TOÁN 11	GIỚI HẠN DÃY SỐ
1D4-1	

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 0. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai?**.

A. Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = a > 0$ thì $\lim\left(u_n v_n\right) = +\infty$.

B. Nếu $\lim u_n = a \neq 0$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = 0$.

C. Nếu $\lim u_n = a > 0$ và $\lim v_n = 0$ thì $\lim\left(\dfrac{u_n}{v_n}\right) = +\infty$.

D. Nếu $\lim u_n = a < 0$ và $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim\left(\dfrac{u_n}{v_n}\right) = -\infty$.

Câu 2. Tìm dạng hữu tỷ của số thập phân vô hạn tuần hoàn $P = 2,13131313\ldots$,

A. $P = \dfrac{212}{99}$ **B.** $P = \dfrac{213}{100}$. **C.** $P = \dfrac{211}{100}$. **D.** $P = \dfrac{211}{99}$.

Câu 3. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là số a (hay u_n dần tới a) khi $n \to +\infty$, nếu $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n - a) = 0$.

B. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là 0 khi n dần tới vô cực, nếu $|u_n|$ có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

C. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \to +\infty$ nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

D. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $-\infty$ khi $n \to +\infty$ nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Câu 4. Cho các dãy số $(u_n), (v_n)$ và $\lim u_n = a$, $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim\dfrac{u_n}{v_n}$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 5. Trong các khẳng định dưới đây có bao nhiêu khẳng định đúng?

(I) $\lim n^k = +\infty$ với k nguyên dương.

(II) $\lim q^n = +\infty$ nếu $|q| < 1$.

(III) $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n - 2| < \dfrac{1}{n^3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó

A. $\lim u_n$ không tồn tại. **B.** $\lim u_n = 1$. **C.** $\lim u_n = 0$. **D.** $\lim u_n = 2$.

Câu 7. **(THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG - PHÚ THỌ - LẦN 1 - 2018)** Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số). **B.** $\lim q^n = 0$ $(|q| > 1)$.

C. $\lim\dfrac{1}{n} = 0$. **D.** $\lim\dfrac{1}{n^k} = 0$ $(k > 1)$.

DẠNG 1. DÃY SỐ DẠNG PHÂN THỨC

Dạng 1.1 Phân thức bậc tử bé hơn bậc mẫu

Câu 8. **(THPT Chuyên Thái Bình - lần 3 - 2019)** Tính $L=\lim\frac{n-1}{n^3+3}$.

A. $L=1$. **B.** $L=0$. **C.** $L=3$. **D.** $L=2$.

Câu 9. **(Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018)** $\lim\frac{1}{5n+3}$ bằng

A. 0. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $+\infty$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 10. **(Mã đề 103 BGD&ĐT NĂM 2018)** $\lim\frac{1}{2n+7}$ bằng

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $+\infty$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 0 .

Câu 11. **(Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018)** $\lim\frac{1}{2n+5}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 12. **(THPT QUỐC GIA 2018 - MÃ ĐỀ 102)** $\lim\frac{1}{5n+2}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $+\infty$.

Câu 13. **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Tìm $I=\lim\frac{7n^2-2n^3+1}{3n^3+2n^2+1}$.

A. $\frac{7}{3}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 14. **(HỒNG LĨNH - HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018)** $\lim\frac{2n^2-3}{n^6+5n^5}$ bằng:

A. 2. **B.** 0. **C.** $\frac{-3}{5}$. **D.** -3.

Câu 15. $\lim\frac{2018}{n}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 16. **(LƯƠNG TÀI 2 BẮC NINH LẦN 1-2018-2019)** Tính giới hạn $L=\lim\frac{2n+1}{2+n-n^2}$?

A. $L=-\infty$. **B.** $L=-2$. **C.** $L=1$. **D.** $L=0$.

Câu 17. **(TRƯỜNG THPT THANH THỦY 2018 -2019)** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $u_n=\frac{n^2-2}{5n+3n^2}$. **B.** $u_n=\frac{n^2-2n}{5n+3n^2}$. **C.** $u_n=\frac{1-2n}{5n+3n^2}$. **D.** $u_n=\frac{1-2n^2}{5n+3n^2}$.

Câu 18. **(THPT PHAN CHU TRINH - ĐẮC LẮC - 2018)** Tính $I=\lim\frac{2n-3}{2n^2+3n+1}$

A. $I=-\infty$. **B.** $I=0$. **C.** $I=+\infty$. **D.** $I=1$.

Câu 19. Tìm $\lim u_n$ biết $u_n = \frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{3^2-1} + \ldots + \frac{1}{n^2-1}$.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 20. **(THPT XUÂN HÒA - VP - LẦN 1 - 2018)** Tính giới hạn $\lim\left[\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)}\right]$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 21. **(THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN CHÁNH - PHÚ YÊN - 2018)** Tìm $L = \lim\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \ldots + \frac{1}{1+2+\ldots+n}\right)$

A. $L = \frac{5}{2}$. **B.** $L = +\infty$. **C.** $L = 2$. **D.** $L = \frac{3}{2}$.

Câu 22. Với n là số nguyên dương, đặt $S_n = \frac{1}{1\sqrt{2} + 2\sqrt{1}} + \frac{1}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}} + \ldots + \frac{1}{n\sqrt{n+1} + (n+1)\sqrt{n}}$. Khi đó $\lim S_n$ bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{\sqrt{2}+2}$.

Câu 23. **(THPT NGUYỄN TẤT THÀNH - YÊN BÁI - 2018)** Tính giá trị của $\lim\frac{\cos n + \sin n}{n^2+1}$.

A. 1. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Dạng 1.2 Phân thức bậc tử bằng bậc mẫu

Câu 24. **(THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ - HÒA BÌNH - 2018)** Giá trị của $\lim\frac{2-n}{n+1}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 25. **(THPT THUẬN THÀNH - BẮC NINH - 2018)** Kết quả của $\lim\frac{n-2}{3n+1}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 26. **(THPT YÊN LẠC - LẦN 4 - 2018)** Tìm giới hạn $I = \lim\frac{3n-2}{n+3}$.

A. $I = -\frac{2}{3}$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = 3$. **D.** $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 27. **(THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU - NGHỆ AN - LẦN 2 - 2018)** Giới hạn $\lim\frac{1-2n}{3n+1}$ bằng?

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** $-\frac{2}{3}$.

Câu 28. **(SGD&ĐT BẮC NINH - 2018)** Tính giới hạn $I=\lim\frac{2n+2017}{3n+2018}$.

A. $I=\frac{2}{3}$. **B.** $I=\frac{3}{2}$. **C.** $I=\frac{2017}{2018}$. **D.** $I=1$.

Câu 29. **(THPT Quỳnh Lưu- Nghệ An- 2019)** $\lim\frac{1+19n}{18n+19}$ bằng

A. $\frac{19}{18}$. **B.** $\frac{1}{18}$. **C.** $+\infty$. **D.** $\frac{1}{19}$.

Câu 30. **(THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0?

A. $\frac{1}{n}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{n}}$. **C.** $\frac{n+1}{n}$. **D.** $\frac{\sin n}{\sqrt{n}}$.

Câu 31. **(CHUYÊN HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018)** $\lim\frac{1-n^2}{2n^2+1}$ bằng

A. 0. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 32. **(SGD THANH HÓA - LẦN 1 - 2018)** Tính giới hạn $\lim\frac{4n+2018}{2n+1}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 2018.

Câu 33. **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Tìm $\lim\frac{8n^5-2n^3+1}{4n^5+2n^2+1}$.

A. 2. **B.** 8. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 34. **(CHUYÊN VĨNH PHÚC - LẦN 1 - 2018)** Tính $\lim\frac{2n+1}{1+n}$ được kết quả là

A. 2. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 35. **(THPT LÊ XOAY - LẦN 3 - 2018)** $\lim\frac{2n^4-2n+2}{4n^4+2n+5}$ bằng

A. $\frac{2}{11}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 36. **(Thi thử SGD Cần Thơ mã 121 – 2019)** Giá trị của $\lim\frac{2n^2-3}{1-2n^2}$ bằng

A. -3. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 37. Giá trị $A=\lim\frac{n^2+n}{12n^2+1}$ bằng

A. $\frac{1}{12}$. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{24}$.

Câu 38. Tính $\lim\frac{5n+3}{2n+1}$.

A. 1. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 39. $\lim \frac{n^3+4n-5}{3n^3+n^2+7}$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 40. Tính giới hạn $\lim \frac{n^2-3n^3}{2n^3+5n-2}$.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** 0. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 41. Giới hạn của dãy số (u_n) với $u_n=\frac{2n-1}{3-n}, n\in\mathbb{N}^*$ là:

A. -2. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Câu 42. Tính giới hạn $I=\lim \frac{10n+3}{3n-15}$ ta được kết quả:

A. $I=-\frac{10}{3}$. **B.** $I=\frac{10}{3}$. **C.** $I=\frac{3}{10}$. **D.** $I=-\frac{2}{5}$.

Câu 43. $\lim \frac{2n+1}{n+1}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** $+\infty$.

Câu 44. $\lim \frac{3n^2+1}{n^2-2}$ bằng:

A. 3. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 45. Tính $\lim \frac{8n^2+3n-1}{4+5n+2n^2}$.

A. 2. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** 4. **D.** $-\frac{1}{4}$.

Câu 46. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) có $u_n=\frac{1}{n+1}$; $v_n=\frac{3}{n+3}$. Tính $\lim \frac{u_n}{v_n}$.

A. 0. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $+\infty$.

Câu 47. Giới hạn $\lim \frac{8n^5-2n^3+1}{2n^2-4n^5+2019}$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 48. Giá trị của $B=\lim \frac{4n^2+3n+1}{(3n-1)^2}$ bằng:

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 0. **D.** 4

Câu 49. **(THPT CHUYÊN THĂNG LONG - ĐÀ LẠT - 2018)** Tính $L=\lim\frac{n^3+n^2+1}{2018-3n^3}$.

A. $\frac{1}{2018}$. **B.** -3. **C.** $+\infty$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Câu 50. **(Thi thử chuyên Hùng Vương Gia Lai lần -2019)** Gọi S là tập hợp các tham số nguyên a thỏa mãn $\lim\left(\frac{3n+2}{n+2}+a^2-4a\right)=0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 51. **(Chuyên Lào Cai Lần 3 2017-2018)** Cho $a\in\mathbb{R}$ sao cho giới hạn $\lim\frac{an^2+a^2n+1}{(n+1)^2}=a^2-a+1$ .Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $0<a<2$. **B.** $0<a<\frac{1}{2}$. **C.** $-1<a<0$. **D.** $1<a<3$.

Câu 52. Dãy số (u_n) với $u_n=\frac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}$ có giới hạn bằng phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Tính $a.b$

A. 192 **B.** 68 **C.** 32 **D.** 128

Câu 53. Biết $\lim\frac{2n^3+n^2-4}{an^3+2}=\frac{1}{2}$ với a là tham số. Khi đó $a-a^2$ bằng

A. -12. **B.** -2. **C.** 0. **D.** -6.

Câu 54. Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{1+2+3+...+n}{n^2+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\lim u_n=0$.

B. $\lim u_n=\frac{1}{2}$.

C. Dãy số (u_n) không có giới hạn khi $n\to+\infty$.

D. $\lim u_n=1$.

Câu 55. **(THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Giới hạn $\lim\frac{1^2+2^2+3^2+4^2+...+n^2}{n^3+2n+7}$ có giá trị bằng?

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 56. $\lim\frac{1+3+5+...+2n+1}{3n^2+4}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $+\infty$.

Câu 57. $Lim\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\frac{3}{n^2}+...+\frac{n}{n^2}\right)$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 58. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n=\frac{1}{n^2}+\frac{3}{n^2}+\ldots+\frac{2n-1}{n^2}$ với $n\in\mathbb{N}^*$ Giá trị của $\lim u_n$ bằng:

A. 0`. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 1

Câu 59. **(THPT HAI BÀ TRƯNG - HUẾ - 2018)** Tìm $\lim\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+...+\frac{n}{n^2}\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{n}$. **D.** 0.

Câu 60. **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Tính giới hạn: $\lim\left[\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)...\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\right]$.

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 61. **(CHUYÊN TRẦN PHÚ - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018)** Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+...+\frac{1}{(2n-1).(2n+1)}$. Tính $\lim u_n$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 62. Tính $\lim(-2n^{2019}+3n^{2018}+4)$?

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** -2. **D.** 2019.

Dạng 1.3 Phân thức bậc tử lớn hơn bậc mẫu

Câu 63. $\lim(2-3n)^4(n+1)^3$ là:

A. $-\infty$ **B.** $+\infty$ **C.** 81 **D.** 2

Câu 64. Tính giới hạn $L=\lim\frac{n^3-2n}{3n^2+n-2}$

A. $L=+\infty$. **B.** $L=0$. **C.** $L=\frac{1}{3}$. **D.** $L=-\infty$.

Câu 65. Tính giới hạn của dãy số $u_n=\frac{-2+3n-2n^3}{3n-2}$

A. $\frac{-2}{3}$. **B.** $-\infty$. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 66. Giới hạn $\lim\frac{\sqrt{1+5+...+(4n-3)}}{2n-1}$ bằng

A. 1. **B.** $+\infty$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** 0.

Dạng 1.4 Phân thức chứa căn

Câu 67. **(THPT HÀ HUY TẬP - LẦN 2 - 2018)** $\lim\frac{\sqrt{4n^2+1}-\sqrt{n+2}}{2n-3}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 68. **(THPT LÝ THÁI TỔ - BẮC NINH - 2018)** Cho $I=\lim\frac{\sqrt{4n^2+5}+n}{4n-\sqrt{n^2+1}}$. Khi đó giá trị của I là:

A. $I=1$. **B.** $I=\frac{5}{3}$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=\frac{3}{4}$.

Câu 69. **(CỤM 5 TRƯỜNG CHUYÊN - ĐBSH - LẦN 1 - 2018)** Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+3}}{3x+2}$

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{2}{3}$.

Câu 70. Tìm $\lim u_n$ biết $u_n=\frac{n\sqrt{1+3+5+...+(2n-1)}}{2n^2+1}$

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** $-\infty$.

Câu 71. **(HỒNG QUANG - HẢI DƯƠNG - LẦN 1 - 2018)** Tính $\lim\sqrt{\frac{1^2+2^2+3^3+...+n^2}{2n(n+7)(6n+5)}}$

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{2\sqrt{6}}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $+\infty$.

DẠNG 2. DÃY SỐ CHỨA CĂN THỨC

Câu 72. $\lim\left(\sqrt{n^2-3n+1}-n\right)$ bằng

A. -3. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** $-\frac{3}{2}$.

Câu 73. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào có giá trị bằng 1?

A. $\lim\frac{3^{n+1}+2n}{5+3^n}$. **B.** $\lim\frac{3n^2+n}{4n^2-5}$.

C. $\lim\left(\sqrt{n^2+2n}-\sqrt{n^2+1}\right)$. **D.** $\lim\frac{2n^3+3}{1+2n^2}$.

Câu 74. Giới hạn $\lim\sqrt{n}\left(\sqrt{n+4}-\sqrt{n+3}\right)$ bằng

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{7}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 75. Tính giới hạn $\lim\left(n-\sqrt{n^2-4n}\right)$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 76. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $\lim\left(\sqrt{n^2-4n+7}+a-n\right)=0$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 77. **(LÊ QUÝ ĐÔN - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018)** Tính $I=\lim\left[n\left(\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n^2-1}\right)\right]$.

A. $I=+\infty$. **B.** $I=\dfrac{3}{2}$. **C.** $I=1,499$. **D.** $I=0$.

Câu 78. **(LÊ QUÝ ĐÔN - QUẢNG TRỊ - LẦN 1 - 2018)** Tính $\lim n\left(\sqrt{4n^2+3}-\sqrt[3]{8n^3+n}\right)$.

A. $+\infty$. **B.** 1. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 79. Tính giới hạn $L=\lim\left(\sqrt{9n^2+2n-1}-\sqrt{4n^2+1}\right)$.

A. $+\infty$. **B.** 1. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Câu 80. Tính giới hạn $L=\lim\left(\sqrt{4n^2+n+1}-9n\right)$.

A. $+\infty$. **B.** -7. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Câu 81. Tính giới hạn $L=\lim\left(\sqrt{4n^2+n}-\sqrt{4n^2+2}\right)$. **ĐS**: $\dfrac{1}{4}$.

A. $+\infty$. **B.** -7. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 82. Tính giới hạn $L=\lim\left(\sqrt{n^2+3n+5}-n+25\right)$.

A. $+\infty$. **B.** -7. **C.** $\dfrac{53}{2}$. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Câu 83. Tính giới hạn $L=\lim\dfrac{\sqrt{2n+1}-\sqrt{n+3}}{\sqrt{4n-5}}$.

A. $+\infty$. **B.** -7. **C.** $\dfrac{53}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$.

Câu 84. Tính giới hạn sau $L=\lim\left(\sqrt[3]{n+4}-\sqrt[3]{n+1}\right)$.

A. $+\infty$. **B.** -7. **C.** $\frac{53}{2}$. **D.** 0.

Câu 85. Tính giới hạn $L=\lim\left(\sqrt[3]{8n^3+3n^2-2}+\sqrt[3]{5n^2-8n^3}\right)$.

A. $+\infty$. **B.** -7. **C.** $\frac{53}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 86. Tính giới hạn $L=\lim\left(\sqrt[3]{8n^3+3n^2+4}-2n+6\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $\frac{25}{4}$. **C.** $\frac{53}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 87. Tính giới hạn $L=\lim\left(\sqrt[3]{2n-n^3}+n-1\right)$.

A. $+\infty$. **B.** -1. **C.** $\frac{53}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 88. Tính giới hạn $L=\lim\left(\sqrt[3]{n-n^3}+n+2\right)$.

A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 89. Tính giới hạn $L=\lim\left(\sqrt[3]{n^3-2n^2}-n-1\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{53}{2}$. **D.** $-\frac{5}{3}$.

Câu 90. Tính giới hạn $L=\lim\left(\sqrt{n^4+n^2}-\sqrt[3]{n^6+1}\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{5}{3}$.

Câu 91. Tính giới hạn $L=\lim\left(\sqrt{n^2+n+1}-\sqrt[3]{n^3+n^2}\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{53}{2}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

DẠNG 3. DÃY SỐ CHỨA LŨY THỪA

Câu 92. **(THPT HÀ HUY TẬP - HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018)** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $\left(\frac{4}{e}\right)^n$. **B.** $\left(\frac{1}{3}\right)^n$. **C.** $\left(\frac{5}{3}\right)^n$. **D.** $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$.

Câu 93. **(THPT THÁI PHIÊN - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018)** $\lim\limits_{n\to+\infty} 2^n$ bằng.

A. 2. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Câu 94. Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0

A. $\lim\left(\frac{2}{3}\right)^n$. **B.** $\lim\left(\frac{5}{3}\right)^n$. **C.** $\lim\left(\frac{4}{3}\right)^n$. **D.** $\lim(2)^n$.

Câu 95. $\lim\left(\frac{2018}{2019}\right)^n$ bằng.

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 96. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $(0,999)^n$. **B.** $(-1)^n$. **C.** $(-1,0001)^n$. **D.** $(1,2345)^n$.

Câu 97. $\lim\frac{100^{n+1}+3.99^n}{10^{2n}-2.98^{n+1}}$ là

A. $+\infty$. **B.** 100. **C.** $\frac{1}{100}$. **D.** 0.

Câu 98. $\lim\left(3^n-4^n\right)$ là

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 1.

Câu 99. Tính giới hạn $\lim\frac{3.2^{n+1}-2.3^{n+1}}{4+3^n}$.

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 0. **C.** $\frac{6}{5}$. **D.** -6.

Câu 100. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

A. $\lim\frac{1+2.2017^n}{2016^n+2018^n}$. **B.** $\lim\frac{1+2.2018^n}{2016^n+2017^{n+1}}$.

C. $\lim\frac{1+2.2018^n}{2017^n+2018^n}$. **D.** $\lim\frac{2.2018^{n+1}-2018}{2016^n+2018^n}$.

Câu 101. Tính $\lim\frac{2^n+1}{2.2^n+3}$.

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 102. **(Chuyên - Vĩnh Phúc - lần 3 - 2019)** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0;2019)$ để $\lim\sqrt{\frac{9^n+3^{n+1}}{5^n+9^{n+a}}}\le\frac{1}{2187}$?

A. 2018. **B.** 2012. **C.** 2019. **D.** 2011.

Câu 103. **(THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Tính giới hạn $T=\lim\left(\sqrt{16^{n+1}+4^n}-\sqrt{16^{n+1}+3^n}\right)$.

A. $T=0$. **B.** $T=\frac{1}{4}$. **C.** $T=\frac{1}{8}$. **D.** $T=\frac{1}{16}$.

DẠNG 4. TỔNG CẤP SỐ NHÂN LÙI VÔ HẠNG

Câu 104. **(THPT YÊN LẠC - LẦN 4 - 2018)** Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$.

A. $S = 2$. **B.** $S = \frac{3}{2}$. **C.** $S = 1$. **D.** $S = \frac{2}{3}$.

Câu 105. Tổng vô hạn sau đây $S = 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + ... + \frac{2}{3^n} + ...$ có giá trị bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 106. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $3,15555... = 3,1(5)$ viết dưới dạng hữu tỉ là

A. $\frac{63}{20}$. **B.** $\frac{142}{45}$. **C.** $\frac{1}{18}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

Câu 107. Tổng $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2^n} + ...$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 108. **(Chu Văn An - Hà Nội - lần 2 - 2019)** Cho dãy số $(u_n), n \in \mathbb{N}^*$, thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = -\frac{u_n}{5} \end{cases}$.

Gọi $S = u_1 + u_2 + u_3 + ... + u_n$ là tổng n số hạng đầu tiên của dãy số đã cho. Khi đó $\lim S_n$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** 0. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 109. Cho dãy số (u_n) thoả mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 4, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm $\lim u_n$.

A. $\lim u_n = 1$. **B.** $\lim u_n = 4$. **C.** $\lim u_n = 12$. **D.** $\lim u_n = 3$.

Câu 110. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Tìm $\lim \frac{n}{u_n}$.

A. $L = \frac{1}{3}$. **B.** $L = \frac{1}{2}$. **C.** $L = 3$. **D.** $L = 2$

DẠNG 5. MỘT SỐ BÀI TOÁN KHÁC

Câu 111. **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \sqrt{n+2018} - \sqrt{n+2017}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Dãy số (u_n) là dãy tăng. **B.** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$.

C. $0 < u_n < \dfrac{1}{2\sqrt{2018}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **D.** $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_{n+1}}{u_n} = 1$.

Câu 112. **(THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Đặt $f(n) = (n^2+n+1)^2+1$, xét dãy số (u_n) sao cho $u_n = \dfrac{f(1).f(3).f(5)...f(2n-1)}{f(2).f(4).f(6)...f(2n)}$. Tìm $\lim n\sqrt{u_n}$.

A. $\lim n\sqrt{u_n} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\lim n\sqrt{u_n} = \sqrt{3}$. **C.** $\lim n\sqrt{u_n} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\lim n\sqrt{u_n} = \sqrt{2}$.

Câu 113. **(THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018)** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 0$ và $u_{n+1} = u_n + 4n + 3$, $\forall n \ge 1$. Biết

$$\lim \frac{\sqrt{u_n}+\sqrt{u_{4n}}+\sqrt{u_{4^2n}}+...+\sqrt{u_{4^{2018}n}}}{\sqrt{u_n}+\sqrt{u_{2n}}+\sqrt{u_{2^2n}}+...+\sqrt{u_{2^{2018}n}}} = \frac{a^{2019}+b}{c}$$

với a, b, c là các số nguyên dương và $b < 2019$. Tính giá trị $S = a + b - c$.

A. $S = -1$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = 2017$. **D.** $S = 2018$.

Câu 114. **(THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Dãy số (u_n) nào sau đây có giới hạn khác số 1 khi n dần đến vô cùng?

A. $u_n = \dfrac{(2017-n)^{2018}}{n(2018-n)^{2017}}$. **B.** $u_n = n\left(\sqrt{n^2+2018}-\sqrt{n^2+2016}\right)$.

C. $\begin{cases} u_1 = 2017 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}(u_n+1), \quad n = 1,2,3... \end{cases}$. **D.** $u_n = \dfrac{1}{1.2}+\dfrac{1}{2.3}+\dfrac{1}{3.4}+...+\dfrac{1}{n(n+1)}$.

Câu 115. **(THPT CHU VĂN AN -THÁI NGUYÊN - 2018)** Cho dãy số (u_n) được xác định như sau $u_1 = 2016; u_{n-1} = n^2(u_{n-1}-u_n)$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*, n \ge 2$, tìm giới hạn của dãy số (u_n).

A. 1011. **B.** 1010. **C.** 1008. **D.** 1009.

Câu 116. Cho dãy số (u_n) như sau: $u_n = \dfrac{n}{1+n^2+n^4}, \forall n = 1,\ 2, ...$ Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}(u_1+u_2+...+u_n)$.

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 117. **(THPT NGUYỄN HUỆ - TT HUẾ - 2018)** Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 2 \\ 3\sqrt{4u_{n+1}+1} = \sqrt{4u_n+1}+4, \left(n \in \mathbb{N}^*\right) \end{cases}$. Tính $\lim u_n$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 118. **(THPT GANG THÉP - LẦN 3 - 2018)** Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 1, \forall n \geq 2 \end{cases}$, khi đó $L = \lim \frac{u_n}{3^n}$

A. Không xác định. **B.** $L = +\infty$. **C.** $L = -\frac{5}{6}$. **D.** $L = 0$.

Câu 119. **(THPT HẬU LỘC 2 - TH - 2018)** Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là *tam giác trung bình* của tam giác ABC.
Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, $A_3B_3C_3$,... sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n, kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + ... + S_n + ...$?

A. $S = \frac{15\pi}{4}$. **B.** $S = 4\pi$. **C.** $S = \frac{9\pi}{2}$. **D.** $S = 5\pi$.

Câu 120. **(CTN - LẦN 1 - 2018)** Trong các dãy số (u_n) cho dưới đây, dãy số nào có giới hạn khác 1?

A. $u_n = \frac{n(n-2018)^{2017}}{(n-2017)^{2018}}$. **B.** $u_n = n\left(\sqrt{n^2+2020} - \sqrt{4n^2+2017}\right)$.

C. $u_n = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + ... + \frac{2}{(2n+1)(2n+3)}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = 2018 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1),\ n \geq 1 \end{cases}$.

Câu 121. **(SGD&ĐT BRVT - 2018)** Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $u_1 = 1$; $u_{n+1} = \sqrt{\frac{2}{3}u_n^2 + a}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Biết rằng $\lim\left(u_1^2 + u_2^2 + ... + u_n^2 - 2n\right) = b$. Giá trị của biểu thức $T = ab$ là

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

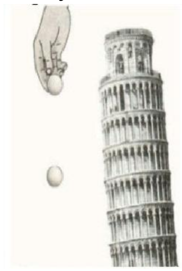
Câu 122. **(THPT TRẦN PHÚ - ĐÀ NẴNG - 2018)** Với n là số tự nhiên lớn hơn 2, đặt $S_n = \frac{1}{C_3^3} + \frac{1}{C_4^3} + \frac{1}{C_5^4} + ... + \frac{1}{C_n^3}$. Tính $\lim S_n$

A. 1. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 123. **(THPT CHUYÊN NGUYỄN QUANG DIÊU - ĐỒNG THÁP - 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0;2018)$ để có $\lim\sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}$?

A. 2011. **B.** 2016. **C.** 2019. **D.** 2009.

Câu 124. Từ độ cao $55,8$m của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?



A. $(67\text{m}; 69\text{m})$. **B.** $(60\text{m}; 63\text{m})$. **C.** $(64\text{m}; 66\text{m})$. **D.** $(69\text{m}; 72\text{m})$.

Câu 125. **(THPT THUẬN THÀNH 1)** Cho hai dãy số $(u_n),(v_n)$ đều tồn tại giới hạn hữu hạn. Biết rằng hai dãy số đồng thời thỏa mãn các hệ thức $u_{n+1} = 4v_n - 2, v_{n+1} = u_n + 1$ với mọi $\forall n \in \mathbb{Z}^+$. Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n + 2v_n)$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** -1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 126. Một mô hình gồm các khối cầu xếp chồng lên nhau tạo thành một cột thẳng đứng. Biết rằng mỗi khối cầu có bán kính gấp đôi khối cầu nằm ngay trên nó và bán kính khối cầu dưới cùng là 50 cm. Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Chiều cao mô hình không quá $1,5$ mét **B.** Chiều cao mô hình tối đa là 2 mét

C. Chiều cao mô hình dưới 2 mét. **D.** Mô hình có thể đạt được chiều cao tùy ý.

Câu 127. Trong một lần Đoàn trường Lê Văn Hưu tổ chức chơi bóng chuyền hơi, bạn Nam thả một quả bóng chuyền hơi từ tầng ba, độ cao $8m$ so với mặt đất và thấy rằng mỗi lần chạm đất thì quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng ba phần tư độ cao lần rơi trước. Biết quả bóng chuyển động vuông góc với mặt đất. Khi đó tổng quảng đường quả bóng đã bay từ lúc thả bóng đến khi quả bóng không máy nữa gần bằng số nào dưới đây nhất?

A. $57m$. **B.** $54m$. **C.** $56m$. **D.** $58m$.

Câu 128. Với mỗi số nguyên dương n, gọi s_n là số cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $x^2 + y^2 \le n^2$. (nếu $a \ne b$ thì hai cặp số $(a;b)$ và $(b;a)$ khác nhau). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sqrt{s_n}}{n} = \sqrt{2\pi}$. **B.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sqrt{s_n}}{n} = 2$. **C.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sqrt{s_n}}{n} = \sqrt{\pi}$. **D.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sqrt{s_n}}{n} = 4$.

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

DẠNG 0. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1. **Chọn C**

Nếu $\lim u_n = a > 0$ và $\lim v_n = 0$ thì $\lim\left(\dfrac{u_n}{v_n}\right) = +\infty$ là mệnh đề **sai** vì chưa rõ dấu của v_n là dương hay âm.

Câu 2. **Chọn D**

Lấy máy tính bấm từng phương án thì phần D ra kết quả đề bài

Câu 3. **Chọn A**

Câu 4. **Chọn B**

Dùng tính chất giới hạn: cho dãy số $(u_n),(v_n)$ và $\lim u_n = a$, $\lim v_n = +\infty$ trong đó a hữu hạn thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$.

Câu 5. **Chọn D**

(I) $\lim n^k = +\infty$ với k nguyên dương $\Rightarrow (I)$ là khẳng định đúng.

(II) $\lim q^n = +\infty$ nếu $|q| < 1 \Rightarrow (II)$ là khẳng định sai vì $\lim q^n = 0$ nếu $|q| < 1$.

(III) $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1 \Rightarrow (III)$ là khẳng định đúng.

Vậy số khẳng định đúng là 2.

Câu 6. **Chọn D**

Ta có: $|u_n - 2| < \frac{1}{n^3} \Rightarrow \lim(u_n - 2) = \lim \frac{1}{n^3} = 0 \Rightarrow \lim u_n - 2 = 0 \Rightarrow \lim u_n = 2$.

Câu 7. Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số (SGK ĐS11-Chương 4) thì $\lim q^n = 0 \ (|q| < 1)$.

DẠNG 1. DÃY SỐ DẠNG PHÂN THỨC

Dạng 1.1 Phân thức bậc tử bé hơn bậc mẫu

Câu 8. **Chọn B**

Ta có $\lim \frac{n-1}{n^3+3} = \lim \frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^3}}{1 + \frac{3}{n^3}} = \frac{0}{1} = 0$.

Câu 9. **Chọn A**

Ta có $\lim \frac{1}{5n+3} = \lim \frac{\frac{1}{n}}{5 + \frac{3}{n}} = 0$.

Câu 10. **Chọn D**

Ta có: $\lim \frac{1}{2n+7} = \lim \frac{\frac{1}{n}}{2 + \frac{7}{n}} = 0$.

Câu 11. **Chọn B**

Ta có: $\lim \dfrac{1}{2n+5} = \lim \dfrac{1}{n}.\dfrac{1}{2+\dfrac{5}{n}} = 0$.

Câu 12. Chọn B

$$\lim \frac{1}{5n+2} = \lim \frac{1}{n}\left(\frac{1}{5+\dfrac{2}{n}}\right) = 0.\frac{1}{5} = 0.$$

Câu 13.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $I = \lim \dfrac{7n^2-2n^3+1}{3n^3+2n^2+1} = \lim \dfrac{\dfrac{7}{n}-2+\dfrac{1}{n^3}}{3+\dfrac{2}{n}+\dfrac{1}{n^3}} = -\dfrac{2}{3}$.

Câu 14. Ta có $\lim \dfrac{2n^2-3}{n^6+5n^5} = \lim \dfrac{\dfrac{2}{n^4}-\dfrac{3}{n^6}}{1+\dfrac{5}{n}} = 0$.

Câu 15. Chọn B

Câu 16. Chọn D

Ta có: $L = \lim \dfrac{2n+1}{2+n-n^2} = \lim \dfrac{\dfrac{2}{n}+\dfrac{1}{n^2}}{\dfrac{2}{n^2}+\dfrac{1}{n}-1} = 0$.

Câu 17. Chọn C

➢ Xét đáp án **A.** $\lim \dfrac{n^2-2}{5n+3n^2} = \lim \dfrac{1-\dfrac{2}{n^2}}{\dfrac{5}{n}+3} = \dfrac{1}{3}$.

➢ Xét đáp án **B.** $\lim \dfrac{n^2-2n}{5n+3n^2} = \lim \dfrac{1-\dfrac{2}{n}}{\dfrac{5}{n}+3} = \dfrac{1}{3}$

➢ Xét đáp án **C.** $\lim \dfrac{1-2n}{5n+3n^2} = \lim \dfrac{\dfrac{1}{n^2}-\dfrac{2}{n}}{\dfrac{5}{n}+3} = 0$.

➢ Xét đáp án **D.** $\lim \dfrac{1-2n^2}{5n+3n^2}=\lim \dfrac{\dfrac{1}{n^2}-2}{\dfrac{5}{n}+3}=-\dfrac{2}{3}$.

Câu 18. $I=\lim \dfrac{2n-3}{2n^2+3n+1}=\lim \dfrac{n^2\left(\dfrac{2}{n}-\dfrac{3}{n^2}\right)}{n^2\left(2+\dfrac{3}{n}+\dfrac{1}{n^2}\right)}=\lim \dfrac{\dfrac{2}{n}-\dfrac{3}{n^2}}{2+\dfrac{3}{n}+\dfrac{1}{n^2}}=0$.

