

Mục lục

Chương 5. THỐNG KÊ	1
Bài 1. Một số khái niệm cơ bản về thống kê	1
Ⓐ Kiến thức cần nhớ.....	1
Ⓑ Phân loại và phương pháp giải toán.....	5
Dạng 1. Bảng phân bố tần số và tần suất.....	5
Dạng 2. Lập bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp.....	6
Dạng 3. Vẽ biểu đồ tần số và tần suất hình cột.....	6
Dạng 4. Biểu đồ đường gấp khúc.....	7
Dạng 5. Biểu đồ hình quạt.....	7
Dạng 6. Số trung bình.....	8
Dạng 7. Số trung vị.....	8
Dạng 8. Mốt.....	9
Ⓒ Bài tập trắc nghiệm.....	9
Bài 2. Phương sai. Độ lệch chuẩn	18
Ⓐ Kiến thức cần nhớ.....	18
Ⓑ Phân loại và phương pháp giải toán.....	18
Dạng 1. Tính phương sai, độ lệch chuẩn của bảng số liệu không ghép lớp.....	18
Dạng 2. Tính phương sai và độ lệch chuẩn của bảng số liệu ghép lớp.....	19
Ⓒ Bài tập trắc nghiệm.....	21



Chương 5

THỐNG KÊ

Bài 1

MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ THỐNG KÊ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Bảng phân bố tần số, tần suất.

⚙️ Số liệu thống kê:

- **Thống kê** là khoa học về các phương pháp thu thập, tổ chức, trình bày, phân tích và xử lý số liệu.
- **Dấu hiệu (điều tra)** là một vấn đề hay hiện tượng nào đó mà người điều tra quan tâm tìm hiểu. Mỗi đối tượng điều tra gọi là một **đơn vị điều tra**. Mỗi đơn vị điều tra có một số liệu, số liệu đó gọi là giá trị của dấu hiệu trên đơn vị điều tra đó.
- Một tập con hữu hạn các đơn vị điều tra được gọi là một **mẫu**. Số phần tử của một mẫu được gọi là **kích thước mẫu**. Các giá trị của dấu hiệu thu được trên mẫu được gọi là một **mẫu số liệu** (mỗi giá trị như thế còn gọi là một số liệu của mẫu).

⚙️ Tần số. Tần suất:

- Tần số n_i của giá trị x_i là số lần lặp lại của giá trị x_i trong mẫu số liệu.
- Tần suất f_i của giá trị x_i là tỷ số giữa tần số n_i và kích thước mẫu N hay $f_i = \frac{n_i}{N}$.
Người ta thường viết tần suất dưới dạng phần trăm.

⚙️ Bảng phân bố tần số và tần suất:

- Bảng phân bố tần số:

Giá trị (x)	Tần số (n)
x_1	n_1
x_2	n_2
x_3	n_3
$\dots$	
x_m	n_m
Cộng	$N = \sum_{i=1}^m n_i$

Trên hàng tần số, người ta dành một ô để ghi kích thước mẫu N (tổng các tần số, tức

$$N = \sum_{i=1}^m n_i).$$

- Bảng phân bố tần suất: Với $f_i = \frac{n_i}{N}$, ta có bảng sau:

Giá trị (x)	Tần suất (%)
x_1	f_1
x_2	f_2
x_3	f_3
...	
x_m	f_m
Cộng	100%

- Bảng phân số tần số và tần suất:

Giá trị (x)	Tần số (n)	Tần suất (%)
x_1	n_1	f_1
x_2	n_2	f_2
x_3	n_3	f_3
...	...	...
x_m	n_m	f_m
Cộng	$N = \sum_{i=1}^m n_i$	100%

⚙ **Bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp:** Nếu kích thước của mẫu số liệu khá lớn thì người ta thường chia số liệu thành nhiều lớp dưới dạng $[a; b]$ hay $[a; b)$ (thường có độ dài các lớp bằng nhau). Khi đó

- Tần số của lớp $[a; b]$ là số giá trị $x_i \in [a; b]$ hay $x_i \in [a; b)$ xuất hiện trong lớp đó.
- Tần suất của lớp $[a; b]$ là $f = \frac{n}{N}$ trong đó n là tần số của lớp $[a; b]$ và N là kích thước mẫu.
- Giá trị đại diện của lớp $[a; b]$ là $c = \frac{a + b}{2}$.

Bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp như sau:

Giá trị (x)	Tần số (n)	Tần suất (%)
$[x_1; x_2)$	n_1	f_1
$[x_2; x_3)$	n_2	f_2
$[x_3; x_4)$	n_3	f_3
...	...	...
$[x_k; x_m]$	n_m	f_m
Cộng	$N = \sum_{i=1}^m n_i$	100%

2. Biểu đồ.

⚙ **Biểu đồ tần suất hình cột. Đường gấp khúc tần suất.**

Ta có thể mô tả trực quan các bảng phân bố tần số (tần suất) hoặc bảng phân bố tần số (tần suất) ghép lớp bằng biểu đồ hoặc đường gấp khúc. Ví dụ với số liệu:

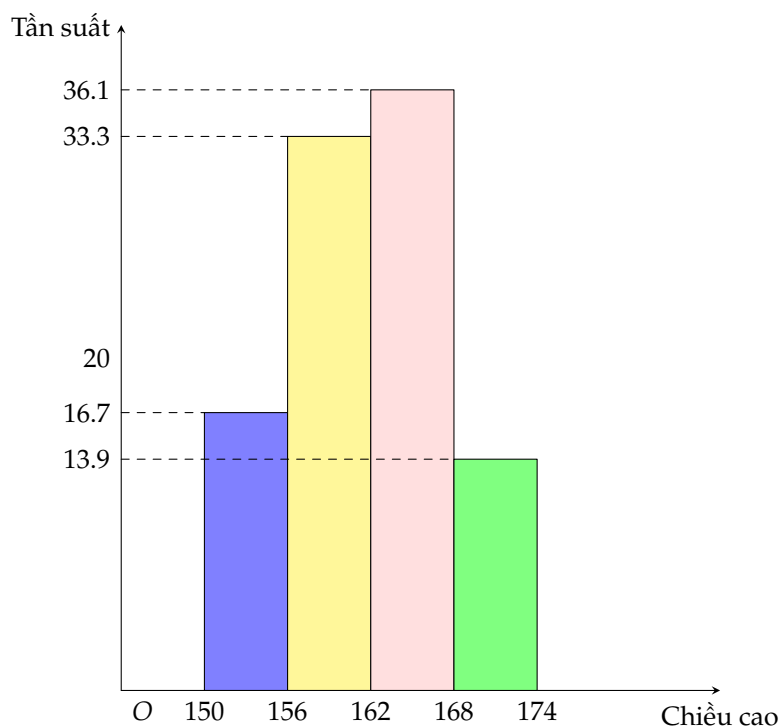
Chiều cao của 36 học sinh (đơn vị cm)

