

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO QUẢNG NGÃI
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ KHIẾT

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài : 90 phút (không kể giao đề)
Đề thi gồm 50 câu, từ câu 1 đến câu 50

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÃ ĐỀ.....

Họ và tên.....Số báo danh.....Lớp.....

Câu 1. Nghiệm của phương trình $2^x = 8$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 6$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Câu 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy S , đường cao h . Thể tích khối lăng trụ này bằng

- A. $\frac{Sh}{3}$. B. Sh . C. S^2h . D. $\frac{S^2h}{3}$.

Câu 3. Hàm số $y = (x+1)^{\frac{1}{2}}$ xác định khi

- A. $x \in \mathbb{R}$. B. $x \geq -1$. C. $x > -1$. D. $x > 1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$					$+\infty$

1

3

1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 5. Diện tích của hình cầu có bán kính R là

- A. $4\pi R^2$. B. πR^2 . C. $\frac{4\pi R^3}{3}$. D. $\frac{4\pi R^2}{3}$.

Câu 6. Cho khối trụ có bán kính đáy R , đường cao h . Thể tích khối trụ này bằng

- A. $\frac{\pi R^2 h}{3}$. B. $R^2 h$. C. $\pi R^2 h$. D. $\frac{R^2 h}{3}$.

Câu 7. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng

- A. $2\log_2 a$. B. $2 - \log_2 a$. C. $2 + \log_2 a$. D. $\frac{1}{2}\log_2 a$.

Câu 8. Hàm số $F(x)$ gọi là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(a; b)$ nếu có

- A. $f'(x) = F(x), \forall x \in (a; b)$. B. $f'(x) = F(x) + C, \forall x \in (a; b)$.
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in (a; b)$. D. $F'(x) = f(x) + C, \forall x \in (a; b)$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$-$		$-$	0	$+$
y	2		$+\infty$		$+\infty$

$\swarrow$ -4 $\searrow$ -2 $\nearrow$

Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 10. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là

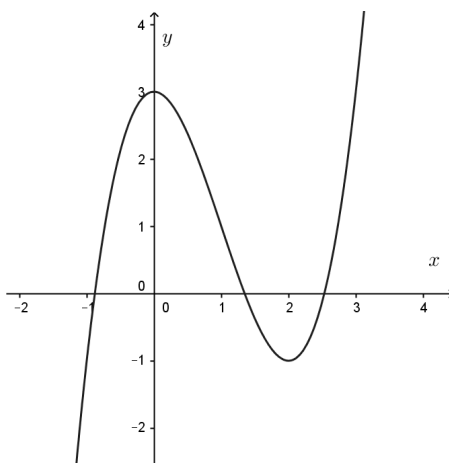
A. $\bar{z} = 2 + 3i$.

B. $\bar{z} = 3 - 2i$.

C. $\bar{z} = -3 + 2i$.

D. $\bar{z} = -2 + 3i$.

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong ở hình vẽ bên dưới ?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Câu 12. Đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ nhận đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận đứng?

A. $x = 1$.

B. $x = 3$.

C. $y = 1$.

D. $y = 2$.

Câu 13. Có bao nhiêu cách chọn hai quyển sách từ 7 quyển sách cho trước?

A. A_7^2 .

B. 7^2 .

C. 2^7 .

D. C_7^2 .

Câu 14. Cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu tiên $u_1 = 1$, công bội $q = 2$ thì số hạng thứ năm u_5 bằng

A. 32.

B. 16.

C. 11.

D. 9.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ lên trục Oy là điểm

A. $M'(1; 0; 0)$.

B. $M'(0; 0; 3)$.

C. $M'(0; 2; 0)$.

D. $M'(1; 0; 3)$.

Câu 16. Cho hình nón có bán kính đáy R , đường cao h . Diện tích xung quanh của hình nón này là

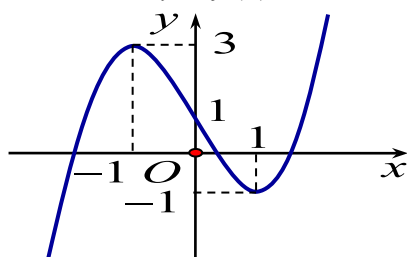
A. πRh .

