

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1.(1,00 điểm)

Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 2.(1,00 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x - \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{e}; e\right]$.

Câu 3.(1,00 điểm)

a) Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$; $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}$. Tính $|z_1 - z_2|$.

b) Giải phương trình: $3^{|3x-4|} = 9^{2x-2}$.

Câu 4.(1,00 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \tan x}{\cos^2 x} dx$.

Câu 5.(1,00 điểm)

Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+3}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 5 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (Δ) với mặt phẳng (P) . Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa (Δ) và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Câu 6.(1,00 điểm)

a) Cho $\tan \alpha = \frac{3}{2}$. Tính $A = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$.

b) Một tổ học sinh có 5 em nữ và 8 em nam được xếp thành một hàng dọc. Tính xác suất để không có hai em nữ nào đứng cạnh nhau.

Câu 7.(1,00 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{SAB} = \widehat{SAD} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ và cạnh bên $SA = a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB .

Câu 8.(1,00 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy cho hình vuông $ABCD$ có M là trung điểm của BC , phương trình đường thẳng $DM: x - y - 2 = 0$, đỉnh $C(3; -3)$, đỉnh A nằm trên đường thẳng $(d): 3x + y - 2 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông.

Câu 9.(1,00 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} y(x^2 + 2x + 2) = x(y^2 + 6) \\ (y-1)(x^2 + 2x + 7) = (x+1)(y^2 + 1) \end{cases}$$

Câu 10.(1,00 điểm)

Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x^2}{x + y^2} + \frac{y^2}{y + z^2} + \frac{z^2}{z + x^2}$.

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN CHẤM THI

(Gồm có 06 trang)

I. Hướng dẫn chung

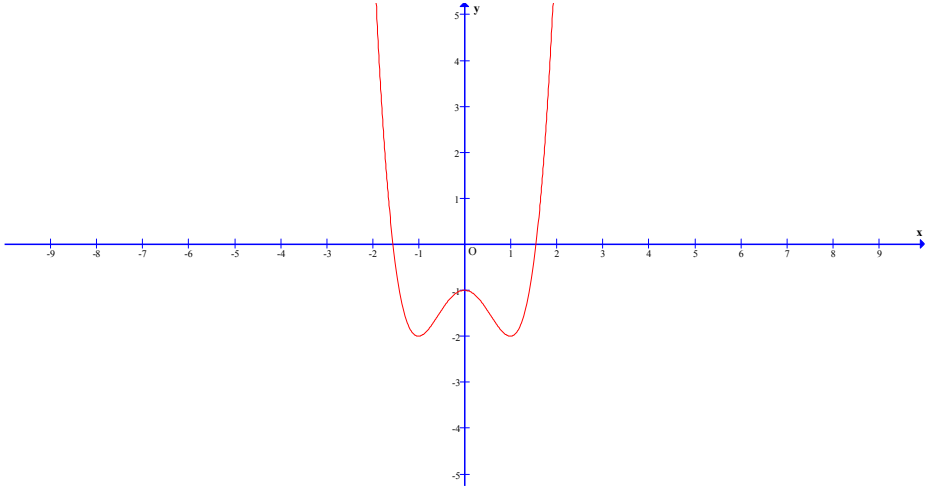
1. Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

2. Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) so với thang điểm hướng dẫn chấm phải bảo đảm không sai lệch với hướng dẫn chấm và được thống nhất thực hiện trong Hội đồng chấm.

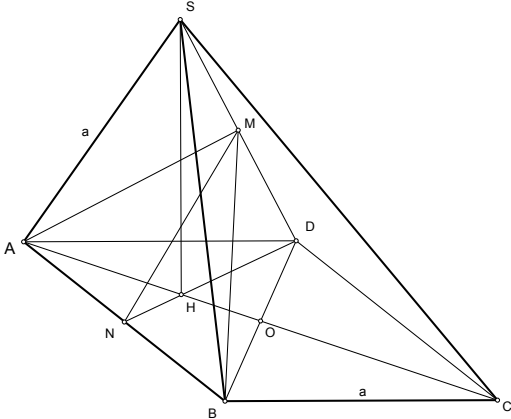
3. Điểm toàn bài kiểm tra không làm tròn số.

II. Đáp án và thang điểm

CÂU	ĐÁP ÁN	Điểm																			
Câu 1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$	1,00đ																			
	+ Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ + $y' = 4x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$	0,25 đ																			
	+ Hàm số tăng trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$, giảm trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$; + Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$; $y_{CD} = -1$, đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$; $y_{CT} = -2$, + $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.	0,25 đ																			
	+ Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>-2</td><td>-1</td><td>-2</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'		$-$	0	$+$	0	$+$	y	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$	0,25 đ
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																
y'		$-$	0	$+$	0	$+$															
y	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$																
	Đồ thị: Đồ thị hàm số đi qua các điểm: $(-2;7)$, $(2;7)$																				

