

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm m để hàm số $y = 2x^3 + 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + m^2$ đạt cực tiểu tại $x = 1$

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm mô đun của số phức $w = 2z + 3\bar{z}$

b) Giải phương trình $4^{x-1} - 3 \cdot 2^{x-2} - 1 = 0$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^2 + \ln^2 x}{x} dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(2;1;-3)$, $B(0;3;1)$ và mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB. Chứng minh (S) cắt (P) theo một đường tròn giao tuyến và tính bán kính của đường tròn giao tuyến đó.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Tính giá trị của biểu thức $A = (\sin 2\alpha + \tan \alpha) \cos \alpha$

b) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $p(x) = \left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^9$ thành đa thức.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại C, $AB = 2a$, $AA' = a$ và $A'C$ tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc bằng 60° . Gọi N là trung điểm của BB' , M là trung điểm của AA' . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(BC'N)$.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC vuông tại A và $AC > AB$. Gọi H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC . Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HA = HD$, đường thẳng qua D vuông góc với BC cắt AC , AB lần lượt tại $E(2;-2)$ và F . Biết phương trình $CF: x + 3y + 9 = 0$, đường thẳng BC đi qua $M(5;12)$ và điểm C có tung độ nhỏ hơn -3 . Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $(x^2 + x)\sqrt{2x+3} \leq x^3 + 3x^2 + x - 2$

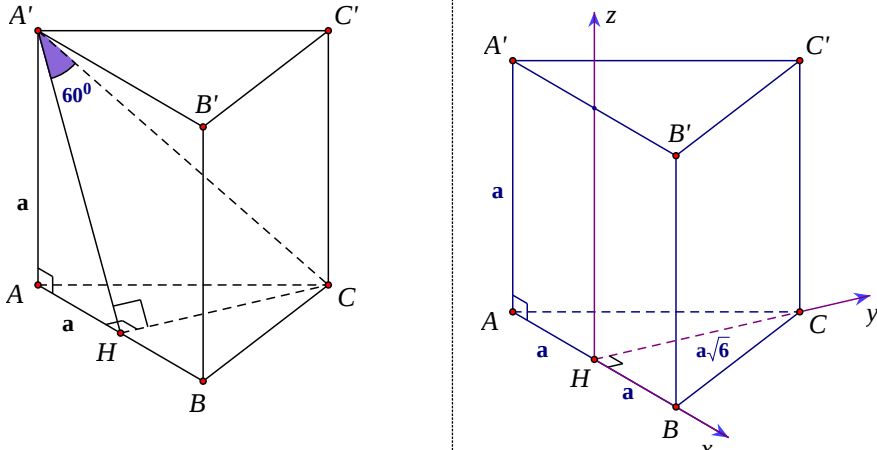
Câu 10 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:

