

GV: TRẦN QUỐC NGHĨA

☎: 098 373 4349

Trường THPT

Họ và tên học sinh:

Lớp: STT:

Tài liệu tự học

TOÁN

LỚP 11 - NH 18-19

Chủ đề 5

ĐẠO HÀM

- *Tóm tắt lý thuyết*
- *Các dạng toán thường gặp*
- *Phương pháp giải toán*
- *Toán mẫu*
- *Bài tập cơ bản*
- *Bài tập nâng cao*
- *Bài tập tổng ôn*
- *Bài tập trắc nghiệm - Đáp án*

Năm học 2018 - 2019

Lưu hành nội bộ

Vấn đề 1. ĐẠO HÀM VÀ Ý NGHĨA CỦA ĐẠO HÀM

① Mở đầu

Nhiều bài toán của toán học, vật lí, hóa học, sinh học, kĩ thuật, ... đòi hỏi phải tìm giới hạn dạng:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

trong đó $f(x)$ là một hàm số đã cho của đối số x .

Qua Đại số và Giải tích 11, ta biết định nghĩa và kí hiệu của số gia đối số và số gia tương ứng của hàm số:

- Số gia đối số là $\Delta x = x - x_0$
- Số gia tương ứng của hàm số là $\Delta y = f(x) - f(x_0)$

Ta sẽ dùng khái niệm và kí hiệu đó viết các giới hạn trên: $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

② Định nghĩa đạo hàm

Cho hàm số $y = f(x)$, xác định trên $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$

Giới hạn, nếu có, của tỉ số giữa số gia của hàm số và số gia của đối số tại x_0 , khi số gia đối số dần tới 0, được gọi là đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 .

Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại x_0 được kí hiệu là $y'(x_0)$ hoặc $f'(x_0)$:

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \text{ hoặc } y'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

③ Đạo hàm một bên

a. Đạo hàm bên trái của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 , kí hiệu là $f'(x_0^-)$ được định nghĩa là

$$f'(x_0^-) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

trong đó $x \rightarrow x_0^-$ được hiểu là $x \rightarrow x_0$ và $x < x_0$.

b. Đạo hàm bên phải của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 , kí hiệu là $f'(x_0^+)$ được định nghĩa là

$$f'(x_0^+) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

trong đó $x \rightarrow x_0^+$ được hiểu là $x \rightarrow x_0$ và $x > x_0$.

Định lí: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 thuộc tập xác định của nó, nếu và chỉ nếu $f'(x_0^-)$ và $f'(x_0^+)$ tồn tại và bằng nhau. Khi đó ta có: $f'(x_0) = f'(x_0^-) = f'(x_0^+)$.

④ Đạo hàm trên một khoảng

Định nghĩa:

a. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$ nếu nó có đạo hàm tại mọi điểm trên khoảng đó.

b. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là có đạo hàm trên đoạn $[a; b]$ nếu nó có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$ và có đạo hàm bên phải tại a , đạo hàm bên trái tại b .

Qui ước: Từ nay, khi ta nói hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm, mà không nói rõ trên khoảng nào, thì điều đó có nghĩa là đạo hàm tồn tại với mọi giá trị thuộc tập xác định của hàm số đã cho.

⑤ Quan hệ giữa sự tồn tại của đạo hàm và tính liên tục của h.số

Định lí: Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

⚠ **Chú ý:** 1. Đảo lại không đúng, tức là **một hàm số liên tục tại điểm x_0 có thể không có đạo hàm tại điểm đó**

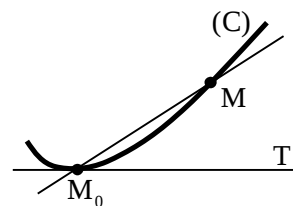
2. Như vậy, hàm số không liên tục tại x_0 thì không có đạo hàm tại điểm đó.

⑥ Ý nghĩa của đạo hàm

1. Ý nghĩa hình học

a. Tiếp tuyến của đường cong phẳng:

Cho đường cong phẳng (C) và một điểm cố định M_0 trên (C) , M là điểm di động trên (C) . Khi đó M_0M là một cát tuyến của (C) .

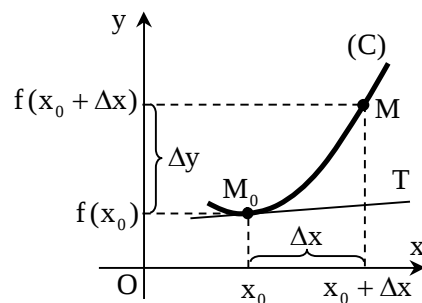


Định nghĩa: Nếu cát tuyến M_0M có vị trí giới hạn M_0T khi điểm M di chuyển trên (C) và dần tới điểm M_0 thì đường thẳng M_0T được gọi là tiếp tuyến của đường cong (C) tại điểm M_0 . Điểm M_0 được gọi là tiếp điểm.

b. Ý nghĩa hình học của đạo hàm:

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và có đạo hàm tại $x_0 \in (a; b)$, gọi (C) là đồ thị hàm số đó.

Định lí 1: Đạo hàm của hàm số $f(x)$ tại điểm x_0 là hệ số góc của tiếp tuyến M_0T của (C) tại điểm $M_0(x_0; f(x_0))$



c. Phương trình của tiếp tuyến:

Định lí 2: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M_0(x_0; f(x_0))$ là

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

2. Ý nghĩa vật lí

a. **Vận tốc tức thời:** Xét chuyển động thẳng xác định bởi phương trình: $s = f(t)$, với $f(t)$ là hàm số có đạo hàm. Khi đó, vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t_0 là đạo hàm của hàm số $s = f(t)$ tại t_0 .

$$v(t_0) = s'(t_0) = f'(t_0)$$

b. **Cường độ tức thời:** Điện lượng Q truyền trong dây dẫn xác định bởi phương trình: $Q = f(t)$, với $f(t)$ là hàm số có đạo hàm. Khi đó, cường độ tức thời của dòng điện tại thời điểm t_0 là đạo hàm của hàm số $Q = f(t)$ tại t_0 .

$$I(t_0) = Q'(t_0) = f'(t_0)$$

Dạng 1. Tìm số gia của hàm số

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để tính số gia của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 tương ứng với số gia Δx cho trước ta áp dụng công thức tính sau: $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$

B. BÀI TẬP MẪU

VD 1. Tìm số gia của hàm số $y = 2x^2 - 3x + 5$, tương ứng với sự biến thiên của đối số:

a) Từ $x_0 = 1$ đến $x_0 + \Delta x = 2$

b) Từ $x_0 = 2$ đến $x_0 + \Delta x = 0,9$

c) Từ $x_0 = 1$ đến $x = 1 + \Delta x$

d) Từ $x_0 = 2$ đến $x = 2 + \Delta x$

VD 2. Tính Δy và $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ của hàm số sau theo x và Δx :

a) $y = 3x - 5$

b) $y = 3x^2 + 7$

c) $y = 2x^2 + 4x - 1$

d) $y = \cos 2x$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Tìm số gia của hàm số $y = x^2 - 1$ tại điểm $x_0 = 1$ ứng với số gia Δx , biết:

a) $\Delta x = 1$

b) $\Delta x = -0,1$

Dạng 2. Tính đạo hàm bằng định nghĩa
A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để tính đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 bằng định nghĩa ta làm như sau:

• **Cách 1:**

- ✓ Cho x_0 một số gia Δx và tìm số gia $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$
- ✓ Tập tỉ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$
- ✓ Tìm giới hạn $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$. Nếu:
 - ✦ $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ tồn tại hữu hạn thì tại x_0 hàm số có đạo hàm là $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$
 - ✦ $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ không tồn tại hữu hạn thì tại x_0 hàm số không có đạo hàm.

• **Cách 2:**

- ✓ Tính $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
- ✦ Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ tồn tại hữu hạn thì tại x_0 hàm số có đạo hàm là

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$
- ✦ Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ không tồn tại hữu hạn thì tại x_0 hàm số không có đạo hàm.

B. BÀI TẬP MẪU

VD 3. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 - 2x + 4$ tại $x_0 = 2$

.....

.....

.....

.....

VD 4. Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{2x^2 + 1}$

a) Tìm đạo hàm của hàm số tại $x_0 = 2$

b) Suy ra giá trị $3f'(2) - 5f'(2\sqrt{3})$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

[illegible]

Bài 2. Dùng định nghĩa, tính đạo hàm của mỗi hàm số sau tại điểm x_0 :

- $y = 2x + 1$ tại $x_0 = 2$
- $y = x^2 + x$ tại $x_0 = 1$
- $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại $x_0 = 0$
- $y = \sqrt{2x+7}$ tại $x_0 = 1$

Bài 3. Cho hàm số: $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

- Chứng minh rằng $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 0$.
- Tính đạo hàm (nếu có) của $f(x)$ tại điểm $x_0 = 0$.

Bài 4. Dùng định nghĩa, tính đạo hàm của hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ tại điểm $x_0 = 0$

Bài 5. Chứng minh rằng hàm số: $y = f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{khi } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ không có đạo hàm tại điểm $x_0 = 0$ nhưng có đạo hàm tại $x_0 = 2$.

Bài 6. Dùng định nghĩa, tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x}{1+|x|}$ tại $x_0 = 0$.

Bài 7. Chứng minh rằng hàm số $y = \frac{x^2 - 2|x+3|}{3x-1}$ liên tục tại $x = -3$ nhưng không có đạo hàm tại điểm ấy.

Bài 8. Tìm a, b để hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \leq 1 \\ ax+b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ có đạo hàm tại điểm $x = 1$.

Bài 9. Cho hàm số: $y = f(x) = \begin{cases} p \cos x + q \sin x & \text{khi } x \leq 0 \\ px + q + 1 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Chứng minh rằng với mọi cách chọn p, q hàm số không thể có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

Bài 10. Dùng định nghĩa, tính đạo hàm của mỗi hàm số sau (a là hằng số):

- $y = ax + 3$
- $y = \frac{1}{2}ax^2$
- $y = \frac{1}{2x-1}$ với $x \neq \frac{1}{2}$
- $y = \sqrt{3-x}$ với $x < 3$

Dạng 3. Quan hệ giữa liên tục và đạo hàm

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Mối quan hệ giữa liên tục và đạo hàm ta cần nhớ các kết luận sau:

- $f(x)$ liên tục tại $x_0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) \Leftrightarrow \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = 0$
- $f(x)$ có đạo hàm tại $x_0 \Rightarrow f(x)$ liên tục tại x_0
- $f(x)$ liên tục tại x_0 **chưa chắc** $f(x)$ có đạo hàm tại x_0

B. BÀI TẬP MẪU

VD 6. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{|x-2|}{2x+1}$.

- a) Xét sự liên tục của hàm số tại $x_0 = 2$ b) Xét xem tại $x_0 = 2$ hàm số có đạo hàm không?

VD 7. Cho $y = f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{x^2+3}{x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$.

- a) Xét sự liên tục của hàm số tại $x_0 = 0$ b) Xét xem tại $x_0 = 0$ hàm số có đạo hàm không?

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 11. CMR: hàm số $y = \frac{x^2 - 2|x+3|}{3x-1}$ liên tục tại $x = -3$ nhưng không có đạo hàm tại điểm ấy.

Bài 12. Cho hàm số: $y = f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

- a) Tính đạo hàm của hàm số tại mỗi $x \in \mathbb{R}$.
b) Chứng tỏ rằng đạo hàm $f'(x)$ không liên tục tại điểm $x_0 = 0$.

Dạng 4. Ý nghĩa hình học của đạo hàm:
Bài toán tiếp tuyến

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

❖ **Sử dụng ý nghĩa hình học của đạo hàm**

✓ **Hệ số góc k** của cát tuyến MN với đường cong $(C): y = f(x)$, biết M, N theo

thứ tự có hoành độ là x_M, x_N được cho bởi: $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_N - y_M}{x_N - x_M}$ với $x_N \neq x_M$

✓ $f'(x_0)$ là hệ số góc của tiếp tuyến với đường cong (C) tại $M(x_0; f(x_0))$

❖ **Tiếp tuyến của đồ thị**

1. Tiếp tuyến tại một điểm:

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị $(C): y = f(x)$ tại điểm $M_0(x_0; y_0)$:

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

Trong đó: - $M_0(x_0; y_0)$ gọi là tiếp điểm.

- $k = f'(x_0)$ là hệ số góc.

Các chú ý: - Nếu cho x_0 thì thế vào $y = f(x)$ tìm y_0 .

- Nếu cho y_0 thì thế vào $y = f(x)$ tìm x_0 .

2. Tiếp tuyến đi qua một điểm:

Đề lập phương trình tiếp tuyến d với (C) biết d đi qua $A(x_A; y_A)$:

Cách 1: - Gọi $M_0(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

- Phương trình đường thẳng d qua M_0 với hệ số góc $k = f'(x_0)$:

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

- $A(x_A; y_A) \in d \Rightarrow y_A - y_0 = f'(x_0)(x_A - x_0)$

- Giải phương trình trên tìm x_0 , tìm $f'(x_0)$, thế vào $y = f(x)$ tìm y_0 .

Cách 2: Dùng điều kiện tiếp xúc (Sẽ học ở lớp 12)

3. Tiếp tuyến biết hệ số góc:

- Giải phương trình: $f'(x) = k \Rightarrow$ các hoành độ tiếp điểm.

- Thế vào $y = f(x)$ để tìm tung độ.

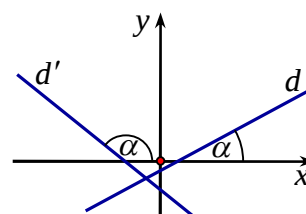
- Viết tiếp tuyến: $y - y_0 = k.(x - x_0)$

⚡ **Chú ý:**

- tiếp tuyến $d // \Delta: y = ax + b \Rightarrow k = a$

- tiếp tuyến $d \perp \Delta: y = ax + b \Rightarrow k.a = -1$

- $k = \tan \alpha$, với α là góc giữa d với tia Ox .



B. BÀI TẬP MẪU

VD 8.

Cho đường cong $(C): y = x^3$ và hai điểm $A(1; 1)$ và $B(1 + \Delta x; 1 + \Delta y)$ trên (C) .
a) Tính hệ số góc của cát tuyến AB với Δx lần lượt là $0,1$ và $0,01$
b) Tìm hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại A .

VD 9.

Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến với (C) , biết:
a) tiếp điểm có hoành độ bằng 2
b) Tiếp điểm có tung độ bằng 3
c) Hệ số góc của tiếp tuyến $k = -4$.
d) Tiếp tuyến song song với $d: x + 9y = 2018$
e) Tiếp tuyến vuông góc với $d: x + 4y = 0$.
f) Tiếp tuyến qua điểm $A(-8; 0)$

a) Tiếp điểm có hoành độ bằng -1 .
b) Tiếp điểm có tung độ bằng 8 .
c) Hệ số góc của tiếp tuyến bằng 3 .

a) Tính hệ số góc của cát tuyến AB biết Δx lần lượt bằng 1; 0,1 và 0,001.
b) Tính hệ số góc của tiếp tuyến của parabol đã cho tại điểm A .

b) (C): $y = \frac{x^2 + x + 1}{x}$ và hoành độ M, N theo thứ tự là $x_M = 1, x_N = 3$.

Bài 15. Viết phương trình tiếp tuyến của đường hypebol $y = \frac{1}{x}$, biết:

- Tại điểm $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.
- Tiếp điểm có hoành độ bằng -1 .
- Hệ số góc của tiếp tuyến bằng $-\frac{1}{4}$.

Bài 16. Cho đường cong $(C): y = \sqrt{x}$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) :

- Biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng 1 .
- Biết tiếp tuyến song song với $\Delta: x - 4y + 3 = 0$.

Bài 17. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số:

- $y = \frac{x-1}{x+1}$, biết hoành độ tiếp điểm là $x_0 = 0$.
- $y = \sqrt{x+2}$, biết tung độ tiếp điểm là $y_0 = 2$.

Bài 18. Cho hai hàm số $y = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ và $y = \frac{x^2}{\sqrt{2}}$. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị của mỗi hàm số đã cho tại giao điểm của chúng. Tính góc giữa hai tiếp tuyến kẻ trên.

Bài 19. Cho parabol $(P): y = x^2$. Gọi M_1 và M_2 là hai điểm thuộc (P) lần lượt có hoành độ $x_1 = -2$ và $x_2 = 1$. Hãy tìm trên (P) một điểm E sao cho tiếp tuyến tại E song song với cát tuyến M_1M_2 . Viết phương trình tiếp tuyến đó.

Bài 20. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị, biết rằng tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $\Delta: 3x - 5y - 2018 = 0$.

Bài 21. Viết phương trình tiếp tuyến với $(P): y = x^2$, biết rằng tiếp tuyến đó đi qua điểm $A(0; -1)$.

Bài 22. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết rằng tiếp tuyến đó đi qua $A(0; 3)$.

Bài 23. Cho hàm số $(C_m): y = f(x) = -x^4 - mx^2 + m + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để các tiếp tuyến của (C_m) tại $A(1; 0)$ và $B(-1; 0)$ vuông góc với nhau.

Bài 24. Cho h.số $y = \cos^2 x + m \sin x$ (m là tham số) có đồ thị (C) . Tìm m trong mỗi trường hợp sau:

- Tiếp tuyến của (C) tại điểm có $x = \pi$ có hệ số góc bằng 1 .
- Tiếp tuyến của (C) tại các điểm có các hoành độ $x = -\frac{\pi}{4}$ và $x = \frac{\pi}{3}$ song song hoặc trùng nhau.

Bài 25. Tìm giao điểm của hai đường cong $(P): y = x^2 - x + 1$ và $(H): y = \frac{1}{x+1}$. Chứng minh rằng hai đường cong đó có tiếp tuyến chung tại giao điểm của chúng.

Bài 26. Cho parabol $(P): y = x^2$. Viết phương trình tiếp tuyến với (P) , biết:

- Tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = 4x + 3$.
- Tiếp tuyến đi qua điểm $A(0; -1)$.

Dạng 5. Ý nghĩa Vật lí của đạo hàm cấp 1
A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Cần nhớ các kết quả sau:

- ✓ Nếu một chất điểm chuyển động với phương trình $s = s(t)$ thì **vận tốc tức thời** của chất điểm đó tại thời điểm t_0 là $v(t_0) = s'(t_0)$.
- ✓ Một dòng điện có điện lượng là $Q = Q(t)$ thì **cường độ tức thời** của dòng điện tại thời điểm t_0 là $I(t_0) = Q'(t_0)$.

B. BÀI TẬP MẪU

VD 11. Một chất điểm chuyển động có phương trình là $s = f(t) = t^2 + 2t + 3$ (s,m)

- a) Tính đạo hàm của hàm số $f(t)$ tại thời điểm t_0 .
- b) Tính vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 5$.

.....

.....

.....

.....

.....

VD 12. Cho biết điện lượng trong một dây dẫn theo thời gian biểu thị bởi hàm số $Q = 5t + 3$ (t tính bằng giây, Q tính bằng culông). Tính cường độ của dòng điện trong dây dẫn tại $t = 8$.

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 27. Một viên đạn được bắn lên từ vị trí M cách mặt đất 1 m, theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là $v_0 = 196$ m/s (bỏ qua sức cản của không khí)

- a) Tìm thời điểm t_0 mà tại đó vận tốc của viên đạn bằng 0. Khi đó viên đạn cách mặt đất bao nhiêu mét?
- b) Sau khoảng bao nhiêu giây (kể từ lúc bắn) viên đạn rơi xuống mặt đất? (lấy $g = 9,8$ m/s²)

Bài 28. Một vật rơi tự do có phương trình chuyển động $s = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó $g = 9,8$ m/s² và t được tính bằng giây.

- a) Tìm vận tốc trung bình của chuyển động trong khoảng thời gian từ t đến $t + \Delta t$ với độ chính xác đến 0,001, biết Δt lần lượt nhận các giá trị 0,1; 0,01; 0,001.
- b) Tìm vận tốc tại thời điểm $t = 5$ giây.

Bài 29. Một chiếc xe chạy được quãng đường s (km) sau t (giờ) được tính bởi $s = t^2 + 3t - 2$. Hãy tính vận tốc tức thời của xe đó sau khi chạy được 4 giờ.

