Tuyển Tập Xác Suất Đủ Mức Độ.

Câu 1. Lớp 11B có 20 học sinh gồm 12 nữ và 8 nam. Cần chọn ra 2 học sinh của lớp đi lao động. Tính xác suất để chọn được 2 học sinh trong đó có cả nam và nữ.

Ⓐ $\frac{14}{95}$. Ⓑ $\frac{48}{95}$. Ⓒ $\frac{33}{95}$. Ⓓ $\frac{47}{95}$.

Hướng dẫn giải

Số cách chọn 2 trong số 20 học sinh là $\mathrm{C}_{20}^2 = 190 \Rightarrow \mathrm{n}(\Omega) = 190$.

Gọi A là biến cố: "2 học sinh được chọn có cả nam và nữ ".

Số kết quả thuận lời cho A là $\mathrm{C}_8^1 \cdot \mathrm{C}_{12}^1 = 96 \Rightarrow \mathrm{n}(A) = 96$. Vậy, $\mathrm{P}(A) = \frac{\mathrm{n}(A)}{\mathrm{n}(\Omega)} = \frac{48}{95}$.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Tính xác suất để phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Ⓐ $\frac{3}{5}$. Ⓑ $\frac{5}{6}$. Ⓒ $\frac{1}{3}$. Ⓓ $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta = b^2 - 8 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b > 2\sqrt{2} \\ b < -2\sqrt{2}. \end{array}\right.$

Vì số chấm xuất hiện ở mỗi mặt của con súc sắc là một số tự nhiên từ 1 đến 6 nên $b \in \{3, 4, 5, 6\}$.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên 2 học sinh từ một tổ có 9 học sinh. Biết rằng xác suất chọn được 2 học sinh nữ bằng $\frac{5}{18}$, hỏi tổ có bao nhiêu học sinh nữ?

Ⓐ 5. Ⓑ 3. Ⓒ 4. Ⓓ 6.

Hướng dẫn giải

Gọi số học sinh nữ là n $(2 \leq n < 9, n \in \mathbb{N})$.

Chọn bất kỳ 2 học sinh ta có $\mathrm{C}_9^2 = 36$ cách.

Để chọn 2 học sinh được 2 học sinh nữ có $\mathrm{C}_n^2 = \frac{n(n+1)}{2}$ cách.

Xác suất để chọn được 2 học sinh nữ là $\frac{n(n+1)}{72} = \frac{5}{18} \Leftrightarrow n = 4$.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Gọi X là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số lập từ các chữ số $1; 2; 3; 4; 5; 6$. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp X. Xác suất để số chọn ra có đúng ba chữ số 1, các chữ số còn lại đôi một khác nhau và hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau bằng

Ⓐ $\frac{25}{2916}$. Ⓑ $\frac{105}{4096}$. Ⓒ $\frac{35}{8748}$. Ⓓ $\frac{25}{17496}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của tập X là 6^8.

Để tạo ra số có đúng ba chữ số 1, các chữ số còn lại đôi một khác nhau và hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau ta làm như sau:

- Sắp xếp 5 chữ số lẻ trong đó có 3 chữ số 1 ta có $\dfrac{5!}{3!} = 20$ cách xếp.
- Với mỗi cách sắp xếp như thế sẽ tạo ra 6 chỗ để đưa vào các chữ số chẵn. Chẳng hạn như

$$\square 1 \square 1 \square 1 \square 3 \square 5 \square$$

- Để tạo ra số thỏa yêu cầu bài toán ta xếp các chữ số $2; 4; 6$ vào 6 chỗ trên sao cho mỗi ô trống chỉ chứa đúng 1 chữ số. Như vậy có $\mathrm{A}_6^3 = 120$

Vậy xác suất đề bài cần tìm là $P = \dfrac{20 \times 120}{6^8} = \dfrac{25}{17496}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 5. Có hai thùng đựng rượu Bầu Đá, một loại rượu nổi tiếng của thị xã An Nhơn, tỉnh Bình Định. Thùng thứ nhất đựng 10 chai gồm 6 chai rượu loại một và 4 chai rượu loại hai. Thùng thứ hai đựng 8 chai gồm 5 chai rượu loại một và 3 chai rượu loại hai. Lấy ngẫu nhiên mỗi thùng một chai, tính xác suất để lấy được ít nhất 1 chai rượu loại một. Biết rằng các chai rượu giống nhau về hình thức (rượu loại một và loại hai chỉ khác nhau về nồng độ cồn) và khả năng được chọn là như nhau.

(A) $\dfrac{7}{9}$. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{3}{20}$. (D) $\dfrac{17}{20}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử không gian mẫu là $\mathrm{n}(\Omega) = 10 \cdot 8 = 80$.

Gọi A là biến cố "Lấy được ít nhất 1 chai rượu loại một".

Số trường hợp thuận lợi cho A là $\mathrm{n}(A) = 6 \cdot 5 + 6 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 68$.

Vậy xác suất cần tính là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{n}(A)}{\mathrm{n}(\Omega)} = \dfrac{17}{20}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 6. Người dân Bình Định truyền nhau câu ca dao:

"Muốn ăn bánh ít lá gai
Lấy chồng Bình Định sợ dài đường đi."

Muốn ăn bánh ít lá gai thì bạn phải tìm về với xứ Tuy Phước - Bình Định. Nơi đây nổi tiếng trứ danh với món bánh nghe cái tên khá lạ lẫm "Bánh ít lá gai" và hương vị làm say đắm lòng người. Trong một lô sản phẩm trưng bày bánh ít lá gai ở hội chợ ẩm thực huyện Tuy Phước gồm **40 chiếc bánh**, **25 chiếc bánh** có nhiều hạt mè và **15 chiếc bánh** có ít hạt mè, một du khách chọn ngẫu nhiên **5 chiếc bánh**, tính xác suất để du khách đó chọn được **ít nhất 2** chiếc bánh có nhiều hạt mè (các chiếc bánh có khả năng được chọn là như nhau).

(A) $\dfrac{1990}{2109}$. (B) $\dfrac{1800}{2109}$. (C) $\dfrac{1184}{2109}$. (D) $\dfrac{1892}{2109}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố có ít nhất 2 chiếc bánh có nhiều mè.

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố có 1 chiếc bánh hoặc không có chiếc bánh nào có nhiều mè.

Số cách chọn 4 chiếc ít mè và 1 chiếc bánh nhiều mè là $\mathrm{C}_{15}^4 \cdot \mathrm{C}_{25}^1$.

Số cách chọn cả 5 chiếc ít mè là C_{15}^5.

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{\mathrm{C}_{15}^4 \cdot \mathrm{C}_{25}^1 + \mathrm{C}_{15}^5}{\mathrm{C}_{40}^5} = \frac{1990}{2109}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nghiên cùng một lúc ba tấm thẻ. Tính xác suất sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị?

(A) $\frac{17}{25}$. (B) $\frac{27}{52}$. (C) $\frac{253}{325}$. (D) $\frac{1771}{2600}$.

Hướng dẫn giải

Để bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị thì phải rút được ba thẻ sao cho trong đó không có hai thẻ nào là hai số tự nhiên liên tiếp.

Số phần tử của không gian mẫu (số cách rút ba thẻ bất kì) là: C_{26}^3.

Số cách rút ba thẻ có đúng 2 số tự nhiên liên tiếp:

Chọn các bộ hai số tự nhiên liên tiếp: $(1;2), (2,3), \cdots (25;26)$.

Nếu chọn hai thẻ là $(1;2)$ và $(25;26)$ thì có 2 cách, thẻ còn lại không được là 3 hoặc 24. Vậy ở trường hợp này có tất cả $2(26-3) = 46$ cách chọn.

Nếu chọn hai thẻ là $(2;3), (3,4), \cdots (24;25)$ thì có 23 cách, thẻ còn lại chỉ có $26 - 4 = 22$ cách. Vậy ở trường hợp này có tất cả $23 \cdot 22 = 506$ cách chọn.

Số cách rút ba thẻ trong đó ba ba thẻ đều là ba số tự nhiên liên tiếp là 24 cách.

Suy ra có $\mathrm{C}_{26}^3 - 46 - 506 - 24 = 2024$ cách rút được ba thẻ sao cho trong đó không có hai thẻ nào là hai số tự nhiên liên tiếp.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{2024}{\mathrm{C}_{26}^3} = \frac{253}{325}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 8. Một hộp chứa 12 quả cầu gồm 7 quả cầu màu xanh và 5 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 3 quả cầu chọn ra cùng màu trắng bằng

(A) $\frac{7}{44}$. (B) $\frac{35}{22}$. (C) $\frac{9}{44}$. (D) $\frac{1}{22}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n_\Omega = \mathrm{C}_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố: "Chọn được ba quả cầu cùng màu". Ta có $n(A) = \mathrm{C}_7^3 + \mathrm{C}_5^3 = 45$.

$\mathrm{P}(A) = \frac{45}{220} = \frac{9}{44}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 9. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A. Tính xác suất để số tự nhiên được chọn chia hết cho 25.

(A) $\frac{17}{81}$. (B) $\frac{43}{324}$. (C) $\frac{1}{27}$. (D) $\frac{11}{324}$.

Hướng dẫn giải

Số các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau là $9 \cdot \mathrm{A}_9^7$.

Trong các số trên, số tự nhiên chia hết cho 25 khi hai chữ số cuối chia hết cho 25. Vậy hai chữ số cuối có dạng 25 hoặc 50 hoặc 75.

- 2 chữ số cuối là 25, có $7 \cdot \mathrm{A}_7^5$ số.
- 2 chữ số cuối là 50, có A_8^6 số.
- 2 chữ số cuối là 75, có $7 \cdot \mathrm{A}_7^5$ số.

Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{7 \cdot \mathrm{A}_7^5 + \mathrm{A}_8^6 + 7 \cdot \mathrm{A}_7^5}{9 \cdot \mathrm{A}_9^7} = \dfrac{11}{324}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 10. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3.

(A) 1. (B) 3. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $n(\Omega) = 6$.

Gọi A: "Mặt có số chấm chia hết cho 3" $\Rightarrow A = \{3, 6\} \Rightarrow n(A) = 2$.

Xác suất cần tìm $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Thầy giáo có 10 câu hỏi trắc nghiệm, trong đó có 6 câu đại số và 4 câu hình học. Thầy gọi bạn Nam lên trả bài bằng cách chọn lấy ngẫu nhiên 3 câu hỏi trong 10 câu hỏi trên đê trả lời. Hỏi xác suất bạn Nam chọn ít nhất có một câu hình học là bằng bao nhiêu?

(A) $\frac{1}{6}$. (B) $\frac{1}{30}$. (C) $\frac{29}{30}$. (D) $\frac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải

Không gian mẫu: $n(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^3$.

Gọi A là biến cố có ít nhất một câu hình. $n(A) = \mathrm{C}_4^1.\mathrm{C}_6^2 + \mathrm{C}_4^2.\mathrm{C}_6^1 + \mathrm{C}_4^3$.

$\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{5}{6}$.

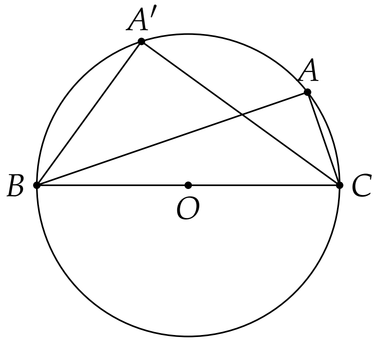
Chọn đáp án (D) □

Câu 12. Cho đa giác đều 18 cạnh. Nối tất cả các đỉnh với nhau. Chọn 2 tam giác trong số các tam giác vuông tạo thành từ 3 đỉnh trong 18 đỉnh. Xác suất để chọn được hai tam giác vuông có cùng chu vi là

(A) $\frac{35}{286}$. (B) $\frac{70}{143}$. (C) $\frac{35}{143}$. (D) $\frac{10}{33}$.

Hướng dẫn giải

Xét hai tam giác vuông ABC và $A'BC$ có chung cạnh huyền và có chu vi bằng nhau. Đặt $\varphi = \widehat{ABC}$, $\varphi' = \widehat{A'BC}$, $0^\circ < \varphi, \varphi' < 90^\circ$.



Chu vi hai tam giác bằng nhau khi

$$\begin{aligned} & BC(\sin\varphi + \cos\varphi) = BC(\sin\varphi' + \cos\varphi') \\ \Leftrightarrow\ & \sin(\varphi + 45^\circ) = \sin(\varphi' + 45^\circ) \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} \varphi = \varphi' \\ \varphi = 90^\circ - \varphi' \end{array}\right. \end{aligned}$$

Suy ra hai tam giác ABC và $A'BC$ bằng nhau. Gọi $\mathscr{S}$ là tập hợp tất cả các tam giác vuông, ta có $|\mathscr{S}| = 4\mathrm{C}_9^2 = 144$ và

$$\mathscr{S} = \bigcup_{\varphi\in\Omega} S_\varphi$$

trong đó S_φ là tập hợp các tam giác vuông có một góc bằng φ, $\Omega = \left\{10^\circ; 20^\circ; 30^\circ; 40^\circ\right\}$. Dễ thấy

$$|S_{10^\circ}| = |S_{20^\circ}| = |S_{30^\circ}| = |S_{40^\circ}| = 4\cdot 9 = 36.$$

Xác suất để chọn được hai tam giác có chu vi bằng nhau là

$$P = \frac{4\cdot \mathrm{C}_{36}^2}{\mathrm{C}_{144}^2} = \frac{35}{143}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 13. Một người rút ngẫu nhiên ra 6 quân bài từ bộ bài tú lơ khơ gồm 52 quân bài. Xác suất để rút được 6 quân bài trong đó có 1 tứ quý và 2 quân bài còn lại có chất khác nhau là

A $\dfrac{\mathrm{C}_{15}^1\cdot \mathrm{C}_{48}^1\cdot \mathrm{C}_{36}^1}{\mathrm{A}_{52}^6}$. **B** $\dfrac{\mathrm{C}_{13}^1\cdot \mathrm{C}_4^2\cdot \mathrm{C}_{12}^1\cdot \mathrm{C}_{12}^1}{\mathrm{A}_{52}^6}$. **C** $\dfrac{\mathrm{C}_{15}^1\cdot \mathrm{C}_{12}^1\cdot \mathrm{C}_{12}^1}{\mathrm{C}_{52}^6}$. **D** $\dfrac{\mathrm{C}_{13}^1\cdot \mathrm{C}_4^2\cdot \mathrm{C}_{12}^1\cdot \mathrm{C}_{12}^1}{\mathrm{C}_{13}^1}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố người đó bốc được 1 tứ quý và 2 quân bài còn lại có chất khác nhau.

Không gian mẫu $|\Omega| = \mathrm{C}_{52}^6$.

Bộ bài gồm có 13 tứ quý, do đó số cách chọn 1 tứ quý để người đó rút trúng là C_{13}^1.

Với 1 tứ quý đã chọn, bộ bài còn lại 48 quân bài chia thành 4 chất, mỗi chất gồm 12 quân bài. Do đó, số cách chọn 2 quân bài còn lại có chất khác nhau để người đó rút trúng là $\mathrm{C}_4^2\cdot \mathrm{C}_{12}^1\cdot \mathrm{C}_{12}^1$.

Vì vậy $|\Omega_A| = \mathrm{C}_{13}^1\cdot \mathrm{C}_4^2\cdot \mathrm{C}_{12}^1\cdot \mathrm{C}_{12}^1$. Do đó $\mathrm{P}(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{\mathrm{C}_{13}^1\cdot \mathrm{C}_4^2\cdot \mathrm{C}_{12}^1\cdot \mathrm{C}_{12}^1}{\mathrm{C}_{13}^1}$.

Chọn đáp án D □

Câu 14. Một ban đại diện gồm 5 người được thành lập từ 10 người có tên sau đây: Lan, Mai, Minh, Thu, Miên, An, Hà, Thanh, Mơ, Nga. Tính xác xuất để ít nhất 3 người trong ban đại diện có tên bắt đầu bằng chữ M.

Ⓐ $\dfrac{5}{252}$. Ⓑ $\dfrac{1}{24}$. Ⓒ $\dfrac{5}{21}$. Ⓓ $\dfrac{11}{42}$.

Hướng dẫn giải

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^5$.

Gọi A là biến cố: "ít nhất 3 người trong ban đại diện có tên bắt đầu bằng chữ M".

- Trường hợp 1: Có đúng 3 người tên bắt đầu bằng chữ M.
  Chọn 3 người có tên bắt đầu bằng chữ M: có C_4^3 cách chọn.
  Chọn 2 người trong 6 người còn lại: có C_6^2 cách chọn. Suy ra có $\mathrm{C}_4^3 \cdot \mathrm{C}_6^2$ cách chọn.
- Trường hợp 2: Có đúng 4 người tên bắt đầu bằng chữ M.
  Chọn 4 người có tên bắt đầu bằng chữ M: có C_4^4 cách chọn.
  Chọn 1 người trong 6 người còn lại: có C_6^1 cách chọn. Suy ra có $\mathrm{C}_4^4 \cdot \mathrm{C}_6^1$ cách chọn.

Suy ra $n(A) = \mathrm{C}_4^3 \cdot \mathrm{C}_6^2 + \mathrm{C}_4^4 \cdot \mathrm{C}_6^1 = 66$.

Vậy
$$\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{66}{\mathrm{C}_{10}^5} = \frac{11}{42}.$$

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 15. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S. Xác suất để chọn được một số mà trong số đó, chữ số đứng sau luôn lớn hơn hoặc bằng chữ số đứng trước và ba chữ số đứng giữa đôi một khác nhau.

Ⓐ $\dfrac{77}{15000}$. Ⓑ $\dfrac{7}{2500}$. Ⓒ $\dfrac{11}{648}$. Ⓓ $\dfrac{11}{15000}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của tập S là $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 90000$.

Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập Sta được $n(\Omega) = \mathrm{C}_{90000}^1$.

Gọi biến cố A: "Chọn được một số mà trong số đó, chữ số đứng sau luôn lớn hơn hoặc bằng chữ số đứng trước và ba chữ số đứng giữa đôi một khác nhau".

Gọi số cần chọn có dạng $\overline{abcde}$ với $a, b, c, d, e \in \mathbb{N}$ và $1 \leq a \leq b < c < d \leq e \leq 9$.

Đặt $a_1 = a - 1$, $e_1 = e + 1$, ta có $0 \leq a_1 < b < c < d < e_1 \leq 10$.

Số các bộ số có dạng a_1bcde_1 với $0 \leq a_1 < b < c < d < e_1 \leq 10$ là C_{11}^5.

Với mỗi bộ số có dạng a_1bcde_1 ta được một số dạng $\overline{abcde}$, nên $n(A) = \mathrm{C}_{11}^5$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{C}_{11}^5}{\mathrm{C}_{90000}^1} = \dfrac{77}{15000}$.

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 16. Một hộp chứa 18 quả cầu gồm 8 quả cầu màu xanh và 10 quả cầu màu trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 quả từ hộp đó. Tính xác xuất để chọn được 2 quả cầu cùng màu.

Ⓐ $\dfrac{12}{17}$. Ⓑ $\dfrac{5}{17}$. Ⓒ $\dfrac{73}{153}$. Ⓓ $\dfrac{80}{153}$.

Hướng dẫn giải

Gọi Ω là không gian mẫu.

Lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu từ hộp ta có C_{18}^2 cách hay $n(\Omega) = C_{18}^2 = 153$.

Gọi A là biến cố lấy được 2 quả cầu cùng màu. Ta có các trường hợp sau.

- TH1. Lấy được 2 quả cầu màu xanh có $C_8^2 = 28$ cách.
- TH2. Lấy được 2 quả cầu màu trắng có $C_{10}^2 = 45$ cách.

Do đó, $n(A) = 73$.

Vậy xác suất biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{73}{153}$.

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 17. Một hộp có 5 bi đen, 4 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất chọn được 2 bi cùng màu là

Ⓐ $\dfrac{40}{9}$. Ⓑ $\dfrac{4}{9}$. Ⓒ $\dfrac{1}{9}$. Ⓓ $\dfrac{5}{9}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^2$.

Gọi A là biến cố 2 bi được chọn cùng màu, ta có $n(A) = C_5^2 + C_4^2 = 16$.

Vậy xác suất chọn được 2 bi cùng màu là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{4}{9}$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 18. Một hộp chứa 13 quả bóng gồm 6 quả bóng màu xanh và 7 quả bóng màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả bóng từ hộp đó. Xác suất để 2 quả bóng chọn ra cùng màu bằng

Ⓐ $\dfrac{8}{13}$. Ⓑ $\dfrac{6}{13}$. Ⓒ $\dfrac{5}{13}$. Ⓓ $\dfrac{7}{13}$.

Hướng dẫn giải

Xác suất để chọn ra 2 quả bóng cùng màu là $\dfrac{C_6^2 + C_7^2}{C_{13}^2} = \dfrac{6}{13}$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 19. Từ các chữ số $\{1;2;3;4;5;6\}$, lập một số bất kì gồm 3 chữ số. Tính xác suất để số nhận được chia hết cho 6.

Ⓐ $\dfrac{2}{7}$. Ⓑ $\dfrac{1}{4}$. Ⓒ $\dfrac{1}{8}$. Ⓓ $\dfrac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

- Số các số có 3 chữ số được lập là 6^3.
- Gọi số có 3 chữ số chia hết cho 6 là $\overline{abc}$. Ta có $\overline{abc}$ chia hết cho 6 $\Leftrightarrow \overline{abc}$ chia hết cho 2 và 3.
  - Có 3 cách chọn c.
  - Có 6 cách chọn b.

– Do $a+b+c$ chia hết cho 3 nên có 2 cách chọn a.

Suy ra có 36 số có 3 chữ số lập từ $\{1;2;3;4;5;6\}$ chia hết cho 6.

- Xác suất cần tìm là $\dfrac{36}{6^3}=\dfrac{1}{6}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 20. Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của một cuộc thi cờ vua. Người dành chiến thắng là người đầu tiên thắng được 5 ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván, tính xác suất để người chơi thứ nhất dành chiến thắng.

A $\dfrac{7}{8}$. **B** $\dfrac{4}{5}$. **C** $\dfrac{3}{4}$. **D** $\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Để cuộc thi kết thúc thì cần tối đa thêm 3 ván đấu nữa diễn ra. Khi đó xảy ra các trường hợp sau:

- Ván thứ nhất: người thứ nhất thắng. Khi đó người thứ nhất thắng đủ 5 ván, người thứ hai mới thắng 2 ván nên cuộc thi dừng lại. Kết quả chung cuộc người thứ nhất dành chiến thắng.

- Ván thứ nhất: người thứ nhất thua, tiếp tục ván thứ hai thì người thứ nhất thắng. Khi đó người thứ nhất thắng đủ 5 ván , người thứ hai mới thắng 3 ván nên cuộc thi dừng lại. Kết quả chung cuộc người thứ nhất dành chiến thắng.

- Ván thứ nhất và ván thứ hai người thứ nhất thua, ván thứ ba người thứ nhất thắng. Khi đó người thứ nhất thắng đủ 5 ván, người thứ hai mới thắng 4 ván nên cuộc thi dừng lại. Kết quả chung cuộc người thứ nhất dành chiến thắng.

- Ván thứ nhất, ván thứ hai và ván thứ ba người thứ nhất đều thua. Khi đó người thứ nhất thắng 4 ván, người thứ hai đã thắng 5 ván nên cuộc thi dừng lại. Kết quả chung cuộc người thứ hai dành chiến thắng.

Trong 4 trường hợp trên chỉ có 3 trường hợp đầu là người thứ nhất dành chiến thắng. Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{3}{4}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 21. Một người bỏ ngẫu nhiên 4 lá thư vào 4 bì thư đã được ghi sẵn địa chỉ cần gửi. Tính xác xuất để có ít nhất 1 lá thư bỏ đúng phong bì của nó.

A $\dfrac{5}{8}$. **B** $\dfrac{1}{8}$. **C** $\dfrac{3}{8}$. **D** $\dfrac{7}{8}$.

Hướng dẫn giải

Ta xét các trường hợp sau:

- Trường hợp 1. Chỉ có 1 lá thư được bỏ đúng địa chỉ. Giả sử ta chọn 1 trong 4 lá để bỏ đúng phong bì của nó thì có 4 cách chọn. Trong mỗi cách chọn đó ta lại chọn một lá để bỏ sai, khi đó có 2 cách và có đúng 1 cách để bỏ sai hai lá thư còn lại.
  Vậy trường hợp 1 sẽ có $4\cdot 2\cdot 1=8$ cách.

- Trường hợp 2. Có đúng 2 lá thư được bỏ đúng phong bì của nó. Số cách chọn 2 lá để bỏ đúng là $\mathrm{C}_4^2 = 6$ cách. 2 lá còn lại nhất thiết phải bỏ sai nên có 1 cách bỏ.
  Vậy trường hợp 2 có $6 \cdot 1 = 6$ cách.

