

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi $A_1B_1C_1D_1$ là tứ diện với các đỉnh lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD, CDA, DAB, ABC và có thể tích V_1 . Gọi $A_2B_2C_2D_2$ là tứ diện với các đỉnh lần lượt là trọng tâm các tam giác $B_1C_1D_1, C_1D_1A_1, D_1A_1B_1, A_1B_1C_1$ và có thể tích V_2 . Tương tự như vậy cho đến tứ diện $A_nB_nC_nD_n$ có thể tích V_n với n là một số tự nhiên lớn hơn 1. Tính giá trị của $P = \lim_{n \rightarrow +\infty} (V + V_1 + V_2 + \dots + V_n)$.

- A. $\frac{9}{8}V$ B. $\frac{126}{125}V$ C. $\frac{27}{26}V$ D. Đáp án khác

Câu 2: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x - 2}{x^3 - 3x^2 + 4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 3: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên:

- A. $y = \frac{2x-5}{x-2}$ B. $y = \frac{2x-3}{x+2}$
C. $y = \frac{x+3}{x-2}$ D. $y = \frac{2x-1}{x-2}$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y		$+\infty$	

2 $\nearrow$ $-\infty$ 2

Câu 4: Hàm số $y = \frac{mx+1}{x-m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định khi giá trị của m bằng:

- A. $m < 1$ B. $m > 1$ C. $\forall m \in \mathbb{R}$ D. $-1 < m < 1$

Câu 5: Tính tích phân $\int_{-1}^1 f(x)dx$ biết rằng $f(x) = \begin{cases} 2^{2017x} & \text{khi } x \geq 0 \\ 2^{-2017x} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$.

- A. $\frac{2^{2018}-2}{2017} \log_2 e$ B. $\frac{2^{2018}-1}{2017} \log_2 e$ C. $\frac{2^{2018}-1}{2017} \ln 2$ D. $\frac{2^{2017}-1}{2017 \ln 2}$

Câu 6: Tìm số phức z biết rằng: $(1+i)z - 2\bar{z} = -5+11i$.

- A. $z = 5-7i$ B. $z = 2+3i$ C. $z = 1+3i$ D. $z = 2-4i$

Câu 7: Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = AA' = 2a$. Tính thể tích khối chóp $B'ACD'$.

- A. $\frac{2a^3}{3}$ B. $\frac{5a^3}{6}$ C. $\frac{7a^3}{6}$ D. $\frac{4a^3}{3}$

Câu 8: Cho các số thực x, y thỏa mãn điều kiện $y \leq 0, x^2 + x - y - 12 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$P = xy + x + 2y + 17$$

- A. -12 B. -9 C. -15 D. -5

Câu 9: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = 2^x, y = 3-x$ và trục tung.

- A. $\frac{5}{2} - \frac{1}{\ln 2}$ B. $3 - \frac{1}{\ln 2}$ C. $5 - \frac{3}{\ln 2}$ D. $2 + \frac{1}{\ln 2}$

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(2; -1; 1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua các hình chiếu của M trên các trục tọa độ là?

- A. $x - 2y + 2z - 2 = 0$ B. $x - 2y - 2z - 2 = 0$ C. $2x - y - 2z - 2 = 0$ D. Đáp án khác

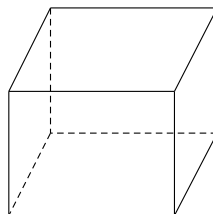
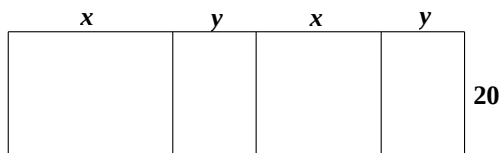
Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(4 - x^2)$ là tập hợp nào sau đây?

- A. $[-2; 2]$ B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ C. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$ D. $(-2; 2)$

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \int_0^x \frac{t^{2015}(t-1)^{2016}(t-2)^{2017}}{(t-3)^{2018}+1} dx$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số có điểm cực tiểu $x = 2$. B. Hàm số có điểm cực đại $x = 0$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$. D. A, B, C đều đúng.

Câu 13: Người ta gấp một miếng bìa hình chữ nhật kích thước 60×20 như hình ảnh dưới đây để ghép thành một chiếc hộp **hình hộp đứng** có thể tích lớn nhất. Hỏi diện tích toàn phần của hình hộp khi đó là bao nhiêu?



