

Họ và tên.....SBD.....Phòng thi

Câu 1: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy các điểm

M, N, P, Q sao cho $AM = BN = CP = DQ = x$ ($0 < x < a$). Nếu $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{DC} = \frac{a^2}{2}$ thì giá trị của x bằng:

- A. a . B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{3a}{4}$. D. $\frac{a}{4}$.

Câu 2: Cho $(P): y = x^2 - 4x + 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$. B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 4)$. D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 4)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{x} > \frac{1}{x-5}$ là.

- A. $S = (0; 5)$. B. $S = \mathbb{R} \setminus \{0; 5\}$.
C. $S = (-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$. D. $S = \mathbb{R}$.

Câu 4: Cho hai đường thẳng $d: 2x - y + 3 = 0$ và $\Delta: x + 3y - 2 = 0$. Phương trình đường thẳng d' đối xứng với d qua Δ là:

- A. $13x - 11y + 2 = 0$. B. $11x + 2y - 13 = 0$. C. $11x + 13y - 2 = 0$. D. $11x - 2y + 13 = 0$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{2(x-2)(x-5)} > x-3$ là:

- A. $(-\infty; 2] \cup [6; +\infty)$. B. $(-\infty; 1]$.
C. $(-\infty; 2] \cup (4 + \sqrt{5}; +\infty)$. D. $[-100; 2]$.

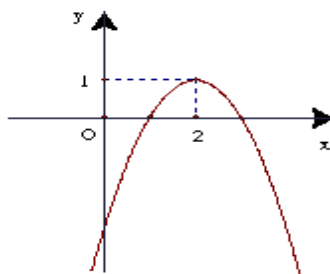
Câu 6: Nếu $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 - 4xy + y^2 = 1 \\ y - 4xy = 2 \end{cases}$. Thì xy bằng bao nhiêu?

- A. -4 . B. 1 .
C. Không tồn tại giá trị của xy . D. 4 .

Câu 7: Tam giác ABC có $AB = 4$, $AC = 6$ và trung tuyến $BM = 3$. Tính độ dài cạnh BC .

- A. $2\sqrt{5}$. B. $\sqrt{17}$. C. 4 . D. 8 .

Câu 8: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = -x^2 + 4x$. B. $y = -x^2 + 4x - 3$. C. $y = x^2 + 4x - 3$. D. $y = x^2 - 4x - 3$.

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy cho 3 điểm $A = (-1; 3)$, $B = (2; 0)$, $C = (6; 2)$. Tìm tọa độ D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $(9; -1)$. B. $(3; 5)$. C. $(5; 3)$. D. $(-1; 9)$.

Câu 21: Khoảng cách từ điểm $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 17 = 0$ bằng:

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{18}{5}$. C. $\frac{10}{\sqrt{5}}$. D. 2.

Câu 22: Với các điểm O, A, B và C bất kì. Chọn khẳng định luôn đúng trong các khẳng định sau.

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$. C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$.

Câu 23: Có bao nhiêu giá trị của a để phương trình $|2x^2 - 3x - 2| = 5a - 8x - x^2$ có nghiệm duy nhất.

- A. vô số B. 3 C. 1 D. 0

Câu 24: Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$ trên đoạn $[-2; 1]$ là

- A. $M = 0; m = -15$. B. $M = 15; m = 1$. C. $M = 15; m = 0$. D. $M = 1; m = -2$.

Câu 25: Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 26: Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng 3. Đặt $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. Độ dài vector $\vec{u}$ bằng:

- A. 3. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{3}$.

Câu 27: Tổng các nghiệm của phương trình $|x^2 + 5x + 4| = x + 4$ bằng:

- A. 6. B. 12. C. -12. D. -6.

Câu 28: Phương trình $|x - 2|(x + 1) + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt, giá trị thích hợp của tham số m là

- A. $-\frac{9}{4} < m < 0$. B. $-2 < m < 1$. C. $0 < m < \frac{9}{4}$. D. $1 < m < 2$.