- Trường hợp 3. Có 3 lá thư được bỏ đúng phong bì của nó, khi này đương nhiên là cả 4 phong bì đều bỏ đúng địa chỉ.
  Trường hợp này có đúng 1 cách.

Kết hợp cả 3 trường hợp ta có $8 + 6 + 1 = 15$ cách chọn. Số phần tử không gian mẫu là $4! = 24$.
Xác suất cần tìm là $\mathrm{P} = \dfrac{15}{24} = \dfrac{5}{8}$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 22. Gọi X là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập X. Tính xác suất để số lấy được luôn chứa đúng ba số thuộc tập $Y = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và ba số này đứng cạnh nhau, có số chẵn đứng giữa hai số lẻ.

(A) $P = \dfrac{37}{63}$. (B) $P = \dfrac{25}{189}$. (C) $P = \dfrac{25}{378}$. (D) $P = \dfrac{37}{945}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $n(\Omega) = \mathrm{A}_{10}^6 - \mathrm{A}_9^5$. Ký hiệu 3 số của tập Y đứng cạnh nhau có số chẵn đứng giữa hai số lẻ là D.
Số cách chọn D là $2\mathrm{A}_3^2$. Xem D như là một chữ số. Với mỗi số D, ta tìm số các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy trong tập $U = \{D, 0, 6, 7, 8, 9\}$ sao cho luôn có mặt số D.
Xét số nhận cả 0 đứng đầu. A có 4 cách xếp vào 4 vị trí, các số còn lại có A_5^3 cách chọn. Số cách chọn là $4\mathrm{A}_5^3$. Xét số có dạng $\overline{0b_2b_3b_4}$. Số cách chọn là $3\mathrm{A}_4^2$.
Các số cần lập là $2\mathrm{A}_3^2(4\mathrm{A}_5^3 - 3\mathrm{A}_4^2)$. Vậy $P = \dfrac{2\mathrm{A}_3^2(4\mathrm{A}_5^3 - 3\mathrm{A}_4^2)}{\mathrm{A}_{10}^6 - \mathrm{A}_9^5} = \dfrac{37}{945}$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 23. Gieo một con xúc sắc cân đối đồng chất. Xác suất để xuất hiện mặt có số chấm là một số nguyên tố bằng

(A) $\dfrac{1}{4}$. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{2}{3}$. (D) $\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố xuất hiện mặt có số chấm là 1 số nguyên tố, suy ra $A \in \{2, 3, 5\}$.
Ta có $n(A) = 3, n(\Omega) \Rightarrow P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 24. Từ các chữ số $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, lập một số bất kì gồm 3 chữ số. Tính xác suất để số nhận được chia hết cho 6.

(A) $\dfrac{1}{6}$. (B) $\dfrac{1}{4}$. (C) $\dfrac{2}{7}$. (D) $\dfrac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Gọi Ω là không gian mẫu chọn một số bất kì gồm 3 chữ số $\Rightarrow |\Omega| = 6^3$.
Gọi A là biến cố chọn số có 3 chữ số và chia hết cho 6.
Số chia hết cho 6 là số chia hết cho cả 2 và 3 (vì 2 và 3 là số nguyên tố cùng nhau).

Chọn chữ số hàng đơn vị có 3 cách chọn.

Chọn chữ số hàng chục có 6 cách chọn.

Chọn chữ số hàng trăm (chọn sao cho tổng 3 chữ số chia hết cho 3) có 2 cách chọn.

Suy ra $|A| = 3 \cdot 6 \cdot 2 = 36$.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{|A|}{|\Omega|} = \dfrac{1}{6}$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 25. Một hộp chứa 13 quả bóng gồm 6 quả bóng màu xanh và 7 quả bóng màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả bóng từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

A $\dfrac{6}{13}$. **B** $\dfrac{8}{13}$. **C** $\dfrac{7}{13}$. **D** $\dfrac{5}{13}$.

Hướng dẫn giải

Xác suất để chọn ra 2 quả bóng cùng màu là $\dfrac{\mathrm{C}_6^2 + \mathrm{C}_7^2}{\mathrm{C}_{13}^2} = \dfrac{6}{13}$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 26. Cho $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$; $E = \{\overline{a_1a_2a_3a_4} \mid a_1;a_2;a_3;a_4 \in A, a_1 \neq 0\}$. Lấy ngẫu nhiên một phần tử thuộc E. Tính xác suất để phần tử đó là số chia hết cho 5.

A $\dfrac{13}{49}$. **B** $\dfrac{5}{16}$. **C** $\dfrac{13}{48}$. **D** $\dfrac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Số cách chọn 1 phần tử thuộc E là $7 \cdot 8^3 \Rightarrow |\Omega| = 3584$.

Gọi A là biến cố "Số được chọn chia hết cho 5".

Khi đó $|\Omega_A| = 7 \cdot 8^2 \cdot 2 = 896$.

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{896}{3584} = \dfrac{1}{4}$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 27. Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ 3 màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A $\dfrac{95}{408}$. **B** $\dfrac{313}{408}$. **C** $\dfrac{5}{102}$. **D** $\dfrac{13}{408}$.

Hướng dẫn giải

Số kết quả chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp là $n(\Omega) = \mathrm{C}_18^5 = 8568$.

Gọi A là biến cố "5 viên bi được chọn có đủ 3 màu và số bi đỏ bằng số bi vàng."

$\Rightarrow n(A) = \mathrm{C}_5^3 \cdot \mathrm{C}_6^1 \cdot \mathrm{C}_7^1 + \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_6^2 \cdot \mathrm{C}_7^2 = 1995$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1995}{8586} = \dfrac{95}{408}$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 28. Trong một tổ có 3 học sinh nữ và 7 học sinh nam. Giáo viên chủ nhiệm chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để lập nhóm tham gia trò chơi dân gian. Xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ là

A $\dfrac{7}{20}$. **B** $\dfrac{7}{60}$. **C** $\dfrac{7}{10}$. **D** $\dfrac{7}{30}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố "3 học sinh được chọn có cả nam và nữ ".

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^3 = 120$.

Ta có $n(A) = \mathrm{C}_{10}^3 - \mathrm{C}_3^3 - \mathrm{C}_7^3 = 84$.

Xác suất cần tìm $\mathrm{P} = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{84}{120} = \dfrac{7}{10}$.

Chọn đáp án C □

Câu 29. Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam bằng

A $\dfrac{\mathrm{C}_8^4}{\mathrm{C}_{13}^4}$. **B** $\dfrac{\mathrm{C}_5^4}{\mathrm{C}_{13}^4}$. **C** $\dfrac{\mathrm{C}_8^4}{\mathrm{A}_{13}^4}$. **D** $\dfrac{\mathrm{A}_5^4}{\mathrm{C}_8^4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn 4 học sinh trong 13 học sinh có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{13}^4$.

Gọi biến cố A: "Chọn 4 học sinh nam trong 5 học sinh nam" có $n(A) = \mathrm{C}_5^4$.

Suy ra $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_5^4}{\mathrm{C}_{13}^4}$.

Chọn đáp án B □

Câu 30. Một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn luôn có một học sinh nữ là

A $\dfrac{1}{14}$. **B** $\dfrac{1}{210}$. **C** $\dfrac{13}{14}$. **D** $\dfrac{209}{210}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố chọn được 4 học sinh trong đó luôn có một học sinh nữ.

Số khả năng chọn được 4 học sinh là C_{10}^4.

Số cách chọn được 4 học sinh không có học sinh nữ nào là C_6^4.

Suy ra số cách chọn được 4 học sinh trong đó luôn có một học sinh nữ là $\mathrm{C}_{10}^4 - \mathrm{C}_6^4$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{C}_{10}^4 - \mathrm{C}_6^4}{\mathrm{C}_{10}^4} = \dfrac{13}{14}$.

Chọn đáp án C □

Câu 31. Có 5 học sinh lớp A, 5 học sinh lớp B được xếp ngẫu nhiên vào hai dãy ghế đối diện nhau mỗi dãy 5 ghế (xếp mỗi học sinh một ghế). Tính xác suất để 2 học sinh bất kì ngồi đối diện nhau khác lớp.

A $\dfrac{(5!)}{10!}$. **B** $\dfrac{5!}{10!}$. **C** $\dfrac{2\,(5!)^2}{10!}$. **D** $\dfrac{2^5 \cdot (5!)^2}{10!}$.

Hướng dẫn giải

Gọi D là biến cố để xếp được học sinh thỏa mãn 2 học sinh bất kì ngồi đối diện nhau khác lớp.

Số cách sắp xếp 10 học sinh hai trường A, B vào chỗ là $10!$.

Ta đi tìm số cách sắp xếp 10 học sinh thỏa mãn bài toán.

Không mất tính tổng quát ta có thể xét trường hợp sau

Học sinh thứ nhất của trường A có 10 cách chọn ghế

Chọn học sinh trường B ngồi đối diện học sinh thứ nhất trường A có 5 cách.

Chọn học sinh thứ hai trường A có 8 cách chọn ghế.

Chọn học sinh trường B ngồi đối diện học sinh thứ hai trường A có 4 cách.

Chọn học sinh thứ ba trường A có 6 cách chọn ghế.

Chọn học sinh trường B ngồi đối diện học sinh thứ ba trường A có 3 cách.

Chọn học sinh thứ tư trường A có 4 cách chọn ghế.

Chọn học sinh trường B ngồi đối diện học sinh thứ tư trường A có 2 cách.

Chọn học sinh thứ năm trường A có 2 cách chọn ghế.

Chọn học sinh trường B ngồi đối diện học sinh thứ năm trường A có 1 cách.

Vậy có $10 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 2^5 \cdot (5!)^2$.

Do đó $\mathrm{P}(D) = \dfrac{2^5 \cdot (5!)^2}{10!}$.

Chọn đáp án D □

Câu 32. Một nhóm học sinh đi dự hội nghị có 5 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C được xếp ngẫu nhiên vào một bàn tròn, mỗi học sinh ngồi một ghế. Tính xác suất để không có 2 học sinh nào cùng lớp ngồi cạnh nhau.

(A) $\dfrac{1}{42}$. (B) $\dfrac{7}{126}$. (C) $\dfrac{1}{126}$. (D) $\dfrac{5}{126}$.

Hướng dẫn giải

Gọi Ω là không gian mẫu, ta có $n(\Omega) = 9!$.

Gọi X là biến cố không có 2 học sinh nào cùng lớp ngồi cạnh nhau.

Chọn một học sinh lớp $12A$ làm mốc và xếp vào một chỗ.

4 học sinh lớp $12A$ còn lại xếp vào 4 vị trí cách nhau một chỗ: có 4! cách.

Còn lại 3 học sinh lớp $12B$ và 2 học sinh lớp $12C$ xếp vào 5 chỗ trống: có 5! cách.

Suy ra có $4! \cdot 5! = 2880$ cách sắp xếp, hay $n(X) = 2880$.

Vậy xác suất cần tính là

$$P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{2880}{9!} = \frac{1}{126}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 33. Một lô hàng có 100 sản phẩm, trong đó có: 50 sản phẩm loại 1, 30 sản phẩm loại 2 và 20 sản phẩm loại 3. Tính xác suất để trong 15 sản phẩm lấy ra có ít nhất 2 loại (kết quả lấy 6 chữ số phần thập phân).

(A) 0,999991. (B) 0,999990. (C) 0,999992. (D) 0,999993.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố: "Trong 15 sản phẩm lấy ra có ít nhất 2 loại".

Khi đó: $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \dfrac{\mathrm{C}_{50}^{15} + \mathrm{C}_{30}^{15} + \mathrm{C}_{20}^{15}}{\mathrm{C}_{100}^{15}} \approx 0{,}999991$.

Chọn đáp án A □

Câu 34. Cho A là tập hợp gồm các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A. Tính xác suất để số được chọn có các chữ số $0, 1, 2, 3, 4$ mà các chữ số $1, 2, 3, 4$ sắp theo thứ tự tăng dần.

(A) $\dfrac{5}{243}$. (B) $\dfrac{1}{32}$. (C) $\dfrac{1}{243}$. (D) $\dfrac{1}{216}$.

Hướng dẫn giải

Gọi số tự nhiên có 9 chữ số khác nhau là $\overline{a_1a_2\ldots a_9}$.

Ta có $n(\Omega) = 9 \cdot A_9^8$.

Xếp chữ số 0 có 8 cách (từ a_2 đến a_9).

Chọn 4 vị trí để xếp các chữ số 1, 2, 3, 4 theo thứ tự tăng dần có C_8^4 cách.

Xếp các chữ số còn lại vào 4 vị trí còn lại có A_5^4 cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{8 \cdot C_8^4 \cdot A_5^4}{9 \cdot A_9^8} = \dfrac{5}{243}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 35. Một hộp đựng 40 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 40. Rút ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6.

(A) $\dfrac{252}{1147}$. (B) $\dfrac{26}{1147}$. (C) $\dfrac{12}{1147}$. (D) $\dfrac{126}{1147}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu bằng số cách rút 10 tấm thẻ từ 40 tấm thẻ, hay $n(\Omega) = \mathrm{C}_{40}^{10}$.

Gọi A là biến cố "lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6".

Trong các số từ 1 đến 40 có 20 số lẻ, 6 số chia hết cho 6 và 14 số chẵn không chia hết cho 6.

Số cách chọn 5 số lẻ trong số 20 số lẻ là C_{20}^5.

Số cách chọn 1 số chia hết cho 6 là C_6^1.

Số cách chọn 4 số chẵn còn lại là C_{14}^4.

Vậy số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_{20}^5 \cdot \mathrm{C}_6^1 \cdot \mathrm{C}_{14}^4$.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_{20}^5 \cdot \mathrm{C}_6^1 \cdot \mathrm{C}_{14}^4}{\mathrm{C}_{40}^{10}} = \dfrac{126}{1147}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 36. Chọn ngẫu nhiên một vé xổ số có 5 chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9. Tính xác suất để lấy được vé không có chữ số 1 hoặc chữ số 2.

(A) 0,8533. (B) 0,5533. (C) 0,6533. (D) 0,2533.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10^5$.

Gọi A là biến cố "vé số được lấy không có chữ số 1 hoặc chữ số 2".

Số vé xổ số mà không có chữ số 1 là 9^5, số vé xổ số mà không có chữ số 2 là 9^5, số vé xổ số mà không có cả chữ số 1 và 2 là 8^5, nên số vé xổ số không có chữ số 1 hoặc chữ số 2 là $n(A) = 2 \cdot 9^5 - 8^5 = 85330$.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = 0{,}8533$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 37. Gieo hai con súc sắc cân đối, đồng chất. Xác xuất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc đó bằng 11 là

A $\frac{1}{12}$. **B** $\frac{11}{36}$. **C** $\frac{1}{9}$. **D** $\frac{1}{18}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $|\Omega| = 36$.

Các trường hợp tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc đó bằng 11 là (5;6), (6;5).

Vậy $\mathrm{P}(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.

Chọn đáp án D □

Câu 38. Người ta dùng 18 cuốn sách bao gồm 7 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Lý và 5 cuốn sách Hóa (các cuốn sách cùng loại thì giống nhau) để làm phần thưởng cho 9 học sinh A, B, C, D, E, F, G, H, I, mỗi học sinh nhận được 2 cuốn sách khác thể loại (không tính thứ tự các cuốn sách). Tính xác suất để hai học sinh A, B nhận được phần thưởng giống nhau

A $\frac{5}{9}$. **B** $\frac{7}{9}$. **C** $\frac{5}{18}$. **D** $\frac{7}{18}$.

Hướng dẫn giải

Giả sử có x quyển Toán ghép với Lý $\Rightarrow$ có $7 - x$ quyển Toán ghép với Hóa.

Quyển Lý còn $6 - x$, ghép với $5 - (7 - x)$ quyển Hóa.

Ta có phương trình $6 - x = -2 + x \Leftrightarrow x = 4$.

Vậy có 4 học sinh nhận Toán và Lý, 3 học sinh nhận Toán và Hóa, 2 học sinh nhận Lý và Hóa.

$\Rightarrow n(\Omega) = \mathrm{C}_9^4 \cdot \mathrm{C}_5^3 = 1260$.

- Nếu A,B nhận sách Toán và Lý, có $\mathrm{C}_7^2 \cdot \mathrm{C}_5^3 = 210$.
- Nếu A, B nhận sách Toán và Hóa, có $\mathrm{C}_7^1 \cdot \mathrm{C}_6^4 = 105$.
- Nếu A,B nhận Lý và Hóa, có $\mathrm{C}_7^3 = 35$.

Vậy xác suất để A,B nhận thưởng giống nhau là $P = \frac{210 + 105 + 35}{1260} = \frac{5}{18}$.

Chọn đáp án C □

Câu 39. Gieo 5 đồng xu cân đối đồng chất. Xác suất để được ít nhất 1 đồng xu lật sấp bằng

A $\frac{5}{11}$. **B** $\frac{8}{11}$. **C** $\frac{31}{32}$. **D** $\frac{1}{32}$.

Hướng dẫn giải

Vì mỗi đồng xu có 2 khả năng xuất hiện nên với 5 đồng xu thì có $|\Omega| = 2^5 = 32$ khả năng xuất hiện.

Gọi A là biến cố gieo 5 đồng xu để được ít nhất 1 đồng xu lật sấp. Khi đó $\overline{A}$ là biến cố gieo được cả 5 đồng xu lật mặt ngửa.

Ta có $|\overline{A}| = 1$. Do đó có xác suất

$$\mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = \frac{|\overline{A}|}{|\Omega|} = \frac{1}{32}.$$

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = \frac{31}{32}$.

Chọn đáp án C □

Câu 40. Một nhóm hóc sinh gồm 6 nam trong đó có Bình và 4 bạn nữ trong đó có An được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang dự lễ tổng kết năm học. Xác suất để xếp được hai bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Bình không ngồi cạnh An là

A $\dfrac{1}{5040}$. **B** $\dfrac{109}{60480}$. **C** $\dfrac{109}{30240}$. **D** $\dfrac{1}{280}$.

Hướng dẫn giải

Số cách xếp 10 bạn vào ghế ngồi là $|\Omega| = 10!$.

Gọi A là biến cố để "xếp được hai bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Bình không ngồi cạnh An". Có hai trường hợp sau

- Trường hợp 1: An ngồi ở hai đầu.
  Có hai cách xếp An.
  Số cách xếp Bình là 5.
  Số cách xếp 3 bạn nữ còn lại là 3!.
  Số cách xếp 5 bạn nam còn lại là 5!.
  Số cách xếp để An ngồi ở đầu hàng hoặc cuối hàng là $5! \cdot 3! \cdot 5 \cdot 2$.

- Trường hợp 2: An ngồi ở giữa.
  Có hai cách xếp An.
  Số cách xếp Bình là 4.
  Số cách xếp 3 bạn nữ còn lại là 3!.
  Số cách xếp 5 bạn nam còn lại là 5!.
  Số cách xếp để An ngồi ở đầu hàng hoặc cuối hàng là $5! \cdot 3! \cdot 4 \cdot 2$.

Vậy số cách xếp để được hai bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Bình không ngồi cạnh An là $|A| = 5! \cdot 3! \cdot 5 \cdot 2 + 5! \cdot 3! \cdot 4 \cdot 2$.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{|A|}{|\Omega|} = \dfrac{5! \cdot 3! \cdot 5 \cdot 2 + 5! \cdot 3! \cdot 4 \cdot 2}{10!} = \dfrac{1}{280}$.

Chọn đáp án D □

Câu 41. Có 3 bác sĩ và 7 y tá. Lập một tổ công tác gồm 5 người. Tính xác suất để lập tổ công tác gồm 1 bác sĩ làm tổ trưởng, 1 y tá làm tổ phó và 3 y tá làm tổ viên.

A $\dfrac{1}{12}$. **B** $\dfrac{0}{21}$. **C** $\dfrac{1}{14}$. **D** $\dfrac{20}{21}$.

Hướng dẫn giải

- Từ 3 bác sĩ và 7 y tá, số cách để lập ra một tổ gồm 5 người (có kể thứ tự) là $\mathrm{A}_{10}^5 = 30240$ (cách).

- Chọn một trong ba bác sĩ làm tổ trưởng có 3 cách.
  Chọn một trong bẩy y tá làm tổ phó có 7 cách.
  Chọn ba trong sáu y tá còn lại làm tổ viên (có kể thứ tự) có $\mathrm{A}_6^3 = 120$ (cách).
  Theo quy tắc nhân, số cách chọn một tổ gồm 1 bác sĩ làm tổ trưởng, 1 y tá làm tổ phó và 3 y tá làm tổ viên là $3 \cdot 7 \cdot 120 = 2520$ (cách).

Khi đó xác suất để lập ra một tổ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\dfrac{2520}{30240} = \dfrac{1}{12}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 42. Một hộp đựng 12 viên bi, trong đó có 7 viên bi màu đỏ, 5 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên một lần 3 viên bi. Tính xác suất để lấy được 3 viên bi màu xanh.

(A) $\dfrac{1}{11}$. (B) $\dfrac{1}{22}$. (C) $\dfrac{2}{11}$. (D) $\dfrac{3}{22}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = \mathrm{C}_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố: "lấy được 3 viên bi màu xanh". Ta có $|\Omega_A| = \mathrm{C}_5^3 = 10$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{10}{220} = \dfrac{1}{22}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 43. Gọi S là tập các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ bảy chữ số $0,1,2,3,4,5,6$. Lấy một số thuộc S. Tính xác suất để lấy được một số chẵn và trong mỗi số đó có tổng hai chữ số hàng chục và hàng trăm bằng 5.

(A) $\dfrac{1}{10}$. (B) $\dfrac{11}{70}$. (C) $\dfrac{4}{45}$. (D) $\dfrac{16}{105}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của tập S là $n(S) = \mathrm{A}_7^4 - \mathrm{A}_6^3 = 720$.

Gọi $n = \overline{a_1a_2a_3a_4} \in S$ là số chẵn và trong đó có $a_3 + a_2 = 5$.

Khi đó $\{a_3, a_2\} \in \{\{0,5\}; \{1,4\}; \{2,3\}\}$.

Ta có các trường hợp sau

- Trường hợp $a_4 = 0$. Khi đó, $\overline{a_2a_3}$ có 4 cách chọn vì $\overline{a_2a_3} \in \{14, 41, 23, 32\}$. Còn lại a_1 có 4 cách chọn. Vì thế có $4 \times 4 = 16$ số.

- Trường hợp $a_4 = 2$.

  +) Nếu $\overline{a_2a_3} \in \{05, 50\}$ thì a_1 có 4 cách chọn. Như thế có $2 \times 4 = 8$ số.

  +) Nếu $\overline{a_2a_3} \in \{14, 41\}$ thì a_1 có 3 cách chọn. Như thế có $2 \times 3 = 6$ số.

  Do đó, trong trường hợp này có tất cả $8 + 6 = 14$ số.

- Trường hợp $a_4 = 4$.

  +) Nếu $\overline{a_2a_3} \in \{05, 50\}$ thì a_1 có 4 cách chọn. Như thế có $2 \times 4 = 8$ số.

  +) Nếu $\overline{a_2a_3} \in \{23, 32\}$ thì a_1 có 3 cách chọn. Như thế có $2 \times 3 = 6$ số.

  Do đó, trong trường hợp này có tất cả $8 + 6 = 14$ số.

- Trường hợp $a_4 = 6$.

  +) Nếu $\overline{a_2a_3} \in \{05, 50\}$ thì a_1 có 4 cách chọn. Như thế có $2 \times 4 = 8$ số.

  +) Nếu $\overline{a_2a_3} \in \{14, 41, 23, 32\}$ thì a_1 có 3 cách chọn. Như thế có $4 \times 3 = 12$ số.

Do đó, trong trường hợp này có tất cả $8 + 12 = 20$ số.

Tóm lại, có tất cả $16 + 14 + 14 + 20 = 64$ số chẵn có 4 chữ số khác nhau và trong mỗi số có tổng hai chữ số hàng chục và hàng trăm bằng 5.

Vậy xác suất cần tính là $\mathrm{P} = \dfrac{64}{720} = \dfrac{4}{45}$.

Chọn đáp án C □

Câu 44. Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2. Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là

A $\dfrac{2}{9}$. **B** $\dfrac{3}{8}$. **C** $\dfrac{5}{8}$. **D** $\dfrac{5}{9}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_6^1 \cdot \mathrm{C}_4^2 + \mathrm{C}_6^2 \cdot \mathrm{C}_4^1 = 96$.

Gọi A là biến cố tam giác thu được có hai đỉnh màu đỏ. Ta có $n(A) = \mathrm{C}_6^2 \cdot \mathrm{C}_4^1 = 60$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{60}{96}\dfrac{5}{8}$.

