



SỞ GIÁO DỤC HÀ NỘI NĂM HỌC 2018 - 2019

MÔN TOÁN

Thông tin bản quyền : Bản quyền thuộc tập thể các thầy cô

STRONG, Khi sử dụng cần trích dẫn nguồn ! Xin cảm ơn !

Câu 1. Hàm số nào trong các hàm số sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = e^x$?

A. $y = \frac{1}{x}$.

B. $y = e^{-x}$.

C. $y = \ln x$.

D. $y = e^x$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{-x^2} > \frac{81}{256}$ là

A. $(-2; 2)$.

B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $(-\infty; -2)$.

Câu 3. Cho tam giác ABC là tam giác đều cạnh a , gọi H là trung điểm cạnh BC . Hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH có diện tích đáy bằng

A. $\frac{\pi a^2}{2}$.

B. $2\pi a^2$.

C. $\frac{\pi a^2}{4}$.

D. πa^2 .

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 11 = 0$ có phương trình là

A. $2x - y + 2z + 7 = 0$.

B. $2x - y + 2z - 7 = 0$.

C. $2x - y + 2z + 9 = 0$.

D. $2x - y + 2z - 9 = 0$.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{4x-1}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng nào dưới đây?

A. $x = \frac{1}{4}$.

B. $y = \frac{1}{4}$.

C. $x = -1$.

D. $y = -1$.

Câu 6. Cho $\int_1^2 f(x^2 + 1)xdx = 2$. Khi đó $I = \int_2^5 f(x)dx$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. -1.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau





x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$-$		$+$	$-$
y	$+\infty$	1	$-\infty$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $[0; +\infty)$.

Câu 9. Số nghiệm dương của phương trình $\ln|x^2 - 5| = 0$ là

- A. 1. B. 4. C. 0. D. 2.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-3; 1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 11. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $S: x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

- A. $(1; -2; -1)$. B. $(2; -4; -2)$. C. $(-2; 4; 2)$. D. $(-1; 2; 1)$.

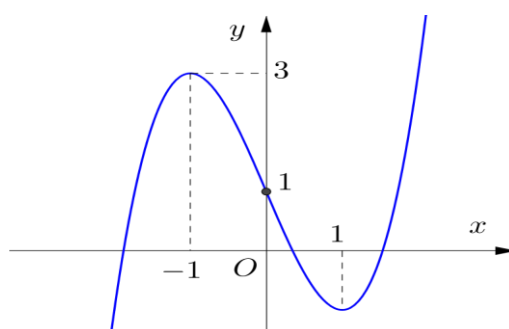
Câu 12. Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$. Khoảng cách từ $M(1; -2; 0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

- A. 2. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. 5.

Câu 13. Nếu $\log_2 3 = a$ thì $\log_{72} 108$ bằng

- A. $\frac{3+2a}{2+3a}$. B. $\frac{2+3a}{2+2a}$. C. $\frac{2+a}{3+a}$. D. $\frac{2+3a}{3+2a}$.

Câu 14. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?





A. $y = x^4 - 2x^2 + 1.$ **B.** $y = -x^3 + 3x + 1.$ **C.** $y = x^3 - 3x + 1.$ **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

Câu 15. Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h tương ứng được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $V = S.h.$ **B.** $V = 3S.h.$ **C.** $V = \frac{1}{3}S.h.$ **D.** $V = \frac{1}{2}S.h.$

Câu 16. Với mọi số thực dương a và m, n là hai số thực bất kì. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}.$ **B.** $(a^m)^n = a^{m^n}.$ **C.** $(a^m)^n = a^{m+n}.$ **D.** $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}.$

Câu 17. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{20}$ ($x \neq 0$) bằng

A. $2^2 C_{20}^9.$ **B.** $2^{10} C_{20}^{10}.$ **C.** $2^{10} C_{20}^{11}.$ **D.** $2^8 C_{20}^{12}.$

Câu 18. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 3t^2 + 4$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Tính quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian từ giây thứ 3 đến giây thứ 10?

A. 945m. **B.** 994m. **C.** 471m. **D.** 1001m.

Câu 19. Nếu các số hữu tỉ a, b thỏa mãn $\int_0^1 (ae^x + b) dx = e + 2$ thì giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết rằng đường thẳng SC hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{4}.$ **B.** $\frac{a^3}{2}.$ **C.** $\frac{a^3}{8}.$ **D.** $\frac{3a^3}{4}.$

Câu 21. Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt x_A, x_B . Khi đó giá trị của $x_A + x_B$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 22. Số cạnh của một hình tứ diện là

A. 12. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -2; 1), B(1; -1; 3)$. Tọa độ của véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(3; -3; 4).$ **B.** $(1; -1; -2).$ **C.** $(-3; 3; -4).$ **D.** $(-1; 1; 2).$

Câu 24. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và biểu thức $20u_1 - 10u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số hạng thứ bảy của cấp số nhân có giá trị bằng



- A.** 31250. **B.** 6250. **C.** 136250. **D.** 39062.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$				2			$+\infty$
			1				-1	

Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A.** $x_0 = 0$ là điểm cực đại của hàm số.
- B.** $M(0; 2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.
- C.** $x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.
- D.** $f(-1)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số.
- Câu 26.** Nếu tăng chiều cao của một khối trụ lên gấp 2 lần và tăng bán kính đáy của nó lên gấp 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng bao nhiêu lần so với thể tích của khối trụ ban đầu?
- A.** 18 lần. **B.** 36 lần. **C.** 12 lần. **D.** 6 lần.
- Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là.
- A.** $(1; 0; -1)$. **B.** $(0; 0; -1)$. **C.** $(0; 2; 0)$. **D.** $(1; 0; 0)$.
- Câu 28.** Đồ thị hàm số $y = \ln x$ đi qua điểm
- A.** $B(0; 1)$. **B.** $C(2; e^2)$. **C.** $D(2e; 2)$. **D.** $A(1; 0)$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5	1	7	
y'	-	0	+	
y	6	2	9	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\text{Min}_{[-5;7]} f(x) = 2$ **B.** $\text{Max}_{[-5;7]} f(x) = 6$. **C.** $\text{Min}_{[-5;7]} f(x) = 6$. **D.** $\text{Max}_{[-5;7]} f(x) = 9$.



Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a$ và đường thẳng $x = b$ là

A. $S = \int_a^b f(x)dx$. **B.** $S = \pi \int_a^b f^2(x)dx$. **C.** $S = \int_a^b |f(x)|dx$. **D.** $S = \pi \int_a^b |f(x)|dx$.

Câu 31. Cường độ ánh sáng đi qua môi trường nước biển giảm dần theo công thức $I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$, với I_0 là cường độ ánh sáng bắt đầu đi vào môi trường nước biển và x là độ dày của môi trường đó (x tính theo đơn vị mét). Biết rằng môi trường nước biển có hằng số hấp thụ là $\mu = 1,4$. Hỏi ở độ sâu 30 mét thì cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần so với cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào nước biển?

A. e^{-21} lần. **B.** e^{42} lần. **C.** e^{21} lần. **D.** e^{-42} lần.

Câu 32. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $3a$. Điểm H thuộc cạnh AC với $HC = a$. Dựng đoạn thẳng SH vuông góc với mặt phẳng (ABC) với $SH = 2a$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) là:

A. $3a$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{7}a$. **C.** $\frac{7}{3}a$. **D.** $\frac{3\sqrt{21}}{7}a$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm hai điểm $A(1;2;1), B(2;-1;3)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a+b$ bằng

A. -2 . **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 1 .

Câu 34. Tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $[-1;1]$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(-\infty; -1]$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y			2		-4		$+\infty$
			-5				

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $f(\sqrt{x+1}+1) \leq m$ có nghiệm?

A. $m > -5$. **B.** $m \geq 2$. **C.** $m \geq -4$. **D.** $m \geq 1$.

Câu 36. Cho khối cầu (S) có bán kính R . Một khối trụ có thể tích bằng $\frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3$ và nội tiếp khối cầu (S) . Chiều cao khối trụ bằng:





A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}R.$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}R.$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}R.$

D. $R\sqrt{2}.$

Câu 37. Cho $M = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + \dots + C_{2019}^{2019}$. Viết M dưới dạng một số trong hệ thập phân thì số này có bao nhiêu chữ số?

A. 610.

B. 608.

C. 607.

D. 609.

Câu 38. Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$. Số mặt cầu đi qua $A(1; -2; 1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. vô số.