		0,25 đ
Câu 2	Tìm GTLN và GTNN của hàm số $f(x) = x - \ln x, \forall x \in \left[\frac{1}{e}; e\right]$	1,00đ
	Ta có: $f'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$	0,25 đ
	Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in \left[\frac{1}{e}; e\right]$	0,25 đ
	Tính $f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e} + 1; f(1) = 1; f(e) = e - 1$	0,25 đ
	Hàm số liên tục trên đoạn $\left[\frac{1}{e}; e\right]$. Vậy: $\max_{\left[\frac{1}{e}; e\right]} f(x) = e - 1$, khi $x = e$; $\min_{\left[\frac{1}{e}; e\right]} f(x) = 1$, khi $x = 1$.	0,25 đ
Câu 3		1,00 đ
	a) Cho hai số phức z_1, z_2 : $ z_1 = z_2 = 1; z_1 + z_2 = \sqrt{3}$. Tính $ z_1 - z_2 $.	0,50 đ
	Ta có: $z_1 = a_1 + b_1i; z_2 = a_2 + b_2i$ ($a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R}$) $\begin{cases} z_1 = z_2 = 1 \\ z_1 + z_2 = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2 = 1 \\ (a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2 = 3 \end{cases}$	0,25 đ
	$\Leftrightarrow 2(a_1b_1 + a_2b_2) = 1 \Rightarrow (a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 = 1.$ Vậy: $ z_1 - z_2 = 1$.	0,25 đ
	b) Giải phương trình: $3^{ 3x-4 } = 9^{2x-2}$	0,50 đ
	Phương trình: $3^{ 3x-4 } = 9^{2x-2} \Leftrightarrow 3^{ 3x-4 } = 3^{2(2x-2)}$ $\Leftrightarrow 3x - 4 = 4x - 4 \quad (x \geq 1)$	0,25 đ

	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4 = 4x - 4 \\ 3x - 4 = -4x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (Loại)} \\ x = \frac{8}{7} \end{cases}$ Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{8}{7}$.	0,25 đ
Câu 4	Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \tan x}{\cos^2 x} dx$.	1,00 đ
	Ta có: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \tan x}{\cos^2 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} = \tan \frac{\pi}{4} - \tan 0 = 1$ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x d(\tan x) = \frac{1}{2} \tan^2 x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2} \left(\tan^2 \frac{\pi}{4} - \tan^2 0 \right) = \frac{1}{2}$ Vậy $I = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.	0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ
Câu 5		1,00 đ
	- Tìm giao điểm đường thẳng (Δ) với mặt phẳng (P) :	0,50 đ
	$(\Delta): \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2+t \\ y = -1-2t \\ z = -3+2t \end{cases}$	0,25 đ
	Thay vào (P) ta được: $-3t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = 3$. Vậy: $A(5; -7; 3)$.	0,25 đ
	- Viết phương trình mp (Q) chứa (Δ) và vuông góc mp (P) :	0,50 đ
	Với $\vec{u}_\Delta = (1; -2; 2)$ và $\vec{n}_P = (1; 1; -1)$.	
	Ta có: $[\vec{u}_\Delta; \vec{n}_P] = (0; 3; 3) \Rightarrow \vec{n}_Q = (0; 1; 1)$ là véc tơ pháp tuyến của (Q) .	0,25 đ
	(Q) qua A có phương trình: $0(x - 5) + 1.(y + 7) + 1.(z - 3) = 0$ Vậy $(Q): y + z + 4 = 0$.	0,25 đ
Câu 6		1,00 đ
	a) Cho $\tan \alpha = \frac{3}{2}$. Tính $A = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$	0,50 đ
	Ta có $A = \frac{1}{\cos^2 \alpha} + \tan^2 \alpha$	0,25 đ

	$= 1 + 2 \tan^2 \alpha = 1 + 2 \left(\frac{3}{2} \right)^2 = \frac{11}{2}.$	0,25 đ
	b)	0,50 đ
	Không gian mẫu có $\Omega = P_{13} = 13!$ cách xếp một hàng dọc. Số cách xếp 8 bạn nam vào hàng là $P_8 = 8!$	0,25 đ
	Số cách xếp 5 bạn nữ vào 9 vị trí xen kẽ: $A_9^5 = \frac{9!}{4!} \Rightarrow \Omega_A = 8! \cdot \frac{9!}{4!}$ Vậy $P_A = \frac{9! \cdot 8!}{4! \cdot 13!} = \frac{14}{143}.$	0,25 đ
Câu 7		1,00 đ
		
	Theo giả thiết: $\triangle ABD, \triangle SAB, \triangle SAD$ là các tam giác đều $\Rightarrow SA = SB = SD = AB = BD = DA = a$ $SABD$ là hình tứ diện đều, hình chiếu H là trọng tâm tam giác ABD $AH = \frac{2}{3} AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a\sqrt{\frac{2}{3}}.$	0,25 đ
	Ta lại có: $AC = 2AO = a\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ Vậy: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ (đvtt).	0,25 đ
	Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SD và AB. Do $SABD$ là tứ diện đều nên MN là đường cao của $\triangle MAB; \triangle NSD$. Vậy, MN là đoạn vuông góc chung của SD và AB.	0,25 đ
	Ta có $MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$ Vậy $d(SD, AB) = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$	0,25 đ
Câu 8		1,00 đ

