

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh:..... SBD:

Câu 1. Viết công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$; $y = g(x)$, trục Oy và đường thẳng $x = a$ ($a > 0$).

A. $S = \int_a^0 |f(x) - g(x)| dx.$

B. $S = \int_0^a |f(x) - g(x)| dx.$

C. $S = \int_a^0 |f(x) + g(x)| dx.$

D. $S = \int_0^a |f(x) + g(x)| dx.$

Câu 2. Cho $a < b < c$ và $\int_a^b f(x) dx = 5$, $\int_c^b f(x) dx = 3$. Tính $\int_a^c f(x) dx$.

A. $\int_a^c f(x) dx = -2.$

B. $\int_a^c f(x) dx = 8.$

C. $\int_a^c f(x) dx = 0.$

D. $\int_a^c f(x) dx = 2.$

Câu 3. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cdot \cos x dx$.

A. $I = 0.$

B. $I = 1.$

C. $I = \frac{1}{3}.$

D. $I = \frac{\pi^3}{24}.$

Câu 4. Tìm m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4 - 5$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.

A. $m = -1.$

B. $m \neq 1.$

C. $m = 1.$

D. $m \neq -1.$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có 4 đỉnh đều nằm trên một mặt cầu, các cạnh SA , SB , SC đôi một vuông góc và $SA = 3$, $SB = 3$, $SC = 5$. Diện tích mặt cầu đó là.

A. $\frac{\pi\sqrt{59}}{2}.$

B. $43\pi.$

C. $43\pi^2.$

D. $\frac{59\pi}{2}.$

Câu 6. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông cân tại A , gọi I là trung điểm của BC , $BC = 2$. Tính diện tích xung quanh của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AI .

A. $4\pi.$

B. $2\sqrt{2}\pi.$

C. $\sqrt{2}\pi.$

D. $2\pi.$

Câu 7. Giả sử cứ sau một năm diện tích rừng của nước ta giảm x phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau 4 năm diện tích rừng của nước ta sẽ là bao nhiêu lần diện tích hiện nay?

A. $1 - \frac{4x}{100}.$

B. $1 - \frac{x^4}{100}.$

C. $\left(1 - \frac{x}{100}\right)^4.$

D. $1 - \left(\frac{x}{100}\right)^4.$

Câu 8. Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{(m+1)x - 5m}{2x - m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

A. $m = 2.$

B. $m = \frac{5}{2}.$

C. $m = 0.$

D. $m = 1.$

Câu 9. Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)e^x dx$

A. $5e - 3.$

B. $e - 1.$

C. $e + 1.$

D. $5e + 1.$

- Câu 10.** Tìm tung độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2^{x+1}$ và đồ thị hàm số $y = 2^{3-x}$.
A. $y = 4$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = 2$. **D.** $y = 0$.
- Câu 11.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 4x}$ trên $(-3; 3)$ là.
A. 4. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 2.
- Câu 12.** Số nghiệm của phương trình: $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ là.
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 13.** Tìm m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ tại 4 điểm phân biệt.
A. $1 < m < 2$. **B.** $m < 2$. **C.** $2 < m < 3$. **D.** $m > 2$.
- Câu 14.** Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$ có phương trình là.
A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. **B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.
- Câu 15.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{e^x}{x+1}$.
A. $y' = \frac{x \cdot e^x}{(x+1)^2}$. **B.** $y' = \frac{x \cdot e^x}{x+1}$. **C.** $y' = \frac{x + e^x}{(x+1)^2}$. **D.** $y' = \frac{x - e^x}{(x+1)^2}$.
- Câu 16.** Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox cách đều hai điểm $A(1; 2; -1)$ và điểm $B(2; 1; 2)$.
A. $M\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$. **B.** $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. **C.** $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$. **D.** $M\left(\frac{2}{3}; 0; 0\right)$.
- Câu 17.** Một hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy. Hình nón có đỉnh là tâm đáy trên của hình trụ và đáy là hình trong đáy dưới của hình trụ. Gọi V_1 là thể tích của hình trụ, V_2 là thể tích của hình nón. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.
A. 2. **B.** 3. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 18.** Cho $0 < a < 1 < b$. Chọn khẳng định sai
A. $\log_b x > a \Leftrightarrow x > b^a$. **B.** $\log_a x < b \Leftrightarrow x > a^b$.
C. $\log_a x < \log_a b \Leftrightarrow x > b$. **D.** $\log_a x > b \Leftrightarrow x > a^b$.
- Câu 19.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-1; 2; 0)$, $B(3; 1; 2)$, $C(-2; 0; 1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:
A. $G(0; -1; 1)$. **B.** $G(1; 0; -1)$. **C.** $G(0; 1; -1)$. **D.** $G(0; 1; 1)$.
- Câu 20.** Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng a^3 , đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Khoảng cách giữa AB và $B'C'$ là:
A. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** a . **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 21.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích là a^3 . Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA , SB , SC , SD . Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là:
A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{16}$. **C.** $\frac{a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^2}{4}$.

