

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x^4$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x-2)e^x$ trên đoạn $[0; 2]$

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân: $I = \int_1^2 (x + \ln x) x dx$.

Câu 4 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\log_2(x^2 + x) = \log_5(3 - x) \cdot \log_2 5$

b) Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x^2 + 2\sqrt[3]{x} - 5}{x - 1} \right)$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba đường thẳng

$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{1}; d_2: \frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{-8} = \frac{z+1}{-2}$ và $d_3: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -5 - t \\ z = -3 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Xét vị trí tương đối của

d_1 và d_2 . Viết phương trình đường thẳng cắt trục oy và cắt cả ba đường thẳng $d_1; d_2$ và d_3 .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Cho tam giác ABC có $\sin A, \sin B, \sin C$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân và $C - A = 60^\circ$. Tính $\cos 2B$

b) Gọi E là tập hợp các số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau từng đôi một được chọn từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên ba số từ tập hợp E. Tính xác suất để trong ba số được chọn có đúng một số có mặt chữ số 4.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABC, có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB = AC = a$, trên cạnh BC lấy điểm H sao cho $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$, SH vuông góc với mp(ABC), góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích hình chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $B\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. Đường tròn tâm J

nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với BC, AC, AB lần lượt tại M, N, P. Cho biết $M(3; 3)$ và đường thẳng đi qua hai điểm N, P có phương trình $y - 1 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A biết rằng A có tung độ âm.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+1}{y+3}} + \sqrt{\frac{y+2}{x+4}} = 3 \\ 10x + 15y + 3xy + 46 = 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

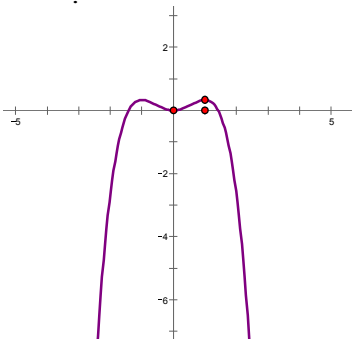
Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 17(a + b + c) - 2ab$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = a + b + c + 243 \left(\frac{3}{\sqrt{2a+67}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+c}} \right)$$

.....Hết.....

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016 (LẦN 1)

Môn: TOÁN

Câu	Nội dung	Điểm																		
Câu 1 1,0 điểm	a) (1điểm) $D = \mathbb{R}$	0,25																		
	b) Chiều biến thiên $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ $y' = \frac{4}{3}x - \frac{4}{3}x^3 = \frac{4}{3}x(1 - x^2)$ $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 1; x = -1$ hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$; hàm số nghịch biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$ hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0; y_{CT} = 0$; hàm số đạt cực đại tại điểm $x = \pm 1; y_{CD} = \frac{1}{3}$	0,25																		
	BBT	0,25																		
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	+	0	-	0	-	y	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$														
y'	+	0	-	0	-															
y	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\infty$															
Đồ thị 	0,25																			
Câu 2 1,0 điểm	Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[0; 2]$ và $f'(x) = (x - 1)e^x$	0,25																		
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn)	0,25																		
	$f(0) = -2; f(1) = -e; f(2) = 0$	0,25																		
	Vậy Giá trị lớn nhất của hàm số là 0 khi $x = 2$ Giá trị nhỏ nhất của hàm số là -e khi $x = 1$	0,25																		
Câu 3 1,0 điểm	Ta có $I = \int_1^2 (x + \ln x) x dx = \int_1^2 x^2 dx + \int_1^2 x \ln x dx$																			
	$* \int_1^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _1^2 = \frac{7}{3}$	0,25																		
	$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$	0,25																		
	$\int_1^2 x \ln x dx = \left(\frac{x^2}{2} \ln x \right) \Big _1^2 - \frac{1}{2} \int_1^2 x dx = \left(\frac{x^2}{2} \ln x \right) \Big _1^2 - \left(\frac{x^2}{4} \right) \Big _1^2 = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$	0,25																		

