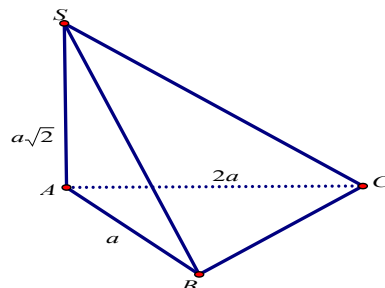


(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy (ABC) ,
 $SA = a\sqrt{2}$. Đáy ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

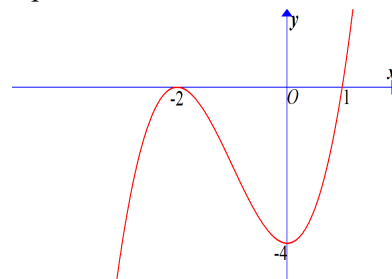


- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $a^3\sqrt{2}$.
C. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 2: Cho số phức $z = -i(3i + 4)$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực 3 và phần ảo $4i$. B. Phần thực 3 và phần ảo 4.
C. Phần thực 3 và phần ảo -4 . D. Phần thực 3 và phần ảo $-4i$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tọa độ điểm cực tiểu của (C) là



- A. $(0; -2)$. B. $(0; -4)$.
C. $(1; 0)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 4: Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của một hình nón (N) . Diện tích toàn phần của hình nón (N) là

- A. $S_{TP} = \pi Rl + \pi R^2$. B. $S_{TP} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$. C. $S_{TP} = \pi Rl + 2\pi R^2$. D. $S_{TP} = \pi Rh + \pi R^2$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a} = (-4; 5; -3)$ và $\vec{b} = (2; -2; 3)$. Véc tơ $\vec{x} = \vec{a} + 2\vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(-2; 3; 0)$. B. $(0; 1; -1)$. C. $(0; 1; 3)$. D. $(-6; 8; -3)$.

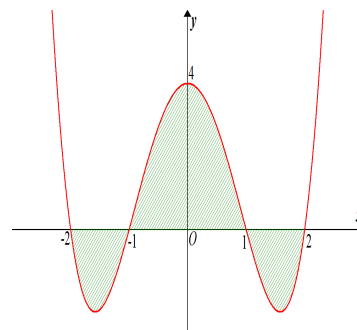
Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3z + 2 = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (1; -3; 0)$. B. $\vec{n} = (1; -3; -1)$. C. $\vec{n} = (1; -3; 1)$. D. $\vec{n} = (1; 0; -3)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành (miền phẳng được tô đậm trên hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx$. B. $S = 2 \int_0^2 |f(x)| dx$.
C. $S = 2 \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) dx \right|$. D. $S = 2 \left| \int_0^2 f(x) dx \right|$.



Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 3)$. B. $(0; +\infty)$.
C. $(-2; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		-1		3	$-\infty$

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 4x + 3)^\pi$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$. B. $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$. C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Câu 10: Hàm số $f(x) = 2^{3x-1}$ có đạo hàm

- A. $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x-1}$. B. $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x-1} \cdot \ln 2$.
C. $f'(x) = (3x-1) 2^{3x-2}$. D. $f'(x) = (3x-1) 2^{3x-2} \cdot \ln 2$.

Câu 11: Số cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là

- A. 1. B. 4!. C. 5. D. 5!.

Câu 12: Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, số $k \in \mathbb{R}$ và C là một hằng số tùy ý. Xét 4 mệnh đề sau:

- (I): $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$ (II): $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$
(III): $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ (IV): $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$

Số mệnh đề đúng là

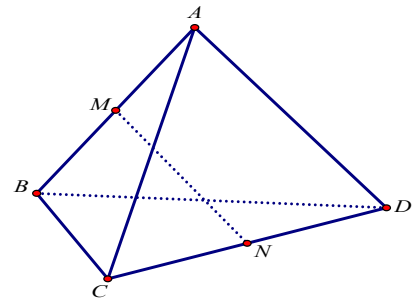
- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 13: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^2-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 14: Cho khối tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD (tham khảo hình vẽ bên). Đặt V là thể tích của khối tứ diện $ABCD$, V_1 là thể tích của khối tứ diện $MNBC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{4}$. B. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{2}$.
C. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}$. D. $\frac{V_1}{V} = \frac{2}{3}$.



Câu 15: Cho biết $\int_1^5 \frac{3dx}{x^2+3x} = a \ln 5 + b \ln 2$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $2a - b = 0$. B. $a - b = 0$. C. $a + 2b = 0$. D. $a + b = 0$.

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (m+2)x - m$. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $S = (-\infty; 2]$. B. $S = (-\infty; 2)$. C. $S = [2; +\infty)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 17: Cho $a = \log 3$, $b = \ln 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\frac{a}{b} = \frac{e}{10}$. B. $10^a = e^b$. C. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{10^e}$. D. $10^b = e^a$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -3; 2)$. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là

- A. $x - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. B. $x + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. C. $x - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 0$. D. $6x - 2y + 3z + 6 = 0$.

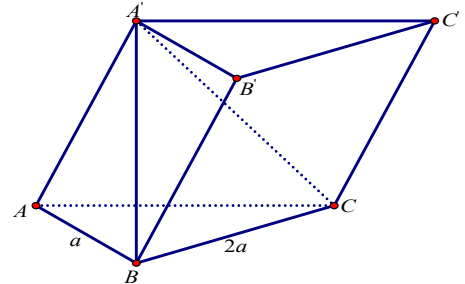
Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ biết $f(3) = 1$. Chọn mệnh đúng.

- A. $f(4) = 0$. B. $f(2019) > f(2020)$.
C. $f(1) = 3$. D. $f(5) + 1 > f(1) + f(2)$.

Câu 20: Với C là một hằng số tùy ý, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\cos x - x$ là

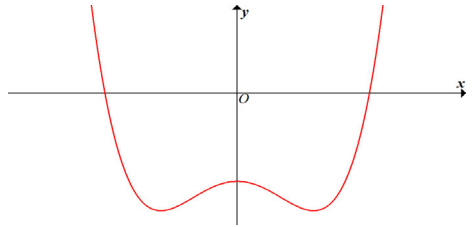
- A. $2\sin x - \frac{x^2}{2} + C$. B. $-2\sin x - x^2 + C$. C. $2\sin x - 1 + C$. D. $-2\sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 21: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = 2a$, $A'B$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và góc giữa $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30° (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $3a^3$.
C. a^3 . D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 22: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $a > 0, b > 0, c < 0$. B. $a < 0, b > 0, c < 0$.
C. $a > 0, b < 0, c < 0$. D. $a > 0, b > 0, c > 0$.

Câu 23: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = \frac{1}{2}$.
B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là: $y = 2$.
C. Hàm số gián đoạn tại $x = -1$.
D. Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm hai điểm $A(2; -1; 4), B(3; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 4 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $11x - 7y - 2z + 21 = 0$. B. $11x + 7y - 2z - 7 = 0$.
C. $11x - 7y - 2z - 21 = 0$. D. $11x + 7y - 2z + 7 = 0$.

Câu 25: Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh a .

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$. B. $V = 4\pi a^3 \sqrt{3}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$. D. $V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

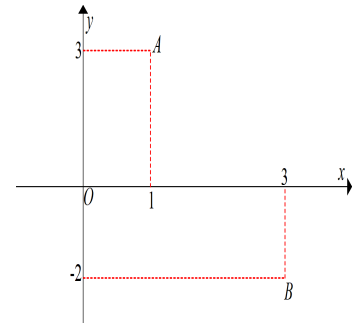
Câu 26: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ bên?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y	2		2

Arrows point from the values 2 and -∞ in the y row to the corresponding values in the x row.

- A. $y = \frac{x+3}{x-2}$. B. $y = \frac{2x-1}{x-2}$.
C. $y = \frac{2x-3}{x+2}$. D. $y = \frac{2x-5}{x-2}$.

Câu 27: Gọi A, B lần lượt là 2 điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 trong mặt phẳng phức ở hình vẽ bên. Tính $|z_1 - z_2|$.



A. $\frac{\sqrt{17}}{2}$.
C. $\sqrt{17}$.

B. $\sqrt{5}$.
D. $\sqrt{29}$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 4x + 8)$. Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $f'(x) \leq 0$ là số nào sau đây?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 29: Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.

B. $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{e}\right)^x$.

C. $y = \left(\sqrt{2020} - \sqrt{2019}\right)^x$.

D. $y = \log_{\frac{1}{2}}(x + 4)$.

Câu 30: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$, công bội $q = -2$, biết $u_n = 192$. Tìm n ?

A. $n = 7$.

B. $n = 5$.

C. $n = 6$.

D. $n = 8$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 2)$ và diện tích 64π .

A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 16$.

C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 16$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 1 = 0$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Câu 33: Cho hàm số $f(x) = 3^x - 3^{-x}$. Gọi m_1, m_2 là các giá trị thực của tham số m để $f(3\log_2 m) + f(\log_2^2 m + 2) = 0$. Tính $T = m_1 m_2$

A. $T = \frac{1}{8}$.

B. $T = \frac{1}{4}$.

C. $T = \frac{1}{2}$.

D. $T = 2$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[2; 3]$ và $\int_2^3 (x-2)f'(x)dx = a$, $f(3) = b$. Tính tích

phân $\int_2^3 f(x)dx$ theo a và b .

A. $-a - b$.

B. $b - a$.

C. $a - b$.

D. $a + b$.

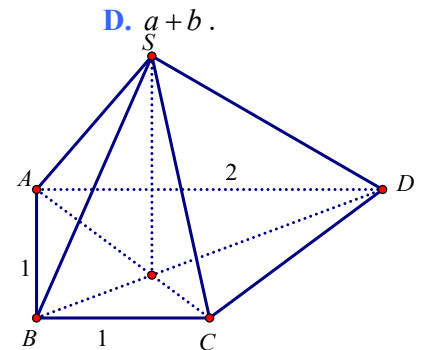
Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B ; $AB = BC = 1$, $AD = 2$. Các mặt chéo (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 60° (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB) là

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.



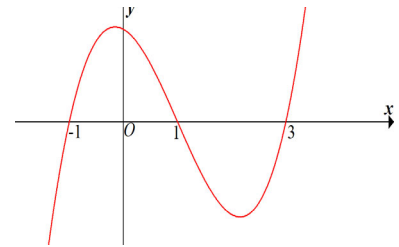
Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Phương trình $|f(1-2x)+2|=5$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt ?

