

Họ và tên: Lớp:

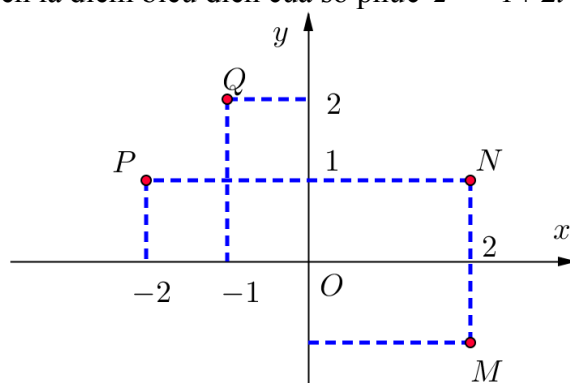
Câu 1. Cho hình nón có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và đường kính đáy bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng:

- A. $8\pi a^2$ B. $2\pi a^2$ C. $4\pi a^2$ D. πa^2

Câu 2. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-6x}{3x-1}$?

- A. $y = 2$. B. $y = 6$. C. $y = -2$. D. $y = \frac{1}{3}$.

Câu 3. Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 2i$?

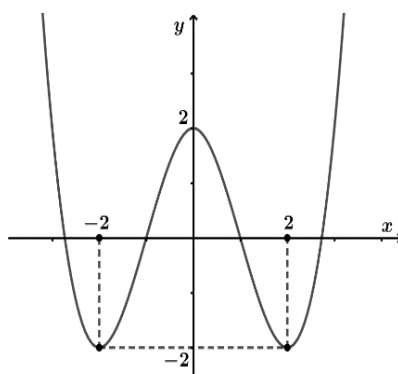


- A. P B. N C. Q D. M

Câu 4. Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3m^2$ và chiều cao bằng $4m$ là:

- A. $V = 12m^3$ B. $V = 6m^3$ C. $V = 4m^3$ D. $V = 36m^3$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực dương phân biệt của phương trình $f(x) = -1$ là



- A. 2 B. 4 C. 3 D. 1

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0	3		0		$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng

- A. 3. B. 1. C. -1. D. 0.

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ là

- A. $\min_{[1;3]} f(x) = 3$. B. $\min_{[1;3]} f(x) = 6$. C. $\min_{[1;3]} f(x) = 5$. D. $\min_{[1;3]} f(x) = 37$.

Câu 8. Bán kính r của khối trụ có thể tích bằng $9a^3$ và chiều cao bằng a là:

- A. $r = \frac{3\sqrt{3}a}{\sqrt{\pi}}$ B. $r = \frac{3a}{\sqrt{\pi}}$ C. $r = \frac{3\sqrt{3}a}{\pi}$ D. $r = \frac{3a}{\pi}$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 2 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc đường thẳng d ?

- A. $Q(0; -3; 3)$ B. $P(1; 3; 2)$ C. $N(2; 3; 1)$ D. $M(1; 0; 2)$

Câu 10. Tính tổng hoành độ của các giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+11}{x+3}$ và đường thẳng $y = -x - 1$

- A. -9. B. 5. C. 3. D. -7.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 10$. Tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là:

- A. $I(2; -1; 0); R = \sqrt{10}$ B. $I(-2; 1; 0); R = \sqrt{10}$
C. $I(2; -1; 0); R = 10$ D. $I(-2; 1; 0); R = 10$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và vuông góc với đường thẳng

$d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ có phương trình là:

- A. $2x - y + z - 3 = 0$ B. $y - 2z + 4 = 0$
C. $2x - y + z + 4 = 0$ D. $2x + y + z - 7 = 0$

Câu 13. Cấp số nhân (u_n) với $u_5 = 5$ và công bội $q = 3$ thì u_6 bằng

- A. $\frac{5}{3}$. B. 15. C. 45. D. 75.

Câu 14. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = -3 + 2i$. Tính môđun của $z_1 + z_2$?

- A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$. C. $|z_1 + z_2| = 1$. D. $|z_1 + z_2| = 5$.

Câu 15. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - 2i)z = -2 - 11i$. Tính số phức liên hợp của số phức z

- A. $\bar{z} = 4 + 3i$. B. $\bar{z} = 4 - 3i$. C. $\bar{z} = -4 - 3i$. D. $\bar{z} = -4 + 3i$.

Câu 16. Số cách lấy 5 viên bi trong số 20 viên bi khác nhau là

- A. $5!$ B. C_{20}^5 . C. 5^{20} . D. A_{20}^5 .

Câu 17. Biết z là số phức có phần ảo dương và là nghiệm của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = \frac{z}{z}$.

- A. $\frac{7}{5}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x(x-3)^2(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2 B. 1 C. 0 D. 3

Câu 19. Cho mặt cầu có bán kính bằng $R = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng;

- A. $\frac{32\pi}{3}$ B. 32π C. $\frac{16\pi}{3}$ D. 16π

Câu 20. Nếu a và b là các số thực dương thì $\log_7 a + \log_7 b$ bằng

- A. $\log_{14}(a+b)$. B. $\log_7 a \cdot \log_7 b$. C. $\log_7(ab)$. D. $\log_7(a+b)$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 1$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 1]$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 22. Số phức $z = 7 - 9i$ có phần ảo là

- A. $-9i$. B. 9 . C. $9i$. D. -9 .

Câu 23. Nếu $\int_0^2 \frac{f(x)}{3} dx = 4$ thì $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

- A. 12 . B. 4 . C. 3^4 . D. $\frac{4}{3}$.

Câu 24. Nếu muốn tăng thể tích của một khối lập phương lên gấp 8 lần thì cạnh của khối lập phương đó phải tăng lên mấy lần?

- A. 2 lần B. 4 lần C. 8 lần D. 3 lần

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3^2 x - \log_3 x - 2 > 0$ là

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (9; +\infty)$. B. $(9; +\infty)$.
C. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. D. $\left(0; \frac{1}{3}\right) \cup (9; +\infty)$.

Câu 26. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(2; +\infty)$ B. $(1; 5)$ C. $(0; 2)$ D. $(-\infty; 0)$

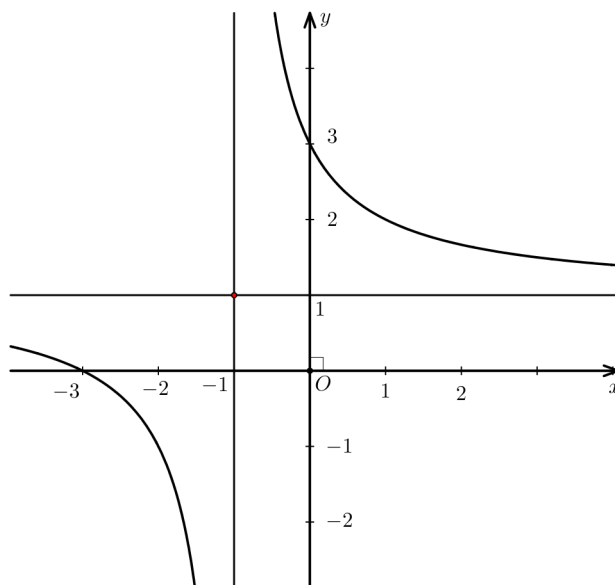
Câu 27. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = 5^x$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng D quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \pi \int_{-2}^2 25^x dx$. B. $V = \int_{-2}^2 5^{2x} dx$. C. $V = \int_{-2}^2 |5^x| dx$. D. $V = 2\pi \int_0^2 5^{2x} dx$.

Câu 28. Nếu $\int_a^b x dx = a$ thì $3 \int_{e^a}^{e^b} \frac{\ln x}{x} dx$ bằng

- A. $\frac{3}{a}$. B. $\frac{a}{3}$. C. a . D. $3a$.

Câu 29. Hình vẽ sau là đồ thị của hàm số



- A. $y = \frac{x-3}{x+1}$. B. $y = \frac{x-3}{x-1}$. C. $y = \frac{x+3}{x+1}$. D. $y = \frac{x+3}{x-1}$.

Câu 30. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3\log_2 3$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 9$. C. $x = 27$. D. $x = 8$.