	Vậy: $I = \int_1^2 x^2 dx + \int_1^2 x \ln x dx = \frac{7}{3} + 2 \ln 2 - \frac{3}{4} = 2 \ln 2 + \frac{19}{12}$	0,25
Câu 4 a) 0,5 đ	Điều kiện $x \in (-\infty, -1) \cup (0; 3)$ $\log_2(x^2 + x) = \log_5(3 - x) \cdot \log_2 5 \Leftrightarrow \log_2(x^2 + x) = \log_2(3 - x)$ $x^2 + x = 3 - x \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (tm) \\ x = -3 & (tm) \end{cases}$ Kết hợp điều kiện phương trình đã cho có nghiệm $x = 1, x = -3$	0,25 0,25
b) 0,5 đ	$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x^2 + 2\sqrt[3]{x} - 5}{x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x^2 - 3 + 2\sqrt[3]{x} - 2}{x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3(x^2 - 1)}{x - 1} \right) + \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2(\sqrt[3]{x} - 1)}{x - 1} \right) \dots$ $= \lim_{x \rightarrow 1} 3(x + 1) + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{x} + 1} = 6 + \frac{2}{3} = \frac{20}{3}$	0,25 0,25
Câu 5 1,0 điểm	* d_1 : đi qua đi qua điểm $M_1(1; 1; 1)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 4; 1)$ d_2 : đi qua đi qua điểm $M_2(2; -1; -1)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-2; -8; -2)$ $\overrightarrow{M_1M_2} = (1; -2; -2)$ $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0}$; $[\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}] = (-6; 3; -6) \neq \vec{0} \Rightarrow d_1 // d_2$	0,25 0,25
	* $mp(\alpha)$ chứa $d_1 // d_2$ nên pt $mp(\alpha)$ đi qua điểm $M_1(1; 1; 1)$ và nhận $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}] = (-6; 3; -6)$ làm véc tơ pháp tuyến. $\Rightarrow pt mp(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$ $oy \cap mp(\alpha) = A(0; -3; 0)$ $d_3 \cap mp(\alpha) = B$ $\Rightarrow B(x; y; z)$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -5 - t \\ z = -3 + 2t \\ 2x - y + 2z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \\ z = -3 \\ t = 0 \end{cases} \Rightarrow B(2; -5; -3)$ $\overrightarrow{AB} = (2; -2; -3)$ Vì $\overrightarrow{AB} = (2; -2; -3)$ và $\vec{u}_1 = (1; 4; 1)$ không cùng phương nên đường thẳng cần tìm đi qua hai điểm A và B. Suy ra ptđt: $\frac{x}{2} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z}{-3}$	0,25 0,25
Câu 6 a) 0,5 đ	$\sin A, \sin B, \sin C$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên ta có : $\sin^2 B = \sin C \cdot \sin A \Leftrightarrow \sin^2 B = \frac{1}{2} [\cos(C - A) - \cos(C + A)]$ $\Leftrightarrow 1 - \cos^2 B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \cos B \right) \Leftrightarrow 4 \cos^2 B + 2 \cos B - 3 = 0$ $\Leftrightarrow \cos B = \frac{-1 + \sqrt{13}}{4}$ (nhận) hoặc $\cos B = \frac{-1 - \sqrt{13}}{4}$ (loại) $\cos 2B = 2 \cos^2 B - 1 = \frac{3 - \sqrt{13}}{4}$	0,25 0,25
b) 0,5 đ	Số phần tử của tập hợp E là $5A_5^2 = 100$ Số các số thuộc E không có chữ số 4 là: $4A_4^2 = 48$	