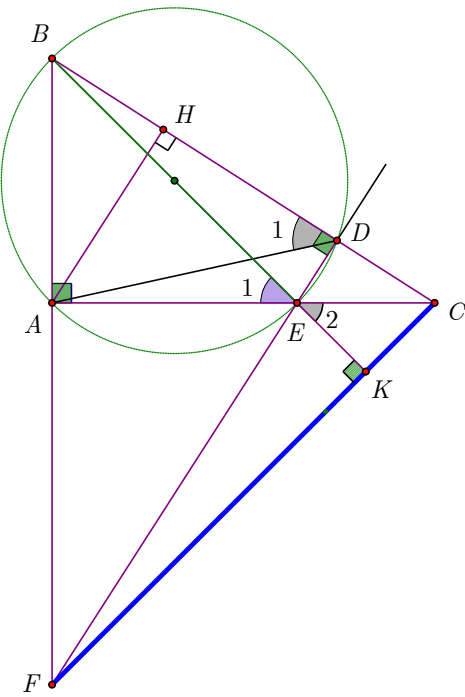
$$\begin{cases} \sqrt{6x+y} + \sqrt{5x+2y} = \sqrt{2x-y} + \sqrt{x} & (1) \\ \sqrt{x+y^2+6} = 2(x+y)+1+5\sqrt{x+1} & (2) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (1,0 điểm)	Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$	0,25
		0,25
	- Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ - Tiệm cận đứng: $x = 1$; Tiệm cận ngang: $y = 2$	0,25
	Điểm thuộc đồ thị: $(2; 4)$, $(3; 3)$, $(0; 0)$, $(-1; 1)$	0,25
Câu 2 (1,0 điểm)	$D = \mathbb{R}$; $y' = 6x^2 + 6(2m+1)x + 6m(m+1)$	0,25
	Nếu hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ thì $y'(1) = 0$ $\Leftrightarrow 6.1^2 + 6(2m+1).1 + 6m(m+1) = 0$ $\Leftrightarrow 6m^2 + 18m + 12 = 0 \Leftrightarrow m = -1$ hoặc $m = -2$	0,25
	Với $m = -1$: $y' = 6x^2 - 6x$; $y'' = 12x - 6$; $y''(1) = 6 > 0$. Suy ra $x = 1$ là điểm cực tiểu (thỏa yêu cầu).	0,25
	Với $m = -2$: $y' = 6x^2 - 18x + 12$; $y'' = 12x - 18$; $y''(1) = -6 < 0$. Suy ra $x = 1$ là điểm cực đại (không thỏa yêu cầu). Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.	0,25
Câu 3 (1,0 điểm)	a) $w = 2(3-2i) + 3(3+2i) = 15 + 2i$	0,25
	Suy ra: $w = \sqrt{15^2 + 2^2} = \sqrt{229}$	0,25
	b) Phương trình tương đương với $\frac{4^x}{4} - 3 \cdot \frac{2^x}{4} - 1 = 0 \Leftrightarrow 4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow 2^x = -1$ (vô nghiệm) hoặc $2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2$. Vậy nghiệm của PT là $x = 2$	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 4 (1,0 điểm)	Ta tách tích phân I như sau: $I = \int_1^2 x dx + \int_1^2 \frac{\ln^2 x}{x} dx$	0,25
	$\bullet I_1 = \int_1^2 x dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^2 = \frac{3}{2}$	0,25
	$\bullet I_2 = \int_1^2 \frac{\ln^2 x}{x} dx$. Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$ Đổi cận: $x = 2 \Rightarrow t = \ln 2$; $x = 1 \Rightarrow t = 0$	0,25
	$I_2 = \int_0^{\ln 2} t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big _0^{\ln 2} = \frac{\ln^3 2}{3}$	0,25
	Vậy $I = I_1 + I_2 = \frac{3}{2} + \frac{\ln^3 2}{3}$	0,25
Câu 5 (1,0 điểm)	$\bullet$ Gọi I là tâm của mặt cầu $(S) \Rightarrow I$ là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1; 2; -1)$	0,25
	$R = \frac{AB}{2} = \sqrt{6}$. Phương trình mặt cầu (S) : $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$	0,25
	$d(I, (P)) = \frac{ 1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) - 1 }{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 2 < R \Rightarrow (S)$ cắt (P) theo một đường tròn.	0,25
	Bán kính đường tròn giao tuyến: $r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (P))} = \sqrt{2}$	0,25
Câu 6 (1,0 điểm)	a) $A = (2 \sin \alpha \cos \alpha + \tan \alpha) \cos \alpha = 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha + \sin \alpha$ $= 2 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) + \sin \alpha$	0,25
	Thay $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, ta được $A = \frac{171}{125}$	0,25
	b) $p(x) = \sum_{k=0}^9 C_9^k (x^2)^{9-k} \left(-\frac{3}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-3)^k x^{18-3k}$	0,25
	Số hạng không chứa x tương ứng với $18 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 6$ Vậy số hạng không chứa x là $C_9^6 (-3)^6 = 61236$	0,25
Câu 7 (1,0 điểm)		