Câu 22. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = \sin(3x - 5\pi)$

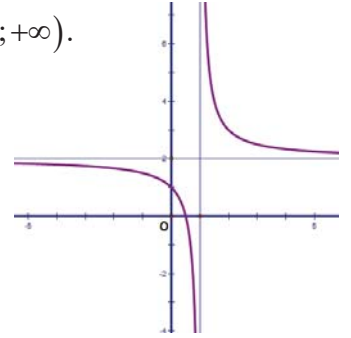
- A. $\int \sin(3x - 5\pi) dx = -\frac{\cos(3x - 5\pi)}{3} + C.$ B. $\int \sin(3x - 5\pi) dx = 3\cos(3x - 5\pi) + C.$
C. $\int \sin(3x - 5\pi) dx = -3\cos(3x - 5\pi) + C.$ D. $\int \sin(3x - 5\pi) dx = \frac{\cos(3x - 5\pi)}{3} + C.$

Câu 23. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (9x - x^2)^{-\frac{1}{3}}$

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 9\}.$ B. $D = (-\infty; 0) \cup (9; +\infty).$
C. $D = (0; 9).$ D. $D = \mathbb{R}.$

Câu 24. Hình vẽ sau là đồ thị hàm số nào?

- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}.$ B. $y = \frac{x^2+3x}{x-2}.$
C. $y = \frac{x-2}{x+1}.$ D. $y = \frac{1}{2x-2}.$



Câu 25. Một khối trụ có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng 3. Tính thể tích của khối trụ.

- A. $12\pi.$ B. $6\pi.$ C. $4\pi.$ D. $18\pi.$

Câu 26. Đạo hàm của hàm số $y = \ln \frac{x+1}{x-2}$ là

- A. $\frac{x-2}{(x+1)\ln\left(\frac{x+1}{x-2}\right)}.$ B. $\frac{x-2}{x+1}.$ C. $\frac{-3}{x^2-x-2}.$ D. $\frac{x+1}{(x-2)^2}.$

Câu 27. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^3 - x^2)^{-5}$?

- A. $D = \mathbb{R}.$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}.$
C. $D = (0; 1).$ D. $D = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty).$

Câu 28. Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{\frac{x}{2}}$ trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình (D) quay quanh trục Ox .

- A. $V = \pi^2 \int_0^1 e^x dx.$ B. $V = \pi \int_0^1 e^x dx.$ C. $V = \pi \left(\int_0^1 e^{2x} dx \right)^2.$ D. $V = \pi \int_0^1 e^{2x} dx.$

Câu 29. Cho hàm số $y = \frac{1}{3^x}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

- A. Toàn bộ đồ thị hàm số đã cho nằm phía trên trục hoành.
B. $y' = \frac{1}{3^x} \cdot \ln \frac{1}{3}.$
C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty).$
D. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang là trục Ox .

Câu 30. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 - 2x$ trên đoạn $[-1; 2]$ và trục hoành.

- A. $\frac{37}{12}.$ B. $\frac{28}{3}.$ C. $\frac{8}{3}.$ D. $\frac{9}{4}.$

- Câu 31.** Người ta đặt được một tam giác đều ABC cạnh là $2a$ vào một hình nón sao cho A trùng với đỉnh của hình nón, còn BC đi qua tâm của mặt đáy hình nón. Tính thể tích hình nón.
- A. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{6}$. B. $\frac{\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{2\pi\sqrt{3}a^3}{3}$.
- Câu 32.** Mặt phẳng chứa hai điểm $A(2;0;1)$ và $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình:
- A. $2y - z + 1 = 0$. B. $x + 2y - 3 = 0$.
C. $y - 2z + 2 = 0$. D. $x + y - z = 0$.
- Câu 33.** Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3+x}$ là:
- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.
- Câu 34.** Cho $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}, \log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $a > 1, 0 < b < 1$. B. $a > 1, b > 1$.
C. $0 < a < 1, 0 < b < 1$. D. $0 < a < 1, b > 1$.
- Câu 35.** Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên $AA' = 3a$ và đường chéo $AC' = 5a$. Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.
- A. $V = a^3$. B. $V = 24a^3$. C. $V = 8a^3$. D. $V = 4a^3$.
- Câu 36.** Tọa độ điểm cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là
- A. $(2; 4)$. B. $(2; 0)$. C. $(0; -4)$. D. $(0; 4)$.
- Câu 37.** Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương này.
- A. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{2}$. B. $\pi\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$.
- Câu 38.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2; 4]$.
- A. $\max_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$. B. $\max_{[2;4]} y = 6$. C. $\max_{[2;4]} y = \frac{11}{3}$. D. $\max_{[2;4]} y = 7$.
- Câu 39.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 3 = 0$. Xét mặt phẳng $(Q): 2x - 6y + mz - m = 0$, m là tham số thực. Tìm m để (P) song song với (Q) .
- A. $m = 2$. B. $m = 4$. C. $m = -6$. D. $m = -10$.
- Câu 40.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3 = 0$, mặt phẳng $(Q): 2x + y - z + 1 = 0$ và điểm $A(0; 2; 0)$. Mặt phẳng chứa A và vuông góc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ là
- A. $2x + y + 5z - 2 = 0$. B. $x + 3y + 5z + 2 = 0$.
C. $x + 3y + 5z - 2 = 0$. D. $2x + y + 5z + 2 = 0$.
- Câu 41.** Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích 1000 cm^3 . Bán kính của nắp đậy để nhà sản xuất tiết kiệm nguyên vật liệu nhất bằng
- A. $\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}} \text{ cm}$. B. $10\sqrt[3]{\frac{5}{\pi}} \text{ cm}$. C. $\frac{500}{\pi} \text{ cm}$. D. $10\sqrt{\frac{5}{\pi}} \text{ cm}$.