	Số các số thuộc E có chữ số 4 là : $100 - 48 = 52$ Số cách chọn 3 số khác nhau thuộc tập E là $C_{100}^3 = 161700$ Số cách chọn 3 số khác nhau thuộc tập E trong đó có đúng một số có mặt chữ số 4 là : $C_{52}^1 \cdot C_{48}^2 = 58656$. Xác suất cần tìm là : $\frac{C_{52}^1 \cdot C_{48}^2}{C_{100}^3} = \frac{4888}{13475}$	0,25 0,25
Câu 7 1,0 điểm	$BC = a\sqrt{2}; BH = \frac{1}{4}BC = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ I là trung điểm BC, suy ra $AI \perp BC; AI = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}; HI = BH = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ $AH = \sqrt{AI^2 + IH^2} = \sqrt{\frac{2a^2}{4} + \frac{2a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$ $SH = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{10}}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{30}}{4} \dots\dots\dots$ $S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{a^2}{2} \quad V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{30}}{4} = \frac{a^3\sqrt{30}}{24} \dots\dots\dots$ Từ B, kẻ đường thẳng song song với AC, Từ C, kẻ đường thẳng song song với AB, hai đường thẳng này cắt nhau tại D. Từ H, kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB và DC lần lượt tại K và J Ta có $SC \subset mp(SDC); AB \parallel mp(SDC)$ Nên $d(AB, SC) = d(AB, (SDC)) = d(K, (SDC)) = \frac{4}{3} \cdot d(H, (SDC))$ vì $KJ = \frac{4}{3}HJ$ Từ H kẻ $HL \perp SJ$, ta chứng minh được $HL \perp mp(SDC) \Rightarrow d(H, (SDC)) = HL \dots\dots\dots$ $HJ = \frac{3}{4}BD = \frac{3a}{4}; SJ = \sqrt{SH^2 + HJ^2} = \sqrt{\frac{30a^2}{16} + \frac{9a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{39}}{4}$ $HL = \frac{SH \cdot HJ}{SJ} = \frac{3a\sqrt{130}}{52}$ $d(AB, SC) = \frac{4}{3} \cdot d(H, (SDC)) = \frac{4}{3} \cdot HL = \frac{a\sqrt{130}}{13} \dots\dots\dots$	0,25 0,25 0,25 0,25

Câu 8 1,0 điểm	P thuộc đường thẳng NP nên $P(a; 1)$ $BP = BM = \sqrt{\left(3 - \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{5}{2}$ $BP = \sqrt{\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + (1 - 3)^2} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -1 \end{cases} \dots\dots\dots$ Với $a = 2 \Rightarrow P(2; 1)$ Ptđt AB đi qua $P(2; 1)$ và nhận $\overrightarrow{BP} = \left(\frac{3}{2}; -2\right)$ làm vtcp. Suy ra pt AB: $4x + 3y - 11 = 0$ Ptđt PJ đi qua $P(2; 1)$ và nhận $\overrightarrow{BP} = \left(\frac{3}{2}; -2\right)$ làm vtpt. Suy ra pt PJ: $3x - 4y - 2 = 0$ Ptđt MJ đi qua $M(3; 3)$ và nhận $\overrightarrow{BM} = \left(\frac{5}{2}; 0\right)$ làm vtpt. Suy ra pt MJ: $x - 3 = 0$ $PJ \cap MJ = \{J\} \Rightarrow J(x; y)$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x - 4y - 2 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow J\left(3; \frac{7}{4}\right)$ Ptđt AJ đi qua $J\left(3; \frac{7}{4}\right)$ và vuông góc với PN: $y - 1 = 0$. Suy ra pt AJ: $x - 3 = 0$ $AJ \cap AB = \{A\} \Rightarrow A(x; y)$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x - 3 = 0 \\ 4x + 3y - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow A\left(3; -\frac{1}{3}\right)$	0,25 0,25
	.. Với $a = -1 \Rightarrow P(-1; 1)$ Ptđt AB đi qua $P(-1; 1)$ và nhận $\overrightarrow{BP} = \left(-\frac{3}{2}; -2\right)$ làm vtcp. Suy ra pt AB: $4x - 3y + 7 = 0$ Ptđt PJ đi qua $P(-1; 1)$ và nhận $\overrightarrow{BP} = \left(-\frac{3}{2}; -2\right)$ làm vtpt. Suy ra pt PJ: $3x + 4y - 1 = 0$ Ptđt MJ đi qua $M(3; 3)$ và nhận $\overrightarrow{BM} = \left(\frac{5}{2}; 0\right)$ làm vtpt. Suy ra pt MJ: $x - 3 = 0$ $PJ \cap MJ = \{J\} \Rightarrow J(x; y)$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x + 4y - 1 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow J(3; -2)$ Ptđt AJ đi qua $J(3; -2)$ và vuông góc với PN: $y - 1 = 0$. Suy ra pt AJ: $x - 3 = 0$ $AJ \cap AB = \{A\} \Rightarrow A(x; y)$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x - 3 = 0 \\ 4x - 3y + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{19}{3} \end{cases} \Rightarrow A\left(3; \frac{19}{3}\right) \dots\dots$ Vì điểm A có tung độ âm. Vậy $A\left(3; -\frac{1}{3}\right) \dots\dots\dots$	0,25 0,25