Câu 19. **Chọn A**

Ta có: $u_n=\dfrac{1}{2^2-1}+\dfrac{1}{3^2-1}+...+\dfrac{1}{n^2-1}=\dfrac{1}{1.3}+\dfrac{1}{2.4}+\dfrac{1}{3.5}+...+\dfrac{1}{(n-1)(n+1)}$

$=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}+...+\dfrac{1}{n-1}-\dfrac{1}{n+1}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n+1}\right)=\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{2(n+1)}$.

Suy ra: $\lim u_n=\lim\left[\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{2(n+1)}\right]=\dfrac{3}{4}$.

Câu 20. Ta có: $\dfrac{1}{1.2}+\dfrac{1}{2.3}+\dfrac{1}{3.4}+...+\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n-1}-\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}=1-\dfrac{1}{n+1}$.

Vậy $\lim\left[\dfrac{1}{1.2}+\dfrac{1}{2.3}+\dfrac{1}{3.4}+...+\dfrac{1}{n(n+1)}\right]=\lim\left(1-\dfrac{1}{n+1}\right)=1$.

Câu 21. Ta có $1+2+3+...+k$ là tổng của cấp số cộng có $u_1=1$, $d=1$ nên $1+2+3+...+k=\dfrac{(1+k)k}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{1+2+...+k}=\dfrac{2}{k(k+1)}=\dfrac{2}{k}-\dfrac{2}{k+1}$, $\forall k\in\mathbb{N}^*$.

$L=\lim\left(\dfrac{2}{1}-\dfrac{2}{2}+\dfrac{2}{2}-\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{3}-\dfrac{2}{4}+...+\dfrac{2}{n}-\dfrac{2}{n+1}\right)=\lim\left(\dfrac{2}{1}-\dfrac{2}{n+1}\right)=2$.

Câu 22.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\dfrac{1}{n\sqrt{n+1}+(n+1)\sqrt{n}}=\dfrac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+1}\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)}=\dfrac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n}\sqrt{n+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{n}}-\dfrac{1}{\sqrt{n+1}}$.

Suy ra

$S_n=\dfrac{1}{1\sqrt{2}+2\sqrt{1}}+\dfrac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}+...+\dfrac{1}{n\sqrt{n+1}+(n+1)\sqrt{n}}$.

$=\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}+....\dfrac{1}{\sqrt{n}}-\dfrac{1}{\sqrt{n+1}}=1-\dfrac{1}{\sqrt{n+1}}$.

Suy ra $\lim S_n = 1$

Câu 23. Ta có $0 < \left|\dfrac{\cos n + \sin n}{n^2+1}\right| \le \dfrac{|\cos n| + |\sin n|}{n^2+1} < \dfrac{2}{n^2+1}$ và $\lim \dfrac{2}{n^2+1} = 0$.

Suy ra $\lim \dfrac{\cos n + \sin n}{n^2+1} = 0$.

Dạng 1.2 Phân thức bậc tử bằng bậc mẫu

Câu 24. Ta có: $\lim \dfrac{2-n}{n+1} = \lim \dfrac{\dfrac{2}{n}-1}{1+\dfrac{1}{n}} = \dfrac{0-1}{1+0} = -1$.

Câu 25. Ta có $\lim \dfrac{n-2}{3n+1} = \lim \dfrac{n\left(1-\dfrac{2}{n}\right)}{n\left(3+\dfrac{1}{n}\right)} = \lim \dfrac{1-\dfrac{2}{n}}{3+\dfrac{1}{n}} = \dfrac{1}{3}$.

Câu 26. Ta có $I = \lim \dfrac{3n-2}{n+3} = \lim \dfrac{3-\dfrac{2}{n}}{1+\dfrac{3}{n}} = 3$.

Câu 27. Ta có $\lim \dfrac{1-2n}{3n+1} = \lim \dfrac{\dfrac{1}{n}-2}{3+\dfrac{1}{n}} = -\dfrac{2}{3}$.

Câu 28. Ta có $I = \lim \dfrac{2n+2017}{3n+2018} = \lim \dfrac{2+\dfrac{2017}{n}}{3+\dfrac{2018}{n}} = \dfrac{2}{3}$.

Câu 29. Chọn A

Ta có $\lim \dfrac{1+19n}{18n+19} = \lim \dfrac{\dfrac{1}{n}+19}{18+\dfrac{19}{n}} = \dfrac{19}{18}$.

Câu 30. Chọn C

Có $\lim \dfrac{n+1}{n} = \lim 1 + \lim \dfrac{1}{n} = 1$.

Câu 31. Ta có $\lim \dfrac{1-n^2}{2n^2+1} = \lim \dfrac{\dfrac{1}{n^2}-1}{2+\dfrac{1}{n^2}} = -\dfrac{1}{2}$.

Câu 32. Ta có $\lim\frac{4n+2018}{2n+1}=\lim\frac{4+\frac{2018}{n}}{2+\frac{1}{n}}=2$.

Câu 33. **Chọn A**

Ta có $\lim\frac{8n^5-2n^3+1}{4n^5+2n^2+1}=\lim\frac{n^5\left(8-\frac{2}{n^2}+\frac{1}{n^5}\right)}{n^5\left(4+\frac{2}{n^3}+\frac{1}{n^5}\right)}=\lim\frac{8-\frac{2}{n^2}+\frac{1}{n^5}}{4+\frac{2}{n^3}+\frac{1}{n^5}}=\frac{8}{4}=2$.

Câu 34. Ta có $\lim\frac{2n+1}{1+n}=\lim\frac{n\left(2+\frac{1}{n}\right)}{n\left(\frac{1}{n}+1\right)}=\lim\frac{2+\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}+1}=\frac{2+0}{0+1}=2$.

Câu 35. Ta có $\lim\frac{2n^4-2n+2}{4n^4+2n+5}=\lim\frac{2-\frac{2}{n^3}+\frac{2}{n^4}}{4+\frac{2}{n^3}+\frac{5}{n^4}}=\frac{1}{2}$.

Câu 36. **Chọn C**

$\lim\frac{2n^2-3}{1-2n^2}=\lim\frac{2-\frac{3}{n^2}}{\frac{1}{n^2}-2}=-1$.

Câu 37. **Chọn A**

$A=\lim\frac{n^2+n}{12n^2+1}=\lim\frac{1+\frac{1}{n}}{12+\frac{1}{n^2}}=\frac{1}{12}$.

Vậy $A=\frac{1}{12}$.

Câu 38. **Chọn D**

Ta có $\lim\frac{5n+3}{2n+1}=\lim\frac{5+\frac{3}{n}}{2+\frac{1}{n}}=\frac{5}{2}$.

Câu 39. **Chọn B**

Ta có: $\lim\frac{n^3+4n-5}{3n^3+n^2+7}=\lim\frac{1+\frac{4}{n^2}-\frac{5}{n^3}}{3+\frac{1}{n}+\frac{7}{n^3}}=\frac{1}{3}$.

Câu 40. **Chọn C**

Ta có: $\lim\dfrac{n^2-3n^3}{2n^3+5n-2}=\lim\dfrac{n^3\left(\dfrac{1}{n}-3\right)}{n^3\left(2+\dfrac{5}{n^2}-\dfrac{2}{n^3}\right)}=\lim\dfrac{\dfrac{1}{n}-3}{2+\dfrac{5}{n^2}-\dfrac{2}{n^3}}=-\dfrac{3}{2}$.

Câu 41. Chọn D

Ta có $\lim u_n=\lim\dfrac{2n-1}{3-n}=\lim\dfrac{2-\dfrac{1}{n}}{\dfrac{3}{n}-1}=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 42. Chọn B

Ta có $I=\lim\dfrac{10n+3}{3n-15}=\lim\dfrac{10+\dfrac{3}{n}}{3-\dfrac{15}{n}}=\dfrac{10}{3}$.

Câu 43. Chọn B

Ta có $\lim\dfrac{2n+1}{n+1}=\lim\dfrac{2+\dfrac{1}{n}}{1+\dfrac{1}{n}}=2$.

Câu 44. Chọn A

$\lim\dfrac{3n^2+1}{n^2-2}=\lim\dfrac{3+\dfrac{1}{n^2}}{1-\dfrac{2}{n^2}}=3$

Câu 45. Chọn C

Ta có $\lim\dfrac{8n^2+3n-1}{4+5n+2n^2}=\lim\dfrac{8+\dfrac{3}{n}-\dfrac{1}{n^2}}{\dfrac{4}{n^2}+\dfrac{5}{n}+2}=4$.

Câu 46. Chọn C

Ta có $I=\lim\dfrac{u_n}{v_n}=\lim\dfrac{\dfrac{1}{n+1}}{\dfrac{3}{n+3}}=\lim\dfrac{n+3}{3(n+1)}=\lim\dfrac{1+\dfrac{3}{n}}{3\left(1+\dfrac{1}{n}\right)}=\dfrac{1}{3}$.

Câu 47. Chọn A

Ta có: $\lim\dfrac{8n^5-2n^3+1}{2n^2-4n^5+2019}=\lim\left(\dfrac{8-\dfrac{2}{n^2}+\dfrac{1}{n^5}}{\dfrac{2}{n^3}-4+\dfrac{2019}{n^5}}\right)=-2$.

Câu 48. Chọn A.

Ta có: $B=\lim\dfrac{4n^2+3n+1}{(3n-1)^2}=\lim\dfrac{n^2\left(4+\dfrac{3}{n}+\dfrac{1}{n^2}\right)}{n^2\left(3-\dfrac{1}{n}\right)^2}=\lim\dfrac{\left(4+\dfrac{3}{n}+\dfrac{1}{n^2}\right)}{\left(3-\dfrac{1}{n}\right)^2}=\dfrac{4+0+0}{(3-0)^2}=\dfrac{4}{9}$

Câu 49. $L=\lim\dfrac{n^3+n^2+1}{2018-3n^3}=\lim\dfrac{1+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^3}}{\dfrac{2018}{n^3}-3}=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 50. Chọn A

Ta có: $\lim\left(\dfrac{3n+2}{n+2}+a^2-4a\right)$

$=\lim\left(\dfrac{(a^2-4a+3)n+2+2a^2-8a}{n+2}\right)=\lim\left(\dfrac{a^2-4a+3+\dfrac{2+2a^2-8a}{n}}{1+\dfrac{2}{n}}\right)=a^2-4a+3$.

Theo giả thiết: $\lim\left(\dfrac{3n+2}{n+2}+a^2-4a\right)=0\Leftrightarrow a^2-4a+3=0\Leftrightarrow a=3\vee a=1$.

Vậy $S=\{1;3\}\Rightarrow 1+3=4$.

Câu 51. Chọn A

Ta có $\lim\dfrac{an^2+a^2n+1}{(n+1)^2}=\lim\dfrac{an^2+a^2n+1}{n^2+2n+1}=\lim\dfrac{a+\dfrac{a^2}{n}+\dfrac{1}{n^2}}{1+\dfrac{2}{n}+\dfrac{1}{n^2}}=a$.

$a^2-a+1=a\Rightarrow a^2-2a+1=0\Rightarrow a=1$.

Câu 52. Chọn A

Ta có: $\lim\dfrac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}=\lim\dfrac{\left(3-\dfrac{1}{n}\right)\left(\dfrac{3}{n}-1\right)^2}{\left(4-\dfrac{5}{n}\right)^3}=\dfrac{3}{64}=\dfrac{a}{b}$. Do đó: $a.b=192$

Câu 53. Chọn A

Ta có $\lim\dfrac{2n^3+n^2-4}{an^3+2}=\lim\dfrac{n^3\left(2+\dfrac{1}{n}-\dfrac{4}{n^3}\right)}{n^3\left(a+\dfrac{2}{n^3}\right)}=\dfrac{2}{a}=\dfrac{1}{2}$.

Suy ra $a=4$. Khi đó $a-a^2=4-4^2=-12$.

Câu 54. Chọn B

Ta có: $\lim u_n=\lim\dfrac{1+2+3+...+n}{n^2+1}=\lim\dfrac{n(n+1)}{2(n^2+1)}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 55. Chọn D

Ta có kết quả quen thuộc $1^2+2^2+3^2+...+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Do đó $\lim\dfrac{1^2+2^2+3^2+4^2+...+n^2}{n^3+2n+7}=\lim\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6(n^3+2n+7)}=\lim\dfrac{\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(2+\frac{1}{n}\right)}{6\left(1+\frac{2}{n^2}+\frac{7}{n^3}\right)}=\dfrac{1.2}{6}=\dfrac{1}{3}$.

Câu 56. Chọn C.

Ta có $1+3+5+...+(2n+1)=\dfrac{(1+2n+1)(n+1)}{2}=(n+1)^2$.

$\lim\dfrac{1+3+5+...+(2n+1)}{3n^2+4}=\lim\dfrac{(n+1)^2}{3n^2+4}=\lim\dfrac{1+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}}{3+\frac{4}{n^2}}=\dfrac{1}{3}$.

Câu 57. Chọn D

$Lim\left(\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{2}{n^2}+\dfrac{3}{n^2}+...+\dfrac{n}{n^2}\right)=lim\left(\dfrac{1+2+3+...+n}{n^2}\right)=lim\left(\dfrac{n(n+1)}{2n^2}\right)=lim\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2n}\right)=\dfrac{1}{2}$

Câu 58. Chọn D

Ta có $1+3+...+(2n-1)=n^2\longrightarrow\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{3}{n^2}+...+\dfrac{2n-1}{n^2}=\dfrac{1+3+...+(2n-1)}{n^2}=\dfrac{n^2}{n^2}=1$

Suy ra $\lim u_n=1$.

Câu 59. $\lim\left(\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{2}{n^2}+...+\dfrac{n}{n^2}\right)=\lim\left(\dfrac{1+2+...+n}{n^2}\right)=\lim\left(\dfrac{n(n+1)}{2n^2}\right)=\lim\left(\dfrac{1+\frac{1}{n}}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$.

Câu 60. Chọn B

Xét dãy số (u_n), với $u_n=\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)...\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)$, $n\geq 2, n\in\mathbb{N}$.

Ta có:

$u_2=1-\dfrac{1}{2^2}=\dfrac{3}{4}=\dfrac{2+1}{2.2}$;

$u_3=\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right).\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)=\dfrac{3}{4}.\dfrac{8}{9}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{3+1}{2.3}$;

$u_4=\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right).\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{4^2}\right)=\dfrac{3}{4}.\dfrac{8}{9}.\dfrac{15}{16}=\dfrac{5}{8}=\dfrac{4+1}{2.4}$

……

$u_n = \dfrac{n+1}{2n}$.

Dễ dàng chứng minh bằng phương pháp qui nạp để khẳng định $u_n = \dfrac{n+1}{2n}, \forall n \ge 2$

Khi đó $\lim\left[\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)...\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)\right] = \lim\dfrac{n+1}{2n} = \dfrac{1}{2}$.

Câu 61. Ta có : $u_n = \dfrac{1}{1.3} + \dfrac{1}{3.5} + ... + \dfrac{1}{(2n-1).(2n+1)} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{1} - \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{5} + ... + \dfrac{1}{2n-1} - \dfrac{1}{2n+1}\right)$

$= \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{1} - \dfrac{1}{2n+1}\right) = \dfrac{n}{2n+1}$

Suy ra : $\lim u_n = \lim\dfrac{n}{2n+1} = \dfrac{1}{2}$.

Dạng 1.3 Phân thức bậc tử lớn hơn bậc mẫu

Câu 62. Chọn A

Ta có $\lim\left(-2n^{2019} + 3n^{2018} + 4\right) = \lim\left[n^{2019}.\left(-2 + \dfrac{3}{n} + \dfrac{4}{n^{2019}}\right)\right] = -\infty$.

Câu 63. Chọn B

$\lim(2-3n)^4(n+1)^3 = \lim\left[n^7\left(\dfrac{2}{n}-3\right)^4\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^3\right]$

Ta có $\lim n^7 = +\infty$

$\lim\left(\dfrac{2}{n}-3\right)^4 = (-3)^4 = 3^4$

$\lim\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^3 = 1$

$\Rightarrow \lim(2-3n)^4(n+1)^3 = +\infty$

Câu 64. Chọn A

Ta có: $L = \lim\dfrac{n^3-2n}{3n^2+n-2} = \lim\dfrac{1-\dfrac{2}{n^2}}{\dfrac{3}{n}+\dfrac{1}{n^2}-\dfrac{2}{n^3}} = +\infty$.

Câu 65. Chọn B

$\lim\dfrac{-2+3n-2n^3}{3n-2} = \lim\dfrac{\dfrac{-2}{n}+n-2n^2}{3-\dfrac{2}{n}} = -\infty$ do $\lim\left(\dfrac{-2}{n}+n-2n^2\right) = \lim\left[n^2\left(-2+\dfrac{1}{n}-\dfrac{2}{n^3}\right)\right] = -\infty$

và $\lim\left(3-\dfrac{2}{n}\right) = 3 > 0$.

Câu 66.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\frac{\sqrt{1+5+...+(4n-3)}}{2n-1}=\lim\frac{\sqrt{1.\frac{1-4^n}{1-4}}}{2n-1}=\lim\frac{\sqrt{4^n-1}}{\sqrt{3}(2n-1)}=+\infty$.

Dạng 1.4 Phân thức chứa căn

Câu 67. Ta có: $\lim\frac{\sqrt{4n^2+1}-\sqrt{n+2}}{2n-3}=\lim\frac{\sqrt{4+\frac{1}{n^2}}-\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{2}{n^2}}}{2-\frac{3}{n}}=\frac{2-0}{2}=1$.

Câu 68. Ta có $I=\lim\frac{\sqrt{4n^2+5}+n}{4n-\sqrt{n^2+1}}=\lim\frac{\sqrt{4+\frac{5}{n^2}}+1}{4-\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}}=1$

.

Câu 69. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+3}}{3x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+x\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{3}{x^2}}}{3x+2}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{3}{x^2}}}{3+\frac{2}{x}}=-\frac{1}{3}$.

Câu 70. **Chọn A**

$\lim u_n=\lim\frac{n\sqrt{1+3+5+...+(2n-1)}}{2n^2+1}=\lim\frac{n\sqrt{n^2}}{2n^2+1}=\lim\frac{n^2}{2n^2+1}=\lim\frac{1}{2+\frac{1}{n^2}}=\frac{1}{2}$.

Câu 71. Ta có: $1^2+2^2+3^2+...+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Khi đó: $\lim\sqrt{\frac{1^2+2^2+3^3+...+n^2}{2n(n+7)(6n+5)}}=\lim\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{12n(n+7)(6n+5)}}=\lim\sqrt{\frac{\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(2+\frac{1}{n}\right)}{12\left(1+\frac{7}{n}\right)\left(6+\frac{5}{n}\right)}}=\frac{1}{6}$.

DẠNG 2. DÃY SỐ CHỨA CĂN THỨC

Câu 72. **Chọn D**

Ta có $\sqrt{n^2-3n+1}-n=\frac{-3n+1}{\sqrt{n^2-3n+1}+n}=\frac{-3+\frac{1}{n}}{\sqrt{1-\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2}}+1}$

Nên $\lim\left(\sqrt{n^2-3n+1}-n\right)=-\dfrac{3}{2}$

Câu 73. **Chọn C**

Ta có: $\lim\left(\sqrt{n^2+2n}-\sqrt{n^2+1}\right)=\lim\dfrac{\left(\sqrt{n^2+2n}-\sqrt{n^2+1}\right)\left(\sqrt{n^2+2n}+\sqrt{n^2+1}\right)}{\sqrt{n^2+2n}+\sqrt{n^2+1}}$

$=\lim\dfrac{2n-1}{\sqrt{n^2+2n}+\sqrt{n^2+1}}=\lim\dfrac{2-\dfrac{1}{n}}{\sqrt{\dfrac{n^2+2n}{n^2}}+\sqrt{\dfrac{n^2+1}{n^2}}}==\lim\dfrac{2-\dfrac{1}{n}}{\sqrt{1+\dfrac{2}{n}}+\sqrt{1+\dfrac{1}{n}}}=1.$

Câu 74. **Chọn D**

$\lim\sqrt{n}\left(\sqrt{n+4}-\sqrt{n+3}\right)=\lim\sqrt{n}\dfrac{1}{\sqrt{n+4}+\sqrt{n+3}}=\lim\dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{4}{n}}+\sqrt{1+\dfrac{3}{n}}}=\dfrac{1}{2}.$

Câu 75. **Chọn C**

Ta có $\lim\left(n-\sqrt{n^2-4n}\right)=\lim\dfrac{\left(n-\sqrt{n^2-4n}\right)\left(n+\sqrt{n^2-4n}\right)}{n+\sqrt{n^2-4n}}$

$=\lim\dfrac{4n}{n+\sqrt{n^2-4n}}=\lim\dfrac{4}{1+\sqrt{1-\dfrac{4}{n}}}=2.$

Câu 76. **Chọn C**

$\lim\left(\sqrt{n^2-4n+7}+a-n\right)=\lim\dfrac{-4n+7+2an-a^2}{\sqrt{n^2-4n+7}-(a-n)}=\lim\dfrac{2a-4+\dfrac{7-a^2}{n}}{\sqrt{1-\dfrac{4}{n}+\dfrac{7}{n^2}}-\dfrac{a}{n}+1}=a-2$

Để $\lim\left(\sqrt{n^2-4n+7}+a-n\right)=0$ thì $a-2=0\Leftrightarrow a=2$.

Câu 77. Ta có: $I=\lim\left[n\left(\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n^2-1}\right)\right]=\lim\dfrac{3n}{\sqrt{n^2+2}+\sqrt{n^2-1}}=\lim\dfrac{3}{\sqrt{1+\dfrac{2}{n^2}}+\sqrt{1-\dfrac{1}{n^2}}}=\dfrac{3}{2}$

Câu 78. Ta có: $\lim n\left(\sqrt{4n^2+3}-\sqrt[3]{8n^3+n}\right)=\lim n\left[\left(\sqrt{4n^2+3}-2n\right)+\left(2n-\sqrt[3]{8n^3+n}\right)\right]$

$=\lim\left[n\left(\sqrt{4n^2+3}-2n\right)+n\left(2n-\sqrt[3]{8n^3+n}\right)\right].$

Ta có: $\lim n\left(\sqrt{4n^2+3}-2n\right)=\lim\dfrac{3n}{\left(\sqrt{4n^2+3}+2n\right)}=\lim\dfrac{3}{\left(\sqrt{4+\dfrac{3}{n^2}}+2\right)}=\dfrac{3}{4}.$

Ta có: $\lim n\left(2n-\sqrt[3]{8n^3+n}\right)=\lim\dfrac{-n^2}{\left(4n^2+2n\sqrt[3]{8n^3+n}+\sqrt[3]{\left(8n^3+n\right)^2}\right)}$

$$=\lim\frac{-1}{\left(4+2\sqrt[3]{8+\dfrac{1}{n^2}}+\sqrt[3]{\left(8+\dfrac{1}{n^2}\right)^2}\right)}=-\frac{1}{12}.$$

Vậy $\lim n\left(\sqrt{4n^2+3}-\sqrt[3]{8n^3+n}\right)=\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{12}=\dfrac{2}{3}$.

Câu 79. $L=\lim\left(\sqrt{9n^2+2n-1}-\sqrt{4n^2+1}\right)=\lim\dfrac{\left(9n^2+2n-1\right)-\left(4n^2+1\right)}{\sqrt{9n^2+2n-1}+\sqrt{4n^2+1}}$

$$=\lim\frac{5n^2+2n-2}{\sqrt{9n^2+2n-1}+\sqrt{4n^2+1}}=\lim\frac{n^2\left(5+\dfrac{2}{n}-\dfrac{2}{n^2}\right)}{n\left(\sqrt{9+\dfrac{2}{n}-\dfrac{1}{n^2}}+\sqrt{4+\dfrac{1}{n^2}}\right)}=\lim n\cdot\left(\frac{5+\dfrac{2}{n}-\dfrac{2}{n^2}}{\sqrt{9+\dfrac{2}{n}-\dfrac{1}{n^2}}+\sqrt{4+\dfrac{1}{n^2}}}\right)$$

$=+\infty$.

Câu 80.

$$L=\lim\left(\sqrt{4n^2+n+1}-9n\right)=\lim\frac{4n^2+n+1-81n^2}{\sqrt{4n^2+n+1}+9n}=\lim\frac{-77n^2+n+1}{\sqrt{4n^2+n+1}+9n}=\lim\frac{n^2\left(-77+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^2}\right)}{n\left(\sqrt{4+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^2}}+9\right)}$$

$$=\lim n\cdot\left(\frac{-77+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^2}}{\sqrt{4+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^2}}+9}\right)=-\infty$$

Vì : $\lim n=+\infty$ và $\lim\left(\dfrac{-77+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^2}}{\sqrt{4+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^2}}+9}\right)=-7<0$.

Câu 81.

$$L=\lim\frac{\left(4n^2+n\right)-\left(4n^2+2\right)}{\sqrt{4n^2+n}+\sqrt{4n^2+2}}=\lim\frac{n-2}{\sqrt{4n^2+n}+\sqrt{4n^2+2}}=\lim\frac{n\left(1-\frac{2}{n}\right)}{n\left(\sqrt{4+\frac{1}{n}}+\sqrt{4+\frac{2}{n^2}}\right)}$$

$$=\lim\frac{1-\frac{2}{n}}{\sqrt{4+\frac{1}{n}}+\sqrt{4+\frac{2}{n^2}}}=\frac{1-0}{\sqrt{4+0}+\sqrt{4+0}}=\frac{1}{4}.$$

Câu 82.

$$L=\lim 25+\lim\left(\sqrt{n^2+3n+5}-n\right)=25+\lim\frac{\left(n^2+3n+5\right)-n^2}{\sqrt{n^2+3n+5}+n}=25+\lim\frac{3n+5}{\sqrt{n^2+3n+5}+n}$$

$$=25+\lim\frac{n\left(3+\frac{5}{n}\right)}{n\left(\sqrt{1+\frac{3}{n}+\frac{5}{n^2}}+1\right)}=25+\lim\frac{3+\frac{5}{n}}{\sqrt{1+\frac{3}{n}+\frac{5}{n^2}}+1}=25+\frac{3+0}{\sqrt{1+0+0}+1}=\frac{53}{2}.$$

Câu 83.

$$L=\lim\frac{(2n+1)-(n+3)}{\sqrt{4n-5}\left(\sqrt{2n+1}+\sqrt{n+3}\right)}=\lim\frac{n-2}{\sqrt{4n-5}\left(\sqrt{2n+1}+\sqrt{n+3}\right)}$$

$$=\lim\frac{n\left(1-\frac{2}{n}\right)}{n\sqrt{4-\frac{5}{n}}\left(\sqrt{2+\frac{1}{n}}+\sqrt{1+\frac{3}{n}}\right)}=\lim\frac{1-\frac{2}{n}}{\sqrt{4-\frac{5}{n}}\left(\sqrt{2+\frac{1}{n}}+\sqrt{1+\frac{3}{n}}\right)}$$

$$=\frac{1-0}{\sqrt{4-0}\left(\sqrt{2+0}+\sqrt{1+0}\right)}=\frac{\sqrt{2}-1}{2}.$$

Câu 84.

$$L=\lim\left(\sqrt[3]{n+4}-\sqrt[3]{n+1}\right)=\lim\frac{3}{\sqrt[3]{(n+4)^2}+\sqrt[3]{(n+4).(n+1)}+\sqrt[3]{(n+1)^2}}$$

$$=\lim\frac{3}{\sqrt[3]{n^2.\left(1+\frac{4}{n}\right)^2}+\sqrt[3]{n^2.\left(1+\frac{4}{n}\right).\left(1+\frac{1}{n}\right)}-\sqrt[3]{n^2.\left(1+\frac{1}{n}\right)^2}}$$

$$=\lim\frac{3}{\sqrt[3]{n^2}\left[\sqrt[3]{\left(1+\frac{4}{n}\right)^2}+\sqrt[3]{\left(1+\frac{4}{n}\right).\left(1+\frac{1}{n}\right)}+\sqrt[3]{\left(1+\frac{1}{n}\right)^2}\right]}=0.$$

Câu 85.

$$L=\lim\left(\sqrt[3]{8n^3+3n^2-2}+\sqrt[3]{5n^2-8n^3}\right)$$

$$=\lim\frac{8n^2-2}{\sqrt[3]{\left(8n^3+3n^2-2\right)^2}-\sqrt[3]{\left(8n^3+3n^2-2\right).\left(5n^2-8n^3\right)}+\sqrt[3]{\left(5n^2-8n^3\right)^2}}$$

$$=\lim\frac{8-\frac{2}{8n^2}}{\sqrt[3]{\left(8+\frac{3}{n}-\frac{2}{n^3}\right)^2}-\sqrt[3]{\left(8+\frac{3}{n}-\frac{2}{n^3}\right).\left(\frac{5}{n}-8\right)}+\sqrt[3]{\left(\frac{5}{n}-8\right)^2}}=\frac{2}{3}.$$

Câu 86.

$$L=\lim\left(\sqrt[3]{8n^3+3n^2+4}-2n+6\right)=6+\lim\left(\sqrt[3]{8n^3+3n^2+4}-2n\right)$$

$$=6+\lim\frac{3n^2+4}{\sqrt[3]{\left(8n^3+3n^2+4\right)^2}+2n.\sqrt[3]{8n^3+3n^2+4}+4n^2}=6+\lim\frac{3+\frac{4}{n^2}}{\sqrt[3]{\left(8+\frac{3}{n}+\frac{4}{n^3}\right)^2}+2.\sqrt[3]{8+\frac{3}{n}+\frac{4}{n^3}}+4}$$

$$=6+\frac{1}{4}=\frac{25}{4}.$$

Câu 87.

$$L=\lim\left(\sqrt[3]{2n-n^3}+n-1\right)=-1+\lim\left(\sqrt[3]{2n-n^3}+n\right)=-1+\lim\frac{2n}{\sqrt[3]{\left(2n-n^3\right)^2}-n\sqrt[3]{2n-2n^3}+n^2}$$

$$=-1+\lim\frac{\frac{2}{n}}{\sqrt[3]{\left(\frac{2}{n^2}-1\right)^2}-\sqrt[3]{\frac{2}{n^2}-1}+1}=-1+0=-1.$$

Câu 88.

$$L=\lim\left(\sqrt[3]{n-n^3}+n+2\right)=2+\lim\left(\sqrt[3]{n-n^3}+n\right)=2+\lim\frac{n}{\sqrt[3]{\left(n-n^3\right)^2}-n.\sqrt[3]{n-n^3}+n^2}$$

$$=2+\lim\frac{\frac{1}{n}}{\sqrt[3]{\left(\frac{1}{n^2}-1\right)^2}-\sqrt[3]{\frac{1}{n^2}-1}+1}=2+0=2.$$

Câu 89.

$$L=\lim\left(\sqrt[3]{n^3-2n^2}-n-1\right)=-1+\lim\left(\sqrt[3]{n^3-2n^2}-n\right)=-1+\lim\frac{-2n^2}{\sqrt[3]{\left(n^3-2n^2\right)^2}+n.\sqrt[3]{2n^3-2n^2}+n^2}$$

$$=-1+\lim\frac{-2}{\sqrt[3]{\left(1-\frac{2}{n}\right)^2}+\sqrt[3]{1-\frac{2}{n}}+1}=-1-\frac{2}{3}=-\frac{5}{3}.$$

Câu 90.

$$L=\lim\left(\sqrt{n^4+n^2}-\sqrt[3]{n^6+1}\right)=\lim\left[\left(\sqrt{n^4+n^2}-n^2\right)-\left(\sqrt[3]{n^6+1}-n^2\right)\right]$$

$$=\lim\left(\sqrt{n^4+n^2}-n^2\right)-\lim\left(\sqrt[3]{n^6+1}-n^2\right)=\lim\frac{\left(n^4+n^2-n^4\right)}{\sqrt{n^4+n^2}+n^2}-\lim\frac{\left(n^6+1\right)-n^6}{\sqrt[3]{\left(n^6+1\right)^2}+n^2\sqrt[3]{n^6+1}+n^4}$$

$$=\lim\frac{n^2}{\sqrt{n^4+n^2}+n^2}-\lim\frac{1}{\sqrt[3]{\left(n^6+1\right)^2}+n^2\sqrt[3]{n^6+1}+n^4}=\lim\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}+1}+0=\frac{1}{2}$$

Câu 91.

$$L=\lim\left(\sqrt{n^2+n+1}-\sqrt[3]{n^3+n^2}\right)=\lim\left[\left(\sqrt{n^2+n+1}-n\right)+\left(n-\sqrt[3]{n^3+n^2}\right)\right]$$

$$=\lim\left[\frac{n^2+n+1-n^2}{\sqrt{n^2+n+1}+n}+\frac{n^3-\left(n^3+n^2\right)}{n^2+n\sqrt[3]{n^3+n^2}+\left(\sqrt[3]{n^3+n^2}\right)^2}\right]$$

$$=\lim\left[\frac{n+1}{\sqrt{n^2+n+1}+n}-\frac{n^2}{n^2+n\sqrt[3]{n^3+n^2}+\left(\sqrt[3]{n^3+n^2}\right)^2}\right]$$

$$=\lim\left[\frac{n\left(1+\frac{1}{n}\right)}{n\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}+1\right)}-\frac{n^2}{n^2\left(1+\sqrt[3]{1+\frac{1}{n}}+\left(\sqrt[3]{1+\frac{1}{n}}\right)^2\right)}\right]$$

$$=\lim\left[\frac{1+\frac{1}{n}}{\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}+1}-\frac{1}{1+\sqrt[3]{1+\frac{1}{n}}+\left(\sqrt[3]{1+\frac{1}{n}}\right)^2}\right]=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

DẠNG 3. DÃY SỐ CHỨA LŨY THỪA

Câu 92. Ta có $\lim q^n=0$ nếu $|q|<1$.

Mặt khác $\left|\frac{4}{e}\right|>1$; $\left|\frac{5}{3}\right|=\left|\frac{-5}{3}\right|>1$; $\left|\frac{1}{3}\right|<1$. Vậy $\lim\left(\frac{1}{3}\right)^n=0$.

Câu 93. ChỌn **B.**

Câu 94. **Chọn A**

$\lim q^n=0$ $(|q|<1)$.

Câu 95. **Chọn A**

Áp dụng $\lim q^n=0$, $|q|<1$

Câu 96. **Chọn A**

Do $0,999<1$ nên $\lim(0,999)^n=0$.

Câu 97. Chọn B

$$\lim\frac{100^{n+1}+3.99^n}{10^{2n}-2.98^{n+1}}=\lim\frac{100+3.\left(\frac{99}{100}\right)^n}{1-2.\left(\frac{98}{100}\right)^n}=100$$

Câu 98. Chọn B

Ta có: $\lim\left(3^n-4^n\right)=\lim 4^n\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n-1\right)=-\infty$.

Câu 99. Chọn D

Ta có $\lim\frac{3.2^{n+1}-2.3^{n+1}}{4+3^n}=\lim\frac{6.\left(\frac{2}{3}\right)^n-6}{4.\left(\frac{1}{3}\right)^n+1}=-6$.