Câu 42. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

B. $y = x^3 + 4x^2 + 3x - 1$.

C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

D. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$.

Câu 43. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln \sqrt{2x+1}$

A. $\frac{1}{2}x \cdot \ln(2x+1) + \frac{1}{4} \ln(2x+1) + C$.

B. $\frac{1}{2}x \cdot \ln(2x+1) + C$.

C. $\frac{1}{2}x \cdot \ln(2x+1) - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \ln(2x+1) + C$.

D. $\frac{1}{2}x \cdot \ln(2x+1) - x + \frac{1}{2} \ln(2x+1) + C$.

Câu 44. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x$ là

A. $y = 9x + 18; y = 9x - 14$.

B. $y = -\frac{1}{9}x + 18; y = -\frac{1}{9}x + 5$.

C. $y = 9x + 18; y = 9x + 5$.

D. $y = \frac{1}{9}x + 18; y = \frac{1}{9}x - 14$.

Câu 45. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$?

A. $y = \frac{1}{x}$.

B. $y = x^3 - 3x + 1$.

C. $y = \frac{1}{x^2}$.

D. $y = -\frac{1}{x}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; -1)$ là

A. $(P): 2x + y - 2z + 2 = 0$.

B. $(P): 2x + y - 2z - 2 = 0$.

C. $(P): 2x + y - 2z + 3 = 0$.

D. $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 3 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(2; -2; 4), R = 5$. **B.** $I(-2; 2; 4), R = 3$. **C.** $I(-1; 1; 2), R = 5$. **D.** $I(1; -1; 2), R = 3$.

Câu 48. Tập xác định D của hàm số $y = \log \frac{x-3}{x+1}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

B. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

C. $D = [3; +\infty)$.

D. $D = (-1; 3)$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ điểm các điểm trên trục Oy cách đều hai mặt phẳng có phương trình $x + 2y - 2z + 1 = 0$ và $2x + y + 2z - 1 = 0$ là

A. $M(0; 1; 0)$.

B. $M(0; -1; 0)$.

C. $M\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$.

D. $M(0; 0; 0)$ và $N(0; -2; 0)$.

Câu 50. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{4}\right)^x + 8 \leq 6 \cdot 2^{-x}$ là

A. $(-\infty; -2] \cup [-1; +\infty)$.

B. $[-2; -1]$.

C. $(-1; 0]$.

D. $[-2; -1] \cup [0; +\infty)$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	C	C	B	C	C	D	C	A	D	A	A	D	A	C	B	D	D	D	C	A	C	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	B	C	A	C	C	B	D	B	D	A	D	B	A	A	D	C	A	B	B	D	B	D	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Viết công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$; $y = g(x)$, trục Oy và đường thẳng $x = a$ ($a > 0$).

A. $S = \int_a^0 |f(x) - g(x)| dx.$

B. $S = \int_0^a |f(x) - g(x)| dx.$

C. $S = \int_a^0 |f(x) + g(x)| dx.$

D. $S = \int_0^a |f(x) + g(x)| dx.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Lý thuyết (lưu ý $a > 0$).

Câu 2. Cho $a < b < c$ và $\int_a^b f(x) dx = 5$, $\int_c^b f(x) dx = 3$. Tính $\int_a^c f(x) dx$.

A. $\int_a^c f(x) dx = -2.$

B. $\int_a^c f(x) dx = 8.$

C. $\int_a^c f(x) dx = 0.$

D. $\int_a^c f(x) dx = 2.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_c^b f(x) dx = 5 - 3 = 2.$$

Câu 3. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cdot \cos x dx$

A. $I = 0.$

B. $I = 1.$

C. $I = \frac{1}{3}.$

D. $I = \frac{\pi^3}{24}.$

Hướng dẫn

Chọn C.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$.

Khi đó: $I = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}.$

Câu 4. Tìm m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4 - 5$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.

A. $m = -1.$

B. $m \neq 1.$

C. $m = 1.$

D. $m \neq -1.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4mx$

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ thì $f'(-1) = 0 \Rightarrow -4 + 4m = 0 \Leftrightarrow m = 1.$

Với $m = 1$, ta có $y = x^4 - 2x^2 - 2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = \pm 1$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-3	-2	-3		$+\infty$		

Lập bảng xét dấu y' , ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có 4 đỉnh đều nằm trên một mặt cầu, 3 cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = 3, SB = 3, SC = 5$. Diện tích mặt cầu đó là

- A. $\frac{\pi\sqrt{59}}{2}$. B. 43π . C. $43\pi^2$. D. $\frac{59\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

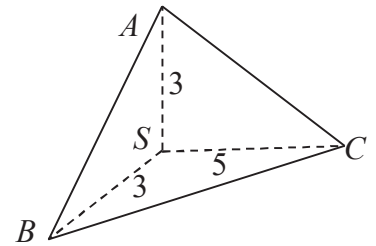
Chọn B.

Để thấy bốn đỉnh S, A, B, C là bốn đỉnh nằm trên hình hộp chữ nhật có kích thước $3 \times 3 \times 5$ nên

bán kính mặt cầu ngoại tiếp sẽ bằng $R = \frac{\sqrt{3^2 + 3^2 + 5^2}}{2} = \frac{\sqrt{43}}{2}$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{\sqrt{43}}{2} \right)^2 = 43\pi.$$



Câu 6. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông cân tại A , gọi I là trung điểm của BC , $BC = 2$. Tính diện tích xung quanh của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AI .