B. $2\pi Rh$.

C. $\pi R\sqrt{R^2 + h^2}$.

D. $2\pi R\sqrt{R^2 + h^2}$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 18. Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = z_1 + z_2 - z_1 \cdot z_2$.

A. $A = 5$.

B. $A = 1$.

C. $A = -5$.

D. $A = -1$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1; -1; 2); B(0; 3; -1)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1+4t \\ z = 2-3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-4t \\ z = 2+3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = t \\ y = 3+4t \\ z = -1-3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = t \\ y = 3-4t \\ z = -1-3t \end{cases}$

Câu 20. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 1; \int_1^3 f(x)dx = -1$ thì $\int_2^3 f(x)dx =$

A. 2. B. 0. C. 3. D. -2.

Câu 21. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x - 1$ tại điểm $M(1; -2)$ là

A. $y = x + 1$. B. $y = x - 1$. C. $y = x - 3$. D. $y = x + 3$.

Câu 22. Phương trình $\log_3(x^2 - 2x) = \log_3(2x - 3)$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 23. Khối chóp $S.ABC$ có $SA = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, tam giác SBC cân. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x^9(x-1)^8(x-2)^{2020}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 25. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 e^{x^3+1}$.

A. $\int f(x)dx = e^{x^3+1} + C$. B. $\int f(x)dx = 3e^{x^3+1} + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} e^{x^3+1} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{1}{3} e^{x^3+1} + C$.

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 < 0$ là

A. $(2; 4)$. B. $(1; 4)$. C. $(1; 2)$. D. $(0; 2)$.

Câu 27. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , $AC' = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ này là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 28. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp này là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 29. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{4x-1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2; +\infty)$ là

A. $4\ln(x+2) + \frac{9}{x+2} + C$. B. $4\ln(x+2) + \frac{4}{x+2} + C$.
C. $4\ln(x+2) - \frac{4}{x+2} + C$. D. $4\ln(x+2) - \frac{9}{x+2} + C$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(1; -1; 0); B(-1; -2; 3); C(0; 0; 3)$ có phương trình là $2x + by + cz + d = 0 (b; c; d \in \mathbb{Z})$ thì $b + c + d =$

A. -3. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 31. Bất phương trình $\log_{0,5}(4x+14) < \log_{0,5}(x^2 + 7x + 10)$ có tập nghiệm là

A. $S = (-4; -2)$. B. $S = \left(\frac{-7}{2}; 1\right)$.

C. $S = (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$.

D. $S = (-2; 1)$.

Câu 32. Có hai giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx + \sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x - 1}$ có một tiệm cận ngang là $y = 1$. Tổng hai giá trị này bằng

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

A. $m < \frac{-1}{2}$.

B. $m \leq 1$.

C. $\frac{-1}{2} < m \leq 1$.

D. $\frac{-1}{2} \leq m < 1$.

Câu 34. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2-x & \text{khi } x > 1 \end{cases}$, trục hoành và các

đường thẳng $x = 0, x = 2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng

A. $\frac{9}{5}$.

B. $\frac{8\pi}{15}$.

C. $\frac{32}{15}$.

D. $\frac{9\pi}{5}$.

Câu 35. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tính $S = z_1^{2020} + z_2^{2020}$.

A. 1.

B. -1.

C. $-(2^{1010})$.

D. $-(2^{1011})$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 7 = 0$. Khoảng cách từ điểm $B(0;3;12)$ đến đường thẳng Δ bằng

A. $\sqrt{110}$.

B. $\sqrt{15}$.

C. $\sqrt{74}$.

D. $\sqrt{21}$.

Câu 37. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích của khối chóp $A'.BCC'B'$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 38. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{a^3}{3}$, tam giác SBC cân tại B , $BC = a\sqrt{3}, SC = 2a$.

Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

A. $a\sqrt{2}$.

B. a .

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 39. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $5.4^x + m.25^x - 7.10^x \leq 0$ có nghiệm. Số phần tử của S là

A. 3.

B. vô số.

C. 2.

D. 1.

Câu 40. Ba chiếc bình hình trụ cùng chứa một lượng nước như nhau, độ cao mức nước trong bình II gấp đôi bình I và trong bình III gấp đôi bình II. Lúc đó, bán kính đáy r_1, r_2, r_3 của ba bình (theo thứ tự) I, II, III lập thành một cấp số nhân với công bội bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. 2.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 41. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12, 3 học sinh lớp 11 và 5 học sinh lớp 10 thành một hàng ngang. Xác suất để có cách xếp không có 2 học sinh cùng khối lớp đứng cạnh nhau là

A. $\frac{11}{630}$.

B. $\frac{1}{126}$.

C. $\frac{1}{105}$.

D. $\frac{11}{360}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = x^5 + 3x^3 - 4m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt[3]{f(x)+m}) = x^3 - m$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 2]$?

