
(Đề thi có 3 trang)

Họ và tên: Số báo danh:

PHẦN A. TRẮC NGHIỆM (Thời gian làm bài: 50 Phút)

1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12, mỗi câu thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1. Nếu $\tan a = 7, \tan b = 3$ thì giá trị đúng của $\tan(a+b)$ là

- A. $-\frac{11}{27}$. B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{11}$ D. 10

Câu 2. Cho cấp số nhân u_n có $u_1 = -3$ và $q = \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $u_5 = -\frac{27}{16}$. B. $u_5 = \frac{16}{27}$. C. $u_5 = -\frac{16}{27}$. D. $u_5 = \frac{27}{16}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$?

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 4. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ 2 giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 40m mới có nước. Vậy hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

- A. 7.100.000 đồng. B. 10.125.000 đồng. C. 4.000.000 đồng. D. 4.245.000 đồng.

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} m^2 x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (1-m)x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 6. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ là:

- A. 0. B. $+\infty$. C. 4 D. 2

Câu 7. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3+x}{3-x}$ là:

- A. 1 B. $+\infty$ C. $-\infty$ D. 0

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4$, $BAC = 30^\circ$. Mặt phẳng P song song với mặt phẳng (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SM = MA$. Diện tích thiết diện của P và hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

- A. 1 B. 4 C. 2 D. $\frac{1}{2}$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác SAB . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $SA \perp BC$. B. $AH \perp BC$. C. $AH \perp AC$. D. $AH \perp SC$.

Câu 10. Phương trình $\log_{\sqrt{2}} x = \log_2 (x+2)$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 11. Tập nghiệm S của phương trình $\left(\frac{4}{7}\right)^x \left(\frac{7}{4}\right)^{3x-1} - \frac{16}{49} = 0$ là

$$\text{A. } S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}.$$

$$\text{B. } S = \{2\}.$$

$$\text{C. } S = \left\{ \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\}.$$

$$\text{D. } S = \left\{ -\frac{1}{2}; 2 \right\}.$$

Câu 12. Tính thể tích của khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a

$$\text{A. } V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

2. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$, $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$.

a) Đường thẳng BC vuông góc với đường thẳng SB .

b) Góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AB bằng góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

c) Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AB bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

d) Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45° .

Câu 2. Cho hàm số $y = \log_{\sqrt{5}}(x^2 - 2x - 3)$ có tập xác định là D .

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 3\}$.

b) $\log_{\sqrt{5}}(x^2 - 2x - 3) = \log_5 \sqrt{x^2 - 2x - 3}, \forall x \in D$.

c) Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $M(-2; 2)$.

d) Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 1 \pm \sqrt{5}$.

Câu 3. Cho phương trình $4^x - 4 \cdot 2^x + 5 - 2m = 0(*)$. Khi đó:

a) Với $m = 1$ phương trình $(*)$ có nghiệm là: $\begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

b) Đặt $t = 2^x$, ta có $(*) \Leftrightarrow t^2 - 4t + 5 - 2m = 0, t > 0$

c) Phương trình $(*)$ có nghiệm khi $m \geq \frac{1}{2}$.

d) Giá trị m để phương trình $4^x - 4 \cdot 2^x + 5 - 2m = 0(*)$ có đúng 2 nghiệm thuộc $[0; 2]$ là: $1 < m \leq 2$.

Câu 4. Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB , CD và AM .

a) $NA = NB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

b) $MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

c) $CD \perp NP$.

d) Góc giữa đường thẳng MN và BC bằng 45° .

3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2.

Câu 1. Các số $x+3y, 3x+2y, 4x+3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số $x-1, y+2, x-2y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính $x^2 + y^2$.

Câu 2. Biết rằng để hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì $m > \frac{a}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $S = a - b$

PHẦN B. TỰ LUẬN (Thời gian làm bài: 100 phút)

Câu 1. (2 điểm)

Giải bất phương trình $\log_2 x + \log_2 (x+1) < 1$

Câu 2. (4 điểm)

a) Tìm tất cả giá trị nguyên của tham số m để phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 25 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

b) Biết rằng $b > 0$, $a + b = 5$ và $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} = 2$. Tìm a, b

Câu 3. (2 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính cosin của góc giữa SD và mặt phẳng (SAC) .

Câu 4. (2 điểm) Anh An nhập học đại học vào tháng 8 năm 2021. Bắt đầu từ tháng 9 năm 2021, cứ vào ngày mùng một hàng tháng anh vay ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất cố định

0,6% / tháng. Lãi tháng trước được cộng vào số nợ để tiếp tục tính lãi cho tháng tiếp theo (lãi kép). Vào ngày mùng một hàng tháng kể từ tháng 9 năm 2023 về sau anh không vay ngân hàng nữa và anh còn trả được cho ngân hàng 2 triệu đồng (do anh đi làm thêm). Hỏi ngay khi kết thúc ngày anh ra trường (30/06/2025) anh còn nợ ngân hàng bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng nghìn đồng).