- A. 4π . B. $2\sqrt{2}\pi$. C. $\sqrt{2}\pi$. D. 2π .

Hướng dẫn giải

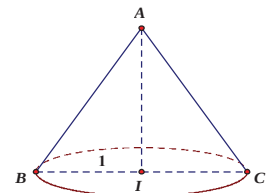
Chọn C

Tam giác ABC vuông cân tại A và $BC = 2$ nên $AB = AC = \sqrt{2}$ và $AI = 1$.

Quay tam giác quanh AI ta có hình nón với độ dài đường sinh là

$AB = \sqrt{2}$, bán kính $IB = 1$.

Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi \cdot IB \cdot AB = \pi \cdot 1 \cdot \sqrt{2} = \pi\sqrt{2}$.



Câu 7. Giả sử cứ sau một năm diện tích rừng của nước ta giảm x phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau 4 năm diện tích rừng của nước ta sẽ là bao nhiêu lần diện tích hiện nay?

- A. $1 - \frac{4x}{100}$. B. $1 - \frac{x^4}{100}$. C. $\left(1 - \frac{x}{100}\right)^4$. D. $1 - \left(\frac{x}{100}\right)^4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi S_0 là diện tích rừng hiện tại.

Sau n năm, diện tích rừng sẽ là $S = S_0 \left(1 - \frac{x}{100}\right)^n$.

Do đó, sau 4 năm diện tích rừng sẽ là $\left(1 - \frac{x}{100}\right)^4$ lần diện tích rừng hiện tại.

- Câu 8.** Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{(m+1)x - 5m}{2x - m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.
- A. $m = 2$. B. $m = \frac{5}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{m+1}{2}$$

Do đó hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$ khi chỉ khi $m+1 = 2 \Leftrightarrow m = 1$.
Thử thấy $m = 1$, hàm số không bị suy biến thành đường thẳng nên chọn D.

- Câu 9.** Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)e^x dx$
- A. $5e - 3$. B. $e - 1$. C. $e + 1$. D. $5e + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 2x+1 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = e^x \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx = 3e - 1 - 2e^x \Big|_0^1 = 3e - 1 - 2(e - 1) = e + 1.$$

- Câu 10.** Tìm tung độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2^{x+1}$ và đồ thị hàm số $y = 2^{3-x}$.
- A. $y = 4$. B. $y = 1$. C. $y = 2$. D. $y = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số

$$2^{x+1} = 2^{3-x} \Leftrightarrow x+1 = 3-x \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 4.$$

- Câu 11.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 4x}$ trên $(-3; 3)$ là .
- A. 4 . B. 0 . C. -2 . D. 2 .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Điều kiện: $-x^2 + 4x \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4$.

So sánh $x \in (-3; 3) \Rightarrow D = [0; 3)$.

$$y' = \frac{-x+2}{\sqrt{-x^2+4x}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 2 .$$

Bảng biến thiên :

x	0	2		3
y'		+	0	-
y	0	$\xrightarrow{\cdot} 2$		$\xrightarrow{\quad} \sqrt{3}$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $y = 2$ tại $x = 2$.

Sử dụng công thức đạo hàm : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

$$y' = \frac{(e^x)'(x+1) - (x+1)'(e^x)}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)e^x - e^x}{(x+1)^2} = \frac{xe^x}{(x+1)^2}.$$

Câu 16. Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox cách đều hai điểm $A(1;2;-1)$ và điểm $B(2;1;2)$.

- A. $M\left(\frac{1}{3};0;0\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2};0;0\right)$. C. $M\left(\frac{3}{2};0;0\right)$. D. $M\left(\frac{2}{3};0;0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi $M(x;0;0) \in Ox$.

$$\text{Ta có: } MA = MB \Leftrightarrow MA^2 = MB^2 \Leftrightarrow (1-x)^2 + 4 + 1 = (2-x)^2 + 1 + 4 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2};0;0\right).$$

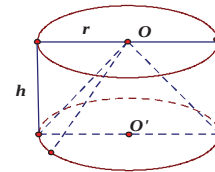
Câu 17. Một hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy. Hình nón có đỉnh là tâm đáy trên của hình trụ và đáy là hình trong đáy dưới của hình trụ. Gọi V_1 là thể tích của hình trụ, V_2 là thể tích của hình nón. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. 2. B. 3 C. $2\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{Bh}{\frac{1}{3}Bh} = 3.$$



Câu 18. Cho $0 < a < 1 < b$. Chọn khẳng định sai

- A. $\log_b x > a \Leftrightarrow x > b^a$. B. $\log_a x < b \Leftrightarrow x > a^b$.
C. $\log_a x < \log_a b \Leftrightarrow x > b$. D. $\log_a x > b \Leftrightarrow x > a^b$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Vì $0 < a < 1$ nên $\log_a x > b \Leftrightarrow 0 < x < a^b$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-1;2;0)$, $B(3;1;2)$, $C(-2;0;1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

- A. $G(0;-1;1)$. B. $G(1;0;-1)$ C. $G(0;1;-1)$. D. $G(0;1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_G = \frac{-1+3-2}{3} = 0 \\ y_G = \frac{2+1+0}{3} = 1 \\ z_G = \frac{0+2+1}{3} = 1 \end{cases} \Rightarrow G(0;1;1).$$

Câu 20. Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng a^3 , đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Khoảng cách giữa AB và $B'C'$ là:

- A. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$. B. $a\sqrt{3}$. C. a . D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

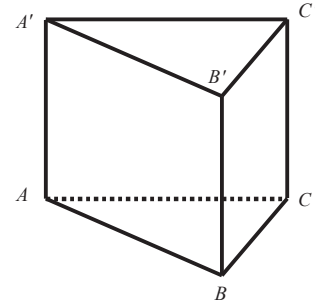
Chọn D.