A. 15.

B. 16

C. 17.

D. 18.

Câu 43. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = \cos x, \forall x$ và $f(0) = 1$. Tích $e^\pi f(\pi)$ bằng

A. $\frac{e^\pi - 1}{2}$.

B. $\frac{e^\pi + 3}{2}$

C. $\frac{-e^\pi + 1}{2}$.

D. $\frac{e^\pi - 3}{2}$.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $z\sqrt{3} - 2 = (1+i)|z| - (2+z)i$. Giá trị của $|\bar{z}|$ là

A. $\sqrt{2}$.

B. 2

C. $2\sqrt{2}$.

D. 1.

Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$ có $BC = a\sqrt{2}; CD = a; \widehat{BCD} = \widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 60° . Tính diện tích hình cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

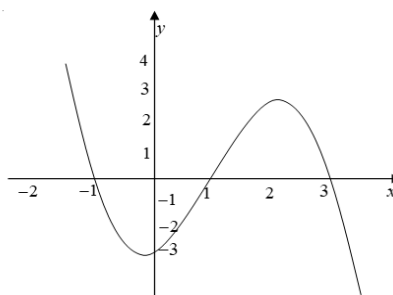
A. $8\pi a^2$.

B. $9\pi a^2$.

C. $3\pi a^2$.

D. $6\pi a^2$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x^3 - 3x^2 + 4x + 1)$ được cho như hình dưới.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 3)$.

B. $(13; +\infty)$.

C. $(-7; 3)$.

D. $(-\infty; -7)$.

Câu 47. Cho $x, y, z > 0$; $a, b, c > 1$ và $a^x = b^y = c^z = \sqrt[3]{abc}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức

$P = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - z^2 + z$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(1; 3)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(3; +\infty)$.

Câu 48. Cho các số không âm $a; b$ thỏa mãn điều kiện $a \geq b + 1$; $2^{a-b} + 2^{2b-2a} = 1 + \log_2 \sqrt[4]{34 - 2a + b}$. Có bao nhiêu số tự nhiên không vượt quá tổng $a + b$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V và đáy $ABCD$ là hình bình hành, gọi M là trung điểm SB , N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích của tứ diện $ACMN$ theo V .

A. $V_{ACMN} = \frac{V}{4}$.

B. $V_{ACMN} = \frac{V}{3}$.

C. $V_{ACMN} = \frac{V}{6}$.

D. $V_{ACMN} = \frac{2V}{9}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x| - |x^3 - x + m|$ trên đoạn $[-1; 2]$ không bé hơn -2020 ?

A. 2019.

B. 4040.

C. 4037.

D. 4041.

.....HẾT.....

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	C	B	A	C	A	C	D	A	A	A	D	B	C	C	D	D	B	D	C	C	B	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	A	A	A	D	A	C	B	D	C	B	D	C	A	A	B	C	B	D	D	B	C	A	C

HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU ĐỊNH LƯỢNG

Câu 31. Bất phương trình $\log_{0,5}(4x+14) < \log_{0,5}(x^2+7x+10)$ có tập nghiệm là

- A. $S = (-4; -2)$.
B. $S = \left(-\frac{7}{2}; 1\right)$.
C. $S = (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$.
D. $S = (-2; 1)$.

Chọn D

Bất phương trình (bpt) đã cho tương đương với hệ $\begin{cases} x^2+7x+10 > 0 \\ 4x+14 > x^2+7x+10 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < 1$.

Câu 32. Có hai giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx + \sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x - 1}$ có một tiệm cận ngang là $y = 1$. Tổng hai giá trị này bằng

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Chọn A

$$1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx + \sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx + |x| \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}}{x \left(2 - \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m + \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}}{2 - \frac{1}{x}} = \frac{m+1}{2}$$

$$\Rightarrow m = 1.$$

$$1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx + \sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx + |x| \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}}{x \left(2 - \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{m - \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}}{2 - \frac{1}{x}} = \frac{m-1}{2}$$

$$\Rightarrow m = 3.$$

Tổng hai giá trị của m là 4.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

- A. $m < \frac{-1}{2}$. B. $m \leq 1$. C. $\frac{-1}{2} < m \leq 1$. D. $\frac{-1}{2} \leq m < 1$.