Câu 29: Tập nghiệm của bất phương trình: $x(x + 5) \leq 2(x^2 + 2)$ là:

- A. $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. B. $[1; 4]$. C. $(1; 4)$. D. $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $|5x - 3| < 2$ là.

- A. $S = (-\infty; 1)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{3}{5}\right]$. C. $S = \left(\frac{1}{5}; 1\right)$. D. $S = \left(-\infty; \frac{1}{5}\right)$.

Câu 31: Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $(x + 4)\sqrt{x - 3} = 0$

- A. 0 B. 3 C. 1 D. 2

Câu 32: Hỏi tập hợp nào là tập hợp rỗng trong các tập hợp sau?

- A. $\{x \in \mathbb{Q} | x^2 - 4x + 2 = 0\}$. B. $\{x \in \mathbb{R} | x^2 - 4x + 3 = 0\}$.
C. $\{x \in \mathbb{Z} | |x| < 1\}$ D. $\{x \in \mathbb{Z} | 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$.

Câu 33: Cho đường thẳng $d: 3x - 4y - 12 = 0$. Phương trình các đường thẳng qua $M(2; -1)$ và tạo với d một góc $\frac{\pi}{4}$ là

- A. $7x - y + 15 = 0; x + 7y - 5 = 0$. B. $7x + y + 15 = 0; x - 7y - 5 = 0$.
C. $7x - y - 15 = 0; x + 7y + 5 = 0$. D. $7x + y - 15 = 0; x - 7y + 5 = 0$.

Câu 34: Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 3 - 6t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 7 + 5t' \\ y = -3 + 6t' \end{cases}$.

- A. Trùng nhau. B. Song song nhau.
C. Vuông góc nhau. D. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

Câu 35: Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(2; -1), B(2; 5)$ là:

- A. $x - 2 = 0$. B. $x + 2 = 0$. C. $x + y - 1 = 0$. D. $2x - 7y + 9 = 0$.

Câu 36: Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow a + c < b + d.$

B. $\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases} \Rightarrow ac < bd.$

C. $\begin{cases} a \leq b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow a - c < b - d.$

D. $ac \leq bc \Rightarrow a \leq b. (c > 0)$

Câu 37: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 16 < 0 \\ (x-2)(2x^2 + 7x + 5) > 0 \end{cases}$ có số nghiệm nguyên là

A. 4.

B. 2.

C. Vô số.

D. 3.

Câu 38: Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua M(2;-1) và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -7)$ là:

A. $-3x + 7y + 13 = 0.$

B. $7x + 3y + 13 = 0.$

C. $3x + 7y + 1 = 0.$

D. $7x + 3y - 11 = 0.$

Câu 39: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4|$.

A. $P_{\max} = \frac{23}{4}.$

B. $P_{\max} = \frac{25}{4}.$

C. $P_{\max} = \frac{9}{4}.$

D. $P_{\max} = 8.$

Câu 40: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	7	$+\infty$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 7).$

B. $(-\infty; 2)$ và $(-1; +\infty).$

C. $(3; 7).$

D. $(-\infty; 3)$ và $(7; +\infty).$

Câu 41: Xác định dạng của tam giác ABC biết : $r_c = r + r_a + r_b$. (r là độ dài bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC; r_a, r_b, r_c tương ứng là độ dài bán kính các đường tròn bàng tiếp các góc A, B, C)

A. Tam giác cân đỉnh B

B. Tam giác vuông cân đỉnh B

C. Tam giác vuông đỉnh A

D. Tam giác vuông đỉnh C

Câu 42: Cung tròn có số đo là $\frac{5\pi}{4}$. Hãy chọn số đo độ của cung tròn đó trong các cung tròn sau đây.

A. $15^\circ.$

B. $172^\circ.$

C. $225^\circ.$

D. $5^\circ.$

Câu 43: Cho ΔABC có $A(2; -1), B(4; 5), C(-3; 2)$. Viết phương trình tổng quát của đường cao CH .