Câu 100. Chọn A

Ta có $\lim\frac{1+2.2017^n}{2016^n+2018^n}=\lim\frac{\left(\frac{1}{2018}\right)^n+2.\left(\frac{2017}{2018}\right)^n}{\left(\frac{2016}{2018}\right)^n+1}=0$.

Câu 101. Chọn D

Ta có: $\lim\frac{2^n+1}{2.2^n+3}=\lim\frac{1+\left(\frac{1}{2}\right)^n}{2+3.\left(\frac{1}{2}\right)^n}=\frac{1+0}{2+0}=\frac{1}{2}$

Câu 102. Chọn B

Ta có $\lim\sqrt{\frac{9^n+3^{n+1}}{5^n+9^{n+a}}}=\lim\sqrt{\frac{1+3\left(\frac{1}{3}\right)^n}{\left(\frac{5}{9}\right)^n+9^a}}=\frac{1}{3^a}\le\frac{1}{2187}\Leftrightarrow\frac{1}{3^a}\le\frac{1}{3^7}\Leftrightarrow a\ge 7$.

Do a nguyên thuộc khoảng $(0;2019)$ nên $a\in\{7;8;...;2018\}$.

Câu 103. Chọn C

Ta có $T=\lim\left(\sqrt{16^{n+1}+4^n}-\sqrt{16^{n+1}+3}\right)=\lim\frac{4^n-3^n}{\sqrt{16^{n+1}+4^n}+\sqrt{16^{n+1}+3^n}}$

$$= \lim \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16.16^n + 4^n} + \sqrt{16.16^n + 3^n}} = \lim \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{\sqrt{16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n} + \sqrt{16 + \left(\frac{3}{4}\right)^n}} = \frac{1}{4+4} = \frac{1}{8}.$$

DẠNG 4. TỔNG CẤP SỐ NHÂN LÙI VÔ HẠNG

Câu 104. $S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$.

Câu 105. Chọn B

Ta có $2; \frac{2}{3}; \frac{2}{3^2}; ...; \frac{2}{3^n}; ...$ là một cấp số nhân lùi vô hạn với công bội $q = \frac{1}{3} < 1$.

$$S = 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + ... + \frac{2}{3^n} + ... = 2.\frac{1}{1-\frac{1}{3}} = 3.$$

Câu 106. Chọn B

$$3,15555... = 3,1(5) = 3,1 + 5\left(\frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + ...\right) = 3,1 + 5.\frac{\frac{1}{10^2}}{1-\frac{1}{10}} = \frac{142}{45}$$

Câu 107. Chọn B

Ta có $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2^n} + ...$ là tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = 1$, $q = \frac{1}{2}$.

Áp dụng công thức được $S = \frac{u_1}{1-q}$ kết quả $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2^n} + ... = 2$.

Câu 108. Chọn D

Ta có $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{-\frac{u_n}{5}}{u_n} = -\frac{1}{5}$ do đó dãy $(u_n), n \in \mathbb{N}^*$ là một cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 3$, $d = -\frac{1}{5}$.

Suy ra $\lim S_n = \frac{u_1}{1-q} = \frac{3}{1+\frac{1}{5}} = \frac{5}{2}$.

Câu 109. Chọn C

Đặt $v_n = u_n - 12, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Khi đó $v_{n+1} = u_{n+1} - 12 = \frac{2}{3}u_n + 4 - 12 = \frac{2}{3}(u_n - 12) = \frac{2}{3}v_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Suy ra dãy số (v_n) là cấp số nhân với công bội $q = \frac{2}{3}$ và số hạng đầu $v_1 = -11$.

Suy ra $v_n = -11\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Từ đó $u_n = -11\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + 12, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy $\lim u_n = 12$.

DẠNG 5. MỘT SỐ BÀI TOÁN KHÁC

Câu 110. Chọn A

Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d = 2 + (n-1)3 = 3n-1$.

$$\lim \frac{n}{u_n} = \lim \frac{n}{3n-1} = \lim \frac{1}{3-\frac{1}{n}} = \frac{1}{3}.$$

Câu 111. Chọn A

Ta có: $u_n = \sqrt{n+2018} - \sqrt{n+2017} = \dfrac{1}{\sqrt{n+2018}+\sqrt{n+2017}}$.

Suy ra: $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{\sqrt{n+2018}+\sqrt{n+2017}}{\sqrt{n+2019}+\sqrt{n+2018}} < 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Do đó, dãy số (u_n) giảm.

Vậy Chọn A

Chú ý:

+ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{\sqrt{n+2018}+\sqrt{n+2017}} = 0$.

+ $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\sqrt{n+2018}+\sqrt{n+2017}}{\sqrt{n+2019}+\sqrt{n+2018}} = 1$.

+ $0 < u_n = \dfrac{1}{\sqrt{n+2018}+\sqrt{n+2017}} < \dfrac{1}{2\sqrt{n+2017}} \le \dfrac{1}{2\sqrt{2018}}$.

Câu 112. Chọn C

Ta có $f(n) = (n^2+n+1)^2 + 1 = (n^2+1)\left[(n+1)^2+1\right]$.

Do đó $u_n = \dfrac{(1^2+1)(2^2+1)(3^2+1)(4^2+1)\ldots\left[(2n-1)^2+1\right]\left[4n^2+1\right]}{(2^2+1)(3^2+1)(4^2+1)(5^2+1)\ldots\left[4n^2+1\right]\left[(2n+1)^2+1\right]}$

$$\Rightarrow u_n = \frac{2}{(2n+1)^2+1} \Rightarrow n\sqrt{u(n)} = \sqrt{\frac{2n^2}{(2n+1)^2+1}}.$$

$$\lim n\sqrt{u(n)} = \lim \sqrt{\frac{2n^2}{(2n+1)^2+1}} = \lim \sqrt{\frac{2}{\left(2+\frac{1}{n}\right)^2+\frac{1}{n^2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Câu 113. Chọn B

Ta có

$u_2 = u_1 + 4.1 + 3$

$u_3 = u_2 + 4.2 + 3$

...

$u_n = u_{n-1} + 4.(n-1) + 3$

Cộng vế theo vế và rút gọn ta được

$u_n = u_1 + 4.(1+2+...+n-1) + 3(n-1) = 4\dfrac{n(n-1)}{2} + 3(n-1) = 2n^2 + n - 3$, với mọi $n \geq 1$.

Suy ra

$u_{2n} = 2(2n)^2 + 2n - 3$

$u_{2^2 n} = 2(2^2 n)^2 + 2^2 n - 3$

...

$u_{2^{2018} n} = 2(2^{2018} n)^2 + 2^{2018} n - 3$

Và

$u_{4n} = 2(4n)^2 + 4n - 3$

$u_{4^2 n} = 2(4^2 n)^2 + 4^2 n - 3$

...

$u_{4^{2018} n} = 2(4^{2018} n)^2 + 4^{2018} n - 3$

Do đó $\lim \dfrac{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{4n}} + \sqrt{u_{4^2 n}} + ... + \sqrt{u_{4^{2018} n}}}{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{2n}} + \sqrt{u_{2^2 n}} + ... + \sqrt{u_{2^{2018} n}}}$

$$= \lim \frac{\sqrt{2 + \frac{1}{n} - \frac{3}{n^2}} + \sqrt{2.4^2 + \frac{4}{n} - \frac{3}{n^2}} + ... + \sqrt{2(4^{2018})^2 + \frac{4^{2018}}{n} - \frac{3}{n^2}}}{\sqrt{2 + \frac{1}{n} - \frac{3}{n^2}} + \sqrt{2.2^2 + \frac{2}{n} - \frac{3}{n^2}} + ... + \sqrt{2(2^{2018})^2 + \frac{2^{2018}}{n} - \frac{3}{n^2}}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(1 + 4 + 4^2 + ... + 4^{2018})}{\sqrt{2}(1 + 2 + 2^2 + ... + 2^{2018})} = \frac{1\frac{1-4^{2019}}{1-4}}{\frac{1-2^{2019}}{1-2}} = \frac{1}{3}\frac{4^{2019}-1}{2^{2019}-1} = \frac{2^{2019}+1}{3}.$$

Vì $2^{2019} > 2019$ cho nên sự xác định ở trên là duy nhất nên $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 3 \end{cases}$

Vậy $S = a + b - c = 0$.

Câu 114. Chọn A

Ta tính giới hạn của các dãy số trong từng đáp án:

+) Đáp án A: $\lim u_n = \lim \dfrac{(2017-n)^{2018}}{n(2018-n)^{2017}} = \lim \left[\dfrac{2017-n}{n} . \left(\dfrac{2017-n}{2018-n} \right)^{2017} \right]$

$$= \lim \left[\left(\frac{2017}{n} - 1 \right) \left(\frac{\frac{2017}{n} - 1}{\frac{2018}{n} - 1} \right)^{2017} \right] = -1 .$$

+) Đáp án B: $\lim u_n = \lim n\left(\sqrt{n^2+2018} - \sqrt{n^2+2016} \right) = \lim \dfrac{n\left(n^2+2018-n^2-2016\right)}{\sqrt{n^2+2018}+\sqrt{n^2+2016}}$

$$= \lim \frac{2n}{\sqrt{n^2+2018}+\sqrt{n^2+2016}} = \lim \frac{2}{\sqrt{1+\frac{2018}{n^2}}+\sqrt{1+\frac{2016}{n^2}}} = 1 .$$

+) Đáp án C:

Cách 1: Ta có $u_{n+1} - 1 = \dfrac{1}{2}(u_n - 1) \Rightarrow u_n - 1 = \dfrac{1}{2}(u_{n-1} - 1) = ... = \dfrac{1}{2^{n-1}}(u_1 - 1)$

$$\Rightarrow u_n = \frac{2016}{2^{n-1}} + 1 \Leftrightarrow u_n = 4032.\left(\frac{1}{2}\right)^n + 1 \Rightarrow \lim u_n = 1 .$$

Cách 2:

Bước 1: Ta chứng minh (u_n) giảm và bị chặn dưới bởi 1.

Thật vậy bằng quy nạp ta có $u_1 = 2017 > 1$.

Giả sử $u_n > 1 \Rightarrow u_{n+1} = \dfrac{1}{2}(u_n + 1) > \dfrac{1}{2}(1+1) = 1$

Vậy $u_n > 1 \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Hơn nữa $u_{n+1} - u_n = \dfrac{1}{2}(1 - u_n) < 0$ nên (u_n) là dãy giảm

Suy ra (u_n) có giới hạn $\lim u_n = a$

Bước 2: Ta có $a = \lim u_n = \lim u_{n+1} = \lim \dfrac{1}{2}(u_n + 1) = \dfrac{1}{2}\lim u_n + \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}a + \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow a = 1$.

+) Đáp án D:

Ta có $u_n=\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+...+\frac{1}{n(n+1)}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}$

$\Rightarrow \lim u_n=\lim\frac{n}{n+1}=1$.

Câu 115. Ta có $u_{n-1}=n^2(u_{n-1}-u_n)\Leftrightarrow u_{n-1}(n^2-1)=n^2u_n\Leftrightarrow u_n=\frac{n-1}{n}.\frac{n+1}{n}.u_{n-1}$. Khi đó ta có:

$u_2=\frac{1}{2}.\frac{3}{2}.u_1$

$u_3=\frac{2}{3}.\frac{4}{3}.u_2$

…

$u_n=\frac{n-1}{n}.\frac{n+1}{n}.u_{n-1}$

Nhân theo vế các đẳng thức trên ta có $u_n=\frac{n+1}{2n}.u_1=\frac{n+1}{n}.1008$. Vậy $\lim u_n=1008$.

Câu 116. Ta có $u_n=\frac{n}{(1+n^2)^2-n^2}=\frac{n}{(n^2+n+1)(n^2-n+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n^2-n+1}-\frac{1}{n^2+n+1}\right)$

Ta có $u_1+u_2+...+u_n=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{13}+\frac{1}{13}-\frac{1}{21}+...+\frac{1}{n^2-n+1}-\frac{1}{n^2+n+1}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{n^2+n+1}\right)=\frac{1}{2}\frac{n^2+n}{n^2+n+1}$

Suy ra $\lim(u_1+u_2+...+u_n)=\frac{1}{2}\lim\frac{1+\frac{1}{n}}{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}=\frac{1}{2}$.

Câu 117. • Chứng minh (u_n) là dãy giảm, tức là chứng minh: $u_{n+1}\le u_n,\forall n\in\mathbb{N}^*$.

- Với $n=1$, ta có: $3\sqrt{4u_2+1}=\sqrt{4u_1+1}+4\Leftrightarrow u_2=\frac{10}{9}\le u_1$.

- Giả sử mệnh đề đúng với $n=k$, tức là: $u_{k+1}\le u_k,\forall n\in\mathbb{N}^*$.

- Ta cần chứng minh mệnh đề đúng với $n=k+1$, tức là chứng minh: $u_{k+2}\le u_{k+1}$. Ta có:

$3\sqrt{4u_{k+2}+1}=\sqrt{4u_{k+1}+1}+4\le\sqrt{4u_k+1}+4=33\sqrt{4u_{k+1}+1}\Leftrightarrow u_{k+2}\le u_{k+1}$.

- Vậy theo nguyên lý quy nạp suy ra $u_{n+1}\le u_n,\forall n\in\mathbb{N}^*$, tức (u_n) là dãy giảm.

- Tương tự, dùng quy nạp ta dễ dàng chứng minh được $\frac{3}{4} < u_n \le 2$, tức dãy (u_n) bị chặn. Từ đó suy ra dãy số có giới hạn.

- Đặt $x = \lim u_n$. Khi $n \to +\infty$ thì $u_{n+1} \to x$ và

$3\sqrt{4x+1} = \sqrt{4x+1} + 4 \Leftrightarrow 36x + 9 = 4x + 1 + 16 + 8\sqrt{4x+1} \Leftrightarrow \sqrt{4x+1} = 4x - 1 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$.

Vậy $\lim u_n = \frac{3}{4}$.

Câu 118. Chọn C

Đặt $u_n = v_n + \frac{1}{2}$, thay vào biểu thức truy hồi ta có $v_n + \frac{1}{2} = 3\left(v_{n-1} + \frac{1}{2}\right) - 1 \Leftrightarrow v_n = 3v_{n-1}, \forall n \ge 2$.

Dễ thấy (v_n) là cấp số nhân với $v_1 = u_1 - \frac{1}{2} = -2 - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$, công bội $q = 3$, suy ra $v_n = -\frac{5}{2}.3^{n-1}$.

Do đó $u_n = v_n + \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}.3^{n-1} + \frac{1}{2}(n \ge 1)$.

Vậy $L = \lim \frac{u_n}{3^n} = \lim\left(-\frac{5}{6} + \frac{1}{2.3^n}\right) = -\frac{5}{6}$.

Câu 119. Vì dãy các tam giác $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, $A_3B_3C_3$,... là các tam giác đều nên bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác bằng cạnh$\times\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Với $n = 1$ thì tam giác đều $A_1B_1C_1$ có cạnh bằng 3 nên đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_1B_1C_1$ có bán kính $R_1 = 3.\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_1 = \pi\left(3.\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$.

Với $n = 2$ thì tam giác đều $A_2B_2C_2$ có cạnh bằng $\frac{3}{2}$ nên đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_2B_2C_2$ có bán kính $R_2 = 3.\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_2 = \pi\left(3.\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$.

Với $n = 3$ thì tam giác đều $A_3B_3C_3$ có cạnh bằng $\frac{3}{4}$ nên đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_2B_2C_2$ có bán kính $R_3 = 3.\frac{1}{4}.\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_3 = \pi\left(3.\frac{1}{4}.\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$.

.

Như vậy tam giác đều $A_nB_nC_n$ có cạnh bằng $3.\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ nên đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$ có bán kính $R_n = 3.\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}.\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_n = \pi\left(3.\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}.\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$.

Khi đó ta được dãy S_1, S_2, ...S_n... là một cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1 = S_1 = 3\pi$ và công bội $q = \frac{1}{4}$.

Do đó tổng $S = S_1 + S_2 + ... + S_n + ... = \frac{u_1}{1-q} = 4\pi$.

Câu 120. + Với phương án A:

$$u_n = \frac{n(n-2018)^{2017}}{(n-2017)^{2018}} \to \frac{n.n^{2017}}{n^{2018}} \to 1.$$

+ Với phương án B:

$$u_n = n\left(\sqrt{n^2+2020} - \sqrt{4n^2+2017}\right) \to n\left(\sqrt{n^2} - \sqrt{4n^2}\right) \to n.(-n) \to -\infty.$$

+ Với phương án C:

$$u_n = \left(1-\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3}\right) = 1 - \frac{1}{2n+3} \to \frac{1}{2}.$$

+ Với phương án D:

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n+1) \Leftrightarrow u_{n+1} - 1 = \frac{1}{2}(u_n - 1).$$

Đặt $v_n = u_n - 1$, ta có $\begin{cases} v_1 = 2017 \\ v_{n+1} = \frac{1}{2}.v_n,\ n \geq 1 \end{cases}$.

Suy ra dãy (v_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu bằng 2017, công bội bằng $\frac{1}{2}$ nên

$$v_n = 2017.\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \quad (n \geq 1).$$

Suy ra $u_n = 2017.\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + 1 \ (n \geq 1)$, do đó $\lim u_n = 1$.

Chú ý:

Ở phương án D, ta có thể chứng minh $u_n > 1$ với mọi $n \geq 1$ và (u_n) là dãy giảm nên (u_n) sẽ có giới hạn. Gọi $\lim u_n = a$.

Khi đó từ $u_{n+1}=\frac{1}{2}\left(u_n+1\right)$, $n\ge 1$ suy ra $a=\frac{1}{2}(a+1)\Leftrightarrow a=1$, do đó $\lim u_n=1$.

Câu 121. Ta có $\forall n\in\mathbb{N}^*$,

$$u_{n+1}=\sqrt{\frac{2}{3}u_n^2+a}\Rightarrow u_{n+1}^2-3a=\frac{2}{3}\left(u_n^2-3a\right).$$

Đặt $v_n=u_n^2-3a$ thì (v_n) là cấp số nhân với $v_1=1-3a$ và công bội $q=\frac{2}{3}$.

Do đó $v_n=\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}(1-3a)\Rightarrow u_n^2=v_n+3a=\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}(1-3a)+3a$.

Suy ra $u_1^2+u_2^2+...+u_n^2-2n=(1-3a)\dfrac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^n}{1-\frac{2}{3}}-2n+3na=3(1-3a)\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)-n(3a-2)$.

Vì $\lim\left(u_1^2+u_2^2+...+u_n^2-2n\right)=b$ nên

$$\lim\left(3(1-3a)\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)-n(3a-2)\right)=b\Leftrightarrow\begin{cases}3a-2=0\\ b=3(1-3a)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{2}{3}\\ b=-3\end{cases},$$

suy ra $T=ab=-2$.

Câu 122. Ta có $C_n^3=\dfrac{n!}{3!(n-3)!}=\dfrac{(n-3)!(n-2)(n-1)n}{(n-3)!\times 6}=\dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}\Rightarrow\dfrac{1}{C_n^3}=\dfrac{6}{n(n-1)(n-2)}$

Vậy ta có $S_n=\dfrac{6}{1.2.3}+\dfrac{6}{2.3.4}+\dfrac{6}{3.4.5}+...+\dfrac{6}{n(n-1)(n-2)}$

Nhận xét $\dfrac{2}{1.2.3}=\dfrac{1}{1.2}-\dfrac{1}{2.3}$; $\dfrac{2}{2.3.4}=\dfrac{1}{2.3}-\dfrac{1}{3.4}$;…; $\dfrac{2}{(n-2)(n-1)n}=\dfrac{1}{(n-2)(n-1)}-\dfrac{1}{(n-1)n}$

$$\Rightarrow S_n=3\left(\frac{1}{1.2}-\frac{1}{2.3}+\frac{1}{2.3}-\frac{1}{3.4}+...+\frac{1}{n-2}-\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)=3\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{n}\right)=3\left(\frac{n-2}{2n}\right)=\frac{3n-6}{2n}$$

Vậy $\lim S_n=\lim\left(\dfrac{3n-6}{2n}\right)=\lim\left(\dfrac{3-\frac{6}{n}}{2}\right)=\dfrac{3}{2}$.

Câu 123. Do $\dfrac{9^n+3^{n+1}}{5^n+9^{n+a}}>0$ với $\forall n$ nên $\lim\sqrt{\dfrac{9^n+3^{n+1}}{5^n+9^{n+a}}}=\sqrt{\lim\dfrac{9^n+3^{n+1}}{5^n+9^{n+a}}}=\sqrt{\lim\dfrac{1+3.\left(\frac{1}{3}\right)^n}{\left(\frac{5}{9}\right)^n+9^a}}=\sqrt{\dfrac{1}{9^a}}=\dfrac{1}{3^a}$.

Theo đề bài ta có $\lim\sqrt{\dfrac{9^n+3^{n+1}}{5^n+9^{n+a}}}\le\dfrac{1}{2187}\Leftrightarrow\dfrac{1}{3^a}\le\dfrac{1}{2187}\Leftrightarrow a\ge 7$. Do a là số nguyên thuộc khoảng $\left(0;2018\right)$ nên có $a\in\left\{7;8;9;...;2017\right\}\Rightarrow$ có 2011 giá trị của a.

Câu 124. Chọn A

Theo đề, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\dfrac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó và sau đó lại rơi xuống từ độ cao thứ hai. Do đó độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến:

◎ Thời điểm chạm đất lần thứ nhất là $d_1=55,8\text{m}$.

◎ Thời điểm chạm đất lần thứ 2 là $d_2=55,8+2.\dfrac{55,8}{10}$.

◎ Thời điểm chạm đất lần thứ 3 là $d_3=55,8+2.\dfrac{55,8}{10}+2.\dfrac{55,8}{10^2}$.

◎ Thời điểm chạm đất lần thứ 4 là $d_4=55,8+2.\dfrac{55,8}{10}+2.\dfrac{55,8}{10^2}+2.\dfrac{55,8}{10^3}$.

....

◎ Thời điểm chạm đất lần thứ $n,\left(n>1\right)$ là $d_n=55,8+2.\dfrac{55,8}{10}+2.\dfrac{55,8}{10^2}+...+2.\dfrac{55,8}{10^{n-1}}$.

Do đó độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất là

$d=55,8+2.\dfrac{55,8}{10}+2.\dfrac{55,8}{10^2}+...+2.\dfrac{55,8}{10^{n-1}}+...$ (mét).

Vì $2.\dfrac{55,8}{10}$, $2.\dfrac{55,8}{10^2}$, $2.\dfrac{55,8}{10^3}$, …, $2.\dfrac{55,8}{10^{n-1}}$,…, là một cấp số nhân lùi vô hạn, công bội $q=\dfrac{1}{10}$, nên ta có $2.\dfrac{55,8}{10}+2.\dfrac{55,8}{10^2}+...+2.\dfrac{55,8}{10^{n-1}}+...=\dfrac{2.\dfrac{55,8}{10}}{1-\dfrac{1}{10}}=12,4$.

Vậy $d=55,8+2.\dfrac{55,8}{10}+2.\dfrac{55,8}{10^2}+...+2.\dfrac{55,8}{10^{n-1}}+...=55,8+12,4=68,2$.

Câu 125. Chọn A

Giả sử $\begin{cases}\lim u_n=a\\ \lim v_n=b\end{cases}$, ta có $\begin{cases}\lim u_{n+1}=\lim\left(4v_n-2\right)\\ \lim v_{n+1}=\lim\left(u_n+1\right)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=4b-2\\ b=a+1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{2}{3}\\ b=\dfrac{1}{3}\end{cases}$.

Vậy $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(u_n+2v_n\right)=a+2b=-\frac{2}{3}+2.\frac{1}{3}=0$.

Câu 126. Chọn C

Gọi bán kính khối cầu dưới cùng là $R_1=50\,\text{cm}$.

Gọi R_2, $R_3,\ldots,R_n$ lần lượt là bán kính của các khối cầu $R_2,R_3,...,R_n$ nằm nằm ngay trên khối cầu dưới cùng.

Ta có $R_2=\frac{R_1}{2}$, $R_3=\frac{R_2}{2}=\frac{R_1}{4},\ldots,$ $R_n=\frac{R_{n-1}}{2}=\frac{R_1}{2^{n-1}}$

Gọi h_n là chiều cao của mô hình gồm có n khối cầu chồng lên nhau.

Ta có

$$h_n=2R_1+2R_2+2R_3+...+2R_n=2\left(R_1+\frac{1}{2}R_1+\frac{1}{4}R_1+...+\frac{1}{2^{n-1}}R_1\right)=2R_1\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2^{n-1}}\right)$$

Suy ra chiều cao mô hình là $h=\lim\limits_{n\to+\infty}h_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left[2R_1\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2^{n-1}}\right)\right]$

Xét dãy số $1;\frac{1}{2};\frac{1}{4};...;\frac{1}{2^{n-1}};\frac{1}{2^n};...$ là một cấp số nhân có $u_1=1$ và công bội $q=\frac{1}{2}$ nên là dãy cấp số nhân lùi vô hạn. Do đó $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{1}{2^n}+...=\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=2$

Suy ra $h=2R_1.2=200\,\text{cm}$. Vậy chiều cao mô hình nhỏ hơn $200\,\text{cm}$.

Câu 127. Chọn C

Lần đầu rơi xuống, quảng đường quả bóng đã bay đến lúc chạm đất là $8m$.

Sau đó quả bóng nảy lên và rơi xuống chạm đất lần thứ 2 thì quảng đường quả bóng đã bay là $8+2.8.\frac{3}{4}$.

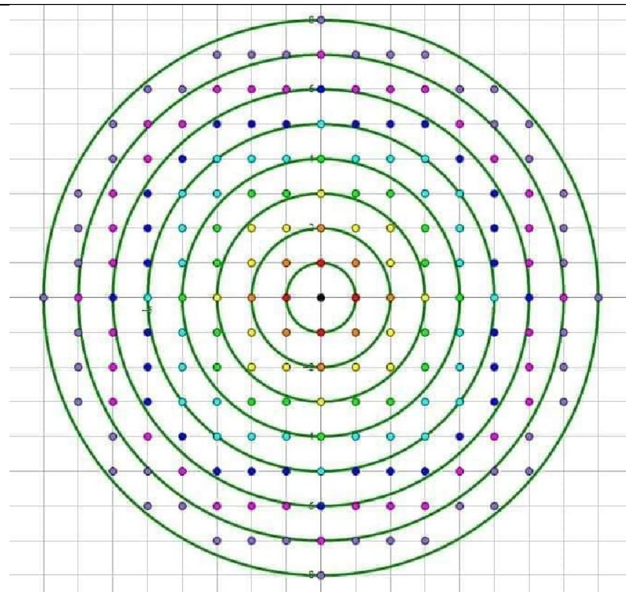
Tương tự, khi quả bóng nảy lên và rơi xuống chạm đất lần thứ n thì quảng đường quả bóng đã bay là $8+2.8.\frac{3}{4}+.......+2.8.(\frac{3}{4})^{n-1}=8+\frac{1-(\frac{3}{4})^n}{1-\frac{3}{4}}=8+48(1-(\frac{3}{4})^{n-1})$.

Quảng đường quả bóng đã bay từ lúc thả đến lúc không máy nữa bằng:

$\lim[8+48(1-(\frac{3}{4})^{n-1})]=8+48=56$.

Câu 128. Chọn C

Cách 1:



Xét điểm $M(x;y)$ bất kì nằm trong (tính cả biên) của hình tròn (C_n): $x^2+y^2\le n^2$.

Mỗi điểm M tương ứng với một và chỉ một hình vuông đơn vị $S(M)$ nhận M là đỉnh ở góc trái, phía dưới, có các cạnh lần lượt song song hoặc nằm trên các trục tọa độ.

Ta được s_n bằng số các hình vuông $S(M)$ và bằng tổng diện tích của $S(M)$, với $M\in(C_n)$.

Nhận xét: các hình vuông $S(M)$, $S(M)$ đều nằm trong hình tròn $\left(C_{n+\sqrt{2}}\right)$: $x^2+y^2\le\left(n+\sqrt{2}\right)^2$.

Do đó $s_n\le\pi\left(n+\sqrt{2}\right)^2$. (1)

Mặt khác, các hình vuông $S(M)$ phủ kín hình tròn $\left(C_{n-\sqrt{2}}\right)$: $x^2+y^2\le\left(n-\sqrt{2}\right)^2$.

Vì thế $s_n\ge\pi\left(n-\sqrt{2}\right)^2$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $\sqrt{\pi}\left(n-\sqrt{2}\right)\le\sqrt{s_n}\le\sqrt{\pi}\left(n+\sqrt{2}\right)$, $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $n\ge 2$.

$$\Leftrightarrow\sqrt{\pi}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{n}\right)\le\frac{\sqrt{s_n}}{n}\le\sqrt{\pi}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{n}\right)$$

Mà $\lim\sqrt{\pi}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{n}\right)=\lim\sqrt{\pi}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{n}\right)=\sqrt{\pi}$, theo nguyên lí kẹp, ta được $\lim\frac{\sqrt{s_n}}{n}=\sqrt{\pi}$.

Cách 2: Gọi D_n là số cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $x^2+y^2\le n^2$ với $x\ne y$ và E_n là số cặp số nguyên $(x;x)$ thỏa mãn $x^2+y^2\le n^2$. Ta có E_n là số các số nguyên k sao cho $2k^2\le n^2$, từ $k\le\frac{\sqrt{2}}{2}n$, ta có $n\in\mathbb{Z}$ và $-\left[\frac{n\sqrt{2}}{2}\right]\le k\le\left[\frac{n\sqrt{2}}{2}\right]$. Cho nên $E_n=2\left[\frac{n\sqrt{2}}{2}\right]+1$.

Tiếp theo, ta đánh giá D_n.

Tổng số cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $x^2+y^2\le n^2$ với $x\ne y$ là $4N_n$ với N_n là số các cặp số tự nhiên $(x;y)$ thỏa mãn $x^2+y^2\le n^2$ và $x\ne y$. Giả sử $(x;y)\in\mathbb{N}^2$ thỏa mãn $x^2+y^2\le n^2$, khi đó $0\le x\le n$, $0\le y\le\left\lfloor\sqrt{n^2-x^2}\right\rfloor$.

Nên ta có đánh giá với D_n là $4\left(-n+\sum\limits_{0\le x\le n}\left\lfloor n^2-x^2\right\rfloor\right)\le 4N_n\le D_n\le 4\sum\limits_{0\le x\le n}\left\lfloor\sqrt{n^2-x^2}\right\rfloor$.

Vì thế cho nên từ $s_n=E_n+D_n$, có $-4n+1+T_n\le s_n\le 1+T_n$, trong đó $T_n=2\left\lfloor\dfrac{n\sqrt{2}}{2}\right\rfloor+4\sum\limits_{1\le x\le n}\left\lfloor\sqrt{n^2-x^2}\right\rfloor$.

Suy ra $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{s_n}{n^2}=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{n^2}\left(2\left\lfloor\dfrac{n\sqrt{2}}{2}\right\rfloor+4\sum\limits_{1\le x\le n}\left\lfloor\sqrt{n^2-x^2}\right\rfloor\right)$. Do đánh giá về phần nguyên

$$2\left\lfloor\frac{n\sqrt{2}}{2}\right\rfloor+4\sum_{1\le x\le n}\left\lfloor\sqrt{n^2-x^2}\right\rfloor\le 2\left(\frac{n\sqrt{2}}{2}\right)+4\sum_{1\le x\le n}\sqrt{n^2-x^2},$$

$$2\left\lfloor\frac{n\sqrt{2}}{2}\right\rfloor+4\sum_{1\le x\le n}\left\lfloor\sqrt{n^2-x^2}\right\rfloor\ge 2\left(\frac{n\sqrt{2}}{2}\right)+4\sum_{1\le x\le n}\left(\sqrt{n^2-x^2}-1\right)$$

Nên ta được $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{s_n}{n^2}=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{4}{n^2}\sum\limits_{1\le x\le n}\sqrt{n^2-x^2}=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{4}{n}\sum\limits_{1\le x\le n}\sqrt{1-\left(\dfrac{x}{n}\right)^2}$

Về bản chất, kết quả giới hạn này là giá trị của tích phân xác định $I=\int\limits_0^1 4\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{dx}=\pi$.

Vậy $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sqrt{s_n}}{n}=\sqrt{\pi}$.

TOÁN 11	GIỚI HẠN HÀM SỐ
1D4-2	

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. GIỚI HẠN HỮU HẠN

Câu 1. **(THPT THANH MIỆN I - HẢI DƯƠNG - LẦN 1 - 2018)** Cho các giới hạn: $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=2$; $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=3$, hỏi $\lim\limits_{x\to x_0}\left[3f(x)-4g(x)\right]$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** -6. **D.** 3.

Câu 2. **(THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1}\left(2x^2-3x+1\right)$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 3. **(THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018)** Tính giới hạn $L=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{x+3}$

A. $L=-\infty$. **B.** $L=0$. **C.** $L=+\infty$. **D.** $L=1$.

Câu 4. **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1}\left(3x^2-2x+1\right)$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 5. **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Giới hạn $\lim\limits_{x\to -1}\left(x^2-x+7\right)$ bằng?

A. 5. **B.** 9. **C.** 0. **D.** 7.

Câu 6. **(THUẬN THÀNH SỐ 2 LẦN 1_2018-2019)** Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+3}{x+1}$ bằng?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 7. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+2}{x-1}$ ta được kết quả

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 8. $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\left|x^2-4\right|$ bằng

A. -5. **B.** 1. **C.** 5. **D.** -1.

Câu 9. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1}{x+2}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $-\infty$.

Câu 10. Tính $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-2x^2+2020}{2x-1}$.

A. 0. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$ **D.** 2019.

Câu 11. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2|x+1|-5\sqrt{x^2-3}}{2x+3}$ bằng.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{7}$. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 12. **(THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-HKI 18-19)** Tìm giới hạn $A=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x+1}{x^2+x+4}$.

A. $-\dfrac{1}{6}$. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$. **D.** 1.

Câu 13. Giới hạn nào sau đây có kết quả bằng $+\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-3}{(x-1)^2}$ **B.** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-2}{(x-1)^2}$ **C.** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{-x-1}{(x-1)^2}$ **D.** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1}{(x-1)^2}$

Câu 14. Cho $\lim\limits_{x\to 3}f(x)=-2$. Tính $\lim\limits_{x\to 3}\left[f(x)+4x-1\right]$.

A. 5. **B.** 6. **C.** 11. **D.** 9.

Câu 15. Biểu thức $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x}{x}$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{2}{\pi}$. **C.** $\dfrac{\pi}{2}$. **D.** 1.