Vấn đề 2. CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM

① Đạo hàm của hàm tổng, hiệu, tích thương, hàm hợp

- 1) $(u - v + w)' = u' - v' + w'$
- 2) $(ku)' = k.u'$, với k là hằng số.
- 3) $(u.v)' = u'v + v'u$
- 4) $(u.v.w)' = u'vw + uv'w + uvw'$
- 5) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$
- 6) $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$
- 7) $y'_x = y'_u.u'_x$

② Bảng đạo hàm của các hàm số sơ cấp cơ bản

Đạo hàm của các hàm số sơ cấp cơ bản	Đạo hàm của các hàm số hợp
$(C)' = 0$, C hằng số	
$(x)' = 1$	
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(x^\alpha)' = \alpha.x^{\alpha-1}$	$(u^\alpha)' = \alpha.u^{\alpha-1}.u'$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = u'.\cos u$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -u'.\sin u$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$	$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u} = u'(1 + \tan^2 u)$
$(\cot x)' = \frac{-1}{\sin^2 x} = -(1 + \cot^2 x)$	$(\cot u)' = \frac{-u'}{\sin^2 u} = -u'(1 + \cot^2 u)$

Dạng 1. Tìm đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương của các hàm số
Đạo hàm của hàm số hợp

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Sử dụng các quy tắc, các công thức tính đạo hàm của một số hàm số trong phần tóm tắt lý thuyết để tính.

- ⚠ Chú ý:
- ♦ Một số bài toán ta cần rút gọn trước để việc tính đạo hàm sẽ đơn giản hơn.
 - ♦ Sau khi tính đạo hàm xong, rút gọn để đưa về kết quả đẹp hơn (nếu được).

B. BÀI TẬP MẪU

VD 13. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

- a) $y = x^7 - 3x^4 + 4x^2 - 4\sqrt{x} + 4$
- b) $y = 2x^4 + \frac{3}{x} + 10x - 25$
- c) $y = (x^2 - x + 1)(-2x^2 + 3x + 1)$
- d) $y = (2\sqrt{x} + 1)(4\sqrt{x} - 3)$
- e) $y = \frac{3x - 1}{4x + 5}$
- f) $y = \frac{2x^2 - 3x + 7}{x^2 + 2x + 3}$

VD 14. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

$$\text{a) } y = (2x^2 + 3\sqrt{x})^{2016}$$

$$\text{b) } y = \sqrt{4x^3 + 3x^2 + 2}$$

$$\text{c) } y = \frac{5}{(2\sqrt{x} + 3)^4}$$

$$\text{d) } y = (2x + 3)^{21} (x - 4)^{23}$$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 30. Tính đạo hàm của mỗi hàm số sau (a là hằng số):

$$\text{a) } y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + a^3$$

$$\text{b) } y = \frac{1}{(x^2 - x + 1)^5}$$

$$\text{c) } y = 3x^5(8 - 3x^2)$$

$$\text{d) } y = (x + 1)(x + 2)(x + 3)$$

$$\text{e) } y = \frac{2x}{x^2 - 1}$$

$$\text{f) } y = \frac{5x - 3}{x^2 + x + 1}$$

$$\text{g) } y = \frac{1}{x\sqrt{x}}$$

$$\text{h) } y = \sqrt{\frac{x^2 + 1}{x}}$$

$$\text{i) } y = \sqrt{2 - 5x - x^2}$$

$$\text{j) } y = x^2 + x\sqrt{x} + 1$$

$$\text{k) } y = \frac{1 + x}{\sqrt{1 - x}}$$

$$\text{l) } y = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = u' \cdot \cos u$	$(\sin^n u)' = n \cdot \sin^{n-1} u \cdot (\sin u)'$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$	$(\cos^n u)' = n \cdot \cos^{n-1} u \cdot (\cos u)'$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$	$(\tan^n u)' = n \cdot \tan^{n-1} u \cdot (\tan u)'$
$(\cot x)' = \frac{-1}{\sin^2 x}$	$(\cot u)' = \frac{-u'}{\sin^2 u}$	$(\cot^n u)' = n \cdot \cot^{n-1} u \cdot (\cot u)'$

B. BÀI TẬP MẪU

a) $y = 2 \sin x + \sin 2x - \sin^2 x + 2 \sin \frac{x}{2} - \sin \frac{2}{x}$ b) $y = \sin^2(2x^2 - 3x + 1)$ c) $y = \sqrt{\sin(4x^2 + x)}$

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

VD 16. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

b) $y = \sqrt{1 + \cos^2 \frac{x}{2}}$

c) $y = \left(\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \right)^{20}$

d) $y = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$

e) $y = x \sin x + \cos x$

f) $y = 3 \tan x + \tan 3x + \tan^3 x + \tan x^2$

g) $y = x \cot(x^2 - 1)$

h) $y = \cot^3 2x + 3 \cot 2x$

i) $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$

j) $y = \frac{\sin^2 2x + 4 \cos^2 x - 4}{\sin^2 2x - 4 \cos^2 x}$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 31. Tính đạo hàm của mỗi hàm số sau:

a) $y = 5 \sin x - 3 \cos x$

b) $y = \sin(x^2 - 3x + 2)$

c) $y = \cos \sqrt{2x+1}$

d) $y = \sin 3x \cdot \cos 5x$

e) $y = \sqrt{1+2 \tan x}$

f) $y = \tan 3x - \cot 3x$

g) $y = 4 \sin x - 3 \cos x$

h) $y = 4 \sin^2 x - 3 \cos^4 x$

i) $y = \frac{x}{1 - \cos x}$

j) $y = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$

k) $y = \frac{\cos x}{\sin x + 1}$

l) $y = 2x \cot x + x^2$

m) $y = \sqrt{1+2 \tan x}$

n) $y = \sin 3x \cdot \cos 4x$

o) $y = 2 \cos \frac{x}{2} - \sin 2x + \cos(x^2)$

p) $y = \sin^2 x \cdot \cos^3 x$

q) $y = \tan^3 \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$

r) $y = \sin^2 [\cos^2 (\tan x)]$

u) $y = \cot^2 \sqrt{x^2+1}$

v) $y = \sin^3 \sqrt{x^2+1}$

w) $y = \sin^2 (\cos 3x)$

Bài 32. Cho hàm số $y = f(x) = x^3$ và $y = g(x) = 4x + \sin \frac{\pi x}{2}$. Tính tổng $f'(1) + g'(1)$?

Bài 33. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos x}}}$, với $x \in (0; \pi)$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

$$\begin{array}{ll} \mathbf{1/} & f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} & \mathbf{2/} & f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \\ \mathbf{3/} & f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} & \mathbf{4/} & f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \end{array}$$

B. BÀI TẬP MẪU

[illegible][illegible]

- VD 19.** a) Cho $y = \sin 2x - 2 \cos x$. Hãy giải phương trình $y' = 0$.
 b) Cho $y = 3 \sin 2x + 4 \cos x + 12x$. Hãy giải phương trình $y' = 2$.

VD 20. Cho hàm số: $y = f(x) = x^3 - 2x^2 + mx - 3$. Tìm m để:

- a) $f'(x)$ là bình phương của một nhị thức bậc nhất.
 b) $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
 c) $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt đều dương.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 34. Tìm các nghiệm của phương trình sau:

- a) $f'(x) = 0$ với $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 6x - 1$. b) $f'(x) = -5$ với $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 3$.

Bài 35. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$. Hãy giải các bất phương trình sau: a) $f'(x) > 0$ b) $f'(x) \leq 3$

Bài 36. Giải phương trình $y' = 0$ trong mỗi trường hợp sau:

- a) $y = \sin 2x - 2 \cos x$ b) $y = \cos^2 x + \sin x$ c) $y = \cos^2 x + \sin x$
 d) $y = \tan x + \cot x$ e) $y = 3 \cos x + 4 \sin x + 5x$ f) $y = 1 - \sin(\pi + x) + 2 \cos\left(\frac{2\pi + x}{2}\right)$

Bài 37. Cho hàm số $y = mx^3 + x^2 + x - 5$. Tìm m để:

- a) y' bằng bình phương của một nhị thức bậc nhất.
 b) y' có hai nghiệm trái dấu. c) $y' > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

“Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trong khoảng $(a; b)$ và $f'(x) = 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ không đổi trong khoảng $(a; b)$ ”

Bước 2. Chọn $x_0 \in D \Rightarrow A(x_0) = c$.

Bước 2. Kết luận.

B. BÀI TẬP MẪU

Chứng minh $f'(x) = g'(x)$. Nhận xét ?

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

VD 22. Chứng minh rằng hàm số $y = \frac{\sin^4 x + 3\cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x + 3\cos^4 x - 1}$ có đạo hàm không phụ thuộc vào x .

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 38. Chứng minh rằng:

a) Hàm số $y = \tan x$ thỏa mãn hệ thức $y' - y^2 - 1 = 0$.

b) Hàm số $y = \cot 2x$ thỏa mãn hệ thức $y' + 2y^2 + 2 = 0$.

Bài 39. Chứng minh với mọi x thuộc tập xác định:

a) Nếu $f(x) = 2\cos^2(4x-1)$ thì $|f(x)| \leq 8$. Tìm giá trị của x để đẳng thức xảy ra.

b) Nếu $f(x) = \tan 3x$ thì $f'(x) \geq 3$. Tìm giá trị của x để đẳng thức xảy ra.

Bài 40. Chứng minh rằng với mọi x ta đều có:

$$\cos^2(x-a) + \sin^2(x-b) - 2\cos(x-a)\sin(x-b)\sin(a-b) = \cos^2(a-b)$$

Bài 41. Chứng minh rằng biểu thức $A = \sin^2\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin^2 x + \sin^2\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$ không phụ thuộc vào x .

Bài 42. Chứng minh rằng hàm số sau có đạo hàm không phụ thuộc x :

a) $y = \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cdot \cos^2 x$

b) $y = \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{3} + x\right) - 2\sin^2 x$

Vấn đề 3. VI PHÂN – ĐẠO HÀM CẤP CAO

A. VI PHÂN

① Định nghĩa

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; b)$ và có đạo hàm tại $x \in (a; b)$.

Cho số gia Δx tại x sao cho $x + \Delta x \in (a; b)$.

Ta gọi tích $f'(x) \cdot \Delta x$ (hoặc $y' \cdot \Delta x$) là vi phân của hàm số $y = f(x)$ tại x ứng với số gia Δx và ký hiệu là dy hoặc $df(x)$. Như vậy, ta có:

$$dy = y' \Delta x \text{ hoặc } df(x) = f'(x) \Delta x$$

Áp dụng: Với hàm số $y = x$, ta được: $dx = (x)' \Delta x = 1 \cdot \Delta x = \Delta x$

Vậy ta có: $dy = y' dx$ hoặc $df(x) = f'(x) dx$.

② Ứng dụng của vi phân vào phép tính gần đúng

Theo định nghĩa đạo hàm, ta có: $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Do đó, với $|\Delta x|$ đủ nhỏ thì:

$$f'(x_0) \approx \frac{\Delta y}{\Delta x} \Leftrightarrow \Delta y \approx f'(x_0) \Delta x \Leftrightarrow f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) \approx f'(x_0) \Delta x$$

$$\Leftrightarrow f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \Delta x$$

Đó là công thức tính gần đúng đơn giản nhất.

B. ĐẠO HÀM CẤP CAO

① Định nghĩa

Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$.

✓ Đạo hàm của hàm số $f'(x)$, nếu có, được gọi là **đạo hàm cấp hai** của hàm số $f(x)$.

Kí hiệu là y'' hay $f''(x)$.

✓ Tương tự, đạo hàm của hàm số $f''(x)$, nếu có, được gọi là **đạo hàm cấp ba** của hàm số $f(x)$.

Kí hiệu là y''' hay $f'''(x)$.

✓ Đạo hàm của hàm số $f'''(x)$, nếu có, được gọi là **đạo hàm cấp bốn** của hàm số $f(x)$.

Kí hiệu là $y^{(4)}$ hay $f^{(4)}(x)$.

✓ Tổng quát, **đạo hàm của đạo hàm cấp $n-1$ được gọi là đạo hàm cấp n của hàm số $y = f(x)$.**

Kí hiệu là $y^{(n)}$ hay $f^{(n)}(x)$.

② Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai

Xét chuyển động thẳng xác định bởi phương trình: $s = f(t)$ với $f(t)$ là hàm số có đạo hàm.

Khi đó, gia tốc tức thời (γ) của chuyển động tại thời điểm t là đạo hàm cấp hai của hàm số $s = f(t)$ tại t là $\gamma(t) = f''(t)$.

Dạng 1. Tìm vi phân của hàm số
A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Tính vi phân của hàm số $f(x)$ tại x_0 cho trước:
 - ✓ Tính đạo hàm của hàm số tại x_0
 - ✓ Suy ra vi phân của hàm số tại x_0 ứng với số gia Δx là $df(x_0) = f'(x_0)\Delta x$
- Tính vi phân của hàm số $f(x)$:
 - ✓ Tính đạo hàm của hàm số
 - ✓ Suy ra vi phân của hàm số là $dy = df(x) = f'(x)dx$

B. BÀI TẬP MẪU

VD 23. Cho hàm số $f(x) = 6x^3 - 2x^2 + 4x - 1$.

Tính vi phân của hàm số tại điểm $x_0 = 1$, ứng với số gia $\Delta x = 0,01$.

.....

.....

.....

VD 24. Tìm vi phân của hàm số $y = f(x) = \sin 3x \cdot \cos 2x$.

.....

.....

.....

VD 25. Bài 38. Chứng minh

a) $\sqrt{1-x}dy - dx = 0$ với $y = -2\sqrt{1-x}$.

b) $(x+2y)dx - xdy = 0$ với $y = 2x^2 - x$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 43. Tính vi phân của hàm số $y = \sin 2x$ tại điểm $x = \frac{\pi}{3}$ ứng với a) $\Delta x = 0,01$ b) $\Delta x = 0,001$

Bài 44. Tính vi phân của mỗi hàm số sau:

a) $y = x^2 - x\sqrt{x} + x + 8$

b) $y = \sqrt{ax+b}$ (với a, b là hằng số)

c) $y = \tan^2(3x) - \cot(3x^2)$

d) $y = \sqrt{\cos^2 2x + 1}$

f) $\sqrt[3]{215}$

Dạng 3. Tính đạo hàm cấp cao của hàm số
A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Áp dụng trực tiếp định nghĩa để tính đạo hàm cấp cao:

$$y'' = (y')'; y''' = (y'')'; y^{(4)} = (y''')'; y^{(n)} = (y^{(n-1)})'$$

B. BÀI TẬP MẪU

VD 27. Tính đạo hàm cấp ba của hàm số $y = x \sin x + \cos x$

.....

.....

.....

.....

.....

VD 28. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$. Tìm x sao cho $y'' = -10$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 46. Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số sau:

- a) $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ b) $y = \frac{x-3}{x-2}$ c) $y = \frac{x^2 - x + 1}{x-1}$ d) $y = x \cdot \sin x$
- e) $y = x\sqrt{1-x^2}$ f) $y = \cos^2 x$ g) $y = x\sqrt{1+x^2}$

Bài 47. a) Cho $f(x) = (x+10)^6$. Tính $f''(2)$.

b) Cho $f(x) = \sin 3x$. Tính $f''\left(-\frac{\pi}{2}\right)$, $f''(0)$, $f''\left(\frac{\pi}{18}\right)$

Bài 48. Tính đạo hàm của mỗi hàm số sau đến cấp cho kèm theo:

- a) $f(x) = x^4 - \cos 2x$, $f^{(4)}(x)$ b) $f(x) = \cos^2 x$, $f^{(5)}(x)$
- c) $f(x) = (x+10)^6$, $f^{(n)}(x)$ d) $f(x) = \sin 2x$, $f^{(5)}(x)$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

$$a(t) = f''(t)$$

a) $s = f(t) = t^3 - 3t^2 + 7t - 2, t_0 = 2$ b) $s = f(t) = 3\sin 2t + 2\cos 2t, t_0 = \frac{\pi}{4}$

[illegible]

a) Tính vận tốc tại thời điểm $t = 2s$.
b) Tính gia tốc tại thời điểm $t = 3s$.
c) Tính gia tốc tại thời điểm vận tốc bằng 0.
d) Tính vận tốc tại thời điểm gia tốc bằng 0.

Dạng 5. Tìm công thức đạo hàm cấp n

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Với hàm số $y = f(x)$, tìm được công thức $f^{(n)}(x)$ ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Tính $f'(x)$, $f''(x)$ đôi khi cần tính tới $f'''(x)$, $f^{(4)}(x)$.

Bước 2. Dự đoán công thức tổng quát $f^{(n)}(x)$.

Bước 3. Chứng minh công thức dự đoán bằng phương pháp qui nạp.

B. BÀI TẬP MẪU

VD 30. Tính đạo hàm cấp n của hàm số: $y = \sin x$, với $n \in \mathbb{N}^*$

VD 31. Tính đạo hàm cấp n của hàm số: $y = \frac{1}{ax+b}$, với $a, b \in \mathbb{R}$ và $n \in \mathbb{N}^*$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 51. Chứng minh rằng: Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$:

a) Nếu $f(x) = \cos x$ thì $f^{(4n)}(x) = \cos x$

b) Nếu $y = \sin x$ thì $y^{(n)} = \sin\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)$

c) Nếu $y = \sin^2 x$ thì $y^{(n)} = -2^{4n-1} \cos 2x$

d) Nếu $y = \frac{1}{x+1}$ thì $y^{(n)} = (-1)^n \frac{n!}{(x+1)^{n+1}}$

Bài 52. Tính đạo hàm cấp n của các hàm số sau:

a) $y = \frac{1}{x}$

b) $y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$

c) $y = \sin^3 x$

d) $y = \sin ax \cdot \sin bx$ (a, b là hằng số)

c) Nếu $y = -\frac{1}{3}\cot^3 x + \cot x + x$ thì $y' = \cot^4 x$ d) Nếu $y = \frac{x-3}{x+4}$ thì $2(y')^2 = (y-1)y''$

[illegible]

c) $S = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + 100a_{100}$ (ĐH Hàng Hải – 1998)

(ĐH Hàng Hải – 1998)

$$C_{2n+1}^1 - 2.2C_{2n+1}^2 + 3.2^2C_{2n+1}^3 + 4.2^3C_{2n+1}^4 + \dots + (2n+1).2^{2n}C_{2n+1}^{2n+1} = 2011$$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x^3} - \sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}.$

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin 5x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2}$$

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}.$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - nx + n - 1}{(x-1)^2}.$$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x^2+2x-3}$.

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3\sqrt[3]{4x^3 - 24} + \sqrt{x+2} - 8\sqrt{2x-3}}{4 - x^2}.$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$.