Câu 39. Cho lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , đường cao BH . Biết $A'H \perp (ABC)$ và $AB = 1, AC = 2, AA' = \sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{21}}{4}.$

B. $\frac{\sqrt{7}}{4}.$

C. $\frac{3\sqrt{7}}{4}.$

D. $\frac{\sqrt{21}}{12}.$

Câu 40. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao bằng 4 và bán kính đáy bằng 3. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân có độ dài cạnh đáy bằng 2. Diện tích của thiết diện bằng:

A. $2\sqrt{3}.$

B. $\sqrt{6}.$

C. $\sqrt{19}.$

D. $2\sqrt{6}.$

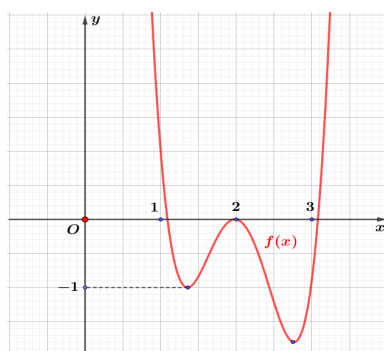
Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(f(x) + 2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 12.

B. 11.

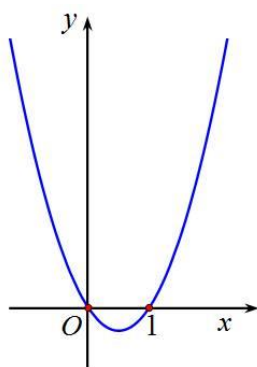
C. 9.

D. 10.



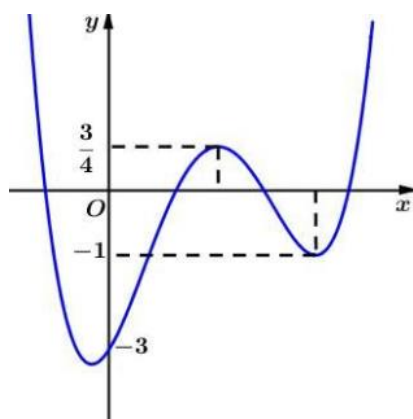
Câu 42. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(-x - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?





- A. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-2; -1)$. D. $(1; 2)$.

Câu 43. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(|x+m|) = m$ có 4 nghiệm phân biệt là



- A. 0. B. Vô số. C. 2. D. 1.

Câu 44. Cho phương trình $2^x = \sqrt{m \cdot 2^x \cdot \cos(\pi x) - 4}$, với m là tham số thực. Gọi m_0 là giá trị của m sao cho phương trình trên có đúng một nghiệm thực. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m_0 < -5$. B. $m_0 > 0$. C. $m_0 \in [-5; -1)$. D. $m_0 \in [-1; 0)$.

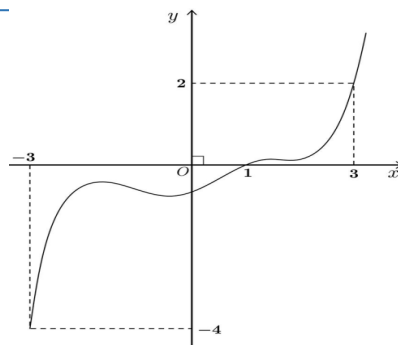
Câu 45. Trong không gian, cho tam giác ABC có các đỉnh B, C thuộc trục Ox . Gọi $E(6; 4; 0), F(1; 2; 0)$ lần lượt là hình chiếu của B, C trên các cạnh AC, AB . Tọa độ hình chiếu của A trên BC là

- A. $\left(\frac{8}{3}; 0; 0\right)$. B. $\left(\frac{7}{3}; 0; 0\right)$. C. $(2; 0; 0)$. D. $\left(\frac{5}{3}; 0; 0\right)$.

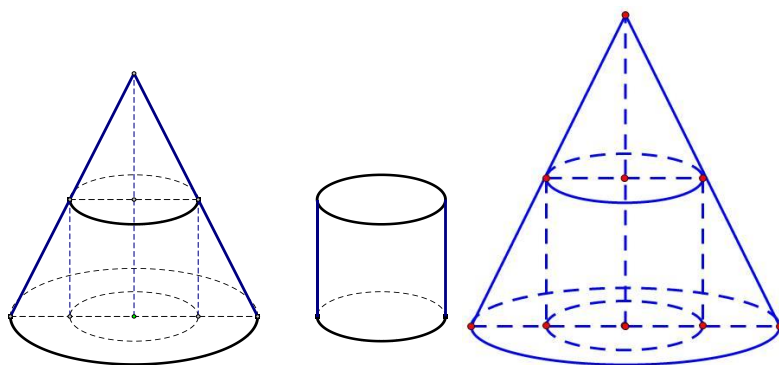
Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x-1)^2$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = g(x)$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. $g(0)$. B. $g(1)$. C. $g(3)$. D. $g(-3)$.





Câu 47. Cho hình nón có chiều cao $2R$ và bán kính đường tròn đáy R . Xét hình trụ nội tiếp hình nón sao cho thể tích khối trụ lớn nhất, khi đó bán kính đáy của khối trụ bằng?



A. $\frac{2R}{3}$.

B. $\frac{R}{3}$.

C. $\frac{R}{2}$.

D. $\frac{3R}{4}$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , CH vuông góc AB tại H , I là trung điểm của đoạn thẳng HC . Biết SI vuông góc với mặt phẳng đáy, $ASB = 90^\circ$. Gọi O là trung điểm của AB , O' là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABI$. Góc tạo bởi OO' và (ABC) bằng

A. 45° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 60° .

Câu 49. Trong không gian, cho hai điểm A, B cố định và độ dài AB bằng 4. Biết rằng tập hợp các điểm M sao cho $MA = 3MB$ là một mặt cầu. Bán kính của mặt cầu bằng

A. 3.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. 1.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$, $f(x) \neq 0$ với mọi $x \in (0; +\infty)$ và thỏa mãn

$$f(1) = -\frac{1}{2}, f'(x) = (2x+1)f^2(x), \forall x \in (0; +\infty). \text{ Biết } f(1) + f(2) + \dots + f(2019) = \frac{a}{b} - 1 \text{ với}$$

$a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, (a, b) = 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $a - b = 2019$.

B. $a.b > 2019$.

C. $2a + b = 2022$.

D. $b \leq 2020$.

----- Hết -----





**GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC
GIA LẦN 1**
SỞ GIÁO DỤC HÀ NỘI NĂM HỌC 2018 - 2019
MÔN TOÁN

Câu 1. Hàm số nào trong các hàm số sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = e^x$?

A. $y = \frac{1}{x}$.

B. $y = e^{-x}$.

C. $y = \ln x$.

D. $y = e^x$.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Minh Cường, FB: yen nguyen

Chọn D

Ta có: $\int e^x dx = e^x + C$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{-x^2} > \frac{81}{256}$ là

A. $(-2; 2)$.

B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Tác giả: Đinh Thị Duy Phương; Fb: Đinh Thị Duy Phương

Chọn C

Ta có $\left(\frac{3}{4}\right)^{-x^2} > \frac{81}{256} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{-x^2} > \left(\frac{3}{4}\right)^4 \Leftrightarrow -x^2 < 4 \Leftrightarrow x^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.

Câu 3. Cho tam giác ABC là tam giác đều cạnh a , gọi H là trung điểm cạnh BC . Hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH có diện tích đáy bằng

A. $\frac{\pi a^2}{2}$.

B. $2\pi a^2$.

C. $\frac{\pi a^2}{4}$.

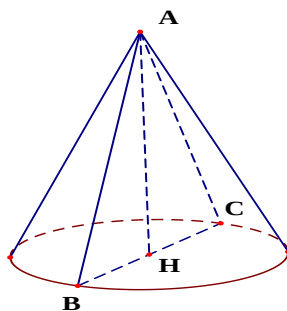
D. πa^2 .

Lời giải

Tác giả: Lê Như Quân; FB: lê Như Quân

Chọn C





Đáy hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH là hình tròn tâm H , bán kính $r = HB = \frac{a}{2}$ nên có diện tích là $S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{4}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 11 = 0$ có phương trình là

A. $2x - y + 2z + 7 = 0$.

B. $2x - y + 2z - 7 = 0$.

C. $2x - y + 2z + 9 = 0$.

D. $2x - y + 2z - 9 = 0$.

Lời giải

Tác giả: Đỗ Thủy ; Fb: Đỗ Thủy

Chọn A

Ta có: $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$, suy ra (S) có tâm $I(-1; 2; 3)$ và bán kính $R=3$.

Gọi mặt phẳng cần tìm là (Q) .