Câu 16. **(THPT CHUYÊN BẮC NINH - LẦN 1 - 2018)** Cho $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\left(\sqrt{3x+1}-1\right)}{x}$ và $J=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x-2}{x+1}$. Tính $I-J$.

A. 6. **B.** 3. **C.** -6. **D.** 0.

Câu 17. **(THCS&THPT NGUYỄN KHUYẾN - BÌNH DƯƠNG - 2018)** Gọi A là giới hạn của hàm số $f(x)=\dfrac{x+x^2+x^3+...+x^{50}-50}{x-1}$ khi x tiến đến 1. Tính giá trị của A.

A. A không tồn tại. **B.** $A=1725$. **C.** $A=1527$. **D.** $A=1275$.

DẠNG 2. GIỚI HẠN MỘT BÊN

Câu 18. **(THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG - PHÚ THỌ - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;\ b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên đoạn $[a;\ b]$ là?

A. $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$. **B.** $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=f(b)$.

C. $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=f(b)$. **D.** $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$.

Câu 19. **(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}=+\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}=-\infty$. **C.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x^5}=+\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{\sqrt{x}}=+\infty$.

Câu 20. **(THPT NGUYỄN TRÃI-THANH HOÁ - Lần 1.Năm 2018&2019)** Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $-\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **B.** $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **C.** $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **D.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$.

Câu 21. Trong các giới hạn dưới đây, giới hạn nào là $+\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{2x-1}{4-x}$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x^3+2x+3\right)$. **C.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$. **D.** $\lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{2x-1}{4-x}$.

Câu 22. **(THPT Đông Sơn 1 - Thanh Hóa - Lần 2 - Năm học 2018 - 2019)** Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{-2x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 23. $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x+2}{x-1}$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\infty$ **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 24. $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{3x^2+1}-x}{x-1}$ bằng?

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$ **D.** $-\dfrac{3}{2}$.

Câu 25. Tính $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{1}{x-3}$.

A. $-\frac{1}{6}$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 26. Tính $\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x+1}{x-1}$.

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** $-\infty$.

Câu 27. Giới hạn $\lim\limits_{x\to a^-}\frac{1}{x-a}$ bằng:

A. $-\frac{1}{2a}$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Câu 28. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+}(x-2)\sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** Kết quả khác.

Câu 29. Tính $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{-2x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 30. Cho $\lim\limits_{x\to 2^+}(x-2)\sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$. Tính giới hạn đó.

A. $+\infty$. **B.** **1** **C.** **0**. **D.** $-\infty$

Câu 31. $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 1. **D.** 0

Câu 32. Tìm $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{1-2x}{x-1}$.

A. $-\infty$. **B.** -2. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 33. **(Chuyên Lê Quý Đôn – Điện Biên lần 3 - 2019)** Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x^2+1}{x-1}$.

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 1.

Câu 34. **(LIÊN TRƯỜNG - NGHỆ AN - LẦN 2 - 2018)** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**

A. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=-\frac{3}{2}$. **B.** $\lim\limits_{x\to-1^-}\frac{3x+2}{x+1}=-\infty$.

C. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=+\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{3x+2}{x+1}=-\infty$.

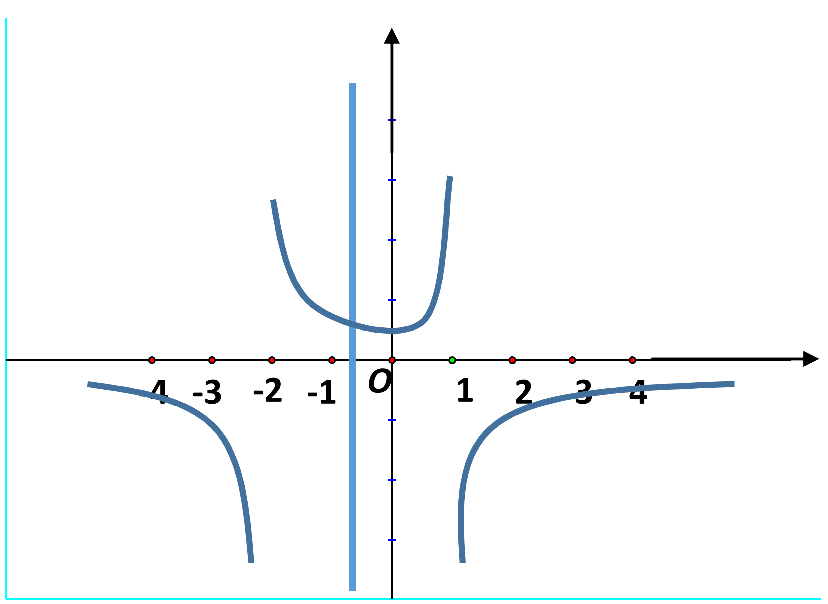
Câu 35. **(THPT NGUYỄN TRÃI - ĐÀ NẴNG - 2018)** Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{4x-3}{x-1}$

A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** $-\infty$. **D.** -2.

Câu 36. **(THPT CHUYÊN BIÊN HÒA - HÀ NAM - 2018)** Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-2^-}\frac{3+2x}{x+2}$.

A. $-\infty$. **B.** 2. **C.** $+\infty$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 37. **(THPT BÌNH GIANG - HẢI DƯƠNG - 2018)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-\infty;-2)$, $(-2;1)$, $(1;+\infty)$, $f(x)$ không xác định tại $x=-2$ và $x=1$, $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.



A. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=+\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=+\infty$.

C. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=-\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=-\infty$.

Câu 38. **(THPT THANH CHƯƠNG - NGHỆ AN - 2018)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-2x-3}{x+1}$ bằng

A. 0. **B.** -4. **C.** -3. **D.** 1.

Câu 39. **(SỞ GD&ĐT YÊN BÁI - 2018)** Tính giới hạn bên phải của hàm số $f(x)=\dfrac{3x-7}{x-2}$ khi $x\to 2$.

A. $-\infty$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{7}{2}$. **D.** $-\infty$.

Câu 40. **(SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{2-\sqrt{x+3}}{x^2-1} & \text{khi } x\neq 1\\ \dfrac{1}{8} & \text{khi } x=1\end{cases}$. Tính $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$.

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** $-\dfrac{1}{8}$.

Câu 41. **(THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Biết $\lim\limits_{x\to -1} f(x)=4$. Khi đó $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{f(x)}{(x+1)^4}$ bằng:

A. $-\infty$. **B.** 4. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{x-2}-\frac{1}{x^3-8} & \text{khi } x>2 \\ x+\frac{m^2}{2}-2m & \text{khi } x\le 2 \end{cases}$. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số có giới hạn tại $x=2$.

A. $m=3$ hoặc $m=-2$. **B.** $m=1$ hoặc $m=3$.
C. $m=0$ hoặc $m=1$. **D.** $m=2$ hoặc $m=1$.

Câu 43. Gọi a,b là các giá trị để hàm số $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2+ax+b}{x^2-4}, x<-2 \\ x+1, x\ge -2 \end{cases}$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới -2. Tính $3a-b$?

A. 8. **B.** 4. **C.** 24. **D.** 12.

Câu 44. **(THPT Đông Sơn 1 - Thanh Hóa - Lần 2 - Năm học 2018 - 2019)** Tìm a để hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2+ax+1 \text{ khi } x>2 \\ 2x^2-x+1 \text{ khi } x\le 2 \end{cases}$ có giới hạn tại $x=2$.

A. -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 45. **(SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x>0 \\ mx+m+\frac{1}{4} & \text{khi } x\le 0 \end{cases}$, m là tham số. Tìm giá trị của m để hàm số có giới hạn tại $x=0$.

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-\frac{1}{2}$.

DẠNG 3. GIỚI HẠN TẠI VÔ CỰC

Câu 46. **(THPT LÊ HOÀN - THANH HÓA - LẦN 1 - 2018)** Giả sử ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=a$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x).g(x)\right]=a.b$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-g(x)\right]=a-b$.

C. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{a}{b}$. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)+g(x)\right]=a+b$.

Câu 47. **(THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Chọn kết quả đúng của $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-4x^5-3x^3+x+1\right)$.

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** -4.

Câu 48. **(THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x^3-x^2+1\right)$

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 49. **(LÊ QUÝ ĐÔN - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018)** Giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(3x^3+5x^2-9\sqrt{2}x-2017\right)$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 3. **C.** -3. **D.** $+\infty$.

Câu 50. **(THPT HÀM RỒNG - THANH HÓA - 2018)** Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{4x+2}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{-1}{4}$. **D.** $\dfrac{-1}{2}$

Câu 51. **(THPT Yên Mỹ Hưng Yên lần 1 - 2019)** Cho bảng biến thiên hàm số: $y=\dfrac{3-x}{x-2}$, phát biểu nào sau đây là đúng:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	a ↘		$-\infty$ || $+\infty$	↘	b

A. a là $\lim\limits_{x\to+\infty}y$. **B.** b là $\lim\limits_{x\to-\infty}y$. **C.** b là $\lim\limits_{x\to1^+}y$. **D.** a là $\lim\limits_{x\to-\infty}y$.

Câu 52. **(SGD&ĐT BẮC GIANG - LẦN 1 - 2018)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-1}{2x+5}$ bằng:

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 53. **(THPT CHUYÊN AN GIANG - 2018)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-x}{3x+2}$ bằng:

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 54. **(THPT CHUYÊN NGỮ - HÀ NỘI - 2018)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-1}{x+5}$ bằng:

A. 3. **B.** -3. **C.** $-\dfrac{1}{5}$. **D.** 5.

Câu 55. **(HỒNG BÀNG - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3-4x}{5x+2}$ bằng

A. $\dfrac{5}{4}$. **B.** $-\dfrac{5}{4}$. **C.** $-\dfrac{4}{5}$. **D.** $\dfrac{4}{5}$.

Câu 56. **(SGD - HÀ TĨNH - HK 2 - 2018)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+8}{x-2}$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

Câu 57. **(SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ - 2018)** Tính $L=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x+1}$.

A. $L=-2$. **B.** $L=-1$. **C.** $L=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $L=2$.

Câu 58. **(SỞ GD&ĐT QUẢNG NAM - 2018)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{3-x}$ bằng.

A. -2. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 59. **(Gia Bình I Bắc Ninh - L3 - 2018)** Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-2018x+3}{2x^2+2018x}$ được.

A. 2018. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{2018}$.

Câu 60. **(Bình Minh - Ninh Bình - Lần 4 - 2018)** Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-3x+2}{2x^2+1}$ có kết quả là

A. $+\infty$ **B.** $-\infty$ **C.** 2 **D.** $\dfrac{1}{2}$

Câu 61. **(THPT QUẢNG YÊN - QUẢNG NINH - 2018)** Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^5-3x^3+1}{4x^3-2x^4-x^5-3}$ bằng

A. -2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** -3. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 62. **(THPT NGUYỄN HUỆ - TT HUẾ - 2018)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(x-1)(x+2)}{x^2+9}$ bằng

A. $\dfrac{2}{9}$. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $-\dfrac{1}{9}$.

Câu 63. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\mathrm{s}\,\mathrm{inx}}{x}$?

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 64. **(Bỉm Sơn - Thanh Hóa - 2019)** Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2\mathrm{x}^2+x}+x\right)$?

A. $+\infty$. **B.** -1. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Câu 65. **(HỒNG QUANG - HẢI DƯƠNG - LẦN 1 - 2018)** Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+3x+5}}{4x-1}$.

A. $-\dfrac{1}{4}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 66. **(THPT CHUYÊN ĐH VINH - LẦN 3 - 2018)** Giá trị của $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}-1}$ bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** $-\infty$. **D.** 2.

Câu 67. **(Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}$ bằng

A. $-\dfrac{2}{3}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -3.

Câu 68. **(SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018)** Tính giới hạn $I=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-2}{2x+1}$.

A. $I=-2$. **B.** $I=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $I=2$. **D.** $I=\dfrac{3}{2}$.

Câu 69. **(Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Đinh - năm 2017-2018)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{x^2+1}$ bằng.

A. $-\infty$. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 70. **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Chọn kết quả đúng của $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}$.

A. $-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 71. **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-x}{3x+2}$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 72. **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-1}{x+5}$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** $-\dfrac{1}{5}$. **D.** 5.

Câu 73. **(THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{cx^2+a}{x^2+b}$ bằng?

A. a. **B.** b. **C.** c. **D.** $\dfrac{a+b}{c}$.

Câu 74. **(THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x+1}{-x+1}$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** -1. **D.** -4.

Câu 75. **(SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{6x-2}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** 1.

Câu 76. **(SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{4x+3}$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 77. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2}-2}{x-2}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** -1

Câu 78. **(Độ Cấn Vĩnh Phúc-lần 1-2018-2019)** Giá trị của $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3}}{x+3}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** -1. **C.** $+\infty$. **D.** 1.

Câu 79. **(ĐỘI CẤN VĨNH PHÚC LẦN 1 2018-2019)** Giá trị của $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3}}{x+3}$ là.

A. $-\infty$.
B. -1.
C. $+\infty$.
D. 1

Câu 80. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{x^4+x^2+2}{(x^3+1)(3x-1)}}$ có kết quả là

A. $-\sqrt{3}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 81. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{(4x+1)^3(2x+1)^4}{(3+2x)^7}$. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

A. 2. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m thỏa mãn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{mx^2-7x+5}{2x^2+8x-1}=-4$.

A. $m=-4$. **B.** $m=-8$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-3$.

Câu 83. Cho hai số thực a và b thỏa mãn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{4x^2-3x+1}{x+2}-ax-b\right)=0$. Khi đó $a+b$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 7. **D.** -7.

Câu 84. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2018}}{x+1}$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** $-\infty$. **D.** -2018.

Câu 85. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+1}{x+1}$ bằng

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 1.

Câu 86. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{ax+\sqrt{x^2-3x+5}}{2x-7}=2$. Khi đó

A. $-1\le a\le 2$. **B.** $a<-1$. **C.** $a\ge 5$. **D.** $2<a<5$.

Câu 87. **(ĐỀ KT NĂNG LỰC GV THUẬN THÀNH 1 BẮC NINH 2018-2019)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-3}{x^2+2}$ bằng

A. -2. **B.** $-\dfrac{3}{2}$. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 88. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)$?

A. 0. **B.** Giới hạn không tồn tại. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 89. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x-3}{x+2}$ bằng

A. $\dfrac{-3}{2}$. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 90. Tìm giới hạn: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^{2018}\sqrt{4x^2+1}}{(2x+1)^{2019}}$

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{2^{2018}}$. **C.** $\dfrac{1}{2^{2019}}$. **D.** $\dfrac{1}{2^{2017}}$.

Câu 91. Cho $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+3x+1}{x+1}+ax+b\right)=1$.Khi đó giá trị của biểu thức $T=a+b$ bằng

A. -2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 92. Biết rằng $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x-2}+ax-b\right)=-5$. Tính tổng $a+b$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 93. **(Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên Lần 2 năm 2018-2019)** Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+3x+5}{2-3x^2}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 94. **(Trường THPT Chuyên Lam Sơn_2018-2019)** Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x-3}{1-2x}$ bằng số nào sau đây?

A. $\dfrac{-5}{2}$. **B.** $\dfrac{-2}{3}$. **C.** 5. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 95. **(Tham khảo 2018)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}$ bằng.

A. $-\dfrac{2}{3}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -3.

Câu 96. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-5}{-x+3}$ bằng

A. $\dfrac{-5}{3}$. **B.** -1. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 97. Tìm giới hạn $L=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-1}{1-2x}$

A. $L=3$. **B.** $L=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $L=-\dfrac{3}{2}$. **D.** $L=\dfrac{3}{2}$.

Câu 98. Giá trị của $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3}}{x+3}$ bằng:

A. $-\infty$. **B.** -1. **C.** $+\infty$. **D.** 1.

Câu 99. **(THPT Đoàn Thượng – Hải Dương)** Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}-x}$?

A. 0. **B.** $-\infty$. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 100. **(SGD&ĐT ĐỒNG THÁP - 2018)** Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x^2+2x+3}{x^2+1}$.

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 101. **(THPT XUÂN HÒA - VP - LẦN 1 - 2018)** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}=+\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}=1$. **C.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}=-\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}=0$.

Câu 102. **(THPT CHUYÊN LAM SƠN - THANH HÓA - 2018)** Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-3}{1-3x}$:

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** 2.

Câu 103. **(THPT CHUYÊN NGUYỄN QUANG DIÊU - ĐỒNG THÁP - 2018)** Tính giới hạn $K=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+1}}{x+1}$.

A. $K=0$. **B.** $K=1$. **C.** $K=-2$. **D.** $K=4$.

Câu 104. **(THPT CHUYÊN THÁI BÌNH - LẦN 4 - 2018)** Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+1}}{x^{2018}-1}$.

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 105. **(CỤM CHUYÊN MÔN 4 - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018)** Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1+x-x^2}{x}$

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** $-\infty$.

Câu 106. **(THPT QUỲNH LƯU - NGHỆ AN - 2018)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x-\sqrt{x^2+x}}{x+1}$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $-\infty$.

Câu 107. **(THPT HOÀNG MAI - NGHỆ AN - 2018)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^2+x}{x^2-1}$ bằng

A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 108. **(THPT CHU VĂN AN - HÀ NỘI - 2018)** Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sin x+1}{x}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** 1. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Câu 109. **(THPT PHÚ LƯƠNG - THÁI NGUYÊN - 2018)** Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-x+1}}{2x}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 110. **(THPT NGUYỄN HUỆ - NINH BÌNH - 2018)** Cho a, b, c là các số thực khác 0. Để giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-3x}+ax}{bx-1}=3$ thì

A. $\frac{a-1}{b}=3$. **B.** $\frac{a+1}{b}=3$. **C.** $\frac{-a-1}{b}=3$. **D.** $\frac{a-1}{-b}=3$.

Câu 111. **(XUÂN TRƯỜNG - NAM ĐỊNH - LẦN 1 - 2018)** Cho số thực a thỏa mãn $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{a\sqrt{2x^2+3}+2017}{2x+2018}=\frac{1}{2}$. Khi đó giá trị của a là

A. $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a=\frac{-\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a=\frac{1}{2}$. **D.** $a=-\frac{1}{2}$.

Câu 112. **(THPT HOÀNG MAI - NGHỆ AN - 2018)** Để $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+x+1}+4}{mx-2}=\frac{1}{2}$. Giá trị của m thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $[3;6]$. **B.** $[-3;0]$. **C.** $[-6;-3]$. **D.** $[1;3]$.

Câu 113. **(THPT BÌNH GIANG - HẢI DƯƠNG - 2018)** Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(2-a)x-3}{x-\sqrt{x^2+1}}=+\infty$ (với a là tham số). Giá trị nhỏ nhất của $P=a^2-2a+4$ là.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 114. **(Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+3}}{3x+2}$.

A. $-\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 115. **(THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+3}{\sqrt{4x^2+1}-2}$

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** 0.

DẠNG 4. GIỚI HẠN VÔ ĐỊNH

DẠNG 4.1 DẠNG $\frac{0}{0}$

Dạng 4.1.1 Không chứa căn

Câu 116. **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Giới hạn $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** $\dfrac{3}{16}$. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 117. **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Tính giới hạn $A=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-1}{x-1}$.

A. $A=-\infty$. **B.** $A=0$. **C.** $A=3$. **D.** $A=+\infty$.

Câu 118. **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Tính $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x^2-12x+35}{25-5x}$.

A. $-\dfrac{2}{5}$. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{2}{5}$. **D.** $-\infty$.

Câu 119. **(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-4}{x-2}$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

Câu 120. **(THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Tính $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{x-3}$ bằng:

A. 3. **B.** 6. **C.** $+\infty$. **D.** -3.

Câu 121. (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Tính giới hạn $I=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$.

A. $I=-1$. **B.** $I=0$. **C.** $I=1$. **D.** $I=5$.

Câu 122. **(NGÔ GIA TỰ LẦN 1_2018-2019)** Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 123. Cho giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}=\dfrac{a}{b}$ trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a^2+b^2$.

A. $S=20$. **B.** $S=17$. **C.** $S=10$. **D.** $S=25$.

Câu 124. Tính $\lim\limits_{x\to 2^{2018}}\dfrac{x^2-4^{2018}}{x-2^{2018}}$.

A. 2^{2019}.
B. 2^{2018}.
C. 2.
D. $+\infty$.

Câu 125. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{2018}+x-2}{x^{2017}+x-2}$ bằng $\dfrac{a}{b}$, với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của a^2-b^2.

A. 4037. **B.** 4035. **C.** -4035. **D.** 4033.

Câu 126. $\lim\limits_{x\to 5^+}\dfrac{|10-2x|}{x^2-6x+5}$ là

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 127. Tìm $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^3-\left(1+a^2\right)x+a}{x^3-a^3}$.

A. $\dfrac{2a^2}{a^2+3}$. **B.** $\dfrac{2a^2-1}{3a^2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{2a^2-1}{3}$.

Câu 128. Tìm $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-3x^2+2}{x^3+2x-3}$.

A. $-\dfrac{5}{2}$. **B.** $-\dfrac{2}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $+\infty$.

Câu 129. Cho $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{x^2-1}=\dfrac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $S=a+b$
.

A. 5. **B.** 10. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 130. Biết $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+bx+c}{x-3}=8.\ (b,c\in\mathbb{R})$. Tính $P=b+c$.

A. $P=-13$. **B.** $P=-11$. **C.** $P=5$. **D.** $P=-12$.

Câu 131. **(Chuyên Quốc Học Huế lần 2 - 2018-2019)** Tính giới hạn $L=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x-2+1}{3x^2+8x+5}$.

A. $L=-\dfrac{3}{2}$. **B.** $L=\dfrac{1}{2}$. **C.** $L=-\infty$. **D.** $L=0$.

Câu 132. **(TOÁN HỌC TUỔI TRẺ - THÁNG 4 - 2018)** Cặp (a,b) thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+ax+b}{x-3}=3$ là

A. $a=-3, b=0$. **B.** $a=3, b=0$.
C. $a=0, b=-9$. **D.** không tồn tại cặp (a,b) thỏa mãn như vậy.

Câu 133. (THPT TRẦN PHÚ - ĐÀ NẴNG - 2018) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{x^2-4}$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 0.

Câu 134. [KIM LIÊN - HÀ NỘI - LẦN 1 - 2018] Tính $L=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+3x-4}{x-1}$.

A. $L=-5$. **B.** $L=0$. **C.** $L=-3$. **D.** $L=5$.

Câu 135. (THPT BÌNH GIANG - HẢI DƯƠNG - 2018) Cho a,b là số nguyên và $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{ax^2+bx-5}{x-1}=7$.

Tính a^2+b^2+a+b.

A. 18. **B.** 1. **C.** 15. **D.** 5.

Câu 136. (THPT LƯƠNG ĐẮC BẰNG - THANH HÓA - LẦN 1 - 2018) Hãy xác định xem kết quả nào **sai**

A. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1}{x}=2$. **B.** $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x+2}{x-4}=1$.

C. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}=-1$. **D.** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{x^2+x-20}=\dfrac{9}{8}$.

Câu 137. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC - LẦN 3 - 2018) Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{1-\cos 3x\cos 5x\cos 7x}{\sin^2 7x}$. Tính $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$.

A. $\dfrac{83}{49}$. **B.** $\dfrac{105}{49}$. **C.** $\dfrac{15}{49}$. **D.** $\dfrac{83}{98}$.

Câu 138. (THPT YÊN KHÁNH A - LẦN 2 - 2018) Biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-ax+a-1}{x-1}=2$. Tính $M=a^2+2a$.

A. $M=3$. **B.** $M=1$. **C.** $M=-1$. **D.** $M=8$.

Câu 139. (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018) Tìm giới hạn $L=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}$.

A. $L=1$. **B.** $L=-1$. **C.** $L=0$. **D.** $L=\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 140. (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018) Cho $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+ax+b}{x^2-1}=\dfrac{-1}{2}$ $(a,b\in\mathbb{R})$.

Tổng $S=a^2+b^2$ bằng

A. $S=13$. **B.** $S=9$. **C.** $S=4$. **D.** $S=1$.

Dạng 4.1.2 Chứa căn

Câu 141. (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Số nào trong các số sau là bằng $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x^2+x}-2\sqrt{3}}{x-3}$?

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{12}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{7\sqrt{3}}{12}$. **D.** $-\dfrac{7\sqrt{3}}{12}$.

Câu 142. **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{2\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{8-x}}{x}$.

Tính $\lim\limits_{x\to 0}f\left(x\right)$.

A. $\dfrac{1}{12}$. **B.** $\dfrac{13}{12}$. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{10}{11}$.

Câu 143. **(Chuyên Lam Sơn-KSCL-lần 2-2018-2019)** Biết $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{5-x^2}}{\sqrt{x^2+16}-4}=\dfrac{a}{\sqrt{b}}$, trong đó a là số nguyên, b là số nguyên tố. Ta có tổng $a+2b$ bằng :

A. 13. **B.** 3. **C.** 14. **D.** 8.

Câu 144. **(THPT THUẬN THÀNH 1)** Giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2-3x+4}-2}{x}$ bằng

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{3}{4}$. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 145. Tính $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2-3x+2}{6\sqrt{x+8}-x-17}$.

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 146. Tính $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{8+x^2}-2}{x^2}$.

A. $\dfrac{1}{12}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 147. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^3+x^2+1}-1}{x^2}$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 148. **(THPT NGUYỄN TRÃI-THANH HOÁ - Lần 1.Năm 2018&2019)** Giới hạn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}=\dfrac{a}{b}$, với $a,b\in Z,b>0$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a-b$ là

A. 1. **B.** -1. **C.** $\dfrac{8}{9}$. **D.** $\dfrac{1}{9}$.

Câu 149. Tìm $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{\sqrt{4x+1}-3}$ là

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 150. Tìm $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2+x-2}$.

A. -5. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 151. Biết $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}=\dfrac{a}{b^2}$ ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $\sqrt{a}+b+2018$.

A. 2021. **B.** 2023. **C.** 2024. **D.** 2022.

Câu 152. Cho a,b là hai số nguyên thỏa mãn $2a-5b=-8$ và $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=4$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $|a|\le 5$. **B.** $a-b>1$. **C.** $a^2+b^2>50$. **D.** $a+b>9$.

Câu 153. Cho $\lim_{x\to 4}\frac{f(x)-2018}{x-4}=2019$. Tính $\lim_{x\to 4}\frac{1009\left[f(x)-2018\right]}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{2019f(x)+2019}+2019\right)}$.

A. 2019 **B.** 2020 **C.** 2021 **D.** 2018

Câu 154. Giới hạn $\lim_{x\to 3}\frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}$ bằng $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Giá trị của $a-b$ là

A. $\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{9}{8}$. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 155. Cho biết $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{x^3-3x+2}$ $(a,b\in\mathbb{R})$ có kết quả là một số thực. Giá trị của biểu thức a^2+b^2 bằng?

A. $6+5\sqrt{3}$. **B.** $\frac{45}{16}$ **C.** $\frac{9}{4}$. **D.** $87-48\sqrt{3}$

Câu 156. Cho giới hạn $\lim_{x\to 3}\frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}=\frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Giá trị của $T=2a-b$ là

A. $\frac{1}{9}$. **B.** -1. **C.** 10. **D.** $\frac{9}{8}$.

Câu 157. **(Trường THPT Hoàng Hoa Thám - Hưng Yên, năm 2019)** Tính $\lim_{x\to -2}\frac{x^2-2x-8}{\sqrt{2x+5}-1}$.

A. -3. **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** -6. **D.** 8.

Câu 158. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-16}{x-2}=12$. Tính giới hạn $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt[3]{5f(x)-16}-4}{x^2+2x-8}$

A. $\frac{5}{24}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 159. **(SGD&ĐT HÀ NỘI - 2018)** $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $+\infty$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 160. **(THPT HẬU LỘC 2 - TH - 2018)** Tính giới hạn $K=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{4x+1}-1}{x^2-3x}$.

A. $K=-\frac{2}{3}$. **B.** $K=\frac{2}{3}$. **C.** $K=\frac{4}{3}$. **D.** $K=0$.

Câu 161. (CHUYÊN KHTN - LẦN 1 - 2018) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 162. (PHAN ĐĂNG LƯU - HUẾ - LẦN 1 - 2018) Tính gới hạn $L=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x}{\sqrt{2-x}-1}$.

A. $L=-6$. **B.** $L=-4$. **C.** $L=2$. **D.** $L=-2$.

Câu 163. (THPT HÀ HUY TẬP - HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018) Tính $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\dfrac{2x^2-6}{x-\sqrt{3}}=a\sqrt{b}$ (a, b nguyên). Khi đó giá trị của $P=a+b$ bằng

A. 7. **B.** 10. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 164. (THPT CHUYÊN HẠ LONG - LẦN 1 - 2018) Biết $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{3x+1}-1}{x}=\dfrac{a}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương và phân số $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $P=a^2+b^2$.

A. $P=13$. **B.** $P=0$. **C.** $P=5$. **D.** $P=40$.

Câu 165. (THPT HẢI AN - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018) Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4x^2-2x+1}-\sqrt{1-2x}}{x}$.

A. 2. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 0.

Câu 166. (THPT TRIỆU THỊ TRINH - LẦN 1 - 2018) Biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)}=\dfrac{a\sqrt{2}}{b}+c$ với a, b, c $\in\mathbb{Z}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a+b+c$ bằng:

A. 5. **B.** 37. **C.** 13. **D.** 51.

Câu 167. (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018) Giá trị của $I=\lim\limits_{x\to-\sqrt{2}}\dfrac{x+\sqrt{2}}{x^2-2}$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{-1}{2\sqrt{2}}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 168. (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Tính $I=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x-\sqrt{x+3}}{x^2-1}$?

A. $I=\dfrac{7}{8}$. **B.** $I=\dfrac{3}{2}$. **C.** $I=\dfrac{3}{8}$. **D.** $I=\dfrac{3}{4}$.

Câu 169. (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018) Giá trị giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-x}-\sqrt{4x^2+1}}{2x+3}$ bằng:

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 170. (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-20}{x-2}=10$. Tính $T=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{6f(x)+5}-5}{x^2+x-6}$

A. $T=\frac{12}{25}$. **B.** $T=\frac{4}{25}$. **C.** $T=\frac{4}{15}$. **D.** $T=\frac{6}{25}$.

Câu 171. **(THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Giới hạn: $\lim\limits_{x\to 5}\frac{\sqrt{3x+1}-4}{3-\sqrt{x+4}}$ có giá trị bằng:

A. $-\frac{9}{4}$. **B.** -3. **C.** -18. **D.** $-\frac{3}{8}$.

Câu 172. **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho $f(x)$ là một đa thức thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-16}{x-1}=24$. Tính $I=\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-16}{(x-1)\left(\sqrt{2f(x)+4}+6\right)}$

A. 24. **B.** $I=+\infty$. **C.** $I=2$. **D.** $I=0$.

Câu 173. **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{x}{\sqrt[7]{x+1}.\sqrt{x+4}-2}\right)=\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính tổng $L=a+b$.

A. $L=43$. **B.** $L=23$. **C.** $L=13$. **D.** $L=53$.

Câu 174. **(THPT CHUYÊN KHTN - LẦN 3 - 2018)** Giới hạn $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{x+5}}{x-3}$.

A. 0. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

DẠNG 4.2 DẠNG $\infty-\infty$

Câu 175. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có kết quả là 0?

A. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-1}{x^3-1}$. **B.** $\lim\limits_{x\to -2}\frac{2x+5}{x+10}$. **C.** $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$.

Câu 176. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{9x^2+ax}+3x\right)=-2$. Tính giá trị của a.

A. -6. **B.** 12. **C.** 6. **D.** -12

Câu 177. Tìm giới hạn $\mathrm{M}=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-4x}-\sqrt{x^2-x}\right)$. Ta được M bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 178. Biết $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}\right)=a\sqrt{5}+b$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $S=5a+b$.

A. $S=-5$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=1$. **D.** $S=5$.

Câu 179. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x}+2x\right)$

A. 2. **B.** $-\infty$. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 180. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+2}+x+2\right)$.

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** -2.

Câu 181. Giới hạn $\lim_{x\to-\infty}\left(3x-\sqrt{9x^2-1}\right)$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** -1.

Câu 182. Biết $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+bx\right)=-1$. Tính giá của biểu thức $P=a^2-2b^3$.

A. $P=32$. **B.** $P=0$. **C.** $P=16$. **D.** $P=8$.

Câu 183. $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+8x+1}+2x\right)$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** -2. **D.** $+\infty$

Câu 184. Tìm $\lim_{x\to+\infty}\left(x+1-\sqrt[3]{x^3+2}\right)$.

A. -1. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$. **D.** 1.

Câu 185. Biết rằng $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2-3x+1}+x\sqrt{2}\right)=\frac{a}{b}\sqrt{2}$, ($a;b\in\mathbb{Z},\frac{a}{b}$ tối giản). Tổng $a+b$ có giá trị là

A. 1. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 186. Cho giới hạn $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{36x^2+5ax+1}-6x+b\right)=\frac{20}{3}$ và đường thẳng $\Delta: y=ax+6b$ đi qua điểm $M(3;42)$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $T=a^2+b^2$ là:

A. 104. **B.** 100. **C.** 41. **D.** 169.

Câu 187. Cho $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5$. Khi đó giá trị a là

A. 10. **B.** -6. **C.** 6. **D.** -10.

Câu 188. **(THPT YÊN LẠC - LẦN 4 - 2018)** Tìm giới hạn $I=\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+1}+x\right)$.

A. $I=-2$. **B.** $I=-4$. **C.** $I=1$. **D.** $I=-1$.

Câu 189. **(THTP LÊ QUÝ ĐÔN - HÀ NỘI - LẦN 1 - 2018)** Tính $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+2}-x\right)$.

A. -4. **B.** -2. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 190. **(QUẢNG XƯƠNG - THANH HÓA - LẦN 1 - 2018)** $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}\right)$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 191. **(THPT LƯƠNG ĐẮC BẰNG - THANH HÓA - LẦN 1 - 2018)** $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+6}-x\right)$ bằng:

A. 3. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $-\frac{5}{2}$. **D.** -3.

Câu 192. **(CHUYÊN VĨNH PHÚC - LẦN 1 - 2018)**Cho $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5$ thì giá trị của a là một nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau?

A. $x^2-11x+10=0$. **B.** $x^2-5x+6=0$. **C.** $x^2-8x+15=0$. **D.** $x^2+9x-10=0$.

Câu 193. **(THPT NGHEN - HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018)** Biết $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2-3x+1}-(ax+b)\right)=0$. Tính $a-4b$ ta được

A. 3. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 194. **(THPT CHUYÊN NGUYỄN ĐÌNH TRIỂU - ĐỒNG THÁP - LẦN 1 - 2018)** $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{x^2+5x+4}-\sqrt{x^2+5x-2}\right)$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 195. **(THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Giới hạn nào dưới đây có kết quả là $\frac{1}{2}$?

