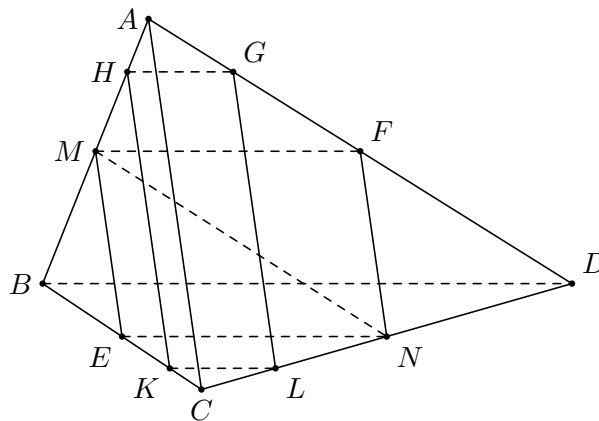
□

Bài 5. Cho tứ diện $ABCD$ gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh AB và CD , E là điểm chia BC theo tỉ số $\frac{BE}{EC} = \frac{2}{1}$. Trên đoạn thẳng AM lấy điểm H . Tìm giao tuyến của mặt phẳng (P) đi qua H và song song với mặt phẳng (MNE) . Tìm giao tuyến của

① Mặt phẳng (P) và mặt phẳng (BCD) .

② Mặt phẳng (P) và mặt phẳng (ABD) .

🔗 **Lời giải.**



① Giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (BCD) .

Ta có:

$$\begin{cases} (P) \parallel (MNE) \\ (MNE) \cap (ABC) = ME \Leftrightarrow (P) \cap (ABC) = HK \text{ với } \begin{cases} HK \cap BC = K \\ HK \parallel ME \end{cases} \\ (P) \cap (ABC) = H \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} (P) \parallel (MNE) \\ (MNE) \cap (BCD) = EN \Leftrightarrow (P) \cap (BCD) = KL \text{ với } \begin{cases} KL \cap CD = L \\ KL \parallel EN \end{cases} \\ (P) \cap (BCD) = K \end{cases}$$

② Giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (ABD) .

Ta có:

$$\begin{cases} EN \parallel BD \\ M \in (MNE) \cap (SBD) \Rightarrow (MNE) \cap (SBD) = MF \text{ với } \begin{cases} MF \cap AD = F \\ MF \parallel BD \end{cases} \end{cases}$$

Khi đó:

$$\begin{cases} (P) \parallel (MNE) \\ (MNE) \cap (ABD) = MF \Leftrightarrow (P) \cap (ABD) = HG \text{ với } \begin{cases} HG \cap AD = G \\ HG \parallel MF \end{cases} \\ (P) \cap (ABD) = H \end{cases}$$

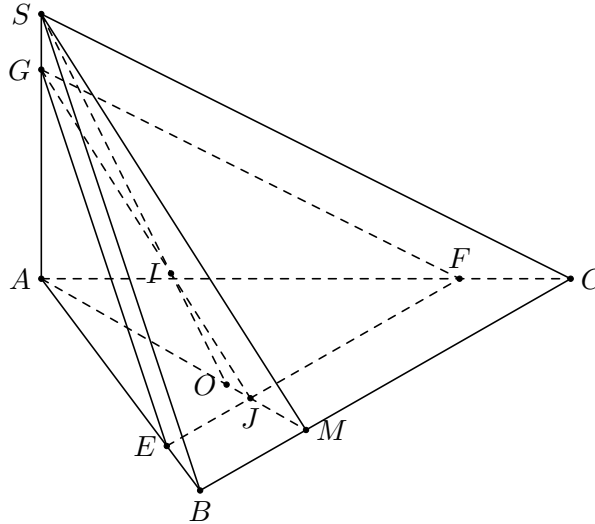
□

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABC$, lấy điểm O thuộc miền trong tam giác ABC , điểm I thuộc đoạn SO . Gọi (α) là mặt phẳng qua I và song song với (SBC) . Tìm giao tuyến của

① Mặt phẳng (α) và mặt phẳng (ABC) .

② Mặt phẳng (α) và mặt phẳng (SAC) .

🔗 **Lời giải.**



① Tìm giao tuyến của mặt phẳng (IEF) và mặt phẳng (ABC) .

Gọi $MF = AO \cap BC$.

Ta có:

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (SBC) \\ (SAM) \cap (SBC) = SM \Leftrightarrow (\alpha) \cap (SAM) = Ix \text{ với } \begin{cases} Ix \cap SA = G \\ Ix \cap AM = J \end{cases} \\ (\alpha) \cap (SAM) = I \end{cases} \quad Ix \parallel SM$$

Do đó,

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (SBC) \\ (ABC) \cap (SBC) = SM \Leftrightarrow (\alpha) \cap (ABC) = EF \text{ với } \begin{cases} EF \text{ qua } J \\ E \in AB, F \in AC \\ EF \parallel SM \end{cases} \\ (\alpha) \cap (ABC) = J \end{cases}$$

② Tìm giao tuyến của mặt phẳng (IEF) và mặt phẳng (SAC) .

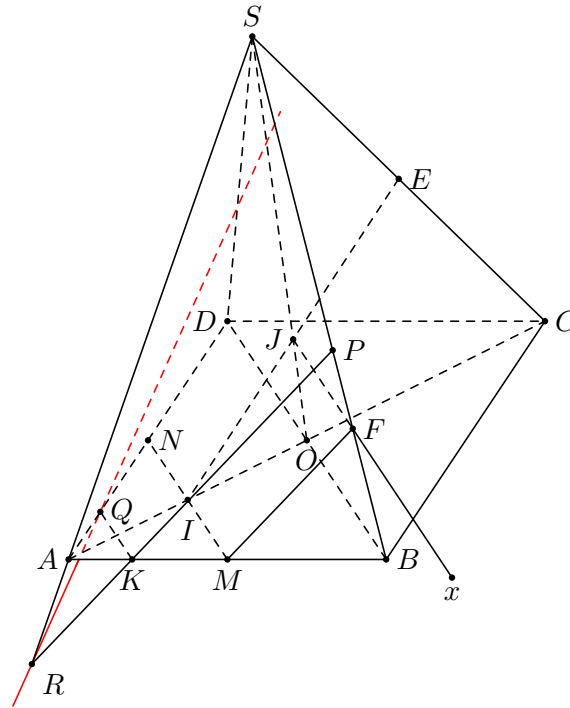
Ta có:

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (SBC) \\ (SAB) \cap (SBC) = SB \Leftrightarrow (\alpha) \cap (SAB) = EG \text{ với } \begin{cases} G \in SA \\ EG \parallel SB \end{cases} \\ (\alpha) \cap (SAB) = E \end{cases}$$

□

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC . Trên đoạn AM lấy điểm K . Mặt phẳng qua K song song với MNE cắt SB, AD lần lượt tại P, Q . Tìm giao tuyến của mặt phẳng (KPQ) và mặt phẳng (SAD) .

🔗 **Lời giải.**



Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Suy ra $(SBD) \cap (SAC) = SO$.

Gọi $I = MN \cap AC$; $J = AI \cap SO$.

$$\begin{cases} (MNE) \cap (SBD) = I \\ MN \parallel BD \\ MN \subset (MNE) \\ BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (MNE) \cap (SBD) = Jx \\ Jx \parallel BD \end{cases}.$$

Gọi $F = Jx \cap SB$, (α) là mặt phẳng qua K và song song với (MNE) .

$$\begin{cases} (\alpha) \cap (SAB) = K \\ (\alpha) \parallel (MNE) \\ (MNE) \cap (SAB) = MF \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SAB) = KP \parallel MF \text{ với } P \in SB.$$

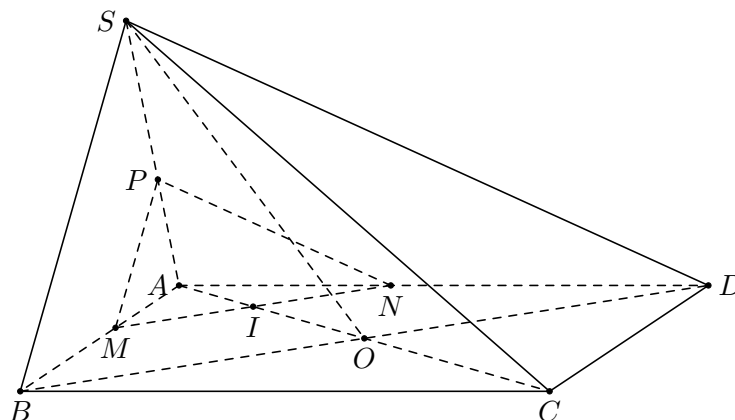
Tương tự ta có $(\alpha) \cap (ABCD) = KQ \parallel MN$ với $Q \in AD$.

Ta có: $KQ \cap SA = R \Rightarrow (KPQ) \cap (SAD) = QR$. □

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O có $AC = a$, $BD = b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (SBD) và qua điểm I trên đoạn AO .

- ① Tìm giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt phẳng (SAB) , (SAD) , $(ABCD)$.
- ② Tính diện tích hình phẳng được tạo bởi các giao tuyến đó.

Lời giải.



- ① Tìm giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt phẳng (SAB) , (SAD) , $(ABCD)$.
Ta có $I \in OA$ thì:

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (SBD) \\ (ABCD) \cap (SBD) = BD \Leftrightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = MN \text{ với } \begin{cases} MN \text{ qua } I \\ MN \parallel BD \end{cases} \text{ với } M \in AB, N \in AD. \\ I \in (\alpha) \cap (ABCD) \end{cases}$$

Tương tự α cắt SAB theo giao tuyến $MP \parallel SB$ và cắt (SAD) theo giao tuyến $NP \parallel SD$ với $P \in SA$.

- ② Tính diện tích hình phẳng được tạo bởi các giao tuyến đó.

Ta có tam giác MNP là tam giác đều vì đồng dạng với tam giác đều SBD .

$$\text{Ta có } S_{SBD} = \frac{BD^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{b^2 \sqrt{3}}{4} \quad I \in OA \Leftrightarrow 0 < x < \frac{a}{2}.$$

$$\text{Khi đó } \frac{S_{MNP}}{S_{BCD}} = \left(\frac{MN}{BD} \right)^2.$$

Do $MN \parallel BD$, ta có:

$$\frac{MN}{BD} = \frac{AI}{AO} = \frac{2x}{a} \Rightarrow S_{MNP} = \frac{b^2 \sqrt{3}}{4} \left(\frac{2x}{a} \right)^2 = \frac{b^2 x^2 \sqrt{3}}{a^2}.$$

□

Bài 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ có $AD \parallel BC, AD = 2BC$. Gọi E là trung điểm AD và O giao điểm của AC và BE ; I là một điểm di động trên cạnh AC khác A và C . Qua I vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBE) . Tìm thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$.

🔗 **Lời giải.**

HD: TH1: $I \in OA$, $(\alpha) \parallel (SBE)$ nên $(\alpha) \parallel BE$ và $(\alpha) \parallel SO$, suy ra (α) cắt (ABE) theo giao tuyến $MN \parallel BE$, MN qua I , và (α) cắt (SAC) theo giao tuyến $EI \parallel SO$, EI qua I . Thiết diện là tam giác EMN .

TH2: $I \in OC$, thiết diện là hình thang $HKLP$ ($HK \parallel LP \parallel BE \parallel CD$)

TH3: $I = O$ thiết diện là tam giác SBE .

□

Bài 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$; K là trung điểm $C'D'$; E là trung điểm của $B'O$. Xác định thiết diện của hình hộp khi cắt bởi mặt phẳng (P) qua điểm K và song song mặt phẳng $(EA'C')$.

🔗 **Lời giải.**

HD: Ta có $BOO'B'$ là hình bình hành, do đó $E = BO' \cap B'O$, suy ra $(EA'C') = (BA'C')$. Mặt phẳng (P) qua K song song với $BA'C'$. Từ K kẻ đường thẳng song song với $A'C'$ cắt $A'D', C'B', A'B'$ lần lượt tại M, N, P . Từ P kẻ đường thẳng song song $A'B$ cắt AA', AB, BB' lần lượt tại I, J, Q . Nối Q và N cắt BC tại S , cắt CC' tại R . Thiết diện là lục giác $KMIJSR$ có các cạnh đối song song với nhau.

□

Bài 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy lớn $AB = 3a$, $AD = CD = a$. Mặt bên (SAB) là tam giác cân đỉnh S với $SA = 2a$, gọi M là điểm thuộc cạnh AD . Mặt phẳng (α) đi qua M và song song với (SAB) . Xác định thiết diện của chóp với mặt phẳng (α) . Thiết diện là hình gì?

🔗 **Lời giải.**

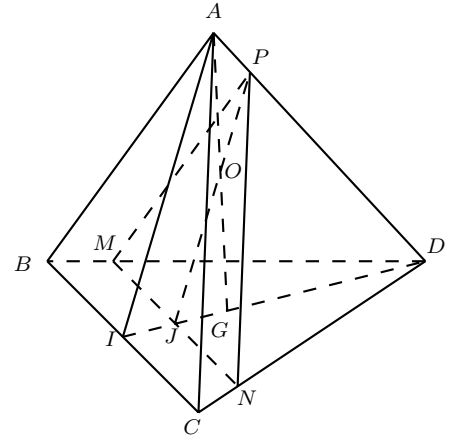
HD: Qua M kẻ $MN \parallel AB$, từ N kẻ $NP \parallel SB$, từ M kẻ $MQ \parallel SA$. Thiết diện là hình thang cân $MNPQ$.

□

Bài 12. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm của tam giác BCD . Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng AG . Thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng đi qua O và song song với mặt phẳng (ABC) là tam giác MNP . Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai tam giác MNP và ABC . Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

🔗 **Lời giải.**

HD: Ta có $MN = \frac{5}{6}BC$ nên $\frac{S_1}{S_2} = \frac{25}{36}$.



□

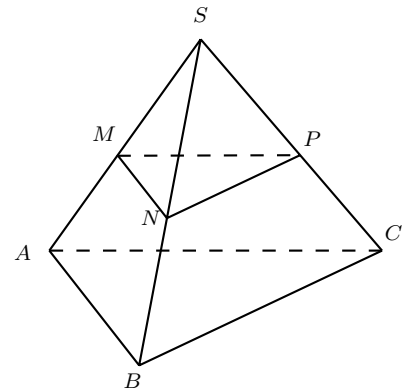
Bài 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có M là điểm di động trên cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = k$, với $0 < k < 1, k \in \mathbb{R}$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (ABC) . Tìm k để mặt phẳng (α) cắt cắt hình chóp theo một thiết diện có diện tích bằng nửa diện tích của tam giác ABC .

Lời giải.

Thiết diện là tam giác MNP .

Ta có: $\frac{S_{MNP}}{S_{ABC}} = \frac{MN}{AB} \frac{MP}{AC} = k^2 = \frac{1}{2}$.

Vậy $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



□

D CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
- B. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì cắt nhau.
- C. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.
- D. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có vô số mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.

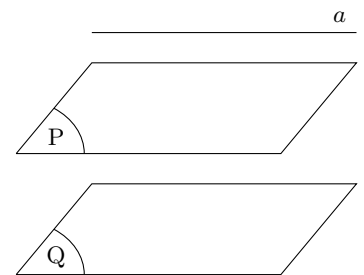
Lời giải.

Trong không gian, hai mặt phẳng có 3 vị trí tương đối: trùng nhau, cắt nhau, song song với nhau. Vì vậy, 2 mặt phẳng không cắt nhau thì có thể song song hoặc trùng nhau $\Rightarrow A$ là mệnh đề sai.

Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì chúng có thể song song với nhau (hình vẽ) $\Rightarrow B$ là mệnh đề sai.

Ta có: $a \parallel (P), a \parallel (Q)$ nhưng (P) và (Q) vẫn có thể song song với nhau.

Mệnh đề C là tính chất nên C đúng.



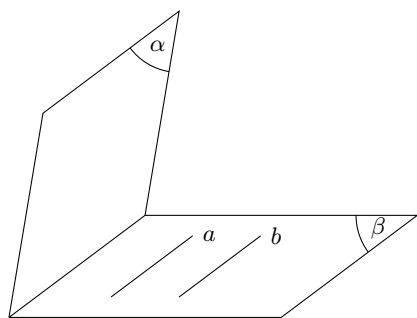
Chọn đáp án **C**

□

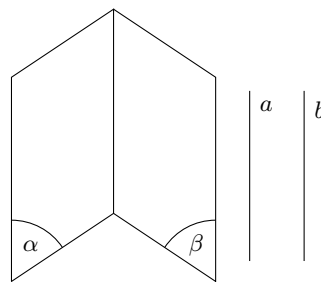
Câu 2. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận $mp(\alpha) \parallel mp(\beta)$?

- A. $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma)$ ((γ) là mặt phẳng nào đó).
- B. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β) .
- C. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β) .
- D. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng cắt nhau thuộc (β) .

Lời giải.



Hình 1.



Hình 2.

Trong trường hợp: $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma)$ ((γ) là mặt phẳng nào đó) thì (α) và (β) có thể trùng nhau $\Rightarrow$ Loại A.

$(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β) thì (α) và (β) vẫn có thể cắt nhau (hình 1) $\Rightarrow$ Loại B.

$(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β) thì (α) và (β) vẫn có thể cắt nhau (hình 2) $\Rightarrow$ Loại C.

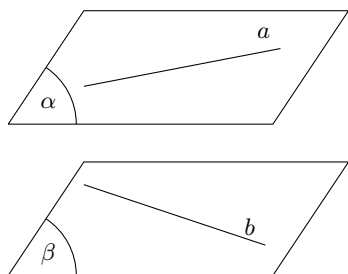
Chọn đáp án **D**

□

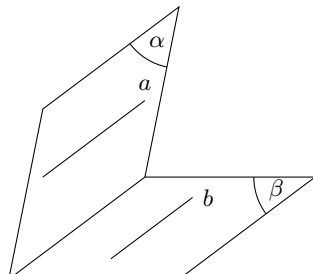
Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .
- B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) cũng song song với bất kì đường thẳng nào nằm trong (β) .
- C. Nếu hai đường thẳng phân biệt a và b song song lần lượt nằm trong hai mặt phẳng (α) và (β) phân biệt thì $a \parallel (\beta)$.
- D. Nếu đường thẳng d song song với $mp(\alpha)$ thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trong $mp(\alpha)$.

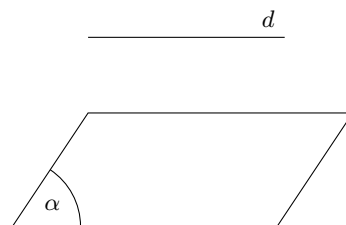
Lời giải.



Hình 1.



Hình 2.



Hình 3.

Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì hai đường thẳng bất kì lần lượt thuộc (α) và (β) có thể chéo nhau (Hình 1) $\Rightarrow$ Loại B. Nếu hai đường thẳng phân biệt a và b song song lần lượt nằm trong hai mặt phẳng (α) và (β) phân biệt thì hai mặt phẳng (α) và (β) có thể cắt nhau (Hình 2) $\Rightarrow$ Loại C. Nếu đường thẳng d song song với $mp(\alpha)$ thì nó có thể chéo nhau với một đường thẳng nào đó nằm trong (α) . (Hình 3).

Chọn đáp án **A**

□

Câu 4. Cho hai mặt phẳng song song (α) và (β) , đường thẳng $a \parallel (\alpha)$. Có mấy vị trí tương đối của a và (β) ?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

Lời giải.

Trong không gian, giữa đường thẳng và mặt phẳng có 3 vị trí tương đối: đường thẳng cắt mặt phẳng, đường thẳng song song với mặt phẳng, đường thẳng nằm trên mặt phẳng. $a \parallel (\alpha)$ mà $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a$ và (β) không thể cắt nhau. Vậy còn 2 vị trí tương đối.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 5. Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) . Hai điểm M, N lần lượt thay đổi trên (P) và (Q) . Gọi I là trung điểm của MN . Chọn khẳng định đúng.

- A. Tập hợp các điểm I là đường thẳng song song và cách đều (P) và (Q) .

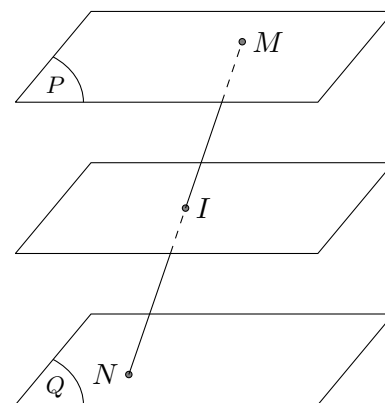
B. Tập hợp các điểm I là mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) .

C. Tập hợp các điểm I là một mặt phẳng cắt (P) .

D. Tập hợp các điểm I là một đường thẳng cắt (P) .

Lời giải.

Ta có: I là trung điểm của $MN \Rightarrow$ Khoảng cách từ I đến (P) bằng khoảng cách từ I đến $(Q) \Rightarrow$ Tập hợp các điểm I là mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 6. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) ?

A. $a \parallel b$ và $b \subset (P)$.

B. $a \parallel b$ và $b \parallel (P)$.

C. $a \parallel (Q)$ và $(Q) \parallel (P)$.

D. $a \subset (Q)$ và $b \subset (P)$.

Lời giải.

Ta có: $a \parallel b$ và $b \subset (P)$ suy ra $a \parallel (P)$ hoặc $a \subset (P) \Rightarrow$ Loại A. $a \parallel b$ và $b \parallel (P)$ suy ra $a \parallel (P)$ hoặc $a \subset (P) \Rightarrow$ Loại B. $a \parallel (Q)$ và $(Q) \parallel (P)$ suy ra $a \parallel (P)$ hoặc $a \subset (P) \Rightarrow$ Loại C.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 7. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$.

B. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì a và b chéo nhau.

C. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

D. Nếu $(\gamma) \cap (\alpha) = a$, $(\gamma) \cap (\beta) = b$ và $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel b$.

Lời giải.

Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$ hoặc a chéo $b \Rightarrow$ A, B sai. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$ hoặc (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến song song với a và b .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 8. Cho đường thẳng $a \subset (P)$ và đường thẳng $b \subset (Q)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$.

B. $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.

C. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$.

D. a và b chéo nhau.

Lời giải.

Với đường thẳng $a \subset (P)$ và đường thẳng $b \subset (Q)$.

Khi $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau $\Rightarrow$ A sai.

Khi $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$ hoặc $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến song song với a và $b \Rightarrow$ B sai.

a và b có thể chéo nhau, song song hoặc cắt nhau $\Rightarrow$ D sai.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 9. Hai đường thẳng a và b nằm trong $mp(\alpha)$. Hai đường thẳng a' và b' nằm trong $mp(\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

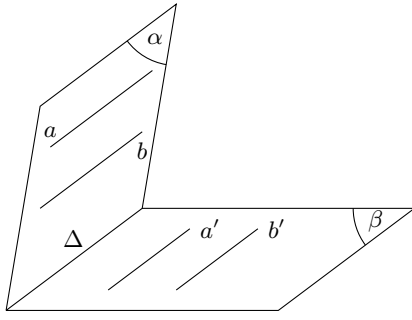
A. Nếu $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

B. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$.

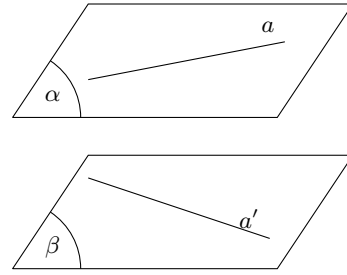
C. Nếu $a \parallel b$ và $a' \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

D. Nếu a cắt b và $a \parallel a'$, $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

Lời giải.



Hình 1.



Hình 2.

Nếu $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$ hoặc (α) cắt (β) (Hình 1) $\Rightarrow$ A sai. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel a'$ hoặc a, a' chéo nhau (Hình 2) $\Rightarrow$ B sai.

Nếu $a \parallel b$ và $a' \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$ hoặc (α) cắt CC' . (Hình 1) $\Rightarrow$ C sai.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 10. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ . Hai đường thẳng p và q lần lượt nằm trong (P) và (Q) . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. p và q cắt nhau.

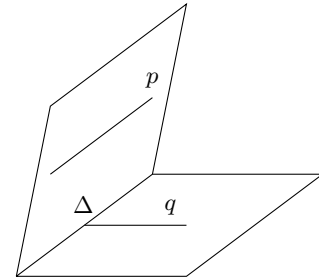
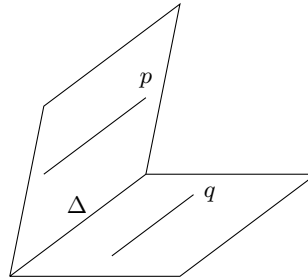
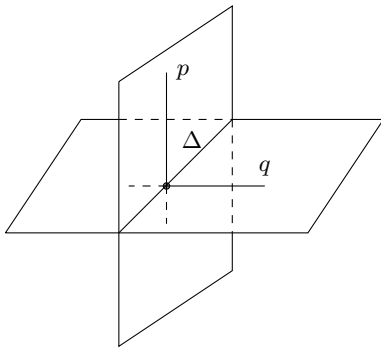
B. p và q chéo nhau.

C. p và q song song.

D. Cả ba mệnh đề trên đều sai.

Lời giải.

Ta có p và q có thể cắt nhau, song song, chéo nhau (hình vẽ).