Câu 9 1,0 điểm	$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+1}{y+3}} + \sqrt{\frac{y+2}{x+4}} = 3 & (1) \\ 10x + 15y + 3xy + 46 = 0 & (2) \end{cases}$ Đ/K $x \neq -4; y \neq -3; \frac{x+1}{y+3} \geq 0; \frac{y+2}{x+4} \geq 0$ Từ phương trình $(2) \Leftrightarrow xy + 2x + y + 2 = 4(xy + 3x + 4y + 12) \Leftrightarrow (x+1)(y+2) = 4(x+4)(y+3)$ $\Leftrightarrow \frac{x+1}{y+3} \cdot \frac{y+2}{x+4} = 4$ Ta được: $\begin{cases} \sqrt{\frac{x+1}{y+3}} + \sqrt{\frac{y+2}{x+4}} = 3 & (1) \\ \frac{x+1}{y+3} \cdot \frac{y+2}{x+4} = 4 & (2) \end{cases}$ Đặt $u = \sqrt{\frac{x+1}{y+3}} \Rightarrow u^2 = \frac{x+1}{y+3}; (u \geq 0); v = \sqrt{\frac{y+2}{x+4}} \Rightarrow v^2 = \frac{y+2}{x+4}; (v \geq 0)$ Hệ pt đã cho trở thành: $\begin{cases} u+v=3 \\ uv=2 \end{cases}$ Giải, ta được $u=2; v=1$ hoặc $u=1; v=2$ + $\begin{cases} u=2 \\ v=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{y+3} = 4 \\ \frac{y+2}{x+4} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4y=11 \\ x-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{19}{3} \\ y=-\frac{13}{3} \end{cases}$ + $\begin{cases} u=1 \\ v=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{y+3} = 1 \\ \frac{y+2}{x+4} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=2 \\ 4x-y=-14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{16}{3} \\ y=-\frac{22}{3} \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(x; y) = \left(-\frac{19}{3}; -\frac{13}{3}\right)$ và $(x; y) = \left(-\frac{16}{3}; -\frac{22}{3}\right)$	0,25 0,25 0,25
Câu 10 1,0 điểm	$a^2 + b^2 + c^2 = 17(a+b+c) - 2ab \Leftrightarrow (a+b)^2 + c^2 = 17(a+b+c)$ $(a+b+c)^2 = [(a+b)+c]^2 \leq 2[(a+b)^2 + c^2]$ $[(a+b)^2 + c^2] \geq \frac{1}{2}(a+b+c)^2 \Leftrightarrow 17(a+b+c) \geq \frac{1}{2}(a+b+c)^2$ $0 < a+b+c \leq 34$ - Áp dụng bất cô si: $(2a+67) + 81 \geq 2\sqrt{(2a+67) \cdot 81} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2a+67}} \geq \frac{9}{a+74} \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{2a+67}} \geq \frac{27}{a+74}$ - Áp dụng bất cô si: $(b+c) + 27 + 27 \geq 3\sqrt{(b+c) \cdot 27 \cdot 27} = 27\sqrt[3]{b+c} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{b+c}} \geq \frac{27}{b+c+54}$ $\frac{3}{\sqrt{2a+67}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+c}} \geq \frac{27}{a+74} + \frac{27}{b+c+54} \geq \frac{27 \cdot 4}{a+b+c+128}$	0,25

	$P \geq a+b+c + \frac{234.27.4}{a+b+c+128} = t + \frac{162^2}{t+128}; \quad 0 < t = a+b+c \leq 34 \dots\dots\dots$	0,25
	Xét hàm số $f(t) = t + \frac{162^2}{t+128}; \quad t \in (0;34]; \quad f'(t) = 1 - \frac{162^2}{(t+128)^2} = \frac{(t-34)(t+290)}{(t+128)^2}$ $f'(t) = 1 - \frac{162^2}{(t+128)^2} = \frac{(t-34)(t+290)}{(t+128)^2} \leq 0; \quad \forall t \in (0;34]$	
	Hàm số f(t) nghịch biến trên (0;34] nên f(t) đạt GTNN bằng 196 khi t = 34 Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} a+b+c=34 \\ a+b=c \\ b+c=27 \\ a+74=b+c+54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=7 \\ b=10 \\ c=17 \end{cases}$	0,25
	Vậy $MinP = 196$ khi $a = 7; b = 10; c = 17 \dots\dots\dots$	0,25