

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Cho $\tan \alpha = 2$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính $\sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)$.

b) Giải phương trình: $\cos x + \sin 4x - \cos 3x = 0$.

Câu 3 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$ trên đoạn $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$.

Câu 4 (1,0 điểm). Giải phương trình $2.4^x + 6^x = 9^x$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong đợt thi học sinh giỏi của tỉnh Nam Định trường THPT Xuân Trường môn Toán có 5 em đạt giải trong đó có 4 nam và 1 nữ, môn Văn có 5 em đạt giải trong đó có 1 nam và 4 nữ, môn Hóa học có 5 em đạt giải trong đó có 2 nam và 3 nữ, môn Vật lý có 5 em đạt giải trong đó có 3 nam và 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn mỗi môn một em học sinh để đi dự đại hội thi đua? Tính xác suất để có cả học sinh nam và nữ để đi dự đại hội?

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (ABCD). Biết $SD = 2a\sqrt{3}$ và góc tạo bởi đường thẳng SC với mặt phẳng (ABCD) bằng 30° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC).

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD. Gọi M là điểm đối xứng của B qua C và N là hình chiếu vuông góc của B trên MD. Tam giác BDM nội tiếp đường tròn (T) có phương trình: $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 25$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD biết phương trình đường thẳng CN là: $3x - 4y - 17 = 0$; đường thẳng BC đi qua điểm E(7;0) và điểm M có tung độ âm

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)(y-2)} + x+5 = 2y + \sqrt{y-2} \\ \frac{(x-8)(y+1)}{x^2 - 4x + 7} = (y-2)(\sqrt{x+1} - 3) \end{cases}$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho $x, y, z \in [0; 2]$ thỏa mãn $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

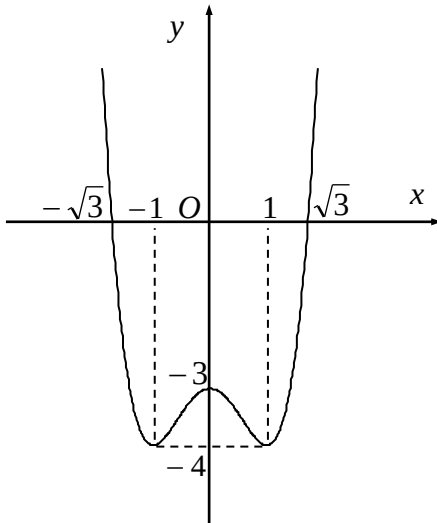
$$P = \frac{1}{x^2 + y^2 + 2} + \frac{1}{y^2 + z^2 + 2} + \frac{1}{z^2 + x^2 + 2} + \sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx}$$

-----HẾT-----

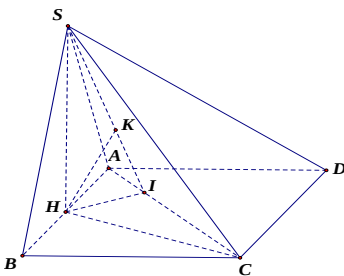
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; SBD:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM THI THỬ THPTQG LẦN I

Câu	Nội dung	Điểm																		
Câu 1 (1,0 điểm)	a) (1,0 điểm) 1) Tập xác định : $D = \mathbb{R}$ 2) Sự biến thiên: a, Giới hạn : $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0,25																		
	b, Bảng biến thiên: $y' = 4x^3 - 4x, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm 1$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-4</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	$-$	0	$+$	0	$+$	y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$														
	y'	$-$	0	$+$	0	$+$														
	y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$														
Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = y(0) = -3$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1, y_{CT} = y(\pm 1) = -4$.	0,25																			
3) Đồ thị: Đồ thị (C) của hàm số nhận Oy làm trục đối xứng, giao với Ox tại 2 điểm $(\pm \sqrt{3}; 0)$. 	0,25																			
Câu 2.1 (1,0 điểm)	Cho $\tan \alpha = 2$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính $\sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)$?																			
	Ta có $\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 + 4} = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$	0,25																		
	Do $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha < 0$ nên $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$	0,25																		
	$\sin \alpha = \cos \alpha . \tan \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{5} . 2 = \frac{-2\sqrt{5}}{5}$	0,25																		
	Vậy $\sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin \alpha . \cos \frac{2\pi}{3} + \cos \alpha . \sin \frac{2\pi}{3}$ $= \frac{-2\sqrt{5}}{5} . \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{5} . \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{5} - \sqrt{15}}{10}$	0,25																		