Chọn đáp án **D**

□

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, I theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (NOM) cắt (OPM) .

B. $(MON) \parallel (SBC)$.

C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.

D. $(NMP) \parallel (SBD)$.

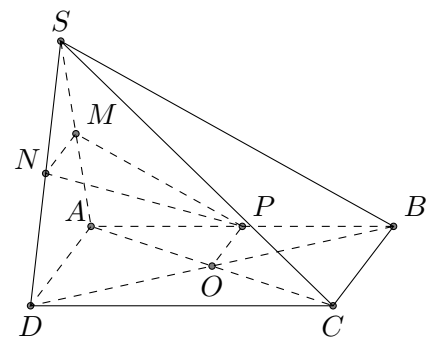
Lời giải.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAD suy ra $MN \parallel AD$ (1).

Và OP là đường trung bình của tam giác BAD suy ra $OP \parallel AD$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $MN \parallel OP \parallel AD \Rightarrow M, N, O, P$ đồng phẳng.

Lại có $MP \parallel SB, OP \parallel BC$ suy ra $(MNOP) \parallel (SBC)$ hay $(MON) \parallel (SBC)$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Tam giác SBD đều. Một mặt phẳng (P) song song với (SBD) và qua điểm I thuộc cạnh AC (không trùng với A hoặc C). Thiết diện của (P) và hình chóp là hình gì?

A. Hình hình hành.

B. Tam giác cân.

C. Tam giác vuông.

D. Tam giác đều.

Lời giải.

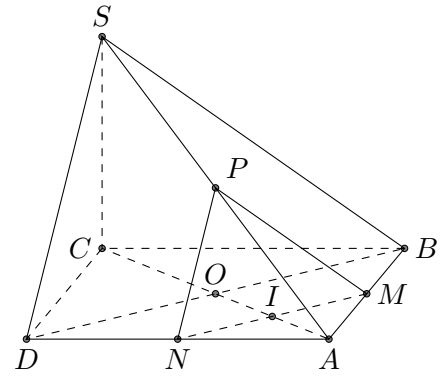
Gọi MN là đoạn thẳng giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt đáy $(ABCD)$. Vì $(P) \parallel (SBD)$, $(P) \cap (ABCD) = MN$ và $(SBD) \cap (ABCD) = BD$ suy ra $MN \parallel BD$.

Lập luận tương tự, ta có

(P) cắt mặt (SAD) theo đoạn giao tuyến NP với $NP \parallel SD$.

(P) cắt mặt (SAB) theo đoạn giao tuyến MP với $MP \parallel SB$.

Vậy tam giác MNP đồng dạng với tam giác SBD nên thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là tam giác đều MNP .



Chọn đáp án **D**

□

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SM = 2MA$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{16}{9}$.

B. $\frac{14}{9}$.

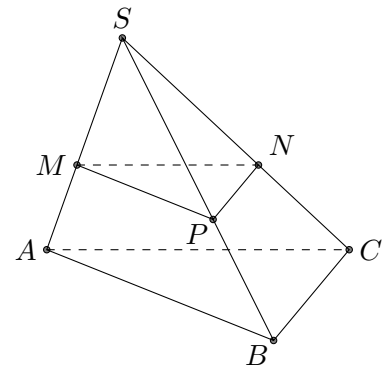
C. $\frac{25}{9}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin 30^\circ = 4$. Gọi N, P lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) và các cạnh SB, SC . Vì $(P) \parallel (ABC)$ nên theo định lý Talet, ta có $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{2}{3}$. Khi đó (P) cắt hình chóp $S.ABC$ theo thiết diện là tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số $k = \frac{2}{3}$.

Vậy $S_{\Delta MNP} = k^2 \cdot S_{\Delta ABC} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 4 = \frac{16}{9}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh bên $BC = 2$, hai đáy $AB = 6, CD = 4$. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SA tại M sao cho $SA = 3SM$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

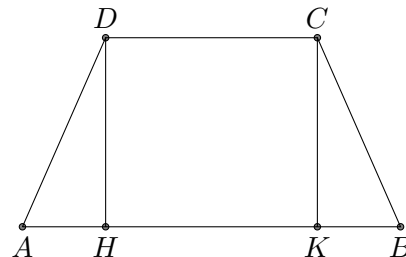
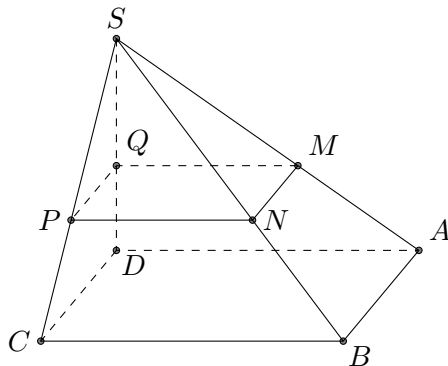
A. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. 2.

D. $\frac{7\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của D, C trên AB .

$ABCD$ là hình thang cân $\Rightarrow \begin{cases} AH = BK; CD = HK \\ AH + HK + BK = AB \end{cases} \Rightarrow BK = 1$.

Tam giác BCK vuông tại K , có $CK = \sqrt{BC^2 - BK^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$. Suy ra diện tích hình thang $ABCD$ là $S_{ABCD} = CK \cdot \frac{AB + CD}{2} = \sqrt{3} \cdot \frac{4 + 6}{2} = 5\sqrt{3}$.

Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của P và các cạnh SB, SC, SD . Vì $(P) \parallel (ABCD)$ nên theo định lý Talet,

ta có $\frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{AD} = \frac{1}{3}$.

Khi đó (P) cắt hình chóp theo thiết diện $MNPQ$ có diện tích $S_{MNPQ} = k^2 \cdot S_{ABCD} = \frac{5\sqrt{3}}{9}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có tâm O , $AB = 8$, $SA = SB = 6$. Gọi (P) là mặt phẳng qua O và song song với (SAB) . Thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ có diện tích bằng

A. $5\sqrt{5}$.

B. $6\sqrt{5}$.

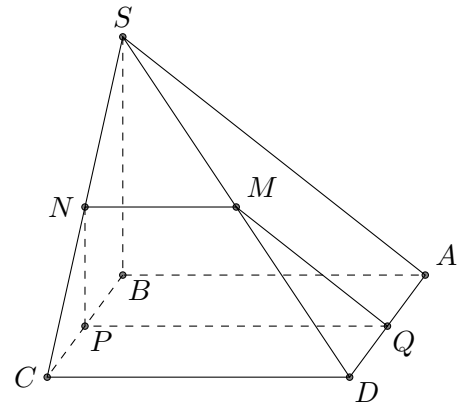
C. 12.

D. 13.

Lời giải.

Qua O kẻ đường thẳng d song song AB và cắt BC, AD lần lượt tại P, Q . Kẻ PN song song với SB ($N \in SB$), kẻ QM song song với SA ($M \in SA$). Khi đó $(MNPQ) \parallel (SAB) \Rightarrow$ thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là tứ giác $MNPQ$.

Vì P, Q là trung điểm của BC, AD suy ra N, M lần lượt là trung điểm của SC, SD . Do đó MN là đường trung bình tam giác $SCD \Rightarrow MN = \frac{CD}{2} = \frac{AB}{2} = 4$. Và $NP = \frac{SB}{2} = 3$;
 $QM = \frac{SA}{2} = 3 \Rightarrow NP = QM \Rightarrow MNPQ$ là hình thang cân.



Hạ NH, MK vuông góc với PQ . Ta có $PH = KQ \Rightarrow PH = \frac{1}{2}(PQ - MN) = 2$.

Tam giác PHN vuông, có $NH = \sqrt{5}$.

Vậy diện tích hình thang $MNPQ$ là $S_{MNPQ} = NH \cdot \frac{PQ + NM}{2} = 6\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hình lăng trụ có các cạnh bên song song và bằng nhau.
- B. Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song.
- C. Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác đều.
- D. Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành.

Lời giải.

Xét hình lăng trụ có đáy là một đa giác (tam giác, tứ giác, ...), ta thấy rằng hình lăng trụ luôn có các cạnh bên song song và bằng nhau. Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song. Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác bằng nhau (tam giác, tứ giác, ...). Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành vì có hai cạnh là hai cạnh bên của hình lăng trụ, hai cạnh còn lại thuộc hai đáy song song.

Chọn đáp án **C** □

Câu 17. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Các cạnh bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau.
- B. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành.
- C. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành bằng nhau.
- D. Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau.

Lời giải.

Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành, chúng bằng nhau nếu hình lăng trụ có đáy là tam giác đều.

Chọn đáp án **C** □

Câu 18. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Các cạnh bên của hình chóp cắt đôi một song song.
- B. Các cạnh bên của hình chóp cắt là các hình thang.
- C. Hai đáy của hình chóp cắt là hai đa giác đồng dạng.
- D. Cả 3 mệnh đề trên đều sai.

Lời giải.

Xét hình chóp cắt có đáy là đa giác (tam giác, tứ giác, ...) ta thấy rằng: Các cạnh bên của hình chóp cắt

đôi một cắt nhau. Các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang cân. Hai đáy của hình chóp cắt là hai đa giác đồng dạng.

Chọn đáp án ☒

□

Câu 19. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Trong hình chóp cắt thì hai đáy là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song và các tỉ số các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.
- B. Các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang.
- C. Các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang cân.
- D. Đường thẳng chứa các cạnh bên của hình chóp cắt đồng quy tại một điểm.

Lời giải.

Với hình chóp cắt, các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang.

Chọn đáp án ☒

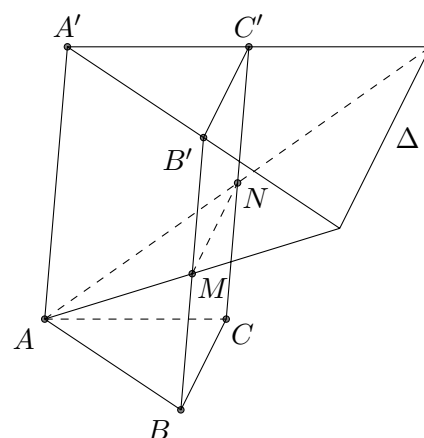
□

Câu 20. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\Delta \parallel AB$.
- B. $\Delta \parallel AC$.
- C. $\Delta \parallel BC$.
- D. $\Delta \parallel AA'$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} MN \subset (AMN) \\ B'C' \subset (A'B'C') \end{cases} \rightarrow \Delta$ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$ sẽ song song với MN và $B'C'$. Suy ra $\Delta \parallel BC$.



Chọn đáp án ☒

□

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Đường thẳng $B'C$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (AHC') .
- B. $(AA'H)$.
- C. (HAB) .
- D. $(HA'C)$.

Lời giải.

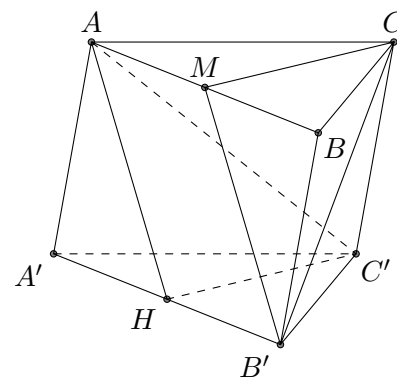
Gọi M là trung điểm của AB suy ra $MB' \parallel AH$

$\Rightarrow MB' \parallel (AHC')$. (1)

Vì MH là đường trung bình của hình bình hành $ABB'A'$ suy ra MH song song và bằng BB' nên MH song song và bằng CC'

$\Rightarrow MHC'C$ là hình bình hành $\Rightarrow MC \parallel HC' \Rightarrow MC \parallel (AHC')$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $(B'MC) \parallel (AHC') \Rightarrow B'C \parallel (AHC')$.



Chọn đáp án ☒

□

Câu 22. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (AHC') song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. CB' .
- B. BB' .
- C. BC .
- D. BA' .

Lời giải.

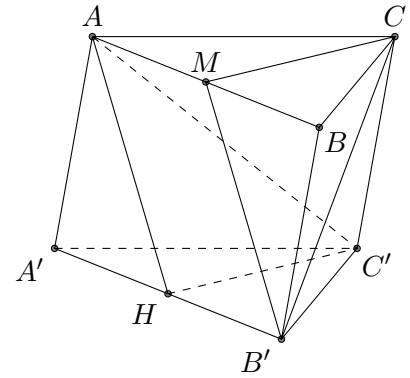
Gọi M là trung điểm của AB suy ra $MB' \parallel AH \Rightarrow MB' \parallel (AHC')$.

(1)

Vì MH là đường trung bình của hình bình hành $ABB'A'$ suy ra MH song song và bằng BB' nên MH song song và bằng CC'

$\Rightarrow MHC'C$ là hình bình hành $\Rightarrow MC \parallel HC' \Rightarrow MC \parallel (AHC')$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $(B'MC) \parallel (AHC') \Rightarrow B'C \parallel (AHC')$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 23. Cho hình lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$.

B. $AA_1 \parallel (BCC_1)$.

C. $AB \parallel (A_1B_1C_1)$.

D. AA_1B_1B là hình chữ nhật.

Lời giải.

Vì mặt bên AA_1B_1B là hình bình hành, còn nó là hình chữ nhật nếu $ABC.A_1B_1C_1$ là hình lăng trụ đứng. Chọn đáp án **D**

□

Câu 24. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $ABCD$ là hình bình hành.

B. Các đường thẳng $A'C, AC', DB', D'B$ đồng quy.

C. $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$.

D. $AD'CB$ là hình chữ nhật.

Lời giải.

Dựa vào hình vẽ và tính chất của hình hộp chữ nhật, ta thấy rằng:

- Hình hộp có đáy $ABCD$ là hình bình hành.
- Các đường thẳng $A'C, AC', DB', D'B$ cắt nhau tại tâm của $AA'C'C, BDD'B'$.
- Hai mặt bên $(ADD'A'), (BCC'B')$ đối diện và song song với nhau.
- AD' và CB là hai đường thẳng chéo nhau suy ra $AD'CB$ không phải là hình chữ nhật.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 25. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD' . Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $(AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$.

B. $(BA'D') \parallel (ADC')$.

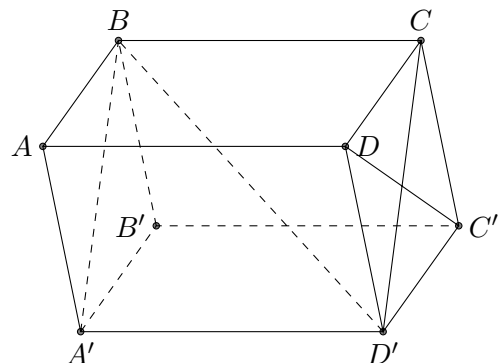
C. $A'B'CD$ là hình bình hành.

D. $BB'D'D$ là một tứ giác.

Lời giải.

Dựa vào hình vẽ dưới và tính chất của hình hộp, ta thấy rằng:

- Hai mặt bên $(AA'B'B)$ và $(DD'C'C)$ đối diện, song song với nhau.
- Hình hộp có hai đáy $(ABCD), (A'B'C'D')$ là hình bình hành $\Rightarrow A'B' = CD$ và $A'B' \parallel CD$ suy ra $A'B'CD$ là hình bình hành.
- $BD \parallel B'D'$ suy ra B, B', D', D đồng phẳng $\Rightarrow BB'D'D$ là tứ giác.
- Mặt phẳng $(BA'D')$ chứa đường thẳng CD' mà CD' cắt $C'D$ suy ra $(BA'D')$ không song song với mặt phẳng (ADC') .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 26. Nếu thiết diện của một lăng trụ tam giác và một mặt phẳng là một đa giác thì đa giác đó có nhiều nhất mấy cạnh?

- A. 3 cạnh. B. 4 cạnh. C. 5 cạnh. D. 6 cạnh.

Lời giải.

Đa giác thiết diện của một lăng trụ tam giác và một mặt phẳng có nhiều nhất 5 cạnh với các cạnh thuộc các mặt của hình lăng trụ tam giác.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 27. Nếu thiết diện của một hình hộp và một mặt phẳng là một đa giác thì đa giác đó có nhiều nhất mấy cạnh?

- A. 4 cạnh. B. 5 cạnh. C. 6 cạnh. D. 7 cạnh.

Lời giải.

Vì hình hộp là hình lăng trụ có đáy là tứ giác và có 6 mặt nên thiết diện của hình hộp và mặt phẳng bất kì là một đa giác có nhiều nhất 6 cạnh.

Chọn đáp án **C**

□

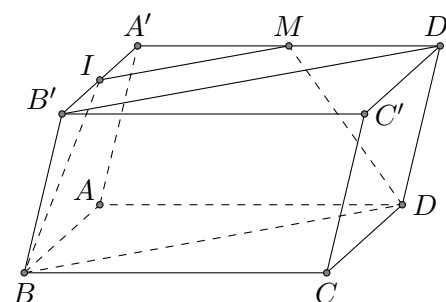
Câu 28. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

- A. Tam giác. B. Hình thang. C. Hình bình hành. D. Hình chữ nhật.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} B'D' \subset (IB'D') \\ BD \subset (ABCD) \rightarrow \text{Giao tuyến của } (IB'D') \text{ với } (ABCD) \\ B'D' \parallel BD \end{cases}$$

là đường thẳng d đi qua I và song song với BD . Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $M = d \cap AD \rightarrow IM \parallel BD \parallel B'D'$. Khi đó thiết diện là tứ giác $IMB'D'$ và tứ giác này là hình thang.



Chọn đáp án **B**

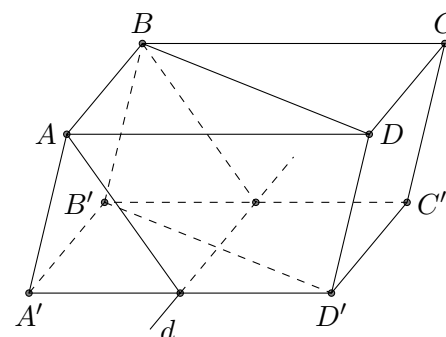
□

Câu 29. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua một cạnh của hình hộp và cắt hình hộp theo thiết diện là một tứ giác T . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. T là hình chữ nhật. B. T là hình bình hành.
C. T là hình thoi. D. T là hình vuông.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (α) đi qua cạnh AB và cắt hình hộp theo tứ giác T . Gọi d là đường thẳng giao tuyến của (α) và mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Ta chứng minh được $AB \parallel d$ suy ra tứ giác T là một hình bình hành.



Chọn đáp án **B**

□

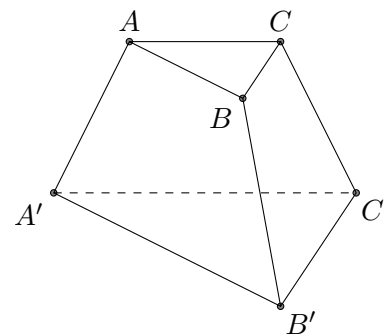
Câu 30. Cho hình chóp cắt tam giác $ABC.A'B'C'$ có 2 đáy là 2 tam giác vuông tại A và A' và có $\frac{AB}{A'B'} = \frac{1}{2}$.

Khi đó tỉ số diện tích $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Hình chóp cắt $ABC.A'B'C'$ có hai mặt đáy là hai mặt phẳng song song nên tam giác ABC đồng dạng tam giác $A'B'C'$ suy ra $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC}{\frac{1}{2} \cdot A'B' \cdot A'C'} = \frac{AB}{A'B'} \cdot \frac{AC}{A'C'} = \frac{1}{4}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 31. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.
- B. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ đều.
- C. Hình lăng trụ có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.
- D. Hình lăng trụ tứ giác đều là hình lập phương.

Lời giải.

Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 32. Xét các mệnh đề sau

- (1) Hình hộp là một hình lăng trụ;
- (2) Hình lập phương là hình hộp đứng có đáy là hình vuông;
- (3) Hình hộp có các mặt đối diện bằng nhau;
- (4) Hình lăng trụ có các mặt bên là hình bình hành;
- (5) Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên bằng nhau.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

- A. 2 .
- B. 4.
- C. 5.
- D. 3.

Lời giải.

Các mệnh đề (1), (3) và (4) đúng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD , BC theo thứ tự lấy các điểm M , N sao cho $\frac{MA}{AD} = \frac{NC}{CB} = \frac{1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD . Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là

- A. một hình bình hành.
- B. một hình thang với đáy lớn gấp 2 lần đáy nhỏ.
- C. một hình thang với đáy lớn gấp 3 lần đáy nhỏ.
- D. một tam giác.

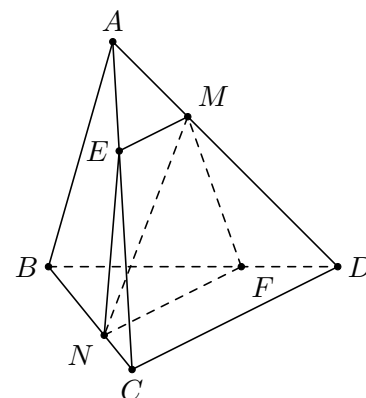
Lời giải. Qua M , kẻ đường thẳng song song với CD cắt AC tại E .

Qua N , kẻ đường thẳng song song với CD cắt BD tại F .

Khi đó $ME \parallel NF \parallel CD$ và $(P) \equiv (MENF)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{NF}{CD} = \frac{BN}{BC} = \frac{2}{3} \\ \frac{ME}{CD} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow NF = 2ME.$$

Vậy thiết diện của $ABCD$ cắt bởi (P) là hình thang $MENF$, trong đó đáy lớn NF gấp 2 lần đáy nhỏ ME .



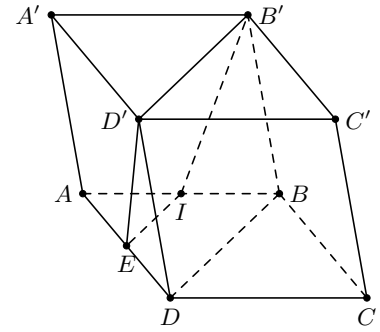
Chọn đáp án **(B)** □

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là

- A. hình bình hành.
- B. hình thang.
- C. hình chữ nhật.
- D. tam giác.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} B'D' \subset (IB'D') \\ BD \subset (ABCD) \text{ nên giao tuyến của } (IB'D') \text{ với } (ABCD) \text{ là đường} \\ BD \parallel B'D' \end{cases}$
 thẳng IE qua I và song song với BD ($E \in AD$).
 Vì $IE \parallel B'D'$ nên thiết diện là hình thang $IED'B'$.

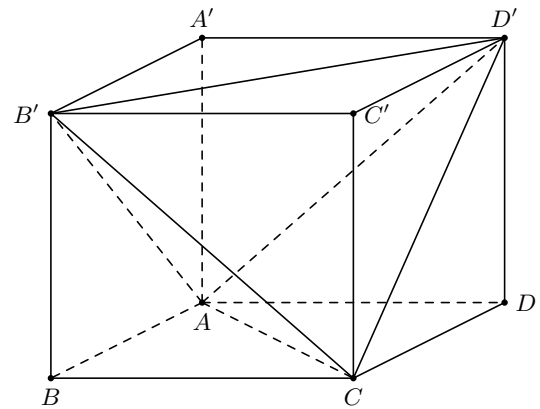


Chọn đáp án **B**

□

Câu 35.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Xét tứ diện $AB'CD'$. Cắt tứ diện đó bằng mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC) . Tính diện tích của thiết diện thu được.



A. $\frac{a^2}{3}$.

B. $\frac{2a^2}{3}$.

C. $\frac{a^2}{2}$.

D. $\frac{3a^2}{4}$.

Lời giải.

Gọi I là tâm của hình lập phương $\Rightarrow I$ là trung điểm của AC' .

Gọi (P) là mặt phẳng qua I và song song với (ABC) . Khi đó (P) cắt các đường thẳng AB' , $B'C$, CD' , AD' lần lượt tại các trung điểm M , N , P , Q .

Khi đó $MN = PQ = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và

$$NP = MQ = \frac{1}{2}B'D' = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó, thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC) là hình thoi $MNPQ$ cạnh bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác $NQ = MP = BC = a$.

Diện tích hình thoi $MNPQ$ là $S = \frac{1}{2}NQ \cdot MP = \frac{a^2}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 36. Cho bốn mệnh đề sau

- (1) Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với (β) .
- (2) Hai đường thẳng nằm trên hai mặt phẳng song song thì song song với nhau.
- (3) Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- (4) Tồn tại hai đường thẳng song song mà mỗi đường thẳng cắt đồng thời hai đường thẳng chéo nhau cho trước.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

🔗 **Lời giải.**

- Mệnh đề (1) là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề (2) là mệnh đề sai vì hai đường thẳng đó có thể chéo nhau.
- Mệnh đề (3) là mệnh đề sai vì hai đường thẳng song song cũng không có điểm chung.
- Mệnh đề (4) là mệnh đề sai vì nếu tồn tại hai đường thẳng như trên thì cả 4 đường thẳng này đồng phẳng (mâu thuẫn với giả thiết).

Vậy có 3 mệnh đề **sai**.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 37. Một hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì hình lăng trụ đó có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 31.

B. 30.

C. 22.

D. 33.

🔗 **Lời giải.**

Hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên suy ra đáy là đa giác có 11 đỉnh $\Rightarrow$ đa giác đáy có 11 cạnh.

Vậy hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì có $11 + 11 \cdot 2 = 33$ cạnh.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 38. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. $(ABB'A') \parallel (CC'D'D)$.

B. Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau.

C. $AA' \parallel CC'$.

D. Hai mặt phẳng đáy song song với nhau.

🔗 **Lời giải.**

Mệnh đề **sai** là “Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau”.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 39. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$, $\triangle ACC'$ và $\triangle AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

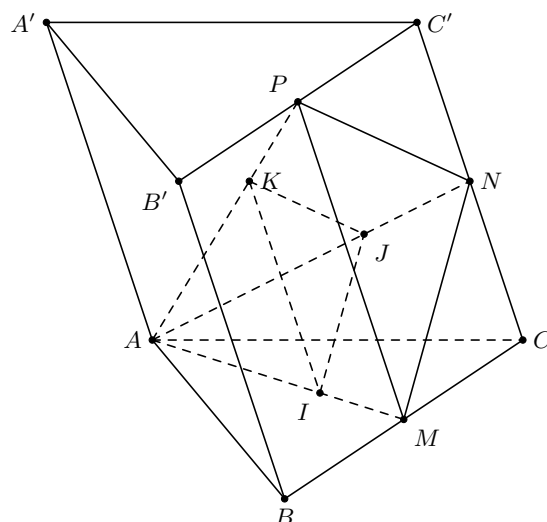
A. $(BC'A)$.B. $(AA'B)$.C. $(BB'C)$.D. $(CC'A)$.

🔗 **Lời giải.**

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BC, CC' và $B'C'$.

Ta có $\frac{AK}{AP} = \frac{AJ}{AN} = \frac{AI}{AM} = \frac{2}{3}$.

Suy ra $(IJK) \parallel (MNP)$ hay $(IJK) \parallel (BB'C)$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều. Gọi M là điểm trên cạnh AD sao cho $AM = x, x \in (0; a)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và song song với (SAB) lần lượt cắt các cạnh CB, CS, SD tại N, P, Q . Tìm x để diện tích $MNPQ$ bằng $\frac{2a^2\sqrt{3}}{9}$.

A. $\frac{2a}{3}$.B. $\frac{a}{4}$.C. $\frac{a}{2}$.D. $\frac{a}{3}$.

🔗 **Lời giải.**

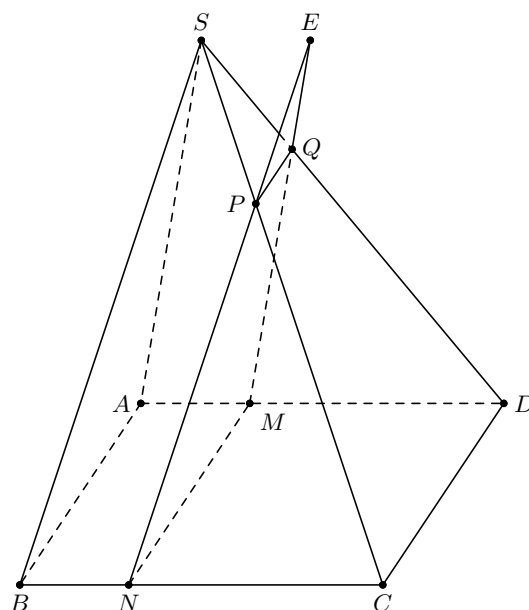
Ta có $\begin{cases} (\alpha) \parallel (SAB) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \Rightarrow (\alpha) \cap (SAD) = MQ \parallel SA \\ M \in (\alpha) \cap (SAD) \end{cases}$

với $Q \in SD$.

$\begin{cases} (\alpha) \parallel (SAB) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = MN \parallel AB \\ M \in (\alpha) \cap (ABCD) \end{cases}$

với $N \in BC$.

$\begin{cases} (\alpha) \parallel (SAB) \\ (SAB) \cap (SCB) = SB \Rightarrow (\alpha) \cap (SBC) = NP \parallel SB \text{ với} \\ N \in (\alpha) \cap (SBC) \\ P \in SC. \end{cases}$



Suy ra thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là tứ giác $MNPQ$.

Ta có $\begin{cases} (\alpha) \cap (SCD) = PQ \\ (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ (ABCD) \cap (\alpha) = MN \\ CD \parallel MN \end{cases} \Rightarrow PQ, MN, CD \text{ đôi một song song. Khi đó } MNPQ \text{ là hình thang với}$

đáy lớn CD .

Hơn nữa ta có $\begin{cases} MN \parallel AB \\ PN \parallel SB \Rightarrow \widehat{MNP} = \widehat{ABS} = 60^\circ \text{ và } \widehat{NMQ} = \widehat{BAS} = 60^\circ. \\ MQ \parallel SA \end{cases}$

Do đó tứ giác $MNPQ$ là hình thang cân.

Ta có $\frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} = \frac{AM}{AD} \Rightarrow PQ = AM = x$.

Suy ra $\triangle EMN$ đều cạnh a và $\triangle EPQ$ là tam giác đều cạnh x . Khi đó

$$S_{MNPQ} = S_{\triangle EMN} - S_{\triangle EPQ} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{x^2\sqrt{3}}{4}.$$

Theo giả thiết $S_{MNPQ} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{9} \Leftrightarrow \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{9} \Leftrightarrow x = \frac{a}{3}$.

Vậy giá trị x cần tìm là $\frac{a}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 41. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d \parallel d'$.
- B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P) .
- C. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q) .
- D. Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a \parallel (P)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì d và d' song song hoặc chéo nhau.

Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P) là mệnh đề đúng.

Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q) đúng (tính chất 2 mặt phẳng song song).

Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a \parallel (P)$ là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 42. Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) và đường thẳng b nằm trong mặt phẳng (β) . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel b$.
- B. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel (\beta)$.
- C. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow b \parallel (\alpha)$.
- D. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

Lời giải.

Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì ngoài trường hợp $a \parallel b$ thì a và b có thể chéo nhau.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 43. Lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

A. 6.

B. 3.

C. 9.

D. 5.

Lời giải.

Theo lý thuyết.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 44. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C'$. M là điểm trên cạnh AC sao cho $AM = 2MC$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $GG' \parallel (ACC'A')$.

B. $GG' \parallel (ABB'A')$.

C. Đường thẳng MG' cắt mặt phẳng $(BCC'B')$.

D. $(MGG') \parallel (BCC'B')$.

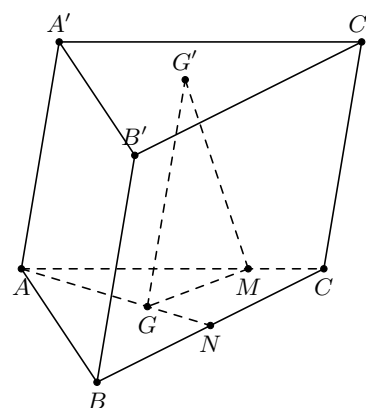
Lời giải.

Vì G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C'$ nên ta có $GG' \parallel (ACC'A'), GG' \parallel (ABB'A'), GG' \parallel (BCC'B')$.

Gọi N là trung điểm BC , ta có $\frac{AG}{GN} = \frac{AM}{MC} = 2$ nên suy ra $MG \parallel CN \Rightarrow MG \parallel (BCC'B')$.

Từ $GG' \parallel (BCC'B')$ và $MG \parallel (BCC'B')$ ta có $(MGG') \parallel (BCC'B')$. Do vậy $MG' \parallel (BCC'B')$.

Vậy, mệnh đề sai là: “Đường thẳng MG' cắt mặt phẳng $(BCC'B')$ ”.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 45. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và $A'B'C'$, M là điểm trên cạnh AC sao cho $AM = 2MC$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $GG' \parallel (ACC'A')$.

B. $GG' \parallel (ABB'A')$.

C. Đường thẳng MG' cắt mặt phẳng $(BCC'B')$.

D. $(MGG') \parallel (BCC'B')$.

Lời giải.

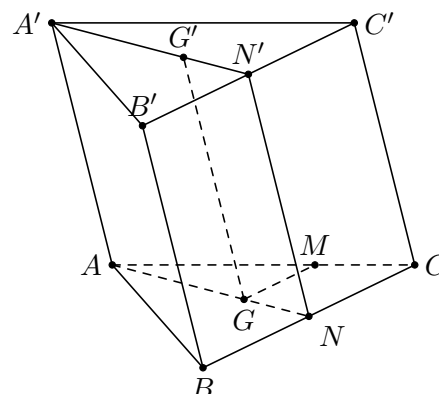
Ta có $GG' \parallel AA'$ và $MG \parallel BC$ nên

— $GG' \parallel (ACC'A')$ là mệnh đề đúng,

— $GG' \parallel (ABB'A')$ là mệnh đề đúng,

— $(MGG') \parallel (BCC'B')$ là mệnh đề đúng,

— Đường thẳng MG' cắt mặt phẳng $(BCC'B')$ là mệnh đề sai.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 46. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB , mặt phẳng $(MA'C')$ cắt cạnh BC tại N . Tính tỉ số $k = \frac{MN}{A'C'}$.

A. $k = \frac{1}{2}$.

B. $k = \frac{1}{3}$.

C. $k = \frac{2}{3}$.

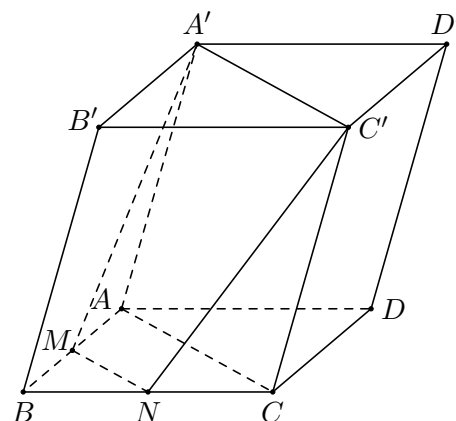
D. $k = 1$.

Lời giải.

Ba mặt phẳng phân biệt $(ABCD)$, $(ACC'A')$, $(MA'C')$ đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến AC , $A'C'$ và MN . Theo tính chất hình hộp ta có $AC \parallel A'C'$ nên $MN \parallel AC \parallel A'C'$.

Lại có M là trung điểm của AB nên MN là đường trung bình trong tam giác ABC .

$$\text{Vì vậy } MN = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}A'C' \Rightarrow k = \frac{MN}{A'C'} = \frac{1}{2}.$$



Chọn đáp án **A** □

Câu 47. Cho ba mặt phẳng (α) , (β) , (γ) đôi một song song. Hai đường thẳng d , d' lần lượt cắt ba mặt phẳng này tại A , B , C và A' , B' , C' (B nằm giữa A và C , B' nằm giữa A' và C'). Giả sử $AB = 5$, $BC = 4$, $A'C' = 8$. Tính độ dài hai đoạn thẳng $A'B'$, $B'C'$.

A. $A'B' = 10$, $B'C' = 8$.

B. $A'B' = 8$, $B'C' = 10$.

C. $A'B' = 12$, $B'C' = 6$.

D. $A'B' = 6$, $B'C' = 12$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AB + BC}{A'B' + B'C'} = \frac{AC}{A'C'} \Rightarrow A'B' = 10, B'C' = 8.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 48. Trong không gian, cho các mệnh đề sau

- I. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- II. Hai mặt phẳng phân biệt chứa hai đường thẳng song song cắt nhau theo giao tuyến song song với hai đường thẳng đó.
- III. Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b , đường thẳng b nằm trên mặt phẳng (P) thì a song song với (P) .
- IV. Qua điểm A không thuộc mặt phẳng (α) , kẻ được đúng một đường thẳng song song với (α) .

Số mệnh đề đúng là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Xét từng mệnh đề ta có

- I. “Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau” là mệnh đề sai, vì hai đường thẳng có thể chéo nhau.
- II. “Hai mặt phẳng phân biệt chứa hai đường thẳng song song cắt nhau theo giao tuyến song song với hai đường thẳng đó” là mệnh đề sai, vì hai mặt phẳng đó có thể song song nhau.
- III. “Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b , đường thẳng b nằm trên mặt phẳng (P) thì a song song với (P) ” là mệnh đề sai, vì đường thẳng a vẫn có thể nằm trong mặt phẳng (P) .
- IV. “Qua điểm A không thuộc mặt phẳng (α) , kẻ được đúng một đường thẳng song song với (α) ” là mệnh đề sai, vì có vô số đường thẳng đi qua điểm A và song song với (α) .

Vậy không có mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề nêu trên.

Chọn đáp án **B** □

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là hình thang $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. Gọi E là trung điểm AD và O là giao điểm của AC và BE , I là một điểm thuộc đoạn OC (I khác O và C). Mặt phẳng (α) qua I song song với (SBE) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện là

A. Một hình tam giác.

B. Một hình thang.

C. Một tứ giác không phải là một hình thang và không phải là hình bình hành.

D. Một hình bình hành.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (\alpha) \parallel (SBE) \\ (SBE) \cap (ABCD) = BE \\ (\alpha) \cap (ABCD) = Ix \end{cases}$$

$$\Rightarrow Ix \parallel BE$$

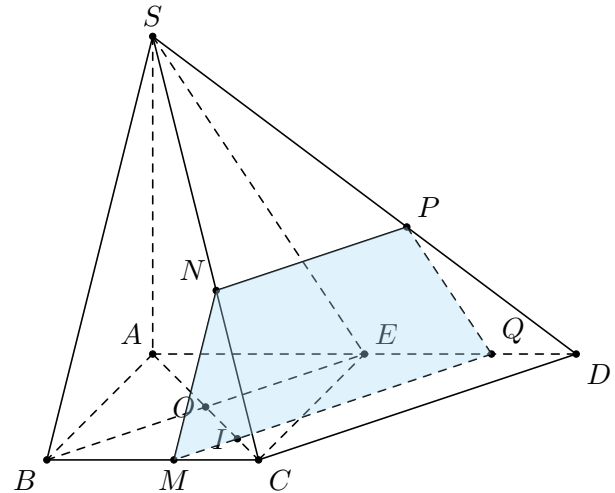
$\Rightarrow Ix$ cắt BC tại M , AD tại Q .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (\alpha) \parallel (SBE) \\ (\alpha) \cap (SBC) = Mx \\ (SBE) \cap (SBC) = SB \end{cases}$$

$$\Rightarrow Mx \parallel SB \Rightarrow Mx \text{ cắt } SC \text{ tại } N.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (\alpha) \parallel (SBE) \\ (\alpha) \cap (SAD) = Qx \\ (SBE) \cap (SAD) = SE \end{cases}$$

$$\Rightarrow Qx \parallel SE \Rightarrow Qx \text{ cắt } SD \text{ tại } P.$$



Tứ giác $BCDE$ là hình bình hành $\Rightarrow CD \parallel BE \parallel MQ \Rightarrow CD \parallel (\alpha)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \parallel (\alpha) \\ CD \subset (SCD) \\ (SCD) \cap (\alpha) = PN \end{cases}$$

$$\Rightarrow CD \parallel PN \Rightarrow MQ \parallel PN$$

Vậy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) với hình chóp $S.ABCD$ là hình thang $MNPQ$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình bình hành. Gọi A' , B' , C' , D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA , SB , SC , SD . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $A'B' \parallel (SBD)$.

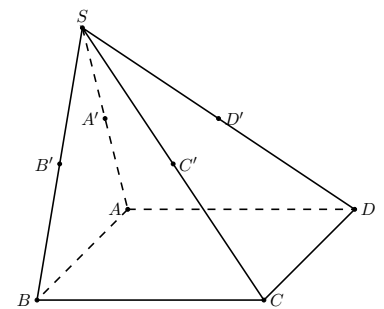
B. $A'B' \parallel (SAD)$.

C. $(A'C'D') \parallel (ABC)$.

D. $A'C' \parallel BD$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } A'C' \parallel AC \Rightarrow (A'C'D') \parallel (ABC).$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 51. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của AB , N là tâm hình vuông $AA'D'D$. Tính diện tích thiết diện của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ tạo bởi mặt phẳng (CMN) .

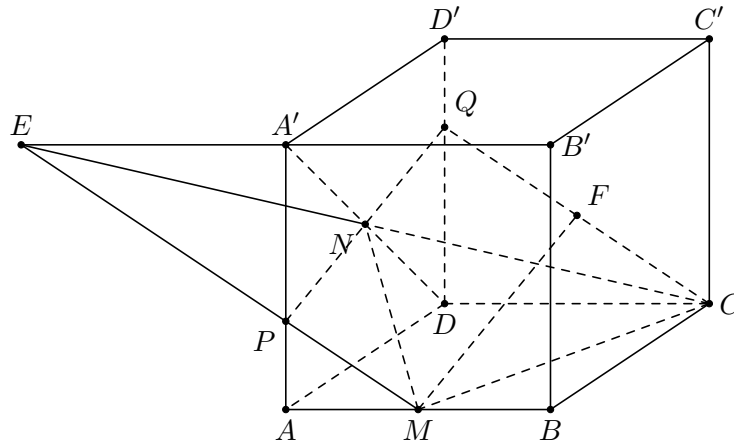
A. $\frac{a^2\sqrt{14}}{4}$.

B. $\frac{3a^2\sqrt{14}}{2}$.

C. $\frac{3a^2}{4}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{14}}{2}$.

Lời giải.



Thiết diện như hình vẽ. Tứ giác $CQPM$ là hình thang có

$$CM = \frac{a\sqrt{5}}{2}, PM = \frac{a\sqrt{13}}{6}, PQ = \frac{a\sqrt{10}}{3}, CQ = \frac{a\sqrt{13}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } MF = PQ = \frac{a\sqrt{10}}{3}, CF = PM = \frac{a\sqrt{13}}{6}$$

Ta có $S_{CMPQ} = 3S_{CMF}$.

$$S_{CMF} = \sqrt{p(p-CM)(p-CF)(p-MF)} \text{ với } p = \frac{CM+MF+FC}{2}. \text{ Thay giá trị các cạnh ta có } S_{CMF} = \sqrt{\frac{7}{72}}a^2 \Rightarrow S_{CMPQ} = \frac{a^2\sqrt{14}}{4}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 52. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

A. $(BA'C') \parallel (ACD')$.

B. $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$.

C. $(BA'D) \parallel (CB'D')$.

D. $(ABA') \parallel (CB'D')$.

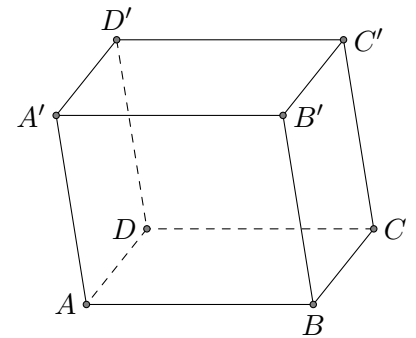
Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} BA' \parallel CD' \\ A'C' \parallel AC \end{cases} \Rightarrow (BA'C') \parallel (ACD').$$

$$\begin{cases} AD \parallel BC \\ AA' \parallel BB' \end{cases} \Rightarrow (ADD'A') \parallel (BCC'B').$$

$$\begin{cases} BD \parallel B'D' \\ A'D \parallel B'C \end{cases} \Rightarrow (BA'D) \parallel (CB'D').$$



Mặt khác $B' \in (ABA') \cap (CB'D') \Rightarrow (ABA') \parallel (CB'D')$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 53. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$.

B. $(AA'D'D) \parallel (BCC'B')$.

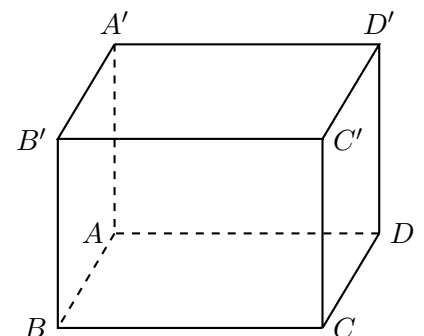
C. $(BDD'B') \parallel (ACC'A')$.

D. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.

Lời giải.

$$\text{Ta thấy } \begin{cases} (ABCD) \parallel (A'B'C'D') \\ (AA'D'D) \parallel (BCC'B') \\ (ABB'A') \parallel (CDD'C') \end{cases} \text{ luôn đúng.}$$

và hai mặt phẳng $(BDD'B')$, $(ACC'A')$ là cắt nhau.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 54. Cho đường thẳng a thuộc mặt phẳng (P) và đường thẳng b thuộc mặt phẳng (Q) . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.

B. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$.

C. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$.

D. a và b chéo nhau.

Lời giải.

$(P) \parallel (Q)$ suy ra (P) và (Q) không có điểm chung. Mặt khác $a \in (P)$ nên a và (Q) cũng không có điểm chung. Suy ra $a \parallel (Q)$. Tương tự ta cũng có $b \parallel (P)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 55. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (BDA') .

B. $(A'C'C)$.

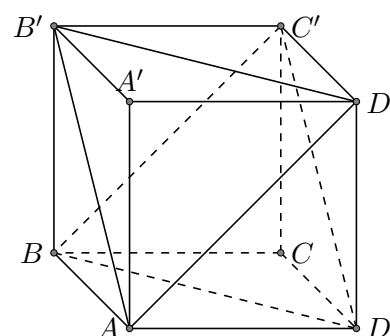
C. (BDC') .

D. (BCA') .

Lời giải.

Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng (BDC') .

Thật vậy, ta có $AB' \parallel DC'$ và $AD' \parallel BC'$, có điều cần chứng minh.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 56. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(BA'C')$.

B. $(C'BD)$.

C. (BDA') .

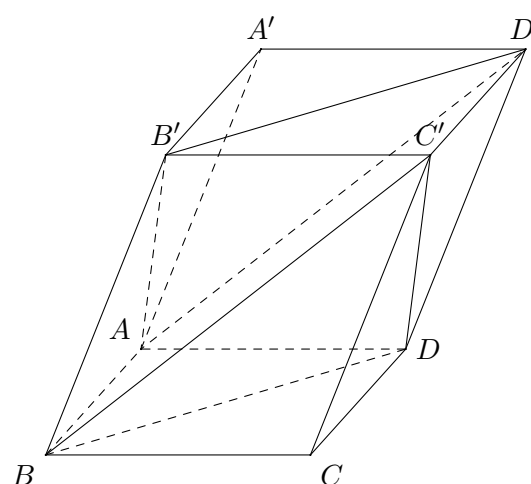
D. (ACD') .

Lời giải.

Ta có $BDB'D'$ là hình bình hành nên $BD \parallel B'D'$. Tương tự ta có $AD' \parallel BC'$.

Từ đó suy ra $BD \parallel (AB'D')$ và $BC' \parallel (AB'D')$.

Vậy $(AB'D') \parallel (C'BD)$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 57. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6$, $CD = 8$. Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB , CD để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng

A. $\frac{31}{7}$.

B. $\frac{18}{7}$.

C. $\frac{24}{7}$.

D. $\frac{15}{7}$.

Lời giải.

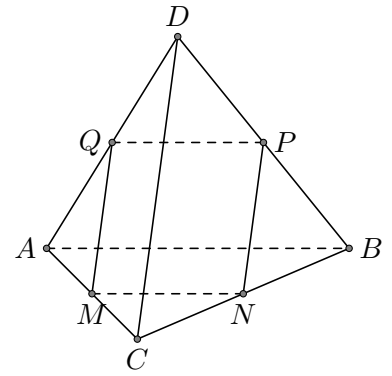
Gọi M, N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng chứa thiết diện với các cạnh AC, BC, BD, AD , khi đó theo giả thiết tứ giác $MNPQ$ là hình thoi.

Cũng từ giả thiết ta suy ra $PQ \parallel MN \parallel AB, MQ \parallel NP \parallel CD$ nên ta có $\frac{CM}{AC} = \frac{MN}{AB}, \frac{AM}{AC} = \frac{MQ}{CD} \Rightarrow \frac{AC - CM}{AC} = \frac{MQ}{CD}$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{CM}{AC} = 1 - \frac{MN}{AB} = \frac{MQ}{CD} = \frac{MN}{CD}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{1}{\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}} = \frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{8}} = \frac{24}{7}.$$

Vậy cạnh của hình thoi cần tìm là $\frac{24}{7}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 58. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. d qua S và song song với AB .

B. d qua S và song song với BC .

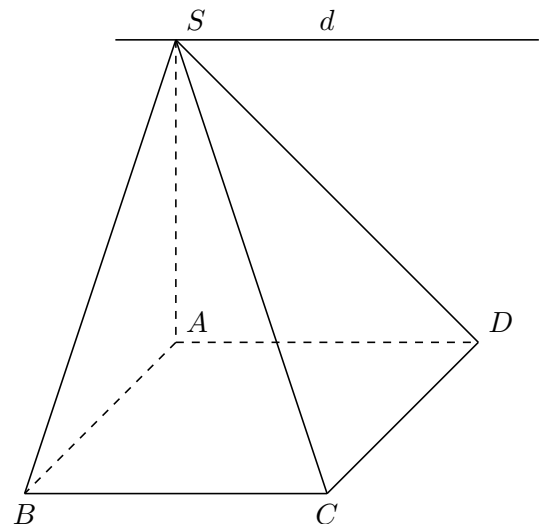
C. d qua S và song song với DC .

