

TRẮC NGHIỆM 12 TUYỂN CHỌN 2020 - 2021

HUỲNH ĐỨC KHÁNH (chủ biên)

Đăng ký mua trọn bộ trắc nghiệm 12 **FILE WORD**

Liên hệ tác giả HUỲNH ĐỨC KHÁNH - 0975 120 189

<https://www.facebook.com/duckhanh0205>

Khi mua có sẵn file word đề riêng;

file word đáp án riêng thuận tiện cho việc dạy

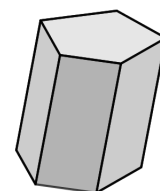
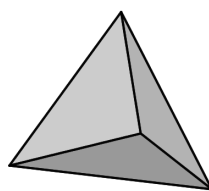
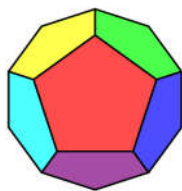
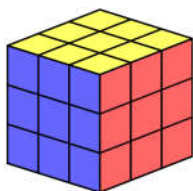
Ngoài ra còn có

TRẮC NGHIỆM 11 - TUYỂN CHỌN 2020 - 2021 (bản mới nhất)

TRẮC NGHIỆM 10 - TUYỂN CHỌN 2020 - 2021 (bản mới nhất)

CHỦ ĐỀ
5.

KHỐI ĐA DIỆN



Bài 1

KHÁI NIỆM VỀ KHỐI ĐA DIỆN

I - KHỐI LĂNG TRỤ VÀ KHỐI CHÓP

Khối lăng trụ là phần không gian được giới hạn bởi một hình lăng trụ kể cả hình lăng trụ.

Khối chóp là phần không gian được giới hạn bởi một hình chóp kể cả hình chóp.

Khối chóp cụt là phần không gian được giới hạn bởi một hình chóp cụt kể cả hình chóp cụt.

II - KHÁI NIỆM VỀ HÌNH ĐA DIỆN VÀ KHỐI ĐA DIỆN

1. Khái niệm về hình đa diện

Hình đa diện là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:

- Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.
- Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

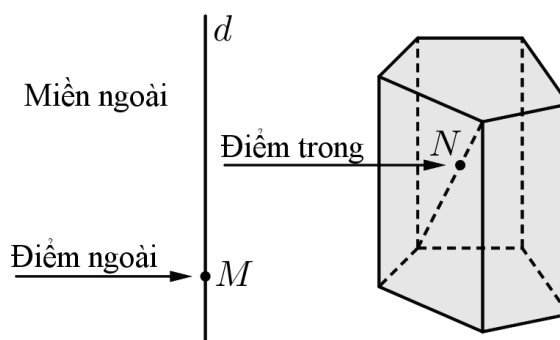
Mỗi đa giác như trên được gọi là một mặt của hình đa diện.

Các đỉnh, các cạnh của đa giác theo thứ tự gọi là các đỉnh, các cạnh của hình đa diện.

2. Khái niệm về khối đa diện

Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.

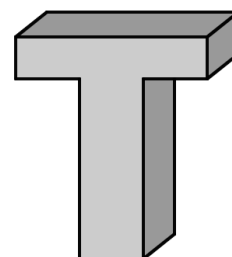
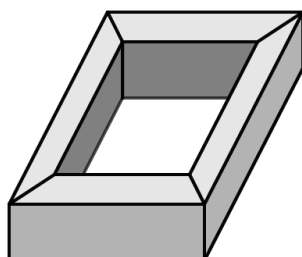
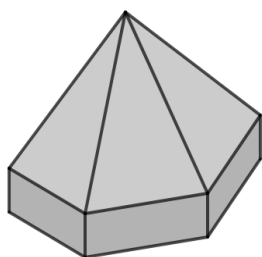
Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là điểm ngoài của khối đa diện. Tập hợp các điểm ngoài được gọi là miền ngoài của khối đa diện. Những điểm thuộc khối đa diện nhưng không thuộc hình đa diện ứng với đa diện ấy được gọi là điểm trong của khối đa diện. Tập hợp các điểm trong được gọi là miền trong của khối đa diện.



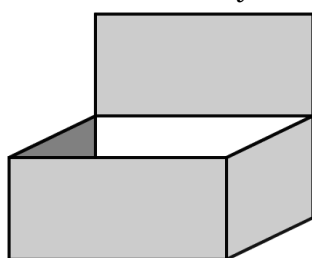
Mỗi khối đa diện được xác định bởi một hình đa diện ứng với nó. Ta cũng gọi đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài... của một khối đa diện theo thứ tự là đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài... của hình đa diện tương ứng.

Ví dụ

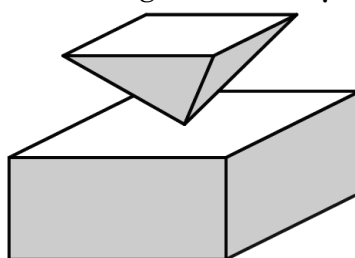
- Các hình dưới đây là những khối đa diện:



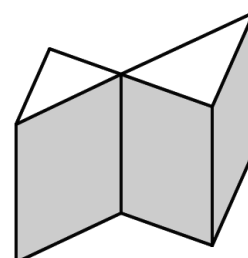
- Các hình dưới đây không phải là những khối đa diện:



Hình a



Hình b



Hình c

Giải thích: Hình a không phải là hình đa diện vì tồn tại cạnh không phải là cạnh chung của hai mặt; Hình b không phải là hình đa diện vì có một điểm đặc biệt trong

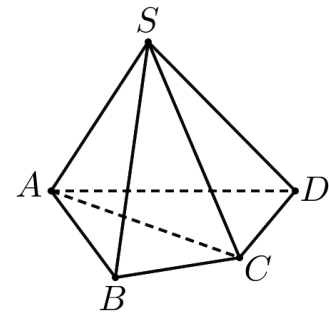
hình, điểm đó không phải là đỉnh chung của hai đa giác; Hình c không phải là hình đa diện vì tồn tại một cạnh là cạnh chung của bốn đa giác.

III - PHÂN CHIA VÀ LẮP GHÉP CÁC KHỐI ĐA DIỆN

Nếu khối đa diện $(\mathcal{H})$ là hợp của hai khối đa diện $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$ sao cho $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$ không có chung điểm trong nào thì ta nói có thể phân chia được khối đa diện $(\mathcal{H})$ thành hai khối đa diện $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$. Khi đó ta cũng nói có thể ghép hai khối đa diện $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$ để được khối đa diện $(\mathcal{H})$.

Ví dụ 1. Với khối chóp tứ giác $S.ABCD$, xét hai khối chóp tam giác $S.ABC$ và $S.ACD$. Ta thấy rằng:

- Hai khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ không có điểm trong chung (tức là không tồn tại điểm trong của khối chóp này là điểm trong của khối chóp kia và ngược lại).
- Hợp của hai khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ chính là khối chóp $S.ABCD$.

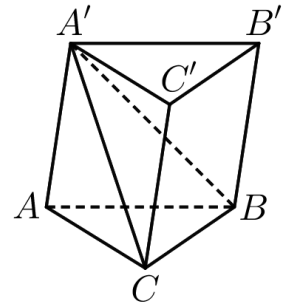


Vậy khối chóp $S.ABCD$ được phân chia thành hai khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ hay hai khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ được ghép lại thành khối chóp $S.ABCD$.

Ví dụ 2. Cắt khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bởi mặt phẳng $(A'BC)$.

Khi đó, khối lăng trụ được phân chia thành hai khối đa diện $A'ABC$ và $A'BCC'B'$.

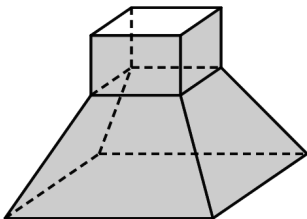
Nếu ta cắt khối chóp $A'BCC'B'$ bởi mặt phẳng $(A'B'C)$ thì ta chia khối chóp $A'BCC'B'$ thành hai khối chóp $A'BCB'$ và $A'CC'B'$.



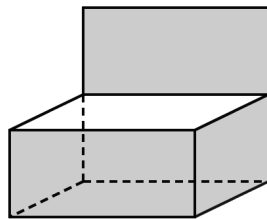
Vậy khối lăng trụ đã cho được chia thành ba khối tứ diện $A'ABC$, $A'BCB'$ và $A'CC'B'$.

Dạng 1. NHẬN BIẾT HÌNH ĐA DIỆN

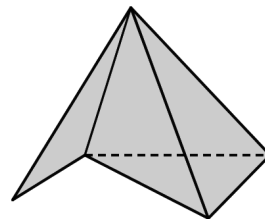
Câu 1. Cho các hình sau:



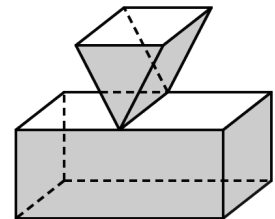
Hình 1



Hình 2



Hình 3



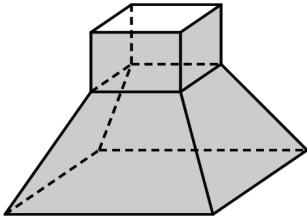
Hình 4

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình đa diện là

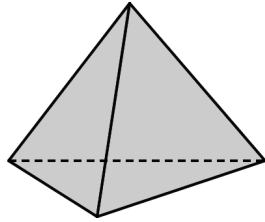
- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Lời giải. Chọn A.

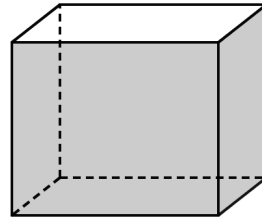
Câu 2. Cho các hình sau:



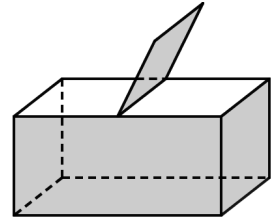
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình không phải đa diện là

A. Hình 1.

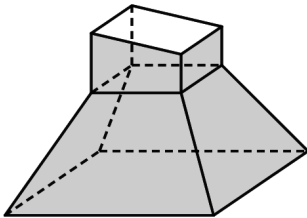
B. Hình 2.

C. Hình 3.

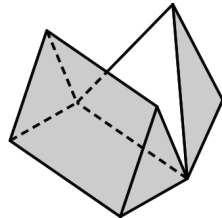
D. Hình 4.

Lời giải. Chọn D.

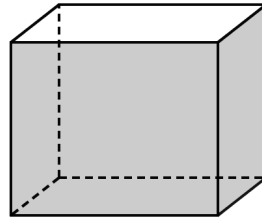
Câu 3. Cho các hình sau:



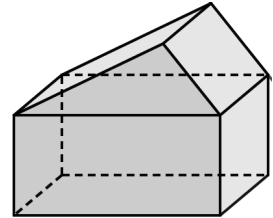
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số hình đa diện là

A. 1.

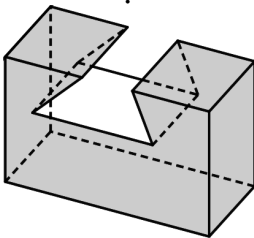
B. 2.

C. 3.

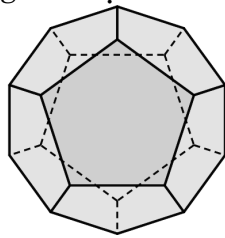
D. 4.

Lời giải. Các hình đa diện là: Hình 1; Hình 3; Hình 4. Chọn C.

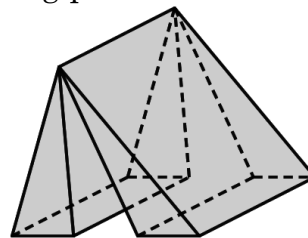
Câu 4. Vật thể nào trong các vật thể sau không phải là khối đa diện?



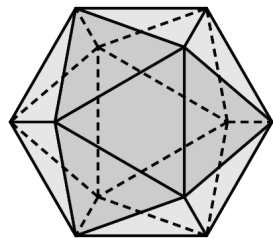
A.



B.



C.



D.

Lời giải. Chọn C. Vì hình C vi phạm tính chất "Mỗi cạnh của miền đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai miền đa giác".

Dạng 2. SỐ MẶT CỦA HÌNH ĐA DIỆN

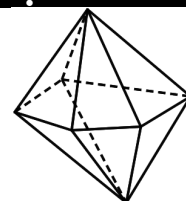
Câu 5. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

A. 8.

B. 10.

C. 11.

D. 12.



Lời giải. Chọn B.

Câu 6. [ĐỀ THAM KHẢO 2016-2017] Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

- A. 6. B. 10.
C. 11. D. 12.

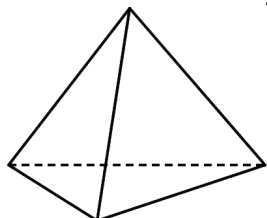
Lời giải. Chọn C.

Câu 7. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

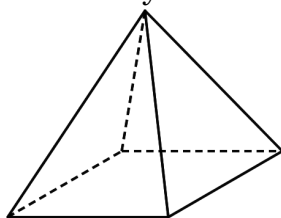
- A. 11. B. 12.
C. 13. D. 14.

Lời giải. Chọn B.

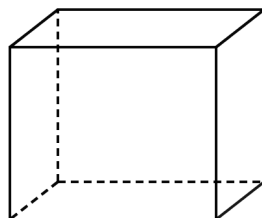
Câu 8. Khối đa diện nào sau đây có số mặt nhỏ nhất?



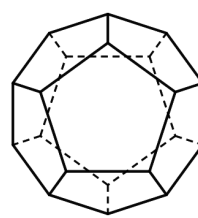
A. Khối tứ diện đều.



B. Khối chóp tứ giác.



C. Khối lập phương.



D. Khối 12 mặt đều.

Lời giải. Chọn A.

Câu 9. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Cho hình bát diện đều cạnh a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S = \sqrt{3}a^2$. B. $S = 2\sqrt{3}a^2$. C. $S = 4\sqrt{3}a^2$. D. $S = 8a^2$.

Lời giải. Hình bát diện đều là hình có tám mặt bằng nhau và mỗi mặt là một tam giác đều. Vậy diện tích cần tính $S = 8 \times \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3}a^2$. Chọn B.

Dạng 3. SỐ CẠNH CỦA HÌNH ĐA DIỆN

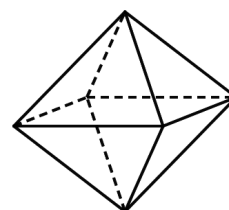
Câu 10. Tính tổng độ dài ℓ của tất cả các cạnh của một tứ diện đều cạnh a .

- A. $\ell = 4$. B. $\ell = 4a$. C. $\ell = 6$. D. $\ell = 6a$.

Lời giải. Tứ diện đều có tất cả 6 cạnh nên có tổng độ dài các cạnh là $6a$. Chọn D.

Câu 11. Số cạnh của hình bát diện đều là

- A. 12. B. 16.
C. 20. D. 22.

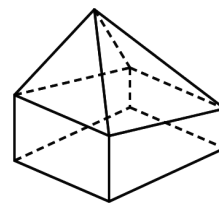


Lời giải. Chọn A.

Câu 12. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu cạnh?

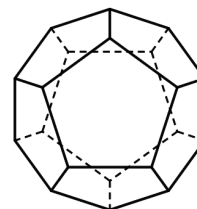
- A. 8. B. 9.
C. 12. D. 16.

Lời giải. Chọn D.



Câu 13. Tính tổng độ dài ℓ của tất cả các cạnh của khối mười hai mặt đều cạnh bằng 2.

- A. $\ell = 8$. B. $\ell = 24$.
C. $\ell = 30$. D. $\ell = 60$.



Lời giải. Khối mười hai mặt đều có 30 cạnh nên có tổng độ dài tất cả các cạnh bằng $\ell = 30.2 = 60$. **Chọn D.**

Câu 14. Một hình chóp có 2018 cạnh. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu mặt?

- A. 1010. B. 1014. C. 2017. D. 2019.

Lời giải. Hình chóp có 2018 cạnh trong đó có: 1009 cạnh bên và 1009 cạnh đáy. Do đó hình chóp có 1009 mặt bên và 1 mặt đáy. **Chọn A.**

Câu 15. Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây?

- A. 2017. B. 2018. C. 2019. D. 2020.

Lời giải. Giả sử đa giác đáy có n cạnh, khi đó hình lăng trụ có $3n$ cạnh nên số cạnh hình lăng trụ phải chia hết cho 3. **Chọn C.**

Dạng 4. SỐ ĐỈNH CỦA HÌNH ĐA DIỆN

Câu 16. Cho hình đa diện. Trong các mệnh đề sau có bao nhiêu mệnh đề sai?

- i) Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.
ii) Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.
iii) Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.
iv) Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải. Chỉ có khẳng định iv) sai. **Chọn A.**

Câu 17. (Chuyên Lương Văn Chánh-Phú Yên lần 1, năm 2018-2019) Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Tồn tại hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.
B. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn bằng nhau.
C. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.

D. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.

Lời giải. Hình tứ diện có số đỉnh bằng số mặt và bằng 4. **Chọn A.**

Câu 18. Một hình đa diện có các mặt là những tam giác. Gọi M là tổng số mặt và C là tổng số cạnh của đa diện đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $3C = 2M$. B. $C = M + 2$. C. $M \geq C$. D. $3M = 2C$.

Lời giải. Vì mỗi mặt là những tam giác nên có tổng số cạnh là $3M$. Mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt nên ta có hệ thức $C = \frac{3M}{2} \Leftrightarrow 3M = 2C$. **Chọn D.**

Câu 19. Cho một khối chóp có đáy là đa giác lồi n cạnh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Số mặt và số đỉnh bằng nhau. B. Số đỉnh của khối chóp bằng $2n + 1$.
C. Số mặt của khối chóp bằng $2n$. D. Số cạnh của khối chóp bằng $n + 1$.

Lời giải. Chọn A. Khối chóp có đáy là đa giác lồi n cạnh nên có:

- Số mặt là $n + 1$ (gồm 1 mặt đáy và n mặt bên).
- Số đỉnh là $n + 1$.
- Số cạnh là $2n$ (gồm n cạnh bên và n cạnh đáy).

Câu 20. Khối đa diện mà mỗi đỉnh của nó đều là đỉnh chung của ba mặt thì số đỉnh D và số cạnh C của các khối đa diện đó luôn thỏa mãn

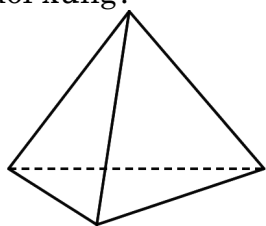
- A. $D = C - 2$. B. $D \geq C$. C. $3D = 2C$. D. $3C = 2D$.

Lời giải. Theo kết quả câu 18, ta có $3M = 2C$; kết quả câu 19, ta có $D = M$.

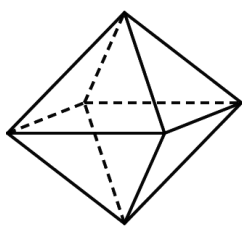
Suy ra $3D = 2C$. **Chọn C.**

Dạng 5. TÂM ĐỐI XỨNG CỦA HÌNH ĐA DIỆN

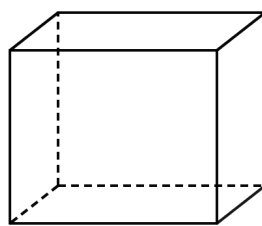
Câu 21. [ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016-2017] Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?



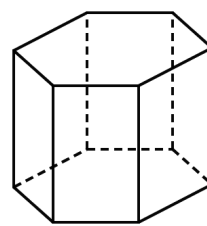
A. Tứ diện đều.



B. Bát diện đều.



C. Hình lập phương.



D. Lăng trụ lục giác đều.

Lời giải. Chọn A.

Dạng 6. TRỤC ĐỐI XỨNG CỦA HÌNH ĐA DIỆN

Câu 22. Hình lập phương có bao nhiêu trục đối xứng?

- A. 7. B. 9. C. 11. D. 13.

Lời giải. • Đường thẳng đi qua hai tâm của hai mặt đối diện $\longrightarrow$ có 3.

- Đường thẳng nối trung điểm hai cạnh đối diện $\longrightarrow$ có 6.

Vậy có tổng cộng: $3 + 6 = 9$ trục đối xứng. **Chọn B.**

Câu 23. Gọi n_1, n_2, n_3 lần lượt là số trục đối xứng của khối tứ diện đều, khối chóp tứ giác đều và khối lập phương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $n_1 = 4, n_2 = 1, n_3 = 9.$ B. $n_1 = 0, n_2 = 1, n_3 = 9.$
C. $n_1 = 3, n_2 = 1, n_3 = 9.$ D. $n_1 = 3, n_2 = 1, n_3 = 13.$

Lời giải. Khối tứ diện đều có 3 trục đối xứng (đi qua trung điểm của các cặp cạnh đối diện). Khối chóp tứ giác đều có 1 trục đối xứng (đi qua đỉnh và tâm của mặt tứ giác). Khối lập phương có 9 trục đối xứng. **Chọn C.**

Câu 24. Hình hộp chữ nhật với kích thước $5 \times 5 \times 3$ có bao nhiêu trục đối xứng?

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 9.

Lời giải. • Đường thẳng đi qua hai tâm của hai mặt đối diện $\longrightarrow$ có 3.

- Đường thẳng nối trung điểm hai cạnh đối diện có kích thước là 3 $\longrightarrow$ có 2.

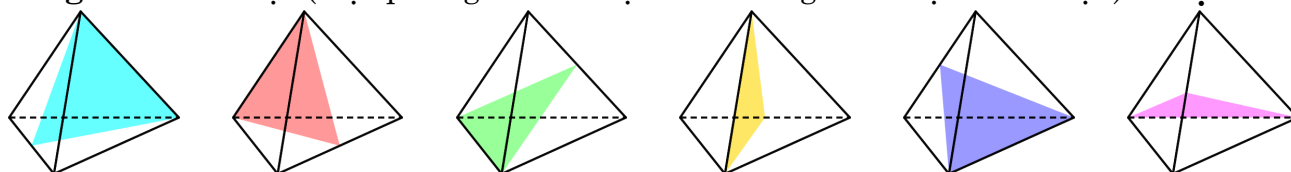
Vậy có tổng cộng: $3 + 2 = 5$ trục đối xứng. **Chọn B.**

Dạng 7. MẶT ĐỐI XỨNG CỦA HÌNH ĐA DIỆN

Câu 25. Hình tứ diện đều có bao nhiêu mặt đối xứng?

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 9.