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+2x}-1}{\sqrt[m]{1+3x}-1}$.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2}.$$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \sin x}$.

d) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\cos 2x}$.

e) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan 2x \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right).$

f) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}{1 - \sqrt{2} \sin x}.$

BÀI TẬP CƠ BẢN NÂNG CAO CHỦ ĐỀ 5

Bài 59. Xét sự tồn tại đạo hàm của các hàm số sau trên $\mathbb{R}$:

$$a) y = \begin{cases} x^2 - x + 2 & \text{khi } x \leq 2 \\ \frac{1}{x-1} & \text{khi } x > 2 \end{cases}$$

$$b) y = \begin{cases} x^2 + x & \text{khi } x < 1 \\ \frac{2}{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$$

Bài 60. Tìm a, b để hàm số sau có đạo hàm tại $x=1$:

$$a) y = \begin{cases} x & \text{khi } x \leq 1 \\ ax^2 + b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

$$b) y = \begin{cases} \sqrt{2-x^2} & \text{khi } -\sqrt{2} \leq x \leq 1 \\ x^2 + ax + b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

Bài 61. Chứng minh rằng hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đạo hàm là $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

Áp dụng tính đạo hàm của: $y = \frac{3x-5}{x-2}, y = \frac{4}{3x+2}, y = \frac{2x}{1-3x}$

Bài 62. Chứng minh rằng hàm số $y = \frac{ax^2+bx+c}{b'x+c'}$ có đạo hàm là $y' = \frac{ab'x^2+2ac'x+bc'-b'c}{(b'x+c')^2}$

Áp dụng tính đạo hàm của: $y = \frac{x^2-2x+7}{x-2}, y = \frac{x^2+1}{3x+2}, y = \frac{2x^2-x+1}{x+5}$

Bài 63. Chứng minh hàm số $y = \frac{ax^2+bx+c}{a'x^2+b'x+c'}$ có đạo hàm là $y' = \frac{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} x^2 + 2 \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} b & c \\ b' & c' \end{vmatrix}}{(a'x^2+b'x+c')^2}$

Áp dụng tính đạo hàm của: $y = \frac{2x^2-x-1}{x^2-3x+3}, y = \frac{3x^2-6x+1}{x^2+3x+2}, y = \frac{2x^2-5x+6}{-x^2+5}$

Bài 64. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

$$a) y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - 5$$

$$b) y = \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} - \frac{6}{7x^4}$$

$$c) y = \frac{3x^2-6x+7}{4x}$$

$$d) y = \left(\frac{2}{x} + 3x \right) (\sqrt{x} - 1)$$

$$e) y = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$$

$$f) y = \frac{-x^2+7x+5}{x^2-3x}$$

$$g) y = (x^7 + x)^2$$

$$h) y = (x - x^2)^{32}$$

$$i) y = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$$

$$j) y = \frac{5x-3}{x^2+x+1}$$

$$k) y = \frac{1}{(x^2-x+1)^5}$$

$$l) y = \sqrt{\frac{x^2+1}{x}}$$

Bài 65. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

$$a) y = 2\sqrt{x} \sin x - \frac{\cos x}{x}$$

$$b) y = \frac{3\cos x}{2x+1}$$

$$c) y = \frac{x^2+2\cos x}{\sin x}$$

$$d) y = \frac{2\cos x - \sin x}{3\sin x + \cos x}$$

$$e) y = \frac{\tan x}{\sin x + 2}$$

$$f) y = \frac{\cot x}{2\sqrt{x}-1}$$

$$g) y = \sin(x^2-3x+2)$$

$$h) y = \cos \sqrt{2x+1}$$

$$i) y = 2\sin 3x \cos 5x$$

$$j) y = \sqrt{\cos 2x}$$

$$k) y = \tan \frac{x+1}{x^2}$$

$$l) y = \cot \sqrt{x^2+1}$$

m) $y = \tan^3 x + \cot 2x$

n) $y = \sqrt{1 + 2 \tan x}$

o) $y = \frac{\sin x}{x} + \frac{x}{\sin x}$

p) $y = \frac{\sin^2 x}{1 + \tan 2x}$

q) $y = \tan(\sin x)$

r) $y = (2 - x^2) \cos x + 2x \sin x$

s) $y = \cos^2 \sqrt{\frac{\pi}{4} - 2x}$

t) $y = x\sqrt{\sin 3x}$

u) $y = \tan^2 x + \tan x^2$

Bài 66. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = (x^2 - 4x + 1)^5$

b) $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{2x - 3}$

c) $y = \frac{-x^2 + 6x + 1}{x^2 + x - 1}$

d) $y = \frac{\sqrt{x^2 + x + 3}}{2x + 1}$

e) $y = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

f) $y = \frac{2 + \sqrt{x}}{1 + 2\sqrt{x}}$

g) $y = \frac{1+x-x^2}{1-x+x^2}$

h) $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

i) $y = (x+1)\sqrt{x^2 + x + 1}$

Bài 67. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = \sin(\sqrt{1+x^2})$

b) $y = \sin^2(\cos 3x)$

c) $y = \cos x \sqrt{1 + \sin^2 x}$

d) $y = \cos[\cos(\cos x)]$

e) $y = \cos^2\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)$

f) $y = \frac{\sin^2 x}{1 + \cot x} + \frac{\tan^2 x}{1 + \tan x}$

g) $y = \frac{x}{\sin x + \cos x}$

h) $y = \frac{\sin^2 x}{\cos x}$

i) $y = \sqrt{1 + \cos^2 x}$

Bài 68. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x - 24}$. Giải bất phương trình $2f'(x) \geq f(x)$.**Bài 69.** Giải phương trình $y' = 0$ trong mỗi trường hợp sau:

a) $y = \frac{1}{2} \sin 2x + \sin x - 3$

b) $y = \sin 2x - 2 \cos x$

c) $y = 3 \sin 2x + 4 \cos 2x + 10x$

d) $y = \tan x + \cot x$

e) $y = 2x - \cos x - \sqrt{3} \sin x$

Bài 70. Giải bất phương trình $f'(x) > g'(x)$, biết rằng:

a) $f(x) = x^3 + x - \sqrt{2}$ và $g(x) = 3x^2 + x + \sqrt{2}$

b) $f(x) = 2x^3 - x^2 + \sqrt{3}$ và $g(x) = x^3 + \frac{x^2}{2} - \sqrt{3}$

Bài 71. Cho hàm số $y = x - 2\sqrt{x^2 + 12}$. Giải bất phương trình $f'(x) \leq 0$. (TN THPT 2010)**Bài 72.** Tính đạo hàm đến cấp được kèm theo của các hàm số sau ($n \in \mathbb{N}^*$):

a) $y = \sin x, y''',$

b) $y = \sin x \sin 5x, y^{(4)}$

c) $y = (4-x)^5, y^{(n)}$

d) $y = \frac{1}{2+x}, y^{(n)}$

e) $y = \frac{1}{2x+1}, y^{(n)}$

f) $y = \cos^2 x, y^{(2n)}$

Bài 73. Chứng minh rằng hàm số:

a) $y = x \sin x$

thỏa hệ thức $xy - 2(y' - \sin x) + xy'' = 0$.

b) $y = \sqrt{2x + x^2}$

thỏa hệ thức $y^3 y'' + 1 = 0$.

c) $y = (x + \sqrt{x^2 + 1})^3$

thỏa hệ thức $(1 + x^2)y'' + xy' - 9y = 0$.

d) $y = 3 + \frac{5}{x}$ thỏa hệ thức $xy' + y = 3$.

e) $y = \frac{x-3}{x+4}$ thỏa hệ thức $2(y')^2 = (y-1)y''$

Bài 74. Viết phương trình tiếp tuyến của:

a) $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại điểm $A(2;3)$.

b) $y = x^3 + 4x^2 - 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$.

c) $y = 4x^2 - 4x + 4$ tại điểm có tung độ $y_0 = 1$.

d) $y = \sqrt{2x+1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 4$.

e) $y = \frac{x^2 - 2x - 15}{x - 3}$ biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng $\frac{4}{3}$.

f) $y = x^4 - 2x^2 + 1$ biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng 24.

g) $y = x^3 + 3x^2 + 2$ biết tiếp tuyến $d \perp D: x - 3y - 15 = 0$.

h) $y = x^3 + x + 3$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$.

i) $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$.

Bài 75. Cho $(C): y = f(x) = \frac{3x-2}{x-1}$. Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) :

- a) Tại điểm có hoành độ bằng 2 b) Tại điểm có tung độ bằng $\frac{5}{2}$
 c) $d // D: y = -x + 25$ d) $d \perp \Delta: 4x - y = 2018$.

Bài 76. Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) trong mỗi trường hợp sau:

- a) Biết rằng tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = -3x + 1$.
 b) Biết rằng tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $\Delta: x - 7y = 2018$.
 c) Biết rằng tiếp tuyến đi qua điểm $A(0; 2)$

Bài 77. Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) trong mỗi trường hợp sau:

- a) Biết tung độ của tiếp điểm bằng 2.
 b) Biết rằng tiếp tuyến song song với trục hoành.
 c) Biết rằng tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: x + 8y - 2018 = 0$.
 d) Biết rằng tiếp tuyến đi qua điểm $A(0; -6)$.

Bài 78. **[1D5-1]** Cho hàm số $y = x^3$. Viết tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho

- a) Biết tiếp điểm là $M(1;1)$. b) Biết hoành độ tiếp điểm $= 2$ c) Biết tung độ tiếp điểm $= 5$

Bài 79. **[1D5-1]** Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$. Viết PTTT của đồ thị hàm số biết:

- a) Tiếp điểm M có tung độ bằng 4.
 b) Tiếp điểm M là giao của đồ thị hàm số với trục hoành
 c) Tiếp điểm M là giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung

- Bài 80.** [1D5-2] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$
- a) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$.
- b) CMR: trong các tiếp tuyến của đồ thị hàm số thì tiếp tuyến ở câu a có hệ số góc nhỏ nhất.
- Bài 81.** [1D5-2] Cho hàm số $y = x^3 + x^2 + x + 1$
- a) Viết PTT tại M thuộc đồ thị hàm số biết trung độ điểm M bằng 1.
- b) CMR trên đồ thị hàm số không tồn tại những cặp điểm mà tiếp tuyến tại 2 điểm đó vuông góc với nhau.
- Bài 82.** [1D5-3] Cho hàm số $y = x^3$. Tìm các điểm M trên đồ thị hàm số ($M \neq$ gốc tọa độ) sao cho tiếp tuyến tại M tạo với 2 trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 6.
- Bài 83.** [1D5-3] Cho hàm số $y = \frac{2x}{x+1}$. Tìm M trên đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến tại M tạo với 2 trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{1}{4}$.
- Bài 84.** [1D5-3] Cho hàm số $y = \frac{1}{x\sqrt{2}}$ và $y = \frac{x^2}{\sqrt{2}}$. Gọi M là giao điểm của hai đồ thị hàm số trên. Viết pttt của mỗi đồ thị hàm số đã cho tại điểm M . Tính góc giữa hai tiếp tuyến tìm được.
- Bài 85.** [1D5-2] Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$. Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ đi qua $A(1; 2)$.
- Bài 86.** [1D5-3] Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$; $I(1; 2)$. Tìm điểm M thuộc đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến d của đồ thị hàm số tại M vuông góc với đường thẳng IM .
- Bài 87.** [1D5-3] Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$; $I(-1; 1)$. Tìm điểm M thuộc đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến d của đồ thị hàm số tại M tạo với đường thẳng IM một góc α mà $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.
- Bài 88.** [1D5-3] Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. Với M là điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$, hãy viết phương trình tiếp tuyến d của đồ thị hàm số tại M và tìm hoành độ các giao điểm của d với đồ thị hàm số đã cho.
- Bài 89.** [1D5-3] Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2x+2}$. Tìm M trên đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại M tạo với 2 trục tọa độ 1 tam giác có trọng tâm G nằm trên đường thẳng $\Delta: 4x + y = 0$.
- Bài 90.** [1D5-3] Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Tìm hoành độ điểm M thuộc đồ thị hàm số biết tiếp tuyến tại M tạo với hai đường thẳng $d_1; d_2$ lần lượt có phương trình $x-1=0$ và $y-2=0$ một tam giác vuông cân.
- Bài 91.** [1D5-4] Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$. Đường thẳng $d_1: x=2$. Đường thẳng $d_2: y=2$. I là giao điểm của d_1 & d_2 . Gọi đường thẳng d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M tùy ý. A là giao d & d_1 , B là giao điểm của d & d_2 . Viết pttt (d) biết độ dài AB nhỏ nhất.

- Bài 92.** [1D5-4] Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$. Đường thẳng $d_1: x = 2$. Đường thẳng $d_2: y = 2$. I là giao điểm của d_1 & d_2 . Gọi đường thẳng d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M tùy ý. A là giao d & d_1 , B là giao điểm của d & d_2 .
- a) CMR: M là trung điểm của đoạn thẳng AB .
- b) Tìm M để $d(I; d)$ đạt giá trị lớn nhất.
- Bài 93.** [2D5-1] Cho hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết
- Bài 94.** [1D5-2] Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2x-2}$. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết tiếp tuyến đi qua điểm $I\left(1; \frac{-1}{2}\right)$.
- Bài 95.** [1D5-3] Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$. Chứng minh rằng qua điểm $A(1; -1)$ có thể kẻ được hai tiếp tuyến với đồ thị hàm số và hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau.
- Bài 96.** [1D5-4] Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Hãy tìm m để từ điểm $A(0; m)$ kẻ được hai tiếp tuyến với đồ thị hàm số và hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục hoành.
- Bài 97.** [1D5-4] Cho hàm số $y = \frac{2x-2}{x+5}$. Hãy tìm m để từ điểm $A(m; 0)$
- a) Kẻ được hai tiếp tuyến với đồ thị hàm số tích hai hệ số góc của hai tiếp tuyến là $\frac{1}{144}$.
- b) Kẻ được hai tiếp tuyến với đồ thị hàm số và hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục tung.
- c) Kẻ được hai tiếp tuyến với đồ thị hàm số và hai tiếp điểm nằm về hai phía của đường thẳng $y = 1$.
- Bài 98.** [1D5-1] Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{4}{3}$. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 4x - y + 2 = 0$.
- Bài 99.** [1D5-1] Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{1-x}$. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: x - y + 2017 = 0$.
- Bài 100.** [1D5-2] Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{x-2}$. Viết phương trình tiếp tuyến d với đồ thị hàm số biết d tạo với trục hoành một góc α mà $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}$.
- Bài 101.** [1D5-2] Cho hàm số $y = x^3 + \frac{3}{2}x + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến d với đồ thị hàm số biết d tạo với đường thẳng $\Delta: y = -x - 7$ một góc α mà $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{26}}$.
- Bài 102.** [1D5-2] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ (C); đường thẳng $d: y = 3x + 1$. Tìm điểm M trên đồ thị (C) biết tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại M có hệ số góc âm và tạo với d một góc $\alpha = 45^\circ$.

- Bài 103. [1D5-4]** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ (C). Tìm hai điểm A, B trên đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến của đồ thị (C) tại A, B song song với nhau và $AB = 4\sqrt{2}$.
- Bài 104. [1D5-3]** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ (C). Tìm điểm M trên đồ thị (C) biết tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại M cắt trục ox, oy lần lượt tại A, B sao cho $AB = \sqrt{82} \cdot OB$.
- Bài 105. [1D5-2]** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ (H). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết rằng tiếp điểm của tiếp tuyến đó với (H) cách điểm $A(0;1)$ một khoảng bằng 2.
- Bài 106. [1D5-2]** Cho hàm số $y = -x^3 + (2m+1)x^2 - m - 1$, m là tham số. Tìm m để đồ thị của hàm số đã cho tiếp xúc với đường thẳng $y = 2mx - m - 1$.
- Bài 107. [1D5-3]** Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ (1). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số (1) biết tiếp tuyến tạo với đường thẳng (Δ): $x + y + 1 = 0$ một góc α sao cho $\cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}$ và tiếp điểm có tọa độ nguyên.
- Bài 108. [1D5-4]** Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến d của đồ thị hàm số (C) biết tiếp tuyến tạo với $d_1: x = 1, d_2: y = 1$ một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất.
- Bài 109. [1D5-3]** Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ (C). Tìm trên đường thẳng $y = 3$ các điểm mà từ đó kẻ được ba tiếp tuyến phân biệt đến đồ thị (C).
- Bài 110. [1D5-4]** Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{-x+1}$ (C). Gọi d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại điểm $I(0;1)$. Tìm điểm $M \in (C)$ có hoành độ lớn hơn 1 sao cho khoảng cách từ M đến d nhỏ nhất.
- Bài 111. [1D5-3]** Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến d của đồ thị hàm số (C) biết d cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại A, B sao cho ΔOAB cân tại O .
- Bài 112. [1D5-3]** Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (C). Tìm m để đường thẳng $y = mx + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau.
- Bài 113. [1D5-4]** Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-1;3)$ có hệ số góc k . Tìm các giá trị của k để Δ cắt (C) tại ba điểm phân biệt A, D, E . Gọi d_1, d_2 lần lượt là các tiếp tuyến của (C) tại D, E . Chứng minh rằng các khoảng cách từ A đến d_1, d_2 bằng nhau.
- Bài 114. [1D5-3]** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ (C). Tìm điểm $M \in (C)$ để qua đó kẻ được ba tiếp tuyến đến (C).

- Bài 115. [1D5-2]** Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1} (C)$. Tìm điểm $M \in (C)$ có hai tọa độ là số hữu tỉ sao cho tiếp tuyến d của đồ thị hàm số (C) tại M cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại A, B sao cho $S_{OAB} = \frac{9}{2}$.
- Bài 116. [1D5-1]** Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2} (C)$. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số (C) biết tiếp tuyến đi qua điểm $A(1;10)$.
- Bài 117. [1D5-1]** Cho hàm số $y = x^4 + 4x^3 + 10x^2 + 12x + 6 (C)$. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = \frac{-x}{12} + 1$.
- Bài 118. [1D5-2]** Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1} (C)$. Chứng minh rằng mọi tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M \in (C)$ đều tạo với hai đường thẳng $d_1: x-1$ và $d_2: y=1$ một tam giác có diện tích không đổi.
- Bài 119. [1D5-3]** Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 1 (C)$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến tạo với đường thẳng $\Delta: 47x - 43y + 90 = 0$ một góc 45° và tạo với tia ox một góc tù.
- Bài 120. [1D5-3]** Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 + 2 (1)$ và đường thẳng $d: y = 2mx + m + 1$, trong đó m là tham số. Tìm m để d cắt đồ thị hàm số (1) tại ba điểm phân biệt $I(1;1-m), A, B$ sao cho tiếp tuyến tại A và B có cùng hệ số góc.
- Bài 121. [1D5-2]** Tìm trên trục hoành điểm mà từ đó có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 2 (C)$.
- Bài 122. [2D1-3]** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2} (C)$ và điểm $P\left(\frac{-9}{2}; 0\right)$. Tìm trên (C) cặp điểm A, B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A, B song song với nhau và ΔPAB cân tại P .
- Bài 123. [1D5-3]** Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m (1)$. Đường thẳng d đi qua điểm $I(-1; 2)$ có hệ số góc bằng $-m$ cắt đồ thị hàm số (1) tại ba điểm phân biệt A, B, I . Chứng minh rằng các tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) tại A và B song song với nhau.
- Bài 124. [1D5-3]** Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$. Tìm những điểm trên đồ thị hàm số mà tiếp tuyến tại đó tạo với hai đường thẳng $d_1: x=1, d_2: y=1$ một tam giác có chu vi bằng $4 + 2\sqrt{2}$.
- Bài 125. [1D5-4]** Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m (1)$, m là tham số. Biết A là điểm thuộc đồ thị hàm số (1) và có hoành độ bằng 1. Tìm m để khoảng cách từ $B\left(\frac{3}{4}; 1\right)$ đến tiếp tuyến của đồ thị (1) tại A lớn nhất.
- Bài 126. [1D5-2]** Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 + 5 (C)$. Tìm m để đồ thị của hàm số đã cho tiếp xúc với đường thẳng $y = mx - m$.

d) $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 1}$, vörð $A(-1; 0)$.

Bài 138. Cho hàm số: $y = f(x) = \frac{mx^3}{3} - \frac{mx^2}{2} + (3-m)x - 2$. Tìm m để:

- $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- $f'(x)$ có hai nghiệm phân biệt cùng dấu.
- Chứng minh rằng trong trường hợp $f'(x)$ có hai nghiệm (hai nghiệm có thể trùng nhau) thì các nghiệm này thỏa mãn một hệ thức độc lập với m .

Bài 139. Tìm m để:

- $y = mx - x^3$ có $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ có $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- $y = x^3 - 3mx^2 + 4mx$ có $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- $y = x^3 - 3(2m+1)x^2 + (2m+5)x + 2$ có $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - mx + 2$ có $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - mx$ có $y' \leq 0, \forall x \in (0; +\infty)$.