158	152	156	158	168	160	170	166	161	160	172	173	151	164
150	167	165	163	158	162	169	159	163	164	161	160	154	161
164	159	163	155	163	165	152	164						

Ta có bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp như sau:

Lớp số đo chiều cao (cm)	Tần số (n)	Tần suất (%)
[150; 156)	6	16,7
[156; 162)	12	33,3
[162; 168)	13	36,1
[168; 174]	5	13,9
Cộng	36	100%

Mô tả bảng phân bố tần suất ghép lớp này bằng **biểu đồ tần suất hình cột**:



Mô tả bảng phân bố tần suất ghép lớp này bằng một **đường gấp khúc**:

Các bước vẽ:

- Tính giá trị đại diện các lớp như sau:

$$c_1 = \frac{150 + 156}{2} = 153$$

$$c_2 = \frac{156 + 162}{2} = 159$$

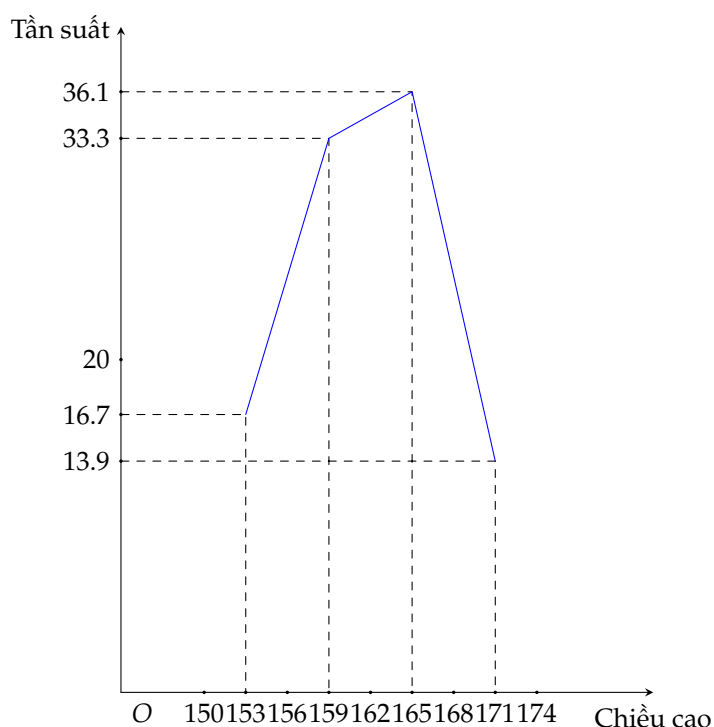
$$c_3 = \frac{162 + 168}{2} = 165$$

$$c_4 = \frac{168 + 174}{2} = 171$$

- Vẽ đoạn thẳng nối các điểm

$$(c_1; f_1), \dots, (c_4; f_4)$$

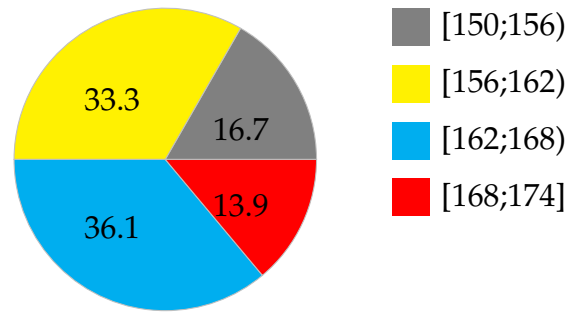
ta được kết quả như hình bên.



☀ **Biểu đồ hình quạt:** Các bảng phân bố tần suất, tần suất ghép lớp cũng có thể mô tả bằng biểu đồ hình quạt. Cụ thể với bảng phân bố tần suất trên, ta có biểu đồ hình quạt như sau:

Các chú ý khi vẽ:

- Ta xem 1 vòng tròn là 360° tương ứng với 100%. Suy ra 1% tương ứng với $3,6^\circ$.
- Muốn minh họa cho $a\%$, ta vẽ hình quạt có góc ở tâm tương ứng là $a * 3,6$ độ.



3. Số trung bình cộng. Số trung vị. Mốt.

☀ **Số trung bình cộng:** Kí hiệu là $\bar{x}$.

- Với mẫu số liệu kích thước N là $\{x_1; x_2; \dots; x_N\}$ thì

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{N}$$

- Với mẫu số liệu được cho bởi bảng phân bố tần số thì

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n n_i x_i = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{N}$$

- Với mẫu số liệu được cho bởi bảng phân bố tần số ghép lớp thì

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n n_i c_i = \frac{n_1 c_1 + n_2 c_2 + \dots + n_k c_k}{N}$$

Trong đó, c_i là giá trị đại diện của lớp thứ i .

☀ **Số trung vị:** Giả sử có một mẫu gồm N số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm (hoặc không tăng). Khi đó **số trung vị** M_e là

- Số liệu ở vị trí thứ $\frac{N+1}{2}$ nếu N là lẻ.
- Trung bình cộng của hai số đứng giữa (số thứ $\frac{N}{2}$ và $\frac{N}{2} + 1$) nếu N là chẵn.

☀ **Mốt:** Mốt của một bảng phân bố tần số là giá trị có tần số lớn nhất và được kí hiệu là M_o .

CHÚ Ý

- Số trung bình của mẫu số liệu được dùng làm đại diện cho các số liệu của mẫu.
- Nếu các số liệu trong mẫu có sự chênh lệch quá lớn thì dùng số trung vị làm đại diện cho các mẫu số liệu.
- Nếu quan tâm đến giá trị có tần số lớn nhất thì dùng mốt làm đại diện. Một mẫu số liệu có thể có nhiều mốt.

Dạng 1. Bảng phân bố tần số và tần suất

Để lập bảng phân bố tần số và tần suất từ bảng số liệu thống kê có kích thước mẫu N , ta thực hiện các bước sau:

- Sắp thứ tự các giá trị trong các số liệu thống kê;
- Tính tần số n_i của các giá trị x_i bằng cách đếm số lần x_i xuất hiện;
- Tính tần suất f_i của x_i theo công thức $f_i = \frac{n_i}{N}$;
- Đặt các số liệu x_i , n_i , f_i vào bảng ta thu được bảng phân bố tần số và tần suất.

❖ **Ví dụ 1.** Điều tra về tuổi nghề của 30 công nhân được chọn ra từ 150 công nhân của một nhà máy A. Người ta thu được bảng số liệu ban đầu như sau:

7	2	5	9	7	4	3	8	10	4
2	4	4	5	6	7	7	5	4	1
9	4	14	2	8	5	5	7	3	8

Hãy lập bảng phân bố tần số và tần suất của bảng trên.