Lời giải. Có 6 mặt (mặt phẳng chứa 1 cạnh và trung điểm cạnh đối diện). **Chọn C.**



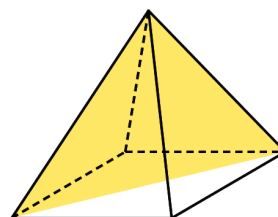
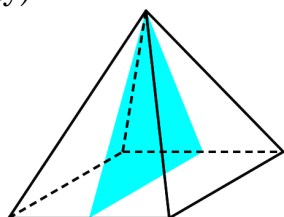
Câu 26. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

Lời giải. Chọn B. Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng bao gồm:

Loại 1: Mặt phẳng đi qua đỉnh hình chóp và chứa đường trung bình của đáy (có 2 mặt như vậy)

Loại 2: Mặt phẳng đi qua đỉnh hình chóp và chứa đường chéo của đáy (có 2 mặt như vậy)



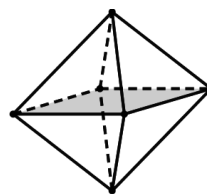
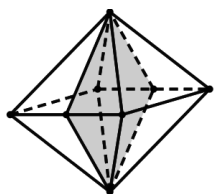
Câu 27. Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là

- A. 6. B. 8. C. 9. D. 12.

Lời giải. Chọn C.

Loại 1: Mặt phẳng đối xứng đi qua 2 đỉnh đối diện và trung điểm 2 cạnh đối diện không chứa 2 đỉnh đó (có 6 mặt).

Loại 2: Mặt phẳng đối xứng đi qua 4 đỉnh đồng phẳng (có 3 mặt).



Câu 28. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

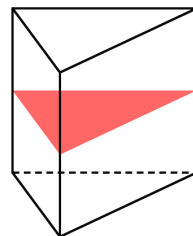
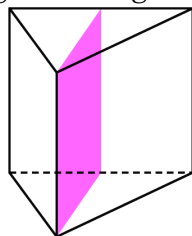
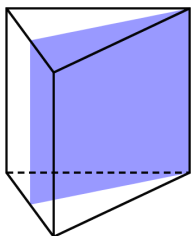
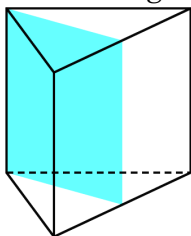
A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải. Hình lăng trụ tam giác đều có 3 mặt phẳng đối xứng là 3 mặt phẳng trung trực của 3 cạnh đáy và 1 mặt phẳng đối xứng là mặt phẳng trung trực của cạnh bên. Vậy hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng. **Chọn C.**



Câu 29. Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

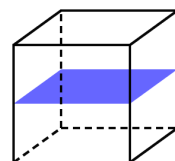
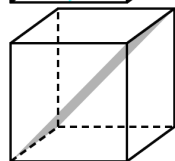
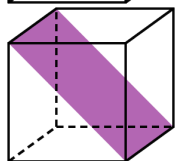
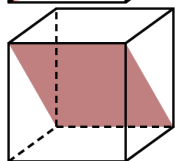
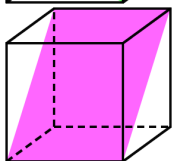
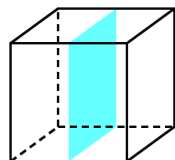
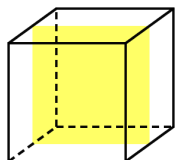
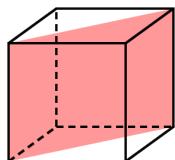
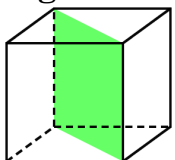
A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. 12.

Lời giải. Chọn B.



Câu 30. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

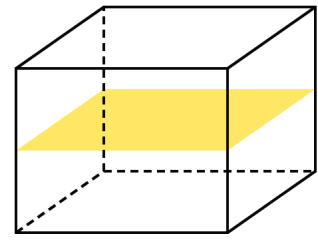
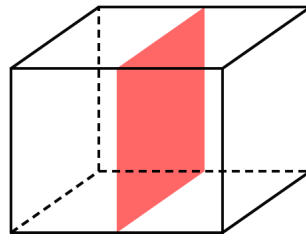
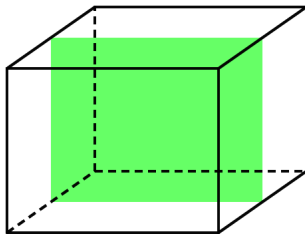
A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 9.

Lời giải. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có các mặt phẳng đối xứng là các mặt các mặt phẳng trung trực của các cặp cạnh đối. **Chọn A.**



Câu 31. Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi (không phải là hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 1.

B. 2.

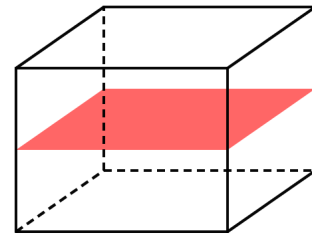
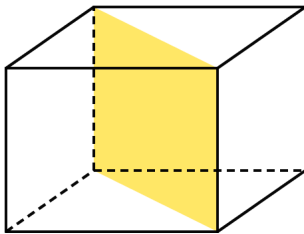
C. 3.

D. 4.

Lời giải. Chọn C. Hình hộp đứng có đáy là hình thoi (không phải là hình chữ nhật) có 3 mặt phẳng đối xứng bao gồm:

Loại 1: Mặt phẳng đối xứng chứa đường chéo của đáy và vuông góc với mặt đáy (có 2 mặt).

Loại 2: Mặt phẳng đối xứng là mặt phẳng trung trực của các cạnh bên. (có 1 mặt)



Câu 32. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn đỉnh của một tứ diện?

A. 1.

B. 4.

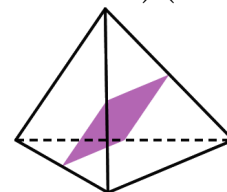
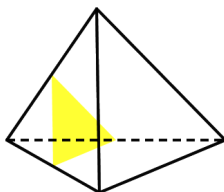
C. 7.

D. Vô số.

Lời giải. Chọn C.

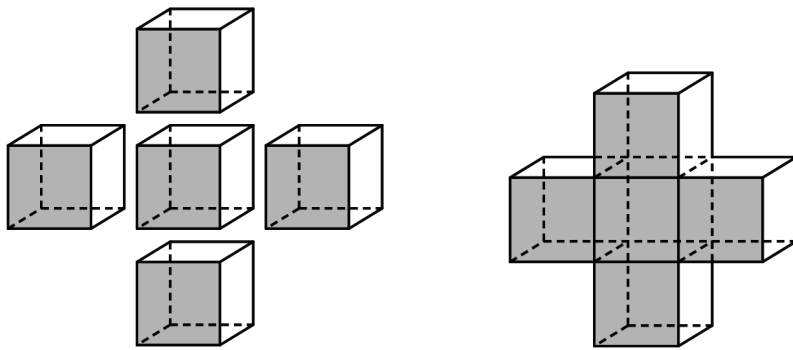
Loại 1: Mặt phẳng qua trung điểm của 3 cạnh bên có chung đỉnh (có 4 mặt).

Loại 2: Mặt phẳng qua trung điểm của 4 cạnh (4 cạnh này thuộc 2 cặp cạnh, mỗi cặp cạnh là chéo nhau) (có 3 mặt).



Dạng 8. PHÂN CHIA – LẮP GHÉP KHỐI ĐA DIỆN

Câu 33. Người ta ghép 5 khối lập phương cạnh a để được khối hộp chữ thập (tham khảo hình bên dưới). Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối chữ thập đó.



- A. $S_{tp} = 12a^2$. B. $S_{tp} = 20a^2$. C. $S_{tp} = 22a^2$. D. $S_{tp} = 30a^2$.

Lời giải. Diện tích mỗi mặt của một hình lập phương là a^2 .

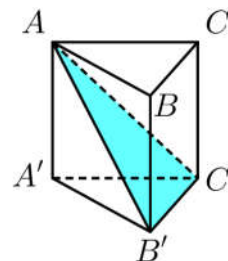
Diện tích toàn phần của 5 khối lập phương là $5.6a^2 = 30a^2$.

Khi ghép thành khối hộp chữ thập, đã có $4.2 = 8$ mặt ghép vào phía trong, do đó diện tích toàn phần cần tìm là: $30a^2 - 8a^2 = 22a^2$. **Chọn C.**

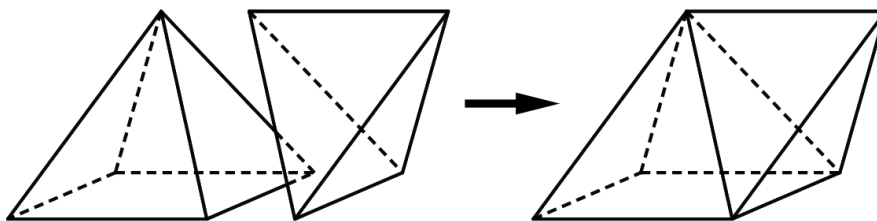
Câu 34. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

- A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
B. Hai khối chóp tam giác.
C. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
D. Hai khối chóp tứ giác.

Lời giải. Chọn A. Dựa vào hình vẽ, ta thấy mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành khối chóp tam giác $A.A'B'C'$ và khối chóp tứ giác $A.BCC'B'$.



Câu 35. Lắp ghép hai khối đa diện $(\mathcal{H}_1)$, $(\mathcal{H}_2)$ để tạo thành khối đa diện $(\mathcal{H})$. Trong đó $(\mathcal{H}_1)$ là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a , $(\mathcal{H}_2)$ là khối tứ diện đều cạnh a sao cho một mặt của $(\mathcal{H}_1)$ trùng với một mặt của $(\mathcal{H}_2)$ như hình vẽ. Hỏi khối đa diện $(\mathcal{H})$ có tất cả bao nhiêu mặt?



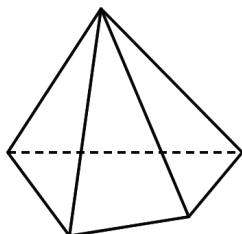
- A. 5. B. 7. C. 8. D. 9.

Lời giải. Khối đa diện $(\mathcal{H})$ có đúng 5 mặt. **Chọn A.**

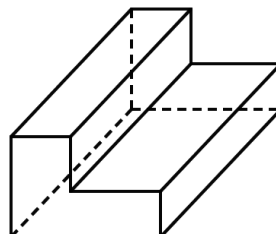
Sai lầm hay gặp: Khối chóp tứ giác đều có 5 mặt. Khối tứ diện đều có 4 mặt. Ghép hai hình lại như hình vẽ ta được khối đa diện $(\mathcal{H})$ có 8 mặt.

I - KHỐI ĐA DIỆN LỖI

Khối đa diện ($\mathcal{H}$) được gọi là khối đa diện lồi nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của ($\mathcal{H}$) luôn thuộc ($\mathcal{H}$). Khi đó đa diện giới hạn ($\mathcal{H}$) được gọi là đa diện lồi.

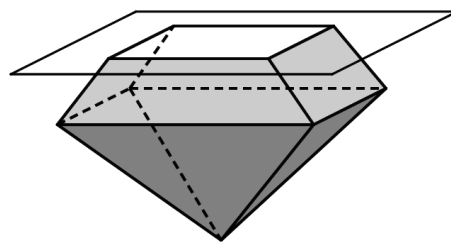


Khối đa diện lồi



Khối đa diện không lồi

Một khối đa diện là khối đa diện lồi khi và chỉ khi miền trong của nó luôn nằm về một phía đối với mỗi mặt phẳng đi qua một mặt của nó.



II - KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

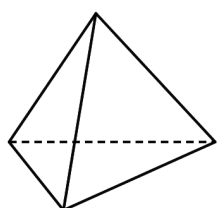
Định nghĩa

Khối đa diện đều là một khối đa diện lồi có hai tính chất sau đây:

- Các mặt là những đa giác đều n cạnh.
- Mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng p cạnh.

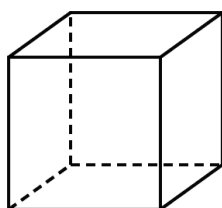
Khối đa diện đều như vậy gọi là khối đa diện đều loại $\{n, p\}$.

Chỉ có năm khối đa diện đều. Đó là:



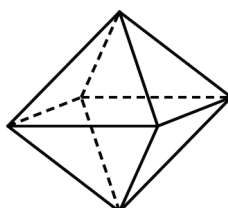
Loại $\{3;3\}$

Khối tứ diện đều



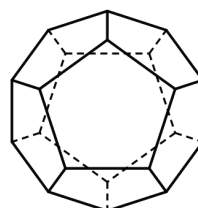
Loại $\{4;3\}$

Khối lập phương



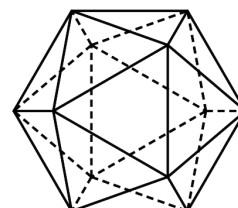
Loại $\{3;4\}$

Bát diện đều



Loại $\{5;3\}$

Hình 12 mặt đều



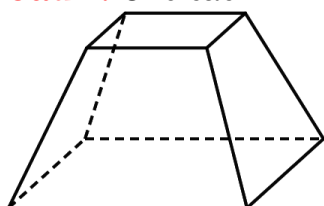
Loại $\{3;5\}$

Hình 20 mặt đều

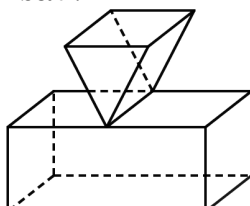
Khối đa diện đều		Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Loại
Tứ diện đều		4	6	4	$\{3;3\}$
Khối lập phương		8	12	6	$\{4;3\}$
Bát diện đều		6	12	8	$\{3;4\}$
Mười hai mặt đều		20	30	12	$\{5;3\}$
Hai mươi mặt đều		12	30	20	$\{3;5\}$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

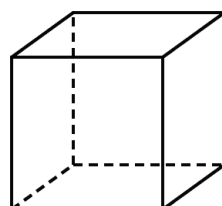
Câu 1. Cho các hình khối sau:



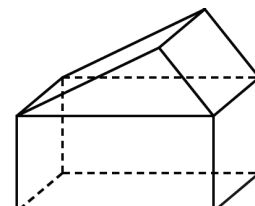
Hình 1



Hình 2



Hình 3



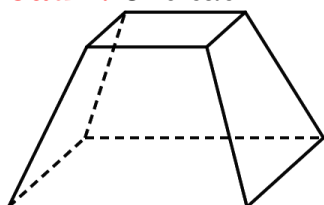
Hình 4

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình không phải đa diện lồi là

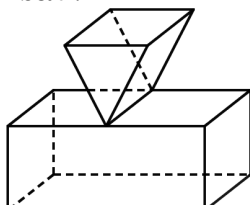
- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Lời giải. Áp dụng tính chất của khối đa diện lồi ($\mathcal{H}$): "Đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của ($\mathcal{H}$) luôn thuộc ($\mathcal{H}$)". **Chọn B.**

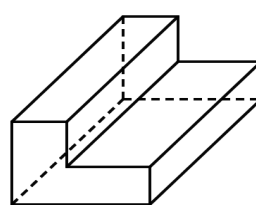
Câu 2. Cho các hình khối sau:



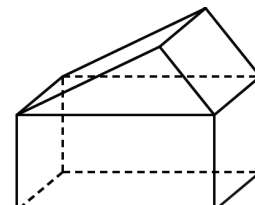
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số đa diện lồi là

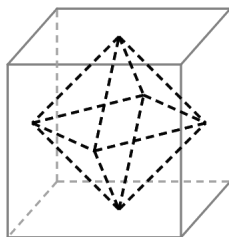
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải. Có hai khối đa diện lồi là: Hình 1 & Hình 4. **Chọn B.**

Câu 3. Tâm tất cả các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của hình nào trong các hình sau đây?

- A. Tứ diện đều. B. Ngũ giác đều. C. Lục giác đều. D. Bát diện đều.

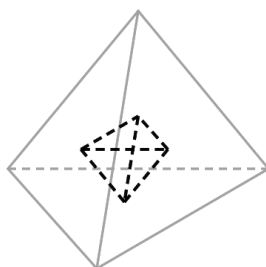
Lời giải. Chọn D.



Câu 4. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Tâm các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của một hình lập phương.
B. Tâm các mặt của một hình tứ diện đều là các đỉnh của một hình tứ diện đều.
C. Tâm các mặt của một hình tứ diện đều là các đỉnh của một hình lập phương.
D. Tâm các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của một hình tứ diện đều.

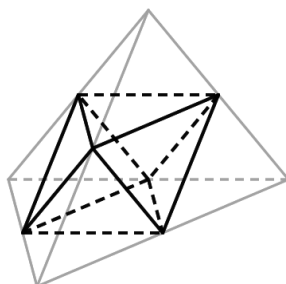
Lời giải. Chọn B.



Câu 5. Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều tạo thành

- A. các đỉnh của một hình tứ diện đều.
B. các đỉnh của một hình bát diện đều.
C. các đỉnh của một hình mười hai mặt đều.
D. các đỉnh của một hình hai mươi mặt đều.

Lời giải. Chọn B.



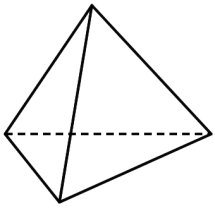
Câu 6. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Tồn tại khối tứ diện là khối đa diện đều.
B. Tồn tại khối lăng trụ đều là khối đa diện đều.
C. Tồn tại khối hộp là khối đa diện đều.
D. Tồn tại khối chóp tứ giác đều là khối đa diện đều.

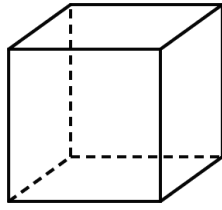
Lời giải. Trong 5 loại khối đa diện đều không tồn tại khối chóp có đáy là tứ giác.

Chọn D.

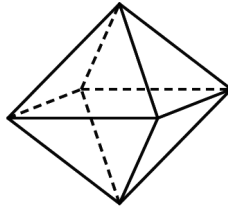
Câu 7. Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều như hình vẽ



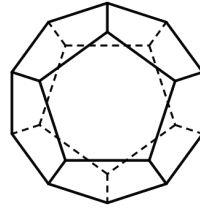
Khối tứ diện
đều



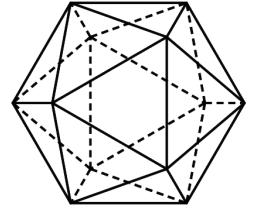
Khối lập
phương



Bát diện đều



Hình 12 mặt
đều



Hình 20 mặt
đều

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.
- B. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.
- C. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.
- D. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.

Lời giải. • Khối lập phương có 6 mặt. Do đó A sai.

- Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh là 12. **Chọn B.**
- Khối tứ diện đều không có tâm đối xứng. Do đó C sai.
- Khối 12 mặt đều có 20 đỉnh. Khối 20 mặt đều có 12 đỉnh. Do đó D sai.

Câu 8. (Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa lần 1, năm 2018-2019) Cho khối 20 mặt đều. Biết rằng mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh, mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt. Ta có $(p; q)$ nhận giá trị nào sau đây?

- A. $p = 4; q = 3$. B. $p = 3; q = 5$. C. $p = 3; q = 4$. D. $p = 5; q = 3$.

Lời giải. Chọn B.

Câu 9. (Chuyên Quốc Học-Huế lần 1, năm 2018-2019) Hình bát diện đều thuộc khối đa diện đều nào sau đây?

- A. $\{3; 4\}$. B. $\{3; 3\}$. C. $\{4; 3\}$. D. $\{5; 3\}$.

Lời giải. Chọn A.

Câu 10. Khối đa diện đều loại $\{3; 3\}$ có tên gọi nào dưới đây?

- A. Khối bát diện đều. B. Khối lập phương.
C. Khối 20 mặt đều. D. Khối tứ diện đều.

Lời giải. Chọn D.

Câu 11. Khối đa diện đều loại $\{5; 3\}$ có tên gọi nào dưới đây?

- A. Khối 12 mặt đều. B. Khối lập phương.
C. Khối 20 mặt đều. D. Khối tứ diện đều.

Lời giải. Chọn A.

Câu 12. (Chuyên Lê Thánh Tông lần 2, năm 2018-2019) Số mặt phẳng đối xứng của khối đa diện đều $\{4;3\}$ là

- A. 3. B. 6. C. 8. D. 9.

Lời giải. Khối đa diện đều $\{4;3\}$ là khối lập phương. Số mặt phẳng đối xứng của khối lập phương là 9. **Chọn D.**

Câu 13. Tổng các góc ở đỉnh của tất cả các mặt của khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là

- A. 4π . B. 8π . C. 10π . D. 12π .

Lời giải. Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là khối lập phương, gồm 6 mặt là các hình vuông nên tổng các góc bằng $6 \cdot 2\pi = 12\pi$. **Chọn D.**

Câu 14. Tổng các góc ở đỉnh của tất cả các mặt của khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là

- A. 12π . B. 16π . C. 20π . D. 24π .

Lời giải. Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối hai mươi mặt đều, gồm 20 mặt là các tam giác đều nên tổng các góc bằng $20 \cdot \pi = 20\pi$. **Chọn C.**

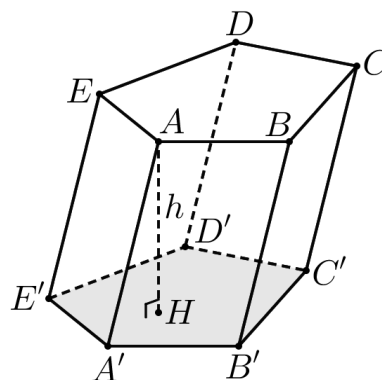
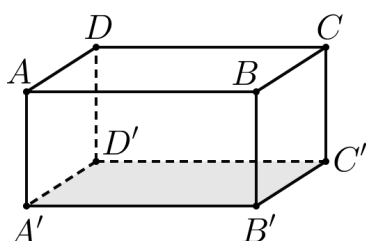
Câu 15. Cho hình đa diện đều loại $\{4;3\}$ cạnh a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S = 4a^2$. B. $S = 6a^2$. C. $S = 8a^2$. D. $S = 10a^2$.

Lời giải. Đa diện đều loại $\{4;3\}$ là khối lập phương nên có 6 mặt là các hình vuông cạnh a . Vậy hình lập phương có tổng diện tích tất cả các mặt là $S = 6a^2$. **Chọn B.**

I - THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

Nếu ta xem khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ như là khối lăng trụ có đáy là hình chữ nhật $A'B'C'D'$ và đường cao AA' thì suy ra thể tích của nó bằng diện tích đáy nhân với chiều cao. Ta có thể chứng minh được rằng điều đó cũng đúng với một khối lăng trụ bất kì



Định lí

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

$$V = Bh.$$

II - THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Đối với khối chóp người ta chứng minh được định lí sau:

Định lí

Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

$$V = \frac{1}{3}Bh.$$

Ta cũng gọi thể tích các khối đa diện, khối lăng trụ, khối chóp đã nói ở trên lần lượt là thể tích các hình đa diện, hình lăng trụ, hình chóp xác định chúng.