Câu 31. Hàm số $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ trên tập K và C là hằng số thực tùy ý. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\int G'(x)dx = G(x), \forall x \in K$. B. $\int g(x)dx = G(x) + C$
C. $G'(x) = g(x) + C, \forall x \in K$. D. $g'(x) = G(x), \forall x \in K$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;1;0)$ và $N(1;-1;3)$ nhận vector nào dưới đây là một vector chỉ phương?

- A. $\vec{u}_3 = (1;0;1)$ B. $\vec{u}_4 = (-1;1;3)$ C. $\vec{u}_2 = (-1;2;3)$ D. $\vec{u}_1 = (1;2;-3)$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;-1)$, $N(2;1;1)$ và P . Biết N là trung điểm của đoạn thẳng MP , tọa độ của điểm P là:

- A. $(3;2;3)$ B. $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$ C. $(1;1;2)$ D. $(3;1;0)$

Câu 34. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $3^{\log_3 a} = \log_3 \sqrt{b}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a = \log_3 b$. B. $b = 9^a$. C. $b = 6^a$. D. $a = 2\log_3 b$.

Câu 35. Tập xác định của hàm số $y = \ln x - 2$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 3y - 2z + 9 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?

- A. $\vec{n}_3 = (3;-2;9)$ B. $\vec{n}_4 = (1;3;2)$ C. $\vec{n}_2 = (1;-3;2)$ D. $\vec{n}_1 = (1;3;-2)$

Câu 37. Gọi M là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số lập được từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 số từ tập M . Xác suất để cả 2 số lấy được đều có chữ số hàng chục nhỏ hơn các chữ số hàng trăm và hàng đơn vị là

- A. $\frac{8}{21}$. B. $\frac{5}{16}$. C. $\frac{296}{2051}$. D. $\frac{695}{7152}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC)

và $SA = \frac{a}{2}$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng:

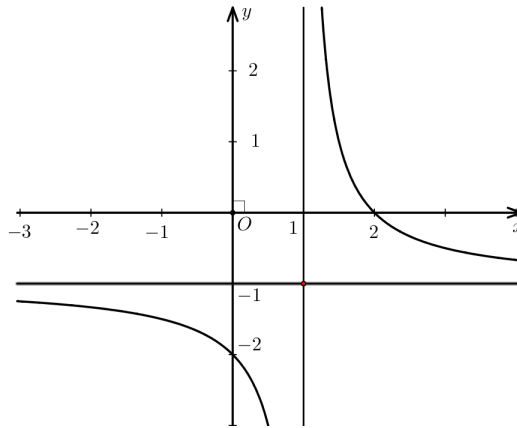
- A. 45° B. 90° C. 30° D. 60°

Câu 39. Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn tâm O và O' , chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua tâm O và tạo với OO' một góc 30° , cắt hai đường tròn tâm O và O' tại bốn điểm là bốn đỉnh của một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $3a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ B. $\sqrt{3}\pi a^3$ C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{12}$ D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{4}$

Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình dưới đây. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \frac{a-2b+3d}{c}$$



- A. $T = 6$. B. $T = 0$.
C. $T = -8$. D. $T = 2$.

Câu 41. Số ca nhiễm Covid – 19 trong cộng đồng ở một tỉnh vào ngày thứ x trong một giai đoạn được ước tính theo công thức $f(x) = A.e^{rx}$ trong đó A là số ca nhiễm ở ngày đầu của giai đoạn, r là tỷ lệ gia tăng số ca nhiễm hàng ngày của giai đoạn đó và trong cùng một giai đoạn thì r không đổi. Giai đoạn thứ nhất tính từ ngày tính đó có 9 ca bệnh đầu tiên và không dùng biện pháp phòng chống lây nhiễm nào thì đến ngày thứ 6 số ca bệnh của tỉnh là 180 ca. Giai đoạn thứ hai (kể từ ngày thứ 7 trở đi) tỉnh đó áp dụng các biện pháp phòng chống lây nhiễm nên tỷ lệ gia tăng số ca nhiễm hàng ngày giảm đi 10 lần so với giai đoạn trước. Đến ngày thứ 6 của giai đoạn hai thì số ca mắc bệnh của tỉnh đó gần nhất với số nào sau đây?

- A. 242. B. 16. C. 90. D. 422.

Câu 42. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 10. Mặt phẳng (α) vuông góc với trục và cách đỉnh của hình nón một khoảng bằng 4, chia hình nón thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của phần chứa đỉnh của hình nón đã cho, V_2 là thể tích của phần còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$?

- A. $\frac{4}{25}$ B. $\frac{21}{25}$ C. $\frac{8}{117}$ D. $\frac{4}{21}$

Câu 43. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$, đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = a\sqrt{3}$, $AB = a$. Biết hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt đáy là điểm M thỏa mãn $3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{210}}{15}$ B. $\frac{a\sqrt{210}}{45}$ C. $\frac{a\sqrt{714}}{17}$ D. $\frac{a\sqrt{714}}{51}$

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có $f(\sqrt{2}) = -2$ và $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{6-x^2}}$, $\forall x \in (-\sqrt{6}; \sqrt{6})$. Khi đó $\int_0^{\sqrt{3}} f(x)dx$ bằng

- A. $-\frac{3\pi}{4}$. B. $\frac{3\pi+6}{4}$. C. $\frac{\pi+2}{4}$. D. $-\frac{3\pi+6}{4}$.

Câu 45. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-2021; 2020)$ sao cho hàm số $y = 2x^3 + mx^2 + 2x$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. Tính số phần tử của tập hợp S .

A. 2025.

B. 2016.

C. 2024.

D. 2023.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = m + \int_0^x \frac{3t^4 + 4t^3}{(t+1)^2} dt$ với $x \in [1; 2]$ và m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $\max_{[1;2]} |f(x)| \geq 3 \min_{[1;2]} |f(x)|$.

A. 9

B. 7

C. 10

D. 8

Câu 47. Cho x, y là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $x \neq y$ và $\log_x \sqrt{xy} = \log_y x$. Tích các giá trị nguyên nhỏ hơn 2021 của biểu thức $P = 4^{\frac{1}{x^2}} + 4^y$ là

A. 2021!

B. $\frac{2020!}{16}$.

C. $\frac{2020!}{2}$.

D. 2020!

Câu 48. Cho hai hình chóp tam giác đều có cùng chiều cao. Biết đỉnh của hình chóp này trùng với tâm của đáy hình chóp kia, mỗi cạnh bên của hình chóp này đều cắt một cạnh bên của hình chóp kia. Cạnh bên có độ dài bằng a của hình chóp thứ nhất tạo với đường cao một góc 30° , cạnh bên của hình chóp thứ hai tạo với đường cao một góc 45° . Tính thể tích phần chung của hai hình chóp đã cho ?

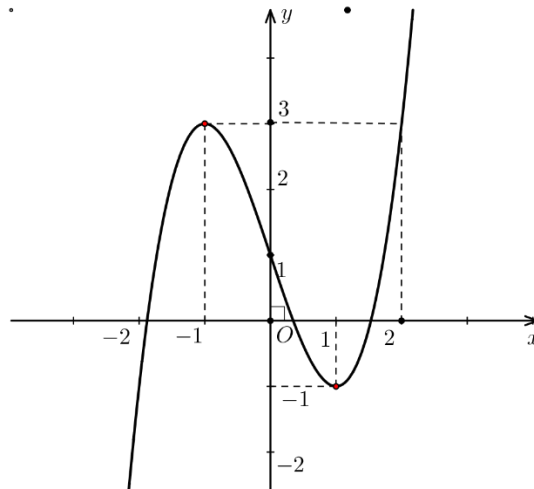
A. $\frac{3(2-\sqrt{3})a^3}{64}$

B. $\frac{(2-\sqrt{3})a^3}{32}$

C. $\frac{9(2-\sqrt{3})a^3}{64}$

D. $\frac{27(2-\sqrt{3})a^3}{64}$

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{7\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(f(\cos x)) = 0$ là

A. 7

B. 5

C. 8

D. 6

Câu 50. Cho biểu thức $P = 3^{y-2x+1} (1 + 4^{2x-y-1}) - 2^{2x-y-1}$ và biểu thức $Q = \log_{y+3-2x} 3y$. Giá trị nhỏ nhất của y để tồn tại x thỏa mãn đồng thời $P \geq 1$ và $Q \geq 1$ là số y_0 . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $4y_0 + 1$ là số hữu tỷ.