$(Q) \parallel (P) \Leftrightarrow$ phương trình (Q) có dạng: $2x - y + 2z + c = 0$ ($c \neq -11$).

$$(Q) \text{ tiếp xúc với } (S) \Leftrightarrow d(I, (Q)) = R \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot (-1) - 2 + 2 \cdot 3 + c|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 7 \\ c = -11(l) \end{cases}$$

Vậy $(Q): 2x - y + 2z + 7 = 0$.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{4x-1}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng nào dưới đây?

A. $x = \frac{1}{4}$.

B. $y = \frac{1}{4}$.

C. $x = -1$.

D. $y = -1$.

Lời giải

Tác giả: Xoài Tây; Fb: Xoài Tây

Chọn B





Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{4x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{4-\frac{1}{x}} = \frac{1}{4}$.

Suy ra đường thẳng $y = \frac{1}{4}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 6. Cho $\int_1^2 f(x^2+1)xdx = 2$. Khi đó $I = \int_2^5 f(x)dx$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. -1.

Lời giải

Tác giả: Lê Xuân Đức ; Fb: Lê Xuân Đức

Chọn C

Đặt $t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2xdx$.

Đổi cận : $x=1 \Rightarrow t=2$

$x=2 \Rightarrow t=5$.

Suy ra $I = \int_1^2 f(x^2+1)xdx = \frac{1}{2} \int_2^5 f(t)dt$.

Theo giả thiết $I = 2$ nên ta có $\int_2^5 f(t)dt = 4$.

Vì tích phân không phụ thuộc vào biến nên chọn C.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$-$	$+$	$-$	
y	$+\infty$ 	1	$-\infty$ 	$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$-$	$+$	$-$	
y	$+\infty$ 	1	$-\infty$ 	$+\infty$

Chọn B





Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Từ bảng biến thiên ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là tiệm cận ngang của } (C).$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = -2 \text{ là tiệm cận đứng của } (C).$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \Rightarrow x = 0 \text{ là tiệm cận đứng của } (C).$$

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của (C) là 3.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. $[0; +\infty)$.

Lời giải

Tác giả: Võ Văn Toàn; Fb: Võ Văn Toàn

Chọn B

Hàm số mũ $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 9. Số nghiệm dương của phương trình $\ln|x^2 - 5| = 0$ là

A. 1.

B. 4.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Tác giả: Cao Thị Xuân Phương Fb: Phuongcao

Chọn D

$$\text{Ta có phương trình: } \ln|x^2 - 5| = 0 \Leftrightarrow |x^2 - 5| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5 = 1 \\ x^2 - 5 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{6} \\ x = \pm 2 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm dương.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$.

B. $(-3; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Tác giả: Võ Văn Toàn; Fb: Võ Văn Toàn

Chọn A

Nhìn bảng xét dấu của đạo hàm ta thấy $y' > 0, \forall x \in (-2; 0)$.

Suy ra hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.





Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $S: x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

- A. $(1; -2; -1)$. B. $(2; -4; -2)$. C. $(-2; 4; 2)$. **D. $(-1; 2; 1)$.**

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Nhiên; Fb: Phạm int ineq

Chọn D

Ta có $S: x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Do đó mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$. Khoảng cách từ $M(1; -2; 0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

- A. 2. **B. $\frac{5}{3}$.** C. $\frac{4}{3}$. D. 5.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Quang Tuấn ; Fb: Tuan Nguyễn

Chọn B

Áp dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng ta có:

$$d(M; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) + 1 \cdot 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{5}{3}.$$

Câu 13. Nếu $\log_2 3 = a$ thì $\log_{72} 108$ bằng

- A. $\frac{3+2a}{2+3a}$. B. $\frac{2+3a}{2+2a}$. C. $\frac{2+a}{3+a}$. **D. $\frac{2+3a}{3+2a}$.**

Lời giải

Tác giả: Phùng Hằng ; Fb: Phùng Hằng

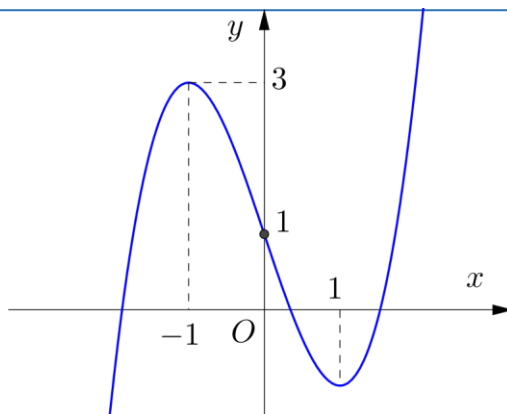
Chọn D

$$\text{Ta có: } \log_{72} 108 = \frac{\log_2 108}{\log_2 72} = \frac{\log_2 4 + \log_2 27}{\log_2 8 + \log_2 9} = \frac{2 + 3\log_2 3}{3 + 2\log_2 3} = \frac{2+3a}{3+2a}.$$

$$\text{Vậy } \log_{72} 108 = \frac{2+3a}{3+2a}.$$

Câu 14. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?





A. $y = x^4 - 2x^2 + 1.$

B. $y = -x^3 + 3x + 1.$

C. $y = x^3 - 3x + 1.$

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Hoàng Huy; Fb: Nguyen Hoang Huy

Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 3)$ nên loại đáp án A, B, D. Vậy chọn C.

Nhận xét: Có thể nhận xét theo nhiều hướng.

Đồ thị đề cho là đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) nên loại đáp án A.

Quan sát đồ thị ta thấy $a > 0$ nên loại đáp án B.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 3)$ (hoặc hàm số có 2 điểm cực trị $x = \pm 1$) nên loại đáp án D.

Vậy đó là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 1.$

Câu 15. Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h tương ứng được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $V = S.h.$

B. $V = 3S.h.$

C. $V = \frac{1}{3}S.h.$

D. $V = \frac{1}{2}S.h.$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Chí ; Fb: Nguyễn Văn Chí

Chọn C

Áp dụng công thức tính thể tích của khối chóp ta có $V = \frac{1}{3}S.h$ với S là diện tích đáy và h là chiều cao tương ứng.

Câu 16. Với mọi số thực dương a và m, n là hai số thực bất kì. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}.$

B. $(a^m)^n = a^{m^n}.$

C. $(a^m)^n = a^{m+n}.$

D. $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}.$

Lời giải

Tác giả: Phùng Văn Khải; Fb: Phùng Khải





Chọn A

Ta có: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

Câu 17. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{20}$ ($x \neq 0$) bằng

A. $2^2 C_{20}^9$.

B. $2^{10} C_{20}^{10}$.

C. $2^{10} C_{20}^{11}$.

D. $2^8 C_{20}^{12}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Đăng Thuyết ; Fb: Thuyết Nguyễn Đăng

Chọn B

Ta có số hạng thứ $k+1$ của khai triển là: $T_{k+1} = C_{20}^k \left(\frac{x}{2}\right)^{20-k} \left(\frac{4}{x}\right)^k = C_{20}^k 2^{3k-20} x^{20-2k}$.

Số hạng không chứa x có số mũ bằng 0 nên ta có $20-2k=0 \Leftrightarrow k=10$.

Do đó số hạng không chứa x của khai triển là $T_{11} = C_{20}^{10} 2^{10}$.

Câu 18. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 3t^2 + 4$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Tính quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian từ giây thứ 3 đến giây thứ 10?

A. 945 m.

B. 994 m.

C. 471 m.

D. 1001 m.

Lời giải

Tác giả: Quỳnh Thụy Trang ; Fb: Xuka

Chọn D

Quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian từ giây thứ 3 đến giây thứ 10 là

$$S = \int_3^{10} (3t^2 + 4) dt = \left(t^3 + 4t\right) \Big|_3^{10} = 1001 \text{ m.}$$

Câu 19. Nếu các số hữu tỉ a, b thỏa mãn $\int_0^1 (ae^x + b) dx = e + 2$ thì giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Tác giả: Bích Phượng; Fb: Bích Phượng

Chọn A

Ta có $\int_0^1 (ae^x + b) dx = (ae^x + bx) \Big|_0^1 = ae + b - a$.

Ta lại có $\int_0^1 (ae^x + b) dx = e + 2$.





Suy ra: $\begin{cases} a=1 \\ b-a=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases}$. Vậy $a+b=4$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết rằng đường thẳng SC hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

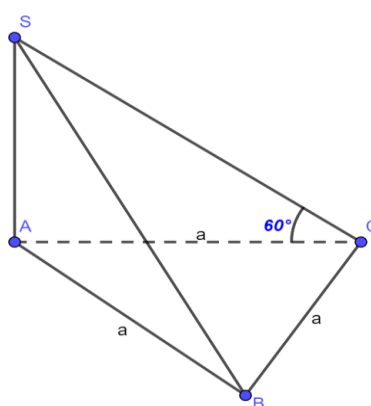
C. $\frac{a^3}{8}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tuyết Lê ; Fb: Nguyen Tuyen Le.