Dạng 1. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CƠ BẢN

Câu 1. [ĐỀ MINH HỌA 2016-2017] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

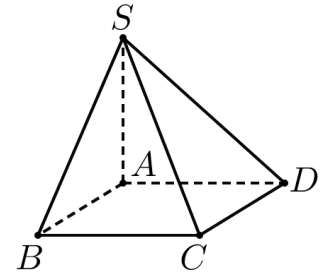
- A. $a^3\sqrt{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải. Diện tích hình vuông: $S_{ABCD} = a^2$.

Chiều cao khối chóp: $SA = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Chọn B.



Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = 2a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, cạnh $SA = a\sqrt{15}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

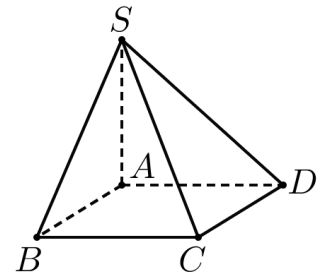
- A. $2a^3\sqrt{15}$. B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{6}$.

Lời giải. Vì hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$, suy ra giao tuyến SA vuông góc với $(ABCD)$.

Do đó chiều cao khối chóp là: $SA = a\sqrt{15}$.

Diện tích hình chữ nhật: $S_{ABCD} = AB.BC = 2a^2$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. **Chọn C.**



Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy mặt phẳng đáy và $SC = a\sqrt{5}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

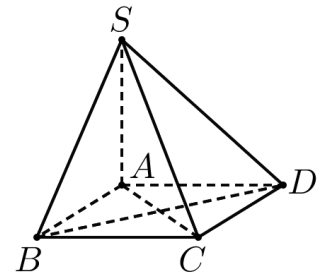
Lời giải. Đường chéo hình vuông: $AC = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác SAC , ta có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{3}$.

Chiều cao khối chóp: $SA = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình vuông: $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **Chọn B.**



Câu 4. (Đại học Vinh lần 1, năm 2018-2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = a$. Cạnh bên SD vuông góc với mặt phẳng đáy và $SD = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. a^3 . B. $2a^3$. C. $3a^3$. D. $6a^3$.

Lời giải. Chiều cao khối chóp: $SD = 2a$.

Diện tích hình chữ nhật: $S_{ABCD} = AB.BC = 3a^2$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SD = 2a^3$. **Chọn B.**

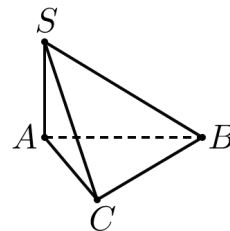
Câu 5. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 24. B. 32. C. 40. D. 192.

Lời giải. Tam giác ABC , có $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 10^2 = BC^2$

→ tam giác ABC vuông tại A nên $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB.AC = 24$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC}.SA = 32$. **Chọn B.**



Câu 6. (KHTN Hà Nội lần 1, năm 2018-2019) Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

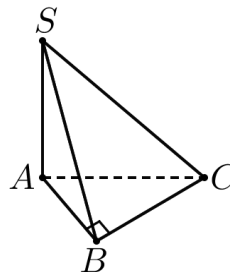
- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Lời giải. Chiều cao của khối chóp: $SA = a$.

Ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Diện tích mặt đáy: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC}.SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **Chọn D.**



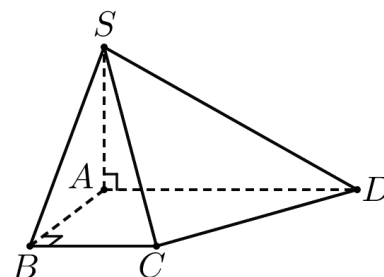
Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = 1$, $AD = 2$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải. Chiều cao khối chóp: $SA = 2$.

Diện tích hình thang: $S_{ABCD} = \left(\frac{AD+BC}{2} \right).AB = \frac{3}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD}.SA = 1$. **Chọn B.**



Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^\circ$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

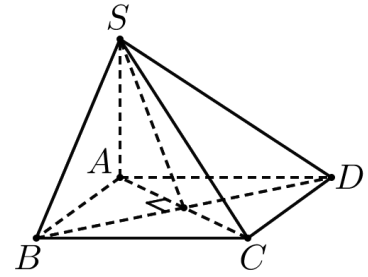
- A. a^3 . B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải. Ta có $\triangle SAB = \triangle SAD$, suy ra $SB = SD$. Hơn nữa, theo giả thiết $\widehat{SBD} = 60^\circ$. Do đó tam giác SBD đều cạnh bằng $SB = SD = BD = a\sqrt{2}$.

Chiều cao khối chóp: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$.

Diện tích hình vuông: $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3}{3}$. **Chọn C.**



Câu 9. [ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016-2017] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích khối chóp bằng a^3 . Chiều cao của hình chóp đã cho bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải. Tam giác ABC đều cạnh $2a \longrightarrow S_{\triangle ABC} = a^2\sqrt{3}$.

Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot h \longrightarrow h = \frac{3 \cdot V_{S.ABC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3a^3}{a^2\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$. **Chọn A.**

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SBC là tam giác vuông cân tại S , $SB = 2a$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $3a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $4a^3$. C. $6a^3$. D. $12a^3$.

Lời giải. Chọn (SBC) làm mặt đáy $\longrightarrow$ chiều cao khối chóp: $h = d[A, (SBC)] = 3a$.

Tam giác SBC vuông cân tại S nên $S_{\triangle SBC} = \frac{1}{2} SB^2 = 2a^2$.

Vậy thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} S_{\triangle SBC} \cdot d[A, (SBC)] = 2a^3$. **Chọn A.**

Câu 11. (KHTN Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

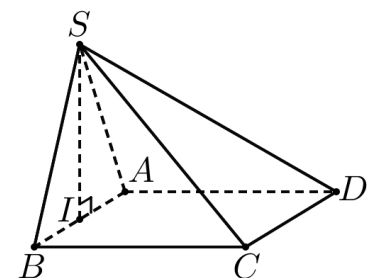
Lời giải. Chọn D. Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow SI \perp AB$.

Từ giả thiết suy ra $SI \perp (ABCD)$ nên chiều cao khối chóp

là: $SI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (do tam giác SAB đều cạnh a).

Diện tích hình vuông: $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SI = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



Câu 12. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, cạnh bên $SA = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$.

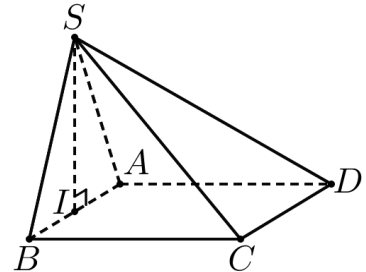
Lời giải. Chọn C. Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow SI \perp AB$.

Từ giả thiết suy ra $SI \perp (ABCD)$ nên chiều cao khối chóp

$$\text{là: } SI = \sqrt{SA^2 - IA^2} = \sqrt{SA^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

Diện tích hình vuông: $S_{ABCD} = a^2$.

$$\text{Vậy thể tích khối chóp: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SI = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}.$$



Câu 13. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{11}a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{11}a^3}{6}$. C. $\frac{\sqrt{11}a^3}{12}$. D. $\frac{\sqrt{13}a^3}{12}$.

Lời giải. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Vì $S.ABC$ là khối chóp đều nên suy ra $SI \perp (ABC)$.

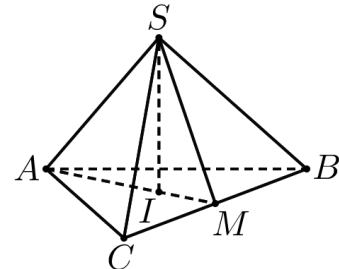
$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm của } BC \Rightarrow AI = \frac{2}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác SAI vuông tại I , có

$$SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

$$\text{Diện tích tam giác: } S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SI = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}. \text{ Chọn C.}$$



Câu 14. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

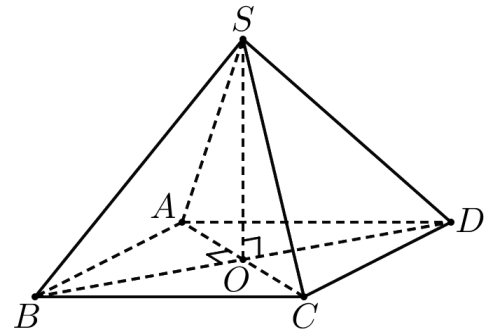
- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Lời giải. Chiều cao của khối chóp:

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}.$$

Vậy thể tích khối chóp:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}. \text{ Chọn D.}$$



Câu 15. (ĐHSP Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tam giác SAC đều cạnh a . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

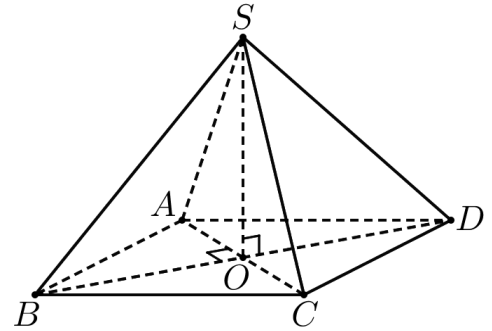
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải. Tam giác SAC đều cạnh $a \Rightarrow AC = a$.

Suy ra $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và cạnh hình vuông $AB = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Vậy thể tích khối chóp:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}. \text{ Chọn D.}$$



Dạng 2. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP KHI BIẾT CHÂN ĐƯỜNG CAO

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Hình chiếu vuông góc của S trên AB là điểm H thỏa $AH = 2BH$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

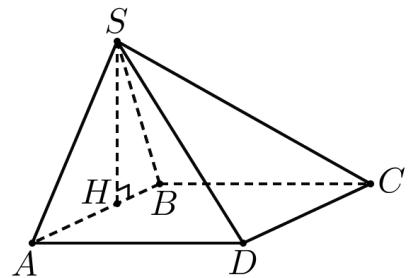
Lời giải. Trong tam giác vuông SAB , có

$$SA^2 = AH \cdot AB = \frac{2}{3} AB \cdot AB = \frac{2}{3} a^2;$$

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Diện tích hình vuông: $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$. **Chọn C.**



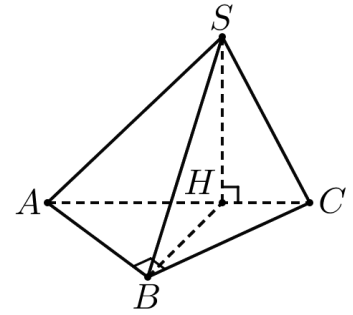
Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AC = 2a$, $AB = SA = a$. Tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. a^3 . B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải. Kẻ $SH \perp AC$. Từ giả thiết suy ra $SH \perp (ABC)$.

Trong tam giác vuông SAC , có

$$\begin{cases} SA^2 = AH \cdot AC \\ SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AH = \frac{a}{2} \\ SH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$



Tam giác vuông ABC , có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} AB \cdot BC \right) \cdot SH = \frac{a^3}{4}$. **Chọn C.**

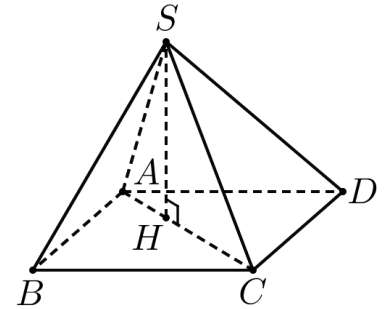
Câu 18. (Đại học Vinh lần 2, năm 2018-2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Lời giải. Kẻ $SH \perp AC$. Từ giả thiết suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Trong tam giác vuông SAC , có $AC = a\sqrt{2}$ và

$$\begin{cases} SA^2 = AH \cdot AC \\ SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AH = \frac{a}{2\sqrt{2}} \\ SH = \frac{a\sqrt{6}}{4} \end{cases}$$



Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **Chọn D.**

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng 1, góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Cạnh bên $SD = \sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn BD thỏa $HD = 3HB$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{15}}{8}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{12}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{24}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{24}$.

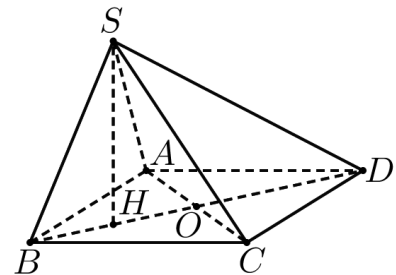
Lời giải. Vì $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên tam giác ABC đều.

Suy ra $BO = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $BD = 2BO = \sqrt{3}$; $HD = \frac{3}{4}BD = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Tam giác vuông SHD , có $SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \frac{\sqrt{5}}{4}$.

Diện tích hình thoi: $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{\sqrt{15}}{24}$. **Chọn D.**



Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $AB = 3$. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC và $SB = \frac{\sqrt{14}}{2}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải. Chọn D. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, AC . Suy ra $G = CM \cap BN$ là trọng tâm tam giác ABC . Từ giả thiết suy ra $SG \perp (ABC)$.

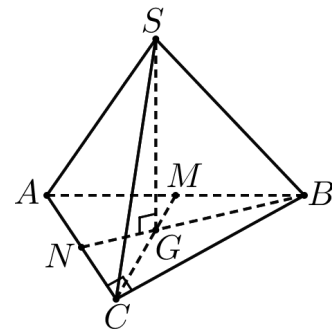
Tam giác ABC vuông cân tại C , suy ra $CA = CB = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$ và $CM \perp AB$.

Ta có $CM = \frac{1}{2}AB = \frac{3}{2}$, suy ra $GM = \frac{1}{3}CM = \frac{1}{2}$;

$$BG = \sqrt{BM^2 + GM^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}; \quad SG = \sqrt{SB^2 - GB^2} = 1.$$

Diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}CA.CB = \frac{9}{4}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC}.SG = \frac{3}{4}$.



Dạng 3. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CÓ CẠNH BÊN TẠO VỚI ĐÁY MỘT GÓC CHO TRƯỚC

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

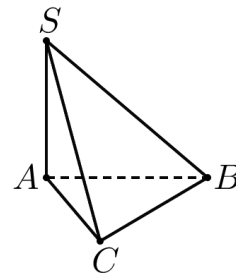
- A. a^3 . B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải. Xác định: $60^\circ = (\widehat{SB, (ABC)}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA}$.

Chiều cao khối chóp: $SA = AB.\tan \widehat{SBA} = a\sqrt{3}$.

Diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC}.SA = \frac{a^3}{4}$. **Chọn C.**



Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SD tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. a^3 . B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

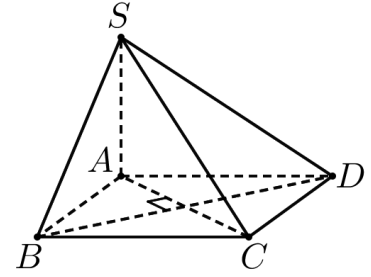
Lời giải. Xác định: $60^\circ = (\widehat{SD, (ABCD)}) = (\widehat{SD, AD}) = \widehat{SDA}$.

Chiều cao khối chóp: $SA = AD \cdot \tan \widehat{SDA} = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình thoi

$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle BAD} = AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3}{2}$. **Chọn B.**



Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của cạnh AB , góc giữa SC và mặt đáy bằng 30° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{15}}{6}$.

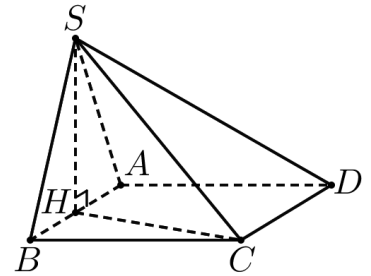
D. $\frac{\sqrt{15}}{18}$.

Lời giải. Xác định: $30^\circ = (\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, HC}) = \widehat{SCH}$.

Chiều cao khối chóp:

$$SH = HC \cdot \tan \widehat{SCH} = \sqrt{BC^2 + BH^2} \cdot \tan \widehat{SCH} = \frac{\sqrt{15}}{6}.$$

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{\sqrt{15}}{18}$. **Chọn D.**



Câu 24. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$.

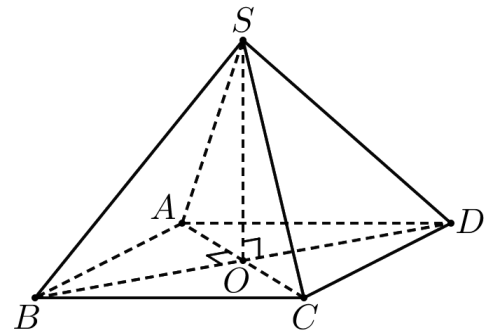
Lời giải. Chọn C. Gọi $O = AC \cap BD$.

Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Xác định: $60^\circ = (\widehat{SB, (ABCD)}) = (\widehat{SB, OB}) = \widehat{SBO}$.

Chiều cao khối chóp: $SO = OB \cdot \tan \widehat{SBO} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$.



Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AC = 2a$, $BC = a$. Đỉnh S cách đều các điểm A, B, C . Biết góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. a^3 .

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

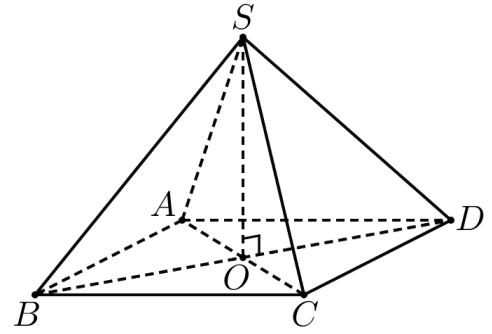
D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải. Gọi O là trung điểm AC , suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Theo giả thiết đỉnh S cách đều các điểm A, B, C nên hình chiếu của S xuống đáy là điểm $O \longrightarrow SO \perp (ABCD)$.

Xác định: $60^\circ = (\widehat{SB, (ABCD)}) = (\widehat{SB, OB}) = \widehat{SBO}$.

Chiều cao khối chóp: $SO = OB \cdot \tan \widehat{SBO} = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} (AB \cdot BC) \cdot SO = a^3$. **Chọn A.**



Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = AC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi I là trung điểm của BC , SI tạo với mặt phẳng đáy góc 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

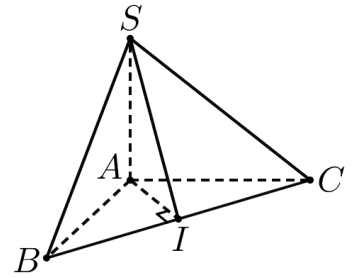
- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải. Xác định: $60^\circ = (\widehat{SI, (ABC)}) = (\widehat{SI, AI}) = \widehat{SIA}$.

Ta có $AI = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $SA = AI \cdot \tan \widehat{SIA} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **Chọn D.**



Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AC = 2a$, $BC = a$. Đỉnh S cách đều các điểm A, B, C . Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải. Gọi H là trung điểm AC . Từ giả thiết suy ra $SH \perp (ABC)$.

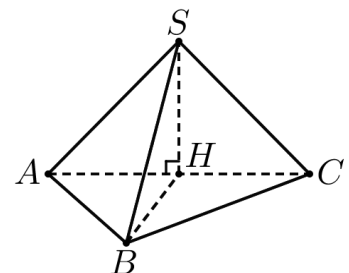
Xác định: $60^\circ = (\widehat{SB, (ABC)}) = (\widehat{SB, BH}) = \widehat{SBH}$.

Chiều cao khối chóp: $SH = BH \cdot \tan \widehat{SBH} = \frac{AC}{2} \cdot \tan \widehat{SBH} = a\sqrt{3}$.

Tam giác vuông ABC , có $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$.

Diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{a^3}{2}$. **Chọn A.**



Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , $BD=1$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là trung điểm OD . Đường thẳng SD tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{24}$.

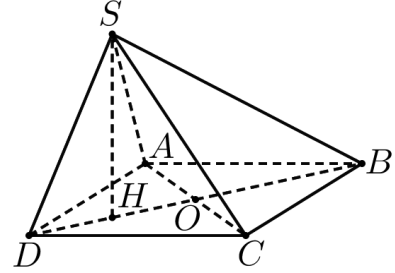
Lời giải. Chọn D. Xác định: $60^\circ = (\widehat{SD, (ABCD)}) = (\widehat{SD, HD}) = \widehat{SDH}$.

Chiều cao khối chóp: $SH = HD \cdot \tan \widehat{SDH} = \frac{BD}{4} \cdot \tan \widehat{SDH} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Trong hình vuông $ABCD$, có $AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Diện tích hình vuông: $S_{ABCD} = AB^2 = \frac{1}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{\sqrt{3}}{24}$.



Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , tam giác ABC đều. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Đường thẳng SD tạo với mặt phẳng đáy góc 30° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải. Gọi $O = AC \cap BD$, M là trung điểm AB . Suy ra $H = BO \cap CM$.

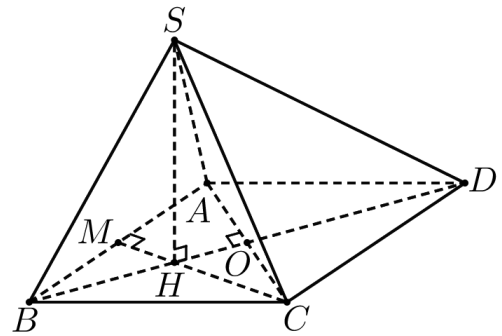
Xác định: $30^\circ = (\widehat{SD, (ABCD)}) = (\widehat{SD, HD}) = \widehat{SDH}$.

Dễ thấy $HD = 2 \cdot BH = 2 \cdot \frac{2}{3} BO = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Chiều cao khối chóp: $SH = HD \cdot \tan \widehat{SDH} = \frac{2a}{3}$.

Diện tích hình thoi: $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **Chọn C.**



Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân với cạnh đáy AD và BC ; $AD = 2a$, $AB = BC = CD = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SD tạo với mặt phẳng đáy góc 45° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

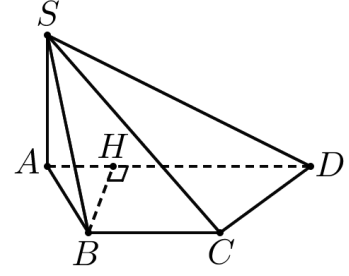
- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải. Xác định: $45^\circ = (\widehat{SD, (ABCD)}) = (\widehat{SD, AD}) = \widehat{SDA}$.