Chọn đáp án C □

Câu 45. Chi đoàn lớp 12A có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ.

A $\dfrac{11}{57}$. **B** $\dfrac{11}{7}$. **C** $\dfrac{251}{285}$. **D** $\dfrac{46}{57}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{20}^3$.

Gọi A là biến cố: " có ít nhất 1 đoàn viên nữ ".

Khi đó $\overline{A}$ là biến cố: " không có đoàn viên nữ ".

Số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $n\left(\overline{A}\right) = \mathrm{C}_{12}^3$.

Xác xuất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = 1 - \dfrac{\mathrm{C}_{12}^3}{\mathrm{C}_{20}^3} = \dfrac{46}{57}$.

Chọn đáp án D □

Câu 46. Một đề thi môn Toán có 50 câu hỏi trắc nghiệm khách quan, mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời, trong đó có đúng một phương án là đáp án. Học sinh chọn đúng đáp án được 0,2 điểm, chọn sai đáp án không được điểm. Một học sinh làm đề thi đó, chọn ngẫu nhiên các phương án trả lời của tất cả 50 câu hỏi, xác suất để học sinh đó được 5,0 điểm bằng

A $\dfrac{1}{2}$. **B** $\dfrac{\mathrm{C}_{50}^{25} \cdot \left(\mathrm{C}_3^1\right)^{25}}{\left(\mathrm{C}_4^1\right)^{50}}$. **C** $\dfrac{\mathrm{A}_{50}^{25} \cdot \left(\mathrm{A}_3^1\right)^{25}}{\left(\mathrm{A}_4^1\right)^{50}}$. **D** $\dfrac{1}{16}$.

Hướng dẫn giải

Học sinh được 5,0 điểm khi trả lời đúng 25 câu và trả lời sai 25 câu.

Gọi A là biến cố: "Học sinh được 5,0 điểm".

Số phần tử của không gian mẫu là $\left(\mathrm{C}_4^1\right)^{50}$.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_{50}^{25} \cdot \left(\mathrm{C}_3^1\right)^{25}$.

Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_{50}^{25} \cdot \left(\mathrm{C}_3^1\right)^{25}}{\left(\mathrm{C}_4^1\right)^{50}}$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 47. Một hộp có 10 viên bi được đánh số từ 1 đến 10. Lấy ngẫu nhiên 2 viên từ hộp đó. Tính xác suất để 2 viên lấy ra có tổng 2 số trên chúng là một số lẻ.

A $\dfrac{5}{9}$. **B** $\dfrac{2}{9}$. **C** $\dfrac{1}{2}$. **D** $\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Không gian mẫu là tập tất cả các khả năng lấy ra 2 viên bi, do đó $\mathrm{n}(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^2 = 45$.

Gọi A là biến cố chọn được 2 viên bi mà tổng số trên chúng là số lẻ. Suy ra A là tập các khả năng lấy được 2 viên mà số trên chúng khác tính chẵn lẻ. Từ đó $\mathrm{n}(A) = \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_5^1 = 25$.

Vậy xác suất của biến cố A bằng $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{n}(A)}{\mathrm{n}(\Omega)} = \dfrac{25}{45} = \dfrac{5}{9}$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 48. Cho đa giác lồi n cạnh ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 5$). Lấy ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Biết rằng xác suất để 4 đỉnh lấy ra tạo thành một tứ giác có tất cả các cạnh đều là đường chéo của đa giác đã cho bằng $\dfrac{30}{91}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $n \in [13;15]$. **B** $n \in [10;12]$. **C** $n \in [7;9]$. **D** $n \in [16;18]$.

Hướng dẫn giải

Không gian mẫu là tập các khả năng lấy ra 4 đỉnh trong n đỉnh, do đó $\mathrm{n}(\Omega) = \mathrm{C}_n^4$.

Gọi A là biến cố 4 đỉnh lấy ra tạo thành tứ giác có các cạnh đều là đường chéo. Để đếm số phần tử của A, ta làm như sau.

Kí hiệu các đỉnh của đa giác là $A_1, A_2, \ldots, A_n$. Để chọn được một tứ giác thỏa mãn yêu cầu, ta thực hiện qua các công đoạn

- Chọn một đỉnh: có n cách chọn.
- Chọn ba đỉnh còn lại. Giả sử công đoạn một ta chọn đỉnh A_1, ba đỉnh còn lại là A_i, A_j, A_k. Thế thì 3 đỉnh A_i, A_j, A_k phải thỏa mãn $3 \leq i < j-1 < k-2 \leq n-3$. Suy ra số cách chọn 3 đỉnh A_i, A_j, A_k bằng số cách lấy ra 3 số phân biệt trong $(n-3)-3+1 = n-5$ số, tức là có C_{n-5}^3 cách.

Vậy số tứ giác có các cạnh đều là đường chéo là $n \cdot \mathrm{C}_{n-5}^3$. Tuy nhiên, trong số này mỗi tứ giác ta đếm lặp 4 lần. Do đó số tứ giác có các cạnh đều là đường chéo bằng $\dfrac{n \cdot \mathrm{C}_{n-5}^3}{4}$.

Từ đó $\mathrm{n}(A) = \dfrac{n \cdot \mathrm{C}_{n-5}^3}{4}$. Theo giả thiết suy ra

$$\mathrm{P(A)} = \frac{n \cdot \mathrm{C}_{n-5}^3}{4 \cdot \mathrm{C}_n^4} = \frac{30}{91} \Leftrightarrow n = 15.$$

Chọn đáp án A ☐

Câu 49. Một bảng khóa điện tử của phòng học gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn liên tiếp 3 nút khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút đó theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Một người không biết quy tắc mở cửa trên, đã nhấn ngẫu nhiên liên tiếp 3 nút khác nhau trên bảng điều khiển. Tính xác suất để người đó mở được cửa phòng học.

Ⓐ $\dfrac{1}{12}$. Ⓑ $\dfrac{1}{72}$. Ⓒ $\dfrac{1}{90}$. Ⓓ $\dfrac{1}{15}$.

Hướng dẫn giải

Nhấn ngẫu nhiên liên tiếp 3 nút khác nhau trên bảng điều khiển cho ta một chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử. Do đó, không gian mẫu gồm các chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử và $n(\Omega) = \mathrm{A}_{10}^3 = 720$.

Gọi A là biến cố: "Nhấn liên tiếp 3 nút khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút đó theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10".

Các bộ số thỏa mãn điều kiện này là $(0,1,9)$; $(0,2,8)$; $(0,3,7)$; $(0,4,6)$; $(1,2,7)$; $(1,3,6)$; $(1,4,5)$; $(2,3,5)$.

Do có tất cả 8 bộ số thỏa mãn nên số phần tử của biến cố A là $n(A) = 8$.

Vậy xác suất người đó mở được cửa là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{8}{720} = \dfrac{1}{90}$.

Chọn đáp án C □

Câu 50. Cho đa giác đều 12 đỉnh, trong đó có 7 đỉnh tô màu đỏ và 5 đỉnh tô màu xanh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có các đỉnh là 3 trong 12 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để tam giác được chọn có 3 đỉnh cùng màu.

Ⓐ $\mathrm{P} = \dfrac{9}{32}$. Ⓑ $\mathrm{P} = \dfrac{1}{10}$. Ⓒ $\mathrm{P} = \dfrac{9}{44}$. Ⓓ $\mathrm{P} = \dfrac{5}{24}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử không gian mẫu: $|\Omega| = \mathrm{C}_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố "tam giác được chọn có 3 đỉnh cùng màu". Ta đếm số tam giác có các đỉnh đều là màu đỏ hoặc màu xanh.

Khi đó $|\Omega_A| = \mathrm{C}_7^3 + \mathrm{C}_5^3 = 45$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{45}{220} = \dfrac{9}{44}$.

Chọn đáp án C □

Câu 51. Trong kỳ thi THPT quốc gia, tại hội đồng thi X, trường THPT A có 5 thí sinh dự thi. Tính xác suất để có đúng 3 thí sinh của trường THPT A được xếp vào cùng một phòng thi, biết rằng hội đồng thi X gồm 10 phòng thi, mỗi phòng thi có nhiều hơn 5 thí sinh và việc xếp các thí sinh vào các phòng thi là hoàn toàn ngẫu nhiên.

Ⓐ $\mathrm{P} = 0{,}081$. Ⓑ $\mathrm{P} = 0{,}064$. Ⓒ $\mathrm{P} = 0{,}076$. Ⓓ $\mathrm{P} = 0{,}093$.

Hướng dẫn giải

Mỗi thí sinh của trường A đều có thể ngồi ở một phòng bất kỳ trong 10 phòng nên $|\Omega| = 10^5$. Gọi A là biến cố "Có đúng 3 thí sinh của trường THPT A được xếp vào cùng một phòng thi".

Trước hết ta chọn 3 trong 5 thí sinh rồi xếp 3 thí sinh đó vào 1 phòng. Có $\mathrm{C}_5^3 \cdot \mathrm{C}_{10}^1$ cách. Hai thí sinh còn lại xếp ngẫu nhiên vào 9 phòng còn lại, có 9^2 cách. Vậy $|\Omega_A| = 9^2 \cdot \mathrm{C}_5^3 \cdot \mathrm{C}_{10}^1$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{9^2 \cdot \mathrm{C}_5^3 \cdot \mathrm{C}_{10}^1}{10^5} = 0{,}081.$

Chọn đáp án A □

Câu 52. Một hộp chứa 5 viên bi màu trắng, 15 viên bi màu xanh, 35 viên bi màu đỏ (mỗi viên bi chỉ có một màu). Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 7 viên bi. Xác suất để trong 7 viên bi lấy được có ít nhất một viên bi màu đỏ là

(A) $\mathrm{C}_{35}^1\mathrm{C}_{20}^6$. (B) $\dfrac{\mathrm{C}_{55}^7 - \mathrm{C}_{20}^7}{\mathrm{C}_{55}^7}$. (C) C_{35}^1. (D) $\dfrac{\mathrm{C}_{35}^7}{\mathrm{C}_{55}^7}$.

Hướng dẫn giải

Gọi biến cố A là trong 7 bi lấy được có ít nhất 1 bi màu đỏ.

Biến cố $\overline{A}$ là trong 7 bi lấy được không có bi màu đỏ.

Ta có số cách chọn $\overline{A}$: C_{20}^7. Tổng số cách chọn là C_{55}^7.

Nên $\mathrm{P}(\overline{A}) = \dfrac{\mathrm{C}_{20}^7}{\mathrm{C}_{55}^7} \Rightarrow \mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = \dfrac{\mathrm{C}_{55}^7 - \mathrm{C}_{20}^7}{\mathrm{C}_{55}^7}$.

Chọn đáp án B □

Câu 53. Cho 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên 5 tấm thẻ. Xác suất trong 5 tấm được chọn có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 2 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có ít nhất một tấm thẻ mang số chia hết cho 4 là

(A) $\dfrac{75}{94}$. (B) $\dfrac{225}{646}$. (C) $\dfrac{170}{646}$. (D) $\dfrac{175}{646}$.

Hướng dẫn giải

Trong các số từ 1 đến 20 có 10 số lẻ; 5 số chia hết cho 4: $4, 8, 12, 16, 20$ và 10 số chẵn.

Số cách chọn 3 tấm thẻ mang số lẻ là: C_{10}^3.

Số cách chọn 2 tấm thẻ mang số chẵn là: C_{10}^2.

Số cách chọn 2 tấm thẻ mang số chẵn mà không chia hết cho 4 là C_5^2.

Số phần tử không gian mẫu là C_{20}^5.

Vậy xác suất để chọn được 5 tấm thẻ thỏa mãn bài toán là $\dfrac{\mathrm{C}_{10}^3(\mathrm{C}_{10}^2 - \mathrm{C}_5^2)}{\mathrm{C}_{20}^5} = \dfrac{175}{646}$.

Chọn đáp án D □

Câu 54. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 4.

(A) $\dfrac{20}{81}$. (B) $\dfrac{23}{81}$. (C) $\dfrac{8}{27}$. (D) $\dfrac{31}{108}$.

Hướng dẫn giải

Số các số có ba chữ số khác nhau bằng $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$.

Gọi $\overline{abc}$ là số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 4.

Vì $\overline{abc}$ chia hết cho 4 nên $\overline{bc}$ chia hết cho 4.

- Nếu $c = 0$ thì $b \in \{2; 4; 6; 8\}$ và a có 8 cách chọn. Vậy có $8 \cdot 4 = 32$ số.
- Nếu $b = 0$ thì $c \in \{4; 8\}$ và a có 8 cách chọn. Vậy có $8 \cdot 2 = 16$ số.
- Nếu $b \neq 0$ và $c \neq 0$ thì

– Số các số $\overline{bc} \vdots 4$ là $(96-12):4+1=22$ số, trong đó có 4 số đã được đếm là 20, 40, 60, 80 và 2 số có hai chữ số giống nhau là 44, 88. Như vậy còn lại $22-6=16$ số.

– a có 7 cách chọn.
Vậy có $16 \cdot 7 = 112$ số.

Do đó có tất cả $32+16+112=160$ số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 4.
Vậy xác xuất để số được chọn có ba chữ số khác nhau và nó chia hết cho 4 là $\dfrac{160}{648}=\dfrac{20}{81}$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 55. Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ.

(A) $\dfrac{7}{15}$. (B) $\dfrac{1}{15}$. (C) $\dfrac{8}{15}$. (D) $\dfrac{1}{5}$.

Hướng dẫn giải

Không gian mẫu có số phần tử là C_{10}^2.
Số trường hợp thuận lợi cho biến cố "hai người được chọn đều là nữ" là C_3^2.
Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{\mathrm{C}_3^2}{\mathrm{C}_{10}^2}=\dfrac{1}{15}$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 56. Một hộp có 5 viên bi đỏ và 9 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Xác suất để chọn được 2 viên bi khác màu là

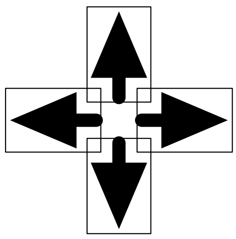
(A) $\dfrac{15}{22}$. (B) $\dfrac{46}{91}$. (C) $\dfrac{45}{91}$. (D) $\dfrac{11}{45}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu $\mathrm{n}(\Omega)=\mathrm{C}_{14}^2$.
Gọi A là biến cố: "chọn được 2 viên bi khác màu" thì $\mathrm{n}(A)=\mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_9^1$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A)=\dfrac{\mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_9^1}{\mathrm{C}_{14}^2}=\dfrac{45}{91}$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 57.

Bạn A chơi game trên máy tính điện tử, máy có bốn phím di chuyển như hình vẽ bên. Mỗi lần nhấn phím di chuyển, nhân vật trong game sẽ di chuyển theo hướng mũi tên và độ dài các bước đi luôn bằng nhau. Tính xác suất để sau bốn lần di chuyển, nhân vật trong game trở về đúng vị trí ban đầu.



(A) $\dfrac{9}{64}$. (B) $\dfrac{2}{3}$. (C) $\dfrac{1}{8}$. (D) $\dfrac{5}{8}$.

Hướng dẫn giải

Số cách di chuyển tùy ý từ 4 phím với 4 lần bấm phím là 4^4. Để nhân vật về vị trí ban đầu có 2 trường hợp.

- Mỗi phím bấm 1 lần, có $4!=24$ cách.
- Bấm 2 lần phím lên trên và 2 lần phím xuống dưới, hoặc bấm 2 lần phím sang trái và 2 lần phím sang phải, có $6+6=12$ cách.

Xác suất cần tìm là $\dfrac{24+12}{4^4} = \dfrac{9}{64}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 58. Một tổ trực nhật có 12 bạn, trong đó có bạn An và bạn Bình. Cô giáo chọn ngẫu nhiên 3 bạn đi trực nhật trong ngày Thứ Hai đầu tuần. Xác suất để bạn An và bạn Bình không cùng được chọn bằng

(A) $\dfrac{18}{22}$. (B) $\dfrac{52}{55}$. (C) $\dfrac{21}{22}$. (D) $\dfrac{10}{11}$.

Hướng dẫn giải

Trước hết, ta tính xác suất để An và Bình cùng được chọn. Khi đó chỉ cần chọn thêm 1 trong 10 người còn lại, nên xác suất để An và Bình cùng được chọn là $\dfrac{10}{C_{12}^3} = \dfrac{1}{22}$.

Xác suất cần tính là $1 - \dfrac{1}{22} = \dfrac{21}{22}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 59. Có 10 thẻ được đánh số $1, 2, \ldots, 10$. Bốc ngẫu nhiên 2 thẻ. Tính xác suất để tích 2 số ghi trên 2 thẻ bốc được là một số lẻ.

(A) $\dfrac{1}{2}$. (B) $\dfrac{7}{9}$. (C) $\dfrac{5}{18}$. (D) $\dfrac{2}{9}$.

Hướng dẫn giải

Lấy ngẫu nhiên 2 thẻ $\Rightarrow |\Omega| = C_{10}^2 = 45$.

Xét biến cố A: "Tích hai số ghi trên hai thẻ là một số lẻ ".

Tích hai số là số lẻ $\Leftrightarrow$ Cả hai số là số lẻ.

Trong các số $1, 2, \ldots, 10$ có 5 số chẵn và 5 số lẻ.

Chọn 2 số lẻ $\Rightarrow$ Có $C_5^2 = 10$ cách chọn.

$\Rightarrow |A| = 10$.

Vậy $P(A) = \dfrac{10}{45} = \dfrac{2}{9}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 60. Mẹ của Bình có một gói kẹo gồm 20 viên khác nhau. Mẹ cho Bình lấy một cách ngẫu nhiên một số viên kẹo trong một lần, phần kẹo còn lại là của anh trai Bình. Biết rằng cả hai anh em Bình đều có kẹo. Xác suất để số kẹo của hai anh em Bình bằng nhau gần với giá trị nào nhất?

(A) $17,6\%$. (B) 50%. (C) $22,6\%$. (D) $15,7\%$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử không gian mẫu bằng số cách chọn k viên kẹo tùy ý với $1 \le k \le 19$ nên

$$n(\Omega) = C_{20}^1 + C_{20}^2 + \cdots + C_{20}^{19} = 2^{20} - 2.$$

Số cách chọn kẹo để số kẹo của hai anh em Bình bằng nhau là C_{20}^{10}. Xác suất cần tính bằng

$$\frac{C_{20}^{10}}{2^{20}-2} = 0,1761.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 61. Giải bóng chuyền **VTV Cup** gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

A $\dfrac{53}{56}$. **B** $\dfrac{9}{28}$. **C** $\dfrac{19}{28}$. **D** $\dfrac{3}{56}$.

Hướng dẫn giải

Không gian mẫu $|\Omega| = \mathrm{C}_9^3\mathrm{C}_6^3\mathrm{C}_3^3 = 1680$.

Gọi A là biến cố "Ba đội bóng Việt Nam ở 3 bảng khác nhau."

Ta có $|\Omega_A| = \mathrm{C}_3^1\mathrm{C}_2^1\mathrm{C}_1^1\mathrm{C}_6^2\mathrm{C}_4^2\mathrm{C}_2^2 = 3!\mathrm{C}_6^2\mathrm{C}_4^2 = 540$.

Ta có $\mathrm{P}(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{540}{1680} = \dfrac{9}{28}$.

Chọn đáp án B □

Câu 62. Cho đa giác đều 20 đỉnh. Trong các tứ giác có bốn đỉnh là đỉnh của đa giác, chọn ngẫu nhiên một tứ giác. Tính xác suất để tứ giác chọn được là hình chữ nhật.

A $\dfrac{6}{323}$. **B** $\dfrac{3}{323}$. **C** $\dfrac{15}{323}$. **D** $\dfrac{14}{323}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = \mathrm{C}_{20}^4$.

Chọn hai đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác ta có 4 đỉnh của hình chữ nhật. Số cách chọn là C_{10}^2.

Khi đó $\mathrm{P} = \dfrac{\mathrm{C}_{10}^2}{\mathrm{C}_{20}^4} = \dfrac{3}{323}$.

Chọn đáp án B □

Câu 63. Cho đa giác đều n đỉnh (n lẻ, $n \geq 3$). Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đều đó. Gọi P là xác suất sao cho 3 đỉnh đó tạo thành một tam giác tù. Biết $P = \dfrac{45}{62}$. Số các ước nguyên dương của n là

A 3. **B** 4. **C** 6. **D** 5.

Hướng dẫn giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = \mathrm{C}_n^3$.

Giả sử chọn được một tam giác tù ABC với góc A nhọn, B tù và C nhọn.

Chọn một đỉnh bất kì lấy làm đỉnh A có n cách. Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác đều. Kẻ đường kính AA', chia đường tròn thành hai phần (trái và phải). Do n lẻ nên A' không phải là đỉnh của đa giác đều.

Để tạo thành tam giác tù thì hai đỉnh còn lại được chọn sẽ hoặc cùng năm bên trái hoặc cùng nằm bên phải.

Số cách chọn hai đỉnh cùng ở một bên là $2\mathrm{C}_{\frac{n-1}{2}}^2$.

Ứng với mỗi tam giác vai trò góc nhọn của A và C như nhau nên số tam giác tù tạo thành là

$$\frac{n \cdot 2\mathrm{C}_{\frac{n-1}{2}}^2}{2} = n \cdot \mathrm{C}_{\frac{n-1}{2}}^2.$$

Ta có $P = \dfrac{n \cdot C^2_{\frac{n-1}{2}}}{C^3_n} = \dfrac{45}{62} \Leftrightarrow \dfrac{n\left(\dfrac{n-1}{2}\right)\left(\dfrac{n-1}{2}-1\right)}{2} \cdot \dfrac{6}{n(n-1)(n-2)} = \dfrac{45}{62} \Leftrightarrow n = 33.$
Vậy số các ước nguyên dương của $n = 33$ là 4.

Chọn đáp án B □

Câu 64. Một bình đựng 4 quả cầu xanh và 6 quả cầu trắng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để được 3 quả cầu toàn màu xanh là

A $\dfrac{3}{10}$. B $\dfrac{1}{15}$. C $\dfrac{1}{20}$. D $\dfrac{1}{30}$.

Hướng dẫn giải

$\mathrm{n}(\Omega) = C^3_{10} = 120$.

Gọi A: "Lấy được 3 quả cầu toàn màu xanh".

$\mathrm{n}(A) = C^3_4 = 4$.

Suy ra $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{n}(A)}{\mathrm{n}(\Omega)} = \dfrac{1}{30}$.

Chọn đáp án D □

Câu 65. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ tập các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập S. Tính xác suất để rút được số mà trong số đó, chữ số đứng sau luôn lớn hơn hoặc bằng chữ số đứng trước.

A $\dfrac{2}{7}$. B $\dfrac{11}{64}$. C $\dfrac{3}{16}$. D $\dfrac{3}{32}$.

Hướng dẫn giải

- Không gian mẫu của phép thử là Ω có $n(\Omega) = 7 \times 8 \times 8 = 448$.
- Gọi A là biến cố lấy được một số từ tập S thỏa mãn yêu cầu bài toán.
  Xét số $n = \overline{abc}$ trong đó $a \leq b \leq c$. Đặt $b' = b + 1$ và $c' = c + 2$, khi đó ta có $1 \leq a < b' < c' \leq 9$.
  Do đó $n(A) = C^3_9 = 84$.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{84}{448} = \dfrac{3}{16}$.

Chọn đáp án C □

Câu 66. Tổ Toán trường THPT Hậu Lộc 2 gồm 6 thầy và 4 cô. Nhà trường chọn ngẫu nhiên 3 người trong tổ đi chấm thi. Xác suất để 3 người được chọn có cả thầy và cô là

A $\dfrac{11}{15}$. B $\dfrac{4}{5}$. C $\dfrac{4}{15}$. D $\dfrac{1}{5}$.

Hướng dẫn giải

Xác suất để 3 người được chọn có cả thầy và cô là $\dfrac{C^2_6 \cdot C^1_4 + C^1_6 \cdot C^2_4}{C^3_{10}} = \dfrac{4}{5}$.

Chọn đáp án B □

Câu 67. Một hộp chứa 7 viên bi đỏ và 9 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra có đủ hai màu.

A $\dfrac{63}{80}$. B $\dfrac{21}{80}$. C $\dfrac{17}{80}$. D $\dfrac{4}{63}$.

Hướng dẫn giải

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{16}^3 = 560$.

Gọi A là biến cố lấy ra 3 viên bi có đủ hai màu, ta có hai trường hợp Trường hợp 1: lấy ra 2 viên bi đỏ và 1 viên bi vàng, ta có $\mathrm{C}_7^2 \cdot \mathrm{C}_9^1 = 189$. Trường hợp 2: lấy ra 1 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng, ta có $\mathrm{C}_7^1 \cdot \mathrm{C}_9^2 = 252$.

Từ đó suy ra xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{189 + 252}{560} = \dfrac{63}{80}$.