B. y_0 là số vô tỷ.

C. y_0 là số nguyên dương.

D. $3y_0 + 1$ là số tự nhiên chẵn.

----- HẾT -----

TRƯỜNG THPT TIỀN DU 1

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA

NĂM HỌC 2019 - 2020

Môn: TOÁN - Lớp: 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)



BẢNG ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	C	A	A	D	C	B	B	A	A	A	B	B	A	B	A	A	D	C	D	D	A	A	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	D	C	C	B	D	A	B	C	D	D	C	B	C	A	C	A	D	B	A	B	C	B	A

Câu 1. Cho hình nón có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và đường kính đáy bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng:

A. $8\pi a^2$.

B. $2\pi a^2$.

C. $4\pi a^2$.

D. πa^2 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $h = a\sqrt{3}; r = a \Rightarrow l = \sqrt{h^2 + r^2} = 2a$

$\Rightarrow S_{xq} = \pi rl = 2\pi a^2$.

Câu 2. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-6x}{3x-1}$?

A. $y = 2$.

B. $y = 6$.

C. $y = -2$.

D. $y = \frac{1}{3}$.

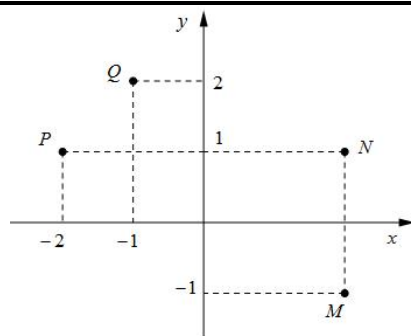
Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-6x+1}{3x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-6+\frac{1}{x}}{3-\frac{1}{x}} = -2$.

Suy ra đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y = -2$.

Câu 3. Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$?



A. P .

B. N .

C. Q .

D. M .

Lời giải

Chọn C

Điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$ là $Q(-1; 2)$.

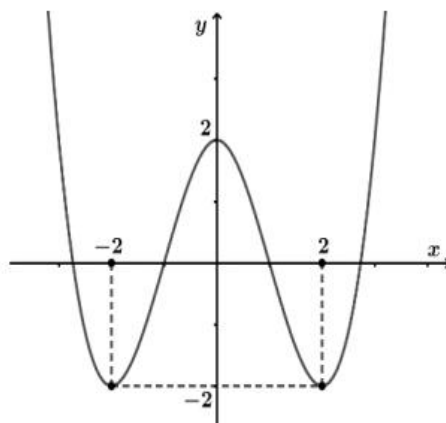
- Câu 4.** Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3m^2$ và chiều cao bằng $4m$ là
- A. $V = 12m^3$.** B. $V = 6m^3$. C. $V = 4m^3$. D. $V = 36m^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = 3.4 = 12m^3$.

- Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực dương phân biệt của phương trình $f(x) = -1$ là

A. 2.

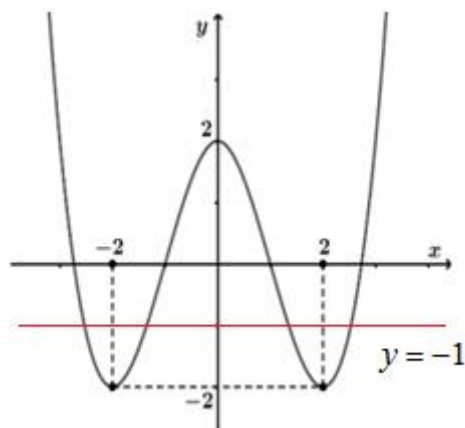
B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn A



Từ đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt trong đó có hai điểm có hoành độ dương.

Vậy phương trình $f(x) = -1$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng

A. 3.

B. 1.

C. -1.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = \pm 1 \rightarrow y_{CT} = y(\pm 1) = 0$.

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ là

A. $\min_{[1;3]} f(x) = 3$.

B. $\min_{[1;3]} f(x) = 6$.

C. $\min_{[1;3]} f(x) = 5$.

D. $\min_{[1;3]} f(x) = 37$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 1$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0 \forall x \in (1; 3)$. Do đó hàm số luôn đồng biến trên đoạn $[1; 3]$.

$$f(1) = 5; f(3) = 37.$$

$$\text{Suy ra } \min_{[1;3]} f(x) = f(1) = 5.$$

Câu 8. Bán kính r của khối trụ có thể tích bằng $9a^3$ và chiều cao bằng a là:

A. $r = \frac{3\sqrt{3}a}{\sqrt{\pi}}$.

B. $r = \frac{3a}{\sqrt{\pi}}$.

C. $r = \frac{3\sqrt{3}a}{\pi}$.

D. $r = \frac{3a}{\pi}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có thể tích của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao bằng h là $V = \pi r^2 h$.

$$\text{Theo đề bài ta có } 9a^3 = \pi r^2 a \Rightarrow r^2 = \frac{9a^3}{\pi a} = \frac{9a^2}{\pi} \Rightarrow r = \frac{3a}{\sqrt{\pi}}.$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 2 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc đường thẳng d ?

- A. $Q(0; -3; 3)$. B. $P(1; 3; 2)$. C. $N(2; 3; 1)$. D. $M(1; 0; 2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét điểm } Q(0; -3; 3). \text{ Ta có } d: \begin{cases} 0 = 1 + t \\ -3 = 3t \\ 3 = 2 - t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \\ t = -1 \end{cases}. \text{ Suy ra điểm } Q(0; -3; 3) \in d.$$

$$\text{Xét điểm } P(1; 3; 2). \text{ Ta có } d: \begin{cases} 1 = 1 + t \\ 3 = 3t \\ 2 = 2 - t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \\ t = 0 \end{cases}. \text{ Suy ra điểm } P(1; 3; 2) \notin d$$

$$\text{Xét điểm } N(2; 3; 1). \text{ Ta có } d: \begin{cases} 2 = 1 + t \\ 3 = 3t \\ 1 = 2 - t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 \\ t = 1 \end{cases}. \text{ Suy ra điểm } N(2; 3; 1) \in d$$

$$\text{Xét điểm } M(1; 0; 2). \text{ Ta có } d: \begin{cases} 1 = 1 + t \\ 0 = 3t \\ 2 = 2 - t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 0 \\ t = 0 \end{cases}. \text{ Suy ra điểm } M(1; 0; 2) \in d$$

Câu 10. Tính tổng hoành độ của các giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+11}{x+3}$ và đường thẳng $y = -x - 1$.

- A. -9 . B. 5 . C. 3 . D. -7 .

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+11}{x+3}$ và đường thẳng $y = -x - 1$ là:

$$\frac{5x+11}{x+3} = -x - 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x+11 = (-x-1)(x+3) \\ x \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 9x + 14 = 0 \\ x \neq -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -7 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = -9.$$

Vậy tổng hoành độ của các giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+11}{x+3}$ và đường thẳng $y = -x-1$ bằng -9 .

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 10$. Tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(2;-1;0); R = \sqrt{10}$.

B. $I(-2;1;0); R = \sqrt{10}$.

C. $I(2;-1;0); R = 10$.

D. $I(-2;1;0); R = 10$.

Lời giải

Chọn D

$(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 10$ có tâm $I(2;-1;0)$ và bán kính $R = \sqrt{10}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ có phương trình là:

A. $2x - y + z - 3 = 0$.

B. $y - 2z + 4 = 0$.

C. $2x - y + z + 4 = 0$.

D. $2x + y + z - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Vì mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$

Suy ra véc tơ chỉ phương của $d: \vec{u}_d = (2; -1; 1)$ cũng chính là véc tơ pháp tuyến của (P) .

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;3)$ và có véc tơ pháp tuyến là: $\vec{u}_d = (2; -1; 1)$ là:

$2(x-1) - 1(y-2) + 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + z - 3 = 0$.