Chọn A



Tam giác ABC là tam giác đều cạnh a nên có diện tích: $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vì $SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng (ABC) . Do đó góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là góc SCA .

Trong tam giác vuông SAC ta có $SA = AC \cdot \tan SCA = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 21. Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt x_A, x_B . Khi đó giá trị của $x_A + x_B$ bằng

A. 3.

B. 5.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Tác giả: Cao Văn Nha ; Fb: Phong Nha

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$





Hoành độ hai điểm A, B là nghiệm của phương trình: $x - 2 = \frac{2x+1}{x-1}$ (1). Điều kiện $x \neq 1$.

Ta có (1) $\Leftrightarrow (x-2)(x-1) = 2x+1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 1 = 0$ (2).

Nhận thấy phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

Theo định lý Vi-ét ta có: $x_A + x_B = 5$. Vậy chọn B.

Câu 22. Số cạnh của một hình tứ diện là

A. 12.

B. 6.

C. 4.

D. 8.

Lời giải

Tác giả: Xoài Tây; **Fb:** Xoài Tây

Chọn B

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -2; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Tọa độ của véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(3; -3; 4)$.

B. $(1; -1; -2)$.

C. $(-3; 3; -4)$.

D. $(-1; 1; 2)$.

Lời giải

Tác giả: Cao Hữu Trường ; **Fb:** Cao Huu Truong

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 2)$.

Câu 24. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và biểu thức $20u_1 - 10u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số hạng thứ bảy của cấp số nhân có giá trị bằng

A. 31250.

B. 6250.

C. 136250.

D. 39062.

Lời giải

Tác giả: Phạm Văn Tuấn; **Fb:** Phạm Tuấn

Chọn A

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) . Ta có:
$$\begin{cases} u_2 = u_1 \cdot q = 2 \cdot q \\ u_3 = u_1 \cdot q^2 = 2 \cdot q^2 \end{cases}$$

Do đó: $T = 20u_1 - 10u_2 + u_3 = 2q^2 - 20q + 40 = 2(q-5)^2 - 10 \geq -10, \forall q$.

Suy ra $\min T = -10$, đạt được khi $q = 5$.

Khi đó số hạng thứ bảy là $u_7 = u_1 \cdot q^6 = 31250$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên





x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			2		$+\infty$	
			1		-1		

Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A.** $x_0 = 0$ là điểm cực đại của hàm số.
- B.** $M(0; 2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.
- C.** $x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.
- D.** $f(-1)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Dung; Fb: Dung Nguyễn

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có $M(0; 2)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số nên mệnh đề ở đáp án B là mệnh đề sai.

Câu 26. Nếu tăng chiều cao của một khối trụ lên gấp 2 lần và tăng bán kính đáy của nó lên gấp 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng bao nhiêu lần so với thể tích của khối trụ ban đầu?

- A.** 18 lần. **B.** 36 lần. **C.** 12 lần. **D.** 6 lần.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tình; Fb: Gia Sư Toàn Tâm

Chọn A

Gọi R và h là đường cao và bán kính đáy của khối trụ.

Thể tích ban đầu của khối trụ là $V = \pi R^2 h$.

Khi tăng chiều cao của khối trụ lên gấp 2 lần và tăng bán kính đáy của nó lên gấp 3 lần thì thể tích của khối trụ mới là: $V_1 = \pi (3R)^2 (2h) = 18\pi R^2 h = 18V$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là.

- A.** $(1; 0; -1)$. **B.** $(0; 0; -1)$. **C.** $(0; 2; 0)$. **D.** $(1; 0; 0)$.

Lời giải

Tác giả: Vũ Thị Thành; Fb: Thanh Vũ.



Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là $H(0; 2; 0)$.

Câu 28. Đồ thị hàm số $y = \ln x$ đi qua điểm

A. $B(0; 1)$.

B. $C(2; e^2)$.

C. $D(2e; 2)$.

D. $A(1; 0)$.

Lời giải

Tác giả : Trần Văn Hiếu, FB: Hieu Tran

Chọn D

Thay tọa độ các điểm vào biểu thức hàm số $y = \ln x$ ta thấy tọa độ điểm $A(1; 0)$ thỏa mãn.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5	1	7	
y'		-	0	+
y	6			9

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$.

B. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 6$.

C. $\min_{[-5; 7)} f(x) = 6$.

D. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 9$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Hoan ; Fb: Hoan Nguyễn

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a$ và đường thẳng $x = b$ là

A. $S = \int_a^b f(x) dx$.

B. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

D. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Thuần ; Fb: Phạm Thuần

Chọn C

Câu 31. Cường độ ánh sáng đi qua môi trường nước biển giảm dần theo công thức $I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$, với I_0 là cường độ ánh sáng bắt đầu đi vào môi trường nước biển và x là độ dày của môi trường đó (x tính theo đơn vị mét). Biết rằng môi trường nước biển có hằng số hấp thụ là $\mu = 1,4$. Hỏi ở độ



sâu 30 mét thì cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần so với cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào nước biển?

A. e^{-21} lần.

B. e^{42} lần.

C. e^{21} lần.

D. e^{-42} lần.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thanh Hảo; Fb: Ycdiyc Thanh Hảo

Chọn B

Cường độ ánh sáng lúc bắt đầu đi vào nước biển là: I_0 .

Ở độ sâu $x = 30$ mét với hằng số hấp thụ là $\mu = 1,4$, cường độ ánh sáng đi vào nước biển là:

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x} = I_0 \cdot e^{-30 \cdot 1,4} = I_0 \cdot e^{-42} = \frac{I_0}{e^{42}}$$

Vậy ở độ sâu 30 mét thì cường độ ánh sáng giảm đi e^{42} lần so với cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào nước biển.

Câu 32. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $3a$. Điểm H thuộc cạnh AC với $HC = a$. Dựng đoạn thẳng SH vuông góc với mặt phẳng (ABC) với $SH = 2a$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) là:

A. $3a$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{7}a$.

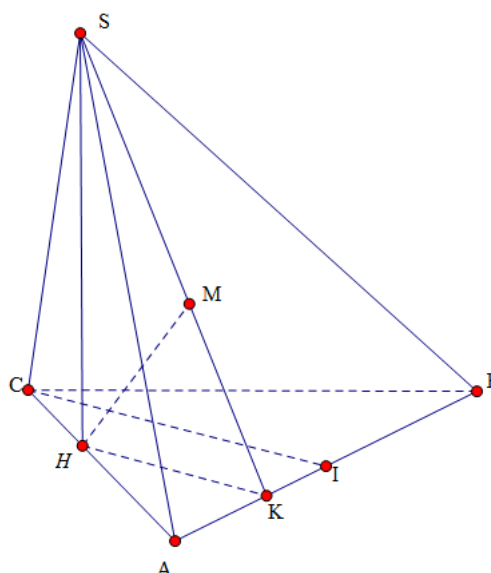
C. $\frac{7}{3}a$.

D. $\frac{3\sqrt{21}}{7}a$.

Lời giải

Tác giả: Trần Bạch Mai ; Fb: Bạch Mai

Chọn D



$$\text{Hạ } CI \perp AB; HK \perp AB. \text{ Ta có } \frac{HK}{CI} = \frac{HA}{AC} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow HK = \frac{2}{3}CI = \frac{2}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}a = \sqrt{3}a.$$

$$\begin{cases} AB \perp HK \\ AB \perp SH \end{cases} \Leftrightarrow AB \perp (SHK).$$



**Cách 1:**

$$\text{Ta có: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} d(C; (SAB)) \cdot S_{\Delta SAB} \Rightarrow d(C; (SAB)) = \frac{3 \cdot V_{S.ABC}}{S_{\Delta SAB}} (*)$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} (3a)^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^3$$

$$AB \perp (SHK) \Rightarrow AB \perp SK$$

$$SK = \sqrt{SH^2 + HK^2} = \sqrt{4a^2 + 3a^2} = a\sqrt{7}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} SK \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{7} \cdot 3a = \frac{3\sqrt{7}}{2} a^2$$

$$\text{Thế vào (*) ta được } d(C; (SAB)) = \frac{\frac{9\sqrt{3}}{2} a^3}{\frac{3\sqrt{7}}{2} a^2} = \frac{3\sqrt{21}}{7} a$$