Chiều cao khối chóp: $SA = AD \cdot \tan \widehat{SDA} = 2a$.

Ta thấy hình thang cân đã cho là nửa lục giác đều có cạnh bằng a nên có diện tích: $S_{ABCD} = 3 \times \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. **Chọn B.**



Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác vuông tại S . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HA = 3HD$. Biết rằng $SA = 2a\sqrt{3}$ và SC tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 30° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $8\sqrt{2}a^3$. B. $8\sqrt{6}a^3$. C. $\frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$. D. $\frac{8\sqrt{6}a^3}{9}$.

Lời giải. Xác định: $30^\circ = (\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, HC}) = \widehat{SCH}$.

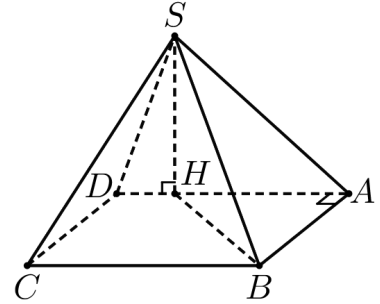
Tam giác vuông SAD , có $SA^2 = AH \cdot AD \Leftrightarrow 12a^2 = \frac{3}{4} AD \cdot AD$.

Suy ra $AD = 4a$, $HA = 3a$, $HD = a$, $SH = \sqrt{HA \cdot HD} = a\sqrt{3}$,

$$HC = SH \cdot \cot \widehat{SCH} = 3a, \quad CD = \sqrt{HC^2 - HD^2} = 2a\sqrt{2}.$$

Diện tích hình chữ nhật: $S_{ABCD} = AD \cdot CD = 8\sqrt{2}a^2$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$. **Chọn C.**



Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = AB = a$. Gọi N là trung điểm SD , đường thẳng AN hợp với mặt phẳng đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $a^3 \sqrt{3}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{9}$.

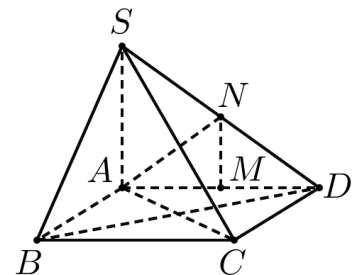
Lời giải. Gọi M là trung điểm AD .

Xác định: $30^\circ = (\widehat{AN, (ABCD)}) = (\widehat{AN, AM}) = \widehat{NAM}$. Ta có

$$AM = MN \cdot \cot \widehat{NAM} = \frac{SA}{2} \cdot \cot \widehat{NAM} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \longrightarrow AD = a\sqrt{3}.$$

Diện tích hình chữ nhật: $S_{ABCD} = AB \cdot AD = a^2 \sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$. **Chọn B.**



Câu 33. (ĐHSP Hà Nội lần 3, năm 2018-2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với chân đường cao hạ từ A của tam giác ABC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng đáy là 45° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

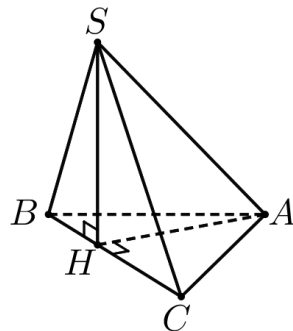
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải. Xác định: $45^\circ = (\widehat{SA, (ABC)}) = (\widehat{SA, HA}) = \widehat{SAH}$.

$$\text{Ta có } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} = \frac{3a^2}{4} = \frac{1}{2} AH \cdot BC \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Chiều cao khối chóp: } SH = AH \cdot \tan \widehat{SAH} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}. \text{ Chọn C.}$$



Câu 34. [ĐỀ THAM KHẢO 2016-2017] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

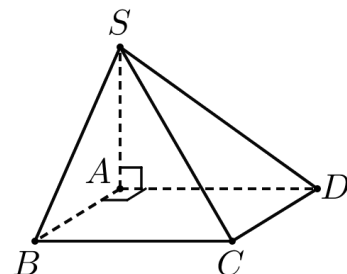
- A. $\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{18}$.

Lời giải. Xác định: $30^\circ = (\widehat{SD, (SAB)}) = (\widehat{SD, SA}) = \widehat{DSA}$.

$$\text{Chiều cao khối chóp: } SA = AD \cdot \cot \widehat{DSA} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn B.



Câu 35*. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{3}$, tam giác SBC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SBC) một góc 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\frac{1}{\sqrt{6}}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải. Kẻ $SH \perp BC$. Từ giả thiết suy ra $SH \perp (ABCD)$.

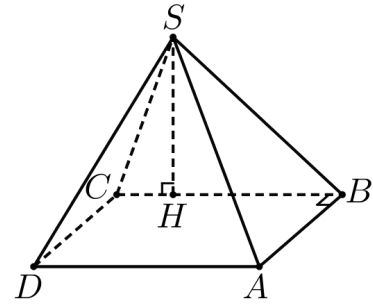
Xác định được hình chiếu vuông góc của D lên (SBC) là điểm C .

Do đó: $60^\circ = (\widehat{SD, (SBC)}) = (\widehat{SD, SC}) = \widehat{DSC}$.

Tam giác vuông SCD , có $SC = DC \cdot \cot \widehat{DSC} = 1$.

Tam giác vuông SBC , có $\begin{cases} SB = \sqrt{BC^2 - SC^2} = \sqrt{2} \\ SH = \frac{SB \cdot SC}{BC} = \frac{\sqrt{6}}{3} \end{cases}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} AB^2 \cdot SH = \frac{\sqrt{6}}{3}$. **Chọn D.**



Dạng 4. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CÓ MẶT BÊN TẠO VỚI ĐÁY MỘT GÓC CHO TRƯỚC

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc đáy và mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

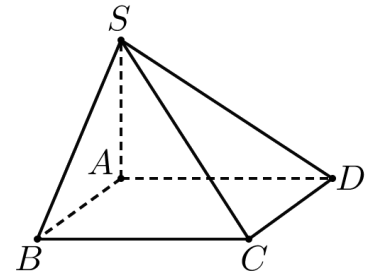
- A. $a^3 \sqrt{3}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{9}$.

Lời giải. Xác định: $60^\circ = (\widehat{(SCD), (ABCD)}) = (\widehat{SD, AD}) = \widehat{SDA}$.

Chiều cao khối chóp: $SA = AD \cdot \tan \widehat{SDA} = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình vuông: $S_{ABCD} = AB^2 = a^2$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$. **Chọn B.**



Câu 37. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

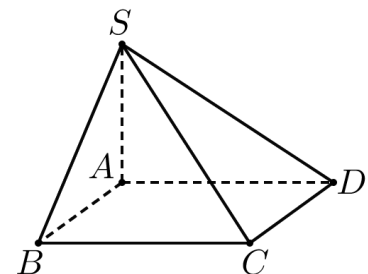
- A. a^3 . B. $3a^3$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3} a^3}{3}$.

Lời giải. Xác định: $60^\circ = (\widehat{(SBC), (ABCD)}) = \widehat{SB, AB} = \widehat{SBA}$.

Chiều cao khối chóp: $SA = AB \cdot \tan \widehat{SBA} = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình chữ nhật: $S_{ABCD} = AB \cdot AD = a^2 \sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = a^3$. **Chọn A.**



Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

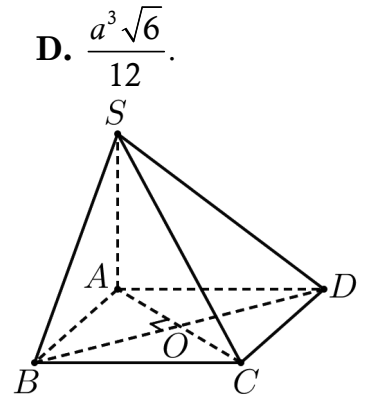
A. a^3 . B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải. Xác định: $60^\circ = \left(\widehat{(SBD), (ABCD)} \right) = \left(\widehat{SO, AO} \right) = \widehat{SOA}$.

Chiều cao khối chóp: $SA = AO \cdot \tan \widehat{SOA} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích hình vuông: $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **Chọn C.**



Câu 39. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{a^3}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

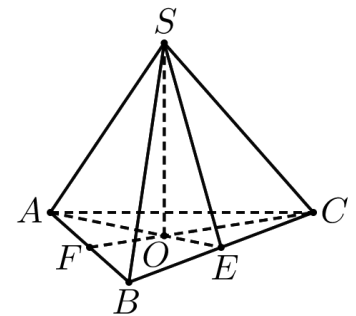
Lời giải. Tham khảo hình vẽ. Xác định: $60^\circ = \left(\widehat{(SBC), (ABC)} \right) = \left(\widehat{SE, OE} \right) = \widehat{SEO}$.

Chiều cao khối chóp:

$$SO = OE \cdot \tan \widehat{SEO} = \frac{AE}{3} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}.$$

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SO = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **Chọn D.**



Câu 40. (KHTN Hà Nội lần 1, năm 2018-2019) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Đường thẳng SO vuông góc với đáy và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Lời giải. Kẻ $OK \perp CD$. Khi đó $60^\circ = \left(\widehat{(SCD), (ABCD)} \right) = \left(\widehat{SK, OK} \right) = \widehat{SKO}$.

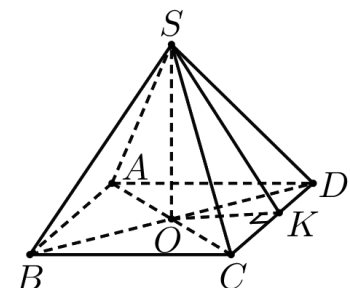
Trong tam giác vuông COD , có $\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} \xrightarrow[OD=\frac{a}{2}]{OC=\frac{a\sqrt{3}}{2}} OK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao khối chóp: $SO = OK \cdot \tan \widehat{SKO} = \frac{3a}{4}$.

Diện tích hình thoi: $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Chọn A.



Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , đường chéo $AC = a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, góc giữa (SCD) và mặt đáy bằng 45° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

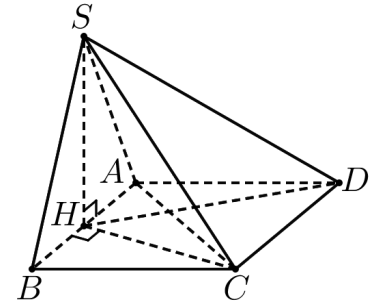
Lời giải. Gọi H là trung điểm AB . Từ giả thiết suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Xác định: $45^\circ = (\widehat{(SCD), (ABCD)}) = (\widehat{SC, HC}) = \widehat{SCH}$.

Chiều cao khối chóp: $SH = HC \cdot \tan \widehat{SCH} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích hình thoi: $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{a^3}{4}$. **Chọn B.**



Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AD = DC = 1$, $AB = 2$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, mặt phẳng (SBC) tạo với mặt đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải. Gọi I là trung điểm AB , suy ra $ADCI$ là hình vuông nên $CI = AD = \frac{1}{2}AB$.

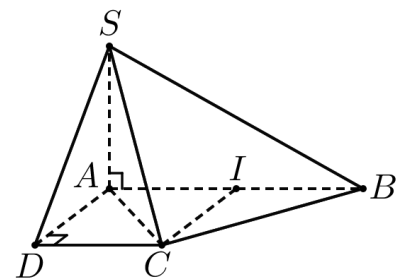
Suy ra tam giác ABC vuông tại C .

Khi đó dễ dàng xác định: $45^\circ = (\widehat{(SBC), (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$.

Chiều cao khối chóp: $SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = \sqrt{2}$.

Diện tích hình thang: $S_{ABCD} = \frac{(AB + DC)}{2} \cdot AD = \frac{3}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **Chọn B.**



Dạng 5. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Diện tích tam giác SBC bằng $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. a^3 . B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

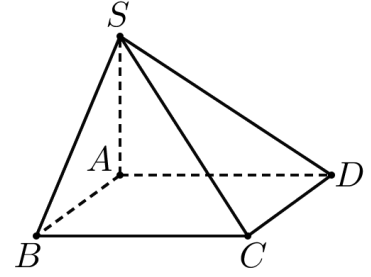
Lời giải. Đặt cạnh hình vuông là $x > 0$.

$$\text{Suy ra } SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{a^2 + x^2}.$$

Để thấy $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$ nên ta có

$$\frac{a^2 \sqrt{2}}{2} = S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} SB \cdot BC = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + x^2} \cdot x \longrightarrow x = a.$$

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3}{3}$. **Chọn C.**



Câu 44. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. a^3 . B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

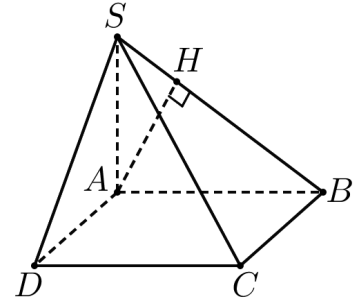
Lời giải. Gọi H là hình chiếu của A trên SB .

Để dạng chứng minh được

$$AH \perp (SBC) \Rightarrow d[A, (SBC)] = AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \longrightarrow SA = a.$$

Vậy thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3}{3}$. **Chọn C.**



Câu 45. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , cạnh bằng a . Cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của CD , H là điểm đối xứng của O qua SM (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối đa diện $ABCD SH$ bằng

- A. $\frac{a^3 \sqrt{10}}{12}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{10}}{18}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{10}}{24}$. D. $\frac{5a^3 \sqrt{10}}{24}$.

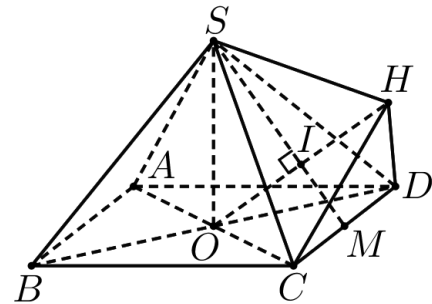
Lời giải. Khối đa diện $ABCD SH$ được chia thành hai khối chóp $S.ABCD$ và $H.SCD$.

$$\bullet V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot \sqrt{SB^2 - OB^2} = \frac{a^3 \sqrt{10}}{6}.$$

• Vì H đối xứng với O qua SM nên $d[O, (SCD)] = d[H, (SCD)]$.

$$\text{Suy ra } V_{H.SCD} = V_{O.SCD} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{10}}{24}.$$

Vậy thể tích khối đa diện cần tính: $V = V_{S.ABCD} + V_{H.SCD} = \frac{5a^3 \sqrt{10}}{24}$. **Chọn D.**



Câu 46*. Cho tứ diện $ABCD$ có $S_{\triangle ABC} = 4\text{cm}^2$, $S_{\triangle ABD} = 6\text{cm}^2$, $AB = 3\text{cm}$. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) bằng 60° . Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng

- A. $2\sqrt{3}\text{cm}^3$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$. C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$. D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$.

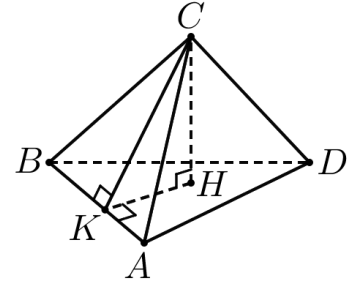
Lời giải. Kẻ $CK \perp AB$. Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CK \longrightarrow CK = \frac{8}{3}\text{cm}$.

Gọi H là chân đường cao của tứ diện hạ từ đỉnh C .

Xét tam giác vuông CHK , ta có

$$CH = CK \cdot \sin \widehat{CKH} = CK \cdot \sin((ABC), (ABD)) = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy $V = \frac{1}{3}S_{\triangle ABD} \cdot CH = \frac{8\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$. **Chọn D.**



Câu 47*. Cho tứ diện $ABCD$ có $BD = 3$. Hai tam giác ABD và CBD có diện tích lần lượt là 6 và 10. Biết thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 11, số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABD) và (CBD) là

- A. $\arcsin\left(\frac{11}{40}\right)$. B. $\arcsin\left(\frac{33}{40}\right)$. C. $\arccos\left(\frac{11}{40}\right)$. D. $\arccos\left(\frac{33}{40}\right)$.

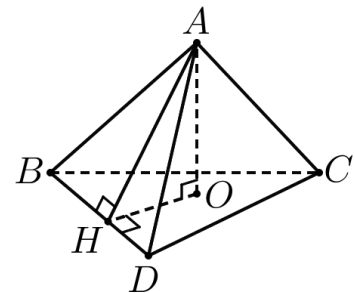
Lời giải. Kẻ $AH \perp BD$. Ta có $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}BD \cdot AH \longrightarrow AH = 4$.

Gọi O là chân đường cao của tứ diện hạ từ đỉnh A .

Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3}S_{\triangle BCD} \cdot AO \longrightarrow AO = \frac{3V_{ABCD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{33}{10}$.

Xét tam giác vuông AOH , ta có

$$\sin \widehat{AHO} = \frac{AO}{AH} = \frac{33}{40} \longrightarrow \widehat{AHO} = \arcsin\left(\frac{33}{40}\right). \text{ Chọn B.}$$



Câu 48*. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Các mặt bên (SAB) , (SAC) lần lượt tạo với mặt đáy các góc là 60° , 30° . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy nằm trên cạnh BC . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

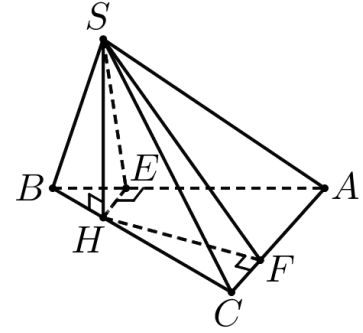
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{64}$.

Lời giải. Chọn C. Kẻ $HE \perp AB$ ($E \in AB$), $HF \perp AC$ ($F \in AC$) (tham khảo hình vẽ).

Từ hình vẽ, suy ra $\begin{cases} \widehat{SEH} = 60^\circ \\ \widehat{SFH} = 30^\circ \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} HE = SH \cdot \cot 60^\circ \\ HF = SH \cdot \cot 30^\circ \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S_{\triangle ABH} + S_{\triangle ACH} &= S_{\triangle ABC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} AB \cdot HE + \frac{1}{2} AC \cdot HF = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot SH \cdot (\cot 60^\circ + \cot 30^\circ) = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \longrightarrow SH = \frac{3a}{8}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{a^3 \sqrt{3}}{32}.$$



Câu 49*. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác với $AB = AC = 5a$, $BC = 6a$ và các mặt bên cùng tạo với đáy các góc 60° . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy nằm bên trong tam giác ABC . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

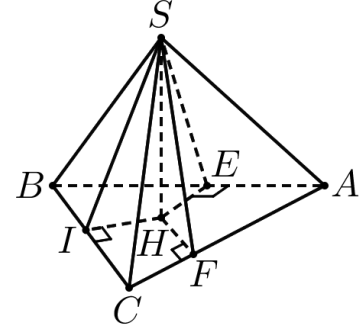
- A. $\frac{2a^3}{\sqrt{3}}$. B. $\sqrt{3}a^3$. C. $6\sqrt{3}a^3$. D. $8a^3$.

Lời giải. Kẻ $HE \perp AB$ ($E \in AB$), $HF \perp AC$ ($F \in AC$), $HI \perp BC$ ($I \in BC$).

Từ hình vẽ, suy ra $\widehat{SEH} = \widehat{SFH} = \widehat{SIH} = 60^\circ \longrightarrow HI = HE = HF = SH \cdot \cot 60^\circ$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S_{\triangle ABH} + S_{\triangle ACH} + S_{\triangle BCH} &= S_{\triangle ABC} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} AB \cdot HE + \frac{1}{2} AC \cdot HF + \frac{1}{2} BC \cdot HI = 12a^2 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 16a \cdot SH \cdot \cot 60^\circ = 12a^2 \longrightarrow SH = \frac{3a\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH = 6\sqrt{3}a^3. \text{ Chọn C.}$$



Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A và $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Đỉnh S cách đều các điểm A , B , C . Biết khoảng cách từ S đến mặt phẳng đáy bằng $a\sqrt{3}$, khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng $2a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $2\sqrt{2}a^3$. B. $4a^3$. C. $4\sqrt{2}a^3$. D. $8a^3$.

Lời giải. Gọi H là trung điểm BC . Từ giả thiết suy ra $SH \perp (ABC) \longrightarrow SH = a\sqrt{3}$.

$$\text{Ta có } d[B, (SAC)] = 2d[H, (SAC)] \longrightarrow d[H, (SAC)] = a\sqrt{2}.$$

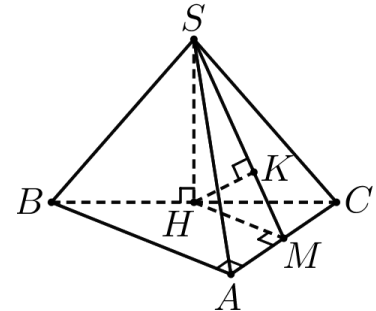
Kẻ $HE \perp AC$ (E là trung điểm AC), kẻ $HK \perp SE$. (1)

$$\text{Ta có } \begin{cases} AC \perp HE \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHE) \Rightarrow AC \perp HK. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra $HK \perp (SAC)$ nên

$$HK = d[H, (SAC)] = a\sqrt{2}.$$

Trong tam giác vuông SHE , tính được $HE = \sqrt{6}a \Rightarrow AB = 2\sqrt{6}a \xrightarrow{\widehat{ABC}=30^\circ} AC = 2\sqrt{2}a$.



Diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 4\sqrt{3}a^2$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH = 4a^3$. **Chọn B.**

Dạng 6. THỂ TÍCH LĂNG TRỤ ĐÚNG

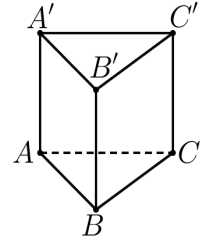
Câu 51. [ĐỀ THAM KHẢO 2016-2017] Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a có thể tích bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải. Chọn B. Chiều cao của lăng trụ: $AA' = a$.

Diện tích tam giác đều: $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.



Câu 52. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2018-2019] Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{3}a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{3a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải. Chiều cao của lăng trụ: $AA' = \sqrt{3}a$.

Diện tích tam giác đều: $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{3a^3}{4}$. **Chọn D.**

Câu 53. [ĐỀ THAM KHẢO 2018-2019] Thể tích khối lập phương có cạnh $2a$ bằng

- A. a^3 . B. $2a^3$. C. $6a^3$. D. $8a^3$.