- A. 5. B. 4.
C. 3. D. 6.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			5		-3		$+\infty$

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(3-e^x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(2; +\infty)$.
C. $(\ln 2; \ln 4)$. D. $(\ln 2; 4)$.



Câu 38: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tính $T = ab + 1$.

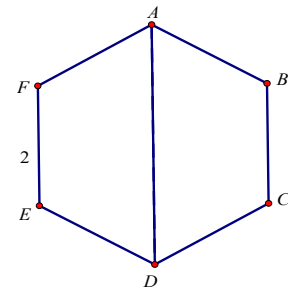
- A. $T = -2$. B. $T = 0$. C. $T = 1$. D. $T = -1$.

Câu 39: Một hộp chứa 5 bi trắng, 6 bi đỏ và 7 bi xanh, tất cả các bi có kích thước và khối lượng như nhau. Chọn ngẫu nhiên 6 bi từ hộp đó. Tính xác suất để 6 bi lấy được có đủ ba màu đồng thời hiệu của số bi đỏ và trắng, hiệu của số bi xanh và đỏ, hiệu của số bi trắng và xanh theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

- A. $\frac{5}{442}$. B. $\frac{75}{442}$. C. $\frac{40}{221}$. D. $\frac{35}{221}$.

Câu 40: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ có cạnh bằng 2 (tham khảo hình vẽ). Quay lục giác xung quanh đường chéo AD ta được một khối tròn xoay. Thể tích khối tròn xoay đó là

- A. $V = 8\pi$. B. $V = 7\pi$.
C. $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{7\pi\sqrt{3}}{3}$.



Câu 41: Cho hàm số $y = -x^3 + 2(m+1)x^2 - 3(m^2-1)x + 2$ có đồ thị (C_m) . Gọi M là điểm thuộc đồ thị có hoành độ $x_M = 1$. Có bao nhiêu giá

trị thực của tham số m sao cho tiếp tuyến của (C_m) tại điểm M song song với đường thẳng $y = -3x + 4$.

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

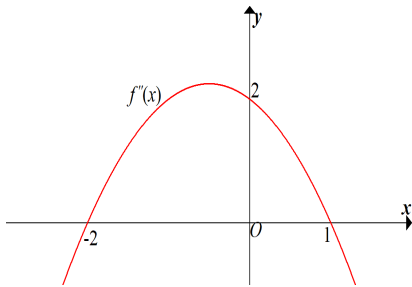
Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + z - 5 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-4}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{-4}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-4}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-3}{-4}$.

Câu 43: Dân số hiện nay của tỉnh X là 1,8 triệu người. Biết rằng trong 10 năm tiếp theo, tỷ lệ tăng dân số bình quân hàng năm của tỉnh X luôn giữ mức 1,4%. Dân số của tỉnh X sau 5 năm (tính từ hiện nay) gần nhất với số liệu nào sau đây?

- A. 1,9 triệu người. B. 2,2 triệu người. C. 2,1 triệu người. D. 2,4 triệu người.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(-2) = -8$, $f'(1) = 4$ và đồ thị của của hàm số $f''(x)$ như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y = 2f(x-3) + 16x + 1$ đạt giá trị lớn nhất tại x_0 thuộc khoảng nào sau đây?



A. $(0; 4)$.

B. $(4; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-2; 1)$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x) = |2f^2(x) + 3f(x) + m|$ có đúng 7 điểm cực trị, biết $f(a) = 1, f(b) = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty,$

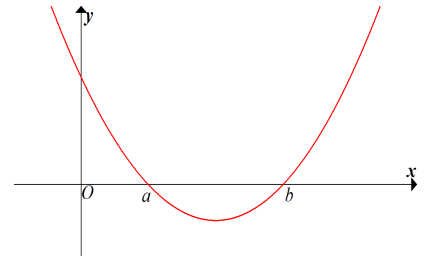
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty.$

A. $S = (-5; 0)$.

B. $S = (-8; 0)$.

C. $S = \left(-8; \frac{1}{6}\right)$.

D. $S = \left(-5; \frac{9}{8}\right)$.



Câu 46: Cho 3 số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = |z + 3 - 4i|, |z_1 + 5 - 2i| = 2, |z_2 - 1 - 6i| = 2$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = |z - z_1| + |z - z_2| + 4$.

A. $\frac{2\sqrt{3770}}{13}$.

B. $\frac{\sqrt{10361}}{13}$.

C. $\frac{\sqrt{3770}}{13}$.

D. $\frac{\sqrt{10361}}{26}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 3), B(5; 2; -1)$ và hai điểm M, N thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) sao cho điểm $I(1; 2; 0)$ luôn là trung điểm của MN . Khi biểu thức $P = MA^2 + 2NB^2 + \overline{MA} \cdot \overline{NB}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T = 2x_M - 4x_N + 7y_M - y_N$.

A. $T = -10$.

B. $T = -12$.

C. $T = -11$.

D. $T = -9$.

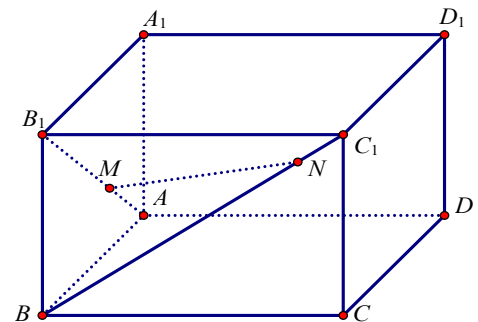
Câu 48: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Hai điểm M, N lần lượt thay đổi trên các đoạn AB_1 và BC_1 sao cho MN luôn tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° (tham khảo hình vẽ). Giá trị bé nhất của đoạn MN là

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $2(\sqrt{2} - 1)$.

C. $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$.

D. $\sqrt{3} - 1$.



Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm xác định trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x) + 4x - 6xe^{x^2 - f(x) - 2019} = 0$ và $f(0) = -2019$. Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $f(x) < 7$ là

A. 91.

B. 46.

C. 45.

D. 44.

Câu 50: Biết rằng có số thực $a > 0$ sao cho $a^{3\cos 2x} \geq 2\cos^2 x, \forall x \in \mathbb{R}$. Chọn mệnh đề đúng

A. $a \in \left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$.

B. $a \in \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

C. $a \in \left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$.

D. $a \in \left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

----- HẾT -----

SỞ GD&ĐT THANH HÓA
CHUYÊN LAM SƠN L3



ĐỀ THI THỬ THPT QG NĂM 2019

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

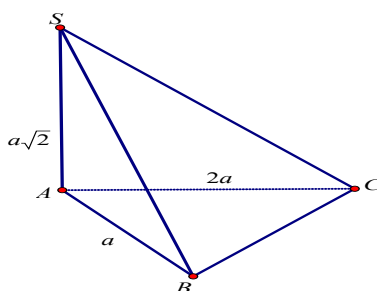
(không kể thời gian giao đề)

Mã Đề: 132

(Đề gồm 06 trang)

Họ và tên:.....SBD:.....

Câu 1: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$. Đáy ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

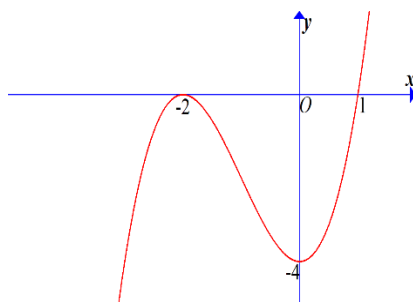


- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.. B. $a^3\sqrt{2}$.. C. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$..

Câu 2: Cho số phức $z = -i(3i + 4)$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực 3 và phần ảo $4i$. B. Phần thực 3 và phần ảo 4.
C. Phần thực 3 và phần ảo -4 . D. Phần thực 3 và phần ảo $-4i$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tọa độ điểm cực tiểu của (C) là



- A. $(0; -2)$. B. $(0; -4)$. C. $(1; 0)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 4: Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của một hình nón (N) . Diện tích toàn phần của hình nón (N) là

- A. $S_{TP} = \pi Rl + \pi R^2$. B. $S_{TP} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$ C. $S_{TP} = \pi Rl + 2\pi R^2$. D. $S_{TP} = \pi Rh + \pi R^2$.

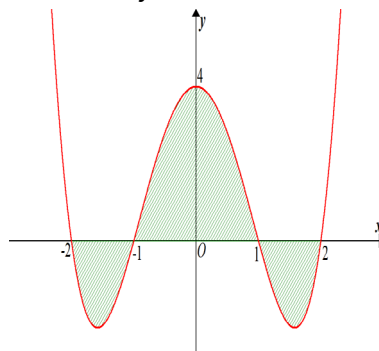
Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a} = (-4; 5; -3)$ và $\vec{b} = (2; -2; 3)$. Véc tơ $\vec{x} = \vec{a} + 2\vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(-2; 3; 0)$. B. $(0; 1; -1)$. C. $(0; 1; 3)$. D. $(-6; 8; -3)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3z + 2 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (1; -3; 0)$. B. $\vec{n} = (1; -3; -1)$. C. $\vec{n} = (1; -3; 1)$. D. $\vec{n} = (1; 0; -3)$.

Câu 7: Cho hàm số bậc hai $y = f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành (miền phẳng được tô đậm trên hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây **sai**?



- A. $S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx$. B. $S = 2 \int_0^2 |f(x)| dx$.
C. $S = 2 \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) dx \right|$. D. $S = 2 \left| \int_0^2 f(x) dx \right|$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$					3	
			-1				$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-1; 3)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 4x + 3)^{\pi}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$. B. $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$. C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Câu 10: Hàm số $f(x) = 2^{3x-1}$ có đạo hàm

- A. $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x-1}$. B. $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x-1} \cdot \ln 2$.
C. $f'(x) = (3x-1) 2^{3x-2}$. D. $f'(x) = (3x-1) 2^{3x-2} \cdot \ln 2$.

Câu 11: Số cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là

- A. 1. B. $4!$. C. 5. D. $5!$.

Câu 12: Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, số $k \in \mathbb{R}$ và C là một hằng số tùy ý. Xét 4 mệnh đề sau:

(I): $\left(\int f(x) dx \right)' = f(x)$ (II): $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$

$$(III): \int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx \quad (IV): \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$$

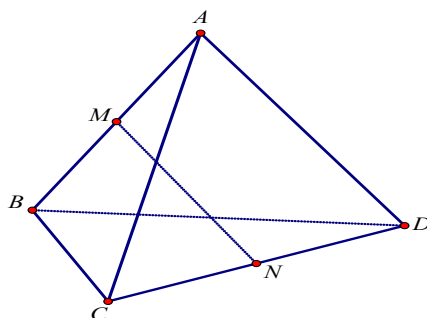
Số mệnh đề **đúng** là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 13: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^2-4}$ có bao nhiêu tiệm cận?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 14: Cho khối tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD (tham khảo hình vẽ bên). Đặt V là thể tích của khối tứ diện $ABCD$, V_1 là thể tích của khối tứ diện $MNBC$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



- A. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{4}$. B. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{2}$. C. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}$. D. $\frac{V_1}{V} = \frac{2}{3}$.

