

**HÌNH HỌC GIẢI TÍCH TRONG KHÔNG
GIAN QUA CÁC ĐỀ THI THỬ-ĐỀ KIỂM TRA**

NỘI DUNG CÂU HỎI

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 3; 4)$ trên mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 6 = 0$ là điểm nào dưới đây?

- A. $(2; 8; 2)$. B. $\left(1; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$. C. $\left(3; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$. D. $(1; 3; 5)$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc mặt phẳng (P) . Khi đó phương trình tham số của Δ

$$\text{là } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 4 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Gọi M' là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (P) . Tọa độ điểm M' là nghiệm của hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 4 - t \\ 2x - y - z + 6 = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \\ y = \frac{7}{2} \\ z = \frac{9}{2}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } M' \left(1; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 6y + z - 3 = 0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A và B . Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 36$. B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9$.
C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 36$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$.

Lời giải.

Do điểm $A \in Oz$ nên suy ra $A(0; 0; c)$, mà ta lại có $A \in (P)$ nên suy ra $c = 3$. Do đó $A(0; 0; 3)$.

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } d \text{ là } \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 2t \\ z = 6 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Tọa độ điểm } B \text{ là nghiệm hệ phương trình } \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 2t \\ z = 6 - t \\ 2x + 6y + z - 3 = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = 4 \\ y = -2 \\ z = 7 \end{cases}$$

Do đó $B(4; -2; 7)$.

Gọi I là tâm mặt cầu đường kính AB nên I là trung điểm AB , suy ra $I(2; -1; 5)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; -2; 4)$ suy ra $AB = \sqrt{4^2 + (-2)^2 + 4^2} = 6$ nên bán kính mặt cầu là $R = \frac{AB}{2} = 3$.

Phương trình mặt cầu là $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

Véc-tơ nào trong các véc-tơ dưới đây không phải là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}_4 = (1; 2; 1)$. B. $\vec{u}_3 = (-1; 2; -1)$. C. $\vec{u}_2 = (2; -4; 2)$. D. $\vec{u}_1 = (-3; 6; -3)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có 1 véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (1; -2; 1)$. Do đó véc-tơ $\vec{u}_4 = (1; 2; 1)$ không là véc-tơ chỉ phương của d .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 4x + 6y - mz - 2 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

- A. Không tồn tại m . B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; 3; -1)$.

Mặt phẳng (β) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (4; 6; -m)$.

Để $(\alpha) \parallel (\beta)$ khi: $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{-1}{-m} \neq \frac{-1}{-2}$. Không tồn tại m .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Vectơ nào dưới đây vuông góc với cả hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$?

- A. $\vec{w}_1 = (1; -3; 5)$. B. $\vec{w}_4 = (1; 4; 7)$. C. $\vec{w}_3 = (1; -4; 5)$. D. $\vec{w}_2 = (1; 3; 5)$.

Lời giải.

Vectơ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là vectơ $[\vec{u}, \vec{v}] = (1; 3; 5)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 6. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 2)^2 + (y - 4)^2 + (z - 1)^2 = 99$ và điểm $M(1; 7; -8)$. Qua điểm M kẻ các tia Ma, Mb, Mc đôi một vuông góc nhau và cắt mặt cầu tại điểm thứ hai tương ứng là A, B, C . Biết rằng mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định $K(x_k; y_k; z_k)$. Tính giá trị $P = x_k + 2y_k - z_k$.

- A. $P = 11$. B. $P = 5$. C. $P = 7$. D. $P = 12$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 4; 1)$, bán kính $R = \sqrt{99}$.

Ta có $M(1; 7; -8) \in (S)$.

Xét hình hộp chữ nhật $AHPQ.MBDC$.

Gọi $J = MD \cap BC$, $K = MP \cap AJ \Rightarrow K \in (ABC)$.

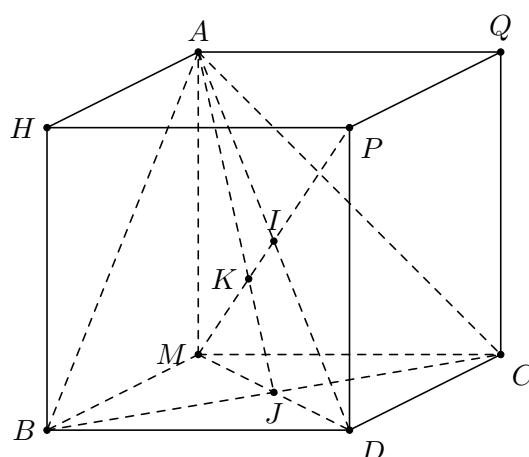
Rõ ràng, tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MABC$ là trung điểm của đoạn MP (cũng là tâm của (S)).

Mặt khác K là trọng tâm của tam giác MAD hay $\vec{MK} = \frac{2}{3}\vec{MI}$. Vì M, I cố định nên K cố định. Vậy K chính là điểm cố định mà mặt phẳng (ABC) luôn luôn đi qua.

Ta có $\vec{MK} = \frac{2}{3}\vec{MI} \Rightarrow K(-1; 5; -2)$

$\Rightarrow P = x_k + 2y_k - z_k = -1 + 2 \cdot 5 - (-2) = 11$.

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 3)$ và $B(6; 5; 5)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường kính AB . Mặt phẳng (P) vuông góc với đoạn AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H (giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P)) có thể tích lớn nhất, biết rằng $(P): 2x + by + cz + d = 0$ với $b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị $T = b - c + d$.

A. $T = -18$.

B. $T = -20$.

C. $T = -21$.

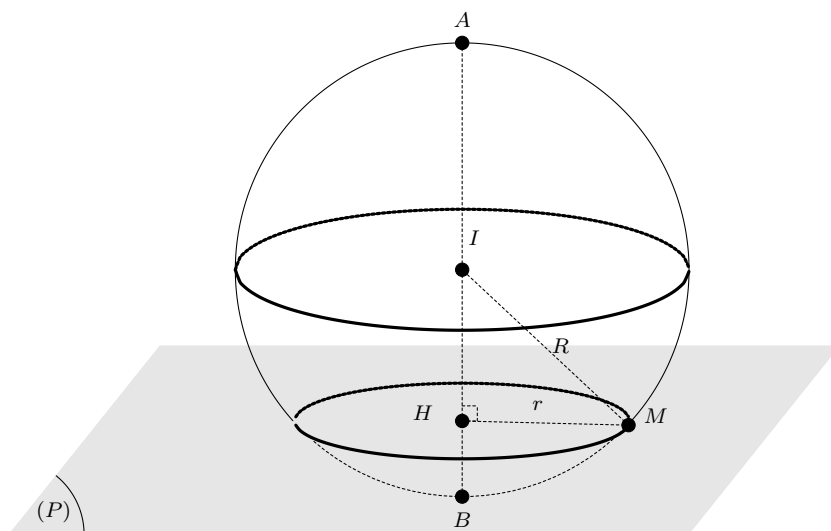
D. $T = -19$.

Lời giải.Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 4; 2)$.Mà $\overrightarrow{AB} \perp (P)$

$$\text{Nên } \frac{2}{4} = \frac{b}{4} = \frac{c}{2} \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = 1. \end{cases}$$

Suy ra $(P): 2x + 2y + z + d = 0$.Ta có $AB = 6$.Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB , suy ra $I(4; 3; 4)$.Ta có (S) là mặt cầu có đường kính AB nên

$$(S): \begin{cases} \text{tâm } I(4; 3; 4) \\ \text{bán kính } R = \frac{AB}{2} = 3 \end{cases}.$$



Gọi r là bán kính đường tròn tâm H . Khi đó, thể tích khối nón đỉnh cần tìm được xác định bởi công thức Ta có

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot AH = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot (R + IH) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot (R + \sqrt{R^2 - r^2}) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3 \cdot r^2 + r^2 \cdot \sqrt{9 - r^2}) \end{aligned}$$

Đặt $f(r) = 3 \cdot r^2 + r^2 \cdot \sqrt{9 - r^2}$, $r \in (0; 3]$.Ta có $f'(r) = r \left(6 + 2 \cdot \sqrt{9 - r^2} - \frac{r^2}{\sqrt{9 - r^2}} \right)$.

$$\text{Suy ra } f'(r) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} r = 0 \text{ (loại)} \\ 6 + 2 \cdot \sqrt{9 - r^2} - \frac{r^2}{\sqrt{9 - r^2}} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{9 - r^2} = r^2 - 6, \text{ (điều kiện } r^2 \geq 6 \text{)}.$$

$$\Leftrightarrow r^4 - 8r^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} r = 0 \text{ (loại)} \\ r^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = -2\sqrt{2} \text{ (loại)} \\ r = 2\sqrt{2} \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Suy ra $HI = \sqrt{R^2 - r^2} = 1$.

$$\text{Ta có } \frac{AH}{AI} = \frac{AI + HI}{AI} = \frac{R + HI}{R} = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Suy ra } AH = \frac{4}{3}AI \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AI} \Rightarrow H \left(\frac{13}{3}; \frac{11}{3}; \frac{13}{3} \right).$$

$$\text{Mà } H \left(\frac{13}{3}; \frac{11}{3}; \frac{13}{3} \right) \in (P): 2x + 2y + z + d = 0 \Rightarrow d = -21.$$

$$\text{Vậy } T = b - c + d = -20.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều và $AB = BC = CD = a$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SC và $(ABCD)$

bằng 60° . Tính sin góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) .

A. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của AC và BD .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAC) \perp (ABCD) \\ (SBD) \perp (ABCD) \\ (SAC) \cap (SBD) = SI \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD).$$

Ta có góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$

là góc $\widehat{SCI}$ nên $\widehat{SCI} = 60^\circ$.

Xét $\triangle BCD$, ta có

$$\begin{aligned} BD^2 &= BC^2 + CD^2 - 2 \cdot BC \cdot CD \cdot \cos \widehat{BCD} \\ &= a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \cos 120^\circ \\ &= 3a^2 \end{aligned}$$

Suy ra $AC = BD = a\sqrt{3}$.

$$\text{Vì } BC \parallel AD \Rightarrow \triangle IBC \sim \triangle IDA, \text{ suy ra } \frac{IC}{IA} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó } \frac{IC}{AC - IC} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{IC}{a\sqrt{3} - IC} = \frac{1}{2} \Rightarrow IC = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow IA = 2IC = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Xét } \triangle SIC \text{ vuông tại } I, \text{ ta có } \begin{cases} SI = IC \cdot \tan 60^\circ = a \\ SC = \frac{IC}{\cos 60^\circ} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

Gọi O là trung điểm của AD .

$$\text{Xét } \triangle AID \text{ cân tại } I \text{ với trung tuyến } IO, \text{ ta có } IO^2 = \frac{IA^2 + ID^2}{2} - \frac{AD^2}{4} = \frac{a^2}{3} \Rightarrow IO = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Dựng IH vuông góc với SO tại H .

$$\text{Suy ra } d(I, (SAD)) = IH = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Ta có } CI \cap (SAD) = A \Rightarrow \frac{d(C, (SAD))}{d(I, (SAD))} = \frac{AC}{AI} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(C, (SAD)) = \frac{3a}{4}.$$

Gọi K là hình chiếu của C lên mặt phẳng (SAD) .

$$\text{Suy ra } SK \text{ là hình chiếu của } CK \text{ lên mặt phẳng } (SAD) \text{ và } CK = d(C, (SAD)) = \frac{3a}{4}.$$

$$\text{Suy ra góc giữa đường thẳng } SC \text{ và mặt phẳng } (SAD) \text{ là } \widehat{CSK} \text{ và } \sin \widehat{CSK} = \frac{CK}{SC} = \frac{3\sqrt{3}}{8}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 9. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 7 + i - |z|(2 + i) = 0$ và $|z| < 3$. Tính giá trị $P = a + b$

A. $P = \frac{5}{2}$.

B. $P = 7$.

C. $P = -\frac{1}{2}$.

D. $P = 5$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z + 7 + i - |z|(2 + i) = 0 \Leftrightarrow a + bi + 7 + i - \sqrt{a^2 + b^2}(2 + i) = 0.$$

$$\Leftrightarrow (a + 7 - 2\sqrt{a^2 + b^2}) + (b + 1 - \sqrt{a^2 + b^2})i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 7 - 2\sqrt{a^2 + b^2} = 0 \\ b + 1 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b - 5 \\ \sqrt{a^2 + b^2} = b + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b - 5 \\ 4b^2 - 22b + 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b - 5 \\ b = 4 \text{ hay } b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Với $b = 4 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow |z| = 5$ (vô lý).

Với $b = \frac{3}{2} \Rightarrow a = -2 \Rightarrow |z| = \frac{5}{2} < 3$.

Suy ra $P = a + b = -2 + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện đều $ABCD$ có $A(4; -1; 2)$, $B(1; 2; 2)$, $C(1; -1; 5)$, $D(x_D; y_D; z_D)$ với $y_D > 0$. Tính $P = 2x_D + y_D - z_D$.

A. $P = -3$.

B. $P = 1$.

C. $P = -7$.

D. $P = 5$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , suy ra $G(2; 0; 3)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-3; 0; 3) \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 1; 1)$ và $AB = 3\sqrt{2}$.

Đường thẳng đi qua G vuông góc với (ABC) có phương trình $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 3 + t. \end{cases}$

Do đó $D(2 + t; t; 3 + t)$. Mà $AD = AB \Rightarrow (t - 2)^2 + 2(t + 1)^2 = 18 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -2 \end{cases}$.

Vì $y_D > 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow 2x_D + y_D - z_D = 5$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ

A. $(1; 2; 3)$.

B. $(-1; -2; 3)$.

C. $(3; 5; 1)$.

D. $(3; 4; 1)$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 3 - 1; 2 + 1) = (1; 2; 3)$

Chọn đáp án **A** □

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $z = 0$.

B. $x + y + z = 0$.

C. $y = 0$.

D. $x = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình là $y = 0$

Chọn đáp án **C** □

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây ?

A. $Q(2; -1; 2)$.

B. $M(-1; -2; -3)$.

C. $P(1; 2; 3)$.

D. $N(-2; 1; -2)$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1-1}{2} = \frac{2-2}{-1} = \frac{3-3}{2}$ nên $P(1; 2; 3) \in d$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 1; 1)$ và $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

A. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 29$.

B. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 5$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Lời giải.

Ta có $R^2 = IA^2 = (1-1)^2 + (2-1)^2 + (3-1)^2 = 5$

nên phương trình của mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{7}{3}$.

C. 3.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Dựa vào phương trình (P) , (Q) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; 2)$ nên $(P) \parallel (Q)$.

Ta có $|\vec{n}| = \sqrt{1+2^2+2^2} = 3$; $d(O, (P)) = \frac{10}{3}$; $d(O, (Q)) = \frac{3}{3} = 1$,

suy ra $d((P), (Q)) = d(O, (P)) - d(O, (Q)) = \frac{7}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$.

B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Lời giải.

Gọi A là giao điểm của (P) và d ta có tọa độ A là nghiệm $\begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow A(1; 1; 1)$.

d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; -1)$, (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 1)$ nên mặt phẳng (Q) qua d vuông góc (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}] = (3; -2; -1)$.

Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là giao tuyến Δ của (P) và (Q) , nên Δ qua A và có vectơ chỉ phương là $[\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (1; 4; -5)$.

Phương trình Δ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P) , giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng

A. 135.

B. 105.

C. 108.

D. 145.

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn $2\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(x_I - 2) + 3(x_I + 3) = 0 \\ 2(y_I + 2) + 3(y_I - 3) = 0 \\ 2(z_I - 4) + 3(z_I + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_I + 5 = 0 \\ 5y_I - 5 = 0 \\ 5z_I - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = -1 \\ y_I = 1 \\ z_I = 1 \end{cases}$$

Vậy $I(-1; 1; 1)$ cố định.

Khi đó

$$\begin{aligned}
 2MA^2 + 3MB^2 &= 2\overrightarrow{MA}^2 + 3\overrightarrow{MB}^2 \\
 &= 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 \\
 &= 5\overrightarrow{MI}^2 + 2\overrightarrow{MI}(2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB}) + 2\overrightarrow{IA}^2 + 3\overrightarrow{IB}^2 \\
 &= 5MI^2 + 2IA^2 + 3IB^2.
 \end{aligned}$$

Vậy $2MA^2 + 3MB^2$ nhỏ nhất thì $5MI^2 + 2IA^2 + 3IB^2$ nhỏ nhất hay M là hình chiếu của điểm I trên mặt phẳng (P) , suy ra $\overrightarrow{IM} = k\overrightarrow{n_{(P)}} \Rightarrow \begin{cases} x_M = 2k - 1 \\ y_M = -k + 1 \\ z_M = 2k + 1 \end{cases}$

Mà $M \in (P) \Rightarrow 2(2k - 1) - (-k + 1) + 2(2k + 1) - 8 = 0 \Leftrightarrow 9k - 9 = 0 \Leftrightarrow k = 1 \Rightarrow M(1; 0; 3)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2 = 5MI^2 + 2IA^2 + 3IB^2 = 135$.

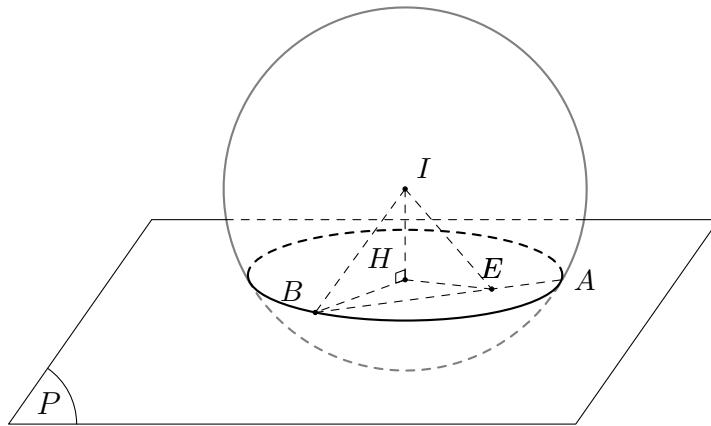
Chọn đáp án **A**

□

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2; 1; 3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases} x = 2 + 9t \\ y = 1 + 9t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Lời giải.



Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 2; 5)$ và bán kính $R = 6$. $IE = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6} < R$, suy ra điểm E nằm trong mặt cầu (S) .

Gọi H là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) , A và B là hai giao điểm của Δ với (S) .

Khi đó, AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow AB \perp OE$, mà $AB \perp IH$ nên $AB \perp (HIE) \Rightarrow AB \perp IE$.

Suy ra: $\overrightarrow{u_\Delta} = [\overrightarrow{n_P}; \overrightarrow{EI}] = (5; -5; 0) = 5(1; -1; 0)$.

Vậy phương trình của Δ là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$

Chọn đáp án **C** □

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M\left(1; 1; \frac{3}{2}\right)$. B. $N\left(1; -1; -\frac{3}{2}\right)$. C. $P(1; 6; 1)$. D. $Q(0; 3; 0)$.

Lời giải.

Xét điểm $M\left(1; 1; \frac{3}{2}\right)$, ta có $1 - 1 + 2 \cdot \frac{3}{2} - 3 = 0$ đúng nên $M \in (\alpha)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u} = (2; 1; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương?

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$. D. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải.

Xét đường thẳng $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$, có một véc-tơ chỉ phương là $(-2; -1; -1) = -(2; 1; 1)$ (thỏa đề bài).

Chọn đáp án **C** □

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; -4; -1)$ tới đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$ bằng

- A. $\sqrt{14}$. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{14}$. D. $2\sqrt{6}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua $N(0; 2; 3)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 2)$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-2; 6; 4)$ và $[\overrightarrow{MN}, \vec{u}] = (16; 8; -4)$.

Vậy khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ là

$$d(M, \Delta) = \frac{|[\overrightarrow{MN}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{336}}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{14}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 5)$, $N(-1; 6; -3)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 36$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Lời giải.

Tâm I của mặt cầu là trung điểm đoạn $MN \Rightarrow I(1; 2; 1)$.

Bán kính mặt cầu $R = \frac{MN}{2} = \frac{\sqrt{(-1-3)^2 + (6+2)^2 + (-3-5)^2}}{2} = 6$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là 2π . Mặt cầu (S) có phương trình là

A. $x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 2$.

B. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

C. $x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

D. $x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$.

Lời giải.

Gọi R, r lần lượt là bán kính của mặt cầu và đường tròn giao tuyến. Theo giả thiết ta có:

$$\pi r^2 = 2\pi \Leftrightarrow r^2 = 2.$$

Mặt khác $d(I, (P)) = 1$ nên $R^2 = r^2 + [d(I, (P))]^2 = 3$.

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 24. Cho các số thực a, b, c, d, e, f thỏa mãn $\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 - 2a + 4b + 2c - 6 = 0 \\ 2d - e + 2f - 14 = 0 \end{cases}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $(a-d)^2 + (b-e)^2 + (c-f)^2$ bằng

A. $7 - 4\sqrt{3}$.

B. 1.

C. $4 - 2\sqrt{3}$.

D. $28 - 16\sqrt{3}$.

Lời giải.

Xét mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 6 = 0$ có tâm $I(1; -2; -1)$, bán kính $R = 2\sqrt{3}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 14 = 0$.

Lấy $M(a; b; c) \in (S), N(d; e; f) \in (P) \Rightarrow MN^2 = (a-d)^2 + (b-e)^2 + (c-f)^2$.

Vậy $[(a-d)^2 + (b-e)^2 + (c-f)^2]_{\min} \Leftrightarrow MN_{\min} \Leftrightarrow MN = d(I; (P)) - R = 4 - 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow [(a-d)^2 + (b-e)^2 + (c-f)^2]_{\min} = 28 - 16\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 25. Cho các tia Ox, Oy, Oz cố định đôi một vuông góc nhau. Trên các tia đó lần lượt lấy các điểm A, B, C thay đổi nhưng luôn thỏa mãn $OA + OB + OC + AB + BC + CA = 1$ trong đó A, B, C không trùng với O . Giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $OABC$ bằng $\frac{1}{m(1+\sqrt{n})^3}$ trong đó

$m, n \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $P = m + n$ bằng

A. 192.

B. 150.

C. 164.

D. 111.

Lời giải.

Đặt $OA = a, OB = b, OC = c$ với $a, b, c > 0$.

Khi đó $V_{O.ABC} = \frac{abc}{6}$

và $OA + OB + OC + AB + BC + CA = a + b + c + \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} = 1$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacôpxki ta có:

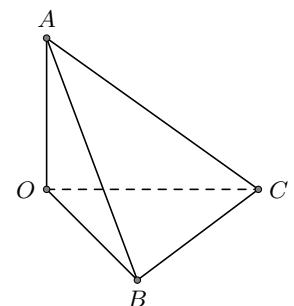
$$1 = a + b + c + \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} \geq a + b + c + \frac{a+b}{\sqrt{2}} + \frac{b+c}{\sqrt{2}} + \frac{c+a}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow 1 \geq (1 + \sqrt{2})(a + b + c) \Leftrightarrow a + b + c \leq \frac{1}{1 + \sqrt{2}}.$$

Theo bất đẳng thức Cauchy ta có $V_{O.ABC} = \frac{abc}{6} \geq \frac{1}{3} \left(\frac{a+b+c}{3} \right)^3 \leq \frac{1}{162(1+\sqrt{2})^3}$.

Vậy $\max V_{O.ABC} = \frac{1}{162(1+\sqrt{2})^3} \Rightarrow m = 162, n = 2 \Rightarrow P = m + n = 164$.

Chọn đáp án **(C)** □



Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ $\overrightarrow{MN} = k(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$?

- A. $k = 3$. B. $k = \frac{1}{2}$. C. $k = 2$. D. $k = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN} \\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} \end{cases}$$

Suy ra $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

Do đó $k = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 27. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 0$. B. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Lời giải.

Do $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$ nên đáp án D sai.

Chọn đáp án (D) □

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N xác định bởi $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{DC}$. Tìm x để các vectơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

- A. $x = -1$. B. $x = -3$. C. $x = -2$. D. $x = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} = (3\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{DC} \\ &= (3\overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{DC} - 2\overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{DB}) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{DC} \\ &= 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DB} + (x+3)\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + (x+3)\overrightarrow{DC} \\ &= 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + (x+2)\overrightarrow{DC} \end{aligned}$$

Ba vectơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng khi và chỉ khi $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$.

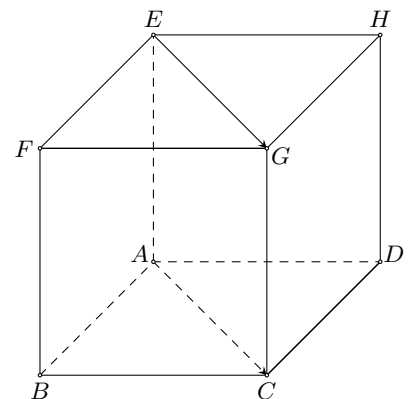
Chọn đáp án (C) □

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có các cạnh bằng a , khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG}$ bằng

- A. $a^2\sqrt{2}$. B. $a^2\sqrt{3}$. C. a^2 . D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2$.



Chọn đáp án (C) □

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $M(2; 2; 0)$. B. $Q(3; -1; 3)$. C. $N(3; -1; 2)$. D. $P(0; 0; 2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$, suy ra $M(2; 2; 0) \in (Oxy)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + z - 2 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 \\ z = -1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): x + z - 2 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1; 0; 1)$.

Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với (P) nhận $\vec{n}_{(P)}$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 \\ z = -1 + t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{OA} = \vec{j} - 2\vec{k}$. Tọa độ điểm A là

- A. $(0; 1; -2)$. B. $(1; -2; 0)$. C. $(1; 0; -2)$. D. $(0; -1; 2)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{OA} = \vec{j} - 2\vec{k} \Leftrightarrow A(0; 1; -2)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và đi qua điểm $A(1; 1; -1)$ có phương trình là

- A. $z + 1 = 0$. B. $x - y = 0$. C. $x + z = 0$. D. $y + z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng chứa trục Ox có dạng $By + Cz = 0, (B^2 + C^2 \neq 0)$.

Mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 1; -1)$ nên $B - C = 0 \Leftrightarrow B = C$. Do đó chọn $B = C = 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ có bán kính bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. 4. C. 2. D. 9.

Lời giải.

Gọi R là bán kính mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

$$\text{Khi đó, } R = d(I, (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) - 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{|-6|}{\sqrt{9}} = 2.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 1 = 0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$$

Lời giải.

Ta có: $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; 0)$, $\vec{n}_{(Oxy)} = (0; 0; 1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(Oxy)} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Oxy)}] = (1; -1; 0).$$

$$\text{Vậy } d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 3; 2)$, mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của đoạn MN . Biết $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một vectơ chỉ phương của Δ , giá trị của $a + b$ bằng

A. 11.

B. -11.

C. 3.

D. -3.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $N(2t - 2; t + 1; 1 - t) \in d$ và A là trung điểm của đoạn MN .

Do đó, tọa độ điểm $M(4 - 2t; 5 - t; 3 + t)$.

Do $M \in (P)$ nên $2(4 - 2t) - (5 - t) + (3 + t) - 10 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

Suy ra tọa độ điểm $N(-6; -1; 3)$ và $M(8; 7; 1)$. Suy ra $\overrightarrow{MN} = (-14; -8; 2)$.

Vì $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một vectơ chỉ phương của Δ nên $\vec{u}, \overrightarrow{MN}$ là 2 vectơ cùng phương.

$$\text{Do đó ta có } \frac{a}{-14} = \frac{b}{-8} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = -7 \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow a + b = -11.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2; 1; 3)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại M, N, P sao cho tứ diện $OMNP$ có thể tích nhỏ nhất. Giao điểm của đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + t \end{cases} \text{ với } (P) \text{ có tọa độ là}$$

A. $(4; 6; 1)$.

B. $(4; 1; 6)$.

C. $(-4; 6; -1)$.

D. $(4; -1; 6)$.

Lời giải.

Gọi $M(a; 0; 0)$, $N(0; b; 0)$, $P(0; 0; c)$. Theo giả thiết, ta có a, b, c là các số dương.

Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

(P) đi qua điểm $A(2; 1; 3)$ nên $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{3}{c} = 1$.

$$\text{Ta có } \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{3}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{3}{c}} = \frac{3\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{abc}} \Leftrightarrow 1 \geq \frac{3\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{abc}} \Leftrightarrow \sqrt[3]{abc} \geq 3\sqrt[3]{6} \Leftrightarrow abc \geq 112.$$

$$V_{OMNP} = \frac{abc}{6} \geq 27. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } \begin{cases} \frac{2}{a} = \frac{1}{b} = \frac{3}{c} \\ \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{3}{c} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 3 \\ c = 9. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (P) : \frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{9} = 1.$$

$$\text{Tọa độ giao điểm của } d \text{ và } (P) \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + t \\ \frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{9} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \\ z = 6 \\ t = 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$. Điểm M nằm trên đường thẳng Δ thì điểm M có dạng nào sau đây?

- A. $M(at; bt; ct)$. B. $M(x_0t; y_0t; z_0t)$.
C. $M(a + x_0t; b + y_0t; c + z_0t)$. D. $M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ nên đường thẳng Δ

$$\text{có phương trình tham số là } \Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

Điểm M nằm trên đường thẳng Δ nên điểm M có dạng $M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$ và $C(0; 0; 2)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $x - 2y + z = 0$. B. $x - y + \frac{z}{2} = 1$. C. $x + \frac{y}{2} - z = 1$. D. $2x - y + z = 0$.

Lời giải.

Áp dụng phương trình mặt phẳng đoạn chắn ta có phương trình mặt phẳng (ABC) là $x - y + \frac{z}{2} = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 40. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-6}{-2}$; $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song với d_2 là

- A. $(P): x + 8y + 5z + 16 = 0$. B. $(P): x + 8y + 5z - 16 = 0$.
C. $(P): 2x + y - 6 = 0$. D. $(P): x + 4y + 3z - 12 = 0$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình tham số } d_1: \begin{cases} x = 2 + 2t_1 \\ y = -2 + t_1, (t_1 \in \mathbb{R}). \\ z = 6 - 2t_1 \end{cases}$$

d_1 đi qua điểm $M(2; -2; 6)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; 1; -2)$.

$$\text{Phương trình tham số } d_2: \begin{cases} x = 4 + t_2 \\ y = -2 - 2t_2, (t_2 \in \mathbb{R}). \\ z = -1 + 3t_2 \end{cases}$$

d_2 đi qua điểm $N(4; -2; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; -2; 3)$.

Vì mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song với d_2 , ta có: $\begin{cases} \vec{n}_{(P)} \perp \vec{u}_1 \\ \vec{n}_{(P)} \perp \vec{u}_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_{(P)} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = -(1; 8; 5).$

Mặt phẳng (P) đi qua $M(2; -2; 6)$ và vectơ pháp tuyến $\vec{u}_{(P)} = (1; 8; 5)$, nên phương trình mặt phẳng $(P): (x - 2) + 8(y + 2) + 5(z - 6) = 0$ hay $(P): x + 8y + 5z - 16 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 41. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$ cắt mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 2 = 0$ tại điểm $I(a; b; c)$. Khi đó $a + b + c$ bằng

A. 9.

B. 5.

C. 3.

D. 7.

Lời giải.

Ta có $\{I\} = d \cap (P)$ suy ra $I \in d$ và $I \in (P)$.

Vì $I \in d$ nên tọa độ của I có dạng $(1 + 2t; 3 - t; 1 + t)$ với $t \in \mathbb{R}$.

Vì $I \in (P)$ nên ta có phương trình: $2(1 + 2t) - 3(3 - t) + 1 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Vậy $I(3; 2; 2)$ suy ra $a + b + c = 3 + 2 + 2 = 7$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 42. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 5; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 8 = 0$, $(Q): x - 4y + z - 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 5 - t \\ z = 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 5 \\ z = 3 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 5 \\ z = 3 + t \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_{(P)} = (2; 1; 2)$ và $\vec{n}_{(Q)} = (1; -4; 1)$.

$[\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (9; 0; -9)$. Do đường thẳng d song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) nên d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 0; -1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 5 \\ z = 3 - t \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 43. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 1; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của A trên Δ là

A. $M(3; -1; 2)$.

B. $H(11; -17; 18)$.

C. $N(1; 3; -2)$.

D. $K(2; 1; 0)$.

Lời giải.

Gọi B là hình chiếu của A xuống Δ . Do $B \in \Delta \Rightarrow B(2 + t; 1 - 2t; 2t)$. $\overrightarrow{AB} = (3 + t; -2t; 2t - 6)$.

Do $\overrightarrow{AB} \perp \vec{u}_{\Delta} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{\Delta} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (3 + t) + (-2) \cdot (-2t) + 2 \cdot (2t - 6) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Vậy $B(3; -1; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 44. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; -1; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $S: x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$.

B. $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y + z - 3 = 0$.

C. $S: x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 1 = 0$. D. $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y + z + 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính mặt cầu.

Do (S) tiếp xúc với (P) nên $R = d(I, (P)) = \frac{|2 - 2(-1) - 2(-1) + 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3$.

Vậy phương trình $S: (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 45. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-m}{1} = \frac{z+2}{-1}$, (với m là tham số

). Tìm m để hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau.

A. $m = 4$. B. $m = 9$. C. $m = 7$. D. $m = 5$.

Lời giải.

d_1 đi qua điểm $M_1(1; 2; 3)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$.

d_2 đi qua điểm $M_2(1; m; -2)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (2; 1; -1)$.

$[\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (-1; 5; 3)$ và $\overrightarrow{M_1M_2} = (0; m - 2; -5)$.

d_1 và d_2 cắt nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = 0 \Leftrightarrow -1 \cdot 0 + 5(m - 2) - 15 = 0 \Leftrightarrow m = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 46. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $M = (1; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = -1 \end{cases}$

$d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 có vec-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (1; a; b)$. Tính $a + b$.

A. $a + b = -1$. B. $a + b = -2$. C. $a + b = 2$. D. $a + b = 1$.

Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng Δ với d_1, d_2

$A \in d_1 \Rightarrow A(t_1; 1 - t_1; -1); B \in d_2 \Rightarrow B(-1 + 2t_2; 1 + t_2; -2 + t_2)$.

$M \in \Delta \Leftrightarrow M, A, B$ thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$ (1)

$\overrightarrow{MA} = (t_1 - 1; 2 - t_1; -3); \overrightarrow{MB} = (2t_2 - 2; t_2 + 2; t_2 - 4)$.

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 - 1 = k(2t_2 - 2) \\ 2 - t_1 = k(t_2 + 2) \\ -3 = k(t_2 - 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 - 2kt_2 + 2k = 1 \\ -t_1 - kt_2 - 2k = -2 \\ kt_2 - 4k = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \\ kt_2 = \frac{1}{3} \\ k = \frac{5}{6} \end{cases}$$

Từ $t_1 = 0 \Rightarrow A(0; 1; -1)$. Do đường thẳng Δ đi qua điểm A và M nên một vec-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta = \overrightarrow{AM} = (1; -2; 3)$.

Vậy $a = -2, b = 3 \Rightarrow a + b = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt đáy nằm trong hình vuông $ABCD$. Hai mặt phẳng $(SAD), (SBC)$ vuông góc với nhau; góc giữa hai mặt (SAB) và (SBC) là 60° ; góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là 45° . Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$, tính $\cos \alpha$

A. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Dựng hệ trục tọa độ $Axyz$ như hình vẽ trên

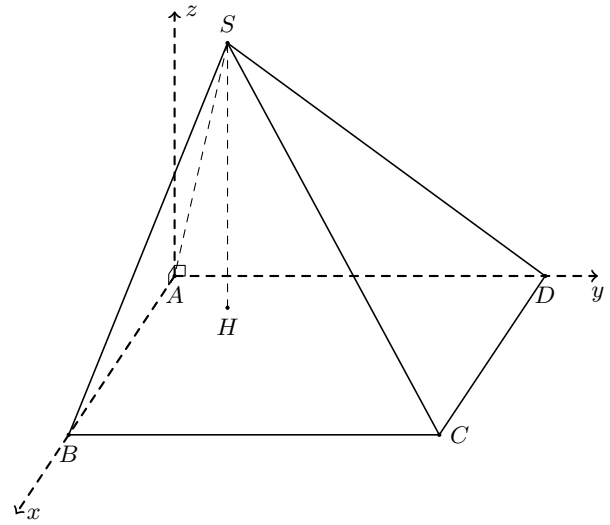
Không mất tính tổng quát, giả sử $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 1, chiều cao của hình chóp $S.ABCD$ bằng c , ($c > 0$)

Ta có tọa độ các điểm

$$A(0; 0; 0), B(1; 0; 0), C(1; 1; 0), D(0; 1; 0)$$

Do hình chiếu vuông góc H của đỉnh S xuống mặt đáy nằm trong hình vuông $ABCD$ nên gọi $H(a, b, 0)$ với $0 < a, b < 1$ (*) $\Rightarrow S(a; b; c)$.

Ta có $\overrightarrow{AS} = (a; b; c), \overrightarrow{AD} = (0; 1; 0)$ nên chọn $\vec{n}_{(SAD)} = [\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AD}] = (-c; 0; a)$



$$\overrightarrow{BS} = (a-1; b; c), \overrightarrow{BC} = (0; 1; 0) \text{ nên chọn } \vec{n}_{(SBC)} = [\overrightarrow{BS}, \overrightarrow{BC}] = (-c; 0; a-1)$$

$$\overrightarrow{AB} = (1; 0; 0), \overrightarrow{AS} = (a; b; c) \text{ nên chọn } \vec{n}_{(SAB)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS}] = (0; -c; b)$$

$$\text{Chọn } \vec{n}_{(ABCD)} = \vec{k} = (0; 0; 1)$$

$$\text{Do } (SAD) \perp (SBC) \Rightarrow \vec{n}_{(SAD)} \cdot \vec{n}_{(SBC)} = 0 \Leftrightarrow c^2 + a(a-1) = 0 \Leftrightarrow c^2 + a^2 = a \quad (1)$$

Góc giữa (SAB) và (SBC) là 60°

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos 60^\circ &= \frac{|\vec{n}_{(SAB)} \cdot \vec{n}_{(SBC)}|}{|\vec{n}_{(SAB)}| \cdot |\vec{n}_{(SBC)}|} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{|b(a-1)|}{\sqrt{c^2 + (a-1)^2} \cdot \sqrt{c^2 + b^2}} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{b(a-1)}{\sqrt{1-a} \cdot \sqrt{c^2 + b^2}} \quad \text{do (*) và (1)} \\ &\Leftrightarrow \frac{b\sqrt{1-a}}{\sqrt{c^2 + b^2}} = \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow \frac{b}{\sqrt{c^2 + b^2}} = \frac{1}{2\sqrt{1-a}} \quad (2) \end{aligned}$$

Góc giữa (SAB) và (SAD) là 45°

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \cos 45^\circ &= \frac{|\vec{n}_{(SAB)} \cdot \vec{n}_{(SAD)}|}{|\vec{n}_{(SAB)}| \cdot |\vec{n}_{(SAD)}|} \\
 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} &= \frac{|ab|}{\sqrt{c^2 + a^2} \cdot \sqrt{c^2 + b^2}} \\
 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} &= \frac{ab}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{c^2 + b^2}} \quad \text{do } (*) \\
 \Leftrightarrow \frac{ab}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{c^2 + b^2}} : \frac{b\sqrt{1-a}}{\sqrt{c^2 + b^2}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{1}{2} \\
 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{1-a}} &= \sqrt{2} \\
 \Leftrightarrow a &= \frac{2}{3} \quad (3)
 \end{aligned}$$

Góc giữa (SAB) và $(ABCD)$ là α

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \cos \alpha &= \frac{|\vec{n}_{(SAB)} \cdot \vec{n}_{(ABCD)}|}{|\vec{n}_{(SAB)}| \cdot |\vec{n}_{(ABCD)}|} \\
 &\stackrel{(2),(3)}{=} \frac{b}{\sqrt{c^2 + b^2}} \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{1 - \frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 48. Giao điểm của mặt phẳng $(P) : x + y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t. \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

A. $(1; 1; 0)$. B. $(0; 2; 4)$. C. $(0; 4; 2)$. D. $(2; 0; 3)$.

Lời giải.

Gọi $A(x; y; z)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

Ta có: $2 + t - t - (3 + 3t) - 2 = 0 \Leftrightarrow -3t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1. \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{Vậy } A(1; 1; 0).$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, trục Ox có phương trình tham số là

A. $x = 0$. B. $y + z = 0$. C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

Lời giải.

Trục Ox đi qua $O(0; 0; 0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{i}(1; 0; 0)$ nên có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 0 + 1.t \\ y = 0 + 0.t \\ z = 0 + 0.t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -1)$, $B(2; 1; 2)$. Độ dài đoạn AB bằng

A. $\sqrt{10}$.

B. $\sqrt{14}$.

C. 9.

D. 10.

Lời giải.

Ta có: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2} = \sqrt{(2 - 1)^2 + (1 - 1)^2 + (2 + 1)^2} = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 51 (Kiểu Văn Công). [2H3B3-5] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 8 = 0$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Khoảng cách giữa đường thẳng d và mặt phẳng P bằng

A. $\frac{4}{\sqrt{5}}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$ đi qua $A(1; 2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 1)$.

Mặt phẳng $(P): x + 2y - 8 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; 0)$.

Ta có $\begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{n} = 2 - 2 + 0 = 0 \\ A \notin (P) \end{cases}$, nên đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) .

Vậy khoảng cách giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) .

$$d(d; (P)) = d(A; (P)) = \frac{|1 + 4 - 8|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 52 (Kiểu Văn Công). [2H3Y1-3] Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ có tâm I và bán kính R là.

A. $I(-1; 0; 2), R = 2$.

B. $I(-1; 0; 2), R = 4$.

C. $I(1; 0; -2), R = 2$.

D. $I(1; 0; -2), R = 4$.

Lời giải.

Để thấy mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ có:

Tâm $I(1; 0; -2)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-2)^2 - 1} = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2z - 6 = 0$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d .

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+2}{1}$.

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Giao điểm I của d và (α) là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -1 - t \\ x - 2z - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(2; 4; -2).$$

Mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 0; -2)$; đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; -1)$.

Khi đó đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $[\vec{n}, \vec{u}] = (2; -1; 1)$.

Đường thẳng Δ qua điểm $I(2; 4; -2)$ và có một vectơ chỉ phương $[\vec{n}, \vec{u}] = (2; -1; 1)$ nên có phương trình chính tắc: $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x+y+z-6=0$ và cách đều các điểm $A(1; 6; 0), B(-2; 2; -1), C(5; -1; 3)$. Tích $a \cdot b \cdot c$ bằng

- A. 5. B. 0. C. -6. D. 6.

Lời giải.

Do $M \in (P)$ và $MA^2 = MB^2 = MC^2$, nên ta được hệ

$$\begin{cases} a+b+c=6 \\ (a-1)^2+(b-6)^2+c^2=(a+2)^2+(b-2)^2+(c+1)^2 \\ (a-1)^2+(b-6)^2+c^2=(a-5)^2+(b+1)^2+(c-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=6 \\ 3a+4b+c=14 \\ 4a-7b+3c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=3. \end{cases}$$

Từ đó ta được $abc = 6$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -3)$, hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

- A. $M'(1; 0; -3)$. B. $M'(0; 2; -3)$. C. $M'(1; 2; 0)$. D. $M'(1; 2; 3)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(1; 2; 0)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(-3; 0; 0), B(0; 4; 0), C(0; 0; -2)$.

- A. $4x - 3y + 6z - 12 = 0$. B. $4x + 3y - 6z + 12 = 0$.
C. $4x - 3y + 6z + 12 = 0$. D. $4x + 3y + 6z + 12 = 0$.

Lời giải.

Phương trình $(\alpha): \frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow 4x - 3y + 6z = -12 \Leftrightarrow 4x - 3y + 6z + 12 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1), B(-1; 1; 0), C(1; 3; 2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận véc-tơ nào dưới đây làm một véc-tơ chỉ phương?

- A. $\vec{a} = (1; 1; 0)$. B. $\vec{c} = (-1; 2; 1)$. C. $\vec{b} = (-2; 2; 2)$. D. $\vec{d} = (-1; 1; 0)$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , suy ra tọa độ điểm $M(0; 2; 1)$.

Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AM} = (-1; 1; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 58. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $(P) : x + 3y + 4z - 26 = 0$.

B. $(P) : x + y + 2z - 3 = 0$.

C. $(P) : x + y + 2z - 6 = 0$.

D. $(P) : x + 3y + 4z - 7 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (1; 1; 2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là: $x + y - 1 + 2(z - 1) = 0$ hay $(P) : x + y + 2z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1; 2; 0)$, $B(0; 0; -2)$, $C(1; 0; 1)$, $D(2; 1; -1)$. Hai điểm M, N lần lượt nằm trên đoạn BC và BD sao cho $2\frac{BC}{BM} + 3\frac{BD}{BN} = 10$ và $\frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \frac{6}{25}$. Phương trình mặt phẳng (AMN) có dạng $ax + by + cz + 32 = 0$. Tính $S = a - b + c$.

A. $S = 98$.

B. $S = 26$.

C. $S = 27$.

D. $S = 97$.

Lời giải.

Đặt: $\frac{BC}{BM} = x$; $\frac{BD}{BN} = y \Rightarrow 2\frac{BC}{BM} + 3\frac{BD}{BN} = 10 \Leftrightarrow 2x + 3y = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10 - 3y}{2}$.

Ta có: $\frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \frac{6}{25} \Leftrightarrow \frac{BM}{BC} \cdot \frac{BN}{BD} = \frac{1}{xy} = \frac{6}{25} \Leftrightarrow \frac{10 - 3y}{2} \cdot y = \frac{25}{6} \Leftrightarrow y = \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{5}{2}$.

Suy ra:

$$+ \frac{BC}{BM} = \frac{5}{2} \Rightarrow 5\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{2x_C + 3x_B}{5} \\ y_M = \frac{2y_C + 3y_B}{5} \\ z_M = \frac{2z_C + 3z_B}{5} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{2}{5}; 0; -\frac{4}{5}\right).$$

$$+ \frac{BD}{BN} = \frac{5}{3} \Rightarrow 5\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{BD} \Rightarrow \begin{cases} x_N = \frac{3x_D + 2x_B}{5} \\ y_N = \frac{3y_D + 2y_B}{5} \\ z_N = \frac{3z_D + 2z_B}{5} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{6}{5}; \frac{3}{5}; -\frac{7}{5}\right).$$

Thay A, M, N vào phương trình $ax + by + cz + 32 = 0$ ta có $a = 42$; $b = 5$; $c = 61 \Rightarrow S = 98$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 2 = 0$ và các điểm $A(0; 1; 1)$, $B(-1; -2; -3)$, $C(1; 0; -3)$. Điểm D thuộc mặt cầu (S) . Thể tích lớn nhất của tứ diện $ABCD$ bằng

A. 9.

B. $\frac{8}{3}$.

C. 7.

D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm là $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = 2$.

Khi V_{DABC} lớn nhất thì $\frac{V_{DABC}}{V_{IABC}} = \frac{d(D, (ABC))}{d(I, (ABC))} = \frac{R + d(I, (ABC))}{d(I, (ABC))}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -3; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -1; -4)$, $\overrightarrow{AI} = (1; -1; -2)$. Suy ra

$$V_{IABC} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AI}| = \frac{4}{3},$$

$$d(I, (ABC)) = \frac{6V_{IABC}}{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]|} = \frac{2}{3}.$$

Khi đó, $V_{DABC} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2 + \frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{16}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z - 19 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + m + 3 = 0$, với m là tham số. Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi 6π . Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc T bằng:

A. 4.

B. 24.

C. -20.

D. -16.

Lời giải.

Mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 25$ có tâm $I(2; 1; -1)$ và bán kính $R = 5$.

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có chu vi bằng 6π nên bán kính đường tròn bằng $r = 3$.

Do đó khoảng cách từ tâm I của mặt cầu đến mặt phẳng là $d(I, (P)) = \sqrt{R^2 - r^2} = 4$

$$\Leftrightarrow \frac{|4 - 1 + 2 + m + 3|}{3} = 4 \Leftrightarrow |m + 8| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -20. \end{cases}$$

Vậy tổng giá trị của các phần tử thuộc T bằng -16 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; -3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 4z - 5 = 0$.

Mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(Q): 3x - 2y + 4z - 4 = 0$.B. $(Q): 3x - 2y + 4z + 4 = 0$.C. $(Q): 3x - 2y + 4z + 5 = 0$.D. $(Q): 3x + 2y + 4z + 8 = 0$.

Lời giải.

Do mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -2; 4)$.

Phương trình mặt phẳng $(Q): 3(x - 2) - 2(y + 1) + 4(z + 3) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + 4z + 4 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; -2)$, $B(3; 1; 1)$ và $C(-2; 0; 3)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm nào dưới đây ?

A. $N(2; 1; 0)$.B. $Q(-2; 1; 0)$.C. $M(2; -1; 0)$.D. $M(-2; -1; 0)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (3; 0; 3)$, $\vec{AC} = (-2; -1; 5)$ và $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = (3; -21; -3)$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $B(3; 1; 1)$, có 1 véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \frac{1}{3} [\vec{AB}, \vec{AC}] = (1; -7; -1)$ nên có phương trình là $x - 7y - z + 5 = 0$. Vì $2 - 7 \cdot 1 - 0 + 5 = 0$ nên $N(2; 1; 0) \in (ABC)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 3 = 0$. Bán kính R của mặt cầu S bằng

A. $R = 3$.B. $R = 2$.C. $R = 6$.D. $R = 9$.

Lời giải.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 9$, nên bán kính mặt cầu S bằng 3.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; -3)$, $B(-2; 2; 1)$. Vectơ có $\vec{AB}$ tọa độ là

A. $(-3; 3; 4)$.B. $(-1; 1; 2)$.C. $(3; -3; 4)$.D. $(-3; 1; 4)$.**Lời giải.**Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2 - 1; 2 + 1; 1 + 3) = (-3; 3; 4)$.Chọn đáp án **A** □**Câu 66.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 3 = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ làA. $(2; 1; 0)$.B. $(2; -1; 3)$.C. $(2; -1; 0)$.D. $(2; 1; 3)$.**Lời giải.**Mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n} = (2; -1; 0)$.Chọn đáp án **C** □**Câu 67.** Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1; -1; 3)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; -3)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 4 = 0$. Gọi $M(a, b, c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $T = |3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $S = a + b + c$.A. $S = 3$.B. $S = -1$.C. $S = 2$.D. $S = 1$.**Lời giải.**Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $3\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Ta có

$$\overrightarrow{IA} = (1 - x; -1 - y; 3 - z) \Rightarrow 3\overrightarrow{IA} = (3 - 3x; -3 - 3y; 9 - 3z).$$

$$\overrightarrow{IB} = (2 - x; 1 - y; -z) \Rightarrow 2\overrightarrow{IB} = (4 - 2x; 2 - 2y; -2z).$$

$$\overrightarrow{IC} = (-3 - x; -1 - y; -3 - z).$$

$$\text{Khi đó } 3\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = (-2x - 4; -2y - 6; -2z + 6) = \vec{0}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 4 = 0 \\ -2y - 6 = 0 \\ -2z + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \\ z = 3 \end{cases}. \text{ Vậy } I(-2; -3; 3).$$

$$\text{Ta có } T = |3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) - 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})| = 2|\overrightarrow{MI}|.$$

Suy ra $T_{\min} \Leftrightarrow |\overrightarrow{MI}|_{\min}$ khi và chỉ khi M là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P) .Đường thẳng MI đi qua $I(-2; -3; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

$$MI: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -3 + t \\ z = 3 - t \end{cases}. \text{ Lấy } M(-2 + t; -3 + t; 3 - t) \in MI.$$

$$\text{Mặt khác } M \in (P) \Rightarrow (-2 + t) + (-3 + t) - (3 - t) - 4 = 0 \Rightarrow t = 4.$$

Suy ra $M(2; 1; -1)$. Vậy $a + b + c = 2$.Chọn đáp án **C** □**Câu 68.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; -1; 3)$, $B(0; 1; -5)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB làA. $(x - 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 21$.B. $(x - 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 17$.C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 27$.D. $(x + 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 21$.**Lời giải.**Vì mặt cầu (S) có đường kính AB nên mặt cầu có tâm là trung điểm $I(2; 0; -1)$ của AB và bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{21}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 21$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 69. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; 2)$ và $B(3; -5; 0)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

- A. $(2; -4; 2)$. B. $(4; -6; 2)$. C. $(1; -2; 1)$. D. $(2; -3; -1)$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm AB , khi đó tọa độ của M được tính bởi

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = -2 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(-2; 1; -1), R = 3$. B. $I(-2; 1; -1), R = 9$.
C. $I(2; -1; 1), R = 3$. D. $I(2; -1; 1), R = 9$.

Lời giải.

Ta có tọa độ tâm $I(2; -1; 1)$ và bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; -3)$ và $B(0; 3; -1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 6$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 24$.
C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 24$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 6$.

Lời giải.

Tâm I của mặt cầu là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1; 1; -2)$.

Bán kính của mặt cầu là $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{2^2 + 4^2 + 2^2}}{2} = \sqrt{6}$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 6$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{OA} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$, điểm $B(3; -4; 1)$ và $C(2; 0; 1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

- A. $1; -2; 3$. B. $(-2; 2; -1)$. C. $(2; -2; 1)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Lời giải.

Từ giả thiết $\vec{OA} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \Rightarrow A(1; -2; 3)$.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , ta có:
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 2 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = -2 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 1 \end{cases} \Rightarrow G(2; -2; 1).$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 73. Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$ là phương trình của một mặt cầu?

A. 4.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Lời giải.

Phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu khi và chỉ khi

$$(m+2)^2 + (m-1)^2 - 3m^2 + 5 > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 10 < 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{11} < m < 1 + \sqrt{11}.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$. Vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D** □

Câu 74. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+\sqrt{2})^2 = 9$ và hai điểm $A(-2; 0; -2\sqrt{2})$, $B(-4; -4; 0)$. Biết tập tất cả các điểm M thuộc (S) để $MA^2 + \overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{MB} = 16$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó bằng

A. $\sqrt{3}$.B. $\sqrt{2}$.C. $2\sqrt{2}$.D. $\sqrt{5}$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y; z) \in (S)$, ta có $\overrightarrow{AM} = (x+2; y; z+2\sqrt{2})$, $\overrightarrow{OM} = (x; y; z)$, $\overrightarrow{BM} = (x+4; y+4; z)$. Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 + \overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{MB} &= 16 \Leftrightarrow MA^2 + \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BM} = 16 \\ &\Leftrightarrow (x+2)^2 + y^2 + (z+2\sqrt{2})^2 + x(x+4) + y(y+4) + z^2 = 16 \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 2\sqrt{2}z - 2 = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Ta lại có

$$\begin{aligned} M \in (S) &\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+\sqrt{2})^2 = 9 \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2\sqrt{2}z - 2 = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 2\sqrt{2}z - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2\sqrt{2}z - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow y = 0.$$

Vậy tập hợp tất cả các điểm M là đường tròn giao tuyến (C) của (S) và mặt phẳng $(P): y = 0$.

Mặt cầu (S) có bán kính $R = 3$, tâm $I(-2; 1; -\sqrt{2})$ nên $d[I, (P)] = 1$.

Suy ra đường tròn (C) có bán kính $r = \sqrt{R^2 - (d[I, (P)])^2} = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -2)$ và $B\left(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Biết $I(a; b; c)$ là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OAB . Giá trị của $a - b + c$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Gọi M là chân đường phân giác vẽ từ đỉnh O . Ta có $OA = 3$, $OB = 4$, $AB = 5$ nên tam giác OAB vuông tại O .

Do $\frac{MA}{MB} = \frac{OA}{OB} = \frac{3}{4}$ nên $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{7}$. Từ đó $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AB} \Rightarrow M\left(\frac{12}{7}; \frac{12}{7}; 0\right) \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \left(\frac{12}{7}; \frac{12}{7}; 0\right)$ nên $\vec{u}_{OM} = (1; 1; 0)$.

Do đó $OM: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow I(t; t; 0)$. Gọi H là hình chiếu của I lên OA . Khi đó $IH = \frac{S}{p} = 1$.

Trong tam giác OIH vuông tại H , ta có $OI = \frac{IH}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2} \Rightarrow 2t^2 = 2 \Leftrightarrow t = \pm 1$.

Do $\vec{OI}, \vec{OM}$ cùng hướng nên $t = 1$. Vậy $I(1; 1; 0)$ và $a - b + c = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 76. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, $SA = 2$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm thay đổi trên các cạnh AB, AD ($AN < AM$) sao cho mặt phẳng $(SMC) \perp (SNC)$. Khi thể tích khối chóp $S.AMCN$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị $\frac{1}{AN^2} + \frac{16}{AM^2}$ bằng

A. $\frac{17}{4}$.

B. 5.

C. $\frac{5}{4}$.

D. 2.

Lời giải.

Đặt $AM = m, AN = n$ với $m > n > 0$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, khi đó ta có $A(0; 0; 0), S(0; 0; 2), M(m; 0; 0), N(0; n; 0)$ và $C(2; 2; 0)$.

Ta có $\vec{SC} = (2; 2; -2), \vec{SM} = (m; 0; -2)$ và $\vec{SN} = (0; n; -2)$ suy ra $\vec{n}_1 = [\vec{SN}, \vec{SC}] = (-2n + 4; -4; -2n), \vec{n}_2 = [\vec{SM}, \vec{SC}] = (4; 2m - 4; 2m)$ lần lượt là các véc-tơ pháp tuyến của (SNC) và (SMC) .

$$\begin{aligned} (SMC) \perp (SNC) &\Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \\ &\Leftrightarrow 2m + 2n + mn - 8 = 0 \\ &\Leftrightarrow m = \frac{-2n + 8}{n + 2} = -2 + \frac{12}{n + 2}. \end{aligned}$$

$$\text{Do } 2 \geq m > n > 0 \Rightarrow \begin{cases} n > 0 \\ \frac{-2n + 8}{n + 2} > n \\ \frac{-2n + 8}{n + 2} \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n > 0 \\ n^2 + 4n - 8 < 0 \\ -2n + 8 \leq 2n + 4 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq n < -2 + 2\sqrt{3}.$$

Mặt khác, thể tích khối chóp $S.AMCN$ là $V = \frac{2}{3}(m + n)$ đạt giá trị lớn nhất khi $m + n$ lớn nhất.

$$\text{Xét } f(n) = m + n = n - 2 + \frac{12}{n + 2} \text{ có } f'(n) = 1 - \frac{12}{(n + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -2 + 2\sqrt{3} \\ n = -2 - 2\sqrt{3} \end{cases}$$

Do đó $f'(n) < 0, \forall n \in [1; -2 + 2\sqrt{3})$.

Suy ra $\max_{[1; -2 + 2\sqrt{3})} f(n) = f(1) = 3$ đạt được khi $n = 1 \Rightarrow m = 2$. Do vậy $\frac{1}{AN^2} + \frac{16}{AM^2} = 5$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 77. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a, BC = a\sqrt{2}$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng ?

A. 90° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 30° .

Lời giải.

Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{x}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{y}$, $\overrightarrow{AS} = \vec{z}$.

Theo giả thiết ta có $|\vec{x}| = |\vec{y}| = |\vec{z}|$, $\vec{x} \perp \vec{y}$ và $(\vec{z}, \vec{x}) = 60^\circ$.

Ta có $\overrightarrow{SC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AS} = (\vec{y} - \vec{z}) \cdot \vec{x} = -a^2 \cdot \cos 60^\circ = -\frac{a^2}{2}$.

Vậy $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC}) = \frac{\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB}}{SC \cdot AB} = -\frac{a^2}{2}$

$\Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC}) = 120^\circ \Rightarrow (SC, AB) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

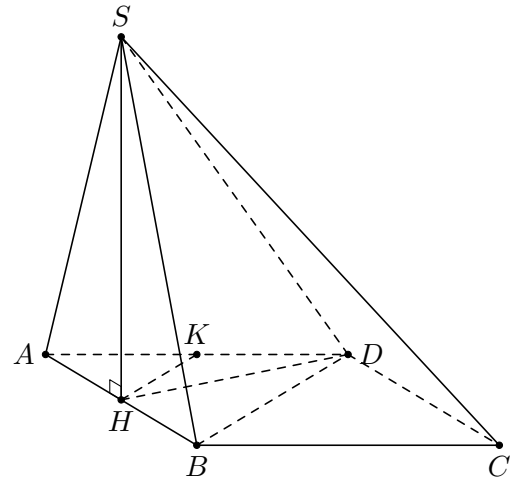
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 78.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB . Gọi K là trung điểm đoạn AD (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD theo a là

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{45}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{25}$.



Lời giải.

Do giả thiết suy ra $HK \parallel BD$ nên $HK \parallel (SBD)$.

Do đó $d(HK, SD) = d(HK, (SBD)) = d(H, (SBD))$.

Xét tam giác vuông HAD ta có

$$HD^2 = AD^2 + AH^2 \Leftrightarrow HD^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Leftrightarrow HD^2 = \frac{5a^2}{4} \Leftrightarrow HD = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Vì $SH \perp (ABCD)$ nên $SH \perp HD$. Khi đó trong tam giác SHD ta có

$$\begin{aligned} SH^2 = SD^2 - HD^2 &\Leftrightarrow SH^2 = \left(\frac{a\sqrt{17}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 \\ &\Leftrightarrow SH^2 = \frac{17a^2}{4} - \frac{5a^2}{4} \\ &\Leftrightarrow SH^2 = 3a^2 \Leftrightarrow SH = a\sqrt{3} \end{aligned}$$

Chọn hệ $Oxyz$ sao cho $H(0;0;0)$, $B\left(\frac{a}{2};0;0\right)$, $A\left(-\frac{a}{2};0;0\right)$, $S(0;0;a\sqrt{3})$.

Suy ra $C\left(\frac{a}{2};a;0\right)$ và $D\left(-\frac{a}{2};a;0\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{BS} = \left(-\frac{a}{2};0;a\sqrt{3}\right)$ và $\overrightarrow{BD} = (-a;a;0)$ nên $[\overrightarrow{BS}, \overrightarrow{BD}] = \left(-a^2\sqrt{3}; -a^2\sqrt{3}; -\frac{a^2}{2}\right)$.

Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SBD) ta chọn $\vec{n} = \left(\sqrt{3}; \sqrt{3}; \frac{1}{2}\right)$, khi đó phương trình mặt phẳng (SBD) là

$$\sqrt{3}\left(x - \frac{a}{2}\right) + \sqrt{3}y + \frac{1}{2}z = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}y + z - \sqrt{3}a = 0.$$

$$\text{Nên } d(H, (SBD)) = \frac{|-a\sqrt{3}|}{\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 + 1}} = \frac{\sqrt{3}a}{5}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 79. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Thể tích tứ diện $OABC$ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Tứ diện $OABC$ vuông tại O nên ta có $V_{OABC} = \frac{1}{6}OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 80. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $3x - 2y + 2z + 6 = 0$.

B. $2x + 2y - z - 1 = 0$.

C. $x + y + z + 1 = 0$.

D. $x - 2y - z - 3 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có phương trình $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow 3x - 2y + 2z + 6 = 0$.

Suy ra (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (3; -2; 2)$.

Xét A: $3x - 2y + 2z + 6 = 0$ có $\vec{a} = (3; -2; 2)$ là 1 VTPT và $\vec{a} \cdot \vec{n}_p = 9 + 4 + 4 = 17 \neq 0$.

Xét B: $2x + 2y - z - 1 = 0$ có $\vec{b} = (2; 2; -1)$ là 1 VTPT và $\vec{b} \cdot \vec{n}_p = 6 - 4 - 2 = 0 \Rightarrow \vec{b} \perp \vec{n}_p$.

Vậy (P) vuông góc với mặt phẳng $2x + 2y - z - 1 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 81. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 2)$, $B(-2; 1; 3)$, $C(3; 2; 4)$, $D(6; 9; -5)$. Tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là

A. $(2; 3; 1)$.

B. $(2; 3; -1)$.

C. $(-2; 3; 1)$.

D. $(2; -3; 1)$.

Lời giải.

Gọi $I(x; y; z)$ là trọng tâm của tứ diện $ABCD$, ta có

$$\begin{cases} x = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} = \frac{1 - 2 + 3 + 6}{4} = 2 \\ y = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} = \frac{0 + 1 + 2 + 9}{4} = 3 \\ z = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} = \frac{2 + 3 + 4 - 5}{4} = 1. \end{cases}$$

Vậy $I(2; 3; 1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 82. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(1; -2; 3)$ và $R = 5$.

B. $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{5}$.

C. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 5$.

D. $I(-1; 2; -3)$ và $R = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$ có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{1 + 4 + 9 - 9} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $(-3; 2; -1)$.

B. $(2; -1; -3)$.

C. $(-1; 2; -3)$.

D. $(2; -3; -1)$.

Lời giải.Ta có $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (-1; 2; -3)$.Chọn đáp án **C** □

Câu 84. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 1)$, $B(3; -2; 0)$, $C(1; 2; -2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A sao cho tổng khoảng cách từ B và C đến (P) lớn nhất, biết rằng (P) không cắt đoạn BC . Khi đó vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (2; -2; -1)$.

B. $\vec{n} = (1; 0; 2)$.

C. $\vec{n} = (-1; 2; -1)$.

D. $\vec{n} = (1; 0; -2)$.

Lời giải.

Kiểm tra A: Mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 2y - z - 1 = 0$. Thay tọa độ B, C vào (P) ta thấy B, C nằm về 2 phía (P) nên loại A.

Kiểm tra B: Mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2z - 3 = 0$. Thay tọa độ B, C vào (P) ta thấy $B \in (P)$ nên loại B.

Kiểm tra C: Mặt phẳng (P) có phương trình $-x + 2y - z + 2 = 0$. Thay tọa độ B, C vào (P) ta thấy B, C nằm về 2 phía (P) nên loại C.

Kiểm tra D: Mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2z + 1 = 0$. Thay tọa độ B, C vào (P) ta thấy B, C nằm về cùng phía (P) nên chọn D.

Chọn đáp án **D** □

Câu 85. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -2; -1)$, $B(-2; -4; 3)$, $C(1; 3; -1)$. Tìm điểm $M \in (Oxy)$ sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} + 3\vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $\left(\frac{1}{5}; \frac{3}{5}; 0\right)$.

B. $\left(-\frac{1}{5}; \frac{3}{5}; 0\right)$.

C. $\left(\frac{1}{5}; -\frac{3}{5}; 0\right)$.

D. $\left(\frac{3}{4}; \frac{4}{5}; 0\right)$.

Lời giải.Gọi $I(a; b; c)$ thỏa mãn $\vec{IA} + \vec{IB} + 3\vec{IC} = \vec{0}$.Ta có $\vec{IA} = (-a; -2 - b; -1 - c)$; $\vec{IB} = (-2 - a; -4 - b; 3 - c)$; $\vec{IC} = (1 - a; 3 - b; -1 - c)$.Suy ra $\vec{IA} + \vec{IB} + 3\vec{IC} = (-5a + 1; -5b + 3; -5c + 1)$.

$$\text{Khi đó } \vec{IA} + \vec{IB} + 3\vec{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -5a + 1 = 0 \\ -5b + 3 = 0 \\ -5c + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{1}{5}; \frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right).$$

Lại có $|\vec{MA} + \vec{MB} + 3\vec{MC}| = |\vec{MI} + \vec{IA} + \vec{MI} + \vec{IB} + 3\vec{MI} + 3\vec{IC}| = |5\vec{MI}| = 5MI$.Do đó $|\vec{MA} + \vec{MB} + 3\vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ đạt giá trị nhỏ nhất.Khi đó M là hình chiếu của I trên (Oxy) . Vậy $M\left(\frac{1}{5}; \frac{3}{5}; 0\right)$.Chọn đáp án **A** □

Câu 86. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (2; m - 1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

A. $m = 7, n = -\frac{3}{4}$.

B. $m = 1, n = 0$.

C. $m = 7, n = -\frac{4}{3}$.

D. $m = 4, n = -3$.

Lời giải.Ta có $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng $\Leftrightarrow \exists k > 0$ sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$.

$$\text{Từ đó suy ra } \begin{cases} 2 = k.1 \\ m - 1 = 3k \\ 3 = -2nk \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ m - 1 = 6 \\ 3 = -4n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ m = 7 \\ n = -\frac{3}{4}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 87. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta) : 2x - 4y + 4z + 3 = 0$ và cách điểm $A(2; -3; 4)$ một khoảng $k = 3$. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $2x - 4y + 4z - 5 = 0$ hoặc $2x - 4y + 4z - 13 = 0$.

B. $x - 2y + 2z - 25 = 0$.

C. $x - 2y + 2z - 7 = 0$.

D. $x - 2y + 2z - 25 = 0$ hoặc $x - 2y + 2z - 7 = 0$.

Lời giải.

Vì $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow (\alpha) : 2x - 4y + 4z + m = 0 \ (m \neq 3)$.

Giả thiết có $d(A, (\alpha)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|32 + m|}{6} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -14 \\ m = -50. \end{cases}$

Vậy $(\alpha) : x - 2y + 2z - 7 = 0, (\alpha) : x - 2y + 2z - 25 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 88. Điều kiện cần và đủ để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z + m^2 - 9m + 4 = 0$ là phương trình mặt cầu là

A. $2x - 4y + 4z - 5 = 0$ hoặc $2x - 4y + 4z - 13 = 0$.

B. $x - 2y + 2z - 25 = 0$.

C. $x - 2y + 2z - 7 = 0$.

D. $x - 2y + 2z - 25 = 0$ hoặc $x - 2y + 2z - 7 = 0$.

Lời giải.

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z + m^2 - 9m + 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (z - 3)^2 = -m^2 + 9m + 10.$$

Do đó điều kiện cần và đủ để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu là

$$-m^2 + 9m + 10 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 10.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 89. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $A(0; -1; 2)$. Gọi (P) là mặt phẳng qua A và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi nhỏ nhất. Phương trình của (P) là

A. $y - 2z + 5 = 0$. B. $x - y + 2z - 5 = 0$. C. $-y + 2z + 5 = 0$. D. $y - 2z - 5 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R = 3$. $A(0; -1; 2)$ là điểm nằm bên trong mặt cầu (S) .

(P) là mặt phẳng qua A và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính r .

Gọi H là hình chiếu của O lên (P) . Ta có

$$r^2 = R^2 - OH^2. \ r_{\min} \Leftrightarrow OH_{\max} \Leftrightarrow H \equiv A.$$

Khi đó (P) nhận $\overrightarrow{OA} = (0; -1; 2)$ là véc-tơ pháp tuyến. Vậy phương trình $(P) : y - 2z + 5 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 90. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 6)$, $B(-3; -1; -4)$, $C(5; -1; 0)$ và $D(1; 2; 1)$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. 40.

B. 60.

C. 50.

D. 30.

Lời giải.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-5; 0; -10) \\ \overrightarrow{AC} = (3; 0; -6) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (0; -60; 0) \Rightarrow V = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = 30.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 91. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(6; -2; 3)$, $B(0; 1; 6)$, $C(2; 0; -1)$ và $D(4; 1; 0)$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua bốn điểm A, B, C, D . Hãy viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm A .

A. $4x - y - 9 = 0$.B. $4x - y - 26 = 0$.C. $x + 4y + 3z - 1 = 0$.D. $x + 4y + 3z + 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi tâm của mặt cầu là $I(x; y; z)$. Khi đó $\overrightarrow{AI} = (x - 6; y + 2; z - 3)$, $\overrightarrow{BI} = (x; y - 1; z - 6)$, $\overrightarrow{CI} = (x - 2; y; z + 1)$, $\overrightarrow{DI} = (x - 4; y - 1; z)$. Ta có $IA = IB = IC = ID$, suy ra

$$IA^2 = IB^2 = IC^2 = ID^2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 6)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = (x - 4)^2 + (y - 1)^2 + z^2 \\ x^2 + (y - 1)^2 + (z - 6)^2 = (x - 4)^2 + (y - 1)^2 + z^2 \\ (x - 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = (x - 4)^2 + (y - 1)^2 + z^2 \end{cases} \Rightarrow I(2; -1; 3).$$

Vậy mặt phẳng cần tìm qua A và vuông góc với IA là $4x - y - 26 = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 92. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1; 4; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 1$. B. $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 0$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 0$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1$.

Lời giải.

— Do A, B, C lần lượt thuộc các trục Ox, Oy, Oz nên $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$.

— Do G là trọng tâm tứ diện $OABC$ nên suy ra $a = 4$, $b = 16$, $c = 12$.

— Vậy phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) : $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 1$.

Chọn đáp án **(A)**

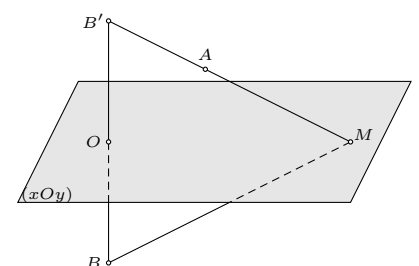
□

Câu 93. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2; 1)$ và $B(-1; 4; -3)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $|MA - MB|$ lớn nhất.

A. $M(-5; 1; 0)$.B. $M(5; 1; 0)$.C. $M(5; -1; 0)$.D. $M(-5; -1; 0)$.

Lời giải.

Phương trình (xOy) : $z = 0$. Vì $z_A \cdot z_B = 1 \cdot (-3) < 0$ nên A, B nằm khác phía so với (xOy) . Gọi B' là điểm đối xứng của B qua (xOy) . Khi đó: $|MA - MB| = |MA - MB'| \leq AB'$ Suy ra $|MA - MB|$ lớn nhất khi M, A, B' thẳng hàng hay M là giao điểm của đường thẳng AB' và (xOy) . Mà $B'(-1; 4; 3)$. Suy ra tọa độ M là $(5; 1; 0)$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 94. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 5; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) là lớn nhất. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{3}{\sqrt{6}}$. C. $\frac{11\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A trên d và H là hình chiếu vuông góc của A trên (P) thì $d(A, (P)) = AH \leq AK$ không đổi. Vậy $d(A, (P))$ lớn nhất khi và chỉ khi $H \equiv K$, khi đó (P) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với AK .

$$\text{Tìm được } (P): x - 4y + z - 3 = 0 \Rightarrow d(O, (P)) = \frac{3}{\sqrt{18}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 95. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(0; 1; -1)$, $B(1; 1; 2)$, $C(1; -1; 0)$, $D(0; 0; 1)$. Tính độ dài đường cao AH của tứ diện $ABCD$.

- A. $3\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BA} = (-1; 0; -3); \overrightarrow{BC} = (0; -2; -2); \overrightarrow{BD} = (-1; -1; -1).$$

$$[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (0; -2; -2) \Rightarrow [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BA} = 6.$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BA}| = \frac{1}{6} \cdot 6 = 1 \text{ (đvdt)}$$

$$\text{Ta có } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{BCD} \Rightarrow AH = \frac{3V_{ABCD}}{S_{BCD}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 96. Ba mặt phẳng $x + 2y - z = 0$, $2x - y + 3z + 13 = 0$, $3x - 2y + 3z + 16 = 0$ cắt nhau tại điểm A . Tọa độ của A là

- A. $A(-1; 2; -3)$. B. $A(1; -2; 3)$. C. $A(-1; -2; 3)$. D. $A(1; 2; 3)$.

Lời giải.

$$\text{Tọa độ điểm } A \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3z + 13 = 0 \\ 3x - 2y + 3z + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = -3 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 2; -3).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 97. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P); (Q)$ có các véc tơ pháp tuyến là $\vec{a}(a_1; b_1; c_1); \vec{b}(a_2; b_2; c_2)$. Góc α là góc giữa hai mặt phẳng đó $\cos \alpha$ là biểu thức nào sau đây

- A. $\frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$. B. $\frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$.
C. $\frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{|[\vec{a}; \vec{b}]|}$. D. $\frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$.

Lời giải.

$$\text{Theo công thức góc giữa hai mặt phẳng ta có } \cos \alpha = |\cos(\vec{a}, \vec{b})| = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{|\vec{a}| |\vec{b}|}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 98. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$ đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ là:

A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$.

B. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.

C. $2x + y - 3z - 14 = 0$.

D. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Lời giải.**Phương pháp:** Mặt phẳng (P) vuông góc với $(Q), (R) \Rightarrow \vec{n_P} \perp \vec{n_Q}, \vec{n_P} \perp \vec{n_R} \Rightarrow \vec{n_P} = [\vec{n_Q}, \vec{n_R}]$ Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (A; B; C)$ là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

Cách giải: Mặt phẳng (P) vuông góc với $(Q), (R) \Rightarrow \vec{n_P} \perp \vec{n_Q}, \vec{n_P} \perp \vec{n_R} \Rightarrow \vec{n_P} = [\vec{n_Q}, \vec{n_R}]$

Ta có: $\vec{n_Q} = (1; 1; 3), \vec{n_R} = (2; -1; 1) \Rightarrow \vec{n_P} = [\vec{n_Q}, \vec{n_R}] = (4; 5; -3)$

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $B(2; 1; -3)$ và có VTPT $\vec{n} = (4; 5; -3)$ là:

$$4(x - 2) + 5(y - 1) - 3(z + 3) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y - 3z - 22 = 0$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 99.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0; (Q): x - 2y + z + 8 = 0; (R): x - 2y + z - 4 = 0$. Một đường thẳng d thay đổi cắt ba mặt $(P), (Q), (R)$ lần lượt tại A, B, C . Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = AB^2 + \frac{144}{AC^2}$.

A. 24.

B. 36.

C. 72.

D. 144.

Lời giải.**Phương pháp:**+) Nhận xét $(P) // (Q) // (R)$ +) Sử dụng BĐT Cô-si và định lí Ta-let đánh giá biểu thức T .**Cách giải:** Dễ dàng nhận thấy $(P) // (Q) // (R)$. Kẻ đường thẳng qua B vuông góc với cả 3 mặt phẳng $(P), (Q), (R)$, cắt (P) tại H và cắt (Q) tại K .

Ta có $BH = d((Q), (P)) = 9; HK = d((P), (R)) = 3$.

Khi đó ta có: $T = AB^2 + \frac{144}{AC^2} \geq 2\sqrt{AB^2 \cdot \frac{144}{AC^2}} = 24 \frac{AB}{AC} = 24 \frac{BH}{HK} = 24 \cdot \frac{9}{3} = 72$.

Vậy $T_{\min} = 72$.

Chọn đáp án **C** □**Câu 100.** Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục Ox ?

A. $\vec{u} = (1; 0)$.

B. $\vec{u} = (1; -1)$.

C. $\vec{u} = (1; 1)$.

D. $\vec{u} = (0; 1)$.

Lời giải.Véc-tơ $\vec{i} = (1; 0)$ là một véc-tơ chỉ phương của trục Ox . Do đó đường thẳng song song với trục Ox có một véc-tơ là $\vec{u} = (1; 0)$.Chọn đáp án **A** □**Câu 101.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng (α) ?

A. $M(2; 0; 1)$.

B. $Q(2; 1; 1)$.

C. $P(2; -1; 1)$.

D. $N(1; 0; 1)$.

Lời giải.Ta thấy tọa độ điểm $N(1; 0; 1)$ thỏa mãn phương trình mặt phẳng (α) nên điểm N nằm trên (α) .Chọn đáp án **D** □**Câu 102.** Trong không gian $Oxyz$, cho $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1$ và điểm $A(2; 2; 2)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM luôn tiếp xúc với (S) . M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

A. $x + y + z - 6 = 0$.

B. $x + y + z - 4 = 0$.

C. $3x + 3y + 3z - 8 = 0$.

D. $3x + 3y + 3z - 4 = 0$.

Lời giải.Ta có tọa độ tâm mặt cầu (S): $I(1, 1, 1)$.Gọi $M(x, y, z)$, khi đó $\overrightarrow{AM} = (x - 2, y - 2, z - 2)$ và $\overrightarrow{IM} = (x - 1, y - 1, z - 1)$. Theo đề bài

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{IM} &= 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x - 1) + (y - 2)(y - 1) + (z - 2)(z - 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z + 6 = 0.\end{aligned}\quad (1')$$

Mặt khác phương trình mặt cầu

$$(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 2 = 0 \quad (1)$$

Lấy (1') trừ (1) ta được $x + y + z - 4 = 0$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 103.** Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4mx + 2my - 2mz + 9m^2 - 28 = 0$ là phương trình của mặt cầu?

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 6.

Lời giải.Ta có $a = -2m$; $b = -m$; $c = m$ và $d = 9m^2 - 28$.

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi

$$a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \Leftrightarrow 4m^2 + m^2 + m^2 - 9m^2 + 28 > 0 \Leftrightarrow 28 - 3m^2 > 0 \Leftrightarrow -\frac{2\sqrt{21}}{3} < m < \frac{2\sqrt{21}}{3}.$$

Do m nguyên nên $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.Vậy có tất cả 7 giá trị nguyên của m .Chọn đáp án **(A)** □**Câu 104.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3; 0; 0)$, $B(0; 0; 4)$. Chu vi tam giác OAB bằng

A. 14.

B. 7.

C. 6.

D. 12.

Lời giải. $\triangle OAB$ có

$$\begin{aligned}OA &= \sqrt{(3 - 0)^2 + (0 - 0)^2 + (0 - 0)^2} = 3 \\ OB &= \sqrt{(0 - 0)^2 + (0 - 0)^2 + (4 - 0)^2} = 4 \\ AB &= \sqrt{(0 - 3)^2 + (0 - 0)^2 + (4 - 0)^2} = 5.\end{aligned}$$

Do đó chu vi của $\triangle OAB$ bằng $OA + OB + AB = 3 + 4 + 5 = 12$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 105.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 3)$. Biết mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cách B một khoảng lớn nhất. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x - 2y + 2z + 5 = 0$.

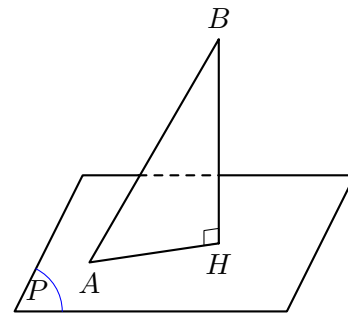
B. $x - y + 2z + 3 = 0$.

C. $2x - 2y + 4z + 3 = 0$.

D. $2x - y + 2z = 0$.

Lời giải.

- Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên (P) , suy ra $d(B, (P)) = AH$.
- Ta có $BH \leq AB$. Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow H \equiv A \Rightarrow BH_{\max} = AB$ khi $AB \perp (P)$.
- Ta có $\begin{cases} AB \perp (P) \\ A \in (P) \end{cases} \Rightarrow (P): 2x - 2y + 4z + 6 = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z + 3 = 0$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 106. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax - y + 2z + b = 0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - y - z + 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + z - 1 = 0$. Tính $a + 4b$.

A. -16.

B. -8.

C. 0.

D. 8.

Lời giải.

Xét giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) là đường thẳng $\begin{cases} x - y - z + 1 = 0 \\ x + 2y + z - 1 = 0 \end{cases}$.

Chọn $x = 0$ ta được $\begin{cases} -y - z + 1 = 0 \\ 2y + z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow A(0; 0; 1)$.

Chọn $x = -1$ ta được $\begin{cases} -y - z = 0 \\ 2y + z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow B(-1; 2; -2)$.

Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A, B \Rightarrow \begin{cases} 2 + b = 0 \\ -a - 2 - 4 + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow a + 4b = -16$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 107. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 3)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 4$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = -7 \end{cases}$. Mặt phẳng chứa d và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất

có phương trình là:

A. $y + z + 1 = 0$.

B. $x + 3y + 5z + 2 = 0$.

C. $x - 2y - 3 = 0$.

D. $3x - 2y - 4z - 8 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 1; 0)$ và bán kính $R = 2$.

Đường thẳng d có vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -1)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên d .

(α) là mặt phẳng qua I và vuông góc với d . Phương trình mặt phẳng (α) là $2x + y + z - 7 = 0$.

Tọa độ H là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -7 \\ 2x + y + z - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow H(3; 0; -1)$.

(P) là mặt phẳng chứa d và K là hình chiếu của I trên (P) . Đường tròn thiết diện có bán kính r .

Khi đó ta có $IK \leq IH, \forall K \in (P)$.

Mặt khác $R^2 = r^2 + IK^2$ nên r nhỏ nhất khi IK lớn nhất bằng IH .

(P) là mặt phẳng qua H và có vec-tơ pháp tuyến $\vec{IH} = (0; -1; -1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P): y + z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 108. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1; 3; -1)$. B. $M(-3; 5; 3)$. C. $M(3; 5; 3)$. D. $M(1; 2; -3)$.

Lời giải.

Nếu một điểm nằm trên một đường thẳng thì khi thay tọa độ điểm đó vào phương trình đường thẳng thì sẽ thỏa mãn phương trình đường thẳng.

Lần lượt thay tọa độ M từ các phương án vào phương trình đường thẳng d ta được $M(-3; 5; 3)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 109. Trong không gian $Oxyz$, điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + z - 5 = 0$ có tọa độ là

A. $M(0; -3; 0)$. B. $M(0; 3; 0)$. C. $M(0; -2; 0)$. D. $M(0; 1; 0)$.

Lời giải.

Ta có $M \in Oy$ suy ra $M(0; m; 0)$.

Theo đề $d(M, (P)) = d(M, (Q)) \Leftrightarrow \frac{|m+1|}{\sqrt{3}} = \frac{|-m-5|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m = -3$. Vậy $M(0; -3; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 110. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 10 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. (P) tiếp xúc với (S) .
 B. (P) cắt (S) theo giao tuyến đường tròn khác đường tròn lớn.
 C. (P) và (S) không có điểm chung.
 D. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn lớn.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; -1)$ và bán kính $R = 4$.

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là $d_{(I, (P))} = 4 = R$.

Vậy mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 111. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và chứa trục Ox là

A. $x + y = 0$. B. $x + z = 0$. C. $y - z = 0$. D. $y + z = 0$.

Lời giải.

Mp (P) có vtpt $\vec{n} = (0; 1; 1)$ và đi qua điểm $A(1; 1; -1)$. Suy ra phương trình $(P): y + z = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 112. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Cho biết $B(2; 3; 7)$, $D(4; 1; 3)$. Lập phương trình mặt phẳng (SAC) .

A. $x + y - 2z + 9 = 0$. B. $x - y - 2z - 9 = 0$. C. $x - y - 2z + 9 = 0$. D. $x - y + 2z + 9 = 0$.

Lời giải.

Dễ dàng chứng minh được (SAC) là mặt phẳng trung trực của BD .

Chọn vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAC) là $\overrightarrow{BD} = (2; -2; -4)$.

Mặt phẳng (SAC) đi qua trung điểm $I(3; 2; 5)$ của BD và có vtcp $\overrightarrow{BD}$ nên có phương trình:

$$x - y - 2z + 9 = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 113. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; 0)$ và $M(1; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua hai điểm A và M , cắt các trục Oy, Oz lần lượt tại các điểm B, C . Giả sử $B(0; b; 0), C(0; 0; c), b > 0, c > 0$. Diện tích tam giác ABC có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $3\sqrt{3}$.

B. $4\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $4\sqrt{6}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Ta có $M \in (P)$ nên $\frac{1}{2} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow 2b + 2c = bc$.

Mặt khác $\overrightarrow{AB} = (-2; b; 0); \overrightarrow{AC} = (-2; 0; c) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (bc; 2c; 2b)$.

Diện tích tam giác ABC :

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{b^2c^2 + 4b^2 + 4c^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{(bc)^2 + 4[(b+c)^2 - 2bc]} = \frac{1}{2} \sqrt{2(bc)^2 - 8bc}. \end{aligned}$$

Mà $\frac{bc}{2} = b + c \geq 2\sqrt{bc} \Leftrightarrow bc \geq 16$.

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \sqrt{2(bc - 2)^2 - 8} \geq \frac{1}{2} \sqrt{484} = 4\sqrt{6}.$$

Vậy diện tích nhỏ nhất $S = 4\sqrt{6}$ khi $b = c = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 114. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 3; 4)$ trên mặt phẳng (P): $2x - y - z + 6 = 0$ là điểm nào dưới đây?

A. $(2; 8; 2)$.

B. $(1; \frac{7}{2}; \frac{9}{2})$.

C. $(3; \frac{5}{2}; \frac{7}{2})$.

D. $(1; 3; 5)$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc mặt phẳng (P). Khi đó phương trình tham số của Δ

$$\text{là } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 4 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Gọi M' là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (P). Tọa độ điểm M' là nghiệm của hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 4 - t \\ 2x - y - z + 6 = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \\ y = \frac{7}{2} \\ z = \frac{9}{2}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } M' \left(1; \frac{7}{2}; \frac{9}{2} \right)$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 115. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 6y + z - 3 = 0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A và B . Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 36$.

B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9$.

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 36$.

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$.

Lời giải.

Do điểm $A \in Oz$ nên suy ra $A(0; 0; c)$, mà ta lại có $A \in (P)$ nên suy ra $c = 3$. Do đó $A(0; 0; 3)$.

Phương trình tham số của đường thẳng d là
$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 2t \\ z = 6 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Tọa độ điểm B là nghiệm hệ phương trình
$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 2t \\ z = 6 - t \\ 2x + 6y + z - 3 = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = 4 \\ y = -2 \\ z = 7 \end{cases}$$

Do đó $B(4; -2; 7)$.

Gọi I là tâm mặt cầu đường kính AB nên I là trung điểm AB , suy ra $I(2; -1; 5)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; -2; 4)$ suy ra $AB = \sqrt{4^2 + (-2)^2 + 4^2} = 6$ nên bán kính mặt cầu là $R = \frac{AB}{2} = 3$.

Phương trình mặt cầu là $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 116. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0$.

B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - x - y - z = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 10 = 0$.

D. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y + 6z + 3 = 0$.

Lời giải.

Điều kiện để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là phương trình mặt cầu là $R = a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Dựa vào bốn đáp án ta có đáp án C là $a = 1, b = -2, c = 2, d = 10 \Rightarrow R = -1 < 0$. □

Câu 117. Trong không gian với hệ tọa độ cho điểm $A(-3; 1; 2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là:

A. $(3; -1; -2)$.

B. $(3; -1; 2)$.

C. $(-3; -1; 2)$.

D. $(3; 1; -2)$.

Lời giải.

Tọa độ điểm A' đối xứng với $A(-3; 1; 2)$ qua trục Oy là $(3; 1; -2)$ □

Câu 118. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; -2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho H là trọng tâm của $\triangle ABC$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

A. $\frac{81\pi}{2}$.

B. $\frac{243\pi}{2}$.

C. 81π .

D. 243π .

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ lần lượt thuộc các trục tọa độ Ox, Oy, Oz .

Khi đó ta có phương trình mặt phẳng (α) đi qua các điểm A, B, C là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

$$H \in (\alpha) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} - \frac{2}{c} = 1 \quad (1).$$

Ta có: $\overrightarrow{AH} = (1-a; 2; -2)$, $\overrightarrow{BC} = (0; -b; c)$, $\overrightarrow{BH} = (1; 2-b; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$.

Theo đề bài ta có H là trực tâm $\triangle ABC$, ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -2b - 2c = 0 \\ -a - 2c = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} a = -2c \\ b = -c. \end{cases} \end{aligned}$$

Thay vào (1) ta có $\frac{1}{-2c} + \frac{2}{-c} - \frac{2}{c} = 1 \Rightarrow -\frac{9}{2c} = 1 \Leftrightarrow c = -\frac{9}{2}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -2c = 9 \\ b = -c = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(9; 0; 0) \\ B\left(0; \frac{9}{2}; 0\right) \\ C\left(0; 0; -\frac{9}{2}\right). \end{cases}$$

Gọi $I(x_0; y_0; z_0)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp tứ giác $OABC$, ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} OI = IA \\ OI = IB \\ OI = IC \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = (x_0 - 9)^2 + y_0^2 + z_0^2 \\ x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = x_0^2 + \left(y_0 - \frac{9}{2}\right)^2 + z_0^2 \\ x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = x_0^2 + y_0^2 + \left(z_0 + \frac{9}{2}\right)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x_0^2 = (x_0 - 9)^2 \\ y_0^2 = \left(y_0 - \frac{9}{2}\right)^2 \\ z_0^2 = \left(z_0 + \frac{9}{2}\right)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x_0 = -x_0 + 9 \\ y_0 = -y_0 + \frac{9}{2} \\ z_0 = -z_0 - \frac{9}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x_0 = \frac{9}{2} \\ y_0 = \frac{9}{4} \\ z_0 = -\frac{9}{4}. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $I\left(\frac{9}{2}; \frac{9}{4}; \frac{9}{4}\right)$, $R = OI = \frac{9\sqrt{6}}{4}$.

Vậy $S_{(I)} = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{9\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \frac{243\pi}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 119. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y - 2z + 1 = 0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1; -2; 0)$.

B. $(2; 3; 3)$.

C. $(5; 6; 8)$.

D. $(0; 1; 3)$.

Lời giải.

$$\text{Ta } (\alpha): \begin{cases} d \subset (\alpha) \\ (\beta) \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(2; 3; 0) \in d \Rightarrow A \in (\alpha) \\ \vec{n}_\alpha \perp \vec{u}_d = (1; 1; 2) \\ \vec{n}_\alpha \perp \vec{n}_\beta = (1; 1; -2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(2; 3; 0) \in (\alpha) \\ \vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d; \vec{n}_\beta] = (-4; 4; 0). \end{cases}$$

Suy ra $(\alpha): x - y + 1 = 0$.

Khi đó giao tuyến thỏa hệ

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + y - 2z + 1 = 0. \end{cases}$$

Thay các phương án vào hệ, ta nhận phương án $(2; 3; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 120. Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(0; -2; 2)$ đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O . Giả sử (P) có phương trình $x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và (Q) có phương trình $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2 + c_1c_2$.

A. 7.

B. -9.

C. -7.

D. 9.

Lời giải.

Ta có Vì (P) có phương trình $x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$.

(P) đi qua hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(0; -2; 2)$.

$$\text{Nên ta có } \begin{cases} 1 + b_1 + c_1 + d_1 = 0 \\ -2b_1 + 2c_1 + d_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow 1 + 3b_1 - c_1 = 0. \quad (1)$$

Vì (P) cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại $A_1(-d_1; 0; 0), B_1\left(0; \frac{-d_1}{b_1}; 0\right)$.

Vì hai điểm cách đều O nên ta có $|d_1| = \frac{|d_1|}{|b_1|} \Rightarrow |b_1| = 1$.

Trường hợp 1: Với $b_1 = 1$

Thay vào (1) ta được $c_1 = 4$.

Vì (Q) có phương trình $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ và (Q) đi qua hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(0; -2; 2)$.

$$\text{Nên ta có } \begin{cases} 1 + b_2 + c_2 + d_2 = 0 \\ -2b_2 + 2c_2 + d_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow 1 + 3b_2 - c_2 = 0. \quad (2)$$

Vì (Q) cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại $A_2(-d_2; 0; 0), B_2\left(0; -\frac{d_2}{b_2}; 0\right)$.

Vì hai điểm cách đều O nên ta có $|d_2| = \frac{|d_2|}{|b_2|} \Rightarrow |b_2| = 1$.

Vì $b_1 \neq b_2$ nên ta có $b_2 = -1$, thay vào (2) ta được $c_2 = -2$.

Suy ra $b_1b_2 + c_1c_2 = -9$.

Trường hợp 2: Với $b_1 = -1$

Thay vào (1) ta được $c_1 = -2$.

Vì (Q) có phương trình $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ và (Q) đi qua hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(0; -2; 2)$.

$$\text{Nên ta có } \begin{cases} 1 + b_2 + c_2 + d_2 = 0 \\ -2b_2 + 2c_2 + d_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow 1 + 3b_2 - c_2 = 0. \quad (2)$$

Vì (Q) cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại $A_2(-d_2; 0; 0), B_2\left(0; -\frac{d_2}{b_2}; 0\right)$.

Vì hai điểm cách đều O nên ta có $|d_2| = \frac{|d_2|}{|b_2|} \Rightarrow |b_2| = 1$.

Vì $b_1 \neq b_2$ nên ta có $b_2 = 1$, thay vào (2) ta được $c_2 = 2$.

Suy ra $b_1b_2 + c_1c_2 = -9$.

Kết luận: $b_1b_2 + c_1c_2 = -9$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 121. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(0; 0; 3), B(-2; 0; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Hỏi có bao nhiêu điểm C trên mặt phẳng (α) sao cho tam giác ABC đều.

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. vô số.

Lời giải.

Ta có tam giác ABC đều nên C nằm trên mặt phẳng (β) trung trực của AB .

Mặt khác C cũng thuộc mặt phẳng (α) nên $C \in (\alpha) \cap (\beta)$.

Gọi I là trung điểm của AB , suy ra $I(-1; 0; 2)$.

$$\text{Ta có } CI = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = \sqrt{6} < d(I, (\alpha)) = \frac{|-2 + 4 + 8|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = \frac{10}{3}.$$

Suy ra không có điểm C nào thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 122. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(8; 5; -11), B(5; 3; -4), C(1; 2; -6)$ và mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y - 4)^2 + (z + 1)^2 = 9$. Gọi điểm $M(a; b; c)$ là điểm trên (S) sao cho $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Hãy tìm $a + b$.

A. 9.

B. 4.

C. 2.

D. 6.

Lời giải.

$$\text{Gọi } I(a; b; c) \text{ thỏa mãn } \overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}. \quad (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 8 - a - 5 + a - 1 + a = 0 \\ 5 - b - 3 + b - 2 + b = 0 \\ -11 - c + 4 + c + 6 + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow I(-2; 0; 1).$$

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IC}| = |\overrightarrow{MI}| = MI.$$

Vậy $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI đạt giá trị nhỏ nhất.

Ta có (S) có tâm $J(2; 4; -1)$, $R = 3$ và $M \in (S) \Rightarrow MI_{\min} = IJ - R = \sqrt{16 + 16 + 4} - 3 = 3$.

Suy ra $MI = MJ \Rightarrow M$ là trung điểm của $IJ \Rightarrow M(0; 2; 0) \Rightarrow a + b = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 123 (2H3B3-2). Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -3; 1)$ là

$$\text{A. } \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

Lời giải.

Phương pháp: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có véc-tơ chỉ

phương $\vec{u} = (a; b; c)$ là
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct. \end{cases}$$

Cách giải: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương

$\vec{u} = (2; -3; 1)$ là
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 124. Trong không gian cho $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (4; 5; 6)$ Tọa độ $\vec{a} + \vec{b}$ là

A. $(3; 3; 3)$. B. $(2; 5; 9)$. C. $(5; 7; 9)$. D. $(4; 10; 18)$.

Lời giải.

Phương pháp:
$$\begin{cases} \vec{u} = (x_1; y_1; z_1) \\ \vec{v} = (x_2; y_2; z_2) \end{cases} \Rightarrow \vec{u} + \vec{v} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2).$$

Cách giải: Tọa độ $\vec{a} + \vec{b}$ là $(5; 7; 9)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 125. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 4 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (1; 1; -2)$. B. $\vec{n} = (1; 0; -2)$. C. $\vec{n} = (1; -2; 4)$. D. $\vec{n} = (1; -1; 2)$.

Lời giải.

Phương pháp: Mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ là 1 véc-tơ pháp tuyến.

Cách giải: Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 1; -2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 126. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 1)$, $B(0; -1; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 8$. B. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 2$.
C. $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 8$. D. $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 2$.

Lời giải.

Phương pháp: Phương trình mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$, bán kính R là $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

Cách giải: Tâm mặt cầu là trung điểm của AB , có tọa độ là $I(-1; 0; 1)$.

Bán kính mặt cầu: $R = IA = \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB : $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 127. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 9 = 0$, $(Q): x - y - 6 = 0$.

Góc giữa hai mặt phẳng (P) , (Q) bằng

A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Lời giải.

Phương pháp: $\vec{n}_1, \vec{n}_2$ lần lượt là 2 véc-tơ pháp tuyến của $(P), (Q)$, khi đó $\cos((P); (Q)) = \frac{|\vec{n}_1, \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|}$.

Cách giải: $(P): 2x - y - 2z - 9 = 0$ có 1 véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; -1; -2)$.

$(Q): x - y - 6 = 0$ có 1 véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1; -1; 0)$.

$$\cos((P); (Q)) = \frac{|\vec{n}_1, \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{|2 \cdot 1 + (-1)(-1) + 0|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 0}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow ((P); (Q)) = 45^\circ.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 128. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}, d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ vuông góc với d_1 và cắt đường thẳng d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{4}$.

Lời giải.

Phương pháp:

- Gọi $B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow$ Tham số hóa tọa độ điểm B .
- Đường thẳng $\Delta \perp d_1 \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \Rightarrow$ Tọa độ điểm B .
- Viết phương trình Δ .

Cách giải: $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ có PTTS là $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$

Gọi giao điểm của Δ và d_2 là $B(1-t; 1+2t; -1-t) \Rightarrow \vec{AB} = (-t; 2t-1; -t-4)$.

Đường thẳng $\Delta \perp d_1 \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0$.

$$\Rightarrow -t \cdot 3 + (2t-1) \cdot 2 + (-t-4)(-1) = 0 \Leftrightarrow 2t+2=0 \Leftrightarrow t=-1.$$

$\Rightarrow \vec{AB} = (1; -3; -3)$ là 1 véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Phương trình $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 129. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Biết $AB = BC = a, AD = 2a, SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}, SA \perp (ABCD)$. M, N theo thứ tự là trung điểm của SB, SA . Khoảng cách từ N đến mặt phẳng (MCD) bằng

A. $\frac{a}{3}$.

B. $\frac{a}{4}$.

C. $\frac{4a}{3}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải.

Phương pháp: Gắn hệ trục tọa độ.

Cách giải: Gắn hệ trục tọa độ.

$$A \equiv O(0; 0; 0), B(1; 0; 0), C(1; 1; 0), D(0; 2; 0), S\left(0; 0; \frac{3\sqrt{2}}{2}\right).$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; 0; \frac{3\sqrt{2}}{4}\right), N\left(0; 0; \frac{3\sqrt{2}}{4}\right).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MC} = \left(\frac{1}{2}; 1; -\frac{3\sqrt{2}}{4}\right), \text{ lấy } \vec{a} = 4\overrightarrow{MC} = (2; 4; -3\sqrt{2}).$$

$$\overrightarrow{CD} = (-1; -1; 0), \text{ lấy } \vec{b} = (-1; -1; 0).$$

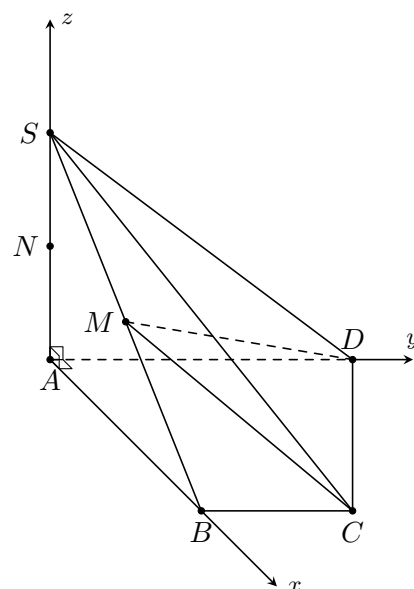
$$\text{Mặt phẳng } (MCD) \text{ có 1 véc-tơ pháp tuyến } \vec{n} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \cdot [\vec{a}, \vec{b}] =$$

$$(1; 1; \sqrt{2}), \text{ đi qua } C(-1; -1; 0) \text{ có phương trình là}$$

$$1(x-1) + 1(y-1) + \sqrt{2}(z-0) = 0 \Leftrightarrow x + y + \sqrt{2}z - 2 = 0.$$

$$\Rightarrow d(N; (MNC)) = \frac{|0 + 0 + \sqrt{2} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4} - 2|}{\sqrt{1+1+2}} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}.$$

Vậy, khoảng cách từ N đến mặt phẳng (MCD) bằng $\frac{1}{4}a$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 130. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(3; -4; -2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -6t \\ z = -1 - 8t \end{cases}$.

Điểm $I(a; b; c)$ thuộc d là điểm thỏa mãn $IA + IB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T = a + b + c$ bằng

A. $\frac{23}{58}$.

B. $-\frac{43}{58}$.

C. $\frac{65}{29}$.

D. $-\frac{21}{58}$.

Lời giải.

Cách giải:

$$d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -6t \\ z = -1 - 8t \end{cases} \text{ có một véc-tơ chỉ phương } \vec{u} = (4; -6; -8).$$

$$A = (1; -1; 2), B = (3; -4; -2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2; -3; -4).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (2; -3; -4) \text{ cùng phương với } \vec{u} = (4; -6; -8).$$

$$\text{Mà } A(1; -1; 2) \notin d \Rightarrow \overrightarrow{AB} \parallel d \Rightarrow A, B, d \text{ đồng phẳng.}$$

Xét mặt phẳng chứa AB và d . Gọi A' là điểm đối xứng của A qua d ,

(α) là mặt phẳng qua A , vuông góc với d .

Khi đó, giao điểm H của d với (α) là trung điểm của AA' .

(α) có 1 véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -3; -4)$ đi qua $A(1; -1; 2)$ có phương trình:

$$2(x-1) - 3(y+1) - 4(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - 4z + 3 = 0.$$

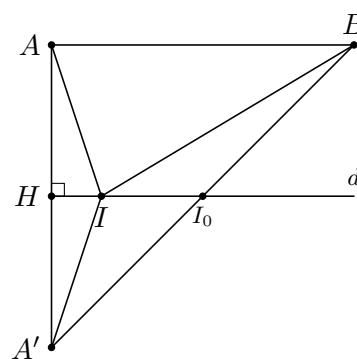
$$H \in d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -6t \\ z = -1 - 8t \end{cases} \Rightarrow \text{giả sử } H(2 + 4t; -6t; -1 - 8t).$$

$$H \in (\alpha) \Rightarrow 2(2 + 4t) - 3(-6t) - 4(-1 - 8t) + 3 = 0 \Leftrightarrow 58t + 11 = 0.$$

$$\Leftrightarrow t = -\frac{11}{58} \Rightarrow H\left(\frac{36}{29}; \frac{33}{29}; \frac{15}{29}\right).$$

Ta có $IA + IB = IA' + IB' \geq A'B \Rightarrow \min(IA + IB) = A'B$ khi và chỉ khi I trùng với I_0 là giao điểm của $A'B$ và d .

HI_0 là đường trung bình của tam giác $A'AB$



$$\Rightarrow \overrightarrow{HI_0} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{I_0} - \frac{36}{29} = \frac{1}{2} \cdot 2 \\ y_{I_0} - \frac{33}{29} = \frac{1}{2} \cdot (-3) \\ z_{I_0} - \frac{15}{29} = \frac{1}{2} \cdot (-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{I_0} = \frac{65}{29} \\ y_{I_0} = -\frac{21}{58} \\ z_{I_0} = -\frac{43}{29} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I_0 \left(\frac{65}{29}; -\frac{21}{58}; -\frac{43}{29} \right).$$

Vậy để $IA + IB$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $I \left(\frac{65}{29}; -\frac{21}{58}; -\frac{43}{29} \right) \Rightarrow a + b + c = \frac{65}{29} - \frac{21}{58} - \frac{43}{29} = -\frac{21}{58}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 131 (2H3K1-4). Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 0; 3)$, $C(0; -3; 0)$. Điểm $M(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng Oxy sao cho $MA^2 + MB^2 - MC^2$ nhỏ nhất. Tính $a^2 + b^2 - c^2$.

A. 18.

B. 0.

C. 9.

D. -9.

Lời giải.

Trước hết ta xác định điểm I thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x_I = 0 - 0 \\ 0 - y_I = -3 - 0 \\ 0 - z_I = 0 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = -3 \\ y_I = 3 \\ z_I = 3 \end{cases} \Rightarrow I(-3; 3; 3).$$

Khi đó

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 - MC^2 &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 - \overrightarrow{MC}^2 \\ &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}) + IA^2 + IB^2 - IC^2 \\ &= MI^2 + IA^2 + IB^2 - IC^2. \end{aligned}$$

Vì $IA^2 + IB^2 - IC^2$ không đổi nên $MA^2 + MB^2 - MC^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất.

Từ đó suy ra M là hình chiếu của I lên $(Oxy) \Rightarrow M(-3; 3; 0)$.

Vậy $a^2 + b^2 - c^2 = (-3)^2 + 3^2 - 0 = 18$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 132 (2H3K1-1). Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, biết rằng tập hợp tất cả các điểm $M(x; y; z)$ sao cho $|x| + |y| + |z| = 3$ là một hình đa diện. Tính thể tích V của khối đa diện đó.

A. 72.

B. 36.

C. 27.

D. 54.

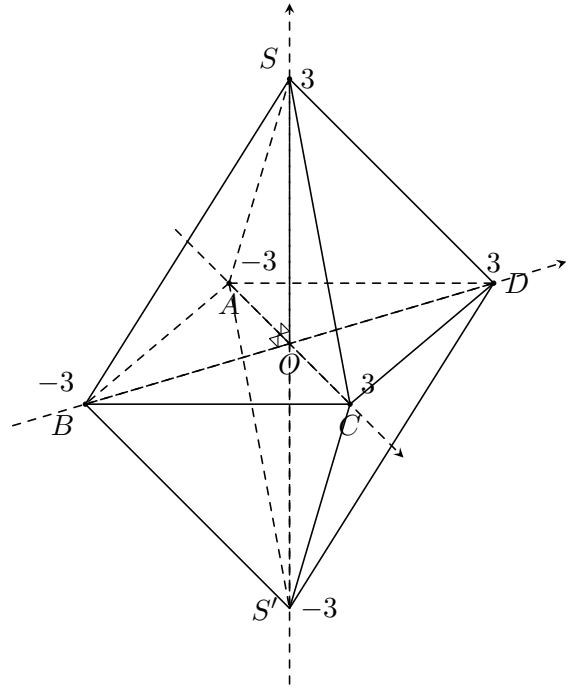
Lời giải.

Tập hợp tất cả các điểm $M(x, y, z)$ sao cho $|x| + |y| + |z| = 3$ là hình bát diện đều $SABCD S'$ (như hình vẽ).

Thể tích V của khối đa diện đó: $V = 2V_{S.ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD}$.

$ABCD$ là hình vuông cạnh $BC = OB\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

$$\Rightarrow S_{ABCD} = (3\sqrt{2})^2 = 18 \Rightarrow V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 18 = 36.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 133 (2H3B1-1). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm M trên trục Ox cách đều hai điểm $A(1; 2; -1)$ và điểm $B(2; 1; 2)$

- A. $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. B. $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$. C. $M\left(\frac{2}{3}; 0; 0\right)$. D. $M\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$.

Lời giải.

Ta có $M \in Ox \Rightarrow M(m; 0; 0)$.