A. $2x + 6y - 5 = 0.$

B. $x + 3y - 3 = 0.$

C. $3x - y + 11 = 0.$

D. $x + y - 1 = 0.$

Câu 44: Đường tròn $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ có bán kính bằng

A. 5.

B. 25.

C. $\sqrt{10}.$

D. 10.

Câu 45: Cho $\sin x + \cos x = \frac{2}{3}$. Khi đó giá trị của biểu thức $P = |\sin x - \cos x|$ là

A. $\frac{\sqrt{14}}{3}.$

B. $\frac{2}{3}.$

C. $\frac{\sqrt{14}}{9}.$

D. $\frac{3}{\sqrt{2}}.$

Câu 46: Cho tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13. Khi đó diện tích tam giác bằng :

A. 60.

B. 30.

C. 34.

D. $7\sqrt{5}.$

Câu 47: Tọa độ đỉnh I của parabol $(P): y = -x^2 + 4x$ là:

A. $I(1; 3).$

B. $I(2; 4).$

C. $I(-1; -5).$

D. $I(-2; -12).$

Câu 48: Tập hợp các giá trị thực của m để bất phương trình $(m^2 + 2)x^2 - 2(m - 2)x + 2 > 0$ nghiệm đúng với $\forall x \in R$ là.

A. $(-\infty; -4) \cup (0; +\infty).$

B. $(-4; 0).$

C. $[0; +\infty).$

D. $[-4; 0].$

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị m nguyên để bất phương trình $(m + 1)x^2 - 2(m + 1)x + 3 < 0$ vô nghiệm.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 50: Phương trình $2(x^2 + 2) = 5\sqrt{x^3 + 1}$ có bao nhiêu nghiệm.

A. 0

B. 3

C. 1

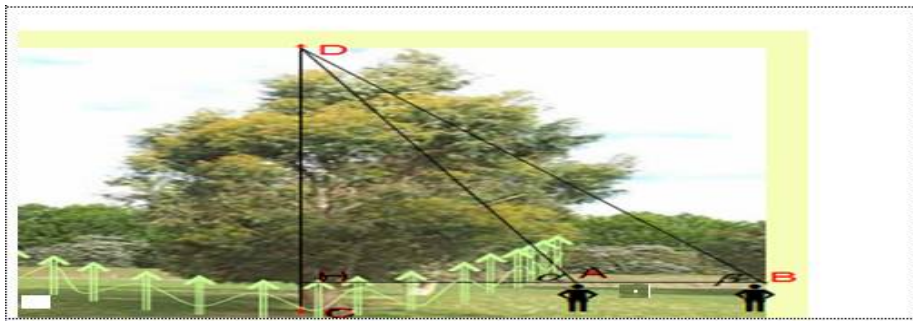
D. 2

----- HẾT -----

132	1	C	132	11	D	132	21	D	132	31	C	132	41	D
132	2	B	132	12	A	132	22	D	132	32	A	132	42	C
132	3	A	132	13	B	132	23	C	132	33	C	132	43	B
132	4	D	132	14	B	132	24	C	132	34	D	132	44	A
132	5	C	132	15	A	132	25	B	132	35	A	132	45	A
132	6	C	132	16	A	132	26	D	132	36	B	132	46	B
132	7	A	132	17	C	132	27	D	132	37	B	132	47	B
132	8	B	132	18	A	132	28	A	132	38	D	132	48	A
132	9	B	132	19	A	132	29	D	132	39	B	132	49	C
132	10	C	132	20	A	132	30	C	132	40	D	132	50	D

HƯỚNG DẪN MỘT SỐ CÂU KHÓ

Câu 1. Để đo chiều cao một cây ở góc sân trường người ta thực hiện đặt giác kế ở hai vị trí A và B như hình vẽ để ngắm. Biết khoảng cách $AB = 3(\text{mét})$, độ cao ngắm của giác kế so với mặt đất là $CH = 1,2(\text{mét})$ và các góc ngắm $\alpha = 55^\circ, \beta = 37^\circ$.