❖ **Ví dụ 2.** Cho số liệu thống kê ghi trong bảng sau

Thời gian hoàn thành một sản phẩm ở một nhóm công nhân (đơn vị: phút)

42	42	42	42	44	44	44	44	44	45
45	45	45	45	45	45	45	45	45	45
45	45	45	45	45	45	45	45	45	54
54	54	50	50	50	50	48	48	48	48
48	48	48	48	48	48	50	50	50	50

- Hãy lập bảng phân bố tần số và tần suất của bảng trên.
- Trong 50 công nhân được khảo sát, những công nhân có thời gian hoàn thành một sản phẩm từ 45 phút đến 50 phút chiếm bao nhiêu phần trăm.

❖ **Ví dụ 3.** Khi điều tra về năng suất của một giống lúa mới, điều tra viên ghi lại năng suất (tạ / ha) của giống lúa đó trên 40 thửa ruộng có cùng diện tích 1 ha trong bảng sau:

30	32	32	34	38	36	38	36
40	30	40	40	34	38	36	36
38	40	30	40	32	30	30	30
40	38	38	34	34	32	32	36
34	40	34	30	38	38	32	32

- Hãy lập bảng phân bố tần số và tần suất của bảng trên.
- Trong 40 thửa ruộng được khảo sát, hãy cho biết những thửa ruộng có năng suất cao nhất chiếm bao nhiêu phần trăm.

Dạng 2. Lập bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp

- Tần số của giá trị x_i (hay một lớp nào đó) là số lần xuất hiện n_i của x_i .
- Tần suất của giá trị x_i (hay một lớp nào đó) là $f_i = \frac{x_i}{\sum x_i}$.

❖ Ví dụ 4. Nhiệt độ trung bình (đơn vị: °C) của tháng 10 ở địa phương D từ năm 1971 đến 2000 được cho ở bảng sau

27,1	26,9	28,5	27,4	29,1	27,0	27,1	27,4	28,0	28,6
28,1	27,4	27,4	26,5	27,8	28,2	27,6	28,7	27,3	26,8
26,8	26,7	29,0	28,4	28,3	27,4	27,0	27,0	28,3	25,9

Hãy lập bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp, với các lớp như sau: $[25; 27)$, $[27; 29)$, $[29; 31]$.

❖ Ví dụ 5. Điều tra về số tiền mua sách (đơn vị: nghìn đồng) trong một năm của 50 sinh viên, người ta thu được bảng số liệu thống kê sau

203	37	141	43	55	303	252	758	321	123
425	27	72	87	215	358	521	863	284	279
608	302	703	68	149	327	127	125	489	234
498	968	350	57	75	503	712	440	185	404
98	552	101	612	333	451	901	875	789	202

- Lập bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp, với các lớp như sau: $[0; 99]$, $[100; 199]$, $[200; 299]$, $[300; 399]$, $[400; 499]$, $[500; 599]$, $[600; 699]$, $[700; 799]$, $[800; 899]$, $[900; 999]$.
- Xét tập 20% sinh viên dùng nhiều tiền để mua sách nhất. Người mua ít nhất trong nhóm này mua hết bao nhiêu tiền?

Dạng 3. Vẽ biểu đồ tần số và tần suất hình cột

❖ Ví dụ 6. Số điện tiêu thụ của 30 hộ ở một khu dân cư trong một tháng được thống kê theo bảng sau:

50	47	30	65	63	70	38	34	48	53
33	39	32	40	50	55	50	61	37	37
43	35	65	60	31	33	41	45	55	59

- Hãy lập bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp, với các lớp: $[30; 40)$, $[40; 50)$, $[50; 60)$, $[60; 70]$.
- Vẽ biểu đồ tần suất hình cột mô tả cho bảng phân bố tần suất ghép lớp đó.

❖ Ví dụ 7. Số cuộn phim mà 40 nhà nhiếp ảnh nghiệp dư sử dụng trong một tháng được thống kê bằng bảng số liệu sau:

5	3	3	1	4	3	4	3	6	8
4	2	4	6	8	9	6	2	10	11
15	1	2	5	13	7	7	2	5	4
3	16	10	4	7	2	10	11	8	9

- a) Hãy lập bảng tần số, tần suất ghép lớp với các lớp như sau: $[0; 4)$, $[4; 8)$, $[8; 12)$, $[12; 16]$.
- b) Vẽ biểu đồ tần suất hình cột mô tả cho bảng phân bố tần suất ghép lớp đó.

Dạng 4. Biểu đồ đường gấp khúc

❖ **Ví dụ 8.** Cho bảng phân bố tần suất:

Tiền lương (nghìn đồng) hàng tháng của 50 công nhân ở xưởng may C

Tiền lương	700	800	900	1000	1100	1200	Cộng
Tần suất (%)	16	18	24	20	12	10	100 %

Hãy vẽ biểu đồ đường gấp khúc tần suất và đường gấp khúc tần số về tiền lương (nghìn đồng) hàng tháng của 50 công nhân ở xưởng may C.

❖ **Ví dụ 9.** Cho bảng phân bố tần suất ghép lớp:

Điểm thi học kì I môn Toán của 40 học sinh lớp 10D3 của trường THPT A

Lớp điểm thi	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$	Cộng
Tần suất (%)	7,5	12,5	40	30	10	100%

- a) Hãy vẽ biểu đồ đường gấp khúc tần suất về điểm thi học kì I môn Toán của 40 học sinh lớp 10D3 của trường THPT A.
- b) Có bao nhiêu học sinh thuộc lớp điểm chiếm tỉ lệ cao nhất.
- c) Biết điểm giỏi là từ 8 đến 10. Hỏi lớp 10D3 có bao nhiêu học sinh đạt điểm giỏi.

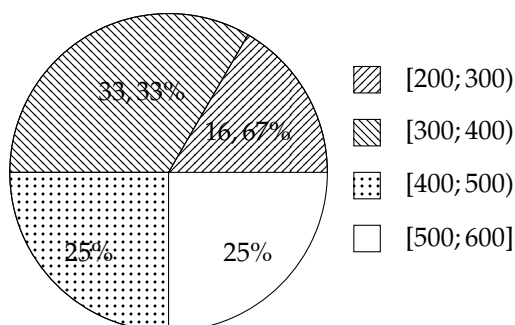
Dạng 5. Biểu đồ hình quạt

❖ **Ví dụ 10.** Chiều cao (cm) của 36 học sinh nam ở một lớp 12A1:

Lớp chiều cao (cm)	$[160; 164)$	$[164; 168)$	$[168; 172)$	$[172; 176]$	Cộng
Tần số	5	12	11	8	36

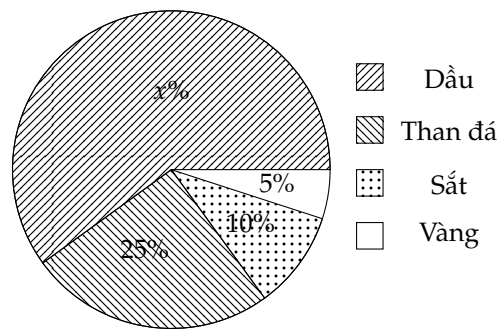
Vẽ biểu đồ tần suất hình quạt cho bảng thống kê trên.