- A. 1450 (đvdt) B. 1200 (đvdt) C. 2150 (đvdt) D. 1650 (đvdt)

Câu 14: Phương trình $4^{x^2+mx+m+1} - 4^{2x^2+(m+2)x+2m} = x^2 + 2x + m - 1$

- A. Vô nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. B. Có ít nhất 1 nghiệm thực với mọi $m \in \mathbb{R}$.
C. Có ít nhất một nghiệm thực với $m \leq 2$. D. Có thể có nhiều hơn hai nghiệm thực.

Câu 15: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m^3 - 7)x^2 + m^2 + 1$ có ba cực trị tạo thành tam giác vuông cân?

- A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 3$ D. Đáp án khác

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các vector $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 1; |\vec{b}| = 3; |\vec{a} - \vec{b}| = 3$. Tính độ dài của vector $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$.

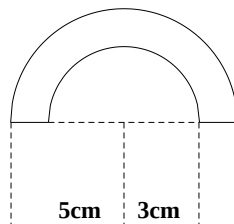
- A. $\sqrt{10}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{11}$ D. Đáp án khác

Câu 17: Cho phương trình $e^{\ln a} = 3x^2 - x$. Các giá trị của a để phương trình có hai nghiệm trái dấu là?

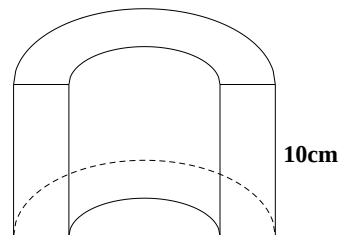
- A. $a > 0$ B. $a < 0$ C. $a \neq 0$ D. Đáp án khác

Câu 18: Tính thể tích của vật thể trong **Hình (b)** biết rằng mặt cắt theo phương vuông góc với trục thẳng đứng có các kích thước như **Hình (a)**.

- A. 50π
B. 60π
C. 80π
D. 90π



Hình (a)



Hình (b)

Câu 19: Biết rằng $f'(x) = \frac{1}{(x+1)(\ln(x+1)+1)}$ và $f(0) = 1$. Tính giá trị của $f(e-1) \cdot f(e^2-1)$.

- A. $(1 + \ln 2)(1 - \ln 3)$ B. $(1 - \ln 2)(1 + \ln 3)$ C. $1 + \ln 2 \ln 3$ D. $(1 + \ln 2)(1 + \ln 3)$

Câu 20: Số $a = 2^{2017} + 1$ có bao nhiêu chữ số?

- A. 607 B. 608 C. 609 D. Đáp án khác

Câu 21: Lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 2a$; $AB = AC = a$ và $\angle BAC = 120^\circ$. Tính khoảng cách từ A đến $(A'BC)$ biết rằng hình chiếu của điểm A' trên mặt (ABC) trùng với trực tâm H của tam giác ABC .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$
C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ D. Đáp án khác

Câu 22: Tìm m để $y = x^3 - 2x^2 + (1 - m)x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$.

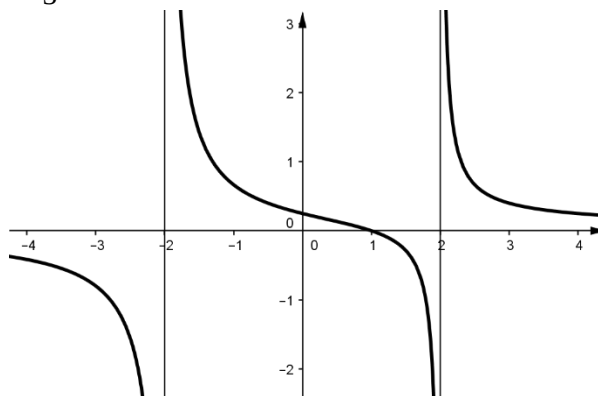
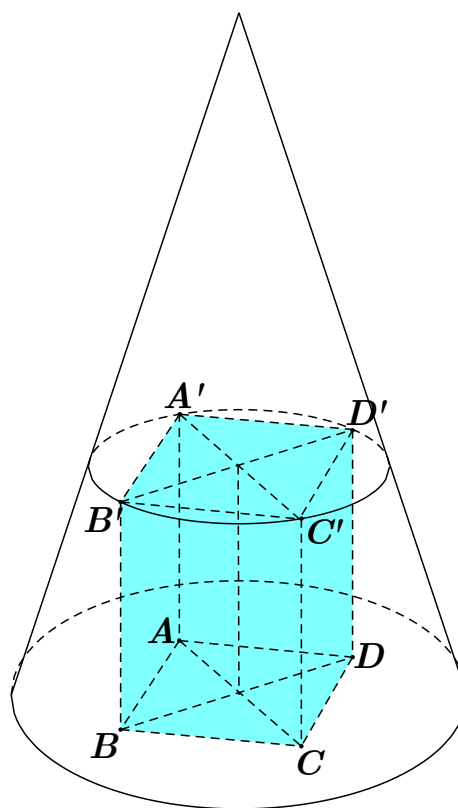
- A. $m \in \left(-\frac{1}{4}; 1\right) \setminus \{0\}$ B. $m > -\frac{1}{4}$
C. $m \in (-\infty; 1) \setminus \{0\}$ D. Đáp án khác