Câu 15: Cho biết $\int_1^5 \frac{3dx}{x^2+3x} = a \ln 5 + b \ln 2$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $2a - b = 0$. B. $a - b = 0$. C. $a + 2b = 0$. D. $a + b = 0$.

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (m+2)x - m$. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $S = (-\infty; 2]$. B. $S = (-\infty; 2)$. C. $S = [2; +\infty)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 17: Cho $a = \log 3$, $b = \ln 3$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $\frac{a}{b} = \frac{e}{10}$. B. $10^a = e^b$. C. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{10^e}$. D. $10^b = e^a$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -3; 2)$. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là

- A. $x - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. B. $x + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. C. $x - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 0$. D.

$$6x - 2y + 3z + 6 = 0.$$

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ biết $f(3) = 1$. Chọn mệnh **đúng**.

- A. $f(4) = 0$. B. $f(2019) > f(2020)$.

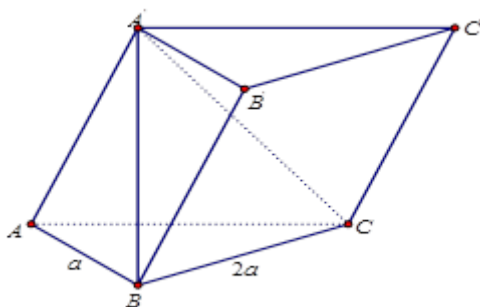
C. $f(1)=3$.

D. $f(5)+1>f(1)+f(2)$.

Câu 20: Với C là một hằng số tùy ý, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\cos x-x$ là

A. $2\sin x-\frac{x^2}{2}+C$. B. $-2\sin x-x^2+C$. C. $2\sin x-1+C$. D. $-2\sin x-\frac{x^2}{2}+C$.

Câu 21: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB=a$, $BC=2a$, $A'B$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và góc giữa $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30° (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



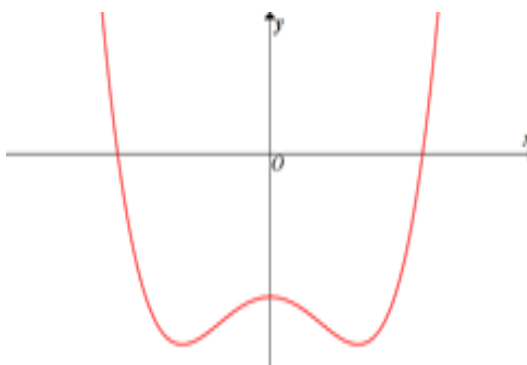
A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $3a^3$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 22: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ ($a\neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0, b>0, c<0$. B. $a<0, b>0, c<0$. C. $a>0, b<0, c<0$. D. $a>0, b>0, c>0$.

Câu 23: Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=\frac{1}{2}$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là: $y=2$.

C. Hàm số gián đoạn tại $x=-1$.

D. Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z-4=0$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $11x-7y-2z+21=0$.

B. $11x+7y-2z-7=0$.

C. $11x-7y-2z-21=0$.

D. $11x+7y-2z+7=0$.

Câu 25: Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a .

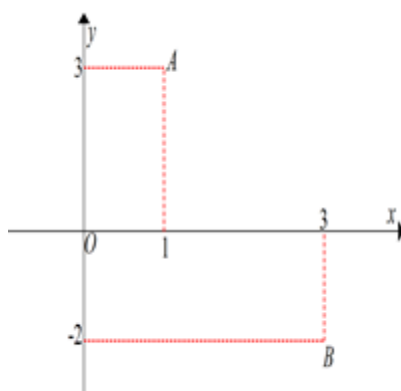
- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$. B. $V = 4\pi a^3 \sqrt{3}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$. D. $V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 26: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ bên?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y			$+\infty$		

- A. $y = \frac{x+3}{x-2}$. B. $y = \frac{2x-1}{x-2}$. C. $y = \frac{2x-3}{x+2}$. D. $y = \frac{2x-5}{x-2}$.

Câu 27: Gọi A, B lần lượt là 2 điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 trong mặt phẳng phức ở hình vẽ bên. Tính $|z_1 - z_2|$.



- A. $\frac{\sqrt{17}}{2}$. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{17}$. D. $\sqrt{29}$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 4x + 8)$. Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $f'(x) \leq 0$ là số nào sau đây

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 29: Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{e}\right)^x$.
C. $y = \left(\sqrt{2020} - \sqrt{2019}\right)^x$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+4)$.

Câu 30: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$, công bội $q = -2$, biết $u_n = 192$. Tìm n ?

- A. $n = 7$. B. $n = 5$. C. $n = 6$. D. $n = 8$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 2)$ và diện tích 64π .

- A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 16$.

C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 16$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 1 = 0$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Câu 33: Cho hàm số $f(x) = 3^x - 3^{-x}$. Gọi $m_1; m_2$ là các giá trị thực của tham số m để $f(3\log_2 m) + f(\log_2^2 m + 2) = 0$. Tính $T = m_1 \cdot m_2$

A. $T = \frac{1}{8}$.

B. $T = \frac{1}{4}$.

C. $T = \frac{1}{2}$.

D. $T = 2$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[2; 3]$ và $\int_2^3 (x-2)f'(x)dx = a$, $f(3) = b$. Tính tích phân $\int_2^3 f(x)dx$ theo a và b .

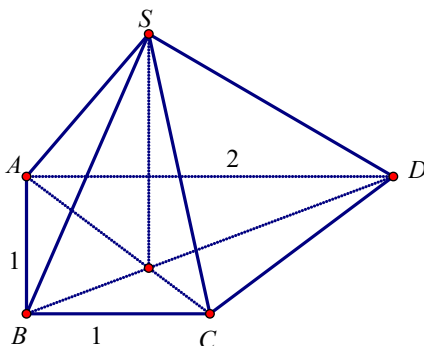
A. $-a - b$.

B. $b - a$.

C. $a - b$.

D. $a + b$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B ; $AB = BC = 1$, $AD = 2$. Các mặt chéo (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 60° (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB) là



A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	-3	$+\infty$	

Phương trình $|f(1-2x) + 2| = 5$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

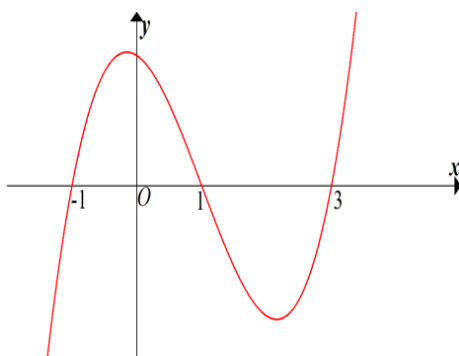
A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 6.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số $y = f(3 - e^x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(\ln 2; \ln 4)$. D. $(\ln 2; 4)$.

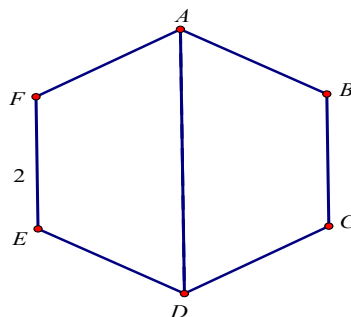
Câu 38: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tính $T = ab + 1$.

- A. $T = -2$. B. $T = 0$. C. $T = 1$. D. $T = -1$.

Câu 39: Một hộp chứa 5 bi trắng, 6 bi đỏ và 7 bi xanh, tất cả các bi có kích thước và khối lượng như nhau. Chọn ngẫu nhiên 6 bi từ hộp đó. Tính xác suất để 6 bi lấy được có đủ ba màu đồng thời hiệu của số bi đỏ và trắng, hiệu của số bi xanh và đỏ, hiệu của số bi trắng và xanh theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

- A. $\frac{5}{442}$. B. $\frac{75}{442}$. C. $\frac{40}{221}$. D. $\frac{35}{221}$.

Câu 40: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ có cạnh bằng 2 (tham khảo hình vẽ). Quay lục giác xung quanh đường chéo AD ta được một khối tròn xoay. Thể tích khối tròn xoay đó là



- A. $V = 8\pi$. B. $V = 7\pi$. C. $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{7\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = -x^3 + 2(m+1)x^2 - 3(m^2-1)x + 2$ có đồ thị (C_m) . Gọi M là điểm thuộc đồ thị có hoành độ $x_M = 1$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m sao cho tiếp tuyến của (C_m) tại điểm M song song với đường thẳng $y = -3x + 4$.

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + z - 5 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-4}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{-4}$.

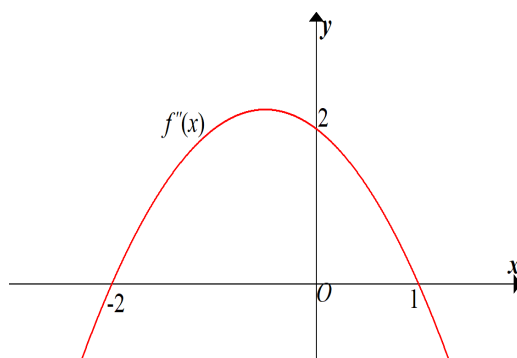
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-4}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-3}{-4}$.

Câu 43: Dân số hiện nay của tỉnh X là 1,8 triệu người. Biết rằng trong 10 năm tiếp theo, tỷ lệ tăng dân số bình quân hàng năm của tỉnh X luôn giữ mức 1,4%. Dân số của tỉnh X sau 5 năm (tính từ hiện nay) gần nhất với số liệu nào sau đây?

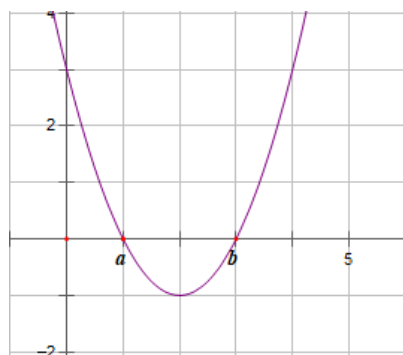
A. 1,9 triệu người. B. 2,2 triệu người. C. 2,1 triệu người. D. 2,4 triệu người.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(-2) = -8$, $f'(1) = 4$ và đồ thị của của hàm số $f''(x)$ như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y = 2f(x-3) + 16x + 1$ đạt giá trị lớn nhất tại x_0 thuộc khoảng nào sau đây?