Theo bài ta có:

$$\begin{aligned} MA = MB &\Leftrightarrow MA^2 = MB^2 \\ &\Leftrightarrow (m-1)^2 + 2^2 + 1^2 = (m-2)^2 + 1^2 + 2^2 \\ &\Leftrightarrow (m-1)^2 = (m-2)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 = m-2 \\ m-1 = 2-m \end{cases} \\ &\Leftrightarrow m = \frac{3}{2} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 134 (2H3B1-1). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(-2; 3; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(6; 5; 0)$. Tọa độ đỉnh D là

- A. $D(1; 8; -2)$. B. $D(11; 2; 2)$. C. $D(1; 8; 2)$. D. $D(11; 2; -2)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - x_D = 3 + 2 \\ 5 - y_D = 0 - 3 \\ -z_D = -1 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = 8 \\ z_D = 2 \end{cases} \Rightarrow D(1; 8; 2).$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 135 (2H3Y1-1). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vec-tơ $\vec{a}$ là

- A. $(2; -1; -3)$. B. $(-3; 2; -1)$. C. $(-1; 2; -3)$. D. $2; -3; -1$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = -1 \cdot \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow$ Toạ độ của vec-tơ $\vec{a} = (-1; 2; -3)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 136 (2H3Y1-3). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 1 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) là

- A. $I(2; -1; 3)$. B. $I(-2; 1; 3)$. C. $I(2; -1; -3)$. D. $I(2; 1; -3)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; -3)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 137. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$, đồng thời vuông góc với giá của vectơ $\vec{a}(1; 1; 2)$ có phương trình là

- A. $3x - y + 4z - 12 = 0$. B. $3x - y + 4z + 12 = 0$.
C. $x - y + 2z - 12 = 0$. D. $x - y + 2z + 12 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận vectơ $\vec{a}(1; 1; 2)$ làm vectơ pháp tuyến và đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ nên có phương trình là

$$1(x - 3) - 1(y + 1) + 2(z - 4) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 12 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 138. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$, $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Côsin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A. $\frac{3}{13}$. B. $-\frac{3}{13}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3 \cdot 5 + 4 \cdot 0 + 0 \cdot 12}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2} \cdot \sqrt{5^2 + 0^2 + 12^2}} = \frac{-3}{13}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 139. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$, đồng thời vuông góc với giá của vectơ $\vec{a}(1; -1; 2)$ có phương trình là

- A. $x - y + 2z + 12 = 0$. B. $x - y + 2z - 12 = 0$.
C. $3x - y + 4z - 12 = 0$. D. $3x - y + 4z + 12 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận vectơ $\vec{a}(1; -1; 2)$ làm vectơ pháp tuyến và đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ nên có phương trình là:

$$1(x - 3) - 1(y + 1) + 2(z - 4) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 12 = 0$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 140. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P) : x - 3y + 2z - 1 = 0$, $(Q) : x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là:

- A. $x + y + z - 3 = 0$. B. $x + y + z + 3 = 0$. C. $-2x + z + 6 = 0$. D. $-2x + z - 6 = 0$.

Lời giải.

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (1; -3; 2)$, (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_q = (1; 0; -1)$.

Vì mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q)

nên (α) có một vectơ pháp tuyến là $[\vec{n}_p; \vec{n}_q] = (3; 3; 3) = 3(1; 1; 1)$.

Vì mặt phẳng (α) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 nên (α) đi qua điểm $M(3; 0; 0)$.

Vậy (α) đi qua điểm $M(3; 0; 0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1; 1; 1)$

nên (α) có phương trình $x + y + z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 141. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1; 3; 1)$ và $B(0; 2; -1)$. Gọi $C(m; n; p)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của tổng $m + n + p$ bằng

A. -1.

B. 2.

C. 3.

D. -5.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Vì C thuộc d nên tọa độ của C có dạng $C(-1 + 2t; t; 2 - t)$.

Ta có $\vec{AB}(1; -1; -2)$ và $\vec{AC}(2t; t - 3; 1 - t)$.

Suy ra $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (3t - 7; -3t - 1; 3t - 3)$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{(3t - 7)^2 + (-3t - 1)^2 + (3t - 3)^2}$.

Theo bài ra ta có $S_{\Delta ABC} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sqrt{27t^2 - 54t + 59} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow 27t^2 - 54t + 59 = 32 \Leftrightarrow (t - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Với $t = 1$ thì $C(1; 1; 1)$ nên $m = 1; n = 1; p = 1$. Vậy giá trị của tổng $m + n + p = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 142. Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(h; k; 1)$. Giá trị $h - k$ bằng

A. 0.

B. 4.

C. 6.

D. -2.

Lời giải.

Ta có $H \in \Delta_1 \Leftrightarrow H(3 + 2t; t; 1 + t)$; $K \in \Delta_2 \Leftrightarrow K(1 + m; 2 + 2m; m)$.

Suy ra $\vec{HK} = (m - 2t - 2; 2m - t + 2; m - t - 1)$.

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u}_d = (1; 1; -2)$.

$\Delta \perp d \Leftrightarrow \vec{u}_d \cdot \vec{HK} = 0 \Leftrightarrow m - t + 2 = 0 \Leftrightarrow m = t - 2 \Rightarrow \vec{HK} = (-t - 4; t - 2; -3)$.

Ta có $HK^2 = (-t - 4)^2 + (t - 2)^2 + (-3)^2 = 2(t + 1)^2 + 27 \geq 27, \forall t \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow \min HK = \sqrt{27}$, đạt được khi $t = -1$.

Khi đó ta có $\vec{HK} = (-3; -3; -3)$, suy ra $\vec{u}(1; 1; 1) \Rightarrow h = k = 1 \Rightarrow h - k = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 143. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(1; -1; 0)$ và hai điểm $A(-4; 7; 3)$, $B(4; 4; 5)$. Giả sử M, N là hai điểm thay đổi trong mặt phẳng (Oxy) sao cho $\vec{MN}$ cùng hướng với $\vec{a}$ và $MN = 5\sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $\sqrt{17}$.

B. $\sqrt{77}$.

C. $7\sqrt{2} - 3$.

D. $\sqrt{82} - 5$.

Lời giải.

Vì $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nên $\exists t > 0 : \overrightarrow{MN} = t\vec{a}$.

Hơn nữa, $MN = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow t \cdot |\vec{a}| = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow t = 5$. Suy ra $\overrightarrow{MN} = (5; -5; 0)$.

Gọi $A'(x'; y'; z')$ là điểm sao cho $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x' + 4 = 4 \\ y' - 7 = -5 \\ z' - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 1 \\ y' = 2 \\ z' = 3 \end{cases} \Rightarrow A'(1; 2; 3)$.

Dễ thấy các điểm A', B đều nằm cùng phía so với mặt phẳng (Oxy) vì chúng đều có cao độ dương. Hơn nữa vì cao độ của chúng khác nhau nên đường thẳng $A'B$ luôn cắt mặt phẳng (Oxy) tại một điểm cố định.

Từ $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{MN}$ suy ra $AM = A'N$ nên $|AM - BN| = |A'N - BN| \leq A'B$. Dấu bằng xảy ra khi N là giao điểm của đường thẳng $A'B$ với mặt phẳng (Oxy) .

Do đó $\max |AM - BN| = A'B = \sqrt{(4-1)^2 + (4-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{17}$, đạt được khi $N = A'B \cap (Oxy)$.

Chọn đáp án **A** ⓐ

□

Câu 144. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha) : x + 2z + 3 = 0$. Một vec-tơ chỉ phương của Δ là

- A. $\vec{b} = (2; -1; 0)$. B. $\vec{v} = (1; 2; 3)$. C. $\vec{a} = (1; 0; 2)$. D. $\vec{u} = (2; 0; -1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có một vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 0; 2)$.

Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α) nên có vec-tơ chỉ phương là $\vec{a} = \vec{n} = (1; 0; 2)$.

Chọn đáp án **C** ⓐ

□

Câu 145. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau song song với trục Oz ?

- A. $\alpha : z = 0$. B. $(P) : x + y = 0$.
C. $(Q) : x + 11y + 1 = 0$. D. $(\beta) : z = 1$.

Lời giải.

Ta có: trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Gọi $\vec{n}_{(\alpha)} = (0; 0; 1)$, $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; 0)$, $\vec{n}_{(Q)} = (1; 11; 1)$, $\vec{n}_{(\beta)} = (0; 0; 1)$ là các vectơ pháp tuyến của các mặt phẳng $(\alpha), (P), (Q), (\beta)$.

Nhận thấy $\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{k} = 1 \neq 0$ và $\vec{n}_{(\beta)} \cdot \vec{k} = 1 \neq 0$ nên loại A và D.

Nhận thấy $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{k} = 0$ và $O \in Oz \cap (P) \Rightarrow Oz \subset (P)$ nên ta loại B.

Chọn đáp án **C** ⓐ

□

Câu 146. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha) : x - y + 2z = 0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 150° . D. 120° .

Lời giải.

Δ có vec-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; -1)$.

(α) có vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 2)$.

$$\sin(\widehat{\Delta, (\alpha)}) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + (-1) \cdot 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{1}{2}.$$

Vậy $\widehat{\Delta, (\alpha)} = 30^\circ$.

Chọn đáp án **A** ⓐ

□

Câu 147. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1; 2; -3)$ và tiếp xúc với trục Oy có bán kính bằng

A. $\sqrt{10}$.

B. 2.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{13}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của tâm $I(1; 2; -3)$ trên trục $Oy \Rightarrow H(0; 2; 0) \Rightarrow IH = \sqrt{10}$.

Gọi R là bán kính mặt cầu có tâm $I(1; 2; -3)$ và tiếp xúc với trục $Oy \Rightarrow R = IH = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 148. Cho hình nón đỉnh S có đường sinh bằng 2, đường cao bằng 1. Tìm đường kính của mặt cầu chứa điểm S và chứa đường tròn đáy hình nón đã cho.

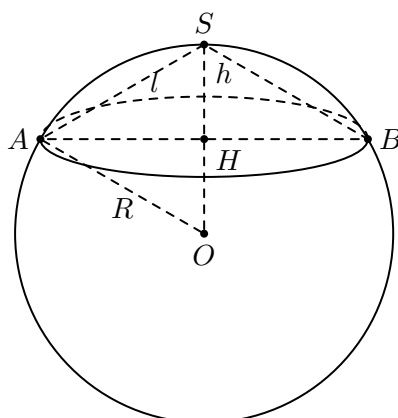
A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.



Cách 1: Gọi O, R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu.

Đường tròn đáy của hình nón có tâm H bán kính r .

Do H là hình chiếu của S và O trên mặt đáy của hình nón nên S, H, O thẳng hàng.

Hình nón có độ dài đường sinh $l = 2$, đường cao $h = 1$. Suy ra $r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{3}$.

Góc ở đỉnh của hình nón là $\widehat{ASB} = 2\widehat{ASH} = 120^\circ$ nên suy ra $H \in SO$ (như hình vẽ).

Trong tam giác OAH vuông tại H ta có:

$$OA^2 = OH^2 + HA^2 \Leftrightarrow R^2 = (R - h)^2 + r^2 \Leftrightarrow R = \frac{h^2 + r^2}{2h} = 2.$$

Vậy đường kính mặt cầu chứa điểm S và đường tròn đáy hình nón bằng 4.

Cách 2:

Gọi lần O, R lượt là tâm và bán kính của mặt cầu.

Đường tròn đáy của hình nón có tâm H bán kính r .

Do H là hình chiếu của S và O trên mặt đáy của hình nón nên S, H, O thẳng hàng.

Hình nón có độ dài đường sinh $l = 2$, đường cao $h = 1$. Suy ra $r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{3}$.

Góc ở đỉnh của hình nón là $\widehat{ASB} = 2\widehat{ASH} = 120^\circ$ nên suy ra $H \in SO$ (như hình vẽ).

Trong tam giác SAH vuông tại H ta có $\cos \widehat{ASH} = \frac{SH}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{ASH} = 60^\circ$.

Xét tam giác SOA có $OS = OA = R$ và $\widehat{OSA} = 60^\circ$.

Suy ra tam giác SOA đều. Do đó $R = OA = SA = 2$.

Vậy đường kính mặt cầu chứa điểm S và đường tròn đáy hình nón bằng 4.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 149. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 4; 6)$. Phương trình nào sau đây **không** phải là của đường thẳng Δ ?

$$\text{A. } \begin{cases} x = -5 - 2t \\ y = -10 - 4t \\ z = -15 - 6t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 2t \\ z = 6 + 3t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + 6t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 6 + 4t \\ z = 12 + 6t \end{cases}.$$

Lời giải.

Thay tọa độ điểm $M(1; 2; 3)$ vào các phương trình, dễ thấy M không thỏa mãn phương trình

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 6 + 4t \\ z = 12 + 6t \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 150. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0; 0; 1)$, $B(-3; 2; 0)$, $C(2; -2; 3)$. Đường cao kẻ từ B của tam giác ABC đi qua điểm nào trong các điểm sau?

$$\text{A. } P(-1; 2; -2). \quad \text{B. } M(-1; 3; 4). \quad \text{C. } N(0; 3; -2). \quad \text{D. } Q(-5; 3; 3).$$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 2; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -2; 2)$, $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 4; 2)$.

Một vectơ chỉ phương của đường cao kẻ từ B của tam giác ABC là $\vec{u} = \frac{1}{12} [\vec{n}, \overrightarrow{AC}] = (1; 0; -1)$.

Phương trình đường cao kẻ từ B là:
$$\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 \\ z = -t \end{cases}.$$

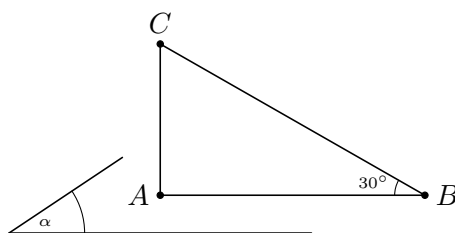
Ta thấy điểm $P(-1; 2; -2)$ thuộc đường thẳng trên.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 151. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $BC = 3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\frac{x-4}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x + z - 3 = 0$. Biết rằng đỉnh C có cao độ âm. Tìm hoành độ của đỉnh A .

$$\text{A. } \frac{3}{2}. \quad \text{B. } 3. \quad \text{C. } \frac{9}{2}. \quad \text{D. } \frac{5}{2}.$$

Lời giải.



Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-4}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+7}{-4} \\ x + z - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(2; 3; 1).$$

Do $C \in BC$ nên $C(4+c; 5+c; -7-4c)$. Theo giả thiết $BC = 3\sqrt{2}$ nên

$$18(2+c)^2 = 18 \Leftrightarrow \begin{cases} c = -1 \Rightarrow C(3; 4; -3) \\ c = -3 \Rightarrow C(1; 2; 5) \end{cases}.$$

Mặt khác đỉnh C có cao độ âm nên $C(3; 4; -3)$.

Gọi $A(x; y; 3 - x) \in (\alpha)$. Do $\widehat{ABC} = 30^\circ$ nên

$$\begin{aligned} \begin{cases} AB = \frac{3\sqrt{6}}{2} \\ AC = \frac{3\sqrt{2}}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + (y-3)^2 + (2-x)^2 = \frac{27}{2} \\ (x-3)^2 + (y-4)^2 + (6-x)^2 = \frac{9}{2} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 8x + y^2 - 6y + \frac{7}{2} = 0 \\ 2x^2 - 18x + y^2 - 8y + \frac{113}{2} = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 2y - 53 = 0 \\ 2x^2 - 8x + y^2 - 6y + \frac{7}{2} = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Từ (1) suy ra $y = \frac{53 - 10x}{2}$. Thay vào (2) ta có

$$\begin{aligned} &2x^2 - 8x + \left(\frac{53 - 10x}{2}\right)^2 - 6 \cdot \frac{53 - 10x}{2} + \frac{7}{2} = 0 \\ \Leftrightarrow &108x^2 - 972x + 2187 = 0 \Leftrightarrow (2x - 9)^2 = 0 \\ \Leftrightarrow &x = \frac{9}{2}. \end{aligned}$$

Vậy $A\left(\frac{9}{2}; 4; -\frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án  □

Câu 152. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x - 2)^2 + (y - 4)^2 + (z - 6)^2 = 24$ và điểm $A(-2; 0; -2)$. Từ A kẻ các tiếp tuyến đến (S) với các tiếp điểm thuộc đường tròn (ω) . từ điểm M di động nằm ngoài (S) và nằm trong mặt phẳng chứa (ω) , kẻ các tiếp tuyến đến (S) với các tiếp điểm thuộc đường tròn (ω') . Biết rằng khi (ω) và (ω') có cùng bán kính thì M luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó.

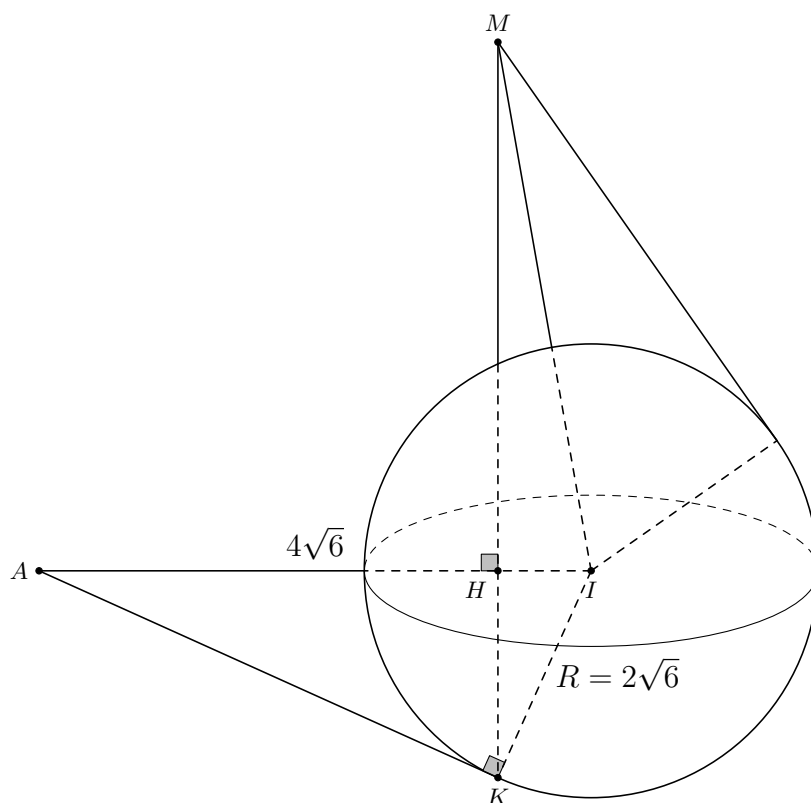
A. $r = 6\sqrt{2}$.

B. $r = 3\sqrt{10}$.

C. $r = 3\sqrt{5}$.

D. $r = 3\sqrt{2}$.

Lời giải.



Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn (ω) .

Mặt cầu (S) có tâm $(2; 4; 6)$ và bán kính $R = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$. Ta có

$$IA = \sqrt{4^2 + 4^2 + 8^2} = 4\sqrt{6}.$$

Do hai đường tròn (ω) và (ω') có cùng bán kính nên $IM = IA = 4\sqrt{6}$.

Tam giác IAK vuông tại K nên

$$IK^2 = IH \cdot IA \Rightarrow IH = \frac{IK^2}{IA} = \frac{24}{4\sqrt{6}} = \sqrt{6}.$$

Do H là tâm đường tròn (ω) nên điểm H cố định.

Tam giác IHM vuông tại H nên

$$MH = \sqrt{IM^2 - IH^2} = \sqrt{(4\sqrt{6})^2 - (\sqrt{6})^2} = 3\sqrt{10}.$$

Do H cố định thuộc mặt phẳng (P) , M di động trên mặt phẳng (P) và $MH = 3\sqrt{10}$ không đổi. Suy ra điểm M thuộc đường tròn có tâm là H và có bán kính $r = HM = 3\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 153. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 2017 = 0$, véc tơ nào trong các véc tơ được cho dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (4; -4; 2)$. B. $\vec{n} = (1; -1; 4)$. C. $\vec{n} = (1; -2; 2)$. D. $\vec{n} = (-2; 2; 1)$.

Lời giải.

Ta có phương trình mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 2017 = 0$ nên một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)} = (2; -2; 1)$.

Mặt khác $\vec{n} = (4; -4; 2)$ cùng phương với $\vec{n}_{(P)}$.

Do đó véc tơ $\vec{n} = (4; -4; 2)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 154. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 4 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến (P) .

A. $d = 3$.

B. $d = 4$.

C. $d = 1$.

D. $d = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Khoảng cách d từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến (P) là $d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + 1 + 4|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 155. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $R = 1$.

B. $R = 7$.

C. $R = \sqrt{151}$.

D. $R = \sqrt{99}$.

Lời giải.

Ta có $a = 4, b = -5, c = 3, d = 49$. Do đó $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 156. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và ba điểm $A(3; 1; 1)$, $B(7; 3; 9)$ và $C(2; 2; 2)$. Điểm $M(a; b; c)$ trên (P) sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $2a - 10b + c$.

A. $\frac{62}{9}$.

B. $\frac{27}{9}$.

C. $\frac{46}{9}$.

D. $\frac{43}{9}$.

Lời giải.

— Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{IA} = (3 - x; 1 - y; 1 - z) \\ \overrightarrow{IB} = (7 - x; 3 - y; 9 - z) \\ \overrightarrow{IC} = (2 - x; 2 - y; 2 - z). \end{cases}$$

$$\text{— } \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 23 - 6x = 0 \\ 13 - 6y = 0 \\ 25 - 6z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{23}{6} \\ y = \frac{13}{6} \\ z = \frac{25}{6} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{23}{6}; \frac{13}{6}; \frac{25}{6}\right).$$

Ta có $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = |6\overrightarrow{MI} + (\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC})| = |6\overrightarrow{MI}| = 6MI$.

Khi đó $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng P .

— Đường thẳng MI đi qua I và vuông góc (P) .

Ta có MI đi qua $I\left(\frac{23}{6}; \frac{13}{6}; \frac{25}{6}\right)$ và nhận $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương.

$$\text{Suy ra phương trình } (MI): \begin{cases} x = \frac{23}{6} + t \\ y = \frac{13}{6} + t \\ z = \frac{25}{6} + t. \end{cases}$$

$$\text{Ta có } M \in (MI) \Leftrightarrow M\left(\frac{23}{6} + t; \frac{13}{6} + t; \frac{25}{6} + t\right).$$

Mặt khác

$$\begin{aligned} M \in (P) &\Leftrightarrow \frac{23}{6} + t + \frac{13}{6} + t + \frac{25}{6} + t - 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow t = \frac{-43}{18} \\ &\Leftrightarrow M\left(\frac{13}{9}; \frac{-2}{9}; \frac{16}{9}\right). \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} a = \frac{13}{9} \\ b = \frac{-2}{9} \\ c = \frac{16}{9} \end{cases} \Rightarrow 2a - 10b + c = \frac{62}{9}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 157. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2 = 0$ và hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(1; 0; 1)$. Điểm $C(a; b; -2) \in (P)$ sao cho tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất. Tính $a + b$.

A. 0.

B. -3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

$$C(a; b; -2) \in (P) \Rightarrow a - b + 2 = 0 \Rightarrow b = a + 2 \Rightarrow C(a; a + 2; -2).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (0; -2; -2), \overrightarrow{AC} = (a - 1; a; -5) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (10 + 2a; -2a + 2; 2a - 2).$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = \frac{\sqrt{(2a + 10)^2 + 2(2a - 2)^2}}{2} = \sqrt{3(a + 1)^2 + 24} \geq 2\sqrt{6}, \forall a.$$

Do đó min $S_{\triangle ABC} = 2\sqrt{6}$ khi $a = -1$. Khi đó ta có $C(-1; 1; -2) \Rightarrow a + b = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 158. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -1)$ và $B(0; -1; 1)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(1; 1; 0)$.

B. $(2; 2; 0)$.

C. $(-2; -4; 2)$.

D. $(-1; -2; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm của } AB \Rightarrow M = \left(\frac{2+0}{2}; \frac{3-1}{2}; \frac{-1+1}{2}\right) = (1; 1; 0).$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 159. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2y - 3z + 1 = 0$?

A. $\vec{u}_1 = (2; 0; -3)$.

B. $\vec{u}_2 = (0; 2; -3)$.

C. $\vec{u}_3 = (2; -3; 1)$.

D. $\vec{u}_4 = (2; -3; 0)$.

Lời giải.

$$(P): 2y - 3z + 1 = 0 \Rightarrow \text{véc-tơ pháp tuyến của } (P) \text{ là } \vec{n} = (0; 2; -3).$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 160. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$?

A. $Q(-2; 1; -3)$.

B. $P(2; -1; 3)$.

C. $M(-1; 1; 2)$.

D. $N(1; -1; 2)$.

Lời giải.

Dựa vào phương trình đường thẳng ta thấy đường thẳng đã cho đi qua điểm $N(1; -1; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 161. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(3; 3; 0)$. Mặt phẳng trung trực của đường thẳng AB có phương trình là

A. $x + y - z - 2 = 0$. B. $x + y - z + 2 = 0$. C. $x + 2y - z - 3 = 0$. D. $x + 2y - z + 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có: $A(1; -1; 2); B(3; 3; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2; 4; -2)$.

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khi đó $M(2; 1; 1)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là mặt phẳng đi qua điểm M và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là:

$$\begin{aligned} 2(x - 2) + 4(y - 1) - 2(z - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x - 4 + 4y - 4 - 2z + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x + 2y - z - 3 &= 0 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 162. Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A(1; 0; 2)$ cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $A(2; -1; 1)$. B. $Q(0; -1; 1)$. C. $N(0; -1; 2)$. D. $M(-1; -1; 1)$.

Lời giải.

Ta có: d_1 đi qua $M(1; 0; 5)$ và có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{u}_1 = (1; 1; -2)$ nên $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$

$\Rightarrow M_0(1 + t; t; 5 - 2t) \in (d_1)$.

Đường thẳng $d \perp d_1 \Rightarrow \vec{u}_2 \perp \vec{u}_1$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với d_1 là: $x - 1 + y - 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2z + 3 = 0$.

Gọi $M_0(1 + t; t; 5 - 2t)$ là giao điểm của đường thẳng d_1 và mặt phẳng (α) .

$\Rightarrow 1 + t + t - 2(5 - 2t) + 3 = 0 \Leftrightarrow 6t = 6 \Leftrightarrow t = 1$.

$\Rightarrow M_0(2; 1; 3)$.

$\Rightarrow d$ là đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 0; 2)$ và $M_0(2; 1; 3)$.

$\Rightarrow \vec{u}_2 = \overrightarrow{AM} = (1; 1; 1) \Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Thử các đáp án, chỉ có điểm $Q(0; -1; 1)$ thuộc đường thẳng d khi $t = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 163. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 2; 1), B(2; -1; 4), C(1; 1; 4)$. Đường thẳng nào dưới đây vuông góc với mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$. D. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$.

Lời giải.

Phương pháp:

$(d) \perp (P) \Leftrightarrow \vec{u}_d$ cùng phương với $\vec{n}_P$.

Cách giải:

Ta có $\begin{cases} \vec{AB} = (3; -3; 3) \\ \vec{AC} = (2; -1; 3) \end{cases} // \vec{a} = (1; -1; 1) \Rightarrow \vec{n}_{(ABC)} = [\vec{a}; \vec{AC}] = (-2; -1; 1)$ là 1 VTPT của mặt phẳng (ABC).

Do đó đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) có VTPT cùng phương với vectơ $(-2; -1; 1)$. Dựa vào các đáp án ta thấy ở đáp án D đường thẳng $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$ có 1 VTPT là $(-2; 1; 1)$ cùng phương với $(-2; -1; 1)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 164. Trong không gian $Oxyz$, tập hợp các điểm thỏa mãn $|x| + |y| + |z| \leq 2$ và $|x - 2| + |y| + |z| \leq 2$ là một khối đa diện có thể tích bằng

A. 3.

B. 2.

C. $\frac{8}{3}$.D. $\frac{4}{3}$.**Lời giải.**

Có $0 \leq |x| + |y| + |z| \leq 2$ và $0 \leq |x - 2| + |y| + |z| \leq 2$ nên tìm các điểm đầu mút.

$|x| + |y| + |z| = 0 \Rightarrow x = y = z = 0 \Rightarrow O(0; 0; 0)$.

$|x - 2| + |y| + |z| = 0 \Rightarrow x = 2; y = z = 0 \Rightarrow A(2; 0; 0)$.

Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} |x| + |y| + |z| = 2 \\ |x - 2| + |y| + |z| = 2 \end{cases} \Rightarrow |x| = |x - 2|$$

$$\Leftrightarrow x = 2 - x$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow |y| + |z| = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 0; z = \pm 1 \\ y = \pm 1; z = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow B(1; 0; 1), B'(1; 0; -1), C(1; 1; 0), C'(1; -1; 0)$.

Dựng hình suy ra tập hợp các điểm thỏa mãn là bát diện $B.OCAC'.B'$.

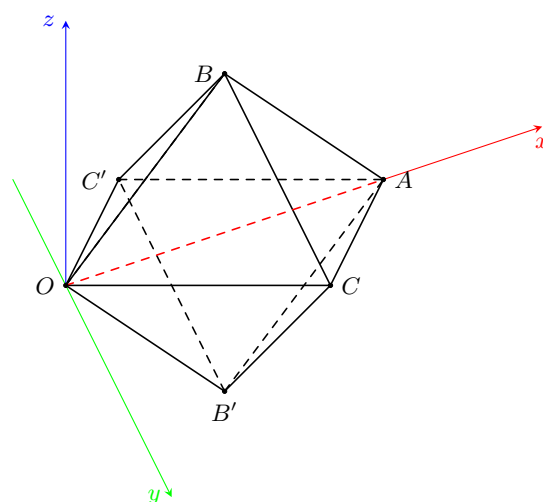
Ta có $OB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, do đó hình bát diện đều $B.OCAC'.B'$ có cạnh bằng $\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của bát diện đều là $V = \frac{(\sqrt{2})^3 \cdot \sqrt{2}}{3} = \frac{4}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 165. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -3), B(0; -2; 3)$ và mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 1$. Xét điểm M thay đổi luôn thuộc mặt cầu (S) , giá trị lớn nhất của $MA^2 + 2MB^2$ bằng



A. 80.

B. 50.

C. 82.

D. 52.

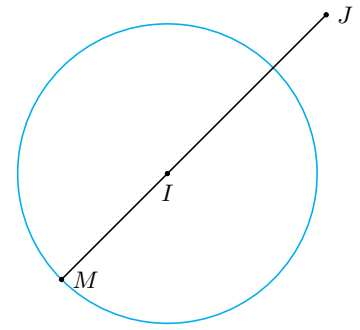
Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 0; 3)$, bán kính $R = 1$.

Gọi $J(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn

$$\vec{JA} + 2 \cdot \vec{JB} = \vec{0} \text{ Ta có: } \vec{JA} = (3-a, 1-b, -3-c); \vec{JB} = (-a; 2-b; 3-c).$$

$$\Rightarrow \vec{JA} + 2 \cdot \vec{JB} = (3-3a; -3-3b; 3-3c) = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow J(1; -1; 1).$$



Khi đó ta có:

$$T = MA^2 + 2MB^2 = (\vec{MJ} + \vec{JA})^2 + 2(\vec{MJ} + \vec{JB})^2$$

$$T = MJ^2 + 2 \cdot \vec{MJ} \cdot \vec{JA} + JA^2 + 2MJ^2 + 4\vec{MJ} \cdot \vec{JB} + 2JB^2$$

$$T = 3MJ^2 + 2\vec{MJ} \cdot (\underbrace{\vec{JA} + 2\vec{JB}}_{\vec{0}}) + \underbrace{JA^2 + 2JB^2}_{\text{const}}$$

Do đó $T_{\max} \Leftrightarrow MJ_{\max}$

Ta có: $\vec{IJ} = (2; -1; -2) \Rightarrow IJ = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 3 > R = 1 \Rightarrow J$ nằm ở phía ngoài mặt cầu (S) .

Khi đó

$$MJ_{\max} = IJ + R = 3 + 1 = 4.$$

$$\text{Vậy } T_{\max} = 3 \cdot 4^2 + (2^2 + 2^2 + 4^2) + 2 \cdot (1^2 + 1^2 + 2^2) = 3 \cdot 16 + 24 + 2 \cdot 6 = 84.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 166. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 3)$, $B(-1; 2; 3)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $(0; 3; 6)$.B. $(-2; 1; 0)$.C. $(0; \frac{3}{2}; 3)$.D. $(2; -1; 0)$.**Lời giải.**

Gọi I là trung điểm của đoạn AB . Khi đó

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 0 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 167. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = AC = a$. Biết góc giữa hai đường thẳng AC' và BA' bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $2a^3$.B. $\frac{a^3}{3}$.C. $\frac{a^3}{2}$.D. a^3 .**Lời giải.**

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ. Đặt $AA' = x$.

Ta có $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$, $A'(0; 0; x)$, $C'(0; a; x)$.

Ta có $\overrightarrow{A'B} = (a; 0; -x)$, $\overrightarrow{AC'} = (0; a; x)$.

Góc giữa $A'B$ và AC' là 60° nên

$$\cos 60^\circ = \frac{|\overrightarrow{A'B} \cdot \overrightarrow{AC'}|}{|\overrightarrow{A'B}| \cdot |\overrightarrow{AC'}|} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{x^2}{a^2 + x^2} \Leftrightarrow x = a.$$

Thể tích của hình lăng trụ:

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{1}{2} AA' \cdot AB \cdot AC = \frac{a^3}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 168. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 0; 2)$, $C(0; -3; 0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

B. $\sqrt{14}$.

C. $\frac{\sqrt{14}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{4}}{2}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Dựng tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp.

Cách giải:

Tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và OC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} OC \perp OA \\ OC \perp OB \end{cases} \Rightarrow OC \perp (OAB).$$

Qua M dựng đường thẳng song song với OC , qua N dựng đường thẳng song song với OM . Hai đường thẳng này cắt nhau tại I . $\triangle OAB$ vuông tại $O \Rightarrow M$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle OAB \Rightarrow IO = IA = IB$.
và $I \in IN \Rightarrow IO = IC \Rightarrow IO = IA = IB = IC \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp $O.ABC$.

Ta có: $OA = 1, OB = 2, OC = 3$

$$\Rightarrow OM = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{1^2 + 2^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

$$R = OI = \sqrt{IM^2 + OM^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 169. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tìm tọa độ của vec-tơ $\vec{a}$.

A. $(2; -3; -1)$.

B. $(-3; 2; -1)$.

C. $(-1; 2; -3)$.

D. $(2; -1; -3)$.

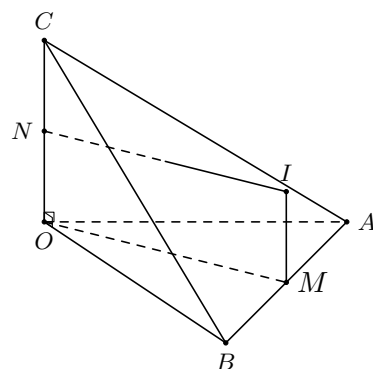
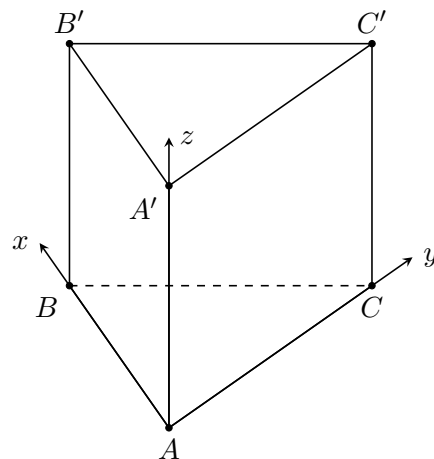
Lời giải.

Vì $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $\vec{j} = (0; 1; 0)$, $\vec{k} = (0; 0; 1)$ nên $\vec{a} = (-1; 2; -3)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 170. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 4)$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + z - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông



góc với d và song song với (P) .

$$\text{A. } \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}.$$

$$\text{C. } \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}.$$

$$\text{B. } \Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}.$$

$$\text{D. } \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+4}{2}.$$

Lời giải.

Đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-2}{-1}$ có vec tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (3; -5; -1)$.

Mặt phẳng $(P): 2x + z - 2 = 0$ có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (2; 0; 1)$.

Đường thẳng Δ vuông góc với d nên vec tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_d$.

Đường thẳng Δ song song với (P) nên $\vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_{(P)}$.

Ta có $[\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}] = (-5; -5; 10)$.

Suy ra vec tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta = \frac{1}{5} \cdot [\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}] = (1; 1; -2)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 171. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

A. $Q(-2; -4; 7)$.

B. $N(4; 0; -1)$.

C. $M(1; -2; 3)$.

D. $P(7; 2; 1)$.

Lời giải.

Ta thay lần lượt tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng d , điểm nào có tọa độ không thỏa mãn phương trình đường thẳng d là điểm cần tìm.

① Điểm $Q(-2; -4; 7)$: $\frac{-2-1}{3} = \frac{-4+2}{2} = \frac{7-3}{-4} = -1 \Rightarrow Q \in d$.

② Điểm $N(4; 0; -1)$: $\frac{4-1}{3} = \frac{0+2}{2} = \frac{-1-3}{-4} = 1 \Rightarrow N \in d$.

③ Điểm $M(1; -2; 3)$: $\frac{1-1}{3} = \frac{-2+2}{2} = \frac{3-3}{-4} = 0 \Rightarrow M \in d$.

④ Điểm $P(7; 2; 1)$: $\frac{7-1}{3} = \frac{2+2}{2} = \frac{1-3}{-4} \Rightarrow$ Vô lí $\Rightarrow P \notin d$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 172. Khi tăng độ dài cạnh đáy của một khối chóp tam giác đều lên 2 lần và giảm chiều cao của hình chóp đó đi 4 lần thì thể tích khối chóp thay đổi như thế nào?

A. Không thay đổi.

B. Tăng lên 8 lần.

C. Giảm đi 2 lần.

D. Tăng lên 2 lần.

Lời giải.

Gọi độ dài cạnh đáy của hình chóp tam giác đều là a và chiều cao là h thì diện tích chóp là $B = a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$

và thể tích ban đầu của hình là: $V_1 = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.h.a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Nếu tăng độ dài cạnh đáy của một khối chóp tam giác đều lên 2 lần và giảm chiều cao của hình chóp đó đi 4 lần thì thể tích khối chóp mới sẽ là: $V_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{4} \cdot (2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{3}.h.a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = V_1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 173. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $ABCD$. Tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

A. $2a^2$.

B. $8\pi a^2$.

C. $a^2\sqrt{2}$.

D. $2\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của cạnh SC . Do $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $AC = a\sqrt{2}$.

Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$. Vậy A nhìn đoạn SC dưới một góc vuông.

Ta lại có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA, (\text{Do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD$. Vậy D nhìn đoạn SC dưới một góc vuông.

Tương tự B cũng nhìn đoạn SC dưới một góc vuông.

Vậy mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ có tâm là I và bán kính $R = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{6a^2 + 2a^2}}{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.

Diện tích mặt cầu cần tìm là $S = 4\pi R^2 = 4\pi (a\sqrt{2})^2 = 8\pi a^2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 174. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vec-tơ $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 175. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và $A(1; -1; 2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN . Một vectơ chỉ phương của Δ là

- A. $\vec{u} = (2; 3; 2)$. B. $\vec{u} = (1; -1; 2)$. C. $\vec{u} = (-3; 5; 1)$. D. $\vec{u} = (4; 5; -13)$.

Lời giải.

Gọi $M(-1 + 2t; t; 2 + t)$.

Vì $A(1; -1; 2)$ là trung điểm của đoạn MN nên ta có $N(3 - 2t; -2 - t; 2 - t)$.

Lại có $N \in (P)$ nên $3 - 2t - 2 - t - 2(2 - t) + 5 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow M(3; 2; 4)$.

Một vectơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{AM} = (2; 3; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 176. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

- A. $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 34$. B. $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 16$.
C. $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 34$. D. $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 25$.

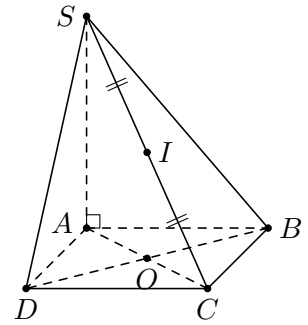
Lời giải.

Ta có $d(I, (P)) = 3$; bán kính đường tròn giao tuyến $r = 5$ suy ra bán kính mặt cầu là

$R = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$. Do đó phương trình mặt cầu là $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 34$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 177. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3; 3; -3)$ thuộc mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ qua M nằm trên mặt phẳng (P) cắt (S) tại A, B , sao cho độ dài AB lớn nhất. Viết phương trình đường thẳng Δ .



$$\begin{aligned} \text{A. } \frac{x+3}{1} &= \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{3}. \\ \text{C. } \frac{x+3}{5} &= \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{8}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B. } \frac{x+3}{16} &= \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}. \\ \text{D. } \frac{x+3}{1} &= \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}. \end{aligned}$$

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 3; 5)$, bán kính $R = 10$. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (2; -2; 1)$.

Ta có $d(I, (P)) = 6 < R \Leftrightarrow (P)$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) tâm H , bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2}$, với H là hình chiếu của I trên (P) .

Đường thẳng Δ qua M nằm trên mặt phẳng (P) cắt (S) tại A và B sao cho độ dài AB lớn nhất. Khi đó AB là đường kính của đường tròn (C) . Do đó Δ đi qua M và H .

Đường thẳng IH nhận $\vec{n}_P$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình là
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = 5 + t \end{cases}$$

Do đó ta có $H(2 + 2t; 3 - 2t; 5 + t)$. Vì $H \in (P)$ nên $t = -2 \Rightarrow H(-2; 7; 3)$. Đường thẳng Δ nhận $\vec{MH} = (1; 4; 6)$ làm véc-tơ chỉ phương, đi qua M nên có phương trình là $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 178. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là

véc-tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{n} = (1; -2; 1)$. B. $\vec{n} = (1; 2; 1)$. C. $\vec{n} = (-1; -2; 1)$. D. $\vec{n} = (-1; 2; 1)$.

Lời giải.

Từ phương trình tham số, suy ra véc-tơ chỉ phương là $\vec{n} = (-1; -2; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 179. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(2; 1; 1)$. Tính độ dài AB .

- A. 2. B. $\sqrt{6}$. C. $\sqrt{2}$. D. 6.

Lời giải.

Ta có $AB = \sqrt{(2-1)^2 + (1+1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{6}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 180. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P) : 2x - y + z - 2 = 0$

- A. $Q(1; -2; 2)$. B. $N(1; -1; -1)$. C. $P(2; -1; -1)$. D. $M(1; 1; -1)$.

Lời giải.

Thế tọa độ điểm N vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2 \cdot 1 - 1 \cdot (-1) + (-1) - 2 = 0$.

Suy ra điểm N thuộc mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 181. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P) : x + 2y - 2z - 6 = 0$ và $(Q) : x + 2y - 2z + 3 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

- A. 1. B. 3. C. 9. D. 6.

Lời giải.

Lấy $M(0; 0; -3) \in (P)$. Do $(P) \parallel (Q)$ nên $d((P), (Q)) = d(M, (Q)) = \frac{|0 + 0 - 2(-3) + 3|}{\sqrt{1 + 2^2 + 2^2}} = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 182. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ và

$$d_2 : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ 3 \\ z = t \end{cases}. \text{Viết phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của hai đường}$$

thẳng đó.

A. $\left(x + \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y + \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$. B. $\left(x + \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y + \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{6}$.
C. $\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$. D. $\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{6}$.

Lời giải.

Hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.

Gọi $A(2+t; 1-t; 2t) \in d_1$, $B(2-2t'; 3; t') \in d_2$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2t' - t; t + 2; t' - 2t)$.

d_1 có một VTCP là $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$, d_2 có một VTCP là $\vec{u}_2 = (-2; 0; 1)$.

Để AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 thì

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-2t' - t) - (t + 2) + 2(t' - 2t) = 0 \\ -2(-2t' - t) + (t' - 2t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{3} \\ t' = 0 \end{cases}$$

Suy ra $A\left(\frac{5}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, $B(2; 3; 0)$.

Gọi I là trung điểm AB thì $I\left(\frac{11}{6}; \frac{13}{6}; -\frac{1}{3}\right)$.

Phương trình mặt cầu tâm I , bán kính $\frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{30}}{6}$ là $\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 183. Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d : \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng $d_1 : \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$, $d_2 : \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$.

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}_d = (1; 1; -1)$, $\vec{u}_{d_1} = (2; 1; -1)$, $\vec{u}_{d_2} = (-1; 1; 3)$.

Gọi (P) là mặt phẳng song song với d và chứa d_1 thì (P) đi qua $A(-1; -1; 2)$ và có một VTPT là $\vec{n}_1 = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d_1}] = (0; -1; -1)$. Do đó $(P) : y + z - 1 = 0$.

Gọi (Q) là mặt phẳng song song với d và chứa d_2 thì (Q) đi qua $B(1; 2; 3)$ và có một VTPT là $\vec{n}_2 = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d_2}] = (4; -2; 2)$. Do đó $(Q) : 2x - y + z - 3 = 0$.

Khi đó, đường thẳng cần tìm Δ là giao điểm của (P) và (Q) , ta có

$$\Delta : \begin{cases} y + z - 1 = 0 \\ 2x - y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Hay $\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 184. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; 0; 0)$ và $B(3; 4; 0)$. Với C là một điểm trên trục Oz , gọi H là trực tâm tam giác ABC . Khi C di động trên trục Oz thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính đó.

A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có A, B thuộc mặt phẳng $z = 0$, C thuộc Oz do đó $CO \perp (OAB)$.

Hơn nữa, $OA = OB = 5$ nên tam giác OAB cân tại O .
Kẻ các đường cao OM, AN, BP của tam giác ABC ; các đường cao AM, BF, AE của tam giác OAB . Gọi K là trực tâm của tam giác OAB .

Ta thấy $AE \perp OB$ và $AE \perp OC$ suy ra $AE \perp CB$.

Kết hợp với $AN \perp CB$ ta có $CB \perp (ANE)$, suy ra $CB \perp KH$.

Chứng minh tương tự, ta có $AC \perp KH$.

Vậy $KH \perp (ABC)$. Nên $\widehat{KHM} = 90^\circ$.

Mà K và M cố định nên H di chuyển trên đường tròn đường kính KM .

Ta đi tính KM .

Ta có $KM = MB \tan \widehat{KBM}$. Chú ý rằng $\widehat{KBM} = \widehat{OAM}$.

Ta có $AB = 2\sqrt{5}$ và $\sin \widehat{OAM} = \frac{AM}{OA} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ suy ra $\tan \widehat{OAM} = \frac{1}{2}$.

Vậy $KM = 2\sqrt{5} \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{5}$.

Do đó bán kính của đường tròn là $\frac{KM}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 185. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AB = 3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên mặt phẳng $(\alpha) : x + z - 1 = 0$. Biết B là điểm có hoành độ dương, gọi $(a; b; c)$ là tọa độ của C . Tính $a + b + c$.

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 7.

Lời giải.

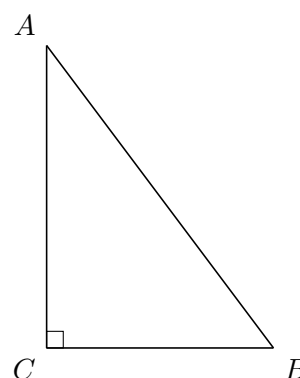
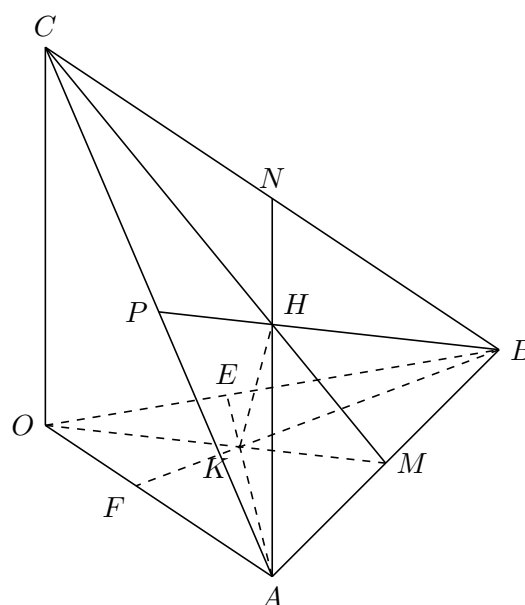
Ta thấy đường thẳng AB có một VTCP là $\vec{u} = (1; 1; -4)$, mặt phẳng (α) có một VTPT là $\vec{n} = (1; 0; 1)$ nên góc giữa AB và (α) là φ với

$$\sin \varphi = \frac{|1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + (-4) \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-4)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $\varphi = 30^\circ = \widehat{BAC}$.

Hơn nữa, $AC \subset (\alpha)$ và $BC \perp AC$ nên C là hình chiếu của B trên (α) .

Ta tìm tọa độ của B .



Ta viết lại $AB : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t \\ z = -8 - 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. Điểm A là giao điểm của AB và (α) .

Xét phương trình $(3 + t) + (-8 - t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = -2$. Vậy $A(1; 2; 0)$.

Gọi $B(3 + t'; 4 + t'; -8 - 4t')$, ta có $AB = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow (t' + 2)^2 + (t' + 2)^2 + (-4t' - 8)^2 = 18$.

Suy ra $t' = -1$ hoặc $t' = -3$. Mà B có hoành độ dương nên ta chọn $t = -1$, khi đó $B(2; 3; -4)$.

Đường thẳng BC vuông góc với (α) nên nhận $\vec{n} = (1; 0; 1)$ làm một VTCP, do đó

$$BC : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 \\ z = -4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

C chính là giao điểm của BC và (α) . Xét phương trình $(2 + t) + (-4 + t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{2}$.

Suy ra $C\left(\frac{7}{2}; 3; -\frac{5}{2}\right)$. Vậy $a + b + c = 4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 186. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(0; -1; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - 1 = 0$.

$$\text{A. } \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 - t \\ z = 3 \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$$

Lời giải.

Ta có $\vec{n} = (1; 3; 0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Vì $d \perp (P)$ nên d nhận $\vec{n} = (1; 3; 0)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3. \end{cases}$

Chọn đáp án **D** □

Câu 187. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1)$, $B(2; 3; 0)$ biết tam giác ABC có trực tâm $H(0; 3; 2)$. Tìm tọa độ của điểm C .

A. $C(3; 2; 3)$. B. $C(4; 2; 4)$. C. $C(1; 2; 1)$. D. $C(2; 2; 2)$.

Lời giải.

Gọi $C(a; b; c)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -1)$, $\overrightarrow{CH} = (-a; 3 - b; 2 - c)$, $\overrightarrow{BC} = (a - 2; b - 3; c)$, $\overrightarrow{AH} = (-1; 2; 1)$.

Vì H là trực tâm của tam giác ABC nên

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CH} = 0 \\ \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} -a + 2(3 - b) - (2 - c) = 0 \\ -(a - 2) + 2(b - 3) + c = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b - c = 4 & (1) \\ a - 2b - c = -4 & (2). \end{cases} \end{aligned}$$

Vì $[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AH}] = (4; 0; 4)$ nên $\vec{n} = (1; 0; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (ABH) .

Phương trình mặt phẳng (ABH) là $x + z - 2 = 0$.

Mặt khác $C \in (ABH) \Rightarrow a + c - 2 = 0 \Leftrightarrow a + c = 2$ (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra
$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = 0. \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm C là $C(1; 2; 1)$.

Chọn đáp án  □

Câu 188. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; 2)$ và $B(5; 7; 0)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2my - 2(m+1)z + m^2 + 2m + 8 = 0$ là phương trình của một mặt cầu (S) sao cho qua hai điểm A, B có duy nhất một mặt phẳng cắt mặt cầu (S) đó theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1.

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2my - 2(m+1)z + m^2 + 2m + 8 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+m)^2 + (z-m-1)^2 &= m^2 - 3 \quad (1). \end{aligned}$$

Suy ra (1) là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow m^2 - 3 > 0 \Leftrightarrow |m| > \sqrt{3}$.

Khi đó, mặt cầu (S) có tâm $I(2; -m; m+1)$ và bán kính $R = \sqrt{m^2 - 3}$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A, B . Theo giả thiết (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 1$.

Mặt khác, khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là $d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{m^2 - 4}$ với $m^2 - 4 \geq 0$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 6; -2) \Rightarrow \vec{u} = (1; 3; -1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Suy ra phương trình đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 - t. \end{cases}$$

Để có duy nhất mặt phẳng (P) thỏa mãn bài thì

TH1. Mặt phẳng (P) đi qua điểm I và $I \notin AB$.

Ta có $I \in (P) \Leftrightarrow d = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

+ Với $m = 2 \Rightarrow I(2; -2; 3) \in AB \Rightarrow m = 2$ (loại).

+ Với $m = -2 \Rightarrow I(2; 2; -1) \notin AB \Rightarrow m = -2$ (thỏa mãn).

TH2. Mặt phẳng (P) cách I một khoảng lớn nhất $\Leftrightarrow d$ lớn nhất $\Leftrightarrow d = d(I, AB)$. (1)

Ta có $\overrightarrow{IA} = (1; 1+m; 1-m) \Rightarrow [\overrightarrow{IA}, \vec{u}] = (-4+2m; 2-m; 2-m)$

$\Rightarrow |[\overrightarrow{IA}, \vec{u}]| = |2-m|\sqrt{6}$ và $|\vec{u}| = \sqrt{11}$.

$$+ \text{ Khi đó } d(I, AB) = \frac{|\overrightarrow{IA}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{|2-m|\sqrt{6}}{\sqrt{11}}.$$

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \sqrt{m^2-4} = \frac{|2-m|\sqrt{6}}{\sqrt{11}} \\ &\Leftrightarrow 11(m^2-4) = 6(2-m)^2 \\ &\Leftrightarrow 5m^2 + 24m - 68 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 & (\text{loại}) \\ m = -\frac{34}{5} & (\text{thỏa mãn}). \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn bài.

Chọn đáp án **D** □

Câu 189. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u}$ sao cho $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u}$ là

- A. $(-2; 1; 2)$. B. $(1; 2; -2)$. C. $(2; 1 - 2)$. D. $(2; 1; 2)$.

Lời giải.

Tọa độ của véc-tơ $\vec{u} = (2; 1 - 2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 190. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$
 Đường thẳng d có một véc-tơ

chỉ phương là

- A. $\vec{u}_4 = (-2; 1; 3)$. B. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. C. $\vec{u}_2 = (1; 3; 2)$. D. $\vec{u}_1 = (1; -3; 2)$.

Lời giải.

đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -3; 2)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 191. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$. Tính tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

- A. Tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 4$. B. Tâm $I(-1; 2; 3)$ và bán kính $R = 4$.
C. Tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 16$. D. Tâm $I(-1; 2; -3)$ và bán kính $R = 4$.

Lời giải.

Tâm $I(-1; 2; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{1 + 4 + 9 + 2} = 4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 192. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 1; -2)$, $B(5; 9; 3)$. Phương trình của mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB là

- A. $2x + 6y - 5z + 40 = 0$. B. $x + 8y - 5z - 41 = 0$.
C. $x - 8y - 5z - 35 = 0$. D. $x + 8y + 5z - 47 = 0$.

Lời giải.

Có $I\left(\frac{9}{2}; 5; \frac{1}{2}\right)$ là trung điểm đoạn AB . Véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (1; 8; 5)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng trung trực đoạn AB . Phương trình mặt phẳng có dạng

$$\left(x - \frac{9}{2}\right) + 8(y - 5) + 5\left(z - \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x + 8y + 5z - 47 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 193. Cho $A(1; -2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm A tiếp xúc với d là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 25$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 50$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $M(-1; 2-3)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -1)$.

Véc-tơ $\vec{MA} = (2; -4; 6)$, suy ra $[\vec{MA}, \vec{u}] = (-2; 14; 10)$.

$$\text{Bán kính mặt cầu là } R = \frac{|[\vec{MA}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + 14^2 + 10^2}}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{300}}{\sqrt{6}} = 5\sqrt{2}.$$

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 194. Trong không gian $Oxyz$. Cho $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$. Biết mặt phẳng (ABC) qua điểm $I(1; 3; 3)$ và thể tích tứ diện $O.ABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó phương trình (ABC) là

A. $x + 3y + 3z - 21 = 0$.

B. $3x + y + z - 9 = 0$.

C. $3x + y + z + 9 = 0$.

D. $3x + 3y + z - 15 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$I(1; 3; 3) \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{3}{b} + \frac{3}{c} = 1.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si

$$1 = \frac{1}{a} + \frac{3}{b} + \frac{3}{c} \geq \sqrt[3]{\frac{3^2}{abc}} \Rightarrow abc \geq 9.$$

Thể tích tứ diện $O.ABC$ là $V = \frac{1}{6}abc \geq \frac{3}{2}$.

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } \frac{1}{a} = \frac{3}{b} = \frac{3}{c} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = c = 9. \end{cases}$$

Phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{9} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 3x + y + z - 9 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 195. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 2my + 4mz - 12m - 10 = 0$. Bán kính nhỏ nhất của (S) là

A. $R = 6$.

B. $R = 2$.

C. $R = 5$.

D. $R = 4$.

Lời giải.

$$P(m) = m^2 + m^2 + 4m^2 + 12m + 10 = 6m^2 + 12m + 10 = 6(m+1)^2 + 4 \geq 4 \forall m \in \mathbb{R}.$$

Vậy bán kính nhỏ nhất của mặt cầu (S) bằng 2 khi $m = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 196. Cho khối tứ diện $ABCD$ có $BC = 3$, $CD = 4$, $\widehat{ABC} = \widehat{BCD} = \widehat{ADC} = 90^\circ$. Góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng 60° , cô-sin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) bằng

A. $\frac{\sqrt{43}}{86}$.

B. $\frac{4\sqrt{43}}{43}$.

C. $\frac{\sqrt{43}}{43}$.

D. $\frac{2\sqrt{43}}{43}$.

Lời giải.Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. $C(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 4; 0)$. Gọi $A(x; y; z)$, $(x, y, z > 0)$.

$\overrightarrow{BA} = (x - 3; y; z)$, $\overrightarrow{DA} = (x; y - 4; z)$.

Do $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \\ \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(x - 3) = 0 \\ 4(y - 4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4. \end{cases}$$

Vậy $A(3; 4; z)$, suy ra $\overrightarrow{DA} = (3; 0; z)$, $\overrightarrow{CB} = (3; 0; 0)$.Vì góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng 60° nên

$$\cos 60^\circ = \frac{|\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CB}|}{|\overrightarrow{DA}| \cdot |\overrightarrow{CB}|} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{|9|}{3\sqrt{9+z^2}} \Rightarrow 9+z^2 = 36 \Rightarrow z = 3\sqrt{3} \Rightarrow A(3; 4; 3\sqrt{3}).$$

Suy ra $\overrightarrow{CB} = (3; 0; 0)$, $\overrightarrow{CA} = (3; 4; 3\sqrt{3})$, $\overrightarrow{CD} = (0; 4; 0)$. $[\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}] = (0; -9\sqrt{3}; 12) \Rightarrow \vec{n}_1 = (0; -3\sqrt{3}; 4)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) . $[\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}] = (-12\sqrt{3}; 0; 12) \Rightarrow \vec{n}_2 = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ACD) .Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ACD)

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{4}{\sqrt{27+16} \cdot \sqrt{3+1}} = \frac{2\sqrt{43}}{43}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

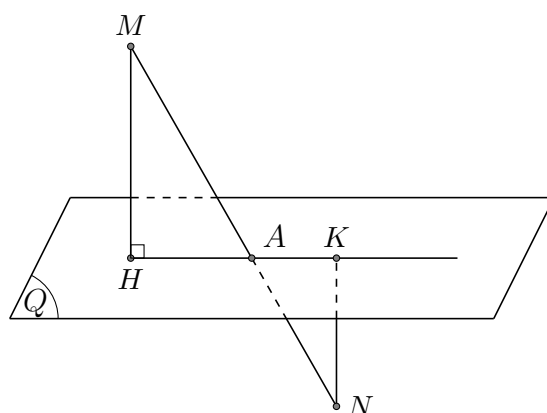
Câu 197. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(2; 1; 0)$, song song với mặt phẳng $(P): x - y - z = 0$ và có tổng khoảng cách từ các điểm $M(0; 2; 0)$ và $N(4; 0; 0)$ tới đường thẳng đó đạt giá trị nhỏ nhất. Véc-tơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{u}_\Delta = (0; 1; -1)$.

B. $\vec{u}_\Delta = (1; 0; 1)$.

C. $\vec{u}_\Delta = (3; 2; 1)$.

D. $\vec{u}_\Delta = (2; 1; 1)$.

Lời giải.Gọi (Q) là mặt phẳng qua A và song song với (P) .Phương trình mặt phẳng (Q) có dạng $x - y - z + D = 0$, $(D \neq 0)$.Vì $A \in (Q) \Rightarrow 2 - 1 + D = 0 \Rightarrow D = -1$. Vậy $(Q): x - y - z - 1 = 0$.Thay tọa độ các điểm M, N lần lượt vào vế trái phương trình (Q) , $VT(M) = -3 < 0$, $VT(N) = 3 > 0$.Suy ra M và N nằm khác phía đối với mặt phẳng (Q) .

Nhận xét. $\overrightarrow{MA} = (-2; 1; 0)$, $\overrightarrow{MN} = (4; -2; 0) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = -2\overrightarrow{MA} \Rightarrow A$ là giao điểm của MN với (Q) . Gọi H, K là hình chiếu vuông góc của M và N trên (Q) . Tổng khoảng cách từ các điểm $M(0; 2; 0)$ và $N(4; 0; 0)$ tới đường thẳng Δ đạt giá trị nhỏ nhất khi Δ đi qua H . Khi đó $\overrightarrow{HA}$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ .

Phương trình đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (Q) có dạng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = -t \end{cases}$. Suy ra $H(t; 2 - t; -t)$. $H \in (Q) \Rightarrow t - 2 + t - 1 = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow H(1; 1; -1) \Rightarrow \overrightarrow{HA} = (1; 0; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 198. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(-2; 1; 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

- A. $-x + y + 2 = 0$. B. $x - y + 1 = 0$. C. $x - y - 2 = 0$. D. $x - y + 2 = 0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB . Ta có mặt phẳng trung trực của AB đi qua điểm $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 0)$ nên có phương trình $x - y + 2 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 199. Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

- A. $I(-1; 2; -3)$, $R = 16$. B. $I(-1; 2; -3)$, $R = 4$.
C. $I(-1; 2; -3)$, $R = \sqrt{12}$. D. $I(1; -2; 3)$, $R = 4$.

Lời giải.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 16$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; -3)$ và bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 200. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 3; 2)$, $B(2; 0; 5)$, $C(0; -2; 1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là

- A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{-4}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+2}{1}$.
C. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-1}{2}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Ta có $M(1; -1; 3)$ và $\overrightarrow{AM} = (2; -4; 1)$. Phương trình đường thẳng AM là

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 201. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(3; 3; 2)$, $C(-1; 2; 2)$, $D(3; 3; 1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $\frac{9}{7\sqrt{2}}$. B. $\frac{9}{7}$. C. $\frac{9}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{9}{14}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 5; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; 4; 2)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm A có véc-tơ pháp tuyến là $\frac{1}{2}[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; -4; 9)$ nên có phương trình $x - 4y + 9z - 9 = 0$.

Do đó

$$d(D, (ABC)) = \frac{|3 - 4 \cdot 3 + 9 \cdot 1 - 9|}{\sqrt{1^2 + 4^2 + 9^2}} = \frac{9}{7\sqrt{2}}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 202. Cho $\vec{a} = (-1; 2; 3)$, $\vec{b} = (2; 1; 0)$ với $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ thì tọa độ của $\vec{c}$ là

- A. $(-4; 3; 3)$. B. $(-4; 3; 6)$. C. $(-4; 1; 3)$. D. $(-1; 3; 5)$.

Lời giải.

Ta có $2\vec{a} = (-2; 4; 6)$ do đó $2\vec{a} - \vec{b} = (-4; 3; 6)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 203. Cho $\vec{a} = (-2; 1; 3)$, $\vec{b} = (1; 2; m)$. Véc-tơ $\vec{a}$ vuông góc với véc-tơ $\vec{b}$ khi

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 2$. D. $m = 0$.

Lời giải.

$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow -2 + 2 + 3m = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 204. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ. Cho $B(a; 0; 0)$, $D(0; a; 0)$, $A'(0; 0; b)$ với $a > 0, b > 0$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Xác định tỉ số $\frac{a}{b}$ để mặt phẳng $(A'BD)$ vuông góc với mặt phẳng (BDM) .

- A. $\frac{a}{b} = 1$. B. $\frac{a}{b} = 2$. C. $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{a}{b} = -1$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD . Dễ thấy $A(0; 0; 0)$,

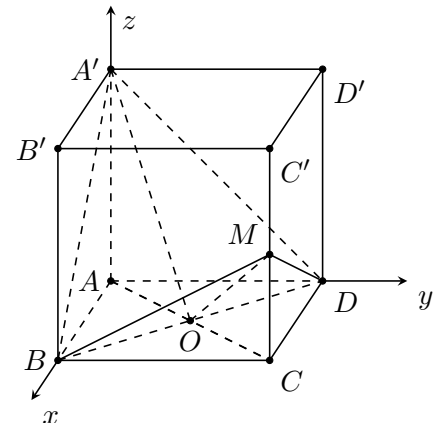
$M\left(a; a; \frac{b}{2}\right)$, $O\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$.

Ta có $(A'BD) \cap (MBD) = BD$ và

$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp A'A \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AA'C'C) \Rightarrow \begin{cases} BD \perp A'O \\ BD \perp OM. \end{cases}$$

$\Rightarrow ((A'BD), (MBD)) = (A'O, MO) = 90^\circ$.

Ta có $\vec{OA'} = \left(-\frac{a}{2}; -\frac{a}{2}; b\right)$, $\vec{OM} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; \frac{b}{2}\right)$



$$\vec{OA'} \perp \vec{OM} \Leftrightarrow \vec{OA'} \cdot \vec{OM} = 0 \Leftrightarrow -\frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{2} = 0 \Leftrightarrow a^2 = b^2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 205. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là $a > 0$. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB' và BC' là

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

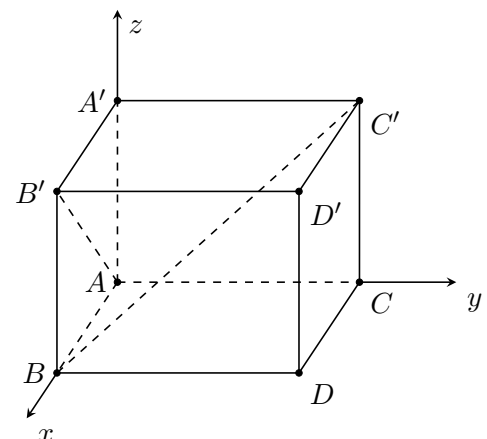
Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho A trùng với gốc tọa độ và B, D, A' lần lượt thuộc tia Ox, Oy, Oz .

Ta có $A(0; 0; 0)$, $B'(a; 0; a)$, $B(a; 0; 0)$, $C'(a; a; a)$.

$\vec{AB'} = (a; 0; a)$, $\vec{BC'} = (0; a; a)$ và $\vec{AB} = (a; 0; 0)$.

$$d(AB', BC') = \frac{|\vec{AB'} \cdot \vec{BC'}|}{|\vec{AB'} \times \vec{BC'}|} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 206. Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -3; 1)$ và đi qua điểm $A(5; -2; 1)$ có phương trình là

- A. $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 25$. B. $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 5$.
C. $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = \sqrt{5}$. D. $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 5$.

Lời giải.

Bán kính $R = IA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{5}$. Phương trình mặt cầu (S) là

$$(x - 3)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 5.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 207. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(x; y; z)$. Xét các khẳng định

- ① Hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oxy) là điểm có tọa độ $(x; y; 0)$.
- ② Khoảng cách từ điểm M lên trục Oz bằng $\sqrt{x^2 + y^2}$.
- ③ Hình chiếu vuông góc của M lên trục Oy là điểm có tọa độ $(0; y; 0)$.
- ④ Điểm đối xứng với điểm M qua trục Ox là điểm có tọa độ $(x; -y; -z)$.
- ⑤ Điểm đối xứng với điểm M qua gốc tọa độ O là điểm có tọa độ $(-x; -y; -z)$.
- ⑥ Độ dài véc-tơ $\overrightarrow{OM}$ bằng $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Số khẳng định đúng trong các khẳng định trên là

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 6.

Lời giải.

Tất cả các khẳng định trên đều đúng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 208. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{4}$.

Véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của d và điểm M thuộc đường thẳng d là

- A. $\vec{u} = (6; -2; 8), M(3; -1; 4)$. B. $\vec{u} = (2; 3; -5), M(3; -1; 4)$.
C. $\vec{u} = (3; -1; 4), M(1; 3; -4)$. D. $\vec{u} = (6; -2; 8), M(2; 3; -5)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = (6; -2; 8) = 2(3; -1; 4), M(2; 3; -5)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 209. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm số giá trị nguyên $m \in [-2018; 2018]$ để phương trình $(C): x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2my - 2mz + 27 = 0$ là phương trình mặt cầu.

- A. 4033. B. 4030. C. 4031. D. 4032.

Lời giải.

Điều kiện $3m^2 - 27 > 0 \Leftrightarrow m < -3$ hay $m > 3$. Mặt khác

$$m \in [-2018; 2018] \Rightarrow m \in \{-2018; -2017; \dots; -5; -4; 4; 5; \dots; 2017; 2018\}.$$

Có tất cả 4030 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 210. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 6 = 0$.

Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}(-1; 2; -3)$. B. $\vec{n}(1; -2; 3)$. C. $\vec{n}(-1; -2; -3)$. D. $\vec{n}(1; 2; -3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}(1; 2; -3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 211. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Phương trình đường thẳng d' đi qua A , vuông góc và cắt d là

A. $d': \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{3}$.

B. $d': \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

C. $d': \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.

D. $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Lời giải.

Gọi $B = d \cap d'$, suy ra $B(t+1; t; 2t-1)$ và $\vec{AB} = (t; t; 2t-3)$. Do $\vec{AB} \perp \vec{u}_d \Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{u}_d = 0$ nên $t = 1$. Do đó $\vec{AB} = (1; 1; -1)$. Vậy phương trình $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 212. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 2; 0), B(-1; 1; 1), C(2; 0; 2), D(3; 1; 0)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn đỉnh đã cho?

A. 7.

B. 5.

C. Vô số.

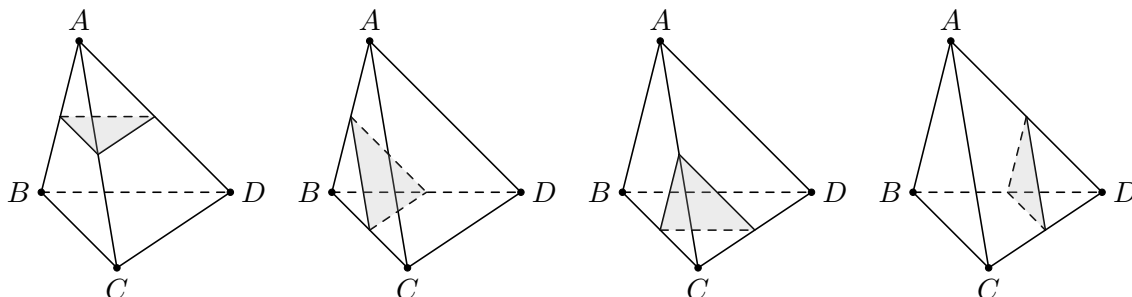
D. 1.

Lời giải.

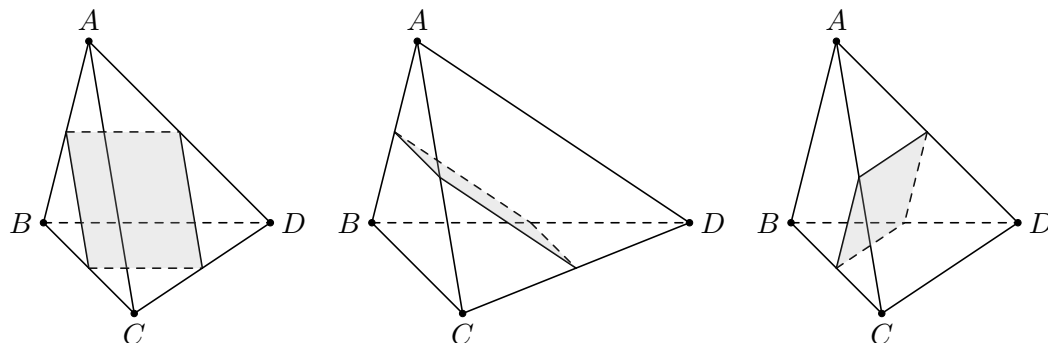
Ta có $\vec{AB} = (-2; -1; 1), \vec{AC} = (1; -2; 2), \vec{AD} = (2; -1; 0) \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} = -8 \neq 0 \Rightarrow \vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$ không đồng phẳng.

Có 2 loại mặt phẳng thỏa mãn đề bài đó là

— **Loại 1.** Mặt phẳng đi qua trung điểm của 3 cạnh bên có chung đỉnh nên có 4 mặt phẳng loại này, vì có 4 đỉnh.



— **Loại 2.** Mặt phẳng qua trung điểm của 4 cạnh nên có 3 mặt phẳng loại này.



Do đó sẽ có 7 mặt phẳng cách đều 4 đỉnh đã cho.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 213. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y - z - 5 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Q) một góc nhỏ nhất là

A. $(P): x - 2y - 1 = 0$.

B. $(P): y - z + 4 = 0$.

C. $(P): x - z + 4 = 0$.

D. $(P): x - 2z + 7 = 0$.

Lời giải.

Vì (P) chứa d nên phương trình của (P) có dạng $(P): a(x + 1) + b(y + 1) + c(z - 3) = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$ và $2a + b + c = 0$. Gọi α là góc giữa (P) và (Q) , ta có

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|a + 2b - c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{|3(a + b)|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{5a^2 + 4ab + 2b^2}}.$$

— Nếu $a = 0$ thì $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, suy ra $\alpha = 30^\circ$.

— Nếu $a \neq 0$ thì $\cos \alpha = \frac{|3(1 + t)|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{5 + 4t + 2t^2}}$ với $t = \frac{b}{a}$. Khi đó $0 \leq \cos \alpha < \frac{\sqrt{3}}{2}$. Ta có α nhỏ nhất

khi và chỉ khi $\cos \alpha$ lớn nhất. Do đó $\alpha = 30^\circ$ và $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Khi đó $a = 0$, chọn $b = 1, c = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 214.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1 - 1)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(3; -1; -2)$.

Giả sử $M(a; b; c)$ thuộc mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 861$ sao cho $P = 2MA^2 - 7MB^2 + 4MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị $|a| + |b| + |c|$ bằng

A. 49.

B. 51.

C. 55.

D. 47.

Lời giải.

Gọi K là điểm thỏa mãn $2\vec{KA} - 7\vec{KB} + 4\vec{KC} = \vec{0}$, suy ra $K(-21; 16; 10)$. Khi đó

$$P = 2MA^2 - 7MB^2 + 4MC^2 = -MK^2 + 2KA^2 - 7KB^2 + 4KC^2.$$

Suy ra $P_{\min}$ khi và chỉ khi $MK_{\max}$. Do $M \in (S)$ có tâm $I(1; 0; -1)$, nên M là một trong hai giao điểm của đường thẳng KI với mặt cầu. Phương trình đường thẳng $KI: \frac{x-1}{22} = \frac{y}{-16} = \frac{z+1}{-11}$. Đường thẳng KI cắt (S) tại hai điểm $K_1(23; -16; -12)$ và $K_2(-21; 16; 10)$. Vì $KK_1 > KK_2$ nên $MK_{\max} \Leftrightarrow K \equiv K_1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 215. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 1; 3)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}, \Delta': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với Δ và Δ' .

A. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Lời giải.

Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (3; 2; 1)$, Δ' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 3; -2)$. Gọi d là đường thẳng cần tìm, khi đó d có véc-tơ chỉ phương là $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-7; 7; 7)$ hay $\vec{u} = (-1; 1; 1)$.

Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 216. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

A. $3x - 2y + z + 12 = 0$.

B. $x - 2y + 3z + 3 = 0$.

C. $3x - 2y + z - 12 = 0$.

D. $3x + 2y + z - 8 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng vuông góc đường thẳng (Δ) nhận véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -2; 1)$. Phương trình mặt phẳng qua điểm M có dạng

$$3x - 2y + z - 12 = 0.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 217. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(2; 3; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$?

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần tìm. Đường thẳng d vuông góc mặt phẳng (P) nhận $\vec{u} = (1; 3; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương. Đường thẳng d qua A có phương trình là

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = -t. \end{cases}$$

Với $t = -1$, đường thẳng d đi qua điểm $B(1; 0; 1)$. Suy ra đường thẳng d có phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 218. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

A. $\vec{j}(-5; 0; 0)$.

B. $\vec{k}(0; 0; 1)$.

C. $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

D. $\vec{m} = (1; 1; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(Oxy): z = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 219. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

A. $M(1; 1; 6)$.

B. $N(-5; 0; 0)$.

C. $P(0; 0; -5)$.

D. $Q(2; -1; 5)$.

Lời giải.

Ta có $1 - 2(1) + 6 - 5 = 0 \Rightarrow M \in (P)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 220. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I , bán kính IM ?

A. $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$.

B. $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 17$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.

Lời giải.

I là hình chiếu của M lên trục Ox suy ra $I(1; 0; 0)$. Do đó, ta có $\overrightarrow{IM} = (0; -2; 3)$ suy ra $|\overrightarrow{IM}| = \sqrt{13}$.
 Phương trình mặt cầu tâm I , bán kính IM có phương trình là

$$(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 221. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 3; 1)$ và song song với trục Oz có phương trình là

A. $x - y + 1 = 0$.

B. $x + y - 3 = 0$.

C. $x + z - 3 = 0$.

D. $x - y - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$, $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Do mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và song song với trục Oz nên mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{k}] = (1; -1; 0)$.

Mặt phẳng (P) qua A nên phương trình là

$$1(x-1) - (y-2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 222. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách h từ điểm $A(-4; 3; 2)$ đến trục Ox là

A. $h = 4$.

B. $h = \sqrt{13}$.

C. $h = 3$.

D. $h = 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $H(-4; 0; 0)$ là hình chiếu của điểm $A(-4; 3; 2)$ trên trục Ox .

Khoảng cách từ A đến trục Ox là $AH = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 223. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 \\ z = 2 - t \end{cases}$. Tìm một

véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

A. $\vec{u}_2 = (2; 0; -1)$.

B. $\vec{u}_4 = (2; 1; 2)$.

C. $\vec{u}_3 = (2; 0; 2)$.

D. $\vec{u}_1 = (-1; 1; 2)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 0; -1)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 224. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả giá trị của tham số m để đường thẳng $d: \frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ song song với mặt phẳng $(P): 2x + (1-2m)y + m^2z + 1 = 0$

A. $m \in \{-1; 3\}$.

B. $m = 3$.

C. Không có giá trị nào của m .

D. $m = -1$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 1; 0)$ và nhận $\vec{u} = (-2; 1; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n} = (2; 1-2m; m^2)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

$$\text{Ta có } d \parallel (P) \Leftrightarrow \begin{cases} M \notin (P) \\ \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cdot 2 + (1 - 2m) \cdot 1 + 1 \neq 0 \\ m^2 - 2m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 225. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua $A(1; 2; -1)$, cắt d và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là phương trình nào dưới đây?

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}. & \text{B. } \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{-1}. \\ \text{C. } \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}. & \text{D. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}. \end{array}$$

Lời giải.

— **Cách 1:** Gọi $B = d \cap \Delta \Rightarrow \begin{cases} B \in d \\ B \in \Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B(3+t; 3+3t; 2t) \\ \overrightarrow{AB} = (2+t; 1+3t; 2t+1) \end{cases}$ là véc-tơ chỉ phương của Δ .

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; -1)$.

Vì $\Delta \parallel (P)$ nên $\vec{n}_{(P)} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 2+t+1+3t-2t-1=0 \Leftrightarrow 2t=-2 \Leftrightarrow t=-1$.

Vậy đường thẳng Δ đi qua $A(1; 2; -1)$ và nhận véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$ có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

— **Cách 2:** Gọi (β) là mặt phẳng qua $A(1; 2; -1)$ và song song với (α) nên có phương trình $x + y - z - 4 = 0$.

Gọi $B = d \cap (\beta)$. Khi đó, tọa độ x, y, z của B là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2} \\ x + y - z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 6 \\ 2x - z = 6 \\ x + y - z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ z = -2. \end{cases}$$

Suy ra $B(2; 0; -2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 226. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 1)$, $B(1; 0; 0)$, $C(1; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$. Điểm $M(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng (P) thỏa mãn $MA = MB = MC$. Tính $T = a + 2b + 3c$.

$$\text{A. } T = 5. \quad \text{B. } T = 3. \quad \text{C. } T = 2. \quad \text{D. } T = 4.$$

Lời giải.

Ta có $M(a; b; c) \in (P) \Leftrightarrow a + b + c - 2 = 0 \quad (1)$

$$\text{— } MA^2 = (a-2)^2 + (b-0)^2 + (c-1)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 4a - 2c + 5.$$

$$\text{— } MB^2 = (a-1)^2 + b^2 + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2a + 1.$$

$$\text{— } MC^2 = (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 2b - 2c + 3.$$

Với $MA = MB$, ta có $a + c - 2 = 0 \quad (2)$

Với $MA = MC$, ta có $a - b - 1 = 0 \quad (3)$

$$\text{Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình } \begin{cases} a + b + c = 2 \\ a + c = 2 \\ a - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 1. \end{cases}$$

Vậy $T = a + 2b + 3c = 4$.

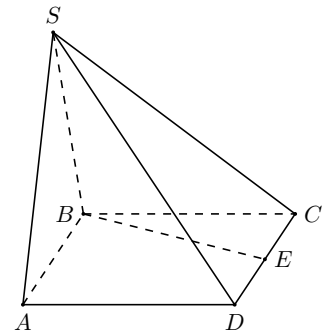
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 227.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$, tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E là trung điểm của CD . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng BE và SC .

- A. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. D. a .



Lời giải.

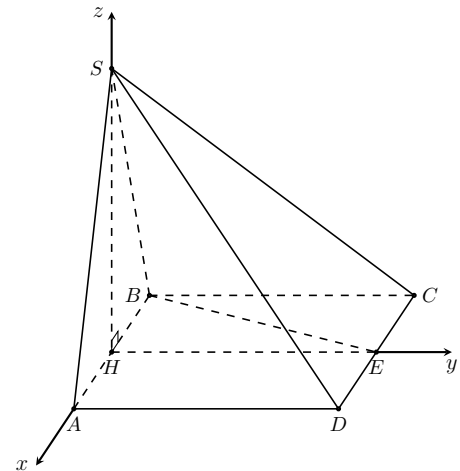
Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có $H(0; 0; 0)$, $B(-a; 0; 0)$, $C(-a; a; 0)$, $E(0; a; 0)$ và $S(0; 0; a\sqrt{3})$.

Ta có $\overrightarrow{BE} = (a; a; 0)$, $\overrightarrow{SC} = (-a; a; -a\sqrt{3})$, $\overrightarrow{EC} = (-a; 0; 0)$.

Khi đó, $[\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{SC}] = (-a^2\sqrt{3}; a^2\sqrt{3}; 2a^2)$.

Khoảng cách giữa BE và SC là

$$d(BE, SC) = \frac{|[\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{SC}] \cdot \overrightarrow{EC}|}{|[\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{SC}]|} = \frac{a^2\sqrt{3}}{a\sqrt{10}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 228. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 0; 1)$, $C(-2; 2; 3)$. Đường thẳng Δ qua trực tâm H của tam giác ABC và nằm trong mặt phẳng (ABC) cùng tạo với các đường thẳng AB , AC một góc $\alpha < 45^\circ$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$ với c là số nguyên tố và a, b là số nguyên. Giá trị biểu thức $ab + bc + ca$ bằng bao nhiêu?

- A. -67 . B. 23 . C. -33 . D. -37 .

Lời giải.

Ta có

- $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 2)$; $\overrightarrow{AC} = (-3; 0; 4)$.
- $\vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-8; -10; -6)$.
- $\cos(AB, \Delta) = \frac{|a - 2b + 2c|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$.
- $\cos(AC, \Delta) = \frac{|-3a + 4c|}{5\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$.

Theo đề bài, ta suy ra

$$\begin{aligned} \cos(AB, \Delta) &= \cos(AC, \Delta) \\ \Leftrightarrow 5|a - 2b + 2c| &= 3|-3a + 4c| \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 7a - 5b - c = 0 & (1) \\ 2a + 5b - 11c = 0 & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Vì $\Delta \subset (ABC)$ nên $\vec{u} \cdot \vec{n}_{(ABC)} = 0 \Leftrightarrow 4a + 5b + 3c = 0$. (3)

* **Trường hợp 1:** Xét hệ phương trình $\begin{cases} 7a - 5b = c \\ 4a + 5b = -3c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2c}{11} \\ b = -\frac{5c}{11} \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = \left(-\frac{2c}{11}; -\frac{5c}{11}; c\right).$

Chọn $c = 11$, ta có $\vec{u} = (-2; -5; 11)$ (kiểm tra lại điều kiện $\alpha < 45^\circ$ ta thấy $\vec{u}$ đang xét thỏa mãn).

* **Trường hợp 2:** Xét hệ phương trình $\begin{cases} 2a + 5b - 11c = 0 \\ 4a + 5b + 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -7c \\ b = 5c \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = (-7c; 5c; c).$

Chọn $c = 2$, ta có $\vec{u} = (-14; 10; 2)$ (kiểm tra lại điều kiện $\alpha < 45^\circ$ ta thấy $\vec{u}$ đang xét không thỏa mãn).

Vậy $ab + bc + ca = -67$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 229. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3a + at \\ y = -2 + t \\ z = 2 + 3a + (1 + a)t \end{cases}$. Biết

rằng khi a thay đổi luôn tồn tại một mặt cầu cố định đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ . Tìm bán kính của mặt cầu đó.

A. $5\sqrt{3}$.

B. $4\sqrt{3}$.

C. $7\sqrt{3}$.

D. $3\sqrt{5}$.

Lời giải.

Với mọi $M(1 + 3a + at; -2 + t; 2 + 3a + t + at) \in \Delta$, ta có $M \in (P) : x + y - z + 3 = 0$, suy ra $\Delta \subset (P), \forall a \in \mathbb{R}$.

Mặt khác với mọi $a \in \mathbb{R}$, đường thẳng Δ luôn đi qua điểm $A(1; -5; -1)$.

Gọi (S) là mặt cầu (có tâm là I) cố định thỏa mãn yêu cầu bài toán, suy ra mặt cầu (S) luôn luôn tiếp xúc với đường thẳng Δ khi a thay đổi tại điểm A . Suy ra IA vuông góc với (P) và có phương

trình là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -5 + t \\ z = -1 - t. \end{cases} \Rightarrow I(1 + t; -5 + t; -1 - t).$

Điểm $M(1; 1; 1) \in (S)$ nên $IM = IA \Leftrightarrow t^2 + (t - 6)^2 + (t + 2)^2 = t^2 + t^2 + t^2 \Leftrightarrow t = 5$

$\Rightarrow R = IA = \sqrt{t^2 + t^2 + t^2} = 5\sqrt{3}$.

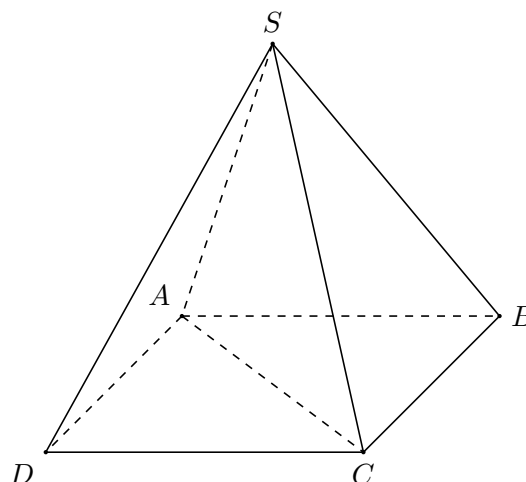
Chọn đáp án **A**

□

Câu 230.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 3$, $BC = 4$. Tam giác SAC nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng SA bằng 4. Cô-sin góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng bao nhiêu?

A. $\frac{3\sqrt{17}}{17}$. B. $\frac{3\sqrt{34}}{34}$. C. $\frac{2\sqrt{34}}{17}$. D. $\frac{5\sqrt{34}}{17}$.



Lời giải.

Gọi K là hình chiếu của C lên SA , ta có

$$CK = 4, AK = 3, AC = 5.$$

Gọi H là hình chiếu của K lên $(ABCD)$,

ta có $KH \perp (ABCD)$.

Gọi I là trung điểm KB . Ta có

$$\begin{cases} KB \perp AI \\ KB \perp CI \end{cases} \Rightarrow KB \perp AC.$$

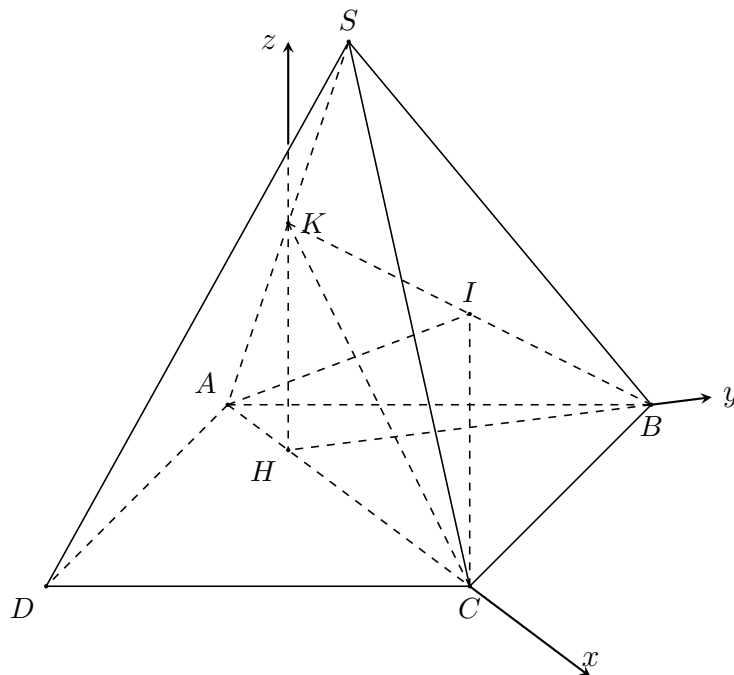
$$\begin{cases} KH \perp AC \\ KB \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp BH.$$

Ta có

$$HK = \frac{KA \cdot KC}{AC} = \frac{12}{5},$$

$$HA = \sqrt{9 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5},$$

$$HB = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{12}{5}.$$



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có $H(0;0;0)$, $B\left(0; \frac{12}{5}; 0\right)$, $A\left(-\frac{9}{5}; 0; 0\right)$, $K\left(0; 0; \frac{12}{5}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{KA} = \left(-\frac{9}{5}; 0; -\frac{12}{5}\right)$, $\overrightarrow{KB} = \left(\frac{9}{5}; \frac{12}{5}; 0\right)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAB) là $\vec{n}_1 = (-16; 12; 12)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAC) là $\vec{j} = (0; 0; 1)$.

$$\text{Do đó } \cos((SAB), (SAC)) = \frac{|12|}{\sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2} \sqrt{16^2 + 12^2 + 12^2}} = \frac{3\sqrt{34}}{34}.$$

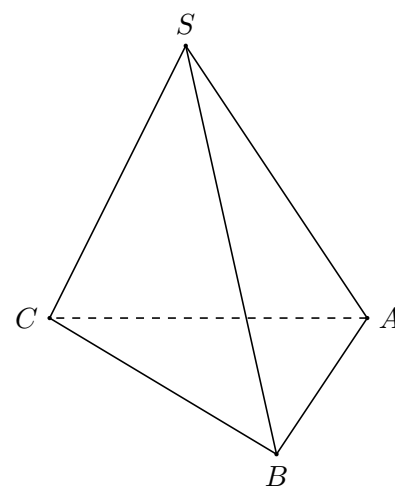
Chọn đáp án **B**

□

Câu 231.

Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB > 2a$ và $\widehat{ABC} = \widehat{BAS} = \widehat{BCS} = 90^\circ$. Sin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{\sqrt{11}}{11}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{9}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.



Lời giải.

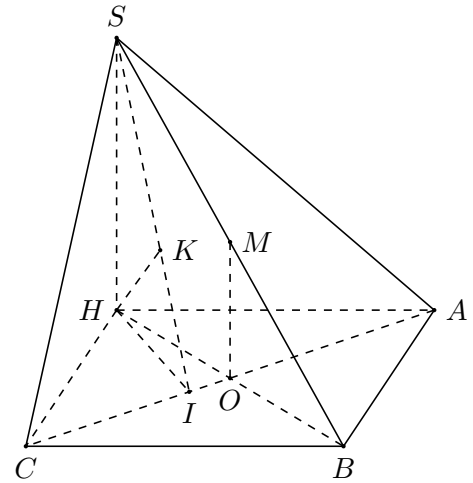
Gọi M là trung điểm SB , ta có $MC = MB = MA = \frac{SB}{2}$.

Gọi O là trung điểm AC , ta có $OA = OC = OB$.

Suy ra OM là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên $MO \perp (ABC)$.

Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC) , suy ra H đối xứng với B qua O .

Gọi I, K lần lượt là hình chiếu của H lên AC, SI . Ta có $d(H, (SAC)) = HK$.



$$\text{Ta có } \sin(SB, (SAC)) = \frac{d(B, (SAC))}{SB} = \frac{d(H, (SAC))}{SB} = \frac{HK}{SB}.$$

$$\Rightarrow \frac{SB^2}{HK^2} = 11.$$

$$\text{Ta có } (SH^2 + AB^2 + BC^2) = 11 \left(\frac{SH^2 \cdot \frac{2a^2}{3}}{SH^2 + \frac{2a^2}{3}} \right)$$

$$\Leftrightarrow SH^2 + 3a^2 = 11 \frac{2a^2 \cdot SH^2}{3SH^2 + 2a^2}$$

$$\Leftrightarrow 3SH^4 - 11a^2SH^2 + 6a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} SH = a\sqrt{3}, \text{ nhận vì thỏa điều kiện } SB > 2a \\ SH = \frac{a\sqrt{6}}{3}, \text{ loại vì không thỏa điều kiện } SB > 2a. \end{cases}$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6}SH \cdot BA \cdot BC = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 232. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{OA} = -2\vec{j} + 3\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm A .

A. $A(-2; 3; 0)$.

B. $A(-2; 0; 3)$.

C. $A(0; 2; -3)$.

D. $A(0; -2; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{OA} = -2\vec{j} + 3\vec{k} = (0; -2; 3) \Rightarrow A(0; -2; 3)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 233. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; -4; 5)$. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình của đường thẳng AB ?

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -4 - 6t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -4 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 - 3t \\ z = 5 + t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 6t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (2; -6; 2) \Rightarrow \vec{AB}$ cùng phương với các véc-tơ có tọa độ $(-1; 3; -1)$, $(1; -3; 1)$. Phương

$$\text{trình đường thẳng } AB \text{ là } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 - 3t \\ z = 5 + t. \end{cases}$$

Ta thấy điểm $M(1; -4; 1)$ không thỏa mãn phương trình đường thẳng AB .

Chọn đáp án **A** □

Câu 234. Cho hai mặt phẳng $(P): -6x + my - 2mz - m^2 = 0$ và $(Q): 2x + y - 2z + 3 = 0$ (m là tham số). Tìm m để mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) .

- A. $m = \frac{5}{12}$. B. $m = 12$. C. $m = \frac{12}{5}$. D. $m = \frac{12}{7}$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = (-6; m; -2m)$, véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q = (2; 1; -2)$.
Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) khi và chỉ khi

$$\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow -12 + m + 4m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{12}{5}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 235. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -2)$, $B(2; -1; 4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x - 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) .

- A. $15x + 7y - z - 27 = 0$. B. $15x + 7y + z + 27 = 0$.
C. $15x + 7y + z - 27 = 0$. D. $15x - 7y + z - 27 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (1; -3; 6)$ và véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_\alpha = (1; -2; -1) \Rightarrow$ véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) là $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{n}_\alpha] = (15; 7; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (β) là $15(x - 1) + 7(y - 2) + (z + 2) = 0 \Leftrightarrow 15x + 7y + z - 27 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 236. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$. Đường thẳng nào dưới đây nằm trong mặt phẳng (α) , đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d ?

- A. $\frac{x+2}{-3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+4}{-1}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{3}$.
C. $\frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}$. D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (α) , vuông góc và cắt (d) .

Ta có véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_\alpha = (1; 1; -1)$ và véc-tơ chỉ phương của (d) là $\vec{u}_d = (1; 2; 1) \Rightarrow$ véc-tơ chỉ phương của (Δ) là $\vec{u} = [\vec{u}_d, \vec{n}_\alpha] = (-3; 2; -1)$.

Ta có $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Thay vào phương trình mặt phẳng (α) , ta có

$$1 + t + 2 + 2t - 3 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Tọa độ giao điểm của (d) và (α) là $M(2; 4; 4) \Rightarrow$ phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 2 - 3u \\ y = 4 + 2u \\ z = 4 - u \end{cases}$.

Chọn $u = -1 \Rightarrow N(5; 2; 5) \in \Delta \Rightarrow \Delta: \frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 237. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ và mặt phẳng $(P): y - z + 1 = 0$. Biết $b, c > 0$, $(ABC) \perp (P)$ và $d(O; (ABC)) = \frac{1}{3}$. Tính $T = b + c$.

A. $T = 2$. B. $T = 1$. C. $T = \frac{1}{2}$. D. $T = \frac{5}{2}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow x + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$.

Khoảng cách từ O đến (ABC) là $\frac{|-1|}{\sqrt{1 + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 9 \Leftrightarrow \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 8$. (1)

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P = (0; 1; -1)$ và véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = \left(1; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right)$. Vì $(ABC) \perp (P)$ nên $\frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow b = c$. (2)

Thay (2) vào (1) ta được $\frac{2}{b^2} = 8 \Leftrightarrow b^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow b = \frac{1}{2}$ (do $b > 0$), suy ra $c = \frac{1}{2} \Rightarrow T = 1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 238. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt cầu $(S_1): (x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 1$, $(S_2): x^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 4$, $(S_3): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y - 1 = 0$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1) , (S_2) , (S_3) ?

A. 2. B. 6. C. 8. D. 4.

Lời giải.

Ta có (S_1) , (S_2) , (S_3) có tâm lần lượt là $I_1(-3; 2; 4)$, $I_2(0; 2; 4)$, $I_3(-2; 2; 0)$ và bán kính lần lượt là $R_1 = 1$, $R_2 = 2$, $R_3 = 3$.

Gọi $(P): ax + by + cz + d = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$) là mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu nói trên. Khi đó

$$\begin{cases} d(I_1; (P)) = R_1 \\ d(I_2; (P)) = R_2 \\ d(I_3; (P)) = R_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |-3a + 2b + 4c + d| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ |2b + 4c + d| = 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ |-2a + 2b + d| = 3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |2b + 4c + d| = 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ 2|-3a + 2b + 4c + d| = |2b + 4c + d| \\ 3|2b + 4c + d| = 2|-2a + 2b + d|. \end{cases}$$

Xét phương trình

$$3|2b + 4c + d| = 2|-2a + 2b + d| \Leftrightarrow \begin{cases} 3(2b + 4c + d) = 2(-2a + 2b + d) \\ 3(2b + 4c + d) = -2(-2a + 2b + d) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -4a - 2b - 12c \\ 5d = 4a - 10b - 12c. \end{cases}$$

① Với $d = -4a - 2b - 12c$. Thay vào $2|-3a + 2b + 4c + d| = |2b + 4c + d|$, ta được

$$2|-7a - 8c| = |-4a - 8c| \Leftrightarrow \begin{cases} 7a + 8c = 2a + 4c \\ 7a + 8c = -2a - 4c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{6c}{5} \\ a = -\frac{4c}{3}. \end{cases}$$

— Với $a = -\frac{6c}{5} \Rightarrow d = -\frac{36c}{5} - 2b$.

Thay vào $|-3a + 2b + 4c + d| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$, ta được

$$\begin{aligned} \left| \frac{18c}{5} + 2b + 4c - \frac{36c}{5} - 2b \right| &= \sqrt{\left(-\frac{6c}{5}\right)^2 + b^2 + c^2} \\ \Leftrightarrow \left| \frac{2c}{5} \right| &= \frac{1}{5} \cdot \sqrt{25b^2 + 61c^2} \Leftrightarrow 4c^2 = 25b^2 + 61c^2 \Leftrightarrow b = c = 0. \end{aligned}$$

Với $b = c = 0 \Rightarrow a = 0$, $d = 0$ (vô lí).

— Với $a = -\frac{4c}{3} \Rightarrow d = -\frac{20c}{3} - 2b$.

Thay vào $|-3a + 2b + 4c + d| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$, ta được

$$\left| \frac{12c}{5} + 2b + 4c - \frac{20c}{5} - 2b \right| = \sqrt{\left(-\frac{4c}{3}\right)^2 + b^2 + c^2}$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{4c}{3} \right| = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{9b^2 + 25c^2} \Leftrightarrow 16c^2 = 9b^2 + 25c^2 \Leftrightarrow b = c = 0.$$

Với $b = c = 0 \Rightarrow a = 0, d = 0$ (vô lí).

② Với $5d = 4a - 10b - 12c$. Thay vào $2|-3a + 2b + 4c + d| = |2b + 4c + d|$, ta được

$$2|-11a + 8c| = |4a + 8c| \Leftrightarrow \begin{cases} 11a - 8c = 2a + 4c \\ 11a - 8c = -2a - 4c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{4c}{13} \\ a = \frac{4c}{3} \end{cases}.$$

— Với $a = \frac{4c}{13} \Rightarrow 5d = -\frac{140c}{13} - 10b$.

Thay vào $|-3a + 2b + 4c + d| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$, ta được

$$\left| \frac{60c}{13} \right| = \frac{5}{13} \cdot \sqrt{169b^2 + 185c^2} \Leftrightarrow 11c^2 = 169b^2 \Leftrightarrow c = \pm \frac{13b}{\sqrt{11}}.$$

— Với $c = \frac{13b}{\sqrt{11}}$: chọn $b = \sqrt{11} \Rightarrow c = 13 \Rightarrow$ tồn tại một mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1), (S_2), (S_3)$.

— Với $c = -\frac{13b}{\sqrt{11}}$: chọn $b = \sqrt{11} \Rightarrow c = -13 \Rightarrow$ tồn tại một mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1), (S_2), (S_3)$.

— Với $a = \frac{4c}{3} \Rightarrow 5d = -\frac{20c}{3} - 10b$.

Thay vào $|-3a + 2b + 4c + d| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$, ta được

$$\left| \frac{20c}{3} \right| = \frac{5}{3} \cdot \sqrt{9b^2 + 25c^2} \Leftrightarrow 9c^2 + 9b^2 = 0 \Leftrightarrow b = c = 0.$$

Với $b = c = 0 \Rightarrow a = 0, d = 0$ (vô lí).

Vậy tồn tại 2 mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1), (S_2), (S_3)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 239. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(-1;2;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) .

A. $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ B. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$ D. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA} = (1;0;1)$, $\overrightarrow{OB} = (-1;2;1) \Rightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Rightarrow OA \perp OB$. Do vậy, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là $(0;1;1)$.

Lại có $[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (-2; -2; 2) \Rightarrow$ véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{n} = (1;1;-1) \Rightarrow$ phương trình đường

thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 240. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 4 = 0$ và $(Q): 3x + 2y - 5z - 4 = 0$. Khi đó hai mặt phẳng (P) và (Q)

A. vuông góc.

B. cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. song song.

D. trùng nhau.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; -2; 3)$ và (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (3; 2; -5)$. Ta có $[\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (4; 14; 8) \neq \vec{0}$ và $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \neq 0$ nên hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau nhưng không vuông góc.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 241. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 6 = 0$. Tính khoảng cách từ O đến (P) .

A. 3.

B. $\frac{2}{3}$.

C. -2.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $d(O, (P)) = \frac{|-6|}{\sqrt{4+1+4}} = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 242. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 1 = 0$. Tìm một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

A. $\vec{n} = (-1; 1; 2)$.

B. $\vec{n} = (1; -1; 2)$.

C. $\vec{n} = (-1; -1; 2)$.

D. $\vec{n} = (1; 1; 2)$.

Lời giải.

(P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}' = (1; 1; -2)$ nên $\vec{n} = -\vec{n}' = (-1; -1; 2)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 243. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 5z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Tìm khẳng định đúng.

A. $\sin \varphi = \frac{1}{5\sqrt{28}}$.

B. $\cos \varphi = -\frac{1}{5\sqrt{28}}$.

C. $\cos \varphi = \frac{1}{5\sqrt{28}}$.

D. $\sin \varphi = -\frac{1}{5\sqrt{28}}$.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -4; 5)$ và d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; 1)$. Khi đó ta có

$$\sin \varphi = |\cos(\vec{n}, \vec{u})| = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{u}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{1}{5\sqrt{28}}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 244. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{3-y}{3} = \frac{z+1}{-2}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u} = (2; 3; -2)$.

B. $\vec{u} = (2; -3; -2)$.

C. $\vec{u} = (-2; -3; -2)$.

D. $\vec{u} = (2; -3; 2)$.

Lời giải.

Ta có $d: \frac{x-1}{2} = \frac{3-y}{3} = \frac{z+1}{-2} \Leftrightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+1}{-2}$.

Do đó d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -3; -2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 245. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Gọi (S') là mặt cầu chứa đường tròn giao tuyến của (S) và (P) đồng thời (S') tiếp xúc với mặt phẳng $(Q): x - y + z - 5 = 0$. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu $(S)'$. Tính tích $T = abc$.

- A. $T = 1$. B. $T = -\frac{1}{8}$. C. $T = -1$. D. $T = \frac{1}{8}$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu (S') có dạng

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 - 9 + m(x + y + z - 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + mx + my + mz - 9 - 3m &= 0. \end{aligned}$$

Mặt cầu (S') có tâm $I\left(-\frac{m}{2}; -\frac{m}{2}; -\frac{m}{2}\right)$, bán kính $R = \sqrt{\frac{3m^2}{4} + 3m + 9}$.
 (S') tiếp xúc với (Q) nên

$$\begin{aligned} d(I, (Q)) = R &\Leftrightarrow \frac{\left|-\frac{m}{2} - 5\right|}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{3m^2}{4} + 3m + 9} \\ &\Leftrightarrow |m + 10| = \sqrt{9m^2 + 36m + 108} \\ &\Leftrightarrow m = -1 \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right). \end{aligned}$$

Vậy $T = abc = \frac{1}{8}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 246. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 1; 0)$, $B(-2; 0; 1)$, $C(0; 0; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z + 4 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $Q = a + b + 6c$.

- A. $Q = 2$. B. $Q = -2$. C. $Q = 0$. D. $Q = 1$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$ ta có $G\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; 1\right)$. Lại có

$$\begin{aligned} A &= \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} \\ &= 3MG^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA} \\ &= 3MG^2 + \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA}. \end{aligned}$$

Vì $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA}$ là một hằng số nên S nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất, hay M là hình chiếu của G lên (P) .

Từ đó ta tìm được $M\left(-\frac{11}{9}; -\frac{13}{9}; \frac{1}{9}\right)$ và $Q = a + b + 6c = -2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 247. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -2; 1)$, $B(2; 1; -1)$, véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB là

- A. $\vec{u} = (1; -1; -2)$. B. $\vec{u} = (3; -1; 0)$. C. $\vec{u} = (1; 3; -2)$. D. $\vec{u} = (1; 3; 0)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (1; 3; -2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 248. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là

- A. $z + 3 = 0$. B. $z - 3 = 0$. C. $x + y - 3 = 0$. D. $x + y + z = 0$.

Lời giải.

Do mặt phẳng (P) vuông góc với trục Oz nên véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (0; 0; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ nên có phương trình $z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 249. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ **không** đi qua

điểm nào sau đây?

- A. $P(4; 1; -4)$. B. $Q(3; 1; -5)$. C. $M(2; 1; -2)$. D. $N(0; 1; 4)$.

Lời giải.

Điểm $P(4; 1; -4)$ không thỏa mãn phương trình đường thẳng Δ .

Chọn đáp án **A** □

Câu 250. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$ là

- A. $-x + y + z + 1 = 0$. B. $x - y - z - 1 = 0$.
C. $x - y - z + 1 = 0$. D. $x - y + z + 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$ là

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow x - y - z + 1 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 251. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 16 = 0$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3. Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 25$. B. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 25$.
C. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9$. D. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } d(I, (P)) = \frac{|2 + 0 + 2 - 16|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = 4.$$

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Phương trình của mặt cầu (S) là $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 25$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 252. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + y + 2z + 1 = 0$ và điểm $M(4; 2; 1)$. Khi đó điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (P) là

- A. $M'(-4; 0; -3)$. B. $M'(-4; -4; -1)$. C. $M'(4; 2; 1)$. D. $M'(-2; 0; 5)$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của M lên (P) .

Ta có véc-tơ chỉ phương của AH là $\vec{u} = (4; 1; 2)$.

Phương trình đường thẳng AH là
$$\begin{cases} x = 4 + 4t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$$

Do $H \in (P)$ nên ta có $4(4 + 4t) + (2 + t) + 2(1 + 2t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Suy ra $H(0; 1; -1)$.

Gọi M' là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (P) .

Suy ra H là trung điểm của MM' .

Suy ra tọa độ điểm $M'(-4; 0; -3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 253. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -2; 4)$, $B(5; 3; -2)$, $C(0; 4; 2)$, đường thẳng d cách đều ba điểm A, B, C có phương trình là

A. $\begin{cases} x = \frac{8}{3} + 26t \\ y = \frac{5}{3} + 22t \\ z = \frac{4}{3} + 27t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 4 + 26t \\ y = 2 + 22t \\ z = \frac{9}{4} + 27t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = \frac{11}{6} + 14t \\ y = \frac{1}{6} + 22t \\ z = 27t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 4 + 26t \\ y = 2 + 38t \\ z = \frac{9}{4} + 27t \end{cases}$

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (2; 5; -6)$, $\overrightarrow{AC} = (-3; 6; -2)$.

Gọi M là trung điểm của AB suy ra $M\left(4; \frac{1}{2}; 1\right)$.

Gọi N là trung điểm của AC suy ra $N\left(\frac{3}{2}; 1; 3\right)$.

Mặt phẳng trung trực của AB là $(P): 4x + 10y - 12z - 9 = 0$.

Mặt phẳng trung trực của AC là $(Q): 6x - 12y + 4z - 9 = 0$.

Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (26; 22; 27)$.