❖ **Ví dụ 11.** Số lượng khách đến tham quan tại Đà Nẵng trong 12 tháng được cho bởi biểu đồ như sau:



Tính số tháng mà số người tham quan không dưới 400 người.

❖ **Ví dụ 12.** Biểu đồ hình quạt sau mô tả tỉ lệ về giá trị đạt được của khoáng sản xuất khẩu nước ngoài của nước ta:



Biết rằng giá trị xuất khẩu của nước ta về dầu là 450 triệu USA. Hỏi giá trị xuất khẩu vàng là bao nhiêu triệu USA?

Dạng 6. Số trung bình

Áp dụng công thức số trung bình cho bảng số tần số, tần suất và tần số, tần suất ghép lớp.

❖ **Ví dụ 13.** Khối lượng 30 chi tiết máy được cho bởi bảng sau

Khối lượng(gam)	250	300	350	400	450	500	Cộng
Tần số	4	4	5	6	4	7	30

Tính số trung bình $\bar{x}$ (làm tròn đến chữ số thứ hai sau dấu phẩy) của bảng nói trên.

❖ **Ví dụ 14.** Chiều cao của 20 cây giống được cho bởi bảng sau:

Lớp (cm)	Tần số
[40; 44]	2
[45; 49]	5
[50; 54]	3
[55; 59]	4
[60; 64]	3
[65; 69]	3
	$N = 20$

Tính số trung bình $\bar{x}$ (làm tròn đến chữ số thứ hai sau dấu phẩy) của bảng nói trên.

Dạng 7. Số trung vị

Áp dụng định nghĩa của số trung vị. Lưu ý có hai trường hợp khác nhau là mẫu số liệu có kích thước lẻ và mẫu số liệu có kích thước chẵn.

❖ **Ví dụ 15.** Điểm học kì một của một học sinh được cho bởi bảng số liệu sau (Đơn vị: điểm)

5	6	6	7	7	8	8	8,5	9
---	---	---	---	---	---	---	-----	---

Tính số trung vị của bảng nói trên.

❖**Ví dụ 16.** Điều tra số học sinh của 30 lớp học, ta được bảng số liệu như sau:

35	39	39	40	40	41	41	41	41	44	44	45	45	45	46
48	48	48	48	49	49	49	49	49	49	50	50	50	50	51

Tính số trung vị của bảng nói trên.

Dạng 8. Một

Áp dụng định nghĩa về Một của bảng số liệu thống kê.

❖**Ví dụ 17.** Tuổi thọ của 30 bóng đèn được thắp thử (đơn vị: giờ) được cho bởi bảng số liệu thống kê dưới đây

1180	1150	1190	1170	1180	1170	1160	1170	1160	1150
1190	1180	1170	1170	1170	1190	1170	1170	1170	1180
1170	1160	1160	1160	1170	1160	1180	1180	1150	1170

Hãy tính một của bảng số liệu thống kê trên.

❖**Ví dụ 18.** Kết quả kiểm tra chất lượng đầu năm (thang điểm 30) của 41 học sinh của một lớp được cho bởi bảng số liệu thống kê dưới đây

Điểm	9	11	14	16	17	18	20	21	23	25	Tổng
Tần số	3	7	4	4	6	7	3	3	2	2	41

Hãy tìm số trung vị và một của bảng số liệu thống kê trên.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Để điều tra các con trong mỗi gia đình của một chung cư gồm 100 gia đình. Người ta chọn ra 20 gia đình ở tầng 4 và thu được mẫu số liệu sau đây:

4 4 2 5 3 5 1 1 2 3 1 1 2 3 4 1 3 2 3 2

Kích thước của mẫu là bao nhiêu?

- A.** 5. **B.** 20. **C.** 4. **D.** 100.

Câu 2. Điểm kiểm tra học kì môn Toán của các học sinh lớp 10A cho ở bảng dưới đây.

Điểm	3	4	5	6	70	8	9	10
Tần số	1	2	5	8	6	10	7	2

Hỏi lớp 10A có bao nhiêu học sinh?

- A.** 40. **B.** 39. **C.** 41. **D.** Không tính được.

Câu 3. Điều tra về điện năng tiêu thụ trong một tháng (tính theo kW·h) của 30 gia đình ở một khu phố A, người ta thu được mẫu số liệu sau:

105	96	65	65	70	50	45	100	45	100
100	100	100	90	53	70	141	42	50	150
40	70	84	59	75	57	133	45	165	175

Tần số của giá trị 100 là bao nhiêu?

- A. 5. B. $\frac{1}{6}$. C. 4. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 4. Một cảnh sát giao thông ghi tốc độ (đơn vị: km/h) của 30 chiếc xe qua trạm như sau

40	41	41	80	40	52	52	52	60	55	60	60	62	55	55
60	65	60	65	65	70	70	65	75	75	70	55	70	41	65

Tìm tất cả các tốc độ có tần suất lớn nhất.

- A. 41 km/h và 52 km/h. B. 55 km/h và 70 km/h.
C. 60 km/h và 65 km/h. D. 62 km/h và 80 km/h.

Câu 5. Điều tra thời gian hoàn thành một sản phẩm của 20 công nhân, người ta thu được mẫu số liệu như sau (đơn vị: phút).

10	12	13	15	11	13	16	18	19	21
23	21	15	17	16	15	20	13	16	11

Thời gian hoàn thành sản phẩm là 11 phút thì chiếm bao nhiêu phần trăm?

- A. 10%. B. 11%. C. 12%. D. 13%.

Câu 6. Độ dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành được cho bằng bảng phân bố tần số ghép lớp như sau.

Số TT	Lớp của độ dài (cm)	Tần số
1	[10; 20)	8
2	[20; 30)	18
3	[30; 40)	24
4	[40; 50)	10
	Cộng	60

Hỏi số lá có chiều dài từ 30 cm đến 50 cm chiếm bao nhiêu phần trăm?

- A. 50%. B. 56%. C. 56,7%. D. 57%.

Câu 7. Thống kê điểm môn Toán trong một kì thi của 500 em học sinh ở một trường phổ thông thấy số bài được điểm 9 chiếm tỉ lệ 4,0%. Hỏi tần số của giá trị $x_i = 9$ là bao nhiêu?