D. d qua S và song song với BD .

Lời giải.

$$\text{Có } \begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

$\Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = d \parallel AD \parallel BC$ và d đi qua S .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 59. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$ là

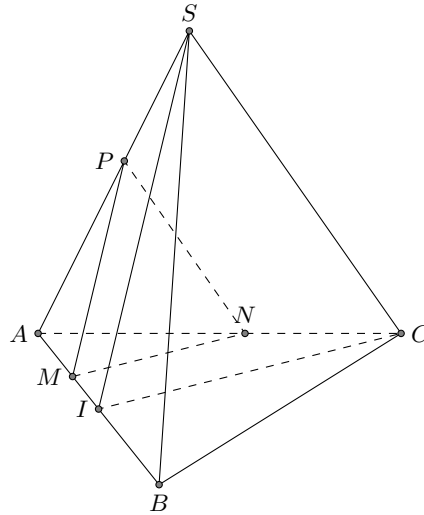
A. hình thoi.

B. tam giác cân tại M .

C. tam giác đều.

D. hình bình hành.

Lời giải.



Trong mặt phẳng (SAB) , qua M kẻ đường thẳng song song với SI cắt SA tại P .
 Trong mặt phẳng (ABC) , qua M kẻ đường thẳng song song với IC cắt AC tại N .
 Thiết diện là tam giác MNP . Ta có

$$\frac{MP}{SI} = \frac{MN}{CI} \Rightarrow MP = MN \quad (\text{vì } SI = CI).$$

Vậy thiết diện là tam giác MNP cân tại M .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 60. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và điểm M nằm giữa hai điểm A và B . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $(AB'D')$. Mặt phẳng (P) cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

- A. Hình ngũ giác. B. Hình lục giác. C. Hình tam giác. D. Hình tứ giác.

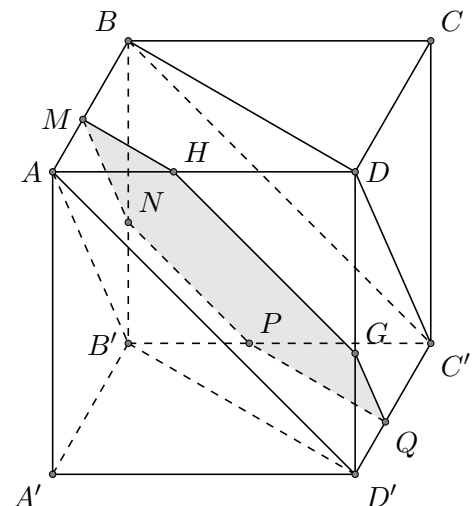
Lời giải.

Nhận thấy $(BC'D) \parallel (AB'D') \Rightarrow (BC'D) \parallel (AB'D') \parallel (P)$. (1)
 Do (1), ta giả sử (P) cắt BB' tại N , suy ra $(P) \cap (ABB'A') \equiv MN$,
 kết hợp với $(AB'D') \cap (ABB'A') \equiv AB'$ suy ra $MN \parallel AB'$, suy
 ra N thuộc cạnh BB' .

Tương tự, giả sử $(P) \cap (B'C') \equiv P$ suy ra $(P) \cap (BCC'B') \equiv NP$.
 Kết hợp với (1) suy ra $NP \parallel BC'$.

Tương tự, $(P) \cap (C'D') \equiv Q$ sao cho $PQ \parallel B'D'$; $(P) \cap DD' \equiv G$
 sao cho $QG \parallel C'D$; $(P) \cap AD \equiv H$ sao cho $GH \parallel AD'$.

Từ đó suy ra thiết diện là lục giác $MNPQGH$.



Chọn đáp án **B**

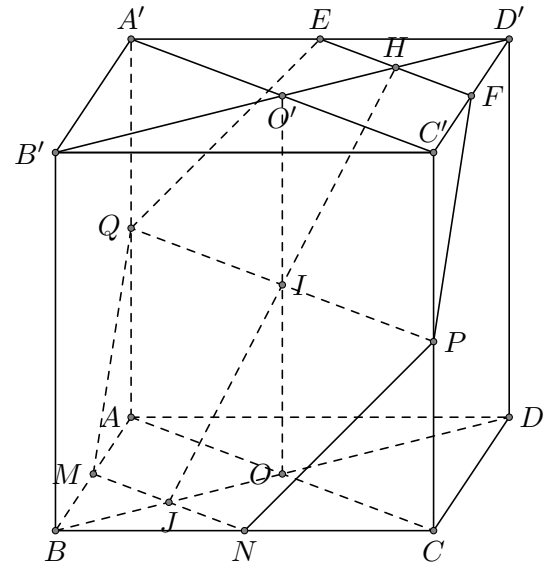
□

Câu 61. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CC' . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình

- A. Tam giác. B. Tứ giác. C. Ngũ giác. D. Lục giác.

Lời giải.

Ta có $MN \parallel AC$ nên $(MNP) \cap (ACC'A') = Px \parallel AC \parallel MN$, gọi $Q = Px \cap AA'$, $Px \cap OO' = I$. Mà P là trung điểm của CC' nên Q, I lần lượt là trung điểm của AA', OO' . Xét mặt phẳng $(BDD'B')$ gọi $IJ \cap B'D' = H$. Theo tính chất đối xứng của hình lập phương và J là trung điểm của BO nên H là trung điểm của $D'O'$. $(MNP) \parallel AC \parallel A'C'$ nên $(MNP) \cap (A'B'C'D') = Hy \parallel A'C'$. Gọi $E = Hy \cap A'D', F = Hy \cap C'D'$. Khi đó thiết diện là lục giác $MNPFEQ$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 62. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- B. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- C. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.
- D. Trong không gian hình biểu diễn của một góc thì phải là một góc bằng nó.

Lời giải.

Hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng. Do đó mệnh đề "Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung" đúng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 63. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC (M khác A , M khác C). Mặt phẳng (α) đi qua M và song song với AB và AD . Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

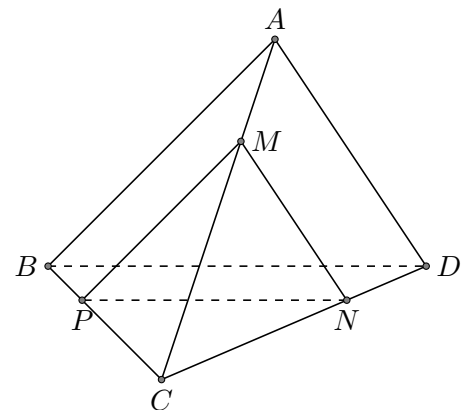
- A. Hình tam giác.
- B. Hình bình hành.
- C. Hình vuông.
- D. Hình chữ nhật.

Lời giải.

Trong mặt phẳng (ACD) kẻ $MN \parallel AD, N \in CD$.

Trong mặt phẳng (ABC) kẻ $MP \parallel AB, P \in BC$.

Từ đó suy ra $(\alpha) \equiv (MNP)$. Mà thiết diện của (MNP) và tứ diện $ABCD$ là tam giác MNP .



Chọn đáp án **A**

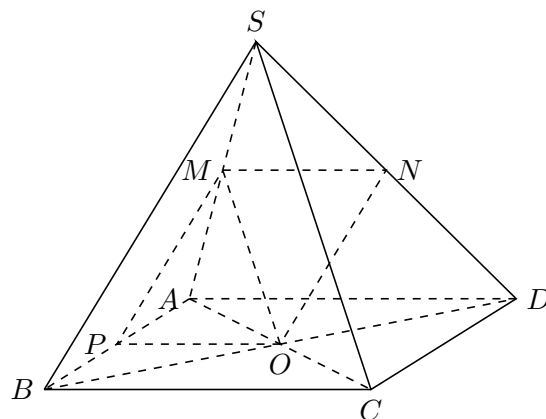
□

Câu 64. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (NOM) cắt (OPM) .
- B. $(MON) \parallel (SBC)$.
- C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.
- D. $(NMP) \parallel (SBD)$.

Lời giải.

- $\begin{cases} MN \parallel AD & (\text{đường trung bình } \triangle SAD) \\ OP \parallel AD & (\text{đường trung bình } \triangle BAD) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel OP \Rightarrow O, N, M, P \text{ cùng nằm trong một mặt phẳng.}$
- $\begin{cases} MN \parallel AD \parallel BC \subset (SBC) \\ OM \parallel SC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (OMN) \parallel (SBC).$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 65. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a và G là trọng tâm tam giác ABC . Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (P) qua G và song song với mặt phẳng (BCD) thì diện tích thiết diện bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{18}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{16}$. D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.

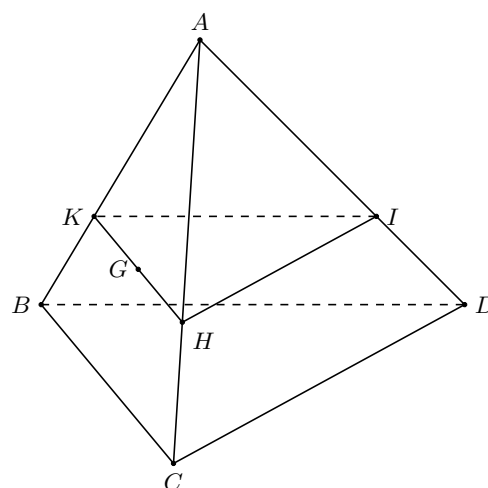
Trong mặt phẳng (ABC) kẻ đường thẳng qua G và song song với BC cắt AC, AB lần lượt tại H, K .

Trong mặt phẳng (ACD) kẻ đường thẳng qua H và song song với CD cắt AD tại I .

Thiết diện cần tìm là KHI .

$\triangle KHI \sim \triangle BCD$ theo tỉ số đồng dạng bằng $\frac{2}{3}$.

$$\text{Do đó } S_{KHI} = \frac{4}{9} S_{BCD} = \frac{4}{9} \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}a^2}{9}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 66. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của cạnh AB , M là điểm di động trên đoạn thẳng AI . Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm M đồng thời song song với mặt phẳng (SIC) . Thiết diện của tứ diện $SABC$ cắt bởi mặt phẳng (α) là

- A. một hình thoi. B. một tam giác cân tại M .
C. một tam giác đều. D. một hình bình hành.

Lời giải.

Qua M kẻ đường thẳng song song với SI cắt SA tại P .

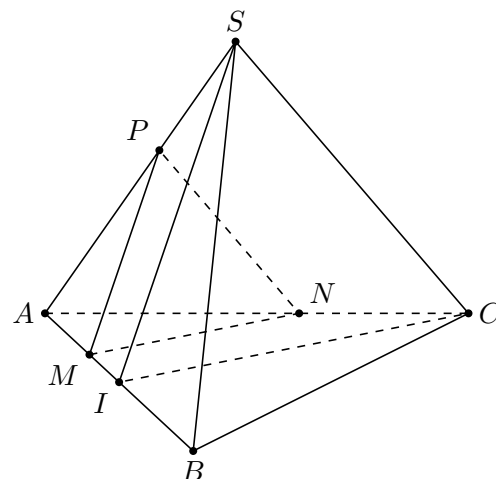
Qua M kẻ đường thẳng song song với IC cắt AC tại N .

Thiết diện của $S.ABC$ cắt bởi (α) là tam giác MNP .

$$\text{Ta có } \frac{MP}{SI} = \frac{AM}{AI} = \frac{MN}{CI} = \frac{AN}{AC} = \frac{NP}{SC},$$

Suy ra $\triangle MNP \sim \triangle ICS$.

Mà $\triangle ICS$ cân tại S (không đều) nên tam giác MNP cân tại M và cũng không đều.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 67. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$. M là điểm thuộc cạnh AD , (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (SAB) . Biết diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) bằng $\frac{2}{3}$ diện tích tam giác SAB . Tính tỉ số $x = \frac{MA}{MD}$.

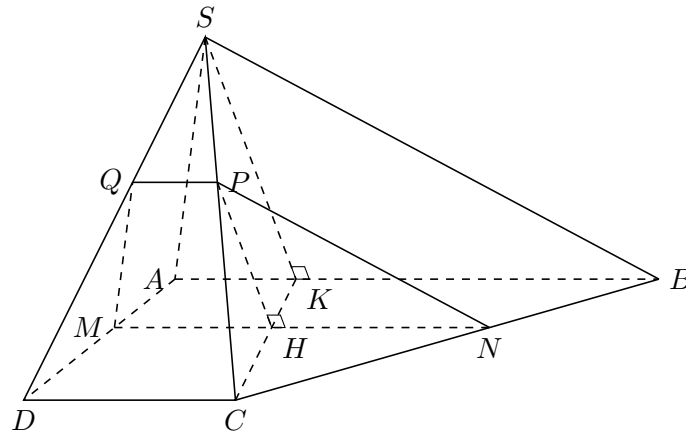
A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = 1$.

C. $x = \frac{3}{2}$.

D. $x = \frac{2}{3}$.

🔗 **Lời giải.**



Ta có $\begin{cases} (\alpha) \parallel (SAB) \\ (ABCD) \cap (SAB) = AB \\ M \in (\alpha) \cap (ABCD) \end{cases}$ suy ra giao tuyến của (α) và $(ABCD)$ là đường thẳng qua M và song song AB , đường thẳng này cắt BC tại N . Tương tự giao tuyến của (α) và (SBC) là đường thẳng qua N song song SB cắt SC tại P , giao tuyến của (α) và (SCD) là đường thẳng qua P song song CD cắt SD tại Q . Thiết diện của $S.ABCD$ khi cắt bởi (α) là hình thang $MNPQ$.

$$\text{Đặt } CD = a, \text{ ta có } \frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} = \frac{AM}{AD} = \frac{x}{x+1} \Leftrightarrow PQ = \frac{ax}{x+1}.$$

$$\text{Trong hình thang } ABCD \text{ ta có } MN = \frac{x}{x+1}CD + \frac{1}{x+1}AB = \frac{a(x+2)}{x+1}.$$

Gọi K là hình chiếu của S lên AB , H là giao của MN và CK , khi đó $PH \parallel SK$ và do đó $PH \perp MN$, thêm nữa $\frac{PH}{SK} = \frac{CH}{CK} = \frac{DM}{DA} = \frac{1}{x+1}$.

$$\text{Ta có } \frac{S_{MNPQ}}{S_{ABC}} = \frac{(PQ + MN)PH}{SK \cdot AB} = \frac{1}{x+1}. \text{ Theo giả thiết } \frac{1}{x+1} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **A** □

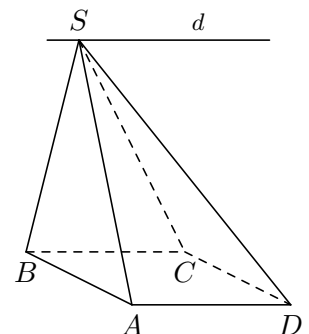
Câu 68. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. d đi qua S và song song với BD .B. d đi qua S và song song với BC .C. d đi qua S và song song với AB .D. d đi qua S và song song với DC .

🔗 **Lời giải.**

$$\text{Vì } \begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

nên $d = (SAD) \cap (SBC)$ là đường thẳng qua S và song song với BC .



Chọn đáp án **B** □

Câu 69. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACD, ABD . Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $(G_1G_2G_3)$ cắt (BCD) .B. $(G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$.

C. $(G_1G_2G_3) \parallel (BCA)$.

D. $(G_1G_2G_3)$ không có điểm chung (ACD) .

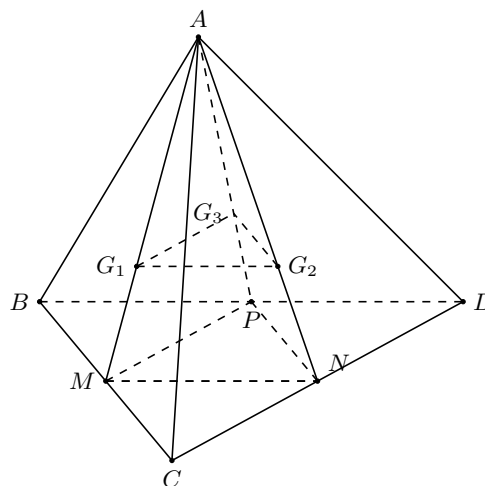
Lời giải.

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, BD .

$$\text{Khi đó: } \frac{SG_1}{SM} = \frac{SG_2}{SN} = \frac{SG_3}{SP} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow G_1G_2 \parallel MN, \Rightarrow G_1G_3 \parallel MP.$$

Suy ra $(G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 70. Hãy chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau đây.

A. Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

B. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng kia.

C. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì song song với nhau.

D. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải.

Hai mặt phẳng có ba vị trí tương đối là : song song, cắt nhau, trùng nhau.

Do đó, hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 71. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm AB', BC . Mặt phẳng (DMN) cắt hình hộp theo một thiết diện hình

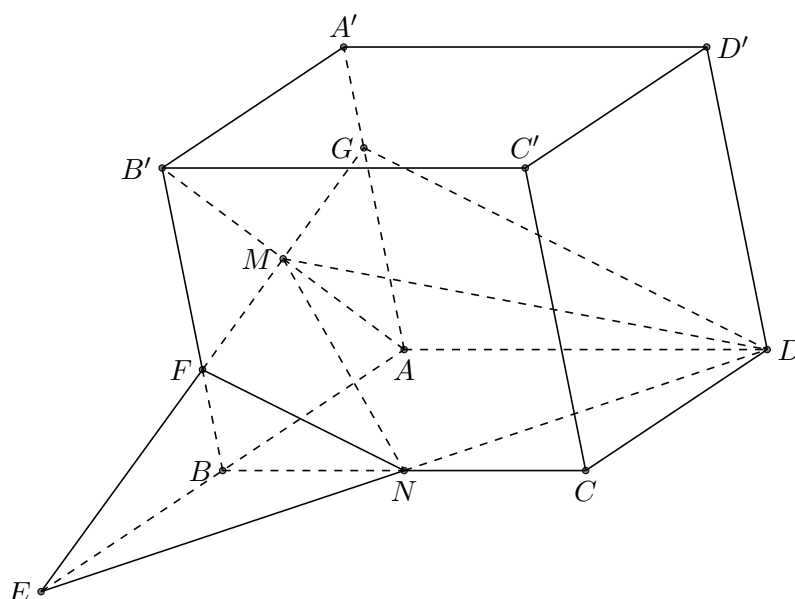
A. Lục giác.

B. Ngũ giác.

C. Tam giác.

D. Tứ giác.

Lời giải.



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi E là giao điểm của ND và AB .

Trong mặt phẳng $ABB'A'$, gọi F, G lần lượt là giao điểm của EM với BB', AA' .

Khi đó mặt phẳng (DMN) cắt hình hộp theo một thiết diện là tứ giác $NFGD$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 72. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.
 B. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ đều.
 C. Hình lăng trụ có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.
 D. Hình lăng trụ tứ giác đều là hình lập phương.

Lời giải.

Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 73. Xét các mệnh đề sau

- (1) Hình hộp là một hình lăng trụ;
 (2) Hình lập phương là hình hộp đứng có đáy là hình vuông;
 (3) Hình hộp có các mặt đối diện bằng nhau;
 (4) Hình lăng trụ có các mặt bên là hình bình hành;
 (5) Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên bằng nhau.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 3.

Lời giải.

Các mệnh đề (1), (3) và (4) đúng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 74. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD, BC theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $\frac{MA}{AD} = \frac{NC}{CB} = \frac{1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD . Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là

- A. một hình bình hành. B. một hình thang với đáy lớn gấp 2 lần đáy nhỏ.
 C. một hình thang với đáy lớn gấp 3 lần đáy nhỏ. D. một tam giác.

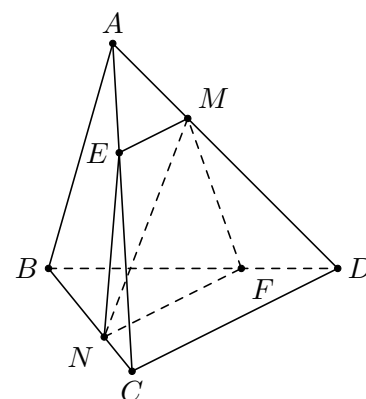
Lời giải. đường thẳng song song với CD cắt AC tại E .

Qua N , kẻ đường thẳng song song với CD cắt BD tại F .

Khi đó $ME \parallel NF \parallel CD$ và $(P) \equiv (MENF)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{NF}{CD} = \frac{BN}{BC} = \frac{2}{3} \\ \frac{ME}{CD} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow NF = 2ME.$$

Vậy thiết diện của $ABCD$ cắt bởi (P) là hình thang $MENF$, trong đó đáy lớn NF gấp 2 lần đáy nhỏ ME .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 75. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là

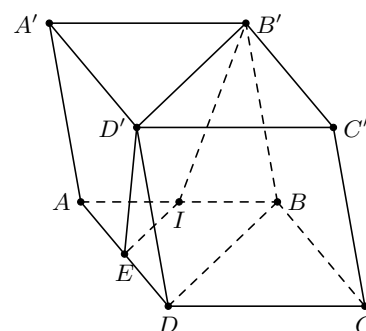
- A. hình bình hành. B. hình thang. C. hình chữ nhật. D. tam giác.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} B'D' \subset (IB'D') \\ BD \subset (ABCD) \text{ nên giao tuyến của } (IB'D') \text{ với } (ABCD) \text{ là đường} \\ BD \parallel B'D' \end{cases}$$

thẳng IE qua I và song song với BD ($E \in AD$).

Vì $IE \parallel B'D'$ nên thiết diện là hình thang $IED'B'$.

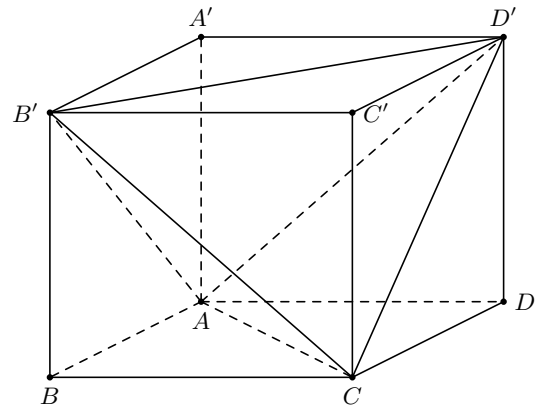


Chọn đáp án **B**

□

Câu 76.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Xét tứ diện $AB'CD'$. Cắt tứ diện đó bằng mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC) . Tính diện tích của thiết diện thu được.



A. $\frac{a^2}{3}$.

B. $\frac{2a^2}{3}$.

C. $\frac{a^2}{2}$.

D. $\frac{3a^2}{4}$.

Lời giải.

Gọi I là tâm của hình lập phương $\Rightarrow I$ là trung điểm của AC' .

Gọi (P) là mặt phẳng qua I và song song với (ABC) . Khi đó (P) cắt các đường thẳng AB' , $B'C$, CD' , AD' lần lượt tại các trung điểm M , N , P , Q .

Khi đó $MN = PQ = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và

$$NP = MQ = \frac{1}{2}B'D' = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

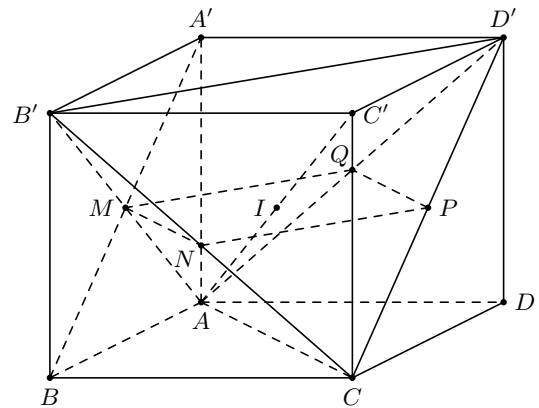
Do đó, thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC) là hình thoi $MNPQ$ cạnh bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác $NQ = MP = BC = a$.

Diện tích hình thoi $MNPQ$ là $S = \frac{1}{2}NQ \cdot MP = \frac{a^2}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

**Câu 77.** Cho bốn mệnh đề sau

- (1) Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với (β) .
- (2) Hai đường thẳng nằm trên hai mặt phẳng song song thì song song với nhau.
- (3) Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- (4) Tồn tại hai đường thẳng song song mà mỗi đường thẳng cắt đồng thời hai đường thẳng chéo nhau cho trước.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

- Mệnh đề (1) là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề (2) là mệnh đề sai vì hai đường thẳng đó có thể chéo nhau.
- Mệnh đề (3) là mệnh đề sai vì hai đường thẳng song song cũng không có điểm chung.
- Mệnh đề (4) là mệnh đề sai vì nếu tồn tại hai đường thẳng như trên thì cả 4 đường thẳng này đồng phẳng (mâu thuẫn với giả thiết).

Vậy có 3 mệnh đề **sai**.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 78. Một hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì hình lăng trụ đó có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 31.

B. 30.

C. 22.

D. 33.

🔗 **Lời giải.**

Hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên suy ra đây là đa giác có 11 đỉnh $\Rightarrow$ đa giác đáy có 11 cạnh.

Vậy hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì có $11 + 11 \cdot 2 = 33$ cạnh.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 79. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. $(ABB'A') \parallel (CC'D'D)$.

B. Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau.