Câu 13. Cấp số nhân (u_n) với $u_5 = 5$ và công bội $q = 3$ thì u_6 bằng

A. $\frac{5}{3}$.

B. 15 .

C. 45 .

D. 75 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_6 = u_5 \cdot q = 5 \cdot 3 = 15$.

Câu 14. Cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = -3+2i$. Tính môđun của $z_1 + z_2$.

A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$.

B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$.

C. $|z_1 + z_2| = 1$.

D. $|z_1 + z_2| = 5$.

Lời giải

Chọn B

$z_1 + z_2 = 1+i - 3+2i = -2+3i \Rightarrow |z_1 + z_2| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$.

Câu 15. Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z = -2-11i$. Tính số phức liên hợp của số phức z .

A. $\bar{z} = 4+3i$.

B. $\bar{z} = 4-3i$.

C. $\bar{z} = -4-3i$.

D. $\bar{z} = -4+3i$.

Lời giải

Chọn A

$(1-2i)z = -2-11i \Leftrightarrow z = \frac{-2-11i}{1-2i} \Leftrightarrow z = \frac{(-2-11i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)} \Leftrightarrow z = 4+3i$.

$$\Rightarrow \bar{z} = 4 + 3i.$$

Câu 16. Số cách lấy 5 viên bi trong số 20 viên bi khác nhau là:

A. 5!.

B. C_{20}^5 .

C. 5^{20} .

D. A_{20}^5 .

Lời giải

Chọn B

Số cách lấy ngẫu nhiên 5 viên bi trong 20 viên bi là: C_{20}^5 .

Câu 17. Biết là số phức có phần ảo dương và là nghiệm của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Tính tổng phần thực phần ảo của số phức $w = \frac{z}{\bar{z}}$.

A. $\frac{7}{5}$.

B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\Delta = 6^2 - 4.1.10 = -4$.

Suy ra phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$ có 2 nghiệm phức phân biệt là: $\frac{6+i\sqrt{4}}{2} = 3+i$ và $\frac{6-i\sqrt{4}}{2} = 3-i$.

Do z là số phức có phần ảo dương nên $z = 3+i$.

Nên: $w = \frac{z}{\bar{z}} = \frac{3+i}{3-i} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$.

Vậy tổng phần thực phần ảo của số phức $w = \frac{z}{\bar{z}}$ là: $\frac{7}{5}$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x(x-3)^2(x-2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = x(x-3)^2(x-2)$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

Vậy hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 19. Mặt cầu có bán kính bằng $R = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng:

A. $\frac{32\pi}{3}$.

B. 32π .

C. $\frac{16\pi}{3}$.

D. 16π .

Lời giải

Chọn D

Diện tích của mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 2^2 = 16\pi$.

Câu 20. Nếu a và b là các số thực dương thì $\log_7 a + \log_7 b$ bằng:

A. $\log_{14}(a+b)$.

B. $\log_7 a \cdot \log_7 b$.

C. $\log_7(a \cdot b)$.

D. $\log_7(a+b)$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức cộng hai logarit cùng cơ số ta có: $\log_7 a + \log_7 b = \log_7(a \cdot b)$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 1$ là

A. $[0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1]$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 1 \Leftrightarrow x < \log_{\frac{1}{3}} 1 \Leftrightarrow x < 0$.

Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 1$ là $(-\infty; 0)$.

Câu 22. Số phức $z = 7 - 9i$ có phần ảo là

A. $-9i$.

B. 9 .

C. $9i$.

D. -9 .

Lời giải

Chọn D

Số phức $z = 7 - 9i$ có phần ảo là -9 .

Câu 23. Nếu $\int_0^2 \frac{f(x)}{3} dx = 4$ thì $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A. 12 .

B. 4 .

C. 3^4 .

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^2 \frac{f(x)}{3} dx = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \int_0^2 f(x) dx = 4 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx = 12$.

Câu 24. Nếu muốn tăng thể tích của một khối lập phương lên gấp 8 lần thì cạnh của khối lập phương đó phải tăng lên mấy lần?

A. 2 lần.

B. 4 lần.

C. 8 lần.

D. 3 lần.

Lời giải

Chọn A

Giả sử cạnh của khối lập phương ban đầu là a , cạnh khối lập phương sau khi tăng là x

Ta có $x^3 = 8a^3 \Leftrightarrow x = 2a$.

Muốn tăng thể tích của một khối lập phương lên gấp 8 lần thì cạnh của khối lập phương đó phải tăng lên 2 lần.

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3^2 x - \log_3 x - 2 > 0$ là

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (9; +\infty)$. B. $(9; +\infty)$. C. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. **D. $\left(0; \frac{1}{3}\right) \cup (9; +\infty)$.**

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x > 0$

$$\text{Ta có } \log_3^2 x - \log_3 x - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x > 2 \\ \log_3 x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 9 \\ x < \frac{1}{3} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình là $\left(0; \frac{1}{3}\right) \cup (9; +\infty)$.

Câu 26. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(2; +\infty)$. B. $(1; 5)$. **C. $(0; 2)$.** D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Từ BBT ta suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$

Câu 27. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = 5^x$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng D quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \pi \int_{-2}^2 25^x dx$.** B. $V = \int_{-2}^2 5^{2x} dx$. C. $V = \int_{-2}^2 |5^x| dx$. D. $V = 2\pi \int_{-2}^2 5^{2x} dx$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } V = \pi \int_{-2}^2 (5^x)^2 dx = \pi \int_{-2}^2 25^x dx$$

Câu 28. Nếu $\int_a^b x dx = a$ thì $3 \int_{e^a}^{e^b} \frac{\ln x}{x} dx$ bằng

- A. $\frac{3}{a}$. B. $\frac{a}{3}$. C. a . **D. $3a$.**

Lời giải

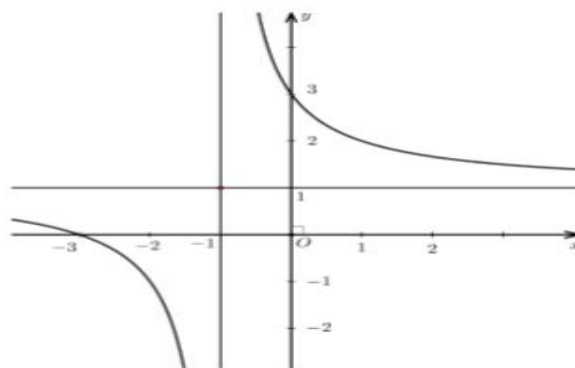
Chọn D

Xét tích phân $I = 3 \int_{e^a}^{e^b} \frac{\ln x}{x} dx$: Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$

Khi $x = e^a \Rightarrow t = a$, khi $x = e^b \Rightarrow t = b$.

$$\text{Vậy } I = 3 \int_a^b t dt = 3 \int_a^b x dx = 3a$$

Câu 29. Hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào



A. $y = \frac{x-3}{x+1}$.

B. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+3}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+3}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

Vì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$ nên chỉ xảy ra đáp án A hoặc đồ thị lại cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3 nên ta chọn đáp án

C. Mặt khác C.

Câu 30. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3 \log_2 3$ là

A. 3.

B. 9.

C. 27.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

+) Điều kiện $x > 0$.

+) Với điều kiện trên $\log_2 x = 3 \log_2 3 \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 3^3 \Leftrightarrow x = 3^3 \Leftrightarrow x = 27$ (Thỏa mãn đk)

Câu 31. Hàm số $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ trên tập K và C là hằng số thực tùy ý. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int G'(x) dx = G(x), \forall x \in K$.

B. $\int g(x) dx = G(x) + C$.

C. $G'(x) = g(x) + C, \forall x \in K$.

D. $g'(x) = G(x), \forall x \in K$.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa nguyên hàm, ta có $\int g(x) dx = G(x) + C$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;1;0)$, $N(1;-1;3)$ nhận véc-tơ nào dưới đây làm một véc-tơ chỉ phương?