- A. 10. B. 20. C. 30. D. 40.

Câu 8. Thống kê về điểm thi môn Toán trong một kì thi của 450 em học sinh trong một kì thi ở một trường phổ thông. Người ta thấy có 99 bài được điểm 7. Hỏi tần suất của giá trị $x_i = 7$ là bao nhiêu?

- A. 7%. B. 22%. C. 45%. D. 50%.

Câu 9. Điều tra số con trong gia đình ở một chung cư 100 gia đình. Người ta chọn 20 gia đình ở lầu 2 được mẫu số liệu như sau

2	4	3	1	2	3	3	5	1	2
1	2	2	3	4	1	1	3	2	4

Gia đình có 3 con chiếm bao nhiêu phần trăm trong số 20 hộ?

- A. 15%. B. 25%. C. 35%. D. 45%.

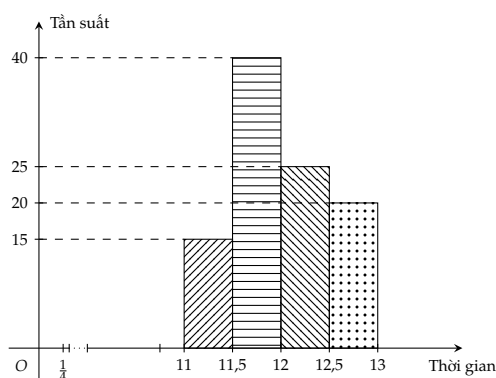
Câu 10. Khối lượng của 30 củ khoai tây thu hoạch ở một nông trường được thống kê như bảng sau.

Lớp khối lượng (gam)	Tần số
[70; 80)	3
[80; 90)	6
[90; 100)	12
[100; 110)	6
[110; 120)	3
Cộng	30

Tần suất của lớp [100; 110) là

- A.** 20%. **B.** 40%. **C.** 60%. **D.** 80%.

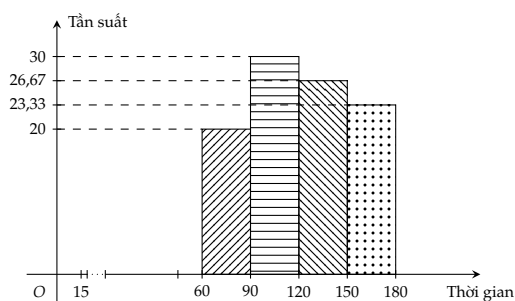
Câu 11. Cho biểu đồ tần suất hình cột về thời gian (giây) bạn A chạy 100 m trong 20 lần như hình vẽ



Thời gian bạn A chạy 100 m từ 11 giây đến dưới 11,5 giây có tần suất là bao nhiêu?

- A.** 15%. **B.** 20%. **C.** 25%. **D.** 40%.

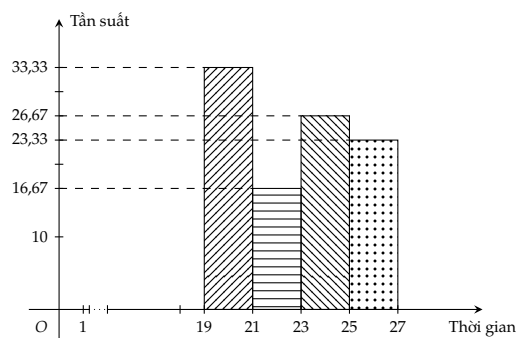
Câu 12. Cho biểu đồ tần suất hình cột về thời gian (phút) khách hàng sử dụng máy tính số 10 trong 30 ngày của một quán NET như hình vẽ



Thời gian khách hàng sử dụng máy tính số 10 có tần suất cao nhất nằm trong khoảng nào sau đây?

- A.** Từ 60 phút đến dưới 90 phút. **B.** Từ 90 phút đến dưới 120 phút.
C. Từ 120 phút đến dưới 150 phút. **D.** Từ 150 phút đến dưới 180 phút.

Câu 13. Cho biểu đồ tần suất hình cột về thời gian (phút) bạn A đi từ nhà đến trường trong 30 ngày như hình vẽ



Thời gian bạn A đi từ nhà đến trường nằm trong khoảng từ 21 đến dưới 23 phút có tần suất ít hơn thời gian bạn A đi từ nhà đến trường nằm trong khoảng từ 19 đến dưới 21 phút bao nhiêu phần trăm?

- A. 16,66%. B. 16,67%. C. 23,33%. D. 33,33%.

Câu 14. Cho bảng tần suất ghép lớp sau

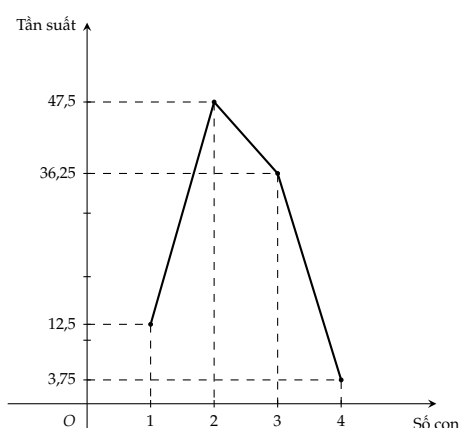
Chiều cao của 40 học sinh nam ở một trường THPT

Lớp chiều cao (cm)	[160; 163]	[164; 167]	[168; 171]	[172; 175]	Cộng
Tần suất (%)	22,5	37,5	27,5	12,5	100%

Giá trị đại diện c_3 của lớp chiều cao thứ 3 là

- A. $c_3 = 168$. B. $c_3 = 169,5$. C. $c_3 = 27,5$. D. $c_3 = 171$.

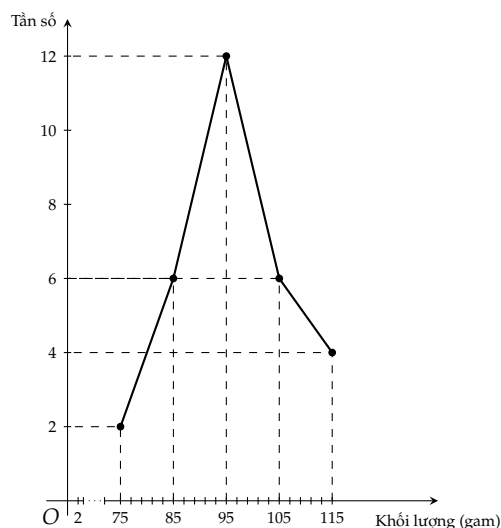
Câu 15. Cho biểu đồ đường gấp khúc tần suất về số con của 80 gia đình ở huyện A như hình vẽ



Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Các gia đình có 1 con chiếm 3,75%. B. Các gia đình có 2 con chiếm 3,75%.
C. Các gia đình có 3 con chiếm 3,75%. D. Các gia đình có 4 con chiếm 3,75%.