Bài 140. Với mỗi hàm số sau đây: ① Tìm TXĐ ② Tính y' ③ Xét dấu y' , chỉ ra $y' > 0$, $y' < 0$ trên khoảng, các khoảng nào:

- | | | |
|--|---|---------------------------------|
| a) $y = -x^3 + 3x + 1$ | b) $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 2$ | c) $y = \frac{2x-1}{x+2}$ |
| d) $y = \frac{x^2 + x + 2}{x-1}$ | e) $y = \frac{-x^2 + 2x + 2}{x-1}$ | f) $y = 1 + \frac{1}{x-2}$ |
| g) $y = -x^4 + 4x^2$ | h) $y = x^4 + 4x^2 + 1$ | i) $y = 4x + 1 - \frac{1}{x+1}$ |
| j) $y = 4 + 3x - x^2$ | k) $y = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 7x - 2$ | l) $y = x^4 - 2x^2 + 3$ |
| m) $y = -x^3 + x^2 - 5$ | n) $y = \sqrt{4-x^2}$ | o) $y = \frac{x^2 - 2x}{1-x}$ |
| p) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 2x - 3}}$ | q) $y = \sqrt{3x - x^2}$ | r) $y = \sqrt{x^2 - x - 20}$ |
| s) $y = \frac{x^2 - 8x + 9}{x-5}$ | t) $y = \frac{1}{x+1} - 2x$ | u) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ |

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CHỦ ĐỀ 5

BÀI 1. ĐỊNH NGHĨA VÀ Ý NGHĨA CỦA ĐẠO HÀM

- Câu 1.** [1D5-1] Cho hàm số $f(x)$ liên tục tại x_0 . Đạo hàm của $f(x)$ tại x_0 là
- A. $f(x_0)$.
- B. $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$.
- C. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).
- D. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).
- Câu 2.** [1D5-1] Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 7x + 2$. Phương trình tiếp tuyến tại $A(0; 2)$ là
- A. $y = 7x + 2$. B. $y = 7x - 2$. C. $y = -7x + 2$. D. $y = -7x - 2$.
- Câu 3.** [1D5-1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. Nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x + x_0}$ thì giới hạn đó gọi là đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại x_0 .
- B. Nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ thì giới hạn đó gọi là đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại x_0 .
- C. Nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}$ thì giới hạn đó gọi là đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại x_0 .
- D. Nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}$ thì giới hạn đó gọi là đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại x_0 .
- Câu 4.** [1D5-1] Số gia của hàm số $f(x) = x^2 - 1$ tại điểm $x_0 = 1$ ứng với $\Delta x = -0,1$ là
- A. $-1,19$. B. $0,01$. C. $-0,19$. D. $0,21$.
- Câu 5.** [1D5-1] Cho hàm số $y = 2x - 5$. Tìm biểu thức của Δy và $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ tính theo x và Δx .
- A. $\Delta y = 2\Delta x, \frac{\Delta y}{\Delta x} = 2$. B. $\Delta y = \Delta x - 10, \frac{\Delta y}{\Delta x} = 1 - \frac{10}{\Delta x}$.
- C. $\Delta y = 2\Delta x - 10, \frac{\Delta y}{\Delta x} = 2 - \frac{10}{\Delta x}$. D. $\Delta y = \Delta x, \frac{\Delta y}{\Delta x} = 1$.
- Câu 6.** [1D5-1] Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}$.
- A. $\frac{1}{4}$. B. 4 . C. 0 . D. 1 .

- Câu 7. [1D5-1]** Gọi d là tiếp tuyến với đồ thị hàm số $(C): y = \frac{1}{x^2 - 1}$ song song với trục hoành. Tìm hoành độ tiếp điểm x_0 của d và (C) .
- A. $x_0 = 1$. B. $x_0 = 2$. C. $x_0 = -1$. D. $x_0 = 0$.
- Câu 8. [1D5-1]** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$.
- A. $y = 20x + 22$. B. $y = 4x - 10$. C. $y = 10x + 11$. D. $y = 20x + 58$.
- Câu 9. [1D5-1]** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{2x - 1}$ tại điểm $M(0; -1)$ có phương trình là
- A. $y = x - 1$. B. $y = 5x + 1$. C. $y = x + 1$. D. $y = 5x - 1$.
- Câu 10. [1D5-1]** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai:
- A. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm x_0 thì $f(x)$ có đạo hàm tại x_0 .
- B. Nếu tiếp tuyến tại điểm $M_0(x_0; f(x_0))$ của đồ thị hàm số $y = f(x)$ song song với trục hoành thì $f'(x_0) = 0$.
- C. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì tồn tại tiếp tuyến tại điểm $M_0(x_0; f(x_0))$ của đồ thị hàm số $y = f(x)$ song song hoặc trùng với trục hoành.
- D. Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 và đồ thị của hàm số là một đường cong (C) thì tiếp tuyến của (C) tại điểm $M_0(x_0; f(x_0))$ có hệ số góc $k = f'(x_0)$.
- Câu 11. [1D5-1]** Xét các mệnh đề sau
- (I) Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.
- (II) Nếu hàm số $y = f(x)$ gián đoạn tại điểm x_0 thì nó không có đạo hàm tại điểm đó.
- (III) Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm x_0 thì nó không có đạo hàm tại điểm đó.
- Trong ba mệnh đề trên
- A. Có (I), (II) đúng. B. Có ba mệnh đề đúng.
- C. Cả ba mệnh đề đều sai. D. Có (I) đúng.
- Câu 12. [1D5-1]** Giả sử $u(x), v(x)$ là các hàm số có đạo hàm tại điểm x thuộc khoảng xác định. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào Sai?
- A. $(u(x) \cdot v(x))' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$. B. $\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u'(x)v(x) + u(x)v'(x)}{v^2(x)}$.
- C. $\frac{1}{v(x)} = -\frac{v'(x)}{v^2(x)}$, (Với $v(x) \neq 0$). D. $(u(x) + v(x))' = u'(x) + v'(x)$.
- Câu 13. [1D5-2]** Gọi (P) là đồ thị của hàm số $y = 2x^2 - x + 3$. Phương trình tiếp tuyến với (P) tại điểm mà (P) cắt trục tung là
- A. $y = -x + 3$. B. $y = -x - 3$. C. $y = 4x - 1$. D. $y = 11x + 3$.
- Câu 14. [1D5-2]** Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{3x + 1}{x - 1}$ cắt trục tung tại điểm A. Tiếp tuyến của (C) tại điểm A có phương trình là
- A. $y = -4x - 1$. B. $y = 4x - 1$. C. $y = 5x - 1$. D. $y = -5x - 1$.

- Câu 15. [1D5-2]** Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = x^4 + x$. Tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $d: x + 5y = 0$ có phương trình là
- A. $y = 5x - 3$. B. $y = 3x - 5$. C. $y = 2x - 3$. D. $y = x + 4$.
- Câu 16. [1D5-2]** Cho hàm số $f(x)$ là hàm số trên $\mathbb{R}$ định bởi $f(x) = x^2$ và $x_0 \in \mathbb{R}$. Chọn câu đúng.
- A. $f'(x_0) = x_0$. B. $f'(x_0) = x_0^2$.
C. $f'(x_0) = 2x_0$. D. $f'(x_0)$ không tồn tại.
- Câu 17. [1D5-2]** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(0; +\infty)$ bởi $f(x) = \frac{1}{x}$. Đạo hàm của $f(x)$ tại $x_0 = \sqrt{2}$ là
- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$.
- Câu 18. [1D5-2]** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = (x+1)^2(x-2)$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ là
- A. $y = -8x + 4$. B. $y = 9x + 18$. C. $y = -4x + 4$. D. $y = 9x - 18$.
- Câu 19. [1D5-2]** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị của hàm số $y = x(3-x)^2$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ là
- A. $y = -3x + 8$. B. $y = -3x + 6$. C. $y = 3x - 8$. D. $y = 3x - 6$.
- Câu 20. [1D5-2]** Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 7x + 5$ (C). Tìm trên (C) những điểm có hệ số góc tiếp tuyến tại điểm đó bằng -2 .
- A. $(-1; -9); (3; -1)$. B. $(1; 7); (3; -1)$. C. $(1; 7); (-3; -97)$. D. $(1; 7); (-1; -9)$.
- Câu 21. [1D5-2]** Tìm hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị $y = \tan x$ tại điểm có hoành độ $x = \frac{\pi}{4}$.
- A. $k = 1$. B. $k = \frac{1}{2}$. C. $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. 2 .
- Câu 22. [1D5-2]** Cho đường cong $(C): y = x^2$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(-1; 1)$ là
- A. $y = -2x + 1$. B. $y = 2x + 1$. C. $y = -2x - 1$. D. $y = 2x - 1$.
- Câu 23. [1D5-2]** Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$. Phương trình tiếp tuyến tại $A(1; -2)$ là
- A. $y = -4(x - 1) - 2$. B. $y = -5(x - 1) + 2$. C. $y = -5(x - 1) - 2$. D. $y = -3(x - 1) - 2$.
- Câu 24. [1D5-2]** Biểu thức của Δy của hàm số $y = x^2 - 1$ tính theo x và Δx là
- A. $\Delta y = 0$. B. $\Delta y = (\Delta x)^2 + 2x\Delta x$.
C. $\Delta y = 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - 2$. D. $\Delta y = (\Delta x)^2 - 1$.
- Câu 25. [1D5-2]** Một vật rơi tự do theo phương trình $S(t) = \frac{1}{2}gt^2$ với $g = 9,8\text{m/s}^2$. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 5$ giây là
- A. $122,5\text{m/s}$. B. $61,5\text{m/s}$. C. $9,8\text{m/s}$. D. 49m/s .

- Câu 26.** [1D5-2] Một chất điểm chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S(t) = t^3 - 2t^2 + 4t + 1$, trong đó t được tính bằng giây và S tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động khi $t = 2$ giây là
A. 12m/s^2 . **B.** 8m/s^2 . **C.** 9m/s^2 . **D.** 6m/s^2 .
- Câu 27.** [1D5-2] Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2-3x}{x-1}$ tại giao điểm với trục hoành bằng
A. 9. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** 4. **D.** -9.
- Câu 28.** [1D5-2] Số tiếp tuyến của đường cong $(C): y = x^3 + 3x^2 - 8x + 1$ song song với đường thẳng $\Delta: y = x + 28$ là
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 29.** [1D5-2] Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sin 5x}$.
A. $\frac{3}{5}$. **B.** 1. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{1}{5}$.
- Câu 30.** [1D5-2] Cho hàm số $y = \sin 2x$ (C) . Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = -\frac{\pi}{2}$ bằng.
A. -2. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -1.
- Câu 31.** [1D5-2] Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ (C) . Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) và song song với đường thẳng $d: 9x - y - 15 = 0$.
A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.
- Câu 32.** [1D5-2] Cho hàm số $y = f(x) = x\sqrt{x^2 - 1}$. Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 33.** [1D5-2] Cho hàm số $y = f(x) = |x^2 + 2x|$. $f'(0)$ có giá trị bằng
A. 2. **B.** -2
C. 0. **D.** Không tồn tại đạo hàm tại $x = 0$.
- Câu 34.** [1D5-3] Cho hàm số $y = \frac{2x}{x-2}$. Phương trình tiếp tuyến của (C) cắt các trục Ox , Oy lần lượt tại A và B sao cho $AB = \sqrt{2}OA$ là
A. $y = -x$. **B.** $y = -x + 4$. **C.** $y = -x - 8$. **D.** $y = -x + 8$.
- Câu 35.** [1D5-3] Điểm M trên đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ mà tiếp tuyến tại đó có hệ số góc k bé nhất trong tất cả các tiếp tuyến của đồ thị thì M , k là
A. $M(1; -3)$, $k = -3$. **B.** $M(1; 3)$, $k = -3$. **C.** $M(1; -3)$, $k = 3$. **D.** $M(-1; -3)$, $k = -3$.
- Câu 36.** [1D5-3] Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị cắt trục tung tại $A(0; -1)$, tiếp tuyến tại A có hệ số góc $k = -3$. Các giá trị của a , b là
A. $a = 1$, $b = 1$. **B.** $a = 2$, $b = 1$. **C.** $a = 1$, $b = 2$. **D.** $a = 2$, $b = 2$.
- Câu 37.** [1D5-3] Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 2}$ và xét các phương trình tiếp tuyến có hệ số góc $k = 2$ của đồ thị hàm số là
A. $y = 2x - 1$; $y = 2x - 3$. **B.** $y = 2x - 5$; $y = 2x - 3$.
C. $y = 2x - 1$; $y = 2x - 5$. **D.** $y = 2x - 1$; $y = 2x + 5$.

- Câu 38. [1D5-3]** Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$, tiếp tuyến của đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng $d: 3y - x + 6 = 0$ là
- A. $y = -3x - 3; y = -3x - 11$. B. $y = -3x - 3; y = -3x + 11$.
 C. $y = -3x + 3; y = -3x - 11$. D. $y = -3x - 3; y = 3x - 11$.
- Câu 39. [1D5-3]** Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = (2m - 1)x^4 - m + \frac{5}{4}$ tại điểm có hoành độ $x = -1$ vuông góc với đường thẳng $d: 2x - y - 3 = 0$.
- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{7}{16}$. D. $\frac{9}{16}$.
- Câu 40. [1D5-3]** Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$, tiếp tuyến của đồ thị hàm số kẻ từ điểm $(-6; 5)$ là
- A. $y = -x - 1; y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$. B. $y = -x - 1; y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$.
 C. $y = -x + 1; y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$. D. $y = -x + 1; y = -\frac{1}{4}x - \frac{7}{2}$.
- Câu 41. [1D5-3]** Tiếp tuyến kẻ từ điểm $(2; 3)$ tới đồ thị hàm số $y = \frac{3x+4}{x-1}$ là
- A. $y = -28x + 59; y = x + 1$. B. $y = -24x + 51; y = x + 1$.
 C. $y = -28x + 59$. D. $y = -28x + 59; y = -24x + 51$.
- Câu 42. [1D5-3]** Cho hàm số $(C): y = x^3 - 3mx^2 + (m+1)x - m$. Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung. Khi đó giá trị m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại A vuông góc với đường thẳng $y = 2x - 3$ là
- A. $-\frac{3}{2}$. B. 1 . C. -3 . D. $-\frac{1}{2}$.
- Câu 43. [1D5-3]** Một viên đạn được bắn lên trời từ một vị trí cách mặt đất 1000 m theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $v_0 = 245$ m/s (bỏ qua sức cản của không khí). Tại thời điểm viên đạn đạt độ cao lớn nhất cách mặt đất bao nhiêu mét?
- A. 3062,5 (m). B. 4062,5 (m). C. 3461 (m). D. 4026,5 (m).
- Câu 44. [1D5-4]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in \mathbb{R}$ để đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 3x$ tiếp xúc với đường thẳng $y = mx - 1$?
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 45. [1D5-4]** Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2(x+1)}$ có đồ thị là (C) . Gọi điểm $M(x_0; y_0)$ với $x_0 > -1$ là điểm thuộc (C) , biết tiếp tuyến của (C) tại điểm M cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB có trọng tâm G nằm trên đường thẳng $d: 4x + y = 0$. Hỏi giá trị của $x_0 + 2y_0$ bằng bao nhiêu?
- A. $-\frac{7}{2}$. B. 1 . C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 46. [1D5-4] Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = \frac{f(x)+3}{g(x)+1}$. Hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị các hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x=1$ bằng nhau và khác 0. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. $f(1) \leq -\frac{11}{4}$. B. $f(1) < \frac{11}{4}$. C. $f(1) > -\frac{11}{4}$. D. $f(1) \geq \frac{11}{4}$.

Câu 47. [1D5-4] Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2mx + m}{x + m}$. Giá trị m để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm và tiếp tuyến của đồ thị tại hai điểm đó vuông góc là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 7.

BÀI 2. QUI TẮC TÍNH ĐẠO HÀM

Câu 48. [1D5-1] Đạo hàm cấp một của hàm số $y = (1 - x^3)^5$ là

- A. $y' = 5(1 - x^3)^4$. B. $y' = -15x^2(1 - x^3)^5$. C. $y' = -3(1 - x^3)^4$. D. $y' = -5x^2(1 - x^3)^4$.

Câu 49. [1D5-1] Đạo hàm của hàm số $f(x) = (x^2 + 1)^4$ tại điểm $x = -1$ là

- A. -32. B. 30. C. -64. D. 12.

Câu 50. [1D5-1] Hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đạo hàm là

- A. $y' = 2$. B. $y' = -\frac{1}{(x-1)^2}$. C. $y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$. D. $y' = \frac{1}{(x-1)^2}$.

Câu 51. [1D5-1] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$. Phương trình $y' = 0$ có nghiệm là

- A. $\{-1; 2\}$. B. $\{-1; 3\}$. C. $\{0; 4\}$. D. $\{1; 2\}$.

Câu 52. [1D5-1] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x) = 2x^2 + 1$. Giá trị $f'(-1)$ bằng

- A. 2. B. 6. C. -4. D. 3.

Câu 53. [1D5-1] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ bởi $f(x) = \frac{2x}{x-1}$. Giá trị của $f'(-1)$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. -2. D. Không tồn tại.

Câu 54. [1D5-1] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x) = ax + b$, với a, b là hai số thực đã cho. Chọn câu đúng:

- A. $f'(x) = a$. B. $f'(x) = -a$. C. $f'(x) = b$. D. $f'(x) = -b$.

Câu 55. [1D5-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = x^4 - 3x^2 + \frac{1}{2}x + 3$.

- A. $y' = 4x^4 - 6x^2 + \frac{1}{2}$. B. $y' = 4x^3 - 6x + \frac{1}{2}$. C. $y' = 4x^3 - 6x + \frac{7}{2}$. D. $y' = 4x^3 - 6x - \frac{1}{4}$.

Câu 56. [1D5-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$.

- A. $y' = -\frac{7}{(x-3)^2}$. B. $y' = \frac{4x-2}{(x-3)^2}$. C. $y' = -\frac{5}{(x-3)^2}$. D. $y' = -\frac{4x-5}{(x-3)^2}$.

Câu 57. [1D5-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^3 + 2x^2)^{10}$.

A. $y' = 10(3x^2 + 4x)^9$.

B. $y' = 10(3x^2 + 2x)(x^3 + 2x^2)^9$.

C. $y' = 10(3x^2 + 4x)(x^3 + 2x^2)^9$.

D. $y' = 10(x^3 + 2x^2)^9$.

Câu 58. [1D5-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, (Với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$).

A. $y' = 3ax^2 + bx + c$.

B. $y' = ax^2 + bx + c$.

C. $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

D. $y' = ax^2 + bx + d$.

Câu 59. [1D5-2] Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$ đạo hàm của hàm số tại $x = 1$ là

A. $y'(1) = -4$.

B. $y'(1) = -5$.

C. $y'(1) = -3$.

D. $y'(1) = -2$.

Câu 60. [1D5-2] Cho hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$. $y'(0)$ bằng

A. $y'(0) = \frac{1}{2}$.

B. $y'(0) = \frac{1}{3}$.

C. $y'(0) = 1$.

D. $y'(0) = 2$.

Câu 61. [1D5-2] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x) = \sqrt{x^2}$. Giá trị $f'(0)$ bằng

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. Không tồn tại.

Câu 62. [1D5-2] Hàm số $y = \frac{(x-2)^2}{1-x}$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{-x^2 + 2x}{(1-x)^2}$.

B. $y' = \frac{x^2 - 2x}{(1-x)^2}$.

C. $y' = -2(x-2)$.

D. $y' = \frac{x^2 + 2x}{(1-x)^2}$.

Câu 63. [1D5-3] Cho hàm số $y = \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)^2$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là

A. $f'(x) = \frac{-2(1-\sqrt{x})}{(1+\sqrt{x})^3}$.

B. $f'(x) = \frac{-2(1-\sqrt{x})}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^3}$.

C. $f'(x) = \frac{2(1-\sqrt{x})}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$.

D. $f'(x) = \frac{2(1-\sqrt{x})}{1+\sqrt{x}}$.

Câu 64. [1D5-3] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x) = \sqrt[3]{x}$. Giá trị $f'(-8)$ bằng

A. $\frac{1}{12}$.

B. $-\frac{1}{12}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Câu 65. [1D5-2] Cho hàm số $f(x)$ xác định bởi $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Giá trị $f'(0)$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. Không tồn tại.

Câu 66. [1D5-2] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x) = -2x^2 + 3x$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng

A. $-4x - 3$.

B. $-4x + 3$.

C. $4x + 3$.

D. $4x - 3$.

Câu 67. [1D5-2] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $D = [0; +\infty)$ cho bởi $f(x) = x\sqrt{x}$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x}$. B. $f'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x}$. C. $f'(x) = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{x}}{x}$. D. $f'(x) = x + \frac{\sqrt{x}}{2}$.

Câu 68. [1D5-2] Hàm số $f(x) = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$ xác định trên $D = (0; +\infty)$. Có đạo hàm của $f(x)$ là

A. $f'(x) = x + \frac{1}{x} - 2$. B. $f'(x) = x - \frac{1}{x^2}$. C. $f'(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$. D. $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$.

Câu 69. [1D5-2] Hàm số $f(x) = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3$ xác định trên $D = (0; +\infty)$. Đạo hàm của hàm $f(x)$ là

A. $f'(x) = \frac{3}{2}\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$. B. $f'(x) = \frac{3}{2}\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$.
C. $f'(x) = \frac{3}{2}\left(-\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$. D. $f'(x) = x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}}$.