Chọn C

$$\text{YCBT tương đương với } \begin{cases} y' = \frac{-2m-1}{(x-m)^2} < 0, \forall x \neq m \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m-1 < 0 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-1}{2} < m \leq 1.$$

Câu 34. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2-x & \text{khi } x > 1 \end{cases}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng

A. $\frac{9}{5}$.

B. $\frac{8\pi}{15}$.

C. $\frac{32}{15}$.

D. $\frac{9\pi}{5}$.

Chọn B

$$V = \pi \int_0^1 (x^2)^2 dx + \pi \int_1^2 (x-2)^2 dx = \frac{8\pi}{15}.$$

Câu 35. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$ Tính $S = z_1^{2020} + z_2^{2020}$.

A. 1.

B. -1.

C. $-(2^{1010})$.

D. $-(2^{1011})$.

Chọn D

. Nghiệm của phương trình là $1-i; 1+i$.

$$. S = [(1-i)^2]^{1010} + [(1+i)^2]^{1010} = (-2i)^{1010} + (2i)^{1010} = 2^{1010} (2i^{1010}) = 2^{1011} \cdot (i^4)^{252} \cdot i^2 = -(2^{1011}).$$

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 7 = 0$. Khoảng cách từ điểm $B(0;3;12)$ đến đường thẳng Δ bằng

A. $\sqrt{110}$.

B. $\sqrt{15}$.

C. $\sqrt{74}$.

D. $\sqrt{21}$.

Chọn C

$$\text{Phương trình } \Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases} \quad H \in \Delta \Rightarrow H(1+2t; 2+2t; 3-t) \Rightarrow \overrightarrow{BH} = (1+2t; -1+2t; -9-t).$$

H là hình chiếu vuông góc của B trên Δ nên $\overrightarrow{BH}$ vuông góc với $\overrightarrow{u_\Delta} = (2; 2; -1)$

$$\Rightarrow 2(1+2t) + 2(-1+2t) - (-9-t) = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow BH = \sqrt{74}.$$

Câu 37. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích của khối chóp $A'.BCC'B'$ là

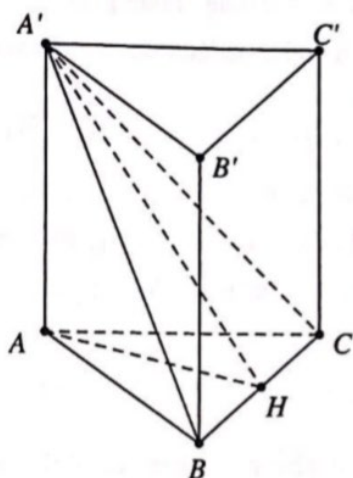
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn B



H là trung điểm BC thì $AH \perp BC$, lại có $BC \perp AA' \Rightarrow BC \perp (A'HA)$ suy ra góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng $\widehat{A'HA} = 60^\circ$.

$$\text{Có } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$$

$$\Rightarrow V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

$$\text{Do đó } V_{A'.BCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A'.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 38. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{a^3}{3}$, tam giác SBC cân tại B , $BC = a\sqrt{3}, SC = 2a$.

Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

A. $a\sqrt{2}$.

B. a .

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

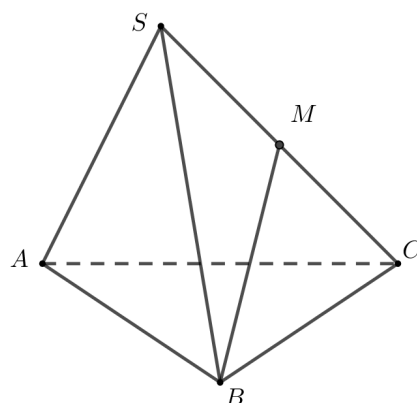
Chọn D

Gọi M là trung điểm của $SC \Rightarrow BM \perp SC$ (vì tam giác SBC cân tại B).