A. $\vec{u}_3 = (1;0;1)$.

B. $\vec{u}_4 = (-1;1;3)$.

C. $\vec{u}_2 = (-1;2;3)$.

D. $\vec{u}_1 = (1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Vec-tơ chỉ phương của MN là $\overrightarrow{NM} = (1; 2; -3)$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 0; -1)$, $N(2; 1; 1)$ và P . Biết N là trung điểm đoạn thẳng MP . Tọa độ của điểm P là

- A.** $(3; 2; 3)$. **B.** $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$. **C.** $(1; 1; 2)$. **D.** $(3; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Vì N là trung điểm của MP nên
$$\begin{cases} x_P = 2x_N - x_M \\ y_P = 2y_N - y_M \\ z_P = 2z_N - z_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_P = 3 \\ y_P = 2 \\ z_P = 3 \end{cases}$$

Câu 34. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $3^{\log_3 a} = \log_3 \sqrt{b}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $a = \log_3 b$. **B.** $b = 9^a$. **C.** $b = 6^a$. **D.** $a = 2 \log_3 b$.

Lời giải

Chọn B

$$3^{\log_3 a} = \log_3 \sqrt{b} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2} \log_3 b \Leftrightarrow 2a = \log_3 b \Leftrightarrow b = 3^{2a} \Leftrightarrow b = 9^a.$$

Câu 35. Tập xác định của hàm số $y = \ln x - 2$ là

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $[0; +\infty)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x > 0$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 3y - 2z + 9 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?

- A.** $\vec{n}_3 = (3; -2; 9)$. **B.** $\vec{n}_4 = (1; 3; 2)$. **C.** $\vec{n}_2 = (1; -3; 2)$. **D.** $\vec{n}_1 = (1; 3; -2)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (α) nhận $\vec{n} = (1; 3; -2)$ làm một vector pháp tuyến.

Câu 37. Gọi M là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số lập được từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 số từ tập M . Xác suất để cả 2 số lấy được đều có chữ số hàng chục nhỏ hơn các chữ số hàng trăm và hàng đơn vị là

- A.** $\frac{8}{21}$. **B.** $\frac{5}{16}$. **C.** $\frac{296}{2051}$. **D.** $\frac{695}{7152}$.

Lời giải

Chọn D

Số tự nhiên có ba chữ số có dạng $\overline{abc}$.

Số các số tự nhiên có ba chữ số được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 là $7.8.8 = 448$ số.

Số phần tử không gian mẫu $|\Omega| = C_{448}^2$.

Gọi A là biến cố: “2 số lấy được đều có chữ số hàng chục nhỏ hơn các chữ số hàng trăm và hàng đơn vị”.

Trường hợp $b = 0$ có $7.7 = 49$ số.

Trường hợp $b = 1$ có $6.6 = 36$ số.

Trường hợp $b = 2$ có $5.5 = 25$ số.

Trường hợp $b = 3$ có $4.4 = 16$ số.

Trường hợp $b = 4$ có $3.3 = 9$ số.

Trường hợp $b = 5$ có $2.2 = 4$ số.

Trường hợp $b = 6$ có $1.1 = 1$ số.

Vậy có $49 + 36 + 25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 140$ số thỏa mãn chữ số hàng chục nhỏ hơn chữ số hàng đơn vị và hàng trăm.

$$|\Omega_A| = C_{140}^2.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{695}{7152}.$$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = \frac{a}{2}$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 45° .

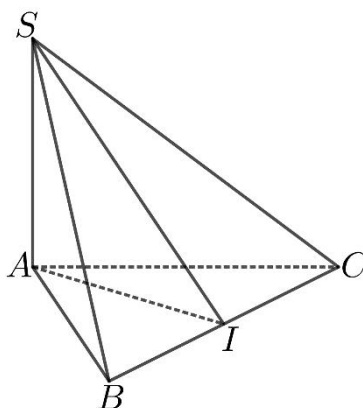
B. 90° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm BC .

Ta có $AI \perp BC$ (tam giác ABC đều) (1).

Lại có $SA \perp BC$ ($SA \perp (ABC)$).

Suy ra $BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp SI$ (2).

$BC = (SBC) \cap (ABC)$ (3).

Từ (1), (2) và (3) suy ra $((SBC), (ABC)) = (SI, AI) = \widehat{SIA}$.

$$\text{Xét tam giác } SAI \text{ vuông tại } A \text{ ta có } \tan \widehat{SIA} = \frac{SA}{AI} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Suy ra $\widehat{SIA} = 30^\circ$.

Vậy $((SBC), (ABC)) = 30^\circ$.

Câu 39. Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn tâm O và O' , chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng đi qua tâm O và tạo với OO' một góc 30° , cắt hai đường tròn tâm O và O' tại bốn điểm là bốn đỉnh của

một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $3a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

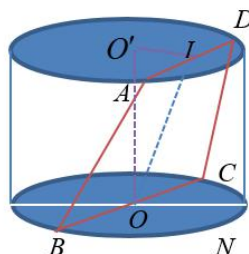
B. $\sqrt{3}\pi a^3$.

C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{12}$.

D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử $ABCD$ là hình thang mà đề bài đề cập (BC đáy lớn, AD đáy nhỏ) và r là bán kính đáy của hình trụ.

Theo đề: $\begin{cases} BC = 2r \\ BC = 2AD \end{cases} \Rightarrow AD = r$

Kẻ $O'I \perp AD \Rightarrow AD \perp (OO'I) \Rightarrow (ABCD) \perp (OO'I)$

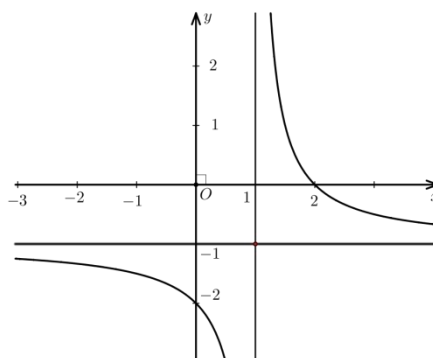
Suy ra góc giữa OO' và $(ABCD)$ là góc $\widehat{O'O'I}$. Theo đề $\widehat{O'O'I} = 30^\circ$

$$\cos \widehat{O'O'I} = \frac{OO'}{OI} \Leftrightarrow OI = \frac{OO'}{\cos 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2a$$

Ta có: $S_{ABCD} = \frac{(AD + BC) \cdot IO}{2} \Leftrightarrow 3a^2 = \frac{(r + 2r) \cdot 2a}{2} \Leftrightarrow r = a$

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi a^2 a \sqrt{3} = \pi a^3 \sqrt{3}$

Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với a, b, c, d là số thực) có đồ thị như hình dưới đây. Tính giá trị biểu thức $T = \frac{a-2b+3d}{c}$.



A. $T = 6$.

B. $T = 0$.

C. $T = -8$.

D. $T = 2$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có

$$\text{TCD: } x = 1 \Rightarrow \frac{-d}{c} = 1 \Rightarrow \frac{d}{c} = -1 \Rightarrow d = -c$$

$$\text{TCN: } y = -1 \Rightarrow \frac{a}{c} = -1 \Rightarrow a = -c$$

$$\text{Đồ thị cắt trục hoành tại điểm: } x = 2 \Rightarrow \frac{-b}{a} = 2 \Rightarrow \frac{-b}{-c} = 2 \Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow b = 2c$$

$$\text{Vậy } T = \frac{a - 2b + 3d}{c} = \frac{-c - 4c - 3c}{c} = -8$$

- Câu 41.** Số ca nhiễm Covid – 19 trong cộng đồng ở một tỉnh vào ngày thứ x trong một giai đoạn được ước tính theo công thức $f(x) = A.e^{rx}$ trong đó A là số ca nhiễm ở ngày đầu của giai đoạn, r là tỷ lệ gia tăng số ca nhiễm hàng ngày của giai đoạn đó và trong cùng một giai đoạn thì r không đổi. Giai đoạn thứ nhất tính từ ngày tỉnh đó có 9 ca bệnh đầu tiên và không dùng biện pháp phòng chống lây nhiễm nào thì đến ngày thứ 6 số ca bệnh của tỉnh là 180 ca. Giai đoạn thứ hai (kể từ ngày thứ 7 trở đi) tỉnh đó áp dụng các biện pháp phòng chống lây nhiễm nên tỷ lệ gia tăng số ca nhiễm hàng ngày giảm đi 10 lần so với giai đoạn trước. Đến ngày thứ 6 của giai đoạn hai thì số ca mắc bệnh của tỉnh đó gần nhất với số nào sau đây?