Ta có: $B'C' \parallel BC \Rightarrow B'C' \parallel (ABC)$

$$\Rightarrow d(AB; B'C') = d(B'C'; (ABC)) = d(B'; (ABC)) = h.$$

$$\text{Ta có: } S_{ABC} = \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$$

$$\text{Nên } V = S_{ABC} \cdot h \Rightarrow h = \frac{V}{S_{ABC}} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$



Câu 21. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích là a^3 . Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là:

- A. $\frac{a^3}{6}$ B. $\frac{a^3}{16}$ C. $\frac{a^3}{8}$ D. $\frac{a^2}{4}$.

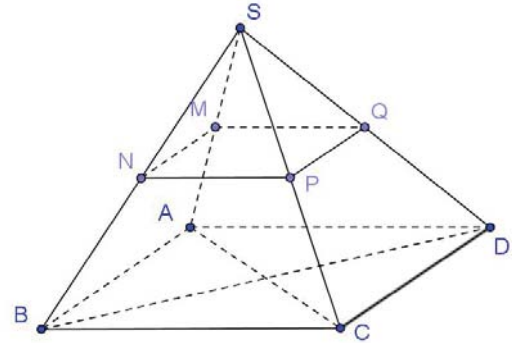
Chọn C

Ta có: Tứ giác $MNPQ$ đồng dạng với tứ giác

$ABCD$ với tỉ số $k = \frac{1}{2}$. Đường cao h' của hình

chóp $S.MNPQ$ bằng $\frac{1}{2}$ đường cao h hình chóp $S.ABCD$

$$\begin{aligned} \text{Từ đó: } V_{S.MNPQ} &= \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot h' = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot S_{ABCD} \cdot \frac{h}{2} \\ &= \frac{1}{8} V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{8}. \end{aligned}$$



✎ **Chú ý:** Có thể tách khối $S.MNPQ$ ra làm các khối nhỏ hơn và sử dụng công thức tỷ số thể tích.

Câu 22. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = \sin(3x - 5\pi)$

- A. $\int \sin(3x - 5\pi) dx = -\frac{\cos(3x - 5\pi)}{3} + C$. B. $\int \sin(3x - 5\pi) dx = 3\cos(3x - 5\pi) + C$.
C. $\int \sin(3x - 5\pi) dx = -3\cos(3x - 5\pi) + C$. D. $\int \sin(3x - 5\pi) dx = \frac{\cos(3x - 5\pi)}{3} + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số cơ bản có trong bảng nguyên hàm

Câu 23. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (9x - x^2)^{-\frac{1}{3}}$

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 9\}$. B. $D = (-\infty; 0) \cup (9; +\infty)$.
C. $D = (0; 9)$. D. $D = \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: hàm số: $y = (9x - x^2)^{\frac{1}{3}}$ xác định khi và chỉ khi $9x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 9$.

Câu 24. Hình vẽ sau là đồ thị hàm số nào?

A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x^2+3x}{x-2}$.

C. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

D. $y = \frac{1}{2x-2}$.

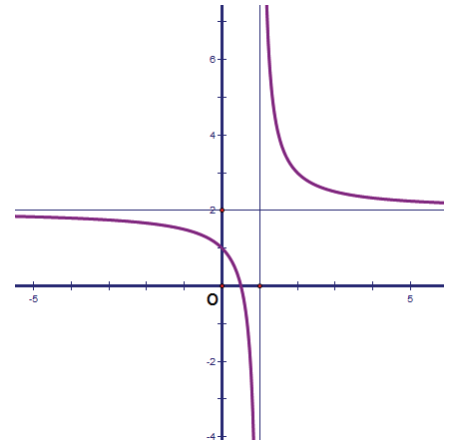
Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang

$y = 2$ và tiệm cận đứng $x = 1$ chỉ có hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$

thỏa điều kiện trên.



Câu 25. Một khối trụ có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng 3. Tính thể tích của khối trụ.

A. 12π .

B. 6π .

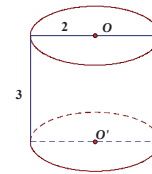
C. 4π .

D. 18π .

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $V = \pi.r^2.h = \pi.2^2.3 = 12\pi$.



Câu 26. Đạo hàm của hàm số $y = \ln \frac{x+1}{x-2}$ là

A. $\frac{x-2}{(x+1)\ln\left(\frac{x+1}{x-2}\right)}$.

B. $\frac{x-2}{x+1}$.

C. $\frac{-3}{x^2-x-2}$.

D. $\frac{x+1}{(x-2)^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện: $\frac{x+1}{x-2} > 0 \Leftrightarrow x < -1; x > 2$.

$$\text{Với } x < -1; x > 2, \text{ ta có: } y' = \left(\ln \frac{x+1}{x-2} \right)' = \frac{\left(\frac{x+1}{x-2} \right)'}{\frac{x+1}{x-2}} = \frac{-\frac{3}{(x-2)^2}}{\frac{x+1}{x-2}} = -\frac{3}{(x-2)(x+1)} = \frac{-3}{x^2-x-2}.$$

Câu 27. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^3 - x^2)^{-5}$?