A. $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x}{2}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$.

C. $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x}{2}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$.

Câu 196. **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{a\sqrt{x^2+1}+2017}{x+2018}=\frac{1}{2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+bx+1}-x\right)=2$. Tính $P=4a+b$.

A. $P=3$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=2$. **D.** $P=1$.

Câu 197. **(THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+2}-x\right)$

A. -4. **B.** -2. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 198. **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Tìm giới hạn $I=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1-\sqrt{x^2-x+2}\right)$.

A. $I=1/2$. **B.** $I=46/31$. **C.** $I=17/11$. **D.** $I=3/2$.

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

DẠNG 1. GIỚI HẠN HỮU HẠN

Câu 1. Ta có $\lim\limits_{x\to x_0}\left[3f(x)-4g(x)\right]=\lim\limits_{x\to x_0}3f(x)-\lim\limits_{x\to x_0}4g(x)=3\lim\limits_{x\to x_0}f(x)-4\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=-6$.

Câu 2. **Chọn D**

Ta có: $\lim\limits_{x\to1}\left(2x^2-3x+1\right)=0$.

Câu 3. **Chọn B**

Ta có $L=\lim\limits_{x\to3}\frac{x-3}{x+3}=\frac{3-3}{3+3}=0$.

Câu 4. **Chọn B**

$\lim\limits_{x\to1}\left(3x^2-2x+1\right)=3.1^2-2.1+1=2.$

Câu 5. **Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to-1}\left(x^2-x+7\right)=(-1)^2-(-1)+7=9$.

Câu 6. **Chọn A**

Ta có: $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2-2x+3}{x+1}=\frac{1^2-2.1+3}{1+1}=1$.

Câu 7. **Chọn A**

Dễ thấy $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x+2}{x-1}=\frac{2+2}{2-1}=4$

Câu 8. **Chọn B**

$\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\left|x^2-4\right|=\left|3-4\right|=1$

Câu 9. **Chọn C**

$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x+1}{x+2}=\frac{2}{3}$

Câu 10. **Chọn D**

$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-2x^2+2020}{2x-1}=\frac{1^3-2.1^2+2020}{2.1-1}=2019$.

Câu 11. **Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to -2}\frac{2|x+1|-5\sqrt{x^2-3}}{2x+3}=\frac{2-5}{-1}=3$.

Câu 12. **Chọn A**

Ta có: Với $x=-2$; $x^2+x+4\neq 0$

Nên $A=\lim\limits_{x\to -2}\frac{x+1}{x^2+x+4}=\frac{(-2)+1}{(-2)^2+(-2)+4}=-\frac{1}{6}$.

Câu 13. **Chọn D**

Ta có $(x-1)^2\geq 0,\forall x\neq 1$

Do đó để giới hạn bằng $+\infty$ thì giới hạn của tử phải dương

Vậy $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x+1}{(x-1)^2}=+\infty$.

Câu 14. **Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to 3}\left[f(x)+4x-1\right]=9$.

Câu 15. **Chọn B**

Vì $\sin\frac{\pi}{2}=1$ nên $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{x}=\frac{2}{\pi}$.

Câu 16. Ta có

$$I=\lim_{x\to 0}\frac{2\left(\sqrt{3x+1}-1\right)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{6x}{x\left(\sqrt{3x+1}+1\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{6}{\sqrt{3x+1}+1}=3.$$

$$J=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-x-2}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x-2)}{x+1}=\lim_{x\to -1}(x-2)=-3.$$

Khi đó $I-J=6$.

Câu 17. Có: $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x+x^2+x^3+...+x^{50}-50}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to 1}\left[1+(x+1)+\left(x^2+x+1\right)+....+\left(x^{49}+x^{48}+...+1\right)\right]$

$=1+2+3+.....+50=25(1+50)=1275.$

Vậy $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=1275$.

DẠNG 2. GIỚI HẠN MỘT BÊN

Câu 18. Hàm số f xác định trên đoạn $[a;\ b]$ được gọi là liên tục trên đoạn $[a;\ b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a;\ b)$, đồng thời $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-} f(x)=f(b)$.

Câu 19. **Chọn B**

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1}{x}=+\infty$ do $\lim\limits_{x\to 0^+} x=0$ và $x>0$. Vậy đáp án A đúng.

Suy ra đáp án B sai.

Các đáp án C và D đúng. Giải thích tương tự đáp án **A.**

Câu 20. **Chọn C**

Dễ thấy $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-3x+4}{x-2}=-3$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-3x+4}{x-2}=-3$ (loại).

Vì $\lim\limits_{x\to 2^+}(-3x+4)=-2$; $\lim\limits_{x\to 2^+}(x-2)=0$; $x-2>0, \forall x>2$ nên $\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{-3x+4}{x-2}=-\infty$

Câu 21. **Chọn A**

Xét $\lim\limits_{x\to 4^-}\frac{2x-1}{4-x}$

Ta có $\lim\limits_{x\to 4^-}(2x-1)=7>0$, $\lim\limits_{x\to 4^-}(4-x)=0$ và $4-x>0$ với mọi $x<4$

Do đó $\lim\limits_{x\to 4^-}\frac{2x-1}{4-x}=+\infty$.

Câu 22. **Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}(-2x+1)=-1<0$, $\lim\limits_{x\to 1^+}(x-1)=0$, $x-1>0$ khi $x\to 1^+$.

Suy ra $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{-2x+1}{x-1}=-\infty$.

Câu 23. **Chọn C**

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{x+2}{x-1}=-\infty \text{ vì } \begin{cases}\lim\limits_{x\to 1}(x+2)=3>0\\ \lim\limits_{x\to 1}(x-1)=0\\ x-1<0, \forall x<1\end{cases}.$$

Câu 24. **Chọn D**

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{\sqrt{3x^2+1}-x}{x-1}=\frac{\sqrt{4}+1}{-1-1}=-\frac{3}{2}$.

Câu 25. **Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to 3^-}(x-3)=0, x-3<0, \forall x<3$.

Câu 26. **Chọn D**

$\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x+1}{x-1}=-\infty$ do $\lim\limits_{x\to 1^-}(x+1)=2>0$, $\lim\limits_{x\to 1^-}(x-1)=0$ và $(x-1)<0$ với $x<1$.

Câu 27. **Chọn D**

$$\text{Ta có: }\begin{cases}\lim\limits_{x\to a^-}1=1>0\\ \lim\limits_{x\to a^-}(1-a)=0\\ x-a<0 \text{ khi } x\to a^-\end{cases}$$

Vậy $\lim\limits_{x\to a^-}\dfrac{1}{x-a}=-\infty$.

Câu 28. **Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+}(x-2)\sqrt{\dfrac{x}{x^2-4}}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x}\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}}=0$.

Câu 29.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to 1^+}(-2x+1)=-1\\ \lim\limits_{x\to 1^+}(x-1)=0\\ x\to 1^+\Rightarrow x-1>0\end{cases}\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{-2x+1}{x-1}=-\infty$$

Câu 30. **Chọn C**

$$\lim\limits_{x\to 2^+}(x-2)\sqrt{\dfrac{x}{x^2-4}}=\lim\limits_{x\to 2^+}\sqrt{\dfrac{x(x-2)^2}{x^2-4}}=\lim\limits_{x\to 2^+}\sqrt{\dfrac{(x-2)x}{x+2}}=0$$

Câu 31. **Chọn** A

Đặt $f(x)=x+1;g(x)=x-1$. Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=2;\lim\limits_{x\to 1^+}g(x)=0;g(x)>0 khi x\to 1^+$

Vậy $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+1}{x-1}=+\infty$.

Câu 32. **Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}(1-2x)=-1$; $\lim\limits_{x\to 1^+}(x-1)=0$ và $x-1>0,\forall x>1$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{1-2x}{x-1}=-\infty$.

Câu 33. **Chọn C**

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^-}(x^2+1)=2>0;\ \lim\limits_{x\to 1^-}(x-1)=0$ và $x-1<0,\ \forall x<1$ (do $x\to 1^-$)

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2+1}{x-1}=-\infty$.

Câu 34. Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-x+1-(x-2)^2}{\sqrt{x^2-x+1}-(x-2)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-3}{\sqrt{x^2-x+1}-x+2}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3-\dfrac{3}{x}}{-\sqrt{1-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-1+\dfrac{2}{x}}=-\dfrac{3}{2}\Rightarrow$ đáp án **A** đúng.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{1-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}+1-\dfrac{2}{x}\right)$.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}+1-\dfrac{2}{x}\right)=2>0$ nên $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{1-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}+1-\dfrac{2}{x}\right)=+\infty\Rightarrow$

đáp án **C** đúng.

Do $\lim\limits_{x\to-1^-}(3x+2)=-1<0$ và $x+1<0$ với $\forall x<-1$ nên $\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{3x+2}{x+1}=+\infty\Rightarrow$ đáp án **B** sai.

Do $\lim\limits_{x\to -1^+}(3x+2)=-1<0$ và $x+1>0$ với $\forall x>-1$ nên $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{3x+2}{x+1}=-\infty \Rightarrow$ đáp án **D** đúng.

Câu 35. Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{4x-3}{x-1}=+\infty$ vì $\lim\limits_{x\to 1^+}(4x-3)=1$, $\lim\limits_{x\to 1^+}(x-1)=0$, $x-1>0$ khi $x\to 1^+$.

Câu 36. Xét $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{3+2x}{x+2}$ thấy: $\lim\limits_{x\to -2^-}(3+2x)=-1$, $\lim\limits_{x\to -2^-}(x+2)=0$ và $x+2<0$ với mọi $x<-2$ nên $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{3+2x}{x+2}=+\infty$.

Câu 37. Ta thấy $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -2^+}f(x)=+\infty$.

Câu 38. Ta có $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-2x-3}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(x+1)(x-3)}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1}(x-3)=-4$.

Câu 39. $\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^+}(3x-7)=-1<0\\ \lim\limits_{x\to 2^+}(x-2)=0\\ x\to 2^+\Rightarrow x-2>0\end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3x-7}{x-2}=-\infty$.

Câu 40. Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2-\sqrt{x+3}}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{4-x-3}{(x-1)(x+1)\left(2+\sqrt{x+3}\right)}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{-1}{(x+1)\left(2+\sqrt{x+3}\right)}=+\infty$.

Câu 41.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: + $\lim\limits_{x\to -1}f(x)=4>0$.

+ $\lim\limits_{x\to -1}(x+1)^4=0$ và với $\forall x\neq -1$ thì $(x+1)^4>0$.

Suy ra $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{f(x)}{(x+1)^4}=+\infty$.

Câu 42. Chọn B

Ta có : $\lim\limits_{x\to 2^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{12}{x^3-8}\right)=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2+2x-8}{(x-2)(x^2+2x+4)}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{(x-2)(x+4)}{(x-2)(x^2+2x+4)}$

$=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x+4}{x^2+2x+4}=\dfrac{1}{2}$

$\lim\limits_{x\to 2^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\left(x+\dfrac{m^2}{2}-2m\right)=\dfrac{m^2}{2}-2m+2$

Hàm só có giới hạn tại $x=2$ khi chỉ khi $\lim\limits_{x\to 2^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}f(x)\Leftrightarrow \dfrac{m^2}{2}-2m+2=\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{m^2}{2}-2m+\dfrac{3}{2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=3\\ m=1\end{array}\right.$.

Câu 43. Chọn D

Do hàm số $f(x)$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới -2 nên $x=-2$ là nghiệm của phương trình $x^2+ax+b=0$, do đó ta $4-2a+b=0$.

Ta viết lại hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-2+a}{x-2}, x<-2\\ x+1, x\geq -2\end{cases}$

Mặt khác hàm số tồn tại giới hạn

$$\Leftrightarrow \lim_{x\to -2^-} f(x)=\lim_{x\to -2^+} f(2)\Leftrightarrow \frac{-2-2+a}{-2-2}=-1\Leftrightarrow a=8\Rightarrow b=12$$

Do đó $3a-b=12$.

Câu 44. **Chọn D**

$D=\mathbb{R}.$

Xét: $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\left(x^2+ax+1\right)=2a+5; \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\left(2x^2-x+1\right)=7.$

Hàm số $y=f(x)$ có giới hạn tại $x=2$ khi và chỉ khi

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)\Leftrightarrow 2x+5=7\Leftrightarrow a=1.$.

Câu 45. Ta có:

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{(x+4)-2^2}{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{\sqrt{x+4}+2}=\frac{1}{4}.$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}\left(mx+m+\frac{1}{4}\right)=m+\frac{1}{4}$$

Hàm số đã cho có giới hạn tại $x=0$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{4}=m+\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow m=0$.

DẠNG 3. GIỚI HẠN TẠI VÔ CỰC

Câu 46. Vì có thể $b=0$.

Câu 47. **Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(-4x^5-3x^3+x+1\right)=\lim\limits_{x\to -\infty} x^5\left(-4-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{1}{x^4}+\dfrac{1}{x^5}\right)=+\infty$.

Vì $\begin{cases}\lim\limits_{x\to -\infty}\left(-4-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{1}{x^4}+\dfrac{1}{x^5}\right)=-4<0\\ \lim\limits_{x\to -\infty} x^5=-\infty\end{cases}$.

Câu 48. **Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(2x^3-x^2+1\right)=\lim\limits_{x\to -\infty} x^3\left(2-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x^3}\right)=-\infty$.

Câu 49. $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(3x^3+5x^2-9\sqrt{2}x-2017\right)=\lim\limits_{x\to -\infty} x^3\left(3+5\dfrac{1}{x}-9\sqrt{2}\dfrac{1}{x^2}-2017\dfrac{1}{x^3}\right)=-\infty$.

Câu 50. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{4x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{4+\dfrac{2}{x}}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 51. **Chọn D**

Ta có $a=\lim\limits_{x\to-\infty}y$.

Câu 52. Áp dụng quy tắc tìm giới hạn, ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-1}{2x+5}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-1}{x\left(2+\dfrac{5}{x}\right)}=0$.

Câu 53. Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-x}{3x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}-1}{3+\dfrac{2}{x}}=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 54. Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-1}{x+5}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{5}{x}}=3$.

Câu 55. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3-4x}{5x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\left(\dfrac{3}{x}-4\right)}{x\left(5+\dfrac{2}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\left(\dfrac{3}{x}-4\right)}{\left(5+\dfrac{2}{x}\right)}=\dfrac{-4}{5}$.

Câu 56. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+8}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(2+\dfrac{8}{x}\right)}{x\left(1-\dfrac{2}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2+\dfrac{8}{x}}{1-\dfrac{2}{x}}=2$.

Câu 57. Ta có $L=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\left(2+\dfrac{1}{x}\right)}{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=\dfrac{2+0}{1+0}=2$.

Câu 58. Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{3-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{\dfrac{3}{x}-1}=-2$.

Câu 59. **Chọn B**

$$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-2018x+3}{2x^2+2018x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{2018}{x}+\dfrac{3}{x^2}}{2+\dfrac{2018}{x}}=\dfrac{1}{2}$$

Câu 60. **Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-3x+2}{2x^2+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^2}}{2+\dfrac{1}{x^2}}=\dfrac{1}{2}$

Câu 61. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^5-3x^3+1}{4x^3-2x^4-x^5-3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{1}{x^5}}{\dfrac{4}{x^2}-\dfrac{2}{x}-1-\dfrac{3}{x^5}}=-2$.

Câu 62. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(x-1)(x+2)}{x^2+9}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\left(1-\dfrac{1}{x}\right)\left(1+\dfrac{2}{x}\right)}{1+\dfrac{9}{x^2}}=1$.

Câu 63. **ChọnC**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sin x}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x}+\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1+\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1+0=1$.

(Do $\dfrac{|\sin x|}{x}\le\dfrac{1}{x}$ khi $x\to\infty$, mà $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}=0\Rightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x}{x}=0$).

Câu 64. **Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2+x}+x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{1}{x}\right)}+x\right)$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-x\sqrt{2+\dfrac{1}{x}}+x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x\left(-\sqrt{2+\dfrac{1}{x}}+1\right)\right]$.

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}x=-\infty$ và $=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\sqrt{2+\dfrac{1}{x}}+1\right)=1-\sqrt{2}<0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2+x}+x\right)=+\infty$.

Câu 65. Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+3x+5}}{4x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{1+\dfrac{3}{x}+\dfrac{5}{x^2}}}{4-\dfrac{1}{x}}=-\dfrac{1}{4}$.

Câu 66. Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{-x\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}-\dfrac{1}{x}}=-2$.

Câu 67. **Chọn B**

Chia cả tử và mẫu cho x, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{2}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=\dfrac{1}{1}=1$.

Câu 68. **Chọn D**

Ta có $I=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-2}{2x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3-\dfrac{2}{x}}{2+\dfrac{1}{x}}=\dfrac{3}{2}$.

Câu 69.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{x^2+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x^2}}=0$.

Câu 70. Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(\frac{1}{x}+3\right)}{|x|\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{1}{x}+3}{\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 71. Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-x}{3x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\frac{1}{x}-1}{3+\frac{2}{x}}=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 72. Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-1}{x+5}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3-\frac{1}{x}}{1+\frac{5}{x}}=3$.

Câu 73. Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{cx^2+a}{x^2+b}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{c+\frac{a}{x^2}}{1+\frac{b}{x^2}}=\dfrac{c+0}{1+0}=c$.

Câu 74. Chọn D

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x+1}{-x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4+\frac{1}{x}}{-1+\frac{1}{x}}=-4$.

Câu 75. Chọn B

- Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{6x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\frac{1}{x}}{6-\frac{2}{x}}=\dfrac{1}{6}$.

Câu 76. Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{4x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\frac{1}{x}}{4+\frac{3}{x}}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 77. Chọn D

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2}-2}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}-2}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}-\frac{2}{x}}{1-\frac{2}{x}}=1$

Câu 78.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-3}}{x+3}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2\left(1-\frac{3}{x^2}\right)}}{x+3}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}}{x+3}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}}{1+\frac{3}{x}}=-1.$$

Câu 79.

Lờigiải

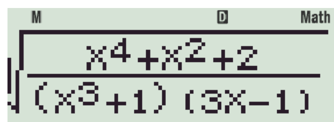
Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3}}{x+3}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{|x|\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{x(1+\frac{3}{x})}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{(1+\frac{3}{x})}=-1$.

Câu 80. Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{x^4+x^2+2}{(x^3+1)(3x-1)}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{x^4\left(1+\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x^4}\right)}{x^4\left(1+\frac{1}{x^3}\right)\left(3-\frac{1}{x}\right)}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{\left(1+\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x^4}\right)}{\left(1+\frac{1}{x^3}\right)\left(3-\frac{1}{x}\right)}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

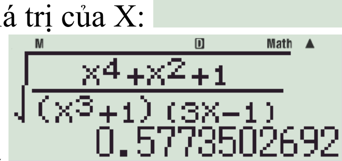
Trắc nghiệm: Sử dụng máy tính Casio

+ Bước 1: Nhập biểu thức vào màn hình máy tính: 

+ Bước 2: Nhấn phím 

+ Bước 3: Nhập giá trị của X: 

và nhấn phím 

+ Bước 4: Kết quả 

. Vậy chọn đáp án B

Câu 81. Chọn B

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{(4x+1)^3(2x+1)^4}{(3+2x)^7}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\left(4+\frac{1}{x}\right)^3\left(2+\frac{1}{x}\right)^4}{\left(\frac{3}{x}+2\right)^7}=2^3=8.$$

Câu 82. Chọn B

$$-4=\lim_{x\to-\infty}\frac{mx^2-7x+5}{2x^2+8x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{m-\frac{7}{x}+\frac{5}{x^2}}{2+\frac{8}{x}-\frac{1}{x^2}}=\frac{m}{2}\Rightarrow m=-8$$

Câu 83. Chọn D

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{4x^2-3x+1}{x+2}-ax-b\right)=0\Leftrightarrow\lim_{x\to+\infty}\left((4-a)x-b-11+\frac{23}{x+2}\right)=0\Leftrightarrow\begin{cases}4-a=0\\-11-b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\b=-11\end{cases}$$

$\Rightarrow a+b=-7$.

Câu 84. Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2018}}{x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{1+\dfrac{2018}{x^2}}}{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1+\dfrac{2018}{x^2}}}{\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}=1.$

Câu 85. **Chọn C**

$$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2+1}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}x\left[\frac{1+\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x}}\right]=-\infty.$$

Câu 86.

Lờigiải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{ax+\sqrt{x^2-3x+5}}{2x-7}=2\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a+\sqrt{1-\dfrac{3}{x}+\dfrac{5}{x^2}}}{2-\dfrac{7}{x}}=2\Leftrightarrow\dfrac{a+1}{2}=2\Leftrightarrow\dfrac{a+1}{2}=3.$

$\Leftrightarrow a+1=6\Leftrightarrow a=5$

Câu 87. **Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-3}{x^2+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{3}{x^2}}{1+\dfrac{2}{x^2}}=\dfrac{0}{1}=0.$

Câu 88. **Chọn B**

Xét mọi dãy số (x_n) sao cho $\lim x_n=+\infty\Rightarrow\lim\dfrac{1}{x_n}=0$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)=\lim\left(\dfrac{\sin x_n}{x_n}\right)$

Ta có $\left|\dfrac{\sin x_n}{x_n}\right|\le\dfrac{1}{x_n}$ mà $\lim\left(\dfrac{1}{x_n}\right)=0$ nên $\left|\dfrac{\sin x_n}{x_n}\right|$ nhỏ hơn một số dương bé tùy ý kể từ số hạng nào đó trở đi

Theo định nghĩa dãy số có giới hạn 0 ta có $\lim\left(\dfrac{\sin x_n}{x_n}\right)=0$

Vậy $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)=0$

Câu 89. **Chọn C.**

$$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-x-3}{x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-1-\dfrac{3}{x}}{1+\dfrac{2}{x}}=-1.$$

Câu 90. **Chọn B**

Ta có:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^{2018}\sqrt{4x^2+1}}{(2x+1)^{2019}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^{2018}\sqrt{4x^2+1}}{\left[x\left(2+\frac{1}{x}\right)\right]^{2019}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^{2018}.x.\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{x^{2019}\left(2+\frac{1}{x}\right)^{2019}}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{\left(2+\frac{1}{x}\right)^{2019}}=\frac{\sqrt{4+0}}{(2+0)^{2019}}=\frac{2}{2^{2019}}=\frac{1}{2^{2018}}$$

Câu 91. Chọn A

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+3x+1}{x+1}+ax+b\right)=1\Leftrightarrow\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{(a+1)x^2+(a+b+3)x+b+1}{x+1}\right)=1$$

$$\Leftrightarrow\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{(a+1)x+(a+b+3)+\frac{b+1}{x}}{1+\frac{1}{x}}\right)=1$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a+1=0\\a+b+3=1\\b+1\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=-1\end{cases}\Rightarrow T=a+b=-2.$$

Câu 92. Chọn A

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+1}{x-2}+ax-b\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{(a+1)x^2-(2a+b)x+2b+1}{x-2}\right)=-5$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a+1=0\\2a+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=7\end{cases}$$

Vậy $a+b=6$

Câu 93. Chọn C

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+3x+5}{2-3x^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1+\frac{3}{x}+\frac{5}{x^2}}{\frac{2}{x^2}-3}=-\frac{1}{3}.$$

Câu 94. Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{5x-3}{1-2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{5-\frac{3}{x}}{\frac{1}{x}-2}=\frac{5}{-2}$.

Câu 95.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x-2}{x+3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1-\frac{2}{x}}{1+\frac{3}{x}}=1.$$

Câu 96. Chọn D

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-5}{-x+3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2-\frac{5}{x}}{-1+\frac{3}{x}}=\frac{2}{-1}=-2.$$

Câu 97. Chọn C

Ta có: $L=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x-1}{1-2x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3-\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}-2}=\frac{3-0}{0-2}=-\frac{3}{2}$.

Câu 98.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-3}}{x+3}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2\left(1-\frac{3}{x^2}\right)}}{x+3}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}}{x+3}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}}{1+\frac{3}{x}}=-1.$$

Câu 99. Chọn C

Ta có: $\lim_{x\to-\infty}\frac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}-x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x-3}{\sqrt{x^2(1+\frac{1}{x^2})}-x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x-3}{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-x}$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{2-\frac{3}{x}}{-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-1}=-1.$$

Câu 100. Ta có: $\lim_{x\to-\infty}\frac{5x^2+2x+3}{x^2+1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{5+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}}=5$.

Câu 101. Vì $\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x.\sqrt{x^2-\frac{1}{x}}}{x\left(\frac{1}{x}-2x\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}-2x}=+\infty$. Vậy A đúng.

Câu 102. Ta có: $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-3}{1-3x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2-\frac{3}{x}}{\frac{1}{x}-3}=-\frac{2}{3}$.

Câu 103. Ta có: $K=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+1}}{x+1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{x+1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{1+\frac{1}{x}}=-2$.

Câu 104. $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+1}}{x^{2018}-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^{2017}}.\frac{\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{1-\frac{1}{x^{2017}}}=0$.

Câu 105. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+x-x^2}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-1)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-1)\right)=+\infty$

Câu 106. Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-\sqrt{x^2+x}}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+x\sqrt{1+\frac{1}{x}}}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\sqrt{1+\frac{1}{x}}}{1+\frac{1}{x}}=2$.

Câu 107. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+x}{x^2-1}=2$.

Câu 108. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x+1}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x}{x}+\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}=0+0=0$.

Câu 109. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}}{2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-x\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{2}=-\dfrac{1}{2}$

Sửa $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}}{2x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{2x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{2}=-\dfrac{1}{2}$

Câu 110. Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3x}+ax}{bx-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-3x-(ax)^2}{(bx-1)\left(\sqrt{x^2-3x}-ax\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\left[\left(1-a^2\right)x-3\right]}{(bx-1)\left(\sqrt{x^2-3x}-ax\right)}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\left(1-a^2\right)-\frac{3}{x}}{\left(b-\frac{1}{x}\right)\left(-\sqrt{1-\frac{3}{x}}-a\right)}=\dfrac{\left(1-a^2\right)}{b(-1-a)}=\dfrac{a-1}{b}=3$.

Câu 111. Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a\sqrt{2x^2+3}+2017}{2x+2018}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}+\frac{2017}{x}}{2+\frac{2018}{x}}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 112. Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+x+1}+4}{mx-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+\frac{4}{x}}{m-\frac{2}{x}}=-\dfrac{2}{m}$.

Theo bài ra ta có: $-\dfrac{2}{m}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow m=-4\in[-6;-3]$.

Câu 113. Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(2-a)x-3}{x-\sqrt{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-\left((2-a)x-3\right)\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right]=+\infty\Rightarrow-(2-a)\ge0\Leftrightarrow a\ge2$.

Với $a\ge2\Rightarrow a(a-2)\ge0$ suy ra $P=a(a-2)+4\ge4$.

Câu 114. **Chọn A**

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+3}}{3x+2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+x\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{3}{x^2}}}{3x+2}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{3}{x^2}}}{3+\frac{2}{x}}=-\frac{1}{3}.$$

Câu 115. Chọn B

Ta có: $\lim_{x\to+\infty}\frac{x+3}{\sqrt{4x^2+1}-2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+3}{x\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}-2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1+\frac{3}{x}}{\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}-\frac{2}{x}}=\frac{1}{2}.$

DẠNG 4. GIỚI HẠN VÔ ĐỊNH

DẠNG 4.1 DẠNG $\frac{0}{0}$

Dạng 4.1.1 Không chứa căn

Câu 116. Chọn A

Ta có: $\lim_{x\to-2}\frac{x+1}{(x+2)^2}=\lim_{x\to-2}\frac{1}{(x+2)^2}.(x+1)=-\infty$.

Do $\lim_{x\to-2}\frac{1}{(x+2)^2}=+\infty$ và $\lim_{x\to-2}(x+1)=-1<0$.

Câu 117. Chọn C

$$A=\lim_{x\to1}\frac{x^3-1}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x-1}=\lim_{x\to1}(x^2+x+1)=3.$$

Câu 118. Chọn C

Ta có $\lim_{x\to5}\frac{x^2-12x+35}{25-5x}=\lim_{x\to5}\frac{(x-7)(x-5)}{-5(x-5)}=\lim_{x\to5}\frac{x-7}{-5}=\frac{2}{5}$.

Câu 119. Chọn B

Ta có: $\lim_{x\to2}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim_{x\to2}(x+2)=4$.

Câu 120. Chọn B

Ta có: $\lim_{x\to3}\frac{x^2-9}{x-3}=\lim_{x\to3}(x+3)=6$.

Câu 121. Chọn A

$$I=\lim_{x\to2}\frac{x^2-5x+6}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(x-3)}{x-2}=\lim_{x\to2}(x-3)=-1.$$

Câu 122. Chọn B

Ta có: $\lim_{x\to1}\frac{x^2-3x+2}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x-2)}{x-1}=\lim_{x\to1}(x-2)=-1$

Câu 123. Chọn B

$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x+2)(x-2)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-1}{x+2}=\dfrac{1}{4}$.

Do đó $a=1;\ b=4$ suy ra $S=1^2+4^2=17$.

Câu 124. Chọn A

$\lim\limits_{x\to 2^{2018}}\dfrac{x^2-4^{2018}}{x-2^{2018}}=\lim\limits_{x\to 2^{2018}}\dfrac{(x-2^{2018})(x+2^{2018})}{(x-2^{2018})}=\lim\limits_{x\to 2^{2018}}(x+2^{2018})=2^{2019}$.

Câu 125. Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{2018}+x-2}{x^{2017}+x-2}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{2018}-1+x-1}{x^{2017}-1+x-1}$

$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)\left(x^{2017}+x^{2016}...+x+1\right)+x-1}{(x-1)\left(x^{2016}+x^{2015}+...+x+1\right)+x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{2017}+x^{2016}...+x+2}{x^{2016}+x^{2015}+...+x+2}$

$=\dfrac{1+1+....+1+2}{1+1+...+1+2}=\dfrac{2019}{2018}$

Vậy $a^2-b^2=4037$.

Câu 126. Chọn D

$\lim\limits_{x\to 5^+}\dfrac{|10-2x|}{x^2-6x+5}=\lim\limits_{x\to 5^+}\dfrac{2x-10}{x^2-6x+5}=\lim\limits_{x\to 5^+}\dfrac{2}{x-1}=\dfrac{1}{2}$

Câu 127. Chọn B

$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^3-\left(1+a^2\right)x+a}{x^3-a^3}=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^3-a^2x-x+a}{(x-a)\left(x^2+ax+a^2\right)}=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x(x+a)-1}{x^2+ax+a^2}=\dfrac{2a^2-1}{3a^2}$.

Câu 128. Chọn B

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-3x^2+2}{x^3+2x-3}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x+1)\left(x^2-2\right)}{(x-1)\left(x^2+x+3\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x+1)\left(x^2-2\right)}{x^2+x+3}=-\dfrac{2}{5}$.

Câu 129. Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x+1}{x+1}=\dfrac{3}{2}\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=2\end{cases}\Rightarrow S=5$.

Câu 130. Chọn A

Vì $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+bx+c}{x-3}=8$ là hữu hạn nên tam thức x^2+bx+c có nghiệm $x=3$

$\Leftrightarrow 3b+c+9=0\Leftrightarrow c=-9-3b$

Khi đó

$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+bx+c}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+bx-9-3b}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x-3)(x+3+b)}{x-3}$

$=\lim\limits_{x\to 3}(x+3+b)=8\Leftrightarrow 6+b=8\Leftrightarrow b=2\Rightarrow c=-15$

Vậy $P=b+c=-13$.

Câu 131. Chọn A

$L=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x-2}{3x^2+8x+5}=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(x+1)(x-2)}{(x+1)(3x+5)}=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x-2}{3x+5}=-\dfrac{3}{2}$.

Câu 132. *Cách 1:*

Để $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+ax+b}{x-3}=3$ thì ta phải có $x^2+ax+b=(x-3)(x-m)$.

Khi đó $3-m=3\Leftrightarrow m=0$. Vậy $x^2+ax+b=(x-3)x=x^2-3x$.

Suy ra $a=-3$ và $b=0$.

Cách 2:

Ta có $\dfrac{x^2+ax+b}{x-3}=x+a+3+\dfrac{3a+b+9}{x-3}$.

Vậy để có $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+ax+b}{x-3}=3$ thì ta phải có $\begin{cases}3a+b+9=0\\ a+6=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-3\\ b=0\end{cases}$.

Câu 133. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{(x-2)(x+2)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 134. Ta có: $L=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+3x-4}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x+4)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}(x+4)=5$.

Câu 135. Vì $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{ax^2+bx-5}{x-1}=7$ hữu hạn nên $x=1$ phải là nghiệm của phương trình $ax^2+bx-5=0$ suy ra $a+b-5=0\Rightarrow b=5-a$.

Khi đó $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{ax^2+(5-a)x-5}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(ax+5)}{x-1}=a+5=7\Rightarrow a=2$ nên $b=3$

Suy ra: $a^2+b^2+a+b=18$.

Câu 136. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{x^2+x-20}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{(x-4)(x+4)}{(x-4)(x+5)}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x+4}{x+5}=\dfrac{8}{9}$.

Câu 137. Ta có $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 3x\cos 5x\cos 7x}{\sin^2 7x}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 3x+\cos 3x-\cos 3x\cos 5x+\cos 3x\cos 5x-\cos 3x\cos 5x\cos 7x}{\sin^2 7x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 3x}{\sin^2 7x}+\lim_{x\to 0}\frac{\cos 3x(1-\cos 5x)}{\sin^2 7x}+\lim_{x\to 0}\frac{\cos 3x\cos 5x(1-\cos 7x)}{\sin^2 7x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2\frac{3x}{2}}{\sin^2 7x}+\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2\frac{5x}{2}}{\sin^2 7x}+\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2\frac{7x}{2}}{\sin^2 7x}$$

$$=\frac{2\left(\frac{9}{4}+\frac{25}{4}+\frac{49}{4}\right)}{49}=\frac{83}{98}.$$

Câu 138. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-ax+a-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x^2+x+1)-a(x-1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}(x^2+x+1-a)=3-a\Rightarrow a=1$.

Vậy $M=a^2+2a=3$.

Câu 139. Chọn B

Đặt: $t=x-\dfrac{\pi}{2}$.

Khi $x\to\dfrac{\pi}{2}$ thì $t\to 0$. Vậy $L=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\cos\left(t+\dfrac{\pi}{2}\right)}{t}=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{-\sin t}{t}=-1$.

Câu 140. Chọn D

Vì hàm số có giới hạn hữu hạn tại $x=1$ nên biểu thức tử nhận $x=1$ làm nghiệm, hay $1+a+b=0$.

Áp dụng vào giả thiết, được $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+ax-1-a}{x^2-1}=\dfrac{-1}{2}\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x+1+a)}{(x-1)(x+1)}=-\dfrac{1}{2}$.

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 1}\frac{x+1+a}{x+1}=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow \frac{2+a}{2}=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow a=-3$. Suy ra $b=2$.

