

Bài 1: (2 điểm) Giải phương trình $x^3 + 1 = 2\sqrt{2x-1}$.

Bài 2: (2 điểm) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x+\frac{1}{y}} + \sqrt{x+y-3} = 3 \\ 2x+y+\frac{1}{y} = 8 \end{cases}.$$

Bài 3: (2 điểm) Cho tam giác ABC có các góc và cạnh thỏa mãn $\frac{1+\cos B}{\sin B} = \frac{2a+c}{\sqrt{4a^2-c^2}}$.

Chứng minh tam giác ABC là tam giác cân.

Bài 4: (2 điểm) Cho tam giác ABC . Trên các cạnh BC , CA và AB của tam giác đó, lần lượt lấy các điểm A' , B' và C' . Gọi S_a , S_b , S_c và S tương ứng là diện tích của các tam giác

$AB'C'$, $BC'A'$, $CA'B'$ và ABC . Chứng minh bất đẳng thức $\sqrt{S_a} + \sqrt{S_b} + \sqrt{S_c} \leq \frac{3}{2}\sqrt{S}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi nào?

Bài 5: (2 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{2}|\cos x| + |\sin x + \cos x|$.

Bài 6: (2 điểm) Chứng minh rằng $C_n^1 + \frac{2C_n^2}{C_n^1} + \frac{3C_n^3}{C_n^2} + \dots + \frac{nC_n^n}{C_n^{n-1}} = \frac{n(n+1)}{2}$.

Bài 7: (2 điểm) Lớp 12A có 35 học sinh làm bài kiểm tra Toán. Đề bài gồm có 3 bài toán. Sau khi kiểm tra, cô giáo tổng hợp được kết quả như sau: có 20 em giải được bài toán thứ nhất, 14 em giải được bài toán thứ hai, 10 em giải được bài toán thứ ba, 5 em giải được bài toán thứ hai và thứ ba, 2 em giải được bài toán thứ nhất và thứ hai, 6 em giải được bài toán thứ nhất và thứ ba, chỉ có 1 học sinh đạt điểm 10 vì đã giải được cả 3 bài. Ban giám hiệu chọn ngẫu nhiên 2 bài kiểm tra để phúc tra. Tính xác suất để Ban giám hiệu chọn đúng 2 bài đều có điểm 0.

Bài 8: (2 điểm) Cho dãy số (u_n) xác định như sau: $u_1 = 2; u_n = 3u_{n-1} + 1, n \geq 2$. Tìm công thức của số hạng tổng quát của dãy (u_n) .

Bài 9: (2 điểm) Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1}^3 - 3u_{n+1} = \sqrt{2+u_n}, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Chứng minh $u_n > 2, \forall n \geq 1$ và dãy (u_n) có giới hạn hữu hạn, tìm giới hạn đó.

Bài 10: (2 điểm) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $0 \leq x \leq 4000$ và

$$5(25^x + 2y) = x + \log_5(x+1)^5 - 4.$$

----- **HẾT** -----