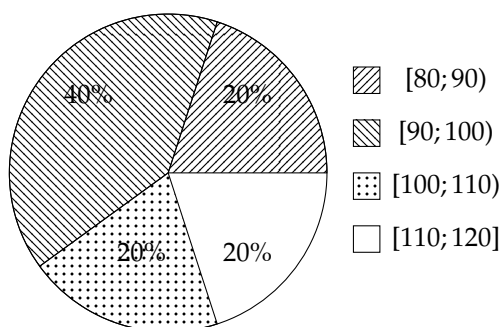
Câu 16. Cho biểu đồ đường gấp khúc tần số về khối lượng của 24 củ khoai tây thu hoạch được như sau



Số lượng khoai tây có khối lượng thấp nhất là bao nhiêu củ?

- A. 1 củ. B. 2 củ. C. 4 củ. D. 6 củ.

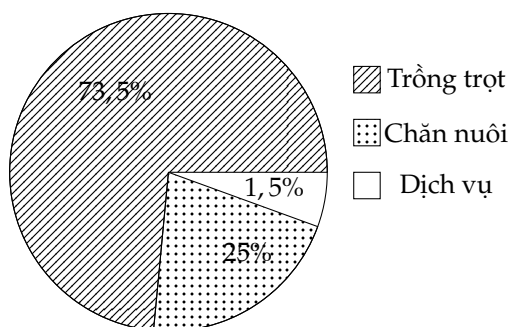
Câu 17. Khối lượng 30 củ khoai tây (đơn vị: gam) thu hoạch ở nông trường được biểu diễn bằng biểu đồ hình quạt như sau:



Tần số của lớp [100;110) là bao nhiêu?

- A. 8. B. 12. C. 4. D. 6.

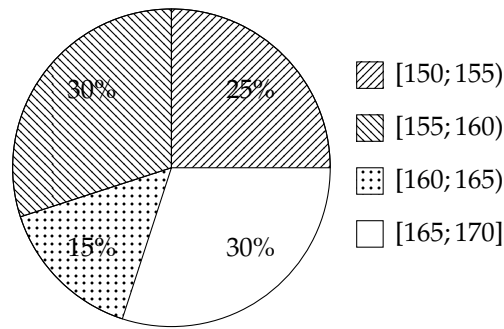
Câu 18. Giá trị sản xuất nông nghiệp phân theo ngành của nước ta năm 2010 với tổng giá trị 540,2 nghìn tỉ đồng được thể hiện qua biểu đồ sau:



Giá trị sản xuất ngành trồng trọt của nước ta là bao nhiêu?

- A. 135,2 nghìn tỉ. B. 397,047 nghìn tỉ. C. 389,047 nghìn tỉ. D. 396,7 nghìn tỉ.

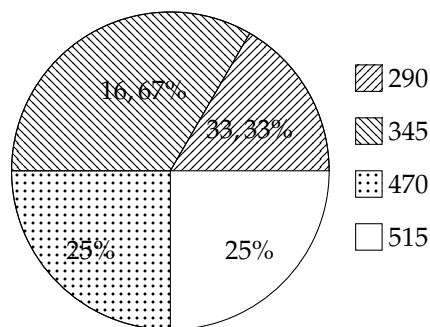
Câu 19. Cho biểu đồ hình quạt về chiều cao của 40 học sinh (đơn vị: cm) như sau



Có bao nhiêu học sinh có chiều cao từ 165 cm đến 170 cm?

- A. 6. B. 12. C. 10. D. 15.

Câu 20. Số lượng khách đến tham quan một điểm du lịch trong 12 tháng được biểu diễn bởi biểu đồ quạt sau



Tính tần số của 290.

- A. 3. B. 6. C. 4. D. 2.

Câu 21. Cho các số liệu thống kê được ghi trong bảng sau

Thời gian hoàn thành một sản phẩm ở một nhóm công nhân (đơn vị: phút)

3	4	3	4	6	7	8	10
2	3	5	4	3	2	4	7
2	3	4	6	5	7	8	5

Tính thời gian (làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy) trung bình hoàn thành một sản phẩm của nhóm công nhân đó.

- A. $\bar{x} = 5,23$. B. $\bar{x} = 6,79$. C. $\bar{x} = 4,79$. D. $\bar{x} = 3,79$.

Câu 22. Bảng số liệu sau đây thống kê thời gian hoàn thành sản phẩm ở một nhóm công nhân

Thời gian(phút)	42	44	45	48	50	54
Tần số	3	12	13	11	6	5

Tính giá trị trung bình $\bar{x}$ (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy) về thời gian hoàn thành một sản phẩm của nhóm công nhân đó.

- A. $\bar{x} = 46,74$. B. $\bar{x} = 45,74$. C. $\bar{x} = 47,74$. D. $\bar{x} = 44,74$.

Câu 23. Bảng xếp loại học lực của học sinh lớp 11A2 trường THPT Bắc Thăng Long năm học 2012 – 2013 được cho như sau

Học lực	Kém	Yếu	Trung Bình	Khá	Giỏi	Tổng
Điểm	[0; 3)	[3; 5)	[5; 6,5)	[6,5; 8)	[8; 10]	
Số học sinh	3	12	13	11	6	45

Xác định số trung bình $\bar{x}$ điểm của 45 học sinh nói trên

- A. $\bar{x} = 5,8$. B. $\bar{x} = 5,5$. C. $\bar{x} = 6,0$. D. $\bar{x} = 5$.

Câu 24. Cho các số liệu thống kê được ghi trong bảng sau

Điểm kiểm tra 45' môn toán của 30 học sinh lớp 11A1

1	2	6	5	8	8	9	10	6	5
2	8	7	5	5	4	9	10	3	4
3	6	4	2	1	7	8	7	2	1

Tính gần đúng (làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy) số trung bình cộng $\bar{x}$ điểm của 30 học sinh nói trên.

- A. $\bar{x} \approx 5,27$. B. $\bar{x} \approx 6,27$. C. $\bar{x} \approx 4,27$. D. $\bar{x} \approx 7,27$.

Câu 25. Bạn An đạt được điểm môn Toán như sau: điểm hệ số 1 là 7; 9; 8; 8; 8, điểm hệ số 2 là 7; 8; 8, điểm thi học kỳ (hệ số 3) là 8. Điểm trung bình môn Toán của An là

- A. $\bar{x} \approx 8,1$. B. $\bar{x} \approx 7,6$. C. $\bar{x} \approx 7,9$. D. $\bar{x} \approx 7,7$.