Câu 70. [1D5-2] Cho hàm số $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ xác định trên $\mathbb{R}$. Giá trị $f'(-1)$ bằng

A. 4. B. 14. C. 15. D. 24.

Câu 71. [1D5-2] Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ xác định $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là

A. $f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$. B. $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$. C. $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. D. $f'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$.

Câu 72. [1D5-2] Cho hàm số $f(x) = -1 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ xác định $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là

A. $f'(x) = -\frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}}$. B. $f'(x) = \frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}}$. C. $f'(x) = -\frac{1}{3x^{\frac{2}{3}}}$. D. $f'(x) = -\frac{1}{3x^{\frac{2}{3}}}$.

Câu 73. [1D5-3] Cho hàm số $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$ ($k \in \mathbb{R}$). Để $f'(1) = \frac{3}{2}$ thì ta chọn:

A. $k = 1$. B. $k = -3$. C. $k = 3$. D. $k = \frac{9}{2}$.

Câu 74. [1D5-2] Đạo hàm của $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 5}$ là kết quả nào sau đây?

A. $y' = \frac{1}{2x-2}$. B. $y' = -\frac{2x-2}{(x^2-2x+5)^2}$. C. $y' = \frac{2x-2}{(x^2-2x+5)^2}$. D. $y' = -\frac{2x-2}{x^2-2x+5}$.

Câu 75. [1D5-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\frac{2x-1}{x+2}}$.

A. $y' = \frac{5}{(2x-1)^2} \cdot \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$. B. $y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{(2x-1)^2} \cdot \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.
C. $y' = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$. D. $y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{(x+2)^2} \cdot \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.

Câu 76. [1D5-3] Cho hàm số $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$ ($k \in \mathbb{R}$). Để $f'(1) = \frac{3}{2}$ thì ta chọn:

A. $k = 1$. B. $k = -3$. C. $k = 3$. D. $k = \frac{9}{2}$.

- Câu 77. [1D5-3]** Với $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$. Thì $f'(-1)$ bằng
- A. 1. B. -3. C. -5. D. 0.
- Câu 78. [1D5-3]** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$. Tính $y'(0)$ bằng
- A. $y'(0) = \frac{1}{2}$. B. $y'(0) = \frac{1}{3}$. C. $y'(0) = 1$. D. $y'(0) = 2$.
- Câu 79. [1D5-3]** Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$, đạo hàm của hàm số tại $x = 1$ là
- A. $y'(1) = -4$. B. $y'(1) = -3$. C. $y'(1) = -2$. D. $y'(1) = -5$.
- Câu 80. [1D5-3]** Đạo hàm của hàm số $y = (2x - 1)\sqrt{x^2 + x}$ là
- A. $y' = 2\sqrt{x^2 + x} - \frac{4x^2 - 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$. B. $y' = 2\sqrt{x^2 + x} + \frac{4x^2 - 1}{\sqrt{x^2 + x}}$.
- C. $y' = 2\sqrt{x^2 + x} + \frac{4x^2 - 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$. D. $y' = 2\sqrt{x^2 + x} + \frac{4x^2 + 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$.
- Câu 81. [1D5-3]** Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}$ là
- A. $y' = -\frac{1}{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})^2}$. B. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x-1}}$.
- C. $y' = \frac{1}{4\sqrt{x+1}} + \frac{1}{4\sqrt{x-1}}$. D. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$.
- Câu 82. [1D5-3]** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{-5x^2 + 14x - 9}$. Tập hợp các giá trị của x để $f'(x) < 0$ là
- A. $\left(\frac{7}{5}; \frac{9}{5}\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{7}{5}\right)$. C. $\left(1; \frac{7}{5}\right)$. D. $\left(\frac{7}{5}; +\infty\right)$.
- Câu 83. [1D5-3]** Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + m}{x - 2}$. Tìm m để phương trình $y' = 2$ có hai nghiệm phân biệt.
- A. $m < 2$ và $m \neq -2$. B. $m \leq -2$. C. $m < -2$. D. $m > -2$.
- Câu 84. [1D5-3]** Cho hàm số $y = \frac{x^2 + (3m - 2)x + 1 - 2m}{x + 2}$. Tìm các giá trị của m để $y' \geq 0$ với mọi x thuộc tập xác định.
- A. $m < \frac{9}{8}$. B. $m > \frac{9}{8}$. C. $m \leq \frac{9}{8}$. D. $m \geq \frac{9}{8}$.
- Câu 85. [1D5-3]** Cho hàm số $y = \frac{(m^2 - m)}{3}x^3 + 2mx^2 + x - 2m + 1$. Với giá trị nào của m thì $y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$?
- A. $-1 \leq m \leq 0$. B. $-\frac{1}{3} < m \leq 0$. C. $-\frac{1}{3} \leq m < 0$. D. $-\frac{1}{3} \leq m \leq 0$.
- Câu 86. [1D5-4]** Cho hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - mx^2 + (3m - 1)x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2018; 2018]$ để $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- A. 2019. B. 2018. C. 2017. D. 2016.

Câu 87. [1D5-4] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị (C) của nó đi qua các điểm $A(0; 15)$, $B(1; 13)$. Biết rằng $f'(x)$ là một đa thức bậc bốn và có bảng xét dấu là

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Hỏi điểm nào trong số bốn điểm dưới đây thuộc (C) ?

- A. $Q(2; -1)$. B. $M(2; 71)$. C. $N(2; 41)$. D. $P(2; -41)$.

Câu 88. [1D5-4] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ có đồ thị là (C) . Hai đường thẳng d_1, d_2 có hệ số góc âm, song song với nhau và lần lượt tiếp xúc với (C) tại x_1, x_2 . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < |x_1^2 - x_2^2| < 4$. B. $4 \leq |x_1^2 - x_2^2| < 6$. C. $6 \leq |x_1^2 - x_2^2| < 8$. D. $8 \leq |x_1^2 - x_2^2| < 16$.

Câu 89. [1D5-4] Cho hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 9x - m$. Tìm m để phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $|x_1 - x_2| \leq 2$.

- A. $m \in [-3; -1 - \sqrt{3}] \cup (-1 + \sqrt{3}; 1]$. B. $m \in [-3; -1 - \sqrt{3}] \cup [-1 + \sqrt{3}; 1]$.
C. $m \in (-1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3})$. D. $m \in [-3; -1 - \sqrt{3})$.

BÀI 3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 90. [1D5-1] Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. $(\sin u)' = \cos u$, (với $u = u(x)$). B. $(\cos u)' = \sin u$, (với $u = u(x)$).
C. $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$, (với $u = u(x)$). D. $(\cot u)' = \frac{u'}{\sin^2 u}$, (với $u = u(x)$).

Câu 91. [1D5-1] Hàm số $y = \sin x$ có đạo hàm là

- A. $y' = \cos x$. B. $y' = -\cos x$. C. $y' = -\sin x$. D. $y' = \frac{1}{\cos x}$.

Câu 92. [1D5-1] Hàm số $y = \cos x$ có đạo hàm là

- A. $y' = \sin x$. B. $y' = -\sin x$. C. $y' = -\cos x$. D. $y' = \frac{1}{\sin x}$.

Câu 93. [1D5-1] Hàm số $y = \tan x$ có đạo hàm là

- A. $y' = \cot x$. B. $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$. C. $y' = \frac{1}{\sin^2 x}$. D. $y' = 1 - \tan^2 x$.

Câu 94. [1D5-1] Hàm số $y = \cot x$ có đạo hàm là

- A. $y' = -\tan x$. B. $y' = -\frac{1}{\cos^2 x}$. C. $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$. D. $y' = 1 + \cot^2 x$.

Câu 95. [1D5-1] Hàm số $y = \frac{1}{2}(1 + \tan x)^2$ có đạo hàm là

- A. $y' = 1 + \tan x$. B. $y' = (1 + \tan x)^2$.
C. $y' = (1 + \tan x)(1 + \tan^2 x)$. D. $y' = 1 + \tan^2 x$.

Câu 96. [1D5-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = 5\sin x - 3\cos x$.

- A. $y' = -5\sin x + 3\cos x$. B. $y' = -5\sin x - 3\cos x$.
C. $y' = 5\cos x - 3\sin x$. D. $y' = 5\cos x + 3\sin x$.

Câu 97. [1D5-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = \cos \sqrt{2x+1}$.

A. $y' = -\frac{\sin \sqrt{2x+1}}{2\sqrt{2x+1}}$. B. $y' = \frac{\sin \sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}}$. C. $y' = -\frac{\sin \sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}}$. D. $y' = -\sin \sqrt{2x+1}$.

Câu 98. [1D5-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x$

A. $y' = 2(\sin 2x)'$. B. $y' = \cos 2x$. C. $y' = 2(\cos 2x)'$. D. $y' = 2 \cos 2x$.

Câu 99. [1D5-2] Cho hàm số $f(x) = 3\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $f'(x)$ lần lượt là

A. 1; -1. B. 12; -12. C. -6; 6. D. 6; -6.

Câu 100. [1D5-2] Đạo hàm của hàm số $y = \tan \frac{x+1}{2}$ là

A. $y' = \frac{1}{2\cos^2 \frac{x+1}{2}}$. B. $y' = \frac{1}{\cos^2 \frac{x+1}{2}}$. C. $y' = -\frac{1}{2\cos^2 \frac{x+1}{2}}$. D. $y' = -\frac{1}{\cos^2 \frac{x+1}{2}}$.

Câu 101. [1D5-2] Cho hàm số $y = \sin x - \sqrt{3} \cos x$. Tìm nghiệm của phương trình $y' = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 102. [1D5-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin(x^2 - 3x + 2)$.

A. $y' = \cos(x^2 - 3x + 2)$. B. $y' = (2x - 3) \cdot \sin(x^2 - 3x + 2)$.
C. $y' = (2x - 3) \cdot \cos(x^2 - 3x + 2)$. D. $y' = -(2x - 3) \cdot \cos(x^2 - 3x + 2)$.

Câu 103. [1D5-2] Đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$ là

A. $-2 \sin 2x$. B. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$. C. $2 \sin 2x$. D. $2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$.

Câu 104. [1D5-2] Hàm số nào sau đây có đạo hàm là hàm số $y = \cos 2x + \sin x$?

A. $y = \sin 2x + \cos x$. B. $y = \frac{1}{2} \sin 2x - \cos x$.
C. $y = \sin 2x - \cos x$. D. $y = \frac{1}{2} \sin 2x + \cos x$.

Câu 105. [1D5-2] Cho hàm số $y = f(x) = \sin x + \cos x + \sqrt{2}x$. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $f'(x) = 0$ là

A. $\frac{5\pi}{4}$. B. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$
C. $x = \frac{3\pi}{4}$. D. $x = \frac{11\pi}{4}$

Câu 106. [1D5-2] Hàm số $y = \frac{\sin x}{x}$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{x \cos x + \sin x}{x^2}$. B. $y' = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$. C. $y' = \frac{x \sin x + \cos x}{x^2}$. D. $y' = \frac{x \sin x - \cos x}{x^2}$.

Câu 107. [1D5-2] Hàm số $y = x^2 \cdot \cos x$ có đạo hàm là

A. $y' = 2x \cdot \cos x - x^2 \sin x$.

B. $y' = 2x \cdot \cos x + x^2 \sin x$.

C. $y' = 2x \cdot \sin x - x^2 \cos x$.

D. $y' = 2x \cdot \sin x + x^2 \cos x$.

Câu 108. [1D5-2] Hàm số $y = \tan x - \cot x$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{1}{\cos^2 2x}$.

B. $y' = \frac{4}{\sin^2 2x}$.

C. $y' = \frac{4}{\cos^2 2x}$.

D. $y' = \frac{1}{\sin^2 2x}$.

Câu 109. [1D5-3] Hàm số $y = 2\sqrt{\sin x} - 2\sqrt{\cos x}$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{1}{\sqrt{\sin x}} - \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

B. $y' = \frac{1}{\sqrt{\sin x}} + \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

C. $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} - \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$.

D. $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} + \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$.

Câu 110. [1D5-3] Hàm số $y = f(x) = \frac{2}{\cos(\pi x)}$ có $f'(3)$ bằng

A. 2π .

B. $\frac{8\pi}{3}$.

C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

D. 0.

Câu 111. [1D5-3] Hàm số $y = \tan^2 \frac{x}{2}$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos^3 \frac{x}{2}}$.

B. $y' = \frac{2 \sin \frac{x}{2}}{\cos^3 \frac{x}{2}}$.

C. $y' = \frac{\sin \frac{x}{2}}{2 \cos^3 \frac{x}{2}}$.

D. $y' = \tan^3 \left(\frac{x}{2} \right)$.

Câu 112. [1D5-3] Hàm số $y = \sqrt{\cot 2x}$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{1 + \cot^2 2x}{\sqrt{\cot 2x}}$.

B. $y' = \frac{-(1 + \cot^2 2x)}{\sqrt{\cot 2x}}$.

C. $y' = \frac{1 + \tan^2 2x}{\sqrt{\cot 2x}}$.

D. $y' = \frac{-(1 + \tan^2 2x)}{\sqrt{\cot 2x}}$.

Câu 113. [1D5-3] Cho hàm số $y = \cos 3x \cdot \sin 2x$. Tính $y' \left(\frac{\pi}{3} \right)$ bằng

A. $y' \left(\frac{\pi}{3} \right) = -1$.

B. $y' \left(\frac{\pi}{3} \right) = 1$.

C. $y' \left(\frac{\pi}{3} \right) = -\frac{1}{2}$.

D. $y' \left(\frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2}$.

Câu 114. [1D5-3] Cho hàm số $y = \frac{\cos 2x}{1 - \sin x}$. Tính $y' \left(\frac{\pi}{6} \right)$ bằng

A. $y' \left(\frac{\pi}{6} \right) = 1$.

B. $y' \left(\frac{\pi}{6} \right) = -1$.

C. $y' \left(\frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3}$.

D. $y' \left(\frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{3}$.

Câu 115. [1D5-3] Xét hàm số $f(x) = \sqrt[3]{\cos 2x}$. Chọn đáp án sai:

A. $f \left(\frac{\pi}{2} \right) = -1$.

B. $f'(x) = \frac{-2 \sin 2x}{3 \sqrt[3]{\cos^2 2x}}$.

C. $f' \left(\frac{\pi}{2} \right) = 1$.

D. $3 \cdot y^2 \cdot y' + 2 \sin 2x = 0$.

Câu 116. [1D5-3] Cho hàm số $y = f(x) = \sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}$. Giá trị $f' \left(\frac{\pi^2}{16} \right)$ bằng

A. 0.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{2}{\pi}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$.

Câu 117. [1D5-3] Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{\tan x + \cot x}$. Giá trị $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. 0. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 118. [1D5-3] Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{\sqrt{\sin x}}$. Giá trị $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. 0. D. Không tồn tại.

Câu 119. [1D5-3] Xét hàm số $y = f(x) = 2 \sin\left(\frac{5\pi}{6} + x\right)$. Tính giá trị $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ bằng

- A. -1. B. 0. C. 2. D. -2.

Câu 120. [1D5-3] Cho hàm số $y = f(x) = \tan\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$. Giá trị $f'(0)$ bằng

- A. 4. B. $\sqrt{3}$. C. $-\sqrt{3}$. D. 3.

Câu 121. [1D5-3] Cho hàm số $y = f(x) = 2 \sin \sqrt{x}$. Đạo hàm của hàm số y là

- A. $y' = 2 \cos \sqrt{x}$. B. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}$. C. $y' = 2\sqrt{x} \cdot \cos \frac{1}{\sqrt{x}}$. D. $y' = \frac{1}{\sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x}}$.

Câu 122. [1D5-3] Cho hàm số $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$. Tính $y'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ bằng

- A. $y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$. B. $y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -1$. C. $y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2$. D. $y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -2$.

Câu 123. [1D5-3] Hàm số $y = \sin^2 x \cdot \cos x$ có đạo hàm là

- A. $y' = \sin x (3 \cos^2 x - 1)$. B. $y' = \sin x (3 \cos^2 x + 1)$.
C. $y' = \sin x (\cos^2 x + 1)$. D. $y' = \sin x (\cos^2 x - 1)$.

Câu 124. [1D5-3] Đạo hàm của hàm số $y = \cot^2(\cos x) + \sqrt{\sin x - \frac{\pi}{2}}$ là

- A. $y' = -2 \cot(\cos x) \frac{1}{\sin^2(\cos x)} + \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x - \frac{\pi}{2}}}$.
B. $y' = 2 \cot(\cos x) \frac{1}{\sin^2(\cos x)} \cdot \sin x + \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x - \frac{\pi}{2}}}$.
C. $y' = -2 \cot(\cos x) \frac{1}{\sin^2(\cos x)} + \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x - \frac{\pi}{2}}}$.
D. $y' = 2 \cot(\cos x) \frac{1}{\sin^2(\cos x)} \cdot \sin x + \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x - \frac{\pi}{2}}}$.

- Câu 125. [1D5-4]** Cho hàm số $f(x) = \sin 2x + 2(1-2m)\cos 2x - 2mx + 1$. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm.
- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m \in [-1; 1]$
 C. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{6}; +\infty\right)$ D. $m \in \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$
- Câu 126. [1D5-4]** Cho hàm số $f(x) = m \cos x + 2 \sin x - 3x + 1$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm.
- A. $m \leq -\sqrt{5}$ hoặc $m \geq \sqrt{5}$. B. $-\sqrt{5} \leq m \leq \sqrt{5}$.
 C. $m \leq -\sqrt{5}$. D. $m \geq \sqrt{5}$.
- Câu 127. [1D5-4]** Cho hàm số $f(x) = \sin^2 x \tan^2 x + 3 \cos^2 x$ và $g(x) = 4 \sin^2 x - \tan^2 x$. Khi đó:
- A. $f'(x) + g'(x) = \sin 2x$. B. $f'(x) + g'(x) = 3$.
 C. $f'(x) + g'(x) = 1$. D. $f'(x) + g'(x) = 0$.
- Câu 128. [1D5-4]** Cho hàm số $y = \frac{\cos x}{x}$, $x \neq 0$. Chọn đẳng thức đúng.
- A. $y''x - 2y' + \cos x = 0$. B. $y''x - 2y' - \cos x = 0$.
 C. $y''x + 2y' - \cos x = 0$. D. $y''x + 2y' + \cos x = 0$.

BÀI 4. VI PHÂN

- Câu 129. [1D5-1]** Cho hàm số $y = f(x) = (x-1)^2$. Biểu thức nào sau đây chỉ vi phân của hàm số $f(x)$?
- A. $dy = 2(x-1)dx$. B. $dy = (x-1)^2 dx$. C. $dy = 2(x-1)$. D. $dy = 2(x-1)dx$.
- Câu 130. [1D5-1]** Cho hàm số $y = x^3 - 5x + 6$. Vi phân của hàm số là
- A. $dy = (3x^2 - 5)dx$. B. $dy = -(3x^2 - 5)dx$. C. $dy = (3x^2 + 5)dx$. D. $dy = (3x^2 - 5)dx$.
- Câu 131. [1D5-1]** Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Vi phân của hàm số là
- A. $dy = \frac{dx}{(x-1)^2}$. B. $dy = \frac{3dx}{(x-1)^2}$. C. $dy = \frac{-3dx}{(x-1)^2}$. D. $dy = -\frac{dx}{(x-1)^2}$.
- Câu 132. [1D5-1]** Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x-1}$. Vi phân của hàm số là
- A. $dy = -\frac{x^2 - 2x - 2}{(x-1)^2}dx$. B. $dy = \frac{2x+1}{(x-1)^2}dx$. C. $dy = -\frac{2x+1}{(x-1)^2}dx$. D. $dy = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x-1)^2}dx$.
- Câu 133. [1D5-1]** Cho hàm số $y = x^3 - 9x^2 + 12x - 5$. Vi phân của hàm số là
- A. $dy = (3x^2 - 18x + 12)dx$. B. $dy = (-3x^2 - 18x + 12)dx$.
 C. $dy = -(3x^2 - 18x + 12)dx$. D. $dy = (-3x^2 + 18x - 12)dx$.
- Câu 134. [1D5-1]** Tìm vi phân của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$.
- A. $dy = (3x^2 + 6x - 2)dx$. B. $dy = 3x^2 + 6x - 2dx$.
 C. $dy = (-3x^2 + 6x + 2)dx$. D. $dy = (x^2 + 3x - 2)dx$.
- Câu 135. [1D5-1]** Vi phân của hàm số $y = \cos x$ là
- A. $dy = \cos x dx$. B. $dy = -\cos x dx$. C. $dy = -\sin x dx$. D. $dy = \sin x dx$.