Lời giải. Thể tích khối lập phương: $V = 2a \cdot 2a \cdot 2a = 8a^3$. **Chọn D.**

Câu 54. (ĐHSP Hà Nội lần 1, năm 2018-2019) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a$, $AB = 3a$, $AC = 5a$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. $4a^3$. B. $5a^3$. C. $12a^3$. D. $15a^3$.

Lời giải. Ta có $AD = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 4a$.

Thể tích khối hộp chữ nhật: $V = AA' \cdot AB \cdot AD = 12a^3$. **Chọn C.**

Câu 55. (ĐHSP Hà Nội lần 4, năm 2018-2019) Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = 3a$, $AC = 4a$, $BD = 5a$, $ABCD$ là hình thoi. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $20a^3$. B. $27a^3$. C. $30a^3$. D. $60a^3$.

Lời giải. Chiều cao khối lăng trụ: $AA' = 3a$.

Diện tích hình thoi: $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = 10a^2$.

Vậy thể tích khối lăng trụ: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' = 30a^3$. **Chọn C.**

Câu 56. Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và có các mặt bên đều là hình vuông. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $3a^3\sqrt{2}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải. Từ giả thiết, ta có $\begin{cases} S_{\text{day}} = (2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3} \\ h = 2a \end{cases} \longrightarrow V = S_{\text{day}} \cdot h = 2a^3\sqrt{3}$. **Chọn A.**

Câu 57. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

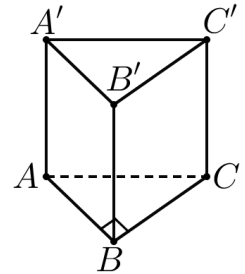
- A. a^3 . B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải. Từ giả thiết suy ra $BA = BC = a$.

Chiều cao khối lăng trụ: $BB' = a$.

Diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot BB' = \frac{a^3}{2}$. **Chọn B.**



Câu 58. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác với $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$ và $AA' = 2a\sqrt{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $a^3\sqrt{15}$. B. $4a^3\sqrt{5}$. C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. D. $\frac{4a^3\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải. Chiều cao khối lăng trụ: $AA' = 2a\sqrt{5}$.

Diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = a^3\sqrt{15}$. **Chọn A.**

Câu 59. Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và tổng diện tích các mặt bên bằng $3a^2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

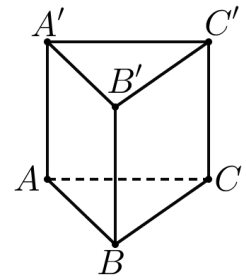
- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải. Xét khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều và $AA' \perp (ABC)$.

Diện tích xung quanh lăng trụ: $S_{xq} = 3.S_{ABB'A'} \Leftrightarrow 3a^2 = 3.(AA'.AB)$
 $\Leftrightarrow 3a^2 = 3.(AA'.a) \Rightarrow AA' = a.$

Diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$

Vậy thể tích khối lăng trụ: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC}.AA' = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$ **Chọn B.**



Câu 60. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $BA = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $BA' = a\sqrt{5}$.
 Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{2}.$

B. $2a^3\sqrt{2}.$

C. $a^3\sqrt{10}.$

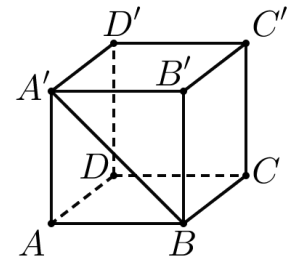
D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}.$

Lời giải. Trong tam giác vuông $BB'A'$, ta có

$$BB' = \sqrt{BA'^2 - A'B'^2} = 2a.$$

Khi đó thể tích hình hộp chữ nhật

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = BA.BC.BB' = 2\sqrt{2}a^3. \text{ **Chọn B.}**$$



Câu 61. [ĐỀ MINH HỌA 2016-2017] Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo $A'C = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. $a^3.$

B. $3\sqrt{3}a^3.$

C. $\frac{1}{3}a^3.$

D. $\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}.$

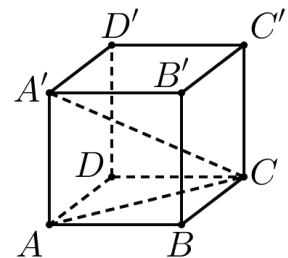
Lời giải. Đặt cạnh của khối lập phương là x ($x > 0$).

Suy ra $AC = x\sqrt{2}$ và $AA' = x$.

Tam giác vuông $A'AC$, có

$$A'C = \sqrt{AA'^2 + AC^2} \Leftrightarrow a\sqrt{3} = \sqrt{x^2 + (\sqrt{2}x)^2} \Rightarrow x = a.$$

Vậy thể tích khối lập phương: $V = a^3.$ **Chọn A.**



Câu 62. (Đại học Vinh lần 2, năm 2018-2019) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AC' = \sqrt{6}a$. Thể tích khối hộp bằng

A. $2a^3.$

B. $2\sqrt{3}a^3.$

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$

D. $\frac{2a^3}{3}.$

Lời giải. Dễ dàng tính được $AC = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$, suy ra $CC' = \sqrt{(\sqrt{6}a)^2 - (\sqrt{5}a)^2} = a.$

Vậy thể tích khối hộp chữ nhật: $V = AB.AD.CC' = a.2a.a = 2a^3.$ **Chọn A.**

Câu 63. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = 1$. Cạnh $A'B$ tạo với mặt đáy (ABC) góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

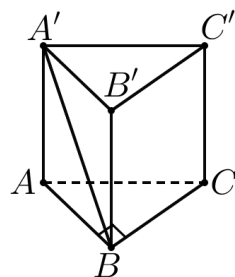
- A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải. Xác định: $60^\circ = (\widehat{A'B, (ABC)}) = (\widehat{A'B, AB}) = \widehat{A'BA}$.

Tam giác vuông $A'AB$, ta có $AA' = AB \cdot \tan \widehat{A'BA} = \sqrt{3}$.

Diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{1}{2}$.

Vậy $V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **Chọn C.**



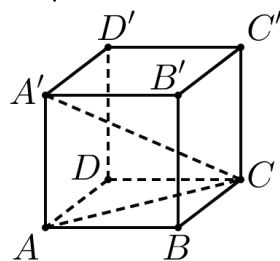
Câu 64. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a$, đường chéo $A'C$ tạo với mặt đáy $(ABCD)$ một góc α thỏa $\cot \alpha = \sqrt{5}$. Thể tích khối hộp đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $\sqrt{5}a^3$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{a^3}{\sqrt{5}}$.

Lời giải. Xác định: $\alpha = (\widehat{A'C, (ABCD)}) = (\widehat{A'C, AC}) = \widehat{A'CA}$.

Ta có $\begin{cases} AC = AA' \cdot \cot \alpha = a\sqrt{5} \\ AB = AA' = a \end{cases} \Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot AB \cdot BC = 2a^3$. **Chọn A.**



Câu 65. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{8}$. C. $\frac{3a^3}{8}$. D. $\frac{9a^3}{8}$.

Lời giải. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng $B'C'$. Dễ dàng xác định được

$$60^\circ = (\widehat{(AB'C'), (A'B'C')}) = (\widehat{AM, A'M}) = \widehat{AMA'}.$$

Tam giác vuông $A'B'M$, có

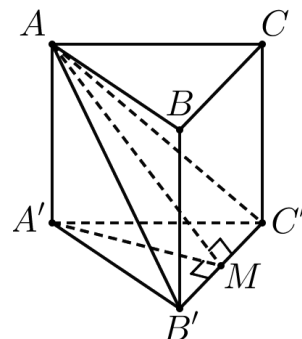
$$A'M = A'B' \cdot \cos \widehat{MA'B'} = a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2}.$$

Tam giác vuông $AA'M$, có

$$AA' = A'M \cdot \tan \widehat{MAA'} = \frac{a}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{3a^3}{8}$. **Chọn C.**



Câu 66. (ĐHSP Hà Nội lần 2, năm 2018-2019) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 3$. Tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 6 và tạo với mặt đáy (ABC) góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 9. B. 12. C. 18. D. 36.

Lời giải. Chiều cao khối lăng trụ: $AA' = 3$.

Diện tích mặt đáy: $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A'BC} \cdot \cos 60^\circ = 3$.

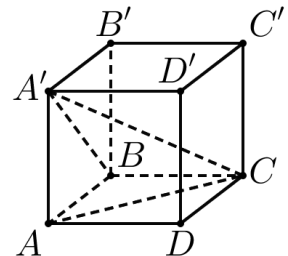
Vậy thể tích khối lăng trụ: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = 3 \cdot 3 = 9$. **Chọn A.**

Câu 67. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a\sqrt{3}$. Biết rằng mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60° , đường thẳng $A'C$ hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 30° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. a^3 . B. $a^3\sqrt{2}$. C. $2a^3\sqrt{6}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải. Xác định:
$$\begin{cases} 30^\circ = (\widehat{A'C, (ABCD)}) = (\widehat{A'C, AC}) = \widehat{A'CA} \\ 60^\circ = (\widehat{(A'BC), (ABCD)}) = (\widehat{A'B, AB}) = \widehat{A'BA}. \end{cases}$$

Ta có
$$\begin{cases} AB = AA' \cdot \cot \widehat{A'BA} = a \\ AC = AA' \cdot \cot \widehat{A'CA} = 3a \end{cases} \Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a\sqrt{2}.$$



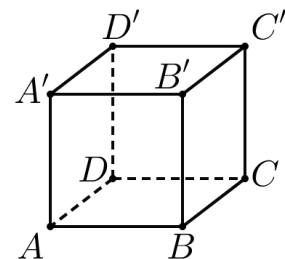
Vậy thể tích khối hộp chữ nhật: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot AB \cdot BC = 2a^3\sqrt{6}$. **Chọn C.**

Câu 68. Cho hình hộp chữ nhật có diện tích ba mặt cùng xuất phát từ cùng một đỉnh là 10cm^2 , 20cm^2 , 32cm^2 . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. 40cm^3 . B. 64cm^3 . C. 80cm^3 . D. 160cm^3 .

Lời giải. Xét hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật.

Theo bài ra, ta có
$$\begin{cases} S_{ABCD} = 10\text{cm}^2 \\ S_{ABB'A'} = 20\text{cm}^2 \\ S_{ADD'A'} = 30\text{cm}^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB \cdot AD = 10 \\ AB \cdot AA' = 20 \\ AA' \cdot AD = 32 \end{cases}$$



Nhân vế theo vế, ta được $(AA' \cdot AB \cdot AD)^2 = 6400 \Rightarrow AA' \cdot AB \cdot AD = 80$.

Vậy thể tích khối hộp chữ nhật: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot AB \cdot AD = 80\text{ cm}^3$. **Chọn C.**

Câu 69. Cho khối hộp đứng có đáy là một hình thoi có độ dài đường chéo nhỏ bằng 10 và góc nhọn bằng 60° . Diện tích mỗi mặt bên của khối hộp bằng 10. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. $25\sqrt{3}$. B. 50. C. $50\sqrt{3}$. D. $100\sqrt{3}$.

Lời giải. Giả sử khối hộp đã cho là $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = a$ và $\widehat{BAD} = 60^\circ$.

Suy ra $BD = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Theo giả thiết, ta có $BD = 10 \Leftrightarrow a = 10$.

Diện tích mặt đáy: $S = AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$.

Diện tích mỗi mặt bên bằng 10 $\Leftrightarrow AB \cdot BB' = 10 \Rightarrow BB' = 1$.

Vậy thể tích khối hộp: $V = S_{ABCD} \cdot BB' = 50\sqrt{3}$. **Chọn C.**

Câu 70. Cho hình hộp chữ nhật có đường chéo $d = \sqrt{21}$. Độ dài ba kích thước của hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân có công bội $q = 2$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. 6. B. 8. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải. Xét hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài kích thước ba cạnh lần lượt là $AA' = a$, $AB = b$, $AD = c$ và có đường chéo AC' .

Ta có a, b, c lập thành cấp số nhân có công bội $q = 2$. Suy ra $\begin{cases} b = 2a \\ c = 4a \end{cases}$.

Mặt khác, độ dài đường chéo $AC' = \sqrt{21} \Rightarrow AA'^2 + AB^2 + AD^2 = 21 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 21$.

Từ đó ta có hệ $\begin{cases} c = 2b = 4a \\ a^2 + b^2 + c^2 = 21 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 2, c = 4$.

Vậy thể tích khối hộp chữ nhật: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = abc = 8$. **Chọn B.**

Dạng 7. THỂ TÍCH LĂNG TRỤ XIÊN

Câu 71. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , biết $A'O = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.

Lời giải. Chiều cao khối lăng trụ: $A'O = a$. Diện tích tam giác đều: $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'O = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$. **Chọn B.**

Câu 72. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a\sqrt{2}$ và $A'A = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

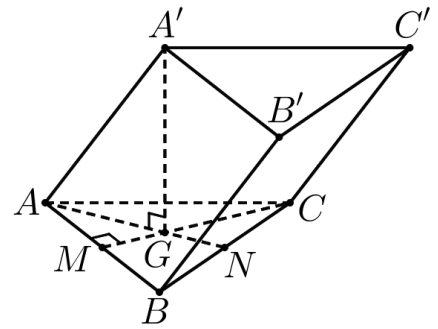
Lời giải. Ta có $AN = a\sqrt{6}$, suy ra $AG = \frac{2}{3}AN = \frac{2}{3}a\sqrt{6}$.

Chiều cao khối lăng trụ: $A'G = \sqrt{A'A^2 - AG^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích tam giác đều: $S_{\triangle ABC} = \left(2a\sqrt{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 2a^2\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'G = 2a^3$.

Chọn A.



Câu 73. Cho hình trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy trùng với tâm của đáy. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $4\sqrt{2}a^3$. B. $8a^3$. C. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{8a^3}{3}$.

Lời giải. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

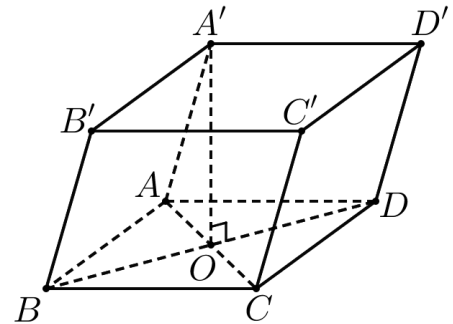
Từ giả thiết suy ra $A'O \perp (ABCD)$.

Chiều cao khối lăng trụ: $A'O = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = a\sqrt{2}$.

Diện tích hình vuông: $S_{ABCD} = 4a^2$.

Vậy thể tích khối lăng trụ:

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'O = 4\sqrt{2}a^3. \text{ Chọn A.}$$



Câu 74. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $AA' = a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm H của AB . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

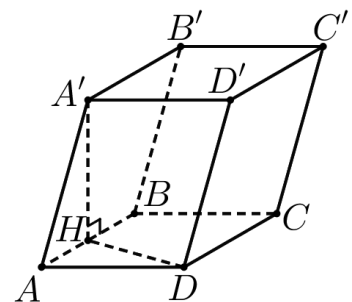
- A. a^3 . B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải. Diện tích hình vuông: $S_{ABCD} = a^2$.

Chiều cao khối lăng trụ: $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ:

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'H = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}. \text{ Chọn B.}$$



Câu 75. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB và $A'A = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

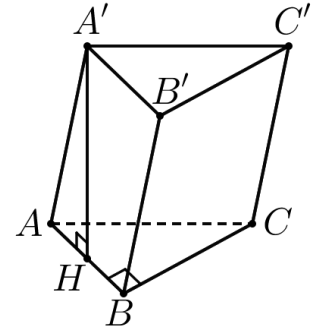
- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $2a^3\sqrt{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải. Từ giả thiết suy ra $BA = BC = a\sqrt{2}$.

Chiều cao khối lăng trụ: $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích tam giác vuông: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BA \cdot BC = a^2$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'H = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **Chọn C.**



Câu 76. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = AC = a$. Biết rằng $A'A = A'B = A'C = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

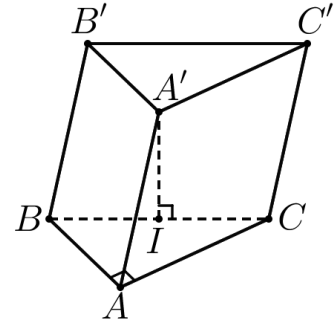
Lời giải. Gọi I là trung điểm BC . Từ giả thiết suy ra $A'I \perp (ABC)$.

Tam giác ABC , có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{2}$.

Chiều cao khối lăng trụ: $A'I = \sqrt{A'B^2 - BI^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích tam giác vuông: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{a^2}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'I = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **Chọn B.**



Câu 77. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 1$, $AC = 2$. Cạnh bên $AA' = \sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt (ABC) trùng với chân đường cao hạ từ B của tam giác ABC . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

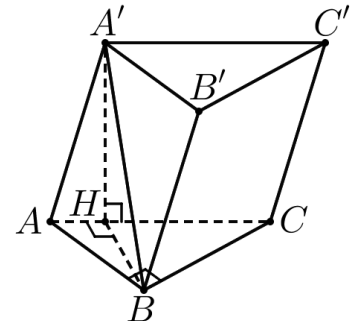
- A. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{21}}{4}$. C. $\frac{3\sqrt{21}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{12}$.

Lời giải. Tam giác vuông ABC , có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{3}$ và $AH = \frac{AB^2}{AC} = \frac{1}{2}$.

Chiều cao khối lăng trụ: $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}$.

Diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'H = \frac{\sqrt{21}}{4}$. **Chọn B.**



Câu 78. [ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016-2017] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Thể tích của khối đa diện $ABCB'C'$ bằng

A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{16}{3}$.

C. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

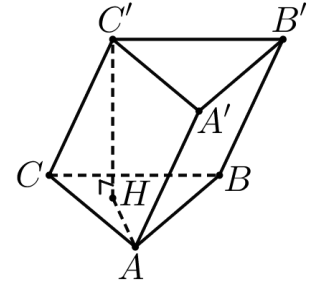
D. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải. Chiều cao khối lăng trụ: $h = AC' \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot h = \frac{1}{2} AC^2 \cdot h = 8\sqrt{3}$.

Suy ra thể tích cần tính: $V_{ABCB'C'} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Chọn D.



Câu 79. Cho khối lăng trụ biết đáy có diện tích $S = 10\text{cm}^2$, cạnh bên $\ell = 10\text{cm}$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ bằng

A. 50cm^3 .

B. $50\sqrt{3}\text{cm}^3$.

C. 100cm^3 .

D. $100\sqrt{3}\text{cm}^3$.

Lời giải. Chiều cao khối lăng trụ: $h = \ell \cdot \sin 60^\circ = 5\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ: $V = S \cdot h = 50\sqrt{3}\text{cm}^3$. **Chọn B.**

Câu 80. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O và $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Đường thẳng $A'O$ vuông góc với đáy ($ABCD$), cạnh bên AA' hợp với mặt đáy ($ABCD$) một góc 45° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

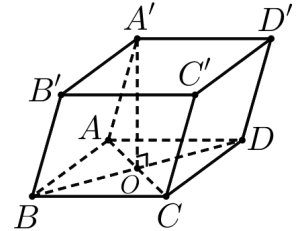
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải. Xác định: $45^\circ = (\widehat{AA', (ABCD)}) = (\widehat{AA', AO}) = \widehat{A'AO}$.

Chiều cao khối lăng trụ: $A'O = AO \cdot \tan \widehat{A'AO} = a$.

Diện tích hình chữ nhật: $S_{ABCD} = AB \cdot AD = a^2\sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'O = a^3\sqrt{3}$. **Chọn A.**



Câu 81. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của BC . Góc tạo bởi cạnh bên AA' với mặt đáy là 45° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 1.

B. 3.

C. $\frac{\sqrt{6}}{8}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{24}$.

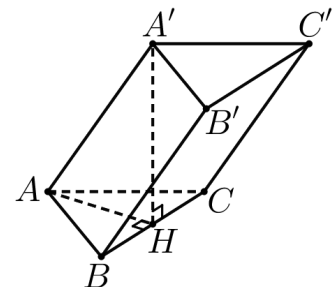
Lời giải. Ta có $AH = \sqrt{3}$.

Xác định: $45^\circ = (\widehat{AA', (ABCD)}) = (\widehat{AA', AH}) = \widehat{A'AH}$.

Chiều cao khối lăng trụ: $A'H = AH \cdot \tan \widehat{A'AH} = \sqrt{3}$.

Diện tích tam giác đều: $S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'H = 3$. **Chọn B.**



Câu 82. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , tâm O và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60° . Đỉnh A' cách đều các điểm A, B, D . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{3a^3}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

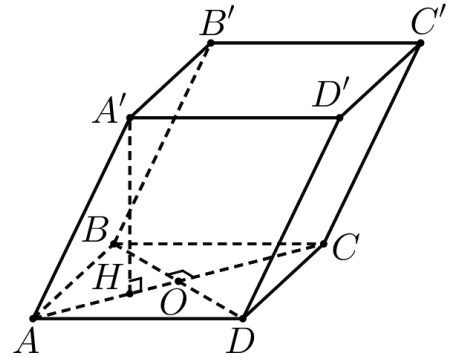
Lời giải. Chọn B. Từ giả thiết suy ra tam giác ABD đều cạnh a . Gọi H là tâm tam giác ABD . Vì A' cách đều các điểm A, B, D nên $A'H \perp (ABD)$.

Xác định: $60^\circ = (\overline{AA'}, (\overline{ABCD})) = (\overline{AA'}, \overline{HA}) = \widehat{A'AH}$.

Ta có $AH = \frac{2}{3}AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chiều cao khối lăng trụ: $A'H = AH \cdot \tan \widehat{A'AH} = a$.

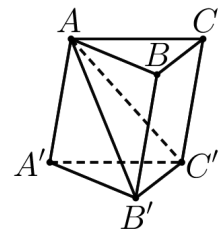
Diện tích hình thoi: $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'H = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.



Câu 83. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, biết thể tích khối chóp $A.BCB'C'$ bằng $2a^3$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{5}{2}a^3$. B. $3a^3$. C. $4a^3$. D. $6a^3$.

Lời giải. Dễ thấy
$$\begin{cases} V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} \\ V_{A.BCB'C'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = 2a^3 \end{cases} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = 3a^3.$$



Chọn B.