Câu 23: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi (ξ) là một hình nón có tâm đường tròn đáy trùng với tâm của hình vuông $ABCD$, đồng thời các điểm $A'B'C'D'$ nằm trên các đường sinh của hình nón như hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất thể tích của (ξ) là bao nhiêu?

- A. $\frac{9\pi}{8}$ B. $\frac{9\pi}{16}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. Đáp án khác

Câu 24: Đồ thị ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các phương án sau:

- A. $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$
B. $y = \frac{x - 1}{x^2 - 4}$
C. $y = \frac{x}{x^2 - 4}$
D. $y = \frac{x}{x^2 - 1}$



Câu 25: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x) dx = 2$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\exists c \in (0;1), f(c) = 2$ B. $\int_0^1 f(1-x) dx = 2$ C. $\int_0^1 xf(x^2) dx = 1$ D. A, B, C đều đúng

Câu 27: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x}}{x^2 - 2x + m}$ có **đúng** hai đường tiệm cận?

- A. $m \leq 1$ B. $m < 1$ C. $m \geq 1$ D. Đáp án khác

Câu 28: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm G của tam giác

SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N . Tỷ lệ $\frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}}$ có giá trị là

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{3}{4}$

Câu 29: Cho phương trình $\frac{\log_3 x}{\log_9 3x} = \frac{\log_{27} 9x}{\log_{81} 27x}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

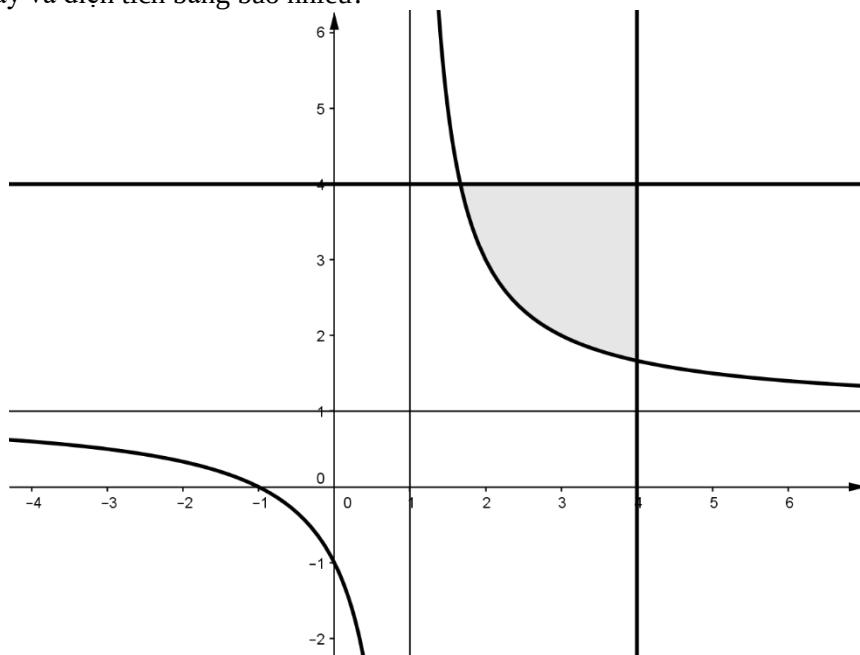
A. Phương trình có hai nghiệm thực dương

B. Phương trình có một nghiệm thực dương

C. Phương trình có hai nghiệm trái dấu

D. Phương trình vô nghiệm

Câu 30: Miền diện tích được tô màu trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi các đường cong và các đường thẳng nào dưới đây và diện tích bằng bao nhiêu?