Câu 136. [1D5-2] Cho hàm số $y = \frac{1}{3x^3}$. Vi phân của hàm số là

- A. $dy = \frac{1}{4} dx$. B. $dy = \frac{1}{x^4} dx$. C. $dy = -\frac{1}{x^4} dx$. D. $dy = x^4 dx$.

Câu 137. [1D5-2] Cho hàm số $y = \sin x - 3\cos x$. Vi phân của hàm số là

- A. $dy = (-\cos x + 3\sin x) dx$. B. $dy = (-\cos x - 3\sin x) dx$.
C. $dy = (\cos x + 3\sin x) dx$. D. $dy = -(\cos x + 3\sin x) dx$.

Câu 138. [1D5-2] Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Vi phân của hàm số là

- A. $dy = -\sin 2x dx$. B. $dy = \sin 2x dx$. C. $dy = \sin x dx$. D. $dy = 2\cos x dx$.

Câu 139. [1D5-2] Hàm số $y = x \sin x + \cos x$ có vi phân là

- A. $dy = (x \cos x - \sin x) dx$. B. $dy = (x \cos x) dx$.
C. $dy = (\cos x - \sin x) dx$. D. $dy = (x \sin x) dx$.

Câu 140. [1D5-2] Hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 1}$. Có vi phân là

- A. $dy = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} dx$. B. $dy = \frac{2x}{(x^2+1)} dx$. C. $dy = \frac{1-x^2}{(x^2+1)} dx$. D. $dy = \frac{1}{(x^2+1)^2} dx$.

Câu 141. [1D5-2] Cho hàm số $y = 5\sin 2x$ vi phân của hàm số tại $x = \frac{\pi}{3}$ là

- A. $dy = 5dx$. B. $dy = 10\cos 2x dx$. C. $dy = -10\cos 2x dx$. D. $dy = -5dx$.

Câu 142. [1D5-2] Cho hàm số $y = \frac{x+3}{1-2x}$, vi phân của hàm số tại $x = -3$ là

- A. $dy = \frac{1}{7} dx$. B. $dy = 7dx$. C. $dy = -\frac{1}{7} dx$. D. $dy = -7dx$.

Câu 143. [1D5-2] Cho hàm số $y = \sin(\sin x)$ vi phân của hàm số tại x là

- A. $dy = \cos(\sin x) dx$. B. $dy = \sin(\cos x) dx$.
C. $dy = \cos(\sin x) \cdot \cos x dx$. D. $dy = \cos(\sin x) \cdot \sin x dx$.

Câu 144. [1D5-2] Cho hàm số $y = \tan \sqrt{x}$ vi phân của hàm số tại x là

- A. $dy = \frac{1}{2\sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x}} dx$. B. $dy = \frac{1}{2\sqrt{x} \cdot \cos^2 x} dx$.
C. $dy = \frac{1}{2\sqrt{x} \cdot \cos^2 \sqrt{x}} dx$. D. $dy = \frac{1}{2\sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x}} dx$.

Câu 145. [1D5-2] Cho hàm số $y = \cos^2 2x$ vi phân của hàm số tại x là

- A. $dy = 4\cos 2x \sin 2x dx$. B. $dy = 2\cos 2x \sin 2x dx$.
C. $dy = -4\cos 2x \sin 2x dx$. D. $dy = -2\cos 2x \sin 2x dx$.

Câu 146. [1D5-2] Cho hàm số $y = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ vi phân của hàm số tại x là

- A. $dy = \frac{-4}{(1+x^2)^2} dx$. B. $dy = \frac{-4x}{(1+x^2)^2} dx$. C. $dy = \frac{-dx}{(1+x^2)^2}$. D. $dy = \frac{-4}{1+x^2} dx$.

Câu 147. [1D5-2] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & \text{khi } x \geq 0 \\ 2x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Kết quả nào dưới đây là đúng?

- A. $f'(0^+) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 - x) = 0$. B. $f'(0^+) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} x - 1 = -1$.
C. $f'(0^-) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 2x = 0$. D. $df(0) = -dx$.

Câu 148. [1D5-2] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{khi } x \geq 0 \\ x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $f'(0^+) = 1$.

B. $f'(0^-) = 1$.

C. $df(0) = dx$.

D. Hàm số không có vi phân tại $x = 0$.

Câu 149. [1D5-2] Hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$ có vi phân là

A. $dy = -\frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2} dx$

B. $dy = \frac{2x + 1}{(x - 1)^2} dx$

C. $dy = -\frac{2x + 1}{(x - 1)^2} dx$

D. $dy = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2} dx$

Câu 150. [1D5-2] Hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ có vi phân là

A. $dy = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2} dx$. B. $dy = \frac{2x}{(x^2 + 1)} dx$. C. $dy = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)} dx$. D. $dy = \frac{1}{(x^2 + 1)^2} dx$.

Câu 151. [1D5-2] Vi phân của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 5x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $dy = \frac{1}{2\sqrt{x^2 - 5x}} dx$.

B. $dy = \frac{2x - 5}{\sqrt{x^2 - 5x}} dx$.

C. $dy = -\frac{2x - 5}{2\sqrt{x^2 - 5x}} dx$.

D. $dy = \frac{2x - 5}{2\sqrt{x^2 - 5x}} dx$.

Câu 152. [1D5-2] Biểu thức nào sau đây là vi phân của hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 1}$?

A. $\frac{3x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2} dx$. B. $\frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2} dx$. C. $\frac{-x^2 + 1}{x^2 + 1} dx$. D. $\frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2}$.

Câu 153. [1D5-3] Vi phân của hàm số $y = \frac{\tan \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ là

A. $dy = \frac{2\sqrt{x}}{4x\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} dx$.

B. $dy = \frac{\sin(2\sqrt{x})}{4x\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} dx$.

C. $dy = \frac{2\sqrt{x} - \sin(2\sqrt{x})}{4x\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} dx$.

D. $dy = -\frac{2\sqrt{x} - \sin(2\sqrt{x})}{4x\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} dx$.

Câu 154. [1D5-3] Xét hàm số $y = f(x) = \sqrt{1 + \cos^2 2x}$. Chọn câu đúng:

A. $df(x) = \frac{-\sin 4x}{2\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$.

B. $df(x) = \frac{-\sin 4x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$.

C. $df(x) = \frac{\cos 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$.

D. $df(x) = \frac{-\sin 2x}{2\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$.

Câu 155. [1D5-4] Tính $\frac{d(\sin x)}{d(\cos x)}$.

A. $-\cot x$.

B. $-\tan x$.

C. $\cot x$.

D. $\tan x$.

BÀI 5. ĐẠO HÀM CẤP CAO

Câu 156. [1D5-1] Hàm số $y = \frac{x}{x-2}$ có đạo hàm cấp hai là

A. $y'' = 0$. B. $y'' = \frac{1}{(x-2)^2}$. C. $y'' = -\frac{4}{(x-2)^2}$. D. $y'' = \frac{4}{(x-2)^3}$.

Câu 157. [1D5-1] Hàm số $y = (x^2 + 1)^3$ có đạo hàm cấp ba là

A. $y''' = 12(x^2 + 1)$. B. $y''' = 24(x^2 + 1)$.
C. $y''' = 24(5x^2 + 3)$. D. $y''' = -12(x^2 + 1)$.

Câu 158. [1D5-1] Cho hàm số $f(x) = (x+1)^3$. Giá trị $f''(0)$ bằng

A. 3. B. 6. C. 12. D. 24.

Câu 159. [1D5-2] Hàm số $y = \sqrt{2x+5}$ có đạo hàm cấp hai bằng

A. $y'' = \frac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$. B. $y'' = \frac{1}{\sqrt{2x+5}}$.
C. $y'' = -\frac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$. D. $y'' = -\frac{1}{\sqrt{2x+5}}$.

Câu 160. [1D5-2] Hàm số $y = \frac{x^2+x+1}{x+1}$ có đạo hàm cấp 5 bằng

A. $y^{(5)} = -\frac{120}{(x+1)^6}$. B. $y^{(5)} = \frac{120}{(x+1)^5}$. C. $y^{(5)} = \frac{1}{(x+1)^5}$. D. $y^{(5)} = -\frac{1}{(x+1)^5}$.

Câu 161. [1D5-2] Hàm số $y = x\sqrt{x^2+1}$ có đạo hàm cấp 2 bằng

A. $y'' = -\frac{2x^3+3x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$. B. $y'' = \frac{2x^2+1}{\sqrt{1+x^2}}$.
C. $y'' = \frac{2x^3+3x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$. D. $y'' = -\frac{2x^2+1}{\sqrt{1+x^2}}$.

Câu 162. [1D5-2] Hàm số $y = (2x+5)^5$ có đạo hàm cấp 3 bằng

A. $y''' = 80(2x+5)^3$. B. $y''' = 480(2x+5)^2$.
C. $y''' = -480(2x+5)^2$. D. $y''' = -80(2x+5)^3$.

Câu 163. [1D5-2] Hàm số $y = \tan x$ có đạo hàm cấp 2 bằng

A. $y'' = -\frac{2\sin x}{\cos^3 x}$. B. $y'' = \frac{1}{\cos^2 x}$. C. $y'' = -\frac{1}{\cos^2 x}$. D. $y'' = \frac{2\sin x}{\cos^3 x}$.

Câu 164. [1D5-2] Cho hàm số $y = \sin x$. Chọn câu sai.

A. $y' = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$. B. $y'' = \sin(x + \pi)$. C. $y''' = \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$. D. $y^{(4)} = \sin(2\pi - x)$.

Câu 165. [1D5-2] Hàm số $y = \frac{-2x^2+3x}{1-x}$ có đạo hàm cấp 2 bằng

A. $y'' = 2 + \frac{1}{(1-x)^2}$. B. $y'' = \frac{2}{(1-x)^3}$. C. $y'' = \frac{-2}{(1-x)^3}$. D. $y'' = \frac{2}{(1-x)^4}$.

Câu 166. [1D5-2] Hàm số $y = f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$. Phương trình $f^{(4)}(x) = -8$ có nghiệm $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là

- A. $x = \frac{\pi}{2}$. B. $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{6}$. C. $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{3}$. D. $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{2}$.

Câu 167. [1D5-2] Cho hàm số $y = \sin 2x$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $4y - y' = 0$. B. $4y + y'' = 0$. C. $y = y' \tan 2x$. D. $y^2 = (y')^2 = 4$.

Câu 168. [1D5-2] Cho hàm số $y = f(x) = -\frac{1}{x}$. Xét hai mệnh đề:

$$(I): y'' = f''(x) = \frac{2}{x^3}. \quad (II): y''' = f'''(x) = -\frac{6}{x^4}.$$

Mệnh đề nào đúng?

- A. Chỉ (I) đúng. B. Chỉ (II) đúng. C. Cả hai đều đúng. D. Cả hai đều sai.

Câu 169. [1D5-2] Nếu $f''(x) = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$ thì $f(x)$ bằng

- A. $\frac{1}{\cos x}$. B. $-\frac{1}{\cos x}$. C. $\cot x$. D. $\tan x$.

Câu 170. [1D5-2] Cho hàm số $y = f(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 1}$. Xét hai mệnh đề:

$$(I): y' = f'(x) = -1 - \frac{2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1. \quad (II): y'' = f''(x) = \frac{4}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1.$$

Mệnh đề nào đúng?

- A. Chỉ (I) đúng. B. Chỉ (II) đúng. C. Cả hai đều đúng. D. Cả hai đều sai.

Câu 171. [1D5-2] Cho hàm số $f(x) = \sin^3 x + x^2$. Giá trị $f''\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. 0. B. -1. C. -2. D. 5.

Câu 172. [1D5-2] Cho hàm số $f(x) = 5(x+1)^3 + 4(x+1)$. Tập nghiệm của phương trình $f''(x) = 0$ là

- A. $[-1; 2]$. B. $(-\infty; 0]$. C. $\{-1\}$. D. $\emptyset$.

Câu 173. [1D5-2] Cho hàm số $y = \frac{1}{x-3}$. Khi đó:

- A. $y'''(1) = \frac{3}{8}$. B. $y'''(1) = \frac{1}{8}$. C. $y'''(1) = -\frac{3}{8}$. D. $y'''(1) = -\frac{1}{4}$.

Câu 174. [1D5-2] Cho hàm số $y = (ax+b)^5$ với a, b là tham số. Khi đó:

- A. $y^{(10)}(1) = 0$. B. $y^{(10)}(1) = 10a + b$. C. $y^{(10)}(1) = 5a$. D. $y^{(10)}(1) = 10a$.

Câu 175. [1D5-2] Cho hàm số $y = \sin^2 2x$. Tính $y^{(4)}\left(\frac{\pi}{6}\right)$ bằng

- A. 64. B. -64. C. $64\sqrt{3}$. D. $-64\sqrt{3}$.

Câu 176. [1D5-2] Nếu $f(x) = \sin^3 x + x^2$ thì $f''\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. 0. B. 1. C. -2. D. 5.

Câu 177. [1D5-2] Cho hàm số $y = \frac{1}{x+1}$. Đạo hàm cấp hai y'' của hàm số đã cho là

A. $y'' = \frac{2}{(x+1)^4}$. B. $y'' = \frac{2}{(x+1)^3}$. C. $y'' = \frac{-2}{(x+1)^3}$. D. $y'' = \frac{-2}{(x+1)^4}$.

Câu 178. [1D5-2] Cho hàm số $y = \cos^2 x$. Đạo hàm cấp hai y'' bằng

A. $y'' = -2 \cos 2x$. B. $y'' = -4 \cos 2x$. C. $y'' = 2 \cos 2x$. D. $y'' = 4 \cos 2x$.

Câu 179. [1D5-2] Cho hàm số $f(x) = (x+1)^4$. Giá trị của $f''(2)$ bằng

A. 27. B. 81. C. 96. D. 108.

Câu 180. [1D5-2] Cho hàm số $y = \sin^3 x$. Giá trị biểu thức $M = y'' + 9y$ bằng

A. $\sin x$. B. $6 \sin x$. C. $6 \cos x$. D. $-6 \sin x$.

Câu 181. [1D5-2] Cho hàm số $y = A \sin(\omega x + \varphi)$. Tính $M = y'' + \omega^2 y$.

A. $M = 1$. B. $M = -1$. C. $M = \cos^2(\omega x + 4)$. D. $M = 0$.

Câu 182. [1D5-2] Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x-2}$. Tính y'' .

A. $y = \frac{-2}{(x-2)^3}$. B. $y = \frac{2}{(x-2)^3}$. C. $y = \frac{-2}{(x-2)^4}$. D. $y = \frac{2}{(x-2)^4}$.

Câu 183. [1D5-2] Cho $y = x \sin x$. Tính y'' .

A. $y = 2 \sin x - x \cos x$. B. $y = 2 \cos x - x \sin x$. C. $y = \sin x + x \cos x$. D. $y = \cos x + x \sin x$.

Câu 184. [1D5-2] Cho $y = \cos^2 x$. Tính y'' .

A. $y = -\sin 2x$. B. $y = \sin 2x$. C. $y = -2 \cos 2x$. D. $y = 2 \cos 2x$.

Câu 185. [1D5-2] Cho $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính y'' .

A. $y = 3ax^2 + 2bx + c$. B. $y = 3ax^2 - 2bx + c$. C. $y = 6ax + 2b$. D. $y'' = 6ax - 2b$.

Câu 186. [1D5-2] Cho $f(x) = (x+10)^6$. Giá trị của $f''(2)$ bằng

A. 622080. B. 1492992. C. 124416. D. 103680.

Câu 187. [1D5-2] Cho $f(x) = \sin 3x$. Giá trị của $f''\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. -9. B. 0. C. 9. D. -3.

Câu 188. [1D5-2] Cho $f(x) = \sin 3x$. Giá trị của $f''(0)$ bằng

A. 0. B. 3. C. -3. D. 1.

Câu 189. [1D5-2] Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $f(x) = x^3 - x^2 + 1$ tại điểm $x = 2$.

A. $f''(2) = 14$. B. $f''(2) = 1$. C. $f''(2) = 10$. D. $f''(2) = 28$.

Câu 190. [1D5-2] Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \tan x$.

A. $y'' = -\frac{1}{\cos^4 x}$. B. $y'' = 2 \tan x$.
C. $y'' = -\frac{2}{\cos^3 x}$. D. $y'' = 2 \tan x (1 + \tan^2 x)$.

Câu 191. [1D5-2] Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là

A. $y'' = \frac{6}{(x-2)^3}$. B. $y'' = \frac{-6}{(x-2)^4}$. C. $y'' = \frac{-6}{(x-2)^3}$. D. $y'' = \frac{6}{(x-2)^4}$.

- Câu 192. [1D5-2]** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \sin 2x$, biết đạo hàm cấp một của hàm số là $y' = 2 \cos 2x$.
- A. $y'' = -4 \sin 2x$. B. $y'' = 4 \sin 2x$. C. $y'' = -4 \cos 2x$. D. $y'' = 4 \cos 2x$.
- Câu 193. [1D5-2]** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = 2x + \cos x$, biết đạo hàm cấp một của hàm số là $y' = 2 - \sin x$.
- A. $y'' = 2 - \sin x$. B. $y'' = 2 - \cos x$. C. $y'' = -\sin x$. D. $y'' = -\cos x$.
- Câu 194. [1D5-2]** Cho hàm số $y = \cos^2 x$. Đạo hàm cấp hai y'' bằng
- A. $y'' = -2 \cos 2x$. B. $y'' = -4 \cos 2x$. C. $y'' = 2 \cos 2x$. D. $y'' = -2 \sin x$.
- Câu 195. [1D5-2]** Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{1-x}$. Giải bất phương trình $y'' > 0$.
- A. $x > 1$. B. $x < 1$. C. $x \neq 1$. D. vô nghiệm.
- Câu 196. [1D5-2]** Cho hàm số $y = x \cdot \sin x$. Đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $y'' + y = -2 \cos x$. B. $y'' - y = -(x+1) \sin x$.
C. $y'' + y = 2 \cos x$. D. $y'' - y = -2 \cos x$.
- Câu 197. [1D5-2]** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{1-x}$. Phương trình $f'(x) + f''(x) = 0$ có nghiệm là
- A. $x = -\frac{1}{2}$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $x = -\frac{3}{2}$.
- Câu 198. [1D5-2]** Cho hàm số $y = \sin^2 2x$ giá trị của biểu thức $M = \frac{1}{4}(y')^2 + \frac{1}{64}(y'')^2$ bằng
- A. 1. B. -1. C. 4. D. 3.
- Câu 199. [1D5-3]** Cho hàm số $y = \frac{x+4}{x-3}$. Giá trị biểu thức $M = 2(y')^2 + (1-y) \cdot y''$ bằng
- A. $M = 0$. B. $M = 1$. C. $M = \frac{1}{x+4}$. D. $M = \frac{2x}{(x+4)^2}$.
- Câu 200. [1D5-3]** Cho hàm số $y = \sqrt{2x-x^2}$. Giá trị biểu thức $M = y^3 \cdot y'' + 1$ bằng
- A. -2. B. 0. C. -1. D. $\frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$.
- Câu 201. [1D5-3]** Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$. Giá trị biểu thức $y'^2 - 2y \cdot y''$ bằng
- A. 0. B. 2. C. -1. D. 1.
- Câu 202. [1D5-3]** Cho hàm số $y = x \sin x$. Giá trị biểu thức $xy - 2(y' - \sin x) + xy''$ bằng
- A. 1. B. 0. C. 2. D. $\sin x$.
- Câu 203. [1D5-3]** Cho hàm số $y = x \cdot \tan x$. Tính $M = x^2 y'' - 2(x^2 + y^2)(1+y)$.
- A. $\frac{x^2}{\cos^2 x}$. B. 1. C. $x^2 - \tan^2 x$. D. 0.
- Câu 204. [1D5-3]** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = t^3 - 3t^2 - 9t + 2017$ (t tính bằng giây và S tính bằng mét). Tính gia tốc khi $t = 3s$.
- A. 15 m/s^2 . B. 9 m/s^2 . C. 12 m/s^2 . D. 6 m/s^2 .
- Câu 205. [1D5-3]** Cho hàm số $y = \sin 2x - \cos 2x$. Giải phương trình $y'' = 0$
- A. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{8} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 206. [1D5-3] Cho hàm số $y = 3x^5 - 5x^4 + 3x - 2$. Giải bất phương trình $y'' < 0$.