$$\Rightarrow BM = \sqrt{SB^2 - SM^2} = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2} BM \cdot SC = a^2 \sqrt{2}$$

$$V_{S.ABC} = V_{A.SBC} = \frac{1}{3} S_{\Delta SBC} \cdot d(A, (SBC)) \Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$



Câu 39. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $5.4^x + m.25^x - 7.10^x \leq 0$ có nghiệm. Số phần tử của S là

A. 3.

B. vô số.

C. 2.

D. 1.

Chọn C

$$5.4^x + m.25^x - 7.10^x \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -5 \cdot \left(\frac{4}{25}\right)^x + 7 \cdot \left(\frac{10}{25}\right)^x \Rightarrow m \leq -5u^2 + 7u \left(u = \left(\frac{2}{5}\right)^x > 0\right)$$

Lập bảng biến thiên hàm số $y = -5u^2 + 7u, u > 0$ được $m \leq \frac{49}{20} \Rightarrow m \in \{1; 2\}$.

Câu 40. Ba chiếc bình hình trụ cùng chứa một lượng nước như nhau, độ cao mức nước trong bình II gấp đôi bình I và trong bình III gấp đôi bình II. Lúc đó, bán kính đáy r_1, r_2, r_3 của ba bình(theo thứ tự) I, II, III lập thành một cấp số nhân với công bội bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. 2.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\sqrt{2}$.

Chọn A

Gọi h_1, h_2, h_3 thứ tự là độ cao mức nước trong bình I, II, III thì $\pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2 = \pi r_3^2 h_3$ và $h_2 = 2h_1, h_3 = 2h_2 \Rightarrow h_3 = 4h_1$.

$$\Rightarrow r_1^2 h_1 = 2r_2^2 h_1 = 4r_3^2 h_1 \Rightarrow r_1 = r_2 \sqrt{2} = 2r_3 \Rightarrow r_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} r_1; r_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} r_2.$$

Do đó công bội $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 41. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12, 3 học sinh lớp 11 và 5 học sinh lớp 10 thành một hàng ngang. Xác suất để có cách xếp không có 2 học sinh cùng khối lớp đứng cạnh nhau là

A. $\frac{11}{630}$.

B. $\frac{1}{126}$

C. $\frac{1}{105}$.

D. $\frac{11}{360}$.

Chọn A

$$n(\Omega) = 10!.$$

A là biến cố cần xét. Xếp 5 bạn lớp 10 thành một hàng ngang có 5! cách. Mỗi cách xếp này tạo 4 kẽ giữa hai bạn liên tiếp và hai đầu, tạo 6 điểm, đánh dấu từ trái sang là 1;2;3;4;5;6.

TH1. Xếp 5 bạn còn lại vào 5 vị trí 1;2;3;4;5 hoặc 2;3;4;5;6 thì có 2.5! cách.

TH2. Xếp 5 bạn còn lại vào 4 vị trí 2;3;4;5, trong đó có một vị trí “kép” có hai bạn không cùng lớp. Có cách chọn một chỗ cho vị trí “kép”. Mỗi cách chọn này có 2 cách chọn một bạn lớp 12, 3 cách chọn một bạn lớp 11 và hai cách xếp hai bạn được chọn vào vị trí “kép”, còn ba vị trí còn lại và ba bạn còn lại, có 3! cách xếp, do đó có 4.2.3.2.3! cách.

Hai trường hợp, được $n(A) = 5! \cdot (2 \cdot 5! + 48 \cdot 3!) = 63360$.

$$\text{Vậy } p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{630}.$$

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = x^5 + 3x^3 - 4m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt[3]{f(x)+m}) = x^3 - m$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 2]$?

A. 15.

B. 16

C. 17.

D. 18.

Chọn B

Xét phương trình $f(\sqrt[3]{f(x)+m}) = x^3 - m$. Đặt $t = \sqrt[3]{f(x)+m} \Leftrightarrow f(x) = t^3 - m$.

$$\text{Ta được hệ } \begin{cases} f(t) = x^3 - m \\ f(x) = t^3 - m \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(t) - f(x) = x^3 - t^3 \Leftrightarrow f(t) + t^3 = f(x) + x^3 \Leftrightarrow g(t) = g(x) \quad (g(u) = f(u) + u^3, u \in \mathbb{R})$$

$$g'(u) = f'(u) + 3u^2 = 5u^4 + 9u^2 + 3u^2 \geq 0, \forall u$$

$$\Rightarrow t = x$$

$$\Rightarrow f(x) = t^3 - m = x^3 - m = x^5 + 3x^3 - 4m \Leftrightarrow x^5 + 2x^3 - 3m = 0 (*)$$