A. $y = \frac{x+1}{x-1}, y = 4, x = 4, S = 7 + \ln \frac{4}{81}$

B. $y = \frac{x-1}{x+1}, y = 4, x = 4, S = 6 + \ln \frac{3}{16}$

C. $y = \frac{x+1}{x-1}, y = 4, x = 4, S = 6 + \ln \frac{9}{64}$

D. $y = \frac{x-1}{x+1}, y = 4, x = 4, S = 5 + \ln \frac{4}{27}$

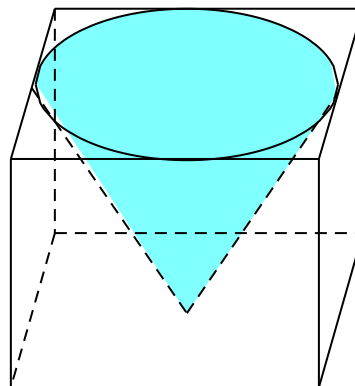
Câu 31: Một khối lập phương có cạnh $1m$ chứa đầy nước. Đặt vào trong khối đó một khối nón có đỉnh trùng với tâm một mặt của lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. tính tỉ số thể tích của lượng nước trào ra ngoài và lượng nước của khối lập phương ban đầu.

A. $\frac{\pi}{12}$

B. $\frac{12}{\pi}$

C. $\frac{4}{\pi}$

D. $\frac{3}{\pi}$

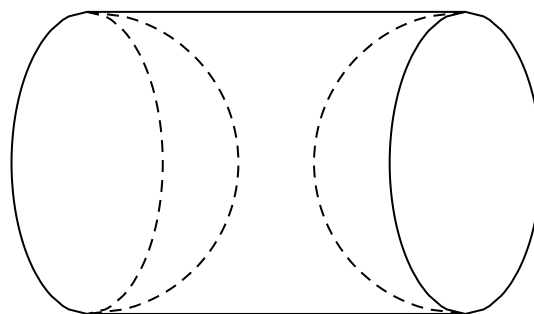


Câu 32: Cho các điểm $M(1;1;1), N(2;0;-1), P(-1;2;1)$. Gọi Q sao cho $MNPQ$ là một hình bình hành. Tìm tọa độ của điểm Q .

- A. $(2;3;3)$ B. $(2;-3;-3)$ C. $(2;-3;3)$ D. $(-2;3;3)$

Câu 33: Một khối gỗ hình trụ bán kính đáy $r=1$, chiều cao bằng 3. Người ta khoét rỗng khối gỗ bởi hai nửa hình cầu mà đường tròn đáy của khối gỗ là đường tròn lớn của mỗi nửa hình cầu. Tính tỉ số thể tích còn lại của khối gỗ và cả khối gỗ.

- A. $\frac{5}{9}$ B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{1}{2}$ D. Đáp án khác



Câu 34: Cho hàm số $y = e^x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ B. Hàm số có tập giá trị là $(0; +\infty)$
C. Đồ thị hàm số nhận trục Oy làm tiệm cận đứng D. Đạo hàm của hàm số là $y' = e^{x-1}$

Câu 35: Cho $A(-1;2;-3); B(3;1;1); C(-3;0;-3)$. Khi đó điểm M thỏa mãn $\vec{MA} + 3\vec{MC} = 4\vec{AB}$ là:

- A. $M\left(\frac{-11}{2}; \frac{1}{2}; \frac{-3}{2}\right)$ B. $M\left(\frac{-13}{2}; \frac{3}{2}; \frac{-5}{2}\right)$ C. $M\left(\frac{-13}{2}; \frac{3}{2}; -7\right)$ D. $M\left(\frac{-11}{2}; \frac{3}{2}; \frac{-1}{2}\right)$

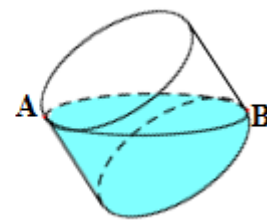
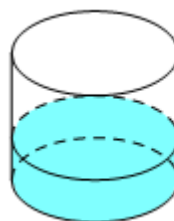
Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có các điểm $A(0;1;0); B(0;-1;1)$ và $C(2;1;1); D(1;2;1)$. Khi đó thể tích của tứ diện $ABCD$ là:

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

Câu 37: Biết rằng hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $\int_0^{2017} f(x)dx = 2$ hỏi $\int_1^{\sqrt{e^{2017}-1}} \frac{x}{x^2+1} f(\ln(x^2+1))dx$ bằng?