Chọn đáp án A □

Câu 68. Chọn ngẫu nhiên 6 số từ tập $M = \{1; 2; 3; ...; 2018\}$. Tính xác suất để chọn được 6 số lập thành cấp số nhân tăng có công bội là một số nguyên dương.

A $\dfrac{36}{\mathrm{C}_{2108}^6}$. **B** $\dfrac{64}{\mathrm{C}_{2108}^6}$. **C** $\dfrac{72}{\mathrm{C}_{2108}^6}$. **D** $\dfrac{2018}{\mathrm{C}_{2108}^6}$.

Hướng dẫn giải

Số cách chọn 6 số bất kì từ tập M là C_{2018}^6.

Giả sử dãy số là cấp số nhân có số hạng đầu tiên là u_1 ($u_1 \geq 1$) và công bội $q > 1$, suy ra số hạng $u_6 = u_1 \cdot q^5$.

Theo bài ra ta có $u_6 \leq 2018$. $(*)$ Trường hợp 1: $q = 2$, theo $(*)$ ta có $u_1 \leq \dfrac{2018}{2^5} = 63{,}0625$, suy ra có 63 cách chọn u_1, suy ra có 63 dãy số có công bội bằng 2. Trường hợp 2: $q = 3$, theo $(*)$ ta có $u_1 \leq \dfrac{2018}{3^5} = \dfrac{2018}{243} \approx 8{,}305$, suy ra có 8 cách chọn u_1, suy ra có 8 dãy số có công bội bằng 3. Trường hợp 3: $q = 4$, theo $(*)$ ta có $u_1 \leq \dfrac{2018}{4^5} = \dfrac{2018}{1024} \approx 1{,}97$, suy ra có 1 cách chọn u_1, suy ra có 1 dãy số có công bội bằng 4. Trường hợp 4: $q = 5$, theo $(*)$ ta có $u_1 \leq \dfrac{2018}{5^5} = 0{,}64576$, suy ra có 0 cách chọn u_1.

Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{63 + 8 + 1}{\mathrm{C}_{2018}^6} = \dfrac{72}{\mathrm{C}_{2018}^6}$.

Chọn đáp án C □

Câu 69. Gọi A là tập hợp gồm các số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập A. Tính xác suất để số lấy được có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước nó.

A $P = \dfrac{69}{574}$. **B** $P = \dfrac{23}{1120}$. **C** $P = \dfrac{271}{2296}$. **D** $P = \dfrac{23}{1148}$.

Hướng dẫn giải

Gọi số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$ với $a, b, c \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, $a \neq 0$, $d \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$.

- Trường hợp 1: $d = 0$ có $\mathrm{A}_9^3 = 504$ số.
- Trường hợp 2: $d \in \{2; 4; 6; 8\}$ có $4 \cdot 8 \cdot \mathrm{A}_8^2 = 1792$ số.

Khi đó không gian mẫu A có $504 + 1792 = 2296$ phần tử. Ta tìm số lượng số lấy từ tập A sao cho chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước nó như sau:

- $d = 4$ có 1 số.
- $d = 6$ có $\mathrm{C}_5^3 = 10$ số.
- $d = 8$ có $\mathrm{C}_7^3 = 35$ số.

Khi đó xác suất cần tìm là $\dfrac{1+10+35}{2296}=\dfrac{23}{1148}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 70. Một đa giác lồi có 10 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh của đa giác và nối chúng lại với nhau ta được một tam giác. Tính xác suất để tam giác thu được có ba cạnh là ba đường chéo của đa giác đã cho.

(A) $\dfrac{11}{12}$. (B) $\dfrac{1}{4}$. (C) $\dfrac{3}{8}$. (D) $\dfrac{5}{12}$.

Hướng dẫn giải

Gọi S là tập hợp các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác lồi.

Khi đó $|S|=\mathrm{C}_{10}^3=120$.

Xét một tam giác thuộc S và có đúng một cạnh là cạnh của đa giác lồi. Đầu tiên, ta chọn một cạnh của đa giác làm cạnh của tam giác. Sau đó, ta chọn đỉnh còn lại của tam giác. Vì tam giác chỉ có đúng một cạnh là cạnh của đa giác nên ta có 6 cách chọn đỉnh còn lại. Do đó, số lượng tam giác có đúng một cạnh là cạnh của đa giác bằng $10\cdot 6=60$.

Xét một tam giác thuộc S và có cả ba cạnh là cạnh của đa giác lồi. Để có tam giác như vậy, ta chọn một đỉnh bất kì của đa giác rồi nối với hai đỉnh kề với nó. Do đó, số lượng tam giác có cả ba cạnh là cạnh của đa giác bằng 10.

Vậy số tam giác có 3 cạnh là 3 đường chéo của đa giác là $120-60-10=50$.

Xác suất cần tính là $\dfrac{50}{120}=\dfrac{5}{12}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 71. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được chọn từ các chữ số: $1;2;3;4;5;6$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A. Xác suất để số chọn được là số chia hết cho 5 là

(A) $\dfrac{2}{3}$. (B) $\dfrac{1}{6}$. (C) $\dfrac{1}{30}$. (D) $\dfrac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải

Số các phần tử của A là $n(A)=\mathrm{A}_6^4$.

Gọi số tự nhiên lập được là $x=\overline{abcd}$.

Để x chia hết cho 5 thì $d=5\Rightarrow d$ có một cách chọn.

Chọn a,b,c có $\mathrm{A}_5^3\Rightarrow$ có A_5^3 số tự nhiên lập được chia hết cho 5.

Do đó xác suất để số được chọn chia hết cho 5 là $\mathrm{P}=\dfrac{\mathrm{A}_5^3}{\mathrm{A}_6^4}=\dfrac{1}{6}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 72. Lớp 11B có 25 đoàn viên trong đó có 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ.

(A) $\dfrac{3}{115}$. (B) $\dfrac{7}{920}$. (C) $\dfrac{27}{92}$. (D) $\dfrac{9}{92}$.

Hướng dẫn giải

Chọn 3 đoàn viên trong 25 đoàn viên có $n(\Omega)=\mathrm{C}_{25}^3$ cách.

Gọi A: "trong 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ"

Khi đó $n(A) = \mathrm{C}_{10}^2 \cdot \mathrm{C}_{15}^1 \Rightarrow \mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{27}{92}$.

Chọn đáp án C □

Câu 73. Đội học sinh giỏi trường THPT X gồm có 8 học sinh khối 12; 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh. Xác suất để trong 8 học sinh được chọn có đủ 3 khối là

A $\dfrac{71128}{75582}$. **B** $\dfrac{35582}{3791}$. **C** $\dfrac{71131}{75582}$. **D** $\dfrac{143}{153}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố "Trong 8 học sinh được chọn có đủ 3 khối".

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố "Trong 8 học sinh được chọn chỉ có đúng 1 khối hoặc 2 khối".

$n(\Omega) = \mathrm{C}_{19}^8 = 75582$.

Số cách chọn chỉ có đúng 1 khối: C_8^8.

Số cách chọn gồm cả hai khối 10 và 11: C_{11}^8.

Số cách chọn gồm cả hai khối 11 và 12: $\mathrm{C}_{14}^8 - \mathrm{C}_8^8$.

Số cách chọn gồm cả hai khối 10 và 12: $\mathrm{C}_{13}^8 - \mathrm{C}_8^8$.

$\Rightarrow n(\overline{A}) = \mathrm{C}_8^8 + \left[\mathrm{C}_{11}^8 + \left(\mathrm{C}_{14}^8 - \mathrm{C}_8^8\right) + \left(\mathrm{C}_{13}^8 - \mathrm{C}_8^8\right)\right] = 4454$.

$\Rightarrow \mathrm{P}(\overline{A}) = \dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{4454}{75582}$

$\Rightarrow \mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = \dfrac{71128}{75582}$.

Chọn đáp án A □

Câu 74. Cho đa giác đều $2n$ đỉnh, lấy ngẫu nhiên một đường chéo của đa giác này thì xác suất để đường chéo được chọn có độ dài lớn nhất bằng $\dfrac{1}{9}$. Tìm n.

A $n = 4$. **B** $n = 6$. **C** $n = 10$. **D** $n = 5$.

Hướng dẫn giải

Ta có đường chéo có độ dài lớn nhất của đa giác là đường chéo đi qua tâm $\Rightarrow$ đa giác có $2n$ đỉnh thì có n đường chéo lớn nhất.

Xác suất để đường chéo được chọn có độ dài lớn nhất: $\dfrac{n}{\mathrm{C}_{2n}^2 - 2n} = \dfrac{1}{9} \Leftrightarrow n = 6$.

Chọn đáp án B □

Câu 75. Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Tính xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam.

A $\dfrac{\mathrm{C}_5^4}{\mathrm{C}_{13}^4}$. **B** $\dfrac{\mathrm{C}_5^4}{\mathrm{C}_8^4}$. **C** $\dfrac{\mathrm{A}_5^4}{\mathrm{A}_{13}^4}$. **D** $\dfrac{\mathrm{A}_5^4}{\mathrm{A}_8^4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn 4 người trong 13 người có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{13}^4$ cách.

Gọi biến cố A: "4 người được chọn đều là nam" $\Rightarrow n(A) = \mathrm{C}_5^4$ cách.

Suy ra $P(A) = \dfrac{\mathrm{C}_5^4}{\mathrm{C}_{13}^4}$.

Chọn đáp án A □

Câu 76. Lớp 11L có 32 học sinh chia đều thành 4 tổ. Đoàn trường chọn ngẫu nhiên 5 học sinh đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang, lớp 11L, dự thi đường lên đỉnh Olympia. Xác suất để 5 bạn được chọn cùng một tổ là

Ⓐ $\dfrac{5}{32}$. Ⓑ $\dfrac{5}{31}$. Ⓒ $\dfrac{32}{24273}$. Ⓓ $\dfrac{1}{899}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố "5 bạn được chọn cùng một tổ đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang". Số cách chọn 5 học sinh bất kì trong lớp $11L$ đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang là: $n\left(\Omega\right) = \mathrm{C}_{31}^{5}$.

32 học sinh chia đều thành 4 tổ nên mỗi tổ có 8 học sinh. Số cách chọn 5 học sinh cùng một tổ đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang là: $n(A) = 3 \cdot \mathrm{C}_{8}^{5} + \mathrm{C}_{7}^{5}$.

Xác suất để 5 bạn được chọn cùng một tổ là: $\mathrm{P} = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{3 \cdot \mathrm{C}_{8}^{5} + \mathrm{C}_{7}^{5}}{\mathrm{C}_{31}^{5}} = \dfrac{1}{899}$.

Chọn đáp án D □

Câu 77. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là

Ⓐ $\dfrac{47}{256}$. Ⓑ $\dfrac{49}{256}$. Ⓒ $\dfrac{51}{256}$. Ⓓ $\dfrac{3}{16}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố "không có hai người liền kề cùng đứng".

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^8 = 256$.

Rõ ràng nếu nhiều hơn 4 đồng xu ngửa thì biến cố A không xảy ra.

Để biến cố A xảy ra ta có các trường hợp sau:

- **Trường hợp 1:** Có nhiều nhất 1 đồng xu ngửa. Kết quả của trường hợp này là $1 + 8 = 9$.
- **Trường hợp 2:** Có 2 đồng xu ngửa.
  2 đồng xu ngửa kề nhau, có 8 khả năng.
  Suy ra, số kết quả của trường hợp này là $\mathrm{C}_{8}^{2} - 8 = 20$.
- **Trường hợp 3:** Có 3 đồng xu ngửa.
  Cả 3 đồng xu ngửa kề nhau, có 8 khả năng.
  Trong 3 đồng xu ngửa có đúng 2 đồng xu ngửa kề nhau, có $8 \cdot 4 = 32$ kết quả. Suy ra, số kết quả của trường hợp này là $\mathrm{C}_{8}^{3} - 8 - 32 = 16$.
- **Trường hợp 4:** Có 4 đồng xu ngửa.
  Trường hợp này có 2 kết quả thỏa mãn biến cố A xảy ra.

Như vậy: $n(A) = 9 + 20 + 16 + 2 = 47$.

Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là : $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{47}{256}$.

Chọn đáp án A □

Câu 78. Lớp 12M của trường THPT X có 40 học sinh gồm 24 học sinh nam và 16 học sinh nữ. Nhân dịp kỉ niệm 87 năm ngày thành lập Đoàn, giáo viên chủ nhiệm cần chọn 15 học sinh để tham gia biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Tính xác suất để 15 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

A $1-\dfrac{C_{24}^{15}+C_{16}^{15}}{C_{40}^{15}}$. **B** $1-\dfrac{C_{24}^{15}}{C_{40}^{15}}$. **C** $1-\dfrac{C_{16}^{15}}{C_{40}^{15}}$. **D** $\dfrac{C_{24}^{15}+C_{16}^{15}}{C_{40}^{15}}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu là C_{40}^{15}.

Gọi A là biến cố "số học sinh được chọn có cả nam và nữ".

Gọi $\overline{A}$ là biến cố "số học sinh được chọn không có đủ cả nam và nữ".

Số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $C_{24}^{15}+C_{16}^{15}$.

Xác suất của biến cố A là $1-\dfrac{C_{24}^{15}+C_{16}^{15}}{C_{40}^{15}}$.

Chọn đáp án A □

Câu 79. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 5 nam và 5 nữ thành một hàng dọc. Xác suất để **không** có bất kỳ hai học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là

A $\dfrac{1}{21}$. **B** $\dfrac{1}{126}$. **C** $\dfrac{1}{42}$. **D** $\dfrac{1}{252}$.

Hướng dẫn giải

$n(\Omega)=10!$.

Gọi A là biến cố "Không có bất kỳ hai học sinh cùng giới đứng cạnh nhau."

$\Rightarrow n(A)=2\cdot 5!\cdot 5!$.

Suy ra $\mathrm{P}(A)=\dfrac{2\cdot 5!\cdot 5!}{10!}=\dfrac{1}{126}$.

Chọn đáp án B □

Câu 80. Gieo đồng thời hai con xúc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện của hai con xúc sắc không vượt quá 5 bằng

A $\dfrac{1}{4}$. **B** $\dfrac{2}{9}$. **C** $\dfrac{5}{18}$. **D** $\dfrac{5}{12}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=36$.

Biến cố A: "Tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện của hai con xúc sắc không vượt quá 5".

$A=\{(1;1),(1;2),(1;3),(1;4),(2;1),(2;2),(2;3),(3;1),(3;2),(4;1)\}\Rightarrow n(A)=10$.

Vậy $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{10}{36}=\dfrac{5}{18}$.

Chọn đáp án C □

Câu 81. Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên màu đỏ và 5 viên màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên. Xác xuất để không có phần nào gồm 3 viên cùng màu bằng

A $\dfrac{9}{14}$. **B** $\dfrac{2}{7}$. **C** $\dfrac{3}{7}$. **D** $\dfrac{5}{14}$.

Hướng dẫn giải

Ta có nhận xét: Xác suất không thay đổi khi ta coi ba phần này có xếp thứ tự 1, 2, 3.

Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên màu đỏ và 5 viên màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên như sau:

- Chọn 3 viên cho phần 1: có C_9^3 cách.
- Chọn 3 viên cho phần 2: có C_6^3 cách.
- Chọn 3 viên lại cho phần 3: có 1 cách.

Do đó số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_9^3 \cdot C_6^3 = 1680$.
Gọi A là biến cố không có phần nào gồm 3 viên cùng màu, khi đó ta chia các viên bi thành 3 bộ như sau:

- Bộ 1: 2 đỏ - 1 xanh: có $C_4^2C_5^1$ cách chọn.
- Bộ 2: 1 đỏ - 2 xanh: có $C_2^1C_4^2$ cách chọn.
- Bộ 3: gồm các viên bi còn lại (1 đỏ - 2 xanh).

Vì bộ 2 và 3 có các viên bi giống nhau để không phân biệt hai bộ này nên có $\frac{3!}{2!}$ sắp xếp 3 bộ vào 3 phần trên.
Do đó $n(A) = \frac{3!}{2!}C_4^2C_5^1C_2^1C_4^2 = 1080$.
Vậy xác xuất để không có phần nào gồm 3 viên cùng màu là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1080}{1680} = \frac{9}{14}$.
Chọn đáp án A □

Câu 82. Một đoàn đại biểu gồm 5 người được chọn ra từ một tổ gồm 8 nam và 7 nữ để tham dự hội nghị. Xác suất để chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ là

A. $\frac{56}{143}$. B. $\frac{140}{429}$. C. $\frac{1}{143}$. D. $\frac{28}{715}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^5$.
Gọi biến cố A: "Chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ".
$\Rightarrow n(A) = C_7^2 \cdot C_8^3$.
Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{56}{143}$.
Chọn đáp án A □

Câu 83. Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ một hộp có chứa 5 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi xanh bằng số bi đỏ là

A. $\frac{5}{792}$. B. $\frac{5}{11}$. C. $\frac{4}{11}$. D. $\frac{5}{66}$.

Hướng dẫn giải

Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ một hộp chứa 11 viên bi nên số cách chọn là $C_{11}^4 = 330$ khi đó số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 330$.
Gọi biến cố A: "4 viên bi được chọn có số bi xanh bằng số bi đỏ ". Khi đó $n(A) = C_5^2 \cdot C_6^2 = 150$.
Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{150}{330} = \frac{5}{11}$.
Chọn đáp án B □

Câu 84. Gieo ba con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba mặt lập thành một cấp số cộng với công sai bằng 1 là

A $\frac{1}{6}$. **B** $\frac{1}{36}$. **C** $\frac{1}{9}$. **D** $\frac{1}{27}$.

Hướng dẫn giải

- Số phần tử không gian mẫu là $6^3 = 216$.
- Các bộ ba số lập thành một cấp số cộng với công sai bằng 1 là $(1,2,3)$, $(2,3,4)$, $(3,4,5)$, $(4,5,6)$. Bốn trường hợp trên với các hoán vị sẽ có $4 \cdot 6 = 24$ khả năng thuận lợi cho biến cố.
- Xác suất cần tìm là $\frac{24}{216} = \frac{1}{9}$.

Chọn đáp án C □

Câu 85. Lấy ngẫu nhiên một số có 4 chữ số đôi một phân biệt. Tính xác suất p để số được lấy không lớn hơn 2018.

A $p = \frac{85}{756}$. **B** $p = \frac{510}{1134}$. **C** $p = \frac{509}{4536}$. **D** $p = \frac{84}{756}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $n(\Omega) = 9\mathrm{A}_9^3$. Gọi $\overline{abcd}$ là số có 4 chữ số đôi một phân biệt và $\overline{abcd} \leqslant 2018$.

Với $a = 2$, ta có $b = 0, c = 1, d = 3,4,5,6,7,8$.

Với $a = 1$, có A_9^3 cách chọn các chữ số b, c, d.

Vậy $p = \frac{6 + \mathrm{A}_9^3}{9\mathrm{A}_9^3} = \frac{85}{756}$

Chọn đáp án A □

Câu 86. Từ 15 học sinh gồm 6 học sinh giỏi, 5 học sinh khá, 4 học sinh trung bình, giáo viên muốn thành lập 5 nhóm làm 5 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

A $\frac{108}{7007}$. **B** $\frac{216}{7007}$. **C** $\frac{216}{35035}$. **D** $\frac{72}{7007}$.

Hướng dẫn giải

Số cách lập 5 nhóm để làm 5 bài tập lớn là $|\Omega| = \mathrm{C}_{15}^3 \cdot \mathrm{C}_{12}^3 \cdot \mathrm{C}_9^3 \cdot \mathrm{C}_6^3 \cdot \mathrm{C}_3^3$.

Do mỗi nhóm đều có học sinh khá và giỏi nên có một nhóm có hai học sinh giỏi và một học sinh khá, còn các nhóm còn lại thì mỗi nhóm có một học sinh khá, một học sinh giỏi và một học sinh trung bình.

- Có C_6^2 cách chọn hai học sinh giỏi vào nhóm khá-giỏi.
- Có C_5^1 cách chọn một học sinh khá vào nhóm khá-giỏi.
- Bốn học sinh giỏi còn lại chia đều vào bốn nhóm còn lại nên có 4! cách.
- Bốn học sinh khá còn lại chia đều vào bốn nhóm còn lại nên có 4! cách.
- Bốn học sinh trung bình chia đều vào bốn nhóm còn lại nên có 4! cách.

Vậy có $C_6^2 \cdot C_5^1 \cdot 4! \cdot 4! \cdot 4!$ cách chia thỏa bài toán.

Xác suất để bài toán thỏa mãn là $P = \dfrac{C_6^2 \cdot C_5^1 \cdot 4! \cdot 4! \cdot 4!}{C_{15}^3 \cdot C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3} = \dfrac{216}{35035}$.

Chọn đáp án C □

Câu 87. Thầy giáo Cường đựng trong túi 4 bi xanh và 6 bi đỏ. Thầy giáo lần lượt rút 2 viên bi. Tính xác suất để rút được một bi xanh và một bi đỏ?

A $\dfrac{6}{25}$. **B** $\dfrac{2}{15}$. **C** $\dfrac{4}{15}$. **D** $\dfrac{8}{25}$.

Hướng dẫn giải

Không gian mẫu là rút lần lượt 2 viên bi trong 10 viên bi $\Rightarrow n(\Omega) = 10.9 = 90$.

Gọi A là biến cố rút được một viên màu đỏ và một viên màu xanh $\Rightarrow n(A) = 4.6 = 24$.

Khi đó xác suất xảy ra biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{24}{90} = \dfrac{4}{15}$.

Chọn đáp án C □

Câu 88. Một hộp chứa 30 thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Người ta lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp đó. Tính xác suất để thẻ lấy được mang số lẻ và không chia hết cho 3.

A $\dfrac{2}{5}$. **B** $\dfrac{3}{10}$. **C** $\dfrac{1}{3}$. **D** $\dfrac{4}{15}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố chọn được thẻ mang số lẻ và không chia hết cho 3. Do giả thiết hộp sẽ chứa 15 thẻ mang số lẻ cụ thể là $1, 3, 5, \ldots, 29$. Dễ thấy số thẻ mang số lẻ chia hết cho 3 là $3, 9, 15, 21, 27$. Nên số thẻ không chia hết cho 3 gồm 10 thẻ. Vậy $P(A) = \dfrac{10}{30} = \dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 89. Một người viết ngẫu nhiên một số có bốn chữ số. Tính xác suất để các chữ số của số đó được viết ra có thứ tự tăng dần hoặc giảm dần (nghĩa là nếu số được viết dưới dạng $\overline{abcd}$ thì $a < b < c < d$ hoặc $a > b > c > d$).

A $\dfrac{7}{125}$. **B** $\dfrac{7}{375}$. **C** $\dfrac{7}{250}$. **D** $\dfrac{14}{375}$.

Hướng dẫn giải

Giả sử số có dạng $\overline{abcd}$. Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán. Do giả thiết suy ra a, b, c, d khác nhau và mỗi tập con gồm 4 chữ số khác nhau thì có một cách sắp xếp thỏa mãn bài toán. - Nếu $a < b < c < d$ suy ra $a \neq 0$ nên số cách chọn số thỏa mãn là C_9^4. - Nếu $a > b > c > d$ số cách chọn số thỏa mãn là C_{10}^4. Mặt khác số các số gồm 4 chữ số là $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$. Do đó $P(A) = \dfrac{C_9^4 + C_{10}^4}{9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = \dfrac{14}{375}$.

Chọn đáp án D □

Câu 90. Có 12 bóng đèn, trong đó có 7 bóng tốt. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng cùng lúc. Tính xác suất để lấy được ít nhất 2 bóng tốt.

A $\dfrac{13}{110}$. **B** $\dfrac{7}{11}$. **C** $\dfrac{23}{44}$. **D** $\dfrac{27}{110}$.

Hướng dẫn giải

- Số cách lấy 3 bóng đèn là C_{12}^3.
- Số cách lấy 3 bóng đèn, trong đó có ít nhất 2 bóng tốt là $C_7^3 + C_7^2 C_5^1$.

• Xác suất để trong 3 bóng có ít nhất 2 bóng tốt là $\dfrac{C_7^3 + C_7^2C_5^1}{C_{12}^3} = \dfrac{7}{11}$.

Chọn đáp án B □

Câu 91. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số được lập ra từ tập $X = \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Rút ngẫu nhiên một số thuộc tập S. Tính xác suất để rút được số mà trong số đó, chữ số đằng sau luôn lớn hơn hoặc bằng chữ số đứng trước.

(A) $\dfrac{3}{32}$. (B) $\dfrac{2}{7}$. (C) $\dfrac{3}{16}$. (D) $\dfrac{125}{3}$.

Hướng dẫn giải

• Số các số tự nhiên có 3 chữ số được lập ra từ tập X là $7 \cdot 8 \cdot 8 = 448$.

