

**Câu 1 (2,0 điểm).** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3mx + 1$  (1).

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi  $m = 1$ .  
b) Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số (1) có 2 điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O (với O là gốc tọa độ).

**Câu 2 (1,0 điểm).** Giải phương trình  $\sin 2x + 1 = 6\sin x + \cos 2x$ .

**Câu 3 (1,0 điểm).** Tính tích phân  $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 2\ln x}{x^2} dx$ .

**Câu 4 (1,0 điểm).**

- a) Giải phương trình  $5^{2x+1} - 6.5^x + 1 = 0$ .  
b) Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

**Câu 5 (1,0 điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm  $A(-4;1;3)$  và đường thẳng  $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{3}$ . Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d. Tìm tọa độ điểm B thuộc d sao cho  $AB = \sqrt{27}$ .

**Câu 6 (1,0 điểm).** Cho hình chóp S.ABC có tam giác ABC vuông tại A,  $AB = AC = a$ , I là trung điểm của SC, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, mặt phẳng (SAB) tạo với đáy 1 góc bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp S.ABC và tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) theo a.

**Câu 7 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có  $A(1;4)$ , tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt BC tại D, đường phân giác trong của ADB có phương trình  $x - y + 2 = 0$ , điểm  $M(-4;1)$  thuộc cạnh AC. Viết phương trình đường thẳng AB.

**Câu 8 (1,0 điểm).** Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + 3\sqrt{xy + x - y^2} - y = 5y + 4 \\ \sqrt{4y^2 - x - 2} + \sqrt{y - 1} = x - 1 \end{cases}$$

**Câu 9 (1,0 điểm).** Cho  $a, b, c$  là các số dương và  $a + b + c = 3$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: 
$$P = \frac{bc}{\sqrt{3a + bc}} + \frac{ca}{\sqrt{3b + ca}} + \frac{ab}{\sqrt{3c + ab}}$$

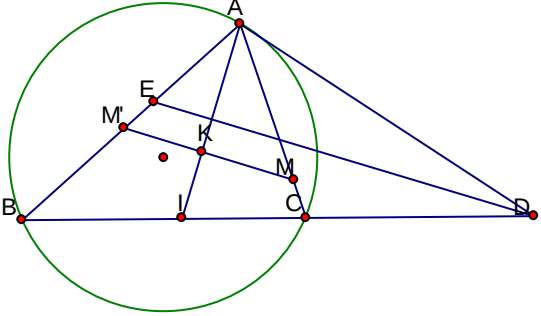
.....Hết.....

# ĐÁP ÁN

| Câu                  | Nội dung                                                                                                                                                                                                                                                                              | Điểm |           |           |   |           |    |   |   |   |   |   |           |    |   |           |
|----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----------|-----------|---|-----------|----|---|---|---|---|---|-----------|----|---|-----------|
| 1                    | <b>a. (1,0 điểm)</b>                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |           |           |   |           |    |   |   |   |   |   |           |    |   |           |
|                      | Với $m=1$ hàm số trở thành: $y = -x^3 + 3x + 1$<br>TXĐ: $D = R$<br>$y' = -3x^2 + 3, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$                                                                                                                                                                 | 0.25 |           |           |   |           |    |   |   |   |   |   |           |    |   |           |
|                      | Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$ , đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$<br>Hàm số đạt cực đại tại $x = 1, y_{CD} = 3$ , đạt cực tiểu tại $x = -1, y_{CT} = -1$<br>$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ | 0.25 |           |           |   |           |    |   |   |   |   |   |           |    |   |           |
|                      | * Bảng biến thiên                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0.25 |           |           |   |           |    |   |   |   |   |   |           |    |   |           |
|                      | <table><tr><td>x</td><td><math>-\infty</math></td><td>-1</td><td>1</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td><math>+\infty</math></td><td>-1</td><td>3</td><td><math>-\infty</math></td></tr></table>       | x    | $-\infty$ | -1        | 1 | $+\infty$ | y' | + | 0 | 0 | + | y | $+\infty$ | -1 | 3 | $-\infty$ |
| x                    | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                             | -1   | 1         | $+\infty$ |   |           |    |   |   |   |   |   |           |    |   |           |
| y'                   | +                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0    | 0         | +         |   |           |    |   |   |   |   |   |           |    |   |           |
| y                    | $+\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                             | -1   | 3         | $-\infty$ |   |           |    |   |   |   |   |   |           |    |   |           |
| Đồ thị:              |                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0.25 |           |           |   |           |    |   |   |   |   |   |           |    |   |           |
| <b>B. (1,0 điểm)</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |           |           |   |           |    |   |   |   |   |   |           |    |   |           |
|                      | $y' = -3x^2 + 3m = -3(x^2 - m)$<br>$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - m = 0(*)$                                                                                                                                                                                                            | 0.25 |           |           |   |           |    |   |   |   |   |   |           |    |   |           |
|                      | Đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ PT (*) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0(**)$                                                                                                                                                                        | 0.25 |           |           |   |           |    |   |   |   |   |   |           |    |   |           |
|                      | Khi đó 2 điểm cực trị $A(-\sqrt{m}; 1 - 2m\sqrt{m})$ , $B(\sqrt{m}; 1 + 2m\sqrt{m})$                                                                                                                                                                                                  | 0.25 |           |           |   |           |    |   |   |   |   |   |           |    |   |           |
|                      | Tam giác OAB vuông tại O $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow 4m^3 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ ( TM (**))<br>Vậy $m = \frac{1}{2}$                                                                                     | 0,25 |           |           |   |           |    |   |   |   |   |   |           |    |   |           |