Điểm $M\left(4; 2; \frac{9}{4}\right) \in (P) \cap (Q)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 254. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -3; 0)$, $B(5; -1; -2)$. Điểm $M(a; b; c)$ nằm trên (P) và $|MA - MB|$ lớn nhất. Giá trị tích $a \cdot b \cdot c$ bằng

A. 1.

B. 12.

C. 24.

D. -24.

Lời giải.

Ta có A, B nằm về hai phía của mặt phẳng (P) .

Gọi B' là điểm đối xứng của B qua (P) .

Ta có $|MA - MB| = |MA - MB'| \leq AB'$.

Suy ra $|MA - MB|$ lớn nhất khi M là giao điểm của AB' và mp (P) .

Phương trình đường thẳng BB' là
$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -1 + t \\ z = -2 + t \end{cases}$$

Gọi H là giao điểm của BB' và mp (P) .

Suy ra $H\left(\frac{14}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{7}{3}\right)$.

Do H là trung điểm của BB' nên $B' \left(\frac{13}{3}; -\frac{5}{3}; -\frac{8}{3} \right)$.

$$\overrightarrow{AB'} = \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{8}{3} \right).$$

Phương trình đường thẳng AB' là
$$\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -3 + 2t \\ z = -4t. \end{cases}$$

Tọa độ điểm $M(6; -1; -4)$.

Suy ra $a \cdot b \cdot c = 24$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 255. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

A. Tâm $I(-1; 2; -3)$ và bán kính $R = 4$.

B. Tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 4$.

C. Tâm $I(-1; 2; 3)$ và bán kính $R = 4$.

D. Tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 16$.

Lời giải.

Ta có $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 16$.

Do đó mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; -3)$ và bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 256. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

A. $d = \frac{5}{9}$.

B. $d = \frac{5}{29}$.

C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $d(A, (P)) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 257. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = t. \end{cases}$ Phương trình nào

sau đây là phương trình chính tắc của d ?

A. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-1}$.

B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

C. $x - 2 = y = z + 3$.

D. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; 1; 1)$ và đi qua điểm $M(2; 1; 0)$. Do đó phương trình chính tắc của d là $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 258. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -1)$, tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz) . Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$.

B. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 1$.

C. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 4$.

D. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 2$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu $R = d(I, (Oyz)) = |x_I| = 2$.

Do đó phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 259. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -1; 2)$, $B(4; -1; -1)$, $C(2; 0; 2)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình là

A. $3x - 3y + z - 14 = 0$.

B. $3x + 3y + z - 8 = 0$.

C. $3x - 2y + z - 8 = 0$.

D. $2x + 3y - z + 8 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 1; 0)$ suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; 3; 1)$.

Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình là $3x + 3y + z - 8 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 260. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 7z + 1 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 7t. \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t. \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - 7t. \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 + 8t \\ y = -2 + 6t \\ z = -3 - 14t. \end{cases}$

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (4; 3; -7)$.

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) nên véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (4; 3; -7)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 261. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S) .

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Có: $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} I(1; 1; 0) \\ R = 1 \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Ta có: $A(1; 0; 0) \in (S)$ suy ra nếu tồn tại (P) thì (P) tiếp xúc với (S) tại A .

$\begin{cases} A \in (P) \\ \text{Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là } \overrightarrow{IA} \end{cases} \Rightarrow (P): y = 0$.

Ta thấy $B(0; 0; 2) \in (P)$ suy ra có duy nhất một mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Chú ý: Bài toán này thường sẽ có hai mặt phẳng thỏa mãn, nhưng với số liệu của bài này thì chỉ có một mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 262. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $(S_2): x^2 + (y-4)^2 + z^2 = 4$ và các điểm $A(4; 0; 0)$, $B\left(\frac{1}{4}; 0; 0\right)$, $C(1; 4; 0)$, $D(4; 4; 0)$. Gọi M là điểm thay đổi trên (S_1) , N là điểm thay đổi trên (S_2) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = MA + 2ND + 4MN + 6BC$ là

A. $2\sqrt{265}$.

B. $\frac{5\sqrt{265}}{2}$.

C. $3\sqrt{265}$.

D. $\frac{7\sqrt{265}}{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S_1) có tâm $O(0; 0; 0)$ bán kính bằng 1; mặt cầu (S_2) có tâm $I(0; 4; 0)$ bán kính bằng 2.

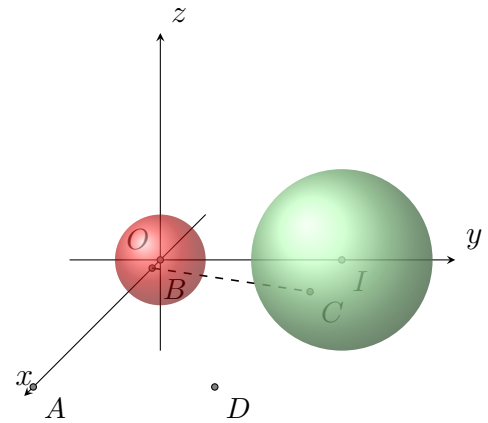
Ta có 4 điểm O, A, D, I là 4 đỉnh của hình vuông cạnh bằng 4 và $OB = \frac{1}{4}, IC = 1$.

Ta có $\triangle OMA \sim \triangle OBM$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \frac{MA}{BM} = \frac{OM}{OB} \Rightarrow MA = 4MB.$$

Ta có $\triangle IND \sim \triangle ICN$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \frac{ND}{CN} = \frac{IN}{IC} = 2 \Rightarrow ND = 2NC.$$



$$\begin{aligned} Q &= 4MB + 4NC + 4MN + 6BC \\ &= 4(BM + MN + NC) + 6BC \\ &\geq 4BC + 6BC = 10BC = 10 \cdot \frac{\sqrt{265}}{4} = \frac{5\sqrt{265}}{2} \end{aligned}$$

Vậy Q nhỏ nhất là bằng $\frac{5\sqrt{265}}{2}$, dấu “=” xảy ra khi M, N là giao điểm của BC với các mặt cầu.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 263. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$. Tìm m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu.

A. $-5 < m < 1$.

B. $m < -5$ hoặc $m > 1$.

C. $m < -5$.

D. $m > 1$.

Lời giải.

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

$$\Leftrightarrow (m+2)^2 + (2m)^2 + m^2 - 5m^2 - 9 > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -5 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 264. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba véc-tơ $\vec{a} = (3; 4; -4)$, $\vec{b} = (3; 0; 4)$, $\vec{c} = (-6; 1; -1)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

A. $\vec{m} = (3; 22; -3)$.

B. $\vec{m} = (3; 22; 3)$.

C. $\vec{m} = (-3; 22; -3)$.

D. $\vec{m} = (3; -22; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{m} = (3.3 - 2.3 - 6; 3.4 - 2.0 + 1; 3.(-4) - 2.4 - 1) = (3; 22; -3)$;

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 265. Mặt phẳng cắt mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 6z - 1 = 0$ có phương trình là

A. $2x + 3y - z - 16 = 0$.

B. $2x + 3y - z + 12 = 0$.

C. $2x + 3y - z - 18 = 0$.

D. $2x + 3y - z + 10 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; -3)$ và $R = 2\sqrt{3}$.

Ta có: Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x + 3y - z - 16 = 0$ là $d_1 = \frac{14}{2\sqrt{3}} > R$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x + 3y - z + 12 = 0$ là $d_1 = \frac{14}{2\sqrt{3}} > R$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x + 3y - z - 18 = 0$ là $d_1 = \frac{16}{2\sqrt{3}} > R$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x + 3y - z + 10 = 0$ là $d_1 = \frac{12}{2\sqrt{3}} = R$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 266. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất.

A. $2x + y - 3z + 3 = 0$.

B. $x + 2y - z - 1 = 0$.

C. $3x + 2y - z + 1 = 0$.

D. $2x - y - 3z + 3 = 0$.

Lời giải.

- Đường thẳng d đi qua $M_0(0; 0; 1)$ có VTCP $\vec{u}(1; 1; 1)$.

- Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên (P) và d . Ta có $d(A, (P)) = AH \leq AK$. Dấu = xảy ra khi và chỉ khi $H \equiv K$.

Do đó $d(A, (P))_{\max} = AK$. Khi đó (P) đi qua $M_0(0; 0; 1)$ nhận $\overrightarrow{AK}$ làm véc-tơ pháp tuyến.

- Do $K \in d$ nên $K(t; t; 1 + t)$ và $\overrightarrow{AK} = (t - 3; t - 2; t + 2)$.

Ta có: $\overrightarrow{AK} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Vậy $\overrightarrow{AK} = (-2; -1; 3)$ nên $(P): 2x + y - 3z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 267. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 4; -4)$ cắt (P) tại B . Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° . Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $H(-2; -1; 3)$.

B. $I(-1; -2; 3)$.

C. $K(3; 0; 15)$.

D. $J(-3; 2; 7)$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases}$.

Theo đề bài B là giao điểm của đường thẳng d và (P) nên giá trị tham số t ứng với tọa độ điểm B là nghiệm phương trình:

$$2(1 + 3t) + 2(2 + 4t) - (-3 - 4t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow B(-2; -2; 1).$$

Ta thấy M nằm trên giao tuyến của mặt cầu đường kính AB với mặt phẳng (P) . Do đó MB lớn nhất khi nó là đường kính, hay M là hình chiếu của A trên (P) .

Gọi d' là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) . Đường thẳng $d' \perp (P)$ có VTCP $\vec{m} = (2; 2; -1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d' là $\begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = -3 - t' \end{cases}$.

Do M là hình chiếu của A trên (P) nên giá trị tham số t ứng với tọa độ điểm M là nghiệm phương trình $2(1 + 2t') + 2(2 + 2t') - (-3 - t') + 9 = 0 \Leftrightarrow t' = -2$.

Do đó tọa độ điểm $M(-3; -2; -1)$. Từ đó $\overrightarrow{MB} = (1; 0; 2)$.

Vậy phương trình đường thẳng MB là
$$\begin{cases} x = -3 + a \\ y = -2 \\ z = -1 + 2a \end{cases}.$$

Chỉ có tọa độ điểm $I(-1; -2; 3)$ thỏa mãn phương trình đường thẳng MB .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 268. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 2z - 5 = 0$. Tìm tọa độ điểm A nằm trên tia Oz sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) bằng $2\sqrt{2}$.

- A. $A\left(0; 0; \frac{13}{2}\right)$. B. $A\left(0; 0; \frac{3}{2}\right)$.
C. $A\left(0; 0; \frac{3}{2}\right)$ hoặc $A\left(0; 0; \frac{-13}{2}\right)$. D. $A\left(0; 0; \frac{-13}{2}\right)$.

Lời giải.

Giả sử $A(0; 0; a) \in Oz$, ta có

$$\begin{aligned} d(A; (P)) &= 2\sqrt{2} \\ \Leftrightarrow \frac{|-2a - 5|}{\sqrt{8}} &= 2\sqrt{2} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -2a - 5 = 8 \\ -2a - 5 = -8 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-13}{2} \\ a = \frac{3}{2} \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} A\left(0; 0; \frac{-13}{2}\right) \\ A\left(0; 0; \frac{3}{2}\right) \end{cases}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 269. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1}$

và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 2 \end{cases}$. Đường thẳng Δ đi qua $A(0; 1; 1)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x}{-1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{4}$.
C. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 2; 1)$.

Gọi B là giao điểm của Δ và d_2 , nên $B(t; -t; 2)$, suy ra $\overrightarrow{AB} = (t; -t-1; 1)$.

Do Δ vuông góc với d_1 nên $\overrightarrow{AB} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow -2t + 2(-t-1) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{4}$.

Do đó $\overrightarrow{AB} = \left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}; 1\right)$, suy ra Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (-1; -3; 4)$.

Vậy phương trình Δ là: $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 270. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) , biết (P) tiếp xúc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$ tại điểm $M(4; -3; 1)$.

A. $3x - 4y - 7 = 0$.

B. $4x - 3y + z - 26 = 0$.

C. $4x - 3y + z - 8 = 0$.

D. $3x - 4y - 24 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 1)$ và bán kính $r = 5$.

Vì (P) tiếp xúc mặt cầu (S) tại điểm $M(4; -3; 1)$ nên $(P) \perp IM \Rightarrow (P)$ nhận $\overrightarrow{IM} = (3; -4; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình của (P) là $3x - 4y - 24 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 271. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0; 2; 1)$ và $B(-1; 4; 2)$ cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 - 2x + 8y + 6z - 3 = 0$ theo một đường tròn (C) có bán kính lớn nhất.

A. $(P): 2x + 3y + 4z - 10 = 0$.

B. $(P): 2x + 5y - 4z - 6 = 0$.

C. $(P): 2x + 3y - 4z - 2 = 0$.

D. $(P): 2x - 3y - 4z + 10 = 0$.

Lời giải.

(P) cắt (S) theo một đường tròn có bán kính lớn nhất nên (P) đi qua tâm $I(1; -4; -3)$ của (S) .

$\Rightarrow (P)$ có một véc-tơ pháp tuyến là $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AI}]$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1)$, $\overrightarrow{AI} = (1; -6; -4) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AI}] = (-2; -3; 4)$.

$\Rightarrow (P): -2(x - 0) - 3(y - 2) + 4(z - 1) = 0 \Leftrightarrow (P): 2x + 3y - 4z - 2 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 272. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm $A(0; 1; 2)$, $B(1; 3; 4)$ là

A. $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 4 + 2t \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 3t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 2 + 4t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 4 + 2t \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

d đi qua điểm $B(1; 3; 4)$, nên có phương trình là: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 4 + 2t \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 273. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; -1; 3)$ và $B(2; -5; 1)$, điểm M thỏa mãn $MA = 2MB$. Khi đó M sẽ thuộc mặt cầu nào sau đây?

A. $\left(x + \frac{10}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{19}{3}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = 16$. B. $x^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 9$.

C. $\left(x - \frac{10}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{19}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 = 16$. D. $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 9$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y; z)$.

Ta có

$$\begin{aligned} MA = 2MB &\Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2 \\ \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 &= 4[(x-2)^2 + (y+5)^2 + (z-1)^2] \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \frac{20}{3}x + \frac{38}{3}y - \frac{2}{3}z + \frac{106}{3} &= 0 \\ \Leftrightarrow \left(x - \frac{10}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{19}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 &= 16. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 274. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 5)$, $B(m; 2; 7)$. Tìm tất cả các giá trị của m để độ dài đoạn $AB = 7$.

A. $m = 9$ hoặc $m = -3$.

B. $m = -3$ hoặc $m = -9$.

C. $m = 9$ hoặc $m = 3$.

D. $m = 3$ hoặc $m = -3$.

Lời giải.

$$AB = 7 \Leftrightarrow \sqrt{(m-3)^2 + 3^2 + 2^2} = 7 \Leftrightarrow (m-3)^2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} m-3 = 6 \\ m-3 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m = -3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 275. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): z - 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $(\alpha) \parallel (Oxy)$.

B. $(\alpha) \perp Oy$.

C. $(\alpha) \parallel Ox$.

D. $(\alpha) \perp Oz$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

Oy có véc-tơ chỉ phương $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

Suy ra (α) không vuông góc với Oy .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 276. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$.

B. $\vec{n}_2 = (2; 3; 6)$.

C. $\vec{n}_3 = (1; 2; 3)$.

D. $\vec{n}_4 = (6; 3; 2)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là $\left(\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6}(6; 3; 2)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 277. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$ thì d song song với (P) .

B. $\vec{u}$ không vuông góc với $\vec{n}$ thì d cắt (P) .

C. d song song với (P) thì $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$.

D. d vuông góc với (P) thì $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$.

Lời giải.

— $\vec{u}$ vuông góc $\vec{n}$ thì d có thể nằm trong (P) .

— d song song (P) thì $\vec{u}$ vuông góc $\vec{n}$.

— d vuông góc (P) thì $\vec{u}$ cùng phương $\vec{n}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 278. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z - 5 = 0$ và điểm $A(1; -3; 1)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) .

A. $\frac{8}{9}$.

B. $\frac{8}{29}$.

C. $\frac{3}{\sqrt{29}}$.

D. $\frac{8}{\sqrt{29}}$.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là

$$d[A, (P)] = \frac{|2 \cdot 1 + 3 \cdot (-3) + 4 \cdot 1 - 5|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2}} = \frac{8}{\sqrt{29}}.$$

Chọn đáp án (D)

□

Câu 279. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S_m): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-m)^2 = \frac{m^2}{4}$ (với $m > 0$ là tham số thực) và hai điểm $A(2; 3; 5)$, $B(1; 2; 4)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của m để trên (S_m) tồn tại điểm M sao cho $MA^2 - MB^2 = 9$.

A. $m = 1$.

B. $m = 3 - \sqrt{3}$.

C. $m = 8 - 4\sqrt{3}$.

D. $m = \frac{4 - \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y; z)$, ta có

$$\begin{aligned} MA^2 - MB^2 = 9 &\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 - (x-1)^2 - (y-2)^2 - (z-4)^2 = 9 \\ &\Leftrightarrow x + y + z - 4 = 0. \end{aligned}$$

Mặt cầu (S_m) có tâm $I(1; 1; m)$ và bán kính $R = \frac{m}{2}$. Gọi $(\alpha): x + y + z - 4 = 0$. Khi đó,

$$\begin{aligned} M(1; 1; m) \in (S_m) &\Leftrightarrow d[I, (\alpha)] \leq R \Leftrightarrow \frac{|m-2|}{\sqrt{3}} \leq \frac{m}{2} \\ &\Rightarrow m-2 \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}m \Rightarrow m \geq 8 - 4\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của m là $8 - 4\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 280. Cho mặt phẳng $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$, $(a^2 + b^2 + c^2 > 0)$ đi qua hai điểm $B(1; 0; 2)$, $C(5; 2; 6)$ và cách $A(2; 5; 3)$ một khoảng lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T = \frac{a}{b+c+d}$ là

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $-\frac{1}{6}$.

D. -2 .

Lời giải.

$$\text{Phương trình đường thẳng } BC: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}.$$

Gọi I là hình chiếu của A trên BC suy ra $I(3; 1; 4)$.

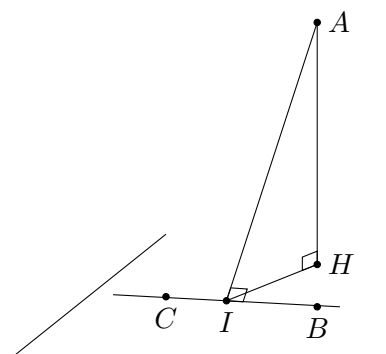
Kẻ $AH \perp (P)$, ta có AH đạt giá trị lớn nhất khi H trùng I hay $AI \perp (P)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $x - 4y + z - 3 = 0$.

$$\text{Vậy } T = \frac{a}{b+c+d} = -\frac{1}{6}.$$

Chọn đáp án (C)

□



Câu 281. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (2; 3; 6)$. B. $\vec{n} = (6; 3; 2)$. C. $\vec{n} = (1; 2; 3)$. D. $\vec{n} = \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1\right)$.

Lời giải.

(P) nhận $\vec{n} = \left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6} \cdot (6; 3; 2)$ là 1 véc-tơ pháp tuyến. Do đó nhận $(6; 3; 2)$ cũng là véc-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 282. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(2; 1; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 2 = 0$.

- A. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 3)^2 = 4$. B. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$.
C. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 3)^2 = 16$. D. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = 16$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu $R = d(I, (P)) = \frac{|2 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 4$.

Phương trình mặt cầu cần tìm: $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = 16$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 283. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(1; -1; 4)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$ theo một đường tròn có chu vi $2\sqrt{3}\pi$.

- A. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = (1 + 2\sqrt{3})^2$.
B. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = 2$.
C. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = 4$.
D. $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 4)^2 = 4$.

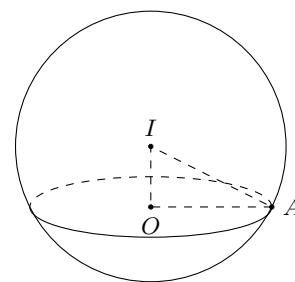
Lời giải.

Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (P) là $IO = d(I, (P)) = 1$.

Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến ta có $2\pi r = 2\sqrt{3}\pi \Rightarrow r = OA = \sqrt{3}$.

Bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{3 + 1} = 2$.

Phương trình mặt cầu cần tìm: $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = 4$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 284. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{u} = (x; y; z)$, $\vec{v} = (x'; y'; z')$. Xác định mệnh đề đúng.

- A. $\vec{u} - \vec{v} = (x' - x; y' - y; z' - z)$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$.
C. $\vec{u} + \vec{v} = (x' - x; y' - y; z' - z)$. D. $[\vec{u}, \vec{v}] = (xx'; yy'; zz')$.

Lời giải.

Theo công thức tích vô hướng của hai véc-tơ.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 285. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 0)$, $\vec{b} = (-1; 2; 1)$, $\vec{c} = (-2; 1; 5)$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề cho dưới đây.

- A. $|\vec{b}| = \sqrt{6}$. B. $\vec{a} \perp \vec{c}$. C. $\vec{b} \cdot \vec{c} = 9$. D. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Lời giải.

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \neq 0 \Rightarrow \vec{a}$ không vuông góc với $\vec{b}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 286. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; -1)$ trên mặt phẳng $(\alpha): 16x + 12y - 15z + 7 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AH .

A. $\frac{12}{25}$.

B. $\frac{12}{625}$.

C. $\frac{19}{625}$.

D. $\frac{19}{25}$.

Lời giải.

Độ dài đoạn thẳng AH bằng $d(A; (\alpha)) = \frac{|16 \cdot 2 + 12 \cdot (-3) - 15 \cdot 1 + 7|}{\sqrt{16^2 + 12^2 + (-15)^2}} = \frac{12}{25}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 287. Viết phương trình mặt phẳng song song với trục Ox và chứa hai điểm $C(2; 0; 3)$, $D(-1; 4; 6)$.

A. $4y + 3z - 9 = 0$.

B. $3y - 4z - 12 = 0$.

C. $4y - 3z + 9 = 0$.

D. $3y - 4z + 12 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{CD} = (-3; 4; 3)$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) cần tìm.

Ta có $\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{CD} \\ \vec{n} \perp \vec{i} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{CD}, \vec{i}] = (0; 3; -4)$.

Mặt phẳng $(\alpha): 3x - 4y + 12 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 288. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 5z = 0$. Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu của M lên mặt phẳng (P) . Tính $5b + 2c$.

A. $5b + 2c = 16$.

B. $5b + 2c = 14$.

C. $5b + 2c = 13$.

D. $5b + 2c = 15$.

Lời giải.

Đường thẳng (Δ) qua $M(1; 2; 3)$ vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + 5t \end{cases}$.

Toạ độ điểm H là giao điểm của (Δ) và mặt phẳng (P) . Khi đó, ta có

$$(1 + t) - 2(2 - 2t) + 5(3 + 5t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{5}.$$

Ta được $H\left(\frac{3}{5}; \frac{14}{5}; 1\right) \Rightarrow 5b + 2a = 16$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 289. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 6 = 0$ cắt các trục tọa độ lần lượt tại A, B, C . Tính thể tích tứ diện $OABC$.

A. 18.

B. 72.

C. 24.

D. 12.

Lời giải.

Ta có $A(3; 0; 0)$, $B(0; 6; 0)$, $C(0; 0; -6)$. Thể tích $V_{OABC} = \frac{OA \cdot OB \cdot OC}{6} = 18$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 290. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 25$.

Gọi $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$ là hai điểm thuộc mặt cầu thỏa mãn biểu thức $T = 2(x_A - x_B) + (y_A - y_B) - 2(z_A - z_B)$ đạt giá trị lớn nhất. Trung điểm của đoạn thẳng AB thuộc mặt phẳng nào sau đây?

A. $-y + 4z + 5 = 0$.

B. $-x + 5y - 6z - 10 = 0$.

C. $x + 3y + 2z + 3 = 0$.

D. $x + 3y - 7z + 10 = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
T &= 2(x_A - x_B) + (y_A - y_B) - 2(z_A - z_B) \\
&= 2(x_A - 1) + y_A - 2(z_A + 2) + 2(1 - x_B) - y_B + 2(z_B + 2) \\
&\leq \sqrt{9 \cdot [(x_A - 1)^2 + y_A^2 + (z_A + 2)^2]} + \sqrt{9 \cdot [(x_B - 1)^2 + y_B^2 + (z_B + 2)^2]} \\
&\leq 15 + 15. \quad (1)
\end{aligned}$$

$$\text{Đẳng thức (1) xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_A - 1}{2} = \frac{y_A}{1} = \frac{z_A + 2}{-2} \\ \frac{x_B - 1}{2} = \frac{y_B}{1} = \frac{z_B + 2}{-2} \end{cases} \Rightarrow (AB): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 - 2t. \end{cases}$$

Ta thấy tâm mặt cầu $I(1; 0; -2) \in (AB)$.Do vậy, khi T đạt giá trị lớn nhất thì trung điểm AB là $I(1; 0; -2)$.Chọn đáp án **C** □

Câu 291. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm I và bán kính bằng 3 sao cho luôn tiếp xúc với mặt phẳng Oxy . Khi các đường tròn giao tuyến của (S) với hai mặt phẳng tọa độ còn lại có diện tích lớn nhất thì tâm I của mặt cầu thuộc mặt phẳng nào?

A. $x + y + z - 1 = 0$. B. $x - y + z = 0$. C. $x - 2y + 1 = 0$. D. $x + y = 0$.

Lời giải.Từ giả thiết ta được tâm I luôn thuộc trục $Oz \Rightarrow I \in (P): x + y = 0$.Chọn đáp án **D** □

Câu 292. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Hai điểm $A \in d_1$ và $B \in d_2$ sao cho AB song song với mặt phẳng (P) . Khi A, B thay đổi, tập hợp trung điểm của AB là

A. một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-9; 8; -5)$.

B. một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-5; 9; 8)$.

C. một mặt phẳng có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; -5)$.

D. một mặt phẳng có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 5; -2)$.

Lời giải.

Ta có $A(3a; 1-a; -1+a)$, $B(2+b; 1-2b; -3+b) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2+b-3a; -2b+a; -2+b-a)$.

Ta có $AB \parallel (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Rightarrow 2b = 3a$.

Toạ độ trung điểm $I\left(\frac{2+3a+b}{2}; \frac{2-a-2b}{2}; \frac{-4+a+b}{2}\right) \Rightarrow I\left(1 + \frac{3}{2}b; 1 - \frac{4}{3}b; -2 + \frac{5}{6}b\right)$.

Vậy tập hợp trung điểm của AB là một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-9; 8; -5)$.Chọn đáp án **A** □

Câu 293. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 5 = 0$ nhận vec-tơ nào trong các vec-tơ sau làm vec-tơ pháp tuyến?

A. $\vec{n}(1; 2; -5)$.

B. $\vec{n}(0; 1; 2)$.

C. $\vec{n}(1; 2; 0)$.

D. $\vec{n}(1; 2; 5)$.

Lời giải.Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}(1; 2; 0)$ làm vec-tơ pháp tuyến.Chọn đáp án **C** □

Câu 294. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2; 0; 0); B(0; 3; 0); C(0; 0; 1)$ và $M(2; 1; 2)$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC) là

- A. 2. B. $\frac{15}{7}$. C. $\frac{13}{7}$. D. 3.

Lời giải.

Mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow 3x + 2y + 6z - 6 = 0$. Vậy

$$d(M; (ABC)) = \frac{|3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 6 \cdot 2 - 6|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 6^2}} = 2.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 295. Trong không gian $Oxyz$ cho vec-tơ $\vec{u}(1; 1; 2)$ và $\vec{v}(2; 0; m)$. Tìm giá trị của tham số m biết $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{4}{\sqrt{30}}$.

- A. $m = 1$. B. $m = -11$. C. $m = 1; m = -11$. D. $m = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot m}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + m^2}} = \frac{4}{\sqrt{30}} \Leftrightarrow \sqrt{5} \cdot (2m + 2) = 4\sqrt{4 + m^2} \Leftrightarrow m = 1.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 296. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{6}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$. Biết đường thẳng d cắt mặt cầu (S) theo dây cung AB . Độ dài AB là

- A. $2\sqrt{5}$. B. $4\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 4.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB . Khi đó

$$AB = 2\sqrt{IB^2 - IH^2} = 2\sqrt{R^2 - d^2(I; d)}.$$

d đi qua điểm $M(3; 2; 0)$ và $\vec{u}_d = (2; 3; 6)$. Vậy

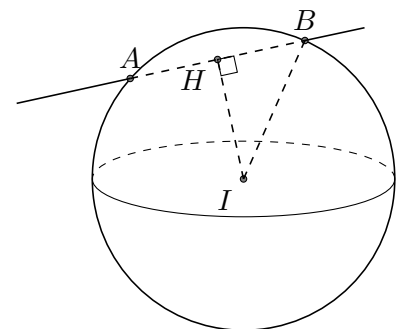
$$d(I; d) = \frac{|[\vec{IM}; \vec{u}_d]|}{|\vec{u}_d|}.$$

Ta có $\vec{IM} = (2; 1; 0) \Rightarrow [\vec{IM}; \vec{u}_d] = (6; -12; 4)$. Vậy $|[\vec{IM}; \vec{u}_d]| = 14$.

Mà $|\vec{u}_d| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = 7 \Rightarrow d(I; d) = 2$.

Vậy $AB = 2\sqrt{3^2 - 2^2} = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **A** □



Câu 297. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 3 = 0$ và hai điểm $A(m; 1; 0); B(1; -m; 2)$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của A, B lên mặt phẳng (P) . Biết $EF = \sqrt{5}$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m là

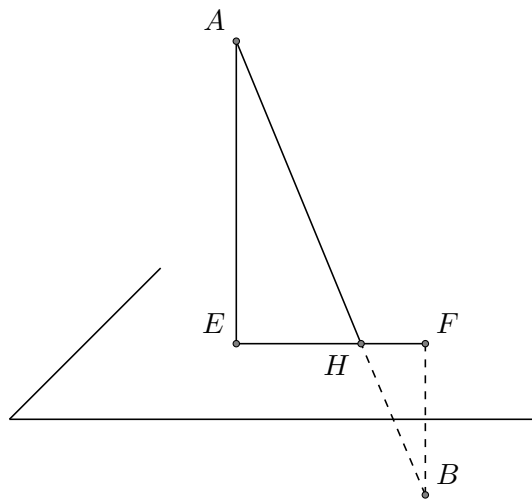
- A. 2. B. 3. C. -6. D. -3.

Lời giải.

- Xét trường hợp $m = 1$. Khi đó cả A, B đều thuộc (P) .
Trong trường hợp này $EF = AB = 2\sqrt{2}$ (loại).
- Khi $m \neq 1$. Ta tính toán các đại lượng

$$d(A; (P)) = \frac{|2m - 2|}{\sqrt{6}} \quad d(B; (P)) = \frac{|1 - m|}{\sqrt{6}}.$$

Từ đó suy ra A, B khác phía với (P) và $d(A; (P)) = 2d(B; (P))$.



Gọi H là giao điểm của AB với (P) .

Theo Thales ta có $EH = \frac{2\sqrt{5}}{3}$, $AH = \frac{2}{3}AB = \frac{2}{3}\sqrt{(1-m)^2 + (m+1)^2 + 2^2}$.

Áp dụng định lý Pythagore cho tam giác AEH ta có

$$\begin{aligned} & AE^2 + EH^2 = AH^2 \\ \Leftrightarrow & \frac{(2m-2)^2}{6} + \left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}((1-m)^2 + (m+1)^2 + 4) \\ \Leftrightarrow & \frac{3 \cdot (4m^2 - 8m + 4)}{18} + \frac{40}{18} = \frac{8 \cdot (2m^2 + 6)}{18} \\ \Leftrightarrow & 4m^2 + 24m - 4 = 0. \end{aligned}$$

Phương trình này có hai nghiệm và tổng hai nghiệm đó bằng $-\frac{24}{4} = -6$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 298. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S) : (x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 36$. Số mặt phẳng (P) chứa trục Ox và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

- A. 1. B. 2. C. Vô số. D. 0.

Lời giải.

Gọi $I(-1; 4; -3)$ là tâm mặt cầu. Ta có $d(I; Ox) = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5 < R = 6$.

Vậy mặt cầu cắt Ox tại hai điểm phân biệt. Khi đó không có mặt phẳng (P) chứa Ox và tiếp xúc với mặt cầu.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 299. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(2; 0; 0)$; $B(0; 3; 0)$; $C(2; 3; 6)$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$ là

- A. 49π . B. $\frac{1372\pi}{3}$. C. $\frac{341\pi}{6}$. D. $\frac{343\pi}{6}$.

Lời giải.

Chú ý bốn đỉnh O, A, B, C là bốn đỉnh của hình hộp chữ nhật có các kích thước 2; 3; 6. Vậy $R = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = \frac{7}{2}$.

Từ đó suy ra $V = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = \frac{343\pi}{6}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 300. Tập hợp các điểm có tọa độ $(x; y; z)$ sao cho $|x| \leq 1$, $|y| \leq 2$, $|z| \leq 2$ là tập hợp các điểm trong của một khối đa diện (lồi). Tính thể tích của khối đa diện đó.

A. 36.

B. 32.

C. 6.

D. 12.

Lời giải.

Khối đa diện giới hạn bởi các mặt phẳng $x = \pm 1$, $y = \pm 2$, $z = \pm 2$, là hình hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 4. Vậy thể tích là $V = 2 \times 4 \times 4 = 32$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 301. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (6; 3; 2)$.B. $\vec{n} = (2; 3; 6)$.C. $\vec{n} = (1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3})$.D. $\vec{n} = (3; 2; 1)$.**Lời giải.**

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow 2x + 3y + 6z - 6 = 0.$$

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n} = (2; 3; 6)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 302. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(-1; 2; 3)$, $R = \sqrt{5}$.B. $I(1; -2; 3)$, $R = \sqrt{5}$.C. $I(1; -2; 3)$, $R = 5$.D. $I(-1; 2; -3)$, $R = 5$.**Lời giải.**

Mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2 - 9} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 303. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = -1, \\ z = t_1 \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x = t_2 \\ y = -1, \\ z = 0 \end{cases}$

$d_3: \begin{cases} x = 1 \\ y = t_3. \end{cases}$ Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $M(1; 2; 3)$ và cắt ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 lần lượt tại

A, B, C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC . Tính khoảng cách $d = d(O, (P))$ (O là gốc tọa độ của hệ trục $Oxyz$).

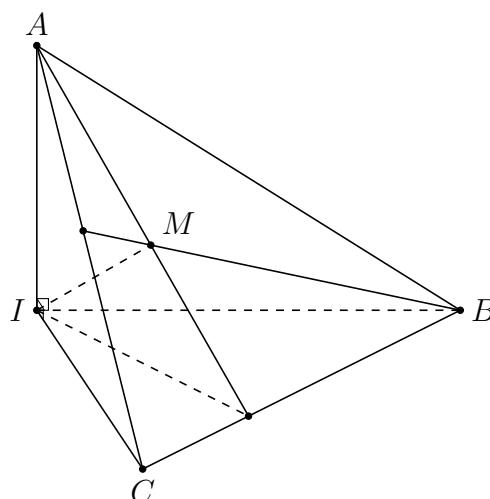
A. $d = 2\sqrt{2}$.B. $d = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.C. $d = \frac{\sqrt{2}}{2}$.D. $d = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.**Lời giải.**

Gọi véc-tơ chỉ phương của các đường thẳng d_1, d_2, d_3 là $\vec{u}_{d_1} = (0; 0; 1)$, $\vec{u}_{d_2} = (1; 0; 0)$ và $\vec{u}_{d_3} = (0; 1; 0)$.

Ta có $\vec{u}_{d_1} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0$, $\vec{u}_{d_1} \cdot \vec{u}_{d_3} = 0$, $\vec{u}_{d_2} \cdot \vec{u}_{d_3} = 0$ và d_1, d_2 và d_3 cắt nhau tại điểm $I(1; -1; 0)$ nên IA, IB, IC đôi một vuông góc với nhau.

Từ $\begin{cases} IA \perp IB \\ IA \perp IC \end{cases} \Rightarrow IA \perp (IBC) \Rightarrow IA \perp BC$.

Từ $\begin{cases} IB \perp IA \\ IB \perp IC \end{cases} \Rightarrow IB \perp (IAC) \Rightarrow IB \perp AC$.



$$\text{Mặt khác từ } \begin{cases} AM \perp BC \\ IA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (IAM) \Rightarrow BC \perp IM \quad (1)$$

$$\text{Mà } \begin{cases} BM \perp AC \\ IB \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (IBM) \Rightarrow AC \perp IM \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $IM \perp (ABC)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm M và nhận $\overrightarrow{IM} = (0; 3; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

$$(ABC): 3(y - 2) + 3(z - 3) = 0 \Leftrightarrow y + z - 5 = 0.$$

Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) là $d = \frac{|-5|}{\sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 304. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 1)$, $B(1; 0; 1)$, $C(1; 1; 0)$. Có bao nhiêu điểm M cách đều các mặt phẳng (ABC) , (OBC) , (OAC) , (OAB) ?

A. Vô số điểm M . B. 3. C. 5. D. 1.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA} = (0; 1; 1)$, $\overrightarrow{OB} = (1; 0; 1)$, $\overrightarrow{OC} = (1; 1; 0)$, $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 0; -1)$.

- Ta có $[\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}] = (1; 1; -1) \Rightarrow (OAB): x + y - z = 0$.
- Ta có $[\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OC}] = (-1; 1; 1) \Rightarrow (OBC): -x + y + z = 0$.
- Ta có $[\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OC}] = (-1; 1; -1) \Rightarrow (OAC): -x + y - z = 0$.
- Ta có $[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (1; 1; 1) \Rightarrow (ABC): x + y + z - 2 = 0$.

Gọi điểm $M(a; b; c)$ cách đều các mặt phẳng (OAB) , (OBC) , (OAC) , (ABC) .

$$\text{Từ } d(M, (OAB)) = d(M, (OBC)) \Leftrightarrow \frac{|a + b - c|}{\sqrt{3}} = \frac{|-a + b + c|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \begin{cases} a = c & (1) \\ b = c & (2) \end{cases}$$

$$\text{Từ } d(M, (OAB)) = d(M, (OAC)) \Leftrightarrow \frac{|a + b - c|}{\sqrt{3}} = \frac{|-a + b - c|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 & (3) \\ b = c & (4) \end{cases}$$

$$\text{Từ } d(M, (OAB)) = d(M, (ABC)) \Leftrightarrow \frac{|a + b - c|}{\sqrt{3}} = \frac{|a + b + c|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 & (5) \\ a = -b & (6) \end{cases}$$

Từ (1), (3), (5) suy ra $a = c = 0$, b khác 0 tùy ý. Như vậy có vô số điểm cách đều bốn mặt phẳng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 305. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 3)$, $B(-3; 0; -4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm A và B ?

- A. $\frac{x+3}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{7}$. B. $\frac{x+3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{3}$.
- C. $\frac{x+3}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{7}$. D. $\frac{x-3}{-4} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-7}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (4; -1; 7)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là $\frac{x+3}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{7}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 306. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 1; 1)$, $C(0; 3; -1)$. Xét bốn khẳng định sau

(I). $BC = 2AB$.

(II). Điểm B thuộc đoạn AC .

(III). Ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

(IV). Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Trong bốn khẳng định trên các khẳng định **sai** là

A. (I) và (II).

B. (II) và (III).

C. (II) và (IV).

D. (III) và (IV).

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 1; -1) = -\overrightarrow{AB}$ nên điểm A là trung điểm của BC và A, B, C thẳng hàng. Từ đó ta thấy kết luận (II) và (III) là sai.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 307. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(-3; -1; 1)$.

B. $N(0; -1; 1)$.

C. $P(0; -1; 0)$.

D. $Q(0; 0; 1)$.

Lời giải.

Giữ nguyên y, z và đổi dấu x nên ta suy ra điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oyz) là điểm $M(-3; -1; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 308. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{4}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (-3; 2; 4)$.

B. $\vec{u}_2 = (-2; -1; 3)$.

C. $\vec{u}_3 = (3; 2; 4)$.

D. $\vec{u}_4 = (-2; -1; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}_d = (-3; 2; 4)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 309. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 2)$. Gọi M, N và P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên Ox, Oy, Oz . Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$.

B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$.

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

— Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 2)$ lên trục Ox, Oy, Oz có tọa độ lần lượt là $M(2; 0; 0), N(0; -1; 0), P(0; 0; 2)$.

— Phương trình mặt phẳng $(MNP): \frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 310. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) có đường kính AB tại A có phương trình là

A. $3x - y - z - 6 = 0$.

B. $3x - y - z + 6 = 0$.

C. $x + 3y + z - 5 = 0$.

D. $x + 3y + z - 6 = 0$.

Lời giải.

— Ta có mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1; 2; 1)$ và có VTPT $\vec{n}_P = \overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$.

— Vậy phương trình mặt phẳng $(P): 3x - y - z + 6 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 311. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -2 - t \end{cases}; d_2: \frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{-1}$

và $d_3: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$. Đường thẳng d song song với d_3 , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

— Ta có (d) có VTCP $\vec{u}_d = \vec{u}_{d_3} = (1; 2; 3)$. Gọi $H = d \cap d_1$, $K = d \cap d_2$. Khi đó

$$H(3+t; 3+2t; -2-t), K(5+3t'; -1-2t'; 2-t').$$

$$\overrightarrow{HK} = (2+3t'-t; -4-2t'-2t; 4-t'+t).$$

— Mặt khác $\vec{u}$ cùng phương với $\overrightarrow{HK}$ nên $\frac{2+3t'-t}{1} = \frac{-4-2t'-2t}{2} = \frac{4-t'+t}{3}$.

— Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{2+3t'-t}{1} = \frac{-4-2t'-2t}{2} \\ \frac{2+3t'-t}{1} = \frac{4-t'+t}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8t' = -8 \\ 10t' - 4t = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = -1 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow H(1; -1; 0).$$

— Vậy phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 312. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z - 19 = 0$ và điểm $M(4; -3; 8)$. Qua điểm M kẻ tiếp tuyến MA với mặt cầu (S) trong đó A là tiếp điểm. Gọi I là tâm của mặt cầu (S) . Tính diện tích của tam giác MAI .

A. 125.

B. 25.

C. $\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

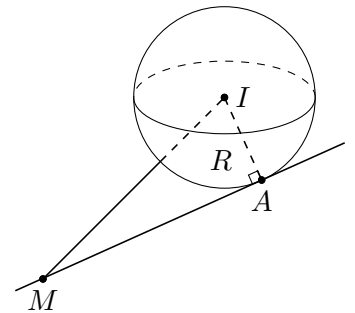
D. 50.

Lời giải.

— Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; -2)$, $R = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2 + 19} = 5$.

— $\overrightarrow{MI} = (-3; 4; -10) \Rightarrow MI = \sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 10^2} = 5\sqrt{5}$ và $MA = \sqrt{MI^2 - IA^2} = \sqrt{125 - 25} = 10$.

— Diện tích tam giác MAI là $S_{\Delta MAI} = \frac{1}{2} \cdot IA \cdot MA = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10 = 25$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 313. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 18$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - t \\ z = -4 + t \end{cases}$, biết d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm tọa độ hai điểm A và B .

A. $A(1; 1; -3), B(1; 2; 0)$.

B. $A(1; 1; 3), B(1; -2; 0)$.

C. $A(1; 1; -3), B(1; -2; 0)$.

D. $A(1; -1; -3), B(1; -2; 0)$.

Lời giải.

— Xét phương trình $(1+2)^2 + (2-t-1)^2 + (-4+t)^2 = 18 \Leftrightarrow 2t^2 - 10t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 4 \end{cases}$.

— Vậy $A(1; 1; -3), B(1; -2; 0)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 314. Cho mặt cầu tâm O , bán kính R . Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) . Hình nón (N) có đỉnh S nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn (C) và có chiều cao là h ($h > R$). Hình trụ (T) có đáy là đường tròn (C) và có cùng chiều cao với hình nón (N) . Tính thể tích V khối trụ được tạo nên bởi (T) theo R , biết V có giá trị lớn nhất.

A. $V = \frac{32}{27}\pi R^3$.

B. $V = \frac{32}{81}\pi R^3$.

C. $V = \frac{16}{27}\pi R^3$.

D. $V = \frac{64}{9}\pi R^3$.

Lời giải.

Gọi khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) là d với $(0 \leq d \leq R)$, đường tròn (C) có bán kính là r .

$$V = h \cdot \pi \cdot r^2 = \pi(R+d)(R^2 - d^2) = \pi(-d^3 - Rd^2 + R^2d + R^3).$$

$$V'(d) = \pi(-3d^2 - 2Rd + R^2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = -1 \\ d = \frac{R}{3} \end{cases} \Rightarrow d = \frac{R}{3}.$$

Ta có $V(0) = \pi R^3, V(R) = 0$ và $V\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{32}{27}\pi R^3$.

Vậy $V = \frac{32}{27}\pi R^3$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 315. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z - 2 = 0$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) có một véc-tơ chỉ phương có tọa độ là

A. $(1; -2; 2)$.

B. $(1; -2; -3)$.

C. $(1; 2; 3)$.

D. $(1; -3; -2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; -3)$.

Do $d \perp (P)$ nên véc-tơ $\vec{n} = (1; -2; -3)$ cũng là một véc-tơ chỉ phương của d .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 316. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(5; 7; -13)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng Oyz . Tọa độ của H là

A. $(5; 0; -13)$.

B. $(0; 7; -13)$.

C. $(5; 7; 0)$.

D. $(0; -7; 13)$.

Lời giải.

Do H là hình chiếu vuông góc của M trên (Oyz) nên $H(0; 7; -13)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 317. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(2; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC .

A. $x - y - z = 0$.

B. $2x + y + z - 6 = 0$.

C. $2x + y + z + 6 = 0$.

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$.

Lời giải.

Vì tứ diện $OABC$ là tứ diện vuông tại đỉnh O và H là trực tâm tam giác ABC nên $OH \perp (ABC)$.

Do đó $\vec{OH} = (2; 1; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (ABC) và vì $H \in (ABC)$ nên phương trình (ABC) là

$$2(x - 2) + (y - 1) + (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + z - 6 = 0.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 318. Bán kính đáy của khối trụ tròn xoay có thể tích bằng V và có chiều cao bằng h là

A. $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$.

B. $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$.

C. $r = \sqrt{\frac{V}{2\pi h}}$.

D. $r = \sqrt{\frac{2V}{\pi h}}$.

Lời giải.

Ta có $V = \pi r^2 h \Leftrightarrow r^2 = \frac{V}{\pi h} \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 319. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$, đường thẳng d có phương trình $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x + y - z + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A , cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải.Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến: $\vec{n} = (1; 1; -1)$.Điểm $B \in d \Rightarrow B(t+3; 3t+3; 2t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (t+2; 3t+1; 2t+1)$.

$\Delta \parallel (\alpha) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow t+2+3t+1-2t-1=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$. Do đó phương trình của Δ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 320. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$. Mặt phẳng qua A , vuông góc với trục Ox có phương trình là

A. $x + y + z - 3 = 0$.

B. $y - 2 = 0$.

C. $x - 1 = 0$.

D. $x + 1 = 0$.

Lời giải.Mặt phẳng qua A , vuông góc với trục Ox nhận véc-tơ $\vec{i} = (1; 0; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là $x + 1 = 0$.Chọn đáp án **(D)** □

Câu 321. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C sao cho $T = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất có dạng $(P): x + ay + bz + c = 0$. Tính $S = a + b + c$.

A. 19.

B. 6.

C. -9.

D. -5.

Lời giải.Gọi H là hình chiếu của O lên (ABC) .Tứ diện $OABC$ có ba góc ở đỉnh O vuông nên $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OH^2} \geq \frac{1}{OM^2}$.Đẳng thức xảy ra khi $H \equiv M$ hay $OM \perp (ABC)$.Ta có $\overrightarrow{OM} = (1; 2; 3)$, từ đó viết được phương trình mặt phẳng (P) là $x + 2y + 3z - 14 = 0$.Vậy $a + b + c = 2 + 3 - 14 = -9$.Chọn đáp án **(C)** □

Câu 322. Cho hai mặt cầu $(S_1): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4$ và $(S_2): (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$. Gọi d là đường thẳng đồng thời tiếp xúc với hai mặt cầu trên, cắt đoạn thẳng nối tâm hai mặt cầu và cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất. Nếu $\vec{u} = (a; 1; b)$ là một véc-tơ chỉ phương của d thì tổng $S = 2a + 3b$ bằng bao nhiêu?

A. $S = 2$.

B. $S = 1$.

C. $S = 0$.

D. $S = 4$.

Lời giải.

Mặt cầu (S_1) có tâm $I_1(3; 2; 2)$, bán kính $R_1 = 2$, mặt cầu (S_2) có tâm $I_2(1; 0; 1)$ và bán kính $R_2 = 1$. Do $I_1I_2 = 3 = R_1 + R_2$ nên (S_1) và (S_2) tiếp xúc ngoài nhau tại điểm $A\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Vì d tiếp xúc với hai mặt cầu, đồng thời cắt đoạn nối tâm I_1I_2 nên d tiếp xúc với hai mặt cầu tại A , khi đó $d \perp I_1I_2$.

Mặt khác $d = d(O, d) \leq OA$. Đẳng thức xảy ra khi $d \perp OA$. Khi đó, d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = [\vec{I_1I_2}, \vec{OA}] = (6; -3; 6) \Rightarrow \vec{u} = (-2; 1; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của d .

Vậy $a = -2, b = 2$ và $S = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 323. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC nhọn có $H(2; 2; 1)$, $K\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$, O lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên các cạnh BC, AC, AB . Gọi I là trực tâm tam giác ABC . Phương trình mặt cầu tâm A và đi qua I là

- A. $(S): (x+4)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 20$. B. $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$.
C. $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 20$. D. $(S): (x+2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$.

Lời giải.

Theo tính chất của hình học phẳng thì I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác HOK .

Do đó $HK \cdot \vec{IO} + OK \cdot \vec{IH} + OH \cdot \vec{IK} = \vec{0} \Leftrightarrow 5 \cdot \vec{IO} + 4 \cdot \vec{IH} + 3 \cdot \vec{IK} = \vec{0} \Rightarrow I(0; 1; 1)$.

Đường thẳng AH có véc-tơ chỉ phương $\vec{IH} = (2; 1; 0)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + \end{cases}$

Vì $A \in AH$ nên $A(2t; 1+t; 1) \Rightarrow \vec{OA} = (2t; t+1; 1)$.

Mà $OI \perp OA$ nên $\vec{OI} \cdot \vec{OA} = 0 \Leftrightarrow 2t \cdot 0 + (1+t) \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow A(-4; -1; 1)$.

Vậy phương trình mặt cầu tâm A , bán kính AI là $(S): (x+4)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 20$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 324. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 3; -1)$. Khi đó $\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(-1; 5; 2)$. B. $(3; -1; 4)$. C. $(1; 5; 2)$. D. $(1; -5; -2)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (-1; 5; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 325. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; 1)$ trên Ox có tọa độ là

- A. $(0; 0; 1)$. B. $(3; 0; 0)$. C. $(-3; 0; 0)$. D. $(0; 2; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; 1)$ trên Ox có tọa độ là $(3; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 326. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tâm I của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2y + 1 = 0$ có tọa độ là

- A. $I(4; 1; 0)$. B. $I(4; -1; 0)$. C. $I(-4; 1; 0)$. D. $I(-4; -1; 0)$.

Lời giải.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 16$. Do đó mặt cầu (S) có tọa độ tâm là $I(4; 1; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 327. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 1; 1)$, $B(0; -2; 3)$, $C(2; 1; 0)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; -7)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $3x + y - 3z - 26 = 0$.

B. $3x + y - 3z - 32 = 0$.

C. $3x + y + 3z + 16 = 0$.

D. $3x + y + 3z - 22 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-1; -3; 2) \\ \overrightarrow{AC} = (1; 0; -1) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; 1; 3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (ABC) .

Mà mặt phẳng (α) qua $M(1; 2; -7)$, suy ra $(\alpha): 3(x-1) + (y-2) + 3(z+7) = 0 \Leftrightarrow 3x + y + 3z + 16 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 328. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài đoạn AM .

A. $AM = 3\sqrt{3}$.

B. $AM = 2\sqrt{7}$.

C. $AM = \sqrt{29}$.

D. $AM = \sqrt{30}$.

Lời giải.

Gọi tọa độ điểm $M(a; b; c)$, do M thuộc đoạn BC và $MC = 2MB \Rightarrow \overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB} \quad (*)$.

Ta có $\overrightarrow{CM} = (a + 3; b - 6; c - 4)$ và $\overrightarrow{MB} = (-a; 3 - b; 1 - c)$.

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3 = -2a \\ b - 6 = 6 - 2b \\ c - 4 = 2 - 2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 4; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-3; 4; 2) \Rightarrow AM = \sqrt{29}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 329. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} =$

$$\frac{z-3}{1}; d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases} \text{ và điểm } A(1; 2; 3). \text{ Đường thẳng } \Delta \text{ đi qua } A \text{ vuông góc với } d_1 \text{ và cắt } d_2 \text{ có}$$

phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$.

B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Lời giải.

Gọi $M = \Delta \cap d_2$, do $M \in d_2 \Rightarrow M(1-t; 1+2t; -1+t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-t; 2t-1; t-4)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Đường thẳng d_1 có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$. Do $d_1 \perp \Delta \Rightarrow \vec{u}_1 \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Suy ra $\overrightarrow{AM} = (1; -3; -5)$, do đó $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 330. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$ và hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 3; 1)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết rằng C

luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 2\sqrt{3}$.

B. $r = 12$.

C. $r = 6$.

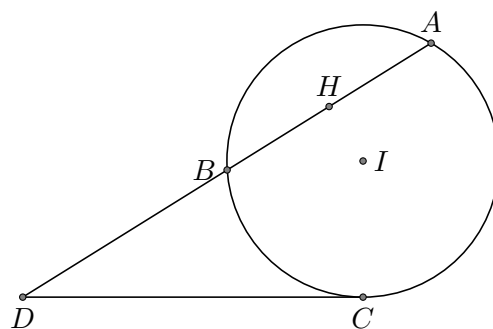
D. $r = \sqrt{6}$.

Lời giải.

Gọi I là tâm của mặt cầu S .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (1; 1; 1) \Rightarrow AB: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = t. \end{cases}$$

Gọi D là giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (P) , suy ra $D(0; 1; -1)$. Ta có $\overrightarrow{DA} = (1; 1; 1)$, $\overrightarrow{DB} = (2; 2; 2)$. Suy ra $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} = 6$ (1).



Gọi H là trung điểm của AB . Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} &= (\overrightarrow{DH} + \overrightarrow{HB}) \cdot (\overrightarrow{DH} + \overrightarrow{HA}) \\ &= DH^2 - HA^2 \\ &= DI^2 - IH^2 - HA^2 = DI^2 - (IH^2 + HA^2) \\ &= DI^2 - IA^2 = DI^2 - IC^2 \\ &= DC^2 \quad (2). \end{aligned}$$

Từ (1) và (2), suy ra $DC = \sqrt{6}$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 331. Trong không gian cho hai điểm phân biệt A, B . Tìm tập hợp tâm của các mặt cầu đi qua 2 điểm A, B .

A. Mặt phẳng trung trực đoạn AB .

B. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với AB .

C. Đường tròn đường kính AB .

D. Chỉ có một tâm duy nhất là trung điểm AB .

Lời giải.

Tập hợp tâm của mặt cầu đi qua hai điểm A, B là mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 332. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Véc-tơ nào là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}(-1; 0; -1)$.

B. $\vec{n}(3; -1; 2)$.

C. $\vec{n}(3; -1; 0)$.

D. $\vec{n}(3; 0; -1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (3; 0; -1)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 333. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(1; 1; 1)$ và $C(0; 0; 2)$ có phương trình là

A. $x - 2y - z + 2 = 0$.

B. $x - 2y - z - 2 = 0$.

C. $x - 2y + z - 2 = 0$.

D. $-x + 2y - z + 2 = 0$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; -2; -1)$.

Phương trình mặt phẳng $(ABC): x - 2y - z + 2 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 334. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(-1; 3; 2)$, $B(1; 4; -2)$?

A.
$$\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 + 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

B.
$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+2}{-4}.$$

C.
$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{4}.$$

D.
$$\frac{x-1}{-2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{4}.$$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (-2; -1; 4)$ là vec-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Đường thẳng AB đi qua điểm B nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{4}.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 335. Cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - z - 3 = 0$ cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z - 1 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn. Tính chu vi của đường tròn đó.

A. $\pi\sqrt{3}.$

B. $4\pi.$

C. $2\pi\sqrt{3}.$

D. $2\sqrt{6}\pi.$

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; -2)$ và bán kính $R = \sqrt{10}.$

Ta có $h = d(I, (\alpha)) = \sqrt{6}$ nên bán kính đường tròn giao tuyến $r^2 = R^2 - h^2 = 4 \Rightarrow r = 2.$

Vậy chu vi của đường tròn cần tìm là $2 \cdot \pi \cdot r = 4\pi.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 336. Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$, $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}.$

A.
$$\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}.$$

B.
$$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}.$$

C.
$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}.$$

D.
$$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}.$$

Lời giải.

Ta có $\vec{u}_d = (1; 1; -1)$, $\vec{u}_{d_1} = (2; 1; -1)$, $\vec{u}_{d_2} = (-1; 1; 3).$

Gọi (P) là mặt phẳng song song với d và chứa d_1 thì (P) đi qua $A(-1; -1; 2)$ và có một VTPT là $\vec{n}_1 = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d_1}] = (0; -1; -1).$ Do đó $(P): y + z - 1 = 0.$

Gọi (Q) là mặt phẳng song song với d và chứa d_2

Ta có (Q) đi qua $B(1; 2; 3)$ và có một VTPT là $\vec{n}_2 = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d_2}] = (4; -2; 2).$ Do đó $(Q): 2x - y + z - 3 = 0.$

Khi đó, đường thẳng cần tìm Δ là giao điểm của (P) và (Q) , ta có

$$\Delta: \begin{cases} y + z - 1 = 0 \\ 2x - y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Hay $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 337. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 9 = 0$. Hỏi có bao nhiêu điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (P) với a, b, c là các số nguyên không âm.

A. 55.

B. 45.

C. 50.

D. 60.

Lời giải.

Ta có $(P): x + y + z - 9 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{9} + \frac{y}{9} + \frac{z}{9} = 1$ nên mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(9; 0; 0)$, $B(0; 9; 0)$, $C(0; 0; 9)$.

Từ đó suy ra tất cả các điểm có tọa độ nguyên của mặt phẳng (P) đều nằm trong miền tam giác ABC .

Tam giác ABC đều có các cạnh bằng $9\sqrt{2}$, chiếu các điểm có tọa độ nguyên của hình tam giác ABC xuống mặt phẳng (Oxy) ta được các điểm có tọa độ nguyên của hình tam giác OAB . Mà số điểm có tọa độ nguyên của tam giác OAB bằng $1 + 2 + \dots + 10 = 55$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 338. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P), (P')$ chứa d và tiếp xúc với (S) tại T và T' . Tìm tọa độ trung điểm H của TT' .

A. $H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right)$. B. $H\left(\frac{5}{6}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{6}\right)$. C. $H\left(-\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; \frac{5}{6}\right)$. D. $H\left(-\frac{7}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{7}{6}\right)$.

Lời giải.

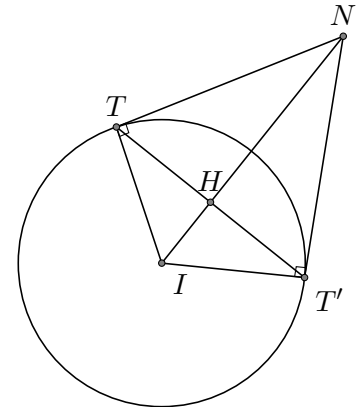
Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = 1$.

$$\begin{cases} IT \perp (P) \Rightarrow IT \perp d \\ IT' \perp (P') \Rightarrow IT' \perp d \end{cases} \Rightarrow d \perp (ITT').$$

Gọi $N = d \cap (ITT') \Rightarrow N$ là hình chiếu của I trên d .

$$\text{Đường thẳng } d \text{ có phương trình tham số } \begin{cases} x = t \\ y = 2 + t \\ z = -t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow N(t; 2+t; -t) \text{ và } \overrightarrow{IN} = (t-1; 2+t; -t+1).$$



$$\overrightarrow{IN} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t-1+2+t+t-1=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow N(0; 2; 0) \Rightarrow \begin{cases} IN = \sqrt{6} \\ \overrightarrow{IN} = (-1; 2; 1) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } IH \cdot IN = IT^2 \Rightarrow IH = \frac{1}{\sqrt{6}}.$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } IN: \begin{cases} x = -u \\ y = 2 + 2u \\ z = u \end{cases} \Rightarrow H(-u; 2+2u; u) \quad u \in \mathbb{R}$$

$$\text{và } \overrightarrow{IH} = (-u-1; 2+2u; u+1).$$

$$IH = \frac{1}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow IH^2 = \frac{1}{6} \Leftrightarrow (-u-1)^2 + (2u+2)^2 + (u+1)^2 = \frac{1}{6}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = -\frac{5}{6} \Rightarrow H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}\right) \\ u = -\frac{7}{6} \Rightarrow H\left(\frac{7}{6}; -\frac{1}{3}; -\frac{7}{6}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \left(\frac{1}{6}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{6}\right) \end{cases}$$

$$\text{Vì } \overrightarrow{IH} \text{ cùng hướng với } \overrightarrow{IN} \Rightarrow H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right).$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 339. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1; 5; 0)$, $B(3; 3; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm trên đường thẳng Δ sao cho chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $T = a + b + c$.

A. $T = 2$.B. $T = 3$.C. $T = 4$.D. $T = 5$.**Lời giải.**

Chu vi tam giác ABM đạt giá trị nhỏ nhất khi tổng $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$\text{Do } M \in \Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \text{ nên } M(-1 + 2t; 1 - t; 2t).$$

$$\text{Ta có } MA = \sqrt{(2t-2)^2 + (t+4)^2 + 4t^2} = \sqrt{9t^2 + 20};$$

$$MB = \sqrt{(2t-4)^2 + (t+2)^2 + (2t-6)^2} = \sqrt{9t^2 - 36t + 56}.$$

$$\text{Như vậy } MA + MB = \sqrt{9t^2 + 20} + \sqrt{9t^2 - 36t + 56}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \sqrt{9t^2 + 20} + \sqrt{9t^2 - 36t + 56} \text{ trên } \mathbb{R}.$$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{9t}{\sqrt{9t^2 + 20}} + \frac{9t - 18}{\sqrt{9t^2 - 36t + 56}} = \frac{9t}{\sqrt{9t^2 + 20}} + \frac{9(t-2)}{\sqrt{9(t-2)^2 + 20}}.$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{t}{\sqrt{9t^2 + 20}} = -\frac{t-2}{\sqrt{9(t-2)^2 + 20}} \Leftrightarrow g(t) = g(2-t) \quad (1).$$

$$\text{Xét hàm số } g(t) = \frac{t}{\sqrt{9t^2 + 20}} \text{ có } g'(t) = \frac{20}{(\sqrt{9t^2 + 20})^3} > 0.$$

$$\text{Do đó phương trình (1)} \Leftrightarrow t = 2 - t \Leftrightarrow t = 1.$$

Bảng biến thiên của $f(t)$ là

t	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$+\infty$	$2\sqrt{29}$	$+\infty$

Theo bảng biến thiên, $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $t = 1 \Rightarrow M(1; 0; 2)$. Do đó $T = a + b + c = 3$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 340. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M(1; 3; 2)$ đến đường

$$\text{thẳng } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}.$$

A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Phương trình mặt phẳng đi qua điểm } M(1; 3; 2) \text{ và vuông góc với đường thẳng } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases} \text{ là}$$

$$1 \cdot (x - 1) + 1 \cdot (y - 3) + (-1) \cdot (z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 2 = 0.$$

Hình chiếu vuông góc H của M trên đường thẳng đã cho có tọa độ là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -t \\ x + y - z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 0 \\ t = 0. \end{cases}$$

Như vậy $H = (1; 1; 0)$, do đó khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng đã cho là

$$d = MH = \sqrt{(1-1)^2 + (1-3)^2 + (0-2)^2} = 2\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 341. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$.

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$.

D. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; -5)$, đường thẳng d' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}' = (3; -2; -1)$.

Gọi Δ đường vuông góc chung của hai đường thẳng d và d' , gọi $A = (2 + 2a; 3 + 3a; -4 - 5a)$ và $B = (-1 + 3b; 4 - 2b; 4 - b)$ lần lượt là giao điểm của Δ với d và d' .

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2a + 3b - 3; -3a - 2b + 1; 5a - b + 8)$. Vì Δ đường vuông góc chung của hai đường thẳng d và d' nên

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \vec{u} \\ \overrightarrow{AB} \perp \vec{u}' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}' \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (-2a + 3b - 3) \cdot 2 + (-3a - 2b + 1) \cdot 3 + (5a - b + 8) \cdot (-5) = 0 \\ (-2a + 3b - 3) \cdot 3 + (-3a - 2b + 1) \cdot (-2) + (5a - b + 8) \cdot (-1) = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -38a + 5b = 43 \\ -5a + 14b = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Như vậy $A = (0; 0; 1)$ và $B = (2; 2; 3)$, nên $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 2)$. Do đó Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{w} = (1; 1; 1)$, bởi vậy Δ có phương trình là

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 342. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -2; -1)$, $B(-2; -4; 3)$, $C(1; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 3 = 0$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

B. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right)$.

C. $M(2; 2; -4)$.

D. $M(-2; -2; 4)$.

Lời giải.

Gọi I là điểm sao cho $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = 0 \Rightarrow I(0; 0; 0)$.

Từ đó:

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}| = |4\overrightarrow{MI} + (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC})| = 4IM \geq 4IH.$$

với H là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) .

Từ đó suy ra $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $M \equiv H$. Phương trình đường

thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P) là:
$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -2t \end{cases}.$$

Tọa độ điểm H là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -2t \\ x + y - 2z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \\ z = -1 \\ t = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Suy ra $H = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Vậy, tọa độ điểm M cần tìm là $M = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 343. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}.$

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}.$

D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}.$

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là:
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + 3t. \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm $A(x; y; z)$ của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + 3t \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \\ t = 1. \end{cases}$$

Như vậy $A(1; 1; 1)$.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 3)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; 1)$.

Vì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d nên Δ có một véc-tơ chỉ phương là

$$[\vec{n}, \vec{u}] = (5; -1; -3).$$

Do Δ nằm trong mặt phẳng (P) và cắt d nên Δ đi qua điểm $A(1; 1; 1)$. Phương trình đường thẳng Δ là

$$\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 344. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xét đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0; 0; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng Oxz . Tính khoảng cách nhỏ nhất giữa điểm $B(0; 4; 0)$ tới điểm C trong đó C là điểm cách đều đường thẳng Δ và trục Ox .

A. $\frac{1}{2}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0; 0; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng Oxz là $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$.

Gọi $C = (a; b; c)$, mặt phẳng (P) đi qua C và vuông góc với Δ có phương trình $y - b = 0$. Hình chiếu vuông góc của C lên đường thẳng Δ là giao điểm H của mặt phẳng (P) với đường thẳng Δ . Suy ra $H = (0; b; 1)$.

Tọa độ hình chiếu vuông góc K của C trên trục Ox là $K = (a; 0; 0)$.

Theo đề bài: $d(C; \Delta) = d(C; Ox) \Leftrightarrow CH = CK \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + (1-c)^2} = \sqrt{b^2 + c^2} \Leftrightarrow a^2 = b^2 + 2c - 1$.

Ta có $BC = \sqrt{a^2 + (b-4)^2 + c^2} = \sqrt{b^2 + 2c - 1 + b^2 - 8b + 16 + c^2} = \sqrt{2(b-2)^2 + (c+1)^2 + 6} \geq \sqrt{6}$.

Do đó $\min BC = \sqrt{6}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 345. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 0; 2)$, $B(3; 4; 1)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $AX + BY$ với X, Y là các điểm thuộc mặt phẳng Oxy sao cho $XY = 1$.

A. 3.

B. 5.

C. $2 + \sqrt{17}$.

D. $1 + 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Đặt $X(a; b; 0)$, $Y(c; d; 0)$ thì $(a-c)^2 + (b-d)^2 = 1$.

Theo bất đẳng thức Minkowski, ta có

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{(3-c)^2 + (4-d)^2} + \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2} \geq 5.$$

Suy ra $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{(3-c)^2 + (4-d)^2} \geq 4$. Lại áp dụng bất đẳng thức Minkowski, ta có

$$AX + BY = \sqrt{a^2 + b^2 + 4} + \sqrt{(3-c)^2 + (4-d)^2 + 1} + \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2} \geq 5$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 346. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -1)$, $B(1; 2; 3)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{22}$.

C. 18.

D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = \sqrt{(1-2)^2 + (2-1)^2 + (3+1)^2} = 3\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 347. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 5 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

- A. $\vec{n}_1 = (2; 1; 5)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 0; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 5)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 0; -1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; 0; -1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 348. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3; 0; -4)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (5; 1; -2)$ có phương trình là

- A. $\frac{x+3}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-2}$. B. $\frac{x-3}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{-2}$.
C. $\frac{x+3}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{-2}$. D. $\frac{x-3}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-2}$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua điểm $A(3; 0; -4)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (5; 1; -2)$ có phương trình là

$$\frac{x-3}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{-2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 349. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(-2; 1; -4)$ có phương trình là

- A. $3x - 4y + 6z + 34 = 0$. B. $x - 2y - 2z - 4 = 0$.
C. $x + 2y + 2z + 8 = 0$. D. $-x + 2y + 2z + 4 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 3; -2)$.

Vì mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(-2; 1; -4)$ nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{IA} = (-1; -2; -2) = -(1; 2; 2)$. Do đó (P) có phương trình

$$1(x+2) + 2(y-1) + 2(z+4) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z + 8 = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 350. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 6 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z+1}{3}$. B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+5}{3}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-1}{3}$.

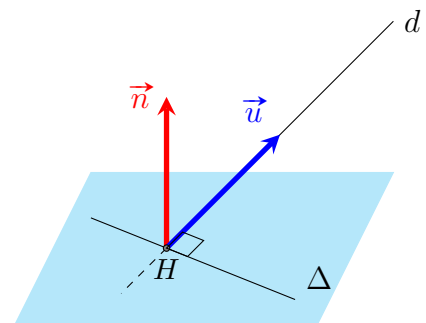
Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm, H là giao điểm giữa d và (P) .

Tọa độ của H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3} \\ x - y + 2z - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \\ z = 5 \end{cases} \Rightarrow H(-2; 2; 5).$$

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -3)$, mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 2)$.



Vì Δ nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d nên Δ qua H và có một véc-tơ chỉ phương là $[\vec{u}, \vec{n}] = (-1; -7; -3) = -(1; 7; 3)$. Suy ra Δ có phương trình $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 351. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; 5; 3)$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $14 + 2\sqrt{31}$ có phương trình

A. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 49.$

B. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 196.$

C. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 31.$

D. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 124.$

Lời giải.

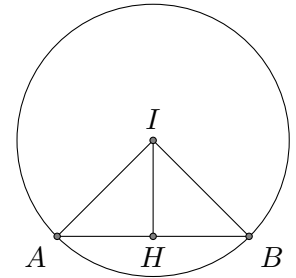
Gọi H là hình chiếu của I lên đường thẳng d . Đặt $AB = 2a$.

Vì $H \in d \Rightarrow H(1+2t; t; 2+2t)$. Ta có $\overrightarrow{IH} = (2t-1; t-5; 2t-1)$ và $\vec{u} = (2; 1; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của d .

Ta có $\overrightarrow{IH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow 2(2t-1) + 1(t-5) + 2(2t-1) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Thu được $H(3; 1; 4)$ và $IH = 3\sqrt{2}$.

Theo giả thiết bài toán



$$IA + AB + BI = 14 + 2\sqrt{31} \Leftrightarrow 2R + 2AH = 14 + 2\sqrt{31} \Leftrightarrow R + \sqrt{R^2 - 18} = 7 + \sqrt{31}.$$

Giải phương trình trên ta được nghiệm $R = 7$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 49$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 352. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z - 15 = 0$ và ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(1; -1; 3)$, $C(1; -1; -1)$. Điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc (P) sao cho $2MA^2 - MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất. Giá trị $2x_0 + 3y_0 + z_0$ bằng

A. 11.

B. 15.

C. 5.

D. 10.

Lời giải.

Gọi $G(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. Từ hệ thức này, suy ra

$$\begin{cases} 2(1-a) - (1-a) + (1-a) = 0 \\ 2(2-b) - (-1-b) + (-1-b) = 0 \\ 2(0-c) - (3-c) + (-1-c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -2 \end{cases} \Rightarrow G(1; 2; -2).$$

Ta có

$$\begin{aligned} 2MA^2 - MB^2 + MC^2 &= 2\overrightarrow{MA}^2 - \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 \\ &= 2(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 - (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= 2MG^2 + 2GA^2 - GB^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot (2\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) \\ &= 2MG^2 + 2GA^2 - GB^2 + GC^2. \end{aligned}$$

Vì $2GA^2 - GB^2 + GC^2$ không đổi nên $2MA^2 - MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MG nhỏ nhất. Điều này xảy ra khi M là hình chiếu của G lên (P) .

Phương trình đường thẳng qua G và vuông góc với (P) là $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+2}{2}$.

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+2}{2} \\ 3x - 3y + 2z - 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - 3z = 8 \\ 3x - 3y + 2z = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \\ z = 0. \end{cases}$$

Vậy $M(4; -1; 0)$ và giá trị của biểu thức cần tìm bằng $2 \cdot 4 + 3 \cdot (-1) + 0 = 5$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 353. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; -6)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$, $d_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua điểm M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 tại A, B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $2\sqrt{10}$.

B. $\sqrt{38}$.

C. 8.

D. 12.

Lời giải.

Giả sử A, B tồn tại. Vì $A \in d_1 \Rightarrow A(1+2a; 1-a; -1+a)$, $B \in d_2 \Rightarrow B(-2+3b; -1+b; 2+2b)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (2a-1; 2-a; a+5)$, $\overrightarrow{MB} = (3b-4; b; 2b+8)$.

Vì M, A, B thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}$ cùng phương. Điều này tương đương với

$$\begin{cases} 2a-1 = k(3b-4) \\ 2-a = kb \\ a+5 = k(2b+8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-3kb+4k = 1 \\ a+kb = 2 \\ a-2kb-8k = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ kb = 1 \\ k = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}$$

Vậy $A(3; 0; 0)$, $B(4; 1; 6)$ và $AB = \sqrt{(4-3)^2 + 1^2 + 6^2} = \sqrt{38}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 354. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $3x - 2y + z - 12 = 0$.

B. $3x - 2y + z - 8 = 0$.

C. $3x + 2y + z - 12 = 0$.

D. $x - 2y + 3z - 8 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; -2; 1)$.

Mặt phẳng (P) qua M vuông góc với Δ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (3; -2; 1)$, suy ra phương trình mặt phẳng (P) là

$$3(x-3) - 2(y+1) + (z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + z - 12 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 355. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; 1; -3)$, $\vec{b} = (2; 5; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 9$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 2 + 1 \cdot 5 - 3 \cdot 1 = 6$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 356. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 1$. Xác định tọa độ tâm I của mặt cầu (S) .

A. $I(1; -2; 3)$.

B. $I(1; 2; -3)$.

C. $I(-1; 2; -3)$.

D. $I(-1; 2; 3)$.

Lời giải.

Tọa độ tâm mặt cầu là $I(-1; 2; -3)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 357. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 1)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1}$, $\Delta': \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A cắt cả hai đường thẳng Δ, Δ' .

$$\begin{aligned} \text{A. } d: \frac{x-1}{-6} &= \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{7}. \\ \text{C. } d: \frac{x-1}{-6} &= \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{7}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B. } d: \frac{x+1}{-6} &= \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{7}. \\ \text{D. } d: \frac{x-1}{6} &= \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{7}. \end{aligned}$$

Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (2; 1; -1)$.

Lấy điểm $B(1; 0; 3) \in \Delta$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và đường thẳng Δ , khi đó (P) có hai véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta$ và $\vec{AB} = (0; 1; 2)$.

Suy ra véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = [\vec{u}_\Delta, \vec{AB}] = (3; -4; 2)$.

Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng (P)

$$3(x-1) - 4(y+1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y + 2z - 9 = 0.$$

Tọa độ giao điểm C giữa (P) và Δ' là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x - 4y + 2z - 9 = 0 \\ \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4y + 2z = 9 \\ 2x + y = -1 \\ x - z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{13} \\ y = \frac{-15}{13} \\ z = \frac{27}{13} \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{1}{13}; \frac{-15}{13}; \frac{27}{13}\right).$$

Dễ thấy, đường thẳng d đi qua A, C và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = \vec{CA} = \left(\frac{12}{13}; \frac{2}{13}; -\frac{14}{13}\right) = \frac{2}{13}(6; 1; -7)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $d: \frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-7}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 358. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$ và $d': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d tạo với đường thẳng d' một góc lớn nhất.

$$\text{A. } (P): x - z + 1 = 0.$$

$$\text{B. } (P): x - 4y + z - 7 = 0.$$

$$\text{C. } (P): 3x - 2y - 2z - 1 = 0.$$

$$\text{D. } (P): -x + 4y - z - 7 = 0.$$

Lời giải.

Đường thẳng d, d' có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; 1; 2), \vec{u}_2 = (1; 2; 1)$.

Lấy điểm $A(1; -1; 2) \in d$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và cắt trục hoành tại điểm $B(b; 0; 0)$.

Khi đó (P) có cặp véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1$ và $\vec{AB} = (b-1; 1; -2)$, suy ra (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = [\vec{u}_1, \vec{AB}] = (-4; 2b+2; 3-b)$.

Gọi φ là góc giữa đường thẳng d' và (P) , suy ra

$$\sin \varphi = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|3b+3|}{\sqrt{5b^2+2b+29} \cdot \sqrt{6}}.$$

$$\text{Đặt } y = \frac{b^2+2b+1}{5b^2+2b+29} \geq 0, \text{ suy ra } \sin \varphi = \sqrt{y} \cdot \frac{3}{\sqrt{6}}.$$

Nhận thấy, để góc φ lớn nhất thì $\sin \varphi$ lớn nhất, điều đó đồng nghĩa với y phải lớn nhất.

$$\text{Xét } y = \frac{b^2+2b+1}{5b^2+2b+29} \Leftrightarrow (5y-1)b^2 + (2y-2)b + (29y-1) = 0. \quad (*)$$

— Trường hợp $y = \frac{1}{5} \Rightarrow b = 3$.

— Trường hợp $y \neq \frac{1}{5}$.

Phương trình (*) có nghiệm b khi và chỉ khi

$$\Delta' = (y-1)^2 - (5y-1)(29y-1) \geq 0 \Leftrightarrow -144y^2 + 32y \geq 0 \Rightarrow 0 \leq y \leq \frac{2}{9}.$$

Từ đó suy ra, để tồn tại b suy ra $0 \leq y \leq \frac{2}{9}$.

Vậy $y_{\max} = \frac{2}{9}$ khi đó $b = 7$. Từ đó suy ra $\vec{n}_P = (-4; 16; -4) = -4(1; -4; 1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình

$$1(x-1) - 4(y+1) + 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow x - 4y + z - 7 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 359. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; 2)$, mặt phẳng $(\alpha): x - y + z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A , vuông góc với (α) và đồng thời (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tìm tọa độ giao điểm M của (P) với trục hoành.

A. $M\left(-\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. B. $M\left(-\frac{1}{3}; 0; 0\right)$. C. $M(1; 0; 0)$. D. $M\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 1; 2)$ và bán kính $R = 4$.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; -1; 1)$.

Giả sử (P) cắt trục hoành tại điểm $M(m; 0; 0)$, do $(P) \perp (\alpha)$, suy ra (P) có hai véc-tơ chỉ phương là $\vec{AM} = (m; -1; -2)$ và $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; -1; 1)$.

Suy ra (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{AM}] = (3; m+2; m-1)$.

Từ đó ta có, phương trình mặt phẳng (P)

$$3(x-0) + (m+2)(y-1) + (m-1)(z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x + (m+2)y + (m-1)z - 3m = 0.$$

Gọi d là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) , r là bán kính đường tròn giao tuyến giữa mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) , khi đó ta có $R^2 = d^2 + r^2$.

Suy ra, để r nhỏ nhất khi và chỉ khi $d = d(I, (P))$ lớn nhất.

$$\text{Ta có } d = d(I, (P)) = \frac{|9 + (m+2) + (m-1)2 - 3m|}{\sqrt{3^2 + (m+2)^2 + (m-1)^2}} = \frac{9}{\sqrt{2m^2 + 2m + 14}} = \frac{9}{\sqrt{2\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{27}{2}}}.$$

$$\text{Lại có } 2\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{27}{2} \geq \frac{27}{2}, \text{ suy ra } d \leq \frac{9}{\sqrt{\frac{27}{2}}} = \sqrt{6}, \text{ từ đó suy ra } d \text{ lớn nhất khi } m = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } M\left(-\frac{1}{2}; 0; 0\right).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 360. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 3; 3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng BC có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (2; 1; -1)$. B. $\vec{u} = (1; 1; 0)$. C. $\vec{u} = (1; -1; 0)$. D. $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

Lời giải.

Gọi d_1, d_2 lần lượt là đường trung tuyến kẻ từ B , đường phân giác kẻ từ C .

Lấy $C(2+2c; 4-c; 2-c) \in d_2$, suy ra tọa độ trung điểm của AC là $M\left(2+c; \frac{7-c}{2}; \frac{5-c}{2}\right)$.

Suy ra điểm $M \in d_1$, từ đó ta có $\frac{2+c-3}{-1} = \frac{\frac{7-c}{2}-3}{2} = \frac{\frac{5-c}{2}-2}{-1} \Rightarrow c=1 \Rightarrow C(4; 3; 1)$.

Giả sử mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với d_2 , suy ra (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; -1)$, suy ra phương trình (P) là

$$2(x-2) - (y-3) - (z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - z + 2 = 0.$$

Tọa độ giao điểm H giữa (P) và d_2 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 2x - y - z + 2 = 0 \\ \frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y - z = -2 \\ x + 2y = 10 \\ x + 2z = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow H(2; 4; 2).$$

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua đường thẳng d_2 , suy ra H là trung điểm của AA' , suy ra $A'(2; 5; 1)$. Do d_2 là đường phân giác góc trong tại C , suy ra $A' \in BC$, suy ra $\vec{A'C} = (2; -2; 0) = 2(1; -1; 0)$ là một véc-tơ chỉ phương của BC .

Chọn đáp án **C** □

Câu 361. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đã cho.

A. $I(3; 1; -4), R = 2$.

B. $I(-3; -1; 4), R = 2$.

C. $I(3; 1; -4), R = 4$.

D. $I(-3; -1; 4), R = 4$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(3; 1; -4)$ và bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 362. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 4z + 2018 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (1; 3; 4)$.

B. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 4)$.

C. $\vec{n}_3 = (-1; 3; -4)$.

D. $\vec{n}_4 = (-1; -3; 4)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_3 = (-1; 3; -4)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 363. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; -2\sqrt{2})$. Tính khoảng cách từ $O(0; 0; 0)$ đến mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

B. $\frac{4}{\sqrt{7}}$.

C. $\frac{7}{16}$.

D. $\frac{16}{7}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $mp(ABC)$ là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2\sqrt{2}} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2\sqrt{2}} - 1 = 0$. Từ đây suy ra $d(O; (ABC)) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{-2\sqrt{2}}\right)^2}} = \frac{4}{\sqrt{7}}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 364. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; 3; 1)$ và đường thẳng $\Delta : \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm I và cắt Δ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 6.

- A. $(S) : (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 8$. B. $(S) : (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 4$.
C. $(S) : (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 10$. D. $(S) : (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 37$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 3; -1)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -2)$. Ta có $\overrightarrow{IM} = (1; 0; -2)$, $d(I; \Delta) = \frac{||[\vec{u}; \overrightarrow{IM}]||}{||\vec{u}||} = 1$, từ đây suy ra bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$. Do đó, phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 10$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 365. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-5}{-4}$ và mặt phẳng $(P) : 2x - 3y + z - 1 = 0$. Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P) . Tìm tọa độ một vec-tơ chỉ phương của d' .

- A. $(9; -10; 12)$. B. $(-46; 15; 47)$. C. $(9; 10; 12)$. D. $(46; 15; -47)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = (2; 3; -4)$, $\vec{n} = (2; -3; 1)$ lần lượt là vec-tơ chỉ phương của d và vec-tơ pháp tuyến của (P) . Mặt phẳng $(d; d')$ có một vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n'} = [\vec{n}; \vec{u}] = (9; 10; 12)$. Đường thẳng d' là giao tuyến của (P) và $(d; d')$ nên có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u'} = [\vec{n'}; \vec{n}] = (46; 15; -47)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 366. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 3; 2)$, $B(-3; 1; 0)$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 \\ y = -t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$ là tâm mặt cầu có bán kính bé nhất trong tất cả các mặt cầu đi qua A, B và tiếp xúc d . Tính tổng $P = x_0 + y_0 + z_0$.

- A. $P = -\frac{3}{2}$. B. $P = \frac{3}{2}$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB . Ta có $I = (-1; 2; 1)$, $\overrightarrow{AB} = (-4; -2; -2)$, suy ra phương trình mặt phẳng trung trực (α) của AB là: $2x + y + z - 1 = 0$. Dễ thấy $d \subset (\alpha)$. Do đó mặt cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán có tâm nằm trên đường thẳng Δ đi qua I và vuông góc d .

Δ có vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{u_d}; \vec{n_\alpha}] = (-2; 2; 2)$. Suy ra phương trình của $\Delta : \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Ta

thấy d cắt Δ tại $H(1; 0; -1)$. Điểm $M \in \Delta$ nên $M = (-1 - t; 2 + t; 1 + t)$.

Ta có $MA = MH \Leftrightarrow (-2 - t)^2 + (-1 + t)^2 + (-1 + t)^2 = (-2 - t)^2 + (2 + t)^2 + (2 + t)^2 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$.

Từ đây suy ra $M = \left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 367. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 2; -1)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua gốc tọa độ O là

- A. $A'(3; -2; 1)$. B. $A'(3; 2; -1)$. C. $A'(3; -2; -1)$. D. $A'(3; 2; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_{A'} = 2x_O - x_A = 3 \\ y_{A'} = 2y_O - y_A = -2. \text{ Vậy } A'(3; -2; 1). \\ z_{A'} = 2z_O - z_A = 1 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 368.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$.Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1; 2; 1), R = 9$.

B. $I(1; -2; -1), R = 9$.

C. $I(1; -2; -1), R = 3$.

D. $I(-1; 2; 1), R = 3$.

Lời giải.Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -1)$, bán kính $R = 3$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 369.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(7; 0; -1)$?

A. $\frac{x-7}{6} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

B. $\frac{x+7}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

Lời giải.Đường thẳng AB nhận véc-tơ $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = (3; -1; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương. Do đó phương trình chính tắc của đường thẳng AB là $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 370.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y - 3z - 15 = 0$ và điểm $E(1; 2; -3)$. Mặt phẳng (P) đi qua E và song song với (Q) có phương trình là

A. $(P): x + 2y - 3z - 14 = 0$.

B. $(P): 2x - y + 5z + 15 = 0$.

C. $(P): x + 2y - 3z - 15 = 0$.

D. $(P): 2x - y + 5z - 15 = 0$.

Lời giải.Vì (P) song song với (Q) nên phương trình của (P) có dạng $x + 2y - 3z + c = 0$ ($c \neq -15$). Do $E \in (P)$ nên

$$1 + 2 \cdot 2 - 3 \cdot (-3) + c = 0 \Rightarrow c = -14.$$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $x + 2y - 3z - 14 = 0$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 371.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 3; -2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất, mặt phẳng (P) cắt trục Oy tại điểm B . Tọa độ của điểm B là

A. $B\left(0; \frac{14}{3}; 0\right)$.

B. $B(0; 14; 0)$.

C. $B(0; -14; 0)$.

D. $B\left(0; -\frac{14}{3}; 0\right)$.

Lời giải.Để thấy, $d(O; (P)) \leq OM$, nên mặt phẳng (P) đi qua M , cách O một khoảng lớn nhất khi (P) nhận $\overrightarrow{OM} = (1; 3; -2)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Suy ra (P) có phương trình $x + 3y - 2z - 14 = 0$. Do đó giao điểm của (P) với trục Oy là $B\left(0; \frac{14}{3}; 0\right)$.Chọn đáp án **(A)** □

Câu 372. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-8}{1} = \frac{z+1}{-3}$ và điểm $M(1; -1; 0)$. Điểm N thuộc (P) sao cho MN song song với d . Độ dài MN là

A. 3.

B. $\sqrt{59}$.C. $\sqrt{11}$.

D. 5.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua M song song với d có phương trình $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-3}$. Khi đó tọa độ của N là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-3} \\ x+y+z=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-2 \\ z=3. \end{cases}$$

Vậy $MN = \sqrt{11}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 373. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - (4m-2)x + 2my + (4m+2)z - 7 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối cầu là

A. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$.B. 972π .C. 36π .D. 300π .

Lời giải.

Khối cầu đã cho có bán kính là

$$R = \sqrt{(2m-1)^2 + m^2 + (2m+1)^2 + 7} = \sqrt{9m^2 + 9} \geq 3.$$

Đẳng thức xảy ra khi $m = 0$. Do đó giá trị nhỏ nhất của bán kính khối cầu đã cho là 3. Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích khối cầu là $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 36\pi$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 374. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-13}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{4}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 67 = 0$. Qua d dựng các mặt phẳng tiếp xúc với (S) lần lượt tại T_1, T_2 . Tìm tọa độ trung điểm H của T_1T_2 .

A. $H(7; -4; 6)$.B. $H(9; 6; 4)$.C. $H(2; 10; -2)$.D. $H(8; 1; 5)$.

Lời giải.

Mặt cầu đã cho có tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $R = 9$. Gọi A là hình chiếu của I trên đường thẳng d , khi đó các điểm I, T_1, T_2, A đồng phẳng (cùng thuộc mặt phẳng qua I , vuông góc với đường thẳng d). Do $A \in d$ nên $A(13-t; t-1; 4t)$, suy ra $\vec{IA} = (12-t; t-3; 4t-3)$. Vì $IA \perp d$ nên

$$\vec{IA} \cdot \vec{u}_d = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{2}.$$

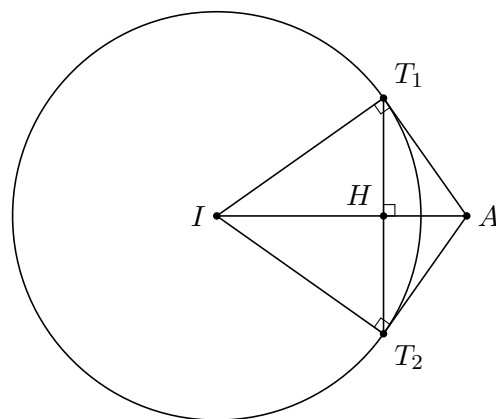
Suy ra $A\left(\frac{23}{2}; \frac{1}{2}; 6\right)$ và $\vec{IA} = \left(\frac{21}{2}; -\frac{3}{2}; 3\right)$. Ta có

$$\vec{IH} = \frac{IH}{IA} \vec{IA} = \frac{IT_1^2}{IA^2} \vec{IA} = \frac{2}{3} \vec{IA} = (7; -1; 2)$$

Vậy $H(8; 1; 5)$.

Chọn đáp án **D**

□



Câu 375. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2 : \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{3}$. Phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 là

A. $5x - 4y - z - 16 = 0$.

B. $5x - 4y + z + 16 = 0$.

C. $5x - 4y + z - 16 = 0$.

D. $5x + 4y + z - 16 = 0$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2 .

Véc-tơ chỉ phương của d_1 và d_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (1; 1; 1)$ và $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$. Suy ra một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (5; -4; 1)$.

Mặt khác $M(3; 1; 5) \in d_2 \subset (P) \Rightarrow M \in (P)$.

Phương trình $(P) : 5(x-3) - 4(y-1) + 1(z-5) = 0 \Leftrightarrow 5x - 4y + z - 16 = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 376. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(1; -2; 1)$, $N(0; 1; 3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M , N là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.

D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng MN đi qua $N(0; 1; 3)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{MN} = (-1; 3; 2)$ có phương trình là $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 377. Cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua M , cắt và vuông góc với Δ . Véc-tơ chỉ phương của d là

A. $\vec{u} = (-3; 0; 2)$.

B. $\vec{u} = (0; 3; 1)$.

C. $\vec{u} = (2; -1; 2)$.

D. $\vec{u} = (1; -4; -2)$.

Lời giải.

Gọi H là giao điểm của d và Δ , khi đó giá của $\vec{MH}$ vuông góc với đường thẳng Δ .

Ta có $H(1+2t; -1+t; -t)$, $\vec{MH} = (2t-1; t-2; -t)$ và véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (2; 1; -1)$.

Do $\vec{MH} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) + 1(t-2) - 1(-t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$. Khi đó $\vec{MH} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ hay $\vec{u} = (1; -4; -2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 378. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ và hai điểm $A(2; 0; 3)$, $B(2; -2; -3)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc d thỏa mãn $MA^4 + MB^4$ nhỏ nhất. Tìm x_0 .

A. $x_0 = 1$.

B. $x_0 = 3$.

C. $x_0 = 0$.

D. $x_0 = 2$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AM , ta có $I(2; -1; 0)$.

$$\begin{aligned} MA^4 + MB^4 &= (MA^2 + MB^2)^2 - 2MA^2 \cdot MB^2 \\ &= \left(2MI^2 + \frac{AB^2}{2}\right)^2 - 2\left(MI^2 - \frac{AB^2}{4}\right)^2 \\ &= 4MI^2 + 2MI^2 \cdot AB^2 + \frac{AB^4}{4} - 2MI^2 + MI^2 \cdot AB^2 - \frac{AB^4}{8} \\ &= 2MI^4 + 3MI^2 \cdot AB^2 + \frac{AB^4}{4} \\ &= 2\left(MI^2 + \frac{3AB^2}{4}\right)^2 - \frac{7}{10}AB^4 \end{aligned}$$

Do đó $MA^4 + MB^4$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên d .

Lấy $M(2+t; -1+2t; 3t) \in d \Rightarrow \overrightarrow{IM} = (t; 2t; 3t)$.

Ta có $\overrightarrow{IM} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t + 4t + 9t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow M(2; -1; 0) \equiv I$.

Vậy $x_0 = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 379. Trong không gian $Oxyz$, cho tám điểm $A(-2; -2; 0)$, $B(3; -2; 0)$, $C(3; 3; 0)$, $D(-2; 3; 0)$, $M(-2; -2; 5)$, $N(3; 3; 5)$, $P(3; -2; 5)$, $Q(-2; 3; 5)$. Hình đa diện tạo bởi tám điểm đã cho có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3.

B. 9.

C. 8.

D. 6.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (5; 0; 0)$, $\overrightarrow{DC} = (5; 0; 0)$ nên $ABCD$ là hình bình hành.

Mặt khác, $\overrightarrow{AD} = (0; 5; 0) \Rightarrow \begin{cases} AB \perp AD \\ AB = AD = 5 \end{cases}$. Vậy $ABCD$ là hình vuông.

Tương tự, $MNPQ$ cũng là hình vuông.

Lại có $\overrightarrow{AM} = (0; 0; 5)$ nên $AM \perp (ABCD)$ và $AM = AB = AD$.

Vậy 8 điểm trên tạo thành một hình lập phương nên có 9 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 380. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + 2y - 2z + 3 = 0$ và đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+1}{1}$. Côsin của góc tạo bởi đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{\sqrt{65}}{9}$.

C. $\frac{5}{9}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}_\Delta = (2; -2; 1)$, $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; -2)$. Khi đó $\sin(\widehat{(\Delta, (P))}) = \frac{|\vec{u}_\Delta \cdot \vec{n}_{(P)}|}{|\vec{u}_\Delta| \cdot |\vec{n}_{(P)}|} = \frac{4}{9}$.

Vì $\cos(\widehat{(\Delta, (P))}) > 0$ nên $\cos(\widehat{(\Delta, (P))}) = \sqrt{1 - \sin^2(\widehat{(\Delta, (P))})} = \frac{\sqrt{65}}{9}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 381. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; -2)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$ là

A. $\frac{7}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Gọi $I(x; y; z)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$. Khi đó

$$\begin{cases} OI^2 = AI^2 \\ OI^2 = BI^2 \\ OI^2 = CI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = (x-1)^2 + y^2 + z^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y-2)^2 + z^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + y^2 + (z+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \\ z = -1. \end{cases}$$

Suy ra bán kính $R = OI = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 382. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$ và $C(0; 0; -3)$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Tính độ dài đoạn OH .

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{6}{7}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Phương trình $(ABC) : \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y - 2z - 6 = 0$; $H(x; y; z)$ là trực tâm tam giác ABC khi và chỉ khi

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \\ H \in (ABC) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ H \in (ABC) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y - 3z = 0 \\ -x - 3z = 0 \\ 6x + 3y - 2z - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{36}{49} \\ y = -\frac{18}{49} \\ z = -\frac{12}{49}. \end{cases}$$

Suy ra $OH = \frac{6}{7}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 383. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tọa độ các điểm $A(1; 2; -1)$, $C(3; -4; 1)$, $B'(2; -1; 3)$, $D'(0; 3; 5)$. Giả sử tọa độ điểm $A'(x; y; z)$ thì $x + y + z$ là

A. 5.

B. 7.

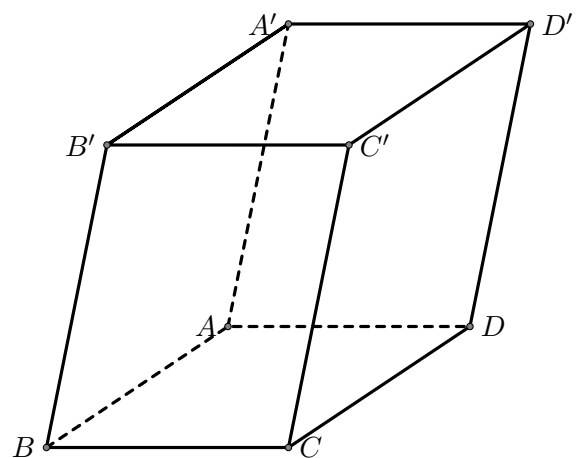
C. -3.

D. 2.

Lời giải.

Theo quy tắc hình hộp ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A} &= \overrightarrow{A'C} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} (2-x) + (0-x) + (1-x) = 3-x \\ (-1-y) + (3-y) + (2-y) = -4-y \\ (3-z) + (5-z) + (-1-z) = 1-z \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{cases} &\text{. Suy ra } x + y + z = 0 + 4 + 3 = 7. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 384. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 3x - 2y + z - 14 = 0$. Gọi $H(x; y; z)$ là hình chiếu của O trên mặt phẳng (P) thì $x + y + z$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng qua O và vuông góc với (P) thì $d : \begin{cases} x = 3t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên (P) thì $H = d \cap (P)$ nên tọa độ H thỏa $\begin{cases} x = 3t \\ y = -2t \\ z = t \\ 3x - 2y + z - 14 = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \\ z = 1 \end{cases} \quad \text{Vậy } x + y + z = 2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 385. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 2; 1)$, $B(0; 0; -2)$, $C(1; 0; 1)$, $D(2; 1; -1)$. Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (0; -2; 0)$, $\overrightarrow{AD} = (1; -1; -2)$.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-6; 0; 2) \text{ và } [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = -10 \Rightarrow V = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \frac{5}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 386. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$\Delta_1 : \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}, \Delta_2 : \frac{x+2}{-4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$$

và hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(2; 0; -1)$. Trên Δ_1 lấy điểm M , trên Δ_2 lấy điểm N sao cho $AM + BN = MN$. Biết rằng MN luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định có bán kính R . Tìm R .

- A. 3. B. $\frac{\sqrt{11}}{4}$. C. $\sqrt{11}$. D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $A \in \Delta_1$; $B \in \Delta_2$ và $AB \perp \Delta_1$; $AB \perp \Delta_2$. Trên

MN ta lấy điểm H sao cho $MH = MA$; $NH = NB$.

Gọi (P) là mặt phẳng qua H và vuông góc với MN .

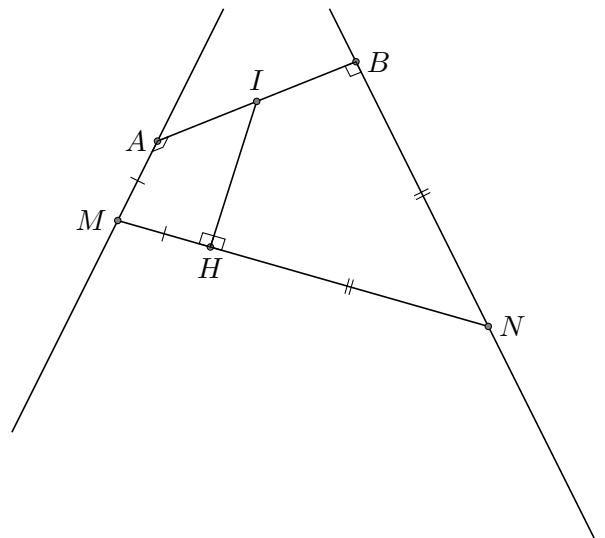
Đặt $I = AB \cap (P)$. Khi đó $\triangle IAM = \triangle IHM \Rightarrow$

$AI = HI$ và $\triangle IBN = \triangle IHN \Rightarrow BI = IH = IA$.

Do đó I là trung điểm của AB và $d(I, MN) = IH =$

$\frac{1}{2} AB = \frac{\sqrt{11}}{2}$. Suy ra MN luôn tiếp xúc với mặt cầu

cố định tâm I và bán kính $R = \frac{\sqrt{11}}{2}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 387. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, xét mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1; 6; 2)$, $B(3; 0; 0)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(P) : x - y + 2 = 0$. Bán kính của mặt cầu (S) có giá trị nhỏ nhất là

A. $\frac{\sqrt{462}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{534}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{218}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{530}}{4}$.

Lời giải.Giả sử mặt cầu (S) có tâm $I(x; y; z)$ và bán kính R . Ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ I \in (P) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y-6)^2 + (z-2)^2 = (x-3)^2 + y^2 + z^2 \\ x-y+2=0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-12y-4z+32=0 \\ x-y+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=2-2x \\ y=x+2. \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó

$$R^2 = IB^2 = (x-3)^2 + y^2 + z^2 = (x-3)^2 + (x+2)^2 + (2-2x)^2 = 6x^2 - 10x + 17 = 6\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 + \frac{77}{6}.$$

Suy ra $R \geq \sqrt{\frac{77}{6}} = \frac{\sqrt{462}}{6}$. Dấu bằng xảy ra khi $x = \frac{5}{6}$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 388.** Trong không gian $Oxyz$, tìm một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$.

A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -1; -1)$. C. $\vec{n}_3 = (-1; 3; -1)$. D. $\vec{n}_4 = (2; -1; -3)$.

Lời giải.Hệ số của x, y, z tương ứng là 2, -1, 3 nên véc-tơ $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 389.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.Ta có mặt phẳng (MNP) cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại $M(2; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$ nên phương trình mặt phẳng (MNP) là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1.$$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 390.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oz là điểm

A. $M_3(3; 0; 0)$. B. $M_4(0; 2; 0)$. C. $M_1(0; 0; -1)$. D. $M_2(3; 2; 0)$.

Lời giải.Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; -1)$ lên trục Oz là điểm $M_1(0; 0; -1)$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 391.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 1)$, $B(1; 0; 4)$ và $C(0; -2; -1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC là

A. $2x + y + 2z - 5 = 0$. B. $x + 2y + 5z + 5 = 0$.
C. $x - 2y + 3z - 7 = 0$. D. $x + 2y + 5z - 5 = 0$.

Lời giải.

$\overrightarrow{BC} = (-1; -2; -5)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC , nhận véc-tơ $\overrightarrow{BC}$ làm một véc-tơ pháp tuyến của nó. Suy ra phương trình mặt phẳng là $x + 2y + 5z - 5 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 392. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -3; 7)$, $B(0; 4; -3)$, $C(4; 2; 5)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó tổng $P = x_0 + y_0 + z_0$ bằng

- A. $P = 0$. B. $P = 6$. C. $P = 3$. D. $P = -3$.

Lời giải.

Vì $M \in (Oxy)$ nên $M(x_0; y_0; 0)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Ta có $G(2; 1; 3)$.

Khi đó

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| &= |\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}| \\ &= |3\overrightarrow{MG}| = 3MG = 3\sqrt{(x_0 - 2)^2 + (y_0 - 1)^2 + 3^2} \geq 9. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $x_0 = 2$ và $y_0 = 1$ hay $M(2; 1; 0)$.

Vậy $P = x_0 + y_0 + z_0 = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 393. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; 1)$, $B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Biết $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OAB . Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 1$. B. $S = 0$. C. $S = -1$. D. $S = 2$.

Lời giải.

Gọi C là chân đường phân giác trong góc O của tam giác OAB .

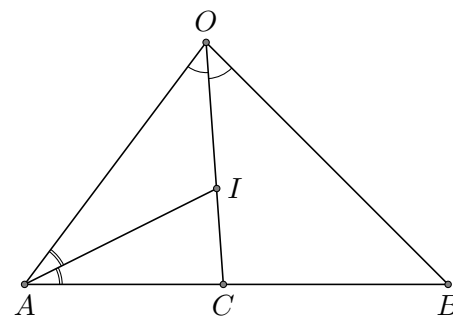
Ta có $OA = 3$, $OB = 4$.

$$\overrightarrow{CA} = -\frac{OA}{OB}\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x_C = -\frac{3}{4}\left(-\frac{8}{3} - x_C\right) \\ 2 - y_C = -\frac{3}{4}\left(\frac{4}{3} - y_C\right) \\ 1 - z_C = -\frac{3}{4}\left(\frac{8}{3} - z_C\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 0 \\ y_C = \frac{12}{7} \\ z_C = \frac{12}{7} \end{cases}$$

Vậy $C\left(0; \frac{12}{7}; \frac{12}{7}\right)$.

Khi đó

$$AC = \sqrt{(0 - 2)^2 + \left(\frac{12}{7} - 2\right)^2 + \left(\frac{12}{7} - 1\right)^2} = \frac{15}{7}.$$



Ta lại có

$$\overrightarrow{IC} = -\frac{AC}{AO}\overrightarrow{IO} \Leftrightarrow \begin{cases} -a = \frac{5}{7}a \\ \frac{12}{7} - b = \frac{5}{7}b \\ \frac{12}{7} - c = \frac{5}{7}c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1. \end{cases}$$

Do đó $S = a + b + c = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 394. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(1; 3; 2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận véc-tơ $\vec{a}$ nào dưới đây làm một véc-tơ chỉ phương?

- A. $\vec{a} = (1; 1; 0)$. B. $\vec{a} = (-2; 2; 2)$. C. $\vec{a} = (-1; 2; 1)$. D. $\vec{a} = (-1; 1; 0)$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm của BC là $M(0; 2; 1)$, $\overrightarrow{AM} = (-1; 1; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 395. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P) : ax + by + cz - 1 = 0$ với $c < 0$ đi qua hai điểm $A(0; 1; 0)$, $B(1; 0; 0)$ và tạo với mặt phẳng (yOz) một góc 60° . Khi đó giá trị $a + b + c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 3)$. B. $(3; 5)$. C. $(5; 8)$. D. $(8; 11)$.

Lời giải.

$A, B \in (P) \Rightarrow a = 1, b = 1$. Góc giữa (P) và (yOz) bằng 60° suy ra $\frac{1}{\sqrt{2+c^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow c = -\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 396. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P) : x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc mặt phẳng (P) có dạng là $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a + b = c$. B. $a + b + c = 5$. C. $a \in (b; c)$. D. $a + b > c$.

Lời giải.

Vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)} = (1; -3; 2)$; $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc mặt phẳng (P) có vec-tơ pháp tuyến là

$$\vec{n}_{(Q)} = [\vec{n}_{(P)}, \overrightarrow{AB}] = (0; -8; -12).$$

Khi đó phương trình mặt phẳng (Q) : $0x + 2y + 3z - 11 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 397. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x - y + z - 10 = 0$, điểm

$A(1; 3; 2)$ và đường thẳng d : $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt

tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của cạnh MN .

$$\begin{aligned} \text{A. } \frac{x-6}{7} &= \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}. \\ \text{C. } \frac{x-6}{7} &= \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B. } \frac{x+6}{7} &= \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}. \\ \text{D. } \frac{x+6}{7} &= \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}. \end{aligned}$$

Lời giải.

Giả sử $M(x; y; z)$ và $N(-2 + 2t; 1 + t; 1 - t)$.

Vì $M \in (P)$ và A là trung điểm của MN nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - y + z - 10 = 0 \\ x + 2t - 2 = 2 \\ y + t + 1 = 6 \\ z - t + 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + z = 10 \\ x = 4 - 2t \\ y = 5 - t \\ z = 3 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(4 - 2t) - (5 - t) + (3 + t) = 10 \\ x = 4 - 2t \\ y = 5 - t \\ z = 3 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ x = 8 \\ y = 7 \\ z = 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow M(8; 7; 1)$ và $N(-6; -1; 3)$. Khi đó phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 398. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 0)$, $B(2; 2; 2)$, $C(-2; 3; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Tìm điểm M thuộc đường thẳng d để thể tích của tứ diện $MABC$ bằng 3.

$$\begin{aligned} \text{A. } M\left(-\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; -\frac{11}{2}\right); M\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right). & \quad \text{B. } M\left(-\frac{3}{5}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right); M\left(-\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; \frac{11}{2}\right). \\ \text{C. } M\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right); M\left(\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; \frac{11}{2}\right). & \quad \text{D. } M\left(\frac{3}{5}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right); M\left(\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; \frac{11}{2}\right). \end{aligned}$$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 1; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; 2; 1)$, $\vec{n}_{(ABC)} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (-3; -6; 6)$. Phương trình mặt phẳng $(ABC): x + 2(y - 1) - 2z = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 2z - 2 = 0$. Dễ thấy tam giác ABC vuông tại A suy ra $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{9}{2} \Rightarrow d(M, (ABC)) = \frac{3V_{M.ABC}}{S_{ABC}} = 2$.

$$M \in d \Rightarrow M(2t + 1; -t - 2; 2t + 3), d(M, (ABC)) = \frac{|-4t - 10|}{3} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{5}{4} \\ t = -\frac{17}{4} \end{cases}$$

$$\text{Với } t = -\frac{5}{4} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right).$$

$$\text{Với } t = -\frac{17}{4} \Rightarrow M\left(-\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; -\frac{11}{2}\right).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 399. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + m = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi bằng $4\pi\sqrt{3}$.

$$\text{A. 3.} \quad \text{B. 4.} \quad \text{C. 2.} \quad \text{D. 1.}$$

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 4$. Đường tròn (T) có chu vi bằng $4\pi\sqrt{3}$ cho nên có bán kính $r = 2\sqrt{3}$. Suy ra $d(I, P) = \sqrt{R^2 - r^2} = 2$. Ta có

$$d(I, P) = \frac{|2 - 2 - 6 + m|}{3} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 12 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 400. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{x} = 3\vec{j} - 2\vec{k} + \vec{i}$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{x}$.