Câu 26. Bảng liệt kê điểm thi học kì của Nam như sau

Môn	Toán	Lí	Hóa	Anh	Văn	Sử	Địa	Công nghệ	Tin học
Điểm	7	5	3	3	5	6	7	3	x

Nam sẽ phải cố môn tin học bao nhiêu điểm thì sẽ có điểm trung bình là 5 điểm (điểm số cho làm tròn thành số tự nhiên)?

- A. $x = 4$. B. $x = 5$. C. $x = 6$. D. $x = 7$.

Câu 27. Một cung thủ thực hiện 10 lần bắn, mong muốn của anh là đạt được điểm trung bình tối thiểu 7 điểm, kết quả 9 lần bắn đầu được cho bởi bảng sau

6	5	6	9	5	8	6	9	6	x
---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----

Lần bắn cuối cùng cần thực hiện tối thiểu bao nhiêu điểm để đạt được mức trung bình đề ra (x là số tự nhiên)?

- A. $x = 6$. B. $x = 7$. C. $x = 8$. D. $x = 10$.

Câu 28. Số áo bán được của một cửa hàng được cho bởi bảng sau

Cỡ áo	36	37	38	39	40	41	42	Cộng
Tần số	13	45	126	110	126	40	5	465

Tính số trung vị M_e của áo bán được trong cửa hàng đó.

- A. $M_e = 37$. B. $M_e = 38$. C. $M_e = 39$. D. $M_e = 40$.

Câu 29. Khối lượng 30 quả trứng gà của được cho bởi bảng sau

Khối lượng(g)	25	30	35	40	45	50	Cộng
Tần số	3	5	10	6	4	2	30

Tính số trung vị M_e của bảng nói trên.

- A. $M_e = 30$. B. $M_e = 35$. C. $M_e = 40$. D. $M_e = 45$.

Câu 30. Cho các số liệu thống kê được ghi trong bảng sau

Điểm kiểm tra 45' môn toán của 30 học sinh lớp 11A1

1	2	6	5	8	8	9	10	6	5
2	8	7	5	5	4	9	10	3	4
3	6	4	2	1	7	8	7	2	1

Tìm số trung vị M_e điểm của 30 học sinh nói trên.

- A. $M_e = 3$. B. $M_e = 4$. C. $M_e = 5$. D. $M_e = 6$.

Câu 31. Kết quả của 100 học sinh dự kì thi học sinh giỏi Toán (thang điểm là 20) được cho trong bảng sau đây

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Mốt M_O của bảng số liệu thống kê đã cho là

- A. $M_O = 9$. B. $M_O = 19$. C. $M_O = 15$. D. $M_O = 16$.

Câu 32. Điều tra tiền lương (nghìn đồng) hàng tháng của 30 công nhân của một xưởng may, ta có bảng phân bố tần số sau

Tiền lương	300	500	700	800	900	1000	Cộng
Tần số	3	5	6	5	6	5	30

Tìm tất cả các mốt M_O của bảng phân bố tần số đã cho.

- A. $M_O = 300$. B. $M_O = 1000$.
C. $M_O^{(1)} = 800$ và $M_O^{(2)} = 1000$. D. $M_O^{(1)} = 700$ và $M_O^{(2)} = 900$.

Câu 33. Tiền thưởng (triệu đồng) cho 43 cán bộ và nhân viên trong công ti X được thống kê như sau

Tiền thưởng	2	3	4	5	6	Cộng
Tần số	5	15	10	6	7	43

Mốt M_O của bảng phân bố tần số đã cho là

- A. $M_O = 2$. B. $M_O = 3$. C. $M_O = 5$. D. $M_O = 6$.

Câu 34. Người ta đã tiến hành thăm dò ý kiến của khách hàng về các mẫu 1, 2, 3, 4, 5 của một loại sản phẩm mới được sản xuất ở nhà máy X. Dưới đây là bảng phân bố tần số theo số phiếu tín nhiệm dành cho các mẫu kể trên.

Mẫu	1	2	3	4	5	Cộng
Tần số	2100	1860	1950	2000		10000

Trong sản xuất, nhà máy nên ưu tiên cho mẫu nào?

- A. Mẫu 1. B. Mẫu 3. C. Mẫu 4. D. Mẫu 5.

Câu 35. Bảng thống kê năng suất trong một ngày sản xuất của một công ty cho bởi bảng số liệu

Công xưởng	A	B	C	D
Số công nhân	30	40	x	y
Năng suất(sp/người)	40	30	20	15

Công xưởng C và D mất số liệu về số công nhân mỗi công xưởng. Biết rằng tổng số công nhân 2 xưởng đó là 80 và năng suất trung bình của xưởng là 25 sp/người. Tìm $x; y$.

- A.** $x = 40; y = 40$. **B.** $x = 30; y = 50$. **C.** $x = 50; y = 30$. **D.** $x = 60; y = 20$.

—HẾT—



A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phương sai

Để đo mức độ phân tán (so với số trung bình cộng) ta dùng phương sai s^2 . Cách tính như sau:

- Với mẫu số liệu kích thước N là $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ thì

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

- Với mẫu số liệu được cho bởi bảng phân bố tần số, tần suất thì

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2$$

- Với mẫu số liệu được cho bởi bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i (c_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^k f_i (c_i - \bar{x})^2$$

2. Độ lệch chuẩn

Căn bậc hai của phương sai gọi là độ lệch chuẩn, kí hiệu là s . Ta có $s = \sqrt{s^2}$.

3. Chú ý

- Phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn thì độ phân tán của các số liệu thống kê càng lớn.
- Phương sai s^2 và độ lệch chuẩn s đều được dùng để đánh giá mức độ phân tán của các số liệu thống kê (so với số trung bình cộng). Nhưng khi cần chú ý đến đơn vị đo thì ta dùng s vì s có cùng đơn vị đo với dấu hiệu được nghiên cứu.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1. Tính phương sai, độ lệch chuẩn của bảng số liệu không ghép lớp

❖ **Ví dụ 1.** Sản lượng lúa (đơn vị là tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng tần số dưới đây:

Sản lượng (x)	20	21	22	23	24	
Tần số (n)	5	8	11	10	6	$N = 40$

- Tính sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng?
- Tính phương sai và độ lệch chuẩn.

❖ **Ví dụ 2.** 100 học sinh tham gia kì thi học sinh giỏi toán (thang điểm là 20). Kết quả được cho trong bảng sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	$N = 100$

- Tính sản lượng trung bình.
- Tính phương sai và độ lệch chuẩn.

📁 Dạng 2. Tính phương sai và độ lệch chuẩn của bảng số liệu ghép lớp

❖ **Ví dụ 3.** Cho bảng phân bố tần số ghép lớp sau

Độ dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành

Lớp của độ dài (cm)	Tần số
[10; 20)	8
[20; 30)	18
[30; 40)	24
[40; 50]	10
Cộng	60

Tính phương sai và độ lệch chuẩn của bảng phân bố tần số ghép lớp đã cho.