Cách 2:

$$\text{Dựng } HM \perp SK; \text{ ta có } AB \perp (SHK) \Rightarrow AB \perp HM$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} HM \perp SK \\ HM \perp AB \end{cases} \Rightarrow HM \perp (SBC) \Rightarrow d(H; (SAB)) = HM$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SHK: \frac{1}{HM^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{7}{12a^2} \Leftrightarrow HM = \frac{2\sqrt{21}}{7} a$$

$$\frac{d(C; (SAB))}{d(H; (SAB))} = \frac{CA}{HA} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(C; (SAB)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{2\sqrt{21}}{7} a = \frac{3\sqrt{21}}{7} a$$

Câu 33. Trong không gian Oxyz, cho 2 điểm hai điểm $A(1; 2; 1), B(2; -1; 3)$ và điểm $M(a; b; 0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a + b$ bằng

A. -2.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải**Tác giả: Đỗ Văn Dương ; Fb: Dương Đỗ Văn****Chọn B**

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MA} = (1-a; 2-b; 1) \Rightarrow MA^2 = (1-a)^2 + (2-b)^2 + 1 = a^2 + b^2 - 2a - 4b + 6$$

$$\overrightarrow{MB} = (2-a; -1-b; 3) \Rightarrow MB^2 = (2-a)^2 + (-1-b)^2 + 9 = a^2 + b^2 - 4a + 2b + 14$$

$$MA^2 + MB^2 = 2a^2 + 2b^2 - 6a - 2b + 20 = 2 \left[\left(a - \frac{3}{2} \right)^2 + \left(b - \frac{1}{2} \right)^2 \right] + 15 \geq 15, \forall a, b$$

$$\text{Suy ra } \min(MA^2 + MB^2) = 15, \text{ đạt được khi } a = \frac{3}{2}; b = \frac{1}{2}. \text{ Vậy } a + b = 2$$





Câu 34. Tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $[-1; 1]$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-\infty; -1]$.

D. $(-1; 1)$.

Lời giải

Tác giả: Trần Quốc An; Fb: Tran Quoc An

Chọn C

Tập xác định : $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = \frac{2x}{x^2 + 1} - m$.

Hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (Dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm $x \in \mathbb{R}$) $\Leftrightarrow \frac{2x}{x^2 + 1} - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq \frac{2x}{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}, x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x) = \frac{2 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$		
$f(x)$								
		0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $m \leq \frac{2x}{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq -1$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			2			$+\infty$
	-5	$\nearrow$		$\searrow$		$+\infty$
				-4	$\nearrow$	

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $f(\sqrt{x+1} + 1) \leq m$ có nghiệm?

A. $m > -5$.

B. $m \geq 2$.

C. $m \geq -4$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải

Tác giả: Phan Mạnh Trường; Fb: phan mạnh trường



**Chọn C**

Xét bất phương trình $f(\sqrt{x+1}+1) \leq m$ (1).

Đặt $t = \sqrt{x+1}+1$, $t \geq 1$. Bất phương trình (1) trở thành $f(t) \leq m$.

Bất phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ bất phương trình $f(t) \leq m$ có nghiệm thuộc $[1; +\infty)$

$$\Leftrightarrow m \geq \min_{[1; +\infty)} f(t) \Leftrightarrow m \geq -4.$$

Câu 36. Cho khối cầu (S) có bán kính R. Một khối trụ có thể tích bằng $\frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3$ và nội tiếp khối cầu (S). Chiều cao khối trụ bằng:

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}R$.

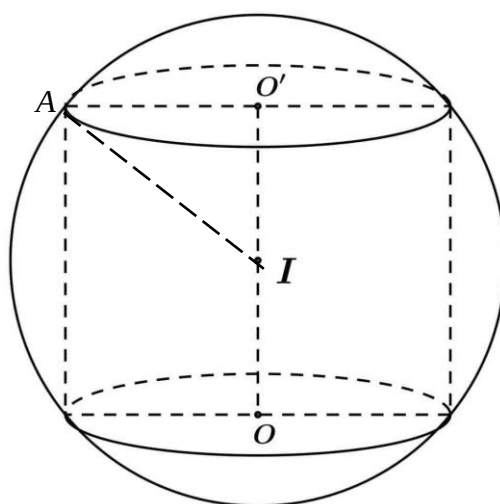
B. $\frac{\sqrt{2}}{2}R$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}R$.

D. $R\sqrt{2}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Thị Nhung ; Fb: Lê Nhung.

Chọn A

Giả sử $OO' = h$. Suy ra $IO' = \frac{OO'}{2} = \frac{h}{2}$, (vì khối trụ nội tiếp khối cầu).

Xét $\triangle AIO'$ vuông tại O' , ta có: $O'A^2 = AI^2 - O'I^2 = R^2 - \left(\frac{h}{2}\right)^2$

Suy ra diện tích đáy là $S = \pi \left(R^2 - \frac{h^2}{4} \right)$.

Thể tích khối trụ bằng $V = \frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3 \Leftrightarrow Sh = \frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3 \Leftrightarrow \pi \left(R^2 - \frac{h^2}{4} \right) \cdot h = \frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3$

$$\Leftrightarrow h^3 - 4R^2h + \frac{16\sqrt{3}}{9}R^3 = 0 \Leftrightarrow \left(h - \frac{2\sqrt{3}}{3}R \right)^2 \cdot \left(h + \frac{4\sqrt{3}}{3}R \right) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{2\sqrt{3}}{3}R$$





Vậy chiều cao khối trụ bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}R$.

Câu 37. Cho $M = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + \dots + C_{2019}^{2019}$. Viết M dưới dạng một số trong hệ thập phân thì số này có bao nhiêu chữ số?

A. 610.

B. 608.

C. 607.

D. 609.

Lời giải

Tác giả: Bùi Xuân Toàn ; Fb: Toan Bui

Chọn B

Ta có: $M = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + \dots + C_{2019}^{2019} = 2^{2019}$.

Số chữ số của M khi viết M dưới dạng một số trong hệ thập phân là:

$$[\log M] + 1 = [\log 2^{2019}] + 1 = [2019 \cdot \log 2] + 1 = 608.$$

Câu 38. Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$.

Số mặt cầu đi qua $A(1; -2; 1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. vô số.

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thúy; Fb: Thúy Minh

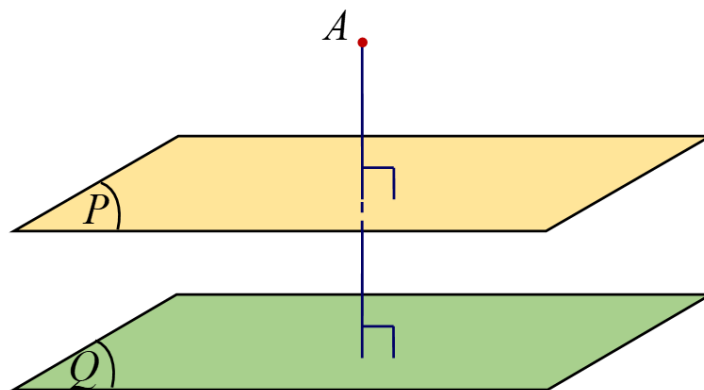
Chọn C

Ta có $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$.

Vì $\frac{2}{2} = \frac{-1}{-1} = \frac{1}{1} \neq \frac{-2}{1}$ nên $(P) \parallel (Q)$.

Lấy điểm $M(0; 0; 2) \in (P) \Rightarrow d((P), (Q)) = d(M, (Q)) = \frac{|3|}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}}$.

Lại có $d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - (-2) + 1 - 2|}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}} = d((P), (Q))$ và $A \notin (Q)$.



Suy ra không có mặt cầu nào đi qua A và tiếp xúc với 2 mặt phẳng $(P), (Q)$.





Câu 39. Cho lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , đường cao BH . Biết $A'H \perp (ABC)$ và $AB=1$, $AC=2$, $AA'=\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{21}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

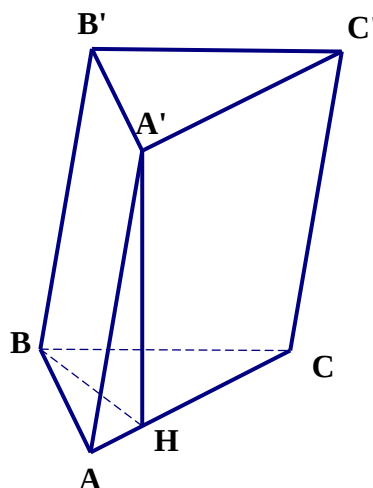
C. $\frac{3\sqrt{7}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{12}$.

Lời giải

Tác giả: Trương Thanh Nhân; Fb: Trương Thanh Nhân.

Chọn A



Ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{3}$; $AH \cdot AC = AB^2 \Rightarrow AH = \frac{AB^2}{AC} = \frac{1}{2}$.

