

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề có 01 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề

ĐỀ 02

Câu 1 (4đ): Giải các bất phương trình sau

- a) $2x - 2 > x + 1$.
- b) $x^2 - x - 6 > 0$
- c) $|x + 2| < 2x + 1$
- d) $\sqrt{x} > 2 - x$

Câu 2 (2đ):

- a) Cho $\cos a = \frac{-3}{5}, a \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Tính $\sin a$.
- b) Chứng minh biểu thức $P = \sin^6 x + 2\sin^2 x \cos^4 x + 3\sin^4 x \cos^2 x + \cos^4 x$ không phụ thuộc vào x .

Câu 3 (1đ):

Tìm m để bất phương trình $(m-1)x^2 + 2(m-1)x + 2 > 0$ có tập nghiệm $\mathbb{R}$.

Câu 4 (2đ):

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có A(1; -2), B(5; -4), C(-3; 2).

- a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{BC}$ làm vectơ pháp tuyến.
- b) Viết phương trình đường tròn qua 3 điểm A, B, C.

Câu 5 (1đ):

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$ và hai điểm A(0; -1), M(3; 2).

- a) Tìm tọa độ hai điểm B và C thuộc (C) sao cho tam giác ABC đều.
- b) Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và cắt Ox, Oy lần lượt tại P, Q sao cho $\frac{1}{OP^2} + \frac{1}{OQ^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

-----HẾT-----

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

ĐÁP ÁN –ĐỀ 2

Câu	Đáp án	Điểm
1 a	$2x-2 > x+1 \Leftrightarrow x > 3$	1.0
1b	$x^2 - x - 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -2 \end{cases}$	1.0
1c	$ x+2 < 2x+1 \Leftrightarrow -2x-1 < x+2 < 2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x > -3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$	0.5 0.25+0.25
1d	$\sqrt{x} > 2-x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2-x < 0 \\ 2-x \geq 0 \\ x > (2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x > 2 \\ 2 \geq x \\ x^2 - 5x + 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ 1 < x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$	0.25+0.25+ 0.25+0.25
2a	$\cos a = \frac{-3}{5} \Rightarrow \sin^2 a = 1 - \left(\frac{-3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin a = \frac{\pm 4}{5}.$ $\forall a \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Rightarrow \sin a = \frac{4}{5}.$	0.5+0.25 0.25
2b	$P = \sin^6 x + 2\sin^2 x \cos^4 x + 3\sin^4 x \cos^2 x + \cos^4 x$ $= (\sin^6 x + \sin^4 x \cos^2 x) + 2\sin^4 x \cos^2 x + 2\sin^2 x \cos^4 x + \cos^4 x$ $= (\cos^2 x + \sin^2 x) \sin^4 x + 2\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^4 x$ $= \cos^4 x + 2\sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 = 1 \text{ (đpcm)}$	0.5 0.5
3	$(m-1)x^2 + 2(m-1)x + 2 > 0, \forall x$ TH1: $m = 1$ (thỏa mãn đk)	0.25
(1đ)	TH2: $m \neq 1. Ycbt \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ (m-1)^2 - 2(m-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m^2 - 4m + 3 < 0 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow 1 < m < 3$	0.25
	Kết luận $1 \leq m < 3$	0.25
4a	$d \begin{cases} \text{qua } A(1; -2) \\ VTPT \overline{BC}(-8; 6) = -2(4; -3) \end{cases} \Rightarrow d: 4x - 3y - 10 = 0$	0.5 + 0.5
4b	Gọi $(C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0, a^2 + b^2 - c > 0$ $A, B, C \in (C) \Leftrightarrow \begin{cases} 1+4+2a-4b+c=0 \\ 25+16+10a-8b+c=0 \\ 9+4-6a+4b+c=0 \end{cases}$	0.25 0.25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -10 \\ b = -11 \text{ (tm)} \Rightarrow (C): x^2 + y^2 - 20x - 22y - 29 = 0 \\ c = -29 \end{cases}$	0.25 + 0.25
5a	(C) có tâm I(1;2), A thuộc (C) Tam giác ABC đều $\Rightarrow I$ là trọng tâm tam giác ABC. Gọi H là trung điểm BC $\Rightarrow \overline{AH} = \frac{3}{2} \overline{AI} \Rightarrow H\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$ Đường thẳng BC qua H và có VTPT $\overline{AI}(1;3)$ nên có pt: $x + 3y - 12 = 0$ Tìm được tọa độ B và C là $\left(\frac{3-3\sqrt{95}}{2}; \frac{7+\sqrt{95}}{2}\right); \left(\frac{3+3\sqrt{95}}{2}; \frac{7-\sqrt{95}}{2}\right)$	0.25 0.25
5b	Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng PQ $\frac{1}{OP^2} + \frac{1}{OQ^2} = \frac{1}{OH^2} \geq \frac{1}{OM^2} (const)$ Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv H \Rightarrow \Delta: 3x + 2y - 13 = 0$	0.25 0.25

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề có 01 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề

ĐỀ 01

Câu 1 (4đ): Giải các bất phương trình sau

a) $2x - 1 > x + 2$.

b) $x^2 - 5x + 6 > 0$

c) $|x + 2| < 2x - 1$

d) $\sqrt{x} < 2x - 1$

Câu 2 (2đ):

a) Cho $\sin a = \frac{12}{13}, a \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Tính $\cos a$.

b) Chứng minh biểu thức $P = \cos^6 x + 2\sin^4 x \cos^2 x + 3\sin^2 x \cos^4 x + \sin^4 x$ không phụ thuộc vào x .