- A. $\vec{x} = (1; -2; 3)$. B. $\vec{x} = (3; -2; 1)$. C. $\vec{x} = (1; 3; -2)$. D. $\vec{x} = (1; 2; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{x} = 3\vec{j} - 2\vec{k} + \vec{i} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k} \Rightarrow \vec{x} = (1; 3; -2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 401. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = \sqrt{2}$ là

- A. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = \sqrt{2}$. B. $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 2$.
C. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 2$. D. $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 2$.

Lời giải.

Đúng dạng $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 402. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P) : x - 2y - 3z + 10 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) là

- A. $x - 2y + 3z + 4 = 0$. B. $-x + 2y + 3z + 4 = 0$.
C. $x - 2y - 3z + 4 = 0$. D. $x + 2y - 3z = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (Q) có dạng: $x - 2y - 3z + m = 0$ ($m \neq 10$).

Vì (Q) đi qua điểm $A(2; -1; 0)$ nên ta có $2 + 2 + m = 0 \Leftrightarrow m = -4$.

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là $x - 2y - 3z - 4 = 0$ hay $-x + 2y + 3z + 4 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 403. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-4; 6; -5)$, $B(6; -4; 7)$ và mặt phẳng $(P) : x + 2y + z - 10 = 0$. Điểm $M(x; y; z)$ trên (P) sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Tổng $x - 2y + 3z$ là

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 7.

Lời giải.

Gọi $I(1; 1; 1)$ là trung điểm của AB khi đó dù M, A, B có thẳng hàng hay không ta đều có

$$MI^2 = \frac{MA^2 + MB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \Rightarrow MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2}.$$

Vậy $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất khi MI^2 nhỏ nhất, hay M là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) .

$$\text{Phương trình đường thẳng } d \text{ đi qua } I \text{ và vuông góc với mặt phẳng } (P) \text{ là: } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

$$\text{Vậy } M \text{ là giao điểm của } d \text{ và } (P) \text{ nên tọa độ là nghiệm của hệ phương trình: } \begin{cases} x + 2y + z - 10 = 0 \\ x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

$$\Rightarrow (1 + t) + 2(1 + 2t) + (1 + t) - 10 = 0 \Leftrightarrow 6t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$$\Rightarrow M(2; 3; 2) \Rightarrow x - 2y + 3z = 2 - 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 2.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 404. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 3; 5)$, $B(2; 4; 3)$. Điểm M di động trên đường thẳng AB và N là điểm thuộc tia OM sao cho tích $OM \cdot ON = 6$. Biết rằng điểm N thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính của đường tròn đó.

- A. $R = \frac{\sqrt{29}}{3}$. B. $R = \frac{3\sqrt{29}}{29}$. C. $R = \frac{6\sqrt{29}}{29}$. D. $R = \frac{2\sqrt{29}}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -2)$, $\overrightarrow{OB} = (2; 4; 3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Rightarrow AB \perp OB$. Vậy B là hình chiếu của O lên AB . Gọi K là điểm thuộc tia OB sao cho $OB \cdot OK = OM \cdot ON = 6 \Rightarrow K$ cố định và $MNKB$ nội tiếp. Vậy $\widehat{ONK} = \widehat{KBM} = 90^\circ$ mà $N \in (O, AB) \Rightarrow N$ thuộc đường tròn đường kính OK cố định $R = \frac{OK}{2} = \frac{3}{OB} = \frac{3\sqrt{29}}{29}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 405. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x - z + 1 = 0$. Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

- A. $(3; 0; -1)$. B. $(3; -1; 1)$. C. $(3; -1; 0)$. D. $(-3; 1; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 0; -1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 406. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{k} - \vec{i}$. Tìm tọa độ của điểm A .

- A. $(3; 0; -1)$. B. $(-1; 0; 3)$. C. $(-1; 3; 0)$. D. $(3; -1; 0)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA} = 3\vec{k} - \vec{i} = -1\vec{i} + 0\vec{j} + 3\vec{k}$. Do đó tọa độ điểm $A(-1; 0; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 407. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1; 2; 3)$, $N(2; -3; 1)$, $P(3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm Q sao cho $MNPQ$ là hình bình hành.

- A. $Q(2; -6; 4)$. B. $Q(4; -4; 0)$. C. $Q(2; 6; 4)$. D. $Q(-4; -4; 0)$.

Lời giải.

Giả sử $Q(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{PQ} = (x - 3; y - 1; z - 2)$, $\overrightarrow{NM} = (-1; 5; 2)$.

$$MNPQ \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = -1 \\ y - 1 = 5 \\ z - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \\ z = 4 \end{cases}. \text{ Vậy } Q(2; 6; 4).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 408. Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) qua ba điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 3; -5)$ lên các trục tọa độ $x'Ox, y'Oy, z'Oz$.

- A. $15x - 10y - 6z - 30 = 0$. B. $15x - 10y - 6z + 30 = 0$.
C. $15x + 10y - 6z + 30 = 0$. D. $15x + 10y - 6z - 30 = 0$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 3; -5)$ lên các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt là $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; -5)$

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A, B, C là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-5} = 1 \Leftrightarrow 15x + 10y - 6z - 30 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 409. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

B. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 2$.

C. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$.

D. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 36$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có bán kính $R = d(A; (P)) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 + 2 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2$ và tâm $A(2; 1; 1)$

$\Rightarrow (S) : (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 410. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 0); B(0; 3; 0); C(0; 0; 4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Tìm phương trình tham số của đường thẳng OH .

A. $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \\ z = -2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 4t \\ z = 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \\ z = 2t \end{cases}$

Lời giải.

Do tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và H là trực tâm tam giác ABC nên $OH \perp (ABC)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ hay $6x + 4y + 3z - 12 = 0$.

Vì $OH \perp (ABC)$ nên đường thẳng OH có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (6; 4; 3)$.

Vậy, phương trình tham số của đường thẳng OH là: $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = 3t \end{cases}$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 411. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và CD . Tính cosin của góc giữa MN và (SAC) .

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

B. $\frac{\sqrt{55}}{10}$.

C. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ, với $O \equiv A$.

Khi đó ta có: $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$, $C(a; a; 0)$, $D(0; 2a; 0)$, $S(0; 0; a)$.

Khi đó: $M\left(\frac{a}{2}; 0; \frac{a}{2}\right)$, $N\left(\frac{a}{2}; \frac{3a}{2}; 0\right)$.

Ta có: $-\frac{1}{a}\vec{SA} = (0; 0; 1) = \vec{u}$; $\frac{1}{a}\vec{SC} = (1; 1; -1) = \vec{v}$.

Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAC) ta có $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}] = (-1; -1; 0)$.

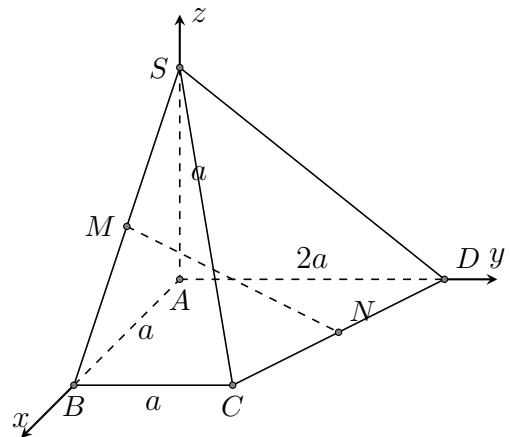
Lại có: $\frac{2}{a}\vec{MN} = (0; 3; -1) = \vec{w}$.

Gọi α là góc giữa MN và (SAC) ta có: $\sin \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{w}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{w}|} =$

$\frac{3}{2\sqrt{5}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{55}}{10}$.

Chọn đáp án **B**

□



Câu 412. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) : $6x - 3y + 2z - 6 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{12\sqrt{85}}{85}$.

B. $d = \frac{12}{7}$.

C. $d = \frac{\sqrt{31}}{7}$.

D. $d = \frac{18}{7}$.

Lời giải.

$$d(M, (P)) = \frac{|6 \cdot 1 - 3 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 - 6|}{\sqrt{6^2 + (-3)^2 + 2^2}} = \frac{12}{7}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 413. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 11 = 0$, khi đó hãy xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(1; 2; -3), R = 5$.

B. $I(-1; -2; 3), R = 25$.

C. $I(1; 2; -3), R = 25$.

D. $I(-1; -2; 3), R = 5$.

Lời giải.

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 11 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 25.$$

Suy ra $I(1; 2; -3)$ và $R = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 414. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -4)$ và mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 21 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm A .

A. $(P): 3x + y - 4z - 21 = 0$.

B. $(P): x + 2y - 4z - 21 = 0$.

C. $(P): 3x + y - 5 = 0$.

D. $(P): 3x + y - 4z + 21 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 1; 0)$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại A nên mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; -4)$ và nhận véc-tơ $\vec{IA} = (3; 1; -4)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là $3x + y - 4z - 21 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 415. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3)$, $B(-7; 4; 0)$. Khi đó, trọng tâm G của tam giác OAB là điểm nào?

A. $G\left(-3; 3; \frac{3}{2}\right)$.

B. $G(-8; 2; 3)$.

C. $G(-6; 6; 3)$.

D. $G(-2; 2; 1)$.

Lời giải.

Sử dụng công thức tính tọa độ trọng tâm tam giác, ta được kết quả $G(-2; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 416. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 1)$, $B(0; 1; -2)$ và điểm M thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) . Tìm giá trị lớn nhất của $|MA - MB|$.

A. 14.

B. $\sqrt{14}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. 6.

Lời giải.

Ta có $z_A \cdot z_B = -2 < 0$ nên A và B nằm về hai phía so với (Oxy) . Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (Oxy) suy ra $A'(1; -1; -1)$.

Mà $|MA - MB| = |MA' - MB| \leq A'B$. Dấu “=” xảy ra khi M , A' , B thẳng hàng và M nằm bên ngoài đoạn $A'B$. Vậy giá trị lớn nhất của $|MA - MB|$ bằng $A'B = \sqrt{6}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 417. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Tìm phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

Lời giải.

Do 3 điểm A, B, C lần lượt nằm trên 3 trục tọa độ Ox, Oy, Oz nên mặt phẳng (ABC) có phương trình

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 418. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 3y - 2z - 15 = 0$ và ba điểm $A(1; 4; 5)$, $B(0; 3; 1)$, $C(2; -1; 0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $M(-4; -1; 0)$. B. $M(4; -1; 0)$. C. $M(4; 1; 0)$. D. $M(1; -4; 0)$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G(1; 2; 2)$.

Ta có $MA^2 + MB^2 + MC^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2$

$$\begin{aligned} &= (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 \quad (\text{vì } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}) \end{aligned}$$

Để $MA^2 + MB^2 + MC^2$ có giá trị nhỏ nhất khi MG ngắn nhất hay M là hình chiếu vuông góc của G trên (P) .

Gọi Δ là đường thẳng qua G và vuông góc mp(P). Khi đó Δ có phương trình tham số
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$$

Điểm M chính là giao điểm của Δ và mp(P).

Xét phương trình $3(1 + 3t) - 3(2 - 3t) - 2(2 - 2t) - 15 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Vậy $M(4; -1; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 419. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(-2; 0; 3)$, $M(0; 0; 1)$ và $N(0; 3; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua các điểm M, N sao cho khoảng cách từ điểm B đến (P) gấp hai lần khoảng cách từ điểm A đến (P) . Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) thỏa mãn đề bài?

A. Chỉ có một mặt phẳng (P) . B. Không có mặt phẳng (P) nào.
C. Có hai mặt phẳng (P) . D. Có vô số mặt phẳng (P) .

Lời giải.

Gọi $\vec{n} = (a; b; c)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) . Khi đó $(P): ax + by + cz + d = 0$.

$M(0; 0; 1) \in (P) \Leftrightarrow c + d = 0 \Leftrightarrow c = -d$.

$N(0; 3; 1) \in (P) \Leftrightarrow 3b + c + d = 0 \Leftrightarrow 3b = 0 \Leftrightarrow b = 0$.

Do đó $(P): ax - dz + d = 0$.

Khoảng cách từ điểm B đến (P) gấp hai lần khoảng cách từ điểm A đến (P) .

$$\frac{|-2a - 3d + d|}{\sqrt{a^2 + d^2}} = 2 \frac{|a + d|}{\sqrt{a^2 + d^2}} \Leftrightarrow \frac{|-2(a + d)|}{\sqrt{a^2 + d^2}} = 2 \frac{|a + d|}{\sqrt{a^2 + d^2}} \quad (\text{luôn đúng}).$$

Vậy có vô số mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 420. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 4)$ và $B(5; -1; 0)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

- A. $x + y + z - 8 = 0$. B. $x - y - z - 6 = 0$. C. $x - y - z = 0$. D. $x - y - z + 6 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; -4; -4)$ và trung điểm của AB là $I(3; 1; 2)$. Vậy mặt phẳng trung trực của AB có phương trình là $4(x - 3) - 4(y - 1) - 4(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x - y - z = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 421. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 5 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (-1; 2; -3)$. B. $\vec{n} = (1; 2; 3)$. C. $\vec{n} = (1; -2; 3)$. D. $\vec{n} = (1; 2; -3)$.

Lời giải.

Dựa vào khái niệm véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Chọn đáp án **D** □

Câu 422. Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$. Khi đó, một véc-tơ pháp tuyến của (α) là

- A. $\vec{n} = (-2; 3; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 3; -4)$. C. $\vec{n} = (2; -3; 4)$. D. $\vec{n} = (-2; 3; 4)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_\alpha = (2; -3; -4) = -(-2; 3; 4)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 423. Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B có $AB = a$, $AC = 2a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a$. Gọi ψ là góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) . Tính $\cos \psi$.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Bxyz$ như hình vẽ.

Ta tính được $B(0; 0; 0)$, $A(a; 0; 0)$,

$C(0; a\sqrt{3}; 0)$, $S(a; 0; 2a)$,

$\overrightarrow{SA} = (0; 0; -2a)$, $\overrightarrow{SB} = (-a; 0; -2a)$,

$\overrightarrow{SC} = (-a; a\sqrt{3}; -2a)$,

$\vec{n}_1 = [\overrightarrow{SA}; \overrightarrow{SC}] = (2a^2\sqrt{3}; 2a^2; 0)$ là VTPT của (SAC) ,

$\vec{n}_2 = [\overrightarrow{SB}; \overrightarrow{SC}] = (2a^2\sqrt{3}; 0; -a^2\sqrt{3})$ là VTPT của (SBC) .

Ta có

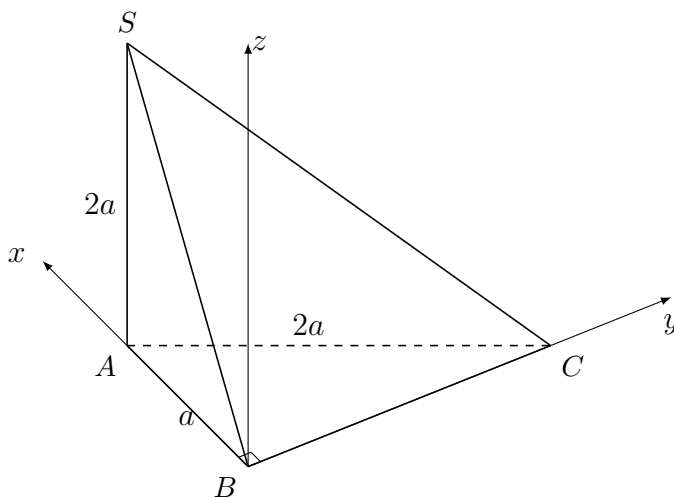
$$\cos \psi = |\cos [\vec{n}_1; \vec{n}_2]| = \frac{|\vec{n}_1 \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{15}}{5}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 424. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là

- A. $2x - y - 2z = 0$. B. $2x - y + 2z = 0$.
C. $2x + y - 2z + 1 = 0$. D. $2x + y - 2z = 0$.

Lời giải.



(α) có VTPT $\vec{n}_1 = (3; -2; 2)$ và (β) có VTPT $\vec{n}_2 = (5; -4; 3)$

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Khi đó (P) có VTPT $\vec{n} = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (2; 1; -2)$.

$$(P) : \begin{cases} \text{Qua } O(0; 0; 0) \\ \text{VTPT } \vec{n} = (2; 1; -2) \end{cases} \text{ nên } (P) : 2x + y - 2z = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 425. Cho điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$, $D(2; 2; 2)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có bán kính là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. 3.

Lời giải.

Giả sử $(S): x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$

$$\begin{cases} A(2; 0; 0) \in (S) \\ B(0; 2; 0) \in (S) \\ C(0; 0; 2) \in (S) \\ D(2; 2; 2) \in (S) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 2a + d = 0 \\ 4 + 2b + d = 0 \\ 4 + 2c + d = 0 \\ 12 + 2a + 2b + 2c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -2 \\ c = -2 \\ d = 0. \end{cases}$$

(S) có tâm $I(1; 1; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 426. Cho tam giác ABC với $A(2; -3; 2)$, $B(1; -2; 2)$, $C(1; -3; 3)$. Gọi A' , B' , C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A , B , C lên mặt phẳng $(\alpha) : 2x - y + 2z - 3 = 0$. Khi đó diện tích tam giác $A'B'C'$ là

- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

(α) có VTPT $\vec{v} = (2; -1; 2)$,

$\vec{AB} = (-1; 1; 0)$, $\vec{AC} = (-1; 0; 1)$,

$\vec{n} = [\vec{AB}; \vec{AC}] = (1; 1; 1)$ là VTPT của (ABC) .

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}; \vec{AC}] \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Gọi ψ là góc giữa (ABC) và (α) ,

$$\cos \psi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{v}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{|2 - 1 + 2|}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Ta có $\Delta A'B'C'$ là hình chiếu của ΔABC lên (α)

$$\Rightarrow S_{\Delta A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot \cos \psi = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 427. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi K là trung điểm của DD' . Khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$ là

- A. a . B. $\frac{2a}{5}$. C. $\frac{a}{3}$. D. $\frac{3a}{8}$.

Lời giải.

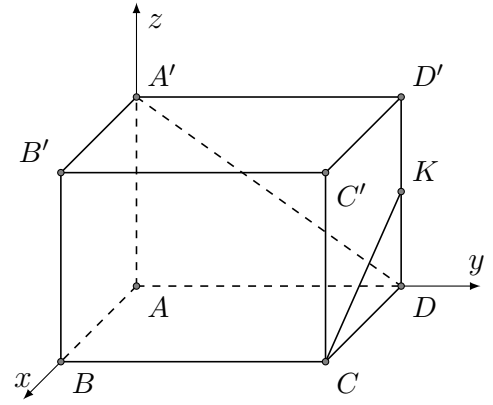
Chọn hệ trục tọa độ $Axyz$ như hình bên

Ta có $A'(0; 0; a)$, $D(0; a; 0)$, $D'(0; a; a)$, $C(a; a; 0)$.

Gọi K là trung điểm $DD' \Rightarrow K(0; a; \frac{a}{2})$

Từ đó $\overrightarrow{CK} = (-a; 0; \frac{a}{2})$, $\overrightarrow{A'D} = (0; a; -a)$, $\overrightarrow{CD} = (-a; 0; 0)$

$$\text{Suy ra } d(CK, A'D) = \frac{|[\overrightarrow{CK}, \overrightarrow{A'D}] \cdot \overrightarrow{CD}|}{|[\overrightarrow{CK}, \overrightarrow{A'D}]|} = \frac{a}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 428. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -3)$, $B(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$, $C(1; 1; 4)$, $D(5; 3; 0)$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng 3, (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính bằng $\frac{3}{2}$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với 2 mặt cầu (S_1) , (S_2) đồng thời song song với đường thẳng đi qua 2 điểm C và D ?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. Vô số.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm. Giả sử $(\alpha) : ax + by + cz + d = 0$, với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$.

$$\overrightarrow{CD} = (4; 2; -4) = 2(2; 1; -2)$$

$$(\alpha) \parallel CD \Rightarrow 2a + b - 2c = 0.$$

$$d(A, (\alpha)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|a + 2b - 3c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 3.$$

$$d(B, (\alpha)) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{|3a + 3b - c + 2d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 3.$$

$$\text{Suy ra } |a + 2b - 3c + d| = |3a + 3b - c + 2d|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b - 3c + d = 3a + 3b - c + 2d \\ a + 2b - 3c + d = -3a - 3b + c - 2d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b + 2c + d = 0 \\ 4a + 5b - 4c + 3d = 0. \end{cases}$$

$$\bullet \text{ TH1: } \begin{cases} 2a + b - 2c = 0 \\ 2a + b + 2c + d = 0 \\ |a + 2b - 3c + d| = 3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2c - 2a \\ d = -4c \\ |-3a - 3c| = 3\sqrt{5a^2 - 8ac + 5c^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 5ac + 2c^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2c \\ a = \frac{1}{2}c. \end{cases}$$

Với $a = 2c$, chọn $c = 1 \Rightarrow a = 2, b = -2, d = -4$. Suy ra $(\alpha) : 2x - 2y + z - 4 = 0$ (loại vì $CD \subset (\alpha)$).

Với $a = \frac{1}{2}c$, chọn $c = 2 \Rightarrow a = 1, b = 2, d = -8$. Suy ra $(\alpha) : x + 2y + 2z - 8 = 0$ (thỏa mãn $CD \parallel (\alpha)$).

$$\bullet \text{ TH2: } \begin{cases} 2a + b - 2c = 0 \\ 4a + 5b - 4c + 3d = 0 \\ |a + 2b - 3c + d| = 3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2c - 2a \\ d = 2a - 2c \\ |-a - c| = 3\sqrt{5a^2 - 8ac + 5c^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 22a^2 - 37ac + 22c^2 = 0 \Leftrightarrow a = c = 0 \Rightarrow b = 0 \quad (\text{loại}).$$

Vậy chỉ có 1 mặt phẳng thỏa mãn.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 429. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $A(3; 2; -1)$ trên

mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $H(3; 2; 0)$.

B. $H(0; 0; 1)$.

C. $H(3; 2; -1)$.

D. $H(0; 2; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(3; 2; 0)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 430. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) : $2x - 3y + z - 2018 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (-2; 3; -1)$.

B. $\vec{n} = (2; 3; 1)$.

C. $\vec{n} = (2; -3; 1)$.

D. $\vec{n} = (2; -3; -1)$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; -3; 1)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 431. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} + 1 = 0$.

B. $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$.

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

Lời giải.

Áp dụng công thức phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 432. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $x - y + z - 5 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến mặt phẳng (P).

A. $d = \frac{\sqrt{15}}{3}$.

B. $d = \frac{\sqrt{12}}{3}$.

C. $d = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

D. $d = \frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $d = \frac{|1 - 2 + 1 - 5|}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 433. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d : \frac{x+1}{2} = \frac{1-y}{-m} = \frac{2-z}{-3}$

và $d_1 : \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Tìm tất cả các giá trị của m để $d \perp d_1$.

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $m = -5$.

D. $m = 5$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d và d_1 lần lượt là $(2; m; 3)$ và $(1; 1; 1)$.

Để $d \perp d_1$ thì $2 + m + 3 = 0 \Rightarrow m = -5$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 434. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$; $D(0; 0; 0)$. Hỏi có bao nhiêu điểm cách đều 4 mặt phẳng (ABC), (BCD), (CDA), (DAB)?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 8.

Lời giải.

Gọi $I(m; n; p)$ là điểm cách đều bốn mặt phẳng đã cho. Dễ thấy các mặt phẳng (DAB), (DBC), (DCA) lần lượt là các mặt phẳng (Oxy), (Oyz), (Ozx). Mặt phẳng (ABC) có phương trình tổng

quát là $x + y + z = 1$. Do I cách đều các mặt phẳng này nên ta có

$$|m| = |n| = |p| = \frac{|m + n + p - 1|}{\sqrt{3}}. \quad (1)$$

Ta có các trường hợp

① Trường hợp 1. $m = n = p$.

Khi đó (1) tương đương

$$|m| = \frac{|3m - 1|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{6}.$$

Ta được hai điểm thỏa mãn bài toán.

② Trường hợp 2. Trong ba số m, n, p có hai số bằng nhau và bằng số đối của số còn lại.

Khi đó, không mất tính tổng quát ta có thể giả sử $m = n = -p$ (các trường hợp còn lại tương tự) và (1) tương đương

$$|m| = \frac{|m - 1|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}.$$

Ta được hai điểm thỏa mãn bài toán.

Vậy số điểm cách đều bốn mặt phẳng đã cho là $2 + 2 \cdot 3 = 8$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 435. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 6)$, $B(0; 1; 0)$ và mặt cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P) : ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

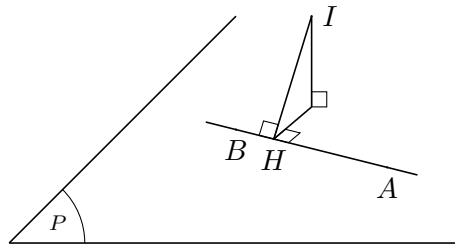
A. $T = 3$.

B. $T = 5$.

C. $T = 2$.

D. $T = 4$.

Lời giải.



Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ bán kính 5. Vì $A, B \in (P)$ nên

$$\begin{cases} 3a - 2b + 6c = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2c = 2 \\ b = 2. \end{cases} \quad (1)$$

Đường tròn giao tuyến thu được có bán kính nhỏ nhất khi khoảng cách từ I đến (P) là lớn nhất. Mặt khác vì B nằm trong mặt cầu (S) nên $d(I, (P)) \leq d(I, AB)$. Do đó bán kính giao tuyến là nhỏ nhất khi $\overrightarrow{IH}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) , với H là hình chiếu của I trên AB . Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$, suy ra $H(t; -t+1; 2t)$ và $\overrightarrow{IH} = (t-1; -t-1; 2t-3)$. Vì AB nằm trên (P) nên

$$IH \perp AB \Rightarrow (t-1) + (-1)(-t-1) + 2(2t-3) = 0 \Rightarrow t = 1.$$

Khi đó $\overrightarrow{IH} = (0; -2; -1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) , suy ra

$$\begin{cases} a = 0 \\ \frac{b}{-2} = \frac{c}{-1} \end{cases}$$

Kết hợp (1), ta có $a = 0, b = 2, c = 1$. Vậy $T = a + b + c = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 436. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 5$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+m}{1} = \frac{z-2m}{-3}$ cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho AB có độ dài lớn nhất.

- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \pm \frac{1}{3}$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 0)$, bán kính $r = \sqrt{5}$, đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -3)$. Ta thấy $M(1; -m; 2m)$ thuộc đường thẳng Δ . Đường thẳng Δ cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho AB có độ dài lớn nhất khi $d(I, \Delta) < r$ và $d(I, \Delta)$ nhỏ nhất. Ta có

$$d(I, \Delta) = \frac{|[\overrightarrow{IM}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \sqrt{\frac{21m^2 + 54}{14}} \geq \sqrt{\frac{27}{7}}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $m = 0$ và $\sqrt{\frac{27}{7}} < \sqrt{5}$. Vậy $m = 0$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 437. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và song song với mặt phẳng $(Q): x + 2y - 3z + 2 = 0$.

- A. $(P): x + 2y - 3z + 9 = 0$. B. $(P): x + 2y - 3z - 7 = 0$.
C. $(P): x + 2y - 3z + 7 = 0$. D. $(P): x + 2y - 3z - 9 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \vec{n}_Q = (1; 2; -3)$.

Vậy $(P): 1(x - 2) + 2(y + 1) - 3(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3z + 9 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 438. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng qua AB và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$?

- A. $3x + 5y + 6z - 19 = 0$. B. $x + 2y - 3z - 2 = 0$.
C. $2x + 3y + 4z - 5 = 0$. D. $5x + 3y + 2z - 13 = 0$.

Lời giải.

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -1)$ và véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$.

Véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n} = [\vec{n}_P, \overrightarrow{AB}] = (5; 3; 2)$.

Mặt phẳng (Q) qua $B(2; 1; 0)$ có phương trình $(Q): 5(x - 2) + 3(y - 1) + 2(z - 0) = 0$

$$\Leftrightarrow 5x + 3y + 2z - 13 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 439. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{1-y}{2} = \frac{z}{1}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{m} = (-1; 2; 1)$. B. $\vec{n} = (1; 2; 1)$. C. $\vec{p} = (-1; 2; -1)$. D. $\vec{q} = (1; 2; -1)$.

Lời giải.

d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; -2; 1) = -\vec{q}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 440. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 4)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. (P) đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $(0; 1; 3)$. B. $(2; 2; 0)$. C. $(1; 1; 2)$. D. $(-1; 1; 4)$.

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$, với $a, b, c > 0$. Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Ta có $M \in (P)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} = 1$. Áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{4}{c}} \Leftrightarrow 1 \geq 27 \cdot \frac{8}{abc} \Leftrightarrow abc \geq 8 \cdot 27.$$

Mặt khác thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V_{OABC} = \frac{1}{6}abc \geq \frac{1}{6} \cdot 8 \cdot 27 = 36$.

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{4}{c} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 12. \end{cases}$

Vậy phương trình của (P) là $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{12} = 1 \Leftrightarrow 4x + 2y + z - 12 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $(2; 2; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 441. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 1; 1), N(2; -1; 0)$ và $P(1; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

- A. $x - 3y + 2z - 1 = 0$. B. $3x - y + 2z - 7 = 0$.
C. $x - 2y + 3z - 3 = 0$. D. $2x - y + 3z - 6 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MP} = (-1; -1; 1), \overrightarrow{MN} = (0; -2; -1)$.

Véc-tơ pháp tuyến của (MNP) là $\vec{n} = \overrightarrow{MP} \wedge \overrightarrow{MN} = (3; -1; 2)$.

Mặt phẳng (MNP) đi qua $M(2; 1; 1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ nên có phương trình

$$3(x - 2) - (y - 1) + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 2z - 7 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 442. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{2}$. Viết phương trình tham số của phân giác góc nhọn tạo bởi d_1 và d_2 .

- A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 - 3t \\ z = 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + t \\ z = t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3t \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $d_1 \cap d_2 = I(1; -1; 0)$.

Trên d_1 ta lấy điểm $A(3; 3; -2)$, trên d_2 lấy điểm B sao cho $IA = IB$ và $\triangle IAB$ cân tại I có đường

trung tuyến đồng thời là đường phân giác.

Gọi $B(2+u; -2-u; 2+2u)$. Ta có $IA = IB \Leftrightarrow 6(u+1)^2 = 24 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ u = -3. \end{cases}$

Vậy $B(3; -3; 4)$ hoặc $B(-1; 1; -4)$.

Chọn điểm $B(-1; 1; 4)$ để $\widehat{BIA}$ nhọn, gọi $M(1; 2; -3)$ là trung điểm của AB suy ra IM là đường phân giác cần tìm.

Chọn đáp án **A** □

Câu 443. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, chiều cao bằng a . Gọi M là trung điểm của SC . Tính khoảng cách giữa AM và SB .

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{2a\sqrt{19}}{19}$.

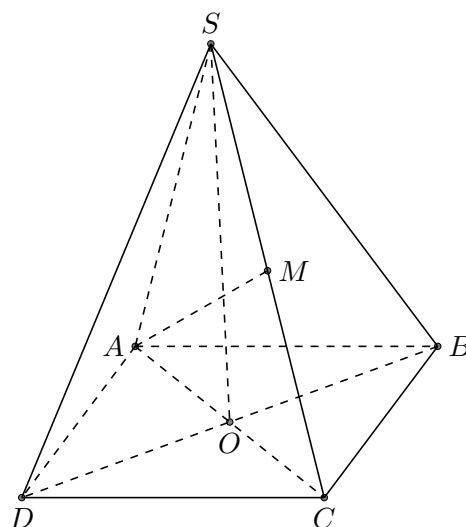
Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ O là tâm của đáy, $A \in Ox, B \in Oy, S \in Oz$. Theo đề bài ta có $A(a; 0; 0), B(0; a; 0), C(-a; 0; 0), S(0; 0; a)$.

Vì M là trung điểm của SC nên $M\left(-\frac{a}{2}; 0; \frac{a}{2}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}\left(-\frac{3a}{2}; 0; \frac{a}{2}\right); \overrightarrow{SB}(0; a; -a); \overrightarrow{AS}(-a; 0; a)$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } d(AM, SB) &= \frac{|\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{AM}] \cdot \overrightarrow{AS}|}{|\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{AM}]|} \\ &= \frac{a^3}{\frac{a^2\sqrt{19}}{2}} = \frac{2a\sqrt{19}}{19}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **D** □

Câu 444. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $S(0; 0; 1)$ và $A(1; 1; 1)$. Hai điểm $M(m; 0; 0), N(0; n; 0)$ thay đổi sao cho $m+n=1$ và $m>0, n>0$. Biết rằng luôn tồn tại một mặt cầu cố định đi qua A và tiếp xúc với mặt phẳng (SMN) . Bán kính của mặt cầu đó là

- A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. 1. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (SMN) là $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow nx + my + mnz - mn = 0$.

Gọi $I(a; b; c)$ và R là tâm và bán kính của mặt cầu cố định.

Ta có

$$\begin{aligned} R = d(I; (SMN)) &= \frac{|na + mb + mnc - mn|}{\sqrt{n^2 + m^2 + m^2n^2}} \\ &= \frac{|(1-m)a + mb + m(1-m)(c-1)|}{\sqrt{1-2mn + m^2n^2}} \\ &= \frac{|(1-m)a + mb + m(1-m)(c-1)|}{1-mn} \\ &= \frac{|(1-c)m^2 + (b+c-a-1)m + a|}{m^2 - m + 1}. \end{aligned}$$

$$\text{Mà } R \text{ không đổi nên } \frac{1-c}{1} = \frac{b+c-a-1}{-1} = \frac{a}{1} = t \Rightarrow \begin{cases} a = t \\ b = t \\ c = 1-t \end{cases}, \text{ hay } I(t; t; 1-t).$$

Mặt khác ta có $R = IA = \sqrt{3t^3 - 4t + 2} = |t| \Rightarrow t = 1$. Vậy $R = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 445. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 6)$, $B(0; 1; 0)$ và mặt cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P) : ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A , B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 4$.

B. $T = 2$.

C. $T = 3$.

D. $T = 5$.

Lời giải.

Ta có (S) có tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $R = 5$.

Mà $\begin{cases} \overrightarrow{AI} = (-2; 4; -3) \\ \overrightarrow{AB} = (-3; 3; -6) \end{cases} \Rightarrow d(I, AB) = \frac{|\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AB}|} = \sqrt{5} < R = 5$ nên AB cắt (S) tại hai điểm.

Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến.

Ta có $r^2 = R^2 - d^2(I, (P)) \Rightarrow r$ nhỏ nhất khi $d(I, (P))$ lớn nhất.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên $(P) \Rightarrow d(I, (P))$ lớn nhất khi H thuộc AB hay H là hình chiếu vuông góc của I lên AB .

Gọi $H(-3t; 1 + 3t; -6t) \in AB$ do $\overrightarrow{IH} \times \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{3} \Rightarrow H(1; 0; 2)$.

Véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = \overrightarrow{IH} = (0; -2; -1) \Rightarrow (P) : 2y + z - 2 = 0$.

Vậy $T = a + b + c = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 446. Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau, được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật sao cho mỗi quả bóng đều tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Biết rằng trên bề mặt của mỗi quả bóng đều tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường và nền nhà nó tiếp xúc lần lượt bằng 1, 2, 3. Tính tổng các bình phương của hai bán kính của hai quả bóng đó.

A. 22.

B. 26.

C. 20.

D. 24.

Lời giải.

Xét quả bóng tiếp xúc với hai bức tường, nền của căn nhà và chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (tương tự với góc tường còn lại).

Gọi $I(a; a; a)$ là tâm của mặt cầu có bán kính $R = a$. Phương trình mặt cầu là:

$$(S) : (x - a)^2 + (y - a)^2 + (z - a)^2 = a^2. \quad (1)$$

Xét điểm $M(x; y; z)$ nằm trên mặt cầu sao cho $d(M, (Oxz)) = 2$, $d(M, (Oyz)) = 1$, $d(M, (Oxy)) = 3$.

Suy ra $M(2; 1; 3)$.

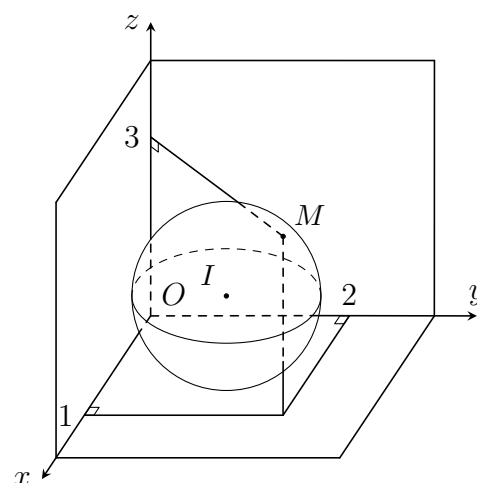
Vì M thuộc mặt cầu (S) nên từ (1) ta có:

$$(2 - a)^2 + (1 - a)^2 + (3 - a)^2 = a^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 6a + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 3 + \sqrt{2} = R_1 \\ a_2 = 3 - \sqrt{2} = R_2 \end{cases}.$$

Vậy $R_1^2 + R_2^2 = 22$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 447. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; 3; 1)$ và $N(0; -1; 5)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{MN} = (-2; 4; -4)$. B. $\overrightarrow{MN} = (2; -4; 4)$. C. $\overrightarrow{MN} = (-2; -2; 6)$. D. $\overrightarrow{MN} = (-1; -1; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2; -4; 4)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 448. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 2; -1)$ và $N(0; -2; 5)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn MN .

A. $(\alpha): x + 2y - 3z + 10 = 0$.

B. $(\alpha): x + 2y - 3z + 15 = 0$.

C. $(\alpha): 2x + 2y - z + 9 = 0$.

D. $(\alpha): -2y + 5z + 9 = 0$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của MN là $I(1; 0; 2)$.

Ta có $(\alpha): \begin{cases} \text{đi qua } I(1; 0; 2) \\ \text{VTPT } \vec{n} = \overrightarrow{MN} = (-2; -4; 6) \end{cases}$

Do đó $(\alpha): -2(x - 1) - 4y + 6(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3z + 5 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 449. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; 0; -1)$ và $\vec{b} = (3; -2; 1)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

A. $\vec{u} = (1; 2; -3)$.

B. $\vec{u} = (-4; 4; -3)$.

C. $\vec{u} = (5; -2; -1)$.

D. $\vec{u} = (7; -2; -1)$.

Lời giải.

$$\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b} = 2(2; 0; -1) - (3; -2; 1) = (1; 2; -3).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 450. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ bất kỳ $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ và $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$.

Lời giải.

Công thức tích vô hướng của hai véc-tơ.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 451. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi N, P lần lượt là hình chiếu của M trên các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oxz)$. Viết phương trình mặt phẳng (MNP) .

A. $x - 1 = 0$.

B. $y - 2 = 0$.

C. $z - 3 = 0$.

D. $x + y + z - 6 = 0$.

Lời giải.

— Ta có $N(1; 2; 0), P(1; 0; 3) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (0; 0; -3), \overrightarrow{MP} = (0; -2; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = (-6; 0; 0)$ là 1 véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNP) .

— Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $-6(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 452. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z + 12 = 0$. Biết (S) có tâm $I(a; b; c)$. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = 3$. B. $T = -3$. C. $T = 6$. D. $T = -6$.

Lời giải.

- Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z + 12 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 9$.
- Khi đó suy ra (S) có tâm $I(1; -2; 4) \Rightarrow a = 1, b = -2, c = 4$.
- Vậy $T = a + b + c = 3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 453. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z = 0$ và các điểm $A(1; 1; 2)$, $B(0; -1; 1)$, $C(2; 0; 0)$. Tìm tọa độ điểm M biết M thuộc mặt phẳng (P) và $MA = MB = MC$.

- A. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

- Trong không gian $Oxyz$, gọi $M(a; b; c)$, $(a, b, c \in \mathbb{R})$.
- Theo đề ra ta có

$$\begin{cases} M \in (P) \\ MA = MB \\ MB = MC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b + c = 0 \\ (a - 1)^2 + (b - 1)^2 + (c - 2)^2 = a^2 + (b + 1)^2 + (c - 1)^2 \\ a^2 + (b + 1)^2 + (c - 1)^2 = (a - 2)^2 + b^2 + c^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b + c = 0 \\ a + 2b + c = 2 \\ 2a + b - c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{2} \\ c = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 454. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(0; 2; 2)$ đồng thời (P) cắt các trục tọa độ Ox , Oy theo thứ tự tại hai điểm M , N (M , N đều không trùng với gốc tọa độ) thỏa mãn $OM = ON$. Biết mặt phẳng (P) có hai phương trình là $x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$. Tính đại lượng $T = b_1 + b_2$.

- A. $T = 2$. B. $T = 0$. C. $T = 4$. D. $T = -4$.

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 1).$$

- Nếu mặt phẳng (P) song song với trục Oz .
 (P) đi qua $A(1; 1; 1)$ có VTPT $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{k}] = (1; 1; 0)$.
 Khi đó $(P): x + y - 2 = 0$.
 Dễ thấy (P) cắt Ox tại $M(2; 0; 0)$ cắt Oy tại $N(0; 2; 0)$. Ta thấy $OM = ON$ nên (P) thỏa mãn.
- Nếu mặt phẳng (P) cắt trục Oz . Áp dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có

$$(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad (a, b, c \neq 0)$$

Do đó phương trình (P) có dạng $x + By + Cz + D = 0$ ($B, C, D \neq 0$). (P) đi qua hai điểm A , B nên

$$\begin{cases} B + C + D = -1 \\ 2B + 2C + D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2B + 2C + 2D = -2 \\ 2B + 2C + D = 0 \end{cases} \Rightarrow D = -2.$$

(P) cắt trục Ox tại $M(-D; 0; 0)$, cắt Oy tại $N(0; \frac{-D}{B}; 0)$.

$$\text{Vì } OM = ON \text{ nên } |-D| = |\frac{-D}{B}| \Leftrightarrow \begin{cases} -D = -\frac{D}{B} \Rightarrow B = 1 \text{ (loại vì } C \neq 0) \\ -D = \frac{D}{B} \Rightarrow B = -1 \Rightarrow C = 2. \end{cases}$$

Do đó (P) : $x - y + 2z - 2 = 0$. Vậy $b_1 + b_2 = 1 - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 455. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2; 0; 0)$, $M(1; 1; 1)$ đồng thời (P) cắt các tia Oy , Oz theo thứ tự tại hai điểm B , C (B , C đều không trùng với gốc tọa độ). Khi diện tích tam giác ABC nhỏ nhất phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $y - z = 0$. B. $y + z - 2 = 0$. C. $2x + y + z - 4 = 0$. D. $x + y - 2$.

Lời giải.

Ta thấy (P) cắt trục Ox tại điểm $A(2; 0; 0)$. Gọi $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ ($b, c \neq 0$).

Khi đó (P) : $\frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$M(1; 1; 1) \in (P) \Leftrightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $\frac{1}{2} \geq \frac{2}{\sqrt{bc}} \Leftrightarrow bc \geq 16$. Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; b; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; 0; c)$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 c^2 + 4b^2 + 4c^2} \geq \frac{1}{2} \sqrt{b^2 c^2 + 8bc} \geq \frac{1}{2} \sqrt{16^2 + 8 \cdot 16}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $b = c = 4$.

Khi đó (P) : $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1$ hay $2x + y + z - 4 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 456. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x + (m+1)y - 2z + m = 0$ và (Q): $2x - y + 3 = 0$, với m là tham số thực. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.

- A. $m = -5$. B. $m = 1$. C. $m = 3$. D. $m = -1$.

Lời giải.

Hai mặt phẳng (P); (Q) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1(1; m+1; -2)$ và $\vec{n}_2(2; -1; 0)$.

Do đó (P) $\perp$ (Q) $\Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 2 - m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 457. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0$ có bán kính r là

- A. $r = \sqrt{53}$. B. $r = 4\sqrt{2}$. C. $r = \sqrt{10}$. D. $r = 3\sqrt{7}$.

Lời giải.

Ta có (S) $\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 10$, do đó mặt cầu (S) có bán kính $r = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 458. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0; -1; 2)$ và $N(-1; 1; 3)$. Một mặt phẳng (P) đi qua M , N sao cho khoảng cách từ điểm $K(0; 0; 2)$ đến mặt phẳng P đạt giá trị lớn nhất. Tìm tọa độ véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P).

- A. $\vec{n} = (1; -1; 1)$. B. $\vec{n} = (1; 1; -1)$. C. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. D. $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (-1; 2; 1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm MN .

Phương trình đường thẳng d đi qua $M(0; -1; 2)$ và nhận $\overrightarrow{MN} = (-1; 2; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương là:

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}.$$

Gọi H là hình chiếu của K lên đường thẳng d .

Ta có: $d(K, (P)) \leq KH$. Do đó $d(K, (P))$ lớn nhất khi và chỉ khi $d(K, (P)) = KH$.

Ta có $H \in d \Rightarrow H(-t; -1 + 2t; 2 + t)$;

$$\overrightarrow{KH} = (-t; -1 + 2t; t).$$

Ta có: $KH \perp MN \Leftrightarrow \overrightarrow{KH} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \Leftrightarrow (-1) \cdot (-t) + 2(-1 + 2t) + 1 \cdot t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$.

Lúc đó $\overrightarrow{KH} = \left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3} \cdot \vec{n}$, với $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

$\overrightarrow{KH}$ là véc-tơ pháp tuyến của $\text{mp}(P)$ nên $\vec{n}$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của $\text{mp}(P)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 459. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; -3; 5)$, $N(6; -4; -1)$ và đặt $L = |\overrightarrow{MN}|$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $L = (4; -1; -6)$.

B. $L = \sqrt{53}$.

C. $L = 3\sqrt{11}$.

D. $L = (-4; 1; 6)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (4; -1; -6) \Rightarrow |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-6)^2} = \sqrt{53}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 460. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm tại I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 5$.

A. $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 25$.

B. $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 16$.

C. $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 34$.

D. $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 34$.

Lời giải.

Ta có $d(I; (P)) = d = \frac{|-1 - 2 \cdot 2 + 2(-1) - 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 3$.

Gọi R là bán kính mặt cầu (S) , ta có $R = \sqrt{d^2 + r^2} = \sqrt{34}$.

Vậy mặt cầu (S) có phương trình là $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 34$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 461. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 2; 2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

A. $y - 2z + 2 = 0$.

B. $x + 2z - 3 = 0$.

C. $2y - z + 1 = 0$.

D. $x + y - z = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; 1)$ và véc-tơ chỉ phương của trục Ox là $\vec{i} = (1; 0; 0)$. Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm, do $\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \perp \vec{i} \end{cases}$ chọn $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{i}] = (0; 1; -2)$.

Mà mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; 1)$, suy ra mặt phẳng (P) có phương trình là $y - 2z + 2 = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 462. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) : $4x - z + 3 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}_1(4; 1; -1)$. B. $\vec{u}_2(4; -1; 3)$. C. $\vec{u}_3(4; 0; -1)$. D. $\vec{u}_4(4; 1; 3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}(4; 0; -1)$, do đường thẳng $d \perp (P)$, nên véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cũng là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 463. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, với a, b, c là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất là

- A. $\frac{1}{3}$. B. 3. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. 1.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C , mặt phẳng (P) có phương trình theo đoạn chắn là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{a} \cdot x + \frac{1}{b} \cdot y + \frac{1}{c} \cdot z - 1 = 0.$$

Ta có $d(O; (P)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}}$.

Áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x+y+z}, \forall x, y, z > 0$, ta có

$$d(O; (P)) \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{a^2 + b^2 + c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 1$.

Vậy $\max d(O; (P)) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 464. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

- A. $\vec{a} = (-1; 1; 2)$. B. $\vec{a} = (3; 2; 1)$. C. $\vec{a} = (1; -1; -2)$. D. $\vec{a} = (3; -2; 1)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{a} = (3; -2; 1)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 465. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 1; 1)$, $N(1; 0; -2)$, $P(0; 1; -1)$. Gọi $G(x_0; y_0; z_0)$ là trọng tâm của tam giác MNP . Tính $x_0 + z_0$.

- A. 0. B. $\frac{5}{2}$. C. $-\frac{13}{7}$. D. -5.

Lời giải.

Ta có $\vec{MG} = (x_0 - 1; y_0 - 1; z_0 - 1)$, $\vec{NG} = (x_0 - 1; y_0; z_0 + 2)$, $\vec{PG} = (x_0; y_0 - 1; z_0 + 1)$, $\vec{MN} = (0; -1; -3)$, $\vec{MP} = (-1; 0; -2)$.

Lại có G là trực tâm $\triangle ABC$ nên

$$\begin{cases} PG \perp MN \\ NG \perp MP \\ G \in (MNP) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{PG} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \\ \overrightarrow{NG} \cdot \overrightarrow{MP} = 0 \\ [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] \cdot \overrightarrow{MG} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 + 3z_0 = -2 \\ x_0 + 2z_0 = -3 \\ 2x_0 + 3y_0 - z_0 = 4. \end{cases} \Rightarrow G\left(-\frac{5}{7}; \frac{10}{7}; -\frac{8}{7}\right).$$

Vậy $x_0 + z_0 = -\frac{13}{7}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 466. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(2; 1; 3)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và song song với mặt phẳng $(Q): x + 2y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

- A. $x + 2y + 3z - 9 = 0$. B. $x + 2y + 3z + 5 = 0$.
C. $x + 2y + 3z + 13 = 0$. D. $x + 2y + 3z - 13 = 0$.

Lời giải.

Vì $(P) \parallel (Q)$ nên phương trình (P) có dạng $x + 2y + 3z + d = 0, d \neq 2$.

Mà $A \in (P)$ nên $2 + 2 + 9 + d = 0 \Leftrightarrow d = -13$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án **D** □

Câu 467. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 0)$ và $B(1; -1; 3)$. Mặt phẳng qua AB và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z - 1 = 0$ có phương trình là

- A. $-5x + y + z + 9 = 0$. B. $-5x - y + z + 11 = 0$.
C. $5x + y - z + 11 = 0$. D. $5x - y + z - 9 = 0$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (-1; -2; 3)$, véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_1 = (2; 3; -2)$

$\Rightarrow$ véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng cần lập là $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_1] = (-5; 1; -1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là

$$-5(x - 2) + 1(y - 1) - 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 5x - y + z - 9 = 0.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 468. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$

và $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi d_1 và d_2 .

- A. $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{3}$. B. $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.
C. $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$. D. $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 là $A(1; 0; 0)$.

Trên d_1 lấy M sao cho $\overrightarrow{AM} = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}; \frac{2}{\sqrt{6}}; -\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$, trên d_2 lấy N sao cho $\overrightarrow{AN} = \left(\frac{-1}{\sqrt{6}}; \frac{-1}{\sqrt{6}}; \frac{2}{\sqrt{6}}\right)$.

Khi đó ta có tam giác AMN cân tại A và có $AM = AN = 1$.

$\cos \widehat{MAN} = \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}}{AM \cdot AN} < 0$. Do đó phân giác ứng với góc nhọn có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}; \frac{3}{\sqrt{6}}; -\frac{3}{\sqrt{6}}\right)$. Suy ra $(2; 3; -3)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường phân giác góc nhọn. Vậy phương trình phân giác là $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 469. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $S(0; 0; 1)$, Hai điểm $M(m; 0; 0)$, $N(0; n; 0)$ thay đổi sao cho $m + n = 1$ và $m > 0, n > 0$. Mặt phẳng (SMN) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định đi qua $P(1; 1; 1)$ có bán kính là

A. 1.

B. 2.

C. $\sqrt{2}$.D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Phương trình (SMN) : $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + z = 1$. Gọi $I(a; b; c)$ và R là tâm và bán kính mặt cầu cố định trong đề bài, phương trình mặt cầu là $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$. Ta có khoảng cách từ I đến (SMN) là

$$d = \frac{\left| \frac{a}{m} + \frac{b}{n} + c - 1 \right|}{\sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + 1}} = R. \text{ Vì } m + n = 1 \Rightarrow \frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + 1 = \frac{m^2 + n^2 + m^2 n^2}{m^2 n^2} = \frac{1 - 2mn + m^2 n^2}{m^2 n^2}.$$

$$\Rightarrow d = \frac{|an + bm + cmn - mn|}{1 - mn} = R.$$

Nếu

$$an + bm + cmn - mn = R(1 - mn)$$

$$\Leftrightarrow a(1 - m) + bm + cm(1 - m) - m(1 - m) = R - Rm(1 - m).$$

$$\Leftrightarrow m^2(R + c - 1) + m(a - b - c - R + 1) - a + R = 0$$

Đẳng thức đúng với mọi $m \in (0; 1)$ nên $R + c - 1 = a - b - c - R + 1 = -a + R$ hay $a = b = R, c = 1 - R$, thay vào phương trình mặt cầu ta có $R = 1$.

Nếu $an + bm + cmn - mn = -R(1 - mn) \Leftrightarrow m^2(-R + c - 1) + m(a - b - c + R + 1) - a - R = 0$.

Đẳng thức đúng với mọi $m \in (0; 1)$ nên $R + c - 1 = a - b - c - R + 1 = -a + R$ hay $a = b = -R, c = 1 + R$ thay vào phương trình mặt cầu ta có $R = -1$ không thỏa mãn. Vậy $R = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 470. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x + y - z = 2$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 3} + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 5}$ đạt tại $(x_0; y_0; z_0)$. Tính $x_0 + y_0$.

A. $\frac{3}{2}$.B. $\frac{5}{2}$.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $A = \sqrt{(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2} + \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2}$. Bài toán trở thành tìm điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): f(x, y, z) = x + y - z - 2 = 0$ sao cho $MA + MB$ có giá trị nhỏ nhất, với $A(1; 1; 1)$ và $B(2; 1; 0)$.

Ta có $f(A) = -1 < 0, f(B) = 1 > 0$ nên A, B nằm về hai phía đối với (α) . Để $MA + MB$ nhỏ nhất thì $M = AB \cap (\alpha)$.

Đường thẳng AB có một VTCP là $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -1)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 1 \\ z = -t + 1. \end{cases}$

$$\Rightarrow M(t + 1; 1; -t + 1) \in (\alpha) \Leftrightarrow t + 1 + 1 + t - 1 - 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; 1; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow x_0 + y_0 = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 471. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 6)$, $B(0; 1; 0)$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 5$.B. $T = 3$.C. $T = 4$.D. $T = 2$.

Lời giải.

Ta có $A, B \in (P)$ nên $b = 2$ và $a = 2 - 2c$. Phương trình (P) có dạng $(2 - 2c)x + 2y + cz - 2 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 5$. Khoảng cách từ I đến (P) là

$$d = \frac{|2 - 2c + 4 + 3c - 2|}{\sqrt{(2 - 2c)^2 + 4 + c^2}} \Rightarrow d^2 = \frac{(4 + c)^2}{5c^2 - 8c + 8} = f(c).$$

$$f'(c) = -\frac{48c - 1}{(5c^2 - 8c + 8)^2}, f'(c) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ c = -4 \end{cases}. \text{ Ta có bảng biến thiên}$$

c	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
$f'(c)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(c)$	$\frac{1}{5}$				5		$\frac{1}{5}$

Để (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất thì $d < R$ và d đạt giá trị lớn nhất. Từ bảng biến thiên suy ra $\max d = \sqrt{5}$ khi $c = 1 \Rightarrow a = 0$. Vậy $T = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 472. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-2; 4; 1)$, $B(1; 1; -6)$, $C(0; -2; 3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G\left(-\frac{1}{3}; 1; -\frac{2}{3}\right)$. B. $G(-1; 3; -2)$. C. $G\left(\frac{1}{3}; -1; \frac{2}{3}\right)$. D. $G\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; -\frac{5}{2}\right)$.

Lời giải.

Trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{-2 + 1 + 0}{3}; \frac{4 + 1 - 2}{3}; \frac{1 - 6 + 3}{3}\right) \Rightarrow G\left(-\frac{1}{3}; 1; -\frac{2}{3}\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 473. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z - 12 = 0$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

A. $(0; 4; 0)$. B. $(0; 6; 0)$. C. $(0; 3; 0)$. D. $(0; -4; 0)$.

Lời giải.

Cho $x = 0; z = 0 \Rightarrow y = 4$. Chọn điểm $(0; 4; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 474. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; -2)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -5; 1)$ có phương trình là

A. $2x - 5y + z - 17 = 0$. B. $2x - 5y + z + 17 = 0$.
C. $2x - 5y + z - 12 = 0$. D. $2x - 3y - 2z - 18 = 0$.

Lời giải.

Ta có $2(x - 2) - 5(y + 3) + (z + 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 5y + z - 17 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 475. Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho điểm $I(1; 2; -5)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 8 = 0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 5)^2 = 25$. B. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 5)^2 = 25$.
C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 5)^2 = 5$. D. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 5)^2 = 36$.

Lời giải.

Ta có $R = d(I; (P)) = \frac{|2 - 4 - 5 - 8|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \frac{|-15|}{3} = 5$.

Suy ra $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 5)^2 = 25$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 476. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P) : x - 3y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $(Q) : 2y + 3z - 10 = 0$.

B. $(Q) : 2x + 3z - 11 = 0$.

C. $(Q) : 2y + 3z - 12 = 0$.

D. $(Q) : 2y + 3z - 11 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$. Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$. Ta có: $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}_P] = (0; 8; 12)$, chọn $\vec{n}_Q = (0; 2; 3)$. Mặt phẳng (Q) đi qua điểm A , có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (0; 2; 3)$ có phương trình là:

$$2(y - 4) + 3(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 477. Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x + y + 6z - 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -1; 0)$, $B(-1; 0; 1)$. Hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (P) có độ dài bao nhiêu?

A. $\sqrt{\frac{255}{61}}$.

B. $\sqrt{\frac{237}{41}}$.

C. $\sqrt{\frac{137}{41}}$.

D. $\sqrt{\frac{155}{61}}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (2; -1; -1)$. Gọi α là góc giữa đường thẳng AB và (P) . Khi đó

$$\sin \alpha = \left| \cos(\widehat{\overrightarrow{BA}, \vec{n}_P}) \right| = \frac{|2 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) + 6 \cdot (-1)|}{\sqrt{41} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{246}}.$$

Hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (P) có độ dài bằng

$$AB \cos \alpha = AB \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{6 \left(1 - \frac{9}{246}\right)} = \sqrt{\frac{237}{41}}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 478. Một khối lập phương lớn tạo bởi 27 khối lập phương đơn vị. Một mặt phẳng vuông góc với đường chéo của khối lập phương lớn tại trung điểm của nó. Mặt phẳng này cắt ngang bao nhiêu khối lập phương đơn vị?

A. 16.

B. 17.

C. 18.

D. 19.

Lời giải.

Giả sử các đỉnh của khối lập phương đơn vị là $(i; j; k)$, với $i, j, k \in \{0; 1; 2; 3\}$ và đường chéo đang xét của khối lập phương lớn nối hai đỉnh là $O(0; 0; 0)$ và $A(3; 3; 3)$. Phương trình mặt trung trực của OA là $(\alpha) : x + y + z - \frac{9}{2} = 0$. Mặt phẳng này cắt khối lập phương đơn vị khi và chỉ khi các đầu mút $(i; j; k)$ và $(i + 1; j + 1; k + 1)$ của đường chéo của khối lập phương đơn vị nằm về hai phía đối với (α) . Do đó bài toán quy về đếm trong số 27 bộ $(i; j; k)$, với $i, j, k \in \{0; 1; 2\}$, có bao nhiêu bộ ba thỏa mãn:

$$\begin{cases} i + j + k - \frac{9}{2} < 0 \\ (i + 1) + (j + 1) + (k + 1) - \frac{9}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < i + j + k < \frac{9}{2}. \quad (1)$$

Các bộ ba không thỏa điều kiện (1), tức là $\begin{cases} i + i + k < \frac{3}{2} \\ i + i + k > \frac{9}{2} \end{cases}$ là

$$(0; 0; 0), (0; 0; 1), (0; 1; 0), (1; 0; 0), (1; 2; 2), (2; 1; 2), (2; 2; 1), (2; 2; 2).$$

Vậy có $27 - 8 = 19$ khối lập phương đơn vị bị cắt bởi (α) .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 479. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (3; 2; 1)$, $\vec{b} = (-2; 0; 1)$. Độ dài của véc-tơ $\vec{a} + \vec{b}$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\vec{a} + \vec{b} = (3 + (-2); 2 + 0; 1 + 1) = (1; 2; 2), \text{ nên } |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 480. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P) : x - 3y + 2z + 3 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $2y + 3z - 11 = 0$.

B. $2y - z + 6 = 0$.

C. $2y - 3z + 6 = 0$.

D. $2y - 3z - 5 = 0$.

Lời giải.

(α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(P)}]$, trong đó $\vec{n}_{(P)} = (1; -3; 2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . Từ đó, ta tính được $\vec{n} = 4(0; 2; 3)$. Phương trình mặt phẳng (α) là $2(y - 4) + 3(z - 1) = 0$, hay $2y + 3z - 11 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 481. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$.

A. $I(1; 2; 3), R = 3$.

B. $I(-1; 2; -3), R = 3$.

C. $I(1; -2; 3), R = 3$.

D. $I(1; 2; -3), R = 3$.

Lời giải.

Dễ thấy $I(1; -2; 3), R = 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 482. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 2)$. Bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $OABC$ bằng

A. $\frac{2}{3 + \sqrt{3}}$.

B. $\frac{4}{3 + 2\sqrt{3}}$.

C. $\frac{3}{6 + 2\sqrt{3}}$.

D. $\frac{5}{6 + 2\sqrt{3}}$.

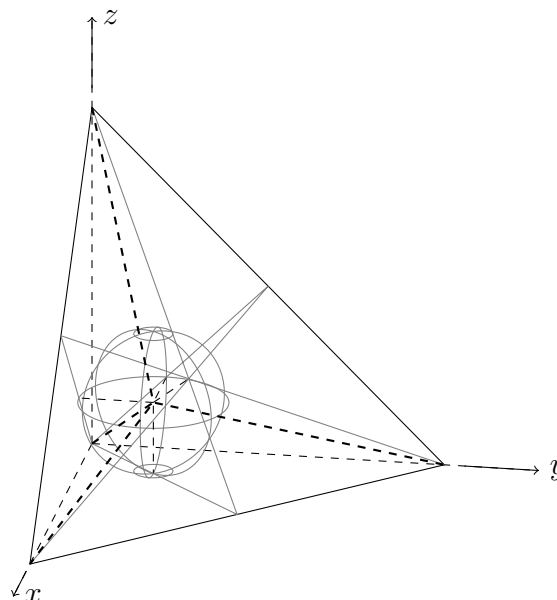
Lời giải.

Áp dụng công thức

$$V = \frac{1}{3} (S_{\Delta ABC} + S_{\Delta OAB} + S_{\Delta OBC} + S_{\Delta OCA}) r,$$

ta suy ra

$$r = \frac{3V}{S_{\Delta ABC} + S_{\Delta OAB} + S_{\Delta OBC} + S_{\Delta OCA}} = \frac{2}{3 + \sqrt{3}}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 483. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 0)$, $M(1; 1; 1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua AM cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại B, C . Giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác ABC bằng bao nhiêu?

A. $5\sqrt{6}$.

B. $3\sqrt{6}$.

C. $4\sqrt{6}$.

D. $2\sqrt{6}$.

Lời giải.

Gọi $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, với $b, c > 0$. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) (theo dạng đoạn chắn) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Do (P) đi qua $M(1; 1; 1)$ nên $\frac{1}{2} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Suy ra $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow bc = 2(b + c)$. Từ đây, cũng suy ra $bc \geq 16$. Mặt khác, dễ tính được diện tích tam giác ABC là $S = \sqrt{b^2 + c^2 + \frac{b^2 c^2}{4}}$. Do đó, $S \geq \sqrt{32 + 64} = 4\sqrt{6}$, đẳng thức đạt được khi $b = c = 4$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 484. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 3; 4)$. Gọi A, B, C là hình chiếu của M trên các trục tọa độ. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $6x + 4y + 3z - 1 = 0$.

B. $6x + 4y + 3z + 1 = 0$.

C. $6x + 4y + 3z - 12 = 0$.

D. $6x + 4y + 3z + 12 = 0$.

Lời giải.

Dễ thấy, $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 4)$. Suy ra phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$, hay tương đương với $6x + 4y + 3z - 12 = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 485. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; -1; 4)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 2; -1)$. Phương trình của (P) là

A. $2x - 2y - z - 6 = 0$.

B. $2x + 2y + z - 6 = 0$.

C. $2x + 2y - z + 6 = 0$.

D. $2x + 2y - z - 6 = 0$.

Lời giải.

Phương trình của (P) : $2x + 2(y + 1) - (z - 4) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - z + 6 = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 486. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu đi qua hai điểm $A(3; -1; 2)$, $B(1; 1; -2)$ và có tâm thuộc trục Oz là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0$.

B. $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 11$.

C. $x^2 + (y - 1)^2 + z^2 - 2z = 11$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 11 = 0$.

Lời giải.

Gọi I là tâm mặt cầu đi qua A và B . Vì I thuộc Oz nên $I = (0; 0; z)$.

Ta có $IA = IB \Leftrightarrow 10 + (z - 2)^2 = 2 + (z + 2)^2 \Leftrightarrow z = 1$.

Vậy mặt cầu có tâm $I = (0; 0; 1)$ bán kính $R = IA = \sqrt{11}$ nên có phương trình là $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 11 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 487. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + 2y - 3z + 3 = 0$. Trong các véc-tơ sau véc-tơ nào là véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

B. $\vec{n} = (1; 2; -3)$.

C. $\vec{n} = (1; 2; 3)$.

D. $\vec{n} = (-1; 2; 3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 488. Cho đường thẳng $\Delta : \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-1}$ và hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 1; 2)$. Biết điểm $M(a; b; c)$ thuộc Δ sao cho $|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, tổng $a + 2b + 4c$ bằng bao nhiêu?

A. 0.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Lấy $M(2m; -1+m; 1-m) \in \Delta$, ta có $\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = (4+4m; -5+2m; -3-2m) \Rightarrow |\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}| = \sqrt{24m^2 + 24m + 50}$.

Khi đó $|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất khi $m = -\frac{1}{2}$, từ đó suy ra $M(-1; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2})$.

Vậy $a + 2b + 4c = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 489. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là điểm

A. $N(-1; 2; 0)$.

B. $M(0; 2; 0)$.

C. $Q(0; 0; 1)$.

D. $P(-1; 0; 1)$.

Lời giải.

Hình chiếu của $A(-1; 2; 1)$ lên trục Oy là $M(0; 2; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 490. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; -1)$, $B(1; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P) : 3x + 2y - z + 5 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm A , B và vuông góc với (P) , phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $(\alpha) : -7x + 11y + z + 15 = 0$.

B. $(\alpha) : 7x - 11y - z + 1 = 0$.

C. $(\alpha) : 7x - 11y + z - 1 = 0$.

D. $(\alpha) : -7x + 11y + z - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 4)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (3; 2; -1)$.

Theo bài ra, mặt phẳng (α) có cặp véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}_p$, từ đó suy ra (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_p] = (-7; 11; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) : $-7x + 11y + z + 15 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 491. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, mặt phẳng $(\alpha) : x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua A , cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Giả sử Δ cắt d tại $B(3+t; 3+3t; 2t)$ suy ra $\overrightarrow{AB} = (2+t; 1+3t; 1+2t)$.

Do Δ song song với mặt phẳng (α) suy ra $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 2+t+1+3t-1-2t=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Từ đó suy ra Δ đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$, suy ra phương trình đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 492. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với trục Oy có phương trình tham số là

A. $d : \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

B. $d : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2+2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 \end{cases}$

C. $d : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

D. $d : \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 3-t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng qua $M(1; 2; 3)$ song song với trục Oy có véc-tơ chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$ nên nó có phương trình tham số

$$d : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2+t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 493. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; m)$. Để mặt phẳng (ABC) hợp với mặt phẳng (Oxy) một góc 60° thì giá trị của m là

A. $m = \pm \frac{12}{5}$.

B. $m = \pm \frac{2}{5}$.

C. $m = \pm \sqrt{\frac{12}{5}}$.

D. $m = \pm \frac{5}{2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng Oxy có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 0)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1; 0; m)$, suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2m; m; 2)$.

Theo bài ra ta có

$$\cos 60^\circ = \frac{|\vec{k} \cdot \vec{n}|}{|\vec{k}| \cdot |\vec{n}|}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5m^2 + 4} = 4 \Leftrightarrow m^2 = \frac{12}{5} \Leftrightarrow m = \pm \sqrt{\frac{12}{5}}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 494. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -6; 1)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + 7 = 0$. Điểm B thay đổi thuộc Oz ; điểm C thay đổi thuộc mặt phẳng (P) . Biết rằng tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Tọa độ điểm B là:

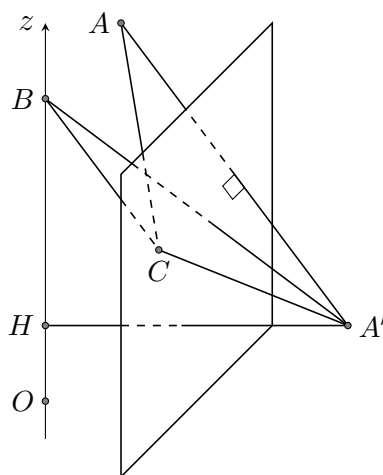
A. $B(0; 0; 1)$.

B. $B(0; 0; -2)$.

C. $B(0; 0; -1)$.

D. $B(0; 0; 2)$.

Lời giải.



Kiểm tra thấy hai điểm A, B nằm cùng phía so với bờ là mặt phẳng (P) , trục Oz song song với mặt phẳng (P) .

Lấy điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (P) . Ta có các đánh giá:

+ $AB \geq AB_0$ với B_0 là hình chiếu của A lên trục Oz và AB_0 có độ dài không đổi.

+ $BC + CA = BC + CA' \geq A'B \geq A'H$, $A'H$ có độ dài không đổi.

Từ đó suy ra

$$AB + BC + CA \geq AB_0 + A'H.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi B trùng $B_0(0; 0; 1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 495. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

A. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 2$.

B. $I(1; -2; -1)$ và $R = 2$.

C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 4$.

D. $I(1; -2; -1)$ và $R = 4$.

Lời giải.

Tọa độ tâm $I(-1; 2; 1)$.

Bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 496. Trong không gian Oxy , cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(2; 0; -1)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hai điểm A và B nằm khác phía so với mặt phẳng $x + 2y + mz + 1 = 0$.

A. $m \in [2; 3]$.

B. $m \in (2; 3)$.

C. $m \in (-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.Thay tọa độ điểm A và phương trình mặt phẳng ta được biểu thức $-3m + 6$.Thay tọa độ điểm B vào phương trình mặt phẳng ta được biểu thức $-m + 3$.Để A và B nằm khác phía so với mặt phẳng thì tích của hai biểu thức trên phải bé hơn 0.

Ta được $(-3m + 6)(-m + 3) < 0 \Leftrightarrow 2 < m < 3$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 497.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$ có bán kính bằng

A. 9.

B. 3.

C. $\sqrt{3}$.

D. $3\sqrt{3}$.

Lời giải.Ta có $a = -1, b = 2, c = 1, d = -3$ nên bán kính là $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 3$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 498.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi E, M lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và SA , α là góc tạo bởi đường thẳng EM và mặt phẳng (SBD) . Tính $\tan \alpha$.

A. 1.

B. 2.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.Không mất tính tổng quát, giả sử các cạnh của hình chóp bằng $2\sqrt{2}$.

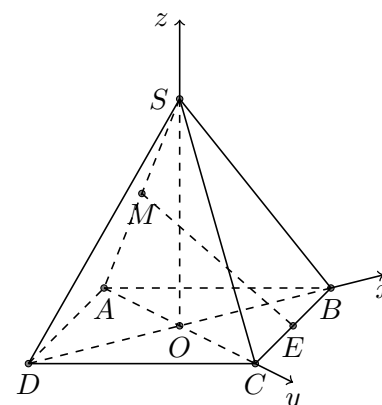
Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Khi đó: $E(1; 1; 0)$, $M(0; -1; 1)$, $\overrightarrow{ME} = (1; 2; -1)$ và $\overrightarrow{OC} = (0; 2; 0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (SBD) .

Do đó,

$$\sin \alpha = \sin (EM, (SBD)) = \left| \cos (\overrightarrow{ME}, \overrightarrow{OC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{OC}|}{|\overrightarrow{ME}| \cdot |\overrightarrow{OC}|} = \frac{2}{\sqrt{6}}.$$

$$\text{Vậy } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 499.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$ và cắt mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z - 1 = 0$ theo một đường tròn bán kính bằng $\sqrt{8}$ có phương trình

A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$.

B. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.

D. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$.

Lời giải.Ta có $d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 + 2 \cdot (-1) - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 1$. Bán kính mặt cầu $R = \sqrt{1^2 + (\sqrt{8})^2} = 3$. Do đó, phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$, bán kính $R = 3$ là $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 500.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -2; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-1; 1; 2)$.

B. $(-3; 3; -4)$.

C. $(3; -3; 4)$.

D. $(1; -1; -2)$.

Lời giải.Ta có $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$ nên $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 2)$.Chọn đáp án **(A)** □

Câu 501. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy. Đường thẳng MN ($M \in A'C, N \in BC'$) là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC' . Tỉ số $\frac{NB}{NC'}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

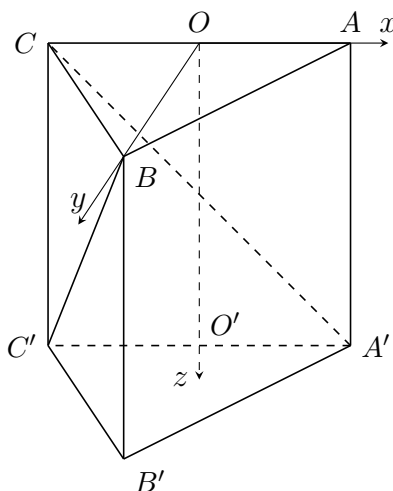
B. $\frac{2}{23}$.

C. 1.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Cách 1.



Gọi O, O' lần lượt là trung điểm $AC, A'C'$. Ta chọn hệ trục tọa độ sao cho $O(0;0;0)$, $A(1;0;0)$, $B(0;\sqrt{3};0)$, $O'(0;0;2)$. Khi đó $C(-1;0;0)$, $A'(1;0;2)$, $C'(-1;0;2)$. Suy ra phương trình của hai đường thẳng $A'C$ và BC' lần lượt là

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 2 + t \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} x = -1 + t' \\ y = \sqrt{3}t' \\ z = 2 - 2t' \end{cases}$$

Do đó ta có thể coi $M(t+1;0;t+2)$ và $N(t'-1;\sqrt{3}t';-2t'+2)$. Suy ra $\overrightarrow{NM}(t-t'+2;-\sqrt{3}t';t+2t')$. Do MN là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC' nên

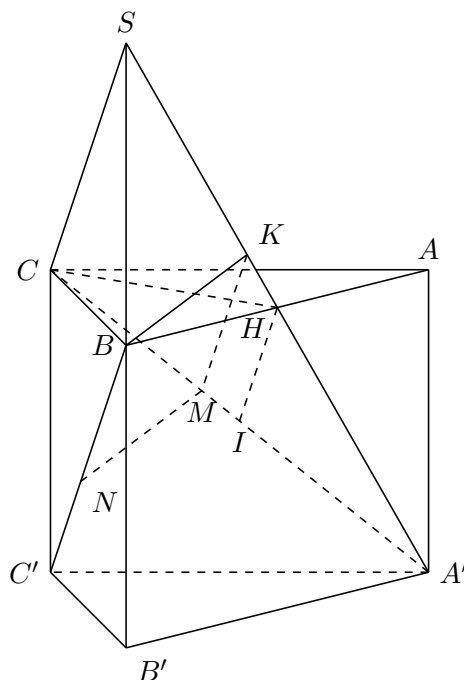
$$\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{C'B} = 0.$$

hay ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2t + t' + 2 = 0 \\ t + 8t' - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{6}{5} \\ t' = \frac{2}{5} \end{cases}$$

Suy ra $N\left(-\frac{3}{5}; \frac{2\sqrt{3}}{5}; \frac{6}{5}\right)$, do đó $NB = \frac{6\sqrt{2}}{5}$, $NC' = \frac{4\sqrt{2}}{5}$. Vậy $\frac{NB}{NC'} = \frac{3}{2}$.

Cách 2.



Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, AC' . Suy ra $HI \parallel BC'$. Trong mặt phẳng $(ABB'A')$, tia $A'H$ cắt tia $B'B$ tại S , gọi K là hình chiếu của B trên SH . Dễ thấy $BK \perp (SCH)$. Gọi M là hình chiếu của K trên $A'C$, chú ý rằng $CH = HA'$ nên $HI \perp A'C$, do đó $KM \parallel HI \parallel BC'$. Trong mặt phẳng $(BC'MK)$ lấy điểm N trên BC' sao cho $BKMN$ là hình bình hành. Khi đó MN là đoạn vuông góc chung cần tìm. Ta có

$$\frac{NB}{BC'} = \frac{MK}{2HI} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HK}{A'H} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HK}{HS} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HB^2}{HS^2} \right).$$

Do $2HB = SB$ nên

$$\frac{NB}{BC'} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HB^2}{HB^2 + SB^2} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HB^2}{HB^2 + 4HB^2} \right) = \frac{3}{5}.$$

Vậy $\frac{NB}{NC'} = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 502. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1), B(2; -1; 3)$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất.

A. $M(3; -4; 0)$. B. $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$. C. $M(0; 0; 5)$. D. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; 0\right)$.

Lời giải.

Điểm $I(3; -4; 5)$ thỏa mãn $\vec{IA} - 2\vec{IB} = \vec{0}$. Suy ra

$$\begin{aligned} MA^2 - 2MB^2 &= (\vec{MI} + \vec{IA})^2 - 2(\vec{MI} + \vec{IB})^2 \\ &= MI^2 - 2\vec{MI} \cdot \vec{IA} + IA^2 - 2MI^2 - 4\vec{MI} \cdot \vec{IB} - 2IB^2 \\ &= -MI^2 + IA^2 - 2IB^2. \end{aligned}$$

Do đó $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu của I trên mặt phẳng Oxy .
 Vậy $M(3; -4; 0)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 503. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$. Trong các mặt phẳng sau tìm mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (α) .

A. $2x - y - z + 1 = 0$.

B. $2x + 2y + 2z - 1 = 0$.

C. $x - y - z + 1 = 0$.

D. $2x - y + z + 1 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; 1; 1)$.

Mặt phẳng $2x - y - z + 1 = 0$ có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; -1; -1) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_1 = 0$ nên mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng $2x - y - z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 504. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; -1; 1)$; $B(0; 1; 2)$ và $C(1; 0; 1)$. Trong các mệnh đề sau, hãy chọn mệnh đề đúng.

A. Tam giác ABC vuông tại A .B. Ba điểm A, B, C thẳng hàng.C. Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.D. B là trung điểm của AC .

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1) \\ \overrightarrow{AC} = (0; 1; 0) \end{cases} \Rightarrow \nexists k \in \mathbb{R} \text{ sao cho } \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC} \text{ do đó ba điểm } A, B, C \text{ không thẳng hàng.}$

Chọn đáp án **C** □

Câu 505. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + at \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = 3 - t' \end{cases}$ với

$t, t' \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả giá trị thực của a để hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau.

A. $a = 0$.

B. $a = 1$.

C. $a = -1$.

D. $a = 2$.

Lời giải.

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} 1 + at = 1 - t' \\ t = 2 + 2t' \\ -1 + 2t = 3 - t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} at + t' = 0 \\ t = 2 \\ t' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ t = 2 \\ t' = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 0 \text{ thì } d \text{ cắt } d'.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 506. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(2; 1; 3)$. Điểm nào dưới đây là trung điểm của đoạn AB ?

A. $M(0; 2; 2)$.

B. $N(2; 2; 2)$.

C. $P(0; 2; 0)$.

D. $Q(2; 2; 0)$.

Lời giải.

Trung điểm AB là $M(0; 2; 2)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 507. Trong không gian $Oxyz$ cho $(\alpha): y + 2z = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 4t \end{cases}$;

$d_2: \begin{cases} x = 2 - t' \\ y = 4 + 2t' \\ z = 4 \end{cases}$. Đường thẳng Δ nằm trong (α) và cắt hai đường thẳng $d_1; d_2$ có phương trình

là

A. $\frac{x-1}{7} = \frac{y}{-8} = \frac{z}{-4}$. B. $\frac{x+1}{7} = \frac{y}{-8} = \frac{z}{4}$. C. $\frac{x-1}{7} = \frac{y}{-8} = \frac{z}{4}$. D. $\frac{x-1}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z}{4}$.

Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng d_1, d_2 và mặt phẳng (α) .

Khi đó $A(1-t; t; 4t)$ và $B(2-t'; 4+2t'; 4)$ thay vào phương trình (α) ta được $\begin{cases} t = 0 \\ t' = -6 \end{cases}$.

$\Rightarrow A(1; 0; 0)$ và $B(8; -8; 4) \Rightarrow$ phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{7} = \frac{y}{-8} = \frac{z}{4}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 508. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{1}$. Trong các mặt phẳng dưới đây mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng d ?

A. $4x - 2y + 2z + 4 = 0$.

B. $4x + 2y + 2z + 4 = 0$.

C. $2x - 2y + 2z + 4 = 0$.

D. $4x - 2y - 2z - 4 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d có vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 1)$.

Xét mặt phẳng $4x - 2y + 2z + 4 = 0$ có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; -2; 2) \Rightarrow \vec{n} = 2\vec{u}$.

$\Rightarrow d$ vuông góc với mặt phẳng có phương trình $4x - 2y + 2z + 4 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 509. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(4; -3; 7)$ và $B(2; 1; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $x + 2y + 2z + 15 = 0$.

B. $x - 2y + 2z + 15 = 0$.

C. $x + 2y + 2z - 15 = 0$.

D. $x - 2y + 2z - 15 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}(-2; 4; -4)$ trung điểm AB là $M(3; -1; 5)$.

Mặt phẳng trung trực của AB là $-2(x-3) + 4(y+1) - 4(z-5) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z - 15 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 510. Trong các phương trình sau, phương trình nào không phải là phương trình mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 4z - 21 = 0$.

B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 4y - 8z - 11 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + 11 = 0$.

Lời giải.

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + 11 = 0$ có $(-1)^2 + (-1)^2 + (2)^2 - 11 = -5 < 0$ không phải là phương trình của mặt cầu.

Chọn đáp án **D** □

Câu 511. Trong không gian $Oxyz$, một vec-tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases}$ là

A. $\vec{m}(2; -1; 1)$.

B. $\vec{v}(2; -1; 0)$.

C. $\vec{u}(2; 1; 1)$.

D. $\vec{n}(-2; -1; 0)$.

Lời giải.

Vec-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta = (2; 1; 0) = -(-2; -1; 0)$.

Do đó một vec-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{n}(-2; -1; 0)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 512. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu của M lên trục Oy là điểm

A. $S(0; 0; 3)$.

B. $R(1; 0; 0)$.

C. $Q(0; 2; 0)$.

D. $P(1; 0; 3)$.

Lời giải.

Hình chiếu của $M(1; 2; 3)$ lên trục Oy là điểm $Q(0; 2; 0)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 513. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha) : x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta) : 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

- A. $m = 1$. B. Không tồn tại m . C. $m = -2$. D. $m = 2$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β) khi và chỉ khi

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{-m}{-1} \neq \frac{-2}{-1} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m \neq 2. \end{cases}$$

Hệ này vô nghiệm nên không có giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **B** □

Câu 514. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; -1)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox có phương trình là

- A. $y = 0$. B. $x + z = 0$. C. $y + z + 1 = 0$. D. $x + y + z = 0$.

Lời giải.

Do mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox nên (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{i}, \overrightarrow{OM}]$ với $\vec{i} = (1; 0; 0)$ và $\overrightarrow{OM} = (1; 0; -1) \Rightarrow \vec{n} = (0; 1; 0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $y = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 515. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha) : x + y - z - 2 = 0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α) , đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d ?

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{3}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$.
C. $\frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}$. D. $\frac{x+2}{-3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+4}{-1}$.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$

$$I \in d \Rightarrow I(1+t; 2+2t; 3+t).$$

$$I \in (\alpha) \Rightarrow 1+t+2+2t-(3+t)-2=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow I(2; 4; 4).$$

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

Véc-tơ chỉ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Ta có $[\vec{u}, \vec{n}] = (-3; 2; -1)$.

Đường thẳng cần tìm qua điểm $I(2; 4; 4)$, có một véc-tơ chỉ phương là $[\vec{u}, \vec{n}] = (-3; 2; -1)$ nên có phương trình $\frac{x-2}{-3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-4}{-1}$.

Đường thẳng này trùng với đường thẳng $\frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 516. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha) : 2x + y - 2z - 2 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) , song song với

d đồng thời cách d một khoảng bằng 3. Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng.

A. $\frac{7}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

C. $\frac{7}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có: $B \in Oxy$ và $B \in (\alpha)$ nên $B(a; 2-2a; 0)$.

$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{2}$ đi qua $M(-1; -2; -3)$ và có 1 véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 2)$.

Ta có: $\vec{MB} = (a+1; 4-2a; 3)$, $[\vec{u}, \vec{MB}] = (4a-2; 2a-1; 2-4a)$.

Khi đó

$$d(BM, d) = 3 \Leftrightarrow \frac{|[\vec{u}, \vec{MB}]|}{|\vec{u}|} = 3 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{(2a-1)^2}}{3} = 3 \Leftrightarrow (2a-1)^2 = 9.$$

$$\text{Vậy } AB = \sqrt{\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + (1-2a)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 9 + 1} = \frac{7}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 517. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(10; 6; -2)$, $B(5; 10; -9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + z - 12 = 0$. Điểm M di động trên (α) sao cho MA, MB luôn tạo với (α) các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn (ω) cố định. Hoành độ của tâm đường tròn (ω) bằng

A. -4 .

B. $\frac{9}{2}$.

C. 2 .

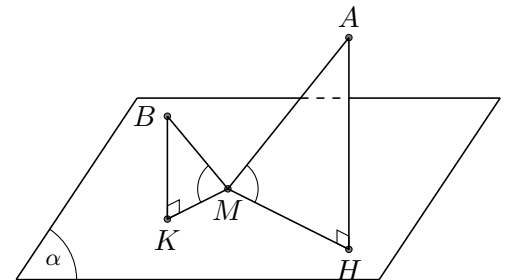
D. 10 .

Lời giải.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng (α) , khi đó:

$$AH = d(A; (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 10 + 2 \cdot 6 + (-2) - 12|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 6$$

$$BK = d(B; (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 5 + 2 \cdot 10 + (-9) - 12|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 3.$$



Vì MA, MB tạo với (α) các góc bằng nhau nên $\widehat{AMH} = \widehat{BMK}$. Từ $AH = 2BK$ suy ra $MA = 2MB$.

Gọi $M(x; y; z)$, ta có:

$$\begin{aligned} MA = 2MB &\Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2 \\ &\Leftrightarrow (x-10)^2 + (y-6)^2 + (z+2)^2 = 4[(x-5)^2 + (y-10)^2 + (z+9)^2] \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \frac{20}{3}x - \frac{68}{3}y + \frac{68}{3}z + 228 = 0. \end{aligned}$$

Như vậy, điểm M nằm trên mặt cầu (S) có tâm $I\left(\frac{10}{3}; \frac{34}{3}; -\frac{34}{3}\right)$ và bán kính $R = 2\sqrt{10}$.

Do đó, đường tròn (ω) là giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (α) , nên tâm J của đường tròn (ω) là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (α) .

$$\text{Phương trình đường thẳng } d \text{ đi qua } I \text{ và vuông góc với mặt phẳng } (\alpha) \text{ là: } \begin{cases} x = \frac{10}{3} + 2t \\ y = \frac{34}{3} + 2t \\ z = -\frac{34}{3} + t \end{cases}$$

Tọa độ điểm J là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = \frac{10}{3} + 2t \\ y = \frac{34}{3} + 2t \\ z = -\frac{34}{3} + t \\ 2x + 2y + z - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 10 \\ z = -\frac{38}{3} \\ t = -\frac{2}{3} \end{cases}.$$

Vậy $J = \left(2; 10; -\frac{38}{3}\right)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 518. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x - z - 3 = 0$ và điểm $M(1; 1; 1)$. Gọi A là điểm thuộc tia Oz , gọi B là hình chiếu của A lên (α) . Biết rằng tam giác MAB cân tại M . Diện tích của tam giác MAB bằng

A. $6\sqrt{3}$.

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{123}}{2}$.

D. $3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi $A(0; 0; a)$. Đường thẳng AB qua A và vuông góc với (α) nên có phương trình
$$\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = a - t \end{cases}.$$

B là hình chiếu của A lên (α) nên tọa độ B thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = a - t \\ x - z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{a+3}{2} \\ y = 0 \\ z = \frac{a-3}{2} \end{cases}.$$

Suy ra $B\left(\frac{a+3}{2}; 0; \frac{a-3}{2}\right)$.

Tam giác MAB cân tại M nên

$$MA = MB \Leftrightarrow 1 + 1 + (1-a)^2 = \left(\frac{a+1}{2}\right)^2 + 1 + \left(\frac{a-5}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -3. \end{cases}$$

— Nếu $a = 3$ thì tọa độ $A(0; 0; 3)$, $B(3; 0; 0)$. Diện tích tam giác MAB là

$$S = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}] \right| = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

— Nếu $a = -3$ thì tọa độ $A(0; 0; -3)$ và $B(0; 0; -3)$ trùng nhau nên không thỏa mãn.

Chọn đáp án **B** □

Câu 519. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ cắt nhau tại điểm $M(a; b; c)$ khi đó $a + b + c$ có giá trị là

A. 5.

B. -2.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của d và (P) thỏa hệ

$$\begin{cases} \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} \\ \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1} \\ 3x + 5y - z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4y = 0 \\ y - 3z = 6 \\ 3x + 5y - z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow M(0; 0; -2).$$

Khi đó $a + b + c = -2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 520. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 5y + 1 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

- A. $\vec{n}_1 = (2; -5; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -5; 0)$. C. $\vec{n}_3 = (2; 5; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; 5; 1)$.

Lời giải.

Ta có mặt phẳng $(P): 2x - 5y + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; -5; 0)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 521. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Biết góc giữa đường thẳng A_1C và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách giữa đường thẳng B_1C và C_1D theo a .

- A. $\frac{4a\sqrt{51}}{17}$. B. $\frac{a\sqrt{51}}{17}$. C. $\frac{2a\sqrt{51}}{17}$. D. $\frac{8a\sqrt{51}}{17}$.

Lời giải.

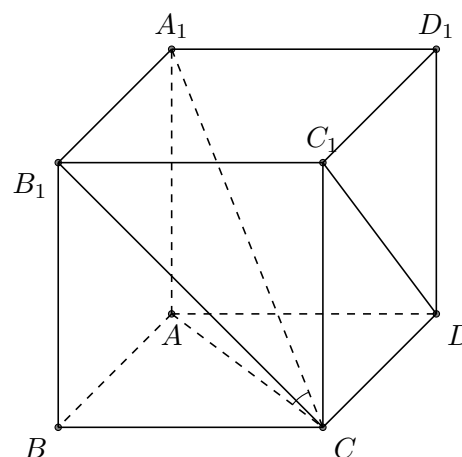
Ta có $C_1D \parallel B_1A \Rightarrow C_1D \parallel (AB_1C)$

$\Rightarrow d(C_1D, B_1C) = d(C_1D, (B_1AC)) = d(C_1, (AB_1C))$. $AA_1 \perp (ABCD)$ suy ra AC là hình chiếu của A_1C lên mặt phẳng $(ABCD)$. Do đó góc tạo bởi A_1C và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{A_1CA}$.

$$\text{Ta có } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{AD^2 + AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a.$$

Xét tam giác AA_1C có

$$AA_1 = AC \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3}a.$$



Chọn hệ trục với $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$, $D(0; a\sqrt{3}; 0)$,
 $C(a; a\sqrt{3}; 0)$, $A_1(0; 0; 2a\sqrt{3})$, $D_1(0; a\sqrt{3}; 2a\sqrt{3})$,
 $B_1(a; 0; 2a\sqrt{3})$; $C_1(a; a\sqrt{3}; 2a\sqrt{3})$.

Ta có $\vec{AB_1} = (a; 0; 2a\sqrt{3})$, $\vec{AC} = (a; a\sqrt{3}; 0)$, $[\vec{AB_1}, \vec{AC}] = (-6a^2; 2\sqrt{3}a^2; \sqrt{3}a^2)$. Mặt phẳng (AB_1C) qua ba điểm A, B_1, C .

Khi đó mặt phẳng (AB_1C) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (-6, 2\sqrt{3}; \sqrt{3})$. Phương trình mặt phẳng (AB_1C) : $-6x + 2\sqrt{3}y + \sqrt{3}z = 0$.

Khoảng cách từ C_1 đến (AB_1C) là

$$d(C_1, (AB_1C)) = \frac{|-6 \cdot a + 2\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot 2a\sqrt{3}|}{\sqrt{(-6)^2 + (2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2}} = \frac{2a\sqrt{51}}{17}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 522. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(15; -1; 4)$, $B(7; 6; 3)$, $C(6; -3; 6)$, $D(8; 14; -1)$ và $M(a; b; c)$ thuộc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$ khi $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. 9. B. -5. C. 16. D. 2.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 5$. Gọi G là điểm thỏa $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.

Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 + \overrightarrow{MD}^2 \\ &\geq (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD})^2 = (4\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD})^2 = (4\overrightarrow{MG})^2. \end{aligned}$$

Vậy $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất. Mà MG nhỏ nhất khi M là giao điểm của MI và mặt cầu (S) .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = 9 \\ y_G = 4 \\ z_G = 3 \end{cases} \Rightarrow G(9; 4; 3).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{GI} = (8; 6; 0) = 2(4; 3; 0). \text{ Đường thẳng } GI \text{ có phương trình là } \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm của đường thẳng GI và mặt cầu (S) là

$$(1+4t)^2 + (-2+3t)^2 + 3^2 - 2(1+4t) + 4(-2+3t) - 6 \cdot 3 - 11 = 0 \Leftrightarrow 25t^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow M(5; 1; 3) \\ t = -1 \Rightarrow M(-3; 5; 3) \end{cases}$$

— Với $M(5; 1; 3) \Rightarrow IM = 5 = R$ (nhận).

— Với $M(-3; 5; 3) \Rightarrow IM = \sqrt{122} > R$ (loại).

Khi đó $P = 5 + 1 + 3 = 9$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 523. Trong không gian $Oxyz$ cho $M(-1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox là điểm có tọa độ?

A. $P(-1; 0; 0)$.

B. $Q(0; 2; 3)$.

C. $K(0; 2; 0)$.

D. $E(0; 0; 3)$.

Lời giải.

$$\text{Trục } Ox \text{ có phương trình là } \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}. \text{ Hình chiếu của } M \text{ lên trục } Ox \text{ là điểm } P(-1; 0; 0).$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 524. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 1 = 0$. Đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+5}{2}$.

B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

Lời giải.

Gọi A là giao điểm của d và (α) . Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{1} \\ \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1} \\ x + y - z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow A(0; 0; -1).$$

Đường thẳng d qua điểm $A(3; 3; 2)$. Gọi d' là đường thẳng qua A và vuông góc (α) , d' có phương trình là $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Gọi B là giao điểm của d' và (α) . Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{1} \\ \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-1} \\ x+y-z-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ -y-z=-5 \\ x+y-z=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow B(2; 2; 3).$$

Khi đó, đường thẳng Δ qua A, B chính là hình chiếu vuông góc của d lên (α) . Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 4)$. Gọi I là trung điểm AB suy ra $I(1; 1; 1)$.

Đường thẳng Δ qua I nhận một véc-tơ chỉ phương $\vec{n} = (1; 1; 2)$ có phương trình là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 525. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1; -2; 5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + 2y - 3z + 1 = 0$ và $(R): 2x - 3y + z + 1 = 0$ có dạng

A. $x + y + z - 2 = 0$.

B. $7x + 7y + 7z - 5 = 0$.

C. $x - y + z - 6 = 0$.

D. $x + y + z + 2 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = (1; 2; -3)$.

Mặt phẳng (R) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(R)} = (2; -3; 1)$.

Khi đó mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(Q)}, \vec{n}_{(R)}] = (-7; -7; -7)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là

$$-7(x+1) - 7(y+2) - 7(z-5) = 0 \Leftrightarrow -7x - 7y - 7z + 14 = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 2 = 0.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 526. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 1; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) cắt trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A, B, C (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ?

A. $(P): x + y - z + 1 = 0$.

B. $(P): x + y + z - 3 = 0$.

C. $(P): x - y - z + 1 = 0$.

D. $(P): x + 2y + z - 4 = 0$.

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$. Xét tam giác ABC có $AB^2 = a^2 + b^2$, $AC^2 = a^2 + c^2$, $BC^2 = b^2 + c^2$.

Khi đó

$$\cos \hat{A} = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{a^2}{AB \cdot AC} > 0$$

suy ra góc A nhọn. Chứng minh tương tự ta được góc $\hat{B}$, $\hat{C}$ nhọn. Do đó, tam giác ABC có ba góc nhọn.

Phương trình mặt phẳng (P) qua A, B, C có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Ta có (P) qua I suy ra $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Suy ra a, b, c lớn hơn 1.

Xét tam giác ABC có $IA = IB = IC$ mà $a, b, c > 1$. Do đó $a = b = c$ suy ra tam giác ABC đều hay I là trực tâm của tam giác ABC khi đó OI vuông góc (ABC) .

Ta có $\overrightarrow{OI} = (1; 1; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Suy ra mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 527. Cho hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 4 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) có bán kính bằng $\frac{AB}{6}$ có tâm thuộc đường thẳng AB và (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = \frac{1}{3}$.

B. $\begin{cases} (x - 4)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = \frac{1}{3} \\ (x - 6)^2 + (y + 5)^2 + (z - 4)^2 = \frac{1}{3} \end{cases}$.

C. $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = \frac{1}{3}$.

D. $\begin{cases} (x + 4)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = \frac{1}{3} \\ (x + 6)^2 + (y - 5)^2 + (z + 4)^2 = \frac{1}{3} \end{cases}$.

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -2) \text{ suy ra } AB: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 - 2t. \end{cases}$$

Ta có bán kính $R = \frac{AB}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Tâm I thuộc AB suy ra $I(1 - 2t, -2 + 2t, 3 - 2t)$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu nên

$$\begin{aligned} d(I, (P)) &= R \\ \Leftrightarrow \frac{|(1 - 2t) + (-2 + 2t) + (3 - 2t) + 4|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} &= \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \Leftrightarrow |6 - t| &= 1 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 2t = 1 \Rightarrow 2t = 5 \Rightarrow I(-4; 3; -2) \\ 6 - 2t = -1 \Rightarrow 2t = 7 \Rightarrow I(-6; 5; -4) \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có phương trình đường tròn (C) tâm $I(-4; 3; -2)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{3}}{3}$ là

$$(x + 4)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = \frac{1}{3}.$$

Phương trình đường tròn (C) tâm $I(-6; 5; -4)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{3}}{3}$ là

$$(x + 6)^2 + (y - 5)^2 + (z + 4)^2 = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 528. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 6 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(-1; 3; 0); R = 4$. B. $I(1; -3; 0); R = 4$. C. $I(-1; 3; 0); R = 16$. D. $I(1; -3; 0); R = 16$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(-1; 3; 0)$; bán kính $R = \sqrt{1 + 9 - (-6)} = \sqrt{16} = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 529. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng (Δ_1) :
$$\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases} \quad \text{và}$$

(Δ_2) : $\frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (Δ_1) và (Δ_2) chéo nhau và vuông góc nhau. B. (Δ_1) cắt và không vuông góc với (Δ_2) .
C. (Δ_1) cắt và vuông góc với (Δ_2) . D. (Δ_1) và (Δ_2) song song với nhau.

Lời giải.

Phương trình tham số của (Δ_2) :
$$\begin{cases} x = -4 + 3t' \\ y = -2 + 2t' \\ z = 4 - t' \end{cases}$$

Véc-tơ chỉ phương của (Δ_1) và (Δ_2) lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; -1; 4)$ và $\vec{u}_2 = (3; 2; -1)$.

Do $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 0$ nên $(\Delta_1) \perp (\Delta_2)$.

Xét hệ phương trình
$$\begin{cases} -3 + 2t = -4 + 3t' \\ 1 - t = -2 + 2t' \\ -1 + 4t = 4 - t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t - 3t' = -1 \\ t + 2t' = 3 \\ 4t + t' = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 1 \end{cases}.$$

Vậy (Δ_1) cắt và vuông góc với (Δ_2) .

Chọn đáp án **C** □

Câu 530. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$. Tìm m để phương trình trên là phương trình của một mặt cầu

- A. $-5 < m < 1$. B. $m < -5$ hoặc $m > 1$.
C. $m < -5$. D. $m > 1$.

Lời giải.

Để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$ là phương trình của một mặt cầu thì: $(m+2)^2 + (2m)^2 + m^2 - 5m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 > 0 \Leftrightarrow m < -5$ hoặc $m > 1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 531. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 1)$, $C(0; 1; 2)$. Gọi $H(x; y; z)$ là trực tâm của tam giác ABC . Giá trị của $S = x + y + z$ là

- A. 4. B. 5. C. 7. D. 6.

Lời giải.

$\vec{AB} = (1; -1; 2)$, $\vec{BC} = (-2; 0; 1)$, $\vec{AC} = (-1; -1; 3)$.

$\vec{AB} \wedge \vec{BC} = (-1; -5; -2)$

$\Rightarrow \vec{n}_{(ABC)} = (-1; -5; -2)$.

$\Rightarrow (ABC): -1(x-1) - 5(y-2) - 2(z+1) = 0$

$\Leftrightarrow -x - 5y - 2z + 9 = 0 \Leftrightarrow x + 5y + 2z - 9 = 0$.

Gọi $H(x; y; z)$ là trực tâm ta có:
$$\begin{cases} \vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0 \\ \vec{BH} \cdot \vec{AC} = 0 \\ H \in (ABC) \end{cases}$$

Mà $\vec{AH} = (x-1; y-2; z+1)$, $\vec{BH} = (x-2; y-1; z-1)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x + z = -3 \\ -x - y + 3z = 0 \\ x + 5y + 2z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow H(2; 1; 1) \Rightarrow x + y + z = 4.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 532. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$ và $(R): 2x - y + z = 0$ là

A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$.

B. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.

C. $2x + y - 3z - 14 = 0$.

D. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Lời giải.

Từ $(Q): x + y + 3z = 0$, suy ra véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_{(Q)} = (1; 1; 3)$.

Từ $(R): 2x - y + z = 0$, suy ra véc-tơ pháp tuyến của (R) là $\vec{n}_{(R)} = (2; -1; 1)$.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = \vec{n}_{(Q)} \wedge \vec{n}_{(R)} = (4; 5; -3)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $4(x - 2) + 5(y - 1) - 3(z + 3) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 533. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải.

Ta có mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 3)$.

Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm $I(1; 1; 1)$.

Vì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d nên đường thẳng Δ đi qua giao điểm $I(1; 1; 1)$ của đường thẳng d với mặt phẳng (P) và nhận $\vec{n} = [\vec{n}, \vec{u}] = (5; -1; -3)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Vậy đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 534. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{4}$. Phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $14x - 4y - 8z + 3 = 0$.

B. $14x - 4y - 8z - 1 = 0$.

C. $14x - 4y - 8z + 1 = 0$.

D. $14x - 4y - 8z - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có d_1 đi qua $A(2; 2; 3)$, có VTCP $\vec{u}_1 = (2; 1; 3)$, d_2 đi qua $B(1; 2; 1)$ và có $\vec{u}_2 = (2; -1; 4)$.

Do (P) cách đều d_1, d_2 nên (P) song song với d_1, d_2

$$\Rightarrow \vec{n}_P = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (7; -2; -4)$$

PT mặt phẳng (P) có dạng: $7x - 2y - 4z + D = 0$

Do (P) cách đều d_1, d_2 suy ra $d(A, (P)) = d(B, (P))$

$$\Leftrightarrow \frac{|7 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 4 \cdot 3 + D|}{\sqrt{69}} = \frac{|7 \cdot 1 - 2 \cdot 2 - 4 \cdot 1 + D|}{\sqrt{69}} \Leftrightarrow |D - 2| = |D - 1| \Leftrightarrow D = \frac{3}{2}$$

Phương trình mặt phẳng $P: 14x - 4y - 8z + 3 = 0$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 535. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y -$

$z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 4; -4)$ cắt P tại điểm B . Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° . Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

- A. $H(-2; -1; 3)$. B. $I(-1; -2; 3)$. C. $K(3; 0; 15)$. D. $J(-3; 2; 7)$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình } d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t, t \in \mathbb{R}. \\ z = -3 - 4t \end{cases}$$

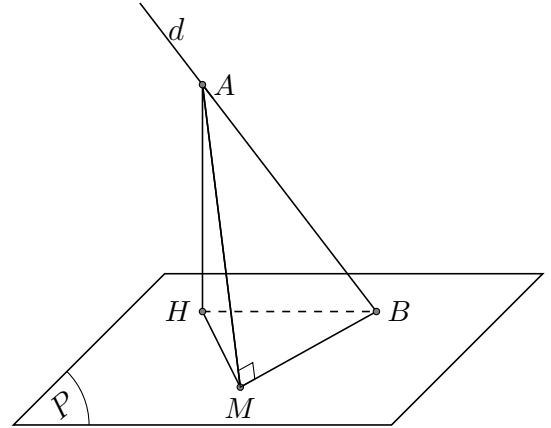
Đường thẳng d cắt P tại $B(-2; -2; 1)$.

Gọi H là hình chiếu của A lên (P) .

Ta có: $H(-3; -2; -1)$.

Vì $MB \perp MA$; $MB \perp AH$ nên $MB \perp MH$ suy ra $MB \leq BH$.

Do đó: MB lớn nhất bằng BH khi $M \equiv H$.



Vậy MB đi qua B , nhận $\overrightarrow{BH}$ là vectơ chỉ phương.

$$\text{Phương trình } MB: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 \\ z = 1 + 2t \end{cases} \quad \text{do đó } MB \text{ đi qua điểm } I(-1; -2; 3).$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 536. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

- A. $y + z = 1$. B. $z = 0$. C. $x = 0$. D. $y = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 537. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - z + 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây không là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?

- A. $\vec{n}_4 = (4; 2; -2)$. B. $\vec{n}_2 = (-2; -1; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; 1; 1)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 1; -1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = (2; 1; -1)$. Ta thấy $\vec{n}_3 = (2; 1; 1)$ không cùng phương với $\vec{n}$ nên không là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 538. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$ và $B(-3; 0; -1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $x - y + z - 3 = 0$. B. $2x + y + 1 = 0$. C. $x - y + z + 3 = 0$. D. $2x + y - 1 = 0$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của AB là $I(-1; 1; -1)$, $\overrightarrow{AB} = (-4; -2; 0) = -2(2; 1; 0)$.

Mặt phẳng trung trực của AB qua điểm I và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là: $2(x + 1) + 1(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 539. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$ và điểm $A(3; 2; 0)$. Điểm đối xứng với điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

- A. $(-1; 0; 4)$. B. $(7; 1; -1)$. C. $(2; 1; -2)$. D. $(0; 2; -5)$.

Lời giải.

Gọi $M(-1+t; -3+2t; -2+2t) \in d \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (t-4; 2t-5; 2t-2)$. Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 2; 2)$.

Vì $\overrightarrow{AH} \perp \vec{u}$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 1(t-4) + 2(2t-5) + 2(2t-2) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Suy ra $M(1; 1; 2)$, gọi $A'(x; y; z)$ là điểm đối xứng của A qua d thì $\begin{cases} x = 2 \cdot 1 - 3 = -1 \\ y = 2 \cdot 1 - 2 = 0 \\ z = 2 \cdot 2 - 0 = 4. \end{cases}$

Do đó $A'(-1; 0; 4)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 540. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Oz và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 1 = 0$ có phương trình là

- A. $x + y = 0$. B. $x + 2y = 0$. C. $x - y = 0$. D. $x + y - 1 = 0$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; -1; 2)$, véc-tơ chỉ phương của trục Oz là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Mặt phẳng cần tìm có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{k}] = (-1; -1; 0)$ và đi qua gốc tọa độ nên có phương trình là $x + y = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 541. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(1; 0; -1)$ và $C(2; -1; 2)$. Điểm D thuộc tia Oz sao cho độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh D của tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{3\sqrt{30}}{10}$ có tọa độ là

- A. $(0; 0; 1)$. B. $(0; 0; 3)$. C. $(0; 0; 2)$. D. $(0; 0; 4)$.

Lời giải.

Ta có D thuộc tia Oz nên $D(0; 0; d)$ với $d > 0$.

Tính $\overrightarrow{AB} = (0; -2; -4)$ và $\overrightarrow{AC} = (1; -3; -1)$.

Mặt phẳng $(ABC): \begin{cases} \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-10; -4; 2) \\ \text{đi qua điểm } A(1; 2; 3). \end{cases}$

$\Rightarrow (ABC): -10(x-1) - 4(y-2) + 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow 5x + 2y - z - 6 = 0$.

Ta có $d[D, (ABC)] = \frac{3\sqrt{30}}{10} \Leftrightarrow \frac{|d+6|}{\sqrt{30}} = \frac{3\sqrt{30}}{10} \Leftrightarrow |d+6| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \text{ (nhận)} \\ d = -15 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Vậy $D(0; 0; 3)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 542. Trong không gian $Oxyz$, gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu đi qua $A(1; -1; 4)$ và tiếp xúc với tất cả các mặt phẳng tọa độ. Tính $P = a - b + c$.

- A. $P = 6$. B. $P = -4$. C. $P = -2$. D. $P = 9$.

Lời giải.

Goi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu. Do mặt cầu tiếp xúc với ba trục tọa độ và đi qua $A(1; -1; 4)$ nên

$$\begin{cases} a > 0, b < 0, c > 0 \\ |a| = |b| = |c|. \end{cases}$$

Do đó $I(a; -a; a)$. Vì $IA = R$ nên $(a - 1)^2 + (-a + 1)^2 + (a - 4)^2 = a^2 \Leftrightarrow a = 3$. Ta có $a = 3, b = -3, c = 3$ nên $P = a - b + c = 9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 543. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(3; 2; 1)$, $C(5; 3; 7)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $MA = MB$ và $MB + MC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = 4$.