- A. $x \in (-\infty; 1) \setminus \{0\}$. B. $x \in (1; +\infty)$. C. $x \in (-1; 1)$. D. $x \in (-2; 2)$.

Câu 207. [1D5-3] Cho hàm số $y = (m-4)\frac{x^2}{2} + \cos x$. Tìm m sao cho $y'' \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

- A. $m \leq 3$. B. $m \leq 2$. C. $m \geq 3$. D. $m \geq 2$.

Câu 208. [1D5-3] Cho hàm số $y = (2-m)x^4 + 2x^3 + 2mx^2 + 2m - 1$. Tìm m để phương trình $y'' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

- A. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right) \setminus \{2\}$. B. $m \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{2\}$.
C. $m \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{2\}$. D. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right) \setminus \{2\}$.

Câu 209. [1D5-3] Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{1-x}$. Giải bất phương trình $y'' > 0$.

- A. $x > 1$. B. $x < 1$. C. $x \neq 1$. D. vô nghiệm.

Câu 210. [1D5-3] Cho hàm số $y = \frac{1}{(x+1)^3}$. Giải bất phương trình $y'' < 0$.

- A. $x < -1$. B. $x > -1$. C. $x \neq 1$. D. vô nghiệm.

Câu 211. [1D5-3] Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+1}$. Giải phương trình $y'' = 0$.

- A. $x = 1; x = 1 \pm \sqrt{3}$. B. $x = 1; x = -2 \pm \sqrt{3}$.
C. $x = 1; x = -1 \pm \sqrt{3}$. D. $x = 1; x = -3 \pm \sqrt{3}$.

Câu 212. [1D5-3] Đạo hàm cấp 2018 của hàm số $y = \cos x$ là

- A. $\sin x$. B. $-\sin x$. C. $\cos x$. D. $-\cos x$.

Câu 213. [1D5-3] Giả sử $h(x) = 5(x+1)^3 + 4(x+1)$. Tập nghiệm của phương trình $h''(x) = 0$ là

- A. $[-1; 2]$. B. $(-\infty; 0]$. C. $\{-1\}$. D. $\emptyset$.

Câu 214. [1D5-3] Tính gia tốc tức thời của chuyển động $S = f(t) = t^3 - 3t^2 + 7t - 2$ tại thời điểm $t_0 = 2$ bằng

- A. -6 . B. 7 . C. -7 . D. 6 .

Câu 215. [1D5-3] Tính gia tốc tức thời của chuyển động $s = f(t) = 3\sin 2t + 2\cos 2t$ tại thời điểm $t_0 = \frac{\pi}{4}$ bằng

- A. -12 . B. 12 . C. 20 . D. -20 .

Câu 216. [1D5-3] Cho hàm số $y = \frac{1}{x}$. Khi đó $y^{(n)}(x)$ bằng

- A. $(-1)^n \frac{n!}{x^{n+1}}$. B. $\frac{n!}{x^{n+1}}$. C. $(-1)^n \cdot \frac{n!}{x^n}$. D. $\frac{n!}{x^n}$.

Câu 217. [1D5-4] Đạo hàm cấp n , với $n \in \mathbb{N}^*$ của hàm số $y = \sin x$.

- A. $y^{(n)} = \sin\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$. B. $y^{(n)} = n! \sin x$.
C. $y^{(n)} = \cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$. D. $y^{(n)} = n! \cos x$.

CÁC ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG 4

ĐỀ SỐ 1 – THPT Chương Mỹ B, Hà Nội

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM: (2,5 điểm).

- Câu 1.** [1D5-1] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập số thực $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{f(2)} = 3$. Kết quả nào sau đây đúng?
- A. $f'(x) = 2$. B. $f'(2) = 3$. C. $f'(x) = 3$. D. $f'(3) = 2$.
- Câu 2.** [1D5-1] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập số thực $\mathbb{R}$, có đạo hàm $x = -1$. Định nghĩa về đạo hàm nào sau đây là đúng?
- A. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + f(-1)}{x + 1} = f'(-1)$. B. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + f(1)}{x + 1} = f'(-1)$.
- C. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = f'(-1)$. D. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - 1} = f'(x)$.
- Câu 3.** [1D5-2] Đạo hàm của hàm số $y = f(x) = x^2 + 1$ tại $x = -2$ bằng:
- A. -3 . B. -2 . C. -4 . D. -1 .
- Câu 4.** [1D5-1] Cho hàm số $y = f(x)$ và $f'(-1) = 2$ thì điều nào sau đây là đúng?
- A. $\lim_{\Delta x \rightarrow -2} (\Delta x) = 0$. B. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2\Delta x}{\Delta x} = 2$. C. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x + 2}{\Delta x + 1} = 2$. D. $\lim_{\Delta x \rightarrow -1} (\Delta x + 2) = 2$.
- Câu 5.** [1D5-2] Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x$ tại điểm $M(1; -2)$ có hệ số góc k là:
- A. $k = -1$. B. $k = 1$. C. $k = -7$. D. $k = -2$.
- Câu 6.** [1D5-2] Nếu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x$ (C) có tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 3x - 10$ thì số tiếp tuyến của (C) là:
- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.
- Câu 7.** [1D5-2] Hàm số $y = x^3 + 2x^2 + 4x + 5$ có đạo hàm là:
- A. $y = 3x^2 + 2x + 4$. B. $y' = 3x^2 + 4x + 4$. C. $y = 3x + 2x + 4$. D. $y = 3x^2 + 4x + 4 + 5$.
- Câu 8.** [1D5-2] Hàm số $y = x + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}$ có đạo hàm là:
- A. $y' = 1 - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{x^3}$. B. $y' = 1 + \frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^4}$. C. $y' = 1 - \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^4}$. D. $y' = 1 - \frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3}$.
- Câu 9.** [1D5-2] Hàm số $y = 2x + \frac{1}{\sqrt{x}}$ có đạo hàm $y'(4)$ là:
- A. $\frac{17}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{31}{16}$. D. $\frac{17}{4}$.
- Câu 10.** [1D5-2] Hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 5$ có đạo hàm $y' = 0$ tại các điểm sau đây:
- A. $x = 0$ hoặc $x = 1$. B. $x = -1$ hoặc $x = -\frac{5}{2}$. C. $x = 1$ hoặc $x = \frac{5}{2}$. D. $x = 0$.

- Câu 11. [1D5-2]** Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại điểm $A(2;3)$ là:
- A. $y = 2x - 1$. B. $y = \frac{1}{2}x + 4$. C. $y = -2x + 1$. D. $y = -2x + 7$.
- Câu 12. [1D5-3]** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m$ (với m là tham số) tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ là đường thẳng có phương trình:
- A. $x = m - 1$. B. $y = 0$. C. $y = m - 1$. D. $y = m - 3$.
- Câu 13. [1D5-2]** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x+2}$. Giá trị $P = f(2) + (x+2) \cdot f'(2)$ là:
- A. $2 + \frac{(x+2)}{4}$. B. $2 + \frac{(x+2)}{2\sqrt{x+2}}$. C. $2 + \frac{(x+2)}{2}$. D. $2 + \sqrt{x+2}$.
- Câu 14. [1D5-2]** Hàm số $y = (x^4 - 1)^3 + \frac{2x-1}{x+2}$ có đạo hàm là:
- A. $12x^3(x^4 - 1)^2 + \frac{5}{(x+2)^2}$. B. $3(x^4 - 1)^2 + \frac{5}{(x+2)^2}$.
C. $12x^3(x^4 - 1)^2 + \frac{3}{(x+2)^2}$. D. $4x^3(x^4 - 1)^3 + \frac{5}{(x+2)^2}$.
- Câu 15. [1D5-2]** Đạo hàm của biểu thức $f(x) = (x^2 - 3)\sqrt{x^2 - 2x + 4}$ là:
- A. $f'(x) = 2x\sqrt{x^2 - 2x + 4} + \frac{(x-1)(x^2 - 3)}{\sqrt{x^2 - 2x + 4}}$. B. $f'(x) = 2x \frac{(x-1)(x^2 - 3)}{\sqrt{x^2 - 2x + 4}}$.
C. $f'(x) = 2x\sqrt{x^2 - 2x + 4} + \frac{(x^2 - 3)}{2\sqrt{x^2 - 2x + 4}}$. D.
 $f'(x) = (2x - 3)\sqrt{x^2 - 2x + 4} + \frac{(x-1)(x^2 - 3)}{\sqrt{x^2 - 2x + 4}}$.
- Câu 16. [1D5-4]** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - 2x + 1$. Giá trị m để $y' - 2x - 2 > 0$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.
- A. $(-\infty; -1); (1; +\infty)$. B. $(0; \frac{4}{5})$. C. Không tồn tại m . D. $(-1; 0); (\frac{4}{5}; 1)$.
- Câu 17. [1D5-3]** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$. Nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là:
- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
- Câu 18. [1D5-2]** Hàm số $f(x) = \sin 3x$ có đạo hàm $f'(x)$ là:
- A. $3\cos 3x$. B. $\cos 3x$. C. $-3\cos 3x$. D. $-\cos 3x$.
- Câu 19. [1D5-2]** Đạo hàm của hàm số $y = 3\sin x - 5\cos x$ là:
- A. $y' = 3\cos x - 5\sin x$. B. $y' = -3\cos x - 5\sin x$.
C. $y' = -3\cos x + 5\sin x$. D. $y' = 3\cos x + 5\sin x$.
- Câu 20. [1D5-2]** Đạo hàm của hàm số $y = \cos x - \sin x + 2x$ là:
- A. $\sin x - \cos x + 2$. B. $-\sin x + \cos x + 2$. C. $-\sin x - \cos x + 2x$. D. $-\sin x - \cos x + 2$.

Câu 21. [1D5-2] Tính $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ biết $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

- A. 0. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. -2.

Câu 22. [1D5-2] Đạo hàm của hàm số $y = x \cot x$ là:

- A. $\cot x - \frac{x}{\sin^2 x}$. B. $\cot x + \frac{x}{\sin^2 x}$. C. $\cot x - \frac{x}{\cos^2 x}$. D. $\cot x + \frac{x}{\cos^2 x}$.

Câu 23. [1D5-2] Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{1 + 2 \tan x}$ là:

- A. $y' = \frac{1}{\cos^2 x \sqrt{1 + 2 \tan x}}$. B. $y' = \frac{1}{\sin^2 x \sqrt{1 + 2 \tan x}}$.
C. $y' = \frac{1 + 2 \tan x}{2 \sqrt{1 + 2 \tan x}}$. D. $y' = \frac{1}{2 \sqrt{1 + 2 \tan x}}$.

Câu 24. [1D5-4] Cho hàm số $f(x) = 2 \cos^2(4x - 1)$. Miền giá trị của $f'(x)$ là:

- A. $-2 \leq f'(x) \leq 2$. B. $-4 \leq f'(x) \leq 4$. C. $-8 \leq f'(x) \leq 8$. D. $-16 \leq f'(x) \leq 16$.

Câu 25. [1D5-4] Cho hàm số $y = \cos^2 2x$. Số nghiệm của phương trình $y' = 0$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là:

- A. 4. B. 3. C. 2. D. Vô số nghiệm.

ĐỀ SỐ 2 – THPT Hoàng Văn Thụ, Hòa Bình

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7 điểm)

Câu 1. [1D5-1] Số gia của hàm số $f(x) = x^2 - 1$ biết $x_0 = 1$ và $\Delta x = 1$ là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 2. [1D5-1] Đạo hàm của hàm số $y = x^5 - 4x^3 - x^2 + \frac{x}{2}$ là

- A. $5x^4 - 12x^2 - 2x + \frac{1}{4}$. B. $5x^5 - 12x^2 + 2x + \frac{1}{2}$.
C. $5x^4 - 12x^2 - 2x + \frac{1}{2}$. D. $5x^4 + 12x^2 - 2x + \frac{1}{4}$.

Câu 3. [1D5-2] Nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ với $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$ là

- A. $x > \frac{2}{3} \vee x < 0$. B. $0 < x < \frac{2}{3}$. C. $x > \frac{4}{3} \vee x < 0$. D. $0 < x < \frac{4}{3}$.

Câu 4. [1D5-2] Phương trình tiếp của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$ tại điểm $A(1; -2)$ là

- A. $y = 5x + 3$. B. -2 . C. $y = 9x + 7$. D. $y = 9x - 7$.

Câu 5. [1D5-2] Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm $(-1; -2)$ là

- A. 9. B. $y = -5x + 3$. C. $y = 3x + 5$. D. $y = -5x + 7$.

Câu 6. [1D5-3] Một vật rơi tự do theo phương trình $s = \frac{1}{2}gt^2$ (m) với $g = 9,8$ (m/s²). Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 5$ (s) là

- A. 122,5 (m/s). B. 29,5 (m/s). C. 10 (m/s). D. 49 (m/s).

Câu 7. [1D5-3] Cho hàm số $y = (x-2)\sqrt{x^2+1}$. Khi đó:

A. $y' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}$. B. $y' = \frac{2x^2-2x+1}{\sqrt{x^2+1}}$. C. $y' = \frac{-2x+1}{\sqrt{x^2+1}}$. D. $y' = \frac{2x^2-2x+1}{2\sqrt{x^2+1}}$.

Câu 8. [1D5-3] Đạo hàm của hàm số $y = (1-2x^3)^{10}$ là

A. $10x^2(1-2x^3)^9$. B. $-60x^3(1-2x^3)^9$.
C. $-6x^2(1-2x^3)^9$. D. $-60x^2(1-2x^3)^9$.

Câu 9. [1D5-3] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 2x + 3$ là

A. $y = 2x - 7$. B. $y = -2x + 7$. C. $y = 3x + 5$. D. $y = 2x + 5$.

Câu 10. [1D5-4] Cho hàm số $y = x^2 + 1$. Hai điểm $A(0,5;1,25)$ và $B(0,5+\Delta x;1,25+\Delta y)$ thuộc đồ thị hàm số. Hệ số góc của cát tuyến AB với $\Delta x = 1,5$ là

A. 2. B. 2,5. C. 3,5. D. 5.

Câu 11. [1D5-3] Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 5x - 17$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ thì $x_1 + x_2$ có giá trị bằng

A. 5. B. 8. C. -5. D. -8.

Câu 12. [1D5-3] Cho $y = x + \sqrt{x^2 - 2}$ ta có $\frac{y}{y'}$ bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{x^2-2}}$. B. 1.
C. $\frac{1}{x + \sqrt{x^2-2}}$. D. $\sqrt{x^2-2}$.

Câu 13. [1D5-3] Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $f(x) = \frac{5}{x-2}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 3$ có hệ số góc là

A. -5. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 14. [1D5-3] Cho $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x + x$ khi đó $f'(x)$ bằng

A. $1 - \sin x \cdot \cos x$. B. $1 - 2 \sin 2x$.
C. $1 + 2 \sin 2x$. D. $-1 - 2 \sin 2x$.

II. TỰ LUẬN (3 điểm)

Câu 15. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

1) [1D5-1] $y = 2x^5 - \frac{4}{3}x^3 - x^2$.

2) [1D5-2] $y = x \sin 2x + \sqrt{x^2+3}$

Câu 16. [1D5-3] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) . Biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng d có phương trình: $y = \frac{1}{3}x + 5$.

ĐỀ SỐ 3 – THPT Vĩnh Lộc, Huế**I - Phần trắc nghiệm.****Câu 1.** [1D5-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = \cot 2x$.

- A. $y' = \frac{2}{\sin^2 x}$. B. $y' = -\frac{2}{\sin^2 x}$. C. $y' = \frac{-2}{\sin^2 2x}$. D. $y' = \frac{2}{\sin^2 2x}$.

Câu 2. [1D5-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = 2 \sin 2x - 3 \cot 2x$.

- A. $y' = 4 \cos 2x - \frac{3}{\sin^2 2x}$. B. $y' = 4 \cos 2x + \frac{6}{\sin^2 2x}$.
C. $y' = 4 \cos 2x - \frac{6}{\sin^2 2x}$. D. $y' = 4 \cos 2x + \frac{2}{\sin^2 2x}$.

Câu 3. [1D5-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\tan 4x - 4x}$.

- A. $y' = \frac{2 \tan 4x}{\sqrt{\tan 4x - 4x}}$. B. $y' = \frac{2 \tan^2 4x}{\sqrt{\tan 4x - 4x}}$. C. $y' = \frac{\tan^2 4x}{\sqrt{\tan 4x - 4x}}$. D. $y' = \frac{2|\tan 4x|}{\sqrt{\tan 4x - 4x}}$.

Câu 4. [1D5-2] Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = -x^2 + 5$ tại điểm M có tung độ $y_0 = -1$ và hoành độ $x_0 < 0$.

- A. $y = 2\sqrt{6}(x + \sqrt{6}) + 1$. B. $y = 2\sqrt{6}(x + \sqrt{6}) - 1$.
C. $y = -2\sqrt{6}(x + \sqrt{6}) - 1$. D. $y = 2\sqrt{6}(x - \sqrt{6}) + 1$.

Câu 5. [1D5-3] Cho hàm số $y = x \cos x$. Biết rằng $xy' = y(k - x \tan x)$ với mọi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.Tìm giá trị của k .

- A. $k = 2$. B. $k = 0$. C. $k = -1$. D. $k = 1$.

Câu 6. [1D5-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = \cos 2x$.

- A. $y' = -\sin 2x$. B. $y' = 2 \sin 2x$. C. $y' = \sin 2x$. D. $y' = -2 \sin 2x$.

Câu 7. [1D5-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = (5 - 7x)^4$.

- A. $y' = 20(5 - 7x)^3$. B. $y' = 4(5 - 7x)^3$. C. $y' = 28(7x - 5)^3$. D. $y' = 28(5 - 7x)^3$.

Câu 8. [1D5-3] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + mx - 3$. Tìm m để $f'(x)$ bằng bình phương của một nhị thức bậc nhất.

- A. $m = \frac{4}{3}$. B. $m = \frac{4}{9}$.
C. $m = 4$. D. Không có giá trị nào.

Câu 9. [1D5-1] Tại mọi x dương. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$.

- A. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$. B. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. C. $(\sqrt{x})' = \sqrt{x}$. D. $(\sqrt{x})' = 2\sqrt{x}$.

Câu 10. [1D5-1] Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M_0(x_0; f(x_0))$.

- A. $y - y_0 = f'(x_0)x$, trong đó $y_0 = f(x_0)$. B. $y + x_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.
C. $y = f'(x_0)(x - x_0)$. D. $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$, trong đó $y_0 = f(x_0)$.

Câu 11. [1D5-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = -2x^4 + 3x^3 - x + 2$.

A. $y' = -8x^3 + 9x^2 - 1$.

B. $y' = -16x^3 + 9x - 1$.

C. $y' = -8x^3 + 27x^2 - 1$.

D. $y' = -8x^3 + 9x - 1$.

Câu 12. [1D5-2] Cho hàm số $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$. Tính $y'\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$.

B. $y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$.

C. $y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2$.

D. $y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -2$.

Câu 13. [1D5-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = \tan 4x$.

A. $y' = 1 + \tan^2 4x$.

B. $y' = -\frac{4}{\cos^2 4x}$.

C. $y' = \frac{1}{\cos^2 4x}$.

D. $y' = 4(1 + \tan^2 4x)$.

Câu 14. [1D5-2] Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^2 + 5$ tại điểm M có hoành độ $x_0 = -1$.

A. $y = 2(x - 1) + 6$.

B. $y = -2(x + 1) - 6$.

C. $y = -2(x + 1) + 6$.

D. $y = -2(x - 1) + 6$.

Câu 15. [1D5-1] Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề dưới đây.

A. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 khi và chỉ khi hàm số này liên tục tại điểm đó.

B. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

C. Nếu hàm số $y = f(x)$ không liên tục tại x_0 thì nó vẫn có thể có đạo hàm tại điểm đó.

D. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 thì có đạo hàm tại điểm đó.

Câu 16. [1D5-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$.