C. $AA' \parallel CC'$.

D. Hai mặt phẳng đáy song song với nhau.

🔗 **Lời giải.**

Mệnh đề **sai** là “Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau”.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 80. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$, $\triangle ACC'$ và $\triangle AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

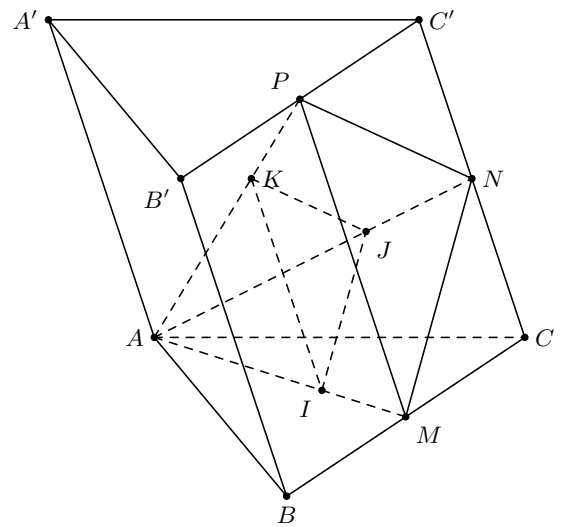
A. $(BC'A)$.B. $(AA'B)$.C. $(BB'C)$.D. $(CC'A)$.

🔗 **Lời giải.**

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BC, CC' và $B'C'$.

Ta có $\frac{AK}{AP} = \frac{AJ}{AN} = \frac{AI}{AM} = \frac{2}{3}$.

Suy ra $(IJK) \parallel (MNP)$ hay $(IJK) \parallel (BB'C)$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 81 (Tác giả: Lê Thị Thu Hằng, Email: lethuhang2712@gmail.com).

Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang, đáy lớn $BC = 2a$, $AD = a$, $AB = b$. Mặt bên (SAD) là tam giác đều. Mặt phẳng (α) qua điểm M trên cạnh AB và song song với các cạnh SA, BC . Mặt phẳng (α) cắt CD, SC, SB lần lượt tại N, P, Q . Đặt $x = AM$ ($0 < x < b$). Giá trị lớn nhất của diện tích thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{12}$.C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

🔗 **Lời giải.**

$(\alpha) \parallel SA$ và BC nên $(\alpha) \parallel (SAD) \Rightarrow MQ \parallel SA, NP \parallel SD$.

Ta có $MN \parallel PQ \parallel AD \parallel BC$.

Theo định lý Talét trong hình thang $ABCD$ ta có

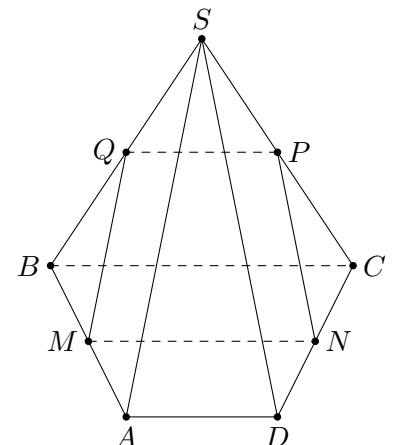
$$\frac{BM}{BA} = \frac{CN}{CD}. (1)$$

Theo định lý Talét trong $\triangle SAB$ ta có

$$\frac{BM}{BA} = \frac{BQ}{BS} = \frac{MQ}{SA}. (2)$$

Theo định lý Talét trong $\triangle SCD$ ta có

$$\frac{CN}{CD} = \frac{CP}{CS} = \frac{PN}{SD}. (3)$$



Từ (1), (2), (3) suy ra $MQ = NP = \frac{b-x}{b}a$; $PQ = \frac{x}{b}2a$; $MN = a + \frac{x}{b}a$.

Suy ra thiết diện là hình thang cân và

$$\begin{aligned} S_{td} &= \frac{1}{2}(MN + PQ)\sqrt{MQ^2 - \left(\frac{MN - PQ}{2}\right)^2} \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{ab+ax}{b} + \frac{2ax}{b}\right)\sqrt{\frac{a^2(b-x)^2}{b^2} - \frac{a^2(b-x)^2}{4b^2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a(b+3x)}{b} \cdot \frac{a\sqrt{3}(b-x)}{2b} \\ &= \frac{a^2\sqrt{3}}{12b^2}(3x+b)(3b-3x) \leq \frac{a^2\sqrt{3}}{12b^2}\left(\frac{3x+b+3b-3x}{2}\right)^2 = \frac{a\sqrt{3}}{3}. \end{aligned}$$

Vậy diện tích lớn nhất của thiết diện là $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$ khi $x = \frac{b}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 82 (Tác giả: Đặng Duy Hùng). cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên cạnh AB lấy điểm M khác A và B . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (ACD') . Đặt $\frac{AM}{AB} = k$, $0 < k < 1$. Tìm k để thiết diện của hình hộp và mặt phẳng (P) có diện tích lớn nhất.

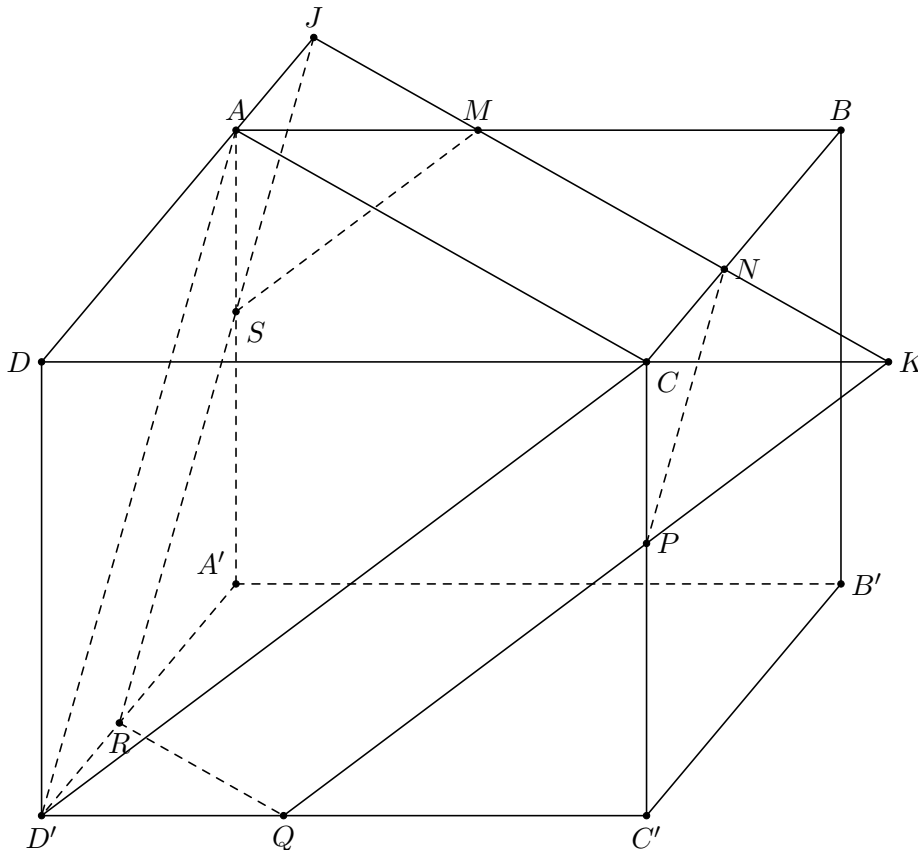
A. $k = \frac{1}{2}$.

B. $k = \frac{3}{4}$.

C. $k = \frac{1}{4}$.

D. $k = \frac{2}{5}$.

Lời giải.



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, qua M kẻ đường thẳng song song với AC cắt DB , BC lần lượt tại E , N .
 Trong mặt phẳng (BDD') , qua E kẻ đường thẳng song song với OD' cắt $B'D'$ tại F .
 Trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$, qua F kẻ đường thẳng song song với AC cắt $A'D'$, $D'C'$ lần lượt tại R , Q .
 Trong mặt phẳng $(AA'DD')$ qua R kẻ đường thẳng song song với AD' cắt AA' tại S .
 Trong mặt phẳng $(CC'D'D)$, qua Q kẻ đường thẳng song song với CD' cắt CC' tại P .
 Vậy thiết diện là lục giác $MNPQRS$.

Do các mặt đối diện của hình hộp song song nên các cạnh đối của lục giác thiết diện $MNPQRS$ song song và 3 cặp cạnh đó lần lượt song song với các cạnh tam giác ACD' . Các tam giác JKI , ACD' , RQI , JMS , NKP đồng dạng

$$\Rightarrow \frac{MJ}{MN} = \frac{MA}{MB} = \frac{NC}{NB} = \frac{NK}{NM} = \frac{PC}{PC'} = \frac{PK}{PQ} = \frac{QD'}{QC'} = \frac{QI}{QP} \Rightarrow MJ = NK \text{ và } PK = QI.$$

Suy ra các tam giác RQI , JMS , NKP bằng nhau (gọi diện tích của chúng là S_1 và diện tích các tam giác JKI , ACD' lần lượt là S_2 , S).

$$\text{Ta có } \frac{S_1}{S} = \left(\frac{JM}{AC}\right)^2 = \left(\frac{AM}{DC}\right)^2 = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = k^2 \Rightarrow S_1 = k^2 S.$$

$$\frac{S_2}{S} = \left(\frac{JK}{AC}\right)^2 = \left(\frac{JM+MK}{AC}\right)^2 = (k+1)^2 \Rightarrow S_2 = (k+1)^2 S.$$

Diện tích thiết diện

$$S_{td} = S_2 - 3S_1 = 2S(-k^2 + k + \frac{1}{2}) \leq \frac{3S}{2}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $k = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 83. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (NOM) cắt (OPM) .

B. $(MON) // (SBC)$.

C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.

D. $(NMP) // (SBD)$.

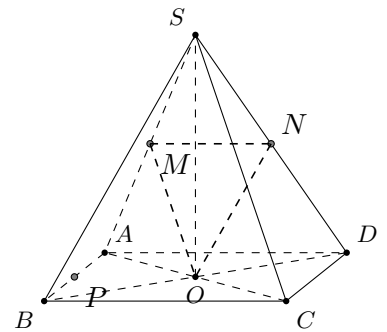
Lời giải.

Xét hai mặt phẳng (MON) và (SBC) .

Ta có: $OM // SC$ và $ON // SB$.

Mà $BS \cap SC = C$ và $OM \cap ON = O$.

Do đó $(MON) // (SBC)$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 84. Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'D'$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

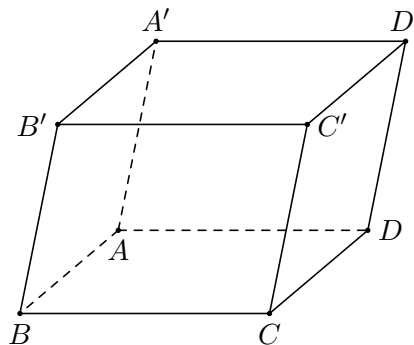
A. $(AA'B'B)$ song song với $(CC'D'D)$.

B. Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau.

C. AA' song song với CC' .

D. Hai mặt phẳng đáy song song với nhau.

Lời giải.



Đáp án là B.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 85. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây

A. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.

B. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

C. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q) .

D. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (Q) .

Lời giải.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 86. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì trùng nhau.
- C. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau hoặc trùng nhau.
- D. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song..

Lời giải.

Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau hoặc trùng nhau.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 87. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.
- B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
- D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

Lời giải.

- Mệnh đề “Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung” sai vì hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung.
- Mệnh đề “Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng” sai vì có thể xảy ra trường hợp hai đường thẳng đó hoặc cắt nhau hoặc trùng nhau.
- Mệnh đề “Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau” sai vì có thể xảy ra trường hợp hai đường thẳng đó song song.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 88. Cho ba mặt phẳng phân biệt (α) , (β) , (γ) có $(\alpha) \cap (\beta) = d_1$; $(\beta) \cap (\gamma) = d_2$; $(\alpha) \cap (\gamma) = d_3$. Khi đó ba đường thẳng d_1 , d_2 , d_3

- A. đôi một cắt nhau.
- B. đôi một song song.
- C. đồng quy.
- D. đôi một song song hoặc đồng quy.

Lời giải.

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 89. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
- B. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì cắt nhau.
- C. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.
- D. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có vô số mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.

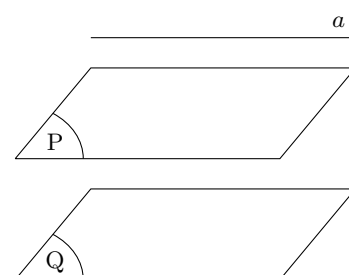
Lời giải.

Trong không gian, hai mặt phẳng có 3 vị trí tương đối: trùng nhau, cắt nhau, song song với nhau. Vì vậy, 2 mặt phẳng không cắt nhau thì có thể song song hoặc trùng nhau $\Rightarrow$ A là mệnh đề sai.

Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì chúng có thể song song với nhau (hình vẽ) $\Rightarrow$ B là mệnh đề sai.

Ta có: $a \parallel (P)$, $a \parallel (Q)$ nhưng (P) và (Q) vẫn có thể song song với nhau.

Mệnh đề C là tính chất nên C đúng.



Chọn đáp án **C**

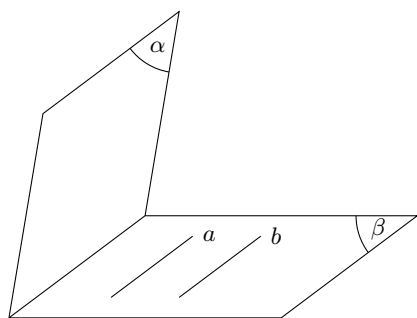
□

Câu 90. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận $mp(\alpha) \parallel mp(\beta)$?

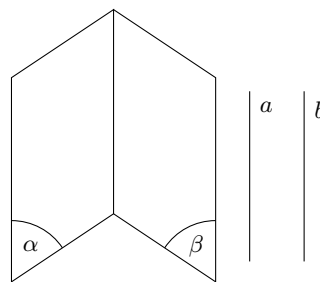
- A. $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma)$ ((γ) là mặt phẳng nào đó).

- B. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β) .
 C. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β) .
 D. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng cắt nhau thuộc (β) .

🔗 **Lời giải.**



Hình 1.



Hình 2.

Trong trường hợp: $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma)$ ((γ) là mặt phẳng nào đó) thì (α) và (β) có thể trùng nhau $\Rightarrow$ Loại A.

$(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β) thì (α) và (β) vẫn có thể cắt nhau (hình 1) $\Rightarrow$ Loại B.

$(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β) thì (α) và (β) vẫn có thể cắt nhau (hình 2) $\Rightarrow$ Loại C.

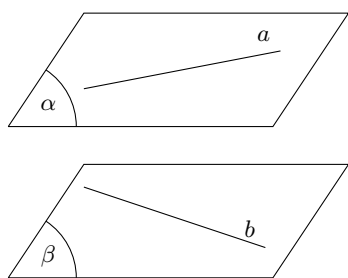
Chọn đáp án **D**

□

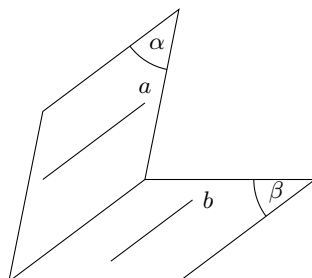
Câu 91. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .
 B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) cũng song song với bất kì đường thẳng nào nằm trong (β) .
 C. Nếu hai đường thẳng phân biệt a và b song song lần lượt nằm trong hai mặt phẳng (α) và (β) phân biệt thì $a \parallel (\beta)$.
 D. Nếu đường thẳng d song song với $mp(\alpha)$ thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trong $mp(\alpha)$.

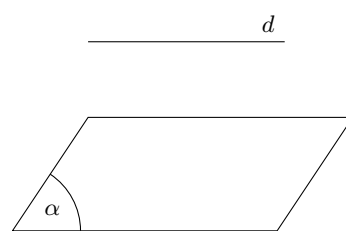
🔗 **Lời giải.**



Hình 1.



Hình 2.



Hình 3.

Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì hai đường thẳng bất kì lần lượt thuộc (α) và (β) có thể chéo nhau (Hình 1) $\Rightarrow$ Loại B. Nếu hai đường thẳng phân biệt a và b song song lần lượt nằm trong hai mặt phẳng (α) và (β) phân biệt thì hai mặt phẳng (α) và (β) có thể cắt nhau (Hình 2) $\Rightarrow$ Loại C. Nếu đường thẳng d song song với $mp(\alpha)$ thì nó có thể chéo nhau với một đường thẳng nào đó nằm trong (α) . (Hình 3).

Chọn đáp án **A**

□

Câu 92. Cho hai mặt phẳng song song (α) và (β) , đường thẳng $a \parallel (\alpha)$. Có mấy vị trí tương đối của a và (β) ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

🔗 **Lời giải.**

Trong không gian, giữa đường thẳng và mặt phẳng có 3 vị trí tương đối: đường thẳng cắt mặt phẳng, đường thẳng song song với mặt phẳng, đường thẳng nằm trên mặt phẳng. $a \parallel (\alpha)$ mà $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a$ và (β) không thể cắt nhau. Vậy còn 2 vị trí tương đối.

Chọn đáp án **(B)**

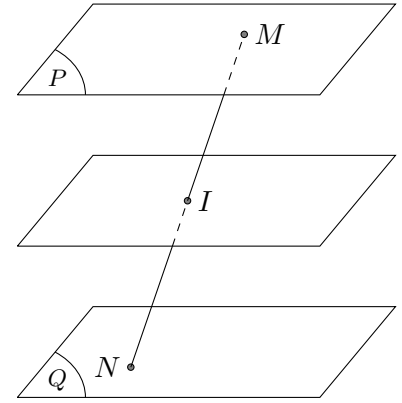
□

Câu 93. Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) . Hai điểm M, N lần lượt thay đổi trên (P) và (Q) . Gọi I là trung điểm của MN . Chọn khẳng định đúng.

- A. Tập hợp các điểm I là đường thẳng song song và cách đều (P) và (Q) .
- B. Tập hợp các điểm I là mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) .
- C. Tập hợp các điểm I là một mặt phẳng cắt (P) .
- D. Tập hợp các điểm I là một đường thẳng cắt (P) .

Lời giải.

Ta có: I là trung điểm của $MN \Rightarrow$ Khoảng cách từ I đến (P) bằng khoảng cách từ I đến $(Q) \Rightarrow$ Tập hợp các điểm I là mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 94. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) ?

- A. $a \parallel b$ và $b \subset (P)$.
- B. $a \parallel b$ và $b \parallel (P)$.
- C. $a \parallel (Q)$ và $(Q) \parallel (P)$.
- D. $a \subset (Q)$ và $b \subset (P)$.

Lời giải.

Ta có: $a \parallel b$ và $b \subset (P)$ suy ra $a \parallel (P)$ hoặc $a \subset (P) \Rightarrow$ Loại A. $a \parallel b$ và $b \parallel (P)$ suy ra $a \parallel (P)$ hoặc $a \subset (P) \Rightarrow$ Loại B. $a \parallel (Q)$ và $(Q) \parallel (P)$ suy ra $a \parallel (P)$ hoặc $a \subset (P) \Rightarrow$ Loại C.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 95. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$.
- B. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì a và b chéo nhau.
- C. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.
- D. Nếu $(\gamma) \cap (\alpha) = a$, $(\gamma) \cap (\beta) = b$ và $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel b$.

Lời giải.

Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$ hoặc a chéo $b \Rightarrow$ A, B sai. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$ hoặc (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến song song với a và b .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 96. Cho đường thẳng $a \subset (P)$ và đường thẳng $b \subset (Q)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$.
- B. $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.
- C. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$.
- D. a và b chéo nhau.

Lời giải.

Với đường thẳng $a \subset (P)$ và đường thẳng $b \subset (Q)$.

Khi $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau $\Rightarrow$ A sai.

Khi $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$ hoặc $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến song song với a và $b \Rightarrow$ B sai.

a và b có thể chéo nhau, song song hoặc cắt nhau $\Rightarrow$ D sai.

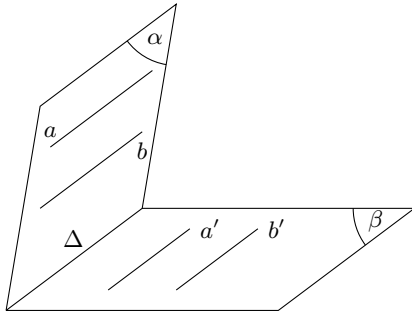
Chọn đáp án **(C)**

□

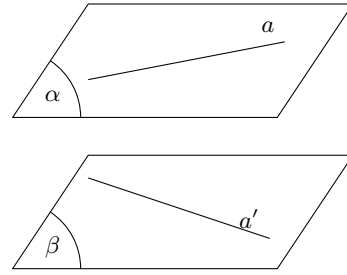
Câu 97. Hai đường thẳng a và b nằm trong $mp(\alpha)$. Hai đường thẳng a' và b' nằm trong $mp(\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.
- B. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$.
- C. Nếu $a \parallel b$ và $a' \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.
- D. Nếu a cắt b và $a \parallel a'$, $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

Lời giải.



Hình 1.



Hình 2.

Nếu $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$ hoặc (α) cắt (β) (Hình 1) $\Rightarrow$ A sai. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel a'$ hoặc a, a' chéo nhau (Hình 2) $\Rightarrow$ B sai.

Nếu $a \parallel b$ và $a' \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$ hoặc (α) cắt CC' . (Hình 1) $\Rightarrow$ C sai.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 98. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ . Hai đường thẳng p và q lần lượt nằm trong (P) và (Q) . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. p và q cắt nhau.

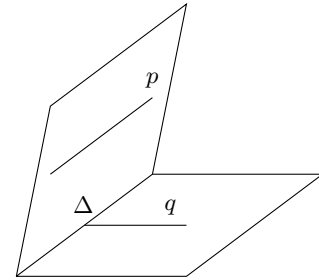
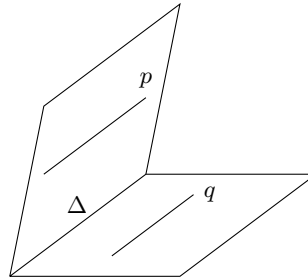
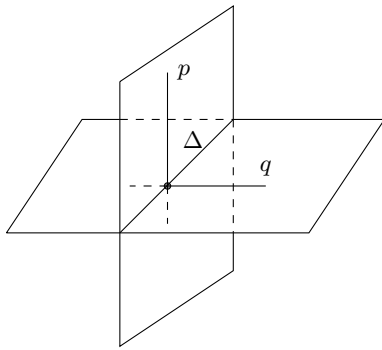
B. p và q chéo nhau.

C. p và q song song.

D. Cả ba mệnh đề trên đều sai.

Lời giải.

Ta có p và q có thể cắt nhau, song song, chéo nhau (hình vẽ).



Chọn đáp án **D**

□

Câu 99. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, I theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (NOM) cắt (OPM) .

B. $(MON) \parallel (SBC)$.

C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.

D. $(NMP) \parallel (SBD)$.

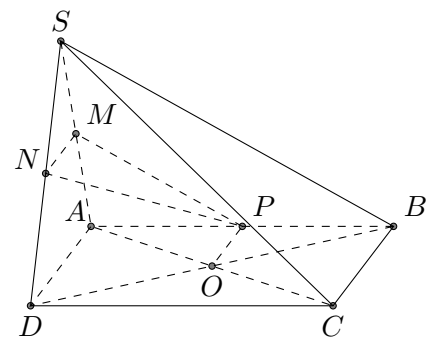
Lời giải.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAD suy ra $MN \parallel AD$ (1).

Và OP là đường trung bình của tam giác BAD suy ra $OP \parallel AD$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $MN \parallel OP \parallel AD \Rightarrow M, N, O, P$ đồng phẳng.

Lại có $MP \parallel SB, OP \parallel BC$ suy ra $(MNOP) \parallel (SBC)$ hay $(MON) \parallel (SBC)$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Tam giác SBD đều. Một mặt phẳng (P) song song với (SBD) và qua điểm I thuộc cạnh AC (không trùng với A hoặc C). Thiết diện của (P) và hình chóp là hình gì?

A. Hình hình hành.

B. Tam giác cân.

C. Tam giác vuông.

D. Tam giác đều.

Lời giải.

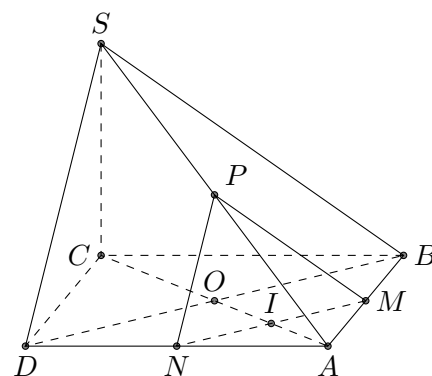
Gọi MN là đoạn thẳng giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt đáy $(ABCD)$. Vì $(P) \parallel (SBD)$, $(P) \cap (ABCD) = MN$ và $(SBD) \cap (ABCD) = BD$ suy ra $MN \parallel BD$.

Lập luận tương tự, ta có

(P) cắt mặt (SAD) theo đoạn giao tuyến NP với $NP \parallel SD$.

(P) cắt mặt (SAB) theo đoạn giao tuyến MP với $MP \parallel SB$.

Vậy tam giác MNP đồng dạng với tam giác SBD nên thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là tam giác đều MNP .



Chọn đáp án **D**

□

Câu 101. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hình lăng trụ có các cạnh bên song song và bằng nhau.
- B. Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song.
- C. Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác đều.
- D. Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành.

Lời giải.