B. $P = 0$.

C. $P = 2$.

D. $P = 5$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB . Suy ra $I(1; 1; 1)$ và có $\overrightarrow{AB} = (4; 2; 0) = 2(2; 1; 0)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

$$(P): 2(x - 1) + 1(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3 = 0.$$

Ta có $(2x_B + y_B - 3)(2x_C + y_C - 3) = 5 \cdot 10 = 50 > 0$ nên B, C cùng phía với (P) .

Do đó $MB + MC = MA + MC \geq AC$.

Dấu “=” xảy ra khi M là giao điểm của AC với (P) .

Ta có $\overrightarrow{AC} = (6; 3; 6) = 3(2; 1; 2)$, phương trình AC :
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$$

$M \in AC \Rightarrow M(-1 + 2t; t; 1 + 2t)$ và $M \in (P)$ nên suy ra $2(-1 + 2t) + t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Do đó $M(1; 1; 3)$ và suy ra $P = a + b + c = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 544. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 4z + 1 = 0$. Đường thẳng (d) qua điểm A , song song với mặt phẳng (P) , đồng thời cắt trục Oz . Viết phương trình tham số của đường thẳng (d) .

A.
$$\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 6t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Lời giải.

Gọi $B = d \cap Oz \Rightarrow B(0; 0; b) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-1; -2; b - 3)$.

Lại có $d \parallel (P)$ nên $\overrightarrow{AB} \perp \vec{n}_{(P)} = (2; 1; -4)$. Do đó

$$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Leftrightarrow -2 - 2 - 4b + 12 = 0 \Leftrightarrow b = 2.$$

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; -1)$. Do đó, (d) là đường thẳng qua $B(0; 0; 2)$ và nhận $\vec{u} = (1; 2; 1)$ làm véc-tơ

chỉ phương. Nên (d) có phương trình
$$\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 545. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u} = (x; 2; 1)$ và véc-tơ $\vec{v} = (1; -1; 2x)$. Tính tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

- A. $x + 2$. B. $3x - 2$. C. $3x + 2$. D. $-2 - x$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = x - 2 + 2x = 3x - 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 546. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; 1)$. Véc-tơ nào sau đây cũng là véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $(4; -2; 2)$. B. $(-4; 2; 3)$. C. $(4; 2; -2)$. D. $(-2; 1; 1)$.

Lời giải.

Véc-tơ $2\vec{n} = (4; -2; 2)$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 547. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): x + y + z + 3 = 0$, cách điểm $M(3; 2; 1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a; b; c)$ trên mặt phẳng đó thỏa mãn $a + b + c < -2$?

- A. 1. B. Vô số. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Mặt phẳng song song với (Q) có dạng $(P): x + y + z + m = 0$ ($m \neq 3$) mà

$$d(M, (P)) = \frac{|3 + 2 + 1 + m|}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 & (\text{loại}) \\ m = -15. \end{cases}$$

Với $m = -15$ thì với mọi $X(a; b; c) \in (P)$ ta có $a + b + c - 15 = 0 \Leftrightarrow a + b + c = 15 > -2$. Do đó không có mặt phẳng nào thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 548. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của mặt cầu có đường kính AB với $A(2; 1; 0)$, $B(0; 1; 2)$.

- A. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$. B. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 2$.
C. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 4$. D. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 2$.

Lời giải.

Tâm mặt cầu là trung điểm AB là $I(1; 1; 1)$, bán kính mặt cầu là R , ta có $R^2 = IA^2 = 1 + 0 + 1 = 2$. Do đó phương trình mặt cầu là $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 549. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$;

$d_2: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = m \end{cases}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số m sao cho d_1, d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa

chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A. -11 . B. 12 . C. -12 . D. 11 .

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d_1, d_2 là $\vec{u}_1 = (2; 1; 3)$, $\vec{u}_2 = (1; 1; 0)$. Khi đó $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3; 3; 1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 song song với d_2 . Tức là, (P) qua $A(1; 0; 0)$ và nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ

pháp tuyến. Ta có phương trình $(P): 3x - 3y - z - 3 = 0$.

Xét điểm $B(1; 2; m) \in d_2$. Do d_1, d_2 chéo nhau nên $B \notin (P) \Leftrightarrow m \neq -6$. Lại có

$$d(d_1, d_2) = \frac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow d(B, (P)) = \frac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow \frac{|3 - 6 - m - 3|}{\sqrt{19}} = \frac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -11. \end{cases}$$

Vậy tổng các phần tử của S là $-1 - 11 = -12$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 550. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và điểm $I(0; 1; 1)$. Gọi S là tập hợp các điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy) , cách đường thẳng Δ một khoảng bằng 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi S .

A. 36π .

B. $36\sqrt{2}\pi$.

C. $18\sqrt{2}\pi$.

D. 18π .

Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (0; 1; 1)$ và đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$.

Gọi $M(a; b; 0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) , cách Δ một khoảng bằng 6.

Ta có

$$d(M, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{OM}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{2a^2 + b^2}}{\sqrt{2}} = 6 \Leftrightarrow 2a^2 + b^2 = 36 \Leftrightarrow \frac{a^2}{36} + \frac{b^2}{72} = 1.$$

Như vậy tập hợp điểm M là Elíp (E) trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , có phương trình $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{72} = 1$, nên có các trục lần lượt bằng 6 và $6\sqrt{2}$ có diện tích bằng $\pi \cdot 6 \cdot 6\sqrt{2} = 36\sqrt{2}\pi$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 551. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{72}{7}$. Tính $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

A. 14.

B. $\frac{1}{7}$.

C. 7.

D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Ta có $M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right) \in (ABC)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 7$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{\frac{72}{7}}$. Mà (ABC) tiếp xúc với (S) nên

$$d(I, (ABC)) = R \Leftrightarrow \frac{|\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} - 1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \sqrt{\frac{72}{7}} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{7}{2}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 552. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2; -1; 3)$. Tìm phương trình mặt phẳng đi qua các điểm lần lượt là hình chiếu của điểm M lên các trục tọa độ.

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 0$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 1$. C. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 0$.

Lời giải.

Ta có hình chiếu của M lên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là $M_x(-2; 0; 0)$, $M_y(0; -1; 0)$, $M_z(0; 0; 3)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua M_x, M_y, M_z là $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 553. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 3)$, $B(4; 2; 3)$, $C(0; -2; 3)$. Gọi (S_1) , (S_2) , (S_3) là các mặt cầu có tâm A, B, C và bán kính lần lượt bằng 3, 2, 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1) , (S_2) , (S_3) ?

A. 7.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $AC = 1 < R_1 - R_3 \Rightarrow (S_3)$ nằm trong (S_1) . Vậy không có mặt phẳng nào tiếp xúc với cả ba mặt cầu.

Chọn đáp án **C** □

Câu 554. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 3; 2)$, $B(-1; -2; 1)$ và $C(-2; 2; -1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $x - 4y + 2z + 4 = 0$.B. $x - 4y - 2z + 4 = 0$.C. $x - 4y - 2z - 4 = 0$.D. $x + 4y - 2z - 4 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng cần tìm vuông góc với BC nên nhận $\overrightarrow{CB} = (1; -4; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Mặt phẳng đi qua A , nhận $(1; -4; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $x - 4y + 2z + 4 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 555. Cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$. Phương trình mặt cầu nào sau đây là phương trình mặt cầu đối xứng với mặt cầu (S) qua trục Oz .

A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$.B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$.C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$.D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$.

Lời giải.

Toạ độ tâm I của mặt cầu (S) là $I(-1; 1; 2)$. Suy ra toạ độ tâm I' của mặt cầu đối xứng với mặt cầu (S) qua trục Oz là $I'(1; -1; 2)$. Do bán kính mặt cầu đối xứng không thay đổi nên phương trình mặt cầu là

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 556. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 5)$. Số mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$ là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$ ($a, b, c \neq 0$). Khi đó phương trình mặt phẳng (α) là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

Do $M \in (\alpha)$ nên

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{5}{c} = 1.$$

Tuy nhiên, để thoả yêu cầu bài toán thì chỉ có thể xảy ra bốn trường hợp sau $a = b = c$ hay $a = b = -c$ hay $a = -b = c$ hay $a = -b = -c$ với $a \neq 0$. Với cả bốn trường hợp ta đều tìm được giá trị a thoả yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 557. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 1; -1)$, $B(1; 1; 2)$, $C(-1; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P) : x - 2y + 2z + 1 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với mặt phẳng (P) cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB = 2IC$ biết tọa độ điểm I là số nguyên.

A. $(\alpha) : 2x + 3y + 2z - 3 = 0$.

B. $(\alpha) : 4x + 3y - 2z - 9 = 0$.

C. $(\alpha) : 2x - y - 2z - 3 = 0$.

D. $(\alpha) : 6x + 2y - z - 9 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng BC qua $B(1; 1; 2)$ có VTCP $\vec{a} = (-2; 1; -4)$ có phương trình là
$$\begin{cases} 1 - 2t \\ 1 + t \\ 2 - 4t \end{cases}$$

$I \in BC$ nên $I(x = 1 - 2t; y = 1 + t; z = 2 - 4t)$.

Ta có

$$\begin{aligned} IB &= 2IC \\ \Leftrightarrow IB^2 &= 4IC^2 \\ \Leftrightarrow (2t)^2 + t^2 + (4t)^2 &= 4[(2t - 2)^2 + (1 - t)^2 + (4t - 4)^2] \\ \Leftrightarrow 3t^2 - 8t + 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{2}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

Với $t = 2$ thì $I(-3; 3; -6)$.

Với $t = \frac{2}{3}$ thì $I(-\frac{1}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{2}{3})$ (loại vì tọa độ điểm I là số nguyên).

Ta có $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 2)$, $\vec{IA} = (4; -2; 5)$.

$[\vec{n}_{(P)}, \vec{IA}] = (-6; 3; 6)$ là một VTPT của (α) .

Vậy mặt phẳng (α) qua A có phương trình là $2x - y - 2z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 558. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 4)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oxy) . Tọa độ điểm H là

A. $H(2; 0; 4)$.

B. $H(0; -1; 4)$.

C. $H(2; -1; 0)$.

D. $H(0; -1; 0)$.

Lời giải.

Do chiếu xuống (Oxy) nên $z = 0$ và x, y giữ nguyên.

Chọn đáp án **C** □

Câu 559. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxz) là điểm nào sau đây?

A. $H(1; 2; 0)$.

B. $F(0; 2; 0)$.

C. $E(1; 0; 3)$.

D. $K(0; 2; 3)$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm $M(a, b, c)$ lên mặt phẳng (Oxz) là $M'(a, 0, c)$.

Do đó, điểm cần tìm là $E(1; 0; 3)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 560. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 4)$, $B(0; 0; 1)$ và mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 4$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 3 = 0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = \frac{27}{4}$.

B. $T = \frac{33}{5}$.

C. $T = -\frac{3}{4}$.

D. $T = \frac{31}{5}$.

Lời giải.Ta có: (S) có tâm $I(-1; 1; 0)$ và bán kính $R = 2$.Nhận thấy $r = \sqrt{4 - (d(I, P))^2} \Rightarrow r_{\min}$ khi $d(I, (P))_{\max}$ $(P): ax + by + cz + 3 = 0$ đi qua $A, B \Rightarrow P: (9 - 2b)x + by - 3z + 3 = 0$

$$d(I, (P)) = \frac{3|b-2|}{\sqrt{5b^2 - 36b + 90}}.$$

$$\text{Xét hàm số } y = \frac{3|b-2|}{\sqrt{5b^2 - 36b + 90}}.$$

Với $b < 2$ thì hàm số không có GTLN.

$$\text{Với } b \geq 2 \Rightarrow y' = \frac{3(-8b + 54)}{(5b^2 - 36b + 90)\sqrt{5b^2 - 36b + 90}} \Rightarrow \max_{[2; +\infty)} y = y\left(\frac{27}{4}\right)$$

$$\text{Vậy } b = \frac{27}{4}, a = -\frac{9}{2}, c = -3 \Rightarrow T = -\frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 561. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 1; 2)$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$, $d': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm M , cắt d và vuông góc với d' .

A. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 + t \\ z = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 - 7t \\ y = 1 + 7t \\ z = 2 + 7t \end{cases}$

Lời giải.Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm M , cắt d và vuông góc với d' .Giả sử $\Delta \cap d = A \Rightarrow A(2 + 3t; -3 + 2t; 1 + t)$.

$$\overrightarrow{AM} = (3 + 3t; -4 + 2t; -1 + t).$$

$$\Delta \perp d' \Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{u_{d'}} = 0 \Leftrightarrow 3 + 3t + 3(-4 + 2t) - 2(-1 + t) = 0 \Leftrightarrow 7t = 7 \Leftrightarrow t = 1.$$

$$\Rightarrow A(5; -1; 2), \overrightarrow{AM} = (6; -2; 0) = 2(3; -1; 0).$$

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 562. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C khác gốc O sao cho thể tích khối tứ diện $ABCD$ là bé nhất.

A. $4x - y - z - 6 = 0$.

B. $2x + y + 2z - 6 = 0$.

C. $2x - y - 2z - 3 = 0$.

D. $x + 2y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải.

Gọi tọa độ của A, B, C lần lượt là $(a; 0; 0), (0; b; 0), (0; 0; c)$, do A, B, C lần lượt thuộc Ox, Oy, Oz nên a, b, c là các số dương. Mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì $M \in (P)$ nên $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$, sử dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số dương $\frac{2}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ ta có

$$1 = \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{abc}} \Rightarrow abc \geq 3^3 \cdot 2.$$

$$\text{Dấu " = " xảy ra} \Leftrightarrow \frac{2}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 3 \\ c = 3 \end{cases}$$

Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bé nhất $\Leftrightarrow abc$ bé nhất $\Leftrightarrow a = 6, b = 3, c = 3$.

Phương trình mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 6 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 563. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 2; 1)$, $N\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OMN và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) .

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1$.

B. $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.

C. $x^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$.

Lời giải.

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OMN .

Ta có: $OM = 3$, $ON = 4$, $MN = 5$.

$$\text{Áp dụng công thức: } \begin{cases} x_I = \frac{ON \cdot x_M + OM \cdot x_N + MN \cdot x_O}{OM + ON + MN} = 0 \\ y_I = \frac{ON \cdot y_M + OM \cdot y_N + MN \cdot y_O}{OM + ON + MN} = 1 \\ z_I = \frac{ON \cdot z_M + OM \cdot z_N + MN \cdot z_O}{OM + ON + MN} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(0; 1; 1).$$

Và $d(I, (Oxz)) = 1$.

Vậy, phương trình mặt cầu cần lập: $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 564. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm

nào sau đây

A. $K(1; -1; 1)$.

B. $F(0; 1; 2)$.

C. $E(1; 1; 2)$.

D. $H(1; 2; 0)$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $F(0; 1; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 565. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua $M(1; -1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$.

A. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

B. $2x - y + 3z + 9 = 0$.

C. $2x - y + 3z - 6 = 0$.

D. $2x + y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua $M(1; -1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng Δ nên có VTPT là $\vec{n}(2; -1; 3)$.

Phương trình mặt phẳng là: $2(x-1) - (y+1) + 3(z-2) = 0$ hay $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 566. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 5 = 0$?

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = -3 - 3t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$$

Lời giải.

Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 5 = 0$ nên Δ có một vectơ chỉ phương

$$\text{là } \vec{u} = \vec{n}_P = (2; 1; -3). \text{ Phương trình } \Delta \text{ là: } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3t \end{cases} \quad (1).$$

Kiểm tra được điểm $M(3; 3; -3)$ thỏa mãn hệ (1).

$$\text{Vậy phương trình } \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = -3 - 3t \end{cases} \text{ cũng là phương trình của } \Delta.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 567. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Véc-tơ nào trong các véc-tơ sau đây không là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

$$\text{A. } \vec{u}_1 = (2; -2; 2). \quad \text{B. } \vec{u}_2 = (-3; 3; -3). \quad \text{C. } \vec{u}_3 = (4; -4; 4). \quad \text{D. } \vec{u}_4 = (1; 1; 1).$$

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -1; 1)$. Ta thấy véc-tơ $\vec{u}_4$ không cùng phương với $\vec{u}$ suy ra $\vec{u}_4$ không là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Chọn đáp án **D** □

Câu 568. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + 3y = 0$, $(Q): 3x + 4y = 0$. Đường thẳng đi qua A và song song với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 3 \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$$

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; 3; 0)$ và (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (3; 4; 0)$. Ta có $[\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (0; 0; 2)$. Khi đó, Δ đi qua điểm A và nhận

$$\text{véc-tơ } \vec{u} = (0; 0; 1) \text{ làm véc-tơ chỉ phương. Phương trình đường thẳng } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Với } t = -3 \text{ thì điểm } B(1; 2; 0) \text{ thuộc } \Delta. \text{ Viết lại phương trình đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 569. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 2)$ và các số a, b thỏa mãn khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(P): ay + bz = 0$ bằng $2\sqrt{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

$$\text{A. } a = -b. \quad \text{B. } a = 2b. \quad \text{C. } b = 2a. \quad \text{D. } a = b.$$

Lời giải.

Ta có

$$d_{(A,(P))} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|2a+2b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow (a+b)^2 = 2(a^2+b^2) \Leftrightarrow a^2-2ab+b^2=0 \Leftrightarrow a=b.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 570. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + y + mz - 2 = 0$ và $(Q): x + ny + 2z + 8 = 0$ song song với nhau. Giá trị của m, n lần lượt là

- A. 4 và $\frac{1}{2}$. B. 2 và $\frac{1}{2}$. C. 2 và $\frac{1}{4}$. D. 4 và $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \frac{2}{1} = \frac{1}{n} = \frac{m}{2} \neq \frac{-2}{8} \Leftrightarrow \begin{cases} n = \frac{1}{2} \\ m = 4 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 571. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác O thỏa mãn tam giác ABC có trọng tâm là điểm $G(2;4;8)$. Tọa độ tâm mặt cầu (S) là

- A. $(3;6;12)$. B. $\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. C. $(1;2;3)$. D. $\left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \frac{16}{3}\right)$.

Lời giải.

Gọi $A(x_A; 0; 0), B(0; y_B; 0), C(0; 0; z_C)$. Do $G(2;4;8)$ là trọng tâm tam giác ABC nên $x_A = 6, y_B = 12$ và $z_C = 24$. Suy ra $A(6;0;0), B(0;12;0), C(0;0;24)$.

Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$), trong đó $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu. Do (S) đi qua bốn điểm A, B, C, O nên ta có hệ

$$\begin{cases} d = 0 \\ 36 - 12a + d = 0 \\ 144 - 24b + d = 0 \\ 576 - 48c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a = 3 \\ b = 6 \\ c = 12 \end{cases} \Rightarrow I(3;6;12).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 572. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1)$ và $B(1;0;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình tổng quát là

- A. $x - y + 2z + 1 = 0$. B. $x - y + 2z = 0$. C. $x - y + 2z - 1 = 0$. D. $x + y + 2z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực đi qua trung điểm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến, có phương trình là $1 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) - 1 \cdot \left(y - \frac{1}{2}\right) + 2 \cdot (z - 0) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 573. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Gọi (S) là mặt cầu chứa A có tâm I thuộc tia Ox và bán kính bằng 7. Phương trình mặt cầu (S) là

- A. $(x-3)^2 + y^2 + z^2 = 49$. B. $(x+7)^2 + y^2 + z^2 = 49$.
C. $(x-7)^2 + y^2 + z^2 = 49$. D. $(x+5)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

Lời giải.

Do tâm I thuộc tia Ox nên $I(a; 0; 0)$, với $a > 0$. Khi đó

$$IA = R \Leftrightarrow (a - 1)^2 + 2^2 + (-3)^2 = 49 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ a = -5 \quad (\text{loại}) \end{cases}.$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(7; 0; 0)$ và $R = 7$ là $(x - 7)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 574. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 4)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox là

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của điểm A lên trục Ox , suy ra $H(-2; 0; 0)$. Khi đó

$$d_{(A, Ox)} = AH = \sqrt{0^2 + 3^2 + 4^2} = 5.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 575. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hãy viết phương trình mặt cầu tâm $I(2; -3; 4)$ và đi qua điểm $A(4; -2; 2)$.

A. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 4)^2 = 9$.

B. $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 4)^2 = 9$.

C. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 4)^2 = 3$.

D. $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 4)^2 = 9$.

Lời giải.

Theo bài ra, ta có bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{(4 - 2)^2 + (-2 + 3)^2 + (2 - 4)^2} = 3$.

Từ đó ta có phương trình mặt cầu tâm I bán kính $R = 3$ là $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 4)^2 = 9$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 576. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1; 2; 0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(4; 0; -5)$.

A. $4x - 5y + 4 = 0$.

B. $4x - 5y - 4 = 0$.

C. $4x - 5z + 4 = 0$.

D. $4x - 5z - 4 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(-1; 2; 0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(4; 0; -5)$ là

$$(x + 1) + 0(y - 2) - 5(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 4x - 5z + 4 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 577. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (0; -3; 4)$ và $\vec{c} = (1; -2; 3)$. Hãy tính tọa độ của véc-tơ $\vec{n} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$.

A. $\vec{n} = (5; 1; -10)$.

B. $\vec{n} = (7; 1; -4)$.

C. $\vec{n} = (5; 5; -10)$.

D. $\vec{n} = (5; -5; -10)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c} = 3(2; 3; -5) + 2(0; -3; 4) - (1; -2; 3) = (5; 5; -10)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 578. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha) : 2x - 3y + 5z + 4$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ .

A. $\Delta : \frac{x + 2}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z - 3}{5}$.

B. $\Delta : \frac{x + 2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z - 3}{5}$.

C. $\Delta : \frac{x - 2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z + 3}{5}$.

D. $\Delta : \frac{x - 2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z + 3}{5}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(2; -3; 5)$.

Đường thẳng Δ qua $M(2; 0; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) nên Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = \vec{n}(2; -3; 5)$.

Từ đó ta có phương trình chính tắc của đường thẳng Δ

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 579. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -2 + t \\ z = 4 + \sqrt{2}t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$ và

mặt phẳng $(P) : x - y + \sqrt{2}z - 7 = 0$. Hãy xác định góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

A. 90° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}(1; 1; \sqrt{2})$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(1; -1; \sqrt{2})$.

Gọi φ là góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, khi đó ta có

$$\sin \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + \sqrt{2}^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + \sqrt{2}^2}} = \frac{1}{2}.$$

Từ đó suy ra $\varphi = 30^\circ$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 580. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1 : \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{1}$ và $d_2 : \frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+3}{4}$. Viết phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2 .

A. $\frac{x-7}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+9}{-1}.$

B. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-1}.$

C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}.$

D. $\frac{x+7}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-9}{-1}.$

Lời giải.

Đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1(1; -1; 1), \vec{u}_2(2; -1; 4)$.

Gọi Δ là đường vuông góc chung giữa d_1 và d_2 , suy ra Δ có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3; -2; 1).$$

Giả sử Δ giao với d_1, d_2 lần lượt tại $M(3+m; -1-m; 4+m), N(2+2n; 4-n; -3+4n)$, khi đó ta có $\overrightarrow{MN} = (-m+2n-1; m-n+5; -m+4n-7)$.

Do Δ là đường vuông góc chung, suy ra

$$\begin{cases} \vec{u}_1 \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \\ \vec{u}_2 \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m+7n-13=0 \\ -7m+21n-35=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-2 \\ n=1 \end{cases}.$$

Từ đó suy ra đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta$ và đi qua điểm $M(1; 1; 2)$.

Vậy ta có phương trình đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{-3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 581. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 1; -2)$, song song với mặt phẳng $(P) : x - y - z - 1 = 0$ và cắt đường thẳng $d : \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$. Hãy viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đó.

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$.

C. $\frac{x+5}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$.

D. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; -1)$.

Gọi $N(-1 - 2n; 1 + n; 1 + 3n)$ là giao điểm giữa hai đường thẳng Δ và d , suy ra $\overrightarrow{MN} = (-2 - 2n; n; 3 + 3n)$.

Do $d \parallel (P)$ nên $\vec{n} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \Leftrightarrow -2 - 2n - n - 3 - 3n = 0 \Leftrightarrow n = -\frac{5}{6}$.

Từ đó suy ra $\overrightarrow{MN} = \left(-\frac{2}{6}; -\frac{5}{6}; \frac{3}{6}\right) = -\frac{1}{6}(2; 5; -3)$.

Vậy ta có phương trình đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 582. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 5; 0); B(3; 3; 6)$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Biết rằng, tồn tại một điểm M trên d sao cho chu vi tam giác ABM nhỏ nhất. Khi đó, hãy tìm tọa độ điểm M và tính chu vi của $\triangle ABM$.

A. $M(1; 0; 2); P = 2\sqrt{11} + \sqrt{29}$.

B. $M(1; 2; 2); P = 2(\sqrt{11} + \sqrt{29})$.

C. $M(1; 2; 2); P = \sqrt{11} + \sqrt{29}$.

D. $M(1; 0; 2); P = 2(\sqrt{11} + \sqrt{29})$.

Lời giải.

Ta có $AB = 2\sqrt{11}$.

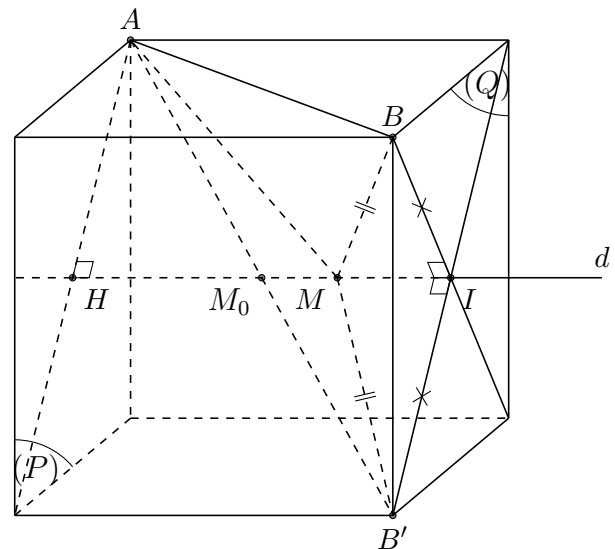
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 2)$.

Gọi H, I lần lượt là hình chiếu của A, B lên đường thẳng d .

Mặt phẳng (P) qua A vuông góc với d có phương trình

$$2(x-1) - 1(y-5) + 2(z-0) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - y + 2z + 3 = 0.$$



Suy ra tọa độ của H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 2x - y + 2z + 3 = 0 \\ x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow H(-1; 1; 0).$$

Tương tự ta có mặt phẳng $(Q) : 2x - y + 2z - 15 = 0$ qua B vuông góc với d tại $I(3; -1; 4)$. Từ đó

ta có $AH = BI = 2\sqrt{5}$. (1)

Trên mặt phẳng $(A; d)$ lấy điểm B' nằm khác phía so với điểm A so với bờ là đường thẳng d sao cho

$$\begin{cases} B'I = BI \\ B'I \perp d \end{cases} \text{ và gọi } M_0 \text{ là giao điểm giữa } AB' \text{ và } d.$$

Xét hai tam giác vuông MIB và MIB' có chung cạnh MI và $IB = IB'$ (do (1)), suy ra $\triangle MIB = \triangle MIB' \Rightarrow MB = MB'$.

Từ đó ta có

$$AB + MA + MB = AB + MA + MB' \geq AB + AB',$$

suy ra chu vi của tam giác MAB nhỏ nhất bằng $AB + AB'$ khi $M \equiv M_0$.

Xét hai tam giác vuông AHM_0 và $B'IM_0$ có $AH = B'I$, $\widehat{AM_0H} = \widehat{BM_0I}$ suy ra $\triangle AHM_0 = \triangle B'IM_0$ suy ra $AM_0 = B'M_0$ và $HM_0 = IM_0$.

Từ đó suy ra $M_0(1; 0; 2)$ là trung điểm của IH và chu vi nhỏ nhất của tam giác ABM là

$$P_{\min} = AB + AB' = AB + 2AM_0 = 2\sqrt{11} + 2\sqrt{29}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 583. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y + 1 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

A. $I\left(-\frac{1}{2}; 1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{4}$.

B. $I\left(\frac{1}{2}; 1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{2}$.

C. $I\left(\frac{1}{2}; -1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{2}$.

D. $I\left(-\frac{1}{2}; 1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Theo công thức tính tâm và bán kính mặt cầu từ phương trình tổng quát, với $a = -\frac{1}{2}$, $b = 1$, $c = 0$ và $d = 1$ ta có tâm $I\left(\frac{1}{2}; -1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 584. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho 2 đường thẳng $d_1 : \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-m} = \frac{z-2}{-3}$, $d_2 : \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Tìm tất cả giá trị thực của m để d_1 vuông góc với d_2

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $m = -5$.

D. $m = 5$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d_1, d_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; -m; -3)$ và $\vec{u}_2 = (1; 1; 1)$.

Để $d_1 \perp d_2$ thì $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow 2 - m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 585. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $M(1; -2; 3), N(3; 0; -1)$ và điểm I là trung điểm của MN . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $\vec{OI} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$.

B. $\vec{OI} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

C. $\vec{OI} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

D. $\vec{OI} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$.

Lời giải.

Ta có $I = (2; -1; 1) = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 586. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua $(2; 3; 1)$ và song song với mặt phẳng $(Q) : x - y + z - 4 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) .

A. $2x + 3y + z - 14 = 0$.

B. $x - y + z = 0$.

C. $2x + 3y + z = 0$.

D. $x - y + z - 6 = 0$.

Lời giải.Vì $(Q) \parallel (P)$, nên một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; -1; 1)$ $\Rightarrow$ phương trình của (P) là $1(x - 2) - 1(y - 3) + 1(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x - y + z = 0$.Chọn đáp án **(B)** □

Câu 587. Trong không gian với hệ tọa độ, $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$ và điểm $A(2; 1; 1)$. Gọi Δ là đường thẳng qua A sao cho tổng khoảng cách từ O đến Δ và khoảng cách từ d đến Δ lớn nhất. Biết $\vec{u} = (2; b; c)$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ . Tính $b + c$.

A. 3.

B. 4.

C. 4.

D. -4.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d , khi đó $H = (1; 2; 0)$. Khi đó $d(d, \Delta) \leq AH$, ngoài ra ta cũng có $d(O, \Delta) \leq OA$. Suy ra $d(d, \Delta) + d(O, \Delta) \leq AH + OA$. Dấu bằng khi và chỉ khi $AH \perp d$ và $OA \perp \Delta \Rightarrow [\vec{OA}, \vec{AH}] = (-2; 1; 3)$ là một véc-tơ chỉ phương của $\Delta \Rightarrow (2; -1; -3)$ cũng là một chỉ phương của Δ . Vậy $b + c = -4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 588. Tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông cân tại B , $BC = 4$, $AC = 4$, $AC \perp (BCD)$. M, N là các điểm lần lượt di động trên các tia BC, BD sao cho $\frac{BC}{BM} + \frac{BD}{BN} = 4$. Đặt d là khoảng cách từ C đến (AMN) . Tính giá trị lớn nhất của d .

A. $\frac{2\sqrt{65}}{10}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{4\sqrt{65}}{13}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

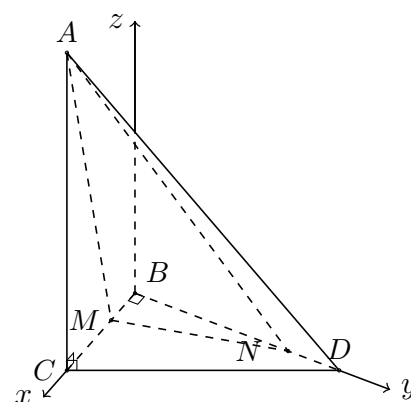
Dựng hệ trục tọa độ $Bxyz$ sao cho $B = (0; 0; 0)$, $C(4; 0; 0)$, $D(0; 4; 0)$, $A(4; 0; 4)$. Giả sử $M(m; 0; 0)$ và $N(0; n; 0)$ ($m, n > 0$).

Theo giả thiết ta có $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = 1 \Rightarrow MN$ luôn đi qua điểm $I(1; 1; 0)$.

Do đó $d \leq d(C, AI)$. Giá trị lớn nhất của d là $d(C, AI)$. Ta có

$$\vec{AI} = (-3; 1; -4), \vec{AC} = (-4; 4; -4)$$

$$\Rightarrow d(C, AI) = \frac{|\vec{AI}, \vec{AC}|}{AI} = \frac{4\sqrt{65}}{13}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 589. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z}{2}$, $d_2: \frac{x-5}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z+5}{-5}$. Biết hai điểm M_1, M_2 thuộc d_1 và hai điểm N_1, N_2 thuộc d_2 sao cho M_1N_1, M_2N_2 song song với (P) đồng thời cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng 2. Tính $d = M_1N_1 + M_2N_2$.

A. $d = 6 + 5\sqrt{2}$.

B. $d = 5\sqrt{2}$.

C. $d = 5 + 5\sqrt{2}$.

D. $d = 6\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình tham số của } d_1, d_2 \text{ là } d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = 2t \end{cases}, d_2: \begin{cases} x = 5 + 6t \\ y = 4t \\ z = -5 - 5t \end{cases}$$

Giả sử $x - 2y + 2z + D = 0$ là phương trình mặt phẳng cách (P) một khoảng là 2. Ta có $2 =$

$$d((P), (Q)) = \frac{D+1}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \frac{D+1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} D=5 \\ D=-7 \end{cases}.$$

Vậy có hai mặt phẳng cần tìm là $(Q_1): x - 2y + 2z + 5 = 0$ và $(Q_2): x - 2y + 2z - 7 = 0$. Không mất tính tổng quát ta có thể giả sử M_1, N_1 là giao của d_1, d_2 với (Q_1) và M_2, N_2 là giao của d_1, d_2 với (Q_2) . Suy ra $M_1(1; 3; 0), N_1(5; 0; -5)$ và $M_2(3; 0; 2), N_2(-1; -4; 0)$. Vậy $d = 6 + 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 590. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa trục Oy và đi qua điểm $M(1; 1; -1)$ có phương trình là

A. $x + z = 0$.

B. $x - y = 0$.

C. $x - z = 0$.

D. $y + z = 0$.

Lời giải.

Lấy $A(0; 1; 0) \in Oy$. Ta có $\overrightarrow{OA} = (0; 1; 0)$ và $\overrightarrow{OM} = (1; 1; -1)$.

Vì mặt phẳng (P) chứa trục Oy và đi qua điểm $M(1; 1; -1)$ nên (P) nhận $[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM}] = (-1; 0; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến $\Rightarrow (P): x + z = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 591. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}.$$

Gọi đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (Oxy) . Đường thẳng d' có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (2; 0; 1)$.

B. $\vec{u}_3 = (1; 1; 0)$.

C. $\vec{u}_2 = (-2; 1; 0)$.

D. $\vec{u}_4 = (2; 1; 0)$.

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của d và mp(Oxy): $z = 0 \Rightarrow I(5; 2; 0)$.

Lấy $A(3; 1; 1) \in d$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A trên $(Oxy) \Rightarrow A'(3; 1; 0)$.

Vì d' là hình chiếu vuông góc của d trên (Oxy) nên d' có 1 VTCP là $\overrightarrow{IA'} = (-2; -1; 0)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 592. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; -2)$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

A. $\vec{n}_4 = (2; 2; -1)$.

B. $\vec{n}_3 = (-2; -2; 1)$.

C. $\vec{n}_1 = (2; -2; -1)$.

D. $\vec{n}_2 = (1; 1; -2)$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow 2x + 2y - z - 2 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 593. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$; $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-6}{3}$ chéo nhau. Đường vuông chung của hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$.

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{1}$.

D. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải.

— d_1 có 1 VTCP $\vec{u}_1 = (1; 1; -1)$ và d_2 có 1 VTCP $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$.

— Lấy $A \in d_1 \Rightarrow A(1+s; -2+s; 3-s)$ và $B \in d_2 \Rightarrow B(t; 1+2t; 6+3t)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-1-s+t; 3-s+2t; 3+s+3t)$.

Ta có AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 khi $\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1(-1-s+t) + 1(3-s+2t) - 1(3+s+3t) = 0 \\ 1(-1-s+t) + 2(3-s+2t) + 3(3+s+3t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3s = 1 \\ 14t = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = -\frac{1}{3} \\ t = -1. \end{cases}$$

Đường vuông góc chung của d_1, d_2 nhận $\overrightarrow{AB} = \left(-\frac{5}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ làm VTCP và đi qua điểm

$$B(-1; -1; 3) \text{ nên có phương trình } \frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{1}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 594. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 0), B(-5; 1; 2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $-3x - 2y + z - 5 = 0$.

B. $3x - 2y - z + 5 = 0$.

C. $3x + 2y - z + 5 = 0$.

D. $-3x + 2y - z + 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB . Ta có (P) đi qua trung điểm $I(-2; -1; 1)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB} = (-6; 4; 2)$ làm VTPT

$$\Rightarrow (P): -6(x+2) + 4(y+1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - z + 5 = 0.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 595. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 8 = 0$ và ba điểm $A(0; -1; 0), B(2; 3; 0), C(0; -5; 2)$. Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA = MB = MC$. Tính $S = x_0 + y_0 + z_0$.

A. -12 .

B. -5 .

C. 12 .

D. 9 .

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} MA = MB \\ MA = MC \\ M \in (P) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + (y_0 + 1)^2 + z_0^2 = (x_0 - 2)^2 + (y_0 - 3)^2 + z_0^2 \\ x_0^2 + (y_0 + 1)^2 + z_0^2 = x_0^2 + (y_0 + 5)^2 + (z_0 - 2)^2 \\ x_0 + 2y_0 + z_0 - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x_0 + 8y_0 = 12 \\ -8y_0 + 4z_0 = 28 \\ x_0 + 2y_0 + z_0 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 5 \\ y_0 = -1 \\ z_0 = 5. \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = 5 - 1 + 5 = 9.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 596. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$ và điểm $A(1; 0; 0) \in (P)$. Đường thẳng Δ đi qua A nằm trong (P) và tạo với trục Oz một góc nhỏ nhất. Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$ là giao điểm của đường thẳng Δ với mặt phẳng $(Q): 2x + y - 2z + 1 = 0$. Tổng $S = x_0 + y_0 + z_0$ bằng

A. -5 .

B. 12 .

C. -2 .

D. 13 .

Lời giải.

(P) có 1 VTPT $\vec{n}_P = (1; 1; -1)$; trục Oz có 1 VTCP $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Gọi $\vec{u} = (a; b; c)$ là 1 VTCP của đường thẳng Δ . Điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$ (*)

$\Delta \in (P) \Rightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow a + b - c = 0 \Leftrightarrow c = a + b$. Suy ra $\vec{u} = (a; b; a + b)$

$$\cos(\Delta, Oz) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{k}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{|a+b|}{\sqrt{a^2+b^2+(a+b)^2}} \leq \frac{|a+b|}{\sqrt{\frac{(a+b)^2}{2} + (a+b)^2}} = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Suy ra góc giữa Δ và Oz nhỏ nhất khi $a = b$. Theo (*), chọn $\vec{u} = (1; 1; 2)$. $\Rightarrow \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$.

Tọa độ M thỏa hệ $\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2} \\ 2x+y-2z+1=0 \end{cases} \Rightarrow M(4; 3; 6)$. Vậy $S = 4 + 3 + 6 = 13$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 597. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d có phương trình là

A. $x - y + 2z = 0$. B. $x - 2y - 2 = 0$. C. $x + y + 2z = 0$. D. $x - y - 2z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến cùng phương với véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d , suy ra $\vec{n}_{(P)} = (1; -1; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

$$1(x-2) - 1(y-0) + 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 598. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) là

A. $A(1; -2; 0)$. B. $A(0; -2; 3)$. C. $A(1; -2; 3)$. D. $A(1; 0; 3)$.

Lời giải.

Điểm nằm trên mặt phẳng Oyz thì có hoành độ bằng 0.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 599. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$. Tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 0; -1)$. C. $\vec{n} = (2; -1; 0)$. D. $\vec{n} = (2; 0; 1)$.

Lời giải.

Câu hỏi sử dụng kiến thức cơ bản.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 600. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm M , cắt và vuông góc với Δ là

$$\text{A. } d: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-4t \\ z = -2t \end{cases} \quad \text{B. } d: \begin{cases} x = 2-t \\ y = 1+t \\ z = t \end{cases} \quad \text{C. } d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-4t \\ z = 2t \end{cases} \quad \text{D. } d: \begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1+t \\ z = -t \end{cases}.$$

Lời giải.

Gọi $A(1+2t; -1+t; -t)$ là điểm thuộc Δ . Ta có $\overrightarrow{MA} = (2t-1; t-2; -t)$; $\vec{u}_{\Delta} = (2; 1; -1)$.

$$MA \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \vec{u}_{\Delta} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) + (t-2) - 1(-t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}.$$

Suy ra một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d = (1; -4; -2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 601. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác nhọn ABC có $H(2; 2; 1)$, $K\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$, O lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên các cạnh BC, AC, AB . Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $d: \frac{x + \frac{4}{9}}{1} = \frac{y - \frac{17}{9}}{-2} = \frac{z - \frac{19}{9}}{2}.$

B. $d: \frac{x - \frac{8}{3}}{1} = \frac{y - \frac{2}{3}}{-2} = \frac{z + \frac{2}{3}}{2}.$

C. $d: \frac{x}{1} = \frac{y - 6}{-2} = \frac{z - 6}{2}.$

D. $d: \frac{x + 4}{1} = \frac{y + 1}{-2} = \frac{z - 1}{2}.$

Lời giải.

Gọi I là trực tâm của tam giác OHK . Trước tiên ta chứng minh rằng trực tâm I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OHK . Các tứ giác $BOKC, BOIH, CKIH$ là các tứ giác nội tiếp nên

$$\widehat{OBI} = \widehat{OHI}; \widehat{OBK} = \widehat{OCK}; \widehat{KCI} = \widehat{KHI} \Rightarrow \widehat{OHI} = \widehat{KHI}$$

Suy ra HI là phân giác của góc OHK . Tương tự KI cũng là phân giác góc HKO .

Vậy I chính là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OHK .

Xét bài toán: Cho tam giác ABC , gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Gọi a, b, c là độ dài các cạnh. Khi đó ta có $a\vec{IA} + b\vec{IB} + c\vec{IC} = \vec{0}$. (Xem chứng minh ở bài tập số 37 trang 30 sách bài tập hình học 10 nâng cao của NXB Giáo Dục).

Áp dụng bài toán trên cho $\triangle OKH$, ta được $KH \cdot \vec{IO} + KO \cdot \vec{IH} + OH \cdot \vec{IK} = \vec{0}$ (*).

Ta có $OH = 3, OK = 4, HK = 5$; Gọi điểm I có tọa độ là (a, b, c) .

$$\vec{IO} = (-a; -b; -c), \vec{IH} = (2 - a; 2 - b; 1 - c), \vec{IK} = \left(-\frac{8}{3} - a; \frac{4}{3} - b; \frac{8}{3} - c\right).$$

$$\text{Từ (*) ta có } \begin{cases} -5a + 4(2 - a) + 3\left(-\frac{8}{3} - a\right) = 0 \\ -5b + 4(2 - b) + 3\left(\frac{4}{3} - b\right) = 0 \\ -5c + 4(1 - c) + 3\left(\frac{8}{3} - c\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

Do đó $I(0; 1; 1)$. Mặt khác, ta có $[\vec{OH}, \vec{OK}] = (4; -8; 8)$. Suy ra vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng ABC là $\vec{n} = (1; -2; 2)$.

$$\text{Phương trình đường thẳng } IH \text{ là } \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$$

Đường thẳng AB có một vec-tơ chỉ phương là $[\vec{OI}, \vec{n}] = (4; 1; -1)$ (do $OI \perp AB$).

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB \text{ là } \begin{cases} x = 4t' \\ y = t' \\ z = -t' \end{cases}.$$

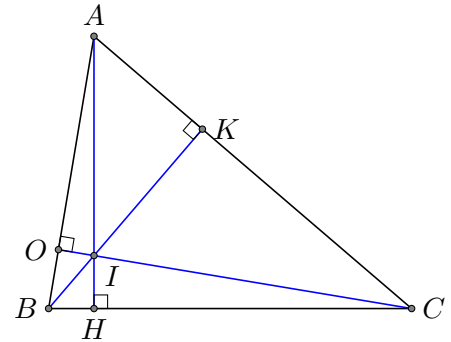
AB cắt IH tại A , suy ra $A(-4; -1; 1)$.

Vậy đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

$$d: \frac{x + 4}{1} = \frac{y + 1}{-2} = \frac{z - 1}{2}$$

Chọn đáp án **D**

□



Câu 602. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + my + (2m + 1)z - (2 + m) = 0$, với m là tham số. Gọi điểm $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên (P) . Tính $a + b$ khi khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất.

- A. $a + b = 2$. B. $a + b = -\frac{1}{2}$. C. $a + b = 0$. D. $a + b = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là

$$d_{[A;(P)]} = \frac{|2 + m + 3(2m + 1) - (2 + m)|}{\sqrt{1 + m^2 + (2m + 1)^2}} = \sqrt{\frac{9(2m + 1)^2}{1 + m^2 + (2m + 1)^2}}.$$

Xét hàm số $f(m) = \frac{(2m + 1)^2}{1 + m^2 + (2m + 1)^2} \Rightarrow f'(m) = -\frac{2(m - 2)(2m + 1)}{(5m^2 + 4m + 2)^2}$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(m)$.

m	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	$+\infty$	
$f'(m)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(m)$	$\frac{4}{5}$		$\frac{5}{6}$		$\frac{4}{5}$

$\swarrow \quad \searrow$
 0

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra $f(m)$ đạt giá trị lớn nhất tại $m = 2$.

Khi $m = 2$ thì mặt phẳng (P) trở thành $(P): x + 2y + 5z - 4 = 0$.

Phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) là $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + 5t \end{cases}$

Giao điểm của d và (P) chính là điểm H . Tọa độ của H thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 2y + 5z - 4 = 0 \\ x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + t + 2(1 + 2t) + 5(3 + 5t) - 4 = 0 \\ x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 0 \\ z = \frac{11}{2} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 603. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 16$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu theo ba đường tròn. Tính tổng diện tích của ba hình tròn tương ứng đó.

- A. 10π . B. 36π . C. 38π . D. 33π .

Lời giải.

Vì tổng diện tích của ba hình tròn luôn không đổi, nên ta có thể chọn ba mặt phẳng đặc biệt đi qua A và đôi một vuông góc với nhau đó là mặt phẳng $x = 1, y = 2, z = 3$.

Giao điểm của (S) với mặt phẳng $x = 1$ là $(y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 16$.

Giao điểm của (S) với mặt phẳng $y = 2$ là $(x - 1)^2 + (z - 2)^2 = 16 - 9 = 7$.

Giao điểm của (S) với mặt phẳng $z = 3$ là $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 16 - 1 = 15$.

Vậy tổng diện tích của ba hình tròn là $\pi(16 + 7 + 15) = 38\pi$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 604. Cho mặt phẳng (α) có phương trình: $2x + 4y - 3z + 1 = 0$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

- A. $\vec{n} = (2; 4; 3)$. B. $\vec{n} = (2; 4; -3)$. C. $\vec{n} = (2; -4; -3)$. D. $\vec{n} = (-3; 4; 2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) : $Ax + By + Cz + D = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$.

Vậy (α) : $2x + 4y - 3z + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 4; -3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 605. Điểm nào sau đây thuộc cả 2 mặt phẳng (Oxy) và mặt phẳng (P) : $x + y + z - 3 = 0$?

- A. $M(1; 1; 0)$. B. $N(0; 2; 1)$. C. $P(0; 0; 3)$. D. $Q(2; 1; 0)$.

Lời giải.

Điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) : $z = 0$ sẽ có cao độ bằng 0. Do đó loại điểm N và P .

Thay tọa độ điểm $M(1; 1; 0)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $1 + 1 + 0 - 3 = 0$ (sai) nên $M \notin (P)$.

Thay tọa độ điểm $Q(2; 1; 0)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2 + 1 + 0 - 3 = 0$ (đúng) nên $Q \in (P)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 606. Cho tam giác ABC , biết $A(1; -2; 4)$, $B(0; 2; 5)$, $C(5; 6; 3)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G(2; 2; 4)$. B. $G(4; 2; 2)$. C. $G(3; 3; 6)$. D. $G(6; 3; 3)$.

Lời giải.

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \text{ . Vậy } G(2; 2; 4).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 607. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(5; 4; 3)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua các hình chiếu của A lên các trục tọa độ. Phương trình của mặt phẳng (α) là

- A. $12x + 15y + 20z - 10 = 0$. B. $12x + 15y + 20z + 60 = 0$.
C. $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} - 60 = 0$.

Lời giải.

Gọi A' , B' , C' lần lượt là hình chiếu của A , B , C lên các trục tọa độ Ox , Oy , Oz . Suy ra $A'(5; 0; 0)$, $B'(0; 4; 0)$, $C'(0; 0; 3)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua A' , B' , C' là $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 608. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $M(2; 0; 0)$, $N(1; 1; 1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua M , N cắt các trục Oy , Oz lần lượt tại $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ ($b > 0, c < 0$). Hệ thức nào dưới đây là đúng?

- A. $bc = 2(b + c)$. B. $bc = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$. C. $b + c = bc$. D. $bc = b - c$.

Lời giải.

Cách 1. Ta có $\overrightarrow{MN} = (-1; 1; 1)$, $\overrightarrow{MB} = (-2; b; 0)$, $\overrightarrow{MC} = (-2; 0; c)$.

Bốn điểm M , N , B , C đều thuộc (P) nên các véc-tơ $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{MC}$ đồng phẳng.

Suy ra $[\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}] \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow -bc + 2c + 2b = 0 \Leftrightarrow bc = 2(b + c)$.

Cách 2. Ta có phương trình mặt phẳng (P) : $\frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Mặt phẳng (P) qua $N(1; 1; 1)$ nên $\frac{1}{2} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow bc = 2(b + c)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 609. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 0; -2)$ và đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}.$$

Phương trình mặt cầu tâm A , cắt Δ tại hai điểm B và C sao cho $BC = 8$ là

A. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$.

B. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$.

C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16$.

D. $(x+2)^2 + y^2 + z^2 = 25$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua $M(-2; 2; -3)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{a} = (2; 3; 2)$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = (-2; 2; -1)$, $[\vec{a}, \overrightarrow{AM}] = (-7; -2; 10)$, $d(A, \Delta) = \frac{|[\vec{a}, \overrightarrow{AM}]|}{|\vec{a}|} = 3$.

Mặt cầu tâm A có bán kính $R = \sqrt{\frac{BC^2}{4} + d^2(A, \Delta)} = 5$.

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 610. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1; 0; -1)$, $B(2; 3; -1)$, $C(-2; 1; 1)$.

Phương trình đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{5}$.

B. $\frac{x}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{5}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{2}$.

D. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-5}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 0) \Rightarrow AB^2 = 10$,

$\overrightarrow{AC} = (-3; 1; 2) \Rightarrow AC^2 = 14$,

$\overrightarrow{BC} = (-4; -2; 2) \Rightarrow BC^2 = 24$.

$\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A

$\Rightarrow$ Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm $BC \Rightarrow I(0; 2; 0)$.

Đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc-tơ chỉ phương là $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (6; -2; 10) = 2(3; -1; 5)$.

Vậy phương trình d : $\frac{x}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{5} \Leftrightarrow \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{5}$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 611. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; 1; 0)$, $C(4; -3; -2)$, $D(3; -2; 1)$, $E(1; 1; -1)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng cách đều 5 điểm trên?

A. 1.

B. 4.

C. 5.

D. Không tồn tại.

Lời giải.

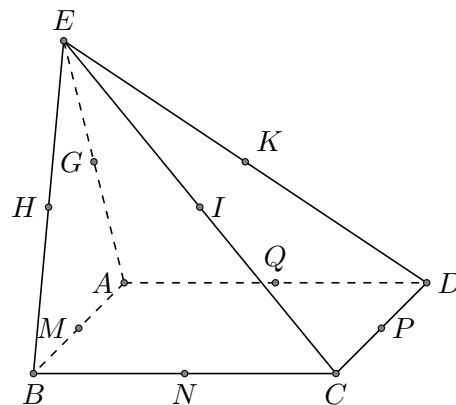
Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -3)$, $\overrightarrow{DC} = (1; -1; -3)$,
 $\overrightarrow{AD} = (2; -4; -2)$.

Suy ra $ABCD$ là hình bình hành.

$\overrightarrow{AE} = (0; -1; -4)$, $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] = (-10; -4; -2)$.

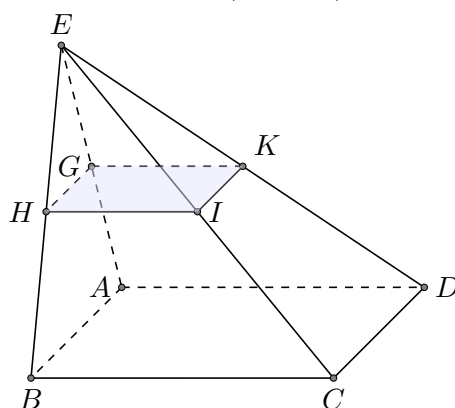
$\Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \cdot \overrightarrow{AE} = 12 \neq 0$ nên $E.ABCD$ là hình chóp đỉnh E có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

Gọi G, H, I, K, M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh $EA, EB, EC, ED, AB, BC, CD, AD$.

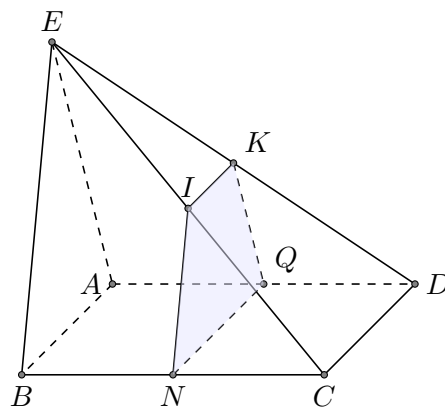


Do đó có 5 mặt phẳng cách đều 5 điểm là:

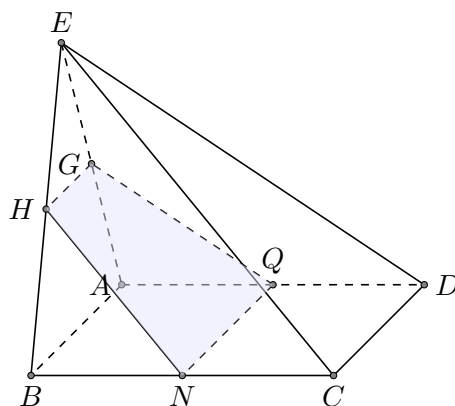
— Mặt phẳng qua 4 trung điểm của 4 cạnh bên: $(GHIK)$.



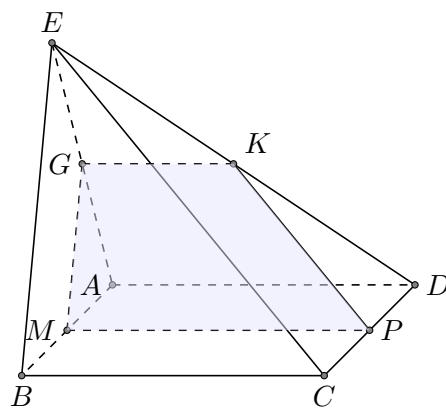
— Mặt phẳng qua 4 trung điểm lần lượt của EC, ED, AD, BC : $(IKQN)$.



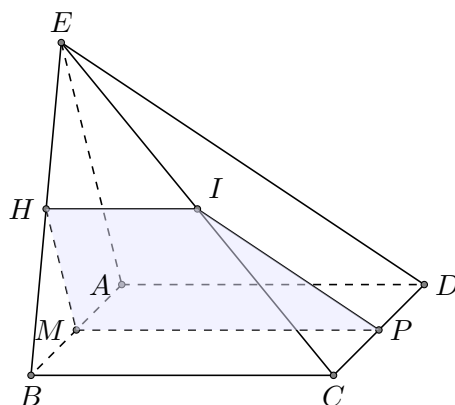
— Mặt phẳng qua 4 trung điểm của EB, EA, AD, BC : $(HGQN)$.



— Mặt phẳng qua 4 trung điểm của EA, ED, CD, AB : $(GKPM)$.



— Mặt phẳng qua 4 trung điểm của EB, EC, CD, AB : ($HIPM$).



Chọn đáp án **C**

□

Câu 612. Vectơ $\vec{n} = (1; -2; 1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng nào dưới đây

A. $x + 2y + z + 2 = 0$. B. $x - 2y - z - 2 = 0$. C. $x + y - 2z + 1 = 0$. D. $x - 2y + z + 1 = 0$.

Lời giải.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $ax + by + cz + d = 0$ chính là hệ số của x, y, z .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 613. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 0; -3), B(4; 0; 0)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 5.

B. 1.

C. 7.

D. 25.

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB} = (4; 0; 3) \Rightarrow AB = \sqrt{4^2 + 0^2 + 3^2} = 5.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 614. Cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(0; 0; -1)$ và song song với giá của hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (3; 0; 5)$. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $5x - 2y - 3z - 2 = 0$.

B. $-5x + 2y + 3z + 3 = 0$.

C. $-5x + 2y - 3z - 3 = 0$.

D. $-10x + 4y + 6z + 3 = 0$.

Lời giải.

Cặp vectơ $(\vec{a}, \vec{b})$ là một cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng (α) nên: $\vec{n}_\alpha = [\vec{a}, \vec{b}] = (-10; 4; 6)$.

Phương trình mặt phẳng (α) : $-10x + 4y + 6(z + 1) = 0 \Leftrightarrow -5x + 2y + 3z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 615. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho tứ diện $OABC$ (O là gốc toạ độ), $A \in Ox, B \in Oy, C \in Oz$ và mặt phẳng (ABC) có phương trình $6x + 3y + 2z - 6 = 0$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $6x + 3y + 2z - 6 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Nên $A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 3) \Rightarrow OA = 1, OB = 2, OC = 3$.

$$V_{OABC} = \frac{1}{3} \cdot OA \cdot S_{OBC} = \frac{1}{3} \cdot OA \cdot \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC = 1.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 616. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1; 0; 0), B(0; 0; 2)$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. Số mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

A. 0 mặt phẳng.

B. 2 mặt phẳng.

C. 1 mặt phẳng.

D. Vô số mặt phẳng.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 0)$ và bán kính $R = 1$. Gọi $(P) : Ax + By + Cz + D = 0$ là mặt phẳng chứa 2 điểm A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S) .

$$\text{Vì } A, B \in (P) \text{ nên } \begin{cases} A + D = 0 \\ 2C + D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = -2C \\ A = 2C \end{cases}.$$

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên :

$$\begin{aligned} d(I, (P)) = R &\Leftrightarrow \frac{|A + B + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{|B|}{\sqrt{5C^2 + B^2}} = 1 \Leftrightarrow C = 0. \end{aligned}$$

Với $C = 0 \Rightarrow A = D = 0$. Chọn $B = 1 \Rightarrow (P) : y = 0$.

Như vậy chỉ có một mặt phẳng chứa A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S) .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 617. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC = 2a$. Cosin của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.B. $\frac{2}{\sqrt{6}}$.C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.**Lời giải.**

Đặt hệ trục tọa độ $Sxyz$ như hình vẽ.

Chuẩn hóa $a = 1$.

Tọa độ hóa các điểm :

$S(0; 0; 0), B(2; 0; 0), C(0; 2; 0), A(0; 0; 2)$.

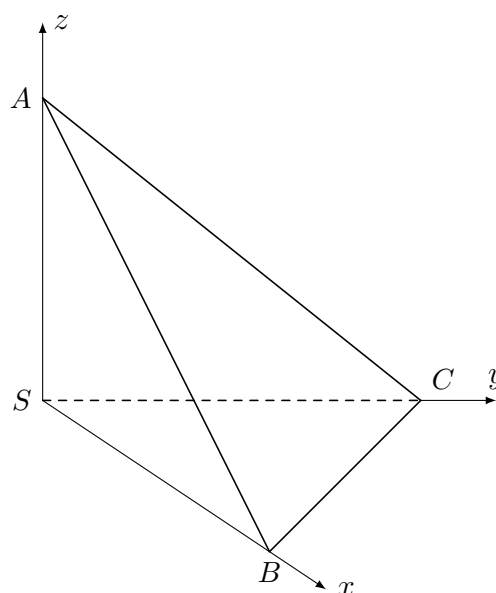
$\vec{SC} = (0; 2; 0), \vec{AB} = (2; 0; -2), \vec{AC} = (0; 2; -2)$.

$[\vec{AB}, \vec{AC}] = (4; 4; 4) \Rightarrow \vec{n}_{ABC} = (1; 1; 1)$.

Gọi φ là góc giữa SC và (ABC) .

$$\sin \varphi = \left| \cos(\vec{SC}, \vec{n}_{ABC}) \right| = \frac{|\vec{SC} \cdot \vec{n}_{ABC}|}{|\vec{SC}| \cdot |\vec{n}_{ABC}|} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2}{\sqrt{6}}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 618. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SC \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B . Biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SC = a\sqrt{12}$. Sin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) , (SAC) bằng

A. $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

B. $\frac{5\sqrt{14}}{42}$.

C. 1.

D. $\sqrt{\frac{5}{7}}$.

Lời giải.

Ta có tam giác ABC vuông tại B nên:

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}.$$

Ta dựng trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên. Chuẩn hóa $a = 1$.

Tọa độ các điểm như sau:

$$B(0; 0; 0), A(1; 0; 0), C(0; \sqrt{2}; 0), S(0; \sqrt{2}; \sqrt{12}).$$

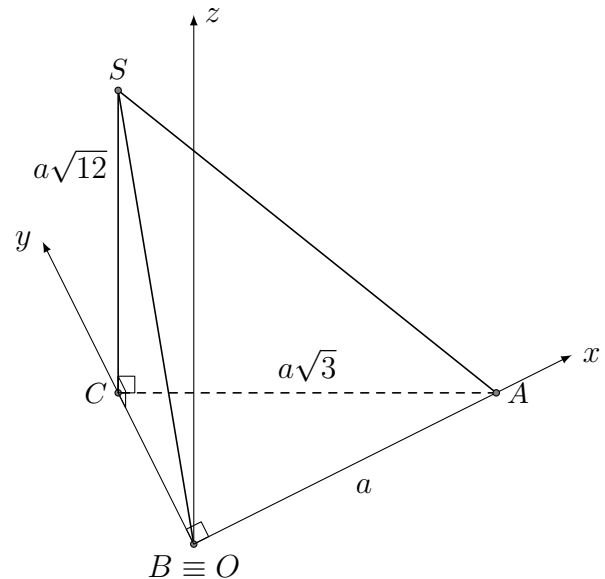
$$\vec{SA} = (1; -\sqrt{2}; -\sqrt{12}); \vec{SB} = (0; -\sqrt{2}; -\sqrt{12}).$$

$$\vec{SC} = (0; 0; -\sqrt{12}).$$

$$[\vec{SA}, \vec{SB}] = (0; \sqrt{12}; -\sqrt{2})$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{SAB} = (0; \sqrt{6}; -1). [\vec{SA}, \vec{SC}] = (\sqrt{24}; \sqrt{12}; 0)$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{SAC} = (\sqrt{2}; 1; 0).$$



Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) .

$$\cos \varphi = \cos((SAB), (SAC)) = \cos(\vec{n}_{SAB}, \vec{n}_{SAC}) = \frac{|\vec{n}_{SAB} \cdot \vec{n}_{SAC}|}{|\vec{n}_{SAB}| \cdot |\vec{n}_{SAC}|} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}.$$

$$\Rightarrow \sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \sqrt{\frac{5}{7}}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 619. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 2; 3)$ đi qua điểm $A(1; 1; 2)$ có phương trình là

A. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 2$.

B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 2$.

C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = \sqrt{2}$.

D. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Bán kính $R = IA = \sqrt{2}$ nên phương trình mặt cầu là $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 620. Lập phương trình của mặt phẳng đi qua $A(2; 6; -3)$ và song song với mặt phẳng (Oyz) .

A. $x = 2$.

B. $x + z = 12$.

C. $y = 6$.

D. $z = -3$.

Lời giải.

Mặt phẳng song song với (Oyz) có dạng $x + d = 0$ ($d \neq 0$).

Mặt phẳng đi qua A nên $d = -2 \Rightarrow$ mặt phẳng cần tìm là $x - 2 = 0$ hay $x = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 621. Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$.

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Lời giải.

Do $(2; -2; 1)$ cũng là véc-tơ chỉ phương nên phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 622. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm

$A(2; 1; 3)$, $B(1; -2; 1)$ và song song với đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = -3 - 2t \end{cases}.$$

A. $2x + y + 3z + 19 = 0$.

B. $10x - 4y + z - 19 = 0$.

C. $2x + y + 3z - 19 = 0$.

D. $10x - 4y + z + 19 = 0$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (-1; -3; -2)$ và $\vec{u}_d = (1; 2; -2)$.

Do AB nằm trong (P) và d song song với (P) nên $\vec{n}_{(P)} = [\overrightarrow{AB}, \vec{u}_d] = (10; -4; 1)$.

Từ đó $(P): 10(x - 2) - 4(y - 1) + (z - 3) = 0 \Leftrightarrow 10x - 4y + z - 19 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 623. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 4 = 0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là

A. $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

B. $d: \begin{cases} x = 3t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

C. $d: \begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

D. $d: \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 - 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_\Delta] = (-4; 3; -1)$.

d đi qua giao điểm của Δ và (P) là A có tọa độ thỏa mãn phương trình của Δ và (P) .

Tọa độ A là $(-2; -1; 4)$. Nên $d: \begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Chọn đáp án **C** □

Câu 624. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; 0; -3)$, $B(2; 0; -1)$ và $(P): 3x - 8y + 7z - 1 = 0$. Có bao nhiêu điểm C trên mặt phẳng (P) sao cho $\triangle ABC$ đều?

A. Vô số.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

$\triangle ABC$ đều nên $CA = CB = AB$. Suy ra C thuộc đường tròn là giao của mặt cầu tâm A đi qua B và mặt cầu tâm B đi qua A .

Đường tròn này là đường tròn tâm $I(1; 0; -2)$ và có bán kính $R = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$.

Cuối cùng vì C thuộc (P) nên C là giao của đường tròn trên và (P) .

Ta chỉ cần so sánh $d(I, (P))$ và R . Ta có $d(I, (P)) = \frac{|3 \cdot 1 - 8 \cdot 0 + 7 \cdot (-2) - 1|}{\sqrt{3^2 + 8^2 + 7^2}} = \frac{12}{\sqrt{122}} < R$ nên

sẽ có 2 điểm C thỏa bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 625. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt cầu (S) lần lượt có phương trình là $d: \frac{x+3}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$; $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 18 = 0$. Biết d cắt (S) tại hai điểm M, N thì độ dài đoạn MN là

- A. $MN = \frac{\sqrt{30}}{3}$. B. $MN = \frac{20}{3}$. C. $MN = \frac{16}{3}$. D. $MN = 8$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2 - (-18)} = 2\sqrt{6}$ và tâm $I(1; -2; -1)$.

Khoảng cách từ I đến d là $d(I, (d)) = \frac{|[\vec{MI}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{116}}{3}$.

Gọi H là trung điểm của MN , theo định lý pytago ta có $HM^2 = R^2 - IH^2 = \frac{10}{3} \Rightarrow MN = \frac{20}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 626. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm A_1 là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oyz) .

- A. $A_1(1; 0; 0)$. B. $A_1(0; 2; 3)$. C. $A_1(1; 0; 3)$. D. $A_1(1; 2; 0)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x = 0$. Từ đó suy ra điểm $A_1(0; 2; 3)$ là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oyz) .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 627. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 5 = 0$. Khoảng cách h từ điểm $A(1; 1; 1)$ đến mặt phẳng (α) bằng

- A. $h = 2$. B. $h = \frac{6}{\sqrt{5}}$. C. $h = \frac{10}{3}$. D. $h = 6$.

Lời giải.

$h = d(A, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 1 + 1 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 628. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 \\ z = 5 + 3t \end{cases}$. Trong các vec-tơ sau, vec-tơ

nào là một vec-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{a}_1 = (1; 3; 5)$. B. $\vec{a}_2 = (2; 3; 3)$. C. $\vec{a}_3 = (-2; 0; 3)$. D. $\vec{a}_1 = (-2; 3; 3)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ nhận $\vec{u} = (a; b; c)$ làm một vec-tơ chỉ phương.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 629. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(2; 0; 3)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và song song với đường thẳng OC có phương trình là

- A. $3x + y - 2z - 5 = 0$. B. $x - y + z - 2 = 0$.
C. $4x + 2y + z - 11 = 0$. D. $3x + 7y - 2z - 11 = 0$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n}$ là vtpt của mặt phẳng (α) .

Ta có $\begin{cases} AB \subset (\alpha) \\ OC \parallel (\alpha) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{OC} \end{cases}$ nên $\vec{n}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{OC}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -2)$, $\overrightarrow{OC} = (2; 0; 3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{OC} = (-3; -7; 2) = (-1) \cdot (3; 7; -2)$. Ta chọn $\vec{n} = (3; 7; -2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là: $3x + 7y - 2z - 11 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 630. Có bao nhiêu mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-2}$, đồng thời tiếp xúc với hai mặt phẳng $(\alpha_1): 2x + 2y + z - 6 = 0$ và $(\alpha_2): x - 2y + 2z = 0$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải.

Gọi I là tâm của mặt cầu (S) . Do $I \in \Delta$ nên $I(3+2t; 1-t; 1-2t)$, ta có

$d(I, (\alpha_1)) = d(I, (\alpha_2)) \Leftrightarrow 1 = 1$ (đúng).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 631. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 1; 0)$, $B(1; -1; 3)$, $C(3; -2; 2)$ và $D(-1; 2; 2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu tiếp xúc với tất cả bốn mặt phẳng (ABC) , (BCD) , (CDA) , (DAB) .

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. vô số.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; 3)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -3; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (5; 5; 5)$.

Phương trình $(ABC): x + y + z - 3 = 0$. Ta thấy $D \in (ABC)$ nên có vô số mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 632. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-4; -1; 3)$, $B(-1; -2; -1)$, $C(3; 2; -3)$ và $D(0; -3; -5)$.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua D và tổng khoảng cách từ A, B, C đến (α) lớn nhất, đồng thời ba điểm A, B, C nằm cùng phía so với (α) . Trong các điểm sau, điểm nào thuộc mặt phẳng (α)

A. $E_1(7; -3; -4)$.

B. $E_2(2; 0; -7)$.

C. $E_3(-1; -1; -6)$.

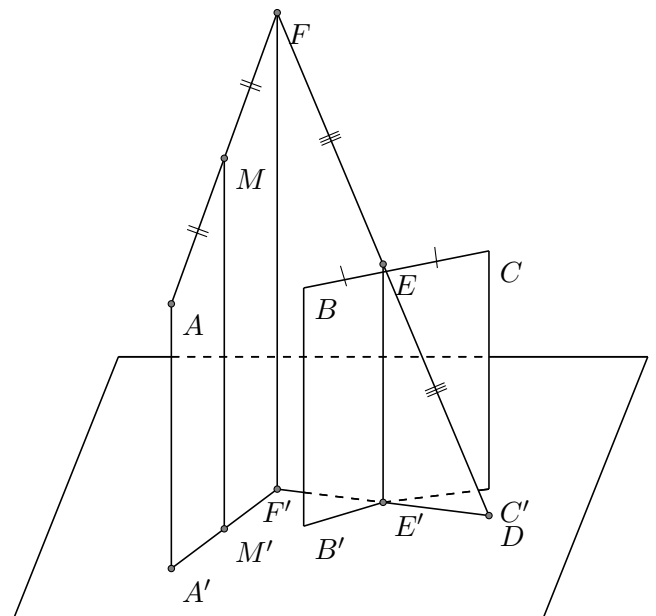
D. $E_4(36; 1; -1)$.

Lời giải.

Gọi E là trung điểm BC , F là điểm đối xứng với D qua E và M là trung điểm AF . Ta có $E(1; 0; -2)$, $F(2; 3; 1)$ và $M(-1; 1; 2)$. Gọi A', B', C', E', F', M' tương ứng là hình chiếu của A, B, C, E, F, M lên mặt phẳng (α) .

Ta có $d(A, (\alpha)) + d(B, (\alpha)) + d(C, (\alpha)) = AA' + BB' + CC' = AA' + 2EE' = AA' + FF' = 2MM' \leq 2MD$.

Do đó $(\alpha) \perp MD$. Mà $\overrightarrow{MD} = (1; -4; -7)$ nên phương trình $(\alpha): x - 4y - 7z - 47 = 0$.



Chọn đáp án **A** □

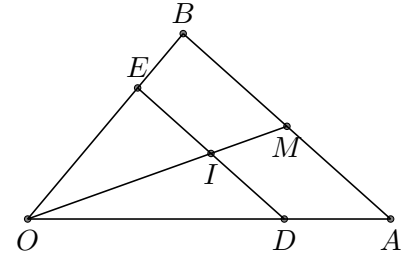
Câu 633. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(0; 1; -1)$. Hai điểm D , E thay đổi trên các đoạn OA , OB sao cho đường thẳng DE chia tam giác OAB thành hai phần có diện tích bằng nhau. Khi DE ngắn nhất thì trung điểm I của đoạn DE có tọa độ là

A. $I\left(\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; 0\right)$. B. $I\left(\frac{\sqrt{2}}{3}; \frac{\sqrt{2}}{3}; 0\right)$. C. $I\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; 0\right)$. D. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; 0\right)$.

Lời giải.

Theo đề bài ta có $OA = OB = \sqrt{2}$ và

$$\begin{aligned} S_{ODE} &= \frac{1}{2} S_{OAB} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot OD \cdot OE \cdot \sin \widehat{DOE} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \cdot \sin \widehat{AOB} \\ \Leftrightarrow OD \cdot OE &= \frac{1}{2} OA \cdot OB = 1. \end{aligned}$$



Mặt khác

$$DE^2 = OD^2 + OE^2 - 2OD \cdot OE \cdot \cos \widehat{AOB} \geq 2OD \cdot OE - 2OD \cdot OE \cdot \cos \widehat{AOB} = 2(1 - \cos \widehat{AOB}).$$

Suy ra DE nhỏ nhất khi $OD = OE = 1$.

Gọi M là trung điểm của AB , ta có $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$.

Khi đó, $\vec{OI} = \frac{OI}{OM} \cdot \vec{OM} = \frac{OD}{OA} \cdot \vec{OM} = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; 0\right)$. Suy ra $I\left(\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; 0\right)$

Chọn đáp án **A** □

Câu 634. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) là

A. $M(3; 0; 5)$. B. $M(3; -2; 0)$. C. $M(0; -2; 5)$. D. $M(0; 2; 5)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxz) : $y = 0 \Rightarrow$ hình chiếu của $A(3; -2; 5)$ trên (Oxz) là $M(3; 0; 5)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 635. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; -2)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$. B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$.
C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$.

Lời giải.

Đường thẳng qua $A(1; -2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; -2)$ có phương trình

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-(-2)}{-1} = \frac{z-3}{-2} \Leftrightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 636. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 16 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính là

A. $r = \sqrt{6}$. B. $r = 2\sqrt{2}$. C. $r = 4$. D. $r = 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 2)$ và bán kính $R = 5$.

Ta đặt $d = d(I, (P)) = \frac{|1 + 2(-2) - 2 \cdot 2 - 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3$.

Khi đó $r = \sqrt{R^2 - d^2} = 4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 637. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$ và đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z - 4 = 0$ và $(\beta): 2x - 2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $AB = 8$ khi và chỉ khi

- A. $m = 12$. B. $m = -12$. C. $m = -10$. D. $m = 5$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 3; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{13 - m}$.

$$\text{Do } \Delta = (\alpha) \cap (\beta) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

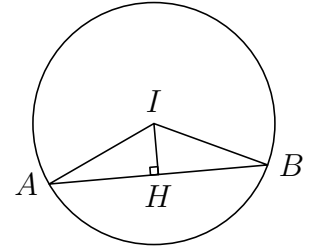
$\Rightarrow \Delta$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (2; 1; 2)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên $\Delta \Rightarrow H(2t; 1 + t; -1 + 2t)$

$\Rightarrow \vec{IH} = (2t + 2; t - 2; 2t - 1)$.

Mà $IH \perp \Delta$ nên $\vec{IH} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow t = 0$. Suy ra $IH = 3$.

Như vậy $R^2 = IH^2 + \frac{1}{4}AB^2 \Rightarrow m = -12$.



Chọn đáp án **B** □

Câu 638. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1; 5; 0)$, $B(3; 3; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm trên đường thẳng Δ sao cho chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $T = a + b + c$.

- A. $T = 2$. B. $T = 3$. C. $T = 4$. D. $T = 5$.

Lời giải.

Chu vi tam giác ABM đạt giá trị nhỏ nhất khi tổng $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$\text{Do } M \in \Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \text{ nên } M(-1 + 2t; 1 - t; 2t).$$

Ta có $MA = \sqrt{(2t - 2)^2 + (t + 4)^2 + 4t^2} = \sqrt{9t^2 + 20}$;

$MB = \sqrt{(2t - 4)^2 + (t + 2)^2 + (2t - 6)^2} = \sqrt{9t^2 - 36t + 56}$.

Như vậy $MA + MB = \sqrt{9t^2 + 20} + \sqrt{9t^2 - 36t + 56}$.

Cách 1: phương pháp hàm số

Xét hàm số $f(t) = \sqrt{9t^2 + 20} + \sqrt{9t^2 - 36t + 56}$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(t) = \frac{9t}{\sqrt{9t^2 + 20}} + \frac{9t - 18}{\sqrt{9t^2 - 36t + 56}} = \frac{9t}{\sqrt{9t^2 + 20}} + \frac{9(t - 2)}{\sqrt{9(t - 2)^2 + 20}}$.

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{t}{\sqrt{9t^2 + 20}} = -\frac{t - 2}{\sqrt{9(t - 2)^2 + 20}} \quad (1).$$

Xét hàm số $g(t) = \frac{t}{\sqrt{9t^2 + 20}}$ có $g'(t) = \frac{20}{(\sqrt{9t^2 + 20})^3} > 0$.

Do đó phương trình (1) có nghiệm duy nhất $t = 1$.

Bảng biến thiên của $f(t)$ là

t	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$+\infty$	$2\sqrt{29}$	$+\infty$

Theo bảng biến thiên, $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $t = 1$.

Cách 2: phương pháp véc-tơ

Ta có $MA + MB = \sqrt{(3t)^2 + (\sqrt{20})^2} + \sqrt{(6-3t)^2 + (\sqrt{20})^2}$.

Xét $\begin{cases} \vec{u} = (3t; \sqrt{20}) \\ \vec{v} = (6-3t; \sqrt{20}) \end{cases}$. Do $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}|$ nên ta có

$$\sqrt{(3t)^2 + (\sqrt{20})^2} + \sqrt{(6-3t)^2 + (\sqrt{20})^2} \geq \sqrt{6^2 + (2\sqrt{20})^2} = 2\sqrt{29}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u} = k\vec{v}$ ($k \geq 0$) $\Leftrightarrow t = 1$.

Vậy $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $t = 1 \Rightarrow M(1; 0; 2) \Rightarrow T = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 639. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(1; -2; 1)$.

B. $(1; 2; 1)$.

C. $(1; 1; -1)$.

D. $(2; 1; 1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 640. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 2)$. Mệnh nào sau đây đúng?

A. $M \in (Oxz)$.

B. $M \in (Oyz)$.

C. $M \in Oy$.

D. $M \in (Oxy)$.

Lời giải.

Mọi điểm có thành phần tung độ bằng 0 đều thuộc mặt phẳng (Oxz) . Do đó điểm $M(1; 0; 2)$ thuộc mặt phẳng (Oxz) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 641. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 2 \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Tọa độ một véc-tơ

chỉ phương của d là

A. $(-2; 3; 0)$.

B. $(-2; 3; 3)$.

C. $(1; 2; 3)$.

D. $(2; 3; 0)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (-2; 3; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 642. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $P(a; b; c)$. Khoảng cách từ điểm P đến trục tọa độ Oy bằng

A. $\sqrt{a^2 + c^2}$.

B. b .

C. $|b|$.

D. $a^2 + c^2$.

Lời giải.

Ta có $d(P; Oy) = PK$.

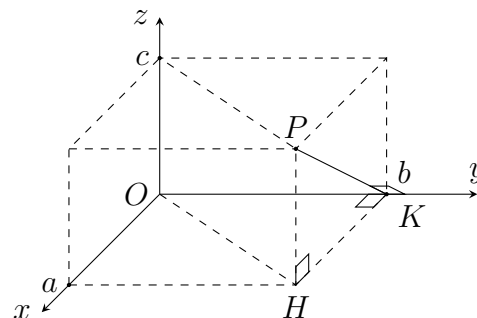
Tam giác PHK vuông tại H , có

$$PH = |c|,$$

$$HK = |a|$$

$$\Rightarrow PK = \sqrt{PH^2 + HK^2} = \sqrt{c^2 + a^2}.$$

Chú ý: Có thể sử dụng ứng dụng của tích có hướng.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 643. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z - 3 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z = 0$. Mặt phẳng (P) cắt khối cầu (S) theo thiết diện là một hình tròn có diện tích bằng

A. 5π .

B. 25π .

C. $2\pi\sqrt{5}$.

D. 10π .

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; -2)$, bán kính $R = 3$.

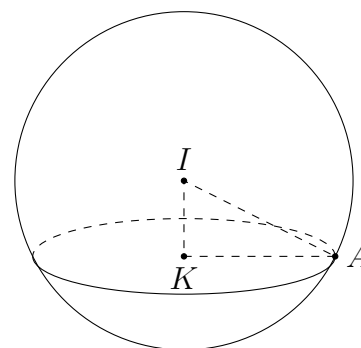
$$IK = d(I, (P)) = \frac{|2(-1) - 2 \cdot 1 + (-2)|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 2.$$

Bán kính của đường tròn thiết diện

$$r = KA = \sqrt{R^2 - IK^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}.$$

Vậy diện tích của hình tròn thiết diện bằng

$$S = \pi \cdot r^2 = 5\pi.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 644. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -1; 2)$, $B(1; 1; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Biết điểm $M(a; b; c)$ thuộc đường thẳng d sao cho tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất. Khi đó giá trị $T = a + 2b + 3c$ bằng

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 10.

Lời giải.

Vì $S_{MAB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(M, AB)$ nên S_{MAB} nhỏ nhất khi $d(M, AB)$ nhỏ nhất.

$$\text{Phương trình của } AB: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 \end{cases} \text{ Dễ dàng kiểm tra } AB \text{ và } d \text{ chéo nhau.}$$

Gọi H là hình chiếu của M lên đường thẳng AB . Khi đó $d(M, AB) = MH$ nhỏ nhất khi MH là đoạn vuông góc chung của d và AB .

Ta có

$$M \in d \Rightarrow M(-1 + s; s; 1 + s), H \in AB \Rightarrow H(t; -1 + 2t; 2), \overrightarrow{MH} = (t - s + 1; 2t - s - 1; 1 - s).$$

Véc-tơ chỉ phương của d và AB theo thứ tự là $\vec{u} = (1; 1; 1)$, $\vec{v} = (1; 2; 0)$.

$$\text{Vì } \begin{cases} \overrightarrow{MH} \perp \vec{u} \\ \overrightarrow{MH} \perp \vec{v} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1(t - s + 1) + 1(2t - s - 1) + 1(1 - s) = 0 \\ 1(t - s + 1) + 2(2t - s - 1) + 0(1 - s) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ s = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } M\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{7}{3}\right). \text{ Từ đó } T = \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{4}{3} + 3 \cdot \frac{7}{3} = 10.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 645. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z + 9 = 0$ và ba điểm $A(2; 1; 0)$, $B(0; 2; 1)$, $C(1; 3; -1)$. Điểm $M \in (\alpha)$ sao cho $\left| 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $x_M + y_M + z_M = 1$. B. $x_M + y_M + z_M = 4$. C. $x_M + y_M + z_M = 3$. D. $x_M + y_M + z_M = 2$.

Lời giải.

Gọi $G(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} - 4\overrightarrow{GC} = \vec{0}$. Ta có

$$\overrightarrow{GA} = (2 - a; 1 - b; -c), \overrightarrow{GB} = (-a; 2 - b; 1 - c), \overrightarrow{GC} = (1 - a; 3 - b; -1 - c).$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(2 - a) + 3(-a) - 4(1 - a) = 0 \\ 2(1 - b) + 3(2 - b) - 4(3 - b) = 0 \\ 2(-c) + 3(1 - c) - 4(-1 - c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -4 \\ c = 7 \end{cases} \Rightarrow G(0; -4; 7).$$

Ta có

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} &= 2(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA}) + 3(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB}) - 4(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}) \\ &= \overrightarrow{MG} + (2\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} - 4\overrightarrow{GC}) = \overrightarrow{MG}. \end{aligned}$$

Từ đó $\left| 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} \right| = \left| \overrightarrow{MG} \right|$, đạt giá trị nhỏ nhất khi M là hình chiếu của G lên (α) .

Phương trình của đường thẳng d qua G và vuông góc với (α) là $\begin{cases} x = 2t \\ y = -4 + t \\ z = 7 - 2t \end{cases}$

Điểm M là giao của d và (α) . Giải hệ $\begin{cases} x = 2t \\ y = -4 + t \\ z = 7 - 2t \\ 2x + y - 2z + 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \\ z = 5 \end{cases} \Rightarrow M(2; -3; 5).$

Vậy $x_M + y_M + z_M = 4$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 646. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ và hai điểm $A(1; 2; -5)$, $B(-1; 0; 2)$. Biết điểm M thuộc Δ sao cho biểu thức $T = |MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất là $T_{\max}$. Khi đó, $T_{\max}$ bằng bao nhiêu?

- A. $T_{\max} = 3$. B. $T_{\max} = 2\sqrt{6} - 3$. C. $T_{\max} = \sqrt{57}$. D. $T_{\max} = 3\sqrt{6}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ qua điểm $K(0; 1; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương

$\vec{u} = (1; 1; 1)$. Ta có

$\overrightarrow{KA} = (1; 1; -5)$, $\overrightarrow{KB} = (-1; -1; 2)$. Suy ra

$$[\overrightarrow{KA}, \overrightarrow{KB}] = (-3; 3; 0) \text{ và}$$

$$[\overrightarrow{KA}, \overrightarrow{KB}] \cdot \vec{u} = (-3) \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 0.$$

Vậy đường thẳng AB và Δ đồng phẳng.

Gọi H là hình chiếu của A lên Δ

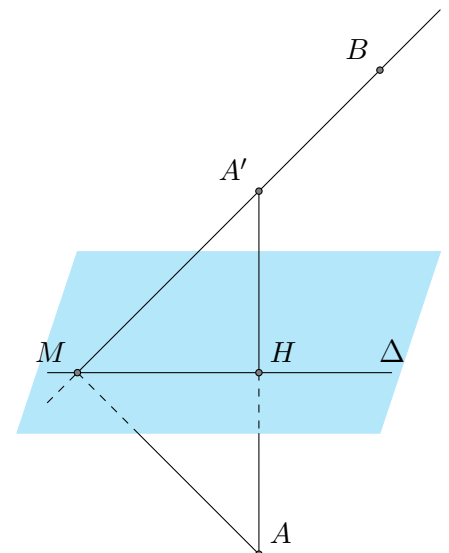
$$\Rightarrow H(t; 1+t; t), \overrightarrow{AH} = (t-1; t-1; t+5).$$

$$\text{Từ } \overrightarrow{AH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow 1 \cdot (t-1) + 1 \cdot (t-1) + 1 \cdot (t+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(-1; 0; -1).$$

Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc với AH .

Phương trình của (P) : $-2(x+1) - 2(y-0) + 4(z+1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2z - 1 = 0$.



Vì $[1 + 2 - 2(-5) - 1][-1 + 0 - 2 \cdot 2 - 1] = 12 \cdot (-6) < 0$ nên hai điểm A và B nằm trái phía đối với (P) .

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua Δ thì $A'(-3; -2; 3)$.

Ta có

$$T = |MA - MB| = |MA' - MB| \leq A'B.$$

Do đó $T_{\max} = A'B = \sqrt{(-1+3)^2 + (0+2)^2 + (2-3)^2} = 3$, xảy ra khi M là giao điểm của $A'B$ và Δ .

Chọn đáp án **A** □

Câu 647. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-3; 4; 2)$, $B(-5; 6; 2)$, $C(-10; 17; -7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB .

- A. $(x + 10)^2 + (y - 17)^2 + (z - 7)^2 = 8$. B. $(x + 10)^2 + (y - 17)^2 + (z + 7)^2 = 8$.
C. $(x - 10)^2 + (y - 17)^2 + (z + 7)^2 = 8$. D. $(x + 10)^2 + (y + 17)^2 + (z + 7)^2 = 8$.

Câu 648. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm $\triangle A'B'C$ là

- A. $(1; 1; -2)$. B. $(2; 1; -2)$. C. $(1; 2; -1)$. D. $(2; 1; -1)$.

Câu 649. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây **SAI**?

- A. $AB \perp BD$. B. $AB \perp BC$. C. $AB \perp AC$. D. $AB \perp CD$.

Câu 650. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$ và $D(2; 2; 2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm I của MN là

- A. $I(1; -1; 2)$. B. $I(1; 1; 0)$. C. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$. D. $I(1; 1; 1)$.

Câu 651. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là

- A. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$. B. $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$. D. $(-2; 11; 1)$.

Câu 652. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(0; 21; -19)$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1$. $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho biểu thức $T = 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + c$.

- A. $a + b + c = \frac{14}{5}$. B. $a + b + c = 0$. C. $a + b + c = \frac{12}{5}$. D. $a + b + c = 12$.

Câu 653. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\triangle ABC$ biết $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(1; 1; 3)$. $H(a; b; c)$ là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC . Khi đó $a + b + c$ bằng

- A. $\frac{38}{9}$. B. $\frac{34}{11}$. C. $\frac{30}{11}$. D. $\frac{11}{34}$.

Câu 654. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 3 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $M(2; -1; -3)$. B. $Q(3; -1; 2)$. C. $P(2; -1; -1)$. D. $N(2; -1; -2)$.

Lời giải.

Ta có $2 \cdot 3 - (-1) - 2 \cdot 2 - 3 = 0$ nên điểm $Q(3; -1; 2) \in (P)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 655. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$ và $C(-1; 3; 2)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(1; 3; 4)$.

B. $D(1; 1; 4)$.

C. $D(-3; 1; 0)$.

D. $D(-1; -3; -2)$.

Lời giải.Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = -1 - x_D \\ 2 = 3 - y_D \\ -2 = 2 - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = 1 \\ z_D = 4 \end{cases} \Rightarrow D(1; 1; 4).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 656. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u} = (1; -1; 2)$.

B. $\vec{u} = (2; 1; -2)$.

C. $\vec{u} = (-1; 1; -2)$.

D. $\vec{u} = (2; -1; 1)$.

Lời giải. $\vec{u} = (2; -1; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .Chọn đáp án **(D)** □

Câu 657. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ và $B(m; m-1; -4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để độ dài đoạn $AB = 3$.

A. $m = 1$.

B. $m = 1$ hoặc $m = 4$.

C. $m = -1$.

D. $m = 4$.

Lời giải.Từ giả thiết ta có $A(3; 1; -2)$. Từ đó $\overrightarrow{AB} = (m-3; m-2; -2)$.

$$\text{Ta có } AB = 3 \Leftrightarrow AB^2 = 9 \Leftrightarrow (m-3)^2 + (m-2)^2 + (-2)^2 = 9 \Leftrightarrow 2m^2 - 10m + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4. \end{cases}$$

Vậy $m = 1$ hoặc $m = 4$.Chọn đáp án **(B)** □

Câu 658. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$; $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x - y - 2z + 3 = 0$. Biết đường thẳng Δ nằm trong (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 . Viết phương trình đường thẳng Δ .

A. $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-1}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$.

D. $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải.Gọi A, B lần lượt là giao điểm của Δ với d_1, d_2 .Khi đó $A(2m-1; -m+1; m+1), B(n+1; n+2; 2n-1)$. Do $A, B \in (P)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2m-1+m-1-2m-2+3=0 \\ n+1-n-2-4n+2+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=1. \end{cases}$$

Ta được $A(1; 0; -2), B(2; 3; 1)$. Đường thẳng Δ đi qua $A(1; 0; -2)$ nhận $\overrightarrow{AB} = (1; 3; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương, như vậy phương trình Δ là:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-1}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 659. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-6}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(4; 3; 4)$, song song với Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

A. $2x + y + 2z - 19 = 0$.

B. $2x + y - 2z - 10 = 0$.

C. $2x + 2y + z - 18 = 0$.

D. $x - 2y + 2z - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có Δ đi qua điểm $A(6; 2; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta(-3; 2; 2)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $R = 3$.

Gọi $\vec{n}_P = (a; b; c)$, $(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Do $(P) \parallel (\Delta) \Rightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Rightarrow a = \frac{2}{3}b + \frac{2}{3}c$.

Phương trình (P) có dạng

$$a(x-4) + b(y-3) + c(z-4) = 0 \Leftrightarrow ax + by + cz - 4a - 3b - 4c = 0.$$

Do (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I; (P)) = R$, hay:

$$\Leftrightarrow \frac{|a + 2b + 3c - 4a - 3b - 4c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 3 \Leftrightarrow |-3a - b - c| = 3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$$

Thay $a = \frac{2}{3}b + \frac{2}{3}c$ vào phương trình trên ta được:

$$2b^2 - 5bc - 2c^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{c}{2} \\ b = 2c. \end{cases}$$

— $b = \frac{c}{2}$. Chọn $c = 2$ suy ra $b = 1, a = 2, \vec{n}_P = (2; 1; 2)$.

Vậy $(P): 2x + y + 2z - 19 = 0$, do $A \notin (P)$ nên (P) tìm được thỏa mãn.

— $b = 2c$. Chọn $c = 1 \Rightarrow b = 2, a = 2$ khi đó $(P): 2x + 2y + z - 18 = 0$. Mặt phẳng này lại đi qua $A(6; 2; 2)$ nên không thỏa mãn.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 660. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ và tạo với (P) một góc nhỏ nhất. Biết rằng mặt phẳng (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (10; a; b)$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $a > b$.

B. $a + b = 6$.

C. $a + b = 10$.

D. $2a + b = 1$.

Lời giải.

Ta có véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$.

Vì (Q) chứa Δ nên $\vec{n} \perp \vec{u}_1 \Rightarrow 10 \cdot 2 + 1 \cdot a + (-1) \cdot b = 0 \Rightarrow b - a = 20$.

Ta có véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P = (2; -1; 2)$.

Gọi α là góc tạo với (P) và (Q) thì ta có

$$\cos \alpha = \frac{|20 - a + 2b|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{10^2 + a^2 + b^2}} = \frac{|20 - a + 2b|}{3\sqrt{10^2 + a^2 + b^2}}.$$

Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên α bé nhất khi $\cos \alpha$ là lớn nhất.

$$\text{Ta có } |20 - a + 2b| = \left| \frac{1}{6}(20 + a - b) + \frac{5}{3} \cdot 10 - \frac{7}{6} \cdot a + \frac{13}{6} \cdot b \right| = \left| \frac{5}{3} \cdot 10 - \frac{7}{6} \cdot a + \frac{13}{6} \cdot b \right|.$$

Áp dụng BDT Bunhiacopxki ta có

$$\left| \frac{5}{3} \cdot 10 - \frac{7}{6} \cdot a + \frac{13}{6} \cdot b \right|^2 \leq \left(\left(\frac{5}{3} \right)^2 + \left(\frac{-7}{6} \right)^2 + \left(\frac{13}{6} \right)^2 \right) (10^2 + a^2 + b^2) \Rightarrow \cos \alpha \leq \frac{\sqrt{318}}{18}$$

xảy ra khi $\frac{10}{\frac{5}{3}} = \frac{a}{\frac{-7}{6}} = \frac{b}{\frac{13}{6}} \Leftrightarrow a = -7; b = 13$ tức là $a + b = 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 661. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -4; 5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxz) là điểm

- A. $M(3; 0; 5)$. B. $M(3; 0; 0)$. C. $M(0; -4; 5)$. D. $M(0; 0; 5)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; -4; 5)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm $M(3; 0; 5)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 662. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $M(3; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$, $P(0; 0; 1)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = -1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1$.

Lời giải.

Ta có M, N, P lần lượt là giao điểm của (MNP) với 3 trục toạ độ

$$\Rightarrow (MNP): \frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 663. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(-2; 3; 2)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

- A. $2x + y + z - 3 = 0$. B. $2x - y - z + 3 = 0$.
C. $4x - 2y - 2z + 3 = 0$. D. $4x - 2y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có 1 véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (4; -2; -2)$ và đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB với $I(0; 2; 1)$.

Mặt phẳng trung trực của AB có phương trình $2x - y - z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 664. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_3 = (2; 0; -1)$. B. $\vec{n}_4 = (2; 1; 0)$. C. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$. D. $\vec{n}_2 = (2; -1; 0)$.

Lời giải.

$(P): 2x - z + 1 = 0$ có 1 véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (2; 0; -1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 665. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(-3; 0; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Trong các đường thẳng đi qua A và song song với (P) , đường thẳng nào cách B một khoảng cách nhỏ nhất?

- A. $\frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}$. B. $\frac{x+3}{26} = \frac{y}{-11} = \frac{z-1}{-2}$.
C. $\frac{x-3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z+1}{-2}$. D. $\frac{x+2}{26} = \frac{y-1}{11} = \frac{z+3}{-2}$.

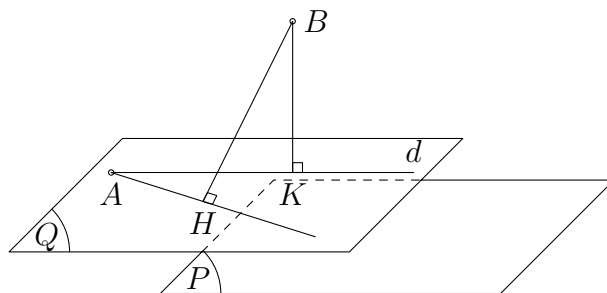
Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Gọi (Q) là mặt phẳng qua $A(-3; 0; 1)$ và song song với $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$.

$\Rightarrow (Q): x - 2y + 2z + 1 = 0$ và $d \subset (Q)$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của B lên d và (Q) thì $BH \geq BK$.



Do đó $d(B; d)$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $H \equiv K$.

Đường thẳng BK đi qua $B(1; -1; 3)$ và vuông góc với $(Q) \Rightarrow BK: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Ta có $K = BK \cap (Q) \Rightarrow K\left(-\frac{1}{9}; \frac{11}{9}; \frac{7}{9}\right)$.

Đường thẳng d qua A và nhận $\overrightarrow{AK} = \left(\frac{26}{9}; \frac{11}{9}; -\frac{2}{9}\right)$ làm véc-tơ chỉ phương

nên $d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 666. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; 3; 0)$, $B(3; 0; 3)$, $C(0; 3; 3)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua O , vuông góc với (ABC) sao cho (P) cắt các cạnh AB, AC tại các điểm M và N . Khi $OAMN$ có thể tích nhỏ nhất, hãy viết phương trình mặt phẳng (P) .

A. $x + y - 2z = 0$. B. $x + y + 2z = 0$. C. $x - z = 0$. D. $y - z = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -3; 3)$, $\overrightarrow{AC} = (-3; 0; 3) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-9; -9; -9)$.

Mặt phẳng (ABC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Phương trình của đường thẳng $AB: \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 - t \\ z = t \end{cases}$ và của đường thẳng $AC: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 3 \\ z = t. \end{cases}$

(P) cắt các cạnh AB, AC tại các điểm M, N nên $M(3; 3 - m; m)$, $N(3 - n; 3; n)$, với $m, n \in [0; 3]$

Ta có $[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}] = (3n - 3m - mn; 3m - 3n - mn; 3m + 3n - mn)$.

Do $(OMN) \perp (ABC)$ nên $[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}] \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 3m + 3n - 3mn = 0 \Leftrightarrow mn = n + m$.

Suy ra $[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}] = (2n - 4m; 2m - 4n; 2m + 2n)$.

Do $\overrightarrow{OA} = (3; 3; 0)$ nên $V_{OAMN} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}] \cdot \overrightarrow{OA}| = \frac{1}{6} |6n - 12m + 6m - 12n| = m + n = V$.

Ta có $m + n \geq 2\sqrt{mn} = 2\sqrt{m+n} \Rightarrow \sqrt{m+n} \geq 2 \Rightarrow V = m + n \geq 4$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $m = n = 2$.

Vậy mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}] = (-4; -4; 8)$ và đi qua O nên có phương trình $x + y - 2z = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 667. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$ và điểm $A(0; 0; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cắt (S) theo thiết diện là hình tròn (C) diện tích nhỏ nhất là

A. $(P): x + 2y + 3z + 6 = 0$. B. $(P): x + 2y + z - 2 = 0$.
C. $(P): x - 2y + z - 6 = 0$. D. $(P): 3x + 2y + 2z - 4 = 0$.

Lời giải.

Ta có (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 3$

$$AI = \sqrt{1^2 + 2^2 + (3-2)^2} = \sqrt{6} < R \Rightarrow A \text{ nằm trong mặt cầu } (S).$$

Để (P) đi qua điểm A và cắt (S) theo thiết diện là hình tròn (C) diện tích nhỏ nhất thì đường tròn (C) có bán kính nhỏ nhất, hay $d(I, (P))$ lớn nhất.

Suy ra (P) đi qua $A(0; 0; 2)$ và vuông góc với $AI \Rightarrow \vec{AI} = (1; 2; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

$$\text{Vậy } (P): x + 2y + z - 2 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 668. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(1; 1; 1)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D ?

A. 6.

B. 10.

C. 7.

D. 5.

Lời giải.

Ta thấy 3 điểm A, B, C tạo thành mặt phẳng chứa các trục tọa độ có phương trình:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = 1$$

Suy ra $D \in (ABC)$. Như vậy 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng.

Mà theo lý thuyết: qua 3 điểm phân biệt không thẳng hàng ta xác định được 1 mặt phẳng.

Vậy nên số mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D là $C_5^3 - 3 = 7$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 669. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(1; 1; 1)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D ?

A. 6.

B. 10.

C. 7.

D. 5.

Lời giải.

Ta thấy 3 điểm A, B, C tạo thành mặt phẳng chứa các trục tọa độ có phương trình:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = 1$$

Suy ra $D \in (ABC)$. Như vậy 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng.

Mà theo lý thuyết: qua 3 điểm phân biệt không thẳng hàng ta xác định được 1 mặt phẳng.

Vậy nên số mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D là $C_5^3 - 3 = 7$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 670. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0; -3; 1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Mặt

phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d có phương trình

A. $3x - 2y + z - 5 = 0$.

B. $3x - 2y + z - 10 = 0$.

C. $3x - 2y + z + 5 = 0$.

D. $3x - 2y + z - 7 = 0$.

Lời giải.

d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -2; 1)$.

Mặt phẳng (P) qua điểm $M(0; -3; 1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \vec{u}$ nên có phương trình:

$$3(x - 0) - 2(y + 3) + 1(z - 1) = 0 \text{ hay } 3x - 2y + z - 7 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 671. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -4; 0)$ và $B(-5; 2; 4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

A. $-3x - 3y + 2z - 7 = 0$.

B. $3x - 3y - 2z + 7 = 0$.

C. $3x - 3y - 2z + 5 = 0$.

D. $-3x + 3y + 2z + 7 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB nhận $\overrightarrow{AB} = (-6; 6; 4)$ là véc-tơ pháp tuyến và đi qua trung điểm $I(-2; -1; 2)$ của AB nên có phương trình $-6(x+2)+6(y+1)+4(z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x-3y-2z+7 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 672. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = 5 \end{cases}$. Đường thẳng d có một véc-tơ

chỉ phương là

A. $\vec{u} = (-1; 2; 5)$.

B. $\vec{u} = (1; 2; 0)$.

C. $\vec{u} = (1; 2; 5)$.

D. $\vec{u} = (-1; 0; 5)$.

Lời giải.Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 0)$.Chọn đáp án **(B)** □

Câu 673. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(2; 1; 1)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC .

A. $2x + y + z - 6 = 0$.

B. $3x + y + 3z - 10 = 0$.

C. $x - y + z - 2 = 0$.

D. $3x - y + 3z - 8 = 0$.

Lời giải.

Nếu OA, OB, OC đôi một vuông góc thì ta dễ dàng nhận thấy H là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $OH \perp (ABC)$.

Từ đó suy ra (P) đi qua điểm H và nhận véc-tơ $\overrightarrow{OH} = (2; 1; 1)$ làm một véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra mặt phẳng (P) có phương trình $2(x-2)+1(y-1)+1(z-1) = 0$ hay $(P): 2x+y+z-6 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 674. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; -3; 2)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox là điểm

A. $M(0; -3; 0)$.

B. $M(0; 0; 2)$.

C. $M(4; 0; 0)$.

D. $M(4; -3; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox là điểm $M(4; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 675. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1), B(-1; 2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) .

A. $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

B. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

C. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

D. $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Lời giải.

$\overrightarrow{OA} = (1; 0; 1), \overrightarrow{OB} = (-1; 2; 1) \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (-2; -2; 2)$.

Ta thấy tam giác OAB vuông tại O nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là trung điểm I của AB .

Ta có $I(0; 1; 1)$, suy ra đường thẳng Δ đi qua $I(0; 1; 1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; -1)$.

Vậy Δ có phương trình
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 676. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , $AC = 3$, $BC = 1$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 4$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . H là điểm đối xứng với C qua M . Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SHB) và (SBC) .

A. $\frac{3\sqrt{10}}{85}$. B. $\frac{3\sqrt{17}}{80}$. C. $\frac{3\sqrt{17}}{85}$. D. $\frac{3\sqrt{10}}{80}$.

Lời giải.

Chọn hệ tọa độ $Cxyz$ như hình vẽ, khi đó ta có $C(0; 0; 0)$, $A(3; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $S(3; 0; 4)$, $H(3; 1; 0)$.

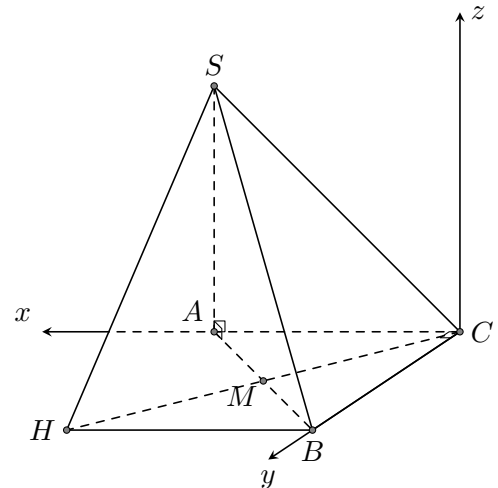
$$\overrightarrow{CB} = (0; 1; 0), \overrightarrow{CS} = (3; 0; 4) \Rightarrow [\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CS}] = (4; 0; -3)$$

$$\overrightarrow{BS} = (3; 0; 0), \overrightarrow{BH} = (3; -1; 4) \Rightarrow [\overrightarrow{BS}, \overrightarrow{BH}] = (0; 12; 3)$$

Từ đó suy ra các mặt phẳng (SBC) và (SHB) lần lượt có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (4; 0; -3)$ và $\vec{n}_2 = (0; 4; 1)$.

Gọi α là góc giữa các mặt phẳng (SBC) và (SHB) , khi đó

$$\cos \alpha = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{3}{5\sqrt{17}} = \frac{3\sqrt{17}}{85}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 677. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+3y-z-1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{4}$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x+3}{13} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z+10}{5}$. B. $\frac{x+3}{13} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z+10}{-5}$.
C. $\frac{x-3}{13} = \frac{y-2}{-6} = \frac{z-10}{-5}$. D. $\frac{x-3}{13} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z+10}{-5}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 3; -1)$.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 4)$.

Gọi Δ là đường thẳng cần lập phương trình. Theo giả thiết, ta có $[\vec{n}, \vec{u}] = (13; -2; -5)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ . Gọi A là giao điểm của d với mặt phẳng (P) , khi đó $A(-3; -2; -10)$ và Δ đi qua A .

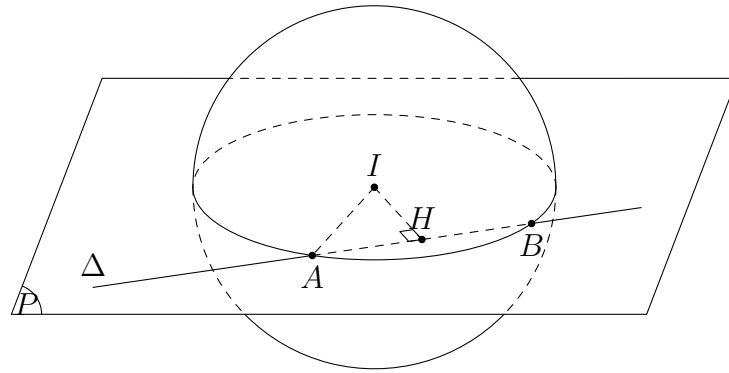
Vậy Δ có phương trình $\frac{x+3}{13} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z+10}{-5}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 678. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 3; -1)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-11}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+15}{-2}$.

Phương trình mặt cầu tâm I , cắt Δ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 16$ có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = \frac{725}{9}$. B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = \frac{725}{9}$.
C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = \frac{1301}{9}$. D. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = \frac{1301}{9}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB , khi đó $HA = HB = 8$ và $IH \perp AB$.

Dễ thấy $R^2 = IA^2 = IH^2 + HA^2 = 64 + d^2(I, \Delta)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $K(11; 0; -15)$. Ta có $\overrightarrow{IK} = (9; -3; -14)$ và $\vec{u}(2; 1; -2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Ta có $[\overrightarrow{IK}, \vec{u}] = (20; -10; 15)$.

$$d(I, \Delta) = \frac{|[\overrightarrow{IK}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{725}}{3}, \text{ suy ra } R^2 = 64 + \frac{725}{9} = \frac{1301}{9}.$$

Vậy mặt cầu cần lập có phương trình $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = \frac{1301}{9}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 679. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 4y + 3z - 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n}_1 = (0; -4; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (1; 4; 3)$. C. $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3)$. D. $\vec{n}_4 = (-4; 3; -2)$.

Lời giải.