Vậy $a^2+b^2=13$.

Dạng 4.1.2 Chứa căn

Câu 141. Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x^2+x}-2\sqrt{3}}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2+x-12}{(x-3)\left(\sqrt{x^2+x}+2\sqrt{3}\right)}$

$\lim\limits_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+4)}{(x-3)\left(\sqrt{x^2+x}+2\sqrt{3}\right)}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{x+4}{\sqrt{x^2+x}+2\sqrt{3}}=\frac{3+4}{\sqrt{3^2+3}+2\sqrt{3}}=\frac{7}{4\sqrt{3}}=\frac{7\sqrt{3}}{12}$.

Câu 142. Chọn B

Ta có: $\frac{2\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{8-x}}{x}=\frac{\left(2\sqrt{1+x}-2\right)+\left(2-\sqrt[3]{8-x}\right)}{x}=\frac{2\left(\sqrt{1+x}-1\right)}{x}+\frac{2-\sqrt[3]{8-x}}{x}$

$=\frac{2}{\sqrt{1+x}+1}+\frac{1}{4+2\sqrt[3]{8-x}+\sqrt[3]{(8-x)^2}}$. Do vậy:

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{2}{\sqrt{1+x}+1}+\frac{1}{4+2\sqrt[3]{8-x}+\sqrt[3]{(8-x)^2}}\right]$

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{2}{\sqrt{1+x}+1}+\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{4+2\sqrt[3]{8-x}+\sqrt[3]{(8-x)^2}}$

$=1+\frac{1}{12}=\frac{13}{12}$.

Câu 143. Chọn C

Ta có

$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{5-x^2}}{\sqrt{x^2+16}-4}=\frac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{5-x^2}\right)\left(\sqrt{x^2+16}+4\right)}{x^2}$

$=\frac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{5-x^2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{5-x^2}\right)}{x^2\left(\sqrt{5}+\sqrt{5-x^2}\right)}=\frac{x^2\left(\sqrt{x^2+16}+4\right)}{x^2\left(\sqrt{5}+\sqrt{5-x^2}\right)}=\frac{\left(\sqrt{x^2+16}+4\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{5-x^2}\right)}$

Khi đó ta có

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{5}-\sqrt{5-x^2}}{\sqrt{x^2+16}-4}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{x^2+16}+4\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{5-x^2}\right)}=\frac{4}{\sqrt{5}}\Rightarrow a+2b=14$

Câu 144. Chọn C

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2-3x+4}-2}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2-3x+4-4}{x\left(\sqrt{x^2-3x+4}+2\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-3}{\sqrt{x^2-3x+4}+2}=-\frac{3}{4}$.

Câu 145. Chọn C

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-3x+2}{6\sqrt{x+8}-x-17}=\lim_{x\to 1^+}\frac{(x-1)(x-2)\left(6\sqrt{x+8}+x+17\right)}{-(x-1)^2}=\lim_{x\to 1^+}\frac{(x-2)\left(6\sqrt{x+8}+x+17\right)}{-(x-1)}$$

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}(x-2)\left(6\sqrt{x+8}+x+17\right)=-36$

$\lim\limits_{x\to 1^+}(-x+1)=0$ và $-x+1<0$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-3x+2}{6\sqrt{x+8}-x-17}=+\infty.$$

Câu 146. Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{8+x^2}-2}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{8+x^2-8}{x^2\left(\sqrt[3]{\left(8+x^2\right)^2}+2\sqrt[3]{8+x^2}+4\right)}$.

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt[3]{\left(8+x^2\right)^2}+2\sqrt[3]{8+x^2}+4}=\frac{1}{12}.$$

Câu 147. Chọn B

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^3+x^2+1}-1}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{x^3+x^2+1-1}{x^2\left(\sqrt{x^3+x^2+1}+1\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{x+1}{\left(\sqrt{x^3+x^2+1}+1\right)}=\frac{1}{2}.$$

Câu 148. Chọn A

$$\lim_{x\to 3}\frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}=\lim_{x\to 3}\left[\frac{x+\sqrt{4x-3}}{x+1+\sqrt{5x+1}}.\frac{(x+1)^2-(5x+1)}{x^2-4x+3}\right]=\lim_{x\to 3}\left[\frac{x+\sqrt{4x-3}}{x+1+\sqrt{5x+1}}.\frac{x^2-3x}{x^2-4x+3}\right]$$

$$=\lim_{x\to 3}\left[\frac{x+\sqrt{4x-3}}{x+1+\sqrt{5x+1}}.\frac{x}{x-1}\right]=\frac{6}{8}.\frac{3}{2}=\frac{9}{8}\Rightarrow a=9,\ b=8\ \Rightarrow a-b=1.$$

Câu 149. Chọn C

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{\sqrt{4x+1}-3}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-3)\left(\sqrt{4x+1}+3\right)}{4(x-2)}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-3)\left(\sqrt{4x+1}+3\right)}{4}=-\frac{3}{2}.$$

Câu 150. Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2+x-2}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{(x-1)(x+2)\left(x+\sqrt{2x-1}\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{(x+2)\left(x+\sqrt{2x-1}\right)}=0$.

Câu 151. Chọn D

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{(x-3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to 3}\frac{1}{\sqrt{x+1}+2}=\frac{1}{2^2}.$$

Suy ra $a=1;b=2$.

$\sqrt{a}+b+2018=1+2+2018=2021$.

Câu 152. Chọn A

$$+\ \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{ax+1}-1+1-\sqrt{1-bx}}{x}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt[3]{ax+1}-1}{x}+\frac{1-\sqrt{1-bx}}{x}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{ax+1-1}{x\left[\left(\sqrt[3]{ax+1}\right)^2+\sqrt[3]{ax+1}+1\right]}+\frac{1-(1-bx)}{x\left(1+\sqrt{1-bx}\right)}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{a}{\left(\sqrt[3]{ax+1}\right)^2+\sqrt[3]{ax+1}+1}+\frac{b}{1+\sqrt{1-bx}}\right)=\frac{a}{3}+\frac{b}{2}$$

Theo giả thiết $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=4 \Rightarrow \frac{a}{3}+\frac{b}{2}=4 \Leftrightarrow 2a+3b=24$

+ Ta có hệ $\begin{cases}2a-5b=-8\\2a+3b=24\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=6\\b=4\end{cases}$ nên $|a|\le 5$ là sai.

Câu 153. Chọn D

Theo giả thiết ta có $f(4)=2018$

Ta có $\lim_{x\to 4}\frac{1009\left[f(x)-2018\right]}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{2019f(x)+2019}+2019\right)}$

$$= \lim_{x\to 4}\frac{1009\left[f(x)-2018\right]\left(\sqrt{x}+2\right)}{(x-4)\left(\sqrt{2019f(x)+2019}+2019\right)}=\frac{1009.4.2019}{\sqrt{2019.2018+2019}+2019}=2018$$

Câu 154. Chọn C

Ta có: $\lim_{x\to 3}\frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}=\lim_{x\to 3}\frac{\left(x^2-3x\right)\left(x+\sqrt{4x-3}\right)}{\left(x^2-4x+3\right)\left(x+1+\sqrt{5x+1}\right)}=\lim_{x\to 3}\frac{x\left(x+\sqrt{4x-3}\right)}{(x-1)\left(x+1+\sqrt{5x+1}\right)}$

$=\frac{3.6}{2.8}=\frac{9}{8}$. Vậy $\begin{cases}a=9\\b=8\end{cases} \Rightarrow a-b=1$.

Câu 155. Chọn B

Ta có $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{x^3-3x+2}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{(x-1)^2(x+2)}=L$, với $L\in\mathbb{R}$ (*)

Khi đó $\sqrt{a+1}-b-2=0 \Leftrightarrow \sqrt{a+1}=b+2 \Leftrightarrow \begin{cases}b\ge -2\\a+1=b^2+4b+4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b\ge -2\\a=b^2+4b+3\end{cases}$

Thay $a=b^2+4b+3$ vào (*):

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{x^3-3x+2}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{\left(b^2+4b+3\right)x^2+1}-bx-2}{(x-1)^2(x+2)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{\left(b^2+4b+3\right)x^2+1-(bx+2)^2}{(x-1)^2(x+2)\left[\sqrt{\left(b^2+4b+3\right)x^2+1}+bx+2\right]}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(4b+3)x^2-4bx-3}{(x-1)^2(x+2)\left[\sqrt{\left(b^2+4b+3\right)x^2+1}+bx+2\right]}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(4b+3)x+3}{(x-1)(x+2)\left[\sqrt{\left(b^2+4b+3\right)x^2+1}+bx+2\right]}=L,\ L\in\mathbb{R}.$$

Khi đó: $(4b+3)+3=0 \Leftrightarrow b=-\dfrac{3}{2} \Rightarrow a=-\dfrac{3}{4}$.

Vậy $a^2+b^2=\dfrac{45}{16}$

Câu 156. Chọn C

$$\lim_{x\to 3}\frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}=\lim_{x\to 3}\frac{\left(x^2-3x\right)\left(x+\sqrt{4x-3}\right)}{\left(x^2-4x+3\right)\left(x+1+\sqrt{5x+1}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{x\left(x+\sqrt{4x-3}\right)}{(x-1)\left(x+1+\sqrt{5x+1}\right)}=\frac{3.(3+3)}{2.(4+4)}=\frac{9}{8}.$$

Vậy $T=2a-b=10$.

Câu 157. Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-2x-8}{\sqrt{2x+5}-1}=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{(x+2)(x-4)(\sqrt{2x+5}+1)}{(\sqrt{2x+5}-1)(\sqrt{2x+5}+1)}=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{(x+2)(x-4)(\sqrt{2x+5}+1)}{2(x+2)}$

$=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{(x-4)(\sqrt{2x+5}+1)}{2}=-6$

Câu 158. Chọn A

Do $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-16}{x-2}=12$ nên ta có $f(2)-16=0$ hay $f(2)=16$.

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt[3]{5f(x)-16}-4}{x^2+2x-8}=\lim_{x\to 2}\frac{5(f(x)-16)}{(x-2)(x+4)(\sqrt[3]{(5f(x)-16)^2}+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+16)}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-16}{x-2}.\frac{5}{(x+4)(\sqrt[3]{(5f(x)-16)^2}+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+16)}$$

$$=12.\frac{5}{6.48}=\frac{5}{24}.$$

Câu 159. Ta có: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+3-4}{(x-1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{\sqrt{x+3}+2}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 160. Chọn A

Ta có $K=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4x+1}-1}{x^2-3x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x}{x(x-3)\left(\sqrt{4x+1}+1\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4}{(x-3)\left(\sqrt{4x+1}+1\right)}=-\dfrac{2}{3}$.

Câu 161. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{(x-2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1}{\sqrt{x+2}+2}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 162. $L=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x}{\sqrt{2-x}-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(1-x)\left(\sqrt{2-x}+1\right)}{-x+1}=\lim\limits_{x\to 1}\left(\sqrt{2-x}+1\right)=2$.

Câu 163. Ta có $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\dfrac{2x^2-6}{x-\sqrt{3}}=\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\dfrac{2\left(x^2-3\right)}{x-\sqrt{3}}=\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}2\left(x+\sqrt{3}\right)=4\sqrt{3}$.

Suy ra $a=4$, $b=3$. Vậy $P=a+b=7$.

Câu 164. Ta có: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{3x+1}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x+1-1}{x\left(\sqrt{3x+1}+1\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3}{\sqrt{3x+1}+1}=\dfrac{3}{2}$.

Câu 165. Ta có:

$$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{4x^2-2x+1}-\sqrt{1-2x}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{4x^2}{x\left(\sqrt{4x^2-2x+1}+\sqrt{1-2x}\right)}$$

$$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{4x}{\left(\sqrt{4x^2-2x+1}+\sqrt{1-2x}\right)}=0.$$

Câu 166. Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-2+2-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)}$

$$=\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+x+2}-2}{\sqrt{2}(x-1)}+\lim\limits_{x\to 1}\frac{2-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)}=I+J.$$

Tính $I=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-2}{\sqrt{2}(x-1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x+2-4}{\sqrt{2}(x-1)\left(\sqrt{x^2+x+2}+2\right)}$

$$=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+2)}{\sqrt{2}(x-1)\left(\sqrt{x^2+x+2}+2\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x+2}{\sqrt{2}\left(\sqrt{x^2+x+2}+2\right)}=\frac{3}{4\sqrt{2}}.$$

và $J=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{8-7x-1}{\sqrt{2}(x-1)\left[4+2\sqrt[3]{7x+1}+\left(\sqrt[3]{7x+1}\right)^2\right]}$

$$=\lim\limits_{x\to 1}\frac{-7}{\sqrt{2}\left[4+2\sqrt[3]{7x+1}+\left(\sqrt[3]{7x+1}\right)^2\right]}=\frac{-7}{12\sqrt{2}}.$$

Do đó $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)}=I+J=\dfrac{\sqrt{2}}{12}$

Suy ra $a=1$, $b=12$, $c=0$. Vậy $a+b+c=13$.

Câu 167. Chọn B

$$I=\lim\limits_{x\to -\sqrt{2}}\frac{x+\sqrt{2}}{x^2-2}=\lim\limits_{x\to -\sqrt{2}}\frac{x+\sqrt{2}}{\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)}=\lim\limits_{x\to -\sqrt{2}}\frac{1}{x-\sqrt{2}}=\frac{-1}{2\sqrt{2}}.$$

Câu 168. Chọn A

$$I=\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x-\sqrt{x+3}}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{\left(2x-\sqrt{x+3}\right)\left(2x+\sqrt{x+3}\right)}{(x-1)(x+1)\left(2x+\sqrt{x+3}\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{4x^2-x-3}{(x-1)(x+1)\left(2x+\sqrt{x+3}\right)}$$

$$=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-1)(4x+3)}{(x-1)(x+1)\left(2x+\sqrt{x+3}\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{4x+3}{(x+1)\left(2x+\sqrt{x+3}\right)}=\frac{7}{8}$$

Câu 169. Chọn D

Ta có

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-x}-\sqrt{4x^2+1}}{2x+3}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|\sqrt{1-\frac{1}{x}}-|x|\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{x\left(2+\frac{3}{x}\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{1-\frac{1}{x}}+x\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{x\left(2+\frac{3}{x}\right)}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{1-\frac{1}{x}}+\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{2+\frac{3}{x}}=\frac{-\sqrt{1-0}+\sqrt{4+0}}{2+0}=\frac{1}{2}$$

Câu 170. Chọn B

Cách 1:

Chọn $f(x)=10x$, ta có $\lim\limits_{x\to2}\frac{f(x)-20}{x-2}=\lim\limits_{x\to2}\frac{10x-20}{x-2}=\lim\limits_{x\to2}\frac{10(x-2)}{x-2}=10$.

Lúc đó $T=\lim\limits_{x\to2}\frac{\sqrt[3]{6f(x)+5}-5}{x^2+x-6}=\lim\limits_{x\to2}\frac{\sqrt[3]{60x+5}-5}{x^2+x-6}=\lim\limits_{x\to2}\frac{\sqrt[3]{60x+5}-5}{(x-2)(x+3)}$

$$=\lim_{x\to2}\frac{60x+5-5^3}{(x-2)(x+3)\left(\sqrt[3]{60x+5}^2+5\sqrt[3]{60x+5}+25\right)}$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{60(x-2)}{(x-2)(x+3)\left(\sqrt[3]{60x+5}^2+5\sqrt[3]{60x+5}+25\right)}$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{60}{(x+3)\left(\sqrt[3]{60x+5}^2+5\sqrt[3]{60x+5}+25\right)}=\frac{4}{25}$$

Cách 2:

Theo giả thiết có $\lim\limits_{x\to2}(f(x)-20)=0$ hay $\lim\limits_{x\to2}f(x)=20$ (*)

Khi đó $T=\lim\limits_{x\to2}\frac{\sqrt[3]{6f(x)+5}-5}{x^2+x-6}=\lim\limits_{x\to2}\frac{6f(x)+5-125}{(x^2+x-6)\left[\left(\sqrt[3]{6f(x)+5}\right)^2+5\left(\sqrt[3]{6f(x)+5}\right)+25\right]}$

$$T=\lim_{x\to2}\frac{6\left[f(x)-20\right]}{(x-2)(x+3)\left[\left(\sqrt[3]{6f(x)+5}\right)^2+5\left(\sqrt[3]{6f(x)+5}\right)+25\right]}$$

$T=\frac{10.6}{5.75}=\frac{4}{25}$.

Câu 171. Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to5}\frac{\sqrt{3x+1}-4}{3-\sqrt{x+4}}=\lim\limits_{x\to5}\frac{\left[(3x+1)-16\right]\left(3+\sqrt{x+4}\right)}{\left[9-(x+4)\right]\left(\sqrt{3x+1}+4\right)}=\lim\limits_{x\to5}\frac{-3\left(3+\sqrt{x+4}\right)}{\sqrt{3x+1}+4}=\frac{-18}{8}=-\frac{9}{4}$.

Câu 172.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì $\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-16}{x-1}=24 \Rightarrow f(1)=16$ vì nếu $f(1)\neq16$ thì $\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-16}{x-1}=\infty$.

Ta có $I=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-16}{(x-1)\left(\sqrt{2f(x)+4}+6\right)}=\dfrac{1}{12}\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-16}{(x-1)}=2$.

Câu 173. Chọn C

$$\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{x}{\sqrt[7]{x+1}.\sqrt{x+4}-2}\right)=\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{x}{\sqrt[7]{x+1}.\sqrt{x+4}-\sqrt{x+4}+\sqrt{x+4}-2}\right)$$

$$=\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{x}{\sqrt{x+4}.\left(\sqrt[7]{x+1}-1\right)+\sqrt{x+4}-2}\right)$$

$$=\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)\left(x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1\right)}{\sqrt{x+4}.(x+1-1)\left(\sqrt{x+4}+2\right)+\left(x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1\right)\left(x+4-2^2\right)}\right)$$

$$=\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\left(\sqrt{x+4}+2\right)\left(x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1\right)}{\sqrt{x+4}\left(\sqrt{x+4}+2\right)+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1}\right)=\frac{4}{9}.$$

Suy ra $a=4$, $b=9$, $L=a+b=13$.

Trình bày lại:

Chọn A

Đặt $L=\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x}{\sqrt[7]{x+1}.\sqrt{x+4}-2}\right)=\dfrac{a}{b}$ thì $\dfrac{1}{L}=\lim\left(\dfrac{\sqrt[7]{x+1}.\sqrt{x+4}-2}{x}\right)=\dfrac{b}{a}$.

Ta có

$$\frac{b}{a}=\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt[7]{x+1}.\sqrt{x+4}-\sqrt{x+4}+\sqrt{x+4}-2}{x}\right)=\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt[7]{x+1}.\sqrt{x+4}-\sqrt{x+4}}{x}\right)+\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}\right)$$

Xét $L_1=\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{.\sqrt{x+4}\left(\sqrt[7]{x+1}-1\right)}{x}\right)$.Đặt $t=\sqrt[7]{x+1}$.Khi đó: $\begin{cases}x=t^7-1\\ x\to 0\Rightarrow t\to 1\end{cases}$

$$L_1=\lim\limits_{t\to 1}\frac{\sqrt{t^7+3}(t-1)}{t^7-1}=\lim\limits_{t\to 1}\frac{\sqrt{t^7+3}}{\left(t^6+t^5+t^4+t^3+t^2+t+1\right)}=\frac{2}{7}$$

Xét $L_2=\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x}\right)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(\sqrt{x+4}-2\right)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\sqrt{x+4}+2}=\dfrac{1}{4}$

Vậy $\dfrac{b}{a}=\dfrac{2}{7}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{15}{28}\Rightarrow a=28,b=15\Rightarrow a+b=43\Rightarrow a+b=43$.

Câu 174. Ta có

$$\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{x+5}}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\left(\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}-\frac{\sqrt[3]{x+5}-2}{x-3}\right).$$

$$=\lim\limits_{x\to 3}\left(\frac{x+1-4}{(x-3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}-\frac{x+5-8}{(x-3)\left(\sqrt[3]{(x+5)^2}+2\sqrt[3]{x+5}+4\right)}\right)$$

$$=\lim\limits_{x\to 3}\left(\frac{1}{\sqrt{x+1}+2}-\frac{1}{\sqrt[3]{(x+5)^2}+2\sqrt[3]{x+5}+4}\right)=\frac{1}{4}-\frac{1}{12}=\frac{1}{6}$$

DẠNG 4.2 DẠNG $\infty - \infty$

Câu 175. Chọn D

Xét $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}=0$.

Câu 176. Chọn B

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{9x^2+ax}+3x\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{ax}{\sqrt{9x^2+ax}-3x}\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{a}{-\sqrt{9+\frac{a}{x}}-3}=-\frac{a}{6}$$

$$\Rightarrow -\frac{a}{6}=-2\Leftrightarrow a=12$$

Câu 177. Chọn C

Ta có: $\mathrm{M}=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-4x}-\sqrt{x^2-x}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-3x}{\sqrt{x^2-4x}+\sqrt{x^2-x}}$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-3x}{|x|.\left(\sqrt{1-\frac{4}{x}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}}\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{3}{\sqrt{1-\frac{4}{x}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}}}=\frac{3}{2}.$$

Câu 178. Chọn C

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x}{\sqrt{5x^2+2x}-x\sqrt{5}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2}{-\sqrt{5+\frac{2}{x}}-\sqrt{5}}=-\frac{1}{5}\sqrt{5}.$$

Suy ra: $a=-\dfrac{1}{5}$, $b=0$. Vậy $S=-1$.

Câu 179. Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x}+2x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(|x|\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}+2x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-x\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}+2x\right)$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x\left(2-\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}\right)\right)=-\infty$ vì $\lim\limits_{x\to-\infty}x=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2-\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}\right)=1$.

Câu 180. Chọn A

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+2}+x+2\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+x+2-(x+2)^2}{\sqrt{x^2+x+2}-x-2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-3x-2}{\sqrt{x^2+x+2}-x-2}.$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-3-\frac{2}{x}}{-\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}-1-\frac{2}{x}}=\frac{3}{2}.$$

Câu 181. Chọn C

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3x-\sqrt{9x^2-1}\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(3x+x\sqrt{9-\frac{1}{x^2}}\right)=\lim_{x\to-\infty}x\left(3+\sqrt{9-\frac{1}{x^2}}\right)=-\infty$$

Câu 182. Chọn D

TH1: $b=2\ \Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+2x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{ax+1}{\sqrt{4x^2+ax+1}-2x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{a+\frac{1}{x}}{-\sqrt{4+\frac{a}{x}+\frac{1}{x^2}}-2}=-\dfrac{a}{4}$.

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+bx\right)=-1 \Leftrightarrow -\frac{a}{4}=-1 \Rightarrow a=4$.

TH2: $b\neq 2 \Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+bx\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x\left(-\sqrt{4+\frac{a}{x}+\frac{1}{x^2}}+b\right)\right]=\begin{cases}-\infty \text{ neáu b} > 2\\ +\infty \text{ neáu b} < 2\end{cases}$

Vậy $a=4, b=2 \Rightarrow P=a^2-2b^3=0$.

Câu 183. **Chọn** C

$$\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{4x^2+8x+1}+2x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{8x+1}{\sqrt{4x^2+8x+1}-2x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{8+\frac{1}{x}}{-\sqrt{4+\frac{8}{x}+\frac{1}{x^2}}-2}=-2$$

.

Câu 184. **Chọn D**

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+x-\sqrt[3]{x^3+2}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{-2}{x^2+x\sqrt[3]{x^3+2}+\left(\sqrt[3]{x^3+2}\right)^2}\right)$

$$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{-2}{x^2\left(1+\sqrt[3]{1+\frac{2}{x^3}}+\left(\sqrt[3]{1+\frac{2}{x^3}}\right)^2\right)}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{\frac{-2}{x^2}}{1+\sqrt[3]{1+\frac{2}{x^3}}+\left(\sqrt[3]{1+\frac{2}{x^3}}\right)^2}\right)=1$$

Vậy $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1-\sqrt[3]{x^3+2}\right)=1$

Câu 185. **Chọn D**

$$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2-3x+1}+x\sqrt{2}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x^2-3x+1-2x^2}{\sqrt{2x^2-3x+1}-x\sqrt{2}}$$

$$=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x\left(-3+\frac{1}{x}\right)}{x\left(-\sqrt{2-\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}-\sqrt{2}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-3+\frac{1}{x}}{-\sqrt{2-\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}-\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$$

Vậy $a=3$; $b=4 \Rightarrow a+b=7$.

Câu 186. **Chọn C**

Đường thẳng $\Delta: y=ax+6b$ đi qua điểm $M(3;42)$ nên $3a+6b=42 \Rightarrow a+2b=14$.

$$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{36x^2+5ax+1}-6x+b\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{5ax+1}{\sqrt{36x^2+5ax+1}+6}+b\right)$$

$$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{5a+\frac{1}{x}}{\sqrt{36+\frac{5a}{x}+\frac{1}{x^2}}+6}+b\right)=\frac{5a}{12}+b.$$

Do đó $\frac{5a}{12}+b=\frac{20}{3} \Rightarrow 5a+12b=80$. Ta có hệ: $\begin{cases}5a+12b=80\\ a+2b=14\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=4\\ b=5\end{cases}$.

Vậy $T=a^2+b^2=41$.

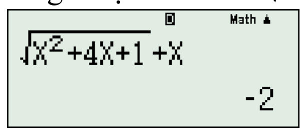
Câu 187. Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)\left(\sqrt{x^2+ax+5}-x\right)}{\sqrt{x^2+ax+5}-x}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{ax+5}{\sqrt{x^2+ax+5}-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{a+\dfrac{5}{x}}{-\sqrt{1+\dfrac{a}{x}+\dfrac{5}{x^2}}-1}=\dfrac{a}{-2}$.

Do đó: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5\Leftrightarrow\dfrac{a}{-2}=5\Leftrightarrow a=-10$.

Câu 188. Cách 1: Sử dụng máy tính cầm tay tính giá trị biểu thức $\sqrt{x^2+4x+1}+x$ tại $x=-10^{10}$:



Vậy $I=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+1}+x\right)=-2$. Chọn đáp án **A.**

Cách 2: Ta có $I=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+1}+x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x+1}{\sqrt{x^2+4x+1}-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4+\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{1+\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-1}$

$=\dfrac{4}{-2}=-2$.

Câu 189. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+2}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-4x+2-x^2}{\sqrt{x^2-4x+2}+x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-4x+2}{\sqrt{x^2-4x+2}+x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-4+\dfrac{2}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{4}{x}+\dfrac{2}{x^2}}+1}$

$=-2$.

Câu 190. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1-x+3}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-3}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-3}}=0$.

Câu 191. Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+6}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-5x+6}{\sqrt{x^2-5x+6}+x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-5+\dfrac{6}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{5}{x}+\dfrac{6}{x^2}}+1}=-\dfrac{5}{2}$.

Câu 192. Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x^2+ax+5-x^2}{\sqrt{x^2+ax+5}-x}\right)=5\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{ax+5}{\sqrt{x^2+ax+5}-x}\right)=5$

$\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{a+\dfrac{5}{x}}{-\sqrt{1+\dfrac{a}{x}+\dfrac{5}{x^2}}-1}\right)=5\Leftrightarrow\dfrac{a}{-2}=5\Leftrightarrow a=-10$.

Vì vậy giá trị của a là một nghiệm của phương trình $x^2+9x-10=0$.

Câu 193. Ta có

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2-3x+1}-(ax+b)\right)=0 \Leftrightarrow \lim_{x\to+\infty}\left(\left(\sqrt{4x^2-3x+1}-ax\right)-b\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{4x^2-3x+1-a^2x^2}{\sqrt{4x^2-3x+1}+ax}-b\right)=0 \Leftrightarrow \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\left(4-a^2\right)x^2-3x+1}{\sqrt{4x^2-3x+1}+ax}-b\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}4-a^2=0\\ a>0\\ \dfrac{-3}{2+a}-b=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\ b=-\dfrac{3}{4}\end{cases}.$$

Vậy $a-4b=5$.

Câu 194. $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{x^2+5x+4}-\sqrt{x^2+5x-2}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{6x}{\sqrt{x^2+5x+4}+\sqrt{x^2+5x-2}}$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{6x}{x\left(\sqrt{1+\frac{5}{x}+\frac{4}{x^2}}+\sqrt{1+\frac{5}{x}-\frac{2}{x^2}}\right)}=3.$$

Câu 195. Chọn D

Xét: $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}+x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+x}$.

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1}=\frac{1}{2}.$$

Câu 196. Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{a\sqrt{x^2+1}+2017}{x+2018}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\left(-a\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+\frac{2017}{x}\right)}{x\left(1+\frac{2018}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-a\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+\frac{2017}{x}}{1+\frac{2018}{x}}=-a$.

Nên $-a=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a=-\dfrac{1}{2}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+bx+1}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(\sqrt{x^2+bx+1}-x\right)\left(\sqrt{x^2+bx+1}+x\right)}{\sqrt{x^2+bx+1}+x}$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{bx+1}{x\left(\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(b+\frac{1}{x}\right)}{x\left(\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{b+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1}=\frac{b}{2}.$$

Nên $\dfrac{b}{2}=2 \Leftrightarrow b=4$.

Vậy $P=4\left(-\dfrac{1}{2}\right)+4=2$.

Câu 197. Chọn B

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+2}-x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-4x+2-x^2}{\sqrt{x^2-4x+2}+x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-4x+2}{\sqrt{x^2-4x+2}+x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-4+\frac{2}{x}}{\sqrt{1-\frac{4}{x}+\frac{2}{x^2}}+1}=-2$$

.

Câu 198. Chọn D

Ta có: $I=\lim_{x\to+\infty}\left(x+1-\sqrt{x^2-x+2}\right)\Leftrightarrow I=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-x^2+x-2}{x+\sqrt{x^2-x+2}}+1\right)\Leftrightarrow I=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x-2}{x+\sqrt{x^2-x+2}}+1\right)$

$\Leftrightarrow I=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1-\frac{2}{x}}{1+\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}}+1\right)\Leftrightarrow I=\frac{3}{2}$.

TOÁN 11	HÀM SỐ LIÊN TỤC
1D4-3	

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1. **(THPT THẠCH THANH 2 - THANH HÓA - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left(a;b\right)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $\left[a;b\right]$ là

A. $\lim\limits_{x\to a^+} f\left(x\right)=f\left(a\right)$ và $\lim\limits_{x\to b^+} f\left(x\right)=f\left(b\right)$.
B. $\lim\limits_{x\to a^-} f\left(x\right)=f\left(a\right)$ và $\lim\limits_{x\to b^-} f\left(x\right)=f\left(b\right)$.
C. $\lim\limits_{x\to a^+} f\left(x\right)=f\left(a\right)$ và $\lim\limits_{x\to b^-} f\left(x\right)=f\left(b\right)$.
D. $\lim\limits_{x\to a^-} f\left(x\right)=f\left(a\right)$ và $\lim\limits_{x\to b^+} f\left(x\right)=f\left(b\right)$.

Câu 2. **(THPT LÊ HOÀN - THANH HÓA - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên $\left[a;b\right]$. Tìm mệnh đề đúng.

A. Nếu hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$ và $f\left(a\right)f\left(b\right)>0$ thì phương trình $f\left(x\right)=0$ không có nghiệm trong khoảng $\left(a;b\right)$.

B. Nếu $f\left(a\right)f\left(b\right)<0$ thì phương trình $f\left(x\right)=0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $\left(a;b\right)$.

C. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a;b]$ và $f(a)f(b)>0$ thì phương trình $f(x)=0$ không có nghiệm trong khoảng $(a;b)$.

D. Nếu phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trong khoảng $(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên $(a;b)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

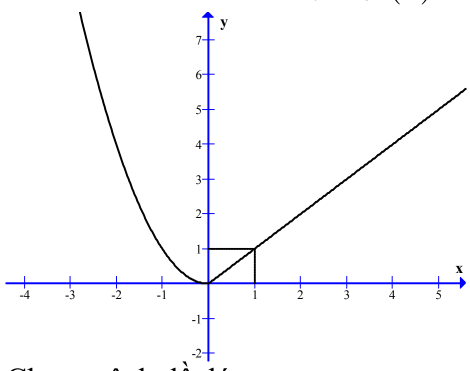
A. Nếu $f(a).f(b)>0$ thì phương trình $f(x)=0$ không có nghiệm nằm trong $(a;b)$.

B. Nếu $f(a).f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a;b)$.

C. Nếu $f(a).f(b)>0$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a;b)$.

D. Nếu phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a;b)$ thì $f(a).f(b)<0$.

Câu 4. Cho đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ sau:



Chọn mệnh đề đúng.

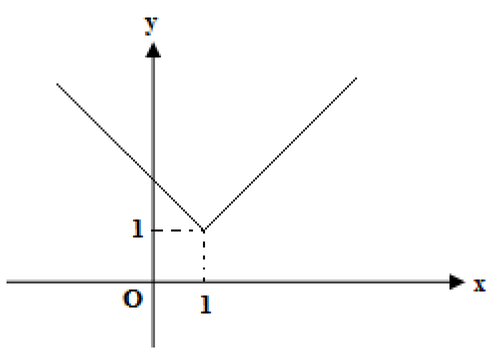
A. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x=0$ nhưng không liên tục tại điểm $x=0$.

B. Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm $x=0$ nhưng không có đạo hàm tại điểm $x=0$.

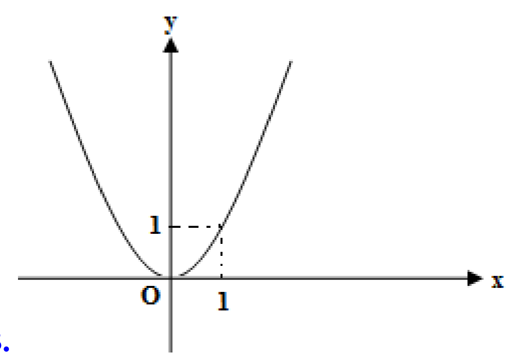
C. Hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm tại điểm $x=0$.

D. Hàm số $y=f(x)$ không liên tục và không có đạo hàm tại điểm $x=0$.

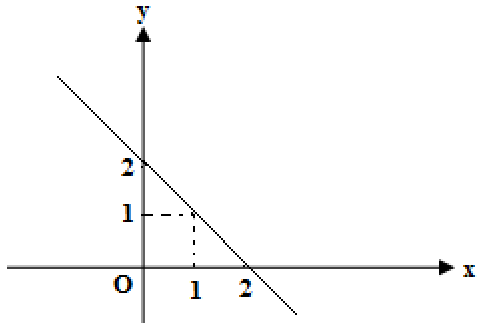
Câu 5. Hình nào trong các hình dưới đây là đồ thị của hàm số không liên tục tại $x=1$?