A. $y' = \frac{-1}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{x^3}$.

B. $y' = \frac{1}{2x\sqrt{x}} + \frac{2}{x^3}$.

C. $y' = \frac{-1}{2x\sqrt{x}} + \frac{2}{x^3}$.

D. $y' = \frac{-1}{2\sqrt{x}} + \frac{2}{x^3}$.

Câu 17. [1D5-1] Tại mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}, n > 1$).

A. $(x^n)' = n.x^{n-1}$.

B. $(x^n)' = x^{n-1}$.

C. $(x^n)' = n.x^{1-n}$.

D. $(x^n)' = n.x$.

Câu 18. [1D5-1] Cho hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$. Tính đạo hàm của hàm $y = \sin u$.

A. $y' = u' \cos u$.

B. $y' = u \cos u$.

C. $y' = -u' \cos u$.

D. $y' = -u \cos u$.

Câu 19. [1D5-2] Tính số gia Δy của hàm số $f(x) = x$ tại $x_0 = 1$, với giả thiết Δx là số gia của đối số tại x_0 .

A. $\Delta y = 1 + \Delta x - x$.

B. $\Delta y = 1 + \Delta x$.

C. $\Delta y = x + \Delta x$.

D. $\Delta y = \Delta x$.

Câu 20. [1D5-3] Cho hàm số $y = 4x^3 - 3x$ có đồ thị (C) . Tìm m để đường thẳng $(d): y = mx - 1$ tiếp xúc với (C) .

A. $m = 0$.

B. $m = -6$.

C. $m = 2$.

D. $m = -3$.

II - Phần tự luận

Bài 1: [1D5-2] Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số $y = f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$.

Bài 2: [1D5-3] Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x - 2}{\sqrt{1 - x}}$, ($x < 1$).

ĐỀ SỐ 4 – THPT Nho Quan A, Ninh Bình**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM**

- Câu 1.** [1D5-2] Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $f(x) = \frac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ có hệ số góc là
A. -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 2.** [1D5-2] Một vật rơi tự do theo phương trình $s = \frac{1}{2}gt^2$ (m), với $g = 9,8$ (m/s²). Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 5$ (s) là
A. 122,5 (m/s). **B.** 29,5 (m/s). **C.** 10 (m/s). **D.** 49 (m/s).
- Câu 3.** [1D5-2] Hàm số nào sau đây có đạo hàm là $\frac{x^2 - 2x - 15}{(x-1)^2}$:
A. $y = \frac{x^2 + 4x + 9}{x-1}$. **B.** $y = \frac{x^2 + 6x + 5}{x-1}$. **C.** $y = \frac{x^2 + 6x + 9}{x-1}$. **D.** $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{x-1}$.
- Câu 4.** [1D5-2] Cho $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) \leq 0$ là
A. $[-2; 2]$. **B.** $\emptyset$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.
- Câu 5.** [1D5-2] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = 8x + 2$.
A. $y = 8x + \frac{2}{3}$, $y = 8x$. **B.** $y = 8x + \frac{1}{3}$, $y = 8x - \frac{7}{3}$.
C. $y = 8x + \frac{11}{3}$, $y = 8x - \frac{97}{3}$. **D.** $y = -\frac{1}{8}x + \frac{11}{3}$, $y = -\frac{1}{8}x - \frac{97}{3}$.
- Câu 6.** [1D5-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+6}{x+9}$.
A. $\frac{3}{(x+9)^2}$. **B.** $\frac{15}{(x+9)^2}$. **C.** $-\frac{15}{(x+9)^2}$. **D.** $-\frac{3}{(x+9)^2}$.
- Câu 7.** [1D5-2] Cho $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x + x$. Khi đó $f'(x)$ bằng
A. $1 - 2\sin 2x$. **B.** $1 - \sin x \cdot \cos x$. **C.** $1 + 2\sin 2x$. **D.** $-1 - 2\sin 2x$.
- Câu 8.** [1D5-2] Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\sin 3x}$ là biểu thức nào sau đây?
A. $\frac{\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$. **B.** $\frac{3\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$. **C.** $-\frac{\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$. **D.** $-\frac{3\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$.
- Câu 9.** [1D5-2] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^4$ tại điểm có hoành độ bằng -1 là
A. $y = -4x - 3$. **B.** $y = -4x - 4$. **C.** $y = -4x - 5$. **D.** $y = -4x + 5$.
- Câu 10.** [1D5-2] Cho $y = x + \sqrt{x^2 + 1}$. Ta có $\frac{y}{y'}$ bằng
A. $\frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{x^2 + 1}$.

Câu 11. [1D5-2] Cho hàm số $y = \left(\frac{4x+1}{\sqrt{x^2+2}} \right)^2$. Chọn ra câu trả lời đúng:

A. $y' = 2 \left(\frac{4x+1}{\sqrt{x^2+2}} \right) \frac{8+x}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}}$.

B. $y' = 2 \left(\frac{4x+1}{\sqrt{x^2+2}} \right) \frac{8-x}{x^2+2}$.

C. $y' = 2 \left(\frac{4x+1}{\sqrt{x^2+2}} \right) \frac{8-x}{\sqrt{x^2+2}}$.

D. $y' = 2 \left(\frac{4x+1}{\sqrt{x^2+2}} \right) \frac{8-x}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}}$.

Câu 12. [1D5-2] Số gia Δy của hàm số $y = x^2 + 2x$ tại điểm $x_0 = 1$ là

A. $\Delta^2 x + 4\Delta x$.

B. $\Delta^2 x - 2\Delta x$.

C. $\Delta^2 x - 4\Delta x$.

D. $\Delta^2 x + 2\Delta x - 3$.

Câu 13. [1D5-2] Đạo hàm của hàm số $y = \tan x$:

A. $-\frac{1}{\sin^2 x}$.

B. $\frac{1}{\cos^2 x}$.

C. $\frac{1}{\sin^2 x}$.

D. $-\frac{1}{\cos^2 x}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) **[1D5-1]** $y = 2x^5 - \frac{4}{3}x^3 - x^2$.

b) **[1D5-1]** $y = x \sin 2x + \sqrt{x^2 + 3}$.

Bài 2. [1D5-2] Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng (d): $y = -x + 2017$.

ĐỀ SỐ 5 – THPT Nguyễn Trung Trực, Bình Định

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [1D5-2] Cho hàm số $f(x) = x^4 + 2x^2 - 3$. Tập các giá trị của x để $f'(x) > 0$ là

A. $\{0\}$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Câu 2. [1D5-2] Cho hàm số $y = \cos 2x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $dy = \sin 2x dx$.

B. $dy = 2 \sin 2x dx$.

C. $dy = -2 \sin 2x dx$.

D. $dy = -\sin 2x dx$.

Câu 3. [1D5-2] Đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 x$ tại $x_0 = \frac{\pi}{2}$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 4. [1D5-2] Đạo hàm cấp 2 của hàm số $y = \cos x$ tại $x_0 = 0$ bằng

A. 1.

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. 0.

D. -1.

Câu 5. [1D5-2] Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại $x_0 = 2$ bằng

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 3.

D. 1.

Câu 6. [1D5-2] Với mọi x để các hàm số dưới đây xác định, mệnh đề nào sai?

A. $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$.

B. $(\sin x)' = \cos x$.

C. $(\cos x)' = \sin x$.

D. $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

- Câu 7.** [1D5-2] Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{1+x}$ tại $x_0 = 3$ bằng
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 8.** [1D5-2] Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x+1}$. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(0;1)$ bằng
- A. 2. B. 1. C. 0. D. -1.
- Câu 9.** [1D5-2] Đạo hàm của hàm số $y = x \cos x$ là
- A. $-\sin x$. B. $\cos x - x \sin x$. C. $\cos x + x \sin x$. D. $x \sin x$.
- Câu 10.** [1D5-2] Đạo hàm của hàm số $y = x^3 + 2x$ tại $x_0 = -1$ bằng
- A. 0. B. -1. C. 5. D. -3.
- Câu 11.** [1D5-2] Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x-1}{3x+2}$ là
- A. $y' = \frac{-5}{(3x+2)^2}$. B. $y' = \frac{7}{(3x+2)^2}$. C. $y' = \frac{5}{(3x+2)^2}$. D. $y' = \frac{-7}{(3x+2)^2}$.
- Câu 12.** [1D5-3] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - 2$ tại điểm $A(1;-1)$ là
- A. $y = 2x - 3$. B. $y = 2x - 1$. C. $y = 3 - 2x$. D. $y = 2x + 3$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

- Câu 13.** [1D5-3] Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 3$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$.
- Câu 14.** [1D5-3] Cho hai hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x - 5$ và $g(x) = 3x^2 - 3x + 4$. Giải bất phương trình $f'(x) < g'(x)$.

ĐỀ SỐ 6 – THPT Nguyễn Khuyến, Bình Phước

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** [1D5-1] Cho hàm số: $y = \frac{4x}{x+1}$. Khi đó số gia Δy của hàm số tại $x_0 = 3$ là:
- A. $\frac{\Delta x}{4 + \Delta x}$. B. $\frac{2\Delta x}{4 + \Delta x}$. C. $\frac{-2\Delta x}{4 + \Delta x}$. D. 1.
- Câu 2.** [1D5-3] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 2b, & x > 1 \\ ax^3 - 2bx, & x \leq 1 \end{cases}$. Giá trị của a, b để $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 1$
- A. $a = -\frac{1}{2}; b = 1$. B. $a = \frac{1}{3}; b = 1$. C. $a = \frac{1}{2}; b = 0$. D. Không có.
- Câu 3.** [1D5-2] Một đoàn tàu hỏa rời ga, chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $0,1 m/s^2$ (bỏ qua sức cản của không khí). Vận tốc tức thời tại thời điểm tàu đã đi được đúng $500m$ là:
- A. $10(m/s)$. B. $15(m/s)$. C. $12(m/s)$. D. $20(m/s)$.

Câu 4. [1D5-1] Hàm số có đạo hàm bằng $2x + \frac{1}{x^2}$ là:

- A. $\frac{x^3-1}{x}$. B. $\frac{x^3+5x-1}{x}$. C. $\frac{3(x^2+x)}{x^3}$. D. $\frac{2x^2+x-1}{x}$.

Câu 5. [1D5-3] Cho hàm số $y = \tan x$. Hãy tìm mệnh đề đúng:

- A. $y'^2 - y + 1 = 0$. B. $y' - y^2 + 1 = 0$. C. $y' - y^2 - 1 = 0$. D. $y'^2 - y - 1 = 0$.

Câu 6. [1D5-1] Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$. Đạo hàm của hàm số y' bằng:

- A. $\frac{x-4}{\sqrt{x^2-4x+5}}$. B. $\frac{1}{2\sqrt{x^2-4x+5}}$. C. $\frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+5}}$. D. $\frac{2x-4}{\sqrt{x^2-4x+5}}$.

Câu 7. [1D5-1] Cho hàm số $y = (2x+3)^{10}$. Đạo hàm của hàm số y' bằng:

- A. $30(2x+3)^9$. B. $10(2x+3)^{10}$. C. $10(2x+3)^9$. D. $20(2x+3)^9$.

Câu 8. [1D5-2] Cho hàm số $y = \cos^3 2x$. Đạo hàm của hàm số y' bằng:

- A. $-3\cos^2 2x \cdot \sin 2x$. B. $3\cos^2 2x \cdot \sin 2x$. C. $6\cos^2 2x \cdot \sin 2x$. D. $-6\cos^2 2x \cdot \sin 2x$.

Câu 9. [1D5-1] Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có hệ số góc $k = -9$, là:

- A. $y + 16 = -9(x + 3)$. B. $y - 16 = -9(x - 3)$. C. $y - 16 = -9(x + 3)$. D. $y = -9(x + 3)$.

Câu 10. [1D5-1] Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ tại điểm $A(1; 2)$ bằng:

- A. -2 . B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. -1 .

Câu 11. [1D5-4] Tọa độ điểm M trên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ sao cho tiếp tuyến tại đó cùng với các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2 là:

- A. $\left(\frac{1}{4}; -\frac{4}{3}\right)$. B. $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{4}{5}\right)$. C. $\left(\frac{3}{4}; -4\right)$. D. $\left(-\frac{3}{4}; -\frac{4}{7}\right)$.

Câu 12. [1D5-3] Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 - 15x + 2$. Giải bất phương trình $y' < 0$ ta có nghiệm:

- A. $1 < x < 5$. B. $-5 < x < -1$. C. $-5 < x < 1$. D. $-1 < x < 5$.

Câu 13. [1D5-3] Cho hàm số $y = \sin x + \cos x$. Tập nghiệm của phương trình $y' = 0$ là:

- A. $\left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. C. $\left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $\left\{-\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 14. [1D5-3] Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$. Nếu tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M song song với đường thẳng: $-8x + y - 2017 = 0$. Thì hoành độ x_0 của điểm M là

- A. $x_0 = -1$. B. $x_0 = 5$. C. $x_0 = 12$. D. $x_0 = 6$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 15. [1D5-2] Tính đạo hàm các hàm số sau:

- a. $y = \frac{x^4}{2} - \frac{3}{x^3} - \sqrt{2x} + 2017$. b. $y = (2 - x^2)\cos 3x + 3x \cdot \sin 3x$.

Câu 16. [1D5-2] Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{2x}{x+1}$ tại điểm có tung độ bằng 4.

Câu 17. [1D5-3] Cho hai hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 - 3x - 2}$ và $g(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2$. Hãy giải bất phương trình: $\frac{f(x)}{g'(x)} \geq 0$.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	B	B	A	B	D	A	A	A	A	B	A	A	A	C	B	D	A	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	C	C	B	D	B	A	B	A	A	B	D	D	D	A	B	A	A	D	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
C	A	B	B	A	A	C	B	C	C	B	C	B	A	B	A	C	C	B	A
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
D	A	B	A	C	B	B	D	A	D	B	C	C	B	D	C	D	A	D	C
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
C	A	D	D	D	A	B	A	A	C	A	B	B	B	C	D	C	D	D	A
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
D	C	A	B	C	B	A	8	D	D	A	B	B	D	C	A	C	C	D	A
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
B	D	A	B	A	C	D	D	A	A	C	D	A	A	C	C	C	B	B	A
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
D	A	C	C	C	B	B	D	D	A	D	B	D	B	A	D	C	B	C	A
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
C	B	D	D	B	A	B	D	D	A	B	C	C	A	C	D	B	A	D	B
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
D	A	B	C	C	A	A	A	C	D	A	A	D	A	B	C	B	A	A	B
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
C	B	D	C	B	A	A	D	B	A	B	D	C	D	A	A	A			

- [1] Trần Văn Hạo – *Đại số và Giải tích 11* - Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam
- [2] Trần Văn Hạo – *Bài tập Đại số và Giải tích 11* - Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam
- [3] Trần Văn Hạo – *Hình học 11* - Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam
- [4] Trần Văn Hạo – *Bài tập Hình học 11* - Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam
- [5] Trần Văn Hạo – *Bài tập Đại số và Giải tích 11* - Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam
- [6] Lê Hồng Đức – *Bài giảng trọng tâm TOÁN 11* - Nhà xuất bản ĐHQGHN
- [7] Lê Hoàng Phò – *Phương pháp giải CÁC CHỦ ĐỀ CĂN BẢN ĐẠI SỐ 11* - NXB ĐHQGHN
- [8] Lê Hoàng Phò – *Phương pháp giải CÁC CHỦ ĐỀ CĂN BẢN HÌNH HỌC 11* - NXB ĐHQGHN
- [9] Nguyễn Duy Hiếu – *Kỹ thuật giải nhanh bài toán hay & khó Giải tích 11* - NXB ĐHQGHN
- [10] Nguyễn Duy Hiếu – *Kỹ thuật giải nhanh bài toán hay & khó Hình học 11* - NXB ĐHQGHN
- [11] Lương Mậu Dũng – *Bài tập tự luận và câu hỏi trắc nghiệm Đại số và Giải tích 11* – NXB GD Việt Nam
- [12] Phạm Đức Quang – *Bài Tập Toán 11 – Phần Trắc Nghiệm Khách Quan*
- [13] <http://mathvn.com>
- [14] <http://www.vnmith.com/>
- [15] <http://k2pi.net.vn/>
- [16] <http://forum.mathscope.org/index.php>
- [17] Và một số tài liệu trên Internet mà không rõ tác giả.

MỤC LỤC

ĐẠO HÀM

Vấn đề 1. ĐẠO HÀM VÀ Ý NGHĨA CỦA ĐẠO HÀM	1
<i>Dạng 1. Tìm số gia của hàm số</i>	<i>3</i>
<i>Dạng 2. Tính đạo hàm bằng định nghĩa</i>	<i>4</i>
<i>Dạng 3. Quan hệ giữa liên tục và đạo hàm.....</i>	<i>6</i>
<i>Dạng 4. Ý nghĩa hình học của đạo hàm: Bài toán tiếp tuyến.....</i>	<i>7</i>
<i>Dạng 5. Ý nghĩa Vật lí của đạo hàm cấp 1.....</i>	<i>11</i>
Vấn đề 2. CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM	12
<i>Dạng 1. Tìm đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương của các hàm số Đạo hàm của hàm số hợp.....</i>	<i>12</i>
<i>Dạng 2. Tìm đạo hàm của các hàm số lượng giác.....</i>	<i>14</i>
<i>Dạng 3. Phương trình, bất phương trình chứa đạo hàm</i>	<i>17</i>
<i>Dạng 4. Sử dụng đạo hàm chứng minh đẳng thức, bất đẳng thức</i>	<i>19</i>
Vấn đề 3. VI PHÂN – ĐẠO HÀM CẤP CAO	21
<i>Dạng 1. Tìm vi phân của hàm số.....</i>	<i>22</i>
<i>Dạng 2. Tính gần đúng giá trị của hàm số.....</i>	<i>23</i>
<i>Dạng 3. Tính đạo hàm cấp cao của hàm số.....</i>	<i>24</i>
<i>Dạng 4. Ý nghĩa của đạo hàm cấp hai.....</i>	<i>25</i>
<i>Dạng 5. Tìm công thức đạo hàm cấp n</i>	<i>26</i>
<i>Dạng 6. Chứng minh đẳng thức có chứa đạo hàm</i>	<i>27</i>
Vấn đề 4. SỬ DỤNG ĐẠO HÀM TRONG CÁC BÀI TOÁN CÓ CHỨA C_n^k	28
Vấn đề 5. DÙNG ĐỊNH NGHĨA ĐẠO HÀM ĐỂ TÌM GIỚI HẠN	30
BÀI TẬP CƠ BẢN NÂNG CAO CHỦ ĐỀ 5.....	32
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CHỦ ĐỀ 5	41
BÀI 1. ĐỊNH NGHĨA VÀ Ý NGHĨA CỦA ĐẠO HÀM	41
BÀI 2. QUI TẮC TÍNH ĐẠO HÀM	46
BÀI 3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC	50
BÀI 4. VI PHÂN	54
BÀI 5. ĐẠO HÀM CẤP CAO	57
CÁC ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG 4	62
<i>ĐỀ SỐ 1 – THPT Chương Mỹ B, Hà Nội.....</i>	<i>62</i>
<i>ĐỀ SỐ 2 – THPT Hoàng Văn Thụ , Hòa Bình.....</i>	<i>64</i>
<i>ĐỀ SỐ 3 – THPT Vĩnh Lộc, Huế</i>	<i>66</i>
<i>ĐỀ SỐ 4 – THPT Nho Quan A, Ninh Bình.....</i>	<i>68</i>
<i>ĐỀ SỐ 5 – THPT Nguyễn Trung Trực, Bình Định</i>	<i>69</i>
<i>ĐỀ SỐ 6 – THPT Nguyễn Khuyến, Bình Phước.....</i>	<i>70</i>
BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM.....	72
MỤC LỤC	74

Gv: TRẦN QUỐC NGHĨA - 098 373 4349

Chuyên: TOÁN

- LỚP 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
- LUYỆN THI LỚP 10
- LUYỆN THI THPT QUỐC GIA

TRỌN BỘ TÀI LIỆU HỌC TẬP

Môn: TOÁN - Lớp: 11 và THPTQG

Năm học 2018-2019

- 1. Tài liệu TOÁN 11 theo chủ đề (8 chủ đề)**
- 2. Bài tập trắc nghiệm TOÁN 11 HK 1**
- 3. Bài tập trắc nghiệm TOÁN 11 HK 2**
- 4. 1234 câu TN Toán 10-Ôn thi THPTQG**
- 5. 1500 câu TN Toán 11-Ôn thi THPTQG**

Năm học 2018 - 2019

Lưu hành nội bộ