	Giả sử $A(t; 2-3t) \in d$. Từ giả thiết bài toán suy ra: $d(A, DM) = 2d(C, DM) \Leftrightarrow \frac{ 4t-4 }{\sqrt{2}} = \frac{2.4}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=-1 \end{cases}$ $\Rightarrow A(3; -7) \vee A(-1; 5).$	0,25 đ
	Mặt khác, A và C nằm về hai phía đối với DM nên chỉ có $A(-1; 5)$ thỏa mãn.	0,25 đ
	Gọi $D(m; m-2) \in DM \Rightarrow \overrightarrow{AD} = (m+1; m-7), \overrightarrow{CD} = (m-3; m+1)$. $ABCD$ là hình vuông nên $\begin{cases} \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC} = 0 \\ DA = DC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(m-3) + (m-7)(m+1) = 0 \\ (m+1)^2 + (m-7)^2 = (m-3)^2 + (m+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 5.$	0,25 đ
	Suy ra $D(5; 3); \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow B(-3; -1)$. Vậy: $A(-1; 5), B(-3; -1), D(5; 3)$.	0,25 đ
Câu 9	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y(x^2 + 2x + 2) = x(y^2 + 6) \\ (y-1)(x^2 + 2x + 7) = (x+1)(y^2 + 1) \end{cases}$	1,00 đ
	Đặt: $\begin{cases} a = x+1 \\ b = y \end{cases}$, hệ pt trở thành $\begin{cases} b(a^2 + 1) = (a-1)(b^2 + 6) \\ (b-1)(a^2 + 6) = a(b^2 + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)(b^2 + 6) = b(a^2 + 1) & (1) \\ (b-1)(a^2 + 6) = a(b^2 + 1) & (2) \end{cases}$	0,25 đ
	Trừ vế theo vế (1) và (2): $(a-b)(a+b-2ab+7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ a+b-2ab+7=0 \end{cases}$.	
	+Trường hợp 1: $a = b$. Thay vào phương trình (1) ta được: $(a-1)(a^2 + 6) = a(a^2 + 1) \Leftrightarrow a^2 - 5a + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$ Suy ra hệ có hai nghiệm (1;2), (2;3).	0,25 đ
	+Trường hợp 2: $a + b - 2ab + 7 = 0$. Cộng vế theo vế hai phương trình (1) và (2) rút gọn ta được: $\left(a - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ Ta có hệ phương trình đối xứng loại I: $\begin{cases} a+b-2ab+7=0 \\ \left(a - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \end{cases}$	0,25 đ
	Giải hệ ta có các nghiệm: $\begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases}; \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases}$ Từ đó các nghiệm $(x; y)$ là: (2; 2); (1;3). Vậy hệ phương trình có 4 nghiệm là: (1;2), (2; 2); (2;3), (1;3).	0,25 đ

Câu 10	Cho $x, y, z > 0$, $x + y + z = 3$. Tìm GTNN của $P = \frac{x^2}{x + y^2} + \frac{y^2}{y + z^2} + \frac{z^2}{z + x^2}$.	1,00 đ
	Ta có $P = \frac{x^2}{x + y^2} + \frac{y^2}{y + z^2} + \frac{z^2}{z + x^2} = \left(x - \frac{xy^2}{x + y^2} \right) + \left(y - \frac{yz^2}{y + z^2} \right) + \left(z - \frac{zx^2}{z + x^2} \right)$ $\Rightarrow P = x + y + z - \left(\frac{xy^2}{x + y^2} + \frac{yz^2}{y + z^2} + \frac{zx^2}{z + x^2} \right).$	0,25 đ
	Lại có: $x + y^2 \geq 2y\sqrt{x} \Rightarrow \frac{xy^2}{x + y^2} \leq \frac{xy^2}{2y\sqrt{x}} = \frac{y\sqrt{x}}{2} \leq \frac{y}{2} \cdot \frac{x+1}{2} = \frac{xy + y}{4}$ Tương tự: $\frac{yz^2}{y + z^2} \leq \frac{z\sqrt{y}}{2} \leq \frac{yz + z}{4}$; $\frac{zx^2}{z + x^2} \leq \frac{x\sqrt{z}}{2} \leq \frac{xz + x}{4}$	0,25 đ
	$\Rightarrow P \geq x + y + z - \frac{x + y + z + xy + yz + zx}{4}$ $\Rightarrow P \geq \frac{3}{4}(x + y + z) - \frac{1}{4}(xy + yz + zx) = \frac{9}{4} - \frac{1}{4}(xy + yz + zx).$	0,25 đ
	Đề ý: $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) \geq 3(xy + yz + zx)$ $\Rightarrow xy + yz + zx \leq 3 \Rightarrow P \geq \frac{9}{4} - \frac{1}{4} \cdot 3 = \frac{3}{2}.$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y^2; y = z^2; z = x^2 \\ x = 1; y = 1; z = 1 \\ x = y = z \\ x + y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1. \\ z = 1 \end{cases}$ Vậy GTNN của P là $3/2$ khi $x = y = z = 1$.	0,25 đ