Câu	Đáp án	Điểm
	Gọi H là trung điểm của AB. ΔABC cân tại C nên $CH \perp AB$ Mặt khác $CH \perp AA'$, suy ra $CH \perp (ABB'A')$ Hình chiếu vuông góc của $A'C$ trên $(ABB'C')$ là $A'H \Rightarrow \widehat{CA'H} = 60^\circ$ • $A'H = \sqrt{A'A^2 + AH^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$; $\tan 60^\circ = \frac{CH}{A'H} \Rightarrow CH = a\sqrt{6}$ $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} 2a \cdot a\sqrt{6} = a^2\sqrt{6}$ $V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = a^3\sqrt{6}$	0,25
	Chọn hệ trục $Hxyz$ như hình vẽ. Khi đó: $H(0;0;0), A(-a;0;0), B(a;0;0), C(0;a\sqrt{6};0), A'(-a;0;a),$ $B'(a;0;a), C'(0;a\sqrt{6};a), M(a;0;\frac{a}{2}), N(-a;0;\frac{a}{2})$	0,25
	HS tự tính theo Phương pháp tọa độ. Đáp số: $d = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{37}}a$	0,25
Câu 8 (1,0 điểm)	 E là trực tâm ΔBFC, suy ra $BE \perp CF$. Đường thẳng BE qua điểm E và vuông góc với CF nên có pt: $3x - y - 8 = 0$	0,25
	Theo giả thiết, ΔHAD vuông cân tại H, suy ra: $\widehat{D_1} = 45^\circ$ Mặt khác, tứ giác $ABDE$ nội tiếp đường tròn đường kính BE nên $\widehat{D_1} = \widehat{E_1} = 45^\circ$ (cùng chắn $\widehat{AB}$) $\widehat{E_1} = \widehat{E_2} = 45^\circ$ (đối đỉnh) $EK = d(E, CF) = \frac{5}{\sqrt{10}}$ Suy ra: $EC = \frac{EK}{\cos \widehat{E_2}} = \sqrt{5}$ Gọi $C(-3m-9; m) \in CF$. Từ ĐK: $EC = \sqrt{5} \Rightarrow m = -4 \Rightarrow C(3; -4)$	0,25
	Đường thẳng CA qua C và E nên có phương trình $2x + y - 2 = 0$ Đường thẳng CB qua C và M nên có phương trình $8x - y - 28 = 0$ $B = BE \cap BC \Rightarrow \begin{cases} 3x - y - 8 = 0 \\ 8x - y - 28 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(4; 4)$	0,25
	Đường thẳng AB qua B và vuông góc với AC nên có pt: $x - 2y + 4 = 0$ $A = AB \cap AC \Rightarrow \begin{cases} 2x + y - 2 = 0 \\ x - 2y + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(0; 2)$ Vậy $A(0; 2), B(4; 4), C(3; -4)$	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 9. (1,0 điểm)	Điều kiện xác định $x \geq -\frac{3}{2}$. Bất phương trình tương đương với: $(x+1-\sqrt{2x+3})(x^2+2x+1+\sqrt{2x+3}) \geq 0 \quad (1)$	0,5
	Do $x^2+2x+1+\sqrt{2x+3}=(x+1)^2+\sqrt{2x+3} > 0, \forall x \geq -\frac{3}{2}$ nên (1) tương đương với: $x+1-\sqrt{2x+3} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x+3} \leq x+1$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 2x+3 \geq 0 \\ 2x+3 \leq (x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \sqrt{2}$	0,25
Câu 10. (1,0 điểm)	Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x-y \geq 0 \\ 5x+2y \geq 0 \\ 6x+y \geq 0 \end{cases}$ Nhận xét $x=0$ không thỏa hệ nên chia hai vế của (1) cho $\sqrt{x}$, ta được: $\sqrt{\frac{y}{x}+6}+\sqrt{2\frac{y}{x}+5}=\sqrt{2-\frac{y}{x}+1} \Leftrightarrow \sqrt{t+6}+\sqrt{2t+5}=\sqrt{2-t}+1, \text{ với } t=\frac{y}{x}$ Do $f(t)=\sqrt{t+6}+\sqrt{2t+5}$ đồng biến trên $\left(-\frac{5}{2}; 2\right)$ và $g(t)=\sqrt{2-t}+1$ nghịch biến trên $\left(-\frac{5}{2}; 2\right)$ nên $t=-2$ là nghiệm duy nhất. Suy ra $\frac{y}{x}=-2 \Leftrightarrow y=-2x$.	0,25
	Thay vào (2), ta được: $\sqrt{4x^2+x+6}=-2x+1+5\sqrt{x+1}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(2x-1)^2+5(x+1)}=-(2x-1)+5\sqrt{x+1}$	0,25
	Chia cho $\sqrt{x+1} > 0$, ta được: $\sqrt{\left(\frac{2x-1}{\sqrt{x+1}}\right)^2+5}=-\frac{2x-1}{\sqrt{x+1}}+5$ Đặt $a=\frac{2x-1}{\sqrt{x+1}} \Rightarrow \sqrt{a^2+5}=-a+5 \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq 5 \\ a=2 \end{cases} \Leftrightarrow a=2$	0,25
	Với $a=2 \Rightarrow 2\sqrt{x+1}=2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 4(x+1)=(2x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x=1+\frac{\sqrt{7}}{2}$ Nghiệm của hệ là: $\left(1+\frac{\sqrt{7}}{2}; -2-\sqrt{7}\right)$	0,25

-----HẾT-----