Câu 5. (2 điểm) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC = a\sqrt{3}$. Biết BC' hợp với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30° và hợp với mặt phẳng đáy góc α sao

cho $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BB' và $A'C'$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC' .

----- **HẾT** -----

Lưu ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

(Đáp án có 5 trang)

PHẦN A. TRẮC NGHIỆM

1. Trắc nghiệm nhiều phương án

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	B	C	A	A	A	C	B	A	C	D	A	B

2. Trắc nghiệm đúng/sai

Câu	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d
	D	D	S	S	S	S	D	D	S	D	D	S	S	D	D	D

3. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Theo giả thiết ta có
$$\begin{cases} x+3y + 4x+3y = 2 \cdot 3x+2y \\ x-1 (x-2y) = y+2^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 0 = y + 2^2 \end{cases} \text{ Suy ra } x^2 + y^2 = 20.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \end{cases}$$

Câu 2. Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì

Lời giải

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow 4^x - 2^x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m > 2^x - 4^x (\forall x \in \mathbb{R})$

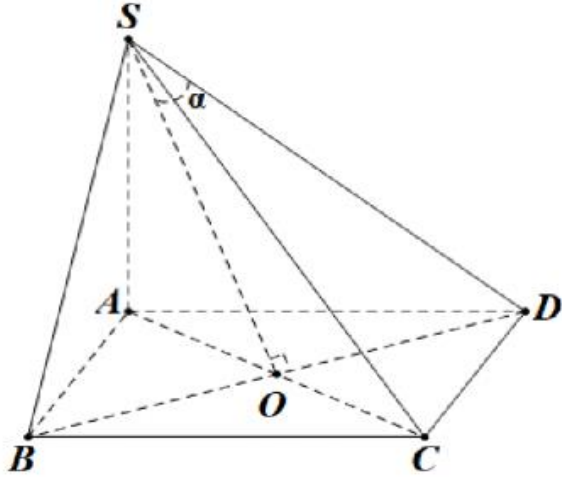
Đặt $t = 2^x > 0 \Rightarrow m > t - t^2 (\forall t > 0) \Leftrightarrow m > \max_{t>0} f(t) \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$. Vậy $S = 1 - 4 = -3$

PHẦN B. TỰ LUẬN

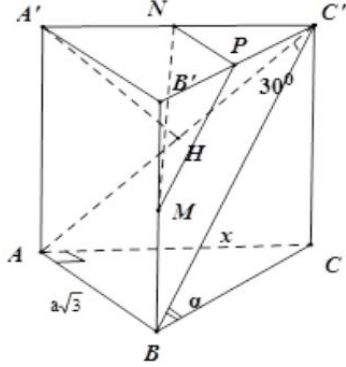
(Thí sinh giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	Giải bất phương trình $\log_2 x + \log_2 (x+1) < 1$	
	ĐK: $x > 0$	0,5
	$\log_2 x + \log_2 (x+1) < 1$ $\Leftrightarrow \log_2 x(x+1) < 1$	0,5
	$\Leftrightarrow x(x+1) < 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 < 0$	0,5
	$\Leftrightarrow -2 < x < 1$ kết hợp điều kiện ta có $0 < x < 1$	0,5
Câu 2 a	Tìm tất cả giá trị nguyên của tham số m để phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 25 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.	
	Đặt $t = 4^x, (t > 0)$. Phương trình trở thành: $t^2 - 4mt + 5m^2 - 25 = 0$	0,5
	Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình có hai nghiệm phân biệt $t > 0$.	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 25 > 0 \\ 5m^2 - 25 > 0 \\ 4m > 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -5 < m < 5 \\ m < -\sqrt{5} \vee m > \sqrt{5} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{5} < m < 5.$ m nguyên nên $m = 3, m = 4$	0,5 0,5
Câu 2 b	Biết rằng $b > 0, a + b = 5$ và $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} = 2$. Tìm a, b	2,0
	Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt[3]{ax+1} - 1}{x} + \frac{1 - \sqrt{1-bx}}{x} \right)$	0,5
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{ax}{x \sqrt[3]{ax+1}^2 + \sqrt[3]{ax+1} + 1} + \frac{bx}{x \cdot 1 + \sqrt{1-bx}} \right)$	0,5

	$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a}{\sqrt[3]{ax+1}^2 + \sqrt[3]{ax+1} + 1} + \frac{b}{1 + \sqrt{1-bx}} \right) = \frac{a}{3} + \frac{b}{2} = 2$	0,5
	Vậy ta được: $\begin{cases} a+b=5 \\ \frac{a}{3} + \frac{b}{2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=5 \\ 2a+3b=12 \end{cases} \Leftrightarrow a=3, b=2$	0,5