$A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp AH$. Tam giác $A'AH$ có $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{2 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$.

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$V_{ABCA'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{\sqrt{7}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{21}}{4}$.

Câu 40. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao bằng 4 và bán kính đáy bằng 3. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân có độ dài cạnh đáy bằng 2. Diện tích của thiết diện bằng:

A. $2\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $\sqrt{19}$.

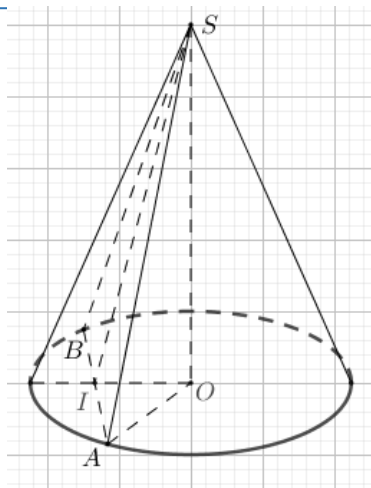
D. $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Tác giả: Đỗ Tấn Bảo; Fb: Đỗ Tấn Bảo

Chọn D





Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác cân SAB như hình vẽ. Ta có $OA = OB = 3$; $SO = 4$ và $AB = 2$.

Gọi I là trung điểm của AB . Suy ra $OI \perp AB$.

Ta có $OI = \sqrt{OB^2 - IB^2} = 2\sqrt{2}$.

ΔSOI vuông tại $O \Rightarrow SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = 2\sqrt{6}$.

$S_{SAB} = \frac{1}{2} AB \cdot SI = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$ (đvdt).

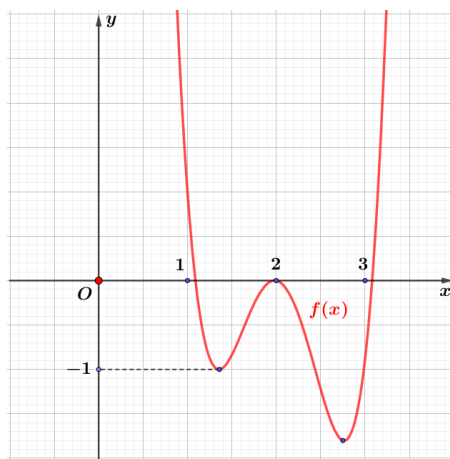
Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(f(x) + 2)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 12.

B. 11.

C. 9.

D. 10.



Lời giải

Tác giả: Nguyễn Đăng Thuyết ; Fb: Thuyết Nguyễn Đăng

Chọn B

Xét hàm số $g(x) = f(f(x) + 2)$.

Ta có $g'(x) = f'(f(x) + 2) \cdot f'(x)$.





$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 & (1) \\ f'(f(x) + 2) = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = 2, \quad 1 < x_1 < 2 < x_2 < 3. \\ x = x_2 \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) + 2 = x_1 \\ f(x) + 2 = 2 \\ f(x) + 2 = x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = x_1 - 2 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = x_2 - 2 \end{cases}$$

Do $x_1 - 2 \in (-1; 0)$ nên phương trình $f(x) = x_1 - 2$ có 4 nghiệm đơn phân biệt.

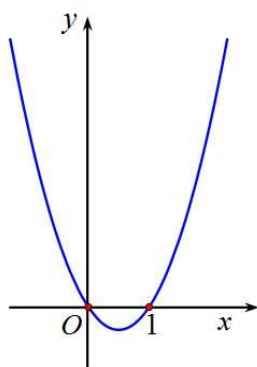
Do $x_2 - 2 \in (0; 1)$ nên phương trình $f(x) = x_2 - 2$ có 2 nghiệm đơn phân biệt.

Phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt trong đó có 2 nghiệm đơn phân biệt và nghiệm bội chẵn $x = 2$.

Tổng cộng phương trình $g'(x) = 0$ có 11 nghiệm phân biệt và đổi dấu qua các nghiệm này.

Do đó $y = f(f(x) + 2)$ có 11 điểm cực trị.

Câu 42. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(-x - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải

Tác giả: Bùi Thị Kim Oanh ; Fb: Bùi Thị Kim Oanh

Chọn D

Xét hàm số $g(x) = f(-x - x^2)$. Ta có $g'(x) = (-1 - 2x) \cdot f'(-x - x^2)$.

Cách 1:





$$g'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1-2x < 0 \\ f'(-x-x^2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ \begin{cases} -x-x^2 < 0 \\ -x-x^2 > 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ \begin{cases} x < -1 \\ x > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -1 < x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1-2x > 0 \\ f'(-x-x^2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ \begin{cases} -x-x^2 < 0 \\ 0 < -x-x^2 < 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ \begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ -1 < x < 0 \end{cases} \end{cases}$$

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$ và $(0; +\infty)$.

Vậy chọn D.

Cách 2:

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1-2x = 0 \\ f'(-x-x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ \begin{cases} -x-x^2 = 0 \\ -x-x^2 = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \end{cases} \end{cases}$$

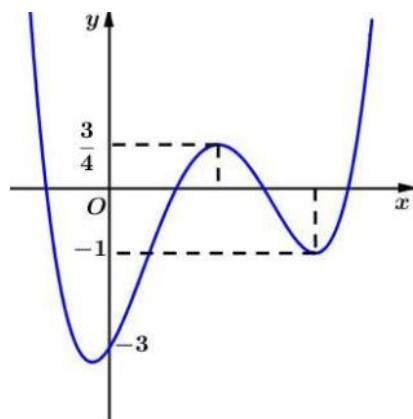
Nhận thấy $g'(1) = -3$, $f'(-2) < 0$ và các nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$ là các nghiệm đơn nên ta có bảng xét dấu $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$			
$g'(x)$		+	0	-	0	+	0	-

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$ và $(0; +\infty)$.

Vậy chọn D.

Câu 43. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(|x+m|) = m$ có 4 nghiệm phân biệt là



A. 0.

B. Vô số.

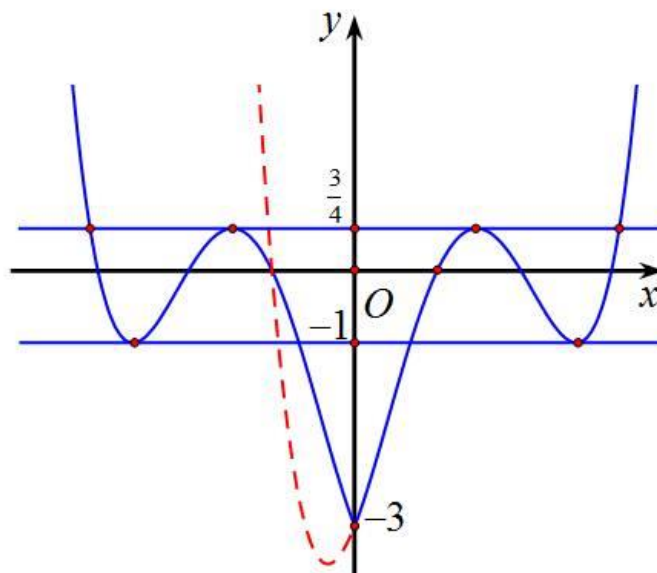
C. 2.

D. 1.



**Lời giải****Tác giả: Vũ Thị Thúy; Fb: Vũ Thị Thúy****Chọn D**

Từ đồ thị của hàm $y = f(x)$, ta suy ra đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$ như sau:



Đồ thị của hàm số $y = f(|x+m|)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ dọc theo trục Ox nên số nghiệm của phương trình $f(|x+m|) = m$ bằng số nghiệm của phương trình $f(|x|) = m$.

Do đó phương trình $f(|x|) = m$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$ và đường thẳng $y = m$ cắt nhau tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{3}{4} \end{cases}$, (dựa vào đồ thị).

Vậy có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 44. Cho phương trình $2^x = \sqrt{m \cdot 2^x \cdot \cos(\pi x)} - 4$, với m là tham số thực. Gọi m_0 là giá trị của m sao cho phương trình trên có đúng một nghiệm thực. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $m_0 < -5$. **B.** $m_0 > 0$. **C.** $m_0 \in [-5; -1)$. **D.** $m_0 \in [-1; 0)$.

Lời giải**Tác giả: Quang Pumaths ; Fb: Quang Pumaths****Chọn C**

Ta có $2^x = \sqrt{m \cdot 2^x \cdot \cos(\pi x)} - 4 \Leftrightarrow m \cdot 2^x \cdot \cos(\pi x) - 4 = 2^{2x} \Leftrightarrow m \cdot \cos(\pi x) = 2^x + 2^{2-x}$.