Ta có một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 680. Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; -1; 4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -11$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -13$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = (2; -1; 4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$ nên $\vec{b} = (1; 0; -3)$. Suy ra $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 1 - 1 \cdot 0 + 4 \cdot (-3) = -10$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 681. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3; -1; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (4; 5; -7)$ là

- A. $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 5 - t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = -5 - t \\ z = 7 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -1 + 5t \\ z = 2 - 7t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 7t \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3; -1; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{u} = (4; 5; -7) \text{ là } \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -1 + 5t \\ z = 2 - 7t \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 682. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 10$. Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3?

A. $(P_1): x + 2y - 2z + 8 = 0$.

B. $(P_2): x + 2y - 2z - 8 = 0$.

C. $(P_3): x + 2y - 2z - 2 = 0$.

D. $(P_4): x + 2y - 2z - 4 = 0$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(-3; 0; 1)$, bán kính $R = \sqrt{10}$. Ta có (P) là mặt phẳng cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 3 \Leftrightarrow d(I, (P)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{10 - 9} = 1$. Mà $d(I, (P_1)) = \frac{|-3 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 1 + 8|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 1$. Suy ra (P_1) thỏa mãn.

Chọn đáp án **A** □

Câu 683. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $A(1; -1; 2)$ và chứa trục Ox . Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $M(0; 4; -2)$.

B. $N(2; 2; -4)$.

C. $P(-2; 2; 4)$.

D. $Q(0; 4; 2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) chứa trục $Ox \Rightarrow (\alpha): by + cz = 0 \quad (b^2 + c^2 \neq 0)$. Mà $A(1; -1; 2) \in (\alpha)$ nên $-b + 2c = 0$. Chọn $c = 1 \Rightarrow b = 2$. Khi đó $(\alpha): 2y + z = 0$. Ta có $2 \cdot 2 - 4 = 0 \Rightarrow N(2; 2; -4) \in (\alpha)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 684. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$, $B(0; -1; 2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm O , A và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Véc-tơ nào trong các véc-tơ dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó?

A. $\vec{n}_1 = (1; -1; -1)$.

B. $\vec{n}_2 = (1; -1; -3)$.

C. $\vec{n}_3 = (1; -1; 5)$.

D. $\vec{n}_4 = (1; -1; -5)$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa AO , $d(B; (P)) = \sqrt{3}$. Giả sử (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b; c)$, $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$. Vì $O \in (P)$ nên $(P): ax + by + cz = 0$. Ta có

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{OA} = 0 \Leftrightarrow a + b = 0 \Leftrightarrow a = -b.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} d(B; (P)) = \sqrt{3} &\Leftrightarrow \frac{|-b + 2c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \sqrt{3} \\ &\Leftrightarrow (-b + 2c)^2 = 3(a^2 + b^2 + c^2) \\ &\Rightarrow b^2 - 4bc + 4c^2 = 3(b^2 + b^2 + c^2) \\ &\Leftrightarrow 5b^2 + 4bc - c^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -c \\ b = \frac{1}{5}c. \end{cases} \end{aligned}$$

• Trường hợp $b = -c$, chọn $c = 1 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \vec{n} = (1; -1; 1)$.

• Trường hợp $b = \frac{1}{5}c$, chọn $c = -5 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \vec{n} = (1; -1; -5)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 685. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 3a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB , SC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và AN bằng

A. $\frac{3a}{\sqrt{37}}$.

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{3a\sqrt{37}}{74}$.

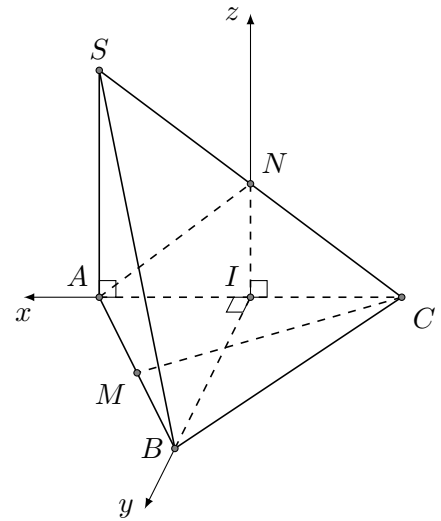
D. $\frac{a}{4}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AC . Ta có $IA = IC = \frac{a}{2}$, $BI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $NI = \frac{3a}{2}$. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv I$, tia Ox trùng tia IA , tia Oy trùng tia IB , tia Oz trùng tia IN . Khi đó $A\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $C\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $B\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và $N\left(0; 0; \frac{3a}{2}\right)$.

Vì M là trung điểm AB nên $M\left(\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; 0\right)$.

$$\text{Ta có } d(CM, AN) = \frac{|[\vec{u}_{CM}; \vec{u}_{AN}] \cdot \vec{CA}|}{|[\vec{u}_{CM}; \vec{u}_{AN}]|}.$$



$$\text{Tính } \vec{CM} = \left(\frac{3a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; 0\right) \Rightarrow \vec{u}_{CM} = (3; \sqrt{3}; 0); \vec{AN} = \left(-\frac{a}{2}; 0; \frac{3a}{2}\right) \Rightarrow \vec{u}_{AN} = (-1; 0; 3).$$

Suy ra $[\vec{u}_{CM}; \vec{u}_{AN}] = (3\sqrt{3}; -9; \sqrt{3})$. Ta có $\vec{CA} = (a; 0; 0)$.

$$\text{Vậy } d(CM, AN) = \frac{|3\sqrt{3}a|}{\sqrt{27 + 81 + 3}} = \frac{3a}{\sqrt{37}}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 686. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2y - z + 3 = 0$ và điểm $A(2; 0; 0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với (P) , cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\frac{4}{3}$ và cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại các điểm B, C khác O . Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 8.

B. 16.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải.

Gọi $B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ là giao điểm của (α) với các tia Oy, Oz , trong đó $b, c > 0$.

Khi đó ta có $(\alpha): \frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$. Mà $(\alpha) \perp (P) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Rightarrow \frac{2}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow b = 2c$. Mặt khác

$$\begin{aligned} d(O; (\alpha)) = \frac{4}{3} &\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 16 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) = 9 \\ &\Rightarrow 16 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4c^2} + \frac{1}{c^2} \right) = 9 \Leftrightarrow c = 2 \Rightarrow b = 4. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 = \frac{8}{3}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 687. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x + y - 4z = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1; 3; 1)$ thuộc (P) . Gọi Δ là đường thẳng qua A , nằm trong (P) và cách d một khoảng lớn nhất. Gọi $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ . Tính $a+2b$.

A. $a+2b = -3$.

B. $a+2b = 0$.

C. $a+2b = 4$.

D. $a+2b = 7$.

Lời giải.

Ta có $\Delta \subset (P) \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Leftrightarrow a + b - 4 = 0 \Leftrightarrow a = 4 - b$.

Ta có Δ đi qua $A(1; 3; 1)$, $\vec{u} = (4 - b; b; 1)$; d đi qua $M(1; -1; 3)$, $\vec{u}_d = (2; -1; 1)$.

Khi đó: $[\vec{u}; \vec{u}_d] = (b+1; b-2; -b-4)$, $\overrightarrow{AM} = (0; -4; 2)$ và

$$d(d; \Delta) = \frac{|[\vec{u}; \vec{u}_d] \cdot \overrightarrow{AM}|}{|[\vec{u}; \vec{u}_d]|} = \frac{|6b|}{\sqrt{3b^2 + 6b + 21}} = \frac{6}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{b^2}{b^2 + 2b + 7}}.$$

Mà $\frac{b^2}{b^2 + 2b + 7} = \frac{7}{6} - \frac{1}{6} \cdot \frac{(b+7)^2}{b^2 + 2b + 7} \leq \frac{7}{6}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow b = -7$.

Vậy $d(d; \Delta)$ lớn nhất khi $b = -7 \Rightarrow a = 11 \Rightarrow a + 2b = -3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 688. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. Đường thẳng d có một véc-tơ

chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (1; 0; 4)$. B. $\vec{u}_4 = (1; -1; 4)$. C. $\vec{u}_3 = (1; -1; 5)$. D. $\vec{u}_2 = (2; -1; 5)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1; 5)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 689. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với trục Ox là

A. $x + 1 = 0$. B. $z - 1 = 0$. C. $x + y + z - 3 = 0$. D. $y - 2 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng vuông góc với trục Ox có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1; 0; 0) \Rightarrow$ phương trình mặt phẳng là $x + 1 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 690. Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại ba điểm $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; -2)$.

A. $4x + 3y - 6z + 12 = 0$. B. $4x + 3y + 6z + 12 = 0$.
C. $4x - 3y + 6z + 12 = 0$. D. $4x - 3y + 6z - 12 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1 \Rightarrow (\alpha): 4x - 3y + 6z + 12 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 691. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu của d lên mặt phẳng (Oxy) .

A. $d': \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$. B. $d': \begin{cases} x = -3 + t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$. C. $d': \begin{cases} x = -3 + t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$. D. $d': \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $(Oxy): z = 0 \Rightarrow d \cap (Oxy) = A(-3; 0; 0)$.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2; 1; 2) \Rightarrow$ hình chiếu của M lên (Oxy) là $B(-2; 1; 0)$.

Khi đó d' đi qua $A, B \Rightarrow d'$ có một véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 0) \Rightarrow d': \begin{cases} x = -3 + t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 692. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-5}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxz) và cắt d_1, d_2 có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + t. \\ z = -1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ y = -\frac{25}{7} + t. \\ z = \frac{18}{7} \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 + t. \\ z = 4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = t \\ y = -4 + t. \\ z = 3 + t \end{cases}$

Lời giải.

Giả sử $\Delta \cap d_1 = A \Rightarrow A(a; a-4; -a+3)$ và $\Delta \cap d_2 = B \Rightarrow B(1-2b; -3+b; 4-5b)$.

Ta có $\Delta \perp (Oxz) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \parallel \vec{n}$ với $\vec{n} = (0; 1; 0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (Oxz)

$$\Rightarrow \frac{a-1+2b}{0} = \frac{a-b-1}{1} = \frac{-a+5b-1}{0} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b-1=0 \\ -a+5b-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{7} \\ b = \frac{2}{7} \end{cases}$$

Khi đó $A\left(\frac{3}{7}; -\frac{25}{7}; \frac{18}{7}\right)$ và $B\left(\frac{3}{7}; -\frac{19}{7}; \frac{18}{7}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(0; \frac{6}{7}; 0\right) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ y = -\frac{25}{7} + t. \\ z = \frac{18}{7} \end{cases}$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 693. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-6y-8z+18=0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và nằm trong mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất là.

A. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải.

Xét mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-6y-8z+18=0$ có tâm $I(3; 3; 4)$ và bán kính $R=4$.

Ta có $IM = \sqrt{14} < R \Rightarrow$ điểm M nằm trong mặt cầu hay mặt phẳng (α) cắt mặt cầu theo giao tuyến là một đường tròn (C) , gọi H là tâm đường tròn đó.

Để dây cung cắt là nhỏ nhất thì $\Delta \perp MH$, khi đó $\vec{u}_\Delta = [\overrightarrow{MH}, \vec{n}_\alpha]$.

Đường thẳng IH đi qua tâm I và vuông góc với $(\alpha) \Rightarrow IH: \begin{cases} x = 3+t \\ y = 3+t \\ z = 4+t. \end{cases}$

H là giao điểm của IH và $(\alpha) \Rightarrow H(1; 1; 2) \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (-1; 0; 1) \Rightarrow \vec{u}_\Delta = (-1; 2; -1)$.

Khi đó Δ đi qua M và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; 1) \Rightarrow \Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 694. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $C(0; 0; 3)$ và $M(-1; 3; 2)$. Mặt phẳng (P) qua C, M đồng thời chắn trên các nửa trục dương Ox, Oy các đoạn thẳng bằng nhau. Mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $x+y+2z-1=0$. B. $x+y+z-6=0$. C. $x+y+z-3=0$. D. $x+y+2z-6=0$.

Lời giải.

Giả sử (P) chẵn trên nửa trục dương Ox, Oy các điểm $A(a; 0; 0)$ và $B(0; b; 0)$ với $a, b > 0$.

Ta có $OA = OB \Rightarrow a = b$. Khi đó phương trình mặt phẳng P đi qua A, B, C là $(P) : \frac{x}{a} + \frac{y}{a} + \frac{z}{3} = 1$.

Điểm $M \in (P) \Rightarrow \frac{-1}{a} + \frac{3}{a} + \frac{2}{3} = 1 \Leftrightarrow a = 6 \Rightarrow (P) : x + y + 2z - 6 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 695. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -5; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$. Tọa độ vectơ $\vec{x}$ thỏa mãn $2\vec{a} + \vec{x} = \vec{b}$ là

- A. $(-4; 2; 3)$. B. $(-4; 2; -7)$. C. $(-4; 12; -3)$. D. $(-4; 12; -7)$.

Lời giải.

Ta có $2\vec{a} = (4; -10; 6) \Rightarrow \vec{x} = \vec{b} - 2\vec{a} = (-4; 12; -7)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 696. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 1)$, $B(1; 0; 4)$, $C(0; -2; -1)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

- A. $2x + y + 5z - 8 = 0$. B. $x + 2y + 5z + 5 = 0$.
C. $2x - y + 5z - 5 = 0$. D. $x + 2y + 5z - 5 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với đường thẳng BC nhận $\vec{CB} = (1; 2; 5)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Do đó (α) có phương trình là $x - 2 + 2(y + 1) + 5(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 5z - 5 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 697. Mặt cầu tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng $(P) : x + 2y - 2z - 6 = 0$ có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 16$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. C. $x^2 + y^2 + z^2 = 6$. D. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Lời giải.

Ta có $R = d(O, (P)) = \frac{|-6|}{\sqrt{1+2^2+2^2}} = 2$.

Do đó phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 698. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$. Một véc-tơ chỉ

phương của d là

- A. $\vec{u} = (1; -2; 0)$. B. $\vec{u} = (3; 1; 2)$. C. $\vec{u} = (1; -2; 2)$. D. $\vec{u} = (-1; 2; 2)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (1; -2; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 699. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $M(1; 8; 0)$, $C(0; 0; 3)$ cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho OG nhỏ nhất, với G là trọng tâm tam giác ABC . Biết $G(a; b; c)$, hãy tính $T = a + b + c$.

- A. $T = 7$. B. $T = 3$. C. $T = 12$. D. $T = 6$.

Lời giải.

Gọi $A(m; 0; 0)$, $B(0; n; 0)$ với $m, n > 0$.

Khi đó phương trình của (ABC) : $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{3} = 1$.

Vì $M \in (ABC)$ nên $\frac{1}{m} + \frac{8}{n} = 1$. Kết hợp với điều kiện $m > 0, n > 0$ suy ra $m > 1$ và $n > 8$.

Cũng từ trên ta có $m = \frac{n}{n-8}$.

Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ $\left(\frac{m}{3}; \frac{n}{3}; 1\right)$.

$$OG^2 = \left|\overrightarrow{OG}\right|^2 = \left(\frac{m}{3}\right)^2 + \left(\frac{n}{3}\right)^2 + 1^2 = \frac{1}{9} \left[\left(\frac{n}{n-8}\right)^2 + n^2 \right] + 1.$$

Xét hàm số $f(n) = \left(\frac{n}{n-8}\right)^2 + n^2$ với $n > 8$.

$$\text{Ta có } f'(n) = 2 \cdot \frac{n}{n-8} \cdot \frac{-8}{(n-8)^2} + 2n = 2n \left[\frac{-8}{(n-8)^3} + 1 \right].$$

$$f'(n) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n = 10 \end{cases} \Leftrightarrow n = 10.$$

Bảng biến thiên

n	8	10	$+\infty$
$f'(n)$	—	0	+
$f(n)$	$+\infty$	125	$+\infty$

OG đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $f(n)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Điều này xảy ra khi $n = 10$; lúc đó $m = 5$ và $G\left(\frac{5}{3}; \frac{10}{3}; 1\right)$.

Vậy $T = a + b + c = 6$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 700. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(0; 21; -19)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho biểu thức $T = 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 0$. B. $S = \frac{14}{5}$. C. $S = 12$. D. $S = \frac{12}{5}$.

Lời giải.

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Ta có $3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = (-6x + 6; -6y + 24; -6z - 18)$.

$$3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \\ z = -3 \end{cases} \Rightarrow I(1; 4; -3).$$

Gọi K là tâm của mặt cầu (S) . Suy ra $K(1; 1; 1)$.

IK là đường thẳng qua K và nhận $\overrightarrow{IK}$ làm véc-tơ chỉ phương, IK có phương trình $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$

Gọi P, Q là giao điểm của IK và (S) . Từ hệ
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - 4t \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1 \end{cases}$$
 ta tìm được

$P\left(1; \frac{8}{5}; \frac{1}{5}\right)$ và $Q\left(1; \frac{2}{5}; \frac{9}{5}\right)$. Suy ra $IP = |\overrightarrow{IP}| = 4$, $IQ = |\overrightarrow{IQ}| = 6$.

Ta có $T = 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2$

$$\begin{aligned} &= 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 6MI^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot (3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}) + 3IA^2 + 2IB^2 + IC^2 \\ &= 6MI^2 + 3IA^2 + 2IB^2 + IC^2. \end{aligned}$$

Do đó, T đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất, lúc đó $MI = \min\{IP; IQ\} = IP$.

Tức $M \equiv P$. Vậy $S = 1 + \frac{8}{5} + \frac{1}{5} = \frac{14}{5}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 701. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 6; 4)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C (khác gốc tọa độ) sao cho $OA = OB = OC$.

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại $A(a; 0; 0), B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$. Khi đó phương trình (α) : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$\text{Vì } OA = OB = OC \text{ nên } |a| = |b| = |c| \Leftrightarrow \begin{cases} |a| = |b| \\ |b| = |c| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a = b \\ a = -b \end{cases} \\ \begin{cases} b = c \\ b = -c \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a = b = c \\ a = b = -c \\ a = -b = -c \\ a = -b = c \end{cases} \end{cases}.$$

— Với $a = b = c$ ta có (α) : $\frac{x}{a} + \frac{y}{a} + \frac{z}{a} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - a = 0$. Vì (α) đi qua $M(1; 6; 4)$ nên $1 + 6 + 4 - a = 0 \Rightarrow a = 11$.

Vậy (α) : $x + y + z - 11 = 0$.

Tương tự ba trường hợp còn lại.

— Với $a = b = -c$ ta có (α) : $x + y - z - 3 = 0$

— Với $a = -b = -c$ ta có (α) : $x - y - z + 9 = 0$

— Với $a = -b = c$ ta có (α) : $x - y + z + 1 = 0$

Vậy có 4 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 702. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u} = (3; 0; 6)$, $\vec{v} = (-2; -1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.

C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$.

D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot (-2) + 0 \cdot (-1) + 6 \cdot 0 = -6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 703. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $-2x + y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $(1; 7; 5)$.

B. $(-2; 1; 0)$.

C. $(-2; 0; 0)$.

D. $(-2; 2; -5)$.

Lời giải.

Xét điểm $(-2; 1; 0)$ có $-2 \cdot (-2) + 1 + 0 - 5 = 0$ nên điểm có tọa độ $(-2; 1; 0)$ thuộc mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **B** □

Câu 704. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1; -2; 0)$ và bán kính bằng 2?

A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 2$.

B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 4$.

C. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 4$.

D. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 2$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x - 1)^2 + (y - (-2))^2 + (z - 0)^2 = 2^2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 705. Phương trình mặt cầu tâm $I(1; 3; -2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P) : 2x - y - 2z + 3 = 0$ là

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 10 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 14 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 6y - 4z + 10 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 12 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu tâm $I(1; 3; -2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P) : 2x - y - 2z + 3 = 0$

$$\text{Suy ra } R = d(I; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - (-2) - 2 \cdot 3 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = 2.$$

Phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 10 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 706. Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(3; 1; 4)$. Khi đó, mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x - 2y + z - 7 = 0$.

B. $2x - y + 3z - 4 = 0$.

C. $2x + 4y + 2z - 3 = 0$.

D. $x + 2y + z - 3 = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} M(2; -1; 3) \text{ là trung điểm của đoạn thẳng } AB \\ \overrightarrow{AB} = (2; 4; 2). \end{cases}$$

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $x + 2y + z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 707. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P) : x + 2y + 2z + 6 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc tia Ox sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 3.

A. $M(0; 0; 21)$.

B. $M(3; 0; 0)$.

C. $M(0; 0; -15)$.

D. $M(0; 0; 3), M(0; 0; -15)$.

Lời giải.

$$\text{Gọi } M(a; 0; 0) \in Ox. \text{ Ta có } d(M; (P)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|a + 6|}{3} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -15. \end{cases}$$

Vậy có điểm $M(3; 0; 0)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 708. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD có điểm $A(1; 1; 1)$, $B(2; 0; 2)$, $C(-1; -1; 0)$, $D(0; 3; 4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' thỏa: $\frac{AB}{AB'} +$

$\frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất?

A. $16x + 40y - 44z + 39 = 0$.

B. $16x + 40y + 44z - 39 = 0$.

C. $16x - 40y - 44z + 39 = 0$.

D. $16x - 40y - 44z - 39 = 0$.

Lời giải.

$$\frac{V_{ABCD}}{V_{AB'C'D'}} = \frac{AB}{AB'} \cdot \frac{AC}{AC'} \cdot \frac{AD}{AD'} \leq \left(\frac{\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'}}{3} \right)^3 = \frac{64}{27}.$$

$$\Rightarrow V_{AB'C'D'} \geq \frac{27}{64} V_{ABCD}.$$

Dấu = xảy ra khi: $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{AD}{AD'} = \frac{4}{3}$.

Suy ra $\begin{cases} (B'C'D') \parallel (BCD) \\ \overrightarrow{AB'} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB}. \end{cases}$

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{BC} = (-3; -1; -2) \\ \overrightarrow{BD} = (-2; 3; 2) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{(B'C'D')} = (4; 10; -11).$

Mặt khác $\overrightarrow{AB'} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB} = \left(\frac{3}{4}; -\frac{3}{4}; \frac{3}{4} \right) \Rightarrow B' \left(\frac{7}{4}; \frac{1}{4}; \frac{7}{4} \right).$

Vậy phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ là $16x + 40y - 44z + 39 = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 709. Cho tam giác ABC không vuông, trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ với hai mặt phẳng có phương trình $(P): x \cdot \cos A + y \cdot \cos B + z \cdot \cos C - 1 = 0$, $(Q): x \cdot \tan A - y \cdot \sin C - z \cdot \sin B - 1 = 0$. Tìm mệnh đề đúng?

A. $(P) \parallel (Q)$.

B. $(P) \equiv (Q)$.

C. $(P) \perp (Q)$.

D. $M(\cos A; \cos B; \cos C) \in (P) \cap (Q)$.

Lời giải.

Xét $\vec{n}_P = (\cos A; \cos B; \cos C)$ và $\vec{n}_Q = (\tan A; -\sin C; -\sin B)$. Khi đó

$$\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = \cos A \cdot \tan A + \cos B \cdot (-\sin C) + \cos C \cdot (-\sin B) = \sin A - \sin(B+C) = \sin A - \sin A = 0.$$

Vậy, $(P) \perp (Q)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 710. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $x + 3y + z - 5 = 0$. B. $3x - y - z + 6 = 0$. C. $x + 3y + z - 6 = 0$. D. $3x - y - z - 6 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua A, B và vuông góc với AB nhận $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$ là véc-tơ pháp tuyến, suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm

$$3(x+1) - (y-2) - (z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z + 6 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 711. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(1; 3; 5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $y - 2z - 6 = 0$.

B. $y - 3z + 4 = 0$.

C. $y + 2z - 8 = 0$.

D. $y - 2z + 2 = 0$.

Lời giải.

Ta có $I(1; 2; 3)$ là trung điểm của đoạn AB .

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua I và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (0; 2; 4) = 2(0; 1; 2)$, suy ra phương trình mặt phẳng trung trực cần tìm là

$$0(x - 1) + 1(y - 2) + 2(z - 3) = 0 \Leftrightarrow y + 2z - 8 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 712. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Hãy xác định bán kính R của mặt cầu đã cho.

- A. $R = \sqrt{6}$. B. $R = \sqrt{3}$. C. $R = 9$. D. $R = 3$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -1)$, suy ra bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2 - (-3)} = 3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 713. Trong không gian $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r . Xác định r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) thỏa mãn yêu cầu.

- A. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $r = \sqrt{2}$. C. $r = \sqrt{\frac{3}{2}}$. D. $r = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi $R, I(m; 0; 0)$ lần lượt là bán kính, tâm của mặt cầu; d_1, d_2 lần lượt là khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(P), (Q)$.

Từ đó ta có $R^2 = d_1^2 + 4 = d_2^2 + r^2$, suy ra

$$\begin{aligned} \frac{(m+1)^2}{1^2 + (-1)^2 + 2^2} + 4 &= \frac{(2m-1)^2}{2^2 + 1^2 + 1^2} + r^2 \\ \Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 + 16 &= 4m^2 - 4m + 1 + 6r^2 \\ \Leftrightarrow 3m^2 - 6m + (6r^2 - 16) &= 0 \\ \Leftrightarrow m^2 - 2m + (2r^2 - 8) &= 0 \quad (*) \end{aligned}$$

Để tồn tại đúng một mặt cầu tương đương phương trình $(*)$ có đúng một nghiệm m hay

$$\Delta' = 1^2 - (2r^2 - 8) = 0 \Leftrightarrow r^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow r = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy ta có $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 714. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 1), B(0; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

- A. $M\left(-\frac{4}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$. B. $M\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}; \frac{7}{3}\right)$. C. $M(2; 3; 4)$. D. $M\left(1; \frac{3}{2}; 1\right)$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$, theo bài ra ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} &= \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow 3(x-2; y-1; z-1) &= 2(-2; 1; 2) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-6 = -4 \\ 3y-3 = 2 \\ 3z-3 = 4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{5}{3} \\ z = \frac{7}{3} \end{cases}\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 715. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -x + y + 3z - 2 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2; -1; 1)$ và song song với mặt phẳng (P) là

A. $x - y + 3z + 2 = 0$. B. $-x + y - 3z = 0$. C. $-x + y + 3z = 0$. D. $-x - y + 3z = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(P): -x + y + 3z - 2 = 0$ có dạng $-x + y + 3z + m = 0$ ($m \neq -2$).

Vì mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2; -1; 1)$ nên ta có $-2 - 1 + 3 + m = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $-x + y + 3z = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 716. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxy) là điểm M có tọa độ

A. $M(1; -2; 0)$. B. $M(0; -2; 3)$. C. $M(1; 0; 3)$. D. $M(2; -1; 0)$.

Lời giải.

Gọi $M(a; b; 0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) . Ta có $\overrightarrow{AM} = (a-1; b+2; -3)$.

Mặt phẳng (Oxy) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Vì M là hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxy) nên hai véc-tơ $\overrightarrow{AM}$ và $\vec{k}$ cùng phương. Do đó, ta có

$$\begin{cases} a-1 = 0 \\ b+2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

Vậy $M(1; -2; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 717. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = -2 + 6t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = 3t' \end{cases}$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $d_1 \perp d_2$. B. $d_1 \equiv d_2$. C. d_1 và d_2 chéo nhau. D. $d_1 \parallel d_2$.

Lời giải.

Hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (-2; 4; 6)$ và $\vec{u}_2 = (-1; 2; 3)$.

Suy ra hai véc-tơ $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ cùng phương.

Lại có điểm $M(1; 3; -2) \in d_1$ nhưng không thuộc d_2 .

Vậy hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 718. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; 1)$ và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho độ dài OA , OB , OC theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (α) .

- A. $\frac{4}{\sqrt{21}}$. B. $\frac{\sqrt{21}}{21}$. C. $\frac{3\sqrt{21}}{7}$. D. $9\sqrt{21}$.

Lời giải.

Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$.

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Ta có (α) đi qua điểm $M(1; 2; 1)$ nên ta có $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$. (*)

Vì OA , OB , OC theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 2 nên $c = 2b = 4a$. Thay vào (*), ta được

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{2a} + \frac{1}{4a} = 1 \Leftrightarrow \frac{9}{4a} = 1 \Leftrightarrow a = \frac{9}{4}.$$

Suy ra phương trình mặt phẳng (α) là $\frac{x}{\frac{9}{4}} + \frac{y}{\frac{9}{2}} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 4x + 2y + z - 9 = 0$.

$$\text{Vậy } d(O, (\alpha)) = \frac{|-9|}{\sqrt{4^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{3\sqrt{21}}{7}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 719. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 0; -3)$, $B(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 8y + 7z - 1 = 0$. Điểm $C(a; b; c)$ là điểm nằm trên mặt phẳng (P) , có hoành độ dương để tam giác ABC đều. Tính $a - b + 3c$.

- A. -7. B. -9. C. -5. D. -3.

Lời giải.

Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB , ta có (Q) đi qua điểm $I(1; 0; -2)$ là trung điểm của AB và nhận $\vec{IB} = (1; 0; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên (Q) có phương trình là

$$1(x - 1) + 0(y - 0) + 1(z + 2) = 0 \Leftrightarrow x + z + 1 = 0.$$

Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) . Khi đó d đi qua điểm $M(0; -1; -1)$ và có một

véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (2; -1; -2)$ nên d có phương trình là $\begin{cases} x = 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Ta có $C \in d \Rightarrow C(2t; -1 - t; -1 - 2t)$.

Tam giác ABC đều khi và chỉ khi $AB = AC$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(2t)^2 + (-1 - t)^2 + (-1 - 2t)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow 9t^2 - 6t - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow C(2; -2; -3).$$

$$\text{Vậy } a - b + 3c = -5.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 720. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$ và hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-3; -3; -3)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A , B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết rằng C luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

- A. $R = 4$. B. $R = 6$. C. $R = \frac{2\sqrt{33}}{3}$. D. $R = \frac{2\sqrt{11}}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là tâm của mặt cầu (S) .

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M(-1; -1; -1)$.

Gọi $K = AB \cap (P)$.

Ta có đường thẳng AB đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{AB} = (-4; -4; -4) = -4(1; 1; 1)$ làm véc-tơ chỉ

phương nên phương trình đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Vì $K \in AB$ nên $K(1+t; 1+t; 1+t)$. Mặt khác $K \in (P) \Rightarrow 1+t+(1+t)-(1+t)-3=0 \Leftrightarrow t=2$.

Suy ra $K(3; 3; 3) \Rightarrow KM = 4\sqrt{3}$. Ta cũng có $AB = 4\sqrt{3}$.

Xét $\triangle KIC$ vuông tại C ta có $KI^2 = KC^2 + IC^2$. (1)

Xét $\triangle KIM$ vuông tại M ta có $KI^2 = KM^2 + IM^2 = KM^2 + \left(IA^2 - \frac{AB^2}{4}\right) = IA^2 + 36$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $KC^2 = 36 \Rightarrow KC = 6$.

Từ đó suy ra C thuộc đường tròn tâm K bán kính bằng 6 vẽ trong mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **B** □

Câu 721. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$.

D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; 1)$; đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2; 1; 3)$.

Đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{n}, \vec{u}_d] = (-5; 1; 3)$.

Gọi M là giao điểm của d và mặt phẳng (P) , khi đó tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 2y + z - 4 = 0 \\ \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1. \end{cases}$$

$\Rightarrow M(1; 1; 1)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ và nhận $\vec{u} = (-5; 1; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 722. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3$, $AC = 4$, $AA' = \frac{\sqrt{61}}{2}$. Hình chiếu của B' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh BC , M là trung điểm cạnh $A'B'$. Cosin của góc tạo bởi mặt phẳng (AMC') và mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\frac{11}{\sqrt{3157}}$.

B. $\frac{\sqrt{13}}{65}$.

C. $\frac{33}{\sqrt{3517}}$.

D. $\frac{33}{\sqrt{3157}}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm BC , theo giả thiết ta có $B'H \perp (ABC)$.

Mặt khác ta lại có tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3$, $AC = 4$ nên $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 5$.

Xét tam giác vuông $B'BH$ ta có

$$B'H^2 = \sqrt{BB'^2 - B'H^2} = 3.$$

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có A trùng với O như hình vẽ. Với $A(0; 0; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(0; 3; 0)$, khi đó trung điểm H của BC là $H\left(\frac{3}{2}; 2; 0\right)$.

Mặt khác theo giả thiết ta có $AA' = BB' = \frac{\sqrt{61}}{2}$ nên $B'\left(\frac{3}{2}; 2; 3\right)$.

Do $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'}$ nên $A'\left(-\frac{3}{2}; 2; 3\right)$; $C'\left(-\frac{3}{2}; 6; 3\right) \Rightarrow M(0; 2; 3)$.

$\overrightarrow{AM} = (0; 2; 3)$; $\overrightarrow{AC'} = \left(-\frac{3}{2}; 6; 3\right)$ nên vectơ pháp tuyến của (MAC') là $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC'}] = \left(-12; -\frac{9}{2}; 3\right)$.

$\overrightarrow{A'B} = \left(\frac{9}{2}; -2; -3\right)$; $\overrightarrow{A'C} = \left(\frac{3}{2}; 2; -3\right)$ nên vectơ pháp tuyến của $(A'BC)$ là $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'C}] = (12; 9; 12)$.

Gọi φ là góc tạo bởi mặt phẳng (AMC') và mặt phẳng $(A'BC)$, ta có

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|12 \cdot (-12) + 9 \cdot \left(-\frac{9}{2}\right) + 12 \cdot 3|}{\sqrt{(-12)^2 + \left(-\frac{9}{2}\right)^2 + 3^2} \cdot \sqrt{9^2 + 12^2 + 12^2}} = \frac{33}{\sqrt{3157}}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 723. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -1; -2)$ và $B(2; 2; 2)$. Véc-tơ $\vec{a}$ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

- A. $\vec{a} = (2; 1; 0)$. B. $\vec{a} = (2; 3; 4)$. C. $\vec{a} = (-2; 1; 0)$. D. $\vec{a} = (2; 3; 0)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 3; 4)$. Suy ra véc-tơ $\vec{a} = (2; 3; 4)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 724. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 4)$, $B(8; -5; 6)$. Hình chiếu vuông góc của trung điểm I của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây?

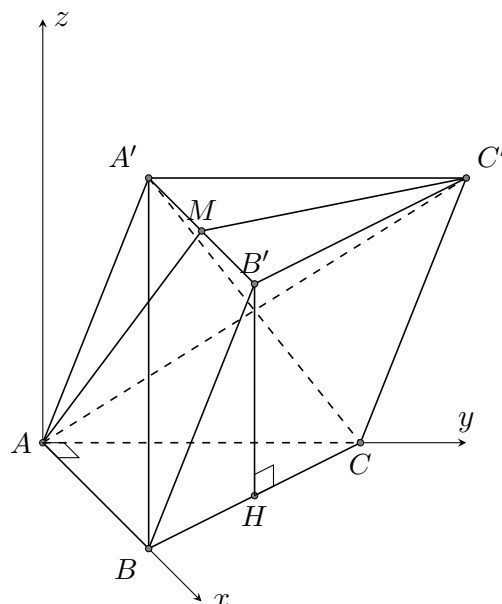
- A. $M(0; -1; 5)$. B. $Q(0; 0; 5)$. C. $P(3; 0; 0)$. D. $N(3; -1; 5)$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I = (3; -1; 5)$. Do đó, hình chiếu của I trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $M(0; -1; 5)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 725. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3; 1; 4)$ và gọi A, B, C lần lượt



là hình chiếu của M trên các trục Ox , Oy , Oz . Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) ?

A. $4x - 12y - 3z + 12 = 0$.

B. $3x + 12y - 4z + 12 = 0$.

C. $3x + 12y - 4z - 12 = 0$.

D. $4x - 12y - 3z - 12 = 0$.

Lời giải.

Ta có $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 4)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x - 12y - 3z + 12 = 0.$$

Do đó, trong các mặt phẳng đã cho, chỉ có mặt phẳng có phương trình $4x - 12y - 3z - 12 = 0$ là song song với mặt phẳng (ABC) .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 726. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-2; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z - 10 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu (S) , biết rằng (S) có tâm I và nó cắt (P) theo một đường tròn (T) có chu vi bằng 10π .

A. $r = 5$.

B. $r = \sqrt{34}$.

C. $r = \sqrt{5}$.

D. $r = 34$.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (P) là:

$$d = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot (-2) - (1) + 2 \cdot 3 - 10|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 3.$$

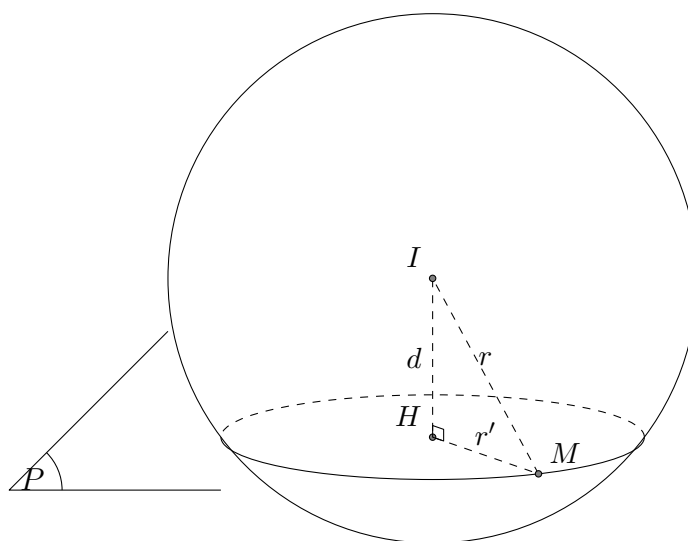
Gọi r' là bán kính đường tròn (T) , ta có:

$$2\pi r' = 10\pi \Rightarrow r' = 5.$$

Từ đó ta có:

$$r^2 = r'^2 + d^2 = 5^2 + 3^2 = 34 \Rightarrow r = \sqrt{34}.$$

Như vậy mặt cầu (S) có bán kính $r = \sqrt{34}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 727. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) , số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q) : x - y - 11 = 0$ bằng bao nhiêu?

A. 45° .B. 30° .C. 90° .D. 60° .**Lời giải.**

Vì $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) nên mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = \overrightarrow{OH} = (2; -1; -2)$.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; -1; 0)$.

Gọi φ là số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) , ta có

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) + (-2) \cdot 0|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Suy ra $\varphi = 45^\circ$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 728. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng là $ax + by + cz - 11 = 0$. Tính $a + b + c$.

A. $a + b + c = 10$.B. $a + b + c = 3$.C. $a + b + c = 5$.D. $a + b + c = -7$.**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$ và véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có một véc-tơ chỉ phương là

$$\vec{n}_Q = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_P] = (0; 8; 12) = 4(0; 2; 3).$$

Phương trình mặt phẳng (Q) là

$$0 \cdot (x - 2) + 2 \cdot (y - 4) + 3 \cdot (z - 1) = 0.$$

Hay $(Q): 2y + 3z - 11 = 0$. Từ đó suy ra $a = 0, b = 2, c = 3$. Do đó $a + b + c = 0 + 2 + 3 = 5$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 729. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 9 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P) .

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}.$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}.$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$

D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; 1; -1)$.

Gọi B là giao điểm của đường thẳng Δ với đường thẳng d , khi đó $B = (3 + t; 3 + 3t; 2t)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2 + t; 1 + 3t; 2t + 1)$.

Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) nên:

$$\overrightarrow{AB} \perp \vec{n}_P \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow (2 + t) \cdot 1 + (1 + 3t) \cdot 1 + (2t + 1) \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow t = -1$$

Do đó $B = (2; 0; -2) \Rightarrow \overrightarrow{BA} = (-1; 2; 1)$.

Vậy, phương trình đường thẳng Δ là: $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 730. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{2}$ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm có tọa độ là

A. $(-3; 2; 0)$.B. $(3; -2; 0)$.C. $(-1; 0; 0)$.D. $(1; 0; 0)$.**Lời giải.**Ta có tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (Oxy) là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{2} \\ z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=0. \end{cases}$$

Vậy giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (Oxy) là điểm $(1; 0; 0)$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 731.** Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(3; 4; -2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?A. $(R): x + y - 7 = 0$.B. $(S): x + y + z + 5 = 0$.C. $(Q): x - 1 = 0$.D. $(P): z - 2 = 0$.**Lời giải.**Ta có: $3 + 4 - 7 = 0 \Rightarrow M \in (R)$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 732.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 2; 1)$ và điểm $A(4; 6; -3)$. Tìm tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$.A. $(7; 4; -4)$.B. $(1; 8; -2)$.C. $(-7; -4; 4)$.D. $(-1; -8; 2)$.**Lời giải.**Gọi $B(x; y; z)$, suy ra $\overrightarrow{AB} = (x - 4; y - 6; z + 3)$.

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = -3 \\ y - 6 = 2 \\ z + 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \\ z = -2. \end{cases}$$

Vậy $B(1; 8; -2)$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 733.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 6y + z - 3 = 0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A và B . Phương trình mặt cầu đường kính AB làA. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 36$.B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$.C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9$.D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 36$.**Lời giải.**Theo giả thiết ta có $A(0; 0; 3)$ và $B(5 + t; 2t; 6 - t)$.Mặt khác $B \in (P)$ nên ta có: $2(5 + t) + 6 \cdot 2t + (6 - t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.Suy ra $B(4; -2; 7)$.Khi đó mặt cầu có tâm $I(2; -1; 5)$, $R = AI = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (5-3)^2} = 3$.Vậy phương trình mặt cầu: $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 734.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; -2)$, $B(-3; 7; -18)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (P) sao cho mặt phẳng $(ABM) \perp (P)$ và $MA^2 + MB^2 = 246$. Tính $S = a + b + c$.

A. 0.

B. -1.

C. 10.

D. 13.

Lời giải.

Từ giả thiết $(ABM) \perp (P)$ suy ra M thuộc d là hình chiếu của đường thẳng AB trên (P) .

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = [\vec{n}_P, [\vec{AB}, \vec{n}_P]] = (36; 0; -72) = 36(1; 0; -2)$.

Đường thẳng qua A vuông góc với (P) : $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}$, cắt (P) tại $A'(1; 2; -1)$.

$$\text{Suy ra phương trình } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -1 - 2t. \end{cases}$$

Gọi $M(1+t; 2; -1-2t)$, theo bài ra ta có $MA^2 + MB^2 = 246$ nên

$$(1+t+1)^2 + (2-3)^2 + (-1-2t+2)^2 + (1+t+3)^2 + (2-7)^2 + (-1-2t+18)^2 = 246 \Leftrightarrow t = 3.$$

Khi đó $M(4; 2; -7)$, vậy $a + b + c = -1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 735. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 3; 3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3 = (2; 1; -1)$. B. $\vec{u}_2 = (1; -1; 0)$. C. $\vec{u}_4 = (0; 1; -1)$. D. $\vec{u}_1 = (1; 2; 1)$.

Lời giải.

Điểm C thuộc đường phân giác trong góc C nên có tọa độ $C(2+2t; 4-t; 2-t)$

Suy ra trung điểm của đoạn thẳng AC là $M\left(2+t; \frac{7-t}{2}; \frac{5-t}{2}\right)$.

Vì M thuộc đường trung tuyến BM nên suy ra $t = 1$.

Vậy $C(4; 3; 1)$ và $M(3; 3; 2)$.

Ta gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên đường phân giác trong CD , suy ra H là giao điểm của CD với mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với CD (phương trình $(P): 2x - y - z + 2 = 0$).

Từ đó tìm được $H(2; 4; 2)$.

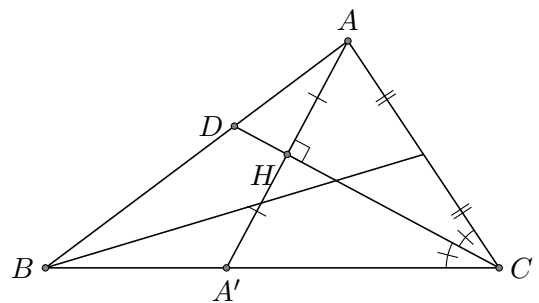
Gọi A' là đối xứng của A qua CD suy ra A' đối xứng A qua H , từ đó tìm được $A'(2; 5; 1)$.

Theo tính chất đường phân giác ta có: A' thuộc BC . Vậy BC qua A' và C nên có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{A'C} = (2; -2; 0)$.

$$\Rightarrow BC \text{ có phương trình là } \begin{cases} x = 2 + k \\ y = 5 - k \\ z = 1. \end{cases}$$

Khi đó B là giao điểm của $A'C$ và BM nên có tọa độ là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1} \\ x = 2 + k \\ y = 5 - k \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 1. \end{cases}$$



Với $B(2; 5; 1)$ ta có: $\overrightarrow{AB} = (0; 2; -2) = 2(0; 1; -1)$ nên $\vec{u} = (0; 1; -1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Chọn đáp án **C** □

Câu 736. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua $E(-2; 1; -2)$ song song với (P) đồng thời tạo với d góc bé nhất. Biết rằng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (m; n; 1)$. Tính $T = m^2 - n^2$.

A. $T = -5$.

B. $T = 4$.

C. $T = 3$.

D. $T = -4$.

Lời giải.

Ta có: $\Delta \parallel (P)$ nên $\vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_{(P)} \Leftrightarrow \vec{u}_\Delta \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Leftrightarrow n = 2m + 2 \Rightarrow \vec{u}_\Delta = (m; 2m + 2; 1)$

Do đó, gọi α góc giữa hai đường thẳng Δ và d , ta có

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{u}_\Delta \cdot \vec{u}_{(d)}|}{|\vec{u}_\Delta| \cdot |\vec{u}_{(d)}|} = \frac{|4m + 5|}{\sqrt{41(5m^2 + 8m + 5)}} = \frac{1}{\sqrt{41}} \cdot \sqrt{\frac{16m^2 + 40m + 25}{5m^2 + 8m + 5}}.$$

Góc α nhỏ nhất khi và chỉ khi $\cos \alpha$ đạt giá trị lớn nhất.

Xét hàm số $f(m) = \frac{16m^2 + 40m + 25}{5m^2 + 8m + 5}$ trên $\mathbb{R}$, ta có:

$$f'(m) = \frac{-72m^2 - 90m}{(5m^2 + 8m + 5)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

m	$-\infty$	$-\frac{5}{4}$	0	$+\infty$	
$f'(m)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(m)$	$\frac{16}{5}$	0	5	$\frac{16}{5}$	

Suy ra $\max_{m \in \mathbb{R}} f(m) = f(0) = 5$. Với $m = 0$ suy ra $n = 2$. Do đó $T = 0 - 2^2 = -4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 737. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A, B, C (không trùng O) lần lượt thay đổi trên các trục Ox, Oy, Oz và luôn thỏa mãn điều kiện: tỉ số diện tích của tam giác ABC và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $\frac{3}{2}$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định, bán kính của mặt cầu đó bằng

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$.

Diện tích tam giác ABC là:

$$S_{ABC} = \frac{S_{OBC}}{\cos((OBC), (ABC))} = \frac{OA}{d(O, (ABC))} \cdot S_{OBC} = \frac{|abc|}{2d(O, (ABC))}.$$

Thể tích tứ diện $OABC$ là: $V = \frac{|abc|}{6}$

Theo bài ra, ta có:

$$\frac{|abc|}{2d(O, (ABC))} = \frac{3}{2} \cdot \frac{|abc|}{6} \Rightarrow d(O, (ABC)) = 2.$$

Vậy mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với mặt cầu tâm O bán kính bằng 2.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 738. Tìm giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-z-7=0$.

- A. $M(3; -1; 0)$. B. $M(0; 2; -4)$. C. $M(6; -4; 3)$. D. $M(1; 4; -2)$.

Lời giải.

Dễ thấy điểm $M(3; -1; 0)$ thỏa mãn phương trình đường thẳng d và mặt phẳng (P) nên giao điểm của d và (P) là $M(3; -1; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 739. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; 0)$, $B(2; 0; -2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 1 = 0$. Gọi $M(a; b; c) \in (P)$ sao cho $MA = MB$ và góc $\widehat{AMB}$ có số đo lớn nhất. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $11(a + b + c) = 14$. B. $11(a + b + c) = 15$. C. $11(a + b + c) = 16$. D. $11(a + b + c) = 17$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} M \in (P) \\ MA = MB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b - c - 1 = 0 \\ (a-2)^2 + (b-2)^2 + c^2 = (a-2)^2 + b^2 + (c+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3c + 1 \\ b = -c \end{cases}$.

Do đó $M(3c+1; -c; c)$, $\overrightarrow{MA} = (1-3c; 2+c; -c)$ và $\overrightarrow{MB} = (1-3c; c; -2-c)$.

Suy ra

$$\begin{aligned} \cos \widehat{AMB} &= \frac{\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}}{MA \cdot MB} = \frac{(1-3c)^2 + c(2+c) + c(2+c)}{(1-3c)^2 + c^2 + (2+c)^2} \\ &= \frac{11c^2 - 2c + 1}{11c^2 - 2c + 5} = 1 - \frac{4}{11c^2 - 2c + 5} \\ &= 1 - \frac{4}{11\left(c - \frac{1}{11}\right)^2 + \frac{54}{11}} \geq \frac{5}{27}. \end{aligned}$$

Do đó $\widehat{AMB} \leq \arccos \frac{5}{27}$. Dấu bằng xảy ra tại $c = \frac{1}{11} \Rightarrow M\left(\frac{14}{11}; -\frac{1}{11}; \frac{1}{11}\right)$.

Vậy $11(a + b + c) = 14$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 740. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

- A. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$. B. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$.
C. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. D. $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 25$.

Lời giải.

Gọi K là tâm đường tròn giao tuyến, R là bán kính mặt cầu (S) . Khi đó

$$IK = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 3 + 2|}{3} = 4.$$

Ta có $R^2 = IK^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow R = 5$.

Vậy phương trình mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 741. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z}{1}$ và điểm $M(4; 1; 6)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) có tâm M , tại hai điểm A, B sao cho $AB = 6$. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

A. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 48$.

B. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 38$.

C. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 28$.

D. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18$.

Lời giải.

Gọi $H(2t-5; 7-2t; t) \in d$ là hình chiếu của điểm M trên d . Ta có $\overrightarrow{MH} = (2t-9; 6-2t; t-6)$, $\vec{u}_d = (2; -2; 1)$. Khi đó

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0 &\Leftrightarrow 2(2t-9) - 2(6-2t) + (t-6) = 0 \Leftrightarrow t = 4 \\ &\Rightarrow MH = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3.\end{aligned}$$

Từ đó tính được bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{MH^2 + \frac{AB^2}{4}} = 3\sqrt{2}$.

Vậy $(S): (x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 742. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $OABC$ với tọa độ các đỉnh như sau: $A(2018; 0; 0)$, $B(0; 2018; 0)$, $C(0; 0; 2018)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu điểm cách đều 4 mặt phẳng chứa 4 mặt của tứ diện $OABC$?

A. 1.

B. 8.

C. 3.

D. 9.

Lời giải.

Gọi $I(m; n; p)$ là điểm cách đều bốn mặt phẳng đã cho. Dễ thấy các mặt phẳng (OAB) , (OBC) , (OCA) lần lượt là các mặt phẳng (Oxy) , (Oyz) , (Ozx) . Mặt phẳng (ABC) có phương trình tổng quát là $x + y + z = 2018$. Do I cách đều các mặt phẳng này nên ta có

$$|m| = |n| = |p| = \frac{|m+n+p-2018|}{\sqrt{3}}. \quad (1)$$

Ta có các trường hợp

① Trường hợp 1. $m = n = p$.

Khi đó (1) tương đương

$$|m| = \frac{|3m-2018|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m = \frac{2018}{3 \pm \sqrt{3}}.$$

Ta được hai điểm thỏa mãn bài toán.

② Trường hợp 2. Trong ba số m, n, p có hai số bằng nhau và bằng số đối của số còn lại.

Khi đó, không mất tính tổng quát ta có thể giả sử $m = n = -p$ (các trường hợp còn lại tương tự) và (1) tương đương

$$|m| = \frac{|m-2018|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m = \frac{2018}{1 \pm \sqrt{3}}.$$

Ta được hai điểm thỏa mãn bài toán.

Vậy số điểm cách đều bốn mặt phẳng đã cho là $2 + 2 \cdot 3 = 8$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 743. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$. C. $\vec{n}_1 = (3; -2; 1)$. D. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có phương trình $ax + by + cz + d = 0$ thì có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 744. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình dạng $Ax + By + Cz + D = 0$, $(A, B, C, D \in \mathbb{Z})$ và có ƯCLN $(|A|, |B|, |C|, |D|) = 1$. Để mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(1; 2; -1)$ và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất thì đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $A^2 + B^2 + C^2 + D^2 = 46$.

B. $A^2 + B^2 + C^2 + D^2 = 24$.

C. $A^2 + B^2 + C^2 + D^2 = 64$.

D. $A^2 + B^2 + C^2 + D^2 = 42$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(1; 2; -1)$ suy ra $A + 2B - C + D = 0$ (1). Khi đó

$$\begin{aligned} d(O, (P)) &= \frac{|D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{|A + 2B - C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \\ &\leq \frac{\sqrt{[1^2 + 2^2 + (-1)^2](A^2 + B^2 + C^2)}}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \sqrt{6}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} A + 2B - C + D = 0 \\ \frac{A}{1} = \frac{B}{2} = \frac{C}{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D = -3B \\ B = 2A = -2C. \end{cases}$ Từ đó tìm được

$A = -C = 1, B = 2, D = -6$ hoặc $A = -C = -1, B = -2, D = 6$.

Do vậy $A^2 + B^2 + C^2 + D^2 = 42$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 745. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 16$.

Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

A. $I(1; 2; -3)$ và $R = 4$.

B. $I(1; 2; -3)$ và $R = 16$.

C. $I(1; 2; -3)$ và $R = 16$.

D. $I(1; -2; 1)$ và $R = 4$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R thì có phương trình $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 746. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) là

A. $(P): 3x - y + 4z + 10 = 0$.

B. $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$.

C. $(P): 3x - y + 4z - 10 = 0$.

D. $(P): 3x - y + 4z - 5 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $3x - y + 4z + c = 0$. Vì (P) cách đều hai mặt phẳng $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$ nên

$$\begin{aligned} d((P), (Q_1)) &= d((P), (Q_2)) \\ \Leftrightarrow \frac{|c - 2|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2 + 4^2}} &= \frac{|c - 8|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2 + 4^2}} \\ \Leftrightarrow c &= 5. \end{aligned}$$

Vậy mặt phẳng (P) có phương trình $3x - y + 4z + 5 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 747. Cho các véc-tơ $\vec{a}(1; 2; 3)$, $\vec{b}(-2; 4; 1)$, $\vec{c}(-1; 3; 4)$. Véc-tơ $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$ có tọa độ là

- A. $\vec{v} = (7; 3; 23)$. B. $\vec{v} = (23; 7; 3)$. C. $\vec{v} = (7; 23; 3)$. D. $\vec{v} = (3; 7; 23)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = (3; 7; 23)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 748. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$ có phương trình là

- A. $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$. B. $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$.
C. $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$. D. $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu (S) là

$$r = d(I, (P)) = \frac{|-1 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3.$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 749. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 5)$. Số mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các trục Ox , Oy , Oz tại A , B , C sao cho $OA = OB = OC$ (A , B , C không trùng với gốc tọa độ O) là

- A. 8. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ ($a, b, c \neq 0$). Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

Do $M(1; 2; 5) \in (ABC)$ và $OA = OB = OC$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} |a| = |b| = |c| \\ \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{5}{c} = 1. \end{cases}$$

- Nếu $a = b = c$ thì $a = b = c = 8$.
- Nếu $a = b = -c$ thì $a = b = -2$, $c = 2$.
- Nếu $a = -b = c$ thì $a = c = 4$, $b = -4$.
- Nếu $-a = b = c$ thì $a = -6$, $b = c = 6$.

Vậy có tất cả bốn mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 750. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-1; 4; 2)$. Độ dài đường cao từ đỉnh A của tam giác ABC là

- A. $\sqrt{6}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{CB} = (1; -1; -1)$, $\overrightarrow{BA} = (2; -3; -1)$, suy ra $[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CB}] = (2; 1; 1)$. Độ dài đường cao từ đỉnh A của tam giác ABC là

$$d(A, BC) = \frac{|[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CB}]|}{|\overrightarrow{CB}|} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 751. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực m để $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .

- A. $m = -3$. B. $m = -4$. C. $m = -1$. D. $m = -2$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 3)$, bán kính $R = \sqrt{17 - m}$ ($m < 17$). Bán kính của đường tròn giao tuyến là $\frac{8\pi}{2\pi} = 4$. Do đó khoảng cách từ I đến mặt phẳng (β) thỏa mãn

$$[d(I, (\beta))]^2 = R^2 - 4^2 \Leftrightarrow \frac{[2 \cdot (-1) - 2 + 2 \cdot 3 - 8]^2}{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = 17 - m - 16 \Leftrightarrow m = -3.$$

Vậy giá trị cần tìm là $m = -3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 752. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 4; 5)$, $B(3; 4; 0)$, $C(2; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y - 2z - 12 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ thuộc (P) sao cho $MA^2 + MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + c$.

- A. $a + b + c = 3$. B. $a + b + c = 2$. C. $a + b + c = -2$. D. $a + b + c = -3$.

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}$, hay $\overrightarrow{OI} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC}}{5}$, suy ra $I(2; 1; 1)$. Khi đó, ta có

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 + 3MC^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 5MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}) + IA^2 + IB^2 + 3IC^2 \\ &= 5MI^2 + IA^2 + IB^2 + 3IC^2. \end{aligned}$$

Do đó $MA^2 + MB^2 + 3MC^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) . Đường thẳng đi qua I vuông góc với (P) có phương trình $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{-2}$, do đó tọa độ của M cần tìm thỏa mãn

$$\begin{cases} \frac{a-2}{3} = \frac{b-1}{-3} = \frac{c-1}{-2} \\ 3a - 3b - 2c - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = 0. \end{cases}$$

Vậy $a + b + c = \frac{7}{2} - \frac{1}{2} + 0 = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 753. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 0; 1)$, $B(1; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A , song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất.

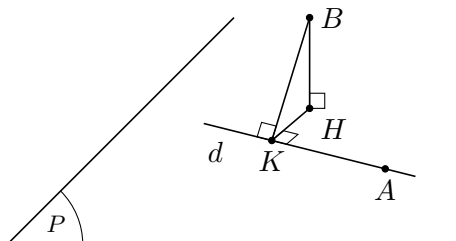
$$\text{A. } d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}.$$

$$\text{C. } d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{2}.$$

$$\text{B. } d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{-11} = \frac{z-1}{2}.$$

$$\text{D. } d: \frac{x+3}{-26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}.$$

Lời giải.



Gọi (Q) là mặt phẳng chứa A và song song với mặt phẳng (P) , mặt phẳng (Q) có phương trình là $x - 2y + 2z + 1 = 0$. Khi đó, đường thẳng d nằm trên mặt phẳng (Q) . Gọi K là hình chiếu của B trên d , H là hình chiếu của B trên (Q) . Suy ra

$$d(B, d) = BK \geq BH = d(B, (Q)).$$

Do đó, điểm khoảng cách đến B nhỏ nhất khi d đi qua hình chiếu H của B trên mặt phẳng (Q) . Phương trình đường thẳng qua B vuông góc với mặt phẳng (Q) là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{2}.$$

Tọa độ của điểm H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{2} \\ x - 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow H\left(-\frac{1}{9}; \frac{11}{9}; \frac{7}{9}\right).$$

Suy ra đường thẳng d nhận véc-tơ $\vec{u} = 9\vec{AH} = (26; 11; -2)$. Vậy phương trình đường thẳng d là $\frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 754. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 2)$. Điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) là

$$\text{A. } N(0; -1; 2).$$

$$\text{B. } N(3; 1; -2).$$

$$\text{C. } N(-3; -1; 2).$$

$$\text{D. } N(0; 1; -2).$$

Lời giải.

Tọa độ hình chiếu của $M(3; -1; 2)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $H(0; -1; 2)$.

Tọa độ điểm đối xứng của $M(3; -1; 2)$ qua mặt phẳng (Oyz) là $N(-3; -1; 2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 755. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 3z + 2018 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ là

$$\text{A. } \vec{n} = (-1; -2; 3).$$

$$\text{B. } \vec{n} = (1; -2; 3).$$

$$\text{C. } \vec{n} = (1; 2; 3).$$

$$\text{D. } \vec{n} = (-1; 2; 3).$$

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 756. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua các hình chiếu của điểm A trên các trục tọa độ là

A. (Q): $x - y + 2z - 2 = 0$.

B. (Q): $2x - 2y + z - 2 = 0$.

C. (Q): $\frac{x}{-1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

D. (Q): $x - y + 2z = 0$.

Lời giải.Gọi I, J, K lần lượt là hình chiếu của $A(1; -1; 2)$ lên Ox, Oy, Oz .Ta được $I(1; 0; 0), J(0; -1; 0), K(0; 0; 2)$.Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (Q): $\frac{x}{1} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1 \Rightarrow (Q): 2x - 2y + z - 2 = 0$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 757.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d): $\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với (d) có phương trình là

A. (P): $x - y - 2z = 0$.

B. (P): $2x - z = 0$.

C. (P): $x - y + 2z + 2 = 0$.

D. (P): $x - y + 2z = 0$.

Lời giải.Mặt phẳng (P) đi qua $M(2; 0; -1)$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 2)$ có dạng (P): $x - y + 2z = 0$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 758.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng (d): $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Đường thẳng (Δ) nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là

A. (Δ): $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

B. (Δ): $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

C. (Δ): $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

D. (Δ): $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải.

Gọi A là giao điểm của (d) và (P). Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x + 2y + z - 4 = 0 \\ x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow A(1; 1; 1).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (1; 2; 1) \\ \vec{u}_{(d)} = (2; 1; 3) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_{(\Delta)} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_{(d)}] = (5; -1; -3).$$

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng } (\Delta): \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 759.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 2; 1), B(4; 4; 2), C(-2; 4; -3)$. Đường phân giác trong AD của tam giác ABC có một véc-tơ chỉ phương là

A. $(-2; 4; -3)$.

B. $(6; 0; 5)$.

C. $\left(0; 1; -\frac{1}{3}\right)$.

D. $\left(-\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -1\right)$.

Lời giải.Gọi $\vec{u}_1$ là véc-tơ cùng hướng với $\vec{AB}$ và có mô-đun bằng 1.Gọi $\vec{u}_2$ là véc-tơ cùng hướng với $\vec{AC}$ và có mô-đun bằng 1.Theo tính chất hình thoi, véc-tơ chỉ phương của đường phân giác trong AD của tam giác ABC cùng phương với véc-tơ $\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2; 2; 1) \\ \overrightarrow{AC} = (-4; 2; -4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_1 = \left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right) \\ \vec{u}_2 = \left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = \left(0; 1; -\frac{1}{3}\right).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 760. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 3), B(6; 5; 5)$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính AB . Mặt phẳng (P) vuông góc với đoạn AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là đường tròn tâm H (giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P)) có thể tích lớn nhất, biết rằng $(P): 2x + by + cz + d = 0$ với $b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tính $S = b + c + d$.

A. $S = -18$.

B. $S = -11$.

C. $S = -24$.

D. $S = -14$.

Lời giải.

Gọi O là tâm mặt cầu (S) .

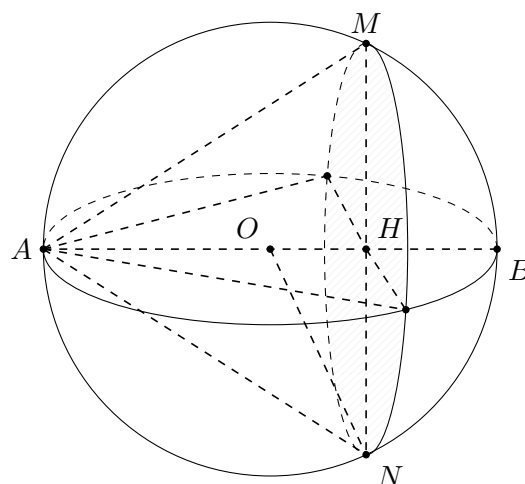
Gọi MN là đường kính của đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) .

Vì khối nón có thể tích lớn nhất nên ta suy ra H thuộc đoạn OB . Đặt $OH = x, (0 < x < 3)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 4; 2) \Rightarrow AB = 6$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} ON = 3 \\ OH = x \end{cases} \Rightarrow HN^2 = 9 - x^2.$$

Thể tích khối nón $V = \frac{\pi}{3} \cdot (x + 3) \cdot (9 - x^2), (0 < x < 3)$.



Xét hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 27, (0 < x < 3)$.

Ta có $f'(x) = -3(x^2 + 2x - 3); f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \max_{(0;3)} f(x) = f(1)$.

$$\text{Khi đó ta được } \overrightarrow{AH} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{AB} \Rightarrow \begin{cases} x_H = \frac{14}{3} \\ y_H = \frac{11}{3} \\ z_H = \frac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow (P): 2x + 2y + z - 21 = 0.$$

$$\text{Vậy ta được } \begin{cases} b = 2 \\ c = 1 \\ d = -21 \end{cases} \Rightarrow S = -18.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 761. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d đi qua hai điểm $A(3; 0; 1)$ và $B(-1; 2; 3)$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (2; -1; -1)$.

B. $\vec{u} = (2; 1; 0)$.

C. $\vec{u} = (-1; 2; 0)$.

D. $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

Lời giải.

Do đường thẳng d đi qua hai điểm A, B nên nếu $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của d thì $\vec{u}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB} = (-4; 2; 2)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 762. Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x + 3y - 4z - 5 = 0$ có phương trình là

A. $2x + 3y + 4z - 14 = 0$.

B. $2x - 3y - 4z + 6 = 0$.

C. $2x + 3y - 4z - 4 = 0$.

D. $2x + 3y - 4z + 4 = 0$.

Lời giải.Mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): 2x + 3y - 4z - 5 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{u} = (2; 3; -4)$.Mà mặt phẳng đó qua $A(1; 2; 3)$ nên nó có phương trình là

$$2(x - 1) + 3(y - 2) - 4(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 4z + 4 = 0.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 763.** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-3; -1; -1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $A'(a; b; c)$. Khi đó giá trị của $2a + b + c$ là

A. -5.

B. -4.

C. -2.

D. -3.

Lời giải.Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x = 0$ nên hình chiếu của điểm $A(-3; -1; -1)$ lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $A'(0; -1; -1)$. Khi đó $2a + b + c = -2$.Chọn đáp án **C** □**Câu 764.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $x - 2y - 4z + 6 = 0$.

B. $x + 2y - 4z + 1 = 0$.

C. $x + y + 2z - 5 = 0$.

D. $x + 2y - 4z + 6 = 0$.

Lời giải.Ta có: $\vec{AB} = (2; -3; -1)$ và $\vec{AC} = (-2; -1; -1)$ nên $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (2; 4; -8)$.Véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (ABC) cùng vuông góc với $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ nên $\vec{n}$ cùng phương với $[\vec{AB}, \vec{AC}]$.Chọn $\vec{n} = (1; 2; -4)$ nên phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$(x - 2) + 2(y + 2) - 4(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 4z + 6 = 0.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 765.** Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB = a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$ và $SA = SB = SC$ với D là trung điểm BC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{3a}{4}$. Tính $\cos$ góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) .

A. $\frac{2\sqrt{5}}{11}$.

B. 3.

C. $\frac{\sqrt{65}}{13}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{33}$.

Lời giải.

Do tam giác ABC vuông tại A có D là trung điểm BC và $\widehat{ACB} = 60^\circ$ nên tam giác ABD đều cạnh a và $BC = 2a$, $CA = a\sqrt{3}$.

Đựng $SH \perp (ABC)$ với $H \in (ABC)$.

$\Rightarrow H$ là tâm tam giác đều BAD do $SA = SB = SD$.

Gọi hình chiếu của H lên AB , AC thứ tự là E , F .

Gọi M là trung điểm đoạn BD .

$$\Rightarrow AM = \sqrt{BA^2 - BM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow AH = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3} \text{ và } HE = HM = \frac{AM}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Ta có: $SH \perp BC$, $AM \perp BC$ nên $BC \perp (SAM)$.

Kẻ $MN \perp SA$ ($N \in SA$) thì MN là đường vuông góc chung của SA và BC hay $MN = \frac{3a}{4}$.

$$\Rightarrow NA = \sqrt{MA^2 - MN^2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Trong tam giác SAM có MN , SH là hai đường cao nên $AH \cdot AM = AN \cdot AS$.

$$\Rightarrow AS = \frac{AH \cdot AM}{AN} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a.$$

Chọn hệ trục tọa độ với gốc tại A và các trục tọa độ như hình vẽ với tia Ox trùng với tia AB , tia Oy trùng với tia AC và tia Oz vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có hướng theo $\overrightarrow{HS}$. Các đơn vị trên các trục bằng nhau và bằng a .

Khi đó: $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $C(0; \sqrt{3}; 0)$.

Do $HF = AE = \frac{a}{2}$, $HE = HM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ và $SH = a$ nên $S\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{6}; 1\right)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAC) là

$$\vec{n}_1 = [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AS}] = \left(\sqrt{3}; 0; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SBC) là

$$\vec{n}_2 = [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{SC}] = \left(-\sqrt{3}; -1; \frac{-\sqrt{3}}{3}\right).$$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) , ta có:

$$\cos \alpha = |\cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1||\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{65}}{13}.$$

Chọn đáp án 

□

Câu 766. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C sao cho $T = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất là

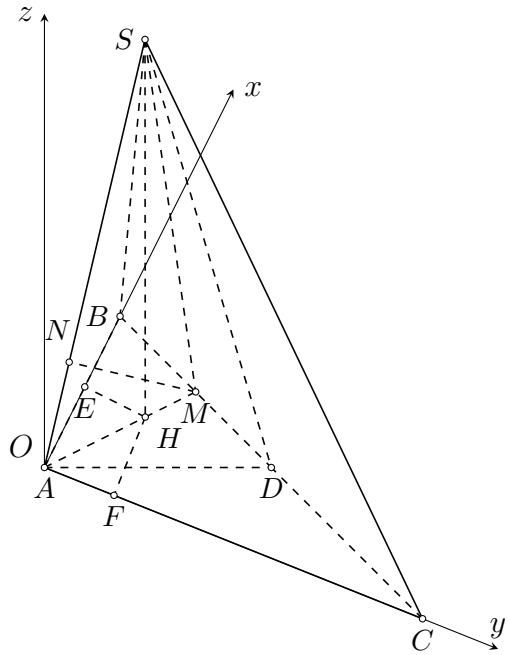
A. $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

B. $3x + 2y + z - 10 = 0$.

C. $6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

D. $6x - 3y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải.



Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c \in \mathbb{R}^*$ do OA , OB , OC khác 0.

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) qua A, B, C có phương trình là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Mà $M \in (P)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1$, do đó theo bất đẳng thức Bunhiacopski ta có:

$$T = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{14}(1^2 + 2^2 + 3^2) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \geq \frac{1}{14} \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \right)^2 = \frac{1}{14}.$$

T đạt giá trị nhỏ nhất nên ta có dấu bằng xảy ra, tức là

$$\begin{cases} x = 2y = 3z \\ \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 14 \\ b = \frac{14}{2} \\ c = \frac{14}{3} \end{cases}.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 767. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -2; -1)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là điểm

A. $I(1; -2; 1)$.

B. $I(1; 0; -2)$.

C. $I(4; 0; -4)$.

D. $I(2; 0; -2)$.

Lời giải.

Ta có $I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{2-2}{2}; \frac{-3-1}{2}\right) = (2; 0; -2)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 768. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$.

Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$.

B. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{2-y}{1} = \frac{z+1}{2}$.

D. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = \vec{n}_{(P)} = (1; -1; 2)$ có phương trình là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}.$$

Đối chiếu đáp án ta có đáp án **A** thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 769. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; -3; 0)$ và $C(0; 0; 6)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$ là

A. $\sqrt{11}$.

B. $\frac{7}{2}$.

C. $\frac{7}{3}$.

D. 11.

Lời giải.

Giả sử phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$. Từ giả thiết ta có hệ sau

$$\begin{cases} 2^2 + 4a + d = 0 \\ (-3)^2 - 6b + d = 0 \\ 6^2 + 12c + d = 0 \\ d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{3}{2} \\ c = -3 \\ d = 0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \frac{7}{2}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 770. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3; -4; 3)$. Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng

A. 10.

B. $10 + 3\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{34}}{2}$.

D. $\sqrt{34}$.

Lời giải.

$$d(A; Ox) = \sqrt{y_A^2 + z_A^2} = 5.$$

$$d(A; Oy) = \sqrt{x_A^2 + z_A^2} = 3\sqrt{2}.$$

$$d(A; Oz) = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = 5.$$

Vậy tổng khoảng cách là $10 + 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 771. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 12z = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 2 = 0$. Tính diện tích thiết diện của mặt cầu (S) cắt bởi mặt phẳng (P) .

A. $S = 49\pi$.

B. 25π .

C. 50π .

D. 36π .

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 2; 6)$ và bán kính $R = \sqrt{3^2 + 2^2 + 6^2} = 7$. Vì I thuộc (P) nên (P) cắt (S) theo thiết diện là đường tròn có bán kính bằng 7. Diện tích thiết diện bằng 49π .

Chọn đáp án (A) □

Câu 772. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = mt \\ y = m^2t \\ z = mt \end{cases} \text{ với } m \text{ là tham số. Tìm tất cả giá trị của tham số } m \text{ để đường thẳng } d \text{ tiếp xúc với}$$

mặt cầu (S) .

A. $m = -2$.

B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 0 \end{cases}$.

C. $m = 0$.

D. $m = 1$.

Lời giải.

Xét phương trình

$$m^2t^2 + m^4t^2 + m^2t^2 - 2mt - 2m^2t - 2mt = 0 \quad (1)$$

Để d là đường thẳng thì $m \neq 0$. Đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu khi và chỉ khi (1) có nghiệm duy nhất, hay $-4m - 2m^2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 773. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; 7; 0)$ và $B(3; 0; 3)$. Phương trình đường phân giác trong của góc $\widehat{AOB}$ là

A. $d: \frac{x}{5} = \frac{y}{7} = \frac{z}{4}$.

B. $d: \frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{3}$.

C. $d: \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$.

D. $d: \frac{x}{6} = \frac{y}{7} = \frac{z}{5}$.

Lời giải.

Ta có $OA = 5\sqrt{2}$, $OB = 3\sqrt{2}$. Lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{OM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{OA}$.

Khi đó tọa độ điểm M là $\left(\frac{3}{5}; \frac{21}{5}; 0\right)$.

Gọi N là trung điểm của MB thì $N\left(\frac{9}{5}; \frac{21}{10}; \frac{3}{2}\right)$.

Đường phân giác trong chính là đường thẳng qua hai điểm O, N .

Ta có $\overrightarrow{ON} = \left(\frac{9}{5}; \frac{21}{10}; \frac{3}{2}\right) = \frac{3}{10} \times (6; 7; 5)$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $d: \frac{x}{6} = \frac{y}{7} = \frac{z}{5}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 774. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P): (m-1)x + y + mz - 1 = 0$ với m là tham số. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Khẳng định đúng trong bốn khẳng định dưới đây là

- A. $-6 < m < -2$. B. $-2 < m < 2$. C. $2 < m < 6$. D. Không có m .

Câu 775. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và $M(4; 6; 3)$. Qua M kẻ các tia Mx , My , Mz đôi một vuông góc với nhau và cắt mặt cầu tại điểm thứ hai tương ứng là A , B , C . Biết mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định $H(a; b; c)$. Tính $a + 3b + c$.

- A. 21. B. 14. C. 20. D. 15.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 5$.

Gọi D, E lần lượt là trung điểm của BC, AM .

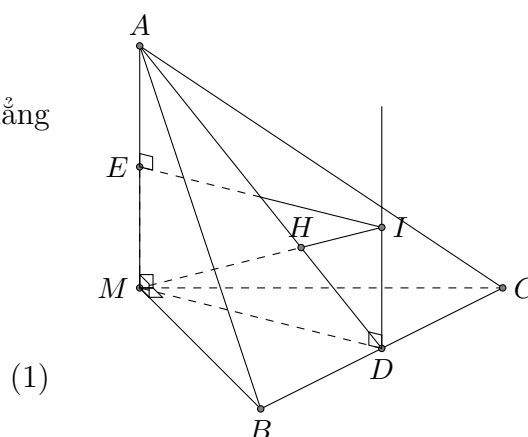
Qua D dựng đường thẳng song song với AM , cắt mặt phẳng trung trực của AM tại I .

Khi đó I là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp $MABC$.

Gọi H là giao điểm của AD và MI .

Ta có $\frac{MH}{HI} = \frac{AM}{ID} = 2$ (vì $AM \parallel DI$).

Suy ra $MH = 2HI \Rightarrow \overrightarrow{MH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MI}$.



Vì M, I cố định nên H là điểm cố định mà mặt phẳng (ABC) luôn đi qua.

Ta có $H(a; b; c) \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (a-4; b-6; c-3)$, $\overrightarrow{MI} = (-3; -4; 0)$.

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} a-4 = -2 \\ b-6 = -\frac{8}{3} \\ c-3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{10}{3} \\ c = 3 \end{cases}.$$

Vậy $a + 3b + c = 2 + 10 + 3 = 15$.

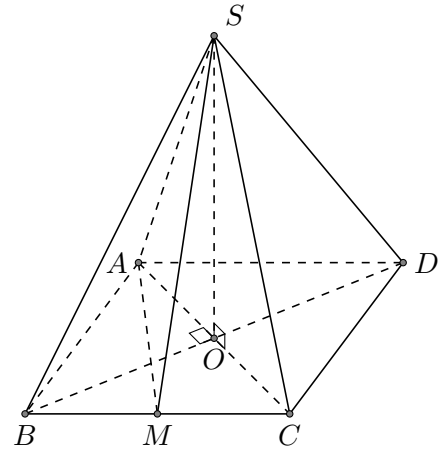
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 776.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a .
Gọi M là trung điểm của cạnh BC , α là góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAM) . Tính giá trị $\sin \alpha$.

- A. $\frac{\sqrt{21}}{11}$. B. $\frac{\sqrt{22}}{11}$.
C. $\frac{\sqrt{12}}{11}$. D. $\frac{2\sqrt{22}}{11}$.



Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$. Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Mặt khác $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên

$$OA = OC = OB = OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Xét tam giác SOA vuông tại O

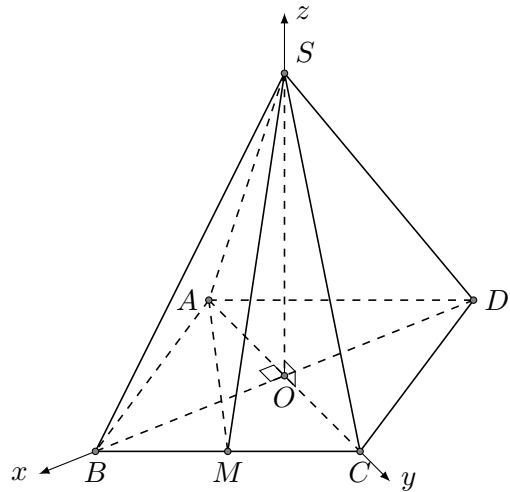
$$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Khi đó, tọa độ các điểm là $B\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0; 0\right)$,

$C\left(0; \frac{a\sqrt{2}}{2}; 0\right)$, $S\left(0; 0; \frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$, $A\left(0; -\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0\right)$,

$D\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0; 0\right)$ và $M\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}; \frac{a\sqrt{2}}{4}; 0\right)$.



Ta có $\overrightarrow{SD} = \left(-\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0; -\frac{a\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow \vec{u} = (1; 0; 1)$ là véc-tơ chỉ phương của SD .

Mặt khác $\overrightarrow{SA} = \left(0; -\frac{a\sqrt{2}}{2}; -\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$, $\overrightarrow{AM} = \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}; \frac{3a\sqrt{2}}{4}; 0\right) \Rightarrow [\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{AM}] = \left(\frac{3a^2}{4}; -\frac{a^2}{4}; \frac{a^2}{4}\right)$

$\Rightarrow \vec{n} = (3; -1; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAM) .

Khi đó $\sin \alpha = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \left| \frac{\vec{u} \cdot \vec{n}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} \right| = \left| \frac{3 + 0 + 1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{11}} \right| = \frac{2\sqrt{22}}{11}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 777. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = 5 - t \end{cases}$

Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_4 = (1; 2; 5)$. B. $\vec{u}_3 = (1; -3; -1)$. C. $\vec{u}_1 = (0; 3; -1)$. D. $\vec{u}_2 = (1; 3; -1)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_1 = (0; 3; -1)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 778. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$.

D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng $d : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$

Gọi I là giao điểm của d và (P) . Vì $I \in d$ nên $I(-1 + 2t; t; -2 + 3t)$.

Mặt khác $I \in (P)$ nên $-1 + 2t + 2t - 2 + 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow I(1; 1; 1)$.

Theo giả thiết (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; 1)$ và d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; 3)$.

Ta có $[\vec{n}; \vec{u}] = (5; -1; -3)$.

Vì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d nên Δ đi qua điểm $I(1; 1; 1)$ và nhận $\vec{u}_{\Delta} = (5; -1; -3)$ là véc-tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 779. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 11 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha) : x + y - z + 3 = 0$. Biết mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến là đường tròn $(\mathcal{T})$. Tính chu vi của đường tròn $(\mathcal{T})$.

A. 2π .

B. 4π .

C. π .

D. 6π .

Lời giải.

Ta có $(S) : (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$

$\Rightarrow (S)$ có tâm $I(1; 0; -2)$ và bán kính $R = 4$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (α) là

$d = d(I, (\alpha)) = \frac{|1 + 0 + 2 + 3|}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$.

Gọi r là bán kính của đường tròn $(\mathcal{T})$

$\Rightarrow r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{16 - 12} = 2$.

Chu vi đường tròn $(\mathcal{T})$ là $2\pi r = 4\pi$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 780. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; -3; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 0; 4)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$.

A. $\vec{u} = (-7; 6; 10)$.

B. $\vec{u} = (-7; 6; -10)$.

C. $\vec{u} = (-7; -6; 10)$.

D. $\vec{u} = (7; 6; 10)$.

Lời giải.

Ta có $-2\vec{a} = (-4; 6; -2)$ và $3\vec{b} = (-3; 0; 12) \Rightarrow \vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b} = (-7; 6; 10)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 781. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có $A_1(\sqrt{3}; -1; 1)$, hai đỉnh B, C thuộc trục Oz và $AA_1 = 1$, (C không trùng với O). Biết $\vec{u} = (a; b; 2)$ là một véc-tơ

chỉ phương của đường thẳng A_1C . Tính $T = a^2 + b^2$.

A. 4.

B. 9.

C. 16.

D. 5.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC . Vì B, C thuộc trục Oz nên $M(0; 0; m)$ và $\vec{k} = (0; 0; 1)$ là véc-tơ chỉ phương của BC .

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A_1A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A_1AM) \Rightarrow BC \perp A_1M$.

Mặt khác $\overrightarrow{A_1M} = (-\sqrt{3}; 1; m-1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{A_1M} \cdot \vec{k} = 0 \Rightarrow m-1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$

$\Rightarrow M(0; 0; 1)$. Gọi $C(0; 0; z)$ và $AB = x > 0$. Vì ABC là tam giác đều

cạnh bằng x nên $AM = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\overrightarrow{A_1M} = (-\sqrt{3}; 1; 0) \Rightarrow A_1M = 2$.

Xét tam giác A_1AM vuông tại $A \Rightarrow A_1M^2 = A_1A^2 + AM^2 \Leftrightarrow 2^2 = 1^2 + \frac{3x^2}{4} \Leftrightarrow x = 2$.

Ta có $\overrightarrow{A_1C} = (-\sqrt{3}; 1; z-1) \Rightarrow A_1C^2 = 4 + (z-1)^2$.

Xét tam giác A_1AC vuông tại A

$\Rightarrow A_1C^2 = A_1A^2 + AC^2 \Leftrightarrow 4 + (z-1)^2 = 1 + 4 \Leftrightarrow (z-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ z = 0. \end{cases}$

Với $z = 0 \Rightarrow C(0; 0; 0) \equiv O \Rightarrow C(0; 0; 0)$ (loại).

Với $z = 2 \Rightarrow C(0; 0; 2)$ (thỏa mãn).

Suy ra $\overrightarrow{A_1C} = (-\sqrt{3}; 1; 1)$.

Vì $\vec{u} = (a; b; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của A_1C nên $\frac{a}{-\sqrt{3}} = \frac{b}{1} = \frac{2}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2\sqrt{3} \\ b = 2. \end{cases}$

Vậy $T = (-2\sqrt{3})^2 + 2^2 = 16$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 782. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 4)$, $B(4; 3; -2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

A. $3x + y + 3z - 8 = 0$.B. $3x + y - 3z - 8 = 0$.C. $3x + y - 3z - 1 = 0$.D. $3x + y - 3z - 2 = 0$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M(1; 2; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của AB .

Khi đó, (P) đi qua $M(1; 2; 1)$ và nhận $\overrightarrow{AM} = (3; 1; -3)$ là véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là $3 \cdot (x-1) + 1 \cdot (y-2) - 3 \cdot (z-1) = 0 \Rightarrow (P) : 3x + y - 3z - 2 = 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 783. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $\Delta : \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-1}{-5}$ và $d : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ và d .

A. 3.

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.C. $\sqrt{5}$.D. $\frac{45}{\sqrt{14}}$.

Lời giải.

Theo giả thiết Δ đi qua điểm $M(2; 3; 1)$, có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2; -4; -5)$ và d đi qua điểm $N(1; 0; -1)$, có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (1; -2; 2)$.

Ta có $[\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (-18; -9; 0)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và song song với Δ .

Suy ra (P) đi qua N và nhận $\vec{n} = -\frac{1}{9}[\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (2; 1; 0)$ là véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là $2 \cdot (x - 1) + 1 \cdot (y - 0) + 0 \cdot (z + 1) = 0 \Rightarrow (P): 2x + y - 2 = 0$.

Khoảng cách giữa Δ và d bằng khoảng cách từ M đến (P) .

Ta có $d(M, (P)) = \frac{|4 + 3 - 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 784. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1; 2; 3)$ nhận véc-tơ $\vec{n} = (1; -1; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến là

A. $x + y + 2z - 5 = 0$. B. $x - y + 2z - 9 = 0$. C. $x - y + 2z = 0$. D. $x - y + 2z - 5 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có phương trình là: $1(x - 1) - 1(y - 2) + 2(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 5 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 785. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 3 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Véc-tơ

nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u}_1 = (1; 4; 3)$. B. $\vec{u}_2 = (1; 0; 2)$. C. $\vec{u}_3 = (1; 4; -2)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 0; -2)$.

Lời giải.

Dễ thấy một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_4 = (1; 0; -2)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 786. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z + 2 = 0$. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu.

A. $I(1; -2; 1)$ và $R = 2$. B. $I(-1; 2; -1)$ và $R = 4$.
C. $I(1; -2; 1)$ và $R = 4$. D. $I(-1; 2; -1)$ và $R = 2$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(-1; 2; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-1)^2} - 2 = 2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 787. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z = 1$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của (P) với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Khi đó thể tích khối chóp $O.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{18}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{36}$. D. 1.

Lời giải.

Tọa độ các giao điểm của (P) với các trục tọa độ lần lượt là $A(1; 0; 0)$, $B\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$, $C\left(0; 0; \frac{1}{3}\right)$. Do đó, thể tích khối chóp $O.ABC$ là

$$V = \frac{1}{6}OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{36}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 788. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; 0)$. Viết phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với (P) .

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{1}$.

B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{2}$.

D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; -2; 1)$. Đường thẳng cần tìm vuông góc với (P) nên nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ pháp tuyến, do đó có phương trình

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{1}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 789. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}, d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{-4}, d_3: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}, d_4: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}.$$

Gọi Δ là đường thẳng cắt cả bốn đường thẳng đã cho. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của Δ ?

A. $\vec{u}_3 = (2; 0; -1)$.

B. $\vec{u}_2 = (2; 1; -1)$.

C. $\vec{u}_1 = (2; 1; 1)$.

D. $\vec{u}_4 = (1; 2; -2)$.

Lời giải.

Nhận thấy $d_1 \parallel d_2$ nên ta giải như sau:

Lấy $A(1; 2; 0) \in d_1$ và $B(2; 2; 0) \in d_2$ suy ra $\overrightarrow{AB} = (1; 0; 0)$.

Véc-tơ chỉ phương của d_1 là $\vec{u}_1 = (1; 2; -2)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2 . Véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{u}_1] = (0; 2; 2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là

$$(P): 1(y-1) + 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow y + z - 3 = 0.$$

$$\text{Phương trình tham số của } d_3 \text{ là } \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow M(2t; t; 1+t) \in d_3.$$

$$\text{Phương trình tham số của } d_4 \text{ là } \begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = 2t' \\ z = 1 - t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R}) \Rightarrow N(2+2t'; 2t'; 1-t') \in d_4.$$

Thay vào phương trình của (P) ta được tọa độ giao điểm của d_3 và d_4 với (P) lần lượt là $M\left(1; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$, $N(4; 2; 0)$

Suy ra véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = \overrightarrow{MN} = \left(3; \frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}(2; 1; -1)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 790. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$, $A(1; 1; 1)$, $B(0; 1; 2)$, $C(-2; 0; 1)$ và điểm $M(a; b; c) \in (P)$ sao cho $S = 2MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T = 3a + 2b + c$ bằng

A. $\frac{7}{4}$.

B. $\frac{25}{2}$.

C. $-\frac{25}{4}$.

D. $-\frac{25}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của BC . Ta có $I\left(-1; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ và $BC^2 = 6$.

Xét tam giác MBC , MI là đường trung tuyến, ta có:

$$MI^2 = \frac{MB^2 + MC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \Leftrightarrow MB^2 + MC^2 = 2MI^2 + \frac{BC^2}{2} = 2MI^2 + 3.$$

Khi đó, $S = 2MA^2 + 2MI^2 + 3 = 2(MA^2 + MI^2) + 3$.

Gọi J là trung điểm của AI . Ta có $J\left(0; \frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$ và $AI^2 = \frac{9}{2}$.

Xét tam giác MAI , MJ là đường trung tuyến, ta có:

$$MJ^2 = \frac{MA^2 + MI^2}{2} - \frac{AI^2}{4} \Leftrightarrow MA^2 + MI^2 = 2MJ^2 + \frac{AI^2}{2} = 2MJ^2 + \frac{9}{4}.$$

Suy ra $S = 2\left(2MJ^2 + \frac{9}{4}\right) + 3 = 4MJ^2 + \frac{15}{2}$. S nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của J trên mặt phẳng (P) .

Đường thẳng qua J và vuông góc với (P) có phương trình
$$\begin{cases} x = t \\ y = \frac{3}{4} - t \\ z = \frac{5}{4} + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow M\left(t; \frac{3}{4} - t; \frac{5}{4} + t\right).$$

Thay vào (P) ta được $t = -\frac{1}{2}$.

Suy ra $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{4}; \frac{3}{4}\right)$, từ đó $T = \frac{7}{4}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 791. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -1; 2)$, $B(4; -1; -1)$, $C(2; 0; 2)$.

Mặt phẳng đi qua ba điểm A , B , C có phương trình

A. $3x + 3y + z - 8 = 0$.

B. $3x - 3y + z - 14 = 0$.

C. $3x - 2y + z - 8 = 0$.

D. $2x + 3y - z + 8 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 1; 0)$ nên $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; 3; 1)$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua $C(2; 0; 2)$ và nhận $\vec{n} = (3; 3; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình $3(x - 2) + 3y + (z - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x + 3y + z - 8 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 792. Cho điểm $H(-3; -4; 6)$ và mặt phẳng (Oxz) . Hỏi khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (Oxz) bằng bao nhiêu?

A. $d(H; (Oxz)) = 4$.

B. $d(H; (Oxz)) = 3$.

C. $d(H; (Oxz)) = 6$.

D. $d(H; (Oxz)) = 8$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxz) : $y = 0$.

Khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (Oxz) là $d(H; (Oxz)) = |y_H| = 4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 793. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-1; 0; 2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(-3; 1; 2)$. Mặt phẳng (P) đi qua trọng tâm của tam giác ABC và vuông góc với đường thẳng AB là

A. $(P): 2x + 2y - 3z + 1 = 0$.

B. $(P): 2x + 2y + 3z - 3 = 0$.

C. $(P): 2x + 2y - 3z + 3 = 0$.

D. $(P): x + y - z - 3 = 0$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , suy ra $G(-1; 1; 1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua G và vuông góc với đường thẳng AB nên nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (2; 2; -3)$ làm véc-tơ pháp tuyến, có phương trình là $2(x+1) + 2(y-1) - 3(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - 3z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 794. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$. Phương trình

nào sau đây là phương trình chính tắc của d ?

A. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

B. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

C. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-1}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(2; 1; 0)$ và nhận $\vec{u} = (-1; 1; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương, có phương trình chính tắc $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 795. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$. Đường thẳng song song với Δ , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d cắt d_1 tại $M(3-t; 3-2t; -2+t)$.

Đường thẳng d cắt d_2 tại $N(5-3s; -1+2s; 2+s)$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (2-3s+t; -4+2s+2t; 4+s-t)$.

Vì d song song Δ nên d cũng có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 3)$.

Khi đó $\overrightarrow{MN}$ cùng phương $\vec{u}$, suy ra

$$\frac{2-3s+t}{1} = \frac{-4+2s+2t}{2} = \frac{4+s-t}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4-6s+2t = -4+2s+2t \\ -12+6s+6t = 8+2s-2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 1 \\ t = 2 \end{cases}$$

Do đó đường thẳng d qua $M(1; -1; 0)$ và nhận $\vec{u} = (1; 2; 3)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Vậy phương trình chính tắc của d là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 796. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; \sqrt{3}; 0)$, $B(1; \sqrt{3}; 0)$, $C(0; 0; \sqrt{3})$ và điểm M thuộc trục Oz sao cho hai mặt phẳng (MAB) và (ABC) vuông góc với nhau. Tính góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và (OAB) .

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 15° .

Lời giải.

$M(0; 0; m)$ thuộc trục Oz .

Ta có $\overrightarrow{AM} = (1; -\sqrt{3}; m)$, $\overrightarrow{AB} = (2; 0; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

$$\Rightarrow \vec{n}_1 = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (0; -2\sqrt{3}; -2\sqrt{3}), \vec{n}_2 = [\vec{AB}, \vec{AM}] = (0; -2m; -2\sqrt{3}).$$

Mặt phẳng (ABC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1$, mặt phẳng (MAB) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2$.

Hai mặt phẳng (MAB) và (ABC) vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$$\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow 0 \cdot 0 + (-2\sqrt{3}) \cdot (-2m) + (-2\sqrt{3}) \cdot (-2\sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow m = -\sqrt{3}.$$

Mặt phẳng (OAB) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_3 = [\vec{OA}, \vec{OB}] = (0; 0; -2\sqrt{3})$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và (OAB) . Khi đó

$$\cos \varphi = |\cos(\vec{n}_2, \vec{n}_3)| = \frac{|\vec{n}_2 \cdot \vec{n}_3|}{|\vec{n}_2| \cdot |\vec{n}_3|} = \frac{12}{2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và (OAB) là 45° .

Chọn đáp án  □

Câu 797. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -3)$, $B\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $C(1; 1; 4)$, $D(5; 3; 0)$.

Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng 3, (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính bằng $\frac{3}{2}$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với 2 mặt cầu (S_1) , (S_2) đồng thời song song với đường thẳng đi qua 2 điểm C , D ?

A. Vô số.

B. 2.

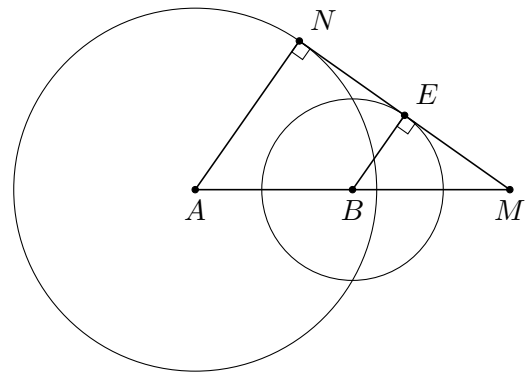
C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = \left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right) \Rightarrow AB = \frac{3\sqrt{3}}{2} < 3$ nên B nằm bên trong mặt cầu (S_1) . Một mặt phẳng qua A và B cắt hai mặt cầu theo hai đường tròn giao tuyến như hình bên. Kẻ tiếp tuyến chung của hai đường tròn, tiếp tuyến này sẽ cắt đường thẳng AB tại M . Gọi N , E lần lượt là tiếp điểm với hai đường tròn như hình vẽ.

Tam giác ANM đồng dạng tam giác BEM nên $\frac{AM}{BM} = \frac{AN}{BE} = 2$. Suy ra $\vec{AM} = 2\vec{AB} \Rightarrow M(2; 1; 2)$.



Gọi (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) và (S_2) . Khi đó (P) sẽ luôn đi qua M .

Gọi $\vec{n} = (m; n; p)$ với $m^2 + n^2 + p^2 \neq 0$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Phương trình (P) : $m(x - 2) + n(y - 1) + p(z - 2) = 0$.

Ta có:

$$— \vec{CD} = (4; 2; -4).$$

$$— CD \parallel (P) \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{CD} = 0 \Rightarrow 4m + 2n - 4p = 0 \Rightarrow n = 2p - 2m.$$

$$— d(A, (P)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|-m + n - 5p|}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}} = 3 \Leftrightarrow |-3m - 3p| = 3\sqrt{m^2 + (2p - 2m)^2 + p^2}$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 10mp + 4p^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{p} = \frac{1}{2} \\ \frac{m}{p} = 2. \end{cases}$$

$$— \text{Trường hợp } \frac{m}{p} = \frac{1}{2}: \text{ chọn } m = 1, p = 2 \Rightarrow n = 2.$$

$$\text{Khi đó } (P): x + 2y + 2z - 8 = 0 \quad (\text{nhận}).$$

— Trường hợp $\frac{m}{p} = 2$: chọn $m = 2, p = 1 \Rightarrow n = -2$.

Khi đó $(P): 2x - 2y + z - 4 = 0$ (loại vì chứa C, D).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 798. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BA . Tính sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C)$ và $(BA'C')$.

A. $\frac{3\sqrt{31}}{31}$.

B. $\frac{2\sqrt{31}}{31}$.

C. $\frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{217}}$.

D. $\frac{4\sqrt{31}}{31}$.

Lời giải.

$$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = a.$$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ bên.

Không mất tính tổng quát có thể giả sử $a = 1$.

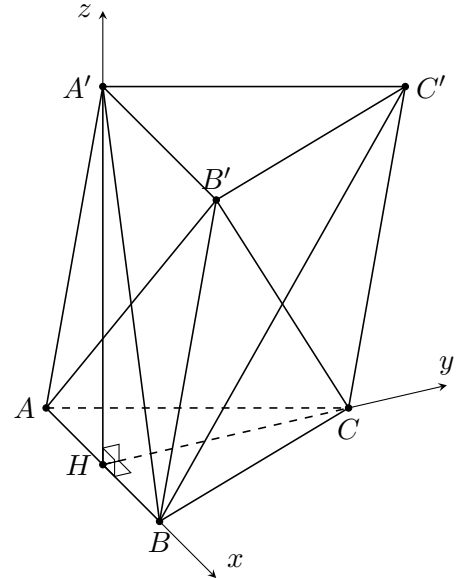
Ta có $H(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $C(0; \sqrt{3}; 0)$, $A(-1; 0; 0)$, $A'(0; 0; 1)$, $B'(2; 0; 1)$, $C'(1; \sqrt{3}; 1)$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C)$ và $(BA'C')$.

$$\begin{aligned} \text{— } \overrightarrow{AB'} &= (3; 0; 1), \overrightarrow{AC} = (1; \sqrt{3}; 0) \\ \Rightarrow \vec{n}_1 &= [\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AC}] = (-\sqrt{3}; 1; 3\sqrt{3}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{— } \overrightarrow{A'B} &= (1; 0; -1), \overrightarrow{A'C'} = (1; \sqrt{3}; 0) \\ \Rightarrow \vec{n}_2 &= [\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'C'}] = (\sqrt{3}; -1; \sqrt{3}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{— } \cos \varphi &= |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{5}{\sqrt{31} \cdot \sqrt{7}}. \\ \Rightarrow \sin \varphi &= \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{217}}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 799. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 3)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(-3; 1; -1)$.

B. $(3; -1; 1)$.

C. $(3; -1; -1)$.

D. $(3; 1; -1)$.

Lời giải.

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $(3; -1; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 800. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 9)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(0; 3; 3)$.

B. $(4; -2; 12)$.

C. $(2; -1; 6)$.

D. $(0; \frac{3}{2}; \frac{3}{2})$.

Lời giải.

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm đoạn thẳng } AB. \text{ Ta có } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 6 \end{cases} \text{ Tọa độ điểm } I \text{ là } (2; -1; 6).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 801. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và tiếp xúc với trục Oy là

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + 9 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 4 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + 4 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với trục Oy nên bán kính $R = d(I, Oy)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên Oy suy ra $H(0; -2; 0)$.

Do đó bán kính $R = d(I, Oy) = IH = \sqrt{10}$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 10$$

hay

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 4 = 0.$$

Chọn đáp án  □

Câu 802. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 0; -1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(1; 0; 1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. B. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$. C. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. D. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải.

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $3\vec{IA} + 2\vec{IB} - \vec{IC} = \vec{0}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} 3(-x) + 2(-1-x) - (1-x) = 0 \\ 3(-y) + 2(1-y) - (-y) = 0 \\ 3(-1-z) + 2(-z) - (1-z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{4} \\ y = \frac{1}{2} \\ z = -1. \end{cases}$$

Như vậy $I\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Ta có

$$\begin{aligned} 3MA^2 + 2MB^2 - MC^2 &= 3(\vec{MI} + \vec{IA})^2 + 2(\vec{MI} + \vec{IB})^2 - (\vec{MI} + \vec{IC})^2 \\ &= 4\vec{MI}^2 + 3\vec{IA}^2 + 2\vec{IB}^2 - \vec{IC}^2 + 3\vec{MI} \cdot (3\vec{IA} + 2\vec{IB} - \vec{IC}) \\ &= 4MI^2 + 3IA^2 + 2IB^2 - IC^2 \\ &\geq 3IA^2 + 2IB^2 - IC^2. \end{aligned}$$

Do đó $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $M \equiv I\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Chọn đáp án  □

Câu 803. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(7; 2; 3)$, $B(1; 4; 3)$, $C(1; 2; 6)$, $D(1; 2; 3)$ và điểm M tùy ý. Tính độ dài đoạn OM khi biểu thức $P = MA + MB + MC + \sqrt{3}MD$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $OM = \sqrt{26}$. B. $OM = \frac{5\sqrt{17}}{4}$. C. $OM = \sqrt{14}$. D. $OM = \frac{3\sqrt{21}}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{DA} = (6; 0; 0)$, $\vec{DB} = (0; 2; 0)$, $\vec{DC} = (0; 0; 3)$ nên tứ diện $ABCD$ có DA , DB , DC đôi một vuông góc với nhau. Giả sử $M(x+1; y+2; z+3)$. Khi đó

$$\begin{aligned} MA &= \sqrt{(x-6)^2 + y^2 + z^2} \geq |x-6| \geq 6-x; \\ MB &= \sqrt{x^2 + (y-2)^2 + z^2} \geq |y-2| \geq 2-y; \\ MC &= \sqrt{x^2 + y^2 + (z-3)^2} \geq |z-3| \geq 3-z; \\ \sqrt{3}MD &= \sqrt{3(x^2 + y^2 + z^2)} \geq \sqrt{(x+y+z)^2} \geq x+y+z. \end{aligned}$$

Do đó $P \geq (6 - x) + (2 - y) + (3 - z) + (x + y + z) = 11$.

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 11 khi và chỉ khi
$$\begin{cases} x = y = z = 0 \\ 6 - x \geq 0 \\ 2 - y \geq 0 \\ 3 - z \geq 0 \\ x + y + z \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 0.$$

Khi đó $M(1; 2; 3)$, nên $OM = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 804. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-3; 0; 1)$, $C(5; -8; 8)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(3; -6; 12)$. B. $G(-1; 2; -4)$. C. $G(1; -2; -4)$. D. $G(1; -2; 4)$.

Lời giải.

Vì G là trọng tâm của $\triangle ABC$ nên
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1 - 3 + 5}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{2 + 0 - 8}{3} = -2 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{3 + 1 + 8}{3} = 4. \end{cases}$$

Suy ra $G(1; -2; 4)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 805. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và (S) đi qua điểm $A(3; 0; 2)$.

- A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 3$. B. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 9$.
C. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$. D. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 3$.

Lời giải.

Ta có $IA = \sqrt{(3 - 1)^2 + (0 + 2)^2 + (2 - 3)^2} = 3$.

Do $A \in (S)$ và I là tâm nên $R = IA = 3$.

Mặt cầu (S) có $\begin{cases} \text{tâm } I(1; -2; 3) \\ \text{bán kính } R = 3 \end{cases}$ suy ra $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 806. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(\sin \alpha \sin \beta; 0; 0)$, $B(0; \sin \alpha \cos \beta; 0)$, $C(0; 0; \cos \alpha)$, trong đó α, β là hai số thực thay đổi. Biết rằng tập hợp tâm mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp $O.ABC$ là một mặt cầu (S) có bán kính R không đổi. Tìm R .

- A. 1. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi H, M lần lượt là trung điểm của AB, OC .

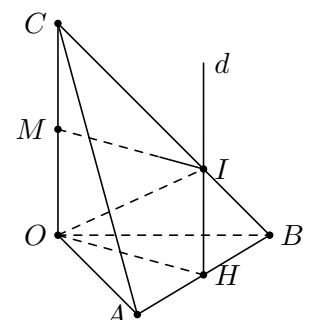
Suy ra $H\left(\frac{\sin \alpha \sin \beta}{2}; \frac{\sin \alpha \cos \beta}{2}; 0\right)$ và $M\left(0; 0; \frac{\cos \alpha}{2}\right)$.

Vì $\triangle OAB$ vuông tại O nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle OAB$.

Trong (OCH) , qua H dựng đường thẳng d song song với OC , dựng đường thẳng trung trực của OC cắt d tại I .

Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $O.ABC$

Vì $OMHI$ là hình chữ nhật nên



$$OI = \sqrt{OM^2 + OH^2} = \sqrt{\left(\frac{\sin \alpha \sin \beta}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sin \alpha \cos \beta}{2}\right)^2 + \left(\frac{\cos \alpha}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra I thuộc mặt cầu tâm O cố định, bán kính $R = \frac{1}{2}$ không đổi.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 807. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có bán kính bằng

A. 4.

B. 2.

C. $\sqrt{2}$.

D. 16.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 808. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 5; 3)$ và $M(2; 1; -2)$. Tìm tọa độ điểm B biết M là trung điểm của đoạn AB .

A. $B\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$.

B. $B(-4; 9; 8)$.

C. $B(5; 3; -7)$.

D. $B(5; -3; -7)$.

Lời giải.

M là trung điểm của đoạn AB

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2x_M - x_A = 5 \\ y_B = 2y_M - y_A = -3 \\ z_B = 2z_M - z_A = -7. \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm $B(5; -3; -7)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 809. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(-1; 4; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 12$.

C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 12$.

D. $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 12$.

Lời giải.

Trung điểm của AB là $I(0; 3; 2)$, mặt khác $R^2 = IA^2 = 1 + 1 + 1 = 3$.

Phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 810. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thuộc mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$ và ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(2; 1; 3)$, $C(0; 2; -3)$. Biết rằng quỹ tích các điểm M thỏa mãn $MA^2 + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 8$ là đường tròn cố định, tính bán kính r đường tròn này.

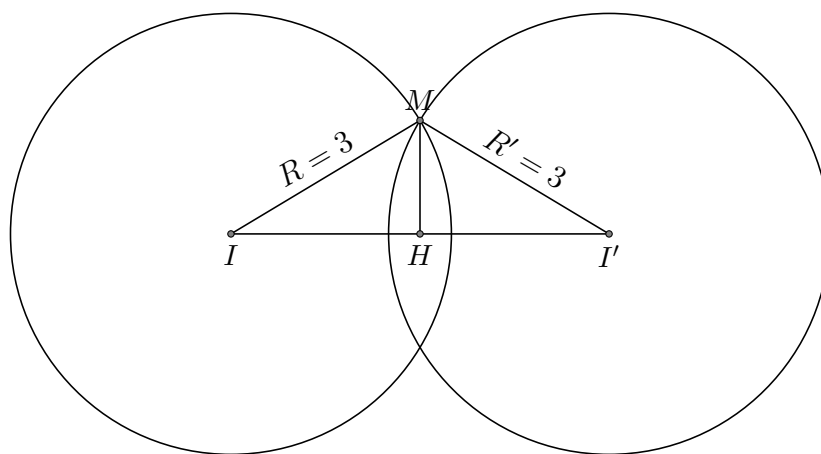
A. $r = \sqrt{3}$.

B. $r = 6$.

C. $r = 3$.

D. $r = \sqrt{6}$.

Lời giải.



Mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$ có tâm $I(3; 3; 2)$ và bán kính $R = 3$.

Gọi $M(x; y; z)$ ta được $MA^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 1$; $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3y - 7$.

Ta có $MA^2 + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 8 \Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x - 6y - 21 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 7 = 0$.

Suy ra M thuộc mặt cầu (S') có tâm $I'(1; 1; 0)$, bán kính $R' = 3$ nên $M \in (S) \cap (S')$ là một đường tròn (C) có tâm H là trung điểm của đoạn II' (vì $R = R' = 3$).

Vậy bán kính đường tròn (C) là $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 811. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a} = -3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

A. $(0; 3; 4)$.

B. $(0; -3; 4)$.

C. $(0; -4; 3)$.

D. $(-3; 0; 4)$.

Lời giải.

Véc-tơ $\vec{a} = 0 \cdot \vec{i} + (-3) \cdot \vec{j} + 4 \cdot \vec{k}$ nên tọa độ véc-tơ $\vec{a} = (0; -3; 4)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 812. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(3; 1; 4)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB .

A. $(x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 3$.

B. $(x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \sqrt{3}$.

C. $(x+2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 3$.

D. $(x+2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB , suy ra $I(2; 0; 3)$ và $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 2)$ nên $AB = 2\sqrt{3}$.

Phương trình mặt cầu (S) , tâm I và bán kính $R = \frac{AB}{2}$ là $(x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 813. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 1 = 0$. Tâm của mặt cầu là điểm

A. $J(2; -1; -3)$.

B. $I(2; -1; 3)$.

C. $K(-2; 1; 3)$.

D. $G(-2; 1; -3)$.

Lời giải.

Đồng nhất hệ số của phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 1 = 0$ với phương trình mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ ta được $a = 2, b = -1, c = -3, d = -1$ và $a^2 + b^2 + c^2 - d = 15$.