Câu 84. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12cm^3 . Thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ bằng

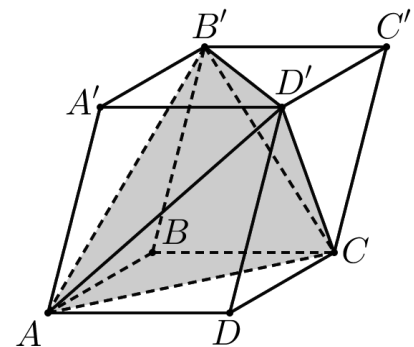
- A. 2cm^3 . B. 3cm^3 . C. 4cm^3 . D. 5cm^3 .

Lời giải. Dễ thấy

$$V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - (V_{B'ABC} + V_{D'ADC} + V_{AA'B'D'} + V_{CB'C'D'}).$$

$$\text{Mà } V_{B'ABC} = V_{D'ADC} = V_{AA'B'D'} = V_{CB'C'D'} = \frac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{6}.$$

$$\text{Suy ra } V_{ACB'D'} = \frac{1}{3} \cdot V_{ABCD.A'B'C'D'} = 4\text{ cm}^3. \text{ Chọn C.}$$



Câu 85*. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết rằng $A'O \perp (ABCD)$ và cạnh bên AA' hợp với đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối đa diện $OABC'D'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

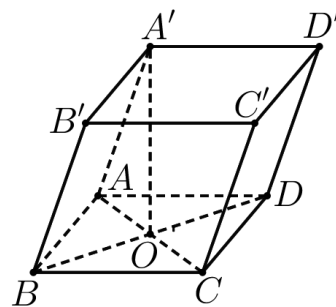
C. $\frac{a^3}{8}$.

D. $\frac{a^3}{12}$.

Lời giải. Dễ dàng tính được $V = S_{ABCD} \cdot A'O = \frac{3a^3}{4}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } V &= V_{O,ABC'D'} + V_{AA'D',BB'C'} + V_{C',BOC} + V_{D',AOD} + V_{O,CDD'C'} \\ &= V_{O,ABC'D'} + \frac{1}{2}V + \frac{1}{12}V + \frac{1}{12}V + \frac{1}{6}V. \end{aligned}$$

Suy ra $V_{O,ABC'D'} = \frac{V}{6} = \frac{a^3}{8}$. **Chọn C.**



Dạng 8. TỈ SỐ THỂ TÍCH

Câu 86. [ĐỀ MINH HỌA 2016-2017] Cho tứ diện $ABCD$ có AB , AC và AD đôi một vuông góc. Các điểm M , N , P lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC , CD , BD . Biết rằng $AB = 4a$, $AC = 6a$, $AD = 7a$. Thể tích khối tứ diện $AMNP$ bằng

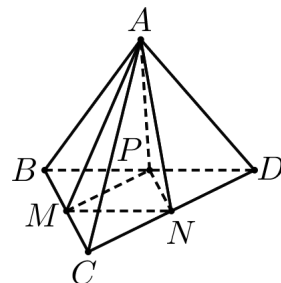
- A. $7a^3$. B. $14a^3$. C. $21a^3$. D. $28a^3$.

Lời giải. Tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB , AC và AD

đôi một vuông góc nên $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = 28a^3$.

Ta có $S_{\triangle MNP} = \frac{1}{4} S_{\triangle BCD} \longrightarrow V_{AMNP} = \frac{1}{4} V_{A.BCD} = 7a^3$.

Chọn A.



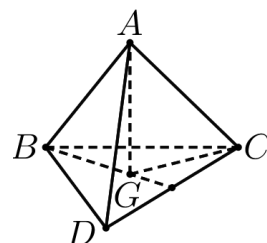
Câu 87. [ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016-2017] Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 24 và G là trọng tâm của tam giác BCD . Thể tích của khối chóp $G.ABC$ bằng

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 12.

Lời giải. Ta có $V_{G.ABC} = V_{A.GBC}$.

Vì G là trọng tâm tam giác BCD nên $S_{\triangle GBC} = \frac{1}{3} S_{\triangle DBC}$.

Suy ra $V_{A.GBC} = \frac{1}{3} V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 24 = 8$. **Chọn C.**



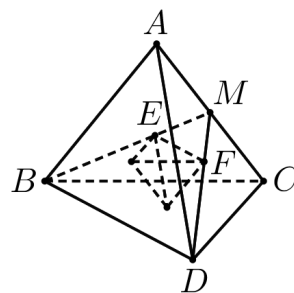
Câu 88. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi V' là thể tích của khối tứ diện có các đỉnh là trọng tâm của các mặt của khối tứ diện $ABCD$. Tỉ số $\frac{V'}{V}$ bằng

- A. $\frac{1}{27}$. B. $\frac{4}{27}$. C. $\frac{8}{27}$. D. $\frac{23}{27}$.

Lời giải. Chọn A. Gọi M là trung điểm AC ; E , F lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC , ACD .

Trong tam giác MBD , có $EF = \frac{1}{3} BD$.

Tương tự ta có các cạnh còn lại của tứ diện mới sinh ra bằng $\frac{1}{3}$ cạnh của tứ diện ban đầu nên $\frac{V'}{V} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$.



Câu 89. Cho tứ diện $ABCD$ có AB , AC , AD đôi một vuông góc và $AB = 6a$, $AC = 9a$, $AD = 3a$. Gọi M , N , P lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC , ACD , ADB . Thể tích của khối tứ diện $AMNP$ bằng

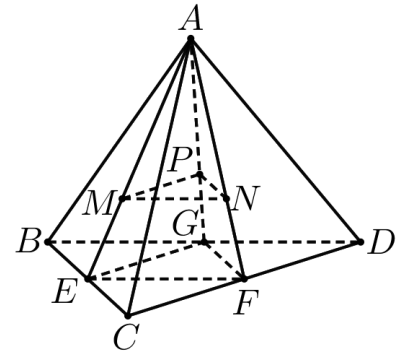
- A. $2a^3$. B. $4a^3$. C. $6a^3$. D. $8a^3$.

Lời giải. Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = 27a^3$.

$$\text{Do } S_{\triangle EFG} = \frac{1}{4} S_{\triangle BCD} \longrightarrow V_{AEFG} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = \frac{27}{4} a^3.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{A.MNP}}{V_{A.EFG}} = \frac{AM}{AE} \cdot \frac{AN}{AF} \cdot \frac{AP}{AG} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

$$\longrightarrow V_{A.MNP} = \frac{8}{27} V_{A.EFG} = 2a^3. \text{ Chọn A.}$$



Câu 90. [ĐỀ THAM KHẢO 2016-2017] Cho tứ diện có thể tích bằng V . Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho. Tỷ số $\frac{V'}{V}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

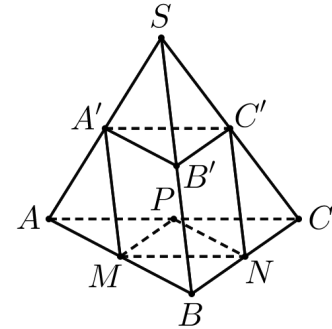
D. $\frac{5}{8}$.

Lời giải. Kí hiệu tứ diện và các điểm như hình vẽ.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{V}{8}.$$

$$\text{Tương tự } V_{A.A'MP} = V_{B.B'MN} = V_{C.C'NP} = \frac{V}{8}.$$

$$\text{Suy ra } V' = \frac{V}{2} \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{1}{2}. \text{ Chọn A.}$$



Câu 91. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích bằng 48. Gọi M, N lần lượt là điểm thuộc các cạnh AB, CD sao cho $MA = MB, NC = 2ND$. Thể tích của khối chóp $S.MBCN$ bằng

A. 8.

B. 20.

C. 28.

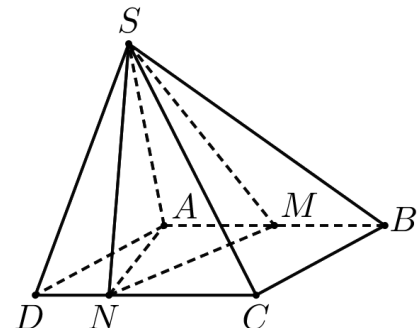
D. 40.

Lời giải. Gọi d là khoảng cách từ đỉnh A đến cạnh CD .

$$\text{Diện tích hình bình hành } S_{ABCD} = AB \cdot d.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S_{MBCN} &= S_{ABCD} - S_{\triangle AMN} - S_{\triangle ADN} \\ &= AB \cdot d - \frac{1}{2} AM \cdot d - \frac{1}{2} DN \cdot d = AB \cdot d - \frac{1}{4} AB \cdot d - \frac{1}{6} AB \cdot d \\ &= \frac{7}{12} AB \cdot d = \frac{7}{12} S_{ABCD}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V_{S.MBCN} = \frac{7}{12} V_{S.ABCD} = \frac{7}{12} \cdot 48 = 28. \text{ Chọn C.}$$



Câu 92. (KHTN lần 2, năm 2018-2019) Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích V , đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SB, BC, CD, DA . Thể tích khối chóp $M.CNQP$ bằng

A. $\frac{3V}{4}$.

B. $\frac{3V}{8}$.

C. $\frac{V}{16}$.

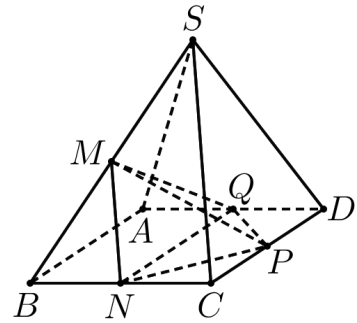
D. $\frac{3V}{16}$.

Lời giải. Từ giả thiết suy ra $S_{CNQP} = \frac{3}{8} \cdot S_{ABCD}$.

Vì M là trung điểm SB nên

$$d[M, (ABCD)] = \frac{1}{2} d[S, (ABCD)].$$

Suy ra $V_{M.CNQP} = \frac{3}{16} V$. **Chọn D.**



Câu 93. (Đại học Vinh lần 2, năm 2018-2019) Gọi V là thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_1 là thể tích tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $V = 2V_1$.

B. $V = 3V_1$.

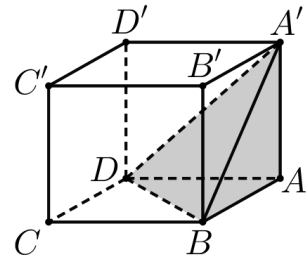
C. $V = 4V_1$.

D. $V = 6V_1$.

Lời giải. Ta có $V = S_{ABCD} \cdot AA'$ và $V_1 = \frac{1}{3} S_{\triangle ABD} \cdot AA'$.

Mà $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \longrightarrow \frac{V}{V_1} = 6$.

Suy ra $V = 6V_1$. **Chọn D.**



Câu 94. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABC và song song với BC cắt các cạnh AB , AC lần lượt tại M , N . Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lăng trụ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích phần bé chia phần lớn bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{4}{23}$.

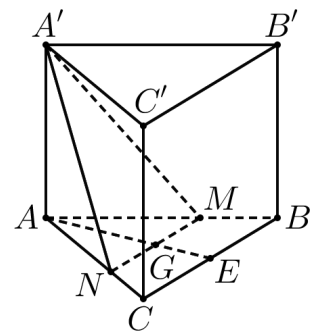
D. $\frac{4}{27}$.

Lời giải. Dễ thấy $S_{\triangle AMN} = \frac{4}{9} S_{\triangle ABC}$.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA'$ và $V_{A'.AMN} = \frac{1}{3} S_{\triangle AMN} \cdot AA'$.

Suy ra $V_{A'.AMN} = \frac{4}{27} V_{ABC.A'B'C'} \longrightarrow V_{BMNC.A'B'C'} = \frac{23}{27} V_{ABC.A'B'C'}$.

Vậy $\frac{V_{A'.AMN}}{V_{BMNC.A'B'C'}} = \frac{4}{23}$. **Chọn C.**



Câu 95. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có I là giao điểm của AC và BD . Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích các khối $ABCD.A'B'C'D'$ và $IA'B'C'$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. 2.

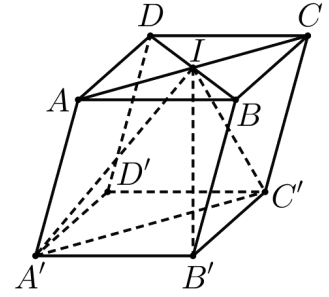
C. 3.

D. 6.

Lời giải. Chọn D. Thật vậy:

Khối chóp $IA'B'C'$ so với khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$

- Diện tích đáy giảm $\frac{1}{2}$.
- Công thức tính khối chóp thì nhân thêm $\frac{1}{3}$.



Câu 96. Cho hình chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 9, diện tích đáy bằng 5. Gọi M là trung điểm của cạnh SB và N thuộc cạnh SC sao cho $NS = 2NC$. Thể tích của khối chóp $A.BMNC$ bằng

A. 5.

B. 10.

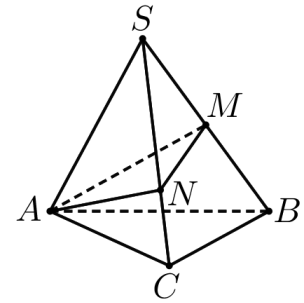
C. 15.

D. 30.

Lời giải. Từ giả thiết, ta có $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$ và $\frac{SM}{SB} = \frac{1}{2}$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 5 = 15$.

Ta có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{ABMNC} = \frac{2}{3} V_{S.ABC} = 10$. **Chọn B.**



Câu 97. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm trên đoạn SC sao cho $NS = 2NC$. Thể tích của khối chóp $A.BCNM$ bằng

A. $\frac{a^3 \sqrt{11}}{12}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{11}}{16}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{11}}{18}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{11}}{36}$.

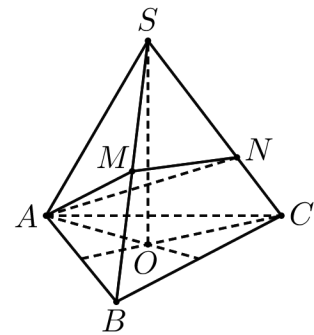
Lời giải. Gọi O là tâm của tam giác ABC . Từ giả thiết suy ra $SO \perp (ABC)$.

Chiều cao khối chóp: $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}}$.

Thể tích khối chóp: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}} = \frac{a^3 \sqrt{11}}{12}$.

Ta có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, suy ra $\frac{V_{ABCNM}}{V_{S.ABC}} = \frac{2}{3}$.

Vậy $V_{ABCNM} = \frac{2}{3} V_{S.ABC} = \frac{a^3 \sqrt{11}}{18}$. **Chọn C.**



Câu 98. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V và các điểm M, N, P thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AP} = 4\overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V_{AMNP} = 8V$.

B. $V_{AMNP} = 24V$.

C. $V_{AMNP} = \frac{V}{8}$.

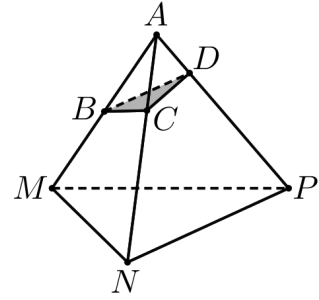
D. $V_{AMNP} = \frac{V}{24}$.

Lời giải. Từ giả thiết, suy ra

$$\frac{AB}{AM} = \frac{1}{2}; \frac{AC}{AN} = \frac{1}{3}; \frac{AD}{AP} = \frac{1}{4}.$$

Ta có $\frac{V_{A.BCD}}{V_{A.MNP}} = \frac{AB}{AM} \cdot \frac{AC}{AN} \cdot \frac{AD}{AP} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24}.$

Suy ra $V_{A.MNP} = 24.V_{A.BCD} = 24V$. **Chọn B.**



Câu 99. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3$, $SB = 4$, $SC = 5$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$.

Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $5\sqrt{2}$.

B. $5\sqrt{3}$.

C. 10.

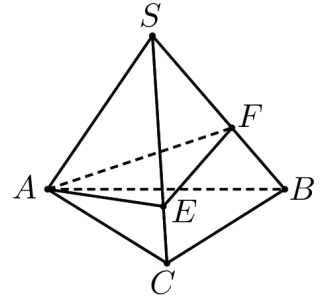
D. 15.

Lời giải. Trên các đoạn SB , SC lần lượt lấy các điểm E , F sao cho $SE = SF = 3$.

Khi đó $S.AEF$ là khối tứ diện đều có cạnh $a = 3$.

Suy ra $V_{S.AEF} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{9\sqrt{2}}{4}.$

Ta có $\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABC}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SF}{SC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{20} \longrightarrow V_{S.ABC} = \frac{20}{9} V_{S.AEF} = 5\sqrt{2}.$



Chọn A.

Câu 100*. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng a . Mặt phẳng (P) song song với mặt đáy (ABC) và cắt các cạnh bên SA , SB , SC lần lượt tại M , N , P . Biết mặt phẳng (P) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích bằng nhau. Diện tích tam giác MNP bằng

A. $\frac{a^2 \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}.$

B. $\frac{a^2 \sqrt{3}}{4\sqrt[3]{4}}.$

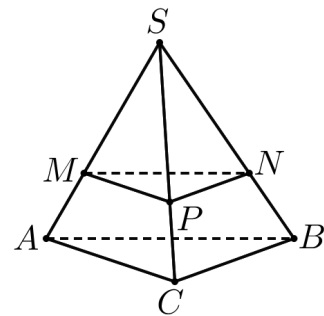
C. $\frac{a^2 \sqrt{3}}{8}.$

D. $\frac{a^2 \sqrt{3}}{16}.$

Lời giải. Theo định lí Talet: $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = x.$

Ta có $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = x^3.$

Theo giả thiết $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{2} \rightarrow x^3 = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}.$



Suy ra tam giác MNP đều cạnh $\frac{a}{\sqrt[3]{2}}$ nên $S_{\Delta MNP} = \left(\frac{a}{\sqrt[3]{2}}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4\sqrt[3]{4}}.$ **Chọn B.**

Câu 101. Cho tam giác ABC vuông cân ở A và $AB = a$. Trên đường thẳng qua C và vuông góc với (ABC) lấy điểm D sao cho $CD = a$. Mặt phẳng (α) qua C và vuông góc với BD , cắt BD tại F và cắt AD tại E . Thể tích của khối tứ diện $CDEF$ bằng

A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{a^3}{12}$.

C. $\frac{a^3}{24}$.

D. $\frac{a^3}{36}$.

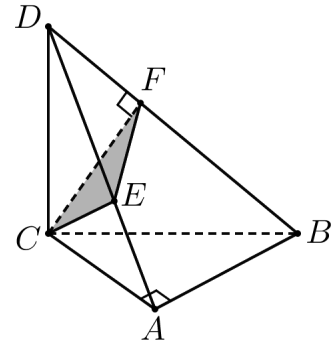
Lời giải. Ta có $\begin{cases} BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{2} \\ BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = a\sqrt{3}. \end{cases}$

Dễ dàng chứng minh được $CE \perp AD$.

Tam giác vuông DCB , có $CD^2 = DF \cdot DB \Rightarrow \frac{DF}{DB} = \frac{CD^2}{DB^2} = \frac{1}{3}$.

Tương tự, ta cũng có $\frac{DE}{DA} = \frac{CD^2}{DA^2} = \frac{1}{2}$.

Suy ra $\frac{V_{D.EFC}}{V_{D.ABC}} = \frac{DE}{DA} \cdot \frac{DF}{DB} = \frac{1}{6} \longrightarrow V_{D.EFC} = \frac{1}{6} \cdot V_{D.ABC} = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 \cdot a \right) = \frac{a^3}{36}$. **Chọn D.**



Câu 102. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $BA = BC = 1$, $AD = 2$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB . Thể tích của khối đa diện $SAHCD$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{9}$.

D. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$.

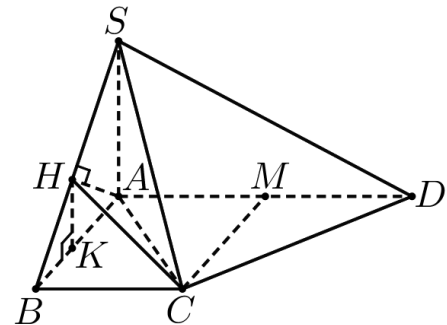
Lời giải. Dễ dàng tính được $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Kẻ $HK \parallel SA$ ($K \in AB$). Ta có

$$\frac{HK}{SA} = \frac{BH}{BS} = \frac{AB^2}{BS^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow HK = \frac{SA}{3} = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

Khi đó $V_{H.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot HK = \frac{\sqrt{2}}{18}$.

Suy ra thể tích cần tính: $V_{S.ABCD} - V_{H.ABC} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{18} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$. **Chọn D.**



Câu 103. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tỷ số của thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$ chia cho thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{16}$.

Lời giải. Chọn C. Ta có $V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'D'C'}$.

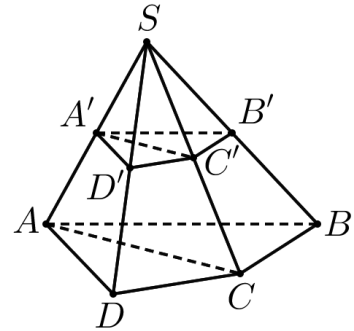
$$\text{Mà } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{8} V_{S.ABC}.$$

$$\text{Tương tự ta cũng có } V_{S.A'D'C'} = \frac{1}{8} V_{S.ADC}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.A'B'C'D'} = \frac{1}{8} V_{S.ABC} + \frac{1}{8} V_{S.ADC} = \frac{1}{8} (V_{S.ABC} + V_{S.ADC}) = \frac{1}{8} V_{S.ABCD}. \text{ Suy ra } \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}.$$

Lưu ý: Tỷ số thể tích chỉ áp dụng cho khối chóp tam giác nên nếu đáy là tứ giác ta chia đáy thành hai tam giác.



Câu 104. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Mặt phẳng (α) đi qua A, B và trung điểm M của SC . Mặt phẳng (α) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 với $V_1 < V_2$. Tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{5}{8}$.

Lời giải. Kẻ $MN \parallel CD$ ($N \in CD$), suy ra $ABMN$ là thiết diện của khối chóp.