Câu 2.2 (1,0 điểm)	Giải phương trình: $\cos x + \sin 4x - \cos 3x = 0$	
	$\cos x + \sin 4x - \cos 3x = 0 \Leftrightarrow 2 \sin 2x \cdot \sin x + 2 \sin 2x \cdot \cos 2x = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow 2 \sin 2x (\sin x + \cos 2x) = 0 \Leftrightarrow \sin 2x (-2 \sin^2 x + \sin x + 1) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$	0,5
Câu 3 (1,0 điểm)	Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$ trên đoạn $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$.	
	+ Ta có $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$	0,25
	+ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2} \notin \left[-2; \frac{1}{2}\right]$	0,25
	+ Có $f(-2) = -2; f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1 + \sqrt{15}}{2}$	0,25
	$\max_{\left[-2; \frac{1}{2}\right]} f(x) = \frac{1 + \sqrt{15}}{2}; \quad \min_{\left[-2; \frac{1}{2}\right]} f(x) = -2$	0,25
Câu 4 (1,0 điểm)	Giải phương trình $2 \cdot 4^x + 6^x = 9^x$.	
	Phương trình	
	$\Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^x + \left(\frac{6}{9}\right)^x = 1$	0,25
	$\Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{2}{3}\right)^x - 1 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^x = -1 \text{ (Loại)} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{1}{2} \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow x = -\log_{\frac{2}{3}} 2$ Vậy phương trình có nghiệm $x = -\log_{\frac{2}{3}} 2$	0,25
Trong đợt thi học sinh giỏi của tỉnh Nam Định trường THPT Xuân Trường môn Toán 5 em đạt giải trong đó có 4 nam và 1 nữ , môn Văn có 5 em đạt giải trong đó có 1 nam và 4 nữ , môn		

Câu 5 (1,0 điểm)	Hóa học có 5 em đạt giải trong đó có 2 nam và 3 nữ, môn Vật lí có 5 em đạt giải trong đó có 3 nam và 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn mỗi môn một em học sinh để đi dự đại hội thi đua ? Tính xác suất để có cả học sinh nam và nữ để đi dự đại hội?	
	Có tất cả $5.5.5.5=625$ cách $\Rightarrow n(\Omega) = 625$	0,25
	Gọi A là biến cố “có cả HS nam và nữ đi dự đại hội” $\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố “Cả bốn HS nam hoặc cả 4 HS nữ đi dự ĐH”	0,25
	$\Rightarrow n(\bar{A}) = 4.1.2.3 + 1.4.3.2 = 48 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{48}{625}$	0,25
	Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{48}{625} = \frac{577}{625}$	0,25
Câu 6 (1,0 điểm)	Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (ABCD). Biết $SD = 2a\sqrt{3}$ và góc tạo bởi đường thẳng SC với mặt phẳng (ABCD) bằng 30° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC).	
	 Gọi H là trung điểm của AB. Suy ra $SH \perp (ABCD)$ và $\angle SCH = 30^\circ$. Ta có: $\triangle SHC = \triangle SHD \Rightarrow SC = SD = 2a\sqrt{3}$. Xét tam giác SHC vuông tại H ta có: $SH = SC \cdot \sin \angle SCH = SC \cdot \sin 30^\circ = a\sqrt{3}$ $HC = SC \cdot \cos \angle SCH = SC \cdot \cos 30^\circ = 3a$	0,25
	Vì tam giác SAB đều mà $SH = a\sqrt{3}$ nên $AB = 2a$. Suy ra $BC = \sqrt{HC^2 - BH^2} = 2a\sqrt{2}$. Do đó, $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 4a^2\sqrt{2}$. Vậy, $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$.	0,25
	Vì $BA = 2HA$ nên $d(B, (SAC)) = 2d(H, (SAC))$ Gọi I là hình chiếu của H lên AC và K là hình chiếu của H lên SI. Ta có: $AC \perp HI$ và $AC \perp SH$ nên $AC \perp (SHI) \Rightarrow AC \perp HK$. Mà, ta lại có: $HK \perp SI$. Do đó: $HK \perp (SAC)$.	0,25
	Vì hai tam giác SIA và SBC đồng dạng nên $\frac{HI}{BC} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow HI = \frac{AH \cdot BC}{AC} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Suy ra, $HK = \frac{HS \cdot HI}{\sqrt{HS^2 + HI^2}} = \frac{a\sqrt{66}}{11}$. Vậy, $d(B, (SAC)) = 2d(H, (SAC)) = 2HK = \frac{2a\sqrt{66}}{11}$	0,25
	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD. Gọi M là điểm đối xứng của B qua C và N là hình chiếu vuông góc của B trên MD. Tam giác BDM nội tiếp đường tròn (T) có phương trình: $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 25$. Xác định tọa độ các đỉnh	