Chiều cao của cây (làm tròn đến mét) là.

A. 4 mét.

B. 5 mét.

C. 6 mét.

D. 7 mét.

Lời giải

Chọn C

$$\widehat{ADB} = 55^\circ - 37^\circ = 18^\circ$$

Theo định lý Sin cho tam giác ABD ta có

$$\frac{AB}{\sin D} = \frac{AD}{\sin 37^\circ}$$

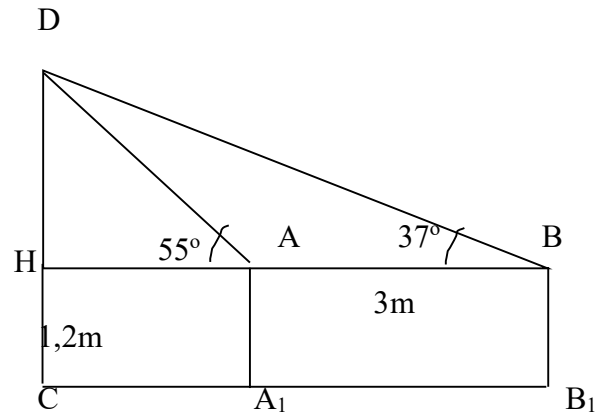
$$\Rightarrow AD = \frac{AB \cdot \sin 37^\circ}{\sin D} = \frac{3 \cdot \sin 37^\circ}{\sin 18^\circ}$$

$$\approx 5,843(m).$$

Đường thẳng đi qua B, A, H vuông góc với HD

Nên $\triangle AHD$ vuông tại H và $HD = AD \cdot \sin 55^\circ \approx 28,451 \cdot \sin 49^\circ \approx 4,786 (m).$

Chiều cao của cây là: $CD \approx HD + HC \approx 4,786 + 1,2 \approx 5,986 \approx 6(m).$



Câu 2. Xác định dạng của tam giác ABC biết rằng $r_c = r + r_a + r_b$

(r là độ dài bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC; r_a, r_b, r_c tương ứng là độ dài bán kính các đường tròn bàng tiếp các góc A, B, C)

A. Tam giác cân đỉnh B

C. Tam giác vuông đỉnh A

B. Tam giác vuông đỉnh C

D. Tam giác vuông cân đỉnh B

Lời giải

Chọn B

Ta có $S = pr = (p-a)r_a = (p-b)r_b = (p-c)r_c$

$$\begin{aligned} r_c = r + r_a + r_b &\Leftrightarrow \frac{S}{p-c} = \frac{S}{p} + \frac{S}{p-a} + \frac{S}{p-b} \Leftrightarrow \frac{1}{p-c} - \frac{1}{p} = \frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b} \\ &\Leftrightarrow p(p-c) = (p-a)(p-b) \Leftrightarrow p(a+b-c) = ab \\ &\Leftrightarrow (a+b+c)(a+b-c) = 2ab \Leftrightarrow (a+b)^2 - c^2 = 2ab \\ &\Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2 \end{aligned}$$

Vậy tam giác ABC là tam giác vuông đỉnh C

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{2(x-2)(x-5)} > x-3$ là:

A. $(-\infty; 2] \cup (4 + \sqrt{5}; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1]$.

C. $(-\infty; 2] \cup [6; +\infty)$.

D. $[-100; 2]$.

Lời giải**Chọn A**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sqrt{2(x-2)(x-5)} > x-3 &\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 < 0 \\ 2(x-2)(x-5) \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \\ 2(x-2)(x-5) > x^2 - 6x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x \in (-\infty; 2] \cup [5; +\infty) \\ x \geq 3 \\ x^2 - 8x + 11 > 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x \in (-\infty; 2] \cup [5; +\infty) \\ x \geq 3 \\ x \in (-\infty; 4 - \sqrt{5}) \cup (4 + \sqrt{5}; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; 2] \\ x \in (4 + \sqrt{5}; +\infty) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-\infty; 2] \cup (4 + \sqrt{5}; +\infty)$.