• Xét số tự nhiên $\overline{abc}$ với $a, b, c \in X$ và $1 \le a \le b \le c$.

Cách 1: Số cách chọn bộ số a, b, c sao cho cả 3 số bằng nhau là 7 (cách).

Số cách chọn bộ số a, b, c sao cho có đúng 2 số bằng nhau là $2C_7^2 = 42$ (cách).

Số cách chọn bộ số a, b, c sao cho cả 3 số đều khác nhau là $C_7^3 = 35$ (cách).

Số cách chọn a, b, c thỏa mãn yêu cầu bài toán là $7 + 42 + 35 = 84$ (cách).

• Xác suất để chọn số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\dfrac{84}{448} = \dfrac{3}{16}$. **Cách 2:** Đặt $a' = a - 1$, $c' = c + 1$, ta có $0 \le a' < b < c' < 8$. Mỗi cách chọn bộ 3 số thuộc tập hợp $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$ cho ta một bộ số a, b, c thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Do đó số các số $\overline{abc}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_9^3 = 84$.

• Xác suất để chọn số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\dfrac{84}{448} = \dfrac{3}{16}$.

Chọn đáp án C □

Câu 92. Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng bao nhiêu?

(A) $\dfrac{1}{3}$. (B) $\dfrac{17}{42}$. (C) $\dfrac{16}{21}$. (D) $\dfrac{19}{28}$.

Hướng dẫn giải

Gọi biến cố A: "3 quả cầu lấy được không có quả màu đỏ".

Suy ra biến cố $\overline{A}$: "3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ".

Ta có $n(A) = C_6^3 = 20$ và $n(\Omega) = C_9^3 = 84$.

Do đó $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{20}{84} = \dfrac{5}{21}$.

Vậy

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{21} = \frac{16}{21}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 93. Xếp ngẫu nhiên 3 quả cầu màu đỏ khác nhau và 3 quả cầu màu xanh giống nhau vào một giá chứa đồ nằm ngang có 7 ô trống, mỗi quả cầu xếp vào một ô. Tính xác suất để 3 quả cầu màu đỏ xếp cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh xếp cạnh nhau.

(A) $\dfrac{3}{70}$. (B) $\dfrac{3}{140}$. (C) $\dfrac{3}{80}$. (D) $\dfrac{3}{160}$.

Hướng dẫn giải

Chọn 6 ô trong 7 ô có C_7^6 cách.

Trong 6 ô được chọn có C_6^3 cách chọn 3 ô để xếp 3 quả cầu xanh và có 3! cách xếp 3 quả cầu đỏ vào 3 ô trống còn lại.

Do đó số phần tử của không gian mẫu bằng $n(\Omega) = C_7^6 \cdot C_6^3 \cdot 3! = 840$.

Gọi biến cố A: "xếp 3 quả cầu màu đỏ cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh cạnh nhau".

Đầu tiên xếp 3 quả cầu đỏ cạnh nhau có 3! cách.

- Xếp 3 quả cầu đỏ vào 3 ô liên tiếp đầu hàng có 2 cách xếp và xếp 3 quả cầu xanh vào 3 ô cạnh nhau có 2 cách xếp.
- Xếp 3 quả cầu đỏ vào 3 ô liên tiếp nhau ở giữa hàng có 2 cách xếp và xếp 3 quả cầu xanh vào 3 ô cạnh nhau có 1 cách xếp.

Khi đó $n(A) = 3!(2 \cdot 2 + 2 \cdot 1) = 36$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{36}{840} = \dfrac{3}{70}$.

Chọn đáp án A □

Câu 94. Trong 100 vé số có 1 vé trúng 10000 đồng, 5 vé trúng 5000 đồng, 10 vé trúng 1000 đồng, số vé còn lại không có giải thưởng. Một người mua ngẫu nhiên 3 vé trong 100 vé. Tính xác suất để người đó trúng giải ít nhất 1000 đồng.

A $\dfrac{2372}{5775}$. **B** $\dfrac{3403}{5775}$. **C** $\dfrac{2304}{5775}$. **D** $\dfrac{2004}{5775}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{100}^3$.

Gọi A là biến cố "người đó trúng ít nhất 1000 đồng". Vì có đúng 84 vé không trúng giải nên ta có $n\left(\overline{A}\right) = C_{84}^3$.

Dẫn tới $\mathrm{P}(A) = 1 - \dfrac{n\left(\overline{A}\right)}{n(\Omega)} = 1 - \dfrac{C_{84}^3}{C_{100}^3} = \dfrac{2372}{5775}$.

Chọn đáp án A □

Câu 95. Người ta lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi từ một hộp chứa 3 viên bi trắng và 5 viên bi đen. Tính xác suất để lấy được 2 viên bi trắng và 1 viên bi đen.

A $\dfrac{17}{52}$. **B** $\dfrac{17}{56}$. **C** $\dfrac{15}{42}$. **D** $\dfrac{15}{56}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^3 = 56$.

Gọi A là biến cố: "Lấy được 2 viên bi trắng và 1 viên bi đen".

Khi đó $n(A) = C_3^2 \cdot C_5^1 = 15$. Dẫn tới $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{15}{56}$.

Chọn đáp án D □

Câu 96. Để kiểm tra chất lượng sản phẩm của một công ty sữa, người ta gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để đem đi phân tích mẫu. Xác suất để 3 hộp sữa được chọn có đủ cả 3 loại sữa bằng

(A) $\frac{3}{11}$. (B) $\frac{8}{11}$. (C) $\frac{1}{11}$. (D) $\frac{6}{11}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố 3 hộp sữa được chọn có đủ 3 loại sữa. Ta có 5 cách chọn 1 hộp sữa cam, 4 cách chọn hộp sữa dâu và 3 cách chọn hộp sữa nho nên theo quy tắc nhân ta có $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ cách chọn ra 3 hộp sữa đủ loại, nghĩa là $n(A) = 60$.

Số cách chọn 3 hộp sữa từ 12 hộp sữa bằng $\mathrm{C}_{12}^3 = 220$.

Vậy xác suất để chọn được 3 hộp đủ loại bằng $\frac{60}{220} = \frac{3}{11}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 97. Chọn ngẫu nhiên ba số a, b, c trong tập hợp $S = \{1; 2; 3; \cdots; 20\}$. Biết xác suất để ba số tìm được thoả mãn $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 3 bằng $\frac{m}{n}$, với m, n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Biểu thức $S = m + n$ bằng

(A) 85. (B) 239. (C) 58. (D) 127.

Hướng dẫn giải

Vì số chính phương chia 3 dư 1 hoặc 0 nên $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 3 chỉ có 2 khả năng xảy ra như sau:

Trường hợp 1: Cả 3 số a, b, c cùng chia hết cho 3.

Trường hợp 2: cả 3 số a, b, c cùng không chia hết cho 3.

Trong tập S gồm có 6 số chia hết cho 3 và 14 số không chia hết cho 3.

Xác suất để tìm được 3 số thoả mãn yêu cầu bài toán bằng $\frac{\mathrm{C}_6^3 + \mathrm{C}_{14}^3}{\mathrm{C}_{20}^3} = \frac{32}{95}$.

Từ đó ta có $S = m + n = 32 + 95 = 127$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 98. Một chiếc tàu lửa dừng tại một sân ga có 3 toa nhận khách, có 4 hành khách lên 3 toa một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất sao cho mỗi toa đều nhận ít nhất một khách vừa lên tàu.

(A) $\frac{8}{9}$. (B) $\frac{4}{9}$. (C) $\frac{8}{27}$. (D) $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Số cách lên toa của mỗi hành khách là 3, nên không gian mẫu là $|\Omega| = 3^4 = 81$.

Gọi A là biến cố: "mỗi toa đều nhận ít nhất một khách vừa lên tàu".

Ta có ba trường hợp sau:

- 2 người lên toa 1, 1 người lên toa 2, 1 người lên toa 3: Có số cách chọn là $\mathrm{C}_4^2 \cdot \mathrm{C}_2^1 \cdot \mathrm{C}_2^1 = 12$.
- 1 người lên toa 1, 2 người lên toa 2, 1 người lên toa 3: Có số cách chọn là $\mathrm{C}_2^1 \cdot \mathrm{C}_4^2 \cdot \mathrm{C}_2^1 = 12$.
- 1 người lên toa 1, 1 người lên toa 2, 2 người lên toa 3: Có số cách chọn là $\mathrm{C}_2^1 \cdot \mathrm{C}_2^1 \cdot \mathrm{C}_4^2 = 12$.

Khi đó số cách chọn để mỗi toa đều nhận ít nhất một khách vừa lên tàu $|A| = 3 \cdot 12 = 36$.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{4}{9}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 99. Một thùng có 48 hộp sữa, trong đó có 6 hộp kém chất lượng. Chia ngẫu nhiên thùng này thành 3 phần đều nhau, tính xác suất để mỗi phần đều có số hộp sữa kém chất lượng bằng nhau (sai số không quá 0,001).

A 0,141 . **B** 0,101 . **C** 0,201. **D** 0,212.

Hướng dẫn giải

- Số cách chọn hộp sữa cho phần 1 là C_{48}^{16}.
- Số cách chọn hộp sữa cho phần 2 là C_{32}^{16}.
- Số cách chọn hộp sữa cho phần 3 là C_{16}^{16}.

Số cách chia hộp sữa thành ba phần đều nhau là $|\Omega| = \mathrm{C}_{48}^{16} \cdot \mathrm{C}_{32}^{16} \cdot \mathrm{C}_{16}^{16}$.
Gọi A là biến cố: "chia 48 hộp sữa thành ba phần sao cho mỗi phần đều có số hộp sữa kém chất lượng bằng nhau". Ta đếm theo:

- Số cách chọn hộp sữa cho phần 1, gồm 14 hộp sữa tốt và 2 hộp sữa kém chất lượng là $\mathrm{C}_{42}^{14} \cdot \mathrm{C}_{6}^{2}$.
- Số cách chọn hộp sữa cho phần 2, gồm 14 hộp sữa tốt và 2 hộp sữa kém chất lượng là $\mathrm{C}_{28}^{14} \cdot \mathrm{C}_{4}^{2}$.
- Số cách chọn hộp sữa cho phần 3, gồm 14 hộp sữa tốt và 2 hộp sữa kém chất lượng là $\mathrm{C}_{14}^{14} \cdot \mathrm{C}_{2}^{2}$.

Khi đó $|A| = \mathrm{C}_{42}^{14} \cdot \mathrm{C}_{6}^{2} \cdot \mathrm{C}_{28}^{14} \cdot \mathrm{C}_{4}^{2} \cdot \mathrm{C}_{14}^{14} \cdot \mathrm{C}_{2}^{2}$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{|A|}{|\Omega|} \approx 0{,}141$.

Chọn đáp án A □

Câu 100. Trong một hộp có 10 viên bi được đánh số từ 1 đến 10, lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi. Tính xác suất để hai bi lấy ra có tích hai số trên chúng là một số lẻ.

A $\dfrac{1}{2}$. **B** $\dfrac{4}{9}$. **C** $\dfrac{1}{9}$. **D** $\dfrac{2}{9}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^{2} = 45$.
Gọi A là biến cố: "Tích hai số trên hai viên bi lấy được là số lẻ".
Tích của hai số là số lẻ nếu cả hai số đó đều là số lẻ. Do đó, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_{5}^{2} = 10$. Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2}{9}$.

Chọn đáp án D □

Câu 101. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, chọn ngẫu nhiên một điểm thuộc tập $S = \{(a;b) | a, b \in \mathbb{Z}; |a| \leqslant 4; |b| \leqslant 4\}$. Nếu các điểm đều có cùng xác suất được chọn như nhau, hãy tính xác suất để chọn được một điểm mà khoảng cách đến gốc tọa độ không vượt quá 2.

A $\dfrac{15}{81}$. **B** $\dfrac{13}{81}$. **C** $\dfrac{11}{16}$. **D** $\dfrac{13}{32}$.

Hướng dẫn giải

+ Tính số phần tử không gian mẫu $n(\Omega)$.

Gọi $M(x;y)$ là điểm sao cho $x, y \in \mathbb{Z}$ và $\begin{cases} |x| \leq 4 \\ |y| \leq 4 \end{cases}$, khi đó $\begin{cases} x \in \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4\} \\ y \in \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4\} \end{cases}$

Vậy số điểm $M(x;y)$ là: $n(\Omega) = 9.9 = 81$.

+ Tính số phần tử biến cố A. Gọi $M(x;y)$ thỏa mãn $x, y \in \mathbb{Z}$ và $OM \leq 2 \Leftrightarrow x, y \in \mathbb{Z}$ và $\sqrt{x^2 + y^2} \leq 2 \Leftrightarrow x, y \in \mathbb{Z}$ và $x^2 + y^2 \leq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ x \in \{0; \pm 1; \pm 2\} \\ y^2 \leqslant 4 - x^2 \end{cases}$.

- Nếu $x = 0$ thì $y^2 \leq 4 \Rightarrow y \in \{0; \pm 1; \pm 2\}$. Có 5 cách chọn.
- Nếu $x = \pm 1$ thì $y^2 \leq 3 \Rightarrow y \in \{0; \pm 1\}$. Có 2. 3= 6 cách chọn.
- Nếu $x = \pm 2$ thì $y^2 \leq 0 \Rightarrow y = 0$. Có 2 cách chọn.

Vậy có tất cả $5 + 6 + 2 = 13$ cách chọn điểm M. Tức $n(A) = 13$. Vậy $P(A) = \dfrac{13}{81}$.

Chọn đáp án B □

Câu 102. Trên kệ sách có 15 cuốn sách khác nhau gồm 10 cuốn sách Toán và 5 cuốn sách Văn. Lần lượt lấy 3 cuốn mà không để lại vào kệ. Tìm xác suất để lấy được hai cuốn đầu là sách Toán và cuốn thứ ba là sách Văn.

A $\dfrac{45}{91}$. **B** $\dfrac{15}{91}$. **C** $\dfrac{90}{91}$. **D** $\dfrac{15}{182}$.

Hướng dẫn giải

Lần lượt lấy ra 3 cuốn mà không để lại trên kệ có $n(\Omega) = 15 \cdot 14 \cdot 13 = 2730$ cách.

Số cách lấy được hai cuốn đầu là sách Toán và cuốn thứ ba là sách Văn là $n(A) = A_{10}^2.C_5^1 = 450$ (cách).

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \dfrac{450}{2730} = \dfrac{15}{91}$.

Chọn đáp án B □

Câu 103. Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc là bằng nhau.

A $\dfrac{1}{4}$. **B** $\dfrac{1}{3}$. **C** $\dfrac{1}{6}$. **D** $\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Không gian mẫu $\Omega = \{(i;j) : 1 \leq i, j \leq 6; i, j \in \mathbb{N}^*\}$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

Gọi là A là biến cố "số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng nhau".

Ta có $A = \{(1;1), (2;2), (3;3), (4;4), (5;5), (6;6)\}$.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 6$.

Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$.

Chọn đáp án C □

Câu 104. Có 3 bó hoa. Bó thứ nhất có 8 bông hoa hồng, bó thứ hai có 7 bông hoa ly, bó thứ ba có 6 bông hoa huệ. Chọn ngẫu nhiên 7 bông từ ba bó hoa trên để cắm vào lọ. Xác suất để 7 bông hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly là

(A) $\frac{36}{71}$. (B) $\frac{3851}{4845}$. (C) $\frac{994}{4845}$. (D) $\frac{1}{71}$.

Hướng dẫn giải

Số cách chọn 7 bông hoa tùy ý từ 21 bông là $\mathrm{C}_{21}^7 = 116280$.

Biến cố A: "7 bông hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly"

• TH1: 1 hoa ly, 1 hoa hồng, 5 hoa huệ

• TH2: 2 hoa ly, 2 hoa hồng, 3 hoa huệ

• TH3: 3 hoa ly, 3 hoa hồng, 1 hoa huệ.

Vậy $n(A) = 8 \cdot 7 \cdot \mathrm{C}_6^5 + \mathrm{C}_7^2 \cdot \mathrm{C}_8^2 \cdot \mathrm{C}_6^3 + \mathrm{C}_7^3 \cdot \mathrm{C}_8^3 \cdot 6 = 23856$.

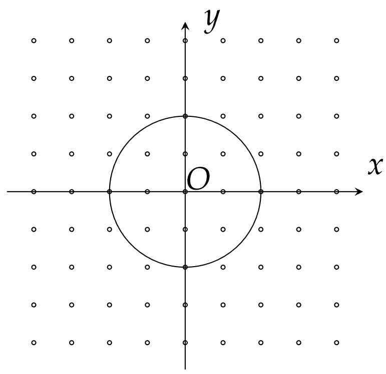
Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \frac{23856}{116280} = \frac{994}{4845}$.

Chọn đáp án C □

Câu 105. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, chọn ngẫu nhiên một điểm mà tọa độ là số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng 4, các điểm đều có xác suất chọn được là như nhau. Xác suất để chọn được một điểm mà khoảng cách từ điểm được chọn đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 2 là

(A) $\frac{15}{81}$. (B) $\frac{11}{16}$. (C) $\frac{13}{81}$. (D) $\frac{13}{32}$.

Hướng dẫn giải



Gọi A là biến cố "điểm chọn được có khoảng cách đến gốc tọa độ nhỏ hơn bằng 2".

Số phần tử của không gian mẫu là số điểm $M(x;y)$ sao cho

$$\{-4 \leq x, y \leq 4,\ x, y \in \mathbb{Z}\}.$$

Vậy $n(\Omega) = 9 \times 9 = 81$.

Số phần tử của A là số điểm M nằm phía trong hoặc nằm trên đường tròn tâm O bán kính bằng 2. Dựa vào hình vẽ có $n(A) = 13$. Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \frac{13}{81}$.

Chọn đáp án C □

Câu 106. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là

(A) $\frac{2}{3}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) 1.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6$.

Gọi A là biến cố: "con súc sắc xuất hiện mặt có số chấm chẵn".

Ta có $n(A) = 3$. Do đó $\mathrm{P}(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 107. Một lớp có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi lên bảng có cả nam và nữ.

Ⓐ $\frac{4651}{5236}$. Ⓑ $\frac{4610}{5236}$. Ⓒ $\frac{4615}{5236}$. Ⓓ $\frac{4615}{5263}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố 4 học sinh được gọi lên bảng có cả nam và nữ.

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố 4 học sinh được gọi lên bảng đều là nam hoặc đều là nữ.

Suy ra $n(\bar{A}) = \mathrm{C}_{20}^4 + \mathrm{C}_{15}^4$, $n(\Omega) = \mathrm{C}_{35}^4$.

$\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\bar{A}) = 1 - \dfrac{\mathrm{C}_{20}^4 + \mathrm{C}_{15}^4}{\mathrm{C}_{35}^4} = \dfrac{4615}{5236}$.

Chọn đáp án C □

Câu 108. Một hộp đựng 5 viên bi đỏ, 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất lấy được ít nhất 1 viên đỏ.

Ⓐ $\frac{37}{42}$. Ⓑ $\frac{1}{21}$. Ⓒ $\frac{5}{42}$. Ⓓ $\frac{20}{21}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_9^3$.

Gọi A: "lấy được ít nhất 1 bi đỏ" $\Rightarrow$ $\bar{A}$: "không lấy được bi đỏ nào".

Mà $n(\bar{A}) = \mathrm{C}_4^3 \Rightarrow n(A) = \mathrm{C}_9^3 - \mathrm{C}_4^3$.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_9^3 - \mathrm{C}_4^3}{\mathrm{C}_9^3} = \dfrac{20}{21}$.

Chọn đáp án D □

Câu 109. Đội thanh niên xung kích của một trường THPT gồm 15 học sinh trong đó có 4 học sinh khối 12; có 5 học sinh khối 11 và có 6 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên ra 6 học sinh đi làm nhiệm vụ. Tính xác suất để chọn được 6 học sinh có đủ 3 khối.

Ⓐ $\frac{4248}{5005}$. Ⓑ $\frac{757}{5005}$. Ⓒ $\frac{850}{1001}$. Ⓓ $\frac{151}{1001}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^6 = 5005$.

Gọi A: "chọn được 6 học sinh có đủ 3 khối". Xét các trường hợp:

- Số cách chọn được 6 học sinh bao gồm 10 và 11 là $\mathrm{C}_{11}^6 - \mathrm{C}_6^6$ (trừ lại trường hợp chọn được cả 6 học sinh khối 10).
- Số cách chọn được 6 học sinh bao gồm 10 và 12 là $\mathrm{C}_{10}^6 - \mathrm{C}_6^6$ (trừ lại trường hợp chọn được cả 6 học sinh khối 10).
- Số cách chọn được 6 học sinh bao gồm 11 và 12 là C_9^6.
- Số cách chọn được cả 6 học sinh lớp 10 là C_6^6.

Suy ra $n(\bar{A}) = \mathrm{C}_{11}^6 + \mathrm{C}_{10}^6 + \mathrm{C}_9^6 - \mathrm{C}_6^6 = 755 \Rightarrow n(A) = 5005 - 755 = 4250$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{4250}{5005} = \dfrac{850}{1001}$.

Chọn đáp án C □

Câu 110. Đại hội đại biểu đoàn trường THPT X có 70 đoàn viên tham dự, trong đó có 25 đoàn viên nữ. Chọn ngẫu nhiên một nhóm gồm 10 đoàn viên. Tính xác suất để trong nhóm chọn ra có 4 đoàn viên là nữ.

Ⓐ $\dfrac{C_{25}^4 C_{45}^6}{C_{70}^{10}}$. Ⓑ $\dfrac{C_{25}^4 C_{45}^6}{A_{70}^{10}}$. Ⓒ $\dfrac{A_{25}^4 A_{45}^6}{A_{70}^{10}}$. Ⓓ $\dfrac{A_{25}^4 A_{45}^6}{C_{70}^{10}}$.

Hướng dẫn giải

Số cách chọn 4 đoàn viên nữ trong 25 đoàn viên nữ là C_{25}^4.

Số cách chọn 6 đoàn viên nam trong 45 đoàn viên nam là C_{45}^4.

Số cách chọn 10 đoàn viên trong 70 đoàn viên là C_{70}^{10}.

Xác suất để chọn được một nhóm gồm 10 đoàn viên trong đó có 4 đoàn viên nữ là $\dfrac{C_{25}^4 C_{45}^6}{C_{70}^{10}}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 111. Hai thí sinh A và B tham gia một kì thi vấn đáp. Cán bộ coi thi đưa cho mỗi thí sinh một bộ câu hỏi thi gồm 15 câu hỏi khác nhau và đựng trong 15 phong bì dán kín có hình thức giống nhau, mỗi phong bì đựng một câu hỏi. Thí sinh chọn ngẫu nhiên ba phong bì trong số đó để xác định câu hỏi của mình. Biết rằng 15 câu hỏi dành cho hai thí sinh có nội dung như nhau. Tính xác suất để A và B chọn được ba câu hỏi giống hệt nhau.

Ⓐ $\dfrac{1}{345}$. Ⓑ $\dfrac{1}{455}$. Ⓒ $\dfrac{1}{360}$. Ⓓ $\dfrac{1}{2730}$.

Hướng dẫn giải

A và B cùng có số cách chọn đề là C_{15}^3 nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \left(C_{15}^3\right)^2$.

Gọi biến cố X: "A và B chọn được ba câu hỏi giống hệt nhau".

Do mỗi cách chọn đề của A thì B chỉ có một cách để chọn giống A nên $n(X) = C_{15}^3$.

Vậy $P(X) = \dfrac{n(X)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{455}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 112. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp. Xác suất để số chấm hiện ra ở lần đầu bằng tổng số chấm hiện ra ở hai lần sau bằng

Ⓐ $\dfrac{2}{27}$. Ⓑ $\dfrac{5}{72}$. Ⓒ $\dfrac{7}{108}$. Ⓓ $\dfrac{5}{108}$.

Hướng dẫn giải

$n(\Omega) = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$.

Gọi A: "số chấm hiện ra ở lần đầu bằng tổng số chấm hiện ra ở hai lần sau".

$$A = \{(2;1;1),(3;2;1),(3;2;1),(4;3;1),(4;1;3),(4;2;2),(5;4;1),(5;1;4),(5;3;2),(5;2;3),$$
$$(6;1;5),(6;5;1),(6;2;4),(6;4;2),(6;3;3)\}.$$

Suy ra $n(A) = 15$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{5}{72}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 113. Trong một chiếc hộp có 7 viên bi trắng, 8 viên bi đỏ, 10 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 6 viên bi. Tính xác suất của biến cố A: "6 viên bi lấy ra cùng màu".

(A) $P(A) = \dfrac{7}{5060}$. (B) $P(A) = \dfrac{17}{5060}$. (C) $P(A) = \dfrac{73}{5060}$. (D) $P(A) = \dfrac{27}{5060}$.