- A. 1 B. 2 C. 4 D. Đáp án khác

Câu 38: Một chiếc thùng đựng nước hình trụ có bán kính đáy 20cm, bên trong đựng một lượng nước. Biết rằng khi nghiêng thùng sao cho đường sinh của hình trụ tạo với mặt đáy góc 45° cho đến khi nước lặng, thì mặt nước chạm vào hai điểm A và B nằm trên hai mặt đáy như hình vẽ bên. Hỏi thùng đựng nước có thể tích là bao nhiêu cm^3 ?



- A. 16000π B. 12000π C. 8000π D. 6000π

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác cân tại A , mặt (SBC) vuông góc (ABC) thỏa mãn điều kiện $SA = SB = AB = AC = a; SC = a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của mặt cầu ngoại tiếp chóp $SABC$ bằng?

- A. $4\pi a^2$ B. πa^2 C. $2\pi a^2$ D. $8\pi a^2$

Câu 40: Cho $a = \log_2 3, b = \log_3 5$. Tính giá trị của $A = \log_{15} 20$ theo a và b .

- A. $\frac{ab+2}{a(b-1)}$ B. $\frac{ab+2}{a(b+1)}$ C. $\frac{ab-2}{a(b+1)}$ D. Đáp án khác

Câu 41: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh cùng bằng a . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp đó.

- A. $a\sqrt{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $a\sqrt{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 42: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + 1$ có các cực đại, cực tiểu với các hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = -3$.

- A. $m = 2$ B. $m = -3$ C. $m = 1$ D. $m = -2$

Câu 43: Hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2 + 1} + x)$ có đạo hàm là hàm số nào sau đây?

- A. $y' = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}+x}$ B. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ C. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$ D. $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

Câu 44: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ biết rằng tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x - 16$.

- A. $y = 9x + 16$ B. $y = 9x + 12$ C. $y = 9x - 10$ D. $y = 9x - 12$

Câu 45: Tính tích phân: $I = \int_0^1 x^3(3 - 2x^4)^3 dx$.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. Đáp án khác

Câu 46: Giải phương trình sau trên tập số phức: $z^3 + (i+1)z^2 + (i+1)z + i = 0$.

- A. $z = -i$ B. $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C. $z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ D. A, B, C đều đúng

Câu 47: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$

- A. 2 B. $\frac{10}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. Đáp án khác

Câu 48: Tìm mô-đun của số phức $z = 2 - \sqrt{3}i\left(\frac{1}{2} + \sqrt{3}i\right)$.

- A. $\frac{\sqrt{103}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{103}}{2}$ C. $\frac{5\sqrt{103}}{2}$ D. Đáp án khác

Câu 49: Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Tính $B = |z_1| + |z_2|$.

- A. $2\sqrt{10}$ B. $\frac{2\sqrt{10}}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ D. Đáp án khác

Câu 50: Theo di chúc, bốn người con được hưởng số tiền là 1,05 tỷ đồng chia với tỷ lệ như sau: Người con đầu và người con thứ hai là $\frac{2}{3}$; Người con thứ hai và người con thứ ba là $\frac{4}{5}$; Người con thứ ba và người con

thứ tư là $\frac{6}{7}$. Với mỗi số tiền nhận được, cả bốn người con đều gửi tiết kiệm ngân hàng trong thời hạn 5 năm

với mức lãi suất như sau: Người con đầu gửi lãi suất 6% mỗi năm, người con thứ hai gửi lãi suất 3% mỗi 6 tháng, người con thứ ba gửi lãi suất 1,5% mỗi quý và người con thứ tư gửi lãi suất 0,5% mỗi tháng. Tổng số tiền của bốn anh em sau 5 năm là bao nhiêu?

- A. 1.412.810.079 đồng B. 1.174.365.010 đồng C. 1.405.136.856 đồng D. 1.411.112.198 đồng

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU HỎI KHÓ

Câu 1	C	Câu 2	C	Câu 3	D	Câu 4	C	Câu 5	A
Câu 6	B	Câu 7	D	Câu 8	A	Câu 9	A	Câu 10	A
Câu 11	D	Câu 12	D	Câu 13	D	Câu 14	C	Câu 15	B
Câu 16	C	Câu 17	A	Câu 18	C	Câu 19	D	Câu 20	B
Câu 21	B	Câu 22	A	Câu 23	A	Câu 24	B	Câu 25	C
Câu 26	D	Câu 27	A	Câu 28	B	Câu 29	A	Câu 30	A
Câu 31	A	Câu 32	D	Câu 33	A	Câu 34	B	Câu 35	C
Câu 36	D	Câu 37	A	Câu 38	A	Câu 39	A	Câu 40	B
Câu 41	B	Câu 42	D	Câu 43	B	Câu 44	A	Câu 45	C
Câu 46	D	Câu 47	B	Câu 48	A	Câu 49	A	Câu 50	A