A. $D = \mathbb{R}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$.

C. $D = (0; 1)$.

D. $D = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Hàm số xác định khi: $x^3 - x^2 \neq 0 \Leftrightarrow x^2(x-1) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Câu 28. Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{\frac{x}{2}}$ trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình (D) quay quanh trục Ox .

A. $V = \pi^2 \int_0^1 e^x dx$. **B.** $V = \pi \int_0^1 e^x dx$. **C.** $V = \pi \left(\int_0^1 e^{2x} dx \right)^2$. **D.** $V = \pi \int_0^1 e^{2x} dx$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Thể tích của khối tròn xoay: $V = \pi \int_0^1 f^2(x) dx = \pi \int_0^1 \left(e^{\frac{x}{2}} \right)^2 dx = \pi \int_0^1 e^x dx$.

Câu 29. Cho hàm số $y = \frac{1}{3^x}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định **sai**?

A. Toàn bộ đồ thị hàm số đã cho nằm phía trên trục hoành.

B. $y' = \frac{1}{3^x} \cdot \ln \frac{1}{3}$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang là trục Ox .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

A. $y = \frac{1}{3^x} > 0 \Rightarrow$ Toàn bộ đồ thị hàm số đã cho nằm phía trên trục hoành. **ĐÚNG.**

B. $y' = \left(\frac{1}{3^x} \right)' = \left(\left(\frac{1}{3} \right)^x \right)' = \left(\frac{1}{3} \right)^x \cdot \ln \frac{1}{3} = \frac{1}{3^x} \cdot \ln \frac{1}{3}$. **ĐÚNG.**

C. Hàm số $y = \frac{1}{3^x}$ có $y' = \left(\frac{1}{3^x} \right)' = \left(\left(\frac{1}{3} \right)^x \right)' = \left(\frac{1}{3} \right)^x \cdot \ln \frac{1}{3} < 0$ nên hàm số nghịch biến. **SAI.**

Hoặc hàm số $y = \frac{1}{3^x} = \left(\frac{1}{3} \right)^x$ có $\frac{1}{3} < 1$ nên hàm số $y = \frac{1}{3^x}$ nghịch biến.

D. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{3^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3} \right)^x = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị. **ĐÚNG.**

Câu 30. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 - 2x$ trên đoạn $[-1; 2]$ và trục hoành.

A. $\frac{37}{12}$.

B. $\frac{28}{3}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{9}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 - 2x$ và trục hoành:

$$x^3 - x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

BBT:

x	-1	0	2
y = 0	0	+	0
	0	-	0

Diện tích của hình phẳng: $S = \int_{-1}^2 |x^3 - x^2 - 2x| dx = \int_{-1}^0 |x^3 - x^2 - 2x| dx + \int_0^2 |x^3 - x^2 - 2x| dx$

$$= \int_{-1}^0 (x^3 - x^2 - 2x) dx - \int_0^2 (x^3 - x^2 - 2x) dx = \frac{37}{12}.$$

Câu 31. Người ta đặt được một tam giác đều ABC cạnh là $2a$ vào một hình nón sao cho A trùng với đỉnh của hình nón, còn BC đi qua tâm của mặt đáy hình nón. Tính thể tích hình nón.

- A. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{6}$. B. $\frac{\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{2\pi\sqrt{3}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

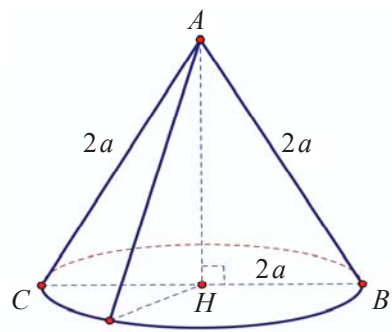
Chọn C.

Gọi H là trung điểm của BC .

Chiều cao hình nón $h = AH = a\sqrt{3}$.

Bán hình nón $R = BH = a$.

Vậy thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.



Câu 32. Mặt phẳng chứa hai điểm $A(2;0;1)$ và $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình:

- A. $2y - z + 1 = 0$. B. $x + 2y - 3 = 0$.
C. $y - 2z + 2 = 0$. D. $x + y - z = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi (P) là mặt phẳng cần lập. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 2; 1)$, $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Suy ra VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (0; 1; -2)$.

Mặt phẳng (P) qua $A(2;0;1)$ và nhận $\vec{n} = (0; 1; -2)$ làm VTPT có phương trình: $y - 2z + 2 = 0$.

Câu 33. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3+x}$ là:

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{3+x} = 0$. Suy ra đồ thị hàm số nhận $y = 0$ làm tiệm cận ngang.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{1}{3+x} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{1}{3+x} = -\infty$. Suy ra đồ thị hàm số nhận $x = -3$ làm tiệm cận đứng.

Câu 34. Cho $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$, $\log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a > 1, 0 < b < 1$. B. $a > 1, b > 1$.

C. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

D. $0 < a < 1, b > 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$ và $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$ nên $0 < a < 1$.

Ta có $\log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$ và $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$ nên $b > 1$.