A. $(0; 4)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x) = |2f^2(x) + 3f(x) + m|$ có đúng 7 điểm cực trị, biết $f(a) = 1, f(b) = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.



A. $S = (-5; 0)$. B. $S = (-8; 0)$. C. $S = \left(-8; \frac{1}{6}\right)$. D. $S = \left(-5; \frac{9}{8}\right)$.

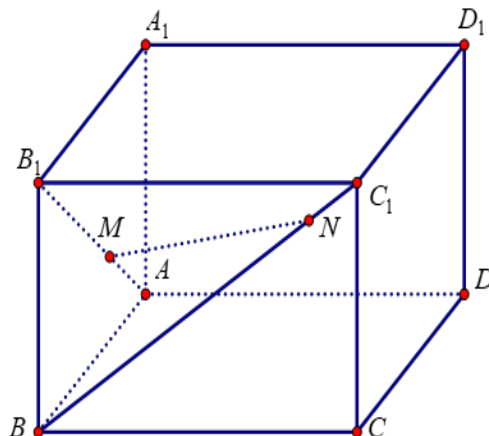
Câu 46: Cho 3 số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $|z-1+2i| = |z+3-4i|$, $|z_1+5-2i| = 2$, $|z_2-1-6i| = 2$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = |z-z_1| + |z-z_2| + 4$.

A. $\frac{2\sqrt{3770}}{13}$. B. $\frac{\sqrt{10361}}{13}$. C. $\frac{\sqrt{3770}}{13}$. D. $\frac{\sqrt{10361}}{26}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;3), B(5;2;-1)$ và hai điểm M, N thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) sao cho điểm $I(1;2;0)$ luôn là trung điểm của MN . Khi biểu thức $P = MA^2 + 2NB^2 + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{NB}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T = 2x_M - 4x_N + 7y_M - y_N$.

- A. $T = -10$. B. $T = -12$. C. $T = -11$. D. $T = -9$.

Câu 48: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Hai điểm M, N lần lượt thay đổi trên các đoạn AB_1 và BC_1 sao cho MN luôn tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° (tham khảo hình vẽ). Giá trị bé nhất của đoạn MN là



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $2(\sqrt{2}-1)$. C. $2(\sqrt{3}-\sqrt{2})$. D. $\sqrt{3}-1$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm xác định trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x) + 4x - 6x.e^{x^2-f(x)-2019} = 0$ và $f(0) = -2019$. Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $f(x) < 7$ là

- A. 91. B. 46. C. 45. D. 44.

Câu 50: Biết rằng có số thực $a > 0$ sao cho $a^{3\cos 2x} \geq 2\cos^2 x, \forall x \in \mathbb{R}$. Chọn mệnh đề **đúng**.

- A. $a \in \left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$. B. $a \in \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. C. $a \in \left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$. D. $a \in \left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

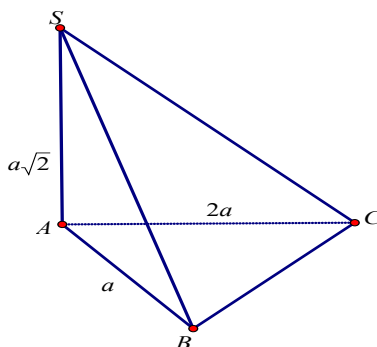
-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.B	4.A	5.C	6.D	7.D	8.C	9.D	10.B
11.D	12.D	13.C	14.A	15.D	16.C	17.B	18.A	19.D	20.A
21.C	22.C	23.D	24.C	25.A	26.B	27.D	28.B	29.B	30.A
31.D	32.B	33.A	34.B	35.B	36.B	37.A	38.D	39.C	40.A
41.D	42.C	43.A	44.B	45.A	46.A	47.A	48.C	49.C	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$. Đáy ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích khối chóp $S.ABC$



A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $a^3\sqrt{2}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối chóp $S.ABC$ tính theo công thức: $V = \frac{1}{3} S_{ABC} SA = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 2: Cho số phức $z = -i(3i + 4)$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

A. Phần thực 3 và phần ảo $4i$.

B. Phần thực 3 và phần ảo 4.

C. Phần thực 3 và phần ảo -4 .

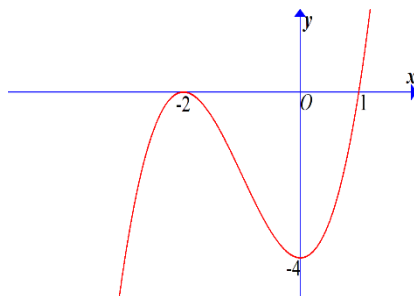
D. Phần thực 3 và phần ảo $-4i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $z = -i(3i + 4) = 3 - 4i$ nên phần thực 3 và phần ảo -4 .

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tọa độ điểm cực tiểu của (C) là



A. $(0; -2)$.

B. $(0; -4)$.

C. $(1; 0)$.

D. $(-2; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4: Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của một hình nón (N). Diện tích toàn phần của hình nón (N) là

A. $S_{TP} = \pi Rl + \pi R^2$.

B. $S_{TP} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$

C. $S_{TP} = \pi Rl + 2\pi R^2$.

D. $S_{TP} = \pi Rh + \pi R^2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a} = (-4; 5; -3)$ và $\vec{b} = (2; -2; 3)$. Véc tơ $\vec{x} = \vec{a} + 2\vec{b}$ có tọa độ là

A. $(-2; 3; 0)$.

B. $(0; 1; -1)$.

C. $(0; 1; 3)$.

D. $(-6; 8; -3)$.

Lời giải

Chọn C

$$\vec{a} = (-4; 5; -3); \vec{b} = (2; -2; 3) \Rightarrow 2\vec{b} = (4; -4; 6).$$

Có $\vec{x} = \vec{a} + 2\vec{b}$ suy ra tọa độ của véc tơ $\vec{x} = (0; 1; 3)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3z + 2 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (1; -3; 0)$.

B. $\vec{n} = (1; -3; -1)$.

C. $\vec{n} = (1; -3; 1)$.

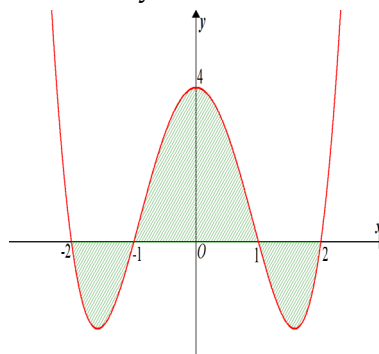
D. $\vec{n} = (1; 0; -3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P): x - 3z + 2 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 0; -3)$.

Câu 7: Cho hàm số bậc hai $y = f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành (miền phẳng được tô đậm trên hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. $S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx$.

B. $S = 2 \int_0^2 |f(x)| dx$.

C. $S = 2 \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) dx \right|.$

D. $S = 2 \left| \int_0^2 f(x) dx \right|.$

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị của hàm số đối xứng qua trục tung nên đáp án A và B đúng.

Do $\int_0^2 |f(x)| dx = \int_0^1 f(x) dx + \left(-\int_1^2 f(x) dx \right) = \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + \left| -\int_1^2 f(x) dx \right|.$

Nên đáp án C đúng. Vậy chọn đáp án D.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$				3		
			-1				$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-1; 3).$

B. $(0; +\infty).$

C. $(-2; 0).$

D. $(-\infty; -2).$

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên hàm số ta có hàm đồng biến trên khoảng $(-2; 0).$

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 4x + 3)^\pi$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 3\}.$

B. $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty).$

C. $(1; 3).$

D. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty).$

Lời giải

Chọn D

• Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow x < 1 \vee 3 < x.$

• Vậy hàm số có tập xác định $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty).$

Câu 10: Hàm số $f(x) = 2^{3x-1}$ có đạo hàm

A. $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x-1}.$

B. $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x-1} \cdot \ln 2.$

C. $f'(x) = (3x-1) 2^{3x-2}.$

D. $f'(x) = (3x-1) 2^{3x-2} \cdot \ln 2.$

Lời giải

Chọn B

• $f'(x) = (3x-1)' \cdot 2^{3x-1} \cdot \ln 2 = 3 \cdot 2^{3x-1} \cdot \ln 2.$

• Vậy $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x-1} \cdot \ln 2.$

Câu 11: Số cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là

A. 1.

B. $4!.$

C. 5.

D. $5!.$

Lời giải

Chọn D

Mỗi cách sắp xếp 5 học sinh là một hoán vị của 5 phần tử. Số các hoán vị là: $5!$.

Câu 12: Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, số $k \in \mathbb{R}$ và C là một hằng số tùy ý. Xét 4 mệnh đề sau:

$$(I): \left(\int f(x) dx \right)' = f(x) \quad (II): \int kf(x) dx = k \int f(x) dx$$

$$(III): \int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx \quad (IV): \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$$

Số mệnh đề **đúng** là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. **3.**

Lời giải

Chọn D

$$(II): \int kf(x) dx = k \int f(x) dx \text{ sai khi } k = 0.$$

Câu 13: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^2-4}$ có bao nhiêu tiệm cận?

- A. 2. B. 1. C. **3.** D. 4.

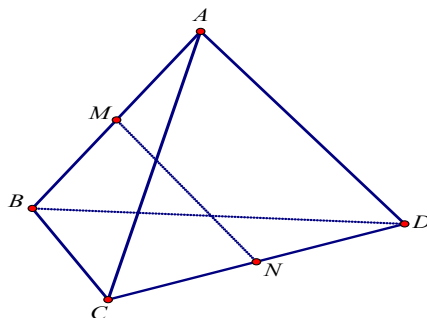
Lời giải

Chọn C

Do bậc tử lớn hơn bậc mẫu nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y = 0$.

Mà với $x = \pm 2$ thì $x+3 \neq 0$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng.

Câu 14: Cho khối tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD (tham khảo hình vẽ bên). Đặt V là thể tích của khối tứ diện $ABCD$, V_1 là thể tích của khối tứ diện $MNBC$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



- A. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{4}$. B. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{2}$. C. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}$. D. $\frac{V_1}{V} = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $d(A, (BCD)) = 2d(M, (BCD))$ và $S_{\triangle BCD} = 2S_{\triangle BCN}$ nên $V = 4V_1$.