Nhận xét: Nếu x_0 là nghiệm phương trình thì $2 - x_0$ cũng là nghiệm phương trình. Do đó điều kiện cần để phương trình có đúng một nghiệm là $x_0 = 2 - x_0 \Leftrightarrow x_0 = 1$.





Với $x_0 = 1$, ta có $m = -4$.

Thử lại: Với $m = -4$ ta có:

$$2^x = \sqrt{-4 \cdot 2^x \cdot \cos(\pi x) - 4} \Leftrightarrow -4 \cdot \cos(\pi x) = 2^x + 2^{2-x} \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} VT = -4 \cdot \cos(\pi x) \leq 4, \forall x \\ VP = 2^x + 2^{2-x} \geq 2\sqrt{2^x \cdot 2^{2-x}} = 4, \forall x \end{cases}$$

$$\text{Do đó } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} \cos(\pi x) = -1 \\ 2^x = 2^{2-x} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1. \text{ Chọn } m = -4.$$

Nhận xét: Đối với trắc nghiệm thì sau khi tìm được điều kiện cần $m = -4$ thì đã có thể chọn đáp án C mà không cần thử lại.

Câu 45. Trong không gian, cho tam giác ABC có các đỉnh B, C thuộc trục Ox . Gọi $E(6; 4; 0), F(1; 2; 0)$ lần lượt là hình chiếu của B, C trên các cạnh AC, AB . Toạ độ hình chiếu của A trên BC là

A. $\left(\frac{5}{3}; 0; 0\right)$.

B. $\left(\frac{7}{3}; 0; 0\right)$.

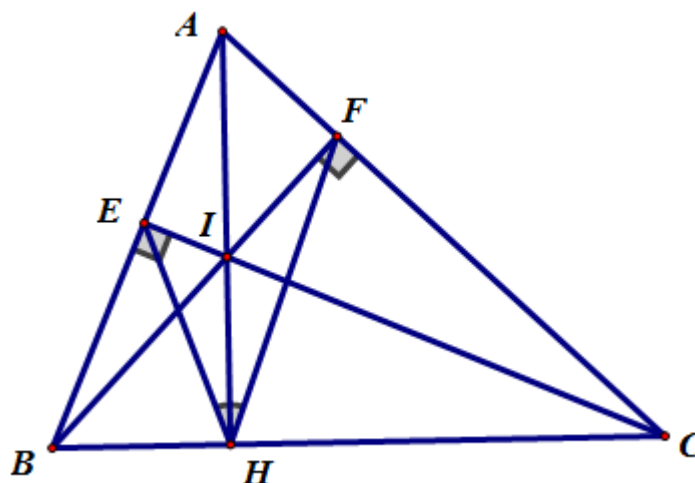
C. $(2; 0; 0)$.

D. $\left(\frac{8}{3}; 0; 0\right)$.

Tác giả: Đào Văn Tiến ; Fb: Đào Văn Tiến

Lời giải

Chọn D



Tứ giác $BHIE$ nội tiếp nên $IHE = EBI$.

Tứ giác $ABHF$ nội tiếp nên $EBI = IHF$.

Suy ra $IHE = IHF$ (1).

Mà $AH \perp Ox$ nên đường thẳng AH có một vectơ chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

Gọi $H(x; 0; 0)$. Ta có $\overrightarrow{HE} = (6-x; 4; 0); \overrightarrow{HF} = (1-x; 2; 0)$.





$$\text{Từ (1) ta có } \left| \cos(\overrightarrow{HE}; \vec{j}) \right| = \left| \cos(\overrightarrow{HF}; \vec{j}) \right| \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{(6-x)^2 + 4^2}} = \frac{2}{\sqrt{(1-x)^2 + 2^2}}$$

$$\Leftrightarrow (6-x)^2 + 16 = 4(1-x)^2 + 16 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3} \\ x = -4 \end{cases}.$$

Với $x = -4$ ta có $H(-4; 0; 0)$, suy ra H, E, F thẳng hàng (loại).

Vậy $H\left(-\frac{8}{3}; 0; 0\right)$.

Nhận xét: Căn cứ vào 4 đáp án thì chỉ cần giải ra $\begin{cases} x = \frac{8}{3} \\ x = -4 \end{cases}$ cũng đủ để chọn đáp án D mà không

cần loại điểm $H(-4; 0; 0)$.

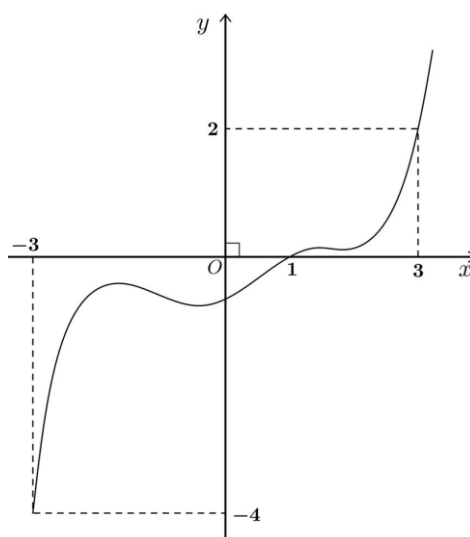
Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x-1)^2$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = g(x)$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

A. $g(0)$.

B. $g(1)$.

C. $g(3)$.

D. $g(-3)$.



Lời giải

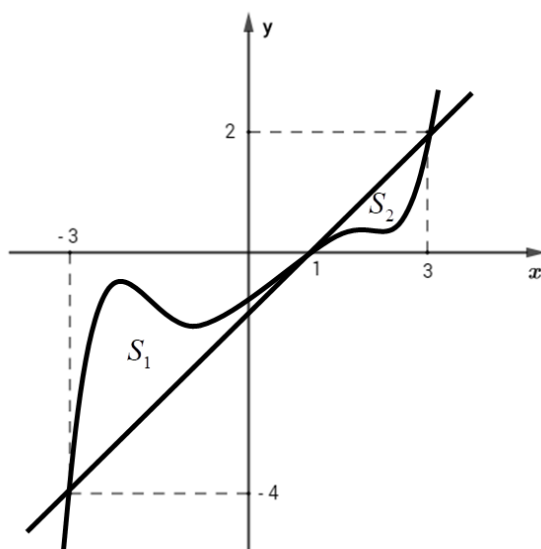
Tác giả: Trần Lê Cường; Fb: Thầy Trần Lê Cường

Chọn D

$$g'(x) = 2f'(x) - 2(x-1) = 2[f'(x) - (x-1)].$$

Vẽ đường thẳng $y = x - 1$ cùng với đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên cùng một hệ trục tọa độ.





Ta có: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm $g(x)$ trên $[-3; 3]$:

x	-3		1		3
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$g(-3)$	$\nearrow g(1)$ $\searrow g(3)$			

$$\Rightarrow \min_{[-3;3]} g(x) = \min \{g(-3); g(3)\}.$$

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = x - 1$, $x = -3$, $x = 1$.

Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = x - 1$, $x = 1$, $x = 3$.

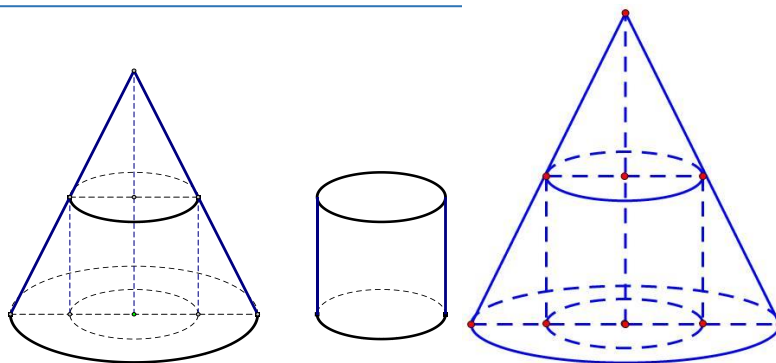
$$\text{Ta có } S_1 > S_2 \Leftrightarrow \int_{-3}^1 [f'(x) - (x - 1)] dx > \int_1^3 [(x - 1) - f'(x)] dx \Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_{-3}^1 g'(x) dx > \frac{1}{2} \int_1^3 [-g'(x)] dx$$

$$\Leftrightarrow \int_{-3}^1 g'(x) dx + \int_1^3 g'(x) dx > 0 \Leftrightarrow \int_{-3}^3 g'(x) dx > 0 \Leftrightarrow g(x) \Big|_{-3}^3 > 0$$

$$\Leftrightarrow g(3) - g(-3) > 0 \Leftrightarrow g(3) > g(-3) \Rightarrow \min_{[-3;3]} g(x) = g(-3).$$

Câu 47. Cho hình nón có chiều cao $2R$ và bán kính đường tròn đáy R . Xét hình trụ nội tiếp hình nón sao cho thể tích khối trụ lớn nhất, khi đó bán kính đáy của khối trụ bằng?