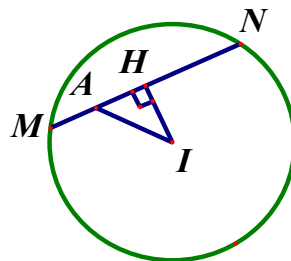
Câu 4. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5 = 0$. Đường thẳng d đi qua $A(3; 2)$ và cắt (C) theo một dây cung ngắn nhất có phương trình là

A. $x - y - 1 = 0$.

B. $x - y + 1 = 0$.

C. $2x - y + 2 = 0$.

D. $x + y - 1 = 0$.

Lời giải**Chọn A**

$$f(x; y) = x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5.$$

$$f(3; 2) = 9 + 4 - 12 - 12 + 5 = -6 < 0.$$

Vậy $A(3; 2)$ ở trong (C). Đường tròn (C) có tâm $I(2; 3)$.

Dây cung MN ngắn nhất $\Leftrightarrow IH$ lớn nhất $\Leftrightarrow H \equiv A \Leftrightarrow MN$ có vector pháp tuyến là $\overrightarrow{IA} = (1; -1)$. Vậy d có phương trình: $1(x-3) - 1(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$.

Câu 5. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy các điểm M, N, P, Q sao cho $AM = BN = CP = DQ = x$ ($0 < x < a$). Nếu $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{DC} = \frac{a^2}{2}$ thì giá trị của x bằng:

A. $\frac{3a}{4}$.

B. a .

C. $\frac{a}{4}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{DC} &= \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow (\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PN}) \cdot \overrightarrow{DC} = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{PN} \cdot \overrightarrow{DC} = \frac{a^2}{2} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{PD} \cdot \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{DC} &= \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow -(a-x)a + xa = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow 2ax - a^2 = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}a. \end{aligned}$$

Câu 6. Phương trình $|x-2|(x+1) + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt, giá trị thích hợp của tham số m là

A. $-\frac{9}{4} < m < 0$.

B. $-2 < m < 1$.

C. $0 < m < \frac{9}{4}$.

D. $1 < m < 2$.

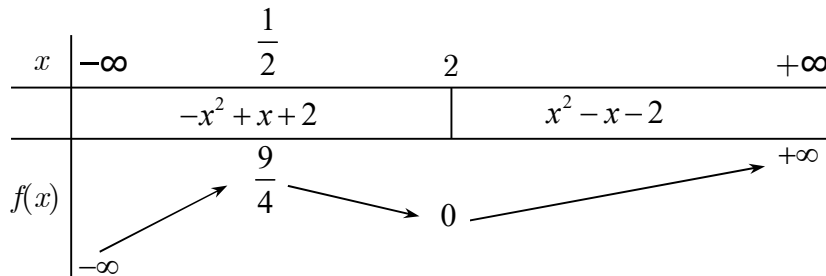
Lời giải

Chọn A

$$|x-2|(x+1) + m = 0 \Leftrightarrow |x-2|(x+1) = -m$$

$$\text{Xét hàm số } y = |x-2|(x+1) = \begin{cases} x^2 - x - 2, & x \geq 2 \\ -x^2 + x + 2, & x < 2 \end{cases}$$

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(x) = |x-2|(x+1)$ như sau:



$$\text{Yêu cầu bài toán } 0 < -m < \frac{9}{4} \Leftrightarrow -\frac{9}{4} < m < 0.$$

Câu 7. Phương trình $2(x^2 + 2) = 5\sqrt{x^3 + 1}$ có bao nhiêu nghiệm.