A. 242.

B. 16.

C. 90.

D. 422.

Lời giải

Chọn A

* Giai đoạn 1:

$$\text{Ta có: } 180 = 9.e^{r \cdot 6} \Rightarrow r = \frac{1}{6} \ln 20$$

* Giai đoạn 2:

$$\text{Đến ngày thứ 6 số ca mắc bệnh của tỉnh là } f(x) = 180.e^{\frac{r}{10} \cdot 6} = 242$$

- Câu 42.** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 10. Mặt phẳng (α) vuông góc với trục và cách đỉnh của hình nón một khoảng bằng 4, chia hình nón thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của phần chứa đỉnh của hình nón đã cho, V_2 là thể tích của phần còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$?

A. $\frac{4}{25}$.

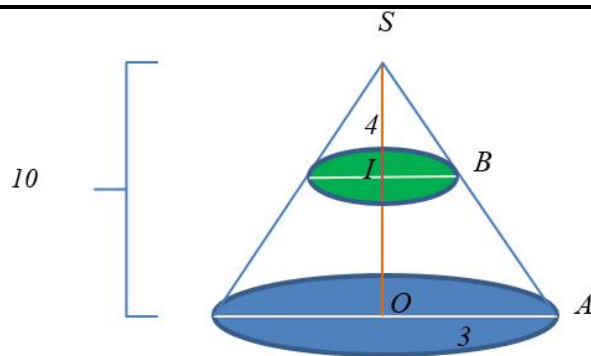
B. $\frac{21}{25}$.

C. $\frac{8}{117}$.

D. $\frac{4}{21}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $IB \parallel OA \Rightarrow \frac{IB}{OA} = \frac{SI}{SO} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Khi đó, $\frac{V_1}{V} = \frac{\frac{1}{3}\pi \cdot IB^2 \cdot SI}{\frac{1}{3}\pi \cdot OA^2 \cdot SO} = \left(\frac{IB}{OA}\right)^2 \cdot \left(\frac{SI}{SO}\right) = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$

Suy ra: $\frac{V_2}{V} = 1 - \frac{8}{125} = \frac{117}{125}$

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{V} : \frac{V_2}{V} = \frac{8}{125} : \frac{117}{125} = \frac{8}{117}$

Câu 43. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$, đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = a\sqrt{3}$, $AB = a$. Biết hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt đáy là điểm M thỏa mãn $3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng

A. $\frac{a\sqrt{210}}{15}$.

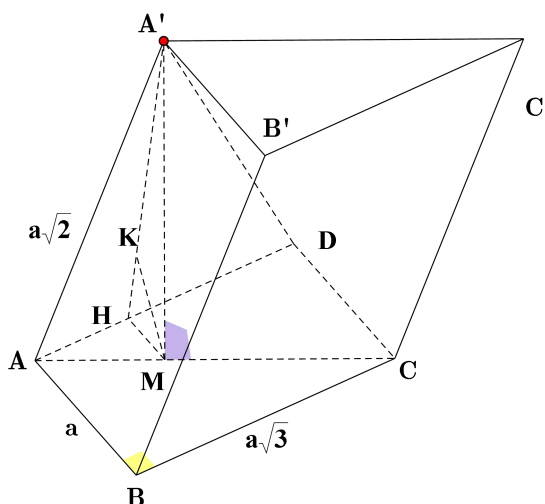
B. $\frac{a\sqrt{210}}{45}$.

C. $\frac{a\sqrt{714}}{17}$.

D. $\frac{a\sqrt{714}}{51}$.

Lời giải

Chọn A



Dựng hình bình hành $ABCD$, vì tam giác ABC là tam giác vuông tại B nên $ABCD$ là hình chữ nhật.

Suy ra $BC \parallel AD \Rightarrow BC \parallel (A'AD)$.

Do đó $d(BC, AA') = d(BC, (A'AD)) = d(C, (A'AD))$.

Mà $3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC}$ nên $d(C, (A'AD)) = 3d(M, (A'AD))$.

$$\text{Kẻ } MH \perp AD \Rightarrow (A'MH) \perp (A'AD) = A'H.$$

$$\text{Kẻ } MK \perp A'H \Rightarrow MK \perp (A'AD) \Rightarrow MK = d(M, (A'AD)).$$

$$\text{Mặt khác ta có } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a \Rightarrow AM = \frac{1}{3}AC = \frac{2a}{3} \Rightarrow A'M = \sqrt{A'A^2 - AM^2} = \frac{a\sqrt{14}}{3}.$$

$$\text{Và } MH \parallel CD \Rightarrow \frac{MH}{CD} = \frac{AM}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow MH = \frac{1}{3}CD = \frac{1}{3}AB = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{MK^2} = \frac{1}{A'M^2} + \frac{1}{MH^2} \Leftrightarrow \frac{1}{MK^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{14}}{3}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{3}\right)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{MK^2} = \frac{135}{14a^2} \Leftrightarrow MK = \frac{a\sqrt{210}}{45}.$$

$$\text{Vậy } d(BC, AA') = d(C, (A'AD)) = 3d(M, (A'AD)) = 3MK = 3 \frac{a\sqrt{210}}{45} = \frac{a\sqrt{210}}{15}.$$

- Câu 44.** Cho hàm số $f(x)$ có $f(\sqrt{2}) = -2$ và $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{6-x^2}}, \forall x \in (-\sqrt{6}; \sqrt{6})$. Khi đó $\int_0^{\sqrt{3}} f(x).dx$ bằng
- A. $-\frac{3\pi}{4}$. B. $\frac{3\pi+6}{4}$. C. $\frac{\pi+2}{4}$. **D. $-\frac{3\pi+6}{4}$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \forall x \in (-\sqrt{6}; \sqrt{6}) \Rightarrow f(x) = \int f'(x).dx = \int \frac{x}{\sqrt{6-x^2}}.dx$$

$$= -\frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{6-x^2}}.d(6-x^2) = -\frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{6-x^2} + C.$$

$$\text{Mà } f(\sqrt{2}) = -2 \Leftrightarrow -\sqrt{6-2} + C = -2 \Leftrightarrow C = 0.$$

$$\text{Suy ra } f(x) = -\sqrt{6-x^2}.$$

$$\text{Do đó } I = \int_0^{\sqrt{3}} f(x).dx = -\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{6-x^2}.dx.$$

$$\text{Đặt } x = \sqrt{6} \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = \sqrt{6} \cos t.dt.$$

$$\text{Đổi cận } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \sqrt{3} \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}.$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } I &= -\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{6-6\sin^2 t} \cdot \sqrt{6} \cdot \cos t.dt = -6 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t.dt = -3 \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos 2t + 1).dt = -3 \left(\frac{1}{2} \sin 2t + t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \\ &= -3 \left(\frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{3\pi+6}{4}. \end{aligned}$$

- Câu 45.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-2020; 2020)$ sao cho hàm số $y = 2x^3 + mx^2 + 2x$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. Tính số phần tử của tập hợp S .
- A. 2025. **B. 2016.** C. 2024. D. 2023.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y = 2x^3 + mx^2 + 2x \Rightarrow y' = 6x^2 + 2mx + 2.$$

$$\text{Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng } (-2; 0) \Leftrightarrow y' = 6x^2 + 2mx + 2 \geq 0, \forall x \in (-2; 0)$$

$$\Leftrightarrow m \leq -3x - \frac{1}{x}, \forall x \in (-2; 0).$$

Xét hàm số $g(x) = -3x - \frac{1}{x}, \forall x \in (-2; 0)$

$$\Rightarrow g'(x) = -3 + \frac{1}{x^2} \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow -3 + \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Bảng biến thiên

x	-2	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	$\frac{13}{2}$	$-2\sqrt{3}$	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên suy ra $m \leq -2\sqrt{3}$. Mà $m \in \mathbb{Z}, m \in (-2020; 2020)$ nên $m \in \{-2019; -2018; \dots; -4\}$.