|    |                                                                                                                                                                                                             |      |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 2. | <b>(1,0 điểm)</b>                                                                                                                                                                                           |      |
|    | $\sin 2x + 1 = 6 \sin x + \cos 2x$<br>$\Leftrightarrow (\sin 2x - 6 \sin x) + (1 - \cos 2x) = 0$                                                                                                            | 0.25 |
|    | $\Leftrightarrow 2 \sin x (\cos x - 3) + 2 \sin^2 x = 0$<br>$\Leftrightarrow 2 \sin x (\cos x - 3 + \sin x) = 0$                                                                                            | 0.25 |
|    | $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x + \cos x = 3(Vn) \end{cases}$                                                                                                                           | 0.25 |
|    | $\Leftrightarrow x = k\pi$ . Vậy nghiệm của PT là $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$                                                                                                                              | 0.25 |
| 3  | <b>(1,0 điểm)</b>                                                                                                                                                                                           |      |
|    | $I = \int_1^2 x dx - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^2 - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{3}{2} - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$                                           | 0.25 |
|    | Tính $J = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$<br>Đặt $u = \ln x, dv = \frac{1}{x^2} dx$ . Khi đó $du = \frac{1}{x} dx, v = -\frac{1}{x}$<br>Do đó $J = -\frac{1}{x} \ln x \Big _1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$ | 0.25 |
|    | $J = -\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{x} \Big _1^2 = -\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2}$                                                                                                                         | 0.25 |
|    | Vậy $I = \frac{1}{2} + \ln 2$                                                                                                                                                                               | 0.25 |
| 4. | <b>(1,0 điểm)</b>                                                                                                                                                                                           |      |
|    | <b>a,(0,5điểm)</b><br>$5^{2x+1} - 6.5^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 5.5^{2x} - 6.5^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = \frac{1}{5} \end{cases}$                                            | 0.25 |
|    | $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$ Vậy nghiệm của PT là $x = 0$ và $x = -1$                                                                                                        | 0.25 |
|    | <b>b,(0,5điểm)</b><br>$n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$                                                                                                                                                          | 0.25 |
|    | Số cách chọn 3 học sinh có cả nam và nữ là $C_5^2 \cdot C_6^1 + C_5^1 \cdot C_6^2 = 135$<br>Do đó xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ là $\frac{135}{165} = \frac{9}{11}$                      | 0.25 |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                             |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| 5. | <p><b>(1,0 điểm)</b></p> <p>Đường thẳng <math>d</math> có VTCP là <math>\vec{u_d} = (-2; 1; 3)</math></p> <p>Vì <math>(P) \perp d</math> nên <math>(P)</math> nhận <math>\vec{u_d} = (-2; 1; 3)</math> làm VTPT</p> <p>Vậy PT mặt phẳng <math>(P)</math> là : <math>-2(x+4) + 1(y-1) + 3(z-3) = 0</math><br/> <math>\Leftrightarrow -2x + y + 3z - 18 = 0</math></p> <p>Vì <math>B \in d</math> nên <math>B(-1-2t; 1+t; -3+3t)</math><br/> <math>AB = \sqrt{27} \Leftrightarrow AB^2 = 27 \Leftrightarrow (3-2t)^2 + t^2 + (-6+3t)^2 = 27 \Leftrightarrow 7t^2 - 24t + 9 = 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = \frac{3}{7} \end{cases}</math> Vậy <math>B(-7; 4; 6)</math> hoặc <math>B\left(-\frac{13}{7}; \frac{10}{7}; -\frac{12}{7}\right)</math></p> | <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>                         |