A. 0

B. 3

C. 1

D. 2

Lời giải

Chọn D

$$\text{ĐK: } x \geq -1$$

$$\text{Đặt } u = \sqrt{x+1}; v = \sqrt{x^2 - x + 1} \quad (u, v \geq 0).$$

$$\text{PT trở thành: } 2(u^2 + v^2) = 5uv \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2v \\ v = 2u \end{cases}$$

$$+ \text{ Với } u = 2v \Rightarrow \sqrt{x+1} = 2\sqrt{x^2 - x + 1} \quad (\text{vô nghiệm})$$

$$+ \text{ Với } v = 2u \Rightarrow \sqrt{x^2 - x + 1} = 2\sqrt{x+1} \Leftrightarrow x^2 - 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{2} \quad (\text{tmđk}).$$

Câu 8. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 0, x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |x| + |y| + |z|$

A. 4

B. 5

C. 3

D. $\frac{5}{4}$

Lời giải

Chọn A

$$P^2 = (|x| + |y| + |z|)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(|x||y| + |y||z| + |z||x|)$$

$$P^2 = x^2 + y^2 + z^2 + |x|(|y| + |z|) + |y|(|z| + |x|) + |z|(|x| + |y|)$$

Áp dụng bất đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối ta có

$$|y| + |z| \geq |y + z| = |-x| = |x| \Rightarrow |x|(|y| + |z|) \geq x^2$$

Chứng minh tương tự $|y|(|z| + |x|) \geq y^2, |z|(|x| + |y|) \geq z^2$

$$\text{Vì vậy } P^2 \geq 2(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$\text{Thay } x^2 + y^2 + z^2 = 8 \Rightarrow P^2 \geq 16 \Rightarrow P \geq 4$$

Dấu bằng có thể xảy ra, khi $(x, y, z) = (2; -2; 0)$ hoặc các hoán vị, ta có $P = 4$

Vậy min $P = 4$

Câu 9. Cho đường thẳng $d: 3x - 4y - 12 = 0$. Phương trình các đường thẳng qua $M(2; -1)$ và tạo với d

một góc $\frac{\pi}{4}$ là

A. $7x - y + 15 = 0; x + 7y - 5 = 0$.

B. $7x + y + 15 = 0; x - 7y - 5 = 0$.

C. $7x - y - 15 = 0; x + 7y + 5 = 0$.

D. $7x + y - 15 = 0; x - 7y + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\vec{n} = (A; B)$ và $A^2 + B^2 \neq 0$ là vectơ pháp tuyến của Δ

$$\text{Ta có: } \cos \frac{\pi}{4} = \frac{|3A - 4B|}{\sqrt{3^2 + 4^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2}} \Leftrightarrow \sqrt{2} |3A - 4B| = 5\sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\Leftrightarrow 7A^2 + 48AB - 7B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} B = 7A \\ A = -7B \end{cases}$$

$$\text{Với } B = 7A \text{ chọn } A = 1, B = 7 \Rightarrow x + 7y + 5 = 0$$

$$\text{Với } A = -7B \text{ chọn } A = 7, B = -1 \Rightarrow 7x - y - 15 = 0.$$

Câu 10. Có bao nhiêu giá trị của a để phương trình $|2x^2 - 3x - 2| = 5a - 8x - x^2$ có nghiệm duy nhất.

A. 0

B. 3

C. vô số

D. 1

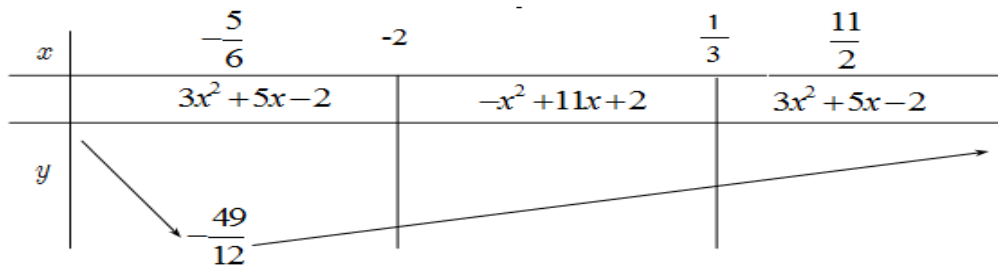
Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình tương đương với } |2x^2 - 3x - 2| + x^2 + 8x = 5a$$

$$\text{Xét hàm số } y = f(x) = |2x^2 - 3x - 2| + x^2 + 8x = \begin{cases} 3x^2 + 5x - 2, & x \in (-\infty, -2] \cup \left[\frac{1}{3}, +\infty\right) \\ -x^2 + 11x + 2, & x \in \left(-2, \frac{1}{3}\right) \end{cases}$$