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi $A_1B_1C_1D_1$ là tứ diện với các đỉnh lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD, CDA, DAB, ABC và có thể tích V_1 . Gọi $A_2B_2C_2D_2$ là tứ diện với các đỉnh lần lượt là trọng tâm các tam giác $B_1C_1D_1, C_1D_1A_1, D_1A_1B_1, A_1B_1C_1$ và có thể tích V_2 . Tương tự như vậy cho đến tứ diện $A_nB_nC_nD_n$ có thể tích V_n với n là một số tự nhiên lớn hơn 1. Tính giá trị của $P = \lim_{n \rightarrow +\infty} (V + V_1 + V_2 + \dots + V_n)$.

- A. $\frac{9}{8}V$ B. $\frac{126}{125}V$ C. $\frac{27}{26}V$ D. Đáp án khác

Ta chứng minh được rằng: $V_1 = \frac{V}{27}; V_2 = \frac{V_1}{27} = \frac{V}{27^2}; \dots$ do đó:

$$P = \lim_{n \rightarrow +\infty} V \left(1 + \frac{1}{27} + \frac{1}{27^2} + \dots + \frac{1}{27^n} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} (V + V_1 + V_2 + \dots + V_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} V \left(\frac{\frac{1}{27^{n+1}} - 1}{\frac{1}{27} - 1} \right) = \frac{27}{26}V$$

Câu 5: Tính tích phân $\int_{-1}^1 f(x) dx$ biết rằng $f(x) = \begin{cases} 2^{2017x} & \text{khi } x \geq 0 \\ 2^{-2017x} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$.

- A. $\frac{2^{2018} - 2}{2017} \log_2 e$ B. $\frac{2^{2018} - 1}{2017} \log_2 e$ C. $\frac{2^{2018} - 1}{2017} \ln 2$ D. $\frac{2^{2017} - 1}{2017 \ln 2}$

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 2^{-2017x} dx + \int_0^1 2^{2017x} dx = -\frac{2^{-2017x}}{2017 \ln 2} \Big|_{-1}^0 + \frac{2^{2017x}}{2017 \ln 2} \Big|_0^1 = \frac{2^{2018} - 2}{2017} \log_2 e$$

Câu 8: Cho các số thực x, y thỏa mãn điều kiện $y \leq 0, x^2 + x - y - 12 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = xy + x + 2y + 17$$

- A. -12 B. -9 C. -15 D. -5

Từ giả thiết ta có: $y = x^2 + x - 12 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 3$. Khi đó $P = x^3 + 3x^2 - 9x - 7$ có min $P = -12$.

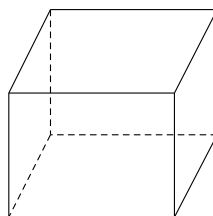
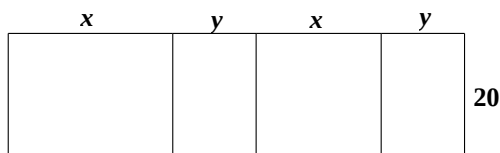
Câu 9: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = 2^x, y = 3 - x$ và trục tung.

- A. $\frac{5}{2} - \frac{1}{\ln 2}$ B. $3 - \frac{1}{\ln 2}$ C. $5 - \frac{3}{\ln 2}$ D. $2 + \frac{1}{\ln 2}$

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $2^x = 3 - x \Leftrightarrow 2^x + x - 3 = 0$ có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Diện tích hình phẳng cần tìm: $S = \int_0^1 |2^x + x - 3| dx = \left| \left(\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2} - 3x \right) \right|_0^1 = \frac{5}{2} - \frac{1}{\ln 2}.$

Câu 13: Người ta gấp một miếng bìa hình chữ nhật kích thước 60×20 như hình ảnh dưới đây để ghép thành một chiếc hộp **hình hộp đứng** có thể tích lớn nhất. Hỏi diện tích toàn phần của hình hộp khi đó là bao nhiêu?