Hướng dẫn giải

Ta có, để lấy 6 viên bi trong hộp ta có $C_{25}^6 \Rightarrow n(\blacksquare) = C_{25}^6 = 177100$.

Để lấy được các viên bi cùng màu ta có $C_7^6 + C_8^6 + C_{10}^6$ cách. Vậy $n(A) = 245$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{7}{5060}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 114. Cho A là tập các số tự nhiên có 9 chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập A. Tính xác suất lấy được một số lẻ và chia hết cho 9.

(A) $\dfrac{1}{18}$. (B) $\dfrac{1}{9}$. (C) $\dfrac{625}{1710}$. (D) $\dfrac{1250}{1710}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\blacksquare) = 9 \cdot 10^8$.

Gọi B là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có các số lẻ có 9 chữ số chia hết cho 9 là 100000017, 100000035, 100000053,..., 999999999 lập thành một cấp số cộng với $u_1 = 100000017$ và công sai $d = 18$.

Nên số phần tử của dãy là $\dfrac{999999999 - 100000017}{18} + 1 = 50000000$.

Vậy $n(B) = 5 \cdot 10^7$. Xác suất là $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(\blacksquare)} = \dfrac{5 \cdot 10^7}{9 \cdot 10^8} = \dfrac{1}{18}$.

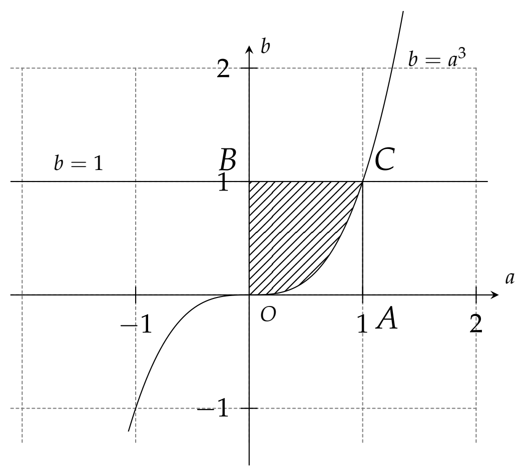
Chọn đáp án (A) □

Câu 115. Chọn ngẫu nhiên hai số thực $a, b \in [0;1]$. Tính xác suất để phương trình $2x^3 - 3ax^2 + b = 0$ có tối đa hai nghiệm.

(A) $P = \dfrac{1}{4}$. (B) $P = \dfrac{1}{2}$. (C) $P = \dfrac{2}{3}$. (D) $P = \dfrac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Xét $y = 2x^3 - 3ax^2 + b$, $y' = 0 \Leftrightarrow 6x(x-a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = a \end{array}\right.$.



Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y(0) \cdot y(a) \geq 0 \Leftrightarrow b(b - a^3) \geq 0$.

Mà $b \in [0;1]$ nên $b(b - a^3) \geq 0 \Leftrightarrow b \geq a^3$.

Ta thấy việc chọn ngẫu nhiên hai số $a, b \in [0;1]$ chính là việc chọn ngẫu nhiên một điểm $M(a;b)$ *khi xét trên hệ trục toạ độ* aBb.

Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán. Ta có Ω là tập hợp các điểm $M(a;b)$ sao cho $a, b \in [0;1]$ và chính là các điểm thuộc hình vuông $OACB$ trên hình vẽ, do đó $n(\blacksquare) = S_{OACB} = 1$.

$n(A)$ là tập hợp các điểm thuộc hình phẳng $(\mathscr{H})$ giới hạn bởi các đồ thị $b = 1$, $b = a^3$, $a = 0$ (phần gạch chéo trên đồ thị). Xét phương trình hoành độ giao điểm $a^3 = 1 \Leftrightarrow a = 1$.

$\Rightarrow n(A) = \displaystyle\int_0^1 |1 - a^3|\, dx = \left|\int_0^1 (1 - a^3)\, dx\right| = \left(a - \dfrac{a^4}{4}\right)\Bigg|_0^1 = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \dfrac{\frac{3}{4}}{1} = \dfrac{3}{4}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 116. Một hộp đựng 5 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 3 quả cầu vàng. Từ hộp đó chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để chọn được 3 quả cầu khác màu.

A $\dfrac{3}{7}$. **B** $\dfrac{3}{11}$. **C** $\dfrac{3}{5}$. **D** $\dfrac{3}{14}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{12}^3$.

Gọi A là biến cố "lấy được 3 quả cầu khác màu".

$$n(A) = C_5^1 C_4^1 C_3^1 = 60 \Rightarrow P(A) = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 117. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Tại đỉnh A có một con sâu, mỗi lần di chuyển, nó bò theo cạnh của hình hộp chữ nhật và đi đến đỉnh kề với đỉnh nó đang đứng. Tính xác suất sao cho sau 9 lần di chuyển, nó đứng tại đỉnh C'.

A $\dfrac{1862}{6561}$. **B** $\dfrac{453}{2187}$. **C** $\dfrac{435}{2187}$. **D** $\dfrac{1640}{6561}$.

Hướng dẫn giải

- Mỗi lần di chuyển, con sâu có 3 phương án đi nên số phần tử của không gian mẫu là 3^9.
- Ta gắn tọa độ điểm $A(0;0;0)$ và $C'(1;1;1)$. Mỗi lần di chuyển, tọa độ mà nó đang đứng thay đổi đúng một trong ba thành phần x hoặc y hoặc z và thay đổi từ 0 thành 1 hoặc từ 1 thành 0.
- Vì tọa độ ban đầu là $(0;0;0)$ và tọa độ kết thúc là $(1;1;1)$ nên số lần thay đổi ở mỗi thành phần là số lẻ và tổng số lần thay đổi bằng 9.
- Có thể thấy số lần thay đổi ở các thành phần là $1-7-1$; $3-3-3$; $3-5-1$ và các hoán vị của nó. Do đó, số đường đi là $3C_9^7C_2^1 + C_9^3C_6^3 + 3!C_9^5C_4^3 = 4920$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \dfrac{4920}{3^9} = \dfrac{1640}{6561}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 118. Cho đa giác đều 20 đỉnh. Trong các tứ giác có bốn đỉnh là đỉnh của đa giác, chọn ngẫu nhiên một tứ giác. Tính xác suất để tứ giác chọn được là hình chữ nhật.

A $\dfrac{6}{323}$. **B** $\dfrac{15}{323}$. **C** $\dfrac{3}{323}$. **D** $\dfrac{14}{323}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = C_{20}^4$.

Chọn hai đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác ta có 4 đỉnh của hình chữ nhật.

Số cách chọn là C_{10}^2.

Khi đó $P(A) = \dfrac{C_{10}^2}{C_{20}^4} = \dfrac{3}{323}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 119. Cho đa giác đều 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác đó. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều là

(A) $\frac{1}{4}$. (B) $\frac{1}{220}$. (C) $\frac{1}{14}$. (D) $\frac{1}{55}$.

Hướng dẫn giải

Gọi không gian mẫu Ω là tập hợp các tam giác tạo thành từ 12 đỉnh: $|\Omega| = C_{12}^3$.

Gọi biến cố A là số tam giác đều được tạo thành từ đa giác đều 12 đỉnh: $|A| = 4$.

Xác suất để lấy ra 3 điểm để tạo thành một tam giác đều là $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{4}{C_{12}^3} = \frac{1}{55}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 120. Một hộp chứa 11 viên bi gồm 5 viên bi màu trắng và 6 viên bi màu vàng. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp đó. Xác suất để chọn ra 2 viên bi khác màu bằng

(A) $\frac{5}{22}$. (B) $\frac{6}{11}$. (C) $\frac{5}{11}$. (D) $\frac{8}{11}$.

Hướng dẫn giải

- Số phần tử của biến cố $n(A) = C_5^1 \cdot C_6^1 = 30$.
- Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{11}^2 = 55$.
- Xác suất của biến cố A: là $P(A) = \frac{30}{55} = \frac{6}{11}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 121. Cho đa giác đều 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều là

(A) $P = \frac{1}{14}$. (B) $P = \frac{1}{220}$. (C) $P = \frac{1}{4}$. (D) $P = \frac{1}{55}$.

Hướng dẫn giải

- Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.
- Ta chia 12 đỉnh của đa giác đều thành ba nhóm, cứ 4 đỉnh liền nhau tạo thành một nhóm. Mỗi nhóm ta chọn ra 1 đỉnh sao cho chúng cách đều nhau suy ra có 4 tam giác đều $\Rightarrow n(A) = 4$.
- Xác suất $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{220} = \frac{1}{55}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 122. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có năm chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcde}$ trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 9$.

(A) $\frac{143}{10000}$. (B) $\frac{138}{1420}$. (C) $\frac{11}{200}$. (D) $\frac{3}{7}$.

Hướng dẫn giải

- Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử. Ta có $n(\Omega) = 9 \cdot 10^4$.

- Gọi A là biến cố: " Lấy được số dạng $\overline{abcde}$ trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 9$".

  Ta có $1 \leq a < b+1 < c+2 < d+3 < e+4 \leq 13$. Suy ra $n(A) = \mathrm{C}_{13}^5$.

  Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_{13}^5}{9 \cdot 10^4} = \dfrac{143}{10000}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 123. Trong một lớp học có 18 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả học sinh nam và học sinh nữ.

(A) $\dfrac{65}{71}$. (B) $\dfrac{69}{77}$. (C) $\dfrac{443}{506}$. (D) $\dfrac{68}{75}$.

Hướng dẫn giải

Số cách gọi 4 học sinh lên bảng là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{35}^4$.

Số cách gọi 4 học sinh chỉ có các bạn nam C_{18}^4.

Số cách gọi 4 học sinh chỉ có các bạn nữ C_{17}^4.

Số cách gọi 4 học sinh có cả học sinh nam và học sinh nữ là $\mathrm{C}_{35}^4 - \mathrm{C}_{18}^4 - \mathrm{C}_{17}^4 = 46920$.

Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{46920}{\mathrm{C}_{35}^4} = \dfrac{69}{77}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 124. Một hộp chứa 12 quả cầu gồm 5 quả cầu xanh và 7 quả cầu đỏ. Chọn ngẫu nhiên lần lượt hai quả cầu từ hộp đó. Xác suất để hai quả cầu được chọn ra cùng màu bằng

(A) $\dfrac{31}{66}$. (B) $\dfrac{31}{33}$. (C) $\dfrac{25}{66}$. (D) $\dfrac{25}{33}$.

Hướng dẫn giải

Số các khả năng chọn ngẫu nhiên lần lượt hai quả cầu bằng $\mathrm{C}_{12}^2 = 66$. Suy ra $\mathrm{n}(\Omega) = 66$.

Số các khả năng chọn được hai quả cầu cùng màu bằng $\mathrm{C}_5^2 + \mathrm{C}_7^2 = 31$.

Gọi A là biến cố: "hai quả cầu chọn ra có cùng màu", thì $\mathrm{n}(A) = 31$.

Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{n}(A)}{\mathrm{n}(\Omega)} = \dfrac{31}{66}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 125. Lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên có 5 chữ số. Xác suất để chọn được số tự nhiên có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ mà $a_1 \leq a_2 + 1 \leq a_3 - 3 < a_4 \leq a_5 + 2$ bằng

(A) $\dfrac{1001}{45000}$. (B) $\dfrac{77}{1500}$. (C) $\dfrac{7}{5000}$. (D) $\dfrac{1001}{30000}$.

Hướng dẫn giải

Số các số tự nhiên có 5 chữ số bằng $99999 - 10000 + 1 = 90000$ (số). Suy ra $\mathrm{n}(\Omega) = 90000$.

Gọi A là biến cố: "số chọn được có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ mà $a_1 \leq a_2 + 1 \leq a_3 - 3 < a_4 \leq a_5 + 2$".

Theo giả thiết bài toán, ta có

$$1 \leq a_1 \leq a_2 + 1 \leq a_3 - 3 < a_4 \leq a_5 + 2$$
$$\Leftrightarrow 1 \leq a_1 < a_2 + 2 < a_3 - 1 < a_4 + 2 < a_5 + 5 \leq 14.$$

Suy ra số cách chọn bộ $(a_1, a_2, \ldots, a_5)$ bằng số cách chọn ra 5 phần tử phân biệt trong 14 phần tử $\{1; 2; 3; \ldots; 14\}$. Từ đó $\mathrm{n}(A) = \mathrm{C}_{14}^5 = 2002$.

Vậy xác suất cần tìm bằng $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{n}(A)}{\mathrm{n}(\Omega)} = \dfrac{2002}{90000} = \dfrac{1001}{45000}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 126. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A. Tính xác suất để số được chọn là số chia hết cho 5.

(A) $\frac{2}{3}$. (B) $\frac{1}{6}$. (C) $\frac{1}{30}$. (D) $\frac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{A}_6^4 = 360$.

Số số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau đôi một có dạng $\overline{abc5}$ là $\mathrm{A}_5^3 = 60$.

Xác suất cần tìm $\mathrm{P} = \dfrac{60}{360} = \dfrac{1}{6}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 127. Tổ toán trường THPT Lý Thái Tổ có 4 thầy và 6 cô. Nhà trường chọn ngẫu nhiên 3 người tham gia lớp tập huấn hè 2018. Biết rằng cơ hội được đi của các thầy cô là như nhau. Tính xác suất để 3 người được chọn trong đó có cả thầy và cô.

(A) $\frac{11}{15}$. (B) $\frac{4}{5}$. (C) $\frac{4}{15}$. (D) $\frac{1}{5}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố chọn 3 người trong đó có cả thầy và cô.

Tổng số cách chọn 3 thầy cô trong 10 thầy cô là $|\Omega| = \mathrm{C}_{10}^3 = 120$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- TH1: Trong 3 người được chọn có 1 thầy 2 cô. Ta có $n_1 = \mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_6^2 = 60$.
- TH2: Trong 3 người được chọn có 2 thầy 1 cô. Ta có $n_2 = \mathrm{C}_4^2 \cdot \mathrm{C}_6^1 = 36$.

Suy ra, ta có $n_A = n_1 + n_2 = 96$.

Xác suất cần tìm là $P = \dfrac{n_A}{|\Omega|} = \dfrac{4}{5}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 128. Một hộp có 5 bi đen và 4 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 bi từ hộp đó. Xác suất 2 bi được chọn đều cùng màu là

(A) $\frac{1}{9}$. (B) $\frac{5}{9}$. (C) $\frac{1}{4}$. (D) $\frac{4}{9}$.

Hướng dẫn giải

Xác suất 2 bi được chọn cùng màu là $\dfrac{\mathrm{C}_5^2 + \mathrm{C}_4^2}{\mathrm{C}_9^2} = \dfrac{4}{9}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 129. Bạn An có 7 cái kẹo vị hoa quả và 6 cái kẹo vị sô cô la. An lấy ngẫu nhiên ra 5 cái kẹo cho vào hộp để tặng em gái. Tính xác suất P để 5 cái kẹo mà An tặng em gái có cả vị hoa quả và vị sô cô la.

(A) $\mathrm{P} = \frac{14}{117}$. (B) $\mathrm{P} = \frac{140}{143}$. (C) $\mathrm{P} = \frac{103}{117}$. (D) $\mathrm{P} = \frac{79}{156}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = C_{13}^5 = 1287$.

Nếu cả 5 cái kẹo đều có vị hoa quả thì có $C_7^5 = 21$ cách chọn.

Nếu cả 5 cái kẹo đều có vị sô cô la thì có $C_6^5 = 6$ cách chọn.

Xác suất để 5 cái kẹo **không** có đủ 2 vị là $\dfrac{21+6}{1287} = \dfrac{3}{143}$.

Vậy xác suất có đủ cả 2 vị là $P = 1 - \dfrac{3}{143} = \dfrac{140}{143}$.

Chọn đáp án B □

Câu 130. Vòng tứ kết UEFA Champions League mùa giải 2017 - 2018 có 8 đội bóng, trong đó có 3 đội của Tây Ban Nha, 2 đội của Anh và 1 đội của Đức. Cách thức bốc thăm là hai đội bất kỳ đều có thể gặp nhau.

Xác suất để có ít nhất một trận đấu của hai đội của cùng một quốc gia là

A. $\dfrac{5}{12}$. B. $\dfrac{1}{7}$. C. $\dfrac{5}{56}$. D. $\dfrac{5}{28}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^2 = 28$.

Gọi A là biến cố: "có ít nhất một trận đấu của hai đội của cùng một quốc gia ".

Trường hợp 1: Hai đội của Tây ban nha cùng đá 1 trận, có C_3^2 cách sắp xếp.

Trường hợp 2: Hai đội của Anh cùng đá một trận, có C_2^2 cách sắp xếp.

Do đó $n(A) = C_3^2 + C_2^2 = 4$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{1}{7}$.

Chọn đáp án B □

Câu 131. Trong thư viện có 3 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 3 quyển sách hóa, 3 quyển sách sinh. Biết các quyển sách cùng môn giống nhau. Xếp 12 quyển sách trên lên giá thành một hàng sao cho không có 3 quyển nào cùng môn đứng cạnh nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách xếp?

A. 308664. B. 16800. C. 369600. D. 295176.

Hướng dẫn giải

Số cách xếp 12 quyển sách trên lên giá thành một hàng là $\dfrac{12!}{(3!)^4}$.

Số cách xếp mà trong đó có 3 quyển của 1 loại sách đứng cạnh nhau là $4 \cdot \dfrac{10!}{(3!)^3}$.

Số cách xếp mà trong đó có 2 loại sách, 3 quyển sách mỗi loại đứng cạnh nhau là $C_4^2 \cdot \dfrac{8!}{(3!)^2}$.

Số cách xếp mà trong đó có 3 loại sách, 3 quyển sách mỗi loại đứng cạnh nhau là $C_4^3 \cdot \dfrac{6!}{3!}$.

Số cách xếp cả 4 loại sách mà 3 quyển sách mỗi loại đứng cạnh nhau là 4!.

Vậy số cách xếp 12 quyển sách trên lên giá thành một hàng sao cho không có 3 quyển nào cùng môn đứng cạnh nhau là $\dfrac{12!}{(3!)^4} - 4 \cdot \dfrac{10!}{(3!)^3} + C_4^2 \cdot \dfrac{8!}{(3!)^2} - C_4^3 \cdot \dfrac{6!}{3!} + 4! = 308664$.

Chọn đáp án A □

Câu 132. Lớp 11B có 20 học sinh gồm 12 nữ và 8 nam. Cần chọn ra 2 học sinh của lớp đi lao động. Tính xác suất để chọn được 2 học sinh trong đó có cả nam và nữ.

A. $\dfrac{48}{95}$. B. $\dfrac{14}{95}$. C. $\dfrac{33}{95}$. D. $\dfrac{47}{95}$.

Hướng dẫn giải

Cần chọn ra 2 học sinh của lớp đi lao động, ta có $|\Omega| = C_{20}^2 = 190$. cách chọn.

Chọn được 2 học sinh trong đó có cả nam và nữ, ta có $|\Omega_A| = C_{12}^1 C_8^1 = 96$.

Xác suất $P(A) = \dfrac{96}{190} = \dfrac{48}{95}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 133. Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 7 quả cầu màu đỏ và 8 quả cầu màu xanh. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để chọn được hai quả cầu cùng màu.

(A) $\dfrac{6}{13}$. (B) $\dfrac{1}{7}$. (C) $\dfrac{7}{15}$. (D) $\dfrac{7}{30}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{15}^2 = 105$.

Số khả năng chọn được hai quả cầu cùng màu là $C_7^2 + C_8^2 = 49$.

Vậy xác suất cần tìm bằng $\dfrac{49}{105} = \dfrac{7}{15}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 134. Trò chơi quay bánh xe số trong chương trình truyền hình "Hãy chọn giá đúng" của kênh VTV3 Đài truyền hình Việt Nam, bánh xe số có 20 nấc điểm: $5, 10, 15, ..., 100$ với vạch chia đều nhau và giả sử rằng khả năng chuyển từ nấc điểm đã có tới các nấc điểm còn lại là như nhau. Trong mỗi lượt chơi có 2 người tham gia, mỗi người được quyền chọn quay 1 hoặc 2 lần, và điểm số của người chơi được tính như sau: + Nếu người chơi chọn quay 1 lần thì điểm của người chơi là điểm quay được. + Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được không lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được. + Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được trừ đi 100. Luật chơi quy định, trong mỗi lượt chơi người nào có điểm số cao hơn sẽ thắng cuộc, hòa nhau sẽ chơi lại lượt khác. An và Bình cùng tham gia một lượt chơi, An chơi trước và có điểm số là 75. Tính xác suất để Bình thắng cuộc ngay ở lượt chơi này.

(A) $P = \dfrac{1}{4}$. (B) $P = \dfrac{7}{16}$. (C) $P = \dfrac{19}{40}$. (D) $P = \dfrac{3}{16}$.

Hướng dẫn giải

Bình có 2 khả năng thắng cuộc:

+) Thắng cuộc sau lần quay thứ nhất. Nếu Bình quay vào một trong 5 nấc: $80, 85, 90, 95, 100$ thì sẽ thắng nên xác suất thắng cuộc của Bình trường hợp này là $P_1 = \dfrac{5}{20} = \dfrac{1}{4}$.

+) Thắng cuộc sau 2 lần quay. Nếu Bình quay lần 1 vào một trong 15 nấc: $5, 10, ..., 75$ thì sẽ phải quay thêm lần thứ 2. Ứng với mỗi nấc quay trong lần thứ nhất, Bình cũng có 5 nấc để thắng cuộc trong lần quay thứ 2, vì thế xác suất thắng cuộc của Bình trường hợp này là $P_2 = \dfrac{15 \times 5}{20 \times 20} = \dfrac{3}{16}$.

Từ đó, xác suất thắng cuộc của Bình là $P = P_1 + P_2 = \dfrac{7}{16}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 135. Cho hai hộp, hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng, hộp thứ hai chứa 3 bi đỏ và n bi vàng ($n \in \mathbb{N}$). Khi chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi, xác suất để chọn được hai bi khác màu là $\dfrac{7}{15}$. Số bi vàng trong hộp thứ hai là?

Ⓐ $n = 12$. Ⓑ $n = 10$. Ⓒ $n = 7$. Ⓓ $n = 5$.

Hướng dẫn giải

Không gian mẫu $|\Omega| = 12 \cdot (n+3)$.

Gọi A là biến cố chọn được hai bi khác màu.

Ta có $\mathrm{P}(A) = \dfrac{5n + 7 \cdot 3}{12(n+3)} = \dfrac{7}{15} \Rightarrow n = 7$.

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 136. Một hộp chứa 11 quả cầu trong đó có 5 quả màu xanh và 6 quả màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả từ hộp đó. Tính xác suất để 2 lần đều lấy được quả cầu màu xanh.

Ⓐ $\dfrac{9}{55}$. Ⓑ $\dfrac{2}{11}$. Ⓒ $\dfrac{4}{11}$. Ⓓ $\dfrac{5}{11}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố 2 lần đều lấy được quả cầu màu xanh.

Gọi A_1 là biến cố lần thứ 1 lấy được quả cầu xanh.

Gọi A_2 là biến cố lần thứ 2 lấy được quả cầu xanh.

Ta có $\mathrm{P}(A_1) = \dfrac{5}{11}$, $\mathrm{P}(A_2) = \dfrac{4}{10}$. Vậy $\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(A_1) \cdot \mathrm{P}(A_2) = \dfrac{2}{11}$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 137. Trong kỳ thi THPT Quốc gia, bài thi môn Toán có 50 câu hỏi trắc nghiệm khách quan dạng bốn lựa chọn và chỉ có một lựa chọn đúng, mỗi câu đúng được 0,2 điểm. Sau khi làm chắc chắn đúng 30 câu hỏi, bạn An khoanh ngẫu nhiên đáp án 20 câu còn lại. Tính xác suất để bạn An được đúng 7 điểm.

Ⓐ $\left(\dfrac{1}{4}\right)^5$. Ⓑ $\mathrm{C}_{20}^5 \cdot \left(\dfrac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^{15}$.

Ⓒ $\left(\dfrac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^{15}$. Ⓓ $\mathrm{C}_{50}^{30} \cdot \left(\dfrac{1}{4}\right)^{35} \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^{15}$.

Hướng dẫn giải

Ta thấy sau khi làm được chắc chắn đúng 30 câu hỏi, bạn An đã chắc chắn được 6 điểm. Vậy để đạt đươc đúng 7 điểm, bạn An phải làm đúng được đúng 5 câu trong số 20 câu còn lại. Chọn 5 câu đúng từ 20 câu có C_{20}^5 cách. Xác suất để chọn được đáp án đúng là $\dfrac{1}{4}$, xác suất chọn được đáp án sai là $\dfrac{3}{4}$.