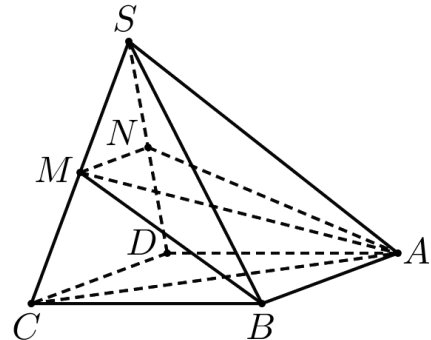
$$\text{Ta có } V_{S.ABMN} = V_{S.ABM} + V_{S.AMN}.$$

$$\bullet \frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{2} V_{S.ABC} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD}.$$

$$\bullet \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{8} V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABMN} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD} + \frac{1}{8} V_{S.ABCD} = \frac{3}{8} V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Suy ra } V_{ABMNDC} = \frac{5}{8} V_{S.ABCD}. \text{ Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}. \text{ Chọn B.}$$



Câu 105. [ĐỀ THAM KHẢO 2018-2019] Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB' . Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P , đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q . Thể tích khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

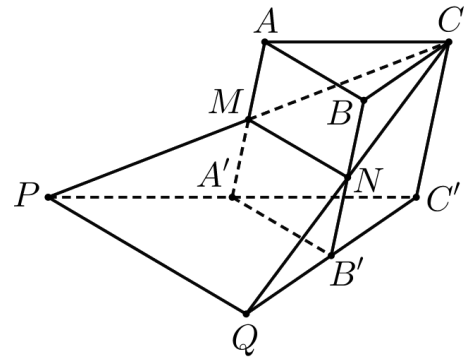
Lời giải. Gọi h là chiều cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Do $S_{\Delta C'PQ} = 4S_{\Delta C'A'B'}$ nên $V_{C.C'PQ} = \frac{4}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{4}{3}$. (1)

Ta có $V_{C.ABB'A'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{C.ABNM} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3}$.

Suy ra $V_{CMN.C'A'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C.ABNM} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $V_{A'MPB'NQ} = \frac{2}{3}$. **Chọn D.**



Câu 106. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$. Thể tích của khối đa diện $ABC.MNP$ bằng

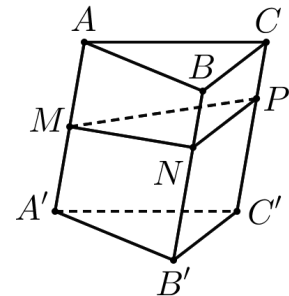
- A. $\frac{2}{3}V$. B. $\frac{9}{16}V$. C. $\frac{11}{18}V$. D. $\frac{20}{27}V$.

Lời giải. Công thức giải nhanh: $V_{ABC.MNP} = \left(\frac{m+n+p}{3}\right)V$

với $m = \frac{AM}{AA'}, n = \frac{BN}{BB'}, p = \frac{CP}{CC'}$.

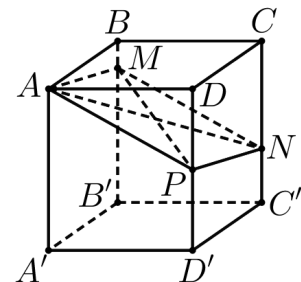
Áp dụng: $m = \frac{1}{2}, n = \frac{2}{3}, p = \frac{2}{3}$, ta được $V_{ABC.MNP} = \frac{11}{18}V$.

Chọn C.



Câu 107. Người ta cắt một khối lập phương thành hai khối đa diện bởi một mặt phẳng đi qua A (như hình vẽ) sao cho phần thể tích của khối đa diện chứa điểm B bằng một nửa thể tích của khối đa diện còn lại. Tỷ số $\frac{CN}{CC'}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{4}$.



Lời giải. Công thức giải nhanh: $\frac{V_{AMNPBCD}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{0 + \frac{CN}{CC'}}{2} = \frac{\frac{BM}{BB'} + \frac{DP}{DD'}}{2}$.

Theo giả thiết, ta có $\frac{V_{AMNPBCD}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{0 + \frac{CN}{CC'}}{2} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{CN}{CC'} = \frac{2}{3}$. **Chọn C.**

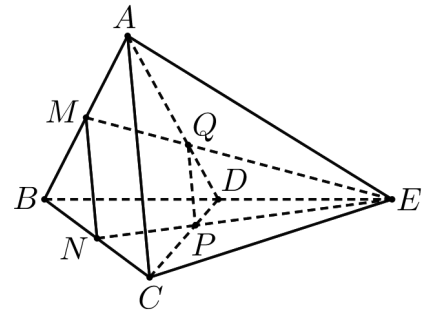
Câu 108*. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện. Khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{18}$. B. $\frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$. C. $\frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. D. $\frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$.

Lời giải. Thể tích khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh

$$a \text{ là } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Gọi $\begin{cases} P = EN \cap CD \\ Q = EM \cap AD \end{cases} \Rightarrow P, Q$ lần lượt là trọng tâm của $\triangle BCE$ và $\triangle ABE$.



$$\text{Ta có } \frac{V_{B.MNE}}{V_{B.ACD}} = \frac{BM}{BA} \cdot \frac{BN}{BC} \cdot \frac{BE}{BD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{B.MNE} = \frac{1}{2}V;$$

$$\frac{V_{E.DQP}}{V_{E.BMN}} = \frac{ED}{EB} \cdot \frac{EQ}{EM} \cdot \frac{EP}{EN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{BMNDQP} = \frac{7}{9}V_{E.BMN} = \frac{7}{18}V.$$

Suy ra thể tích khối đa diện chứa đỉnh A bằng $\frac{11}{18}V = \frac{11}{18} \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. **Chọn C.**

Câu 109*. Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có

thể tích là V_1, V_2 trong đó V_1 là phần thể tích chứa đỉnh A . Tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$ bằng

- A. $\frac{7}{5}$. B. $\frac{12}{5}$. C. $\frac{5}{7}$. D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải. Dễ thấy DE là đường trung bình của tam giác MBC , suy ra $\frac{ME}{MB} = \frac{1}{2}$; F là

trọng tâm của tam giác SMC , suy ra $\frac{MF}{MN} = \frac{2}{3}$. Ta có

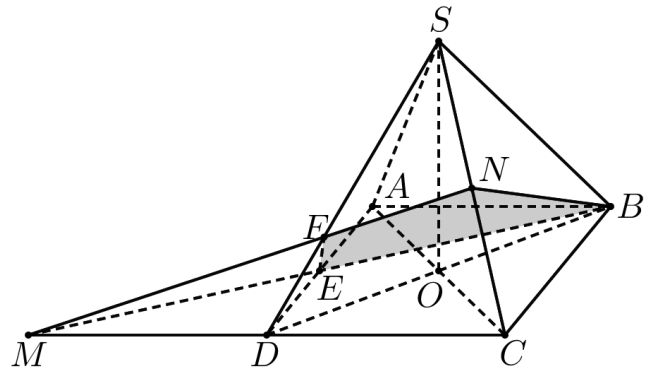
$$\frac{V_{M.DEF}}{V_{M.CBN}} = \frac{MD}{MC} \cdot \frac{ME}{MB} \cdot \frac{MF}{MN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Suy ra } V_2 = \left(1 - \frac{1}{6}\right) V_{M.CBN} = \frac{5}{6} V_{M.CBN}. \quad (1)$$

$$\text{Mà } \frac{V_{C.BNM}}{V_{C.BSD}} = \frac{CN}{CS} \cdot \frac{CM}{CD} = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

$$\Rightarrow V_{C.BNM} = V_{C.BSD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD}. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), suy ra } V_2 = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{5}{12} V_{S.ABCD} \longrightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{5}{7}. \text{ Chọn C.}$$



Câu 110*. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là trung điểm ba cạnh $A'B', BB'$ và $D'D$. Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng $A'A$ tại I . Biết thể tích khối tứ diện $IANP$ là V . Thể tích khối hộp đã cho $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

- A. $2V$. B. $4V$. C. $6V$. D. $12V$.

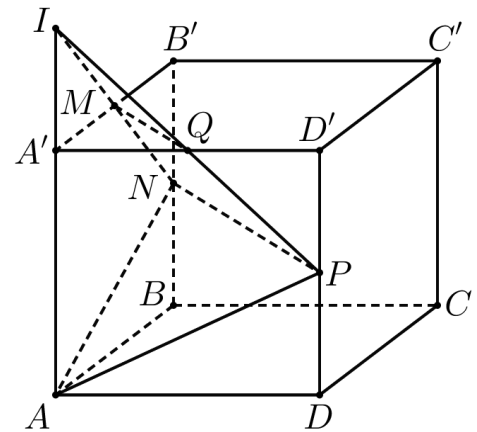
Lời giải. Gọi $Q = (MNP) \cap A'D'$. Theo tính chất của giao tuyến suy ra $MQ \parallel NP$ nên Q là trung điểm của $A'D'$. Suy ra M, Q lần lượt là trung điểm IN, IP .

Ta có

$$\frac{V_{I.A'MQ}}{V_{IANP}} = \frac{IA'}{IA} \cdot \frac{IM}{IN} \cdot \frac{IQ}{IP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12} \longrightarrow V_{I.A'MQ} = \frac{V}{12}.$$

$$\text{Mặt khác } V_{I.A'MQ} = \frac{1}{3} d[I, (A'B'C'D')] \cdot S_{\Delta A'MQ}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} d[A', (ABCD)] \cdot \frac{1}{8} S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{48} V_{ABCD.A'B'C'D'}. \text{ Từ đó suy ra } V_{ABCD.A'B'C'D'} = 48V. \text{ Chọn B.}$$



Dạng 9. BÀI TOÁN CỰC TRỊ

Câu 111. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SB = a\sqrt{2}$, $SC = a\sqrt{3}$. Thể tích lớn nhất của khối chóp đã cho bằng

- A. $a^3\sqrt{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

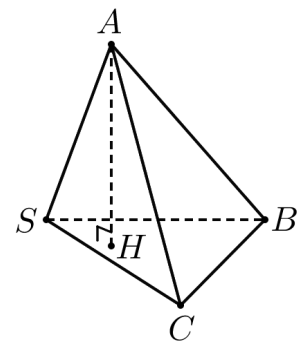
Lời giải. Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng $(SBC) \longrightarrow AH \perp (SBC)$. Ta có

$$\bullet \quad AH \leq AS.$$

Dấu "=" xảy ra khi $AS \perp (SBC)$.

$$\bullet \quad S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2} SB \cdot SC \cdot \sin \widehat{BSC} \leq \frac{1}{2} SB \cdot SC.$$

Dấu "=" xảy ra khi $SB \perp SC$.



Khi đó $V = \frac{1}{3} S_{\Delta SBC} \cdot AH \leq \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} SB \cdot SC \right) AS = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC$.

Dấu "=" xảy ra khi SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau.

Vậy thể tích lớn nhất của khối chóp: $V_{\max} = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$. **Chọn D.**

Câu 112. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 4$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SC = 6$. Thể tích lớn nhất của khối chóp đã cho bằng

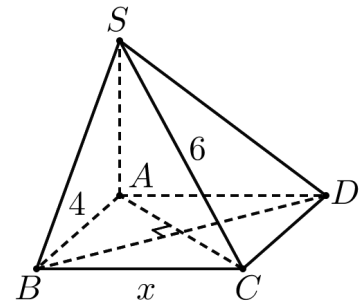
- A. 24. B. $\frac{20}{3}$. C. $\frac{40}{3}$. D. $\frac{80}{3}$.

Lời giải. Đặt $BC = x$. Suy ra $AC = \sqrt{16 + x^2}$ và $SA = \sqrt{20 - x^2}$. ĐK: $0 < x < 2\sqrt{5}$.

Thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{4}{3} x \sqrt{20 - x^2}$

$$\leq \frac{4}{3} \cdot \frac{x^2 + (\sqrt{20 - x^2})^2}{2} = \frac{40}{3}.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = \sqrt{20 - x^2} \Leftrightarrow x = \sqrt{10}$. **Chọn C.**



Cách 2. Xét hàm số $f(x) = \frac{4}{3} x \sqrt{20 - x^2}$ trên $(0; 2\sqrt{5})$.

Câu 113. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và có $SA = SB = SC = 1$. Thể tích lớn nhất của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{12}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải. Gọi O là tâm tam giác đều ABC .

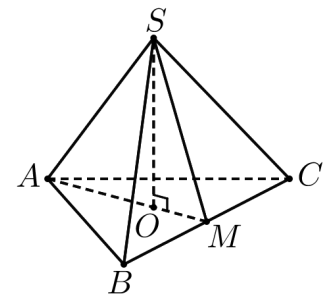
Từ giả thiết suy ra $SO \perp (ABC)$.

Đặt $AB = x$, suy ra $OA = \frac{x\sqrt{3}}{3}$ và $SO = \sqrt{1 - \frac{x^2}{3}}$.

Điều kiện: $0 < x < \sqrt{3}$.

Khi đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SO = \frac{1}{12} \cdot x^2 \sqrt{3 - x^2}$.

Xét hàm $f(x) = \frac{1}{12} \cdot x^2 \sqrt{3 - x^2}$ trên $(0; \sqrt{3})$, ta được $\max_{(0; \sqrt{3})} f(x) = f(\sqrt{2}) = \frac{1}{6}$. **Chọn A.**



Cách 2. Ta có $x^2 \sqrt{3 - x^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{x^2 \cdot x^2 \cdot (6 - 2x^2)} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{x^2 + x^2 + 6 - 2x^2}{3} \right)^3} = 2$.

Câu 114. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AD = 4$. Các cạnh bên bằng nhau và bằng 6. Thể tích lớn nhất của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{125}{3}$.

B. $\frac{128}{3}$.

C. $\frac{130}{3}$.

D. $\frac{250}{3}$.

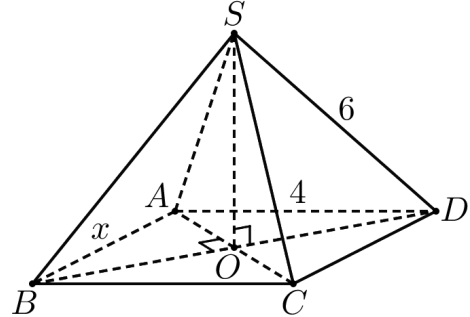
Lời giải. Gọi $O = AC \cap BD$. Từ giả thiết suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Đặt $AB = x$, suy ra $AC = \sqrt{x^2 + 16}$ và $SO = \frac{\sqrt{128 - x^2}}{2}$. Điều kiện: $0 < x < 8\sqrt{2}$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 4x \cdot \frac{\sqrt{128 - x^2}}{2} \\ &= \frac{1}{3} \cdot (2x\sqrt{128 - x^2}) \leq \frac{1}{3} \cdot (x^2 + 128 - x^2) = \frac{128}{3}. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = \sqrt{128 - x^2} \Leftrightarrow x = 8$.

Suy ra $V_{S.ABCD} \leq \frac{128}{3}$. **Chọn B.**



Câu 115. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , cạnh bằng 1; SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SC = 1$. Thể tích lớn nhất của khối chóp bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{27}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}}{27}$.

Lời giải. Đặt $OA = OC = x$. Suy ra $OD = \sqrt{1 - x^2}$, $SO = \sqrt{1 - x^2}$. Điều kiện: $0 < x < 1$.

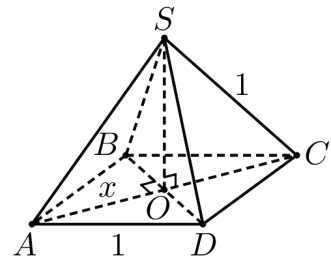
Thể tích khối chóp

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 2x\sqrt{1 - x^2} \cdot \sqrt{1 - x^2} = \frac{2}{3} x(1 - x^2).$$

Xét hàm $f(x) = x(1 - x^2)$ trên $(0; 1)$, ta được

$$\max_{(0;1)} f(x) = f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2}{3\sqrt{3}}.$$

Vậy thể tích lớn nhất của khối chóp bằng $\frac{4\sqrt{3}}{27}$. **Chọn D.**



Câu 116. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , $AB = 2$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 1$. Thể tích lớn nhất của khối chóp bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{4}$.

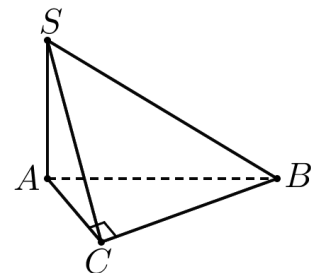
C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{12}$.

Lời giải. Đặt $AC = x$, suy ra $CB = \sqrt{4 - x^2}$.

Điều kiện: $0 < x < 2$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{6} \left(x\sqrt{4 - x^2} \right) \\ &\leq \frac{1}{6} \left(\frac{x^2 + 4 - x^2}{2} \right) = \frac{1}{3}. \end{aligned} \quad \text{Chọn A.}$$



Câu 117. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A và $AB = 1$. Các cạnh bên $SA = SB = SC = 2$. Thể tích lớn nhất của khối chóp đã cho bằng

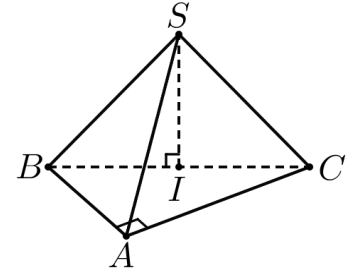
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{5}{4}$. D. $\frac{5}{8}$.

Lời giải. Gọi I là trung điểm của BC . Từ giả thiết suy ra $SI \perp (ABC)$.

Đặt $AC = x$, suy ra $BC = \sqrt{x^2 + 1}$ và $SI = \frac{\sqrt{15 - x^2}}{2}$.

Điều kiện: $0 < x < \sqrt{15}$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SI = \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{\sqrt{15 - x^2}}{2} \\ &= \frac{1}{12} (x\sqrt{15 - x^2}) \leq \frac{1}{12} \cdot \frac{x^2 + 15 - x^2}{2} = \frac{5}{8}. \text{ Chọn D.} \end{aligned}$$



Câu 118. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 4$, $SC = 6$. Tam giác SAD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích lớn nhất của khối chóp đã cho bằng

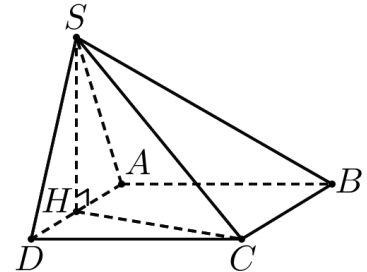
- A. 40. B. 80. C. $\frac{40}{3}$. D. $\frac{80}{3}$.

Lời giải. Chọn D. Gọi H là trung điểm của AD . Từ giả thiết suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Đặt $AD = x$, suy ra $HC = \sqrt{\frac{x^2}{4} + 16}$ và $SH = \sqrt{20 - \frac{x^2}{4}}$.

Điều kiện: $0 < x < 4\sqrt{5}$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 4x \cdot \sqrt{20 - \frac{x^2}{4}} \\ &= \frac{1}{3} (2x\sqrt{80 - x^2}) \leq \frac{1}{3} (x^2 + 80 - x^2) = \frac{80}{3}. \end{aligned}$$



Câu 119. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = x$ ($0 < x < \sqrt{3}$), tất cả các cạnh còn lại bằng nhau và bằng 1. Với giá trị nào của x thì thể tích khối chóp đã cho lớn nhất?

- A. $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $x = \frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

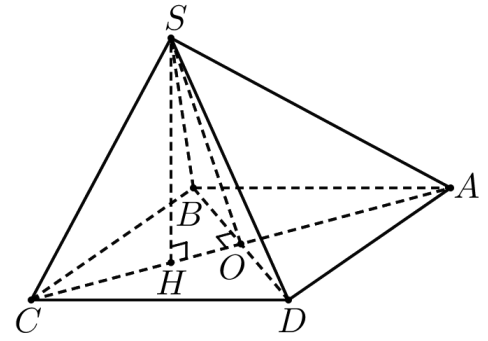
Lời giải. Gọi O là tâm của hình thoi $ABCD \Rightarrow OA = OC$. (1)

Theo bài ra, ta có $\triangle SBD = \triangle CBD \Rightarrow OS = OC$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $OS = OA = OC = \frac{1}{2} AC \Rightarrow \triangle SAC$ vuông tại $S \Rightarrow AC = \sqrt{x^2 + 1}$.

Suy ra $OA = \frac{\sqrt{x^2+1}}{2}$ và $OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \frac{\sqrt{3-x^2}}{2}$.

Ta có $SB = SC = SD = 1$, suy ra hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt đáy là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $BCD \rightarrow H \in AC$. Trong tam giác vuông SAC , ta có $SH = \frac{SA \cdot SC}{\sqrt{SA^2 + SC^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.



Khi đó

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{(x^2+1)(3-x^2)}}{2} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{6} x \sqrt{3-x^2} \leq \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{x^2+3-x^2}{2} \right) = \frac{1}{4}.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = \sqrt{3-x^2} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{2}$. **Chọn C.**

Câu 120. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = x$, $AD = 3$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 30° . Tìm x để thể tích khối hộp chữ nhật có thể tích lớn nhất.

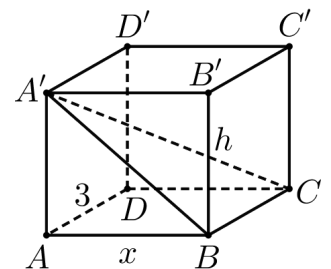
A. $x = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $x = \frac{3\sqrt{6}}{2}$. C. $x = \frac{3\sqrt{5}}{5}$. D. $x = \frac{3\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải. Xác định: $30^\circ = \widehat{A'C, (ABB'A')} = \widehat{CA'B}$.

Đặt $BB' = h$ ($h > 0$). Ta có

$$\tan \widehat{CA'B} = \frac{BC}{A'B} \Leftrightarrow \tan 30^\circ = \frac{3}{\sqrt{x^2+h^2}} \Leftrightarrow x^2 + h^2 = 27.$$

Khi đó $V = S_{ABCD} \cdot BB' = 3x \cdot h = 3x \sqrt{27-x^2} \leq 3 \left(\frac{x^2+27-x^2}{2} \right) = \frac{81}{2}$.



Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x^2 = 27-x^2 \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{6}}{2}$. **Chọn B.**

Câu 121. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = x$ ($0 < x < \sqrt{3}$), tất cả các cạnh còn lại đều bằng 1. Thể tích lớn nhất của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải. Ta có tam giác ABC và SBC là những tam giác đều cạnh bằng 1.

Gọi N là trung điểm $BC \rightarrow SN = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác SAN , kẻ $SH \perp AN$. (1)

Ta có $\begin{cases} BC \perp AN \\ BC \perp SN \end{cases} \longrightarrow BC \perp (SAN) \longrightarrow BC \perp SH$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $SH \perp (ABC)$.