Xét $h(x) = x^5 + 2x^3 - 3m, x \in [1, 2]$. Khi đó $h(x) = x^5 + 2x^3 - 3m = 0$ có nghiệm trên $[1; 2]$ chỉ khi $g(1) \cdot g(2) \leq 0 \Leftrightarrow (3 - 3m) \cdot (48 - 3m) \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 16$

Do m nguyên nên $m \in \{1, 2, 3, 4, \dots, 16\}$, ta được 16 giá trị cần tìm.

Câu 43. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = \cos x, \forall x$ và $f(0) = 1$. Tích $e^\pi f(\pi)$ bằng

A. $\frac{e^\pi - 1}{2}$.

B. $\frac{e^\pi + 3}{2}$

C. $\frac{-e^\pi + 1}{2}$.

D. $\frac{e^\pi - 3}{2}$.

Chọn C

Giả thiết suy ra $e^x f(x) + e^x f'(x) = e^x \cos x, \forall x \Leftrightarrow (e^x f(x))' = e^x \cos x, \forall x$

$$\Rightarrow e^x f(x) + C = \int e^x \cos x dx. \text{ Ta tính } I = \int e^x \cos x dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = e^x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = e^x dx \\ v = \sin x \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = e^x \sin x - \int e^x \sin x dx = e^x \sin x - (-e^x \cos x + \int e^x \cos x) = e^x (\sin x + \cos x) - I$$

$$\Rightarrow e^x f(x) = \frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x) + C_1.$$

$$\text{Cho } x = 0, \text{ có } C_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow e^x f(x) = \frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x) + \frac{1}{2} \Rightarrow e^\pi f(\pi) = \frac{1 - e^\pi}{2}.$$

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $z\sqrt{3} - 2 = (1+i)|z| - (2+z)i$. Giá trị của $|z|$ là

A. $\sqrt{2}$.

B. 2

C. $2\sqrt{2}$.

D. 1.

Chọn B

Đặt $a = |z| (a \in \mathbb{R}, a \geq 0)$, giả thiết thành

$$z\sqrt{3} - 2 = (1+i)a - (2+z)i$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{3} + i)z = a + 2 + (a-2)i.$$

Lấy mô đun hai vế, được

$$\left|(\sqrt{3} + i)z\right| = |(a+2) + (a-2)i| \Leftrightarrow \left|\sqrt{3} + i\right| |z| = \sqrt{(a+2)^2 + (a-2)^2} \Leftrightarrow (2a)^2 = 2a^2 + 8 \Rightarrow a = 2.$$

Vậy $a = |z| = 2$.

Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$ có $BC = a\sqrt{2}; CD = a; \widehat{BCD} = \widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 60° . Tính diện tích hình cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

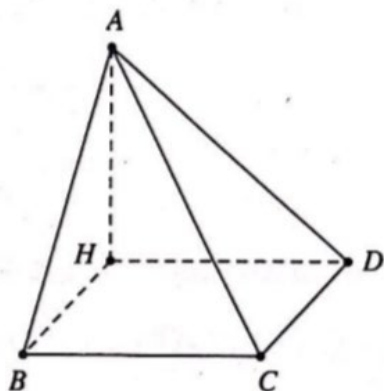
A. $8\pi a^2$.

B. $9\pi a^2$.

C. $3\pi a^2$.

D. $6\pi a^2$.

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng (BCD) . Giả thiết có BC vuông góc AB nên BC vuông góc với HB , tương tự, CD vuông góc với HD , suy ra $HBCD$ là hcn.

Ta có $HB \parallel CD \Rightarrow (\widehat{AB; CD}) = (\widehat{AB; HB}) = \widehat{ABH} = 60^\circ$.

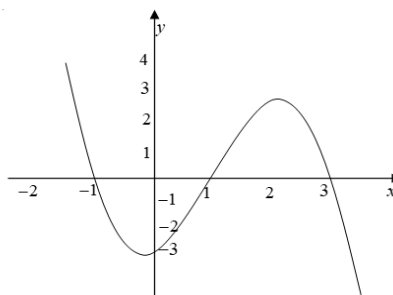
Tam giác ABH vuông tại H , có $\tan \widehat{ABH} = \frac{AH}{HB} \Rightarrow AH = a\sqrt{3} = AC$.