- A. 1450 (đvdt) B. 1200 (đvdt) C. 2150 (đvdt) **D. 1650 (đvdt)**

Giả sử hình hộp với đáy là hình bình hành có một góc là α . Khi đó thể tích hình hộp lớn nhất khi diện tích đáy lớn nhất. Ta có diện tích đáy là: $S = xy \sin \alpha \leq \left(\frac{x+y}{2} \right)^2 \cdot 1 = \left(\frac{30}{2} \right)^2 = 225$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi đáy là hình vuông với cạnh là $x = y = 15$. Diện tích toàn phần của hình hộp khi đó là 1650 (đvdt)

Câu 14: Phương trình $4^{x^2+mx+m+1} - 4^{2x^2+(m+2)x+2m} = x^2 + 2x + m - 1$

- A. Vô nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. B. Có ít nhất 1 nghiệm thực với mọi $m \in \mathbb{R}$.
C. Có ít nhất một nghiệm thực với $m \leq 2$. D. Có thể có nhiều hơn hai nghiệm thực.

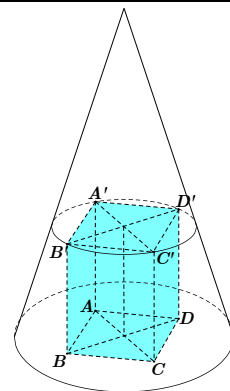
Ta có: $4^{x^2+mx+m+1} + x^2 + mx + m + 1 = 4^{2x^2+(m+2)x+2m} + 2x^2 + (m+2)x + 2m.$

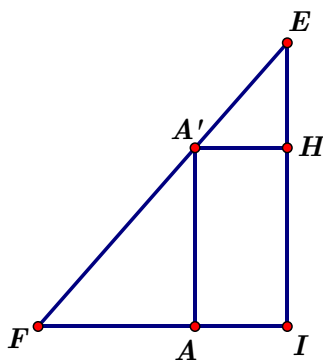
Sử dụng hàm đặc trưng ta thu được: $x^2 + mx + m + 1 = 2x^2 + (m+2)x + 2m \Leftrightarrow x^2 + 2x + m - 1 = 0.$

Câu 23: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi (ξ) là một hình nón có tâm đường tròn đáy trùng với tâm của hình vuông $ABCD$, đồng thời các điểm $A'B'C'D'$ nằm trên các đường sinh của hình nón như hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất thể tích của (ξ) là bao nhiêu?

- A. $\frac{9\pi}{8}$
C. $\frac{2\pi}{3}$

- B. $\frac{9\pi}{16}$
D. Đáp án khác





Giả sử hình lập phương có tâm của hình vuông $ABCD$ là điểm I và đỉnh A' nằm trên đường sinh EF của hình nón như hình vẽ trên. Do hình lập phương có thể tích là 1 do đó: $AA' = HI = 1, A'H = AI = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

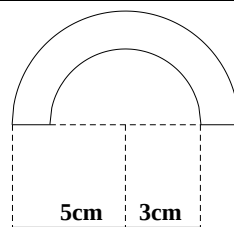
Đặt $EH = x$ khi đó theo định lý Thales ta có: $\frac{EH}{EI} = \frac{A'H}{FI} \Leftrightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2FI} \Leftrightarrow FI = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{x+1}{x} \right) = r$.

Thể tích khối nón là: $\frac{1}{3} \pi r^2 EI = \frac{1}{6} \pi \left(\frac{x+1}{x} \right)^2 (x+1) = \frac{\pi}{6} \frac{(x+1)^3}{x^2}$.

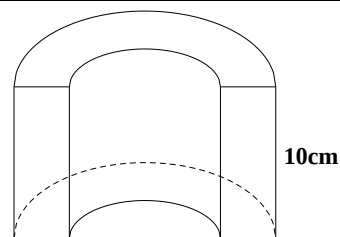
Xét hàm số $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2}$ trong đó $x > 0$ ta có: $f'(x) = \frac{(x-2)(x+1)^2}{x^3}$. Do đó thể tích khối nón đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $x = 2$. Thể tích khối nón khi đó là: $\frac{9\pi}{8}$ (đvtt)

Câu 18: Tính thể tích của vật thể trong **Hình (b)** biết rằng mặt cắt theo phương vuông góc với trục thẳng đứng có các kích thước như **Hình (a)**.

- A. 50π
- B. 60π
- C. 80π
- D. 90π



Hình (a)



Hình (b)

Thể tích của vật thể cần tìm là: $V = \frac{10\pi(5^2 - 3^2)}{2} = 80\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$

Câu 20: Số $a = 2^{2017} + 1$ có bao nhiêu chữ số?