	$+ x=8 \Rightarrow y=11;$ $+ (*) \Leftrightarrow (\sqrt{x+1}+3)(x+4)=(x+1)(x^2-4x+7)$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x+1}+3)\left[(\sqrt{x+1})^2+3\right]=[(x-2)+3]\cdot[(x-2)^2+3] \quad (**)$	0,25
	Xét hàm số $f(t)=(t+3)(t^2+3)$ với $t \in \mathbb{R}$ có $f'(t)=3(t+1)^2 \geq 0 \forall t \in \mathbb{R}$ nên $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó $(**) \Leftrightarrow f(\sqrt{x+1})=f(x-2) \Leftrightarrow \sqrt{x+1}=x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x+1=x^2-4x+4 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2-5x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{5+\sqrt{13}}{2} \quad (\text{T/M})$ $x=\frac{5+\sqrt{13}}{2} \Rightarrow y=\frac{11+\sqrt{13}}{2}$ Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x;y)$ là $(8;11)$ và $\left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}; \frac{11+\sqrt{13}}{2}\right)$	0,25
Câu 9 (1,0 điểm)	Cho $x,y,z \in [0;2]$ thỏa mãn $x+y+z=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{x^2+y^2+2} + \frac{1}{y^2+z^2+2} + \frac{1}{z^2+x^2+2} + \sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx}$	
	Ta có $x^2+y^2+2=(x^2+1)+(y^2+1) \geq 2(x+y), \dots; \sqrt{xy} \leq \frac{xy+1}{2}, \dots$ Nên $P \leq \frac{1}{2} \left[\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{z+x} + xy + yz + zx + 3 \right]$. Ta có $(x+y+z)(xy+yz+zx) \geq 9xyz$ $\Rightarrow (x+y)(y+z)(z+x) = (x+y+z)(xy+yz+zx) - xyz \geq \frac{8}{9}(x+y+z)(xy+yz+zx)$ $\begin{aligned} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{z+x} &= \frac{(x+y)(y+z) + (y+z)(z+x) + (x+y)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)} \\ &= \frac{(x+y+z)^2 + xy + yz + zx}{(x+y)(y+z)(z+x)} \\ &\leq \frac{(x+y+z)^2 + xy + yz + zx}{\frac{8}{9}(x+y+z)(xy+yz+zx)} \\ &= \frac{27}{8(xy+yz+zx)} + \frac{3}{8} \end{aligned}$ Suy ra $P \leq \frac{1}{2} \left[\frac{27}{8(xy+yz+zx)} + xy + yz + zx + \frac{27}{8} \right]$	0,25
	Đặt $t = xy + yz + zx$.	0,25

	Do $x, y, z \in [0; 2] \Rightarrow (2-x)(2-y)(2-z) \geq 0 \Leftrightarrow xy + yz + zx \geq \frac{4+xyz}{2} \geq 2 \Rightarrow t \geq 2$ Mặt khác: $xy + yz + zx \leq \frac{1}{3}(x+y+z)^2 = 3 \Rightarrow t \leq 3$. Vậy $t \in [2; 3]$	
	Ta có $P \leq \frac{1}{2} \left[\frac{27}{8t} + t + \frac{27}{8} \right] = f(t)$ Xét hàm số $f(t)$ với $t \in [0; 2]$ ta có $f'(t) = \frac{1}{2} \left[t - \frac{27}{8t^2} \right] = \frac{8t^3 - 27}{16t^2} > 0 \forall t \in [2; 3]$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[2; 3]$. $\Rightarrow f(t) \leq f(3) = \frac{15}{4}$.	0,25
	Do $P \leq f(t) \Rightarrow P \leq \frac{15}{4}$. Có $P = \frac{15}{4}$ khi $x = y = z = 1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{15}{4}$ đạt được khi $x = y = z = 1$.	0,25

(Mọi cách giải khác nếu đúng cho điểm tương tự)