Câu 15: Cho biết $\int_1^5 \frac{3dx}{x^2+3x} = a \ln 5 + b \ln 2$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $2a - b = 0$. B. $a - b = 0$. C. $a + 2b = 0$. D. $a + b = 0$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét } \frac{3}{x^2+3x} = \frac{3}{x(x+3)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+3} = \frac{A(x+3)+Bx}{x(x+3)}$$

$$\Leftrightarrow 3 = Ax + Bx + 3A \Leftrightarrow 0x + 3 = (A+B)x + 3A \Rightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ 3A=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int_1^5 \frac{3dx}{x^2+3x} = \int_1^5 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} \right) dx = (\ln x - \ln(x+3)) \Big|_1^5 = \ln 5 - \ln 8 - \ln 1 + \ln 4$$

$$= \ln 5 - 3 \ln 2 + 2 \ln 2 = \ln 5 - \ln 2 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow a+b=0$$

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (m+2)x - m$. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $S = (-\infty; 2]$. B. $S = (-\infty; 2)$. C. $S = [2; +\infty)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 3ac \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot (m+2) \leq 0 \\ a = \frac{1}{3} > 0 \text{ (tm)} \end{cases} \Leftrightarrow -m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 2 \Rightarrow m \in [2; +\infty)$$

Câu 17: Cho $a = \log 3$, $b = \ln 3$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $\frac{a}{b} = \frac{e}{10}$. B. $10^a = e^b$. C. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{10^e}$. D. $10^b = e^a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $a = \log 3 \Leftrightarrow 10^a = 3$, $b = \ln 3 \Leftrightarrow e^b = 3$.

Từ đây ta suy ra $10^a = e^b = 3$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -3; 2)$. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là

- A. $x - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. B. $x + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. C. $x - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 0$. D. $6x - 2y + 3z + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox, Oy, Oz .

Từ đó suy ra $M(1;0;0); N(0;-3;0); P(0;0;2)$.

Vậy $(MNP): x - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ biết $f(3) = 1$. Chọn mệnh đúng.

A. $f(4) = 0$.

B. $f(2019) > f(2020)$.

C. $f(1) = 3$.

D. $f(5) + 1 > f(1) + f(2)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow f(b) > f(c), \forall b, c \in \mathbb{R}$.

Từ đó ta thấy:

+) Đáp án A sai vì $f(4) > f(3) = 1$.

+) Đáp án B sai vì $f(2019) < f(2020)$.

+) Đáp án C sai vì $f(1) < f(3) = 1$.

+) Đáp án D đúng vì $\begin{cases} f(5) > f(2) \\ 1 = f(3) > f(1) \end{cases} \Rightarrow f(5) + 1 > f(1) + f(2)$.

Câu 20: Với C là một hằng số tùy ý, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\cos x - x$ là

A. $2\sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

B. $-2\sin x - x^2 + C$.

C. $2\sin x - 1 + C$.

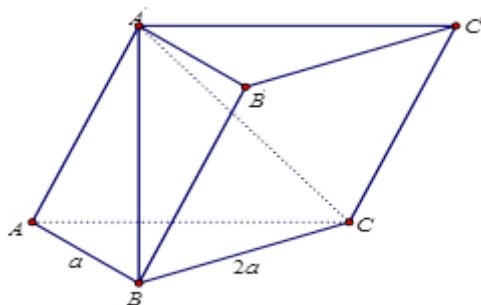
D. $-2\sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int (2\cos x - x) dx = 2\sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 21: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = 2a$, $A'B$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và góc giữa $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30° (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $3a^3$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

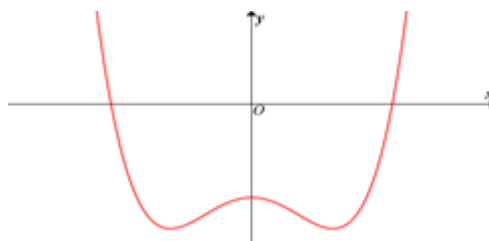
$$\left. \begin{array}{l} A'C \cap (ABC) = C \\ A'B \perp (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow (A'C; (ABC)) = \widehat{A'CB} = 30^\circ.$$

$$ABC \text{ là tam giác vuông tại } A \Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Xét tam giác } A'BC \text{ vuông tại } B \text{ có: } \tan 30^\circ = \frac{A'B}{BC} \Rightarrow A'B = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'B \cdot S_{ABC} = \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = a^3.$$

Câu 22: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn C

Quan sát đồ thị có bề lõm quay lên $\Rightarrow a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0$.

Hàm số có 3 cực trị $\Rightarrow a.b < 0$ mà $a > 0$ nên $\Rightarrow b < 0$.

Câu 23: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = \frac{1}{2}$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là: $y = 2$.

C. Hàm số gián đoạn tại $x = -1$.

D. Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định $x \neq -1$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1.$$

Do đó hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 4)$, $B(3; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 4 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $11x - 7y - 2z + 21 = 0$.

B. $11x + 7y - 2z - 7 = 0$.

C. $11x - 7y - 2z - 21 = 0$.

D. $11x + 7y - 2z + 7 = 0$.

Lời giải

Chọn C

+ Ta có $\overrightarrow{AB}(1; 3; -5), \overrightarrow{n_{(P)}}(1; 1; 2)$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} A, B \in (Q) \\ (P) \perp (Q) \end{array} \right. \Rightarrow \overrightarrow{n_{(Q)}} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_{(P)}}] = (11; -7; -2).$$

Vậy phương trình mặt phẳng

$$(Q): 11(x-2) - 7(y+1) - 2(z-4) = 0 \Leftrightarrow 11x - 7y - 2z - 21 = 0.$$

Câu 25: Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a .

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$.

B. $V = 4\pi a^3 \sqrt{3}$.

C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.

D. $V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

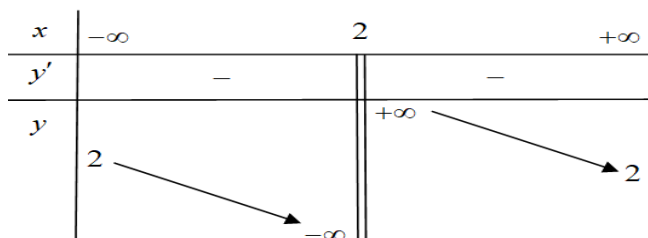
Chọn A

Ta có: $R = \sqrt{\frac{h^2}{4} + r^2}$. Trong đó R là bán kính khối cầu, h là chiều cao hình lập phương, r là bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy.

$$\text{Vậy nên ta có } h = a; r = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \text{ Từ đó suy ra } R = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{2a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \frac{3\sqrt{3}a^3}{8} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}.$$

Câu 26: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ bên?



A. $y = \frac{x+3}{x-2}..$

B. $y = \frac{2x-1}{x-2}..$

C. $y = \frac{2x-3}{x+2}..$

D. $y = \frac{2x-5}{x-2}.$

Lời giải

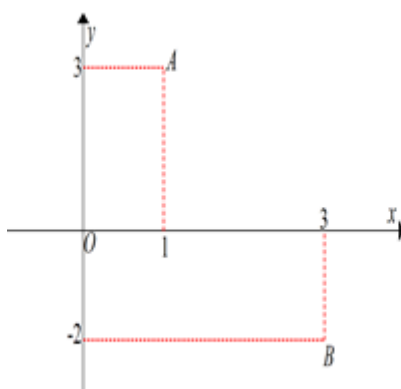
Chọn B

Từ BBT ta thấy đồ thị hs có 1 TCN : $y = 2$ và một TCD: $x = 2$ và $y' < 0$

Ta loại đáp án C vì có TCD: $x = -2$ và đáp án A vì có TCN: $y = 1$

Loại đáp án D vì có $y' = \frac{1}{(x-2)^2} > 0$

Câu 27: Gọi A, B lần lượt là 2 điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 trong mặt phẳng phức ở hình vẽ bên. Tính $|z_1 - z_2|$.



A. $\frac{\sqrt{17}}{2}.$

B. $\sqrt{5}.$

C. $\sqrt{17}.$

D. $\sqrt{29}.$

Lời giải

Chọn D

Quan sát hình vẽ ta thấy: $A(1;3), B(3;-2)$, suy ra $z_1 = 1+3i, z_2 = 3-2i \Rightarrow z_1 - z_2 = -2+5i$

$$\Rightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{(-2)^2 + 5^2} = \sqrt{29}.$$

Câu 28: Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 4x + 8)$. Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $f'(x) \leq 0$ là số nào sau đây

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Hàm xác định khi $x^2 - 4x + 8 > 0 \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}.$

Ta có: $f'(x) = \frac{(x^2 - 4x + 8)'}{x^2 - 4x + 8} = \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 8}$

$f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 8} \Leftrightarrow 2x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$. Vì x nguyên dương nên $x \in \{1; 2\}$.

Câu 29: Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.

B. $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{e}\right)^x$.

C. $y = (\sqrt{2020} - \sqrt{2019})^x$.

D. $y = \log_{\frac{1}{2}}(x + 4)$.

Lời giải

Chọn B

Đáp án D là hàm logarit có cơ số $a = \frac{1}{2} < 1$ nên nghịch biến trên TXĐ của nó. $\Rightarrow$ Loại D.

Ba đáp án A, B và C đều là hàm số mũ. Tuy nhiên đáp án B có hệ số $a = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{e} > 1$,

do đó hàm số $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{e}\right)^x$ đồng biến trên TXĐ của nó.

Câu 30: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$, công bội $q = -2$, biết $u_n = 192$. Tìm n ?

A. $n = 7$.

B. $n = 5$.

C. $n = 6$.

D. $n = 8$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow 192 = 3 \cdot (-2)^{n-1} \Rightarrow n-1 = 6 \Rightarrow n = 7$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 2)$ và diện tích 64π .

A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 16$.

C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 16$.

Lời giải

Chọn D

Gọi R là bán kính mặt cầu.

Theo giả thiết ta có $4\pi R^2 = 64\pi \Leftrightarrow R = 4$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 16$

- Câu 32:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 1 = 0$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng
- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải

Chọn B

d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 1)$.

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 2)$.

Gọi α là góc giữa d và mặt phẳng (P) . Khi đó, ta có $\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Vậy $\alpha = 30^\circ$.

- Câu 33:** Cho hàm số $f(x) = 3^x - 3^{-x}$. Gọi $m_1; m_2$ là các giá trị thực của tham số m để $f(3\log_2 m) + f(\log_2^2 m + 2) = 0$. Tính $T = m_1 \cdot m_2$
- A. $T = \frac{1}{8}$. B. $T = \frac{1}{4}$. C. $T = \frac{1}{2}$. D. $T = 2$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x) = 3^x - 3^{-x}$.