Câu 35. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên $AA' = 3a$ và đường chéo $AC' = 5a$. Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = a^3$.

B. $V = 24a^3$.

C. $V = 8a^3$.

D. $V = 4a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

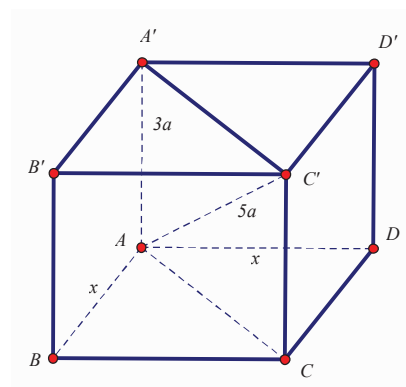
Đặt $AB = x, (x > 0)$

Ta có $ABCD$ là hình vuông nên $AC = x\sqrt{2}$

Lại có $ACC'A'$ là hình chữ nhật nên

$$AC'^2 = AC^2 + AA'^2 \Leftrightarrow 25a^2 = (x\sqrt{2})^2 + (3a)^2 \Rightarrow x = 2a\sqrt{2}$$

Vậy $V = AB.AD.AA' = 24a^3$.



Câu 36. Tọa độ điểm cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là

A. $(2; 4)$.

B. $(2; 0)$.

C. $(0; -4)$.

D. $(0; 4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tập xác định $nh \mathbb{D} = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}; y'' = 6x - 6;$$

$$y''(0) = -6 < 0 \Rightarrow x_{CD} = 0, y_{CD} = 4; y''(2) = 6 > 0 \Rightarrow x_{CT} = 2; y_{CT} = 0$$

Vậy điểm cực đại là $(0; 4)$.

Có thể lập bảng biến thiên để kết luận.

Câu 37. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương này.

A. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{2}$.

B. $\pi\sqrt{3}a^3$.

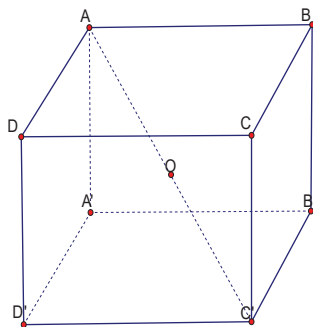
C. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi O là tâm của hình lập phương. Ta có O cách đều 8 đỉnh của hình lập phương, nên O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương.



$$\text{Bán kính mặt cầu } R = OA = \frac{AC'}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{AA'^2 + A'C'^2} = \frac{1}{2} \sqrt{AA'^2 + A'B'^2 + B'C'^2} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

$$\text{Thể tích khối cầu } V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{\pi \sqrt{3} a^3}{2}.$$

Câu 38. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

A. $\max_{[2;4]} y = \frac{19}{3}.$

B. $\max_{[2;4]} y = 6.$

C. $\max_{[2;4]} y = \frac{11}{3}.$

D. $\max_{[2;4]} y = 7.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tập xác định $\text{nhĐ} = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$

$$y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [2; 4] \\ x = 3 \in [2; 4] \end{cases}$$

$$y(2) = 7; y(3) = 6; y(4) = \frac{19}{3}.$$

$$\text{Vậy } \max_{[2;4]} y = 7.$$

Câu 39. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 3 = 0$. Xét mặt phẳng $(Q): 2x - 6y + mz - m = 0$, m là tham số thực. Tìm m để (P) song song với (Q) .

A. $m = 2.$

B. $m = 4.$

C. $m = -6.$

D. $m = -10$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

VTPT của (P) và (Q) lần lượt là: $\vec{n}_{(P)} = (1; -3; 2), \vec{n}_{(Q)} = (2; 6; m).$

$$\text{Để } (P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_{(P)} = k\vec{n}_{(Q)} \\ 3 \neq km \end{cases} \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 40. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3 = 0$, mặt phẳng $(Q): 2x + y - z + 1 = 0$ và điểm $A(0; 2; 0)$. Mặt phẳng chứa A và vuông góc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ là

A. $2x + y + 5z - 2 = 0.$

B. $x + 3y + 5z + 2 = 0.$

C. $x + 3y + 5z - 2 = 0.$

D. $2x + y + 5z + 2 = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

VTPT của (P) và (Q) lần lượt là : $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 0), \vec{n}_{(Q)} = (2; 1; -1)$

Dễ thấy (P) và (Q) cắt nhau. Gọi mặt phẳng cần tìm là (R) .

$$\begin{cases} (R) \perp (P) \\ (R) \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n}_{(R)} \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{n}_{(R)} \perp \vec{n}_{(Q)} \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{(R)} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (2; 1; 5).$$

Vậy $(R): 2x + y + 5z - 2 = 0$.

Câu 41. Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích 1000 cm^3 . Bán kính của nắp đậy để nhà sản xuất tiết kiệm nguyên vật liệu nhất bằng

A. $\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}} \text{ cm}.$

B. $10 \cdot \sqrt[3]{\frac{5}{\pi}} \text{ cm}.$

C. $\frac{500}{\pi} \text{ cm}.$

D. $10 \cdot \sqrt{\frac{5}{\pi}} \text{ cm}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

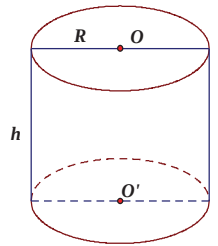
Gọi h (cm) là chiều cao hình trụ và R (cm) là bán kính nắp đậy.