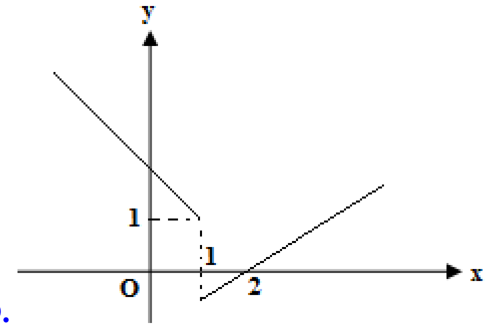
A. 

.

B. 

.

C. 

. **D.** 

Câu 6. **(Thi thử SGD Hưng Yên)** Cho các mệnh đề:

1. Nếu hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left(a;b\right)$ và $f\left(a\right).f\left(b\right)<0$ thì tồn tại $x_0\in\left(a;b\right)$ sao cho $f\left(x_0\right)=0$.

2. Nếu hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$ và $f\left(a\right).f\left(b\right)<0$ thì phương trình $f\left(x\right)=0$ có nghiệm.

3. Nếu hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục, đơn điệu trên $\left[a;b\right]$ và $f\left(a\right).f\left(b\right)<0$ thì phương trình $f\left(x\right)=0$ có nghiệm duy nhất.

A. Có đúng hai mệnh đề sai. **B.** Cả ba mệnh đề đều đúng.
C. Cả ba mệnh đề đều sai. **D.** Có đúng một mệnh đề sai.

DẠNG 2. LIÊN TỤC TẠI MỘT ĐIỂM

Dạng 2.1 Xét tính liên tục tại điểm của hàm số

Câu 7. Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{1-x^3}{1-x}, \text{khi } x<1\\ 1 \quad , \text{khi } x\ge 1\end{cases}$. Hãy chọn kết luận đúng

A. y liên tục phải tại $x=1$. **B.** y liên tục tại $x=1$.
C. y liên tục trái tại $x=1$. **D.** y liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 8. Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-7x+12}{x-3} & \text{khi } x\ne 3\\ -1 & \text{khi } x=3\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số liên tục nhưng không có đạo hàm tại $x_0=3$.
B. Hàm số gián đoạn và không có đạo hàm tại $x_0=3$.
C. Hàm số có đạo hàm nhưng không liên tục tại $x_0=3$.
D. Hàm số liên tục và có đạo hàm tại $x_0=3$.

Câu 9. Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x\ne 2\\ 4 & \text{khi } x=2\end{cases}$. Chọn mệnh đề đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x=2$. **B.** Hàm số gián đoạn tại $x=2$.
C. $f\left(4\right)=2$. **D.** $\lim\limits_{x\to 2}f\left(x\right)=2$.

Câu 10. Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2x-1}{x^3-x}$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x=-1$. **B.** Hàm số liên tục tại $x=0$.

C. Hàm số liên tục tại $x=1$. **D.** Hàm số liên tục tại $x=\frac{1}{2}$.

Câu 11. **(THPT NAM TRỰC - NAM ĐỊNH - 2018)** Hàm số nào sau đây liên tục tại $x=1$:

A. $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x-1}$. **B.** $f(x)=\frac{x^2-x-2}{x^2-1}$. **C.** $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x}$. **D.** $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$.

Dạng 2.1 Điểm gián đoạn của hàm số

Câu 12. **(THPT THUẬN THÀNH - BẮC NINH - 2018)** Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0=-1$.

A. $y=(x+1)(x^2+2)$. **B.** $y=\frac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\frac{x}{x-1}$. **D.** $y=\frac{x+1}{x^2+1}$.

Câu 13. Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x=2$?

A. $y=\frac{3x-4}{x-2}$. **B.** $y=\sin x$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$ **D.** $y=\tan x$.

Câu 14. Hàm số $y=\frac{x}{x+1}$ gián đoạn tại điểm x_0 bằng?

A. $x_0=2018$. **B.** $x_0=1$. **C.** $x_0=0$ **D.** $x_0=-1$.

Câu 15. Cho hàm số $y=\frac{x-3}{x^2-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số không liên tục tại các điểm $x=\pm 1$. **B.** Hàm số liên tục tại mọi $x\in\mathbb{R}$.
C. Hàm số liên tục tại các điểm $x=-1$. **D.** Hàm số liên tục tại các điểm $x=1$.

Câu 16. **(THPT CHUYÊN BẮC NINH - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{1-\cos x}{x^2} & \text{khi } x\neq 0\\ 1 & \text{khi } x=0\end{cases}$.

Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

A. $f(x)$ có đạo hàm tại $x=0$. **B.** $f(\sqrt{2})<0$.

C. $f(x)$ liên tục tại $x=0$. **D.** $f(x)$ gián đoạn tại $x=0$.

Câu 17. **(THPT HAI BÀ TRƯNG - HUẾ - 2018)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}-x\cos x, x<0\\ \frac{x^2}{1+x}, 0\le x<1\\ x^3, x\ge 1\end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại mọi điểm x thuộc $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $f(x)$ bị gián đoạn tại điểm $x=0$.

C. Hàm số $f(x)$ bị gián đoạn tại điểm $x=1$.

D. Hàm số $f(x)$ bị gián đoạn tại điểm $x=0$ và $x=1$.

Dạng 2.3 Bài toán chứa tham số

Câu 18. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x+2} & khi\ x\neq -2\\ m & khi\ x=-2\end{cases}$ liên tục tại $x=-2$

A. $m=-4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=0$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-1}{x-1} \text{ khi } x\neq 1\\ 2m+1 \text{ khi } x=1\end{cases}$. Giá trị của tham số m để hàm số liên tục tại điểm $x_0=1$ là:

A. $m=-\frac{1}{2}$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

Câu 20. Để hàm số $y=\begin{cases}x^2+3x+2 & \text{khi} & x\le -1\\ 4x+a & \text{khi} & x>-1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=-1$ thì giá trị của a là

A. -4. **B.** 4. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 21. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x^2+2x-2}{x-1} & khi\ x\neq 1\\ 3x+m & khi\ x=1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$.

A. $m=0$. **B.** $m=6$. **C.** $m=4$. **D.** $m=2$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^{2016}+x-2}{\sqrt{2018x+1}-\sqrt{x+2018}} & khi\ x\neq 1\\ k & khi\ x=1\end{cases}$. Tìm k để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$

.

A. $k=2\sqrt{2019}$. **B.** $k=\dfrac{2017.\sqrt{2018}}{2}$. **C.** $k=1$. **D.** $k=\dfrac{20016}{2017}\sqrt{2019}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} & khi\ x\neq 1\\ a & khi\ x=1\end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x_0=1$.

A. $a=0$. **B.** $a=-\frac{1}{2}$. **C.** $a=\frac{1}{2}$. **D.** $a=1$.

Câu 24. Biết hàm số $f(x)=\begin{cases}3x+b & khi\ x\le -1\\ x+a & khi\ x>-1\end{cases}$ liên tục tại $x=-1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=b-2$. **B.** $a=-2-b$. **C.** $a=2-b$. **D.** $a=b+2$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi x}\neq 3\\ m & \text{khi x=3}\end{cases}$. Hàm số đã cho liên tục tại $x=3$ khi $m=?$

A. -1. **B.** 1. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 26. Biết hàm số $f(x)=\begin{cases}ax^2+bx-5 & \text{khi} & x\le 1\\ 2ax-3b & \text{khi} & x>1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$ Tính giá trị của biểu thức $P=a-4b$.

A. $P=-4$. **B.** $P=-5$. **C.** $P=5$. **D.** $P=4$.

Câu 27. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x}{x-1} & khi\ x\neq 1\\ m-1 & khi\ \ x=1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$

A. $m=0$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$ **D.** $m=2$.

Câu 28. Có bao nhiêu số tự nhiên m để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1} & khi\ x\neq 1\\ m^2+m-1 & khi\ x=1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=1$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 29. Tìm a để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{khi}\ x\neq 2\\ 2x+a & \text{khi}\ x=2\end{cases}$ liên tục tại $x=2$?

A. $\dfrac{15}{4}$. **B.** $-\dfrac{15}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 1.

Câu 30. Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{\sqrt{x+2}-2} & khi\ \ x>2\\ m^2x-4m+6 & khi\ \ x\leq 2\end{cases}$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số đã cho liên tục tại $x=2$?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1

Câu 31. Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3x^2+2x-1}-2}{x^2-1}, & x\neq 1\\ 4-m & x=1\end{cases}$. Hàm số $f\left(x\right)$ liên tục tại $x_0=1$ khi

A. $m=3$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=7$. **D.** $m=-7$.

Câu 32. **(Chuyên Lê Thánh Tông-Quảng Nam-2018-2019)** Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-1} & \text{khi}\ \ x<-1\\ mx+2 & \text{khi}\ \ x\geq -1\end{cases}$ liên tục tại $x=-1$.

A. $m=\dfrac{-3}{2}$. **B.** $m=\dfrac{-5}{2}$. **C.** $m=\dfrac{3}{2}$. **D.** $m=\dfrac{5}{2}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2} & \text{khi}\ x\neq 0\\ 2a-\dfrac{5}{4} & \text{khi}\ x=0\end{cases}$. Tìm giá trị thực của tham số a để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=0$.

A. $a=-\dfrac{3}{4}$. **B.** $a=\dfrac{4}{3}$. **C.** $a=-\dfrac{4}{3}$. **D.** $a=\dfrac{3}{4}$.

Câu 34. Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}x^2-2x+3 & \text{khi}\ x\neq 1\\ 3x+m-1 & \text{khi}\ x=1\end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x_0=1$.

A. $m=1$. **B.** $m=3$. **C.** $m=0$. **D.** $m=2$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ a & \text{khi } x=2\end{cases}$. Hàm số liên tục tại $x=2$ khi a bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 36. Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & khi \quad x\neq 3\\ mx+2 & khi \quad x=3\end{cases}$. Hàm số liên tục tại điểm $x=3$ khi m bằng:

A. -2. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

Câu 37. Tìm m để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^2-16}{x-4} & khi\, x>4\\ mx+1 & khi\, x\leq 4\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=4$.

A. $m=\dfrac{7}{4}$. **B.** $m=8$. **C.** $m=-\dfrac{7}{4}$. **D.** $m=-8$.

Câu 38. **(THPT Yên Mỹ Hưng Yên lần 1 - 2019)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^2-2x}{x-2} & \text{khi x >2}\\ mx-4 & \text{khi x} \leq 2\end{cases}$ liên tục tại $x=2$.

A. $m=3$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** Không tồn tại m.

Câu 39. **(THPT THUẬN THÀNH 1)** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+3}-m}{x-1} & khi\, x\neq 1\\ n & khi\, x=1\end{cases}$. Để hàm số liên tục tại $x_0=1$ thì giá trị của biểu thức $\left(m+n\right)$ tương ứng bằng:

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** 1. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Câu 40. Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^3-6x^2+11x-6}{x-3} & \text{khi } x\neq 3\\ m & \text{khi } x=3\end{cases}$. Tìm giá trị của m để hàm số liên tục tại $x=3$?

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=0$.

Câu 41. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos 7x}{x^2}$. Tìm giá trị của m để hàm số liên tục tại $x=3$?

A. 40. **B.** 0. **C.** -4. **D.** 20.

Câu 42. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-2}{x+1} & khi\ x>-1\\ mx-2m^2 & \text{khi } x\leq -1\end{cases}$ liên tục tại $x=-1$.

A. $m\in\left\{1;-\dfrac{3}{2}\right\}$. **B.** $m\in\left\{1\right\}$. **C.** $m\in\left\{-\dfrac{3}{2}\right\}$. **D.** $m\in\left\{-1;\dfrac{3}{2}\right\}$..

Câu 43. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-2x} & khi\ x<2\\ mx+m+1 & khi\ x\ge 2\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=2$.

A. $m=\dfrac{1}{6}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{6}$. **C.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

Câu 44. Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2} & \text{khi } x\ne 0\\ 2a-\dfrac{5}{4} & \text{khi } x=0\end{cases}$. Tìm các giá trị thực của tham số a để hàm số $f\left(x\right)$ liên tục tại $x=0$.

A. $a=-\dfrac{3}{4}$. **B.** $a=\dfrac{4}{3}$. **C.** $a=-\dfrac{4}{3}$. **D.** $a=\dfrac{3}{4}$.

Câu 45. Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{4x^3-3x+1} & \text{khi } x\ne\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{c}{2} & \text{khi } x=\dfrac{1}{2}\end{cases}$, $\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$. Biết hàm số liên tục tại $x=\dfrac{1}{2}$. Tính $S=abc$.

A. $S=-36$. **B.** $S=18$. **C.** $S=36$. **D.** $S=-18$.

Câu 46. **(Chuyên - Vĩnh Phúc - lần 3 - 2019)** Tìm a để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x\ne 1\\ a & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

A. $a=1$. **B.** $a=0$. **C.** $a=2$. **D.** $a=-1$.

Câu 47. **(THPT Chuyên Thái Bình - lần 3 - 2019)** Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-2}{x-2} & \text{khi } x\ne 2\\ m & \text{khi } x=2\end{cases}$ liên tục tại x=2.

A. $m=3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

Câu 48. Để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{2x^2-3x+1}{2\left(x-1\right)} & khi\ x\ne 1\\ m & khi\ x=1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$ thì giá trị m bằng

A. $0,5$. **B.** $1,5$. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 49. **(THPT CHUYÊN BẮC NINH - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^2+x-2}{x-1} & \text{khi } x\ne 1\\ 3m & \text{khi } x=1\end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số gián đoạn tại $x=1$.

A. $m\ne 2$. **B.** $m\ne 1$. **C.** $m\ne 2$. **D.** $m\ne 3$.

Câu 50. **(THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG - PHÚ THỌ - LẦN 1 - 2018)** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x<0\\ m+\dfrac{1-x}{1+x} & \text{khi } x\ge 0\end{cases}$ liên tục tại $x=0$.

A. $m=1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Câu 51. **(TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ SỐ 1 - 2018)** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{e^{ax}-1}{x} & \text{khi } x\ne 0\\ \dfrac{1}{2} & \text{khi } x=0\end{cases}$. Tìm giá trị của a để hàm số liên tục tại $x_0=0$.

A. $a=1$. **B.** $a=\dfrac{1}{2}$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 52. **(THPT HẬU LỘC 2 - TH - 2018)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{ax^2-(a-2)x-2}{\sqrt{x+3}-2} & \text{khi } x\ne 1\\ 8+a^2 & \text{khi } x=1\end{cases}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của a để hàm số liên tục tại $x=1$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 53. **(THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ - HÒA BÌNH - 2018)** Giá trị của tham số a để hàm số $y=f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x\ne 2\\ a+2x & \text{khi } x=2\end{cases}$ liên tục tại $x=2$.

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** 1. **C.** $-\dfrac{15}{4}$. **D.** 4.

Câu 54. **(PHAN ĐĂNG LƯU - HUẾ - LẦN 1 - 2018)** Hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}x^2+1 \; khi \; x\le 1\\ x+m \; khi \; x>1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=1$ khi m nhận giá trị

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Câu 55. **(CHUYÊN TRẦN PHÚ - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x\ne 4\\ a+2 & \text{khi } x=4\end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để hàm số liên tục tại $x_0=4$.

A. $a=\dfrac{5}{2}$. **B.** $a=-\dfrac{11}{6}$. **C.** $a=3$. **D.** $a=2$.

Câu 56. **(THPT CHUYÊN THÁI BÌNH - LẦN 5 - 2018)** Tìm tham số thực m để hàm số $y=f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^2+x-12}{x+4} & \text{khi } x\ne -4\\ mx+1 & \text{khi } x=-4\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=-4$.

A. $m=4$. **B.** $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=5$.

Câu 57. **(THPT TRẦN PHÚ - ĐÀ NẴNG - 2018)** Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} & \text{khi } x\ne 1\\ m & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

A. $m=3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=\dfrac{3}{4}$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

Câu 58. **(THPT HÀ HUY TẬP - HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } \left(x>1\right)\\ m^2+m+\dfrac{1}{4} & \text{khi } \left(x\le 1\right)\end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $f\left(x\right)$ liên tục tại $x=1$.

A. $m\in\{0;1\}$. **B.** $m\in\{0;-1\}$. **C.** $m\in\{1\}$. **D.** $m\in\{0\}$.

Câu 59. **(THPT KINH MÔN - HẢI DƯƠNG - LẦN 1 - 2018)** Tìm a để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$: $f\left(x\right)=\begin{cases}2x+a & \text{khi } x\le 1\\ \dfrac{x^3-x^2+2x-2}{x-1} & \text{khi } x>1.\end{cases}$

A. $a=-2$. **B.** $a=1$. **C.** $a=2$. **D.** $a=-1$.

Câu 60. **(THPT CHUYÊN HẠ LONG - LẦN 1 - 2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-2}{x-2} & khi\ x\ne 2\\ m^2 & khi\ x=2\end{cases}$ liên tục tại $x=2$.

A. $m=\sqrt{3}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=\pm\sqrt{3}$. **D.** $m=\pm 1$.

Câu 61. **(THPT LÝ THÁI TỔ - BẮC NINH - 2018)** Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+4x+3}{x+1} & khi\ x>-1\\ mx+2 & khi\ x\le -1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=-1$.

A. $m=2$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=4$.

Câu 62. **(THPT HẢI AN - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^3-8}{x-2} & khi\quad x\ne 2\\ 2m+1 & khi\quad x=2\end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại điểm $x_0=2$.

A. $m=\dfrac{3}{2}$. **B.** $m=\dfrac{13}{2}$. **C.** $m=\dfrac{11}{2}$. **D.** $m=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 63. **(THPT CHUYÊN THĂNG LONG - ĐÀ LẠT - 2018)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{-x^2+2x+8}{x+2} & \text{khi}\quad x\ne -2\\ m^2x^2+5mx & \text{khi}\quad x=-2\end{cases}$ $\left(m\in\mathbb{R}\right)$. Biết hàm số $f\left(x\right)$ liên tục tại $x_0=-2$. Số giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

DẠNG 3. LIÊN TỤC TRÊN KHOẢNG

Dạng 3.1 Xét tính liên tục trên khoảng của hàm số

Câu 64. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-x$. **B.** $y=\cot x$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=\sqrt{x^2-1}$.

Câu 65. **(PHAN ĐĂNG LƯU - HUẾ - LẦN 1 - 2018)** Cho bốn hàm số $f_1(x)=2x^3-3x+1$, $f_2(x)=\dfrac{3x+1}{x-2}$, $f_3(x)=\cos x+3$ và $f_4(x)=\log_3 x$. Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 66. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x)=\tan x+5$. **B.** $f(x)=\dfrac{x^2+3}{5-x}$. **C.** $f(x)=\sqrt{x-6}$. **D.** $f(x)=\dfrac{x+5}{x^2+4}$.

Câu 67. Cho hàm số $y=\begin{cases}-x^2+x+3 & \text{khi } x\ge 2\\ 5x+2 & \text{khi } x<2\end{cases}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số liên tục tại $x_0=1$.
B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty;2)$, $(2;+\infty)$.
D. Hàm số gián đoạn tại $x_0=2$.

Câu 68. Hàm số nào sau đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x)=\sqrt{x}$. **B.** $f(x)=x^4-4x^2$. **C.** $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^4-4x^2}{x+1}}$. **D.** $f(x)=\dfrac{x^4-4x^2}{x+1}$.

Câu 69. **(THPT XUÂN HÒA - VP - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{x} & \text{khi } x<1,\ x\ne 0\\ 0 & \text{khi } x=0\\ \sqrt{x} & \text{khi } x\ge 1\end{cases}$. Khẳng định nào đúng

A. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ các điểm thuộc đoạn $[0;1]$.
B. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x=0$.
C. Hàm số liên tục tại mọi điểm thuộc $\mathbb{R}$.
D. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x=1$.

Câu 70. **(THPT NGUYỄN HUỆ - NINH BÌNH - 2018)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\sin \pi x & \text{khi } |x|\le 1\\ x+1 & \text{khi } |x|>1\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.
C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.
D. Hàm số gián đoạn tại $x=\pm 1$.

Câu 71. **(CHUYÊN VINH - LẦN 1 - 2018)** Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y=|x|$. **B.** $y=\dfrac{x}{x+1}$. **C.** $y=\sin x$. **D.** $y=\dfrac{x}{|x|+1}$.

Câu 72. **(THPT CHUYÊN KHTN - LẦN 3 - 2018)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\sin x & \text{neu}\cos x\ge 0\\ 1+\cos x & \text{neu}\cos x<0\end{cases}$. Hỏi hàm số f có tất cả bao nhiêu điểm gián đoạn trên khoảng $(0;2018)$?

A. 2018. **B.** 1009. **C.** 642. **D.** 321.

Dạng 3.2 Bài toán chứa tham số

Câu 73. Tìm m để hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{2\sqrt[3]{x}-x-1}{x-1}, x\ne 1\\ mx+1 \qquad ,x=1\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=-\dfrac{4}{3}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $m=\dfrac{4}{3}$. **D.** $m=\dfrac{2}{3}$.

Câu 74. **(KSCL LẦN 1 CHUYÊN LAM SƠN - THANH HÓA_2018-2019)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt[3]{4x}-2}{x-2} & , \ x\ne 2\\ ax+3 & , \ x=2\end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a=-1$. **B.** $a=\dfrac{1}{6}$. **C.** $a=\dfrac{4}{3}$. **D.** $a=-\dfrac{4}{3}$.

Câu 75. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x\ne 1\\ m-2 & \text{khi } x=1\end{cases}$. Tìm m để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-4$.

Câu 76. **(LƯƠNG TÀI 2 BẮC NINH LẦN 1-2018-2019)** Tìm m để hàm số $y=f(x)=\begin{cases}x^2+2\sqrt{x-2} & khi\, x\ge 2\\ 5x-5m+m^2 & khi\, x<2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $m=2;m=3$. **B.** $m=-2;m=-3$. **C.** $m=1;m=6$. **D.** $m=-1;m=-6$.

Câu 77. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x+a-1 & khi \ \ x\le 0\\ \dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & khi \ \ x>0\end{cases}$. Tìm tất cả giá trị thực của a để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a=1$. **B.** $a=3$. **C.** $a=4$. **D.** $a=2$.

Câu 78. Cho biết hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-3x^2+2x}{x(x-2)} & \text{khi} \quad x(x-2)\ne 0\\ a & \text{khi} \quad x=0\\ b & \text{khi} \quad x=2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $T=a^2+b^2$.

A. $T = 2$. **B.** $T = 122$. **C.** $T = 101$. **D.** $T = 145$.

Câu 79. **(TOÁN HỌC TUỔI TRẺ SỐ 5)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số sau liên tục trên $\mathbb{R}$

$$f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{\ln x} & khi \quad x>1\\ m.e^{x-1}+1-2mx^2 & khi \quad x\le 1\end{cases}$$

A. $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = \dfrac{1}{2}$. **D.** $m = 0$.

Câu 80. **(THPT CHUYÊN THÁI BÌNH - LẦN 4 - 2018)** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}m^2x^2 & \text{khi } x\le 2\\ \left(1-m\right)x & \text{khi } x>2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 81. **(THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC - LẦN 4 - 2018)** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\sqrt{x}-m & \text{khi } x\ge 0\\ mx+1 & \text{khi } x<0\end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của m để $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 1$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = -2$.

Câu 82. **(THPT YÊN LẠC - LẦN 4 - 2018)** Tìm P để hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-4x+3}{x-1} & \text{khi } x>1\\ 6Px-3 & \text{khi } x\le 1\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$

.

A. $P = \dfrac{5}{6}$. **B.** $P = \dfrac{1}{2}$. **C.** $P = \dfrac{1}{6}$. **D.** $P = \dfrac{1}{3}$.

Câu 83. **(THPT TỨ KỲ - HẢI DƯƠNG - LẦN 2 - 2018)** Hàm số $f(x)=\begin{cases}ax+b+1, khi\, x>0\\ a\cos x+b\sin x,\ khi\, x\le 0\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $a - b = 1$. **B.** $a - b = -1$. **C.** $a + b = 1$ **D.** $a + b = 1$

Câu 84. **(THPT YÊN LẠC - LẦN 3 - 2018)** Cho hàm số $y=\begin{cases}3x+1 & khi\, x\ge -1\\ x+m & khi\, x<-1\end{cases}$, m là tham số. Tìm m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 5$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -3$.

Câu 85. **(THPT CHUYÊN BIÊN HÒA - HÀ NAM - 2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x} & khi \quad x>0\\ \sqrt{x^2+1}-m & khi \quad x\le 0\end{cases}$$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = \dfrac{3}{2}$. **B.** $m = \dfrac{1}{2}$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = -\dfrac{1}{2}$.

Câu 86. **(THPT GANG THÉP - LẦN 3 - 2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+16}-5}{x-3} & \text{khi} \quad x\neq 3\\ a & \text{khi} \quad x=3\end{cases}$. Tập các giá trị của a để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ là:

A. $\left\{\dfrac{2}{5}\right\}$. **B.** $\left\{\dfrac{1}{5}\right\}$. **C.** $\{0\}$. **D.** $\left\{\dfrac{3}{5}\right\}$.

Câu 87. **(SỞ GD&ĐT BÌNH THUẬN - 2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^2-16}{x-4} & \text{khi} \quad x>4\\ mx+1 & \text{khi} \quad x\leq 4\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=8$ hoặc $m=-\dfrac{7}{4}$. **B.** $m=\dfrac{7}{4}$.

C. $m=-\dfrac{7}{4}$. **D.** $m=-8$ hoặc $m=\dfrac{7}{4}$.

Câu 88. **(PTNK CƠ SỞ 2 - TPHCM - LẦN 1 - 2018)** Nếu hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}x^2+ax+b & \text{khi } x<-5\\ x+17 & \text{khi} -5\leq x\leq 10\\ ax+b+10 & \text{khi} \, x>10\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $a+b$ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

DẠNG 4. CHỨNG MINH PHƯƠNG TRÌNH CÓ NGHIỆM

Câu 89. Cho phương trình $2x^4-5x^2+x+1=0$ (1). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

A. Phương trình $\left(1\right)$ có đúng một nghiệm trên khoảng $\left(-2;1\right)$.

B. Phương trình $\left(1\right)$ vô nghiệm.

C. Phương trình $\left(1\right)$ có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $\left(0;2\right)$.

D. Phương trình $\left(1\right)$ vô nghiệm trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Câu 90. **(THPT HẢI AN - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018)** Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $\left(0;1\right)$

A. $2x^2-3x+4=0$. **B.** $\left(x-1\right)^5-x^7-2=0$.

C. $3x^4-4x^2+5=0$. **D.** $3x^{2017}-8x+4=0$.

Câu 91. **(THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG - GIA LAI - LẦN 2 - 2018)** Cho phương trình $4x^4+2x^2-x-3=0$ $\left(1\right)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Phương trình $\left(1\right)$ vô nghiệm trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

B. Phương trình $\left(1\right)$ có đúng một nghiệm trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

C. Phương trình $\left(1\right)$ có đúng hai nghiệm trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

D. Phương trình $\left(1\right)$ có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Câu 92. Phương trình $3x^5+5x^3+10=0$ có nghiệm thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(-2;-1\right)$. **B.** $\left(-10;-2\right)$. **C.** $\left(0;1\right)$. **D.** $\left(-1;0\right)$.

Câu 93. Cho phương trình $2x^3-8x-1=0$ (1). Khẳng định nào **sai**?

A. Phương trình không có nghiệm lớn hơn 3.
B. Phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.
C. Phương trình có 2 nghiệm lớn hơn 2.
D. Phương trình có nghiệm trong khoảng $(-5;-1)$.

Câu 94. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và thỏa mãn $f(a)=b$, $f(b)=a$ với $a,b>0$, $a\neq b$. Khi đó phương trình nào sau đây có nghiệm trên khoảng $(a;b)$.

A. $f(x)=0$. **B.** $f(x)=x$. **C.** $f(x)=-x$. **D.** $f(x)=a$.

Câu 95. Cho số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases}-8+4a-2b+c>0\\8+4a+2b+c<0\end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và trục Ox là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 96. **(LÊ QUÝ ĐÔN - QUẢNG TRỊ - LẦN 1 - 2018)** Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases}a+c>b+1\\a+b+c+1<0\end{cases}$. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và trục Ox.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1. Theo định nghĩa hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$. Chọn: $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$.

Câu 2. Vì $f(a)f(b)>0$ nên $f(a)$ và $f(b)$ cùng dương hoặc cùng âm. Mà $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a;b]$ nên đồ thị hàm $f(x)$ nằm trên hoặc nằm dưới trục hoành trên $[a;b]$ hay phương trình $f(x)=0$ không có nghiệm trong khoảng $(a;b)$.

Câu 3. **Chọn B**

Vì theo định lý 3 trang 139/sgk.

Câu 4. **Chọn B**

Đồ thị là một đường liền nét, nhưng bị "gãy" tại điểm $x=0$ nên nó liên tục tại điểm $x=0$ nhưng không có đạo hàm tại điểm $x=0$.

Câu 5. **Chọn D**

Vì $\lim\limits_{x\to1^+}y\neq\lim\limits_{x\to1^-}y$ nên hàm số không liên tục tại $x=1$.

Câu 6. **Chọn D**

Khẳng định thứ nhất sai vì thiếu tính liên tục trên đoạn $[a;b]$.

DẠNG 2. LIÊN TỤC TẠI MỘT ĐIỂM

Dạng 2.1 Xét tính liên tục tại điểm của hàm số

Câu 7. **Chọn A**

Ta có: $y(1)=1$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+}y=1$; $\lim\limits_{x\to1^-}y=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{1-x^3}{1-x}=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{(1-x)(1+x+x^2)}{1-x}=\lim\limits_{x\to1^-}(1+x+x^2)=4$

Nhận thấy: $\lim\limits_{x\to 1^+} y = y(1)$. Suy ra y liên tục phải tại $x=1$.

Câu 8. **Chọn D**

$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-7x+12}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}(x-4)=-1=y(3)$ nên hàm số liên tục tại $x_0=3$.

$$\lim_{x\to 3}\frac{\left(x^2-7x+12\right)-\left(3^2-7.3+12\right)}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{\left(x^2-7x+12\right)}{x-3}=\lim_{x\to 3}(x-4)=-1\Rightarrow y'(3)=-1.$$

Câu 9. **Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

$$\lim_{x\to 2}f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\left(\sqrt{x+2}+2\right)=4$$

$f(2)=4$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 2}f(x)=f(2)$

Vậy hàm số liên tục tại $x=2$.

Câu 10. **Chọn D**

Tại $x=\dfrac{1}{2}$, ta có: $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}f(x)=\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{2x-1}{x^3-1}=0=f\left(\dfrac{1}{2}\right)$. Vậy hàm số liên tục tại $x=2$.

Câu 11. **A)** $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$

$\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=+\infty$ suy ra $f(x)$ không liên tục tại $x=1$.

B) $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x^2-1}$

$\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x-2}{x-1}=-\infty$ suy ra $f(x)$ không liên tục tại $x=1$.

C) $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x}$

$\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x+1}{x}=3=f(1)$ suy ra $f(x)$ liên tục tại $x=1$.

D) $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$

$\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+1}{x-1}=+\infty$ suy ra $f(x)$ không liên tục tại $x=1$.

Dạng 2.1 Điểm gián đoạn của hàm số

Câu 12. Ta có $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ không xác định tại $x_0=-1$ nên gián đoạn tại $x_0=-1$.

Câu 13. **Chọn A**

Ta có: $y=\dfrac{3x-4}{x-2}$ có tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$, do đó gián đoạn tại $x=2$.

Câu 14. **Chọn D**

Vì hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ nên hàm số gián đoạn tại điểm $x_0=-1$.

Câu 15. **Chọn A**

Hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^2-1}$ có tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$. Do đó hàm số không liên tục tại các điểm $x=\pm1$.

Câu 16. Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$

Ta có $f(0)=1$ và $\lim\limits_{x\to0} f(x)=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2\sin^2\frac{x}{2}}{4.\left(\frac{x}{2}\right)^2}=\dfrac{1}{2}$

Vì $f(0)\neq\lim\limits_{x\to0} f(x)$ nên $f(x)$ gián đoạn tại $x=0$. Do đó $f(x)$ không có đạo hàm tại $x=0$.

$\forall x\neq0$ $f(x)=\dfrac{1-\cos x}{x^2}\geq0$ nên $f\left(\sqrt{2}\right)>0$. Vậy A, B,C sai.

Câu 17. * $f(x)$ liên tục tại $x\neq0$ và $x\neq1$.

* Tại $x=0$

$\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to0^-}(-x\cos x)=0$, $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x^2}{1+x}=0$, $f(0)=0$.

Suy ra $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=f(0)$. Hàm số liên tục tại $x=0$.

* Tại $x=1$

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x^2}{1+x}=\dfrac{1}{2}$, $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to1^+} x^3=1$.

Suy ra $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)\neq\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$. Hàm số gián đoạn tại $x=1$.

Dạng 2.3 Bài toán chứa tham số

Câu 18. **Chọn A**

Hàm số liên tục tại $x=-2$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to-2}\left(\dfrac{x^2-4}{x+2}\right)=\lim\limits_{x\to-2} m=m \Leftrightarrow m=-4$

Câu 19. **Chọn C**

Ta có $f(1)=2m+1$

$\lim\limits_{x\to1} y=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}(x^2+x+1)=3$

Để hàm số liên tục tại điểm $x_0=1$ thì $f(1)=\lim\limits_{x\to1} y\Rightarrow 2m+1=3\Leftrightarrow m=1$.

Câu 20. **Chọn B**

Hàm số liên tục tại $x=-1$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to-1^+} y=\lim\limits_{x\to-1^-} y==y(-1)$

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to-1^+}(4x+a)=\lim\limits_{x\to-1^-}\left(x^2+3x+2\right)=y(-1) \Leftrightarrow a-4=0\Leftrightarrow a=4$.

Câu 21. **Chọn A**

Ta có: $f(1)=m+3$.

$\lim\limits_{x\to1} f(x)=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-x^2+2x-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-1)\left(x^2+2\right)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\left(x^2+2\right)=3$.

Để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$ thì $\lim\limits_{x\to1} f(x)=f(1)\Leftrightarrow 3=m+3\Leftrightarrow m=0$.

Câu 22. **Chọn A**

Ta có: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^{2016}+x-2}{\sqrt{2018x+1}-\sqrt{x+2018}}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\left(x^{2016}-1+x-1\right)\left(\sqrt{2018x+1}+\sqrt{x+2018}\right)}{2017x-2017}$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\left(x^{2015}+x^{2014}+...+x+1+1\right)\left(\sqrt{2018x+1}+\sqrt{x+2018}\right)}{2017(x-1)}=2\sqrt{2019}$$

Để hàm số liên tục tại $x=1$ $\Leftrightarrow \lim_{x\to 1}f(x)=f(1)$ $\Leftrightarrow k=2\sqrt{2019}$.

Câu 23. Chọn C

Ta có $\lim_{x\to 1}f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{1}{\sqrt{x}+1}=\frac{1}{2}$.