| 6. | <div data-bbox="288 757 730 1240" data-label="Image"> </div> <div data-bbox="831 734 1422 1077" data-label="Text"> <p>Gọi K là trung điểm của AB <math>\Rightarrow HK \perp AB</math> (1)<br/>         Vì <math>SH \perp (ABC)</math> nên <math>SH \perp AB</math> (2)<br/>         Từ (1) và (2) suy ra <math>\Rightarrow AB \perp SK</math><br/>         Do đó góc giữa <math>(SAB)</math> với đáy bằng góc giữa SK và HK và bằng <math>SKH = 60^\circ</math><br/>         Ta có <math>SH = HK \tan SKH = \frac{a\sqrt{3}}{2}</math></p> </div>                                                                                                                                                                                                                                      | <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0,25</p> |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7. | <p><b>(1,0 điểm)</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <p>Gọi AI là phân giác trong của <math>BAC</math><br/> Ta có : <math>AID = ABC + BAI</math><br/> <math>IAD = CAD + CAI</math><br/> Mà <math>BAI = CAI</math> , <math>ABC = CAD</math> nên <math>AID = IAD</math><br/> <math>\Rightarrow \triangle DAI</math> cân tại D <math>\Rightarrow DE \perp AI</math></p> |
|    | <p>PT đường thẳng AI là : <math>x + y - 5 = 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|    | <p>Gọi <math>M'</math> là điểm đối xứng của M qua AI <math>\Rightarrow</math> PT đường thẳng <math>MM'</math> : <math>x - y + 5 = 0</math><br/> Gọi <math>K = AI \cap MM' \Rightarrow K(0;5) \Rightarrow M'(4;9)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|    | <p>VTCP của đường thẳng AB là <math>\overrightarrow{AM'} = (3;5) \Rightarrow</math> VTPT của đường thẳng AB là <math>\vec{n} = (5;-3)</math><br/> Vậy PT đường thẳng AB là : <math>5(x-1) - 3(y-4) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3y + 7 = 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 8. | <p><b>(1,0 điểm).</b></p> $\begin{cases} x + 3\sqrt{xy + x - y^2 - y} = 5y + 4(1) \\ \sqrt{4y^2 - x - 2} + \sqrt{y - 1} = x - 1(2) \end{cases}$ <p>Đk: <math>\begin{cases} xy + x - y^2 - y \geq 0 \\ 4y^2 - x - 2 \geq 0 \\ y - 1 \geq 0 \end{cases}</math></p> <p>Ta có (1) <math>\Leftrightarrow x - y + 3\sqrt{(x - y)(y + 1)} - 4(y + 1) = 0</math><br/> Đặt <math>u = \sqrt{x - y}, v = \sqrt{y + 1} \quad (u \geq 0, v \geq 0)</math><br/> Khi đó (1) trở thành : <math>u^2 + 3uv - 4v^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = v \\ u = -4v(vn) \end{cases}</math></p> | 0.25                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|    | <p>Với <math>u = v</math> ta có <math>x = 2y + 1</math>, thay vào (2) ta được : <math>\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + \sqrt{y - 1} = 2y</math><br/> <math>\Leftrightarrow \sqrt{4y^2 - 2y - 3} - (2y - 1) + (\sqrt{y - 1} - 1) = 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0.25                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|    | $\frac{2(y-2)}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{y-2}{\sqrt{y-1} + 1} = 0 \Leftrightarrow (y-2) \left( \frac{2}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{1}{\sqrt{y-1} + 1} \right) = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.25                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|    | <p><math>\Leftrightarrow y = 2</math> ( vì <math>\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{1}{\sqrt{y-1} + 1} &gt; 0 \forall y \geq 1</math>)<br/> Với <math>y = 2</math> thì <math>x = 5</math>. Đối chiếu Đk ta được nghiệm của hệ PT là <math>(5;2)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0.25                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |             |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| 9. | <b>(1,0 điểm) .</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |             |
|    | <p>Vì <math>a + b + c = 3</math> ta có <math>\frac{bc}{\sqrt{3a+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{a(a+b+c)+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} \leq \frac{bc}{2} \left( \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \right)</math></p> <p>Vì theo BĐT Cô-Si: <math>\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \geq \frac{2}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}</math>, dấu đẳng thức xảy ra <math>\Leftrightarrow b = c</math></p> | <b>0,25</b> |
|    | <p>Tương tự <math>\frac{ca}{\sqrt{3b+ca}} \leq \frac{ca}{2} \left( \frac{1}{b+a} + \frac{1}{b+c} \right)</math> và <math>\frac{ab}{\sqrt{3c+ab}} \leq \frac{ab}{2} \left( \frac{1}{c+a} + \frac{1}{c+b} \right)</math></p>                                                                                                                                                   | <b>0,25</b> |
|    | <p>Suy ra <math>P \leq \frac{bc+ca}{2(a+b)} + \frac{ab+bc}{2(c+a)} + \frac{ab+ca}{2(b+c)} = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3}{2}</math>,</p>                                                                                                                                                                                                                                        | <b>0,25</b> |
|    | <p>Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi <math>a = b = c = 1</math>. Vậy <math>\max P = \frac{3}{2}</math> khi <math>a = b = c = 1</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                     | <b>0,25</b> |