Ta có $f'(x) = 3^x \ln 3 + 3^{-x} \ln 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hơn nữa $\forall x \in \mathbb{R}$ thì $-x \in \mathbb{R}$ và $f(-x) = 3^{-x} - 3^x = -(3^x - 3^{-x}) = -f(x)$ nên hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ.

Theo đề: $f(3\log_2 m) + f(\log_2^2 m + 2) = 0$ (Điều kiện $m > 0$)

$$\Leftrightarrow f(\log_2^2 m + 2) = -f(3\log_2 m)$$

$$\Leftrightarrow f(\log_2^2 m + 2) = f(-3\log_2 m) \text{ (vì hàm số } f(x) \text{ là hàm số lẻ)}$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2 m + 2 = -3\log_2 m \text{ (vì hàm số } f(x) \text{ đồng biến)}$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2 m + 3\log_2 m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 m = -1 \\ \log_2 m = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \text{ (TMĐK)} \\ m = \frac{1}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } T = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}.$$

- Câu 34:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[2; 3]$ và $\int_2^3 (x-2)f'(x)dx = a, f(3) = b$. Tính tích phân $\int_2^3 f(x)dx$ theo a và b .
- A. $-a - b$. B. $b - a$. C. $a - b$. D. $a + b$.

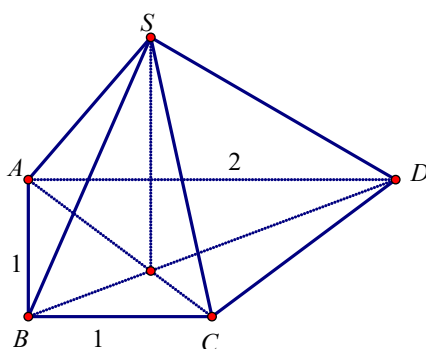
Lời giải

Chọn B

$$I = \int_2^3 (x-2) f'(x) dx = a. \text{ Đặt } \begin{cases} x-2=u \\ f'(x)dx=du \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=f(x) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó : } I = (x-2)f(x) \Big|_2^3 - \int_2^3 f(x)dx \Rightarrow \int_2^3 f(x)dx = (x-2)f(x) \Big|_2^3 - I = f(3) - I = b - a$$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B ; $AB = BC = 1$, $AD = 2$. Các mặt chéo (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 60° (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB) là



A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

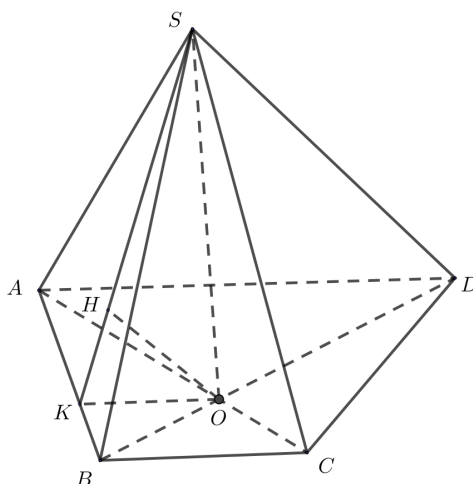
B. $\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Vì các mặt chéo (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ nên $SO \perp (ABCD)$, với $O = AC \cap BD$

Kẻ $OK \perp AB$ tại K

$$\Rightarrow (SOK) \perp AB \Rightarrow SK \perp AB \Rightarrow ((SAB), (ABCD)) = (SK, OK) = \widehat{SKO} = 60^\circ$$

$$\text{Do } AD // BC \text{ nên } \frac{OD}{OB} = \frac{OA}{OC} = \frac{AD}{BC} = 2 \Rightarrow DB = 3OB \Rightarrow d(D, (SAB)) = 3d(O, (SAB))$$

Trong mp(SOK), kẻ $OH \perp SK$ tại H

$$\Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow d(D, (SAB)) = 3d(O, (SAB)) = 3OH$$

$$\text{Trong tam giác vuông } \triangle SOK: \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{3}{4} + \frac{9}{4} = 3 \Rightarrow OH = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Vậy, } d(D, (SAB)) = \sqrt{3}$$

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		5	-3	$+\infty$	

Phương trình $|f(1-2x)+2|=5$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } |f(1-2x)+2|=5 \Leftrightarrow \begin{cases} f(1-2x)+2=5 \\ f(1-2x)+2=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(1-2x)=3 \quad (2) \\ f(1-2x)=-7 \quad (3) \end{cases}$$

Đặt $1-2x=t$, với mỗi $x \in \mathbb{R}$ có 1 và chỉ 1 giá trị $t \in \mathbb{R}$

Đồ thị của hàm số $y = f(t)$ cũng là đồ thị của hàm số $y = f(x)$.

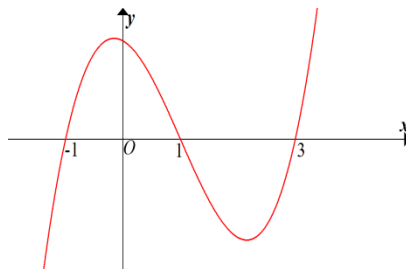
Số nghiệm của phương trình (2) là số hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(t)$ với đường thẳng $y = 3$. Có 3 giao điểm nên phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt.

Số nghiệm của phương trình (3) là số hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(t)$ với đường thẳng $y = -7$. Có 1 giao điểm nên phương trình (3) có đúng 1 nghiệm.

Nghiệm của phương trình (3) không trùng với nghiệm của phương trình (2)

Vậy, phương trình có 4 nghiệm phân biệt

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số $y = f(3 - e^x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(\ln 2; \ln 4)$. D. $(\ln 2; 4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = (x+1)(x-1)(x-3)$.

$$\Rightarrow f'(3 - e^x) = -e^x(3 - e^x + 1)(3 - e^x - 1)(3 - e^x - 3) = e^{2x}(e^x - 4)(e^x - 2)$$

$$\text{Theo bài ra } e^{2x}(e^x - 2)(e^x - 4) \geq 0 \Leftrightarrow (e^x - 2)(e^x - 4) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \ln 4 \\ x \leq \ln 2 \end{cases}$$

Như vậy hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 38: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tính $T = ab + 1$.

- A. $T = -2$. B. $T = 0$. C. $T = 1$. D. $T = -1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$

$$\Leftrightarrow (a + bi) - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ -3a + 3b = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

Suy ra $T = ab + 1 = 2 \cdot (-1) + 1 = -1$.

Câu 39: Một hộp chứa 5 bi trắng, 6 bi đỏ và 7 bi xanh, tất cả các bi có kích thước và khối lượng như nhau. Chọn ngẫu nhiên 6 bi từ hộp đó. Tính xác suất để 6 bi lấy được có đủ ba màu đồng thời hiệu của số bi đỏ và trắng, hiệu của số bi xanh và đỏ, hiệu của số bi trắng và xanh theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

- A. $\frac{5}{442}$. B. $\frac{75}{442}$. C. $\frac{40}{221}$. D. $\frac{35}{221}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu chính là số cách lấy ngẫu nhiên 6 viên bi bất kì trong 18 viên nên $n(\Omega) = C_{18}^6$.

Gọi A là biến cố “ 6 bi lấy được có đủ ba màu đồng thời hiệu của số bi đỏ và trắng, hiệu của số bi xanh và đỏ, hiệu của số bi trắng và xanh theo thứ tự lập thành cấp số cộng”

Gọi t, d, x lần lượt là số bi trắng, bi đỏ và bi xanh trong 6 viên bi được chọn ra.

Theo bài ta có: $d - t, x - d, t - x$ lập thành một cấp số cộng.

Do đó: $d - t + t - x = 2(x - d) \Leftrightarrow d = x$. Lại có $t + d + x = 6$ nên ta có các trường hợp.

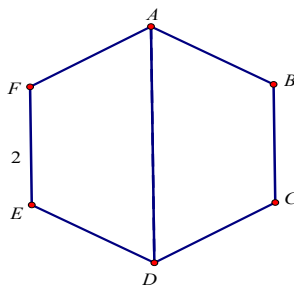
Trường hợp 1. $d = x = 1$ và $t = 4$. Khi đó số cách chọn 6 viên bi là $C_6^1 C_7^1 C_5^4 = 210$ cách.

Trường hợp 2. $t = d = x = 2$. Khi đó số cách chọn 6 viên bi là $C_6^2 C_7^2 C_5^2 = 3150$ cách.

Vậy số phần tử của biến cố A là $n(A) = 210 + 3150 = 3360$.

Do đó xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3360}{C_{18}^6} = \frac{40}{221}$.

Câu 40: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ có cạnh bằng 2 (tham khảo hình vẽ). Quay lục giác xung quanh đường chéo AD ta được một khối tròn xoay. Thể tích khối tròn xoay đó là



A. $V = 8\pi$.

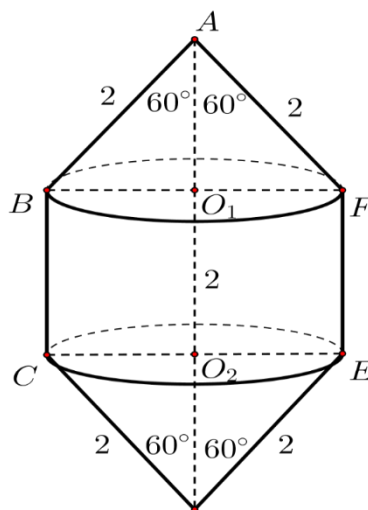
B. $V = 7\pi$.

C. $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{7\pi\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi thể tích của khối tròn xoay là V , thể tích khối nón là V_1 và thể tích của khối trụ là V_2 .

Khi đó ta có $V = 2V_1 + V_2 = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot O_1 B^2 \cdot AO_1 + \pi \cdot O_1 B^2 \cdot O_1 O_2 = \frac{2}{3} \pi \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot 1 + 2\pi \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot 1 = 8\pi$

Câu 41: Cho hàm số $y = -x^3 + 2(m+1)x^2 - 3(m^2-1)x + 2$ có đồ thị (C_m) . Gọi M là điểm thuộc đồ thị có hoành độ $x_M = 1$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m sao cho tiếp tuyến của (C_m) tại điểm M song song với đường thẳng $y = -3x + 4$.

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = -3x^2 + 4(m+1)x - 3(m^2-1)$.

$$x_M = 1 \Rightarrow y_M = -3m^2 + 2m + 6.$$

Hệ số góc của tiếp tuyến của (C_m) tại M là: $k = y'(1) = -3m^2 + 4m + 4$.