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 3	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính cosin của góc giữa SD và SAC .	
	 Gọi α là góc giữa SD và SAC, $O = AC \cap BD$. Ta có: $\begin{cases} DO \perp AC \\ DO \perp SA \end{cases} \Rightarrow DO \perp SAC$ Suy ra SO là hình chiếu của SD lên $SAC \Rightarrow \alpha = DSO$	1,0
	$\cos \alpha = \frac{SO}{SD} = \frac{\sqrt{SA^2 + AO^2}}{SD} = \frac{\sqrt{14}}{4}.$	1,0
Câu 4	Anh An nhập học đại học vào tháng 8 năm 2021. Bắt đầu từ tháng 9 năm 2021, cứ vào ngày mùng một hàng tháng anh vay ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất cố định 0,6% / tháng. Lãi tháng trước được cộng vào số nợ để tiếp tục tính lãi cho tháng tiếp theo(lãi kép). Vào ngày mùng một hàng tháng kể từ tháng 9 năm 2023 về sau anh không vay ngân hàng nữa và anh còn trả được cho ngân hàng 2 triệu đồng(do anh đi làm thêm). Hỏi ngay khi kết thúc ngày anh ra trường(30/06/2025) anh còn nợ ngân hàng bao nhiêu tiền.	

	Giai đoạn 1: Anh sinh viên vay hàng tháng $a = 3$ triệu đồng từ tháng 9/2021 đến hết tháng 8/2023, tổng cộng 24 tháng. Gọi T_n là tổng số tiền cuối tháng thứ n anh sinh viên vay ngân hàng, khi đó: Cuối tháng thứ 1: $T_1 = a + a.r = a(1 + r)$ Cuối tháng thứ 2: $T_2 = T_1 + a + (T_1 + a).r = a(1 + r)^2 + a(1 + r)$	0,5
	... Cuối tháng thứ n: $T_n = a(1 + r)^n + a(1 + r)^{n-1} + \dots + a(1 + r)$ $= a(1 + r) \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$ Vậy tổng số tiền vay đến cuối tháng 8/2023 là $T_{24} = 3.(1 + 0,6\%) \frac{(1 + 0,6\%)^{24} - 1}{0,6\%} = 77,657 \text{ triệu.}$	0,5
	Giai đoạn 2: Tính từ cuối tháng 8/2023, anh sinh viên T thiếu ngân hàng $A = 77,657$ triệu đồng và bắt đầu trả đầu hàng tháng $m = 2$ triệu từ tháng 9/2023 đến tháng 6 năm 2025, tổng cộng 22 tháng. Đầu tháng 9/2023 còn nợ: $A - m = 77,657 - 2 = 75,657$ triệu Cuối tháng 9/2023 còn nợ: $L_1 = 75,657(1 + r)$ triệu Đầu tháng 10/2023 sau khi trả m triệu thì còn nợ: $75,657(1 + r) - m \text{ triệu}$ Cuối tháng 10/2023 còn nợ: $L_2 = 75,657(1 + r) - m(1 + r) = 75,657(1 + r)^2 - m(1 + r)$	0,5
	... Cuối tháng 6/2025 còn nợ: $L_{22} = 75,657(1 + r)^{22} - m(1 + r)^{21} - \dots - m(1 + r)$ $= 75,657(1 + r)^{22} - m(1 + r) \frac{(1 + r)^{21} - 1}{r}$ $= 75,657(1 + 0,6\%)^{22} - 2.(1 + 0,6\%) \frac{(1 + 0,6\%)^{21} - 1}{0,6\%} = 41,413$ triệu đồng.	0,5
Câu 5.	Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC = a\sqrt{3}$. Biết BC' hợp với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30° và hợp với mặt phẳng đáy góc α sao cho $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BB' và $A'C'$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC'.	

	 +) Ta có: $(BC', (AA'C'C)) = BC'A = 30^\circ$ +) Mặt khác $(BC', (ABC)) = C'BC = \alpha$	0,5
	+) Gọi $AB = x \Rightarrow BC = \sqrt{3a^2 + x^2} \Rightarrow CC' = BC \cdot \tan \alpha = \sqrt{\frac{3(3a^2 + x^2)}{5}}$ $\Rightarrow AC' = AB \cdot \cot 30^\circ = \sqrt{3}x$ +) Mặt khác ta có: $AC^2 + CC'^2 = AC'^2 \Rightarrow x = a\sqrt{2} \Rightarrow CC' = a\sqrt{3} \Rightarrow AC' = a\sqrt{6}$	0,5
	+) Gọi P là trung điểm của $B'C'$, ta có: Do mặt phẳng $(MNP) \parallel (ABC')$ nên $d(MN, AC') = d(MN, (ABC')) = d(N, (ABC')) = \frac{1}{2} d(A', (ABC'))$	0,5
	+) Kè $A'H \perp AC' \Rightarrow A'H \perp (ABC') \Rightarrow d(A', (ABC')) = A'H = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ $\Rightarrow d(MN, AC') = \frac{a\sqrt{6}}{4}$	0,5