Vậy (S) là mặt cầu có tâm $J(2; -1; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{15}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 814. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0$ có bán kính bằng

A. $\sqrt{53}$.

B. $4\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. $3\sqrt{7}$.

Lời giải. $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 10$. Vậy bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{10}$.Chọn đáp án **C** □**Câu 815.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 0; -1)$ và $A(2; 2; -3)$. Mặt cầu tâm I , đi qua điểm A có phương trình là

A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$.

Lời giải.Ta có $IA = \sqrt{(2-1)^2 + 2^2 + (-3+1)^2} = 9$. Vậy $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$.Chọn đáp án **D** □**Câu 816.** Trong không gian Oxy , cho $A(1; -1; 2)$ và $B(-1; 0; 1)$. Tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2; -1; 1)$.

B. $(-2; -1; -1)$.

C. $(-2; 1; -1)$.

D. $(0; -1; 3)$.

Lời giải.Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1-1; 0-(-1); 1-2) = (-2; 1; -1)$.Chọn đáp án **C** □**Câu 817.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$ có tâm và bán kính là

A. $I(-2; 1; -1), R = 9$.

B. $I(2; -1; 1), R = 3$.

C. $I(-2; 1; -1), R = 3$.

D. $I(2; -1; 1), R = 9$.

Lời giải.Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$ có tâm $I(2; -1; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2 + 3} = 3$.Chọn đáp án **B** □**Câu 818.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho véc-tơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các véc-tơ đơn vị. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

A. $(1; 2; -3)$.

B. $(2; -3; 1)$.

C. $(2; 3; 1)$.

D. $(1; -3; 2)$.

Lời giải.

$$\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \Leftrightarrow \vec{a} = (2; -3; 1).$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 819.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; -1)$, $B(-4; 2; -9)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB .

A. $(x+3)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 5$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25$.

C. $(x+6)^2 + y^2 + (z+8)^2 = 25$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 5$.

Lời giải.Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(-1; 2; -5)$ là trung điểm của AB và bán kính $R = IA = \sqrt{9+0+16} = 5$. Vậy phương trình mặt cầu đường kính AB là

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 820. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 0; -1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(1; 0; 1)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. B. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$. C. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$. D. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y; z)$, theo bài ra ta có

$$\begin{aligned} & 3MA^2 + 2MB^2 - MC^2 \\ &= 3[x^2 + y^2 + (z+1)^2] + 2[(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2] - [(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2] \\ &= 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 6x - 4y + 8z + 6 \\ &= \left(2x + \frac{3}{2}\right)^2 + (2y-1)^2 + (2z+2)^2 - \frac{9}{4} \\ &\geq -\frac{9}{4}. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = -\frac{3}{4}$, $y = \frac{1}{2}$, $z = -1 \Rightarrow M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Vậy $\max(3MA^2 + 2MB^2 - MC^2) = -\frac{9}{4}$ khi $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 821. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

- A. $(2; -1; -3)$. B. $(-3; 2; -1)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (-1; 2; -3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 822. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-3; 4; 2)$, $B(-5; 6; 2)$ và $C(-10; 17; -7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB .

- A. $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z-7)^2 = 8$. B. $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$.
C. $(x-10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$. D. $(x+10)^2 + (y+17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

Lời giải.

Ta có $AB = \sqrt{4+4+0} = 2\sqrt{2}$. Phương trình mặt cầu tâm C , bán kính AB là

$$(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 823. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

- A. $P(1; 0; 0)$. B. $N(1; 2; 0)$. C. $Q(0; 2; 0)$. D. $M(0; 0; 3)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(1; 2; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 824. Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm I và bán kính R là

- A. $I(1; -2; -3); R = 4$. B. $I(1; 2; -3); R = 2$.
C. $I(-1; -2; 3); R = 2$. D. $I(-1; -2; 3); R = 4$.

Lời giải.

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm $I(1; -2; -3); R = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 825. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$. Hình chiếu của A trên trục Oz là

A. $Q(2; -1; 0)$.

B. $P(0; 0; 3)$.

C. $N(0; -1; 0)$.

D. $M(2; 0; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm $A(2; -1; 3)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0; 0; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 826. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R là:

A. $I(2; -1; 3), R = 3$.

B. $I(2; -1; 3), R = 9$.

C. $I(-2; 1; -3), R = 9$.

D. $I(-2; 1; -3), R = 3$.

Lời giải.

Từ phương trình mặt cầu (S) suy ra tâm $I(2; -1; 3)$ và bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 827. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y + 3 = 0$, $(Q): x - 2y + 2z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Gọi M là điểm di động trên (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với (Q) . Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. 14.

B. $3 + 3\sqrt{5}$.

C. 28.

D. $9 + 5\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi các điểm A, B, C, D, H, K như hình vẽ bên.

Mặt cầu (S) tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 5$,

$$d(I; (P)) = 3\sqrt{3}, \quad d(I; (Q)) = \frac{14}{3}.$$

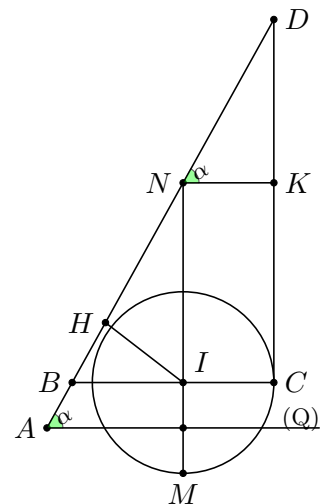
Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng, suy ra $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{2}$.

Do đó $DK > NK = MI \Rightarrow CD \geq MN$.

$$\text{Ta có } \sin \alpha = \frac{IH}{IB} \Rightarrow IB = \frac{9}{\sqrt{2}} \Rightarrow BC = \frac{9 + 5\sqrt{2}}{\sqrt{2}}.$$

$$\tan \alpha = \frac{CD}{BC} \Rightarrow CD = BC \cdot \tan \alpha = 9 + 5\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } MN_{\max} = 9 + 5\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 828. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình mặt cầu?

A. $(x-1)^2 + (2y-1)^2 + (z-1)^2 = 6$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 6$.

C. $(2x-1)^2 + (2y-1)^2 + (2z+1)^2 = 6$.

D. $(x+y)^2 = 2xy - z^2 + 3 - 6x$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu (S) có hai dạng là

$$(1) \quad (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2;$$

$$(2) \quad x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0, \text{ với } a^2 + b^2 + c^2 - d > 0.$$

Từ đây, ta có dấu hiệu nhận biết nhanh chóng hoặc thực hiện phép biến đổi đưa phương trình cho trước về một trong hai dạng trên.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 829. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3; 0; 0)$. B. $N(0; -1; 1)$. C. $P(0; -1; 0)$. D. $Q(0; 0; 1)$.

Lời giải.

Khi chiếu vuông góc một điểm trong không gian lên mặt phẳng (Oyz) , ta giữ lại các thành phần tung độ và cao độ nên hình chiếu của điểm $A(3; -1; 1)$ lên (Oyz) là điểm $N(0; -1; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 830. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Oz là điểm

- A. $Q(2; -1; 0)$. B. $P(0; 0; 3)$. C. $N(0; -1; 0)$. D. $M(2; 0; 0)$.

Lời giải.

Ta có: các điểm thuộc trục Oz có tọa độ $(0; 0; a)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của A trên trục Oz là điểm $P(0; 0; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 831. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R là

- A. $I(2; -1; 3), R = 3$. B. $I(2; -1; 3), R = 9$.
C. $I(-2; 1; -3), R = 9$. D. $I(-2; 1; -3), R = 3$.

Lời giải.

$(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9 \Rightarrow (S)$ có tâm $I(2; -1; 3)$, bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 832. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 1; 0)$ và $\overrightarrow{MN} = (-1; -1; 0)$. Tìm tọa độ của điểm N .

- A. $N(4; 2; 0)$. B. $N(-4; -2; 0)$. C. $N(-2; 0; 0)$. D. $N(2; 0; 0)$.

Lời giải.

Từ $M(3; 1; 0)$ và $\overrightarrow{MN} = (-1; -1; 0)$ ta có
$$\begin{cases} x_N - 3 = -1 \\ y_N - 1 = -1 \\ z_N - 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2 \\ y_N = 0 \\ z_N = 0 \end{cases}$$
 Vậy $N(2; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 833. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 1; 0)$ và $\overrightarrow{MN} = (-1; -1; 0)$. Tìm tọa độ của điểm N .

- A. $N(4; 2; 0)$. B. $N(-4; -2; 0)$. C. $N(-2; 0; 0)$. D. $N(2; 0; 0)$.

Lời giải.

Gọi $N(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{MN} = (x-3; y-1; z) \Rightarrow \begin{cases} x-3 = -1 \\ y-1 = -1 \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

Vậy $N(2; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 834. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxy) là điểm

- A. $N(1; 2; 0)$. B. $M(0; 0; 3)$. C. $P(1; 0; 0)$. D. $Q(0; 2; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(1; 2; 0)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 835. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0$ có bán kính R là

- A. $R = \sqrt{53}$. B. $R = 4\sqrt{2}$. C. $R = \sqrt{10}$. D. $R = 3\sqrt{7}$.

Lời giải.

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 10.$$

Vậy bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 836. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 0; -1)$ và $A(2; 2; -3)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

- A. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 3$. B. $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 3$.
C. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9$. D. $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) tâm I có dạng $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = R^2$.

Vì mặt cầu (S) đi qua A nên $R^2 = (2 - 1)^2 + 2^2 + (-3 + 1)^2 = 9 \Rightarrow R = 3$.

Vậy phương trình cần tìm là $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 837. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 2)$, $B(-2; 1; 3)$, $C(3; 2; 4)$ và $D(6; 9; -5)$. Tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là

- A. $(2; 3; 1)$. B. $(2; 3; -1)$. C. $(-2; 3; 1)$. D. $(2; -3; 1)$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$, suy ra

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} = \frac{1 - 2 + 3 + 6}{4} = 2 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} = \frac{0 + 1 + 2 + 9}{4} = 3 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} = \frac{2 + 3 + 4 - 5}{4} = 1. \end{cases}$$

Vậy tọa độ $G(2; 3; 1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 838. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

- A. $(-3; 2; -1)$. B. $(2; -1; -3)$. C. $(-1; 2; -3)$. D. $(2; -3; -1)$.

Lời giải.

Tọa độ véc-tơ $\vec{a} = (-1; 2; -3)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 839. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

- A. $I(1; -2; 3)$ và $R = 5$. B. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 5$.
C. $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{5}$. D. $I(-1; 2; -3)$ và $R = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu tương đương với

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2 \cdot 1 \cdot x - 2 \cdot (-2) \cdot y - 2 \cdot 3 \cdot z + 9 = 0.$$

Từ đó, suy ra tọa độ tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2 - 9} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 840. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a} = (2; m - 1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm $m; n$ để các véc-tơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

- A. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. B. $m = 1; n = 0$. C. $m = 7; n = -\frac{4}{3}$. D. $m = 4; n = -3$.

Lời giải.

Để $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng khi và chỉ khi $\frac{2}{1} = \frac{m-1}{3} = \frac{3}{-2n} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1=6 \\ -4n=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=7 \\ n=-\frac{3}{4} \end{cases}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 841. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(-3; -1; 0)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0; 0; -3)$. B. $(0; -3; 0)$. C. $(0; 0; -1)$. D. $(0; -1; 0)$.

Lời giải.

Điểm $M(x_0, y_0, z_0)$ có hình chiếu vuông góc trên mặt phẳng Oyz là $(0; y_0; z_0)$.

Do đó, hình chiếu vuông góc của $A(-3; -1; 0)$ lên (Oyz) có tọa độ là $(0; -1; 0)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 842. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 0; 1)$. Trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là

- A. $(0; 1; 1)$. B. $\left(0; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$. C. $(0; 2; 4)$. D. $(-2; -2; -2)$.

Lời giải.

Tọa độ trọng tâm G của $\triangle OAB$ là $\begin{cases} x_G = \frac{0+1+(-1)}{3} \\ y_G = \frac{0+2+0}{3} \\ z_G = \frac{0+3+1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow G\left(0; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Vậy trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là $\left(0; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 843. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z - 3 = 0$ có bán kính bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. 1. C. 3. D. 9.

Lời giải.

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ có

— Tâm $I(-a; -b; -c) \Rightarrow I(-1; -2; 1)$.

— Bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 1^2 - (-3)} = \sqrt{9} = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 844. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1; 1; 2)$, $B(0; 1; -1)$, $C(x+2; y; -2)$ thẳng hàng. Tổng $x + y$ bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $-\frac{8}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (x+3; y-1; -4)$.

Các điểm A , B , C thẳng hàng $\Leftrightarrow$ có số thực t thỏa mãn $\overrightarrow{AC} = t\overrightarrow{AB}$. (1)

$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=t \\ y-1=0 \\ -4=-3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{5}{3} \\ y=1 \\ t=\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow x+y=-\frac{2}{3}.$$

Vậy tổng $x + y = -\frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 845. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 0; 4)$ và $N(0; 2; 3)$. Mặt cầu tâm $A(2; -2; 1)$, bán kính MN có phương trình là

- A. $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$. B. $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.
C. $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. D. $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải.

Ta có $MN = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} = 3$.

Mặt cầu tâm $A(2; -2; 1)$, bán kính $R = 3$ có phương trình là

$$(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 846. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; -1)$, $B(-3; -2; 1)$. Gọi $(\mathcal{S})$ là mặt cầu có tâm I thuộc mặt phẳng (Oxy) , bán kính bằng $\sqrt{11}$ và đi qua hai điểm A , B . Biết I có tung độ âm, phương trình của $(\mathcal{S})$ là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 6y - 2 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 7 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4y + 7 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 6y + 2 = 0$.

Lời giải.

Do mặt cầu $(\mathcal{S})$ đi qua A , B nên tâm I của mặt cầu thuộc mặt phẳng trung trực của AB .

Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của AB , ta có (Q) nhận $\overrightarrow{AB}(-4; -2; 2)$ là véc-tơ pháp tuyến và đi qua trung điểm $M(-1; -1; 0)$ của AB .

Phương trình của (Q) là $-4(x+1) - 2(y+1) + 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - z + 3 = 0$.

Theo giả thiết $I \in (Oxy) \Rightarrow I$ thuộc giao tuyến Δ của (Q) và (Oxy) .

Đặt $\vec{n} = (2; 1; -1)$, $\vec{k} = (0; 0; 1)$, ta có Δ nhận $\vec{u} = [\vec{n}; \vec{k}] = (1; -2; 0)$ là véc-tơ chỉ phương và đi qua $N(0; -3; 0)$.

Phương trình của Δ là

$$\begin{cases} x=t \\ y=-3-2t, (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow I(t; -3-2t; 0), (y_I = -3-2t < 0). \\ z=0 \end{cases}$$

Ta có bán kính

$$\begin{aligned} R = IA = \sqrt{11} &\Leftrightarrow (t-1)^2 + (2t+3)^2 + 1 = 11 \\ &\Leftrightarrow 5t^2 + 10t = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \text{ (thỏa mãn)} \\ t = -2 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Với $t = 0 \Rightarrow I(0; -3; 0) \Rightarrow (\mathcal{S}) : x^2 + y^2 + z^2 + 6y - 2 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 847. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 1; 2)$, $B(0; -1; -3)$. Xét các điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxz) , giá trị nhỏ nhất của $P = |\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}|$ bằng

- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta tìm điểm $I(x; y; z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$. (1)

Ta có $\overrightarrow{OI} = (x; y; z)$, $\overrightarrow{IA} = (1-x; 1-y; 2-z)$, $\overrightarrow{IB} = (-x; -1-y; -3-z)$.

$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-4x=0 \\ -4y-1=0 \\ -5-4z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=-\frac{1}{4} \\ z=-\frac{5}{4}. \end{cases}$$

Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} &= (\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IM}) + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) \\ &= 4\overrightarrow{MI}. \\ \Rightarrow |\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}| &= 4MI. \end{aligned}$$

Do đó P đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của I lên (Oxz) .

Theo đó $M\left(\frac{1}{2}; 0; -\frac{5}{4}\right)$.

Khi đó $\min P = 4 \cdot d(I; (Oxz)) = 4IM = 4 \cdot \left|-\frac{1}{4}\right| = 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 848. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 0; -3)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 0)$.

Tính $\cos(\vec{u}; \vec{v})$.

- A. $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = -\frac{1}{5\sqrt{2}}$. B. $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = -\frac{1}{\sqrt{10}}$.
C. $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{1}{\sqrt{10}}$. D. $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{1}{5\sqrt{2}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-1}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{5}} = -\frac{1}{5\sqrt{2}}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 849. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $B(0; 3; 1)$, $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M(-1; 4; -2)$. B. $M(-1; 4; 2)$. C. $M(1; -4; -2)$. D. $M(-1; -4; 2)$.

Lời giải.

Vì M nằm trên đoạn BC và $MC = 2MB$ nên $\overrightarrow{MC} = -2\overrightarrow{MB}$.

$$\text{Gọi } M(a; b; c), \text{ khi đó } \overrightarrow{MC} = -2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - a = -2(-a) \\ 6 - b = -2(3 - b) \\ 4 - c = -2(1 - c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 2. \end{cases}$$

Vậy $M(-1; 4; 2)$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 850. Cho tứ diện $OABC$ có $OA = OB = OC = a$; OA, OB, OC vuông góc với nhau từng đôi một. Gọi I là trung điểm BC . Tính góc giữa hai đường thẳng AB và OI .

A. 45° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải.

Vì OA, OB, OC đôi một vuông góc nên ta chọn gốc tọa độ tại O . Các điểm A, B, C nằm trên các tia Ox, Oy, Oz .

Khi đó ta có $O(0; 0; 0), A(a; 0; 0), B(0; a; 0), C(0; 0; a)$.

I là trung điểm của BC nên $I\left(0; \frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{OI} = \left(0; \frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right)$ và $\overrightarrow{AB} = (-a; a; 0)$.

$$\text{Do đó } \cos(AB; OI) = \frac{|\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{OI}| \cdot |\overrightarrow{AB}|} = \frac{\frac{1}{2}a^2}{\frac{\sqrt{2}}{2}a \cdot \sqrt{2}a} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow (AB; OI) = 60^\circ.$$

Chọn đáp án (D)

□

Câu 851. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 2; 1), N\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Tìm tọa độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác $\triangle OMN$.

A. $I(1; 1; 1)$.

B. $I(0; 1; 1)$.

C. $I(0; -1; -1)$.

D. $I(1; 0; 1)$.

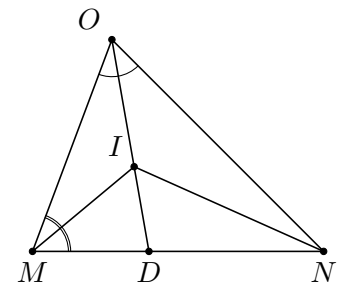
Lời giải.

Cách 1:

Ta có $\overrightarrow{OM} = (2; 2; 1), \overrightarrow{ON} = \left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

Gọi OD là phân giác trong góc O có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \frac{1}{OM} \cdot \overrightarrow{OM} + \frac{1}{ON} \cdot \overrightarrow{ON} = (0; 1; 1)$.

Suy ra OD có phương trình tham số: $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t. \end{cases}$



$$\text{Đặt } \vec{v} = \frac{1}{MO} \cdot \overrightarrow{MO} + \frac{1}{MN} \cdot \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}(-2; -2; -1) + \frac{1}{5}\left(-\frac{14}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right) = \left(-\frac{8}{5}; -\frac{4}{5}; 0\right).$$

Gọi MI là phân giác trong góc M có vectơ chỉ phương là $-\frac{5}{2}\vec{v} = (2; 1; 0)$.

Suy ra MI có phương trình tham số: $\begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = 2 + t' \\ z = 1. \end{cases}$

Gọi I là giao điểm của OD và MI ta suy ra tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x_I = 2 + 2t' = 0 \\ y_I = 2 + t' = t \\ z_I = 1 = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = -1. \end{cases}$$

Vậy $I(0; 1; 1)$.

Cách 2: Khi làm bài trắc nghiệm, học sinh có thể sử dụng luôn tính chất.

Với I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $\triangle OMN$ ta chứng minh:

$$MN \cdot \vec{IO} + OM \cdot \vec{IN} + ON \cdot \vec{IM} = \vec{0}.$$

Thật vậy, theo tính chất đường phân giác ta có

$$\frac{OM}{ON} = \frac{DM}{DN} \Rightarrow \frac{OM}{OM+ON} = \frac{DM}{DM+DN} \Rightarrow \frac{OM}{OM+ON} = \frac{DM}{MN} \Rightarrow \frac{MO}{MD} = \frac{OM+ON}{MN} \quad (1).$$

Ta cũng có

$$\begin{aligned} \frac{OM}{ON} = \frac{DM}{DN} &\Rightarrow \vec{DM} = -\frac{OM}{ON} \vec{DN} \\ &\Rightarrow \vec{IM} - \vec{ID} = -\frac{OM}{ON} (\vec{IN} - \vec{ID}) \\ &\Rightarrow \left(1 + \frac{OM}{ON}\right) \vec{ID} = \vec{IM} + \frac{OM}{ON} \vec{IN} \\ &\Rightarrow \vec{ID} = \frac{ON}{OM+ON} \vec{IM} + \frac{OM}{OM+ON} \vec{IN} \quad (2). \end{aligned}$$

$$\text{Mặt khác } \frac{IO}{ID} = \frac{MO}{MD} \Rightarrow \vec{IO} = -\frac{MO}{MD} \vec{ID} \quad (3).$$

Thay (1), (2) vào (3) ta được

$$\begin{aligned} \vec{IO} &= -\frac{MO}{MD} \vec{ID} \\ \Rightarrow \vec{IO} &= -\frac{OM+ON}{MN} \left(\frac{ON}{OM+ON} \vec{IM} + \frac{OM}{OM+ON} \vec{IN} \right) \\ \Rightarrow \vec{IO} &= -\frac{ON}{MN} \vec{IM} - \frac{OM}{MN} \vec{IN} \\ \Rightarrow MN \cdot \vec{IO} + OM \cdot \vec{IN} + ON \cdot \vec{IM} &= \vec{0}. \end{aligned}$$

Áp dụng tính chất cho tam giác $\triangle OMN$ với I là tâm đường tròn nội tiếp có $MN = 5$, $OM = 3$, $ON = 4$ ta được:

$$\begin{aligned} MN \cdot \vec{IO} + OM \cdot \vec{IN} + ON \cdot \vec{IM} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow 5\vec{IO} + 3\vec{IN} + 4\vec{IM} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{1}{12} (5x_O + 3x_N + 4x_M) \\ y_I = \frac{1}{12} (5y_O + 3y_N + 4y_M) \\ z_I = \frac{1}{12} (5z_O + 3z_N + 4z_M) \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{1}{12} (-8 + 8) \\ y_I = \frac{1}{12} (4 + 8) \\ z_I = \frac{1}{12} (8 + 4) \end{cases} \\ \Leftrightarrow I(0; 1; 1). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 852. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 3; 4)$ và $B(3; 0; 1)$. Khi đó độ dài véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\sqrt{19}$.

B. 19.

C. $\sqrt{13}$.

D. 13.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -3; -3) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1^2 + (-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{19}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 853. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; 2; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2$.

B. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 0; -2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}$.

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(2; 2; 2)$ và bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 854. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; 1; 2)$, $B(0; 1; 0)$, $C(3; 1; 1)$ và mặt phẳng $(Q): x + y + z - 5 = 0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (Q) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ bằng

A. 0.

B. 12.

C. 8.

D. 10.

Lời giải.

Đặt $T = MA^2 + MB^2 + MC^2$. Gọi G là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow G(1, 1, 1)$.

Khi đó $\overrightarrow{GA} = (-1; 0; 1) \Rightarrow GA^2 = 2$; $\overrightarrow{GB} = (-1; 0; -1) \Rightarrow GB^2 = 2$; $\overrightarrow{GC} = (2; 0; 0) \Rightarrow GC^2 = 4$. Ta có

$$\begin{aligned} T &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 \\ &= (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 = 3MG^2 + 8 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow T \text{ nhỏ nhất khi } MG \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow MG = d(G, (Q)) = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Khi đó $T = 12$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 855. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; 0)$, $B(1; 3; 2)$. Gọi I là trung điểm đoạn thẳng AB . Tọa độ của I là

A. $(0; 4; 2)$.

B. $(2; 2; 2)$.

C. $(-2; -2; -2)$.

D. $(0; 2; 1)$.

Lời giải.

Tọa độ của I là $I\left(\frac{-1+1}{2}; \frac{1+3}{2}; \frac{0+2}{2}\right)$ hay $I(0; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 856. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; 2)$, $B(1; 3; 4)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $x^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 3$.

B. $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{3}$.

C. $x^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{3}$.

D. $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3$.

Lời giải.Tọa độ trung điểm I của AB là $I(0; 2; 3)$ và $IA = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$.Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3$.Chọn đáp án **D** □**Câu 857.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC trọng tâm G . Biết $A(0; 2; 1)$, $B(1; -1; 2)$, $G(1; 1; 1)$. Khi đó điểm C có tọa độ là

A. $(2; 2; 4)$.

B. $(-2; 0; 2)$.

C. $(-2; -3; -2)$.

D. $(2; 2; 0)$.

Lời giải.

$$\text{Giả sử tọa độ } C \text{ là } C(a; b; c) \text{ khi đó } \begin{cases} \frac{0+1+a}{3} = 1 \\ \frac{2-1+b}{3} = 1 \\ \frac{1+2+c}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \\ c = 0. \end{cases}$$

Vậy điểm C có tọa độ là $(2; 2; 0)$.Chọn đáp án **D** □**Câu 858.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 2)$, $B(-3; 0; 1)$, $C(8; 2; -6)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G(2; -1; 1)$.

B. $G(2; 1; 1)$.

C. $G(2; 1; -1)$.

D. $G(6; 3; -3)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 2 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = -1 \end{cases} \Rightarrow G(2; 1; -1).$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 859.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 25 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính của mặt cầu (S) .

A. $I(1; -2; 2)$, $R = \sqrt{34}$.

B. $I(1; 2; -2)$, $R = 5$.

C. $I(-2; 4; -4)$, $R = \sqrt{29}$.

D. $I(1; -2; 2)$, $R = 6$.

Lời giải.Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 25 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 34$. Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{34}$.Chọn đáp án **A** □**Câu 860.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (-2; -3; 1)$, $\vec{b} = (1; 0; 1)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

A. $-\frac{1}{2\sqrt{7}}$.

B. $\frac{1}{2\sqrt{7}}$.

C. $-\frac{3}{2\sqrt{7}}$.

D. $\frac{3}{2\sqrt{7}}$.

Lời giải.

Ta có

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2+1}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{2}} = -\frac{1}{2\sqrt{7}}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 861. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 1)$, $B(-3; 0; 3)$, $C(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(6; -6; 3)$. B. $D(6; 6; 3)$. C. $D(6; -6; -3)$. D. $D(6; 6; -3)$.

Lời giải.

Gọi $D(x; y; z)$, ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; -2; 2)$, $\overrightarrow{DC} = (2 - x; 4 - y; -1 - z)$. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành suy ra

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x = -4 \\ 4 - y = -2 \\ -1 - z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \\ z = -3 \end{cases} \Rightarrow D(6; 6; -3).$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 862. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 0)$, $B(3; 2; -1)$, $C(-1; -4; 4)$. Tìm tập hợp tất cả các điểm M sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 52$.

- A. Mặt cầu tâm $I(-1; 0; -1)$, bán kính $r = 2$.
 B. Mặt cầu tâm $I(-1; 0; -1)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.
 C. Mặt cầu tâm $I(1; 0; 1)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.
 D. Mặt cầu tâm $I(1; 0; 1)$, bán kính $r = 2$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y; z)$. Khi đó

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 + MC^2 &= 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x - 6z + 52 = 52 \\ \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 &= 2. \end{aligned}$$

Vậy M thuộc mặt cầu tâm $I(1; 0; 1)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 863. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(a; b; c)$, tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{MO}$ là

- A. $(a; b; c)$. B. $(-a; b; c)$. C. $(-a; -b; -c)$. D. $(-a; b; -c)$.

Lời giải.

$$\overrightarrow{MO} = -\overrightarrow{OM} = (-a; -b; -c).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 864. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$, $\vec{b} = (-2; -4; 6)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} = 2\vec{b}$. B. $\vec{b} = -2\vec{a}$. C. $\vec{a} = -2\vec{b}$. D. $\vec{b} = 2\vec{a}$.

Lời giải.

Ta có: $-2\vec{a} = (-2; -4; 6) = \vec{b}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 865. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai véc-tơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A. 120° . B. 30° . C. 60° . D. 150° .

Lời giải.

$$\cos(\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3+1}} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\vec{i}, \vec{u}) = 150^\circ.$$

Chọn đáp án **D**

□

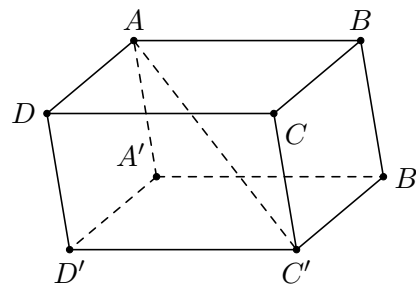
Câu 866. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $A'(0;0;2a)$, $a \neq 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AC' .

A. $|a|$.B. $2|a|$.C. $3|a|$.D. $\frac{3|a|}{2}$.**Lời giải.**

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (a; 0; 0)$; $\overrightarrow{AD} = (0; 2a; 0)$; $\overrightarrow{AA'} = (0; 0; 2a)$.

$$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = (a; 2a; 2a).$$

Suy ra $AC' = \sqrt{a^2 + 4a^2 + 4a^2} = 3|a|$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 867. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$. Có tất cả bao nhiêu điểm M trong không gian không trùng với các điểm A, B, C thỏa mãn $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Giả sử $M(x; y; z)$. Ta có:

$$\overrightarrow{AM} = (x - 2; y; z)$$

$$\overrightarrow{BM} = (x; y - 2; z)$$

$$\overrightarrow{CM} = (x; y; z - 2).$$

Từ giả thiết, ta có:

$$\begin{aligned} \widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)x + y(y-2) + z^2 = 0 \\ x^2 + (y-2)y + z(z-2) = 0 \\ (x-2)x + y^2 + (z-2)z = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z = 0 & (2) \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z = 0 & (3) \end{cases} \end{aligned}$$

Trừ phương trình (1) cho phương trình (2) theo vế, ta được $x = z$.

Trừ phương trình (1) cho phương trình (3) theo vế, ta được $y = z$.

$$\text{Thay } x = y = z \text{ vào (1), ta được } 3z^2 - 4z = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ z = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} x = y = z = 0 \\ x = y = z = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Vậy có 2 điểm thỏa mãn.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 868. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 5; 2)$ và $B(3; -3; 2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

A. $M(1; 1; 2)$.

B. $M(2; 2; 4)$.

C. $M(2; -4; 0)$.

D. $M(4; -8; 0)$.

Lời giải.Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là $M(1; 1; 2)$.Chọn đáp án **A** □**Câu 869.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -2)$, $B(2; -3; 5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là

A. $M\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

B. $M(4; 5; -9)$.

C. $M\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$.

D. $M(1; -7; 12)$.

Lời giải.Vì M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$ nên ta có $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$. Do đó, ta có

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + 2x_B}{3} = \frac{7}{3} \\ y_M = \frac{y_A + 2y_B}{3} = -\frac{5}{3} \\ z_M = \frac{z_A + 2z_B}{3} = \frac{8}{3} \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 870.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(5; -2; 0)$, $B(-2; 3; 0)$ và $C(0; 2; 3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $(1; 2; 1)$.

B. $(2; 0; -1)$.

C. $(1; 1; 1)$.

D. $(1; 1; -2)$.

Lời giải.

Dựa vào công thức tính tọa độ trọng tâm ta có $\begin{cases} x_G = \frac{5 + (-2) + 0}{3} = 1 \\ y_G = \frac{-2 + 3 + 2}{3} = 1 \\ z_G = \frac{0 + 0 + 3}{3} = 1 \end{cases}$. Vậy $G(1; 1; 1)$.

Chọn đáp án **C** □**Câu 871.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -1)$ và $B(-4; 1; 9)$. Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(-1; 2; 4)$.

B. $(-2; 4; 8)$.

C. $(-6; -2; 10)$.

D. $(1; -2; -4)$.

Lời giải.

Công thức tọa độ trung điểm: $\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 - 4}{2} = -1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 + 1}{2} = 2 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{-1 + 9}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I(-1; 2; 4)$.

Chọn đáp án **A** □**Câu 872.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 4; 2)$ và bán kính $R = 9$. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 2)^2 = 81$.

B. $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 2)^2 = 9$.

C. $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z - 2)^2 = 9$.

D. $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z + 2)^2 = 81$.

Lời giải.Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 4; 2)$ và bán kính $R = 9$ nên (S) có phương trình

$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 2)^2 = 81.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 873. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, để hai véc-tơ $\vec{a} = (m; 2; 3)$ và $\vec{b} = (1; n; 2)$ cùng phương thì $m + n$ bằng

A. $\frac{11}{6}$.

B. $\frac{13}{6}$.

C. $\frac{17}{6}$.

D. 2.

Lời giải.

Nhận thấy $\vec{b} \neq \vec{0}$. Để $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương với nhau thì tồn tại một số thực k sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$.

$$\text{Điều này tương đương với: } \begin{cases} m = 1 \cdot k \\ 2 = n \cdot k \\ 3 = 2 \cdot k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{2} \\ m = \frac{3}{2} \\ n = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } m + n = \frac{3}{2} + \frac{4}{3} = \frac{17}{6}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 874. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho sáu điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; -1; 1)$, $C(3; 3; -3)$, A' , B' , C' thỏa mãn $\vec{A'A} + \vec{B'B} + \vec{C'C} = \vec{0}$. Gọi $G'(a; b; c)$ là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. Giá trị $3(a + b + c)$ bằng

A. 6.

B. 1.

C. 11.

D. -3.

Lời giải.

$$\text{Gọi } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Rightarrow G\left(2; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

Ta có G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ nên $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$, $\vec{A'G'} + \vec{B'G'} + \vec{C'G'} = \vec{0}$.

Ta có

$$\begin{aligned} \vec{A'A} + \vec{B'B} + \vec{C'C} = \vec{0} &\Leftrightarrow \vec{A'G'} + \vec{B'G'} + \vec{C'G'} + 3\vec{G'G} + \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow \vec{G'G} = \vec{0} \Leftrightarrow G \equiv G'. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } G'\left(2; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right) \Rightarrow a = 2, b = \frac{4}{3}, c = \frac{1}{3} \Rightarrow 3(a + b + c) = 11.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 875. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; 1; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Tập hợp các điểm $M(x; y; z)$ thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính

A. 2.

B. $\sqrt{2}$.

C. 3.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 = MB^2 + MC^2 &\Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y - 2)^2 + z^2 + x^2 + y^2 + (z - 3)^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 12 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 2. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm $M(x; y; z)$ thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính $R = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 876. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(3; 1; -1)$. Điểm $M(a; b; c)$ trên mặt phẳng (Oxz) cách đều 3 điểm A , B , C . Giá trị $3(a + b + c)$ bằng

A. 6.

B. 1.

C. -3.

D. -1.

Lời giải.Do $M(a; b; c)$ trên mặt phẳng (Oxz) nên $b = 0 \Rightarrow M(a; 0; c)$.

Ta có

$$MA = MB = MC \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + 1 + (c-1)^2 = (a+1)^2 + 1 + c^2 \\ (a-1)^2 + 1 + (c-1)^2 = (a-3)^2 + 1 + (c+1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2c = 1 \\ 4a - 4c = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{6} \\ c = -\frac{7}{6} \end{cases}.$$

Do đó $3(a + b + c) = -1$.Chọn đáp án **(D)** □

Câu 877. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Gọi $D(a; b; c)$ là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC . Giá trị của $a + b + 2c$ bằng

A. 5.

B. 4.

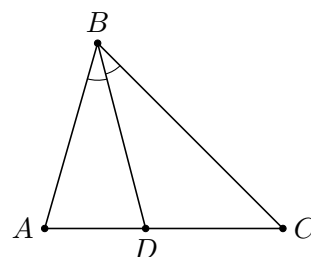
C. 14.

D. 15.

Lời giải.Ta có $AB = \sqrt{26}$, $BC = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$.

Theo tính chất phân giác ta có

$$\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}, \text{ suy ra } \overrightarrow{DA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}. (*)$$

Ta có $\overrightarrow{DA} = (1-a; 2-b; -1-c)$ và $\overrightarrow{DC} = (-4-a; 7-b; 5-c)$.

$$\text{Do đó } (*) \Rightarrow \begin{cases} 1-a = -\frac{1}{2}(-4-a) \\ 2-b = -\frac{1}{2}(7-b) \\ -1-c = -\frac{1}{2}(5-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = \frac{11}{3} \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right) \Rightarrow a + b + 2c = 5.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 878. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $B(2; -1; -3)$ và $C(-6; -1; 3)$. Trong các tam giác ABC thỏa mãn các đường trung tuyến kẻ từ B và C vuông góc với nhau, điểm $A(a; b; 0)$, $(b > 0)$ sao cho góc A lớn nhất, giá trị của $\frac{a+b}{\cos A}$ bằng

A. 10.

B. -20.

C. 15.

D. -5.

Lời giải.Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

$$GB \perp GC \Leftrightarrow GB^2 + GC^2 = BC^2 \Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = 5BC^2.$$

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{4BC^2}{2AB \cdot AC} \geq \frac{4BC^2}{AB^2 + AC^2} = \frac{4BC^2}{5BC^2} = \frac{4}{5}.$$

Do đó góc A lớn nhất khi $\cos A = \frac{4}{5} \Leftrightarrow AB = AC = 5\sqrt{10}$.

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} (a-2)^2 + (b+1)^2 + 9 = (a+6)^2 + (b+1)^2 + 9 \\ (a-2)^2 + (b+1)^2 + 9 = 250 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 14 \end{cases} \text{ (vì } b > 0).$$

$$\text{Vậy } \frac{a+b}{\cos A} = 15.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 879. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(2; 1; 2)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 0)$. B. $\overrightarrow{AB} = (3; 0; 4)$. C. $\overrightarrow{AB} = (1; 0; 0)$. D. $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 0)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (1; 2; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 880. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Gọi M là hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục hoành. Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M(0; 2; -3)$. B. $M(0; 2; 0)$. C. $M(0; 0; -3)$. D. $M(1; 0; 0)$.

Lời giải.

Do M là hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục hoành nên $M(1; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 881. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0; 2; 2)$, $B\left(\frac{9}{4}; -1; 2\right)$, $C(4; -1; 2)$. Tìm tọa độ D là chân đường phân giác trong vẽ từ đỉnh A của tam giác ABC .

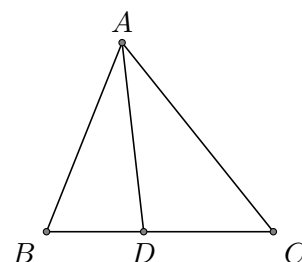
- A. $D(3; -1; -2)$. B. $D(3; -1; 2)$. C. $D(-3; 1; 2)$. D. $D(-3; -1; 2)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB = \sqrt{\frac{81}{16} + 9 + 0} = \frac{15}{4} \\ AC = \sqrt{16 + 9 + 0} = 5. \end{cases}$$

Theo tính chất chân đường phân giác ta có $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$.

Vậy nên ta có



$$DB = \frac{3}{4}DC \Rightarrow \overrightarrow{DB} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_D = -\frac{3}{4}(x_C - x_D) \\ y_B - y_D = -\frac{3}{4}(y_C - y_D) \\ z_B - z_D = -\frac{3}{4}(z_C - z_D) \end{cases} \Leftrightarrow D(3; -1; 2).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 882. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 3)$, $B(-1; 2; 3)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

- A. $(-2; 1; 0)$. B. $\left(0; \frac{3}{2}; 3\right)$. C. $(2; -1; 0)$. D. $(0; 3; 6)$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB . Khi đó

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1 + (-1)}{2} = 0 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1 + 2}{2} = \frac{3}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3 + 3}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow I\left(0; \frac{3}{2}; 3\right).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 883. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 25$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(2; 3; -1), R = 25$.

B. $I(-2; -3; 1), R = 25$.

C. $I(2; 3; -1), R = 5$.

D. $I(-2; -3; 1), R = 5$.

Lời giải.Ta có tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là $I(2; 3; -1), R = 5$.Chọn đáp án **C** □

Câu 884. Trong không gian với tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 0; -2)$ và $B(3; 4; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 25$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 14 = 0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ là

A. $\sqrt{34} - 1$.

B. 5.

C. $\sqrt{34}$.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Từ } \begin{cases} (S_1): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 25 & (1) \\ (S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 14 = 0 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) trừ (2) (vế theo vế), ta được $6z = 0$ hay

$$(P): z = 0 \text{ tức là } (P) \equiv (Oxy).$$

Để thấy A, B nằm khác phía đối với (P) , hình chiếu của A trên (P) là O , hình chiếu của B trên (P) là $H(3; 4; 0)$.

Lấy A' sao cho $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{MN}$.

Khi đó $AM + BN = A'N + BN \geq A'B$ và cực trị chỉ xảy ra khi $\overrightarrow{MN}$ cùng phương $\overrightarrow{OH}$.

$$\text{Lấy } \overrightarrow{MN} = \frac{\overrightarrow{OH}}{|\overrightarrow{OH}|} = \left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}; 0\right).$$

Khi đó vì $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{MN}$ nên $A' \left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}; -2\right)$. Do đó $AM + BN = A'N + BN \geq A'B = 5$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 885. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 véc-tơ $\vec{a} = (-1; 10)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.

B. $\vec{c} \perp \vec{b}$.

C. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

D. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Lời giải.

$\vec{c} \perp \vec{b}$ sai vì $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 2 \neq 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 886. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCE$ với $A(3; 1; 2)$, $B(1; 0; 1)$, $C(2; 3; 0)$. Tọa độ đỉnh E là

A. $E(4; 4; 1)$.

B. $E(0; 2; -1)$.

C. $E(1; 1; 2)$.

D. $E(1; 3; -1)$.

Lời giải.Gọi tọa độ điểm E là $E(x; y; z)$. $ABCE$ là hình bình hành, ta có

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CE} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = x - 2 \\ 1 = y - 3 \\ 1 = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \\ z = 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 887. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$.

A. $(2; -3; -1)$.B. $(-3; 2; -1)$.C. $(-1; 2; -3)$.D. $(2; -1; -3)$.**Lời giải.**Ta có $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (-1; 2; -3)$.Chọn đáp án **C** □**Câu 888.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 0; 2)$, $C(0; -3; 0)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ làA. $\frac{\sqrt{14}}{4}$.B. $\sqrt{14}$.C. $\frac{\sqrt{14}}{3}$.D. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.**Lời giải.**Phương trình mặt cầu đi qua gốc O có dạng $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz = 0$. (*)Do mặt cầu đi qua các điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 0; 2)$, $C(0; -3; 0)$ nên thay lần lượt tọa độ các điểm vào phương trình (*) ta có hệ

$$\begin{cases} 1 - 2a = 0 \\ 4 + 4c = 0 \\ 9 - 6b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ c = -1 \\ b = \frac{3}{2} \end{cases} \text{ Suy ra bán kính mặt cầu là } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 889.** Trong không gian $Oxyz$, lấy điểm C trên tia Oz sao cho $OC = 1$. Trên hai tia Ox , Oy lần lượt lấy hai điểm A , B thay đổi sao cho $OA + OB = OC$. Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$?A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.B. $\sqrt{6}$.C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.**Lời giải.**Đặt $OA = a$; $OB = b$ với $a, b > 0$.Từ giả thiết ta có $a + b = 1$.Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ (OA , OB , OC đôi một vuông góc) là

$$\begin{aligned} R &= \frac{\sqrt{OA^2 + OB^2 + OC^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}}{2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + (1-a)^2 + 1} = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 - 2a + 2}. \end{aligned}$$

Lại có

$$\begin{aligned} a^2 - a + 1 &= \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} \\ \Rightarrow \sqrt{a^2 - a + 1} &\geq \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = \frac{1}{2}$.Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $\frac{\sqrt{6}}{4}$.Chọn đáp án **A** □**Câu 890.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{OA} = \vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, $B(2; 2; 1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục tung sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.A. $M(0; -3; 0)$.B. $M(0; -2; 0)$.C. $M\left(0; \frac{3}{2}; 0\right)$.D. $M(0; -4; 0)$.**Lời giải.**

Do $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow A(1; 1; -3)$ và M thuộc trục tung $\Rightarrow M(0; m; 0)$.

Ta có: $MA^2 + MB^2 = 1 + (m-1)^2 + 9 + 4 + (2-m)^2 + 1 = 2m^2 - 6m + 20 = 2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{31}{2} \geq \frac{31}{2}$.

Dấu “=” xảy ra tại $m = \frac{3}{2}$.

Vậy $M\left(0; \frac{3}{2}; 0\right)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 891. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(13; 2; 15)$ trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm $H(a; b; c)$. Tính $P = 3a + 15b + c$.

A. $P = 48$.

B. $P = 54$.

C. $P = 69$.

D. $P = 84$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(13; 2; 15)$ trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm $H(13; 2; 0)$.

Do đó $a = 13, b = 2, c = 0 \Rightarrow P = 3a + 15b + c = 3 \cdot 13 + 15 \cdot 2 + 0 = 69$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 892. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 3; 5)$, $B(2; 0; 1)$ và $G(1; 4; 2)$ là trọng tâm. Tìm tọa độ điểm C .

A. $C(0; 0; 9)$.

B. $C\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

C. $C(0; -9; 0)$.

D. $C(0; 9; 0)$.

Lời giải.

Do $G(1; 4; 2)$ là tọa độ trọng tâm tam giác ABC , ta có
$$\begin{cases} x_C = 3x_G - (x_A + x_B) = 0 \\ y_C = 3y_G - (y_A + y_B) = 9 \\ z_C = 3z_G - (z_A + z_B) = 0. \end{cases}$$

Vậy $C(0; 9; 0)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 893. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -4)$ và diện tích của mặt cầu đó bằng 36π .

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 3$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9$.

Lời giải.

Ta có diện tích của mặt cầu là $S = 36\pi \Leftrightarrow 4\pi R^2 = 36\pi \Leftrightarrow R = 3$.

Vậy phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -4)$ bán kính $R = 3$ là

$$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 894. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-3; 5; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-4; 8; -5)$.

B. $D(-4; 8; -3)$.

C. $D(-2; 8; -3)$.

D. $D(-2; 2; 5)$.

Lời giải.

Gọi $D(x_D; y_D; z_D)$.

Ta có $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \quad (1),$$

trong đó $\overrightarrow{AB} = (1; -3; 4)$,

$$\overrightarrow{DC} = (-3 - x_D; 5 - y_D; 1 - z_D).$$

$$\text{Do đó từ (1) có } \begin{cases} -3 - x_D = 1 \\ 5 - y_D = -3 \\ 1 - z_D = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -4 \\ y_D = 8 \\ z_D = -3. \end{cases}$$

Vậy $D(-4; 8; -3)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 895. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; 0; -5)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(2; 1; -1)$.

B. $I(2; 2; -2)$.

C. $I(4; 2; -2)$.

D. $I(-1; 1; 4)$.

Lời giải.

$$\text{Tọa độ trung điểm } I \left(\frac{1+3}{2}; \frac{2+0}{2}; \frac{3-5}{2} \right) \Rightarrow I(2; 1; -1).$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 896. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-4; -2; 9)$.

B. $D(-4; 2; 9)$.

C. $D(4; -2; 9)$.

D. $D(4; 2; -9)$.

Lời giải.

Giả sử $D(x; y; z)$, ta có $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AD} = (x-1; y; z-3), \overrightarrow{BC} = (-5; -2; 6).$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = -5 \\ y = -2 \\ z-3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \\ z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow D(-4; -2; 9).$$

Vậy tọa độ cần tìm của D là $D(-4; -2; 9)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 897. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 3; 4)$, $B(2; -1; 0)$, $C(3; 1; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G(2; 1; 2)$.

B. $G(6; 3; 6)$.

C. $G\left(3; \frac{3}{2}; 3\right)$.

D. $G(2; -1; 2)$.

Lời giải.

$$\text{Tọa độ trọng tâm } G \text{ của tam giác } ABC \text{ là } G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right) \Rightarrow G(2; 1; 2).$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 898. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 7)$, $B(-3; 8; -1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{45}$.

B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 45$.

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{45}$.

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$.

Lời giải.

Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm $I(-1; 3; 3)$ của AB và bán kính $R = IA = 3\sqrt{5}$.

Phương trình của mặt cầu cần tìm là

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 899. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; -1; 3)$. Điểm $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = -1$.

B. $P = 7$.

C. $P = 5$.

D. $P = 2$.

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

(1)

Giả sử $I(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{IA}(1-x; 2-y; 1-z), \overrightarrow{IB}(2-x; -1-y; 3-z)$.

$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x-2(2-x)=0 \\ 2-y-2(-1-y)=0 \\ 1-z-2(3-z)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-4 \\ z=5 \end{cases} \Rightarrow I(3; -4; 5).$$

Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 - 2MB^2 &= (\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IM})^2 - 2(\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IM})^2 \\ &= -MI^2 + IA^2 - 2IB^2 - 2\overrightarrow{IM}(\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB}) \\ &= -IM^2 + (IA^2 - 2IB^2). \end{aligned}$$

Do I, B, A cố định nên biểu thức trên đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow IM$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P) .

Đường thẳng (δ) qua I và vuông góc với (Oxy) có phương trình $\begin{cases} x=3 \\ y=-4 \\ z=5+t \end{cases}$.

Phương trình mặt phẳng $(Oyz): z=0 \Rightarrow 5+t=0 \Rightarrow t=-5 \Rightarrow M(3; -4; 0) \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-4 \\ c=0 \end{cases}$.

Vậy ta có $P = a + b + c = 3 - 4 + 0 = -1$.

• **Cách khác:** Cách đại số

Do $M \in (Oxy) \Rightarrow c = 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 - 2MB^2 &= (a-1)^2 + (b-2)^2 + (0-1)^2 - 2[(a-2)^2 + (b+1)^2 + (0-3)^2] \\ &= -a^2 - b^2 + 6a - 8b - 22 \\ &= -(a-3)^2 - (b+4)^2 + 3 \leq 3. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-4 \end{cases}$.

Vậy ta có $a + b + c = 3 - 4 + 0 = -1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 900. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{x} = (2; 1; -3)$ và $\vec{y} = (1; 0; -1)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$.

A. $\vec{a} = (4; 1; -1)$.

B. $\vec{a} = (3; 1; -4)$.

C. $\vec{a} = (0; 1; -1)$.

D. $\vec{a} = (4; 1; -5)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y} = (2 + 2; 1 + 0; -3 - 2) = (4; 1; -5)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 901. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; -2)$ và $B(3; -1; 1)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$.

- A. $M(9; -5; 7)$. B. $M(9; 5; 7)$. C. $M(-9; 5; -7)$. D. $M(9; -5; -5)$.

Lời giải.

Xét điểm $M(x; y; z)$. Ta có
$$\begin{cases} x - 0 = 3 \cdot 3 \\ y - 1 = 3 \cdot (-2), \text{ từ đó có } M(9; -5; 7). \\ z + 2 = 3 \cdot 3 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 902. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(1; 3; 2)$. B. $(2; -1; 5)$. C. $(2; -1; -5)$. D. $(2; 6; 4)$.

Lời giải.

Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-4 + 2}{2} = -1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3 + 7}{2} = 5. \end{cases}$$

Vậy $I(2; -1; 5)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 903. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 3)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 2$. Xác định tọa độ tâm I của mặt cầu (S) .

- A. $I(-3; 1; -1)$. B. $I(3; 1; -1)$. C. $I(-3; -1; 1)$. D. $I(3; -1; 1)$.

Lời giải.

Mặt cầu $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b; c)$.

Do đó mặt cầu đã cho có tâm $I(-3; -1; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 904. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox . Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu tâm I bán kính IM ?

- A. $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$. B. $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.
C. $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$. D. $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 17$.

Lời giải.

Do I là hình chiếu của $M(1; -2; 3)$ trên Ox nên $I(1; 0; 0)$.

Vậy mặt cầu tâm I bán kính $IM = \sqrt{(1 - 1)^2 + (-2 - 0)^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{13}$ có phương trình là

$$(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 13.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 905. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I , cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

- A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$. B. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 20$.

$$\text{C. } (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25.$$

$$\text{D. } (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9.$$

Lời giải.

Do $A, B \in Ox$ nên $A(a, 0, 0)$ và $B(b, 0, 0)$, $a < b$.

Theo giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} AB = 2\sqrt{3} \\ IA = IB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (b-a)^2 = 12 \\ (a-1)^2 = (b-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (b-a)^2 = 12 \\ a = b \quad (\text{loại}) \\ a = 2-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2-b \\ (1-b)^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 - \sqrt{3} \\ b = 1 + \sqrt{3} \\ a = 1 + \sqrt{3} \\ b = 1 - \sqrt{3} \end{cases}.$$

Suy ra $A(1 - \sqrt{3}; 0; 0)$ và $B(1 + \sqrt{3}; 0; 0)$.

Bán kính mặt cầu $IA = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (-2)^2 + 3^2} = 4$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 906. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -1; 2)$, $B(-2; 0; 3)$ và $C(0; 1; -2)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2 \cdot \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3 \cdot \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T = 12a + 12b + c$ có giá trị là

$$\text{A. } T = 3.$$

$$\text{B. } T = -3.$$

$$\text{C. } T = 1.$$

$$\text{D. } T = -1.$$

Lời giải.

Với I là điểm bất kỳ, ta có

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2 \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3 \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} \\ &= (\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IM}) \cdot (\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IM}) + 2(\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IM}) \cdot (\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IM}) + 3(\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IM}) \cdot (\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IM}) \\ &= \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} + 2 \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IC} + 3 \overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IM} \cdot (4 \overrightarrow{IA} + 3 \overrightarrow{IB} + 5 \overrightarrow{IC}) + 6IM^2. \end{aligned}$$

Chọn $I(x; y; z)$ sao cho $4 \overrightarrow{IA} + 3 \overrightarrow{IB} + 5 \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 4(1-x) + 3(-2-x) + 5(0-x) = 0 \\ 4(-1-y) + 3(0-y) + 5(1-y) = 0 \\ 4(2-z) + 3(3-z) + 5(-2-z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -12x = 2 \\ -12y = -1 \\ -12z = -7. \end{cases}$$

Suy ra $I\left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{7}{12}\right)$.

Khi đó, $\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} + 2 \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IC} + 3 \overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{IA}$ là hằng số và $\overrightarrow{IM} \cdot (4 \overrightarrow{IA} + 3 \overrightarrow{IB} + 5 \overrightarrow{IC}) = 0$ nên $S_{\min} \Leftrightarrow IM$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên $(Oxy) \Rightarrow M\left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{12}; 0\right)$.

$$\text{Vậy } T = 12 \cdot \frac{(-1)}{6} + 12 \cdot \frac{1}{12} + 0 = -1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 907. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(3; 1; 0)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là

$$\text{A. } I(2; 0; 1).$$

$$\text{B. } I(1; 1; -1).$$

$$\text{C. } I(2; 2; -2).$$

$$\text{D. } I(4; 0; 2).$$

Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của AB là $I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-1+1}{2}; \frac{2+0}{2}\right)$ hay $I(2; 0; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 908. Trong không gian $Oxyz$ cho bốn điểm $A(-1; 2; 0)$, $B(3; 1; 0)$, $C(0; 2; 1)$ và $D(1; 2; 2)$. Trong đó có ba điểm thẳng hàng là

- A. A, C, D . B. A, B, D . C. B, C, D . D. A, B, C .

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AC} = (1; 0; 1)$ và $\overrightarrow{AD} = (2; 0; 2)$.

Từ đó ta được $\overrightarrow{AD} = (2; 0; 2) = 2\overrightarrow{AC} = (1; 0; 1)$ do đó 3 điểm A, C, D thẳng hàng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 909. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1; 2; 0)$ và $B(1; -2; 2)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 6$. B. $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 9$.
C. $x^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 6$. D. $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 + (z - 2)^2 = 24$.

Lời giải.

$I(0; 0; 1)$ là trung điểm AB cũng là tâm của mặt cầu.

$$AB = \sqrt{2^2 + (-4)^2 + 2^2} = \sqrt{24} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{24}}{2}.$$

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 6$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 910. Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$, $\vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

- A. 120° . B. 45° . C. 135° . D. 60° .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-1}{\sqrt{2}}.$$

Suy ra $(\vec{u}, \vec{v}) = 135^\circ$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 911. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 0; 2)$, $B(2; 1; -3)$ và $C(1; -1; 0)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(0; 2; -1)$. B. $D(-2; -2; 5)$. C. $D(-2; 2; 6)$. D. $D(2; 2; -5)$.

Lời giải.

Gọi $D(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 1; -5)$ và $\overrightarrow{DC} = (1 - x; -1 - y; -z)$.

$$\text{Để } ABCD \text{ là hình bình hành thì } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \\ z = 5. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 912. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -2)$ và $B(-1; 3; 2)$. Trung điểm đoạn AB có tọa độ là

- A. $(1; 2; 0)$. B. $(2; -1; -2)$. C. $(2; 4; 0)$. D. $(4; -2; -4)$.

Lời giải.

$$\text{Trung điểm đoạn } AB \text{ có tọa độ là } \left(\frac{3 + (-1)}{2}; \frac{1 + 3}{2}; \frac{-2 + 2}{2} \right) = (1; 2; 0).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 913. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(1; 2; 5)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 16$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 16$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(1; 2; 1)$ là trung điểm AB và bán kính $R = \frac{AB}{2} = 4$, nên có phương trình là

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 16.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 914. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 1)$, $B(9; 11; 6)$ và $C(5; 10; 7)$. Giả sử điểm $M(a; b; c)$ thuộc đường thẳng AB sao cho tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MC} = 45$. Khi đó $a + b + c$ bằng

A. 19 .

B. 32 .

C. 16 .

D. 24 .

Lời giải.

Do M thuộc đường thẳng AB nên $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ với k là số thực.

Theo giả thiết

$$\overrightarrow{AB} = (10; 10; 5), \overrightarrow{AC} = (6; 9; 6) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 180, AB^2 = 225.$$

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - k\overrightarrow{AB}^2 = 180 - 225k = 45$, suy ra $k = \frac{3}{5}$.

Do đó $\overrightarrow{AM} = (6; 6; 3) \Rightarrow M(5; 7; 4)$. Vậy $a + b + c = 16$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 915. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (-3; 4; 0)$, $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Tính cosin góc giữa hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\frac{3}{13}$.

B. $-\frac{3}{13}$.

C. $-\frac{5}{6}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải.

Ta có

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3 \cdot 5 + 4 \cdot 0 + 0 \cdot 12}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2} \cdot \sqrt{5^2 + 0^2 + 12^2}} = -\frac{3}{13}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 916. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(2; 1; 4)$, $N(5; 0; 0)$, $P(1; -3; 1)$. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) đồng thời đi qua các điểm M, N, P . Tìm c biết $a + b + c < 5$.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) , đồng thời đi qua các điểm M, N, P ,

$$\text{suy ra } \begin{cases} IM = IN \\ IM = IP \\ d(I, (Oyz)) = IN. \end{cases}$$

$$\text{— } IM = IN \Leftrightarrow \sqrt{(2-a)^2 + (1-b)^2 + (4-c)^2} = \sqrt{(5-a)^2 + b^2 + c^2} \Leftrightarrow 3a - b - 4c = 2.$$

$$\text{— } IM = IP \Leftrightarrow \sqrt{(2-a)^2 + (1-b)^2 + (4-c)^2} = \sqrt{(1-a)^2 + (b+3)^2 + (1-c)^2} \Leftrightarrow a + 4b + 3c = 5.$$

$$\text{— } d(I, (Oyz)) = IN \Leftrightarrow |a| = \sqrt{(5-a)^2 + b^2 + c^2} \Leftrightarrow -10a + b^2 + c^2 = -25.$$

Khi đó ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} 3a - b - 4c = 2 \\ a + 4b + 3c = 5 \\ -10a + b^2 + c^2 = -25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 - c \\ a = 1 + c \\ c^2 - 6c + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ b = -1 \\ a = 3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} c = 4 \\ b = -3 \\ a = 5. \end{cases}$$

Vì $a + b + c < 5$ nên ta chọn $\begin{cases} c = 2 \\ b = -1 \\ a = 3. \end{cases}$

Chọn đáp án **C** □

Câu 917. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -1)$, $B(1; 4; 3)$. Độ dài đoạn thẳng AB là

A. $2\sqrt{13}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. 3.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Độ dài đoạn thẳng AB là $AB = \sqrt{(1-1)^2 + (4+2)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 918. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$ và $D(1; -1; 1)$, tọa độ điểm C là

A. $(2; 0; 2)$.

B. $(2; 2; 2)$.

C. $(2; -2; 2)$.

D. $(0; -2; 0)$.

Lời giải.

Gọi $C(x; y; z)$, ta có $\overrightarrow{BC} = (x-2; y-1; z-2)$ và $\overrightarrow{AD} = (0; -1; 0)$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ y-1=-1 \\ z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=2. \end{cases}$$

Vậy $C(2; 0; 2)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 919. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 1 = 0$.

B. $x^2 + z^2 + 3x - 2y + 4z - 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y + 4z - 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + 8 = 0$.

Lời giải.

Một mặt cầu luôn có phương trình đưa được về dạng $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$. Ngược lại, phương trình có dạng $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ là phương trình của một mặt cầu khi và chỉ khi $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Phương trình $x^2 + z^2 + 3x - 2y + 4z - 1 = 0$ và $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y + 4z - 1 = 0$ không thể là phương trình của một mặt cầu vì nó không đưa được về dạng như trên.

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + 8 = 0$ có dạng như trên nhưng lại có $a^2 + b^2 + c^2 - d = -3 < 0$ nên cũng không thể là phương trình của một mặt cầu.

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 1 = 0$ có $a^2 + b^2 + c^2 - d = 6 > 0$ nên nó là phương trình của một mặt cầu.

Chọn đáp án **A** □

Câu 920. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 1; 3)$, $\vec{b} = (4; -3; 5)$ và $\vec{c} = (-2; 4; 6)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ là

- A. $(10; 9; 6)$. B. $(12; -9; 7)$. C. $(10; -9; 6)$. D. $(12; -9; 6)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = (2; 1; 3)$, $2\vec{b} = (8; -6; 10)$, $\vec{c} = (-2; 4; 6)$.

$$\Rightarrow \vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c} = (12; -9; 7).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 921. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A. 8. B. 6. C. 0. D. -6.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6 + 0 + 0 = 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 922. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(4; -2; 1)$ và véc-tơ $\vec{v} = (1; 1; -2)$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của A qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng trục Ox và phép tịnh tiến theo $\vec{v}$.

- A. $A'(5; 1; 1)$. B. $A'(5; 3; -1)$. C. $A'(5; -1; -3)$. D. $A'(5; 3; -3)$.

Lời giải.

Gọi $A'(a; b; c)$ là điểm cần tìm, P là điểm đối xứng với A qua trục Ox . Khi đó $P(4; 2; -1)$ và

$$\overrightarrow{PA'} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 4 = 1 \\ b - 2 = 1 \\ c + 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \\ c = -3. \end{cases}$$

Vậy $A'(5; 3; -3)$ là điểm cần tìm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 923. Điều kiện cần và đủ để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z + m^2 - 9m + 4 = 0$ là phương trình mặt cầu là

- A. $-1 \leq m \leq 10$. B. $m < -1$ hoặc $m > 10$.
C. $m > 0$. D. $-1 < m < 10$.

Lời giải.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z + m^2 - 9m + 4 = 0$ là phương trình mặt cầu

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow (-1)^2 + (-2)^2 + 3^2 - (m^2 - 9m + 4) > 0 \\ &\Leftrightarrow -m^2 + 9m + 10 > 0 \\ &\Leftrightarrow -1 < m < 10. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

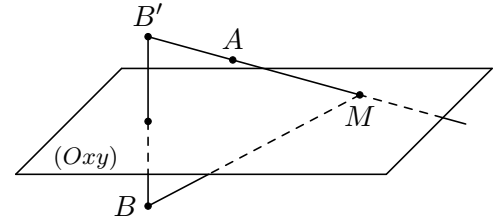
Câu 924. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2; 1)$ và $B(-1; 4; -3)$. Tìm điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $|MA - MB|$ lớn nhất.

- A. $M(-5; 1; 0)$. B. $M(5; 1; 0)$. C. $M(5; -1; 0)$. D. $M(-5; -1; 0)$.

Lời giải.

Ta có $z_A = 1, z_B = -3$ do đó A và B nằm ở hai phía đối với mặt phẳng (Oxy) .

Gọi B' là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (Oxy) , ta có $|MA - MB| = |MA - MB'|$.



Mà ta có

$$\begin{aligned} MA &\leq MB' + AB' \Rightarrow MA - MB' \leq AB' \\ MB' &\leq MA + AB' \Rightarrow MB' - MA \leq AB' \\ \Rightarrow |MA - MB'| &\leq AB'. \end{aligned}$$

Do đó $|MA - MB|$ lớn nhất là AB' khi B', A, M thẳng hàng hay M là giao điểm của đường thẳng AB' và mặt phẳng (Oxy) .

Ta có $B(-1; 4; -3) \Rightarrow B'(-1; 4; 3)$. Suy ra $\overrightarrow{AM} = (x_M - 3; y_M - 2; -1), \overrightarrow{AB'} = (-4; 2; 2)$.

Ta có B', A, M thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AB'}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{x_M - 3}{-4} = \frac{y_M - 2}{2} = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 5 \\ y_M = 1. \end{cases}$$

Vậy tọa độ $M(5; 1; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 925. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(7; 2; 3), B(1; 4; 3), C(1; 2; 6), D(1; 2; 3)$ và điểm M tùy ý. Tính độ dài đoạn OM khi biểu thức $P = MA + MB + MC + \sqrt{3}MD$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $OM = \frac{3\sqrt{21}}{4}$. B. $OM = \sqrt{26}$. C. $OM = \sqrt{14}$. D. $OM = \frac{5\sqrt{17}}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{DA} = (6; 0; 0), \overrightarrow{DB} = (0; 2; 0), \overrightarrow{DC} = (0; 0; 3)$.

Gọi $M(x + 1; y + 2; z + 3)$, ta có

$$\begin{aligned} MA &= \sqrt{(x - 6)^2 + y^2 + z^2} \geq |x - 6| \geq 6 - x \\ MB &= \sqrt{x^2 + (y - 2)^2 + z^2} \geq |y - 2| \geq 2 - y \\ MC &= \sqrt{x^2 + y^2 + (z - 3)^2} \geq |z - 3| \geq 3 - z \\ \sqrt{3}MD &= \sqrt{3(x^2 + y^2 + z^2)} \geq \sqrt{(x + y + z)^2} \geq x + y + z. \end{aligned}$$

Do đó $P \geq (6 - x) + (2 - y) + (3 - z) + (x + y + z) = 11$.

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất là 11 khi và chỉ khi $x = y = z = 0$.

Khi đó $M(1; 2; 3)$, suy ra $OM = \sqrt{14}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 926. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M . Tọa độ điểm M là

A. $M(0; -2; 3)$. B. $M(1; -2; 0)$. C. $M(1; 0; 3)$. D. $M(1; 0; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu của $A(1; -2; 3)$ trên (Oyz) là $M(0; -2; 3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 927. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -2; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(3; -3; 4)$. B. $(1; -1; -2)$. C. $(-3; 3; -4)$. D. $(-1; 1; 2)$.

Lời giải.

Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 928. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

- A. $(1; -2; -1)$. B. $(2; -4; -2)$. C. $(-2; 4; 2)$. D. $(-1; 2; 1)$.

Lời giải.

Phương trình của mặt cầu (S) là

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9.$$

Do đó mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 929. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là

- A. $(1; 0; -1)$. B. $(0; 0; -1)$. C. $(0; 2; 0)$. D. $(1; 0; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là điểm $(0; 2; 0)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 930. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; -1; 3)$ và điểm $M(a; b; 0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. -2 . B. 2 . C. 3 . D. 1 .

Lời giải.

Ta có

$$— MA^2 = (1 - a)^2 + (2 - b)^2 + 1 = a^2 + b^2 - 2a - 4b + 6.$$

$$— MB^2 = (2 - a)^2 + (-1 - b)^2 + 9 = a^2 + b^2 - 4a + 2b + 14.$$

Suy ra

$$MA^2 + MB^2 = 2a^2 + 2b^2 - 6a - 2b + 20 = 2 \left[\left(a - \frac{3}{2} \right)^2 + \left(b - \frac{1}{2} \right)^2 \right] + 15 \geq 15, \forall a, b.$$

Do đó giá trị nhỏ nhất của $MA^2 + MB^2$ là $\min(MA^2 + MB^2) = 15$ khi $a = \frac{3}{2}$ và $b = \frac{1}{2}$.

Vậy $a + b = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 931. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(-3; 1; 2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là

- A. $(-3; -1; 2)$. B. $(3; 1; -2)$. C. $(3; -1; -2)$. D. $(3; -1; 2)$.

Lời giải.

Gọi M là hình chiếu của điểm A lên trục $Oy \Rightarrow M(0; 1; 0)$.

Ta có A' đối xứng với điểm A qua trục Oy nên M là trung điểm của AA'

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2x_M - x_A \\ y_{A'} = 2y_M - y_A \\ z_{A'} = 2z_M - z_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 0 + 3 = 3 \\ y_{A'} = 2 \cdot 1 - 1 = 1 \\ z_{A'} = 0 - 2 = -2 \end{cases} \Rightarrow A'(3; 1; -2).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 932. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0; 2; -1)$, $B(-5; 4; 2)$ và $C(-1; 0; 5)$. Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là

- A. $(-1; 1; 1)$. B. $(-3; 3; 3)$. C. $(-6; 6; 6)$. D. $(-2; 2; 2)$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , ta có:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = -2 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 2 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow G(-2; 2; 2).$$

Vậy tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $(-2; 2; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 933. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình của một mặt cầu?

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 10 = 0$. B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - x - y - z = 0$.
C. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y + 6z + 3 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0$.

Lời giải.

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là phương trình mặt cầu nếu thỏa điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 10 = 0$ có $1^2 + (-2)^2 + (2)^2 - 10 = -1 < 0$.

Do đó phương trình này không là phương trình của mặt cầu

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 934. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{x} = 3\vec{j} - 2\vec{k} + \vec{i}$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{x}$.

- A. $\vec{x} = (1; -2; 3)$. B. $\vec{x} = (3; -2; 1)$. C. $\vec{x} = (1; 3; -2)$. D. $\vec{x} = (1; 2; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{x} = 3\vec{j} - 2\vec{k} + \vec{i} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k} \Rightarrow \vec{x} = (1; 3; -2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 935. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0; -3; 0)$. B. $(0; -3; -5)$. C. $(0; -3; 5)$. D. $(1; -3; 0)$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x = 0$ và hình chiếu của điểm $I(a; b; c)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $(0; b; c)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 936. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 25 = 0$. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(1; -2; 2); R = 6$. B. $I(-1; 2; -2); R = 5$.

C. $I(-2; 4; -4); R = \sqrt{29}$.

D. $I(1; -2; 2); R = \sqrt{34}$.

Lời giải.Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 34$. Khi đó (S) có tâm $I(1; -2; 2)$, bán kính $R = \sqrt{34}$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 937.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

A. $(1; 3; 2)$.

B. $(2; 6; 4)$.

C. $(2; -1; 5)$.

D. $(4; -2; 10)$.

Lời giải.Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khi đó
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow M(2; -1; 5).$$
Chọn đáp án **(C)** □**Câu 938.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 2; -2)$, $B(3; -3; 3)$. Điểm M trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. Khi đó độ dài OM lớn nhất bằng

A. $6\sqrt{3}$.

B. $12\sqrt{3}$.

C. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

D. $5\sqrt{3}$.

Lời giải.Với $M(x; y; z)$ ta có

$$\begin{aligned} \frac{MA}{MB} &= \frac{2}{3} \\ \Leftrightarrow 9 \cdot MA^2 &= 4 \cdot MB^2 \\ \Leftrightarrow 9[(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2] &= 4[(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2] \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 12x - 12y + 12z &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+6)^2 + (y-6)^2 + (z+6)^2 &= 3 \cdot 36. \end{aligned}$$

Ta thấy M thuộc mặt cầu $I(-6; 6; -6)$ có bán kính $R = 6\sqrt{3}$ và đi qua gốc tọa độ O .Ta thấy OM lớn nhất khi $OM = 2R = 12\sqrt{3}$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 939.** Cho véc-tơ $\vec{u} = (1; 3; 4)$, tìm véc-tơ cùng phương với $\vec{u}$.

A. $\vec{d} = (-2; 6; 8)$.

B. $\vec{a} = (2; -6; -8)$.

C. $\vec{c} = (-2; -6; 8)$.

D. $\vec{b} = (-2; -6; -8)$.

Lời giải.Ta có $\vec{b} = (-2; -6; -8) = -2(1; 3; 4) = -2\vec{u}$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 940.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(3; -2; 4), R = 5$.

B. $I(-3; 2; -4), R = 25$.

C. $I(3; -2; 4), R = 25$.

D. $I(-3; 2; -4), R = 5$.

Lời giải. (S) có tâm $I(3; -2; 4)$ và bán kính $R = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 4^2 - 4} = 5$.Chọn đáp án **(A)** □

Câu 941. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .

- A. $OA = 9$. B. $OA = 3$. C. $OA = 1$. D. $OA = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA} = (2; -2; 1) \Rightarrow OA = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 942. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -2)$ và $B(4; 3; 2)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

- A. $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 24$. B. $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 24$.
C. $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 6$. D. $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 6$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(3; 2; 0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{6} \Rightarrow \frac{AB}{2} = \sqrt{6}$.

Mặt cầu tâm I , bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{6}$ có phương trình $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 6$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 943. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x - 3)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 4$ và hai điểm $A(-1; 2; 0)$, $B(2; 5; 0)$. Gọi $K(a; b; c)$ là điểm thuộc (S) sao cho $KA + 2KB$ nhỏ nhất. Giá trị $a - b + c$ bằng

- A. $4 - \sqrt{3}$. B. $-\sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. $4 + \sqrt{3}$.

Lời giải.

Do $K \in (S) \Rightarrow (a - 3)^2 + (b - 2)^2 + c^2 = 4$.

Ta có

$$\begin{aligned} KA &= \sqrt{(a + 1)^2 + (b - 2)^2 + c^2} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2a - 4b + 12 - 7} \\ &= \sqrt{(a + 1)^2 + (b - 2)^2 + c^2 + 3[(a - 3)^2 + (b - 2)^2 + z^2] - 7} \\ &= 2\sqrt{(a - 2)^2 + (b - 2)^2 + z^2} \\ &= 2KM, \text{ với } M(2; 2; 0). \end{aligned}$$

Dễ thấy B nằm ngoài mặt cầu (S) và M nằm trong mặt cầu (S) .

$\Rightarrow KA + 2KB = 2(KM + KB) \geq 2MB$.

Dấu “=” xảy ra khi K là giao điểm của đoạn thẳng MB với mặt cầu (S) .

$$\text{Phương trình của } MB : \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 + 3t \Rightarrow K(2; 5 + 3t; 0). \\ z = 0 \end{cases}$$

$K \in (S) \Rightarrow 1 + (9(1 + t)^2) = 4 \Leftrightarrow t = -1 \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow K(2; 2 - \sqrt{3}; 0)$ và $K(2; 2 + \sqrt{3}; 0)$.

Do K nằm giữa B, M nên $K(2; 2 + \sqrt{3}; 0) \Rightarrow a - b + c = -\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 944. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -2; 3)$ và $B(2; 0; 1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $AB = 9$. B. $AB = \sqrt{3}$. C. $AB = 3$. D. $AB = \sqrt{29}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -2) \Rightarrow AB = \sqrt{1 + 4 + 4} = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 945. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong các mặt cầu dưới đây mặt cầu nào có bán kính $R = 2$?

- A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$. B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$.
 C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 2 = 0$. D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 5 = 0$.

Lời giải.

Dễ thấy cả bốn mặt cầu đều có tâm $I(2; -1; -1)$.

Bán kính $R = 2 \Leftrightarrow 4 + 1 + 1 - d = 4 \Leftrightarrow d = 2$.

Vậy mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 2 = 0$ có bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 946. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a}$ biểu diễn qua các véc-tơ đơn vị như sau $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tính tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$.

- A. $(1; -3; 2)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(2; -3; 1)$. D. $(2; 1; -3)$.

Lời giải.

Vì $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ nên tọa độ $\vec{a}$ là $(2; -3; 1)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 947. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(-2; 2; 1)$. B. $I(1; 0; 4)$. C. $I(2; 0; 8)$. D. $I(2; -2; -1)$.

Lời giải.

$$\text{Tọa độ trung điểm } I \text{ là } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 0 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 4. \end{cases}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 948. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 25$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(1; -2; 0), R = 5$. B. $I(-1; 2; 0), R = 25$. C. $I(1; -2; 0), R = 25$. D. $I(-1; 2; 0), R = 5$.

Lời giải.

Mặt cầu đã cho có tâm I có tọa độ là $(1; -2; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{25} = 5$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 949. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -4)$ và thể tích của khối cầu tương ứng bằng 36π .

- A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 3$. B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 9$.
 C. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 9$. D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 9$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow 36\pi = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow R = 3.$$

Do đó phương trình mặt cầu là $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 9$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 950. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(-1; 1; 1)$, $C(1; 0; 1)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu điểm S để tứ diện $S.ABC$ là một tứ diện vuông đỉnh S (tứ diện có $SA, SB,$

SC đôi một vuông góc)?

A. Chỉ có một điểm S .

B. Có hai điểm S .

C. Có ba điểm S .

D. Không tồn tại điểm S .

Lời giải.

Do $S.ABC$ là một tứ diện vuông đỉnh S nên S thuộc mặt cầu đường kính AB , BC , CA .

Mặt cầu đường kính AB là $x^2 + y^2 + z^2 - 3y = 0$. (1)

Mặt cầu đường kính BC là $x^2 + y^2 + z^2 - y - 2z = 0$. (2)

Mặt cầu đường kính AB là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$. (3)

Lấy (1) trừ (2) theo vế ta có $-2y + 2z = 0 \Leftrightarrow y = z$.

Lấy (1) trừ (3) theo vế ta có $2x - y = 0 \Leftrightarrow y = 2x$.

Thay $z = y = 2x$ vào (1) ta có $x^2 + 4x^2 + 4x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$.

Từ đó ta có $x = y = z = 0$ hoặc $x = \frac{2}{3}, y = z = \frac{4}{3}$.

Vậy $S(0; 0; 0)$ và $S\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 951. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0; 3; -2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} - 2\vec{k}$.

B. $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$.

C. $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

D. $\overrightarrow{OM} = 3\vec{j} - 2\vec{k}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OM} = (0; 3; -2) = 3\vec{j} - 2\vec{k}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 952. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Thể tích của (S) bằng

A. 12π .

B. 9π .

C. 36π .

D. 36 .

Lời giải.

Mặt cầu (S) có bán kính bằng $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 - 5} = 3$ nên có thể tích bằng

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 953. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC . Biết $A(1; 0; -3)$, $B(2; 4; -1)$, $C(2; -2; 0)$, tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$ là

A. $\left(\frac{5}{2}; -1; -2\right)$.

B. $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

C. $(5; 2; -4)$.

D. $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$.

Lời giải.

Gọi $G(x_G; y_G; z_G)$ là trọng tâm của $\triangle ABC$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{1+2+2}{3} \\ y_G = \frac{0+4-2}{3} \\ z_G = \frac{-3-1+0}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{5}{3} \\ y_G = \frac{2}{3} \\ z_G = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Vậy $G\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$ là trọng tâm của $\triangle ABC$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 954. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(1; 1; 1)$, $B(2; 3; 4)$, $C(7; 7; 5)$. Tọa độ của điểm D là

- A. $D(-6; -5; -2)$. B. $D(6; 5; 2)$. C. $D(6; -5; 2)$. D. $D(-6; 5; 2)$.

Lời giải.

$$ABCD \text{ là hình bình hành } \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - x_D = 1 \\ 7 - y_D = 2 \\ 5 - z_D = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 5 \\ z_D = 2. \end{cases}$$

Vậy $D(6; 5; 2)$ là điểm cần tìm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 955. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 1 = 0$ có tọa độ tâm I và bán kính R lần lượt là

- A. $I(2; 0; 0)$, $R = 3$. B. $I(0; 2; 0)$, $R = \sqrt{3}$.
C. $I(0; -2; 0)$, $R = \sqrt{3}$. D. $I(-2; 0; 0)$, $R = 3$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 2; 0)$, bán kính $R = \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 956. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là

- A. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = \sqrt{10}$. B. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 10$.
C. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = \sqrt{10}$. D. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 10$.

Lời giải.

Oy qua $O(0; 0; 0)$ có vector chỉ phương $\vec{j} = (0; 1; 0)$. Khi đó ta có

$$d(I, Oy) = \frac{|\vec{j} \wedge \overrightarrow{IO}|}{|\vec{j}|} = \frac{|\vec{k}|}{1} = \sqrt{10}.$$

Với $\vec{k} = (-3; 0; 1)$.

Vậy phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với trục Oy là

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 10.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 957. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; -3; 7)$, $B(0; 4; 1)$, $C(3; 0; 5)$, $D(3; 3; 3)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ M là

- A. $(0; 1; -4)$. B. $(0; 1; 4)$. C. $(0; -1; 4)$. D. $(0; -1; -4)$.

Lời giải.

Ta có $M \in (Oyz) \Rightarrow M(0; a; b)$. Khi đó ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{MA} = (2; -3 - a; 7 - b) \\ \overrightarrow{MB} = (0; 4 - a; 1 - b) \\ \overrightarrow{MC} = (3; -a; 5 - b) \\ \overrightarrow{MD} = (3; 3 - a; 3 - b) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = (8; 4 - 4a; 16 - 4b).$$

Do đó $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = \sqrt{64 + (4 - 4a)^2 + (16 - 4b)^2} \geq 8$.

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4. \end{cases}$

Vậy $M(0; 1; 4)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 958. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(a + 4b)x + 2(a - b + c)y + 2(b - c)z + d = 0$, tâm I nằm trên mặt phẳng (α) cố định. Biết rằng $4a + b - 2c = 4$, tìm khoảng cách từ điểm $D(1; 2; -2)$ đến mặt phẳng (α) .

A. $\frac{15}{\sqrt{23}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{915}}$.

C. $\frac{9}{\sqrt{15}}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{314}}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(a + 4b; -a + b - c; -b + c)$.

Do tâm I của mặt cầu thuộc mặt phẳng (α) cố định nên

$$\begin{cases} x = a + 4b \\ y = -a + b - c \\ z = -b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -y - z \\ b = \frac{x + y + z}{4} \\ c = \frac{x + y + 5z}{4} \end{cases}.$$

Mà $4a + b - 2c = 4 \Leftrightarrow 4(-y - z) + \frac{x + y + z}{4} - \frac{5z + x + y}{2} = 4 \Leftrightarrow x + 17y + 25z + 16 = 0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $x + 17y + 25z + 16 = 0$.

Khoảng cách từ điểm $D(1; 2; -2)$ đến mặt phẳng (α) là

$$d(D, (\alpha)) = \frac{|1 + 34 - 50 + 16|}{\sqrt{1 + 17^2 + 25^2}} = \frac{1}{\sqrt{915}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 959. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, giả sử $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ véc-tơ $\vec{u}$ là

A. $(-2; 3; -1)$.

B. $(2; 3; -1)$.

C. $(2; -3; -1)$.

D. $(2; 3; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, suy ra $\vec{u} = (2; 3; -1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 960. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$ có tâm và bán kính là

A. Tâm $I(-1; 2; -3)$, bán kính $R = 2$.

B. Tâm $I(-1; 2; -3)$, bán kính $R = 4$.

C. Tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 2$.

D. Tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 4$.

Lời giải.

Ta có mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$ có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 961. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 2)$ và $B(3; 2; -3)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục Ox và đi qua hai điểm A, B có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 2 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2 = 0$.

Lời giải.

Tâm $I \in Ox$ nên $I(x; 0; 0)$. Vì mặt cầu (S) đi qua A, B nên $IA = IB$ (vì cùng bằng bán kính).

Suy ra $IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + 1 + 4 = (x-3)^2 + 4 + 9 \Leftrightarrow 4x = 16 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow I(4; 0; 0)$.

Khi đó mặt cầu (S) có bán kính là $R = IA = \sqrt{9+1+4} = \sqrt{14}$.

Do đó phương trình mặt cầu (S) là $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = 14 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 962. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 4; -1), B(1; 4; -1), C(2; 4; 3), D(2; 2; -1)$, biết $M(x; y; z)$ để $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x + y + z$ bằng

- A. 6. B. $\frac{21}{4}$. C. 8. D. 9.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 0), \overrightarrow{AC} = (0; 0; 4), \overrightarrow{AD} = (0; -2; 0)$.

Suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 8 \neq 0$ nên bốn điểm A, B, C, D lập thành tứ diện.

Gọi I là trọng tâm tứ diện $ABCD$ thì $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$ và $I\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{2}; 0\right)$.

Ta có

$$\begin{aligned} T &= MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 + \overrightarrow{MD}^2 \\ &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{ID})^2 \\ &= 4 \cdot \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + \overrightarrow{IC}^2 + \overrightarrow{ID}^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) \\ &= 4 \cdot \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + \overrightarrow{IC}^2 + \overrightarrow{ID}^2 \\ &= 4 \cdot \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + \overrightarrow{IC}^2 + \overrightarrow{ID}^2 \\ &\geq \overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + \overrightarrow{IC}^2 + \overrightarrow{ID}^2. \end{aligned}$$

Suy ra $T_{\min} = \overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + \overrightarrow{IC}^2 + \overrightarrow{ID}^2$ khi $M \equiv I$ tức là $M\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{2}; 0\right)$.

Khi đó $x + y + z = \frac{7}{4} + \frac{7}{2} + 0 = \frac{21}{4}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 963. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$. Tọa độ tâm I và bán kính r của mặt cầu (S) là

- A. $I(-1; 0; 2), r = 4$. B. $I(1; 0; -2), r = 16$. C. $I(1; 0; -2), r = 4$. D. $I(-1; 0; 2), r = 16$.

Lời giải.

Tọa độ tâm $I(1; 0; -2)$ và bán kính $r = 4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 964. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$ và $\vec{v} = (1; 0; m)$. Gọi S là tập hợp các giá trị m để hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc 45° . Số phần tử của S là

- A. 4. B. 2. C. 1. D. Vô số.

Lời giải.

Ta có $\cos 45^\circ = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \Leftrightarrow 1 - 2m = \sqrt{3 + 3m^2} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m^2 - 4m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2 - \sqrt{6}$.

Vậy $S = \{2 - \sqrt{6}\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 965. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC biết $A(1; 2; 4), B(0; -5; 0), C(2; 0; 5)$.

- A. $G(-1; 1; 3)$. B. $G(1; -1; -3)$. C. $G(1; 1; -3)$. D. $G(1; -1; 3)$.

Lời giải.

Ta có $G = \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \right) = (1; -1; 3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 966. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 6z - 7 = 0$.

- A. $I(1; -1; -3)$, $R = 3\sqrt{2}$. B. $I(1; -1; 3)$, $R = 3\sqrt{2}$.
C. $I(1; -1; -3)$, $R = 18$. D. $I(-1; 1; -3)$, $R = 3$.

Lời giải.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 6z - 7 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 3)^2 = 18$.

Vậy mặt cầu có tâm $I(1; -1; -3)$ và bán kính $R = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 967. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $M(2; 2; 0)$. B. $Q(3; -1; 3)$. C. $N(3; -1; 2)$. D. $P(0; 0; -2)$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng Oxy là $z = 0$. Vậy điểm $M(2; 2; 0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 968. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\overrightarrow{OA} = \vec{j} - 2\vec{k}$. Tọa độ điểm A là

- A. $(0; 1; -2)$. B. $(1; -2; 0)$. C. $(1; 0; -2)$. D. $(0; -1; 2)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA} = 0 \cdot \vec{i} + 1 \cdot \vec{j} - 2 \cdot \vec{k}$. Vậy tọa độ điểm A là $(0; 1; -2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 969. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(x; y; -3)$; $B(6; -2; 4)$; $C(-3; 7; -5)$. Giá trị $x; y$ để A, B, C thẳng hàng là

- A. $x = 1; y = -5$. B. $x = -1; y = -5$. C. $x = -1; y = 5$. D. $x = 1; y = 5$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (6 - x; -2 - y; 7)$ và $\overrightarrow{BC} = (-9; 9; -9)$.

Để A, B, C thẳng hàng thì $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \frac{6-x}{-9} = \frac{-2-y}{9} = \frac{7}{-9} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 970. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(7; -2; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đường kính AB ?

- A. $(x - 4)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 14$. B. $(x - 4)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 2\sqrt{14}$.
C. $(x - 7)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 14$. D. $(x - 4)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 56$.

Lời giải.

+ Mặt cầu đường kính AB có tâm I là trung điểm AB suy ra $I(4; 0; 3)$.

+ Bán kính $R = IA = \sqrt{(x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 + (x_A - z_I)^2} = \sqrt{14}$.

+ Vậy $(S): (x - 4)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 14$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 971. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$ sao cho $OA + OB + OC + AB + BC + CA = 1 + \sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của $V_{O.ABC}$ bằng

- A. $\frac{1}{108}$. B. $\frac{1}{486}$. C. $\frac{1}{54}$. D. $\frac{1}{162}$.

Lời giải.

Ta có $OA = a$; $OB = b$; $OC = c$; $AB = \sqrt{a^2 + b^2}$; $BC = \sqrt{b^2 + c^2}$; $CA = \sqrt{c^2 + a^2}$.

$$V_{OABC} = \frac{1}{6}OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6}a \cdot b \cdot c.$$

Ta có

$$\begin{aligned} OA + OB + OC + AB + BC + CA &= 1 + \sqrt{2} \\ \Leftrightarrow a + b + c + \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} &= 1 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$.

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} &\geq 3\sqrt[6]{(a^2 + b^2)(b^2 + c^2)(c^2 + a^2)} \\ &\geq 3\sqrt[6]{2ab \cdot 2bc \cdot 2ac} \\ &= 3\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{abc}. \end{aligned}$$

Suy ra

$$\begin{aligned} a + b + c + \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} &\geq 3\sqrt[3]{abc} + 3\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{abc} \\ \Leftrightarrow 1 + \sqrt{2} &\geq 3\sqrt[3]{abc}(1 + \sqrt{2}) \Leftrightarrow \sqrt[3]{abc} \leq \frac{1}{3} \\ \Leftrightarrow abc &\leq \frac{1}{27} \Leftrightarrow \frac{1}{6}abc \leq \frac{1}{162} \Leftrightarrow V_{OABC} \leq \frac{1}{162}. \end{aligned}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0; b > 0; c > 0 \\ a = b = c \\ a + b + c + \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} = 1 + \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{3}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của V_{OABC} bằng $\frac{1}{162}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 972. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (4; -2; -4)$, $\vec{b} = (6; -3; 2)$. Giá trị của biểu thức $\left| (2\vec{a} - 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) \right|$ bằng

- A. -200. B. $\sqrt{200}$. C. 200^2 . D. 200.

Lời giải.

Ta có $2\vec{a} - 3\vec{b} = (-10; 5; -14)$ và $\vec{a} + 2\vec{b} = (16; -8; 0)$.

Vậy $\left| (2\vec{a} - 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) \right| = |(-10) \cdot 16 + 5 \cdot (-8) + (-14) \cdot 0| = |-200| = 200$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 973. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Cô-sin của góc $\widehat{BAC}$ là

- A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$. B. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$. C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. D. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (1; 5; -2)$ và $\vec{AC} = (5; 4; -1)$.

$$\text{Vậy } \cos \widehat{BAC} = \cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{1 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + (-2) \cdot (-1)}{\sqrt{1^2 + 5^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{5^2 + 4^2 + (-1)^2}} = \frac{9}{2\sqrt{35}}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 974. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3; 0; 0)$, $B(0; 0; 4)$. Chu vi tam giác OAB bằng

- A. 14. B. 7. C. 6. D. 12.

Lời giải.

Ta có $OA = \sqrt{3^2} = 3$, $OB = \sqrt{4^2} = 4$ và $AB = \sqrt{(0-3)^2 + (0-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{25} = 5$.

Vậy chu vi tam giác OAB bằng $OA + OB + AB = 3 + 4 + 5 = 12$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 975. Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4mx + 2my - 2mz + 9m^2 - 28 = 0$ là phương trình của mặt cầu?

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 6.

Lời giải.

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4mx + 2my - 2mz + 9m^2 - 28 = 0$ là phương trình của mặt cầu khi và chỉ khi

$$(-2m)^2 + (-m)^2 + m^2 - (9m^2 - 28) > 0 \Leftrightarrow m^2 < \frac{28}{3} \Leftrightarrow -\sqrt{\frac{28}{3}} < m < \sqrt{\frac{28}{3}}.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 976. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 5)$. Hoành độ của điểm M là

A. -3.

B. $(2; -3; 5)$.

C. 5.

D. 2.

Lời giải.

Hoành độ của điểm M là 2.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 977. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 1)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{OM}$.

A. $(2; -1; -1)$.B. $(2; 0; 1)$.C. $(1; -1; 2)$.D. $(2; -1; 1)$.**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{OM} = (2; -1; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 978. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 1 = 0$. Tìm tọa độ tâm của (S) .

A. $I(1; 0; -2)$.B. $I(-1; 0; 2)$.C. $I(-1; 0; -2)$.D. $I(-2; 4; -1)$.**Lời giải.**

Tâm mặt cầu $I(1; 0; -2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 979. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; 20; 2038)$ và điểm $B(2; 6; 2000)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

A. $M(6; 26; 4036)$.B. $M(3; 13; 2019)$.C. $M(2; 14; 38)$.D. $M(-3; 13; 2019)$.**Lời giải.**

Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là $M(3; 13; 2019)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 980. Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$ và tiếp xúc với trục Oy .

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{10}$.B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 10$.D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.**Lời giải.**

Gọi M là hình chiếu của $I(1; -2; 3)$ lên Oy , ta có: $M(0; -2; 0)$.

$\overrightarrow{IM} = (-1; 0; -3) \Rightarrow R = d(I, Oy) = IM = \sqrt{10}$ là bán kính mặt cầu cần tìm.

Phương trình mặt cầu là: $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 10$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 981. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 2019; -1)$, $N(2; 1; 1)$ và $P(0; 1; 2)$.

Gọi H là trực tâm tam giác MNP . Giá trị $x + y + z$ là

A. 4.

B. 2019.

C. 2020.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{NM} = (-1; 2018; -2) \\ \overrightarrow{NP} = (-2; 0; 1) \end{cases}$

Ta thấy $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Rightarrow NM \perp NP \Rightarrow H \equiv N \Rightarrow x + y + z = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 982. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 3; 7)$, $B(2; 3; 2)$ và $C(-2; -3; 3)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G(1; 1; 4)$.

B. $G(2; -1; 3)$.

C. $G(1; 2; 3)$.

D. $G(1; -1; 1)$.

Lời giải.

Tọa độ trọng tâm G được xác định như sau

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{3 + 2 + (-2)}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{3 + 3 + (-3)}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{7 + 2 + 3}{3} = 4. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 983. Phương trình mặt cầu đường kính AB với $A(-1; 2; 5)$, $B(3; -2; 1)$ là

A. $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 12$.

B. $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 3$.

C. $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 12$.

D. $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 48$.

Lời giải.

Ta có, mặt cầu tâm $I(1; 0; 3)$, bán kính $R = \sqrt{\frac{1}{4}AB^2} = 2\sqrt{3}$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x - 1)^2 + (y - 0)^2 + (z - 3)^2 = 12 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 12$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 984. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 12$ và hai điểm $A(2; -3; 2)$, $B(-2; 1; 4)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (S) sao cho $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất, tính $a + b + c$.

A. $\frac{7}{3}$.

B. -4.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 0; 4)$, bán kính $R = 2\sqrt{3}$.

Gọi $C(0; -1; 3)$ là trung điểm của AB .

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} &= (\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IM}) (\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IM}) \\ &= \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} + IM^2 - \overrightarrow{IM} (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) \\ &= \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} + R^2 - 2 \cdot \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{IC} \\ &= \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} + R^2 - 2 \cdot R \cdot IC \cos(\overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IC}).\end{aligned}$$

Vì I, A, B, R, C không đổi nên $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất khi $\overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IC}$ cùng hướng.

Gọi d là đường thẳng qua $I(-1; 0; 4)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{IC}$, suy ra phương trình tham số

$$\text{của đường thẳng } d \text{ là } \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 0 - t \\ z = 4 - t. \end{cases}$$

Vì $M = d \cap (S)$ nên $(-1 + t + 1)^2 + (-t)^2 + (4 - t - 4)^2 = 12 \Leftrightarrow 3t^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow t = \pm 2$.

Khi $t = 2$, tọa độ $M(1; -2; 2) \Rightarrow \overrightarrow{IM} = 2 \cdot \overrightarrow{IC}$ nên hai véc-tơ $\overrightarrow{IM}$ và $\overrightarrow{IC}$ cùng hướng, suy ra $a + b + c = 1$.

Khi $t = -2$, tọa độ $M(-3; 2; 6) \Rightarrow \overrightarrow{IM} = -2 \cdot \overrightarrow{IC}$ nên hai véc-tơ $\overrightarrow{IM}$ và $\overrightarrow{IC}$ ngược hướng. Trường hợp này loại.

Chọn đáp án **C** □

Câu 985. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 4)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 1$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (S) . Tìm giá trị nhỏ nhất của $a^2 + b^2 + c^2$.

A. 25.

B. 29.

C. 24.

D. 26.

Lời giải.

Vì $M(a; b; c) \in (S): (x - 4)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 1$ nên $(a - 4)^2 + (b - 2)^2 + (c - 4)^2 = 1$. Suy ra

$$a^2 + b^2 + c^2 + 35 = 8a + 4b + 8c \leq \sqrt{8^2 + 4^2 + 8^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \Leftrightarrow 5 \leq \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \leq 7.$$

Vậy $a^2 + b^2 + c^2 \geq 25$, dấu " $=$ " xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \frac{a}{8} = \frac{b}{4} = \frac{c}{8} \\ a^2 + b^2 + c^2 = 25 \\ (a - 4)^2 + (b - 2)^2 + (c - 4)^2 = 1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{10}{3} \\ b = \frac{5}{3} \\ c = \frac{10}{3}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 986. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -2; 2)$ và $N(1; 0; 4)$. Điểm nào sau đây là trung điểm của đoạn thẳng MN ?

A. $I(1; -1; 3)$.

B. $J(0; 2; 2)$.

C. $G(2; -2; 6)$.

D. $H(1; 0; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\frac{x_M + x_N}{2} = 1$, $\frac{y_M + y_N}{2} = -1$, $\frac{z_M + z_N}{2} = 3$ nên điểm $I(1; -1; 3)$ là trung điểm của đoạn thẳng MN .

Chọn đáp án **A** □

Câu 987. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

A. $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 8$.

B. $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 8$.

Lời giải.Mặt cầu có đường kính AB thì có tâm là trung điểm $I(1; 0; 2)$ của đoạn thẳng AB và bán kính

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(0-0)^2 + (-1-1)^2 + (3-1)^2}}{2} = \sqrt{2}.$$

Phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.Chọn đáp án **B** □

Câu 988. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 3$ và hai điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$. Xét điểm M thay đổi thuộc mặt cầu (S) , giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng

A. 103.

B. 108.

C. 105.

D. 100.

Lời giải.Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 3; 3)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.

$$\text{Giả sử điểm } N(x; y; z) \text{ thỏa mãn } 2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(2-x) + 3(-3-x) = 0 \\ 2(-2-y) + 3(3-y) = 0 \\ 2(4-z) + 3(-1-z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \\ z = 1. \end{cases}$$

Suy ra $N(-1; 1; 1)$, $IN = 2\sqrt{3}$, $NA = 3\sqrt{3}$, $NB = 2\sqrt{3}$.

Ta lại có

$$\begin{aligned} 2MA^2 + 3MB^2 &= 2(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NA})^2 + 3(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NB})^2 \\ &= 5MN^2 + 2\overrightarrow{MN} \cdot (2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NB}) + 2NA^2 + 3NB^2 \\ &= 5MN^2 + 2NA^2 + 3NB^2. \end{aligned}$$

Do vậy $2MA^2 + 3MB^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MN nhỏ nhất.Ta lại có $IN = 2\sqrt{3} > R$ nên MN nhỏ nhất khi và chỉ khi $MN = IN - R = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$.Vậy giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2 = 5 \cdot 3 + 2 \cdot 27 + 3 \cdot 12 = 105$.Chọn đáp án **C** □

Câu 989. Cho 2 véc-tơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1; 2)$. Khi đó tích vô hướng $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng

A. 12.

B. 2.

C. 11.

D. 10.

Lời giải.Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (-1; -1; 5)$.Suy ra $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = -1 \cdot (-2) - 1 \cdot 1 + 5 \cdot 2 = 11$.Chọn đáp án **C** □

Câu 990. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi điểm $M(a; b; c)$ (với $a; b; c$ tối giản) thuộc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z - 7 = 0$ sao cho biểu thức $T = 2a + 3b + 6c$ đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị biểu thức $P = 2a - b + c$.

A. $\frac{12}{7}$.

B. 8.

C. 6.

D. $\frac{51}{7}$.**Lời giải.**Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z - 7 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 16$.Gọi $M(a; b; c) \in (S) \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 = 16$.

Ta có

$$\begin{aligned} |2(a-1) + 3(b-2) + 6(c-2)| &\leq \sqrt{(2^2 + 3^2 + 6^2)[(a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2]} \\ &\Leftrightarrow |2a + 3b + 6c - 20| \leq 28 \\ &\Rightarrow 2a + 3b + 6c - 20 \leq 28 \\ &\Rightarrow 2a + 3b + 6c \leq 48. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} 2a + 3b + 6c = 48 \\ \frac{a-1}{2} = \frac{b-2}{3} \\ \frac{a-1}{2} = \frac{c-2}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 3b + 6c = 48 \\ 3a - 2b = -1 \\ 3a - c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{15}{7} \\ b = \frac{26}{7} \\ c = \frac{38}{7} \end{cases}.$

Vậy $T = 2a - b + c = 6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 991. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2t; 2t; 0)$, $B(0; 0; t)$ với $(t > 0)$. Điểm P di động thỏa mãn $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 3$. Biết rằng có giá trị $t = \frac{a}{b}$ với a, b nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản sao cho OP đạt giá trị lớn nhất bằng 3. Khi đó giá trị của $Q = 2a + b$ bằng

- A. 5. B. 13. C. 11. D. 9.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} \overrightarrow{OA} = (2t; 2t; 0) \\ \overrightarrow{OB} = (0; 0; t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \\ \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (2t; 2t; t). \end{cases}$

Suy ra

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} &= 3 \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{OP} (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}) + \overrightarrow{OP} (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OB}) + (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}) (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OB}) &= 3 \\ \Leftrightarrow 3OP^2 - 2(\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OB}) + \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} &= 3 \\ \Leftrightarrow 3OP^2 = 2\overrightarrow{OP} (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) + 3, & \quad (*). \end{aligned}$$

Giả sử điểm $P = (x_0; y_0; z_0)$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow 3(x_0^2 + y_0^2 + z_0^2) = 4x_0t + 4y_0t + 2z_0t + 3 \Leftrightarrow x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - \frac{4t}{3}x_0 - \frac{4t}{3}y_0 - \frac{2t}{3}z_0 - 1 = 0$.

Vậy P thuộc mặt cầu có tâm $I\left(\frac{2t}{3}; \frac{2t}{3}; \frac{t}{3}\right)$, bán kính $R = \sqrt{t^2 + 1}$.

Suy ra OP lớn nhất bằng $OI + R = t + \sqrt{t^2 + 1} = 3 \Leftrightarrow t = \frac{4}{3} \Rightarrow Q = 2 \cdot 4 + 3 = 11$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 992. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; -2)$, $B(2; 3; -1)$, $C(0; -3; 6)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(1; 1; 0)$. B. $G(3; 0; 1)$. C. $G(3; 0; -1)$. D. $G(1; 0; 1)$.

Lời giải.

Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{1+2+0}{3}; \frac{0+3-3}{3}; \frac{-2-1+6}{3}\right) \Rightarrow G(1; 0; 1)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 993. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(2; 1; -4)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(3; 0; -2)$. B. $(1; 0; -6)$. C. $(-1; -2; 6)$. D. $(1; 2; -6)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -6)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 994. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -1)$, $B(1; 2; 2)$. Phương trình mặt cầu tâm A , bán kính AB là

A. $(x-1)^2(y+2)^2+(z+1)^2=5$.

B. $(x-1)^2(y-2)^2+(z-2)^2=25$.

C. $(x-1)^2(y+2)^2+(z+1)^2=25$.

D. $(x-1)^2(y-2)^2+(z-2)^2=5$.

Lời giải.

Ta có bán kính mặt cầu $R = AB = \sqrt{0^2 + 4^2 + 3^2} = 5$.

Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 25$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 995. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tọa độ đỉnh A' là

A. $A'(4; 6; -5)$.

B. $A'(-3; 4; -1)$.

C. $A'(3; 5; -6)$.

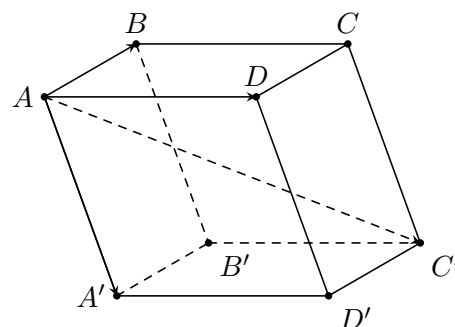
D. $A'(3; 5; 6)$.

Lời giải.

Giả sử $A'(x; y; z)$.

Ta có $\overrightarrow{AA'} = (x-1; y; z-1)$, $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$,

$\overrightarrow{AD} = (0; -1; 0)$, $\overrightarrow{AC'} = (3; 5; -6)$.



Theo quy tắc hình hộp, ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} &= \overrightarrow{AC'} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x-1+1+0=3 \\ y+1-1=5 \\ z-1+1+0=-6 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=5 \\ z=-6 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $A'(3; 5; -6)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 996. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1; 2; -3)$ và tiếp xúc với trục Oy có bán kính bằng

A. $\sqrt{10}$.

B. 2.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{13}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của tâm $I(1; 2; -3)$ trên trục Oy . Suy ra $H(0; 2; 0)$ và $IH = \sqrt{10}$.

Vậy bán kính mặt cầu có tâm $I(1; 2; -3)$ trên trục Oy là $IH = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 997. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(2; -1; 3)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1; -1; 2)$.

B. $(3; -1; 4)$.

C. $(-1; -1; 2)$.

D. $(-1; 1; -2)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (1; -1; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 998. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có $A_1(\sqrt{3}; -1; 1)$, hai đỉnh B, C thuộc trục Oz và $AA_1 = 1$ (C không trùng với O). Biết $\vec{u}(a; b; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng A_1C . Tính $T = a^2 + b^2$.

A. $T = 4$.

B. $T = 5$.

C. $T = 16$.

D. $T = 9$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(A_1B_1C_1)$ qua $A_1(\sqrt{3}; -1; 1)$ và song song với Oz .

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $BC, B_1C_1 \Rightarrow A_1M \perp BC \Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của A_1 lên $Oz \Rightarrow M(0; 0; 1)$ và $MN = 1$.

Ta có $A_1N = \sqrt{A_1M^2 - MN^2} = \sqrt{3}$, do tam giác $A_1B_1C_1$ đều $\Rightarrow$ ta có

$$A_1N = \frac{\sqrt{3}}{2}B_1C_1 = \sqrt{3} \Leftrightarrow B_1C_1 = 2.$$

$$\text{Suy ra } MC = 1 \Leftrightarrow |n - 1| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 2 \\ n = 0. \end{cases}$$

— Với $n = 0 \Rightarrow C(0; 0; 0) \equiv O$ không thỏa mãn.

— Với $n = 2 \Rightarrow C(0; 0; 2)$ thỏa mãn.

Do đó $\overrightarrow{A_1C} = (-\sqrt{3}; 1; 1) \Rightarrow \vec{u}_{A_1C} = (-\sqrt{3}t; t; t)$, với $t = 2 \Rightarrow$

$$\begin{cases} a = -2\sqrt{3} \\ b = 2. \end{cases}$$

Vậy ta có $T = a^2 + b^2 = (-2\sqrt{3})^2 + 2^2 = 16$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 999. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oz là điểm

A. $M_3(3; 0; 0)$.

B. $M_4(0; 2; 0)$.

C. $M_1(0; 0; -1)$.

D. $M_2(3; 2; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; -1)$ lên trục Oz là điểm $M_1(0; 0; -1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1000. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; -2)$. Độ dài đoạn thẳng OA là

A. 2.

B. 3.

C. 9.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $OA = \sqrt{(x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2 + (z_A - z_O)^2} = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1001. Bán kính của mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 2z + 5 = 0$ là

A. $R = 4$.

B. $R = 5$.

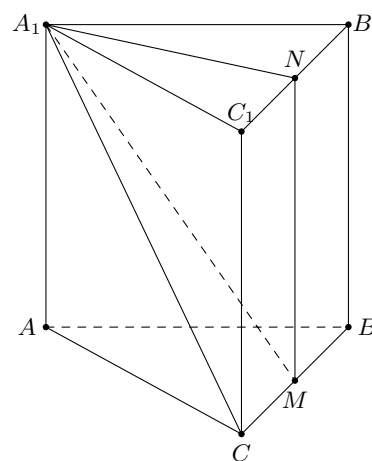
C. $R = 3$.

D. $R = 2$.

Lời giải.

Ta có $a = 2, b = -3, c = 1, d = 5$ nên $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 3$.

Chọn đáp án **(C)** □



Câu 1002. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -2; -1)$. Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB là điểm

- A. $I(2; 0; -2)$. B. $I(1; -2; 1)$. C. $I(1; 0; -2)$. D. $I(4; 0; -4)$.

Lời giải.

$$\text{Tọa độ trung điểm } I \text{ của đoạn thẳng } AB \text{ thỏa } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 0 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow I(2; 0; -2).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1003. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 6 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

- A. $I(1; -3; 0); R = 4$. B. $I(-1; 3; 0); R = 4$. C. $I(-1; 3; 0); R = 16$. D. $I(1; -3; 0); R = 16$.

Lời giải.

Mặt cầu đã cho có tâm $I(-1; 3; 0)$ và $R = \sqrt{(-1)^2 + 3^2 + 0^2 - (-6)} = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1004. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; 4)$, $B(9; -7; 2)$. Tìm trên trục Ox tọa độ điểm M sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(5; 0; 0)$. B. $M(-2; 0; 0)$. C. $M(4; 0; 0)$. D. $M(9; 0; 0)$.