❖ **Ví dụ 4.** Cho bảng phân bố tần số ghép lớp sau

Khối lượng của 30 củ khoai tây

Lớp của khối lượng (g)	Tần số
[70; 80)	3
[80; 90)	6
[90; 100)	12
[100; 110)	6
[110; 120)	3
Cộng	30

Tính phương sai và độ lệch chuẩn của bảng phân bố tần số ghép lớp đã cho.

❖ **Ví dụ 5.** Cho bảng phân bố tần suất ghép lớp sau

Chiều cao của 35 cây bạch đàn

Lớp của chiều cao (m)	Tần suất (%)
[6,5;7,0)	5,7
[7,0;7,5)	11,4
[7,5;8,0)	25,7
[8,0;8,5)	31,4
[8,5;9,0)	17,2
[9,0;9,5]	8,6
Cộng	100

Tính phương sai và độ lệch chuẩn của bảng phân bố tần suất ghép lớp đã cho.

❖ **Ví dụ 6.** Trong một trường THPT, cho kiểm tra toán ở 2 lớp 10A và 10B và lập được bảng tần số ghép lớp như sau:

Điểm thi toán của lớp 10A

Lớp điểm kiểm tra	Tần số
[0;2)	2
[2;4)	4
[4;6)	12
[6;8)	28
[8;10]	4
Cộng	50

Điểm thi toán của lớp 10B

Lớp điểm kiểm tra	Tần số
[0;2)	4
[2;4)	10
[4;6)	18
[6;8)	14
[8;10]	5
Cộng	50

Tính phương sai và độ lệch chuẩn của hai bảng phân bố tần số ghép lớp trên và cho kết luận.

❖ **Ví dụ 7.** Một nông dân nuôi cá có 2 ao nuôi cùng một loại cá. Ông ta bắt mỗi ao 24 con cá và cân. Sau đây là bảng phân bố khối lượng 2 nhóm cá.

Nhóm cá thứ nhất

Lớp khối lượng (g)	Tần số
[630;635)	1
[635;640)	2
[640;645)	3
[645;650)	6
[650;655]	12
Cộng	24

Nhóm cá thứ hai

Lớp khối lượng (g)	Tần số
[630; 635)	0
[635; 640)	0
[640; 645)	8
[645; 650)	7
[650; 655]	9
Cộng	24

Tính phương sai và độ lệch chuẩn của hai bảng phân bố tần số ghép lớp trên và cho kết luận.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Nếu đơn vị của số liệu là kg thì đơn vị của phương sai là

- A. kg. B. kg^2 . C. Không có đơn vị. D. kg^3 .

Câu 2. Cho dãy số liệu thống kê: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Phương sai của các số liệu thống kê đã cho là.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 3. Cho biết giá trị thành phẩm quy ra tiền (nghìn đồng) trong một tuần lao động của 7 công nhân là

180, 190, 190, 200, 210, 210, 220.

Phương sai s^2 của dãy trên gần với số nào sau đây?

- A. 200. B. 171. C. 175. D. 190.

Câu 4. Cho dãy số liệu thống kê 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Độ lệch chuẩn của dãy số liệu thống kê gần bằng

- A. 2,30. B. 3,30. C. 4,30. D. 5,30.

Câu 5. Cho dãy số liệu thống kê 10, 8, 6, 2, 4. Độ lệch chuẩn của mẫu là?

- A. 2,8. B. 8. C. 6. D. 2,4.

Câu 6. Người ta phân 20 con cá mè thành 4 lớp dựa trên khối lượng của chúng (đơn vị là kg). Ta có bảng phân bố tần số ghép lớp sau đây.

Lớp khối lượng (kg)	Tần số
[0,6; 0,8)	4
[0,8; 1,0)	6
[1,0; 1,2)	6
[1,2; 1,4]	4
	$N = 20$

Tính phương sai.

- A. $s^2 = 0,042$. B. $s^2 = 0,043$. C. $s^2 = 0,044$. D. $s^2 = 0,045$.

Câu 7. Sản lượng lúa (đơn vị là tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng tần số sau đây.

Sản lượng (x)	20	21	22	23	24	
Tần số (n)	5	8	11	10	6	$N = 40$

Tính độ lệch chuẩn.

- A.** $s \approx 1,23$ (tạ). **B.** $s \approx 1,24$ (tạ). **C.** $s \approx 1,25$ (tạ). **D.** $s \approx 1,26$ (tạ).

Câu 8. Điều tra về học sinh khối 10 ta có kết quả sau:

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150; 152)	5
2	[152; 154)	18
3	[154; 156)	40
4	[156; 158)	26
5	[158; 160)	8
6	[160; 162)	3
		$N = 100$

Độ lệch chuẩn là

- A.** 0,78. **B.** 1,28. **C.** 2,17. **D.** 1,73.

Câu 9. Điểm trung bình từng môn học của hai học sinh An và Bình trong năm học vừa qua được cho trong bảng sau.

Môn	Điểm của An	Điểm của Bình
Toán	8	8,5
Vật Lý	7,5	9,5
Hóa học	7,8	9,5
Sinh học	8,3	8,5
Ngữ văn	7	5
Lịch sử	8	5,5
Địa lý	8,2	6
Tiếng Anh	9	9
Thể dục	8	9
Công nghệ	8,3	8,5
Giáo dục công dân	9	10

Hỏi ai “học lệch” hơn?

- A.** An.
B. Bình.
C. Mức độ học lệch của hai người như nhau.
D. Chưa đủ cơ sở kết luận.

Câu 10. Bảng sau đây cho ta biết số cuốn sách mà học sinh của một lớp ở trường Trung học phổ thông đã đọc trong năm 2016.

Số sách	1	2	3	4	5	6	Cộng
Tần số	10	x	8	6	y	3	40

Tính x và y , biết rằng phương sai của bảng số liệu $s^2 \approx 2,52$.

- A.** $x = 7, y = 6$. **B.** $x = 6, y = 7$. **C.** $x = 8, y = 5$. **D.** $x = 5, y = 8$.

—HẾT—

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM THEO BÀI

Đáp án trắc nghiệm Bài 1

1. B	2. C	3. A	4. C	5. B	6. C	7. B	8. C	9. B	10. A
11. A	12. B	13. A	14. B	15. D	16. B	17. D	18. B	19. B	20. C
21. C	22. A	23. A	24. A	25. C	26. C	27. D	28. C	29. B	30. C
31. D	32. D	33. B	34. A	35. B					

Đáp án trắc nghiệm Bài 2

1. B	2. D	3. B	4. A	5. A	6. A	7. B	8. C	9. B	10. C
------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------