Ta có: $V = \pi R^2 h = 1000$. Suy ra $h = \frac{1000}{\pi R^2}$.

Để nhà sản xuất tiết kiệm nguyên vật liệu nhất thì diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ nhỏ nhất.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } S_{tp} &= 2\pi R^2 + 2\pi R h = 2\pi R^2 + 2\pi R \cdot \frac{1000}{\pi R^2} \\ &= 2\pi R^2 + \frac{1000}{R} + \frac{1000}{R} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{2\pi R^2 \cdot \frac{1000}{R} \cdot \frac{1000}{R}} = 3 \sqrt[3]{2\pi \cdot 1000^2} \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $2\pi R^2 = \frac{1000}{R} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}.$



Câu 42. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x-1}{x+2}.$

B. $y = x^3 + 4x^2 + 3x - 1.$

C. $y = x^4 - 2x^2 - 1.$

D. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$ có $y' = x^2 - x + 3 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$

Câu 43. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln \sqrt{2x+1}$

A. $\frac{1}{2}x \cdot \ln(2x+1) + \frac{1}{4} \ln(2x+1) + C.$

B. $\frac{1}{2}x \cdot \ln(2x+1) + C.$

C. $\frac{1}{2}x \cdot \ln(2x+1) - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \ln(2x+1) + C.$

D. $\frac{1}{2}x \cdot \ln(2x+1) - x + \frac{1}{2} \ln(2x+1) + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $F(x) = \int \ln \sqrt{2x+1} dx = \frac{1}{2} \int \ln(2x+1) dx.$

$$\text{Chọn } \begin{cases} u = \ln(2x+1) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2}{2x+1} dx \\ v = \frac{1}{2}(2x+1) \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } F(x) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (2x+1) \ln(2x+1) - \int dx \right] = \frac{1}{4} (2x+1) \ln(2x+1) - \frac{1}{2} x + C$$

$$\text{Do đó: } F(x) = \frac{1}{2} x \cdot \ln(2x+1) - \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \ln(2x+1) + C.$$

Câu 44. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x$ là

- A. $y = 9x + 18; y = 9x - 14.$ B. $y = -\frac{1}{9}x + 18; y = -\frac{1}{9}x + 5.$
C. $y = 9x + 18; y = 9x + 5.$ D. $y = \frac{1}{9}x + 18; y = \frac{1}{9}x - 14.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$.

Do tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x$ nên $y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 3 = 9 \Leftrightarrow x_0 = \pm 2$.

Với $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 4$. Phương trình tiếp tuyến là: $y = 9(x - 2) + 4 = 9x - 14$.

Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 0$. Phương trình tiếp tuyến là: $y = 9(x + 2) = 9x + 18$.

Câu 45. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$?

- A. $y = \frac{1}{x}.$ B. $y = x^3 - 3x + 1.$ C. $y = \frac{1}{x^2}.$ D. $y = -\frac{1}{x}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Cách 1: Tự luận

Xét $y = x^3 - 3x + 1$ có $y' = 3x^2 - 3 \leq 0, \forall x \in (-1; 1)$ nên nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Cách 2: Trắc nghiệm

Các câu A, C, D không xác định trên $(-1; 1)$ nên loại.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; -1)$ là

- A. $(P): 2x + y - 2z + 2 = 0.$ B. $(P): 2x + y - 2z - 2 = 0.$
C. $(P): 2x + y - 2z + 3 = 0.$ D. $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình mặt phẳng đi qua A, B, C là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1 \Leftrightarrow 2x + y - 2z - 2 = 0$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 3 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

- A.** $I(2; -2; 4), R = 5$. **B.** $I(-2; 2; 4), R = 3$. **C.** $I(-1; 1; 2), R = 5$. **D.** $I(1; -1; 2), R = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình mặt cầu có dạng $x^2 + y^2 + z^2 + 2Ax + 2By + 2Cz + D = 0$ có tâm $I(-A; -B; -C)$ và bán kính $R = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2 - D}$

- Câu 48.** Tập xác định D của hàm số $y = \log \frac{x-3}{x+1}$ là

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. **B.** $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.
C. $D = [3; +\infty)$. **D.** $D = (-1; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\frac{x-3}{x+1} > 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 3$.

- Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ điểm các điểm trên trục Oy cách đều hai mặt phẳng có phương trình $x + 2y - 2z + 1 = 0$ và $2x + y + 2z - 1 = 0$ là

- A.** $M(0; 1; 0)$. **B.** $M(0; -1; 0)$.
C. $M\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$. **D.** $M(0; 0; 0)$ và $N(0; -2; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1: Tính khoảng cách từ các điểm đến 2 mặt phẳng, nếu bằng nhau chọn.

Cách 2: Gọi $M(0; y; 0) \in Oy$.

Theo đề, $d(M; mp(1)) = d(M; mp(2)) \Leftrightarrow |2y + 1| = |y - 1| \Leftrightarrow y = -2$ hoặc $y = 0$.

- Câu 50.** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{4}\right)^x + 8 \leq 6 \cdot 2^{-x}$ là

- A.** $(-\infty; -2] \cup [-1; +\infty)$. **B.** $[-2; -1]$.
C. $(-1; 0]$. **D.** $[-2; -1] \cup [0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Bất phương trình tương đương $2^{-2x} - 6 \cdot 2^{-x} + 8 \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq 2^{-x} \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq -1$.