Áp dụng công thức nhân xác suất, ta có xác suất để bạn An được đúng 7 điểm là $\mathrm{C}_{20}^5 \cdot \left(\dfrac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^{15}$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 138. Có 8 người khách bước ngẫu nhiên vào một cửa hàng có 3 quầy. Tính xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất.

Ⓐ $\dfrac{\mathrm{C}_8^3 \cdot \mathrm{A}_5^2}{3^8}$. Ⓑ $\dfrac{\mathrm{C}_2^5}{\mathrm{A}_3^8}$. Ⓒ $\dfrac{\mathrm{C}_8^3 \cdot \mathrm{A}_2^5}{\mathrm{A}_3^8}$. Ⓓ $\dfrac{\mathrm{C}_8^3 \cdot 2^5}{3^8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn 3 người vào quầy 1 có C_8^3 cách. Mỗi hành khác còn lại đều có 2 cách vào quầy (quầy 2 hoặc 3).

Vậy xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất là $\dfrac{\mathrm{C}_8^3 \cdot 2^5}{3^8}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 139. Có 3 chiếc hộp A, B, C. Hộp A chứa 4 bi đỏ, 3 bi trắng. Hộp B chứa 3 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp C chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên một hộp từ 3 hộp này, rồi lấy ngẫu nhiên một bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được một bi đỏ.

(A) $\frac{1}{8}$. (B) $\frac{13}{30}$. (C) $\frac{1}{6}$. (D) $\frac{39}{70}$.

Hướng dẫn giải

Xác suất để chọn hộp A là $\frac{1}{3}$, xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp A là $\frac{4}{7}$.

Suy ra xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp A là $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7}$.

Tương tự, xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp B, hộp C lần lượt là $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}, \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4}$.

Vậy xác suất để lấy được bi đỏ là $\mathrm{P} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{39}{70}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 140. Xếp 10 quyển sách tham khảo gồm 1 quyển sách Văn, 3 quyển sách Tiếng Anh và 6 quyển sách Toán (trong đó có 2 quyển Toán T_1 và T_2) thành một hàng ngang trên giá sách. Tính xác suất để mỗi quyển sách Tiếng Anh xếp giữa hai quyển sách Toán, đồng thời 2 quyển Toán T_1 và T_2 luôn cạnh nhau.

(A) $\frac{1}{600}$. (B) $\frac{1}{450}$. (C) $\frac{1}{300}$. (D) $\frac{1}{210}$.

Hướng dẫn giải

Số cách xếp 10 quyển sách tham khảo bất kì là: 10!.

Số cách xếp thỏa mãn bài toán: $2 \cdot 5! A_4^3 \cdot 3$.

2 quyển Toán T_1 và T_2 coi như 1 vị trí (có 2 cách xếp), như vậy có 5 vị trí cho sách Toán.

Xếp sách Toán trước: có 5! cách.

Giữa các quyển sách Toán có 4 vị trí trống, ta xếp 3 sách Anh: có A_4^3 cách.

Xếp quyển sách Văn cuối cùng: có 3 vị trí.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P} = \frac{2 \cdot 5! A_4^3 \cdot 3}{10!} = \frac{1}{210}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 141. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để chọn được một số gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ (hai số hai bên chữ số 0 là số lẻ).

(A) $\frac{49}{54}$. (B) $\frac{5}{54}$. (C) $\frac{1}{7776}$. (D) $\frac{45}{54}$.

Hướng dẫn giải

Số các số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau là $n(\Omega) = 9 \cdot \mathrm{A}_9^8 = 3265920$.

Giả sử mỗi số lấy từ S có dạng $\overline{a_1a_2 \ldots a_9}$. Chữ số 0 có 7 vị trí được chọn, hai bên chữ số 0 là 2 chữ số lẻ được chọn từ 5 chữ số 1, 3, 5, 7, 9 nên có $\mathrm{A}_5^2 = 20$ cách chọn; tiếp tục sắp xếp 4 chữ số chẵn vào 4 vị trí từ 6 vị trí còn trống có $\mathrm{A}_6^4 = 360$ cách; 2 vị trí còn lại ta có $\mathrm{A}_3^2 = 6$ cách sắp xếp hai chữ số lẻ từ ba chữ số lẻ còn lại. Từ đó suy ra có $n(X) = 7 \cdot 20 \cdot 360 \cdot 6 = 302400$ cách chọn một số thỏa mãn yêu

cầu bài toán.
Vậy xác suất để chọn được số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $P(x) = \dfrac{n(X)}{n(\Omega)} = \dfrac{302400}{3265920} = \dfrac{5}{54}$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 142. Trong một bài thi trắc nghiệm khách quan gồm 50 câu. Mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Một học sinh chuẩn bị bài không tốt nên làm bài bằng cách: với mỗi câu, chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Tính xác suất để học sinh đó trả lời sai cả 50 câu.

A $(0{,}25)^{50}$. **B** $(0{,}75)^{50}$. **C** $(0{,}8)^{50}$. **D** $(0{,}2)^{50}$.

Hướng dẫn giải

Xác suất để học sinh chọn sai một câu là $\dfrac{3}{4}$.
Khi đó, xác suất để học sinh chọn sai cả 50 câu là

$$\underbrace{\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\dots\cdot\frac{3}{4}}_{50} = \left(\frac{3}{4}\right)^{50} = (0{,}75)^{50}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 143. Ba cầu thủ sút phạt đền 11m, mỗi người sút một lần với xác suất ghi bàn tương ứng là x, y và 0,6 (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là 0,976 và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là 0,336. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

A $P = 0{,}452$. **B** $P = 0{,}435$. **C** $P = 0{,}4525$. **D** $P = 0{,}4245$.

Hướng dẫn giải

Xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là 0,976 $\Rightarrow$ xác suất không cầu thủ nào ghi bàn là $(1-x)(1-y)(1-0{,}6) = 1-0{,}976 \Rightarrow (1-x)(1-y) = 0{,}06$. (1)
xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là $0{,}336 \Rightarrow x\cdot y\cdot 0{,}6 = 0{,}336 \Rightarrow xy = 0{,}56$. (2)
Từ (1),(2) ta có hệ
$$\begin{cases}(1-x)(1-y) = 0{,}06\\ xy = 0{,}56\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+y = 1{,}5\\ xy = 0{,}56\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x = 0{,}8\\ y = 0{,}7\end{cases} (\text{vì } x > y).$$
Đúng hai cầu thủ ghi bàn thì có thể xảy ra các trường hợp sau

- TH1: Người 1, 2 ghi bàn, người 3 không ghi bàn: $P_1 = 0{,}8\cdot 0{,}7\cdot 0,4 = 0{,}224$.
- TH2: Người 1, 3 ghi bàn, người 2 không ghi bàn: $P_1 = 0{,}8\cdot 0{,}3\cdot 0{,}6 = 0{,}144$.
- TH3: Người 2, 3 ghi bàn, người 1 không ghi bàn: $P_1 = 0{,}2\cdot 0{,}7\cdot 0{,}6 = 0{,}084$.

Vậy xác suất đúng hai cầu thủ ghi bàn là: $P = 0{,}224 + 0{,}144 + 0{,}084 = 0{,}452$
Chọn đáp án (A) □

Câu 144. Có 10 học sinh lớp A, 8 học sinh lớp B được xếp ngẫu nhiên vào một bản tròn (hai cách xếp được coi là giống nhau nếu cách xếp này là kết quả của cách xếp kia khi ta thực hiện phép quay bàn ở tâm một góc nào đó). Tính xác suất để không có hai học sinh bất kì nào của lớp B đứng cạnh nhau.

(A) $\dfrac{10!}{18!}$. (B) $\dfrac{9!\mathrm{A}_{10}^{8}}{17!}$. (C) $\dfrac{7!}{17!}$. (D) $\dfrac{10!\mathrm{A}_{11}^{8}}{18!}$.

Hướng dẫn giải

Để tránh đi các khả năng bị trùng khi ta thực hiện đếm thì ta thực hiện thao tác cố định một học sinh xác đinh ở lớp A tại 1 vị trí. Bây giờ ta chuyển về bài toán: *Xếp 9 học sinh lớp A và 8 học sinh lớp B thành một hàng dọc với bạn đứng đầu là một bạn C khác 17 bạn trên. Tính xác suất để không có hai học sinh bất kì nào của lớp B đứng cạnh nhau.*

Không gian mẫu là $|\Omega| = 17!$.

Ta cần đếm số cách xếp để không có hai học sinh bất kì nào của lớp B đứng cạnh nhau, tức là giữa hai học sinh lớp B luôn có ít nhất một học sinh lớp A. Do đó ta thực hiện thuật toán để tính số cách xếp như sau:

- Chọn 8 vị trí bất kì trong 10 vị trí để xếp các học sinh lớp B và đánh số từ trái qua phải là $x_1, x_2, \cdots, x_8$. Có C_{10}^{8} cách chọn.
- Thêm vào ngay bên trái các vị trí x_i $i = 2, 3, \cdots, 8$ một vị trí để cho một học sinh của lớp A xếp vào. Có 1 cách thêm.
- Xếp 8 học sinh lớp B vào 8 vị trí $x_1, x_2, \cdots, x_8$. Có 8! cách xếp.
- Xếp 9 học sinh lớp A vào 9 vị trí còn lại. Có 9! cách xếp.

Vậy có $9! \cdot 8! \cdot \mathrm{C}_{10}^{8} = 9!\mathrm{A}_{10}^{8}$ cách xếp thỏa mãn hay xác suất cần tìm là $\dfrac{9!\mathrm{A}_{10}^{8}}{17!}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 145. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời được 0,2 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

(A) $0{,}25^{30} \cdot 0{,}75^{20} \cdot \mathrm{C}_{50}^{20}$. (B) $1 - 0{,}25^{20} \cdot 0{,}75^{30}$. (C) $0{,}25^{20} \cdot 0{,}75^{30}$. (D) $0{,}25^{30} \cdot 0{,}75^{20}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 4^{50}$.

Thí sinh đó được 6 điểm nghĩa là làm đúng 30 câu và làm sai 20 câu còn lại. Gọi A là biến cố " Thí sinh làm đúng 30 câu ".

Ta có C_{50}^{20} cách để chọn ra 20 câu làm sai. Có $1^{30} = 1$ cách để chọn đáp án đúng cho 30 câu còn lại, và có 3^{20} cách để chọn đáp án sai cho 20 câu làm sai.

Vậy $n(A) = \mathrm{C}_{50}^{20} \cdot 3^{20}$ Xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{\mathrm{C}_{50}^{20} \cdot 3^{20}}{4^{50}} = 0{,}25^{30} \cdot 0{,}75^{20} \cdot \mathrm{C}_{50}^{20}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 146. Cho đa giác đều (P) có 20 đỉnh. Lấy tùy ý 3 đỉnh của (P), tính xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành tam giác vuông không có cạnh nào là cạnh của (P).

(A) $\frac{5}{114}$. (B) $\frac{3}{38}$. (C) $\frac{7}{114}$. (D) $\frac{7}{57}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{20}^3$.

Gọi biến cố A: " 3 đỉnh lấy được tạo thành tam giác vuông không có cạnh nào là cạnh của (P)".

Trong 20 đỉnh có 10 đường kính, chọn 1 có 10 cách.

Chọn một đỉnh trong 14 đỉnh còn lại (trừ hai đỉnh thuộc đường kính, và 4 đỉnh kề với hai đỉnh đó) có 14 cách. Khi đó $n(A) = 10 \cdot 14 = 140$.

$$\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{140}{C_{20}^3} = \frac{7}{57}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 147. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Bạn An làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để An được 6 điểm.

(A) $1 - 0{,}25^{20}.0{,}75^{30}$. (B) $0{,}25^{20}.0{,}75^{30}$. (C) $0{,}25^{30}.0{,}75^{20}$. (D) $0{,}25^{30}.0{,}75^{20}.C_{50}^{20}$.

Hướng dẫn giải

Để làm được 6 điểm thì An phải trả lời đúng 30 câu.

Xác suất trả lời đúng một câu là $\frac{1}{4} = 0{,}25$.

Xác suất để A đạt 6 điểm là $0{,}25^{30} \cdot 0{,}75^{20}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 148. Ba cầu thủ sút phạt đền 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x, y và 0,6 (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là 0,976 và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là 0,336. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

(A) $P = 0{,}452$. (B) $P = 0{,}435$. (C) $P = 0{,}4525$. (D) $P = 0{,}4245$.

Hướng dẫn giải

Gọi A_i là biến cố " người thứ i ghi bàn", với $i = 1, 2, 3$. Ta có A_i độc lập với nhau và $\mathrm{P}(A_1) = x$, $\mathrm{P}(A_2) = y$ và $\mathrm{P}(A_3) = 0,6$.

Gọi A là biến cố: " Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn".

B: " Cả ba cầu thủ đều ghi bàn".

C: " Có đúng hai cầu thủ ghi bàn".

Ta có $\overline{A} = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \Rightarrow \mathrm{P}(\overline{A}) = \mathrm{P}(\overline{A_1}) \cdot \mathrm{P}(\overline{A_2}) \cdot \mathrm{P}(\overline{A_3}) = 0{,}4(1-x)(1-y)$. Do đó

$$\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) \Leftrightarrow 0{,}976 = 1 - 0{,}4(1-x)(1-y) \Leftrightarrow xy - x - y = -\frac{47}{50}. \quad (1)$$

Tương tự $B = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$, suy ra

$$\mathrm{P}(B) = \mathrm{P}(A_1) \cdot \mathrm{P}(A_2) \cdot \mathrm{P}(A_3) \Leftrightarrow 0{,}336 = 0{,}6xy \Leftrightarrow xy = \frac{14}{25} \quad (2).$$

Từ (1), (2) và điều kiện $x > y$ ta có $\begin{cases} xy = \dfrac{14}{25} \\ x + y = \dfrac{3}{2} \\ x > y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0{,}8 \\ y = 0{,}7 \end{cases}$.

Ta có $C = \overline{A}_1 A_2 A_3 + A_1 \overline{A_2} A_3 + A_1 A_2 \overline{A_3}$. Do đó

$$\mathrm{P}(C) = (1-x)y \cdot 0{,}6 + x(1-y) \cdot 0{,}6 + xy \cdot 0{,}4 = 0{,}452.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 149. Đội thanh niên xung kích của trường THPT Lý Thánh Tông có 15 học sinh gồm 4 học sinh khối 10, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 12. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong đội xung kích để làm nhiệm vụ trực tuần. Tính xác suất để chọn được 4 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất một học sinh?

(A) $\dfrac{91}{96}$. (B) $\dfrac{48}{91}$. (C) $\dfrac{2}{91}$. (D) $\dfrac{222}{455}$.

Hướng dẫn giải

Chọn 4 học sinh bất kỳ trong 15 học sinh có C_{15}^4 cách.

Chọn 4 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất một học sinh sẽ có ba khả năng xảy ra.

- 2 học sinh lớp 10, 1 học sinh lớp 11, 1 học sinh lớp 12 có $\mathrm{C}_4^2 \cdot 6 \cdot 5$ cách.
- 1 học sinh lớp 10, 2 học sinh lớp 11, 1 học sinh lớp 12 có $4 \cdot \mathrm{C}_6^2 \cdot 5$ cách.
- 1 học sinh lớp 10, 1 học sinh lớp 11, 2 học sinh lớp 12 có $4 \cdot 6 \cdot \mathrm{C}_5^2$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \dfrac{\mathrm{C}_4^2 \cdot 6 \cdot 5 + 4 \cdot \mathrm{C}_6^2 \cdot 5 + 4 \cdot 6 \cdot \mathrm{C}_5^2}{\mathrm{C}_{15}^4} = \dfrac{48}{91}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 150. Trong một lớp có $2x + 3$ học sinh gồm Hùng, Hải, Hường và $2x$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến $2x + 3$, mỗi học sinh ngồi 1 ghế thì xác suất để số ghế của Hải bằng trung bình cộng số ghế của Hùng và số ghế của Hường là $\dfrac{12}{575}$. Tính số học sinh trong lớp.

(A) 27. (B) 26. (C) 25. (D) 20.

Hướng dẫn giải

Gọi Ω là không gian mẫu, ta có $|\Omega| = (2x+3)!$.

Gọi A là biến cố số ghế của Hải bằng trung bình cộng của Hường và Hùng.

Ta có Hường và Hùng phải có số ghế cùng tính chẵn lẻ, và khi số ghế của Hường và Hùng có cùng tính chẵn lẻ thì ghế của Hải là duy nhất.

Sắp xếp vị trí cho 3 bạn Hải, Hùng, Hường: $(x+1)x + (x+2)(x+1) = 2(x+1)^2$.

$|A| = 2(x+1)^2(2x)!$, $\mathrm{P}(A) = \dfrac{2(x+1)^2(2x)!}{(2x+3)!} = \dfrac{x+1}{(2x+1)(2x+3)}$.

$$\mathrm{P}(A) = \frac{12}{575} \Leftrightarrow \frac{x+1}{(2x+1)(2x+3)} = \frac{12}{575} \Leftrightarrow x = 11 \text{ (vì } x \in \mathbb{N}).$$

Vậy số HS của lớp là 25.

Chọn đáp án (C) □

Câu 151. Trong kì thi THPT Quốc gia, An làm đề thi trắc nghiệm môn Toán. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng, trả lời đúng mỗi câu được 0,2 điểm. An trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu, 5 câu cồn lại An chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi môn Toán của An không dưới 9,5 điểm.

(A) $\frac{9}{22}$. (B) $\frac{13}{1042}$. (C) $\frac{2}{19}$. (D) $\frac{53}{512}$.

Hướng dẫn giải

Xác suất mỗi câu chọn đúng là $\frac{1}{4}$ và không chọn đúng là $\frac{3}{4}$. Để An được không dưới 9,5 điểm thì bạn ấy phải chọn đúng nhiều hơn 2 trong 5 câu còn lại. Do đó xác suất cần tìm là

$$\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot C_5^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \frac{3}{4} \cdot C_5^1 + \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{53}{512}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 152. Một đoàn tàu gồm ba toa đỗ sân ga. Có 5 hành khách lên tàu. Mỗi hành khách độc lập với nhau. Chọn ngẫu nhiên một toa. Tìm xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu.

(A) $\frac{50}{81}$. (B) $\frac{20}{81}$. (C) $\frac{10}{81}$. (D) $\frac{20}{243}$.

Hướng dẫn giải

Trường hợp 1: 1 toa 1 người và 2 toa mỗi toa 2 người: $C_3^1 \cdot C_5^1 \cdot C_4^2$.

Trường hợp 2: 1 toa 3 người và 2 toa mỗi toa 1 người: $C_3^1 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1$.

Vậy ác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu là

$$P = \frac{C_3^1 \cdot C_5^1 \cdot C_4^2 + C_3^1 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1}{3^5} = \frac{50}{81}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 153. Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 học sinh trong nhóm đó. Tính xác suất trong 3 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ.

(A) $\frac{1}{6}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{5}{6}$. (D) $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Gọi Ω là không gian mẫu.

Ta có số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^3$.

Gọi A là biếncố trong 3 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ.

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố trong 3 học sinh được chọn không có học sinh nữ.

$$\begin{aligned} & n(\overline{A}) = C_6^3 \\ \Rightarrow\ & P(\overline{A}) = \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{5} \\ \Rightarrow\ & P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 154. Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập. Đồng xu A chế tạo cân đối, đồng xu B không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa. Tính xác suất để khi gieo hai đồng xu cùng lúc được kết quả một mặt sấp, một mặt ngửa.

(A) 50%. (B) 60%. (C) 75%. (D) 25%.

Hướng dẫn giải

Gọi M là biến cố "Đồng xu A xuất hiện mặt sấp".

N là biến cố "Đồng xu B xuất hiện mặt sấp".

Gọi Y là biến cố "Có một mặt sấp và một mặt ngửa xuất hiện khi gieo hai đồng xu cùng lúc".

Ta có $Y = M\overline{N} \cup \overline{M}N$. Mà $M\overline{N}$ và $\overline{M}N$ xung khắc nhau; M và $\overline{N}$ độc lập; $\overline{M}$ và N độc lập.

Suy ra $\mathrm{P}(Y) = \mathrm{P}(M\overline{N}) + \mathrm{P}(\overline{M}N) = \mathrm{P}(M)\mathrm{P}(\overline{N}) + \mathrm{P}(\overline{M})\mathrm{P}(N) = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{2}$.

Vậy xác suất cần tìm là 50%.

Chọn đáp án (A) □

Câu 155. Lấy ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 2018 đỉnh của đa giác đều 2018 cạnh. Xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác không nhọn bằng *(Làm tròn hai chữ số sau dấu phẩy)*.

(A) 0,65. (B) 0,75. (C) 0,55. (D) 0,70.

Hướng dẫn giải

TH1: Ba điểm được chọn tạo thành tam giác vuông:

Chọn 2 đỉnh không phải là đỉnh góc vuông có 1009 cách (Có 1009 đường chéo đi qua tâm hình tròn ngoại tiếp đa giác)

Chọn đỉnh còn lại có 2016 cách.

Số tam giác vuông là: $1009 \cdot 2016 = 2034144$.

TH2: Ba điểm được chọn tạo thành tam giác tù (Giả sử tam giác ABC có góc A, C nhọn và góc B tù).

Chọn đỉnh A có 2018 cách. Sau đó kẻ đường kính qua điểm vừa chọn chia đường tròn thành hai phần. Hai đỉnh còn lại nằm về cùng một phía so với đường kính vừa kẻ.

Chọn hai đỉnh còn lại có $2 \cdot \mathrm{C}_{1008}^{2}$.

Ứng với mỗi tam giác, vai trò của hai góc nhọn là như nhau nên số tam giác tù được tạo thành là $\dfrac{2018 \cdot 2\mathrm{C}_{1008}^{2}}{2} = 1024191504$.

Số tam giác không nhọn được tạo thành là: $2034144 + 1024191504 = 1026225648$.

Gọi A: "Chọn 3 đỉnh tạo thành một tam giác không nhọn "$\Rightarrow n(A) = 1026225648$.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = \mathrm{C}_{2018}^{3} = 1367622816$.

Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = 0,75$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 156. Cho A là tập hợp tất cả các số có năm chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7$. Lấy ngẫu nhiên một số từ A. Tính xác suất để lấy được một số luôn có mặt hai chữ số $1; 7$ và hai chữ số đó đứng kề nhau, chữ số 1 nằm bên trái chữ số 7.

(A) $\dfrac{1}{14}$. (B) $\dfrac{5}{14}$. (C) $\dfrac{3}{28}$. (D) $\dfrac{3}{14}$.

Hướng dẫn giải

Số các số có năm chữ số lập được là $7 \cdot \mathrm{A}_7^4 = 5880$ số.

Xét tập hợp A các số có dạng $\overline{abcde}$, ta xét các trường hợp

- $a = 1$, có một cách sắp xếp cặp 17, ba vị trí còn lại có $\mathrm{A}_6^3 \Rightarrow$ có $1 \cdot \mathrm{A}_6^3 = 120$ số.
- $a \neq 1$, khi đó a có 5 cách chọn do $a \neq 0; 1; 7$.
  Xếp cặp 17 có 3 cách, hai vị trí còn lại có $\mathrm{A}_5^2 \Rightarrow$ có $5 \cdot 3 \cdot \mathrm{A}_5^2 = 300$ số.

Khi đó tập hợp A có $120 + 300$ số $\Rightarrow \mathrm{P}(A) = \dfrac{420}{5880} = \dfrac{1}{14}$.

Chọn đáp án A □

Câu 157. Việt và Nam cùng tham gia kì thi THPTQG năm 2016, ngoài thi ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh bắt buộc thì Việt và Nam đều đăng kí thi thêm đúng hai môn tự chọn khác trong ba môn Vật lí, Hóa học và Sinh học dưới hình thức thi trắc nghiệm để xét tuyển Đại học. Mỗi môn tự chọn trắc nghiệm có 12 mã đề thi khác nhau, mã đề thi của các môn khác nhau là khác nhau. Tìm xác xuất để Việt và Nam có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề.

A. $\dfrac{1}{15}$. B. $\dfrac{1}{10}$. C. $\dfrac{1}{12}$. D. $\dfrac{1}{18}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \left(\mathrm{C}_3^2 \cdot \mathrm{C}_{12}^1 \cdot \mathrm{C}_{12}^1\right)^2$.

Có 3 cặp gồm hai môn tự chọn mà chỉ có đúng một môn chung.

Số cách chọn môn thi của Việt và Nam để có đúng một môn thi tự chọn là $\mathrm{C}_3^1 \cdot 2! = 6$.

Ứng với một cách chọn môn thi của Việt và Nam thì số cách chọn mã đề để có đúng chung một mã đề là $\mathrm{C}_{12}^1 \cdot \mathrm{C}_{12}^1 \cdot 1 \cdot \mathrm{C}_{12}^1$.