Phương trình tiếp tuyến của (C_m) tại M là:

$$y = k(x - x_M) + y_M = (-3m^2 + 4m + 4)(x - 1) - 3m^2 + 2m + 6 = (-3m^2 + 4m + 4)x - 2m + 2 \quad (\Delta).$$

Theo yêu cầu bài toán, (Δ) song song với đường thẳng $y = -3x + 4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2 + 4m + 7 = 0 \\ -2m + 2 \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{7}{3} \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{7}{3}.$$

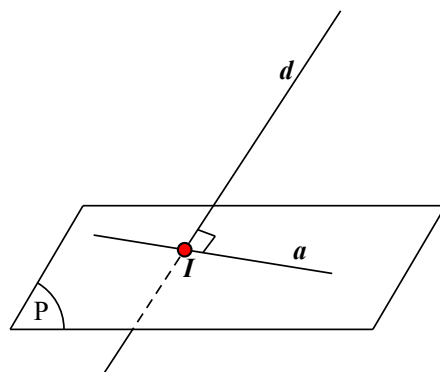
Vậy có 1 giá trị của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + z - 5 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-4}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{-4}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-4}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-3}{-4}$.

Lời giải

Chọn C



Viết lại phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 2t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$. Gọi I là giao điểm của d và (P) .

Ta có $I(1;2;3)$

Vecto chỉ phương của $d : \vec{u} = (1;2;2)$.

Vecto pháp tuyến của $(P) : \vec{n} = (2;0;1)$.

Đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với đường thẳng d nhận $[\vec{u}, \vec{n}] = (2;3;-4)$ làm một vectơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng a là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-4}$.

Câu 43: Dân số hiện nay của tỉnh X là 1,8 triệu người. Biết rằng trong 10 năm tiếp theo, tỷ lệ tăng dân số bình quân hàng năm của tỉnh X luôn giữ mức 1,4%. Dân số của tỉnh X sau 5 năm (tính từ hiện nay) gần nhất với số liệu nào sau đây?

A. 1,9 triệu người. **B.** 2,2 triệu người. **C.** 2,1 triệu người. **D.** 2,4 triệu người.

Lời giải

Chọn A

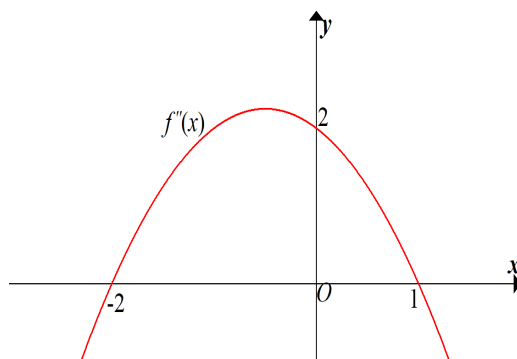
Áp dụng công thức $S = A.e^{ni}$.

Trong đó: A là dân số của năm lấy làm mốc tính.

S là dân số sau n năm, i là tỷ lệ tăng dân số hàng năm.

$$\Rightarrow S = 1800000.e^{5.0,014} = 1930514726.$$

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(-2) = -8$, $f'(1) = 4$ và đồ thị của của hàm số $f''(x)$ như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y = 2f(x-3) + 16x + 1$ đạt giá trị lớn nhất tại x_0 thuộc khoảng nào sau đây?



A. $(0;4)$.

B. $(4;+\infty)$.

C. $(-\infty;1)$.

D. $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị của hàm số $f''(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2		1	$+\infty$	
$f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f'(x)$						

Ta có: $y' = 2f'(x-3) + 16$; $y' = 0 \Leftrightarrow f'(x-3) = -8$.

Từ bảng biến thiên, ta thấy $f'(x-3) = -8 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 = -2 \\ x-3 = x_0 (x_0 > 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 + x_0 \end{cases}$.

Theo bảng biến thiên của $f'(x)$ ta có $f'(x) \geq -8 \forall x \leq x_0$; $f'(x) < -8 \forall x > x_0$.

$\Rightarrow f'(x) \geq -8 \forall x$ thỏa $x \leq 3 + x_0$

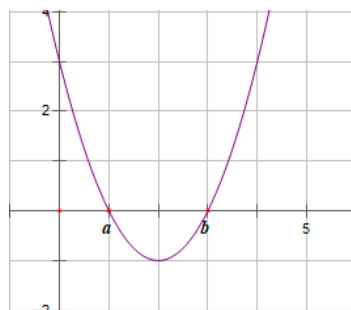
$f'(x) < -8 \forall x$ thỏa $x > 3 + x_0$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = 2f(x-3) + 16x + 1$

$x-3$	$-\infty$	-2		x_0	$+\infty$	
y'		$+$	0	$+$	0	$-$
y						

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y = 2f(x-3) + 16x + 1$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = x_0 + 3 > 4$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x) = |2f^2(x) + 3f(x) + m|$ có đúng 7 điểm cực trị, biết $f(a) = 1, f(b) = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.



A. $S = (-5; 0)$.

B. $S = (-8; 0)$.

C. $S = \left(-8; \frac{1}{6}\right)$.

D. $S = \left(-5; \frac{9}{8}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	a		b	$+\infty$	
$f(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$		1		0	$+\infty$

Xét $h(x) = 2f^2(x) + 3f(x) + m \Rightarrow h'(x) = 4f'(x) \cdot f(x) + 3f'(x) = f'(x)[4f(x) + 3]$

$$\Rightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = -\frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = b \\ x = c < 0 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên hàm số $y = h(x) = 2f^2(x) + 3f(x) + m$

x	$-\infty$	c	a	b	$+\infty$		
$h'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$h(x)$	$+\infty$	$m-\frac{9}{8}$	$m+5$	m	$+\infty$		

Để hàm số $g(x) = |2f^2(x) + 3f(x) + m|$ có 7 điểm cực trị thì $m < 0 < m + 5 \Leftrightarrow -5 < m < 0$.

Câu 46: Cho 3 số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = |z + 3 - 4i|, |z_1 + 5 - 2i| = 2, |z_2 - 1 - 6i| = 2$.

Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = |z - z_1| + |z - z_2| + 4$.

A. $\frac{2\sqrt{3770}}{13}$.

B. $\frac{\sqrt{10361}}{13}$.

C. $\frac{\sqrt{3770}}{13}$.

D. $\frac{\sqrt{10361}}{26}$.

Lời giải

Chọn A

$$|z - 1 + 2i| = |z + 3 - 4i| \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = (x + 3)^2 + (y - 4)^2 \Leftrightarrow 2x - 3y + 5 = 0$$

Vậy điểm M biểu diễn số phức z là đường thẳng $d: 2x - 3y + 5 = 0$

$$|z_1 + 5 - 2i| = 2 \Leftrightarrow (x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 4$$

Vậy điểm A biểu diễn số phức z_1 là đường tròn

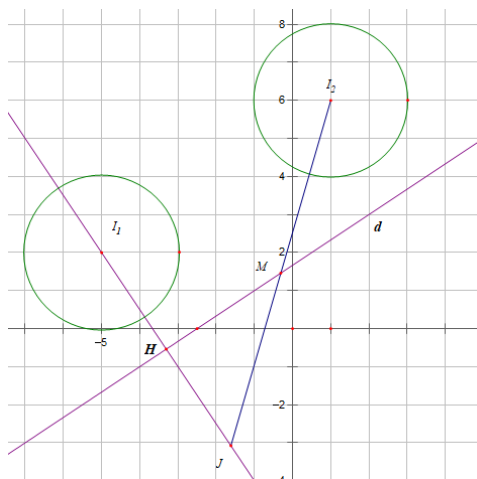
$$(C_1): (x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 4 \Rightarrow I_1(-5; 2); R_1 = 2$$

$$|z_2 - 1 - 6i| = 2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 6)^2 = 4$$

Vậy điểm B biểu diễn số phức z_2 là đường tròn

$$(C_2): (x - 1)^2 + (y - 6)^2 = 4 \Rightarrow I_2(1; 6); R_2 = 2$$

Khi đó $T = |z - z_1| + |z - z_2| + 4 = MA + MB + 4$



Gọi (C_3) là đường tròn đối xứng (C_1) qua d

$$\Rightarrow (C_3), J, R = 2, \text{ với } J \text{ đối xứng } I_1 \text{ qua } d \Rightarrow J\left(-\frac{21}{13}; -\frac{40}{13}\right)$$

$$\Rightarrow T = MA + MB + 4 \text{ min} \Leftrightarrow MA + MB + 4 = I_2J = \frac{2\sqrt{3770}}{13}$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;3), B(5;2;-1)$ và hai điểm M, N thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) sao cho điểm $I(1;2;0)$ luôn là trung điểm của MN . Khi biểu thức $P = MA^2 + 2NB^2 + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{NB}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T = 2x_M - 4x_N + 7y_M - y_N$.

A. $T = -10$.

B. $T = -12$.

C. $T = -11$.

D. $T = -9$.

Lời giải

Chọn A

Gọi M, N thuộc (xOy) nên $M(x_M; y_M; 0), N(x_N; y_N; 0)$, theo giả thiết ta có hệ

$$\begin{cases} x_M + x_N = 2 \\ y_M + y_N = 4 \end{cases}$$

Khi đó $\overrightarrow{MA} = (1 - x_M; 1 - y_M; 3), \overrightarrow{NB} = (5 - x_N; 2 - y_N; -1) = (x_M + 3; y_M - 2; -1)$.

$$P = MA^2 + 2NB^2 + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{NB}$$

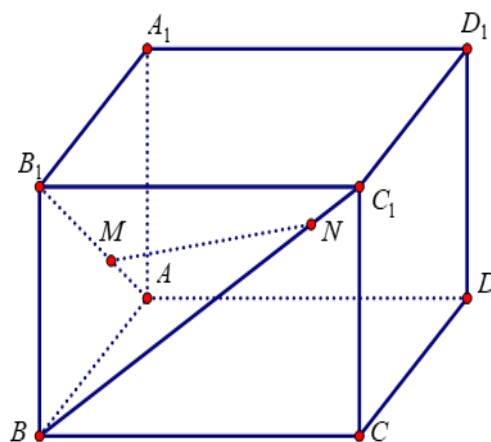
$$= (1 - x_M)^2 + (1 - y_M)^2 + 9 + 2(x_M + 3)^2 + 2(y_M - 2)^2 + 1 + (1 - x_M)(x_M + 3) + (1 - y_M)(y_M - 2) - 3$$

$$= 2x_M^2 + 8x_M + 2y_M^2 - 7y_M + 37 = 2(x_M + 2)^2 + 2\left(y_M - \frac{7}{4}\right)^2 + \frac{183}{8} \geq \frac{183}{8}.$$

$$P \text{ đạt giá trị nhỏ nhất bằng } \frac{183}{8} \text{ khi } \begin{cases} x_M = -2 \\ y_M = \frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_N = 4 \\ y_N = \frac{9}{4} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } T = 2x_M - 4x_N + 7y_M - y_N = 2 \cdot (-2) - 4 \cdot 4 + 7 \cdot \frac{7}{4} - \frac{9}{4} = -10.$$