A. $\frac{2R}{3}$.

B. $\frac{R}{3}$.

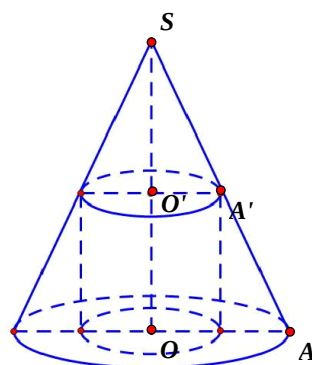
C. $\frac{R}{2}$.

D. $\frac{3R}{4}$.

Lời giải

Tác giả: Dương Chiến; Fb: DuongChien.Ls

Chọn A



Gọi r, h ($0 < r < R, 0 < h < 2R$) lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ nội tiếp hình

nón đã cho. Ta có $\frac{SO'}{SO} = \frac{A'O'}{AO} \Leftrightarrow \frac{2R-h}{2R} = \frac{r}{R} \Leftrightarrow h = 2R - 2r$.

Thể tích khối trụ: $V = \pi r^2 h = \pi r^2 (2R - 2r) \leq \pi \left(\frac{r + r + 2R - 2r}{3} \right)^3 = \frac{8\pi R^3}{27}$

$\Rightarrow \max V = \frac{8\pi R^3}{27}$, đạt được khi $r = 2R - 2r \Leftrightarrow r = \frac{2R}{3}$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , CH vuông góc AB tại H , I là trung điểm của đoạn thẳng HC . Biết SI vuông góc với mặt phẳng đáy, $ASB = 90^\circ$. Gọi O là trung điểm của AB , O' là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABI$. Góc tạo bởi OO' và (ABC) bằng

A. 45° .

B. 90° .

C. 30° .

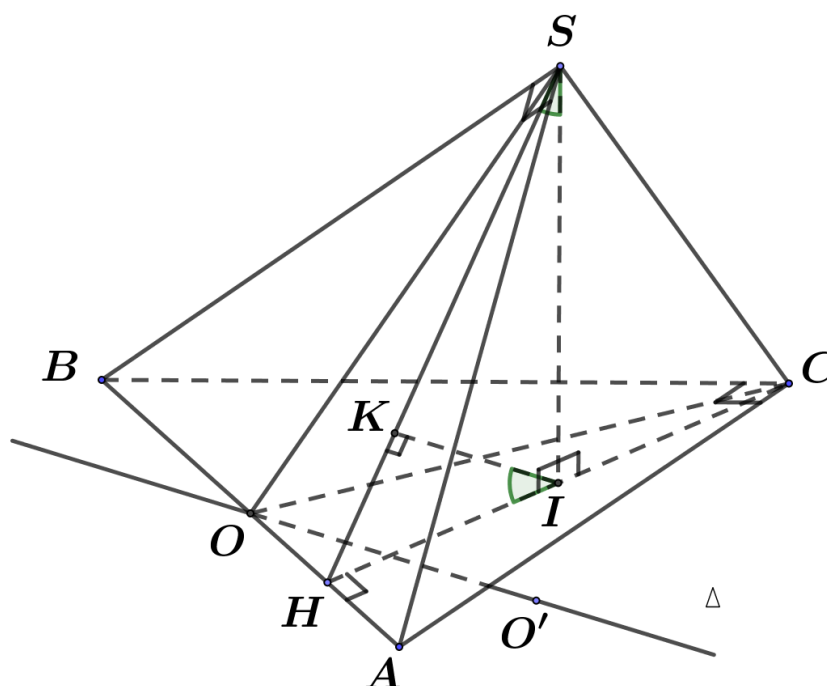
D. 60° .

Lời giải

Tác giả: Hoàng Văn Phiên; Fb: Phiên Văn Hoàng

Chọn C





Kẻ $IK \perp SH \Rightarrow IK \perp (SAB)$.

ΔSAB vuông tại S nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSAB

Kẻ đường thẳng Δ đi qua O và $\Delta // IK \Rightarrow \Delta \perp (SAB)$ tại O .

Suy ra Δ là trục của đường tròn ngoại tiếp ΔSAB .

Theo giả thiết O' là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABI$, suy ra $O' \in \Delta$.

$$\Rightarrow \varphi = (\angle OO', (ABC)) = (\angle \Delta, (ABC)) = (\angle IK, (ABC)) = \angle KIH.$$

Ta có $\angle KIH = \angle HSI$ (vì cùng phụ với góc $\angle SHI$).

ΔSHC có SI vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến nên ΔSHC cân tại S (1).

Ta có $SH^2 = HA \cdot HB$; $CH^2 = HA \cdot HB$. Suy ra $SH = CH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra ΔSHC đều. Vậy $\varphi = \angle HSI = 30^\circ$.

Câu 49. Trong không gian, cho hai điểm A, B cố định và độ dài AB bằng 4. Biết rằng tập hợp các điểm M sao cho $MA = 3 \cdot MB$ là một mặt cầu. Bán kính của mặt cầu bằng

A. 3.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. 1.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Trọng Tú ; Fb: Anh Tú

Chọn B

Cách 1:





+) Gọi I là điểm thỏa mãn $9\vec{IB} - \vec{IA} = \vec{0}$. (1)

Từ (1) ta có $8\vec{IB} = \vec{BA}$ và $8\vec{IA} = 9\vec{BA}$. Suy ra $IB = \frac{BA}{8} = \frac{1}{2}$ và $IA = \frac{9.BA}{8} = \frac{9}{2}$.

+) $MA = 3MB \Leftrightarrow MA^2 = 9.MB^2 \Leftrightarrow (\vec{MI} + \vec{IA})^2 = 9.(\vec{MI} + \vec{IB})^2$.

$$\Leftrightarrow 8.MI^2 + 2.\vec{MI}(9\vec{IB} - \vec{IA}) = IA^2 - 9IB^2 \Leftrightarrow 8MI^2 = 18 \Leftrightarrow MI = \frac{3}{2}.$$

Vậy tập hợp các điểm M là mặt cầu tâm I , bán kính bằng $\frac{3}{2}$.

Cách 2:

Trong không gian Oxyz, chọn hệ trục Oxyz sao cho $A \equiv O$ và B thuộc tia Ox .

Do $AB = 4$ nên $B(4;0;0)$. Gọi $M(x;y;z)$.

Ta có :

$$MA = 3.MB \Leftrightarrow MA^2 = 9.MB^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 9(x-4)^2 + 9.y^2 + 9.z^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 9x + 18 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + y^2 + z^2 = \frac{9}{4}.$$

Vậy tập hợp các điểm M là mặt cầu tâm $I\left(\frac{9}{2};0;0\right)$, bán kính bằng $\frac{3}{2}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$, $f(x) \neq 0$ với mọi $x \in (0; +\infty)$ và thỏa mãn

$$f(1) = -\frac{1}{2}, f'(x) = (2x+1)f^2(x), \forall x \in (0; +\infty). \text{ Biết } f(1) + f(2) + \dots + f(2019) = \frac{a}{b} - 1 \text{ với}$$

$a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, (a, b) = 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $a - b = 2019$.

B. $a.b > 2019$.

C. $2a + b = 2022$.

D. $b \leq 2020$.

Lời giải

Tác giả: Lương Văn Huy ; Fb: Lương Văn Huy

Chọn A

$$\text{Ta có : } f'(x) = (2x+1)f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = 2x+1.$$

$$\text{Lấy nguyên hàm 2 vế ta được } -\frac{1}{f(x)} = x^2 + x + C.$$

$$\text{Mà } f(1) = -\frac{1}{2} \text{ nên ta có } 2 = 1^2 + 1 + C \Leftrightarrow C = 0.$$

$$\text{Do đó } -\frac{1}{f(x)} = x^2 + x \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{x^2 + x} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}.$$





$$f(1) = \frac{1}{2} - 1.$$

$$f(2) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}.$$

....

$$f(2019) = \frac{1}{2020} - \frac{1}{2019}.$$

$$\Rightarrow f(1) + f(2) + \dots + f(2019) = \frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2019} = \frac{1}{2020} - 1.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = 1 \\ b = 2020 \end{cases} \Rightarrow a - b = -2019. \text{ Chọn A.}$$

----- **STRONG TEAM TOÁN VD VDC** -----