Xác suất cần tính là $P = \dfrac{6\left(\mathrm{C}_{12}^1\right)^3}{\left(\mathrm{C}_3^2 \cdot \mathrm{C}_{12}^1 \cdot \mathrm{C}_{12}^1\right)^2} = \dfrac{1}{18}$.

Chọn đáp án D □

Câu 158. Một người bắn 3 viên đạn. Xác suất để cả 3 viên trúng vòng 10 điểm là 0,008, xác suất để 1 viên trúng vòng 8 điểm là 0,15, xác suất để 1 viên trúng vòng dưới 8 điểm là 0,4. Tính xác suất để xạ thủ đạt ít nhất 28 điểm (biết rằng điểm tính cho mỗi vòng là các số nguyên không âm và không vượt quá 10).

A. 0,0365. B. 0,0935. C. 0,558. D. 0,808.

Hướng dẫn giải

Gọi A, B, C, D lần lượt là các biến cố người đó bắn 1 viên đạn trúng vòng 10 điểm, 9 điểm, 8 điểm và dưới 8 điểm. Khi đó $\mathrm{P}(A) = \sqrt[3]{0{,}008} = 0{,}2$, $\mathrm{P}(C) = 0{,}15$ và $\mathrm{P}(D) = 0{,}4$. Suy ra

$$\mathrm{P}(B) = 1 - \mathrm{P}(A) - \mathrm{P}(C) - \mathrm{P}(D) = 0{,}25.$$

Gọi E là biến cố xạ thủ đạt ít nhất 28 điểm. Khi đó các trường hợp thuận lợi cho biến cố E là

- Trường hợp 1: 3 viên đạn đều trúng vòng 10 điểm.

- Trường hợp 2: có 2 viên đạn trúng vòng 10 điểm và 1 viên đạn trúng vòng 9 điểm.
- Trường hợp 3: có 1 viên đạn trúng vòng 10 điểm và 2 viên đạn trúng vòng 9 điểm.
- Trường hợp 4: có 2 viên đạn trúng vòng 10 điểm và 1 viên đạn trúng vòng 8 điểm.

Vậy

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(E) &= \mathrm{P}(A\cdot A\cdot A)+3\cdot\mathrm{P}(A\cdot A\cdot B)+3\cdot\mathrm{P}(A\cdot B\cdot B)+3\cdot\mathrm{P}(A\cdot A\cdot C)\\ &= \mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(A)+3\cdot\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(B)+3\cdot\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(B)\cdot\mathrm{P}(B)+3\cdot\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(C)\\ &= 0{,}008+3\cdot 0{,}01+3\cdot 0{,}0125+3\cdot 0{,}006\\ &= 0{,}0935.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 159. Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 4 quả cầu màu xanh, 3 quả cầu màu vàng và 8 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 3 quả cầu chọn ra có ít nhất một quả cầu màu đỏ bằng

(A) $\frac{10}{13}$. **(B)** $\frac{12}{13}$. **(C)** $\frac{11}{13}$. **(D)** $\frac{9}{13}$.

Hướng dẫn giải

Có C_{15}^3 cách chọn ra 3 quả trong 15 quả cầu.
Có C_7^3 cách chọn ra 3 quả trong 15 quả cầu mà không có quả nào màu đỏ.
Do vậy, có $\mathrm{C}_{15}^3-\mathrm{C}_7^3=420$ cách chọn ra 3 quả cầu trong 15 quả cầu mà có ít nhất một quả màu đỏ.
Vậy xác xuất để 3 quả cầu chọn ra có ít nhất một quả cầu màu đỏ bằng $\mathrm{P}=\frac{420}{\mathrm{C}_{15}^3}=\frac{12}{13}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 160. Trong vòng loại một cuộc thi chạy 1000 m có 9 bạn tham gia trong đó có 2 bạn lớp A_1, 3 bạn lớp A_2 và 4 bạn đến từ các lớp khác nhau. Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên thành một hàng ngang để xuất phát. Tính xác suất sao cho không có học sinh nào cùng lớp đứng kề nhau.

(A) $\frac{1}{26}$. **(B)** $\frac{85}{252}$. **(C)** $\frac{5}{18}$. **(D)** $\frac{401}{1260}$.

Hướng dẫn giải

Gọi 3 bạn lớp A_2 là M_2, N_2, P_2, hai bạn lớp A_1 là M_1, N_1.
Số cách xếp ngẫu nhiên 9 bạn vào cùng một hàng ngang là 9! cách.
Nhận xét: Số cách xếp sao cho không có bạn nào cùng lớp bằng số cách xếp sao cho ba bạn M_2, N_2, P_2 không đứng cạnh nhau trừ đi số cách xếp sao cho ba bạn M_2, N_2, P_2 không đứng cạnh nhau và hai bạn M_1, N_1 đứng cạnh nhau.

1. Đếm số cách xếp sao cho ba bạn M_2, N_2, P_2 không đứng cạnh nhau.
   Đầu tiên ta xếp ba bạn M_2, N_2, P_2 đứng cạnh nhau, có $3! = 6$ cách. Xét trường hợp ba bạn này được xếp theo thứ tự M_2, N_2, P_2.
   Tiếp theo, ta xếp các bạn còn lại vào sao cho ba bạn M_2, N_2, P_2 không đứng cạnh nhau. Gọi

$x_1; x_2; x_3; x_4$ lần lượt là số bạn xếp phía bên trái M_2, giữa M_2, N_2, giữa N_2, P_2 và bên phải P_2.
Số nghiệm nguyên của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$, trong đó $x_2 \geq 1, x_3 \geq 1, x_1 \geq 0, x_4 \geq 0$, bằng số nghiệm nguyên của phương trình $x_1 + x_2' + x_3' + x_4 = 4$, trong đó $x_1 \geq 0, x_4 \geq 0, x_2' = x_2 - 1 \geq 0, x_3' = x_3 - 1 \geq 0$. Suy ra có 28 trường hợp x_1, x_2, x_3, x_4.
Vậy, nếu tính cả các hoán vị, ta có số cách xếp sao cho ba bạn M_2, N_2, P_2 không đứng cạnh nhau là $6 \cdot 28 \cdot 6! = 120960$ cách.

2. Đếm số cách xếp sao cho ba bạn M_2, N_2, P_2 không đứng cạnh nhau và hai bạn M_1, N_1 đứng cạnh nhau.
Đầu tiên ta xếp ba bạn M_2, N_2, P_2 đứng cạnh nhau, có $3! = 6$ cách. Xét trường hợp ba bạn này được xếp theo thứ tự M_2, N_2, P_2.
Vì M_1, N_1 đứng ở vị trí liên tiếp nên ta có thể coi M_1, N_1 là một bạn P_1 nào đó. Ta sẽ xếp P_1 và 4 bạn khác lớp còn lại vào sao cho M_2, N_2, P_2 không đứng cạnh nhau.
Gọi $y_1; y_2; y_3; y_4$ lần lượt là số bạn xếp phía bên trái M_2, giữa M_2, N_2, giữa N_2, P_2 và bên phải P_2.
Số nghiệm nguyên của phương trình $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 5$, trong đó $y_2 \geq 1, y_3 \geq 1, y_1 \geq 0, y_4 \geq 0$, bằng số nghiệm nguyên của phương trình $y_1 + y_2' + y_3' + y_4 = 3$, trong đó $y_1 \geq 0, y_4 \geq 0, y_2' = x_2 - 1 \geq 0, y_3' = y_3 - 1 \geq 0$. Suy ra có 19 trường hợp $y_1; y_2; y_3; y_4$.
Vậy, nếu tính cả các hoán vị, ta có số cách xếp sao cho ba bạn M_2, N_2, P_2 không đứng cạnh nhau và hai bạn M_1, N_1 đứng cạnh nhau là $6 \cdot 19 \cdot 2! \cdot 4! = 5472$ cách.

Vậy, xác xuất sao cho không có học sinh nào cùng lớp đứng kề nhau là:

$$\mathrm{P} = \frac{120960 - 5472}{9!} = \frac{401}{1260}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 161. Một bình đựng 8 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Xác suất để có ít nhất 2 viên bi xanh là bao nhiêu?

A $\frac{28}{55}$. B $\frac{14}{55}$. C $\frac{41}{55}$. D $\frac{42}{55}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A, B lần lượt là biến cố lấy được đúng 2 viên bi xanh và lấy được đúng 3 viên bi xanh. Khi đó biến cố lấy được ít nhất 2 viên bi xanh là $A \cup B$. Ta có

$$\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) = \frac{\mathrm{C}_8^2 \cdot \mathrm{C}_4^1}{\mathrm{C}_{12}^3} + \frac{\mathrm{C}_8^3 \cdot \mathrm{C}_4^0}{\mathrm{C}_{12}^3} = \frac{42}{55}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 162. Có 25 bạn học sinh được chia thành 2 nhóm A và B, sao cho trong mỗi nhóm đều có nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên từ mỗi nhóm một học sinh. Tính xác suất để hai học sinh được chọn có cả nam và nữ. Biết rằng xác suất chọn được hai học sinh nam là 0,57.

(A) 0,59. (B) 0,02. (C) 0,41. (D) 0,23.

Hướng dẫn giải

Gọi số học sinh của 2 nhóm A, B lần lượt là $x, y \Rightarrow x + y = 25$, $x, y \in \mathbb{N}^*$.

Không mất tính tổng quát ta giả sử $x < y \Rightarrow \begin{cases} 2 \leq x \leq 12 \\ 13 \leq y \leq 23. \end{cases}$

Gọi số học sinh nam của 2 nhóm A, B lần lượt là $m, n \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq m \leq x - 1 \\ 1 \leq n \leq y - 1. \end{cases}$

Ta có xác suất chọn được hai học sinh nam là $\dfrac{mn}{xy} = 0{,}57 \Leftrightarrow mn = \dfrac{57}{100}xy \Rightarrow xy \vdots 100$.

Từ điều kiện suy ra $x = 5, y = 20 \Rightarrow mn = 57 \Rightarrow m = 3, n = 19$.

Vậy xác suất để chọn được một nam và một nữ là $\dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{19}{20} + \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{1}{20} = 0{,}41$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 163. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn một tiết mục. Tính xác suất sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A.

(A) $\dfrac{10}{21}$. (B) $\dfrac{1}{3}$. (C) $\dfrac{13}{21}$. (D) $\dfrac{4}{21}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố chọn được 5 học sinh sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A.

Số cách chọn 5 học sinh bất kỳ từ ba lớp

$$n(\Omega) = \mathrm{C}_9^5 = 126.$$

Số cách chọn nhóm 5 học sinh gồm 3 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B và 1 học sinh lớp 12C

$$\mathrm{C}_4^3 \cdot \mathrm{C}_3^1 \cdot \mathrm{C}_2^1 = 24.$$

Số cách chọn nhóm 5 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 2 học sinh lớp 12B và 1 học sinh lớp 12C

$$\mathrm{C}_4^2 \cdot \mathrm{C}_3^2 \cdot \mathrm{C}_2^1 = 36.$$

Số cách chọn nhóm 5 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C

$$\mathrm{C}_4^2 \cdot \mathrm{C}_3^1 \cdot \mathrm{C}_2^2 = 18.$$

Số cách chọn được 5 học sinh sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A

$$n(A) = 24 + 36 + 18 = 78.$$

Xác suất chọn được 5 học sinh sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A

$$\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{78}{126} = \frac{13}{21}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 164. Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, một nút được ghi một số tự nhiên từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B chỉ nhớ được chi tiết 3 nút tạo thành dãy số tăng. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng nếu bấm sai 3 lần liên tiếp của sẽ tự động khóa lại (không cho mở nữa).

A $\frac{1}{15}$. **B** $\frac{189}{1003}$. **C** $\frac{631}{3375}$. **D** $\frac{1}{5}$.

Hướng dẫn giải

Số cách chọn ba số là $C_{20}^3 = 120$. Vì chọn ba số thì chỉ có một cách sắp xếp theo thứ tự tăng dần nên số cách chọn được ba số tạo thành dãy số tăng là 120 cách.

Để mở được cửa thì dãy số có thể là $\{0;1;9\}, \{0;2;8\}, \{0;3;7\}, \{0;4;6\}, \{1;2;7\}, \{1;3;6\}, \{1;4;5\}, \{2;3;5\}$.

Xác suất để mở cửa trong lần một là $\frac{8}{120}$.

Xác suất để mở được cửa trong lần hai (bỏ số đã bấm ở lần một) là $\frac{8}{119}$.

Xác suất để mở được cửa trong lần ba (bỏ số đã bấm ở hai lần trước) là $\frac{8}{118}$.

Vậy xác suất để mở được cửa phòng học là $\frac{8}{120} + \frac{112}{120} \cdot \frac{8}{119} + \frac{112}{120} \cdot \frac{111}{119} \cdot \frac{8}{118} = \frac{189}{1003}$.

Chọn đáp án B □

Câu 165. Một đa giác đều có 24 đỉnh, tất cả các cạnh của đa giác sơn màu xanh và tất cả các đường chéo của đa giác đó sơn màu đỏ. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác đều trên. Người ta chọn ngẫu nhiên từ X một tam giác, tính xác suất để chọn được tam giác có ba cạnh cùng màu.

A $\frac{27}{1290}$. **B** $\frac{1}{24}$. **C** $\frac{190}{253}$. **D** $\frac{24}{115}$.

Hướng dẫn giải

$|\Omega| = C_{24}^3$.

Tam giác có ba cạnh cùng màu chính là tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác.

$|\Omega_A| = C_{24}^3 - 24 - C_{24}^1 \cdot C_{20}^1$.

Vậy $P = \dfrac{C_{24}^3 - 24 - C_{24}^1 \cdot C_{20}^1}{C_{24}^3} = \dfrac{190}{253}$.

Chọn đáp án C □

Câu 166. Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau thuộc tập hợp A. Chọn ngẫu nhiên một số trong S. Tính xác suất để số được chọn là số tự nhiên chẵn, có mặt ba chữ số 0, 1, 2 và chúng đứng liền nhau.

A $\frac{26}{735}$. **B** $\frac{23}{735}$. **C** $\frac{11}{147}$. **D** $\frac{4}{105}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của S là $A_8^6 - A_7^5 = 17640$.

Số cần chọn có dạng $\overline{abcdef}$.

f là số chẵn nên có 4 cách chọn $0, 2, 4, 6$. Ta chia thành hai trường hợp.

+ TH1: f là 4 hoặc 6. Chọn 5 chữ số còn lại và bắt buộc có $0, 1, 2$ có $\mathrm{C}_4^2 = 6$ cách. Hoán vị 5 chữ số đó sao cho $0, 1, 2$ đứng cạnh nhau có $3! \cdot 3! = 36$ cách.

Xét TH số 0 đứng đầu, khi hoán vị sẽ có $2! \cdot 2! = 4$ cách.

Tóm lại TH này có $2 \times 6 \times (36 - 4) = 384$ cách.

+ TH2: f là 0 hoặc 2. Chọn 5 chữ số còn lại và bắt buộc có $0, 1, 2$ có $\mathrm{C}_5^3 = 10$. Hoán vị 5 chữ số đó sao cho $0, 1, 2$ đứng cạnh nhau có $2! \cdot 3! = 12$ cách. TH này có $2 \times 10 \times 12 = 240$ cách.

Xác suất cần tìm là $\dfrac{240 + 384}{17640} = \dfrac{26}{735}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 167. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau được tạo ra từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Từ A chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để số được chọn có chữ số 1 và chữ số 2 đứng cạnh nhau.

(A) $\dfrac{5}{21}$. (B) $\dfrac{2}{7}$. (C) $\dfrac{5}{18}$. (D) $\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

$n(\Omega) = 6 \cdot 6! = 4320$.

Gọi A là biến cố số được chọn có chữ số 1 và chữ số 2 đứng cạnh nhau.

Trường hợp 1: Số 1, 2 nằm tại hai vị trí đầu. Có $2 \cdot 5! = 240$ số.

Trường hợp 2: Số 1, 2 không nằm tại hai vị trí đầu. Có $4 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 4! = 960$ số.

$\mathrm{P}(B) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1200}{4320} = \dfrac{5}{18}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 168. Một đề trắc nghiệm môn toán có 50 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án chọn, trong đó có 1 phương án đúng, chọn phương án đúng thì câu đó được 0,2 điểm. Trong thời gian cho phép 90 phút bạn Lân đã làm bài chắc chắn đúng 40 câu, 10 còn lại bạn trả lời ngẫu nhiên. Tính xác suất p để bạn Lân được đúng 9 điểm.

(A) $p = \left(\dfrac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^5 \cdot \mathrm{C}_{10}^5$. (B) $p = \left(\dfrac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^5$.

(C) $p = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{3}{4} \cdot \mathrm{C}_{10}^5$. (D) $p = \dfrac{1}{4} \cdot \mathrm{C}_{10}^5$.

Hướng dẫn giải

Để được đúng 9 điểm Lân phải trả lời đúng 45 câu, trong đó có 5 câu trả lời ngẫu nhiên, xác suất để trả lời đúng một câu là 0,25. Xác suất để Lân trả lời đúng 5 câu trong 10 câu khi trả lời ngẫu nhiên là $p = \mathrm{C}_{10}^5 0{,}25^5 \cdot 0{,}75^5$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 169. Mồng 3 Mậu Tuất vừa rồi ông Đại Gia đến chúc tết và lì xì cho 3 anh em trai tôi. Trong ví của ông Đại Gia chỉ có 4 tờ mệnh giá 200000 đồng và 5 tờ mệnh giá 100000 đồng được sắp xếp một cách lộn xộn trong ví. Ông gọi 3 anh em tôi đứng xếp hàng có thứ tự, anh Cả đứng trước lì xì trước, anh Hai đứng sau lì xì sau và tôi thằng Út đứng sau cùng nên lì xì sau cùng. Hỏi xác suất p bằng bao nhiêu để tôi nhận tiền lì xì có mệnh giá lớn nhất, biết rằng ông Đại Gia lì xì bằng cách rút ngẫu nhiên cho anh em tôi mỗi người chỉ một tờ giấy tiền trong túi của ông?

(A) $\dfrac{4}{9}$. (B) $\dfrac{25}{63}$. (C) $\dfrac{1}{9}$. (D) $\dfrac{1}{21}$.

Hướng dẫn giải

Khi Út nhận tờ tiền có mệnh giá lớn nhất có các trường hợp sau xảy ra.

Trường hợp 1: anh Cả và anh hai nhận mỗi người 100000 đồng, Út nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\dfrac{5}{9}\cdot\dfrac{4}{8}\cdot\dfrac{4}{7}=\dfrac{10}{63}$.

Trường hợp 2: anh Cả nhận 100000 đồng và anh hai nhận 200000 đồng, Út nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\dfrac{5}{9}\cdot\dfrac{4}{8}\cdot\dfrac{3}{7}=\dfrac{5}{42}$.

Trường hợp 3: anh Cả nhận 200000 đồng và anh hai nhận 100000 đồng, Út nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\dfrac{4}{9}\cdot\dfrac{5}{8}\cdot\dfrac{3}{7}=\dfrac{5}{42}$.

Trường hợp 4: cả ba người đều nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\dfrac{4}{9}\cdot\dfrac{3}{8}\cdot\dfrac{2}{7}=\dfrac{5}{21}$.

Vậy xác suất để Út nhận tờ tiền có mệnh giá lớn nhất là $\dfrac{10}{63}+\dfrac{5}{42}+\dfrac{5}{42}+\dfrac{5}{21}=\dfrac{4}{9}$.

Chú ý: Ta có công thức $P(ABC)=P(A)P(B|A)P(C|AB)$, trong đó $P(B|A)$ là xác suất của biến cố B khi A đã xảy ra, $P(C|AB)$ là xác suất của biến cố C khi A và B đã xảy ra.

Chọn đáp án (A) □

Câu 170. Cho 16 phiếu ghi các số thứ tự từ 1 đến 16. Lấy lần lượt 8 phiếu không hoàn lại, gọi a_i là số ghi trên phiếu thứ i lấy được $(1\le i\le 8)$. Tính xác suất P để 8 phiếu lấy được thỏa mãn $a_1<a_2<\cdots<a_8$ và không có bất kỳ hai phiếu nào có tổng các số bằng 17.

(A) $\mathrm{P}=\dfrac{3^8}{\mathrm{A}_{16}^8}$. (B) $\mathrm{P}=\dfrac{2^8}{\mathrm{A}_{16}^8}$. (C) $\mathrm{P}=\dfrac{2^8}{\mathrm{C}_{16}^8}$. (D) $\mathrm{P}=\dfrac{3^8}{\mathrm{C}_{16}^8}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $|\Omega|=\mathrm{A}_{16}^8$. Do 8 phiếu lấy được thỏa mãn điều kiện $a_1<a_2<\cdots<a_8$, nên ta có thể xem 8 phiếu lấy được như là một tập con của tập có 16 phần tử.

Gọi $S=\{1,2,3,\ldots,16\}$ và $E\subset S$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Từ 1 đến 16 có 8 cặp số có tổng bằng 17 chia thành hai tập tương ứng là $M=\{1,2,\ldots,8\}$ và $N=\{16,15,\ldots,9\}$. Nếu E có k phần tử thuộc M thì có C_8^k cách chọn và khi đó E sẽ có tối đa $8-k$ phần tử thuộc N nên có 2^{8-k} cách chọn, với $k\in\{0,1,...,8\}$.

Vậy số tập hợp E thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\mathrm{C}_8^0\cdot 2^8+\mathrm{C}_8^1\cdot 2^7+\cdots+\mathrm{C}_8^8\cdot 2^0=3\Rightarrow \mathrm{P}=\dfrac{3^8}{\mathrm{A}_{16}^8}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 171. Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 4 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài và đánh hú họa các câu trả lời (giả sử học sinh đó chọn đáp án cho đủ 10 câu hỏi). Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

(A) 0,7759. (B) 0,7336. (C) 0,7124. (D) 0,783.

Hướng dẫn giải

Gọi a và b lần lượt là số câu chọn được đáp án đúng và sai $(a,b\in\mathbb{N}, a+b=10)$.

Để nhận được dưới 1 điểm thì $4a - 2b < 1$. Vì $a + b = 10$ nên $b = 10 - a$. Do vậy,

$$4a - 2(10 - a) < 1 \Leftrightarrow 6a < 21 \Leftrightarrow a < 3{,}5.$$

- Với $a = 0 \Rightarrow b = 10 \Rightarrow$ xác suất xảy ra trường hợp này là $0{,}75^{10} = 0{,}05631$.
- Với $a = 1 \Rightarrow b = 9 \Rightarrow$ xác suất xảy ra trường hợp này là $C_{10}^1 \cdot 0{,}25^1 \cdot 0{,}75^9 = 0{,}18771$.
- Với $a = 2 \Rightarrow b = 8 \Rightarrow$ xác suất xảy ra trường hợp này là $C_{10}^2 \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^8 = 0{,}28156$.
- Với $a = 3 \Rightarrow b = 7 \Rightarrow$ xác suất xảy ra trường hợp này là $C_{10}^3 \cdot 0{,}25^3 \cdot 0{,}75^7 = 0{,}22028$.

Vậy xác suất để học sinh đó nhận được dưới 1 điểm là

$$0{,}05631 + 0{,}18771 + 0{,}28156 + 0{,}22028 = 0{,}77586.$$

Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. C	4. D	5. D	6. A	7. C	8. C	9. D	10. D
11. D	12. C	13. D	14. D	15. A	16. C	17. B	18. B	19. D	20. C
21. A	22. D	23. B	24. A	25. A	26. D	27. A	28. C	29. B	30. C
31. D	32. C	33. A	34. A	35. D	36. A	37. D	38. C	39. C	40. D
41. A	42. B	43. C	44. C	45. D	46. B	47. A	48. A	49. C	50. C
51. A	52. B	53. D	54. A	55. B	56. C	57. A	58. C	59. D	60. A
61. B	62. B	63. B	64. D	65. C	66. B	67. A	68. C	69. D	70. D
71. B	72. C	73. A	74. B	75. A	76. D	77. A	78. A	79. B	80. C
81. A	82. A	83. B	84. C	85. A	86. C	87. C	88. C	89. D	90. B
91. C	92. C	93. A	94. A	95. D	96. A	97. D	98. B	99. A	100. D
101. B	102. B	103. C	104. C	105. C	106. C	107. C	108. D	109. C	110. A
111. B	112. B	113. A	114. A	115. D	116. B	117. D	118. C	119. D	120. B
121. D	122. A	123. B	124. A	125. A	126. B	127. B	128. D	129. B	130. B
131. A	132. A	133. C	134. B	135. C	136. B	137. B	138. D	139. D	140. D
141. B	142. B	143. A	144. B	145. A	146. D	147. C	148. A	149. B	150. C
151. D	152. A	153. C	154. A	155. B	156. A	157. D	158. B	159. B	160. D
161. D	162. C	163. C	164. B	165. C	166. A	167. C	168. A	169. A	170. A
171. A									