Vậy có 2016 giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-2020; 2020)$ sao cho hàm số $y = 2x^3 + mx^2 + 2x$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = m + \int_0^x \frac{3t^4 + 4t^3}{(t+1)^2} dt$ với $x \in [1; 2]$ và m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $\max_{[1;2]} |f(x)| \geq 3 \min_{[1;2]} |f(x)|$?

A. 9.

B. 7.

C. 10.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Ta

có:

$$f(x) = m + \int_0^x \frac{3t^4 + 4t^3}{(t+1)^2} dt = m + \int_0^x \left[3t^2 - 2t + 1 - \frac{1}{(t+1)^2} \right] dt = m + \left(t^3 - t^2 + t + \frac{1}{t+1} \right) \Big|_0^x$$

$$= x^3 - x^2 + x + \frac{1}{x+1} + m - 1.$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 2x + 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = 2x(x-1) + x^2 + \left[1 - \frac{1}{(x+1)^2} \right] > 0, \forall x \in [1; 2].$$

Suy ra hàm số f đồng biến trên $[1; 2]$.

$$\text{Từ đó ta có: } \max_{[1;2]} f(x) = m + \frac{16}{3} \text{ và } \min_{[1;2]} f(x) = m + \frac{1}{2}.$$

$$\text{Đặt } g(x) = |f(x)|.$$

$$\text{Ta có: } \max_{[1;2]} g(x) = \max \left\{ \left| m + \frac{16}{3} \right|; \left| m + \frac{1}{2} \right| \right\}, \min_{[1;2]} g(x) = \begin{cases} m + \frac{1}{2} & \text{nếu } m > -\frac{1}{2} \\ 0 & \text{nếu } -\frac{16}{3} \leq m \leq -\frac{1}{2} \\ -m - \frac{16}{3} & \text{nếu } m < -\frac{16}{3} \end{cases}$$

Trường hợp 1: $m > -\frac{1}{2}$.

Khi đó: $\max_{[1;2]} g(x) = m + \frac{16}{3}$, $\min_{[1;2]} g(x) = m + \frac{1}{2}$.

Suy ra: $\max_{[1;2]} g(x) \geq 3 \min_{[1;2]} g(x) \Leftrightarrow m + \frac{16}{3} \geq 3 \left(m + \frac{1}{2} \right) \Leftrightarrow m \leq \frac{23}{12}$.

Kết hợp điều kiện ta được: $-\frac{1}{2} < m \leq \frac{23}{12}$. Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0; 1\}$.

Trường hợp 2: $-\frac{16}{3} \leq m \leq -\frac{1}{2}$.

Khi đó: $\min_{[1;2]} g(x) = 0$ và $\max_{[1;2]} g(x) = \max \left\{ \left| m + \frac{16}{3} \right|; \left| m + \frac{1}{2} \right| \right\}$.

Suy ra: $\max_{[1;2]} g(x) \geq 3 \min_{[1;2]} g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} \left| m + \frac{16}{3} \right| \geq 0 \\ \left| m + \frac{1}{2} \right| \geq 0 \end{cases}$ (luôn đúng với mọi $m \in \left[-\frac{16}{3}; -\frac{1}{2} \right]$).

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1\}$.

Trường hợp 3: $m < -\frac{16}{3}$.

Khi đó: $\min_{[1;2]} g(x) = -m - \frac{16}{3}$ và $\max_{[1;2]} g(x) = -m - \frac{1}{2}$.

Suy ra: $\max_{[1;2]} g(x) \geq 3 \min_{[1;2]} g(x) \Leftrightarrow -m - \frac{1}{2} \geq -3m - 16 \Leftrightarrow m \geq -\frac{31}{4}$.

Kết hợp điều kiện ta được $-\frac{31}{4} \leq m < -\frac{16}{3}$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-7; -6\}$.

Vậy có 9 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47. Cho x, y là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $x \neq y$ và $\log_x \sqrt{xy} = \log_y x$. Tích các giá trị

nguyên nhỏ hơn 2021 của biểu thức $P = 4^{\frac{1}{x^2}} + 4^y$ là

- A. 2021!. B. $\frac{2020!}{16}$. C. $\frac{2020!}{2}$. D. 2020!.

Chọn B

Ta

$$\log_x \sqrt{xy} = \log_y x$$

$$\Leftrightarrow \log_x (xy) = 2 \log_y x$$

$$\Leftrightarrow 1 + \log_x y = 2 \cdot \frac{1}{\log_x y} \quad \text{có:}$$

$$\Leftrightarrow \log_x^2 y + \log_x y - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_x y = 1 \\ \log_x y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y & (\text{loại}) \\ y = \frac{1}{x^2} & (\text{nhận}) \end{cases}$$

$$\text{Với } y = \frac{1}{x^2} \text{ thì } P = 2 \cdot 4^{\frac{1}{x^2}} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \log_4 \frac{P}{2} > 0 \quad (*).$$

Với $x > 0, x \neq 1$ thì: $P > 2$ và $P \neq 8$.

Suy ra tập hợp các số nguyên P thỏa mãn điều kiện (*) là $S = \{3; 4; 5; 6; 7; 9; \dots; 2020\}$.

$$\text{Tích các phần tử của } S \text{ là: } 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \dots \cdot 2020 = \frac{2020!}{16}.$$

Câu 48. Cho hai hình chóp tam giác đều có cùng chiều cao. Biết đỉnh của hình chóp này trùng với tâm của đáy hình chóp kia, mỗi cạnh bên của hình chóp này đều cắt một cạnh bên của hình chóp kia. Cạnh bên có độ dài bằng a của hình chóp thứ nhất tạo với đường cao một góc 30° , cạnh bên của hình chóp thứ hai tạo với đường cao một góc 45° . Tính thể tích phần chung của hai hình chóp đã cho?

A. $\frac{3(2-\sqrt{3})a^3}{64}$.

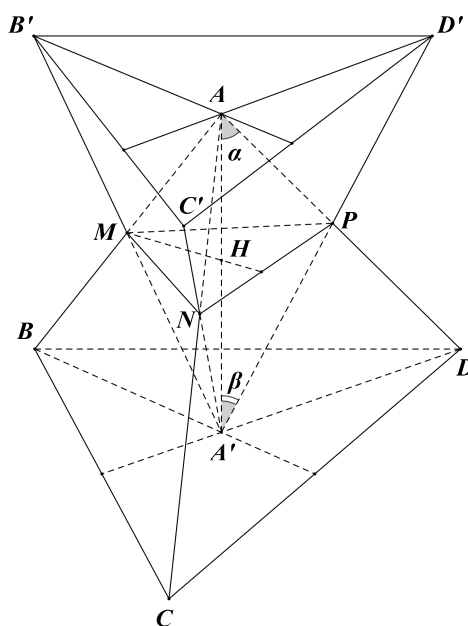
B. $\frac{(2-\sqrt{3})a^3}{32}$.

C. $\frac{9(2-\sqrt{3})a^3}{64}$.

D. $\frac{27(2-\sqrt{3})a^3}{64}$.

Lời giải

Chọn C



Hai hình chóp $A.BCD$ và $A'.B'C'D'$ là hai hình chóp đều, có chung đường cao AA' , A là tâm của tam giác $B'C'D'$ và A' là tâm của tam giác BCD .

Ta có: $(BCD) \parallel (B'C'D')$; $AB = AC = AD = a$; $\widehat{BAA'} = \alpha$; $\widehat{AA'B'} = \beta$.

Do AB cắt $A'B'$ tại M nên $AB' \parallel A'B$.

Gọi N là giao điểm của AC và $A'C'$; P là giao điểm của AD và $A'D'$.

Tương tự ta có: $AC' \parallel A'C$, $AD' \parallel A'D$.