Câu 3 (1đ):

Tìm m để bất phương trình $(m-2)x^2 + 2(m-2)x + 2 > 0$ có tập nghiệm $\mathbb{R}$.

Câu 4 (2đ):

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có A(-1;2), B(5;-4), C(-3; 2).

a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{BC}$ làm vectơ pháp tuyến.

b) Viết phương trình đường tròn qua 3 điểm A, B, C.

Câu 5 (1đ):

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$ và hai điểm A(0;-1), M(1;4).

a) Tìm tọa độ B, C thuộc (C) sao cho tam giác ABC đều.

b) Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và cắt Ox, Oy lần lượt tại P, Q sao cho $\frac{1}{OP^2} + \frac{1}{OQ^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

-----HẾT-----

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

ĐÁP ÁN –ĐỀ 1

Câu	Đáp án	Điểm
1 a	$2x-1 > x+2 \Leftrightarrow x > 3$	1.0
1b	$x^2 - 5x + 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 2 \end{cases}$	1.0
1c	$ x+2 < 2x-1 \Leftrightarrow -2x+1 < x+2 < 2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x > -1 \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$	0.5 0.25+0.25
1d	$\sqrt{x} < 2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x-1 > 0 \\ x < (2x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x > \frac{1}{2} \\ 4x^2 - 5x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x > 1; x < \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$	0.25+0.25+ 0.25+0.25
2a	$\sin a = \frac{12}{13} \Rightarrow \cos^2 a = 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{25}{169} \Rightarrow \cos a = \frac{\pm 5}{13}.$ $\forall a \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Rightarrow \cos a = \frac{-5}{13}.$	0.5+0.25 0.25
2b	$P = \cos^6 x + 2\sin^4 x \cos^2 x + 3\sin^2 x \cos^4 x + \sin^4 x$ $= (\cos^6 x + \sin^2 x \cos^4 x) + 2\sin^4 x \cos^2 x + 2\sin^2 x \cos^4 x + \sin^4 x$ $= (\cos^2 x + \sin^2 x) \cos^4 x + 2\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) + \sin^4 x$ $= \cos^4 x + 2\sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 = 1 \text{ (đpcm)}$	0.5 0.5
3 (1đ)	$(m-2)x^2 + 2(m-2)x + 2 > 0, \forall x$ TH1: $m = 2$ (thỏa mãn đk) TH2: $m \neq 2$. Ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} m-2 > 0 \\ (m-2)^2 - 2(m-2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m^2 - 6m + 8 < 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow 2 < m < 4$ Kết luận $2 \leq m < 4$	0.25 0.25 0.25 0.25
4a	$d \begin{cases} \text{qua } A(-1; 2) \\ VTPT \overrightarrow{BC}(-8; 6) = -2(4; -3) \end{cases} \Rightarrow d: 4x - 3y + 10 = 0$	0.5 + 0.5
4b	Gọi $(C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0, a^2 + b^2 - c > 0$ $A, B, C \in (C) \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4 - 2a + 4b + c = 0 \\ 25 + 16 + 10a - 8b + c = 0 \\ 9 + 4 - 6a + 4b + c = 0 \end{cases}$	0.25 0.25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \\ c = -21 \end{cases} \quad (tm) \Rightarrow (C): x^2 + y^2 + 4x + 10y - 21 = 0$	0.25 + 0.25
5a	(C) có tâm I(1;2), A thuộc (C) Tam giác ABC đều $\Rightarrow I$ là trọng tâm tam giác ABC. Gọi H là trung điểm BC $\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AI} \Rightarrow H\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$ Đường thẳng BC qua H và có VTPT $\overrightarrow{AI}(1;3)$ nên có pt: $x + 3y - 12 = 0$ Tìm được tọa độ B và C là $\left(\frac{3-3\sqrt{95}}{2}; \frac{7+\sqrt{95}}{2}\right); \left(\frac{3+3\sqrt{95}}{2}; \frac{7-\sqrt{95}}{2}\right)$	0.25 0.25
5b	Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng PQ $\frac{1}{OP^2} + \frac{1}{OQ^2} = \frac{1}{OH^2} \geq \frac{1}{OM^2} (const)$ Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv H \Rightarrow \Delta: x + 4y - 17 = 0$	0.25 0.25