Có hình cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là hình cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HBCD$, có H, B, D nhìn đoạn AC dưới một góc 90° nên bán kính hình cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HBCD$ là

$$R = \frac{AC}{2} = \frac{AH\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Vậy diện tích cần tính là $S = 4\pi R^2 = 6\pi a^2$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x^3 - 3x^2 + 4x + 1)$ được cho như hình dưới.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 3)$.

B. $(13; +\infty)$.

C. $(-7; 3)$.

D. $(-\infty; -7)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y = f(x^3 - 3x^2 + 4x + 1) \Rightarrow y' = (3x^2 - 6x + 4)f'(x^3 - 3x^2 + 4x + 1)$.

$$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 - 6x + 4 = 0 \\ f'(x^3 - 3x^2 + 4x + 1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$			
$3x^2 - 6x + 4$			+					
$f'(x^3 - 3x^2 + 4x + 1)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x^3 - 3x^2 + 4x + 1)$								

Hàm số $f(x^3 - 3x^2 + 4x + 1)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1), (1; 3)$.

Đặt $g(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 1$ thì theo trên, $g'(x) = 3x^2 - 6x + 4 > 0, \forall x$ nên

$x \in (-\infty; -1) \Rightarrow g(x) \in (-\infty; -7); x \in (1; 3) \Rightarrow g(x) \in (3; 13)$.

Suy ra hàm số $y = f(u)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -7), (3; 13)$.

Câu 47. Cho $x, y, z > 0; a, b, c > 1$ và $a^x = b^y = c^z = \sqrt[3]{abc}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức

$P = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - z^2 + z$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(1; 3)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(3; +\infty)$.

Chọn B

Lấy logarit cơ số abc thì từ $a^x = b^y = c^z = \sqrt[3]{abc} \Rightarrow x \log_{abc} a = y \log_{abc} b = z \log_{abc} c = \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = 3 \log_{abc} a \\ \frac{1}{y} = 3 \log_{abc} b \\ \frac{1}{z} = 3 \log_{abc} c \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3(\log_{abc} a + \log_{abc} b + \log_{abc} c) = 3 \log_{abc} abc = 3$$

Suy ra $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 - \frac{1}{z}$ và $P = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - z^2 + z = 3 - \frac{1}{z} - z^2 + z = f(z), z > 0$.

Khảo sát hàm số $f(z)$ với $z > 0$, suy ra $f(z) \leq 2, \forall z > 0, "="$ khi $z = 1$. Tồn tại $x = y = z = 1$ để $P = 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức P là 2.

Câu 48. Cho các số không âm a, b thỏa mãn điều kiện $a \geq b + 1; 2^{a-b} + 2^{2b-2a} = 1 + \log_2 \sqrt[4]{34 - 2a + b}$. Có bao nhiêu số tự nhiên không vượt quá tổng $a + b$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Chọn C

$$\text{Có } 2^{a-b} + 2^{2b-2a} = 2^{a-b} + \frac{1}{2^{2a-2b}} = \frac{1}{8} 2^{a-b} + \frac{1}{8} 2^{a-b} + \frac{1}{2^{2a-2b}} + \frac{3}{4} 2^{a-b} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{1}{8^2} + \frac{3}{4} 2^{a-b}} \geq \frac{3}{4} + \frac{3}{4} 2^1 = \frac{9}{4},$$

$$\text{dấu "=" xảy ra chỉ khi } \begin{cases} a - b = 1 \\ \frac{1}{8} 2^{a-b} = \frac{1}{2^{2a-2b}} \end{cases} \Leftrightarrow a - b = 1 \quad (1)$$

Có $a \geq b + 1 \Leftrightarrow -2a \leq -2b - 2 \Rightarrow -2a + b \leq -b - 2 \leq -2 \Rightarrow 34 - 2a + b \leq 32$ do đó

$$\sqrt[4]{34 - 2a + b} \leq \sqrt[4]{32} = 2^{\frac{5}{4}} \text{ và } 1 + \log_2 \sqrt[4]{34 - 2a + b} \leq 1 + \log_2 2^{\frac{5}{4}} = \frac{9}{4},$$

dấu “=” xảy ra chỉ khi $b = 0$

(2)

Từ (1) và (2), đẳng thức ở giả thiết chỉ xảy ra khi $\begin{cases} a = b + 1 \\ b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow a + b = 1.$

Vậy có hai số tự nhiên không vượt quá $a + b$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V và đáy $ABCD$ là hình bình hành, gọi M là trung điểm SB , N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích của tứ diện $ACMN$ theo V .