Xét hình lăng trụ có đáy là một đa giác (tam giác, tứ giác, ...), ta thấy rằng hình lăng trụ luôn có các cạnh bên song song và bằng nhau. Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song. Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác bằng nhau (tam giác, tứ giác, ...). Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành vì có hai cạnh là hai cạnh bên của hình lăng trụ, hai cạnh còn lại thuộc hai đáy song song.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 102. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Các cạnh bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau.
- B. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành.
- C. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành bằng nhau.
- D. Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau.

Lời giải.

Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành, chúng bằng nhau nếu hình lăng trụ có đáy là tam giác đều.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 103. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Các cạnh bên của hình chóp cắt đôi một song song.
- B. Các cạnh bên của hình chóp cắt là các hình thang.
- C. Hai đáy của hình chóp cắt là hai đa giác đồng dạng.
- D. Cả 3 mệnh đề trên đều sai.

Lời giải.

Xét hình chóp cắt có đáy là đa giác (tam giác, tứ giác, ...) ta thấy rằng: Các cạnh bên của hình chóp cắt đôi một cắt nhau. Các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang cân. Hai đáy của hình chóp cắt là hai đa giác đồng dạng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 104. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Trong hình chóp cắt thì hai đáy là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song và các tỉ số các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.
- B. Các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang.
- C. Các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang cân.
- D. Đường thẳng chứa các cạnh bên của hình chóp cắt đồng quy tại một điểm.

Lời giải.

Với hình chóp cắt, các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 105. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\Delta \parallel AB$.

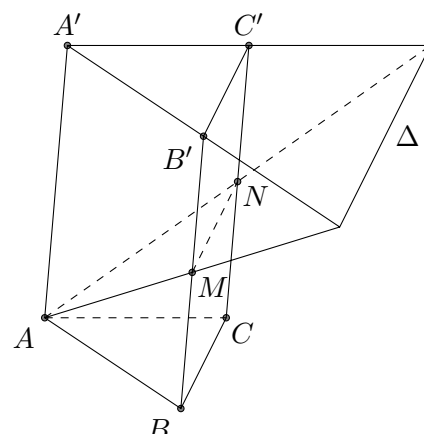
B. $\Delta \parallel AC$.

C. $\Delta \parallel BC$.

D. $\Delta \parallel AA'$.

🔗Lời giải.

Ta có $\begin{cases} MN \subset (AMN) \\ B'C' \subset (A'B'C') \end{cases} \rightarrow \Delta$ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$ sẽ song song với MN và $B'C'$. Suy ra $\Delta \parallel BC$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 106. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (AHC') song song với đường thẳng nào sau đây?

A. CB' .

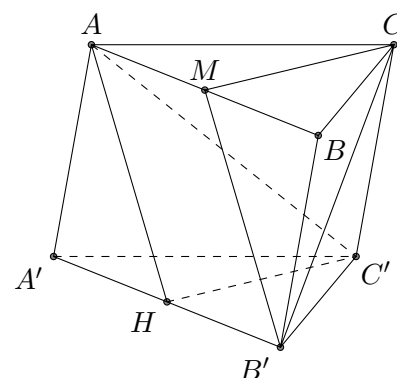
B. BB' .

C. BC .

D. BA' .

🔗Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AB suy ra $MB' \parallel AH \Rightarrow MB' \parallel (AHC')$.
(1)
Vì MH là đường trung bình của hình bình hành $ABB'A'$ suy ra MH song song và bằng BB' nên MH song song và bằng CC'
 $\Rightarrow MHC'C$ là hình bình hành $\Rightarrow MC \parallel HC' \Rightarrow MC \parallel (AHC')$. (2)
Từ (1) và (2), suy ra $(B'MC) \parallel (AHC') \Rightarrow B'C \parallel (AHC')$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 107. Cho hình lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$.

B. $AA_1 \parallel (BCC_1)$.

C. $AB \parallel (A_1B_1C_1)$.

D. AA_1B_1B là hình chữ nhật.

🔗Lời giải.

Vì mặt bên AA_1B_1B là hình bình hành, còn nó là hình chữ nhật nếu $ABC.A_1B_1C_1$ là hình lăng trụ đứng.
Chọn đáp án **D**

□

Câu 108. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $ABCD$ là hình bình hành.

B. Các đường thẳng $A'C, AC', DB', D'B$ đồng quy.

C. $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$.

D. $AD'CB$ là hình chữ nhật.

🔗Lời giải.

Dựa vào hình vẽ và tính chất của hình hộp chữ nhật, ta thấy rằng:

- Hình hộp có đáy $ABCD$ là hình bình hành.
- Các đường thẳng $A'C, AC', DB', D'B$ cắt nhau tại tâm của $AA'C'C, BDD'B'$.
- Hai mặt bên $(ADD'A'), (BCC'B')$ đối diện và song song với nhau.
- AD' và CB là hai đường thẳng chéo nhau suy ra $AD'CB$ không phải là hình chữ nhật.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 109. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD' . Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. $(AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$.
 B. $(BA'D') \parallel (ADC')$.
 C. $A'B'CD$ là hình bình hành.
 D. $BB'D'D$ là một tứ giác.

Lời giải.

Dựa vào hình vẽ dưới và tính chất của hình hộp, ta thấy rằng:

- Hai mặt bên $(AA'B'B)$ và $(DD'C'C)$ đối diện, song song với nhau.
- Hình hộp có hai đáy $(ABCD), (A'B'C'D')$ là hình bình hành $\Rightarrow A'B' = CD$ và $A'B' \parallel CD$ suy ra $A'B'CD$ là hình bình hành.
- $BD \parallel B'D'$ suy ra B, B', D', D đồng phẳng $\Rightarrow BB'D'D$ là tứ giác.
- Mặt phẳng $(BA'D')$ chứa đường thẳng CD' mà CD' cắt $C'D$ suy ra $(BA'D')$ không song song với mặt phẳng (ADC') .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 110. Nếu thiết diện của một lăng trụ tam giác và một mặt phẳng là một đa giác thì đa giác đó có nhiều nhất mấy cạnh?

- A. 3 cạnh. B. 4 cạnh. C. 5 cạnh. D. 6 cạnh.

Lời giải.

Đa giác thiết diện của một lăng trụ tam giác và một mặt phẳng có nhiều nhất 5 cạnh với các cạnh thuộc các mặt của hình lăng trụ tam giác.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 111. Nếu thiết diện của một hình hộp và một mặt phẳng là một đa giác thì đa giác đó có nhiều nhất mấy cạnh?

- A. 4 cạnh. B. 5 cạnh. C. 6 cạnh. D. 7 cạnh.

Lời giải.

Vì hình hộp là hình lăng trụ có đáy là tứ giác và có 6 mặt nên thiết diện của hình hộp và mặt phẳng bất kì là một đa giác có nhiều nhất 6 cạnh.

Chọn đáp án **C**

□

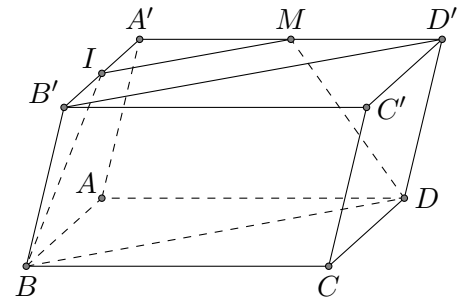
Câu 112. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

- A. Tam giác. B. Hình thang. C. Hình bình hành. D. Hình chữ nhật.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} B'D' \subset (IB'D') \\ BD \subset (ABCD) \rightarrow \text{Giao tuyến của } (IB'D') \text{ với } (ABCD) \\ B'D' \parallel BD \end{cases}$

là đường thẳng d đi qua I và song song với BD . Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $M = d \cap AD \rightarrow IM \parallel BD \parallel B'D'$. Khi đó thiết diện là tứ giác $IMB'D'$ và tứ giác này là hình thang.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 113. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua một cạnh của hình hộp và cắt hình hộp theo thiết diện là một tứ giác T . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. T là hình chữ nhật.

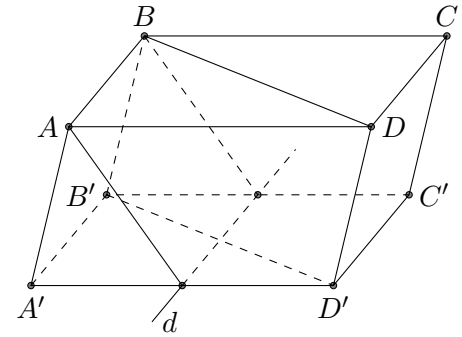
B. T là hình bình hành.

C. T là hình thoi.

D. T là hình vuông.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (α) đi qua cạnh AB và cắt hình hộp theo tứ giác T . Gọi d là đường thẳng giao tuyến của (α) và mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Ta chứng minh được $AB \parallel d$ suy ra tứ giác T là một hình bình hành.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 114. Cho hình chóp cắt tam giác $ABC.A'B'C'$ có 2 đáy là 2 tam giác vuông tại A và A' và có $\frac{AB}{A'B'} = \frac{1}{2}$. Khi đó tỉ số diện tích $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

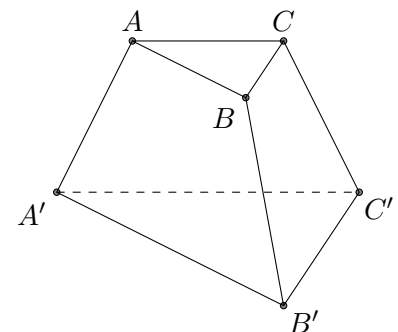
C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Hình chóp cắt $ABC.A'B'C'$ có hai mặt đáy là hai mặt phẳng song song nên tam giác ABC đồng dạng tam giác $A'B'C'$ suy ra $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} =$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC}{\frac{1}{2} \cdot A'B' \cdot A'C'} = \frac{AB}{A'B'} \cdot \frac{AC}{A'C'} = \frac{1}{4}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 115. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4, \widehat{BAC} = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SM = 2MA$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{16}{9}$.

B. $\frac{14}{9}$.

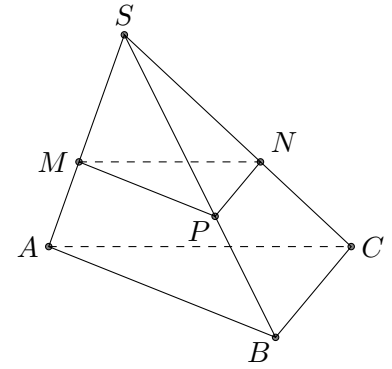
C. $\frac{25}{9}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin 30^\circ = 4$. Gọi N, P lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) và các cạnh SB, SC . Vì $(P) \parallel (ABC)$ nên theo định lý Talet, ta có $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{2}{3}$. Khi đó (P) cắt hình chóp $S.ABC$ theo thiết diện là tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số $k = \frac{2}{3}$.

$$\text{Vậy } S_{\Delta MNP} = k^2 \cdot S_{\Delta ABC} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 4 = \frac{16}{9}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 116. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh bên $BC = 2$, hai đáy $AB = 6, CD = 4$. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SA tại M sao cho $SA = 3SM$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

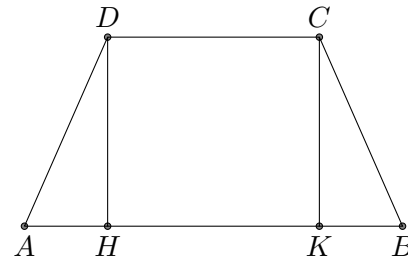
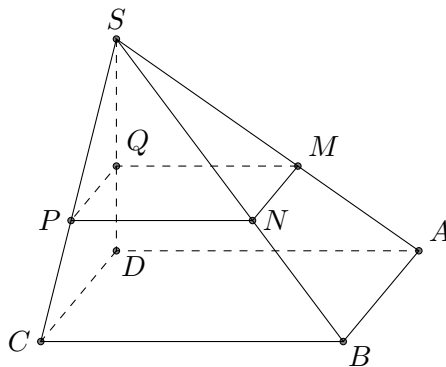
A. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. 2.

D. $\frac{7\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của D, C trên AB .

$$ABCD \text{ là hình thang cân} \Rightarrow \begin{cases} AH = BK; CD = HK \\ AH + HK + BK = AB \end{cases} \Rightarrow BK = 1.$$

Tam giác BCK vuông tại K , có $CK = \sqrt{BC^2 - BK^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$. Suy ra diện tích hình thang $ABCD$ là $S_{ABCD} = CK \cdot \frac{AB + CD}{2} = \sqrt{3} \cdot \frac{4 + 6}{2} = 5\sqrt{3}$.

Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của (P) và các cạnh SB, SC, SD . Vì $(P) \parallel (ABCD)$ nên theo định lý Talet, ta có $\frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{AD} = \frac{1}{3}$.

$$\text{Khi đó } (P) \text{ cắt hình chóp theo thiết diện } MNPQ \text{ có diện tích } S_{MNPQ} = k^2 \cdot S_{ABCD} = \frac{5\sqrt{3}}{9}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 117. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có tâm O , $AB = 8, SA = SB = 6$. Gọi (P) là mặt phẳng qua O và song song với (SAB) . Thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ có diện tích bằng

A. $5\sqrt{5}$.

B. $6\sqrt{5}$.

C. 12.

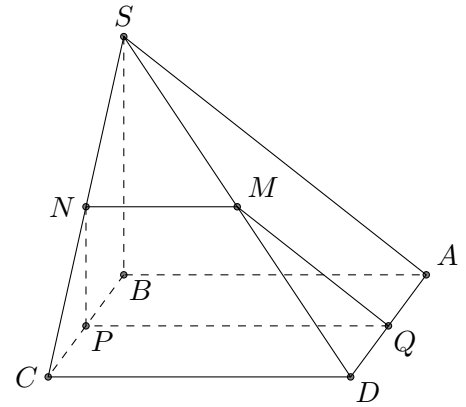
D. 13.

Lời giải.

Qua O kẻ đường thẳng d song song AB và cắt BC, AD lần lượt tại P, Q . Kẻ PN song song với SB ($N \in SB$), kẻ QM song song với SA ($M \in SA$). Khi đó $(MNPQ) \parallel (SAB) \Rightarrow$ thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là tứ giác $MNPQ$.

Vì P, Q là trung điểm của BC, AD suy ra N, M lần lượt là trung điểm của SC, SD . Do đó MN là đường trung bình tam giác $SCD \Rightarrow MN = \frac{CD}{2} = \frac{AB}{2} = 4$. Và $NP = \frac{SB}{2} = 3$;

$QM = \frac{SA}{2} = 3 \Rightarrow NP = QM \Rightarrow MNPQ$ là hình thang cân.



Hạ NH, MK vuông góc với PQ . Ta có $PH = KQ \Rightarrow PH = \frac{1}{2}(PQ - MN) = 2$.

Tam giác PHN vuông, có $NH = \sqrt{5}$.

Vậy diện tích hình thang $MNPQ$ là $S_{MNPQ} = NH \cdot \frac{PQ + NM}{2} = 6\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 118. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Đường thẳng $B'C$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (AHC') . B. $(AA'H)$. C. (HAB) . D. $(HA'C)$.

Lời giải.

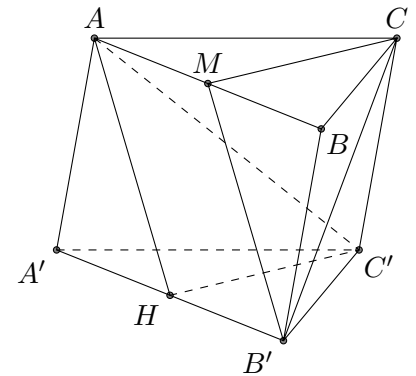
Gọi M là trung điểm của AB suy ra $MB' \parallel AH$

$\Rightarrow MB' \parallel (AHC')$. (1)

Vì MH là đường trung bình của hình bình hành $ABB'A'$ suy ra MH song song và bằng BB' nên MH song song và bằng CC'

$\Rightarrow MHC'C$ là hình bình hành $\Rightarrow MC \parallel HC' \Rightarrow MC \parallel (AHC')$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $(B'MC) \parallel (AHC') \Rightarrow B'C \parallel (AHC')$.



Chọn đáp án **A** □

Câu 119. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .
 B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong (β) .
 C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.
 D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Lời giải.

Đáp án B, C sai. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau thì có thể chéo nhau.

Đáp án D sai vì qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được vô số đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

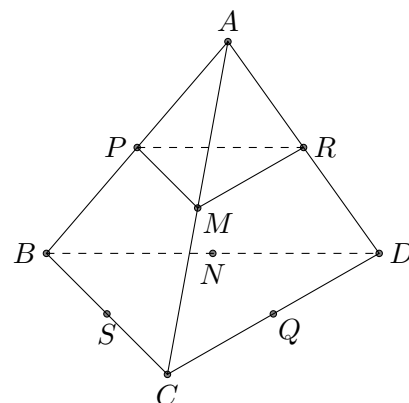
Chọn đáp án **A** □

Câu 120. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BD, AB, CD, AD, BC . Bốn điểm nào sau đây không đồng phẳng?

- A. P, Q, R, S . B. M, P, R, S . C. M, R, S, N . D. M, N, P, Q .

Lời giải.

Dễ thấy $(MPR) \parallel (BCD)$, mà $S \in (BCD) \Leftrightarrow S \notin (MPR)$.
 Vậy M, P, R, S không đồng phẳng.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 121. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$.
 B. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\beta)$ thì $a \parallel b$.
 C. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$ thì $a \parallel (\beta)$.
 D. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

Câu 122. Trong không gian, cho hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa (α) và (β) ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Trong không gian hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) có hai vị trí tương đối là: cắt nhau hay song song.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 123. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$ là

- A. Tam giác cân tại M . B. Tam giác đều. C. Hình bình hành. D. Hình thoi.

Lời giải.

Gọi N, P lần lượt nằm trên các cạnh SA, AC sao cho $\begin{cases} MN \parallel SI \\ MP \parallel IC \end{cases}$.

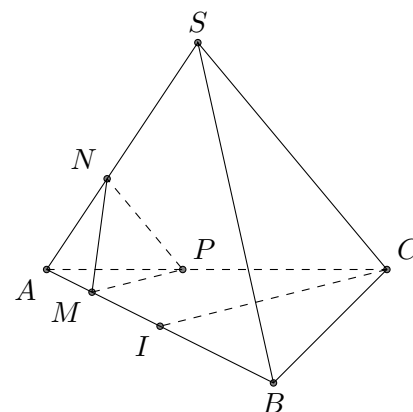
$\Leftrightarrow (MPN) \parallel (SIC) \Leftrightarrow (MNP) \equiv (\alpha)$.

Vậy thiết diện là tam giác MNP .

Tứ diện $SABC$ đều nên tam giác SIC cân tại I .

Ngoài ra ta có $\frac{AM}{AI} = \frac{MP}{IP} = \frac{MN}{MP} \Leftrightarrow MN = MP$.

Suy ra tam giác MNP cân tại M .



Chọn đáp án **(A)**

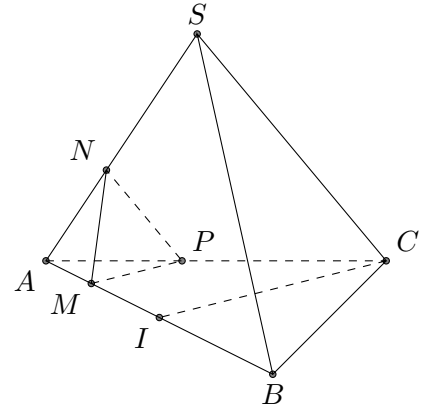
□

Câu 124. Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh bằng a . Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Tính chu vi của thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$, biết $AM = x$.

- A. $x(1 + \sqrt{3})$. B. $2x(1 + \sqrt{3})$. C. $3x(1 + \sqrt{3})$. D. Không tính được.

Lời giải.

Để ý hai tam giác MNP và SIC đồng dạng với tỉ số $\frac{AM}{AI} = \frac{2x}{a} \Rightarrow \frac{C_{MNP}}{C_{SIC}} = \frac{2x}{a} \Leftrightarrow C_{MNP} = \frac{2x}{a} (SI + IC + SC) = \frac{2x}{a} \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} + \frac{a\sqrt{3}}{2} + a \right) = 2x(\sqrt{3} + 1).$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 125. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi Bx, Cy, Dz là các đường thẳng song song với nhau lần lượt đi qua B, C, D và nằm về một phía của mặt phẳng $(ABCD)$ đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A cắt Bx, Cy, Dz lần lượt tại B', C', D' với $BB' = 2, DD' = 4$. Khi đó độ dài CC' bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

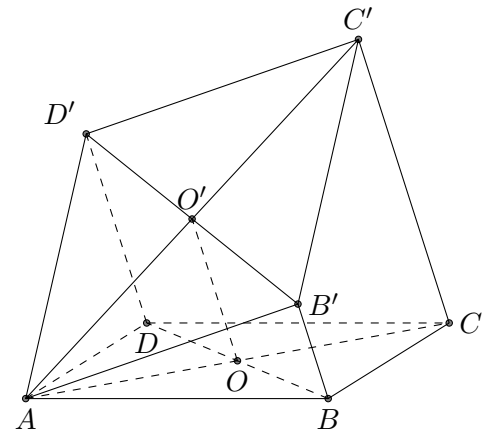
D. 6.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Dựng đường thẳng qua O song song BB' và cắt $B'D'$ tại O' .

Theo cách dựng trên, ta có OO' là đường trung bình của hình thang $BB'D'D \Leftrightarrow OO' = \frac{BB' + DD'}{2} = 3$.

Ngoài ra ta có OO' là đường trung bình của tam giác $ACC' \Leftrightarrow CC' = 2OO' = 6$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 126. Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC) . Thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Hình tam giác.

B. Hình bình hành.

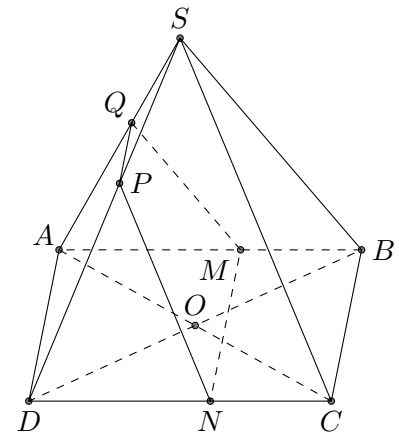
C. Hình thang.

D. Hình vuông.

Lời giải.

Lần lượt lấy các điểm N, P, Q thuộc các cạnh CD, SD, SA thỏa $MN \parallel BC, NP \parallel SC, PQ \parallel AD$.

Suy ra $(\alpha) \equiv (MNPQ)$ và $(\alpha) \parallel (SBC)$. Theo cách dựng trên thì thiết diện là hình thang.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 127. Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC) . Gọi N, P, Q lần lượt là giao của mặt phẳng (α) với các đường thẳng CD, SD, SA . Tập hợp các giao điểm I của hai đường thẳng MQ và NP là

A. Đường thẳng song song với AB .

B. Nửa đường thẳng.

C. Đoạn thẳng song song với AB .

D. Tập hợp rỗng.

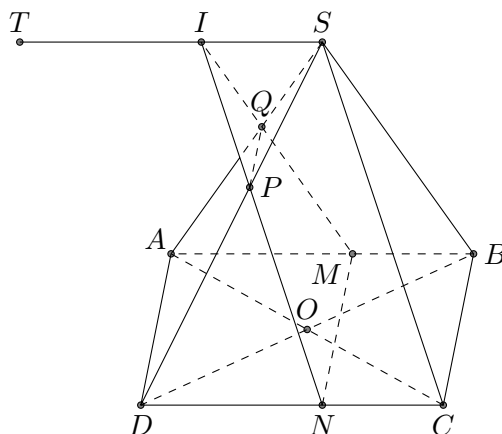
Lời giải.

Lần lượt lấy các điểm N, P, Q thuộc các cạnh CD, SD, SA thỏa $MN \parallel BC, NP \parallel SC, PQ \parallel AD$. Suy ra $(\alpha) \equiv (MNPQ)$ và $(\alpha) \parallel (SBC)$.

Vì $I = MQ \cap NP \Leftrightarrow \begin{cases} I, S \in (SCD) \\ I, S \in (SAB) \end{cases} \Leftrightarrow I$ nằm trên đường

thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Khi $\begin{cases} M \equiv B \Rightarrow I \equiv S \\ M \equiv A \Rightarrow I \equiv T \end{cases}$ với T là điểm thỏa mãn tứ giác $ABST$ là hình bình hành.



Vậy quỹ tích cần tìm là đoạn thẳng song song với AB .

Chọn đáp án **C**

□

ĐÁP ÁN

1. C	2. D	3. A	4. B	5. B	6. D	7. D	8. C	9. D	10. D
11. B	12. D	13. A	14. A	15. B	16. C	17. C	18. C	19. C	20. C
21. A	22. A	23. D	24. D	25. B	26. C	27. C	28. B	29. B	30. B
31. A	32. D	33. B	34. B	35. C	36. B	37. D	38. B	39. C	40. D
41. A	42. A	43. D	44. C	45. C	46. A	47. A	48. B	49. B	50. C
51. A	52. D	53. C	54. C	55. C	56. B	57. C	58. B	59. B	60. B
61. D	62. A	63. A	64. B	65. D	66. B	67. A	68. B	69. B	70. A
71. D	72. A	73. D	74. B	75. B	76. C	77. B	78. D	79. B	80. C
81. C	82. A	83. B	84. B	85. C	86. C	87. B	88. D	89. C	90. D
91. A	92. B	93. B	94. D	95. D	96. C	97. D	98. D	99. B	100. D
101. C	102. C	103. C	104. C	105. C	106. A	107. D	108. D	109. B	110. C
111. C	112. B	113. B	114. B	115. A	116. A	117. B	118. A	119. A	120. B
121. C	122. B	123. A	124. B	125. D	126. C	127. C			

BÀI 5. PHÉP CHIẾU SONG SONG - HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH KHÔNG GIAN

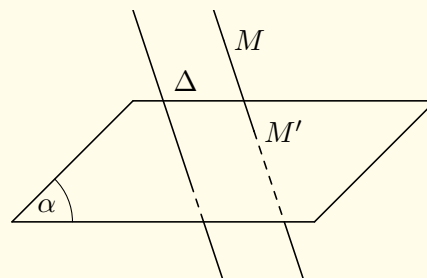
A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Khái niệm.

Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ cắt (α) .

Với mỗi điểm M trong không gian, đường thẳng đi qua M và song song hoặc trùng với Δ cắt (α) tại điểm M' xác định. Điểm M' được gọi là *hình chiếu song song* của điểm M trên mặt phẳng (α) theo phương Δ .

Mặt phẳng (α) gọi là *mặt phẳng chiếu*, phương Δ được gọi là *phương chiếu*.



Phép đặt tương ứng mỗi điểm M trong không gian với hình chiếu song song M' của nó trên (α) theo phương Δ được gọi là *phép chiếu song song lên (α) theo phương Δ* .

⚠️ Chú ý: Nếu một đường thẳng có phương trùng với phương chiếu thì hình chiếu song song của nó lên mặt phẳng chiếu là một điểm (trùng với giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng chiếu).

Tính chất 1. Phép chiếu song song:

- ① Bảo toàn sự thẳng hàng và thứ tự các điểm.
- ② Biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- ③ Biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
- ④ Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

Tính chất 2. Hình biểu diễn của một hình không gian trên mặt phẳng:

- ① Hình biểu diễn của một hình trong không gian là hình chiếu song song của hình đó lên mặt phẳng hoặc đồng dạng với hình chiếu đó.
- ② Hình biểu diễn của tam giác cân, tam giác vuông, tam giác đều thường là một tam giác bất kỳ.
- ③ Hình biểu diễn của hình bình hành, hình thoi, hình chữ nhật, hình vuông thường là hình bình hành.
- ④ Hình biểu diễn của hình thang là một hình thang.
- ⑤ Hình biểu diễn của hình tròn là hình elip hay hình tròn.

⚠️ Chú ý: Khi vẽ hình biểu diễn của hình không gian trên mặt phẳng cần bảo toàn tính song song, thẳng hàng và tỉ số hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc trên cùng một đường thẳng.

B CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Qua phép chiếu song song phương AA' mặt phẳng chiếu là $(A'B'C')$ biến G thành G' . Chứng minh G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AB .

Do $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ.

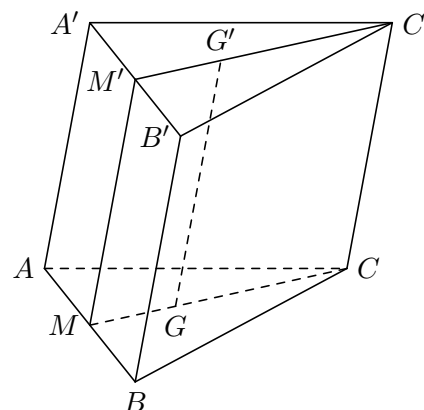
Suy ra qua phép chiếu song song phương AA' biến B thành B' , biến M thành M' .

Theo đầu bài G là trọng tâm tam giác ABC . Suy ra B, M, G thẳng hàng và $\frac{BG}{BM} = \frac{2}{3}$.

Ta có B', M', G' thẳng hàng và $\frac{B'G'}{B'M'} = \frac{2}{3}$.

Mặt khác M là trung điểm của AC , suy ra M' là trung điểm của C' .

Suy ra G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.



□

📁 BÀI TẬP TỰ RÈN LUYỆN

Bài 1. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau không? Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau có thể song song với nhau hay không?

🔗 **Lời giải.**

Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

Hình chiếu của hai đường thẳng cắt nhau thì không thể song song với nhau.

□

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành, O là tâm của đáy. Trên cạnh SB, SD lần lượt lấy điểm M, N sao cho $SM = 2MB, SN = \frac{1}{3}SD$. Hình chiếu của M, N qua phép chiếu song song phương SO mặt phẳng chiếu ($ABCD$) lần lượt là P, Q . Tính tỉ số $\frac{OP}{OQ}$.

🔗 **Lời giải.**

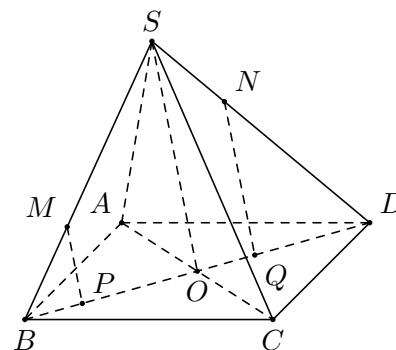
Do P là hình chiếu song song của M qua phép chiếu song song phương

$$SO \Rightarrow \frac{BM}{BS} = \frac{BP}{BO}.$$

$$\text{Mà } SM = 2MB \Rightarrow \frac{BP}{BO} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{OP}{OB} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Chứng minh tương tự, ta có } \frac{OQ}{OD} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Ta có } BO = DO \Rightarrow \frac{OP}{OQ} = \frac{1}{2}.$$



□

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành. Gọi O là tâm của đáy, lấy M, N lần lượt là ảnh của điểm A, D qua phép chiếu song song phương SO trên mặt phẳng (SBC). Khi đó tứ giác $BCNM$ là hình gì? Hình chóp $S.ABCD$ thêm điều kiện gì để tứ giác $BCNM$ là hình vuông?

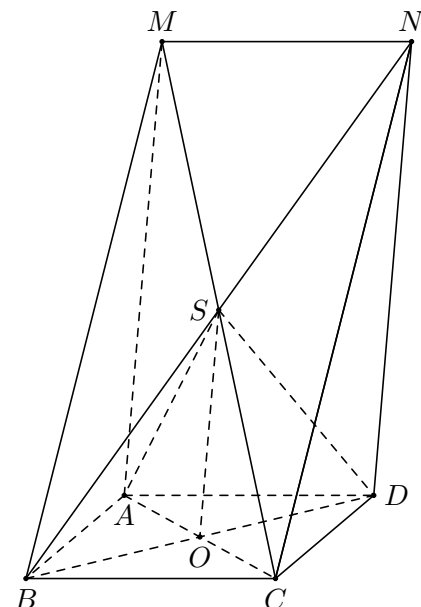
🔗 **Lời giải.**

Theo bài ra M, N lần lượt là ảnh của điểm A, D qua phép chiếu song song phương SO trên mặt phẳng (SBC) . Ta có $SO \parallel AM, SO \parallel DN$ và O là trung điểm của AC .

Suy ra SO là đường trung bình của các tam giác CAM, BDN .

Nên $AM \parallel DN$ và $AM = DN \Rightarrow ADN M$ là hình bình hành $\Rightarrow MN \parallel BC$ và $MN = BC \Rightarrow BCNM$ là hình bình hành.

Để $BCNM$ là hình vuông thì $BN = CM$ và $BN \perp CM$ suy ra hình chóp $S.ABCD$ có mặt bên SBC là tam giác vuông cân tại S



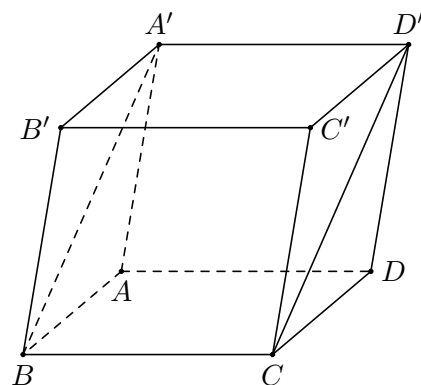
□

Bài 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, tìm ảnh của điểm A, B' .

- ① Qua phép chiếu song song phương CD mặt phẳng chiếu $(BCC'B')$.
- ② Qua phép chiếu song song phương CD' mặt phẳng chiếu $(ABB'A')$.

Lời giải.

- ① Ta có $AB \parallel CD$ nên ảnh của điểm A qua phép chiếu song song phương CD lên mặt phẳng $(BCC'B')$ là điểm B . Mặt khác điểm $B' \in (BCC'B')$ nên ảnh của B' qua phép chiếu song song phương CD lên mặt phẳng $(BCC'B')$ là điểm B' .
- ② Do $CD' \parallel BA' \Rightarrow CD' \parallel (ABB'A')$. Nên phương chiếu CD' không cắt mặt phẳng chiếu $(ABB'A')$. Vì vậy ta không xác định được ảnh của A, B' qua phép chiếu song song phương CD' mặt phẳng chiếu $(ABB'A')$.



□

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

- A. Chéo nhau. B. Đồng qui. C. Song song. D. Thẳng hàng.

Lời giải.

Do hai đường thẳng qua phép chiếu song song ảnh của chúng sẽ cùng thuộc một mặt phẳng. Suy ra tính chất chéo nhau không được bảo toàn.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

- A. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
- C. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
- D. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

Lời giải.

Tính chất của phép chiếu song song: Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Suy ra mệnh đề “Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song” sai vì chúng có thể trùng nhau.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, qua phép chiếu song song phương CC' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến M thành M' . Trong đó M là trung điểm của BC . Chọn mệnh đề **đúng**?

A. M' là trung điểm của $A'B'$.

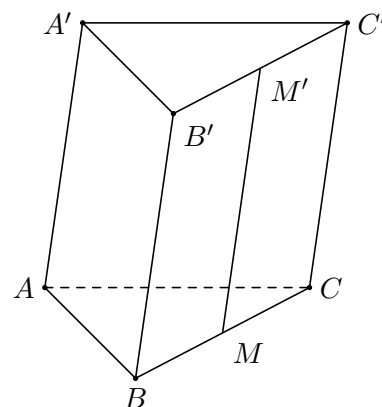
B. M' là trung điểm của $B'C'$.

C. M' là trung điểm của $A'C'$.

D. Cả ba đáp án trên đều sai.

Lời giải.

Ta có phép chiếu song song phương CC' , biến C thành C' , biến B thành B' . Do M là trung điểm của BC suy ra M' là trung điểm của $B'C'$ vì phép chiếu song song bảo toàn thứ tự của ba điểm thẳng hàng và bảo toàn tỉ số của hai đoạn thẳng nằm trên cùng một đường thẳng hoặc trên hai đường thẳng song song.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, I' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$. Qua phép chiếu song song phương AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành?

A. A' .

B. B' .

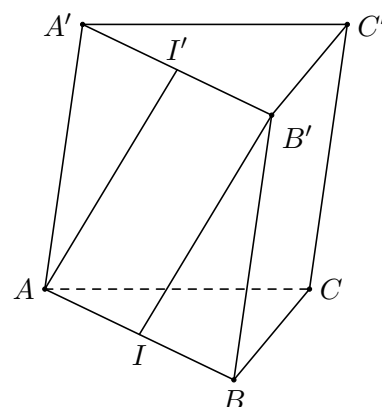
C. C' .

D. I' .

Lời giải.

Ta có $\left. \begin{array}{l} AI \parallel B'I' \\ AI = B'I' \end{array} \right\} \Rightarrow AIB'I'$ là hình bình hành.

Suy ra qua phép chiếu song song phương AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến điểm I thành điểm B' .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 5. Cho tam giác ABC ở trong mặt phẳng (α) và phương l . Biết hình chiếu (theo phương l) của tam giác ABC lên mặt phẳng (P) là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $(\alpha) \parallel (P)$.

B. $(\alpha) \equiv (P)$.

C. $(\alpha) \parallel l$ hoặc $(\alpha) \supset l$.

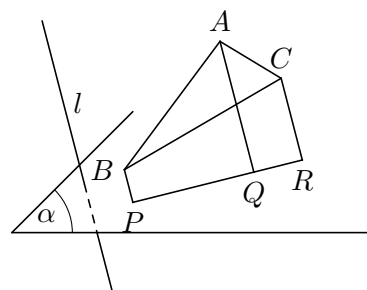
D. Cả ba đáp án A, B, C đều sai.

Lời giải.

Phương án A: Hình chiếu của tam giác ABC vẫn là một tam giác trên mặt phẳng (α) .

Phương án B: Hình chiếu của tam giác ABC vẫn là tam giác ABC .

Phương án C: Khi phương chiếu l song song với (α) hoặc chứa trong mặt phẳng (α) . Thì hình chiếu của tam giác ABC là một đoạn thẳng trên mặt phẳng (α) .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 6. Phép chiếu song song theo phương l không song song với a hoặc b , mặt phẳng chiếu là (P) , hai đường thẳng a và b biến thành a' và b' . Quan hệ nào giữa a và b không được bảo toàn trong phép chiếu

song song?

- A. Cắt nhau. B. Trùng nhau. C. Song song. D. Chéo nhau.

Lời giải.

Do hai đường thẳng a' và b' cùng thuộc mặt phẳng chiếu (P). Suy ra tính chất chéo nhau không được bảo toàn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 7. Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình thang có hai đáy không bằng nhau. B. Hình bình hành.
C. Hình chữ nhật. D. Hình thoi.

Lời giải.

Tính chất của phép chiếu song song.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 8. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hình chiếu song song của một hình chóp cắt có thể là một hình tam giác.
B. Hình chiếu song song của một hình chóp cắt có thể là một đoạn thẳng.
C. Hình chiếu song song của một hình chóp cắt có thể là một hình chóp cắt.
D. Hình chiếu song song của một hình chóp cắt có thể là một điểm.

Lời giải.

Qua phép chiếu song song chỉ có thể biến hình chóp cắt thành một đa giác. Loại phương án - có thể là một đoạn thẳng, có thể là một điểm.

Ảnh của một hình qua phép chiếu song song không thể là một hình đa diện - loại phương án có thể là một hình chóp cắt.

Chọn phương án - có thể là một hình tam giác.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 9. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.
B. Một đường thẳng có thể trùng với hình chiếu của nó.
C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể trùng nhau.
D. Một tam giác bất kỳ đều có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.

Lời giải.

Nếu hình chiếu song song của hai đường thẳng là một đường thẳng thì hai đường thẳng đó phải cùng nằm trong một mặt phẳng song song hoặc chứa phương chiếu. Mặt khác hai đường thẳng chéo nhau không cùng nằm trong bất kỳ mặt phẳng nào. Do đó mệnh đề “Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể trùng nhau.” là sai.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 10. Phép chiếu song song biến ba đường thẳng song song thành

- A. Ba đường thẳng đôi một song song với nhau. B. Một đường thẳng.
C. Thành hai đường thẳng song song. D. Cả ba trường hợp trên đều có thể xảy ra.

Lời giải.

Tính chất phép chiếu song song.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 11. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng ($ABCD$) là hình bình hành.
B. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng ($ABCD$) là hình vuông.
C. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng ($ABCD$) là hình thoi.
D. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng ($ABCD$) là một tam giác.

Lời giải.

phép chiếu song song phương AA' lên mặt phẳng ($ABCD$) sẽ biến A' thành A , biến B' thành B , biến C' thành C , biến D' thành D . Nên hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là hình vuông.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 12. Hình chiếu của hình vuông không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình vuông. B. Hình bình hành.
C. Hình thang có hai cạnh đáy không bằng nhau. D. Hình thoi.

Lời giải.

Tính chất của phép chiếu song song.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 13. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

- A. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu của nó.
B. Một tam giác bất kỳ đều có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.
C. Một đường thẳng có thể song song với hình chiếu của nó.
D. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

Lời giải.

Khi mặt phẳng chiếu song song với đường thẳng đã cho thì đường thẳng đó song song với hình chiếu của nó.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 14. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

- A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau có thể song song với nhau.
B. Một tam giác bất kỳ đều có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác vuông.
C. Một đường thẳng có thể cắt với hình chiếu của nó.
D. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau có thể trùng nhau.

Lời giải.

Hai đường thẳng cắt nhau thì cùng nằm trong một mặt phẳng.

Khi mặt phẳng đó song song với phương chiếu thì hình chiếu của chúng trùng nhau hoặc là một điểm nằm trên một đường thẳng.

Khi mặt phẳng đó không song song với phương chiếu thì hình chiếu của chúng là hai đường thẳng cắt nhau.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 15. Nếu đường thẳng a cắt mặt phẳng chiếu (P) tại điểm A thì hình chiếu song song của a trên mặt phẳng (P) sẽ là:

- A. Điểm A . B. Trùng với phương chiếu.
C. Đường thẳng đi qua A . D. Đường thẳng đi qua A hoặc chính A .

Lời giải.

Nếu phương chiếu song song hoặc trùng với đường thẳng a thì hình chiếu là điểm A .

Nếu phương chiếu không song song hoặc không trùng với đường thẳng a thì hình chiếu là đường thẳng đi qua điểm A .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 16. Giả sử tam giác ABC là hình biểu diễn của một tam giác đều. Hình biểu diễn của tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều là:

- A. Giao điểm của hai đường trung tuyến của tam giác ABC .
B. Giao điểm của hai đường trung trực của tam giác ABC .
C. Giao điểm của hai đường đường cao của tam giác ABC .
D. Giao điểm của hai đường phân giác của tam giác ABC .

Lời giải.

Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều đồng thời là trọng tâm tam giác đó. Do tam giác ABC là hình biểu diễn của tam giác đều, kết hợp với tính chất bảo toàn thứ tự của ba điểm thẳng hàng và bảo toàn tỉ số hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc nằm trên cùng một đường thẳng ta được hình biểu diễn của tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều là trọng tâm của tam giác ABC .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, M là trung điểm của SC . Hình chiếu song song của điểm M theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

- A. S . B. Trung điểm của SD . C. A . D. D .

Lời giải.

Giả sử N là ảnh của M theo phép chiếu song song phương AB lên mặt phẳng (SAD).

Suy ra $MN \parallel AB \Rightarrow MN \parallel CD$. Do M là trung điểm của $SC \Rightarrow N$ là trung điểm của SD .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Hình chiếu song song của điểm A theo phương AB lên mặt phẳng (SBC) là điểm nào sau đây?

- A. S . B. Trung điểm của BC . C. B . D. C .

Lời giải.

Do $AB \cap (SBC) = \{B\}$ suy ra hình chiếu song song của điểm A theo phương AB lên mặt phẳng (SBC) là điểm B .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 19. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

- A. Phép chiếu song song có thể biến đường thẳng thành đường thẳng.
B. Phép chiếu song song có thể biến đường thẳng thành đoạn thẳng.
C. Phép chiếu song song có thể biến đường thẳng thành một điểm.
D. Phép chiếu song song có thể biến một đường thẳng thành chính nó.

Lời giải.

Phép chiếu song song chỉ có thể biến đường thẳng thành đường thẳng hoặc thành một điểm.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 20. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

- A. Phép chiếu song song có thể biến một tam giác đều thành một tam giác bất kỳ.
B. Phép chiếu song song có thể biến một tam giác vuông thành một tam giác bất kỳ.
C. Phép chiếu song song biến một tam giác thành một tam giác.
D. Phép chiếu song song biến một tam giác thành một tam giác, thành một điểm hoặc một đoạn thẳng.

Lời giải.

Phép chiếu song song không thể biến một tam giác thành một điểm vì khi đó các đoạn thẳng đó phải thẳng hàng và song song với phương chiếu.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 21. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

- A. Phép chiếu song song có thể biến một tứ diện thành một hình bình hành.
B. Phép chiếu song song có thể biến một tứ diện thành một hình tam giác.
C. Phép chiếu song song có thể biến một tứ diện thành một hình vuông.
D. Phép chiếu song song có thể biến một tứ diện thành một đường thẳng.

Lời giải.

Phép chiếu song song không thể biến một tứ diện thành một đường thẳng vì các cạnh tứ diện đều là đoạn thẳng. Nó cũng không thể biến tứ diện thành một đoạn thẳng vì khi đó các cạnh của tứ diện phải cùng nằm trong một mặt phẳng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 22. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Phép chiếu song song có thể biến hình bình hành thành một hình thang bất kỳ.
B. Phép chiếu song song có thể biến hình thang bất kỳ thành hình bình hành.
C. Phép chiếu song song có thể biến hình bình hành thành tứ giác bất kỳ.
D. Phép chiếu song song có thể biến hình thoi thành hình bình hành.

Lời giải.

Tính chất phép chiếu song song.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 23. Giả sử tứ giác $ABCD$ là hình biểu diễn của một hình vuông. Nếu $ABCD$ là một hình bình hành, thì đường tròn ngoại tiếp hình vuông cho trước được biểu diễn là hình gì, có tính chất như thế nào với hình bình hành $ABCD$:

- A. Là đường tròn đi qua các đỉnh của hình bình hành $ABCD$.
B. Là đường elip đi qua các đỉnh của hình bình hành $ABCD$.
C. Là đường tròn nhưng không đi qua các đỉnh của hình bình hành $ABCD$.
D. Là đường elip nhưng không đi qua các đỉnh của hình bình hành $ABCD$.

Lời giải.

Hình biểu diễn của hình vuông thành hình bình hành nên sẽ hình biểu diễn của đường tròn ngoại tiếp hình vuông đó là đường elip đồng thời giữ nguyên mối quan hệ liên thuộc của đỉnh hình vuông với đường tròn

ngoại tiếp nên hình biểu diễn của đường tròn ngoại tiếp hình vuông là đường elip đi qua các đỉnh của hình bình hành $ABCD$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 24. Giả sử tứ giác $ABCD$ là hình biểu diễn của một tứ diện $ABCD'$. Nếu $ABCD$ là một hình vuông, tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân tại A.

B. $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân tại C.

C. $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân tại B.

D. $\triangle ABC$ là tam giác đều.

Lời giải.

Do $ABCD$ là hình vuông nên tam giác ABC vuông cân tại B. Hình biểu diễn của tứ diện $ABCD'$ là tứ giác $ABCD$ nên hình biểu diễn của tam giác ABC là tam giác ABC .

Chọn đáp án **C** □

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M sao cho $MA = 2MS$. Gọi O là tâm của đáy, qua phép chiếu song song phương MO mặt phẳng chiếu $(ABCD)$ biến điểm S thành điểm N . Tính tỷ số $\frac{CN}{CA}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

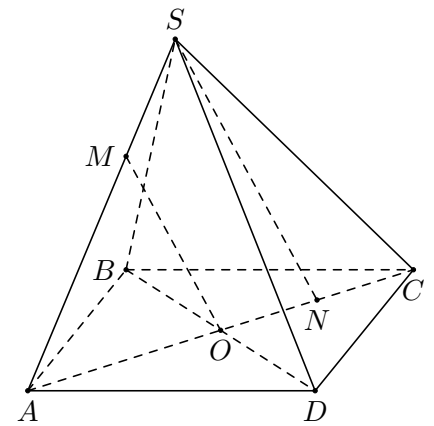
D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Phép chiếu song song phương MO lên mặt phẳng $(ABCD)$ biến điểm S thành điểm N . Do đó $SN \parallel MO \Rightarrow N \in AC$.

Xét tam giác SAN có $\frac{ON}{OA} = \frac{SM}{MA} = \frac{1}{2} \Rightarrow N$ là trung điểm của OC .

Từ đó suy ra $\frac{CN}{CA} = \frac{1}{4}$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 26. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Qua phép chiếu song song phương AB lên mặt phẳng chiếu $(BDD'B')$. Hình chiếu của hình hộp là hình gì?

A. Hình bình hành.

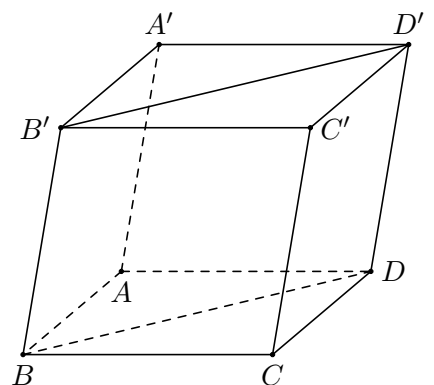
B. Hình thoi.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình vuông.

Lời giải.

Qua phép chiếu song song phương AB lên mặt phẳng chiếu $(BDD'B')$ ta có A, B biến thành B , A', B' biến thành B' , C, D biến thành D , C', D' biến thành D' . Do đó hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biến thành hình bình hành $BDD'B'$.



Chọn đáp án **A** □

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ các mặt bên là tam giác đều. Gọi M là trung điểm của BC , N là điểm trên cạnh SA sao cho $\frac{SN}{NA} = \frac{1}{2}$. Qua phép chiếu song song phương SM mặt phẳng chiếu (ABC) biến N thành:

A. Tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

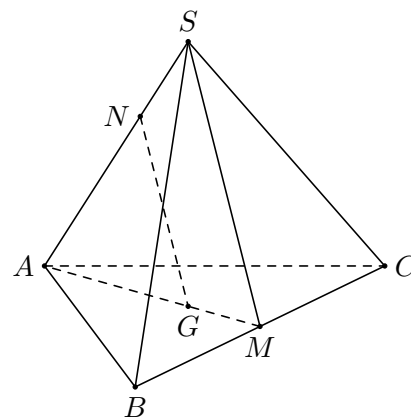
B. Tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

C. Trọng tâm của $\triangle ABC$.

D. Cả ba đáp án trên đều đúng.

Lời giải.