Từ đó suy ra các cạnh của $\triangle BCD$ và $\triangle B'C'D'$ song song với nhau từng đôi một.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{MB}{MA} = \frac{A'B}{AB'} \\ \frac{NC}{NA} = \frac{A'C}{AC'} \\ AB' = AC'; A'B = A'C \end{cases} \Rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{NC}{NA} \Rightarrow MN \parallel BC.$$

Tương tự ta có: $NP \parallel CD$ và $MP \parallel BD$.

Suy ra: $\triangle MNP$ là tam giác đều. Gọi H là giao điểm của OO' và (MNP) , H là tâm của tam giác MNP .

Trong tam giác $AA'D$ có: $AA' = AD \cdot \cos \alpha = a \cdot \cos \alpha$ (1).

Đặt $x = MH$. Hai tam giác AHM và tam giác $A'HM$ vuông tại H cho:

$$\begin{cases} AH = MH \cdot \cot \alpha = x \cdot \cot \alpha \\ A'H = MH \cdot \cot \beta = x \cdot \cot \beta \end{cases} \Rightarrow AA' = x(\cot \alpha + \cot \beta) \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra: $a \cdot \cos \alpha = x(\cot \alpha + \cot \beta) \Leftrightarrow x = \frac{a \cdot \cos \alpha}{\cot \alpha + \cot \beta}$.

Tam giác MNP đều có cạnh $MN = x\sqrt{3}$ nên:

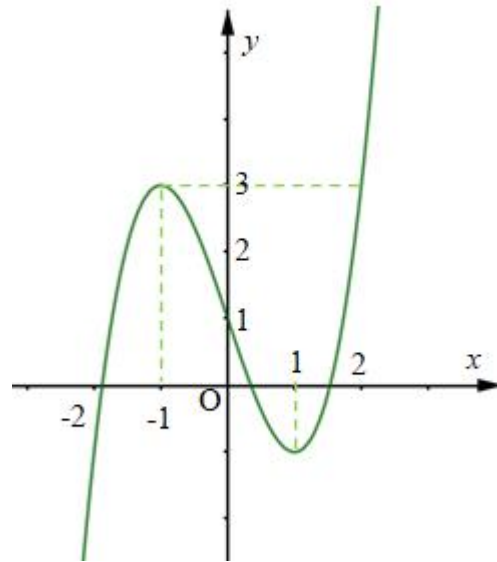
$$S_{\triangle MNP} = \frac{MN^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}x^2}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2 \cos^2 \alpha}{(\cot \alpha + \cot \beta)^2}$$

Phần chung của hai hình chóp $ABCD$ và $A'B'C'D'$ là hai hình chóp đỉnh A và A' có chung nhau mặt đáy là tam giác MNP . Do đó thể tích của nó là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle MNP} \cdot (AH + A'H) = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle MNP} \cdot AA' = \frac{a^3 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos^3 \alpha}{4(\cot \alpha + \cot \beta)^2}$$

$$\text{Với } \alpha = 30^\circ \text{ và } \beta = 45^\circ \text{ thì } V = \frac{9a^3}{32(\sqrt{3}+1)^2} = \frac{9(2-\sqrt{3})a^3}{64}.$$

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên



Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{7\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(f(\cos x)) = 0$ là

A. 7.

B. 5.

C. 8.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(\cos x) = t$ ta được phương trình $f(t) = 0$.

Quan sát đồ thị $y = f(x)$ ta suy ra $f(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = t_1 \in (-2; -1) \\ t = t_2 \in (0; 1) \\ t = t_3 \in (1; 2) \end{cases}$.

* Với $t = t_1$ ta có $f(\cos x) = t_1$. Xét tương giao giữa hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = t_1 \in (-2; -1) \Rightarrow f(\cos x) = t_1 \Leftrightarrow \cos x = x_1 < -1$ nên phương trình vô nghiệm.

* Với $t = t_2$ ta có $f(\cos x) = t_2$. Xét tương giao giữa hai đồ thị $y = f(x)$ và

$y = t_2 \in (0; 1) \Rightarrow f(\cos x) = t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = x_2 < -1 \\ \cos x = x_3 \in (0; 1) \\ \cos x = x_4 \in (1; 2) \end{cases}$

Chỉ có $\cos x = x_3$ thỏa mãn. Khi đó tồn tại 3 giá trị $x \in \left[0; \frac{7\pi}{2}\right]$ tương ứng để $\cos x = x_3$.

* Với $t = t_3$ tương tự ta có $\begin{cases} \cos x = x_5 < -1 \\ \cos x = x_6 \in (-1; 0) \\ \cos x = x_7 > 1 \end{cases}$

Chỉ có $\cos x = x_6$ thỏa mãn. Khi đó tồn tại 2 giá trị $x \in \left[0; \frac{7\pi}{2}\right]$ tương ứng để $\cos x = x_6$.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{7\pi}{2}\right]$.

Câu 50. Cho biểu thức $P = 3^{y-2x+3}(1+4^{2x-y-1}) - 2^{2x-y-1}$ và biểu thức $Q = \log_{y-3-2x} 3y$. Giá trị nhỏ nhất của y để tồn tại x đồng thời thỏa mãn $P \geq 1$ và $Q \geq 1$ là số y_0 . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $4y_0 + 1$ là số hữu tỷ. B. y_0 là số vô tỷ.

C. y_0 là số nguyên dương.

D. $3y_0 + 1$ là số tự nhiên chẵn.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases} y - 2x + 3 > 0 \\ y > 0 \end{cases}$.

$$P = 3^{y-2x+1} \cdot (1 + 4^{2x-y-1}) - 2^{2x-y-1} = 3^{y-2x+1} \cdot \left(1 + \frac{1}{4^{2x-y-1}}\right) - \frac{1}{2^{y-2x+1}}.$$

Đặt $t = y - 2x + 1$ ta có $P = 3^t \left(1 + \frac{1}{4^t}\right) - \frac{1}{2^t}$.

Cho $P \geq 1 \Leftrightarrow 3^t \left(1 + \frac{1}{4^t}\right) - \frac{1}{2^t} \geq 1 \Leftrightarrow 12^t + 3^t \geq 4^t + 2^t (1)$.

* Với $t = 0$ thỏa mãn (1).

* Với $t > 0$ ta có $\begin{cases} 12^t > 4^t \\ 3^t > 2^t \end{cases} \Rightarrow 12^t + 3^t > 4^t + 2^t \Rightarrow (1) \text{ thỏa mãn.}$

* Với $t < 0$ ta có $\begin{cases} 12^t < 4^t \\ 3^t < 2^t \end{cases} \Rightarrow 12^t + 3^t < 4^t + 2^t \Rightarrow (1) \text{ không thỏa mãn.}$

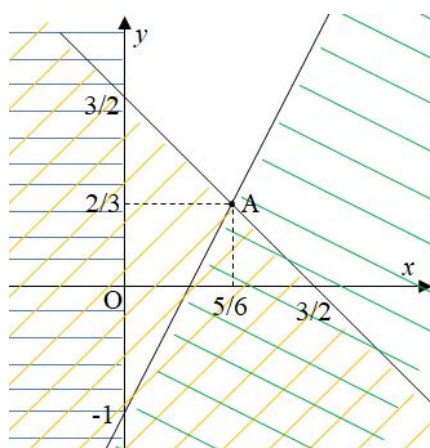
Vậy (1) $\Leftrightarrow t \geq 0$ hay $y - 2x + 1 \geq 0$ (a).

Vi $y - 2x + 1 > 0 \Rightarrow y - 2x + 3 > 2 > 1$ nên

$Q = \log_{y-2x+1} 3y \geq 1 \Leftrightarrow 3y \geq y - 2x + 3 \Leftrightarrow 2x + 2y \geq 3$ (b).

Từ (a), (b) và điều kiện ta có $\begin{cases} y - 2x + 1 \geq 0 \\ 2x + 2y \geq 3 \\ y > 0 \end{cases}$.

Cặp số $(x; y)$ thỏa mãn hệ được biểu diễn ở miền không bị gạch ở hình bên. Điểm A thuộc miền không bị gạch và có $y_{\min} = \frac{2}{3}$.



Vậy $y_0 = \frac{2}{3}$. Do đó $4y_0 + 1 = \frac{11}{3} \in \mathbb{Q}$.

----- HẾT -----