- A.** $V_{ACMN} = \frac{V}{4}$. **B.** $V_{ACMN} = \frac{V}{3}$. **C.** $V_{ACMN} = \frac{V}{6}$. **D.** $V_{ACMN} = \frac{2V}{9}$.

Chọn A

Giả thiết suy ra $\frac{SM}{SB} = \frac{1}{2}, \frac{SN}{SD} = \frac{2}{3}$, khoảng cách từ C đến (AMN)

bằng hai lần khoảng cách từ O đến (AMN) nên

$$V_{C.AMN} = 2V_{O.AMN} = 2(V_{S.ABD} - V_{S.AMN} - V_{M.AOB} - V_{N.AOD})$$

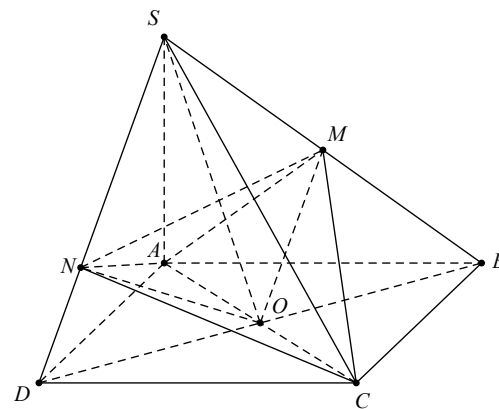
$$\text{Lại có } V_{S.ABD} = \frac{V}{2}, V_{S.AOB} = V_{S.AOD} = \frac{V}{4}$$

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{3}V_{S.ABD} = \frac{V}{6}$$

$$\frac{V_{M.AOB}}{V_{S.AOB}} = \frac{MB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{M.AOB} = \frac{1}{2}V_{S.AOB} = \frac{V}{8}$$

$$\frac{V_{N.AOD}}{V_{S.AOD}} = \frac{ND}{SD} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{N.AOD} = \frac{1}{3}V_{S.AOD} = \frac{V}{12}$$

$$\text{Vậy } V_{C.AMN} = 2V_{O.AMN} = 2\left(\frac{V}{2} - \frac{V}{6} - \frac{V}{8} - \frac{V}{12}\right) = \frac{V}{4}.$$



Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x| - |x^3 - x + m|$ trên đoạn $[-1; 2]$ không bé hơn -2020 ?

A. 2019.

B. 4040.

C. 4037.

D. 4041.

Chọn C

.Giả thiết suy ra $|x| - |x^3 - x + m| \geq -2020, \forall x \in [-1; 2]$

$$\Leftrightarrow |x^3 - x + m| \leq |x| + 2020, \forall x \in [-1; 2]$$

$$\Leftrightarrow -|x| - 2020 \leq x^3 - x + m \leq |x| + 2020, \forall x \in [-1; 2]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -x^3 + x - |x| - 2020 \leq m \leq -x^3 + x + |x| + 2020 = g(x), \forall x \in [-1; 2]$$

$$\cdot f(x) = \begin{cases} -x^3 - 2020, & x \geq 0 \\ -x^3 + 2x - 2020, & x < 0 \end{cases} \cdot \text{Lập BTT hàm số trên đoạn } [-1; 2], \text{ suy ra } m \geq -2020.$$

$$\cdot g(x) = \begin{cases} -x^3 + 2x + 2020, & x \geq 0 \\ -x^3 + 2020, & x < 0 \end{cases} \cdot \text{Lập BTT hàm số trên đoạn } [-1; 2], \text{ suy ra } m \leq 2016.$$

Ta được $-2020 \leq m \leq 2016, m \in \mathbb{C} \Rightarrow m \in \{-2020; -2019; \dots; -1; 0; 1; \dots; 2016\}$ nên có 4037 giá trị cần tìm.