Câu 48: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Hai điểm M, N lần lượt thay đổi trên các đoạn AB_1 và BC_1 sao cho MN luôn tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° (tham khảo hình vẽ). Giá trị bé nhất của đoạn MN là



A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

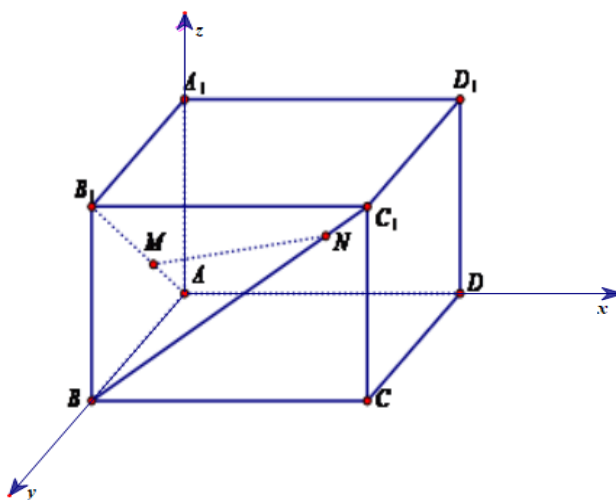
B. $2(\sqrt{2}-1)$.

C. $2(\sqrt{3}-\sqrt{2})$.

D. $\sqrt{3}-1$.

Lời giải

Chọn C



Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ ta có

$$A(0;0;0), B(0;1;0), D(1;0;0), C(1;1;0), A_1(0;0;1), C_1(1;1;1).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AM} = m\overrightarrow{AB_1}, (0 < m < 1) \Rightarrow M(0; m; m); \overrightarrow{BN} = n\overrightarrow{BC_1}, (0 < n < 1) \Rightarrow N(n; 1; n)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN}(n; 1-m; n-m) \Rightarrow MN^2 = n^2 + (1-m)^2 + (n-m)^2.$$

MN tạo với mặt phẳng $(ABCD) \equiv (Oxy)$ góc 60° .

$$\Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \vec{k}|}{|\overrightarrow{MN}| |\vec{k}|} \Leftrightarrow \frac{|n-m|}{\sqrt{n^2 + (1-m)^2 + (n-m)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Leftrightarrow (n-m)^2 = 3[n^2 + (1-m)^2] \geq 3 \cdot \frac{(n-m+1)^2}{2} = \frac{3}{2}[(n-m)^2 + 2(n-m) + 1].$$

$$\Leftrightarrow (n-m)^2 + 6(n-m) + 3 \leq 0 \Leftrightarrow -3 - \sqrt{6} \leq n-m \leq -3 + \sqrt{6} \Rightarrow 3 - \sqrt{6} \leq |n-m| \leq 3 + \sqrt{6}.$$

$$\Rightarrow MN = \sqrt{n^2 + (1-m)^2 + (n-m)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}|n-m| \geq \frac{2\sqrt{3}}{3}(3 - \sqrt{6}) = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}).$$

$$\Rightarrow \min MN = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \text{ khi } m = \frac{4 - \sqrt{6}}{2}, n = \frac{\sqrt{6} - 2}{2}.$$

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm xác định trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x) + 4x - 6x.e^{x^2 - f(x) - 2019} = 0$ và $f(0) = -2019$. Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $f(x) < 7$ là

A. 91.

B. 46.

C. 45.

D. 44.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Theo giả thiết $f'(x) + 4x - 6x.e^{x^2 - f(x) - 2019} = 0 \Leftrightarrow 6x.(1 - e^{x^2 - f(x) - 2019}) = 2x - f'(x), \forall x \in \mathbb{R}$ (1).

TH1: Nếu $1 - e^{x^2 - f(x) - 2019} = 0$ thì $x^2 - f(x) - 2019 = 0 \Leftrightarrow f(x) = x^2 - 2019$ ta có (1) đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Do đó $f(x) < 7 \Leftrightarrow x^2 - 2019 < 7 \Leftrightarrow x^2 < 2026 \Leftrightarrow -\sqrt{2026} < x < \sqrt{2026}$.

Vì x nguyên dương nên $x \in \{1, 2, 3, \dots, 45\}$.

Trong trường hợp này có 45 giá trị nguyên dương của x thỏa mãn yêu cầu đề bài.

TH2: Nếu $1 - e^{x^2 - f(x) - 2019} \neq 0$ thì ta có thể giả sử rằng tồn tại hàm số $f(x)$ có đạo hàm xác định trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Khi đó, tại $x = 0$ ta có $f(0) = -2019$ nên $1 - e^{x^2 - f(x) - 2019} = 0$ (mâu thuẫn).

Vậy có tất cả 45 giá trị nguyên dương của x thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Cách 2:

Theo giả thiết $f'(x) + 4x - 6x.e^{x^2 - f(x) - 2019} = 0 \Leftrightarrow [f'(x) + 4x].e^{f(x) + 2x^2} = 6x.e^{3x^2 - 2019}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $\int [f'(x) + 4x].e^{f(x) + 2x^2} dx = \int 6x.e^{3x^2 - 2019} dx$

$\Leftrightarrow e^{f(x) + 2x^2} = e^{3x^2 - 2019} + C$.

Mà $f(0) = -2019$ nên $e^{f(0)} = e^{-2019} + C \Leftrightarrow C = 0$. Do đó $e^{f(x) + 2x^2} = e^{3x^2 - 2019}$

Hay $f(x) = x^2 - 2019$.

Khi đó $f(x) < 7 \Leftrightarrow x^2 - 2019 < 7 \Leftrightarrow x^2 < 2026 \Leftrightarrow -\sqrt{2026} < x < \sqrt{2026}$.

Vì x nguyên dương nên $x \in \{1, 2, 3, \dots, 45\}$.

Vậy có 45 giá trị nguyên dương của x thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 50: Biết rằng có số thực $a > 0$ sao cho $a^{3\cos 2x} \geq 2\cos^2 x, \forall x \in \mathbb{R}$. Chọn mệnh đề **đúng**.

A. $a \in \left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$.

B. $a \in \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

C. $a \in \left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$.

D. $a \in \left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

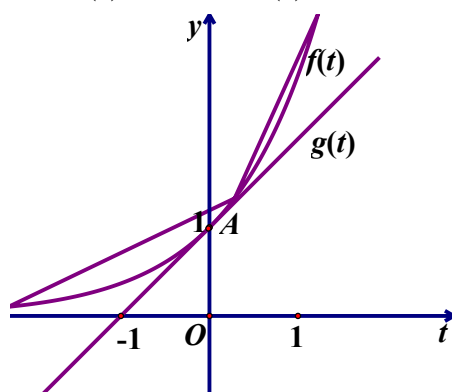
Ta có $a^{3\cos 2x} \geq 2\cos^2 x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow a^{3\cos 2x} \geq 1 + \cos 2x, \forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $t = \cos 2x, t \in [-1; 1]$. Yêu cầu bài toán trở thành tìm a để $a^{3t} \geq t + 1 \forall t \in [-1; 1]$ (1).

TH1: Với $a = 1$, bất phương trình $a^{3t} \geq t + 1 \Leftrightarrow 1 \geq t + 1 \Leftrightarrow t \leq 0$, suy ra $a = 1$ không thỏa mãn.

TH2: Với $0 < a < 1$, khi đó $\forall t > 0$ ta luôn có $a^{3t} < a^0 = 1 < t + 1$, suy ra $0 < a < 1$ không thỏa mãn (1).

TH3: Với $a > 1$, xét các hàm số $f(t) = a^{3t}$ và $g(t) = t + 1$ (có đồ thị như hình vẽ)



Nhận xét: Đồ thị $f(t)$ và đồ thị $g(t)$ luôn có điểm chung $A(0; 1)$.

Khi đó (1) $\Leftrightarrow f(t) \geq g(t) \forall t \in [-1; 1]$ khi và chỉ khi $g(t)$ tiếp xúc với $f(t)$ tại điểm $A(0; 1)$

$$\Leftrightarrow \text{hệ phương trình } \begin{cases} f(t) = g(t) \\ f'(t) = g'(t) \end{cases} \text{ có nghiệm } t = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^{3t} = t + 1 \\ 3a^{3t} \ln a = 1 \end{cases} \text{ có nghiệm } t = 0 \Leftrightarrow 3 \ln a = 1 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{e} \text{ (thỏa mãn } a > 1).$$

$$\text{Vậy } a = \sqrt[3]{e} \in \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

Cách 2:

Ta có $a^{3\cos 2x} \geq 2\cos^2 x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow a^{3\cos 2x} \geq 1 + \cos 2x, \forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $t = \cos 2x, t \in [-1; 1]$. Yêu cầu bài toán trở thành tìm a để $a^{3t} - t - 1 \geq 0 \forall t \in [-1; 1]$ (1).

Xét hàm số $f(t) = a^{3t} - t - 1$, có $f'(t) = 3a^{3t} \ln a - 1$.

Nhận xét: Phương trình $f(t) = 0$ có nghiệm $t = 0 \in [-1; 1]$, do đó để $f(t) \geq 0 \forall t \in [-1; 1]$ thì điều kiện cần là $f'(0) = 0 \Leftrightarrow 3 \ln a - 1 = 0 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{e}$.

Điều kiện đủ: Với $a = \sqrt[3]{e}$ ta có $f(t) = e^t - t - 1$, $f'(t) = e^t - 1$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$.

Hàm $f(t)$ liên tục trên $[-1; 1]$, có $f(-1) = \frac{1}{e}$, $f(1) = e - 2$, $f(0) = 0$.

Do đó $\min_{[-1; 1]} f(t) = 0$, tức là $f(t) \geq 0 \forall t \in [-1; 1]$, suy ra $a = \sqrt[3]{e}$ thỏa mãn.

Vậy $a = \sqrt[3]{e} \in \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

-----HẾT-----