Để hàm số liên tục tại $x_0=1$ khi $\lim_{x\to 1}f(x)=f(1)\Leftrightarrow a=\frac{1}{2}$.

Câu 24. Chọn A

$\lim_{x\to -1^-}f(x)=f(-1)=b-3$; $\lim_{x\to -1^+}f(x)=a-1$. Để liên tục tại *x*=*-1* ta có $b-3=a-1\Leftrightarrow a=b-2$

Câu 25. Chọn D

$f(3)=m$

$$\lim_{x\to 3}f(x)=\lim_{x\to 3}\frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2}=\lim_{x\to 3}\frac{(3-x)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=\lim_{x\to 3}\left(-\sqrt{x+1}-2\right)=-4$$

Để hàm số liên tục tại $x=3$ thì $\lim_{x\to 3}f(x)=f(3)$

Suy ra, $m=-4$.

Câu 26. Chọn B

Ta có: $\lim_{x\to 1^-}f(x)=\lim_{x\to 1^-}\left(ax^2+bx-5\right)=a+b-5=f(1)$.

$\lim_{x\to 1^+}f(x)=\lim_{x\to 1^+}(2ax-3b)=2a-3b$.

Do hàm số liên tục tại $x=1$ nên $a+b-5=2a-3b\Rightarrow a-4b=-5$.

Câu 27. Chọn D

TXĐ: $D=R$

Ta có $\lim_{x\to 1}f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x}{x-1}=\lim_{x\to 1}x=1$

Và $f(1)=m-1$.

Hàm số liên tục tại $x=1\Leftrightarrow m-1=1\Leftrightarrow m=2$

Câu 28. Chọn D

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-2)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x-2)=-1$.

Để hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x=1$ cần: $\lim_{x\to 1}f(x)=f(1)$

$\Leftrightarrow m^2+m-1=-1$

$\Leftrightarrow m^2+m=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=0\quad (\text{TM})\\ m=-1\ (\text{L})\end{array}\right.$.

Câu 29. Chọn B

Ta có $f(2)=4+a$.

Ta tính được $\lim_{x\to 2}f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{x+2-4}{(x-2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}=\lim_{x\to 2}\frac{1}{\sqrt{x+2}+2}=\frac{1}{4}$.

Hàm số đã cho liên tục tại $x=2$ khi và chỉ khi $f(2)=\lim_{x\to 2}f(x)\Leftrightarrow 4+a=\frac{1}{4}\Leftrightarrow a=-\frac{15}{4}$.

Vậy hàm số liên tục tại $x=2$ khi $a=-\dfrac{15}{4}$.

Câu 30. **Chọn** D

Ta có

$$\lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-3x+2}{\sqrt{x+2}-2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{(x-2)(x-1)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}(x-1)\left(\sqrt{x+2}+2\right)=4$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^-}\left(m^2x-4m+6\right)=2m^2-4m+6$$

$$f(2)=2m^2-4m+6$$

Để hàm số liên tục tại $x=2$ thì

$$\lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2^-} f(x)=f(2)\Leftrightarrow 2m^2-4m+6=4\Leftrightarrow 2m^2-4m+2=0\Leftrightarrow m=1$$

Vậy có một giá trị của m thỏa mãn hàm số đã cho liên tục tại $x=2$.

Câu 31. **Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$, $x_0=1\in\mathbb{R}$.

Ta có $f(1)=4-m$.

$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3x^2+2x-1}-2}{(x+1)(x-1)}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(3x+5)}{(x+1)(x-1)\left(\sqrt{3x^2+2x-1}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{3x+5}{(x+1)\left(\sqrt{3x^2+2x-1}+2\right)}=1$$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0=1$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to 1}(x)=f(1)\Leftrightarrow 4-m=1\Leftrightarrow m=3$.

Câu 32. **Chọn D**

- Ta có:

+ $f(-1)=-m+2$.

+ $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=-m+2$.

+ $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{(x+1)(x+2)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{x+2}{x-1}=\dfrac{-1}{2}$.

- Hàm số liên tục tại $x=-1\Leftrightarrow f(-1)=\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)\Leftrightarrow -m+2=\dfrac{-1}{2}\Leftrightarrow m=\dfrac{5}{2}$.

Câu 33. .

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$$\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{x^2+4}-2\right)\left(\sqrt{x^2+4}+2\right)}{x^2\left(\sqrt{x^2+4}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x^2+4-4}{x^2(\sqrt{x^2+4}+2)}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt{x^2+4}+2}=\frac{1}{4}.$$

$$f(0)=2a-\frac{5}{4}.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 0} f(x)=f(0) \Leftrightarrow 2a-\dfrac{5}{4}=\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow a=\dfrac{3}{4}$.

Vậy $a=\dfrac{3}{4}$.

Câu 34. Chọn C

TXĐ $D=\mathbb{R}$

Ta có $f\left(1\right)=2+m$.

$\lim\limits_{x\to 1} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1}\left(x^2-2x+3\right)=2$.

Hàm số liên tục tại $x_0=1 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 1} f\left(x\right)=f\left(1\right) \Leftrightarrow 2=m+2 \Leftrightarrow m=0$.

Câu 35. Chọn A

Hàm số liên tục tại $x=2 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 2} f(x)=f(2)$.

Ta có $f(2)=a, \lim\limits_{x\to 2} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}(x-1)=1$. Do đó $a=1$

Câu 36. Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f\left(3\right)=3m+2$ và $\lim\limits_{x\to 3} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3-x}{\sqrt{x+1}-2}=\lim\limits_{x\to 3}\left[-\left(\sqrt{x+1}+2\right)\right]=-4$.

Hàm số đã cho liên tục tại điểm $x=3 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 3} f\left(x\right)=f\left(3\right) \Leftrightarrow 3m+2=-4 \Leftrightarrow m=-2$.

Câu 37. Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 4^-} f\left(x\right)=f\left(4\right)=4m+1$; $\lim\limits_{x\to 4^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{x^2-16}{x-4}=\lim\limits_{x\to 4^+}\left(x+4\right)=8$.

Hàm số liên tục tại điểm $x=4 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 4^-} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 4^+} f\left(x\right)=f\left(4\right) \Leftrightarrow 4m+1=8 \Leftrightarrow m=\dfrac{7}{4}$.

Câu 38. Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2-2x}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x\left(x-2\right)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^+} x=2$.

$\lim\limits_{x\to 2^-} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 2^-}\left(mx-4\right)=2m-4$

Hàm số liên tục tại $x=2$ khi $\lim\limits_{x\to 2^-} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 2^-} f\left(x\right) \Leftrightarrow 2m-4=2 \Leftrightarrow m=3$.

Câu 39. Chọn D

Ta có: $f\left(1\right)=n$.

$\lim\limits_{x\to 1} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+3-m^2}{\left(x-1\right)\left(\sqrt{x+3}+m\right)}$.

Hàm số liên tục tại $x=1 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 1} f\left(x\right)=f\left(1\right) \Leftrightarrow n=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+3-m^2}{\left(x-1\right)\left(\sqrt{x+3}+m\right)}$ (1).

$\lim\limits_{x\to 1} f\left(x\right)$ tồn tại khi 1 là nghiệm của phương trình: $1+3-m^2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

+ Khi $m=2$ thì $\left(1\right) \Rightarrow n=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{\left(x-1\right)\left(\sqrt{x+3}+2\right)} \Rightarrow n=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{\sqrt{x+3}+2} \Rightarrow n=\dfrac{1}{4}$.

+ Khi $m=-2$ thì $(1)\Rightarrow n=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{\sqrt{x+3}-2}$ suy ra không tồn tại n.

Vậy $m+n=2+\dfrac{1}{4}=\dfrac{9}{4}$.

Câu 40. Chọn B

Ta có: $f(3)=m$.

$\lim\limits_{x\to 3}f(x)=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-6x^2+11x-6}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}(x^2-3x+2)=2$.

Câu 41. Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos 7x}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin 5x\sin 2x}{x^2}=2.5.2=20$.

Câu 42. Chọn A

Tập xác định $D=R$.

* $f(-1)=-m-2m^2$

* $\lim\limits_{x\to -1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to -1^-}(mx-2m^2)=-m-2m^2$.

* $\lim\limits_{x\to -1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x^2-x-2}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{(x+1)(x-2)}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1^+}(x-2)=-3.$

Hàm số liên tục tại $x=-1$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to -1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}f(x)=f(-1)$

$\Leftrightarrow -m-2m^2=-3\Leftrightarrow 2m^2+m-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$.

Vậy các giá trị của m là $m\in\left\{1;-\dfrac{3}{2}\right\}$.

Câu 43. Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-2x}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x-1)}{x(x-2)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-1}{x}=\dfrac{1}{2}$.

$f(2)=3m+1$.

Để hàm số liên tục tại điểm $x=2\Leftrightarrow 3m+1=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{6}$.

Câu 44. Chọn D

+ Ta có $f(0)=2a-\dfrac{5}{4}$.

+ $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{x^2\left(\sqrt{x^2+4}+2\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4}+2}\right)=\dfrac{1}{4}$.

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=0$ khi $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=f(0)\Leftrightarrow 2a-\dfrac{5}{4}=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow a=\dfrac{3}{4}$.

Câu 45. Chọn A

Ta có $\dfrac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{4x^3-3x+1}=\dfrac{\left(\sqrt{ax^2+1}\right)^2-(bx+2)^2}{(2x-1)^2(x+1)\left(\sqrt{ax^2+1}+bx+2\right)}=\dfrac{(a-b^2)x^2-4bx-3}{(2x-1)^2(x+1)\left(\sqrt{ax^2+1}+bx+2\right)}$.

Để hàm số liên tục tại $x=\frac{1}{2}\Rightarrow\begin{cases}\left(a-b^2\right)x^2-4bx-3=m\left(2x-1\right)^2\\ \sqrt{\frac{a}{4}+1}+\frac{b}{2}+2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-3\\ b=-3\\ a=-3\end{cases}$.

Khi đó $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{4x^3-3x+1}=\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{-12x^2+12x-3}{\left(2x-1\right)^2\left(x+1\right)\left(\sqrt{-3x^2+1}-3x+2\right)}$

$=\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{-3}{\left(x+1\right)\left(\sqrt{-3x^2+1}-3x+2\right)}=\frac{-3}{\frac{3}{2}}=-2=\frac{c}{2}\Rightarrow c=-4$.

Vậy $S=abc=-3\left(-3\right)\left(-4\right)=-36$.

Câu 46.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=R$.

$f\left(1\right)=a$.

$\lim\limits_{x\to 1}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\left(x+1\right)=2$.

$f\left(x\right)$ liên tục tại $x_0=1$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to 1}f\left(x\right)=f\left(1\right)\Leftrightarrow a=2$.

Câu 47. **Chọn A**

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-x-2}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+1)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}(x+1)=3.$

Hàm số liên tục tại x=2 $\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 2}f(x)=f(2)\Leftrightarrow m=3.$

Câu 48. **Chọn A**

$f\left(1\right)=m$.

$\lim\limits_{x\to 1}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x^2-3x+1}{2\left(x-1\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{\left(x-1\right)\left(2x-1\right)}{2\left(x-1\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x-1}{2}=\frac{1}{2}$.

Để hàm số $f\left(x\right)$ liên tục tại $x=1$ thì $\lim\limits_{x\to 1}f\left(x\right)=f\left(1\right)\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$.

Câu 49. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

Hàm số gián đoạn tại $x=1$ khi $\lim\limits_{x\to 1}f\left(x\right)\neq f\left(1\right)\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x-1}\neq 3m$

$\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 1}\frac{\left(x-1\right)\left(x+2\right)}{x-1}\neq 3m\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 1}\left(x+2\right)\neq 3m\Leftrightarrow 3\neq 3m\Leftrightarrow m\neq 1.$

Câu 50. Ta có

$\lim\limits_{x\to 0^+}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(m+\frac{1-x}{1+x}\right)=m+1$.

$\lim\limits_{x\to 0^-}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^-}\left(\frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x}\right)=\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{-2x}{x\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right)}=\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{-2}{\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right)}=-1$.

$f\left(0\right)=m+1$

Để hàm liên tục tại $x=0$ thì $\lim\limits_{x\to 0^+}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^-}f\left(x\right)=f\left(0\right)\Leftrightarrow m+1=-1\Rightarrow m=-2$.

Câu 51. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{ax}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{ax}-1}{ax}.a=a$.

$f(0)=\dfrac{1}{2}$; hàm số liên tục tại $x_0=0$ khi và chỉ khi: $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=f(0)\Leftrightarrow a=\dfrac{1}{2}$.

Câu 52. Tập xác định: $D=[-3;+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{ax^2-(a-2)x-2}{\sqrt{x+3}-2}$.

$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(ax+2)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{x-1}$.

$=\lim\limits_{x\to 1}(ax+2)\left(\sqrt{x+3}+2\right)=4(a+2)$.

$f(1)=8+a^2$.

Hàm số đã cho liên tục tại $x=1$ khi $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)\Leftrightarrow 4(a+2)=8+a^2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=4 \end{array}\right.$.

Vậy có 2 giá trị của a để hàm số đã cho liên tục tại $x=1$.

Câu 53. Ta có: $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{(x-2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1}{\sqrt{x+2}+2}=\dfrac{1}{4}$.

Hàm số liên tục tại $x=2\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 2} f(x)=f(2)\Leftrightarrow a+4=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow a=-\dfrac{15}{4}$.

Câu 54. Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\left(x^2+1\right)=2$; $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}(x+m)=1+m$. Để hàm số liên tục tại $x_0=1$ thì $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)\Leftrightarrow 2=m+1\Leftrightarrow m=1$.

Câu 55.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to 4} f(x)=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x-4}{(x-4)\left(\sqrt{2x+1}+\sqrt{x+5}\right)}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}+\sqrt{x+5}}=\dfrac{1}{6}$

$f(4)=a+2$.

Hàm số liên tục tại $x_0=4$ khi: $\lim\limits_{x\to 4} f(x)=f(4)\Leftrightarrow \dfrac{1}{6}=a+2\Leftrightarrow a=-\dfrac{11}{6}$.

Câu 56. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có:

+ $\lim\limits_{x\to -4} f(x)=\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2+x-12}{x+4}=\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{(x-3)(x+4)}{x+4}=\lim\limits_{x\to -4}(x-3)=-7$.

+ $f(-4)=-4m+1$.

Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=-4$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to -4} f(x)=f(-4)\Leftrightarrow -4m+1=-7$

$\Leftrightarrow m=2$.

Câu 57. Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x+1-2^2}{(x-1)\left(\sqrt{3x+1}+2\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3}{\sqrt{3x+1}+2}=\dfrac{3}{4}$.

Với $f(1)=m$ ta suy ra hàm số liện tục tại $x=1$ khi $m=\frac{3}{4}$.

Câu 58. Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{1}{\sqrt{x+3}+2}=\frac{1}{4}$; $f(1)=\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=m^2+m+\frac{1}{4}$.

Để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$ thì $m^2+m+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=0 \end{array}\right.$.

Câu 59. • Khi $x<1$ thì $f(x)=2x+a$ là hàm đa thức nên liên tục trên khoảng $(-\infty;1)$.

• Khi $x>1$ thì $f(x)=\frac{x^3-x^2+2x-2}{x-1}$ là hàm phân thức hữu tỉ xác định trên khoảng $(1;+\infty)$ nên liên tục trên khoảng $(1;+\infty)$.

• Xét tính liên tục của hàm số tại điểm $x=1$, ta có:

+ $f(1)=2+a$.

+ $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}(2x+a)=2+a$.

+ $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{x^3-x^2+2x-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{(x-1)(x^2+2)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}(x^2+2)=3$.

• Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow$ hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=f(1)\Leftrightarrow 2a+1=3\Leftrightarrow a=1$.

Câu 60. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 2} f(x)=f(2)\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-x-2}{x-2}=m^2\Leftrightarrow 3=m^2\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{3}$.

Câu 61. Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{x^2+4x+3}{x+1}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{(x+1)(x+3)}{x+1}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}(x+3)=2$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^-}(mx+2)=-m+2$.

$f(-1)=-m+2$.

Để hàm số đã cho liên tục tại điểm $x=-1$ thì $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=f(-1)\Leftrightarrow 2=-m+2$

$\Leftrightarrow m=0$.

Câu 62. $f(2)=2m+1$.

$\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}(x^2+2x+4)=12$.

Hàm số liên tục tại $x_0=2$ $\Leftrightarrow f(2)=\lim\limits_{x\to 2} f(x)\Leftrightarrow 2m+1=12\Leftrightarrow m=\frac{11}{2}$.

Câu 63. TXĐ: $D=\mathbb{R}$; có: $\lim\limits_{x\to -2} f(x)=\lim\limits_{x\to -2}\frac{-x^2+2x+8}{x+2}=6, f(2)=4m^2-10m$.

Hàm số liên tục tại $x_0=-2$ khi và chỉ khi $4m^2-10m=6\Leftrightarrow 4m^2-10m-6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$

Mà m là số nguyên nên $m=3$.

DẠNG 3. LIÊN TỤC TRÊN KHOẢNG

Dạng 3.1 Xét tính liên tục trên khoảng của hàm số

Câu 64. **Chọn A**

Vì $y=x^3-x$ là đa thức nên nó liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 65. * Ta có hai hàm số $f_2(x)=\dfrac{3x+1}{x-2}$ và $f_4(x)=\log_3 x$ có tập xác định không phải là tập $\mathbb{R}$ nên không thỏa yêu cầu.

* Cả hai hàm số $f_1(x)=2x^3-3x+1$ và $f_3(x)=\cos x+3$ đều có tập xác định là $\mathbb{R}$ đồng thời liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 66. **Chọn D**

Hàm số $f(x)=\dfrac{x+5}{x^2+4}$ là hàm phân thức hữu tỉ và có TXĐ là $D=\mathbb{R}$ do đó hàm số $f(x)=\dfrac{x+5}{x^2+4}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 67. **Chọn B**

+ Với $x>2$, ta có $f(x)=-x^2+x+3$ là hàm đa thức

$\Rightarrow$ hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(2;+\infty)$.

+ Với $x<2$, ta có $f(x)=5x+2$ là hàm đa thức

$\Rightarrow$ hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty;2)$.

+ Tại $x=2$

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}(-x^2+x+3)=1$

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}(5x+2)=12$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)\neq \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)\Rightarrow$ không tồn tại $\lim\limits_{x\to 2} f(x)\Rightarrow$ hàm số gián đoạn tại $x_0=2$.

$\Rightarrow$ Hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 68. **Chọn B**

Vì hàm số $f(x)=x^4-4x^2$ có dạng đa thức với TXĐ: $D=\mathbb{R}$ nên hàm số này liên tục trên $\mathbb{R}$

Câu 69. Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

• Nếu $x\neq 0$, $x\neq 1$ thì hàm số $y=f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty;0),(0;1)$ và $(1;+\infty)$.

• Nếu $x=0$ thì $f(0)=0$ và $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to 0^-} x=0$; $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+} x=0$.

Suy ra: $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0=f(0)$.

Do đó, hàm số $y=f(x)$ liên tục tại $x=0$.

• Nếu $x=1$ thì $f(1)=1$ và $\begin{cases}\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to 1^-} x=1\\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\sqrt{x}=1\end{cases}\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1} f(x)=1=f(1)$.

Do đó, hàm số $y=f(x)$ liên tục tại $x=1$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 70. Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}(x+1)=2$ và $\lim\limits_{x\to 1^-}\sin\pi x=0\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)\neq \lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ do đó hàm số gián đoạn tại $x=1$.

Tương tự: $\lim\limits_{x\to (-1)^-}(x+1)=0$ và $\lim\limits_{x\to (-1)^+}\sin\pi x=0$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to (-1)^+} f(x)=\lim\limits_{x\to (-1)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1} f(x)=f(-1)$ do đó hàm số liên tục tại $x=-1$.

Với $x\neq \pm 1$ thì hàm số liên tục trên tập xác định.

Vậy hàm số đã cho liên tục trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 71. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$ là $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Hàm số liên tục trên từng khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ nên hàm số **không** liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 72. Vì f là hàm lượng giác nên hàm số f gián đoạn khi và chỉ khi hàm số f gián đoạn tại x làm cho $\cos x=0$ $\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)\in(0;2018)$ $\Leftrightarrow 0<\dfrac{\pi}{2}+k\pi<2018 \Leftrightarrow 0<\dfrac{1}{2}+k<\dfrac{2018}{\pi}$

$\Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}<k<\dfrac{2018}{\pi}-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 0\le k\le 641$.

Dạng 3.2 Bài toán chứa tham số

Câu 73. Chọn A

+) Xét $x\neq 1$, hàm số $y=\dfrac{2\sqrt[3]{x}-x-1}{x-1}$ liên tục trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

+) Xét $x=1$, ta có $y(1)=m+1$ và

$$\lim_{x\to 1}y=\lim_{x\to 1}\frac{2\sqrt[3]{x}-x-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{2\left(\sqrt[3]{x}-1\right)-(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}-1=\frac{2}{3}-1=-\frac{1}{3}.$$

Để hàm số liên tục tại $x=1$ thì $\lim\limits_{x\to 1}y=y(1)\Leftrightarrow m+1=-\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow m=-\dfrac{4}{3}$.

Vậy với $m=-\dfrac{4}{3}$ thì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 74. Chọn D

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$.

Nếu $x\neq 2$, ta có $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{4x}-2}{x-2}$. Hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{4x}-2}{x-2}$ xác định và liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Tại $x=2$, ta có:

$f(2)=2a+3$.

$$\lim_{x\to 2}f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt[3]{4x}-2}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\left(\sqrt[3]{4x}-2\right)\left[\left(\sqrt[3]{4x}\right)^2+2\sqrt[3]{4x}+4\right]}{(x-2)\left[\left(\sqrt[3]{4x}\right)^2+2\sqrt[3]{4x}+4\right]}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{4(x-2)}{(x-2)\left[\left(\sqrt[3]{4x}\right)^2+2\sqrt[3]{4x}+4\right]}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{4}{\left(\sqrt[3]{4x}\right)^2+2\sqrt[3]{4x}+4}$$

$$=\frac{1}{3}$$

Hàm số liên tục tại $x=2$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=f(2)\Leftrightarrow 2a+3=\frac{1}{3}\Leftrightarrow a=-\frac{4}{3}$.

Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a=-\frac{4}{3}$.

Câu 75. Chọn C

Do $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}(x+1)=2$ nên hàm số liên tục tại $x=1$ khi $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)\Leftrightarrow m-2=2\Leftrightarrow m=4$. Khi đó hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 76. Chọn A

TXĐ: $\mathbb{R}$.

+ Xét trên $(2;+\infty)$ khi đó $f(x)=x^2+2\sqrt{x-2}$.

$\forall x_0\in(2;+\infty):\lim\limits_{x\to x_0}\left(x_0^{\,2}+2\sqrt{x_0-2}\right)=x_0^{\,2}+2\sqrt{x_0-2}=f(x_0)\Rightarrow$ hàm số liên tục trên $(2;+\infty)$.

+ Xét trên $(-\infty;2)$ khi đó $f(x)=5x-5m+m^2$ là hàm đa thức liên tục trên $\mathbb{R}\Rightarrow$ hàm số liên tục trên $(-\infty;2)$.

+ Xét tại $x_0=2$, ta có: $f(2)=4$.

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\left(x^2+2\sqrt{x-2}\right)=4;\ \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\left(5x-5m+m^2\right)=m^2-5m+10$.

Để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ thì nó phải liên tục tại $x_0=2$.

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=f(2)\Leftrightarrow m^2-5m+10=4\Leftrightarrow m^2-5m+6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2\\ m=3\end{array}\right.$.

Câu 77. Chọn D

Hàm số liên tục tại mọi điểm $x\neq 0$ với bất kỳ a.

Với $x=0$ Ta có $f(0)=a-1$;

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(3x+a-1)=a-1$;

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{1+2x}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{2x}{x\left(\sqrt{1+2x}+1\right)}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{2}{\sqrt{1+2x}+1}=1$;

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi hàm số liên tục tại $x=0\Leftrightarrow a-1=1\Leftrightarrow a=2$.

Câu 78. Chọn A

Vì hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ suy ra hàm số cũng liên tục tại $x=0$ và $x=2$. Do đó

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^3-3x^2+2x}{x(x-2)}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x(x-1)(x-2)}{x(x-2)}=f(0)\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 0}\frac{(x-1)(x-2)}{x-2}=a\Leftrightarrow a=-1$.

$\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^3-3x^2+2x}{x(x-2)}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{x(x-1)(x-2)}{x(x-2)}=f(2)\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 2}\frac{x(x-1)}{x}=b\Leftrightarrow b=1$.

Vậy $T=a^2+b^2=1+1=2$.

Câu 79. Tập xác định $D=\mathbb{R}$, $f(1)=1-m$.

Ta thấy hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 1^+} \mathrm{f}(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{x-1}{\ln x}=1$, $\lim\limits_{x\to 1^-} \mathrm{f}(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\left(m.e^{x-1}+1-2mx^2\right)=1-m$.

Hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi hàm số $f\left(x\right)$ liên tục tại $x=1$

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 1^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1^-} f\left(x\right)=f\left(1\right)$.

$\Leftrightarrow 1-m=1 \Leftrightarrow m=0$.

Câu 80. Ta có hàm số luôn liên tục $\forall x\neq 2$.

Tại $x=2$, ta có $\lim\limits_{x\to 2^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 2^-}\left(1-m\right)x=\left(1-m\right)2$;

$\lim\limits_{x\to 2^-} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 2^-}\left(m^2x^2\right)=4m^2$; $f\left(2\right)=4m^2$.

Hàm số liên tục tại $x=2$ khi và chỉ khi

$\lim\limits_{x\to 2^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 2^+} f\left(x\right)=f\left(2\right)\Leftrightarrow 4m^2=\left(1-m\right)2\Leftrightarrow 4m^2+2m-2=0\left(1\right)$

Phương trình (1) luôn có hai nghiệm thực phân biệt. Vậy có hai giá trị của m.

Câu 81. Hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow f\left(x\right)$ liên tục tại $x=0$.

$\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\sqrt{x}-m\right)=-m$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^-}\left(mx+1\right)=1$; $f\left(0\right)=-m$.

$f\left(x\right)$ liên tục tại $x=0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)=f\left(0\right)\Leftrightarrow -m=1\Leftrightarrow m=-1$.

Câu 82. Hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\Rightarrow y=f\left(x\right)$ liên tục tại $x=1$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1^-} f\left(x\right)=f\left(1\right)$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2-4x+3}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\left(x-3\right)=-2$

$\lim\limits_{x\to 1^-} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1^-}\left(6Px-3\right)=6P-3$

$f\left(1\right)=6P-3$

Do đó $\lim\limits_{x\to 1^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1^-} f\left(x\right)=f\left(1\right) \Leftrightarrow 6P-3=-2\Leftrightarrow P=\dfrac{1}{6}$.

Câu 83. Khi $x<0$ thì $f\left(x\right)=a\cos x+b\sin x$ liên tục với $x<0$.

Khi $x>0$ thì $f\left(x\right)=ax+b+1$ liên tục với mọi $x>0$.

Tại $x=0$ ta có $f\left(0\right)=a$.

$\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(ax+b+1\right)=b+1$.

$\lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^-}\left(a\cos x+b\sin x\right)=a$.

Để hàm số liên tục tại $x=0$ thì $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)=f\left(0\right)\Leftrightarrow a=b+1\Leftrightarrow a-b=1$.

Câu 84. Ta có hàm số liên tục trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(-1;+\infty\right)$.

Xét tính liên tục của hàm số tại $x=-1$.

Có $y\left(-1\right)=-2=\lim\limits_{x\to -1^+} y$ và $\lim\limits_{x\to -1^-} y=-1+m$.

Để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $y\left(-1\right)=\lim\limits_{x\to -1^+} y=\lim\limits_{x\to -1^-} y\Leftrightarrow -2=-1+m\Leftrightarrow m=-1$.

Câu 85. Khi $x>0$ ta có: $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ liên tục trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

Khi $x<0$ ta có: $f(x)=\sqrt{x^2+1}-m$ liên tục trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi hàm số liên tục tại $x=0$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1}{\sqrt{x+1}+1} = \dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} \left(\sqrt{x^2+1}-m\right) = 1-m = f(0)$.

Do đó hàm số liên tục tại $x=0$ khi và chỉ khi $\dfrac{1}{2} = 1-m \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{2}$.

Câu 86. Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Khi $x\neq 3$ thì $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+16}-5}{x-3}$ xác định và liên tục trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.

Khi $x=3$ thì $f(3)=a$ và $\lim\limits_{x\to 3} f(x) = \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{x^2+16}-5}{x-3} = \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+16}+5} = \dfrac{3}{5}$.

Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi nó liên tục tại điểm $x=3 \Leftrightarrow a = \dfrac{3}{5}$.

Câu 87. *) Với $x>4$ thì $f(x) = \dfrac{x^2-16}{x-4}$ là hàm phân thức nên liên tục trên TXĐ của nó $\Rightarrow f(x)$ liên tục trên $(4;+\infty)$.

*) Với $x<4$ thì $f(x) = mx+1$ là hàm đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R} \Rightarrow f(x)$ liên tục trên $(-\infty;4)$.

Do vậy hàm số $f(x)$ đã liên tục trên các khoảng $(4;+\infty)$, $(-\infty;4)$.

Suy ra: Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow$ $f(x)$ liên tục tại $x=4$.

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 4^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 4^-} f(x) = f(4) \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 4^+} \dfrac{x^2-16}{x-4} = \lim\limits_{x\to 4^-} (mx+1) = 4m+1 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 4^+} (x+4) = 4m+1$

$\Leftrightarrow 4m+1 = 8 \Leftrightarrow m = \dfrac{7}{4}$.

Câu 88. Với $x<-5$ ta có $f(x) = x^2+ax+b$, là hàm đa thức nên liên tục trên $(-\infty;-5)$.

Với $-5<x<10$ ta có $f(x) = x+7$, là hàm đa thức nên liên tục trên $(-5;10)$.

Với $x>10$ ta có $f(x) = ax+b+10$, là hàm đa thức nên liên tục trên $(10;+\infty)$.

Để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì hàm số phải liên tục tại $x=-5$ và $x=10$.

Ta có:

$f(-5) = 12$; $f(10) = 17$.

$\lim\limits_{x\to -5^-} f(x) = \lim\limits_{x\to -5^-} \left(x^2+ax+b\right) = -5a+b+25$.

$\lim\limits_{x\to -5^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -5^+} (x+17) = 12$.

$\lim\limits_{x\to 10^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 10^-} (x+17) = 27$.

$\lim\limits_{x\to 10^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 10^+} (ax+b+10) = 10a+b+10$.

Hàm số liên tục tại $x=-5$ và $x=10$ khi

$$\begin{cases} 5a+b+25=12 \\ 10a+b+10=27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5a+b=-13 \\ 10a+b=17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow a+b=-1$$

DẠNG 4. CHỨNG MINH PHƯƠNG TRÌNH CÓ NGHIỆM

Câu 89. **Chọn C**

Vì ta có: $\begin{cases} f(0)=1 \\ f(1)=-1 \\ f(2)=15 \end{cases}$.

Câu 90. Xét hàm số $f(x)=3x^{2017}-8x+4$.

Hàm số liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(0).f(1)=4.(-1)=-4 \Rightarrow f(0).f(1)<0$.

Vậy phương trình $3x^{2017}-8x+4=0$ có nghiệm trong khoảng $(0;1)$.

Câu 91. Xét $f(x)=4x^4+2x^2-x-3=0$ trên khoảng $[-1;1]$.

Ta có $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$.

$f(-1)=4$, $f(0)=-3$, $f(1)=2 \Rightarrow f(-1).f(0)<0$, $f(1).f(0)<0$.

Như vậy phương trình $f(x)=0$ có hai nghiệm trong khoảng $(-1;1)$.

Mặt khác $f'(x)=6x^3+4x-1$. Ta có $f'(-1)=-11$, $f'(1)=9 \Rightarrow f'(-1).f'(1)<0$. Do đó phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm trong khoảng $(-1;1)$.

$f''(x)=18x^2+4>0$ với $\forall x\in(-1;1)$ nên $f'(x)$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1) \Rightarrow$ phương trình $f'(x)=0$ có duy nhất nghiệm trên khoảng $(-1;1)$. Do đó $f(x)=0$ có tối đa hai nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

Vậy phương trình (1) có đúng hai nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 92. **Chọn A**

Đặt $f(x)=3x^5+5x^3+10$

$f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $f(x)$ liên tục trên $[-2;-1]$ (1)

Ta có: $\begin{cases} f(-2)=-126 \\ f(-1)=2 \end{cases}$

Suy ra $f(-2).f(-1)=-126.2=-252<0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $f(x)=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(-2;-1)$.

Câu 93. **Chọn C**

Hàm số $f(x)=2x^3-8x-1$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Do $f(-5)=-211$, $f(-1)=5>0$, $f(2)=-1<0$, $f(3)=29>0$ nên phương trình có ít nhất 3 nghiệm trên $(-5;-1),(-1;2),(2;3)$. Mà phương trình bậc ba có tối đa 3 nghiệm nên phương trình có đúng 3 nghiệm trên $\mathbb{R}$. Do đó **C** sai.

Câu 94. **Chọn B**

Hàm số $y=f(x)-x$ liên tục trên đoạn $[a;b]$.

$[f(a)-a][f(b)-b]=(b-a)(a-b)=-(a-b)^2<0$.

Suy ra: phương trình $f(x)=x$ có nghiệm trên khoảng $(a;b)$.

Câu 95. **Chọn C**

Đặt $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Khi đó $\begin{cases} f(2)=8+4a+2b+c<0 \\ f(-2)=-8+4a-2b+c>0 \end{cases}$

$f(x)$ là hàm đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$.

$\begin{cases} f(2) < 0 \\ f(-2) > 0 \end{cases} \Rightarrow f(-2).f(2) < 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại ít nhất một điểm trong khoảng $(-2;2)$.

$\begin{cases} f(2) < 0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \end{cases} \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại ít nhất một điểm trong khoảng $(2;+\infty)$.

$\begin{cases} f(-2) > 0 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty \end{cases} \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại ít nhất một điểm trong khoảng $(-\infty;-2)$.

Mà hàm số $f(x)$ là hàm bậc ba nên đồ thị của nó cắt trục Ox tối đa tại 3 điểm.

Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại đúng 3 điểm.

Câu 96. Vì hàm số đã cho là hàm đa thức bậc ba nên đồ thị hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và số giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox nhiều nhất là 3.

Theo đề bài ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$

$y(-1) = a + c - b - 1 > 0$, $y(1) = a + b + c + 1 < 0$,

Do đó hàm số đã cho có ít nhất một nghiệm trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(-1;1)$, $(1;+\infty)$.

Từ đó suy ra số giao điểm cần tìm là 3.