- A. 607
- B. 608
- C. 609
- D. Đáp án khác

Số các chữ số của $a = 2^{2017} + 1$ bằng số các chữ số của $b = 2^{2017}$. Mặt khác: $607 < 2017 \log 2 = 607.1775 < 608$ do đó có tất cả 608 chữ số.

Câu 27: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x}}{x^2 - 2x + m}$ có đúng hai đường tiệm cận?

- A. $m \leq 1$
- B. $m < 1$
- C. $m \geq 1$
- D. Đáp án khác

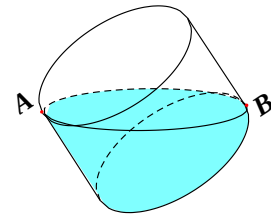
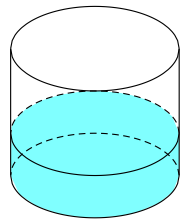
Ta luôn có một tiệm cận ngang là $y = 0$ cho nên để có đúng hai tiệm cận ta chỉ được có duy nhất 1 tiệm cận đứng.

Nếu $m=1$, ta vẫn có tiệm cận đứng $x=1$.

Nếu $m < 1$ phương trình mẫu số $= 0$ có 2 nghiệm. Do tổng 2 nghiệm là 2 cho nên bắt buộc 1 nghiệm > 1 và 1 nghiệm < 1 cho nên ta luôn có tiệm cận đứng $x = a < 1$.

Nếu $m > 1$ thì mẫu số vô nghiệm cho nên không có tiệm cận đứng. Vậy chọn **A**.

Câu 38: Một chiếc thùng đựng nước hình trụ có bán kính đáy 20cm, bên trong đựng một lượng nước. Biết rằng khi nghiêng thùng sao cho đường sinh của hình trụ tạo với mặt đáy góc 45° cho đến khi nước lặng, thì mặt nước chạm vào hai điểm A và B nằm trên hai mặt đáy như hình vẽ bên. Hỏi thùng đựng nước có thể tích là bao nhiêu cm^3 ?



A. 16000π

B. 12000π

C. 8000π

D. 6000π

Do mặt nước luôn song song với mặt đáy và hình trụ nghiêng góc 45° nên ta thấy chiều cao của hình trụ bằng đường kính đường tròn đáy. Do vậy ta có đáp án **A**.

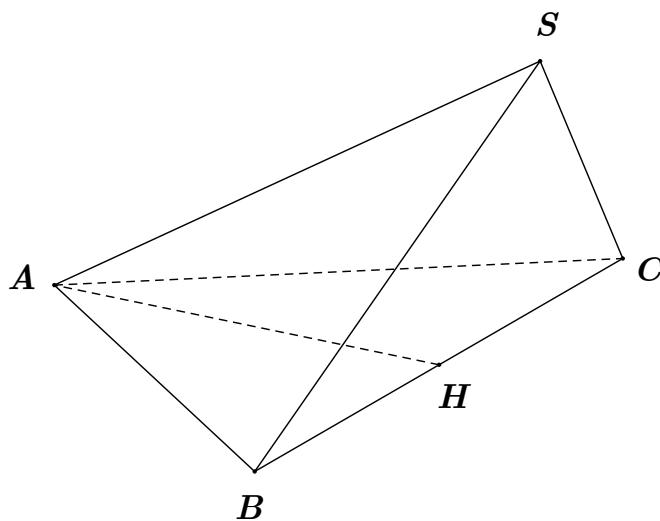
Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác cân tại A , mặt (SBC) vuông góc (ABC) thỏa mãn điều kiện $SA = SB = AB = AC = a$; $SC = a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của mặt cầu ngoại tiếp chóp $SABC$ bằng ?

A. $4\pi a^2$

B. πa^2

C. $2\pi a^2$

D. $8\pi a^2$



Vì $AB = AC = SA$ nên hình chiếu của A trên (SBC) là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC .

Lại có (SBC) vuông góc (ABC) mà tam giác ABC cân tại A nên $AH \perp (SBC)$ trong đó H là trung điểm BC . Như vậy H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC . Do vậy tam giác SBC vuông tại S .

Khi đây dùng Pythagoras ta được $BH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \frac{a}{2}$. Khối chóp $A.SBC$ là chóp có các cạnh bên bằng nhau

$AB = AC = SA$ nên ta có công thức tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp $R = \frac{AB^2}{2AH} = a$. Vậy chọn đáp án **A**.