Do các mặt bên của hình chóp $S.ABC$ là các tam giác đều nên $\triangle ABC$ đều. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có $\frac{SN}{NA} = \frac{MG}{GA} = \frac{1}{2} \Rightarrow NG \parallel SM$. Nên G là hình chiếu song song theo phương SM của N trên (ABC) . Lại do $\triangle ABC$ đều nên G vừa là trọng tâm, vừa là tâm đường tròn ngoại tiếp, vừa là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC .



Chọn đáp án **D**

□

Câu 28. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M, N, P lần lượt là tâm của các mặt bên $(ABB'A')$, $(BCC'B')$ và $(ACC'A')$. Qua phép chiếu song song phương BC' và mặt phẳng chiếu $(AB'C')$ khi đó hình chiếu của điểm P là

A. Trung điểm của AN .

B. Trung điểm của AM .

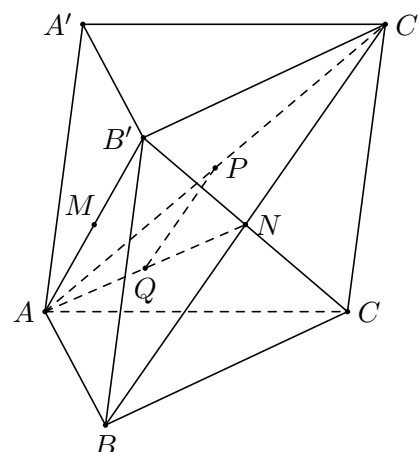
C. Trung điểm của $B'N$.

D. Trung điểm của $B'M$.

Lời giải.

Gọi Q là ảnh của P qua phép chiếu song song phương BC' lên mặt phẳng $(AB'C')$. Ta có $PQ \parallel BC'$ và $PQ \subset (ABC')$. Mà AN là giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC') và $(AB'C')$ nên $Q \in AN$.

Lại có P là trung điểm của AC' nên PQ là đường trung bình của tam giác $ANC' \Rightarrow Q$ là trung điểm của AN .



Chọn đáp án **A**

□

ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. B	4. B	5. C	6. D	7. A	8. A	9. C	10. D
11. B	12. C	13. A	14. A	15. D	16. A	17. B	18. C	19. B	20. D
21. D	22. D	23. B	24. C	25. C	26. A	27. D	28. A		

ÔN TẬP CHƯƠNG II

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J và K lần lượt là trung điểm của AC, BC và BD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (IKJ) là đường thẳng

A. KD .

B. KI .

C. qua K và song song với AB .

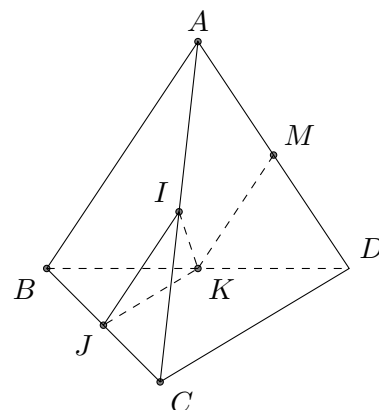
D. Không có.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} (IJK) \cap (ABD) = K \\ IJ \subset (IJK), AB \subset (ABD) \\ IJ \parallel AB \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (IJK) \cap (ABD) = KM \parallel IJ \parallel AB.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 30. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .
- B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong (β) .
- C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.
- D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Lời giải.

Đáp án B, C sai. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau thì có thể chéo nhau.

Đáp án D sai vì qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được vô số đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC ; E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

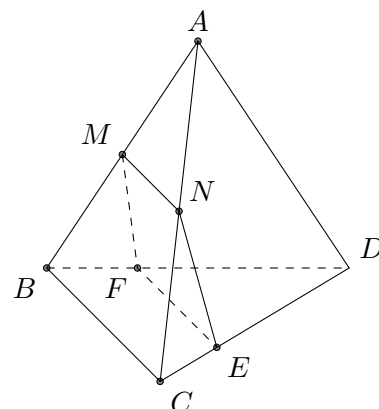
- A. Tam giác MNE .
- B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
- C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
- D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

Lời giải.

Ta có E là điểm chung của hai mặt phẳng (MNE) và (BCD) . Lại có

$$\begin{cases} MN \subset (MNE) \\ BC \subset (BCD) \\ MN \parallel BC \end{cases} \Leftrightarrow \text{Giao tuyến của hai mặt phẳng } (MNE) \text{ và } (BCD)$$

là đường thẳng d đi qua điểm E và song song với BC và MN .



Trong mặt phẳng (BCD) , gọi $F = d \cap BC$. Khi đó thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 32. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và $A'B'C'$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (AIJ) với hình lăng trụ đã cho là

- A. Tam giác cân.
- B. Tam giác vuông.
- C. Hình thang.
- D. Hình bình hành.

Lời giải.

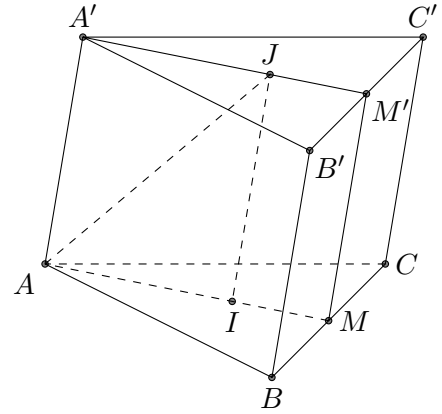
Kéo dài AI cắt BC tại M , suy ra M là trung điểm BC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (AIJ) \cap (A'B'C') = J \\ AI \subset (AIJ) \\ A'J \subset (A'B'C') \\ AI \parallel A'J \end{cases} \Leftrightarrow (AIJ) \cap (A'B'C') = A'J.$$

Trong mặt phẳng $(A'B'C')$, gọi $M' = A'J \cap B'C'$.

Khi đó thiết diện là tứ giác $AA'JI$, tứ giác này có $\begin{cases} A'M' \parallel AM \\ AA' \parallel MM' \end{cases} \Leftrightarrow$

$AA'JI$ là hình bình hành.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 33. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$ là

A. Tam giác cân tại M . B. Tam giác đều. C. Hình bình hành. D. Hình thoi.

Lời giải.

Gọi N, P lần lượt nằm trên các cạnh SA, AC sao cho $\begin{cases} MN \parallel SI \\ MP \parallel IC \end{cases}$.

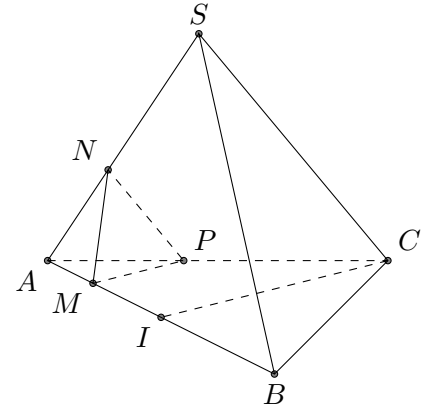
$\Leftrightarrow (MPN) \parallel (SIC) \Leftrightarrow (MNP) \equiv (\alpha)$.

Vậy thiết diện là tam giác MNP .

Tứ diện $SABC$ đều nên tam giác SIC cân tại I .

Ngoài ra ta có $\frac{AM}{AI} = \frac{MP}{IP} = \frac{MN}{MP} \Leftrightarrow MN = MP$.

Suy ra tam giác MNP cân tại M .



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 34. Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh bằng a . Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Tính chu vi của thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$, biết $AM = x$.

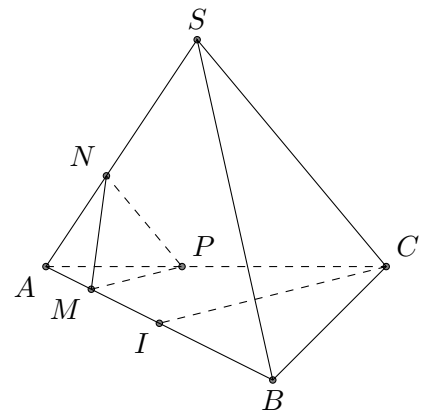
A. $x(1 + \sqrt{3})$. B. $2x(1 + \sqrt{3})$. C. $3x(1 + \sqrt{3})$. D. Không tính được.

Lời giải.

Để ý hai tam giác MNP và SIC đồng dạng với tỉ số $\frac{AM}{AI} =$

$$\frac{2x}{a} \Rightarrow \frac{C_{MNP}}{C_{SIC}} = \frac{2x}{a} \Leftrightarrow C_{MNP} = \frac{2x}{a} (SI + IC + SC) =$$

$$\frac{2x}{a} \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} + \frac{a\sqrt{3}}{2} + a \right) = 2x(\sqrt{3} + 1).$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 35. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi Bx, Cy, Dz là các đường thẳng song song với nhau lần lượt đi qua B, C, D và nằm về một phía của mặt phẳng $(ABCD)$ đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A cắt Bx, Cy, Dz lần lượt tại B', C', D' với $BB' = 2, DD' = 4$. Khi đó độ dài CC' bằng bao nhiêu?

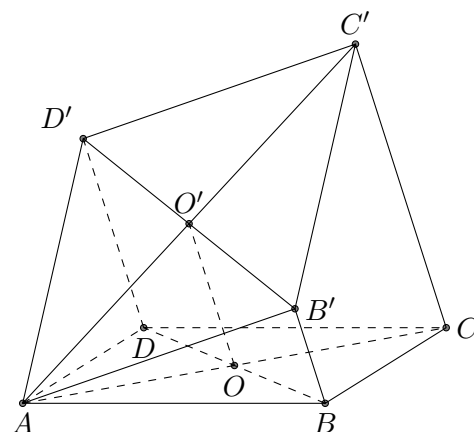
A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Dựng đường thẳng qua O song song BB' và cắt $B'D'$ tại O' .

Theo cách dựng trên, ta có OO' là đường trung bình của hình thang $BB'D'D \Leftrightarrow OO' = \frac{BB' + DD'}{2} = 3$.

Ngoài ra ta có OO' là đường trung bình của tam giác $ACC' \Leftrightarrow CC' = 2OO' = 6$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 36. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.
- B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Lời giải.

Chọn A.

Đáp án B sai: hai đường thẳng đó có thể song song nhau.

Đáp án C sai: hai đường thẳng đó có thể cắt nhau.

Đáp án D sai: hai đường thẳng đó có thể song song hoặc cắt nhau.

Chọn đáp án **A**

□

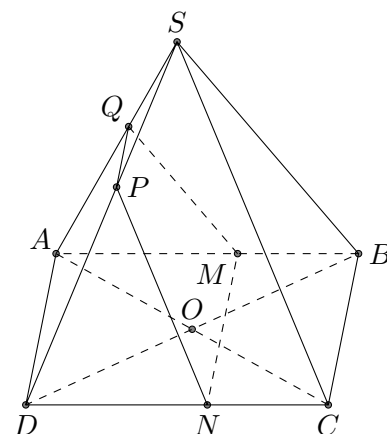
Câu 37. Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC) . Thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

- A. Hình tam giác.
- B. Hình bình hành.
- C. Hình thang.
- D. Hình vuông.

Lời giải.

Lần lượt lấy các điểm N, P, Q thuộc các cạnh CD, SD, SA thỏa $MN \parallel BC, NP \parallel SC, PQ \parallel AD$.

Suy ra $(\alpha) \equiv (MNPQ)$ và $(\alpha) \parallel (SBC)$. Theo cách dựng trên thì thiết diện là hình thang.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 38. Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC) . Gọi N, P, Q lần lượt là giao của mặt phẳng (α) với các đường thẳng CD, SD, SA . Tập hợp các giao điểm I của hai đường thẳng MQ và NP là

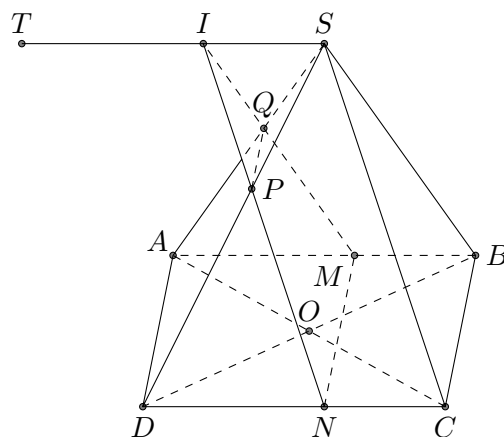
- A. Đường thẳng song song với AB .
- B. Nửa đường thẳng.
- C. Đoạn thẳng song song với AB .
- D. Tập hợp rỗng.

Lời giải.

Lần lượt lấy các điểm N, P, Q thuộc các cạnh CD, SD, SA thỏa $MN \parallel BC, NP \parallel SC, PQ \parallel AD$. Suy ra $(\alpha) \equiv (MNPQ)$ và $(\alpha) \parallel (SBC)$.

Vì $I = MQ \cap NP \Leftrightarrow \begin{cases} I, S \in (SCD) \\ I, S \in (SAB) \end{cases} \Leftrightarrow I$ nằm trên đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Khi $\begin{cases} M \equiv B \Rightarrow I \equiv S \\ M \equiv A \Rightarrow I \equiv T \end{cases}$ với T là điểm thỏa mãn tứ giác $ABST$ là hình bình hành.



Vậy quỹ tích cần tìm là đoạn thẳng song song với AB .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 39. Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Ba điểm. B. Một điểm và một đường thẳng.
C. Hai đường thẳng cắt nhau. D. Bốn điểm.

Lời giải.

Sửa lại cho đúng: Ba điểm không thẳng hàng.

Sửa lại cho đúng: Một điểm và một đường thẳng không chứa điểm đó.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 40. Cho hai đường thẳng a và b . Điều kiện nào sau đây đủ kết luận a và b chéo nhau?

- A. a và b không có điểm chung.
B. a và b là hai cạnh của một hình tứ diện.
C. a và b nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.
D. a và b không cùng nằm trên bất kì mặt phẳng nào.

Lời giải.

Sửa lại cho đúng: a và b không có điểm chung và không đồng phẳng.

Sửa lại cho đúng: a và b là hai cạnh đối của một hình tứ diện.

Sai vì a và b có thể song song.

Chọn đáp án **D**

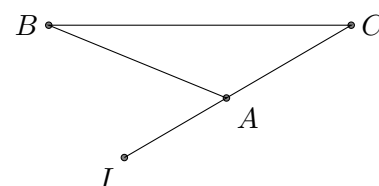
□

Câu 41. Cho tam giác ABC , lấy điểm I trên cạnh AC kéo dài. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $A \in (ABC)$. B. $I \in (ABC)$. C. $(ABC) \equiv (BIC)$. D. $BI \not\subset (ABC)$.

Lời giải.

Ta có $I \in (ABC), B \in (ABC) \Leftrightarrow BI \subset (ABC)$.



Chọn đáp án **D**

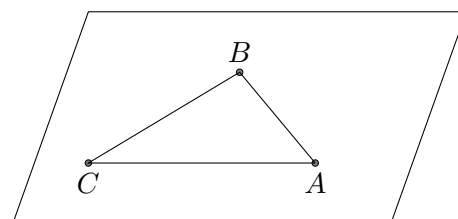
□

Câu 42. Cho tam giác ABC . Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng chứa tất cả các đỉnh tam giác ABC ?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Ta có ABC là tam giác $\Leftrightarrow$ ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Vậy có duy nhất một mặt phẳng chứa A, B, C .



Chọn đáp án **D**

□

Câu 43. Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?

A. 6.

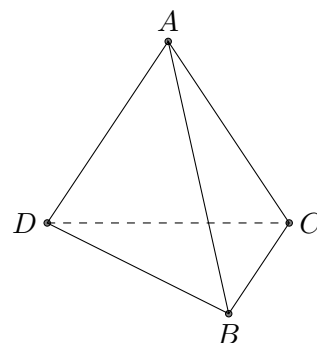
B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Giả sử bốn điểm đó là tứ diện $ABCD$. Có các mặt phẳng đó là: (ABC) , (ABD) , (ACD) , (BCD) .

Chọn đáp án **B**

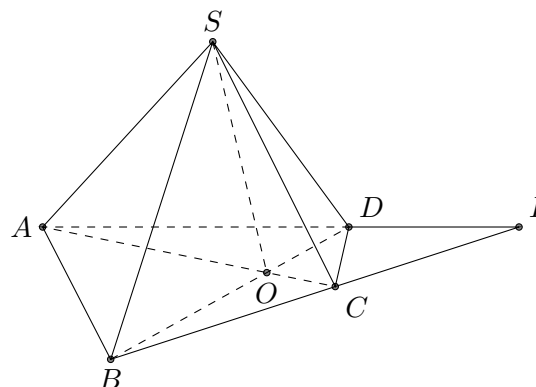
□

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là tứ giác $ABCD$ có các cạnh đối không song song. Giả sử $AC \cap BD = O$ và $AD \cap BC = I$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là

A. SC .B. SB .C. SO .D. SI .**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{cases} (SAC) \cap (SBD) = S \\ O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Leftrightarrow (SAC) \cap (SBD) = SO.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là tứ giác $ABCD$. Thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp không thể là

A. Lục giác.

B. Ngũ giác.

C. Tứ giác.

D. Tam giác.

Lời giải.

Hình chóp tứ giác có tất cả 5 mặt nên thiết diện không thể là lục giác.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 46. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Có bao nhiêu cạnh của hình lập phương chéo nhau với đường chéo AC' của hình lập phương?

A. 2.

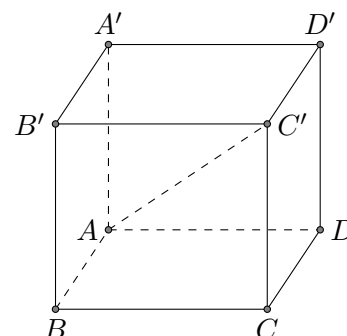
B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Các cạnh chéo nhau với đường chéo AC' của hình lập phương là: $A'B'$, $A'D'$, DD' , CD , BC , BB' .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 47. Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian có ba vị trí tương đối là: cắt nhau, song song, chéo nhau.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 48. Cho hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa hai đường thẳng đó?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng có hai vị trí tương đối là: cắt nhau, song song.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BD, AB, CD, AD, BC . Bốn điểm nào sau đây không đồng phẳng?

A. P, Q, R, S .

B. M, P, R, S .

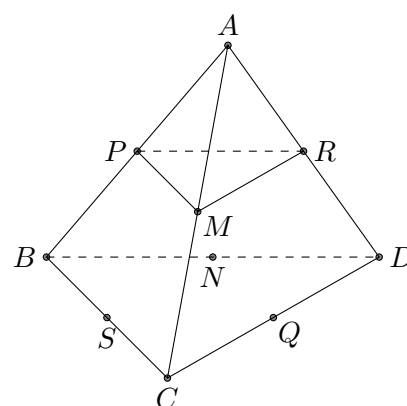
C. M, R, S, N .

D. M, N, P, Q .

Lời giải.

Dễ thấy $(MPR) \parallel (BCD)$, mà $S \in (BCD) \Leftrightarrow S \notin (MPR)$.

Vậy M, P, R, S không đồng phẳng.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 50. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

D. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

Lời giải.

Theo định nghĩa của hai đường thẳng chéo nhau thì B là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 51. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải.

Hai đường thẳng a và b chéo nhau có duy nhất một mặt phẳng chứa a và song song với b .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 52. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC . Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và AD . Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là

A. Hình tam giác.

B. Hình bình hành.

C. Hình chữ nhật.

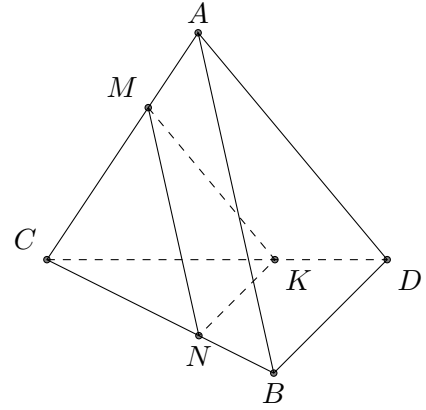
D. Hình vuông.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} (\alpha) \parallel AB \\ AB \subset (ABC) \end{cases} \Leftrightarrow (\alpha) \cap (ABC) = MN \parallel AB \text{ với } N \in BC.$

Tương tự ta có $\begin{cases} (\alpha) \parallel AD \\ AD \subset (ACD) \end{cases} \Leftrightarrow (\alpha) \cap (ACD) = MK \parallel AD \text{ với } K \in CD.$

Vậy thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là tam giác MNK .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 53. Cho các giả thiết sau đây. Giả thiết nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) ?

- A. $a \parallel b$ và $b \parallel (\alpha)$. B. $a \cap (\alpha) = \emptyset$. C. $a \parallel b$ và $b \subset (\alpha)$. D. $a \parallel (\beta)$ và $(\beta) \parallel (\alpha)$.

Lời giải.

Đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) khi chúng không có điểm chung.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 54. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$. B. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\beta)$ thì $a \parallel b$.
C. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$ thì $a \parallel (\beta)$. D. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

Câu 55. Trong không gian, cho hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa (α) và (β) ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Trong không gian hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) có hai vị trí tương đối là: cắt nhau hay song song.

Chọn đáp án **B**

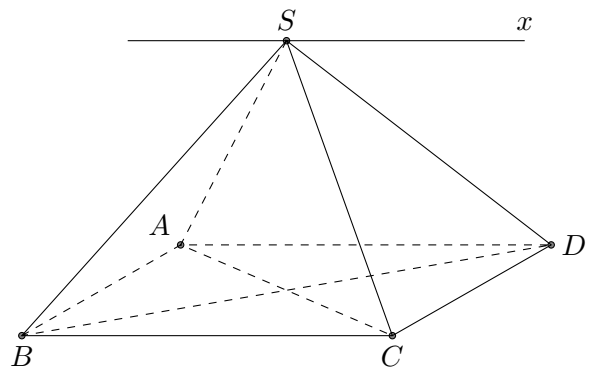
□

Câu 56. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào dưới đây?

- A. AC . B. BD . C. AD . D. SC .

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} (SAD) \cap (SBC) = Sx \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$
 $\Leftrightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \parallel AD \parallel BC.$



Chọn đáp án **C**

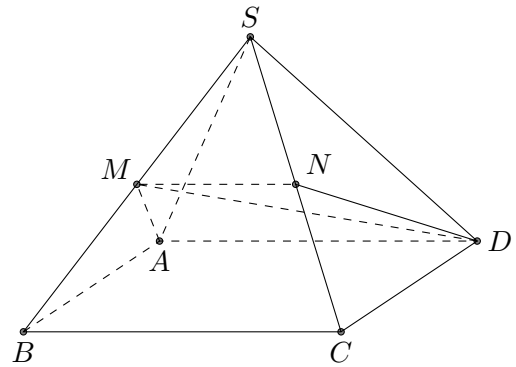
□

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giả sử M thuộc đoạn thẳng SB . Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình gì?

- A. Hình tam giác. B. Hình thang. C. Hình bình hành. D. Hình chữ nhật.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} (ADM) \cap (SBC) = M \\ AD \subset (ADM), BC \subset (SBC) \Leftrightarrow (ADM) \cap (SBC) = \\ AD // BC \end{cases}$
 $MN \parallel AD \parallel BC$ với $N \in SC$.



Tứ giác $AMND$ có $MN \parallel AD \Leftrightarrow AMND$ là hình thang.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 58. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn BC . Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD . Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là

A. Hình thang.

B. Hình bình hành.

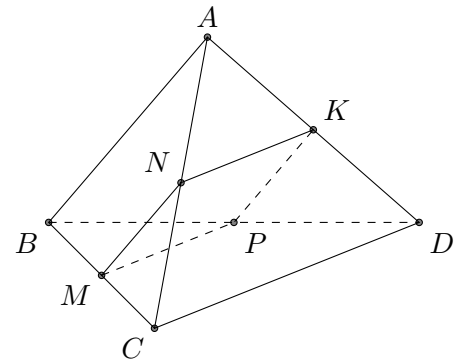
C. Hình tam giác.

D. Hình ngũ giác.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} (\alpha) \parallel AB \\ AB \subset (ABC) \end{cases} \Leftrightarrow (\alpha) \cap (ABC) = MN \parallel AB$ với $N \in AC$.

Tương tự ta có $\begin{cases} (\alpha) \parallel CD \\ CD \subset (ACD) \end{cases} \Leftrightarrow (\alpha) \cap (ACD) = NK \parallel CD$ với $K \in AD$.



— $\begin{cases} (\alpha) \parallel AB \\ AB \subset (ABD) \end{cases} \Leftrightarrow (\alpha) \cap (ABD) = KP \parallel AB$ với $P \in BD$.

— $\begin{cases} (\alpha) \parallel CD \\ CD \subset (BCD) \end{cases} \Leftrightarrow (\alpha) \cap (BCD) = MP \parallel CD$.

Do đó $NK \parallel MP$ và $MN \parallel KP \Leftrightarrow MNKP$ là hình bình hành.

Chọn đáp án **B**

□

ĐÁP ÁN

29. C	30. A	31. D	32. D	33. A	34. B	35. D	36. A	37. C	38. C
39. C	40. D	41. D	42. D	43. B	44. C	45. A	46. D	47. B	48. B
49. B	50. C	51. B	52. A	53. B	54. C	55. B	56. C	57. B	58. B