Suy ra, bảng biến thiên của hàm $y = f(x) = |2x^2 - 3x - 2| + x^2 + 8x$ như sau:



Yêu cầu bài toán $5a = -\frac{49}{12} \Leftrightarrow a = -\frac{49}{60}$.

Câu 11. Cho hai đường thẳng $d: 2x - y + 3 = 0$ và $\Delta: x + 3y - 2 = 0$. Phương trình đường thẳng d' đối xứng với d qua Δ là:

A. $13x - 11y + 2 = 0$.

B. $11x + 2y - 13 = 0$.

C. $11x + 13y - 2 = 0$.

D. $11x - 2y + 13 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Giao điểm của d và Δ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ x + 3y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 1).$$

Lấy $M(0; 3) \in d$. Tìm M' đối xứng M qua Δ .

Viết phương trình đường thẳng Δ' đi qua M và vuông góc với Δ : $\Delta': 3x - y + 3 = 0$.

Gọi H là giao điểm của Δ' và đường thẳng Δ . Tọa độ H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x + 3y - 2 = 0 \\ 3x - y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 2 \\ 3x - y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{7}{10} \\ y = \frac{9}{10} \end{cases} \Rightarrow H\left(-\frac{7}{10}; \frac{9}{10}\right).$$

Ta có H là trung điểm của MM' . Từ đó suy ra tọa độ $M'\left(-\frac{7}{5}; -\frac{6}{5}\right)$.

Viết phương trình đường thẳng d' đi qua 2 điểm A và M' : điểm đi qua $A(-1; 1)$, vector chỉ

phương $\overrightarrow{AM'} = \left(\frac{2}{5}; \frac{11}{5}\right) \Rightarrow$ vector pháp tuyến $\vec{n} = \left(\frac{11}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

$$d': \frac{11}{5}(x+1) - \frac{2}{5}(y-1) = 0 \Leftrightarrow 11x - 2y + 13 = 0.$$

Câu 12. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4|$.

A. $P_{\max} = 8$.

B. $P_{\max} = \frac{25}{4}$.

C. $P_{\max} = \frac{9}{4}$.

D. $P_{\max} = \frac{23}{4}$.

Lời giải.

Chọn B

$$\Delta' = m^2 - 2(m^2 - 2) = -m^2 + 4.$$

Phương trình có hai nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' = 4 - m^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$. (*)

Theo định lý Viet, ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = \frac{m^2 - 2}{2} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } P = |2x_1 x_2 + x_1 + x_2 - 4| = |m^2 - m - 6| = |(m+2)(m-3)| = -(m+2)(m-3)$$

$$= -m^2 + m + 6 = -\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \leq \frac{25}{4} \quad (\text{do } -2 \leq m \leq 2).$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m = \frac{1}{2}$: thỏa (*). Vậy $P_{\max} = \frac{25}{4}$.

Câu 13. Nếu $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 - 4xy + y^2 = 1 \\ y - 4xy = 2 \end{cases}$$
. Thì xy bằng bao nhiêu ?

A. -4.

B. 1.

C. Không tồn tại giá trị của xy .

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có : } x^2 - 4xy + y^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} (x-y)^2 = 1 + 2xy \\ (x+y)^2 = 1 + 6xy \end{cases}.$$

$$y - 4xy = 2 \Leftrightarrow 2y - 8xy = 4 \Leftrightarrow (x+y) - (x-y) - 8xy - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+y) - (x+y)^2 - (x-y) - (x-y)^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \left(x+y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(x-y + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} = 0 \text{ không có}$$

giá trị của x, y thỏa nên không tồn tại xy .