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH \leq \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SN = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{8}.$$

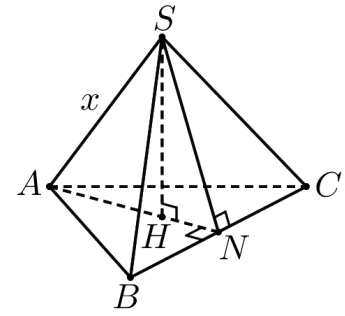
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow H \equiv N$. **Chọn B.**

Cách 2. Gọi M là trung điểm $SA \longrightarrow \begin{cases} NM \perp SA \\ NM \perp BC \end{cases} \longrightarrow d(SA, BC) = MN$.

Tam giác SNA cân tại N , có $SN = AN = \frac{\sqrt{3}}{2}$ nên suy ra $MN = \frac{\sqrt{3-x^2}}{2}$.

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{6} SA \cdot BC \cdot d(SA, BC) \cdot \sin \widehat{SA, BC} = \frac{x\sqrt{3-x^2}}{12} \leq \frac{1}{8}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x = \sqrt{3-x^2} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$



Câu 122. Cho tam giác OAB đều cạnh a . Trên đường thẳng d qua O và vuông góc với mặt phẳng (OAB) lấy điểm M sao cho $OM = x$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB và OB . Gọi N là giao điểm của EF và d . Tìm x để thể tích tứ diện $ABMN$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $x = a\sqrt{2}$. B. $x = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $x = \frac{a\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải. Đặt $ON = y > 0$. Khi đó

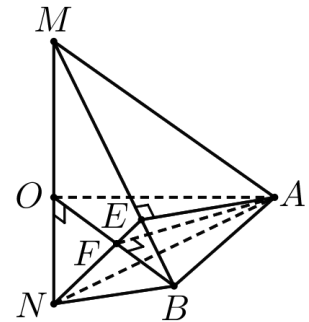
$$V_{ABMN} = V_{ABOM} + V_{ABON} = \frac{1}{3} S_{\triangle OAB} (OM + ON) = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot (x + y).$$

Ta có $\begin{cases} AF \perp OB \\ AF \perp MO \end{cases} \Rightarrow AF \perp (MOB) \Rightarrow AF \perp MB$.

Lại có $MB \perp AE$ nên suy ra $MB \perp (AEF) \Rightarrow MB \perp EF$.

$$\text{Suy ra } \triangle OBM \sim \triangle ONF \text{ nên } \frac{OB}{OM} = \frac{ON}{OF} \longrightarrow ON = \frac{OB \cdot OF}{OM} = \frac{a^2}{2x}.$$

$$\text{Suy ra } V_{ABMN} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{12} \left(x + \frac{a^2}{2x} \right) \geq \frac{a^3 \sqrt{6}}{12}. \text{ Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x = \frac{a^2}{2x} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \text{ Chọn B.}$$



Câu 123. [ĐỀ CHÍNH THỨC 2016-2017] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) , tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

Lời giải. Đặt $AB = AC = x$, $SA = y$. Khi đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{6}x^2y$.

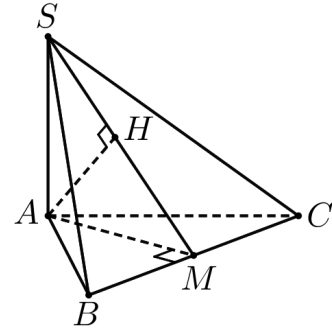
Vì AB, AC, AS đôi một vuông góc nên

$$\frac{1}{9} = \frac{1}{d^2[A, (SBC)]} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \geq 3\sqrt{\frac{1}{x^4y^2}}.$$

Suy ra $x^2y \geq 81\sqrt{3} \longrightarrow V_{SABC} = \frac{1}{6}x^2y \geq \frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = 3\sqrt{3}$.

Khi đó $\cos \alpha = \cos \widehat{SMA} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. **Chọn C.**



Câu 124. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều có $d = \sqrt{3}$ là khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau gồm một đường thẳng chứa một đường chéo của đáy và đường thẳng còn lại chứa một cạnh bên hình chóp. Thể tích nhỏ nhất của khối chóp bằng

A. 3. B. 9. C. $9\sqrt{3}$. D. 27.

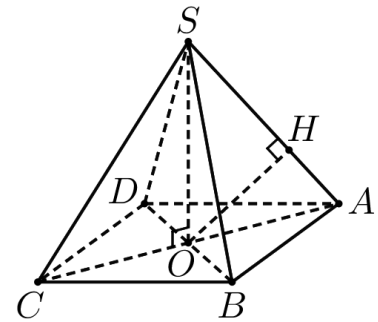
Lời giải. Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Đặt $AB = x$, $SO = h \longrightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}hx^2$. Ta cần đánh giá $\frac{1}{3}hx^2 \geq$ hằng số.

Ta tính được $OA = \frac{x}{\sqrt{2}}$ nên theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{OH^2} &= \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OA^2} \Leftrightarrow \frac{1}{d^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{2}{x^2} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{3} &= \frac{1}{h^2} + \frac{2}{x^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} \underset{AM-GM}{\geq} 3\sqrt{\frac{1}{h^2} \cdot \frac{1}{x^4}} \Leftrightarrow hx^2 \geq 27. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = h = 3$. Khi đó $V_{\min} = 9$. **Chọn B.**



Câu 125. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo $AC' = \sqrt{18}$. Gọi S là diện tích toàn phần của hình hộp đã cho. Tìm giá trị lớn nhất $S_{\max}$ của S .

A. $S_{\max} = 18$. B. $S_{\max} = 18\sqrt{3}$. C. $S_{\max} = 36$. D. $S_{\max} = 36\sqrt{3}$.

Lời giải. Gọi a, b, c là ba kích thước của hình hộp chữ nhật.

Khi đó $S_{\text{tp}} = 2(ab + bc + ca)$.

Theo giả thiết ta có $a^2 + b^2 + c^2 = AC'^2 = 18$.

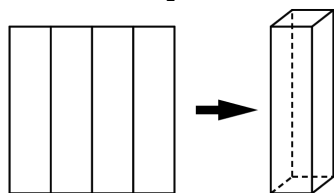
Từ bất đẳng thức $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$, suy ra $S_{\text{tp}} = 2(ab + bc + ca) \leq 2.18 = 36$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = \sqrt{6}$. **Chọn C.**

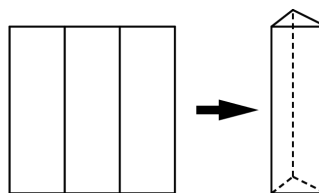
Dạng 10. MỘT SỐ BÀI TOÁN ỨNG DỤNG

Câu 126. Từ một mảnh giấy hình vuông cạnh a , người ta gấp thành hình lăng trụ theo hai cách sau:

- Cách 1. Gấp thành 4 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tứ giác đều có thể tích là V_1 (Hình 1).
- Cách 2. Gấp thành 3 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tam giác đều có thể tích là V_2 (Hình 2).



Hình 1



Hình 2

Tính tỉ số $k = \frac{V_1}{V_2}$.

- A. $k = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $k = \frac{3\sqrt{3}}{4}$. C. $k = \frac{3\sqrt{3}}{8}$. D. $k = \frac{4\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải. Gọi cạnh hình vuông là a .

Suy ra cạnh đáy hình lăng trụ tứ giác đều là $\frac{a}{4}$, cạnh đáy hình lăng trụ tam giác đều là $\frac{a}{3}$.

$$\text{Khi đó } \frac{V_1}{V_2} = \frac{S_1 \cdot h}{S_2 \cdot h} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\left(\frac{a}{4}\right)^2}{\left(\frac{a}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}} = \frac{3\sqrt{3}}{4}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 127*. Một người cần làm một hình lăng trụ tam giác đều từ tấm nhựa phẳng để có thể tích là $6\sqrt{3}\text{cm}^3$. Để ít hao tổn vật liệu nhất thì cần tính độ dài các cạnh của khối lăng trụ tam giác đều này bằng bao nhiêu?

- A. Cạnh đáy bằng $2\sqrt{6}\text{cm}$ và cạnh bên bằng 1cm .
 B. Cạnh đáy bằng $2\sqrt{3}\text{cm}$ và cạnh bên bằng 2cm .
 C. Cạnh đáy bằng $2\sqrt{2}\text{cm}$ và cạnh bên bằng 3cm .
 D. Cạnh đáy bằng $4\sqrt{3}\text{cm}$ và cạnh bên bằng $\frac{1}{2}\text{cm}$.

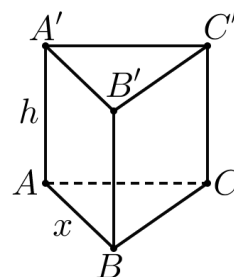
Lời giải. Giả sử hình lăng trụ tam giác đều cần làm là $ABC.A'B'C'$ có độ dài $AB = x$, $AA' = h$.

$$\text{Khi đó } S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 \text{ và } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 h.$$

$$\text{Theo giả thiết } \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 h = 6\sqrt{3} \Rightarrow h = \frac{24}{x^2}.$$

Để ít tổn vật liệu nhất thì diện tích toàn phần của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là nhỏ nhất.

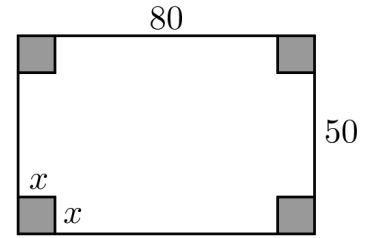
$$\text{Ta có } S_{\text{tp}} = 2S_{\triangle ABC} + 3S_{\text{ABB}'A'} = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + 3hx = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{72}{x}.$$



Khảo sát $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{72}{x}$ trên $(0; +\infty)$, ta được $f(x)$ nhỏ nhất khi $x = 2\sqrt{3}$.

Với $x = 2\sqrt{3} \text{ cm} \rightarrow h = 2 \text{ cm}$. **Chọn B.**

Câu 128*. Cho một tấm nhôm hình chữ nhật có kích thước $80\text{cm} \times 50\text{cm}$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(\text{cm})$, rồi gập tấm nhôm lại thì được một cái thùng không nắp dạng hình hộp. Thể tích lớn nhất của khối hộp bằng



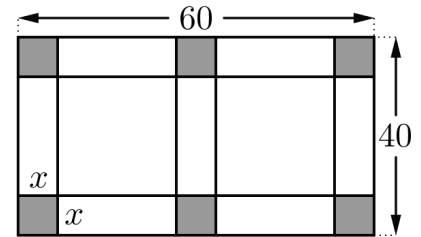
- A. 8000cm^3 . B. 18000cm^3 . C. 28000cm^3 . D. 38000cm^3 .

Lời giải. Chọn B. Hình hộp được tạo thành có kích thước: chiều dài $80 - 2x(\text{cm})$, chiều rộng $50 - 2x(\text{cm})$, chiều cao $x(\text{cm})$. (Điều kiện: $0 < x < 25$).

Suy ra thể tích của khối hộp: $V = x(80 - 2x)(50 - 2x) = 4x^3 - 260x^2 + 4000x$.

Khảo sát $f(x) = 4x^3 - 260x^2 + 4000x$ trên $(0; 25)$, được $\max_{(0; 25)} f(x) = f(10) = 18000\text{cm}^3$.

Câu 129*. Cho một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước $60\text{cm} \times 40\text{cm}$. Người ta cắt 6 hình vuông bằng nhau như hình vẽ, mỗi hình vuông cạnh bằng $x\text{cm}$, rồi gập tấm bìa lại để được một hộp có nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



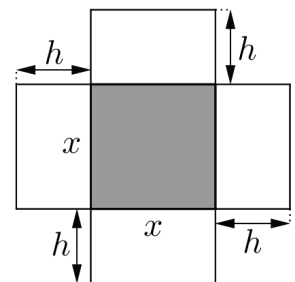
- A. $x = 4\text{cm}$. B. $x = 5\text{cm}$. C. $x = \frac{10}{3}\text{cm}$. D. $x = \frac{20}{3}\text{cm}$.

Lời giải. Chọn D. Các kích thước khối hộp lần lượt là: $\frac{60 - 3x}{2}$; $40 - 2x$; x .

Khi đó $V_{\text{hộp}} = \left(\frac{60 - 3x}{2}\right)(40 - 2x)x = 3x^3 - 120x^2 + 1200x = f(x)$.

Khảo sát hàm $f(x)$ với $0 < x < 20$, ta được $f(x)$ lớn nhất khi $x = \frac{20}{3}$.

Câu 130*. Một hộp không nắp được làm từ một mảnh cactong theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x(\text{cm})$, chiều cao là $h(\text{cm})$ và thể tích là 500cm^3 . Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa cactong nhất.



- A. $x = 2\text{cm}$. B. $x = 3\text{cm}$.
C. $x = 5\text{cm}$. D. $x = 10\text{cm}$.

Lời giải. Thể tích khối hộp: $V = x.x.h = x^2h = 500 \Rightarrow h = \frac{500}{x^2}$.

Để chiếc hộp làm ra ít tốn bìa cactong nhất khi và chỉ khi diện tích toàn phần của hộp là nhỏ nhất. Diện tích toàn phần của hộp (không nắp)

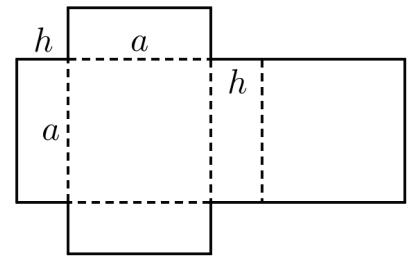
$$S_{\text{tp}} = S_{\text{day}} + S_{\text{xung quanh}} = x.x + 4.hx = x^2 + 4hx$$

$$= x^2 + 4x \cdot \frac{500}{x^2} = x^2 + \frac{2000}{x} = x^2 + \frac{1000}{x} + \frac{1000}{x} \stackrel{\text{Cosi}}{\geq} 3\sqrt{1000^2}.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x^2 = \frac{1000}{x} = \frac{1000}{x} \Leftrightarrow x^3 = 1000 \Leftrightarrow x = 10$. **Chọn D.**

Cách 2. Xét hàm $f(x) = x^2 + \frac{2000}{x}$ với $x > 0$.

Câu 131*. Một người đã cắt tấm bìa cactong và đặt kích thước như hình vẽ. Sau đó người ấy gấp theo đường nét đứt thành cái hộp hình hộp chữ nhật. Hình hộp có đáy là hình vuông cạnh $a(\text{cm})$, chiều cao $h(\text{cm})$ và diện tích toàn phần bằng 6m^2 . Tổng $(a+h)$ bằng bao nhiêu để thể tích hộp là lớn nhất?



- A. 2cm. B. 3cm. C. 4cm. D. 6cm.

Lời giải. Diện tích toàn phần: $S_{\text{tp}} = 4ah + 2a^2 = 6 \Rightarrow h = \frac{6 - 2a^2}{4a}$.

Thể tích khối hộp chữ nhật: $V = a.a.h = a^2 \cdot \frac{6 - 2a^2}{4a} = \frac{6a - 2a^3}{4}$.

Khảo sát hàm $f(a) = \frac{6a - 2a^3}{4}$ trên $(0; \sqrt{3})$, ta được $f(a)$ lớn nhất tại $a = 1$.

Với $a = 1 \rightarrow h = 1 \rightarrow a + h = 2\text{cm}$. **Chọn A.**

Câu 132*. Từ hình vuông có cạnh bằng 6 người ta cắt bỏ các tam giác vuông cân tạo thành hình tô đậm như hình vẽ. Sau đó người ta gấp thành hình hộp chữ nhật không nắp. Thể tích lớn nhất của khối hộp bằng

- A. $8\sqrt{2}$. B. $9\sqrt{2}$. C. $10\sqrt{2}$.

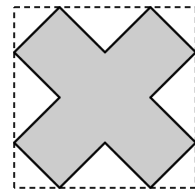
Lời giải. Gọi độ dài các cạnh của hình hộp chữ nhật không nắp là a, b (như hình vẽ). Suy ra hình chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh b , chiều cao bằng $a \rightarrow V_{hh} = ab^2$.

Ta tính được cạnh của hình vuông ban đầu là $b\sqrt{2} + a\sqrt{2}$.

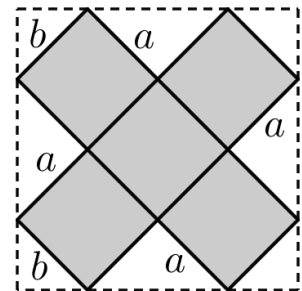
Theo đề suy ra $b\sqrt{2} + a\sqrt{2} = 6 \rightarrow a = 3\sqrt{2} - b$.

Khi đó: $V_{hh} = ab^2 = (3\sqrt{2} - b)b^2$.

Xét hàm $f(b) = 3\sqrt{2}b^2 - b^3$ trên $(0; 3\sqrt{2})$, ta được $\max_{(0; 3\sqrt{2})} f(x) = f(2\sqrt{2}) = 8\sqrt{2}$. **Chọn A.**



- D. $11\sqrt{2}$.



Câu 133*. Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao là 60cm, thể tích 96000cm^3 . Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70.000 đồng/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100.000 đồng/m^2 . Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

A. 32.000 đồng. B. 68.800 đồng. C. 83.200 đồng. D. 320.000 đồng.

Lời giải. Chọn C. Gọi $x(\text{m})$, $y(\text{m})$ ($x, y > 0$) là chiều dài và chiều rộng của đáy bể.

Theo giả thiết, ta có: $0,6xy = 0,096 \Rightarrow y = \frac{0,16}{x}$.

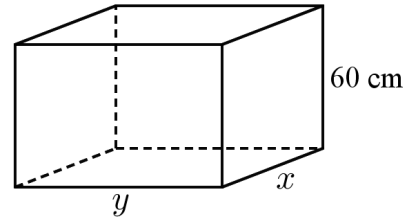
Diện tích mặt đáy: $S_{\text{day}} = xy = x \cdot \frac{0,16}{x} = 0,16$

→ giá tiền $0,16 \times 100.000 = 16.000$ đồng.

Diện tích xung quanh: $S_{\text{xq}} = 2x \cdot 0,6 + 2y \cdot 0,6 = 1,2 \left(x + \frac{0,16}{x} \right)$

→ giá tiền $1,2 \left(x + \frac{0,16}{x} \right) \cdot 70000 = 84000 \left(x + \frac{0,16}{x} \right)$ đồng.

Tổng chi phí $f(x) = 84000 \left(x + \frac{0,16}{x} \right) + 16000 \stackrel{\text{Così}}{\geq} 84000 \cdot 2 \sqrt{x \cdot \frac{0,16}{x}} + 16000 = 83.200$ đồng.



Câu 134*. Người ta cắt một tờ giấy hình vuông cạnh bằng 1 để gấp thành một hình chóp tứ giác đều sao cho bốn đỉnh của hình vuông dán lại thành đỉnh của hình chóp như hình vẽ. Để thể tích khối chóp lớn nhất thì cạnh đáy x của hình chóp bằng

A. $x = 2\sqrt{2}$. B. $x = \frac{\sqrt{2}}{5}$. C. $x = \frac{2}{5}$. D. $x = \frac{2\sqrt{2}}{5}$.

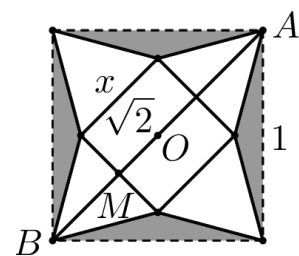
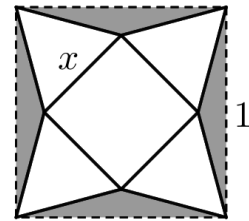
Lời giải. Ta có $BM = BO - MO = \frac{1}{2}AB - MO = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{x}{2}$.

Chiều cao của hình chóp:

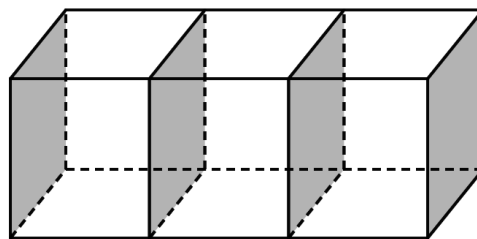
$$h = \sqrt{BM^2 - MO^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{x}{2} \right)^2 - \left(\frac{x}{2} \right)^2} = \sqrt{\frac{1 - x\sqrt{2}}{2}}.$$

Suy ra thể tích của khối chóp: $V = \frac{1}{3}x^2 \sqrt{\frac{1 - x\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{x^4 - x^5\sqrt{2}}{2}}$.

Khảo sát $f(x) = x^4 - x^5\sqrt{2}$ trên $\left(0; \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$, được $f(x)$ lớn nhất khi $x = \frac{2\sqrt{2}}{5}$. **Chọn D.**

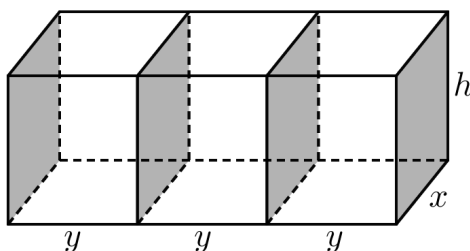


Câu 135*. Một người xây nhà xưởng hình hộp chữ nhật có diện tích mặt sàn là 1152m^2 và chiều cao cố định. Người đó xây các bức tường xung quanh và bên trong để ngăn nhà xưởng thành ba phòng hình chữ nhật có kích thước như nhau (không kể trần nhà). Vậy cần phải xây các phòng theo kích thước nào để tiết kiệm chi phí nhất (bỏ qua độ dày các bức tường)?



- A. $8\text{m} \times 48\text{m}$. B. $12\text{m} \times 32\text{m}$. C. $16\text{m} \times 24\text{m}$. D. $24\text{m} \times 32\text{m}$.

Lời giải. Đặt x, y, h lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao mỗi phòng.



Theo giả thiết, ta có $x \cdot 3y = 1152 \longrightarrow y = \frac{384}{x}$.

Để tiết kiệm chi phí nhất khi diện tích toàn phần nhỏ nhất. Ta có

$$S_{\text{tp}} = 4xh + 6yh + 3xy = 4xh + 6 \cdot \frac{384}{x}h + 1152 = 4h \left(x + \frac{576}{x} \right) + 1152.$$

Vì h không đổi nên S_{tp} nhỏ nhất khi $f(x) = x + \frac{576}{x}$ (với $x > 0$) nhỏ nhất.

Khảo sát $f(x) = x + \frac{576}{x}$ với $x > 0$, được $f(x)$ nhỏ nhất khi $x = 24 \rightarrow y = 16$. **Chọn C.**

Cách 2. BĐT Côsi $x + \frac{576}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{576}{x}} = 48$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = \frac{576}{x} \rightarrow x = 24$.