Lời giải.

Gọi tọa độ điểm cần tìm là $M(a; 0; 0)$.

Khi đó $MA^2 + MB^2 = (a + 1)^2 + 9 + 16 + (9 - a)^2 + 49 + 4 = 2a^2 - 16a + 160$.

Đặt $y = 2x^2 - 16x + 160 \Rightarrow y' = 4x - 16$, Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	4	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	128	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 128 khi $a = 4$. Vậy $M(4; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1005. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ là điểm có tọa độ

- A. $(-2; -4; -6)$. B. $(1; 2; 3)$. C. $(-1; -2; -3)$. D. $(2; 4; 6)$.

Lời giải.

Tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ là điểm $I(1; 2; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1006. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 5)$, $N(-1; 6; -3)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là

- A. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$. B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 36$.
C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 6$. D. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 36$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của MN thì $I(1; 2; 1)$ và I là tâm mặt cầu đường kính MN .

Bán kính mặt cầu là $R = IM = \sqrt{2^2 + 4^2 + 4^2} = 6$.

Vậy mặt cầu đường kính MN có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 36$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1007. Cho các tia Ox, Oy, Oz cố định đôi một vuông góc với nhau. Trên các tia đó lần lượt lấy các điểm A, B, C thay đổi thỏa mãn $OA + OB + OC + AB + BC + CA = 1$ trong đó A, B, C không trùng với O . Giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $OABC$ bằng $\frac{1}{m(1 + \sqrt{n})^3}$, ($m, n \in \mathbb{Z}$). Giá trị của biểu thức $P = m + n$ bằng

A. 164.

B. 111.

C. 192.

D. 150.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ sao cho các tia Ox, Oy, Oz là chiều dương các trục tọa độ, gọi $A(x; 0; 0)$, $B(0; y; 0)$, $C(0; 0; z)$, ($x, y, z > 0$).

Ta có $V_{OABC} = \frac{1}{6}xyz$. Theo giả thiết

$$\begin{aligned} OA + OB + OC + AB + BC + CA &= 1 \\ \Leftrightarrow x + y + z + \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{y^2 + z^2} + \sqrt{z^2 + x^2} &= 1 \end{aligned}$$

Theo bất đẳng thức Cô-si ta có

$$\begin{aligned} x + y + z + \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{y^2 + z^2} + \sqrt{z^2 + x^2} &\geq 3\sqrt[3]{xyz} + 3\sqrt[3]{2\sqrt{2}xyz} \\ \Leftrightarrow 1 &\geq 3\sqrt[3]{xyz} (1 + \sqrt{2}) \\ \Rightarrow \frac{1}{6}xyz &\leq \frac{1}{162(1 + \sqrt{2})^3} \\ \Leftrightarrow V_{OABC} &\leq \frac{1}{162(1 + \sqrt{2})^3}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z = \frac{1}{3 + 3\sqrt{2}}$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} m = 162 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow P = m + n = 164.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1008. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -3)$, hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $M'(1; 0; -3)$.

B. $M'(0; 2; -3)$.

C. $M'(1; 2; 0)$.

D. $M'(1; 2; 3)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(1; 2; 0)$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1009. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 1; 3)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0; 1; 0)$.

B. $(-2; 0; 0)$.

C. $(0; 0; 3)$.

D. $(0; 1; 3)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox có tọa độ là $(-2; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1010. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2az + 10a = 0$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của a để (S) có chu vi đường tròn lớn bằng 8π là

- A. $\{-1; 11\}$. B. $\{-10; 2\}$. C. $\{1; 10\}$. D. $\{1; -11\}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; a)$; $R = \sqrt{a^2 - 10a + 5}$.

Theo giả thiết chu vi đường tròn lớn bằng 8π ta có

$$2\pi R = 8\pi \Leftrightarrow \sqrt{a^2 - 10a + 5} = 4 \Rightarrow a^2 - 10a - 11 = 0 \Rightarrow a = \{-1; 11\}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1011. Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai véc-tơ $\vec{a} = (3; 2; 1)$ và $\vec{b} = (-5; 2; -4)$ bằng

- A. -15 . B. -10 . C. -7 . D. 15 .

Lời giải.

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot (-5) + 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-4) = -15$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1012. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(5; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 1 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 16$. B. $(x + 5)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$.
C. $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 4$. D. $(x + 5)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$.

Lời giải.

Vì mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên bán kính là

$$R = d[I; (P)] = \frac{|2 \cdot 5 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-3) + 1|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 4.$$

Vậy phương trình mặt cầu $S(I; R = 4)$ là $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 16$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1013. Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$, $D(2; 2; 2)$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm của đoạn MN là

- A. $(1; -1; 2)$. B. $(1; 1; 0)$. C. $(1; 1; 1)$. D. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải.

Vì M , N lần lượt là trung điểm của AB và CD nên $M(1; 1; 0)$; $N(1; 1; 2)$.

Khi đó trung điểm của MN là $I(1; 1; 1)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1014. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (-4; 5; -3)$, $\vec{b} = (2; -2; 1)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{x} = \vec{a} + 2\vec{b}$.

- A. $\vec{x} = (2; 3; -2)$. B. $\vec{x} = (0; 1; -1)$. C. $\vec{x} = (0; -1; 1)$. D. $\vec{x} = (-8; 9; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{x} = \vec{a} + 2\vec{b} = (-4; 5; -3) + 2(2; -2; 1) = (0; 1; -1)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1015. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(3; -3; 1)$ và đi qua điểm $A(5; -2; 1)$ có phương trình là

A. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

B. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$.

C. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$.

D. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Lời giải.Gọi R là bán kính của mặt cầu (S) .Do mặt cầu (S) có tâm là $I(3; -3; 1)$ và đi qua A nên $R = IA$ hay

$$R = \sqrt{(5-3)^2 + (-2+3)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{5}.$$

Do đó phương trình mặt cầu (S) là $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1016.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -4; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

A. $I(2; -3; -1)$.

B. $I(2; -2; 8)$.

C. $I(1; -1; 4)$.

D. $I(-2; 3; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3-1}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-4+2}{2} = -1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3+5}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I(1; -1; 4).$$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1017.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 81$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

A. $I(2; 1; 0), R = 81$.

B. $I(-2; -1; 0), R = 81$.

C. $I(2; 1; 0), R = 9$.

D. $I(-2; -1; 0), R = 9$.

Lời giải.Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; -1; 0)$, bán kính $R = 9$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1018.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tâm và bán kính của mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

A. $I(-1; -4; 3), R = \sqrt{18}$.

B. $I(1; -4; -3), R = \sqrt{18}$.

C. $I(1; 4; 3), R = \sqrt{18}$.

D. $I(1; -4; 3), R = \sqrt{18}$.

Lời giải.Mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3), R = \sqrt{18}$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1019.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 4)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1; 2; 5)$.

B. $(3; 5; 1)$.

C. $(3; 4; 1)$.

D. $(1; 2; 3)$.

Lời giải.Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 5)$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1020.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$.Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B . Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB .

A. $S = 4$.

B. $S = \sqrt{7}$.

C. $S = 2\sqrt{2}$.

D. $S = 2\sqrt{7}$.

Lời giải.Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.Vì $OM = 1 < R$ nên M nằm bên trong mặt cầu (S) . Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên d .

Ta dùng mô hình như hình bên để giải bài toán.

Đặt $x = OH$, ta có $0 < x \leq OM$, đồng thời

$$HA = \sqrt{R^2 - OH^2} = \sqrt{8 - x^2}.$$

Vậy diện tích tam giác OAB là $S_{OAB} = \frac{1}{2}OH \cdot AB = OH \cdot HA = x\sqrt{8 - x^2}$.Xét hàm số $f(x) = x\sqrt{8 - x^2}$ trên $(0; 1]$. Ta có $f'(x) = -\frac{2(x^2 - 4)}{\sqrt{8 - x^2}} > 0 \forall x \in (0; 1]$.Suy ra $\max_{(0; 1]} f(x) = f(1) = \sqrt{7}$.Vậy diện tích lớn nhất S của tam giác OAB bằng $\sqrt{7}$ khi H trùng với điểm M , hay M là hình chiếu vuông góc của O lên d .Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1021. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 4; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 1)^2 = 12$.

B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 12$.

C. $x^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 3$.

D. $x^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 12$.

Lời giải.Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(0; 3; 2)$.Mặt cầu cần tìm có tâm $I(0; 3; 2)$ và bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{3}$ nên có phương trình

$$x^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 3.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1022. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân có $AB = BC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $\widehat{SBA} = 60^\circ$. Gọi M là điểm nằm trên AC sao cho $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{CM}$. Tính khoảng cách giữa SM và AB .

A. $d = \frac{6a\sqrt{7}}{7}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{7}}{21}$.

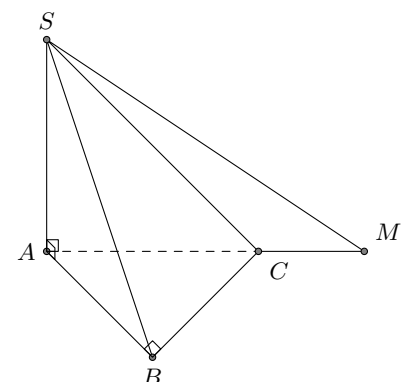
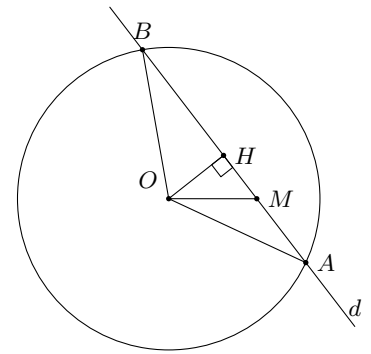
D. $d = \frac{3a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải.Gọi hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $O \equiv B$, $Bx \equiv BA$, $By \equiv BC$, $Bz \parallel SA$. Khi đó ta có $B(0; 0; 0)$, $A(a; 0; 0)$, $C(0; a; 0)$ và $S(a; 0; a\sqrt{3})$.Từ $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{CM} \Rightarrow M\left(-\frac{a}{2}; \frac{3a}{2}; 0\right)$.Nên $\overrightarrow{AB} = (-a; 0; 0)$, $\overrightarrow{SM} = \left(-\frac{3a}{2}; \frac{3a}{2}; -a\sqrt{3}\right)$, $\overrightarrow{AS} = (0; 0; a\sqrt{3})$, $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SM}] = \left(0; -a^2\sqrt{3}; -\frac{3a^2}{2}\right)$.

$$\text{Do đó } d(AB, SM) = \frac{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SM}] \cdot \overrightarrow{AS}|}{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SM}]|} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{a^2\sqrt{21}} = \frac{3a\sqrt{7}}{7}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 1023. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(2; 3; -2)$ trên trục Oy có tọa độ là

- A. $(0; 0; -2)$. B. $(2; 0; -2)$. C. $(0; 3; 0)$. D. $(2; 0; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm $M(2; 3; -2)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0; 3; 0)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1024. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Tọa độ tâm của mặt cầu là $I(a; b; c)$. Tính $a + b + c$.

- A. 2. B. 6. C. -2. D. -1.

Lời giải.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$.

Do đó (S) có tâm $I(1; -2; 3)$, suy ra $a + b + c = 1 + (-2) + 3 = 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1025. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$.

Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A. $I(1; 2; 3)$ và $R = 5$. B. $I(-1; -2; -3)$ và $R = 5$.
C. $I(1; 2; 3)$ và $R = 25$. D. $I(-1; -2; -3)$ và $R = 25$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 5$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1026. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác OAB với $O(0; 0; 0)$, $A(6; 0; 0)$, $B(0; 8; 0)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 2 = 0$ đồng thời cách đều các đỉnh O , A , B . Giá trị của tổng $a + b - c$ là

- A. -2. B. 2. C. 4. D. 10.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} M \in (P) \\ OM^2 = AM^2 \\ OM^2 = BM^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b + 3c - 2 = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 = (a - 6)^2 + b^2 + c^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 = a^2 + (b - 8)^2 + c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \\ c = -3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1027. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 5)$. Hình chiếu của điểm M lên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 1; 5)$. B. $(2; 0; 0)$. C. $(0; 1; 0)$. D. $(0; 0; 5)$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm $M(2; 1; 5)$ lên trục Ox là điểm có tọa độ $(2; 0; 0)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1028. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 4)^2 = 4$. Tọa độ của tâm I và bán kính R của mặt cầu là

- A. $I(-1; 3; -4); R = 2$. B. $I(1; -3; 4); R = 2$.
C. $I(1; -3; 4); R = 4$. D. $I(-1; 3; -4); R = 4$.

Lời giải.

Theo định nghĩa phương trình mặt cầu, ta suy ra mặt cầu có tâm $I(1; -3; 4)$ và bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1029. Trong không gian $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a}(-2; 2; 0)$, $\vec{b}(2; 2; 0)$, $\vec{c}(2; 2; 2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng

- A. 6. B. 11. C. $2\sqrt{11}$. D. $2\sqrt{6}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (2; 6; 2)$. Do đó $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = 2\sqrt{11}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1030. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$ là phương trình mặt cầu.

- A. $-5 < m < 1$. B. $\begin{cases} m < -5 \\ m > 1 \end{cases}$. C. $m < -5$. D. $m > 1$.

Lời giải.

Gọi phương trình đã cho có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a = m + 2$, $b = -2m$, $c = m$, $d = 5m^2 + 9$.

Để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu thì

$$a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 + 4m^2 + m^2 - 5m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -5 \\ m > 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1031. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; 1)$, $B(1; -1; 2)$, $C(1; 2; -1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\vec{OM} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$.

- A. $M(-2; 6; -4)$. B. $M(2; -6; 4)$. C. $M(-2; -6; 4)$. D. $M(5; 5; 0)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (-2; -3; 1)$, $\vec{AC} = (-2; 0; -2)$ nên

$$\vec{OM} = 2\vec{AB} - \vec{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2 \times (-2) - (-2) \\ y_M = 2 \times (-3) - 0 \\ z_M = 2 \times (1) - (-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -2 \\ y_M = -6 \\ z_M = 4. \end{cases}$$

Vậy $M(-2; -6; 4)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1032. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ và $B(m; m-1; -4)$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để độ dài đoạn $AB = 3$.

- A. $m = 2$ hoặc $m = 3$. B. $m = 1$ hoặc $m = 4$. C. $m = 1$ hoặc $m = 2$. D. $m = 3$ hoặc $m = 4$.

Lời giải.

Ta có $\vec{OA} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \Leftrightarrow A(3; 1; -2) \Rightarrow \vec{AB} = (m-3; m-2; -2)$.

Theo bài ra $AB = 3$ nên $(m-3)^2 + (m-2)^2 + 4 = 9 \Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 4. \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1033. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai véc tơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A. 30° . B. 120° . C. 60° . D. 150° .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \cos(\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{-\sqrt{3}}{1 \cdot 2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\vec{i}, \vec{u}) = 150^\circ.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1034. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $A'(0;0;2a)$ với $a \neq 0$ Độ dài đoạn thẳng AC' là

- A. $3|a|$. B. $\frac{3|a|}{2}$. C. $2|a|$. D. $|a|$.

Lời giải.

Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $A'(0;0;2a)$ nên $C(a;2a;0)$, $C'(a;2a;2a)$.
 Vậy $AC' = \sqrt{a^2 + 4a^2 + 4a^2} = 3|a|$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1035. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và $M(4;6;3)$. Qua M kẻ các tia Mx , My , Mz đôi một vuông góc với nhau và cắt mặt cầu tại các điểm thứ hai tương ứng là A , B , C . Biết mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định $H(a;b;c)$. Tính $a+3b-c$.

- A. 9. B. 14. C. 11. D. 20.

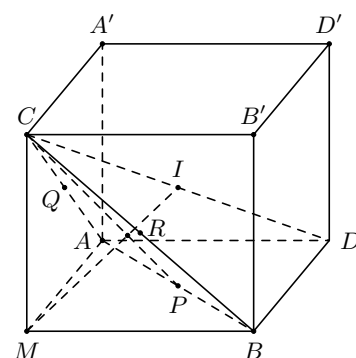
Lời giải.

Ta thấy M nằm trên mặt cầu (S) tâm $I(1;2;3)$ nên (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MABC$. Gọi P , Q , R là trung điểm các cạnh AB , AC , BC và G là trọng tâm tam giác ABC . Dựng hình hộp chữ nhật $MADB.CA'D'B'$, khi đó I là tâm hình hộp chữ nhật $MADB.CA'D'B'$ nên G là trọng tâm tam giác CMD .

$$\text{Do đó } \overrightarrow{GM} = -2\overrightarrow{GI} \Rightarrow \begin{cases} 4 - x_G = -2(1 - x_G) \\ 6 - y_G = -2(2 - y_G) \\ z_G = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = 2 \\ y_G = \frac{10}{3} \\ z_G = 3. \end{cases}$$

$$\Rightarrow G\left(2; \frac{10}{3}; 3\right).$$

Vậy mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm cố định $H \equiv G\left(2; \frac{10}{3}; 3\right) \Rightarrow a = 2, b = \frac{10}{3}, c = 3 \Rightarrow a + 3b - c = 9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1036. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$ và $\vec{b} = (2; 1; -1)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = (2; -1; 2)$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1; 5; 3)$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

Lời giải.

Áp dụng biểu thức tọa độ của tích vô hướng, ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 + (-1) \cdot 1 + 2 \cdot (-1) = -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1037. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. 26. B. 22. C. $\sqrt{26}$. D. $\sqrt{22}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{(3-1)^2 + (0+3)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{22}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1038. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-2; 2; -3)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2 + (y - 3)^2 + (z - 1)^2 = 36$.

B. $x^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

C. $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 9$.

D. $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 36$.

Lời giải.

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(0; 3; -1)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Bán kính mặt cầu là $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(-2-2)^2 + (2-4)^2 + (-3-1)^2}}{2} = 3$.

Phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 9$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1039. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(10; -4; 0)$, $B(-4; 6; 0)$ và $C(0; 4; 6)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $(4; 0; -2)$.

B. $(2; 2; -4)$.

C. $(2; 2; 2)$.

D. $(2; 4; 2)$.

Lời giải.

Gọi $G(x; y; z)$ là trọng tâm tam giác ABC , ta có

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10 - 4 + 0}{3} \\ y = \frac{-4 + 6 + 4}{3} \\ z = \frac{0 + 0 + 6}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = 2 \end{cases}$$

Vậy $G(2; 2; 2)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1040. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(-2; -1; 3); R = 4$.

B. $I(-2; 1; -3); R = 4$.

C. $I(2; -1; -3); R = 4$.

D. $I(2; -1; 3); R = 4$.

Lời giải.

Tâm của mặt cầu (S) là $I(2; -1; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{16} = 4$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1041. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 1; -3)$, $B(3; -1; 1)$. Gọi G là trọng tâm $\triangle OAB$, $\overrightarrow{OG}$ có độ dài bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{3\sqrt{5}}{3}$.

D. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $G = \left(\frac{4}{3}; 0; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{OG} = \left(\frac{4}{3}; 0; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow |\overrightarrow{OG}| = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 0^2 + \left(-\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1042. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$ và $B(1; 3; 2)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 0)^2 = 2$.

B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 2$.

C. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 5$.

D. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 2$.

Lời giải.

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I = (1; 2; 1)$ (I trung điểm AB) và bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu là $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1043. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(-3; 2; -1)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $(-1; 0; -2)$.

B. $(-4; 4; 2)$.

C. $(-2; 2; 2)$.

D. $(-2; 2; 1)$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = -2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 2 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1044. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) lần lượt là

A. $I(1; -1; 2)$, $R = 3$.

B. $I(-1; 1; -2)$, $R = 3$.

C. $I(1; -1; 2)$, $R = 9$.

D. $I(-1; 1; -2)$, $R = 9$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu viết lại như sau $(S): (x - 1)^2 + [y - (-1)]^2 + (z - 2)^2 = 3^2$. Vậy tọa độ tâm I và bán kính R của (S) lần lượt là $I(1; -1; 2)$, $R = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1045. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 8y + 9 = 0$ và hai điểm $A(5; 10; 0)$, $B(4; 2; 1)$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S) . Giá trị nhỏ nhất của $MA + 3MB$ bằng

A. $\frac{11\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{22\sqrt{2}}{3}$.

C. $22\sqrt{2}$.

D. $11\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y; z) \in (S)$. Ta có

$$\begin{aligned} MA + 3MB &= \sqrt{(x - 5)^2 + (y - 10)^2 + z^2} + 3\sqrt{(x - 4)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2} \\ &= 3 \left[\sqrt{\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{14}{3}\right)^2 + z^2} + \sqrt{(x - 4)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2} \right] \\ &\geq \sqrt{\left(4 + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(2 - \frac{14}{3}\right)^2 + 1^2} = \frac{11\sqrt{2}}{3}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1046. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 2$ là

A. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 4$.

B. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 2$.

C. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 2$.

D. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 2$ là $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1047. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3; 3; 2)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(1; 1; -2)$. Gọi $G(x_0; y_0; z_0)$ là trọng tâm của tam giác đó. Tổng $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

- A. 9. B. 3. C. $-\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } G(x_0; y_0; z_0) \text{ là trọng tâm } \triangle ABC \Rightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{3 - 1 + 1}{3} = 1 \\ y_0 = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{3 + 2 + 1}{3} = 2 \\ z_0 = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{2 + 0 - 2}{3} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow G(1; 2; 0) \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = 3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1048. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; -2)$, $B(1; 4; 2)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(4; 4; 0)$. B. $(-2; 4; 4)$. C. $(2; 2; 0)$. D. $(-1; 2; 2)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (-2; 4; 4).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1049. Cho tứ diện $ABCD$ có O là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm của hai cạnh đối diện và a là số thực dương không đổi. Tập hợp các điểm M trong không gian thỏa mãn hệ thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = a$ là

- A. Mặt cầu tâm O bán kính $r = \frac{a}{2}$. B. Mặt cầu tâm O bán kính $r = \frac{a}{3}$.
C. Mặt cầu tâm O bán kính $r = a$. D. Mặt cầu tâm O bán kính $r = \frac{a}{4}$.

Lời giải.

Theo tính chất trọng tâm của tứ diện ta có

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = a \Leftrightarrow |4\overrightarrow{MO}| = a \Leftrightarrow MO = \frac{a}{4}.$$

Vậy tập hợp các điểm M là mặt cầu tâm O bán kính $r = \frac{a}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1050. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; -3; 2)$, $B(4; 1; 2)$. Độ dài đoạn AB bằng

- A. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. B. 5. C. -5. D. 25.

Lời giải.

$$\text{Độ dài đoạn } AB \text{ là } AB = \sqrt{3^2 + 4^2 + 0^2} = 5.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1051. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 4z + 5 = 0$. Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S) là

- A. $I(2; 4; 4)$ và $R = 2$. B. $I(1; -2; -2)$ và $R = \sqrt{14}$.
C. $I(-1; 2; 2)$ và $R = 2$. D. $I(1; -2; -2)$ và $R = 2$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(-1; 2; 2)$ và bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1052. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình mặt cầu?

A. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2x - 4y + 6z + 5 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y - z = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 7y + 5z - 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 4y + \sqrt{3}z + 7 = 0$.

Lời giải.

Chú ý rằng phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$. Từ đó suy ra $x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 4y + \sqrt{3}z + 7 = 0$ không phải là phương trình mặt cầu vì

$$a^2 + b^2 + c^2 - d = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 2^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 7 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1053. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $\overrightarrow{AB} = (-3; 0; 4)$, $\overrightarrow{AC} = (5; -2; 4)$. Độ dài đường trung tuyến AM là

A. $4\sqrt{2}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $5\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Do M là trung điểm của BC nên

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow 4AM^2 = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})^2 \Leftrightarrow 4AM^2 = AB^2 + AC^2 + 2\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow AM = 3\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1054. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(0; -1; 0)$.

B. $N(3; 0; 0)$.

C. $P(0; -1; 1)$.

D. $Q(0; 0; 1)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là $P(0; -1; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1055. Tích vô hướng của hai véc-tơ $\vec{a} = (-2; 2; 5)$, $\vec{b} = (0; 1; 2)$ trong không gian bằng

A. 14.

B. 13.

C. 10.

D. 12.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 2 = 12$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1056. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; a; 1)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 9 = 0$. Tập hợp các giá trị của a để điểm A nằm trong khối cầu là

A. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

B. $(-3; 1)$.

C. $[-1; 3]$.

D. $(-1; 3)$.

Lời giải.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 14$.

Điểm $A(1; a; 1)$ nằm trong khối cầu khi và chỉ khi

$$1 + (a - 1)^2 + 9 < 14 \Leftrightarrow (a - 1)^2 < 4 \Leftrightarrow -2 < a - 1 < 2 \Leftrightarrow -1 < a < 3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1057. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+4)^2 + (y-5)^2 + (z+6)^2 = 9$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(4; -5; 6), R = 81$.

B. $I(-4; 5; -6), R = 81$.

C. $I(4; -5; 6), R = 3$.

D. $I(-4; 5; -6), R = 3$.

Lời giải.

Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu là $I(-4; 5; -6), R = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1058. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-3; 0; 4)$, đi qua điểm $A(-3; 0; 0)$ có phương trình là

A. $(x-3)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 4$.

B. $(x-3)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 16$.

C. $(x+3)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 16$.

D. $(x+3)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 4$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có bán kính là $R = IA = 4$.

Phương trình mặt cầu tâm $I(-3; 0; 4)$, bán kính $R = 4$ là $(x+3)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 16$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1059. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 3; 2)$, $B(-2; -1; 4)$ và hai điểm M, N thay đổi trên mặt phẳng Oxy sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM^2 + BN^2$ là:

A. 28.

B. 25.

C. 36.

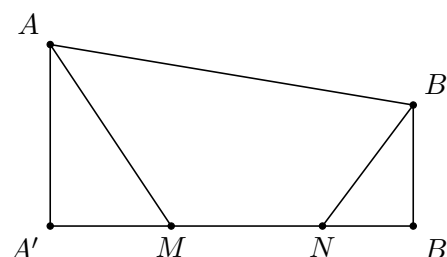
D. 20.

Lời giải.

Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng Oxy .

Ta có $A'(1; 3; 0)$, $B'(-2; -1; 0)$, suy ra $A'B' = 5$.

Xét trường hợp đặc biệt là A', B', M, N thẳng hàng, đặt $A'M = x$, thì



$$AM^2 = AA'^2 + A'M^2 = 4 + x^2, \quad BN^2 = BB'^2 + B'N^2 = 4^2 + (4-x)^2.$$

Khi đó $AM^2 + BN^2 = 2x^2 - 8x + 36 = 2(x-2)^2 + 28 \geq 28$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $AM^2 + BN^2$ là 28.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1060. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 3; 0)$. Véc-tơ $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là

A. $(1; 7; 2)$.

B. $(1; 5; 2)$.

C. $(3; 7; 2)$.

D. $(1; 7; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b} = (2; 4; 2) + (-1; 3; 0) = (1; 7; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1061. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(7; 4; 5)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-4)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 104$.

B. $(x-4)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 26$.

C. $(x+4)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 26$.

D. $(x+4)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 104$.

Lời giải.

Ta có $AB = \sqrt{(7-1)^2 + (4-2)^2 + (5+3)^2} = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB suy ra $I(4; 3; 1)$.

Mặt cầu đường kính AB là mặt cầu có tâm I là trung điểm của đoạn thẳng AB và bán kính $R = \frac{1}{2}AB = \sqrt{26}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-4)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 26$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1062. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 0)$, $B(1; 0; -1)$ và $C(-3; 0; 0)$. tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $\left(0; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. B. $(0; -1; -1)$. C. $(0; 1; 1)$. D. $\left(0; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải.

$$G \text{ là trọng tâm } \triangle ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 0 \\ y_G = -\frac{1}{3} \\ z_G = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1063. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 6)$, $B(2; 4; 0)$ và $C(0; 4; 6)$. Biết M là điểm để biểu thức $MA + MB + MC + MO$ đạt giá trị nhỏ nhất, phương trình đường thẳng (Δ) đi qua hai điểm $H(3; 0; -1)$ và M là

- A. $(\Delta): \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-3}$. B. $(\Delta): \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$.
C. $(\Delta): \frac{x-3}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$. D. $(\Delta): \frac{x-3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-2}$.

Lời giải.

Gọi I là trọng tâm tứ diện $OABC$, ta được $I(1; 2; 3)$.

Khi đó, ta có $\begin{cases} \vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IO} = \vec{0} \\ IA = IB = IC = IO = \sqrt{14}. \end{cases}$

Ta thấy

$$\begin{aligned} MA &= \frac{1}{\sqrt{14}} \cdot |\vec{MA}| \cdot |\vec{IA}| \\ &\geq \frac{1}{\sqrt{14}} \cdot \vec{MA} \cdot \vec{IA} \\ &= \frac{1}{\sqrt{14}} (\vec{MI} + \vec{IA}) \cdot \vec{IA} \\ &= \frac{1}{\sqrt{14}} \vec{MI} \cdot \vec{IA} + \sqrt{14}. \end{aligned}$$

Tương tự, ta có

$$\begin{aligned} MB &\geq \frac{1}{\sqrt{14}} \vec{MI} \cdot \vec{IB} + \sqrt{14} \\ MC &\geq \frac{1}{\sqrt{14}} \vec{MI} \cdot \vec{IC} + \sqrt{14} \\ MO &\geq \frac{1}{\sqrt{14}} \vec{MI} \cdot \vec{IO} + \sqrt{14}. \end{aligned}$$

Do vậy, ta được

$$MA + MB + MC + MO \geq \frac{1}{\sqrt{14}} \cdot \vec{MI} \cdot (\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IO})$$

$$= 4\sqrt{14}. \quad (*)$$

Đẳng thức (*) xảy ra $\Leftrightarrow M \equiv I$. Khi đó ta có $\overrightarrow{MH} = (2; -2; -4)$.

Vậy $(\Delta): \frac{x-3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1064. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 2)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $M \in (Oyz)$. B. $M \in (Oxz)$. C. $M \in (Oxy)$. D. $M \in Oy$.

Lời giải.

Do $y_M = 0$ nên $M \in (Oxz)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1065. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 2), B(-1; 2; -4)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 44$. B. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 11$.
C. $x^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 44$. D. $x^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 11$.

Lời giải.

Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm $I(0; 1; -1)$ của AB và bán kính $R = IA = \sqrt{11}$.

Do đó phương trình của mặt cầu là $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 11$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1066. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 4; 1)$ và $B(4; 5; 2)$. Điểm C thỏa mãn $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BA}$ có tọa độ là

- A. $(-6; -1; -1)$. B. $(-2; -9; -3)$. C. $(6; 1; 1)$. D. $(2; 9; 3)$.

Lời giải.

Giả sử $C(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{OC} = (x; y; z)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BA} = (-6; -1; -1) \Rightarrow \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = -1 \\ z = -1. \end{cases}$$

Vậy $C(-6; -1; -1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1067. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 16$.

Bán kính của mặt cầu (S) là

- A. 7. B. 4. C. 5. D. 16.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ thì có bán kính là R .

Áp dụng vào bài toán này ta có bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1068. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; 1)$ lên trục $x'Ox$ là

- A. $Q(-2; 0; 0)$. B. $R(0; 0; 1)$. C. $S(0; 3; 1)$. D. $P(2; 0; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm $A(2; 3; 1)$ lên trục $x'Ox$ là điểm $P(2; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1069. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\overrightarrow{OM} = -\vec{j} + 5\vec{k}$. Khi đó tọa độ điểm M là

A. $M(-1; 0; 5)$.

B. $M(-1; -5; 0)$.

C. $M(0; 1; -5)$.

D. $M(0; -1; 5)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OM} = 0 \cdot \vec{i} + (-1) \cdot \vec{j} + 5 \cdot \vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{OM} = (0; -1; 5)$.

Vậy $M(0; -1; 5)$.

Chọn đáp án **D** □**Câu 1070.** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6 = 0$ là

A. $I(2; 4; 0)$.

B. $I(1; 2; 0)$.

C. $I(1; 2; 3)$.

D. $I(2; 4; 6)$.

Lời giải.Mặt cầu (S) có tâm là $I(1; 2; 0)$.Chọn đáp án **B** □**Câu 1071.** Trong không gian $oxyz$ cho các véc-tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$; $\vec{v} = (m; 2; m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = (2; -2; 1)$; $\vec{v} = (m; 2; m+1)$.

Theo giả thiết $|\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow 3 = \sqrt{m^2 + 4 + (m+1)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2. \end{cases}$

Vậy có hai giá trị m thỏa mãn đề bài.Chọn đáp án **C** □**Câu 1072.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai các $A(5; 1; 5)$, $B(4; 3; 2)$, $C(-3; -2; 1)$. Điểm $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a + 2b + c$.

A. 1.

B. 3.

C. 6.

D. -9.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (-8; -3; -4) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-17; 20; 19)$.

Vì A, B, C, I đồng phẳng nên

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AI} = (-17; 20; 19)(a-5; b-1; c-5) = 0 \Leftrightarrow -17a + 20b + 19c = 30.$$

Ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (a-5)^2 + (b-1)^2 + (c-5)^2 = (a-4)^2 + (b-3)^2 + (c-2)^2 \\ (a-5)^2 + (b-1)^2 + (c-5)^2 = (a+3)^2 + (b+2)^2 + (c-1)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -10a - 2b - 10c + 25 + 1 + 25 = -8a - 6b - 4c + 16 + 9 + 4 \\ -10a - 2b - 10c + 25 + 1 + 25 = 6a + 4b - 2c + 9 + 4 + 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2a - 4b + 6c = 22 \\ 16a + 6b + 8c = 37. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra ta có hệ } \begin{cases} 17a - 20b - 19c = -30 \\ a - 2b + 3c = 11 \\ 16a + 6b + 8c = 37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = 3. \end{cases}$$

Vậy $a + 2b + c = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1073. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 2; \log_2 3)$ và $\vec{v} = (2; -2; \log_3 2)$. Tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot 2 + 2 \cdot (-2) + \log_2 3 \cdot \log_3 2 = 2 - 4 + 1 = -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1074. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 4)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Oy là điểm nào dưới đây?

- A. $Q(1; 0; 0)$. B. $M(0; -2; 4)$. C. $N(0; -2; 0)$. D. $P(0; 0; 4)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của A trên trục Oy là $N(0; -2; 0)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1075. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

- A. $(1; -3; 2)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(2; 1; -3)$. D. $(2; -3; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ $\vec{a} = (2; -3; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1076. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z - m^2 + 5 = 0$ với m là tham số thực. Tìm m sao cho mặt cầu (S) có bán kính $R = 3$.

- A. $m = \pm 2\sqrt{3}$. B. $m = \pm 3\sqrt{2}$. C. $m = \pm 2\sqrt{2}$. D. $m = \pm \sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -2 \\ d = -m^2 + 5 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d = m^2 + 1 > 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = \sqrt{m^2 + 1}$.

Khi đó $R = 3 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + 1} = 3 \Leftrightarrow m^2 = 8 \Leftrightarrow m = \pm 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1077. Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 4y + 2mz + m^2 + 5m = 0$ là phương trình mặt cầu khi

- A. $m < 4$. B. $m > 1$. C. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 4 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 4 \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 4y + 2mz + m^2 + 5m = 0$ là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi

$$m^2 + 2^2 + m^2 - (m^2 + 5m) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 4 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1078. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

- A. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$.
 B. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.
 C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$.
 D. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.

Lời giải.

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1079. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a}$ biểu diễn của các véc-tơ đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

- A. $(1; 2; -3)$.
 B. $(2; -3; 1)$.
 C. $(2; 1; -3)$.
 D. $(1; -3; 2)$.

Lời giải.

Theo định nghĩa thì $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (x; y; z)$.

Do đó véc-tơ $\vec{a} = (2; -3; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1080. Cho điểm $M(1; 2; -3)$, hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

- A. $M'(1; 2; 0)$.
 B. $M'(1; 0; -3)$.
 C. $M'(0; 2; -3)$.
 D. $M'(1; 2; 3)$.

Lời giải.

Theo định nghĩa ta có $M'(1; 2; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1081. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$.
 B. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$.
 C. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.
 D. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.

Lời giải.

Mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ có tâm $I(-1; 2; 1)$ và bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1082. Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(2; 0; 1)$ và $B(3; -1; 2)$. Véc-tơ $\vec{AB}$ có tọa độ là

- A. $(1; -1; 1)$.
 B. $(-1; 1; -1)$.
 C. $(1; 1; -1)$.
 D. $(-1; 1; 1)$.

Lời giải.

$\vec{AB} = (3-2; -1-0; 2-1) = (1; -1; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1083. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; 4)$ và $B(4; -5; 0)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

- A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (y-2)^2 = 84$.
 B. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (y-2)^2 = 21$.
 C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (y-2)^2 = 21$.
 D. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (y-2)^2 = 84$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB ta có $I(3; -1; 2)$, $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{2^2 + (-8)^2 + (-4)^2}}{2} = \sqrt{21}$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB là

$$(x-3)^2 + (y+1)^2 + (y-2)^2 = 21.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1084. Cho các véc-tơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (0; -1; 2)$. Véc-tơ $\vec{v} = 3\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $\vec{v} = (3; 9; 7)$. B. $\vec{v} = (3; 9; 11)$. C. $\vec{v} = (3; 7; 11)$. D. $\vec{v} = (3; 7; 7)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{v} = 3\vec{a} - \vec{b} = (3 - 0; 6 + 1; 9 - 2) = (3; 7; 7)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1085. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Hình chiếu của điểm A đến mặt phẳng (Oyz) là

- A. $(0; 2; 3)$. B. $(1; 0; 3)$. C. $(1; 2; 0)$. D. $(1; 0; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm A xuống mặt phẳng (Oyz) là điểm $H(0; 2; 3)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1086. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 4)$. Mặt cầu (S) có bán kính bằng 9, đi qua A và có tâm I thuộc tia đối tia Oy . Phương trình mặt cầu (S) là

- A. $x^2 + (y - 10)^2 + z^2 = 81$. B. $x^2 + (y + 10)^2 + z^2 = 81$.
C. $x^2 + (y - 6)^2 + z^2 = 81$. D. $x^2 + (y + 6)^2 + z^2 = 81$.

Lời giải.

Vì tâm I thuộc tia đối tia Oy nên $I(0; a; 0)$, với $a < 0$. Ta có

$$IA = R \Leftrightarrow 1^2 + (a - 2)^2 + 4^2 = 81 \Leftrightarrow (a - 2)^2 = 64 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ a = -6 \end{cases}, \text{ loại vì } a < 0$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0; -6; 0)$ và $R = 9$ là $x^2 + (y + 6)^2 + z^2 = 81$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1087. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 3)$ và $B(3; 1; 2)$. Véc-tơ $-\vec{AB}$ có tọa độ là

- A. $(-1; -2; 1)$. B. $(1; 2; -1)$. C. $(5; 0; 5)$. D. $(1; -2; 1)$.

Lời giải.

Ta có $-\vec{AB} = \vec{BA} = (-1; -2; 1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1088. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 2; 3)$ và $B(3; 2; 1)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I đi qua B là

- A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 8$. B. $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 8$.
C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 2\sqrt{2}$. D. $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu là $R = IB = \sqrt{(x_B - x_I)^2 + (y_B - y_I)^2 + (z_B - z_I)^2} = 2\sqrt{2}$.

Phương trình cần tìm là $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 8$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1089. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(3; -3; -2)$. Véc-tơ $\vec{AB}$ có tọa độ là

- A. $(-2; -2; 4)$. B. $(2; -2; 4)$. C. $(1; -1; -2)$. D. $(2; -2; -4)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -2; -4)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1090. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hãy biết phương trình mặt cầu đường kính AB với $A(2; 3; -1)$, $B(0; -1; 3)$.

A. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

B. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 36$.

C. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 9$.

D. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 36$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I(1; 1; 1)$, $AB = 6$.

Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I(1; 1; 1)$, bán kính $R = \frac{AB}{2} = 3$ có phương trình là: $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1091. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

A. $(1; 3; 2)$.

B. $(2; 6; 4)$.

C. $(2; -1; 5)$.

D. $(4; -2; 10)$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khi đó
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow M(2; -1; 5).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1092. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 1; 2)$ và đi qua điểm $A(1; -2; -1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. 72.

B. 216.

C. 108.

D. 36.

Lời giải.

Đặt $AB = a$, $AC = b$, $AD = c$ thì $ABCD$ là tứ diện vuông đỉnh A , nội tiếp mặt cầu (S) .

Khi đó $ABCD$ là tứ diện đặt ở góc A của hình hộp chữ nhật tương ứng có các cạnh AB, AC, AD và đường chéo AA' là đường kính của cầu. Ta có $a^2 + b^2 + c^2 = 4R^2$.

Xét $V = V_{ABCD} = \frac{1}{6}abc \Leftrightarrow V^2 = \frac{1}{36}a^2b^2c^2$.

Mà $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} \Leftrightarrow \left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}\right)^3 \geq a^2b^2c^2 \Leftrightarrow \left(\frac{4R^2}{3}\right)^3 \geq 36 \cdot V^2 \Leftrightarrow V \leq R^3 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{27}$

Với $R = IA = 3\sqrt{3}$.

Vậy $V_{\max} = 36$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1093. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

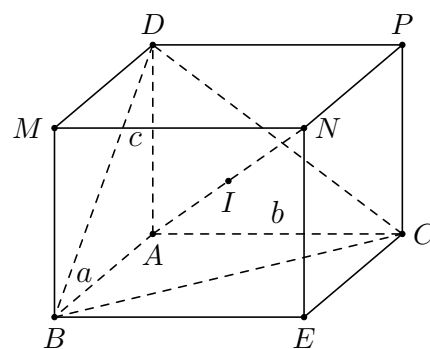
A. $(3; 3; -1)$.

B. $(-1; -1; -3)$.

C. $(3; 1; 1)$.

D. $(1; 1; 3)$.

Lời giải.



Ta có $\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 2 - 1; 1 - (-2)) = (1; 1; 3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1094. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 3)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 2$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(3; 1; -1)$.

B. $(3; -1; 1)$.

C. $(-3; -1; 1)$.

D. $(-3; 1; -1)$.

Lời giải.

Tâm của $(S): (x + 3)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 2$ có tọa độ là $(-3; -1; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1095. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và đi qua điểm $A(5; -2; -1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. 256.

B. 128.

C. $\frac{256}{3}$.

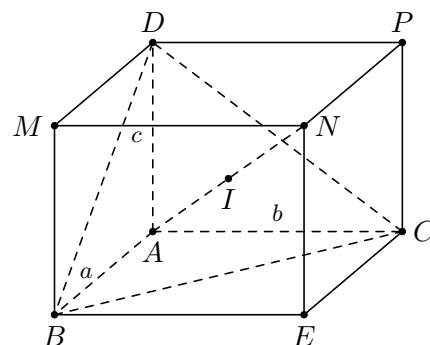
D. $\frac{128}{3}$.

Lời giải.

Đặt $AB = a, AC = b, AD = c$ thì $ABCD$ là tứ diện vuông đỉnh A , nội tiếp mặt cầu (S) bán kính R .

Khi đó $ABCD$ là tứ diện đặt ở góc A của hình hộp chữ nhật tương ứng có các cạnh AB, AC, AD và đường chéo AN là đường kính của cầu. Ta có $a^2 + b^2 + c^2 = 4R^2$.

Xét $V = V_{ABCD} = \frac{1}{6}abc \Leftrightarrow V^2 = \frac{1}{36}a^2b^2c^2$.



Mà $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} \Leftrightarrow \left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}\right)^3 \geq a^2b^2c^2 \Leftrightarrow \left(\frac{4R^2}{3}\right)^3 \geq 36V^2 \Leftrightarrow V \leq R^3 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{27}$.

Do $R = IA = 4\sqrt{3}$ nên ta có $V \leq \frac{256}{3}$ (Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = 8$).

Vậy $\max V_{ABCD} = \frac{256}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1096. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x - 5)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 3$ có bán kính bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. 3.

D. 9.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu $R = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1097. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 0; 2)$ và đi qua điểm $A(0; 1; 1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{8}{3}$.

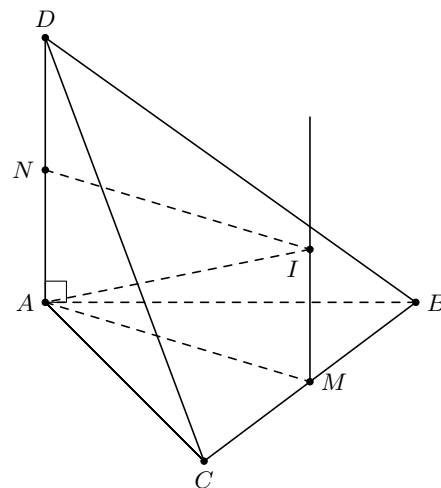
B. 4.

C. $\frac{4}{3}$.

D. 8.

Lời giải.

Đặt $AD = a$, $AB = b$, $AC = c$, Gọi M , N lần lượt là trung điểm BC , AD . Qua M kẻ đường thẳng d song song với AD , qua N dựng đường thẳng vuông góc với AD cắt d tại I . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.



Ta có

$$\begin{aligned} & \text{— } R = IA = \sqrt{3}. \\ & \text{— } AM = \frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{2}; \quad IM = \frac{a}{2} \\ & \Rightarrow R^2 = IA^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4} = 3. \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} \Rightarrow abc \leq 8$.

$$\text{Suy ra } V_{ABCD} = \frac{1}{6}abc \leq \frac{1}{6} \cdot 8 = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1098. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ biết $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{k}$.

- A. $\vec{a} = (0; 3; -5)$. B. $\vec{a} = (3; 0; 5)$. C. $\vec{a} = (3; -5; 0)$. D. $\vec{a} = (3; 0; -5)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (3; 0; -5).$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1099. Trong không gian $Oxyz$, gọi φ là góc tạo bởi hai véc-tơ $\vec{a} = (3; -1; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\varphi = 30^\circ$. B. $\varphi = 45^\circ$. C. $\varphi = 90^\circ$. D. $\varphi = 60^\circ$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \cos \varphi = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{|3 \cdot 1 + (-1) \cdot 1 + 2 \cdot (-1)|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = 0 \text{ nên } \varphi = 90^\circ.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1100. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $C(1; 1; 1)$ và trọng tâm $G(2; 5; 8)$. Tìm tọa độ các đỉnh A và B biết A thuộc mặt phẳng (Oxy) và điểm B thuộc trục Oz .

- A. $A(3; 9; 0)$ và $B(0; 0; 15)$. B. $A(6; 15; 0)$ và $B(0; 0; 24)$.
C. $A(7; 16; 0)$ và $B(0; 0; 25)$. D. $A(5; 14; 0)$ và $B(0; 0; 23)$.

Lời giải.

Vì $A \in (Oxy)$ và $B \in Oz$ nên $A(x; y; 0)$, $B(0; 0; z)$.

$$\text{Do } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên ta có } \begin{cases} \frac{x+0+1}{3} = 2 \\ \frac{y+0+1}{3} = 5 \\ \frac{0+z+1}{3} = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 14 \\ z = 23 \end{cases}$$

Vậy $A(5; 14; 0)$, $B(0; 0; 23)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1101. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(7; -2; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đường kính AB ?

- A. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 2\sqrt{14}$. B. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14$.

C. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 56$.

D. $(x-7)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 14$.

Lời giải.Gọi I là trung điểm của đoạn AB khi đó $I(4; 0; 3)$ là tâm mặt cầu.

Ta có bán kính $R = \frac{AB}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{(1-7)^2 + (2+2)^2 + (4-2)^2} = \frac{\sqrt{56}}{2}$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1102.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}(2; 1; -3)$, $\vec{b}(2; 5; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 9$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 + 5 - 3 = 6$.

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1103.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Lời giải.

Ta có $d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 + 2 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = 2$.

Suy ra, phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với (P) có dạng $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1104.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 4; 2)$ và có thể tích là $V = 36\pi$. Khi đó phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 3$.

D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Leftrightarrow R = 3$.

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 9$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1105.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(3; -6; 4)$ và bán kính là $R = 5$ là

A. $(x-3)^2 + (y+6)^2 + (z-4)^2 = 25$.

B. $(x+3)^2 + (y-6)^2 + (z+4)^2 = 5$.

C. $(x+3)^2 + (y-6)^2 + (z+4)^2 = 25$.

D. $(x-3)^2 + (y+6)^2 + (z-4)^2 = 5$.

Lời giải.Phương trình mặt cầu có tâm $I(3; -6; 4)$ và bán kính là $R = 5$ là

$$(x-3)^2 + (y+6)^2 + (z-4)^2 = 25.$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1106.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (3; 0; -5)$ và $\vec{b} = (-1; 4; -3)$. Tìm tọa véc-tơ $\vec{a} - 2\vec{b}$

A. $\vec{a} - 2\vec{b} = (2; 4; -8)$.

B. $\vec{a} - 2\vec{b} = (1; 8; -11)$.

C. $\vec{a} - 2\vec{b} = (5; -8; 1)$.

D. $\vec{a} - 2\vec{b} = (4; -4; -2)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}\vec{a} &= (3; 0; -5) \\ \vec{b} &= (-1; 4; -3) \\ \Rightarrow \vec{a} - 2\vec{b} &= (5; -8; 1).\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 1107.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$, $B(0; 2; 1)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB .

A. $I\left(-\frac{1}{2}; 0; 2\right)$.

B. $I(-1; 0; 4)$.

C. $I(1; 4; -2)$.

D. $I\left(\frac{1}{2}; 2; -1\right)$.

Lời giải.

$$\text{Tọa độ trung điểm } I \text{ của } AB \text{ thỏa } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 2 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = -1. \end{cases}$$

Vậy $I\left(\frac{1}{2}; 2; -1\right)$.

Chọn đáp án **D** □**Câu 1108.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 3)$ và $N(0; 1; 3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ bằng

A. $\overrightarrow{MN} = (1; 3; 6)$.

B. $\overrightarrow{MN} = (1; 1; 0)$.

C. $\overrightarrow{MN} = (1; -1; 1)$.

D. $\overrightarrow{MN} = (-1; -1; 0)$.

Lời giải.Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ là $\overrightarrow{MN} = (-1; -1; 0)$.Chọn đáp án **D** □**Câu 1109.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z - 3 = 0$ theo giao tuyến là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm đường tròn đó.

A. $(0; -1; 2)$.

B. $(0; 1; -2)$.

C. $(-1; 0; 0)$.

D. $(0; 2; -4)$.

Lời giải.Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; -2)$. Tâm của đường tròn giao tuyến I' là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng Oyz , suy ra tâm $I'(0; 1; -2)$.Chọn đáp án **B** □**Câu 1110.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 3 = 0$ có tọa độ tâm I và bán kính R là

A. $I(2; -1; 1); R = 9$.

B. $I(-2; 1; -1); R = 3$.

C. $I(2; -1; 1); R = 3$.

D. $I(-2; 1; -1); R = 9$.

Lời giải.Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 3 = 0$ có tâm là $I(-2; 1; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-1)^2 + 3} = 3$.Chọn đáp án **B** □**Câu 1111.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; -1)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua trục hoành. Tìm tọa độ điểm A' .

- A. $A'(2; -3; 1)$. B. $A'(0; -3; 1)$. C. $A'(-2; -3; 1)$. D. $A'(-2; 0; 0)$.

Lời giải.

Điểm đối xứng của điểm $A(x; y; z)$ qua trục hoành là điểm có dạng $A'(x; -y; -z)$.

Suy ra điểm đối xứng của điểm $A(-2; 3; -1)$ qua trục hoành là điểm $A'(-2; -3; 1)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1112. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x - 6)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 4$. Tâm mặt cầu (S) là điểm

- A. $I(6; 3; 0)$. B. $I(-6; -3; 0)$. C. $I(6; 3; 4)$. D. $I(-6; -3; 4)$.

Lời giải.

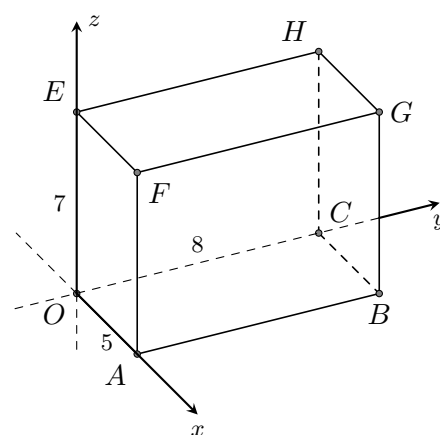
Dễ thấy tâm mặt cầu là điểm $I(6; 3; 0)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1113.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $OABC.EFGH$ có các cạnh $OA = 5, OC = 8, OE = 7$ (xem hình vẽ). Hãy tìm tọa độ điểm G .

- A. $G(5; 8; 7)$. B. $G(7; 8; 5)$. C. $G(5; 7; 8)$. D. $G(8; 5; 7)$.



Lời giải.

Với hệ trục đã chọn ta có $O(0; 0; 0), A(5; 0; 0), C(0; 8; 0), E(0; 0; 7)$.

Suy ra $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = (5; 8; 7) \Rightarrow G(5; 8; 7)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1114. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -4), B(1; -3; 1), C(2; 2; 3)$. Tính đường kính l của mặt cầu (S) đi qua 3 điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy)

- A. $l = 2\sqrt{41}$. B. $l = 2\sqrt{13}$. C. $l = 2\sqrt{11}$. D. $l = 2\sqrt{26}$.

Lời giải.

Gọi $I(x; y; 0)$ là tâm mặt cầu, ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} IA = IB \\ IB = IC \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 + 16 = (x-1)^2 + (y+3)^2 + 1 \\ (x-1)^2 + (y+3)^2 + 1 = (x-2)^2 + (y-2)^2 + 9 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -10y = -10 \\ 2x + 10y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

$I(-2; 1; 0), R = OA = \sqrt{3^2 + 1^2 + 4^2} = \sqrt{26}$. Vậy đường kính của mặt cầu là $2\sqrt{26}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1115. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}, B(-2; 2; 0), C(4; 1; -2)$. Trên mặt phẳng $Oxyz$, điểm nào dưới đây cách đều ba điểm A, B, C ?

- A. $M\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$. B. $M\left(\frac{-3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$. D. $M\left(\frac{-3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

$A(2; 2; 2)$, $B(-2; 2; 0)$, $C(4; 1; -1)$, $M(x, 0, z) \in (Oxz)$ và cách đều 3 điểm A, B, C nên ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} MA = MB \\ MB = MC \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + 4 + (z-2)^2 = (x+2)^2 + 4 + z^2 \\ (x-4)^2 + 1 + (z+1)^2 = (x+2)^2 + 4 + z^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -8x - 4z = -4 \\ -12x + 2z = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ z = \frac{-1}{2} \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy $M = \left(\frac{3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1116. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 8$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu là $R = d(I, Oy) = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$, suy ra phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

Chọn đáp án **B** □

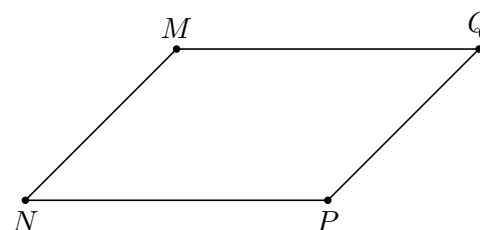
Câu 1117. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1; 2; 3)$, $N(2; -3; 1)$, $P(3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm Q sao cho $MNPQ$ là hình bình hành.

- A. $Q(2; 6; 4)$. B. $Q(4; -4; 0)$. C. $Q(2; -6; 4)$. D. $Q(-4; -4; 0)$.

Lời giải.

$MNPQ$ là hình bình hành suy ra

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} x_Q = x_M + x_P - x_N = 2 \\ x_Q = y_M + y_P - y_N = 6 \\ z_Q = z_M + z_P - z_N = 4. \end{cases}$$



Chọn đáp án **A** □

Câu 1118. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1; 2; 1)$, $B(5; 2; 1)$, $C(1; -2; 4)$. Gọi D là điểm đối xứng với điểm B qua đường phân giác trong của góc BAC . Tọa độ của điểm D là

- A. $\left(1; -\frac{6}{5}; \frac{17}{5}\right)$. B. $\left(-1; -\frac{26}{5}; \frac{7}{5}\right)$. C. $\left(-1; \frac{6}{5}; -\frac{17}{5}\right)$. D. $\left(1; \frac{26}{5}; -\frac{7}{5}\right)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 0; 0)$ và $\overrightarrow{AC} = (0; -4; 3)$. Suy ra $AB = 4$ và $AC = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Điểm D đối xứng với B qua đường phân giác trong của $\widehat{BAC}$ nên D nằm trên tia AC và $AD = AB$.

Do đó $\overrightarrow{AD} = \frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{4}{5} \cdot \overrightarrow{AC} = \left(0; -\frac{16}{5}; \frac{12}{5}\right)$.

Vậy $D = \left(1; -\frac{6}{5}; \frac{17}{5}\right)$.

Chọn đáp án **A** □

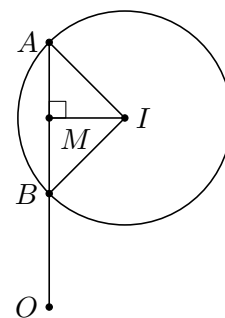
Câu 1119. Cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0$. Đường thẳng d đi qua O và cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt A, B . Giá trị lớn nhất của $OA + OB$ bằng

A. $3\sqrt{6}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $\sqrt{6}$.

Lời giải.Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{3}$.Ta có $OI = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{6} > R$ nên O nằm ngoài mặt cầu (S) .Gọi M là trung điểm của AB thì $IM \perp AB$ và do đó $OM \leq IO$.Ta có $OA + OB = 2OM \leq 2OI \leq 2\sqrt{6}$.Dấu đẳng thức xảy ra khi d đi qua tâm I của mặt cầu (S) .Chọn đáp án **C** □**Câu 1120.** Cho điểm $I(2; 3; 4)$. Mặt cầu có tâm I và cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt AB sao cho diện tích của tam giác IAB bằng 10 có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 26$.

B. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 25$.

C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 50$.

D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 29$.

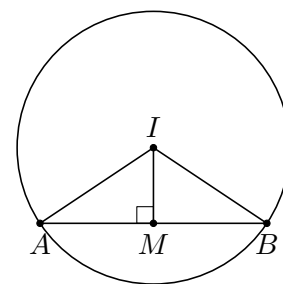
Lời giải.Đường thẳng chứa trục Ox có véc-tơ chỉ phương $\vec{i} = (1; 0; 0)$.Ta có $\vec{OI} = (2; 3; 4)$. Do đó $[\vec{OI}, \vec{i}] = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = (0; 4; -3)$.Khoảng cách từ điểm I đến Ox được tính bởi công thức

$$d(I, Ox) = \frac{|[\vec{OI}, \vec{i}]|}{|\vec{i}|} = |[\vec{OI}, \vec{i}]| = \sqrt{0^2 + 4^2 + (-3)^2} = 5.$$

$$\text{Do đó } AB = \frac{2S_{\triangle IAB}}{d(I, Ox)} = \frac{20}{5} = 4.$$

Gọi M là trung điểm AB thì $IM \perp AB$.

$$\text{Suy ra } R = \sqrt{(d(I, Ox))^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}.$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 29$.Chọn đáp án **D** □**Câu 1121.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$, $\vec{c} = (-2; 5; 1)$, đặt $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. Tìm tọa độ của $\vec{m}$.

A. $(-6; 6; 0)$.

B. $(6; 0; -6)$.

C. $(6; -6; 0)$.

D. $(0; 6; -6)$.

Lời giải.Ta có: $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = (6; -6; 0)$.Chọn đáp án **C** □**Câu 1122.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(1; -2; 0); R = 3$.

B. $I(-1; 2; 0); R = 3$.

C. $I(1; -2; 0); R = 9$.

D. $I(-1; 2; 0); R = 9$.

Lời giải.Mặt cầu S có tọa độ tâm $I(1; -2; 0)$ và bán kính $R = 3$.Chọn đáp án **A** □**Câu 1123.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; -3)$ và $N(-3; 0; 7)$. Gọi I là trung điểm của đoạn MN . Xác định tọa độ của điểm I .

A. $I(-2; 2; 4)$.

B. $I(-1; 1; 2)$.

C. $I(-4; -2; 10)$.

D. $I(-2; -1; 5)$.

Lời giải.Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng MN nên $I(-1; 1; 2)$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1124.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(P): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính là

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 7.

Lời giải.Bán kính của mặt cầu (S) là $R = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 3^2 - 5} = 3$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1125.** Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$ và $I(3; 1; 4)$. Tìm tọa độ điểm B sao cho A là trung điểm đoạn BI .

A. $B(2; 1; 2)$.

B. $B(5; 1; 8)$.

C. $B(0; 1; 4)$.

D. $B(-1; 1; -4)$.

Lời giải.

$$\text{Do } A \text{ là trung điểm đoạn } BI \text{ nên ta có } \begin{cases} x_A = \frac{x_B + x_I}{2} \\ y_A = \frac{y_B + y_I}{2} \\ z_A = \frac{z_B + z_I}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2x_A - x_I \\ y_B = 2y_A - y_I \\ z_B = 2z_A - z_I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 5 \\ y_B = 1 \\ z_B = 8. \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm $B(5; 1; 8)$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1126.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(5; -6; 7)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxz) là điểm

A. $P(5; -6; 0)$.

B. $Q(5; 0; 0)$.

C. $N(0; -6; 0)$.

D. $M(5; 0; 7)$.

Lời giải.Hình chiếu của điểm $A(a; b; c)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm $M(a; 0; c)$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1127.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(2; 3; 6)$. Hình nón (N) có đỉnh là M , đáy là hình tròn tạo bởi các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến mặt cầu (S) . Thể tích V của khối nón là

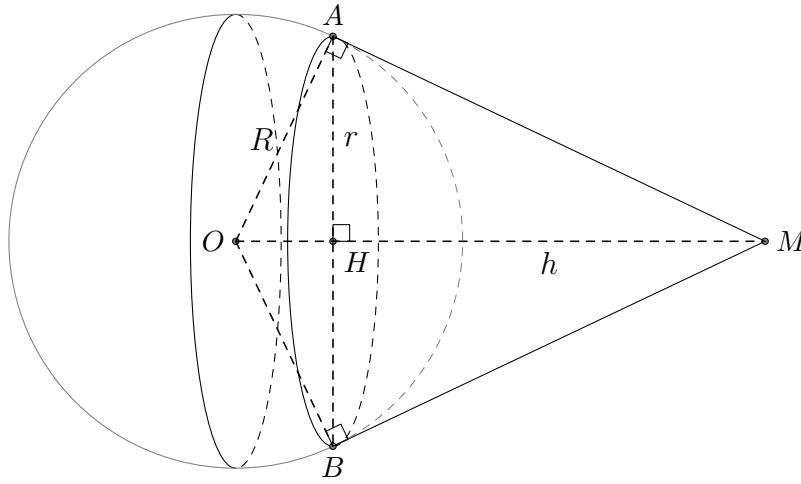
A. $\frac{4800\pi}{343}$.

B. $\frac{50\sqrt{7}\pi}{7}$.

C. $\frac{280\pi}{9}$.

D. $\frac{100\pi}{7}$.

Lời giải.



- Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ bán kính $R = 3$. Gọi r là bán kính đường tròn đáy, AB là một đường kính của đường tròn. Khi đó giao điểm H của OM và AB là tâm đường tròn đáy.
- Ta có $OM = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = 7$, $MA = \sqrt{OM^2 - OA^2} = \sqrt{7^2 - 3^2} = \sqrt{40}$.
- Suy ra $\frac{1}{r^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{MA^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{40} = \frac{49}{360} \Rightarrow r = \frac{6\sqrt{10}}{7}$.
- Lại có $h \cdot MO = MA^2 \Rightarrow h = \frac{MA^2}{MO} = \frac{40}{7}$.
- Vậy $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \frac{360}{49} \cdot \frac{40}{7} = \frac{4800\pi}{343}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1128. Trong không gian $Oxyz$, gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; -2)$ và $D(2; 4; -2)$. Tính bán kính r của (S) .

A. $r = \sqrt{6}$.

B. $r = 3$.

C. $r = 2\sqrt{2}$.

D. $r = 6$.

Lời giải.

Giả sử $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu (S) . Ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \\ IA^2 = ID^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2 + b^2 + c^2 = a^2 + (b-4)^2 + c^2 \\ (a-2)^2 + b^2 + c^2 = a^2 + b^2 + (c+2)^2 \\ (a-2)^2 + b^2 + c^2 = (a-2)^2 + (b-4)^2 + (c+2)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -4a + 8b = 12 \\ -4a - 4c = 0 \\ 8b - 4c = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -1. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $r = IA = \sqrt{6}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1129. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ tâm I và hai điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 0; -3)$. Xét các tiếp tuyến của (S) tại A và B cắt nhau tại $M = (x_M; y_M; z_M)$. Tìm y_M khi đoạn IM đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $y_M = -\frac{14}{13}$.

B. $y_M = \frac{14}{13}$.

C. $y_M = -\frac{22}{13}$.

D. $y_M = \frac{10}{13}$.

Lời giải.

— (S) có tâm $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.

— Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại A có phương trình

$$(P_A): (-1-1)(x+1) + (0+2)y + (0+1)z = 0 \Leftrightarrow -2x + 2y + z - 2 = 0.$$

— Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại B có phương trình

$$(P_B): (0-1)x + (0+2)y + (-3+1)(z+3) = 0 \Leftrightarrow -x + 2y - 2z - 6 = 0.$$

— M nằm trên đường d là giao của (P_A) và (P_B) , IM ngắn nhất khi M là hình chiếu của I trên d .

— Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{IA}; \vec{IB}] = (-6; -5; -2)$. Ta có M nằm trên (P_A) , (P_B) và $\vec{IM} \perp \vec{u}$ nên có tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} -2x + 2y + z - 2 = 0 \\ -x + 2y - 2z - 6 = 0 \\ -6(x-1) - 5(y+2) - 2(z+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-14}{13} \\ y = \frac{10}{13} \\ z = \frac{-22}{13} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1130. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và điểm $A(3; 1; 5)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là ba đường tròn có chu vi lần lượt là p_1, p_2, p_3 . Tính $T = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2$.

A. $T = 132\pi^2$.

B. $T = 66\pi^2$.

C. $T = 264\pi^2$.

D. $T = 36\pi^2$.

Lời giải.

— (S) có tâm $I(1; 2; 3); R = 5$.

Gọi $H_1; H_2; H_3$ là hình chiếu của I đến 3 mặt phẳng đó.

— Ta có

I, H_1, H_2, H_3 và A tạo thành một hình hộp chữ nhật với đường chéo IA và các cạnh IH_1, IH_2, IH_3 như hình vẽ.

$$\text{Từ đó } IH_1^2 + IH_2^2 + IH_3^2 = IA^2 = 9.$$

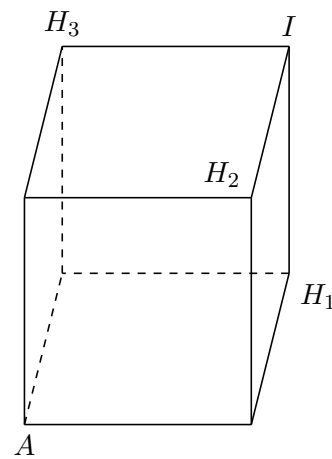
Gọi r_1, r_2, r_3 là bán kính 3 đường tròn là giao tuyến của 3 mặt phẳng đó với mặt cầu. Ta có

$$r_1^2 = R^2 - IH_1^2; r_2^2 = R^2 - IH_2^2;$$

$$r_3^2 = R^2 - IH_3^2. \text{ Suy ra}$$

$$r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = 3R^2 - (IH_1^2 + IH_2^2 + IH_3^2) = 66.$$

$$\text{Từ đó } p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 = 4\pi^2 (r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) = 264\pi^2.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1131. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $\begin{cases} I(-1; 2; 1) \\ R = 9 \end{cases}$. B. $\begin{cases} I(1; -2; -1) \\ R = 9 \end{cases}$. C. $\begin{cases} I(1; -2; -1) \\ R = 3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} I(-1; 2; 1) \\ R = 3 \end{cases}$.

Lời giải.

$$\text{Mặt cầu } (S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \text{ có } \begin{cases} I(a; b; c) \\ R = \sqrt{R^2} \end{cases}.$$

Vậy mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ có $\begin{cases} I(-1; 2; 1) \\ R = 3. \end{cases}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1132. Cho 2 véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc 120° . Tìm $|\vec{a} - \vec{b}|$, biết $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5$.

A. $\sqrt{34 - 8\sqrt{3}}$.

B. 2.

C. $\sqrt{19}$.

D. 7.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (\vec{a} - \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 49.$$

$$\text{Do đó } |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 49 \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = 7.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1133. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 2; 2), B(3; -1; -2), C(-4; 0; 3)$. Tìm tọa độ I trên mặt phẳng (Oxz) sao cho biểu thức $|\vec{IA} - 2\vec{IB} + 5\vec{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $I\left(-\frac{37}{4}; 0; \frac{19}{4}\right)$. B. $I\left(-\frac{27}{4}; 0; \frac{21}{4}\right)$. C. $I\left(\frac{37}{4}; 0; -\frac{23}{4}\right)$. D. $I\left(\frac{25}{4}; 0; -\frac{19}{4}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Gọi điểm } M(x_0; y_0; z_0) \text{ thỏa mãn } \vec{MA} - 2\vec{MB} + 5\vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow M\left(-\frac{27}{4}; 1; \frac{21}{4}\right).$$

Ta có

$$\begin{aligned} & |\vec{IA} - 2\vec{IB} + 5\vec{IC}| \\ &= |\vec{IM} + \vec{MA} - 2\vec{IM} - 2\vec{MB} + 5\vec{IM} + 5\vec{MC}| \\ &= |4\vec{IM} + (\vec{MA} - 2\vec{MB} + 5\vec{MC})| \\ &= 4|\vec{IM}| = 4MI \end{aligned}$$

Biểu thức $|\vec{IA} - 2\vec{IB} + 5\vec{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất.

$$\Leftrightarrow I \text{ là hình chiếu của } M \text{ lên } (Oxz) \Leftrightarrow I\left(-\frac{27}{4}; 0; \frac{21}{4}\right).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1134. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; 4), B(3; 1; 0)$. Gọi M là điểm trên mặt phẳng (Oxz) sao cho tổng khoảng cách từ M đến A và B là ngắn nhất. Tìm hoành độ x_0 của điểm M .

A. $x_0 = 4$.

B. $x_0 = 3$.

C. $x_0 = 2$.

D. $x_0 = 1$.

Lời giải.

Ta có $y_A > 0; y_B > 0$ nên A, B nằm cùng phía với mặt phẳng Oxz .

Gọi A' là điểm đối xứng của điểm A qua (Oxz) thì $A'(-1; -3; 4)$.

$$\text{Ta có } MA + MB = MA' + MB \geq A'B.$$

Mà $A'B$ không đổi.

Do đó $MA' + MB$ ngắn nhất khi M, A', B thẳng hàng. (M là giao điểm của $A'B$ và (Oxz))

$$\text{Đường thẳng } A'B: \begin{cases} \vec{u} = (4; 4; -4) \\ \text{đi qua } B(3; 1; 0) \end{cases} \text{ có dạng } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}$$

$$\text{Vì } M = A'B \cap (Oxz) \Rightarrow y_M = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

$$\text{Suy ra } M(2; 0; 1). \text{ Vậy } x_0 = 2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1135. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0$ có bán kính R là

A. $R = \sqrt{53}$.

B. $R = \sqrt{10}$.

C. $R = 4\sqrt{2}$.

D. $R = 3\sqrt{7}$.

Lời giải.

Ta có $R = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 3^2 - 4} = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1136. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với a, b, c là các số thực dương thay đổi sao cho $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Tính khoảng cách lớn nhất từ O đến mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{1}{3}$.

B. 3.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. 1.

Lời giải.

Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Dễ thấy tứ diện $OABC$ là hình chóp tam diện vuông tại O .

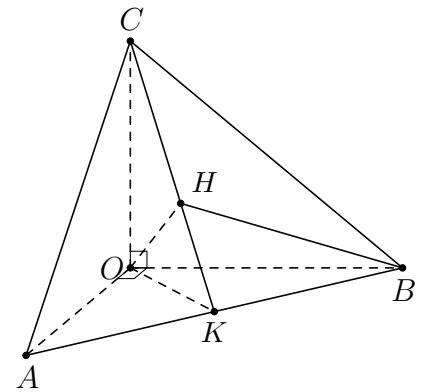
Ta có $CH \perp AB$, $CO \perp AB \Rightarrow AB \perp (CHO) \Rightarrow AB \perp OH$.

Mà $BH \perp AC$, $BO \perp AC \Rightarrow AC \perp (BHO) \Rightarrow AC \perp OH$.

Từ đó ta suy ra $OH \perp (ABC) \Rightarrow d(O, (ABC)) = OH$.

Xét tam giác AOB vuông tại O , có đường cao OK

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}.$$



Xét tam giác COK vuông tại O , có đường cao OH

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq \frac{3}{\sqrt[3]{a^2b^2c^2}} \Rightarrow OH^2 \leq \frac{\sqrt[3]{a^2b^2c^2}}{3}.$$

Mà $3 = a^2 + b^2 + c^2 \geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} \Rightarrow abc \leq 1 \Rightarrow OH \leq \frac{1}{3}$.

Vậy khoảng cách từ O mặt phẳng (ABC) lớn nhất bằng $\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1137. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(5; -6; 7)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxz) là điểm

A. $Q(5; 0; 0)$.

B. $M(5; 0; 7)$.

C. $N(0; -6; 0)$.

D. $P(5; -6; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm $A(a; b; c)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm $M(a; 0; c)$.

Áp dụng, ta có đáp án $M(5; 0; 7)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1138. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(2; 3; 6)$. Hình nón (N) có đỉnh là M , đáy là hình tròn tạo bởi các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến mặt cầu (S) . Thể tích V của khối nón (N) là

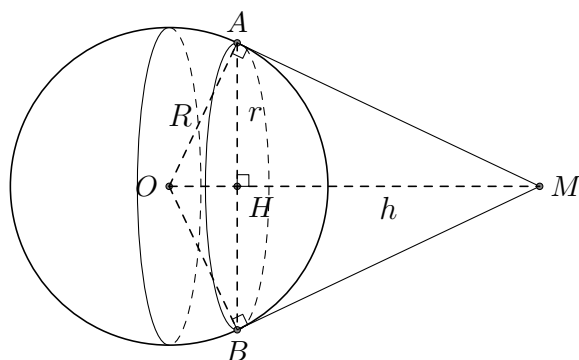
A. $\frac{4800\pi}{343}$.

B. $\frac{280\pi}{9}$.

C. $\frac{50\sqrt{7}\pi}{7}$.

D. $\frac{100\pi}{7}$.

Lời giải.



- Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ bán kính $R = 3$. Gọi r là bán kính đường tròn đáy, AB là một đường kính của đường tròn. Khi đó giao điểm H của OM và AB là tâm đường tròn đáy.
- Ta có $OM = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = 7$, $MA = \sqrt{OM^2 - OA^2} = \sqrt{7^2 - 3^2} = \sqrt{40}$.
- Suy ra $\frac{1}{r^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{MA^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{40} = \frac{49}{360} \Rightarrow r = \frac{6\sqrt{10}}{7}$.
- Lại có $h \cdot MO = MA^2 \Rightarrow h = \frac{MA^2}{MO} = \frac{40}{7}$.
- Vậy $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \frac{360}{49} \cdot \frac{40}{7} = \frac{4800\pi}{343}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1139. Cho điểm $M(3; 2; -1)$, điểm $M'(a; b; c)$ là điểm đối xứng của điểm M qua trục Oy . Khi đó $a + b + c$ bằng

- A. 6. B. 4. C. 0. D. 2.

Lời giải.

M' là điểm đối xứng của M qua Oy nên $a = -3, b = 2, c = 1$.

Vậy $a + b + c = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1140. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

- A. $Q(0; 2; 0)$. B. $M(0; 0; 3)$. C. $P(1; 0; 0)$. D. .

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(1; 2; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1141. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(2; 1; 1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $\sqrt{6}$. B. 6. C. 2. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $AB = \sqrt{(2-1)^2 + (1+1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{6}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1142. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 1)$, $B(3; -2; 2)$. Điểm M di chuyển trong không gian sao cho $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{4}$. Độ dài đoạn thẳng OM lớn nhất bằng $\frac{a\sqrt{3} + b\sqrt{33}}{7}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Khi đó

- A. $a + b = 11$. B. $a + b = 12$. C. $a + b = 10$. D. $a + b = 13$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y; z)$, ta có

$$\begin{aligned}\frac{MA}{MB} &= \frac{3}{4} \Leftrightarrow 4MA = 3MB \\ \Leftrightarrow 16MA^2 &= 9MB^2 \\ \Leftrightarrow 16[(2-x)^2 + (-1-y)^2 + (1-z)^2] &= 9[(3-x)^2 + (-2-y)^2 + (2-z)^2] \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \frac{10}{7}x - \frac{4}{7}y + \frac{4}{7}z - \frac{57}{7} &= 0.\end{aligned}$$

Suy ra, điểm M nằm trên mặt cầu (S) tâm $I\left(\frac{5}{7}; \frac{2}{7}; -\frac{2}{7}\right)$ và bán kính $R = \frac{12\sqrt{3}}{7}$.

Ta thấy điểm O nằm trong mặt cầu (S) , nên độ dài OM lớn nhất bằng $IO + R = \frac{12\sqrt{3} + \sqrt{33}}{7}$.

Bởi vậy $a = 12$, $b = 1$. Thế nên $a + b = 12 + 1 = 13$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1143. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 0; 2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 3. C. 9. D. $\sqrt{29}$.

Lời giải.

$$AB = \sqrt{(1+1)^2 + (0-2)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{4+4+1} = 3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1144. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; -3; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 0; 4)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$.

- A. $\vec{u} = (-7; 6; -10)$. B. $\vec{u} = (-7; -6; 10)$. C. $\vec{u} = (7; 6; 10)$. D. $\vec{u} = (-7; 6; 10)$.

Lời giải.

Do $\vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$ suy ra $\vec{u} = (-7; 6; 10)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1145. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

- A. $(-3; 2; -1)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(-1; 2; -3)$. D. $(2; -1; -3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1146. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 3)$, $B(-3; -2; -5)$. Biết rằng tập hợp các điểm M trong không gian thỏa mãn đẳng thức $AM^2 + BM^2 = 30$ là một mặt cầu (S) . Tính tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(-1; -1; -4); R = 3$. B. $I(-1; -1; -4); R = \frac{\sqrt{30}}{2}$.
C. $I(-2; -2; -8); R = 3$. D. $I(-1; -1; -4); R = \sqrt{6}$.

Lời giải.

Giả sử $M(x; y; z)$. Ta có

$$\begin{aligned}AM^2 + BM^2 &= 30 \\ \Rightarrow (x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 + (x+3)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 &= 30 \\ \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 4y + 16z + 48 &= 30 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y + 8z - 9 &= 0.\end{aligned}$$

Phương trình nhận được là phương trình mặt cầu tâm $I(-1; -1; -4)$ và bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1147. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0$. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(1; -2; -1)$ và $R = \sqrt{3}$.

B. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.

C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = \sqrt{3}$.

D. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$.

Lời giải.

Lưu ý: Điều kiện để $(S): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ là phương trình của một mặt cầu là $\left(\frac{2a}{-2}\right)^2 + \left(\frac{2b}{-2}\right)^2 + \left(\frac{2c}{-2}\right)^2 - d > 0$.

Khi đó, (S) có tâm là $I\left(\frac{2a}{-2}; \frac{2b}{-2}; \frac{2c}{-2}\right)$, bán kính $R = \sqrt{\left(\frac{2a}{-2}\right)^2 + \left(\frac{2b}{-2}\right)^2 + \left(\frac{2c}{-2}\right)^2 - d}$.

Áp dụng cho $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0$, ta tìm được $I(1; -2; -1)$ và $R = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1148. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $x^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 9$.

A. $I(0; 1; -2), R = 3$. B. $I(0; 1; -2), R = 9$. C. $I(1; 1; -2), R = 3$. D. $I(1; 1; -2), R = 9$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b; c)$, bán kính R .

Chọn đáp án **A** □

Câu 1149. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 2; 3)$ cắt mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 2z + 18 = 0$ theo một đường tròn có chu vi bằng 10π có phương trình là

A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$.

B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$.

C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 41$.

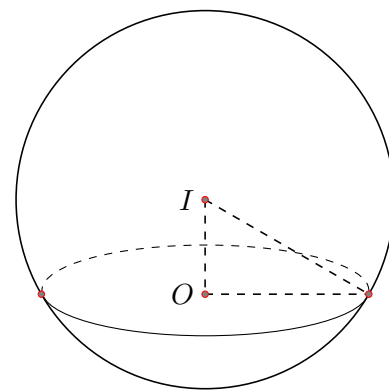
D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$.

Lời giải.

Ta có đường tròn có chu vi $C = 10\pi \Rightarrow r = 5$.

Gọi $d(I; (\alpha)) = 4 \Rightarrow R = \sqrt{d^2 + r^2} = \sqrt{41}$.

Phương trình mặt cầu là $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 41$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 1150. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A'(x; 1; 2)$, $B(2; y; 1)$, $C(1; 2; 3)$. Với giá trị nào của x và y thì ba điểm A , B , C thẳng hàng?

A. $x = \frac{3}{2}$ và $y = 0$. B. $x = 0$ và $y = \frac{3}{2}$.

C. $x = 2$ và $y = \frac{1}{2}$.

D. $x = \frac{1}{2}$ và $y = 2$.

Lời giải.

Tọa độ các véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là $\overrightarrow{AB}(2 - x; y - 1; -1)$; $\overrightarrow{AC}(1 - x; 1; 1)$.

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \frac{2-x}{1-x} = \frac{y-1}{1} = \frac{-1}{1}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x = -1+x \\ y-1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 0 \end{cases}$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1151. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.

B. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.

C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$.

D. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ sẽ có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Áp dụng vào mặt cầu của đề cho, ta được $I(-1; 2; 1)$ và bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1152. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; 2; 1)$ và $B(2; 0; 5)$. Tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2; 2; -4)$.

B. $(1; 1; -2)$.

C. $(-1; -1; 2)$.

D. $(-2; -2; 4)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$. Áp dụng ta được $\overrightarrow{AB} = (-2; -2; 4)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1153. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0; -3; 2)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{OM} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$.

B. $\overrightarrow{OM} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$.

C. $\overrightarrow{OM} = -3\vec{j} + 2\vec{k}$.

D. $\overrightarrow{OM} = -3\vec{i} + 2\vec{k}$.

Lời giải.

$\overrightarrow{OM} = -3\vec{j} + 2\vec{k}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1154. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S) .

A. $(-1; 3; 2), R = 3$.

B. $(1; 3; 2), R = 3$.

C. $(1; -3; -2), R = 9$.

D. $(-1; 3; 2), R = 9$.

Lời giải.

Tâm mặt cầu (S) là $(-1; 3; 2)$, bán kính $R = \sqrt{9} = 3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1155. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$ và đi qua điểm $A(5; -3; 2)$.

A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 16$.

C. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 16$.

D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{IA} = (4; 1; -1)$. Khi đó bán kính của mặt cầu: $R = IA = \sqrt{4^2 + 1^2 + (-1)^2} = 3\sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$ và đi qua điểm $A(5; -3; 2)$ là

$$(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1156. Trong không gian $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (2; -1; 0)$, $\vec{b} = (1; 2; 3)$, $\vec{c} = (4; 2; -1)$ và các mệnh đề sau:

① $\vec{a} \perp \vec{b}$.

② $\vec{b} \cdot \vec{c} = 5$.

③ $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{c}$.

④ $|\vec{b}| = \sqrt{14}$

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

① $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 1 - 1 \cdot 2 + 0 \cdot 3 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.

② $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) = 5$.

③ $\frac{2}{4} \neq \frac{-1}{2} \neq \frac{0}{-1}$ nên $\vec{a}$ không cùng phương với $\vec{c}$.

④ $|\vec{b}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$.

Vậy có 3 mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1157. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ và điểm $I(2; -1; 1)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho $\triangle IAB$ vuông tại I .

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 8$.

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = \frac{80}{9}$.

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Lời giải.

Mặt cầu tâm I cắt đường thẳng d tại A, B nên $A, B \in d$.

Khi đó $A(2+2t; 1+2t; -1-t)$, $B(2+2u; 1+2u; -1-u)$ với $t \neq u$.

Suy ra $\vec{IA} = (2t; 2+2t; -2-t)$, $\vec{IB} = (2u; 2+2u; -2-u)$.

Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \vec{IA} \cdot \vec{IB} = 0 \text{ (do } \triangle IAB \text{ vuông)} \\ IA = IB \text{ (do } I \text{ là tâm hình cầu)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4tu + (2+2t)(2+2u) + (2+t)(2+u) = 0 \\ 4t^2 + (2+2t)^2 + (2+t)^2 = 4u^2 + (2+2u)^2 + (2+u)^2 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 9tu + 6u + 6t + 8 = 0 \\ 9t^2 + 12t = 9u^2 + 12u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9tu + 6u + 6t + 8 = 0 \\ (t-u)(9t+9u+12) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9tu + 6u + 6t + 8 = 0 \\ t = -u - \frac{4}{3} \text{ (vì } t \neq u) \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 9u\left(-u - \frac{4}{3}\right) + 6\left(-u - \frac{4}{3}\right) + 6u + 8 = 0 \\ t = -u - \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9u^2 - 12u = 0 \\ t = -u - \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 0; t = -\frac{4}{3} \\ u = -\frac{4}{3}; t = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Nhận xét A, B có vai trò như nhau nên ta chỉ cần xét trường hợp $u = 0; t = -\frac{4}{3}$. Khi đó $B(2; 1; -1)$, $\vec{IB} = (0; 2; -2)$.

Bán kính hình cầu là $R = IB = 2\sqrt{2}$. Vậy phương trình mặt cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán là

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 8.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1158. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 5; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox là điểm

A. $H(-2; 0; 0)$.

B. $H(2; 0; 0)$.

C. $H(-2; 5; 0)$.

D. $H(0; 5; 1)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox là điểm $H(-2; 0; 0)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1159. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(0; -2; 2)$, $C(1; 0; -1)$. Biết m, n, p là các số thực thỏa mãn $m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB} + p\overrightarrow{OC} = \vec{u}$ với $\vec{u} = (1; -1; 3)$. Đặt $T = m + 3n + p$, tính giá trị của T .

A. -1.

B. 7.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA} = (1; 2; -1)$, $\overrightarrow{OB} = (0; -2; 2)$ và $\overrightarrow{OC} = (1; 0; -1)$, khi đó

$$m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB} + p\overrightarrow{OC} = \vec{u} \Rightarrow \begin{cases} m + p = 1 \\ 2m - 2n = -1 \\ -m + 2n - p = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = 2 \\ p = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow T = 7.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1160. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 3; 5)$, $B(2; 0; 1)$, $C(0; 9; 0)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G(3; 12; 6)$.B. $G(1; 5; 2)$.C. $G(1; 0; 5)$.D. $G(1; 4; 2)$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{1+2+0}{3} = 1 \\ y_G = \frac{3+0+9}{3} = 4 \\ z_G = \frac{5+1+0}{3} = 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1161. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -2)$ và $B(4; 3; 2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) nhận đoạn AB làm đường kính.

A. $(S): (x+3)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 24$.B. $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 6$.C. $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 24$.D. $(S): (x+3)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 6$.**Lời giải.**

Trung điểm của AB là $I(3; 2; 0)$.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = IA = \sqrt{(3-2)^2 + (2-1)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{6}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1162. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1; 1; 2)$, $B(3; 0; 1)$ và có tâm nằm trên trục Ox . Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{5}$.B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 5$.C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 5$.D. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{5}$.**Lời giải.**

Gọi I là tâm mặt cầu (S) . Do $I \in Ox \Rightarrow I(x; 0; 0)$.

Hai điểm $A(1; 1; 2)$, $B(3; 0; 1)$ thuộc mặt cầu (S) nên

$$IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (1-x)^2 + 1^2 + 2^2 = (3-x)^2 + 0^2 + 1^2 \Leftrightarrow 4x = 4 \Leftrightarrow x = 1.$$

Như thế $I(1; 0; 0)$ và $R^2 = IA^2 = (1-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 5$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 5$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1163. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$ và hai điểm $A(7; 9; 0), B(0; 8; 0)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = MA + 2MB$ với M là điểm bất kỳ thuộc mặt cầu (S) .

A. 10.

B. $5\sqrt{5}$.C. $5\sqrt{2}$.D. $\frac{5\sqrt{5}}{2}$.**Lời giải.**

Gọi $I(1; 1; 0), R = 5$ là tâm và bán kính của mặt cầu (S) .

Ta có $IA = 10 = 2R, IB = \sqrt{50} > 5$ nên điểm B nằm ngoài mặt cầu.

Gọi $E(4; 5; 0)$ là giao điểm của AI và mặt cầu (S) và $F\left(\frac{5}{2}; 3; 0\right)$ là trung điểm của IE .

Khi đó $IM = 2IF$.

Xét hai tam giác MIF và AIM , ta có $\begin{cases} \widehat{AIM} (\text{góc chung}) \\ \frac{IF}{IM} = \frac{1}{2} = \frac{IM}{IA} \end{cases}$

$\Rightarrow \triangle AIM \sim \triangle MIF$ (c.g.c)

$\Rightarrow \frac{MA}{FM} = \frac{AI}{MI} = 2 \Rightarrow MA = 2MF$.

Suy ra $MA + 2MB = 2MF + 2MB \geq 2FB = 5\sqrt{5}$.

Dấu bằng xảy ra khi M là giao điểm của FB và mặt cầu (S) .

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MA + 2MB$ là $5\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1164. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1; -2; 0)$ và $\vec{b} = (-2; 3; 1)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -8$.B. $|\vec{b}| = \sqrt{14}$.C. $2\vec{a} = (2; -4; 0)$.D. $\vec{a} + \vec{b} = (-1; 1; -1)$.**Lời giải.**

Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (-1; 1; 1)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1165. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 8$. Khi đó tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(3; -1; -2), R = 2\sqrt{2}$.B. $I(-3; 1; 2), R = 4$.C. $I(3; -1; -2), R = 4$.D. $I(-3; 1; 2), R = 2\sqrt{2}$.**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -1; -2)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1166. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2; -1; 3), B(4; 0; 1), C(-10; 5; 3)$. Độ dài đường phân giác trong của góc B là

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.B. $\sqrt{7}$.C. $\sqrt{5}$.D. $2\sqrt{5}$.**Lời giải.**

Gọi $D(x; y; z)$ là chân đường phân giác trong của góc B .

Ta có $\overrightarrow{BA} = (-2; -1; 2)$, $\overrightarrow{BC} = (-14; 5; 2)$, $BA = 3$, $BC = 15$.

$$\overrightarrow{CD} = \frac{BC}{BA} \cdot \overrightarrow{DA} = 5\overrightarrow{DA} \Rightarrow \begin{cases} x + 10 = 5(2 - x) \\ y - 5 = 5(-1 - y) \\ z - 3 = 5(3 - z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow D(0; 0; 3).$$

Vậy $\overrightarrow{BD} = (-4; 0; 2)$, $BD = \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1167. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

A. $I(2; -1; 1)$ và $R = 3$.

B. $I(-2; 1; -1)$ và $R = 9$.

C. $I(2; -1; 1)$ và $R = 9$.

D. $I(-2; 1; -1)$ và $R = 3$.

Lời giải.

Ta có $(S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 9 \Rightarrow (S)$ có tâm $I(2; -1; 1)$ và bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1168. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 1)$, $N(2; 3; 0)$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} = \vec{i} + \vec{k} - \vec{j}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \vec{j} + \vec{k} - \vec{i}$.

C. $\overrightarrow{MN} = -\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (1; 1; -1) = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1169. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(5; 1; 3)$, $B(1; 6; 2)$, $C(5; 0; 4)$. Điểm D thỏa mãn $ABCD$ là hình bình hành. Tọa độ của điểm D là

A. $(1; 7; 1)$.

B. $(1; 5; 3)$.

C. $(0; 4; 1)$.

D. $(9; -5; 5)$.

Lời giải.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; 5; -1)$, $\overrightarrow{DC} = (5 - x_D; -y_D; 4 - z_D)$. Từ đó suy ra

$$\begin{cases} 5 - x_D = -4 \\ -y_D = 5 \\ 4 - z_D = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 9 \\ y_D = -5 \\ z_D = 5 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1170. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-2; 4; 1)$, $B(1; 1; -6)$, $C(0; -2; 3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G\left(\frac{1}{3}; -1; \frac{2}{3}\right)$.

B. $G\left(-\frac{1}{3}; 1; -\frac{2}{3}\right)$.

C. $G(-1; 3; -2)$.

D. $G\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; -\frac{5}{2}\right)$.

Lời giải.

Trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{-2+1+0}{3}; \frac{4+1-2}{3}; \frac{1-6+3}{3}\right)$ hay $G\left(-\frac{1}{3}; 1; -\frac{2}{3}\right)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1171. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; 2; -5)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 8 = 0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 25$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 5$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 36$.

Lời giải.Do mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên

$$R = d(I; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 - 5 - 8|}{\sqrt{4+4+1}} = 5.$$

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1172.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Tính bán kính R của của mặt cầu (S) .

A. $R = 9$.

B. $R = 3$.

C. $R = 3\sqrt{3}$.

D. $R = \sqrt{3}$.

Lời giải.Đồng nhất hệ số phương trình của mặt cầu (S) với phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ ta được $a = 1, b = -2, c = -1, d = -3$.Vì $a^2 + b^2 + c^2 - d = 9$ nên bán kính của mặt cầu là $R = \sqrt{9} = 3$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1173.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; -1), B(2; 3; 4), C(3; 5; -2)$. Tìm tọa độ điểm I là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $I\left(2; \frac{7}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

B. $I\left(\frac{37}{2}; -7; 0\right)$.

C. $I\left(\frac{5}{2}; 4; 1\right)$.

D. $I\left(-\frac{27}{2}; 15; 2\right)$.

Lời giải.Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 5)$ và $\overrightarrow{AC} = (2; 3; -1)$.Vì $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 - 5 \cdot 1 = 0$ nên $AB \perp AC$ hay tam giác ABC vuông tại A .Suy ra I là trung điểm của BC . Vậy $I\left(\frac{5}{2}; 4; 1\right)$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1174.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(-1; 4; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 12$.

B. $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 12$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 12$.

D. $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 3$.

Lời giải.Gọi I là tâm mặt cầu đường kính AB , suy ra I là trung điểm của AB . Vậy $I(0; 3; 2)$.Bán kính mặt cầu là $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(1+1)^2 + (2-4)^2 + (3-1)^2}}{2} = \sqrt{3}$.Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 3$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1175.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; -2; 0), B(2; 1; -2), C(0; 3; 4)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(-1; 0; 6)$.

B. $(1; 6; 2)$.

C. $(1; 6; -2)$.

D. $(1; 0; -6)$.

Lời giải.

$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = x_A - x_B + x_C = 1 - 2 + 0 = -1 \\ y_D = y_A - y_B + y_C = -2 - 1 + 3 = 0 \\ z_D = z_A - z_B + z_C = 0 + 2 + 4 = 6. \end{cases}$$

Vậy $D(-1; 0; 6)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1176. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 véc-tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. C. $\vec{a} \perp \vec{b}$. D. $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$.

Lời giải.

Ta có $|\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$ và $|\vec{c}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$.

Mặt khác $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 0$ nên $\vec{a} \perp \vec{b}$. Trong khi đó $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 2 \neq 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1177. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các mặt cầu (S_1) , (S_2) , (S_3) có cùng bán kính $r = 1$ và lần lượt có tâm là các điểm $A(0; 3; -1)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(4; -1; -1)$. Gọi (S) là mặt cầu tiếp xúc với cả ba mặt cầu trên. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất là

- A. $R = \sqrt{10} + 1$. B. $R = \sqrt{10} - 1$. C. $R = 2\sqrt{2} - 1$. D. $R = \sqrt{10}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) là mặt cầu tiếp xúc ngoài với cả ba mặt cầu (S_1) , (S_2) và (S_3) . Gọi I là tâm và R là bán kính mặt cầu (S) .

Vì $IA = IB = IC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có $AB = 2\sqrt{2}$, $AC = 4\sqrt{2}$ và $BC = 2\sqrt{10}$. Suy ra $BC^2 = AB^2 + AC^2$ hay tam giác ABC vuông tại A . Do đó I là trung điểm của BC và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

$$IA = IB = IC = \frac{BC}{2} = \sqrt{10}.$$

Vậy $R = IA - 1 = IB - 1 = IC - 1 = \sqrt{10} - 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1178. Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -4)$ trên mặt phẳng Oxy là điểm có tọa độ?

- A. $(1; 2; 0)$. B. $(1; 2; -4)$. C. $(0; 2; -4)$. D. $(1; 0; -4)$.

Lời giải.

Điểm $M(x; y; z)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) khi và chỉ khi $M(x; y; 0)$. Vậy hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -4)$ trên mặt phẳng Oxy là điểm có tọa độ là $(1; 2; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1179. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (-2; 1; 4)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{u} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

- A. $(0; 3; 0)$. B. $(5; -1; 10)$. C. $(-3; 3; 6)$. D. $(5; -1; -10)$.

Lời giải.

$\vec{u} = \vec{a} - 2\vec{b} = (5; -1; -10)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1180. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; 0; -1)$, $C(1; 3; 4)$, $D(0; -2; 2)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MD^2$ là một mặt cầu. Tìm bán kính của mặt cầu đó.

- A. $\sqrt{46}$. B. $\sqrt{33}$. C. $\sqrt{125}$. D. $\sqrt{206}$.

Lời giải.

Giả sử $M(x; y; z)$. Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 &= (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2, & MB^2 &= (x-2)^2 + (y-0)^2 + (z+1)^2, \\ MC^2 &= (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2, & MD^2 &= (x-0)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2. \end{aligned}$$

Do đó

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MD^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 26y - 8z - 5 = 0.$$

Suy ra mặt cầu có bán kính $R = \sqrt{4^2 + 13^2 + 4^2 + 5} = \sqrt{206}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1181. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$ và điểm $A(-1; -1; 1)$. Ba mặt phẳng thay đổi qua A và đôi một vuông góc với nhau cắt (S) theo ba đường tròn. Tính tổng diện tích của các hình tròn đó.

A. 18π .

B. 17π .

C. 26π .

D. 11π .

Lời giải.

Vì tổng diện tích của ba đường tròn không đổi nên ta có thể chọn ba mặt phẳng đôi một vuông góc với nhau có phương trình là $x = -1$, $y = -1$ và $z = 1$.

Mặt phẳng $x = -1$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn $(y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$ có bán kính $R_1 = 3$.

Mặt phẳng $y = -1$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn $(x+1)^2 + (z-2)^2 = 9$ có bán kính $R_2 = 3$.

Mặt phẳng $z = 1$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 8$ có bán kính $R_3 = 2\sqrt{2}$.

Tổng diện tích của ba hình tròn là $\pi(R_1^2 + R_2^2 + R_3^2) = 26\pi$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1182. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 6; 12)$, $B(2; 7; 6)$, $C(-2; 5; 7)$. Tam giác ABC là tam giác

A. vuông (không cân). B. cân (không vuông). C. đều.

D. vuông cân.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (-2; 1; -6)$, $\overrightarrow{BC} = (4; 2; -1)$ nên $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$, hay tam giác ABC vuông tại B . Lại có $BA = \sqrt{41}$, $BC = \sqrt{21}$ nên tam giác ABC vuông nhưng không cân.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1183. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 4)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên trục Ox , có $H(-2; 0; 0)$.

Khoảng cách từ $A(-2; 3; 4)$ đến Ox là $AH = \sqrt{y_A^2 + z_A^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1184. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(2; 1; -3)$, $B(0; -2; 5)$ và $C(1; 1; 3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

A. $\frac{\sqrt{349}}{2}$.

B. $\sqrt{87}$.

C. $\sqrt{349}$.

D. $2\sqrt{87}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; -3; 8)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 0; 6)$. Nên $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-18; 4; -3)$.

Diện tích hình bình hành $ABCD$ là $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2 \cdot \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \sqrt{349}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1185. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $C(0; 0; 3)$, $B(0; 2; 0)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là

- A. $R = 2$. B. $R = \sqrt{2}$. C. $R = 3$. D. $R = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn bài toán. Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 = MB^2 + MC^2 &\Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + y^2 + (z-3)^2 + x^2 + (y-2)^2 + z^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 12 = 0. \end{aligned}$$

Ta có $R = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 3^2 - 12} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1186. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 8$. Khi đó tâm I và bán kính R của mặt cầu là

- A. $I(3; -1; -2)$, $R = 2\sqrt{2}$. B. $I(3; -1; -2)$, $R = 4$.
C. $I(-3; 1; 2)$, $R = 2\sqrt{2}$. D. $I(-3; 1; 2)$, $R = 4$.

Lời giải.

Tâm I và bán kính R của mặt cầu là $I(3; -1; -2)$, $R = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1187. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 1; -3)$. Điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $A'(-2; 1; -3)$. B. $A'(2; -1; -3)$. C. $A'(2; 1; -3)$. D. $A'(-2; 1; 3)$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $H(0; 1; -3)$.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (Oyz) suy ra H là trung điểm của AA' .

Do đó ta có $A' = (2x_H - x_A; 2y_H - y_A; 2z_H - z_A) = (-2; 1; -3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1188. Trong không gian với trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(3; 4; -2)$. Lập phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oz .

- A. $(S): (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 25$. B. $(S): (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 5$.
C. $(S): (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 4$. D. $(S): (x+3)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 20$.

Lời giải.

Phương trình trục Oz : $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0, \vec{u}_{Oz} = (0; 1; 1) \\ z = t \end{cases}$

Ta có $\overrightarrow{OI} = (3; 4; -2) \Rightarrow [\overrightarrow{OI}; \vec{u}_{Oz}] = (4; -3; 0)$.

Khoảng cách từ tâm I xuống Oz là $d(I; Oz) = \frac{|[\overrightarrow{OI}; \vec{u}_{Oz}]|}{|\vec{u}_{Oz}|} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 = R$.

Vì (S) tiếp xúc với trục Oz nên phương trình cần tìm là $(S): (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 25$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1189. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u} = (1; -2; 2)$. Tính độ dài véc-tơ $\vec{u}$.

- A. $|\vec{u}| = 1$. B. $|\vec{u}| = 3$. C. $|\vec{u}| = 2$. D. $|\vec{u}| = 4$.

Lời giải.

$$|\vec{u}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2} = 3.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1190. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 4; 2)$ và thể tích 36π . Phương trình mặt cầu (S) là

- A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 3$. D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Lời giải.

Giả sử mặt cầu S có bán kính R , ta có $36\pi = \frac{4}{3}\pi R^3 \Leftrightarrow R = 3$.

Phương trình mặt cầu (S) là $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1191. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 véc-tơ $\vec{u}(1; a; 2)$, $\vec{v}(-3; 9; b)$ cùng phương. Tính $a^2 + b$.

- A. 15. B. 3. C. 0. D. Không tính được.

Lời giải.

$$\vec{u} \text{ và } \vec{v} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{1}{-3} = \frac{a}{9} = \frac{2}{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -6 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow a^2 + b = 9 - 6 = 3.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1192. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2)$ và $B(3; 3; 6)$. Tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(-2; -2; -4)$. B. $(2; 2; 4)$. C. $(4; 4; 8)$. D. $(-4; -4; -8)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (3-1; 3-1; 6-2) = (2; 2; 4).$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1193. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(m; 0; 0)$, $B(0; 2m+1; 0)$, $C(0; 0; 2m+5)$ khác O . D là một điểm nằm khác phía với O so với mặt phẳng (ABC) sao cho tứ diện $ABCD$ có các cặp cạnh đối diện bằng nhau. Tìm khoảng cách ngắn nhất từ O đến tâm I mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

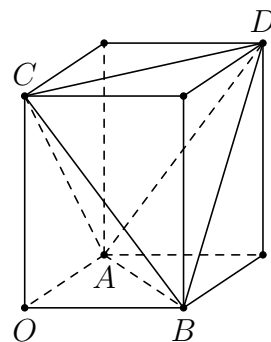
- A. $\sqrt{11}$. B. $\sqrt{10}$. C. $\sqrt{6}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải.

Ta dựng hình hộp chữ nhật ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ như hình vẽ bên. Từ đó suy ra tọa độ điểm $D(m; 2m + 1; 2m + 5)$ và tọa độ tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện nằm trên trung điểm của OD .

Ta có $OD^2 = 9m^2 + 24m + 26 = (3m + 4)^2 + 10 \geq 10 \Rightarrow OD \geq \sqrt{10}$.

Mặt khác $R = \frac{OD}{2} \geq \frac{\sqrt{10}}{2}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1194. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Tọa độ điểm M là

- A. $M(2; 1; 0)$. B. $M(0; 1; 2)$. C. $M(0; 2; 1)$. D. $M(2; 0; 1)$.

Lời giải.

Ta thấy $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j} \Rightarrow M(2; 1; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1195. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3; 2; -1)$. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua Oxy là

- A. $M'(3; 2; -1)$. B. $M'(3; 2; 1)$. C. $M'(3; -2; -1)$. D. $M'(-3; 2; 1)$.

Lời giải.

M' đối xứng $M(-3; 2; -1)$ qua (Oxy) có tọa độ $(-3; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1196. Trong không gian $Oxyz$ cho véc-tơ $\vec{u} = (1; 1; 2)$ và $\vec{v} = (2; 0; m)$. Tìm giá trị của tham số m biết $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{4}{\sqrt{30}}$.

- A. $m = 1$. B. $m = 1, m = -11$. C. $m = -11$. D. $m = 0$.

Lời giải.

Ta có $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot m}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + 0^2 + m^2}} = \frac{4}{\sqrt{30}} \Leftrightarrow \sqrt{5}(2m + 2) = 4\sqrt{4 + m^2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 16(4 + m^2) = 20(m + 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 4m^2 + 40m - 44 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ \begin{cases} m = 1(n) \\ m = -11(l) \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1197. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Oz là điểm

- A. $Q(2; -1; 0)$. B. $N(0; -1; 0)$. C. $P(0; 0; 3)$. D. $M(2; 0; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(x; y; z)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0; 0; z)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của $A(2; -1; 3)$ trên trục Oz là điểm $P(0; 0; 3)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1198. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tọa độ điểm A đối xứng với điểm $B(3; -1; 4)$ qua mặt phẳng (xOz) là

- A. $A(-3; -1; -4)$. B. $A(3; -1; -4)$. C. $A(3; 1; 4)$. D. $A(-3; -1; 4)$.

Lời giải.

A đối xứng B qua (xOz) khi và chỉ khi
$$\begin{cases} x_A = x_B = 3 \\ y_A = -y_B = 1. \\ z_A = z_B = 4 \end{cases}$$
 Vậy tọa độ B là $B(3; 1; 4)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1199. Trong không gian với tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-2; 1; -3)$ và $R = 4$.

B. $I(2; 1; 3)$ và $R = 4$.

C. $I(2; -1; 3)$ và $R = 16$.

D. $I(2; -1; 3)$ và $R = 4$.

Lời giải.

Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là: $I(2; -1; 3)$ và $R = 4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1200. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 25$, $(S_2): (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Tính phần thể tích V giới hạn bởi hai mặt cầu trên.

A. $V = \frac{1127}{6}\pi$.

B. $V = \frac{1135}{6}\pi$.

C. $V = \frac{1127}{24}\pi$.

D. $V = \frac{1127}{12}\pi$.

Lời giải.

Mặt cầu S_1 có tâm $I(1; 0; 1)$ bán kính $R = 5$.

Mặt cầu S_2 có tâm $I'(2; 2; 3)$ bán kính $R' = 5$.

$\overrightarrow{II'} = (1; 2; 2)$, $II' = 3$.

Giải sử ta có các điểm như hình vẽ.

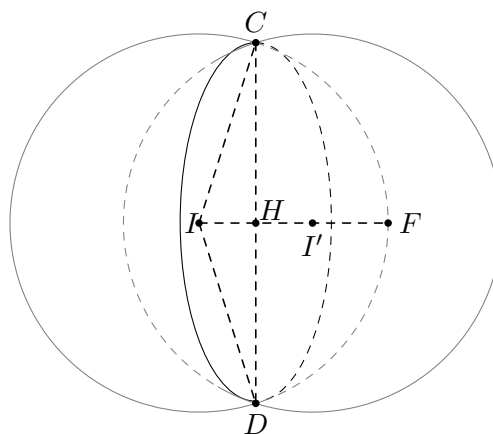
Khi đó $h = HF = R - IH = R - \frac{1}{2}II' = \frac{7}{2}$.

Do hai mặt cầu có cùng bán kính nên phần giới hạn bởi hai mặt cầu là hai chỏm cầu có cùng thể tích.

Vậy thể tích giới hạn bởi hai mặt cầu là

$$V = 2\pi \cdot h^2 \cdot \left(R - \frac{h}{3}\right) = \frac{1127}{12}\pi.$$

Chọn đáp án **D** □



Câu 1201. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1; -2; 1)$; $R = 16$.

B. $I(1; 2; -1)$; $R = 16$.

C. $I(-1; -2; 1)$; $R = 4$.

D. $I(1; 2; -1)$; $R = 4$.

Lời giải.

Từ phương trình mặt cầu (S) ta có tọa độ tâm I là $(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1202. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Oy là điểm

A. $N(0; -2; 0)$.

B. $A(0; -2; 3)$.

C. $P(1; 0; 3)$.

D. $M(1; -2; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; -2; 3)$ lên trục Oy là điểm $N(0; -2; 0)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1203. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 2; -3)$, $B(4; 5; -3)$. $M(a; b; c)$ là điểm trên mặt phẳng Oxy sao cho $MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + c$.

A. 3.

B. 6.

C. 1.

D. -1.

Lời giải.

Lấy điểm I đoạn thẳng AB sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$, khi đó ta có

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + 2x_B}{3} = \frac{-2 + 2 \cdot 4}{3} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + 2y_B}{3} = \frac{2 + 2 \cdot 5}{3} = 4 \\ z_I = \frac{z_A + 2z_B}{3} = \frac{-3 + 2 \cdot (-3)}{3} = -3, \end{cases}$$

từ đó suy ra $I(2; 4; -3)$.

Ta lại có

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 \\ &= \overrightarrow{MI}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{MI}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IB}^2 \\ &= 2\overrightarrow{MI}^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) + \overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 = 2MI^2 + IA^2 + IB^2. \end{aligned}$$

Từ đó, kết hợp với A, B và I cố định, suy ra $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất, khi đó M là hình chiếu của I trên mặt phẳng Oxy , suy ra $M(2; 4; 0)$.

Vậy $a + b + c = 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1204. Tọa độ tâm I và bán kính mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ là

A. $I(1; -2), R = 5$. B. $I(1; 2; 0), R = 5$. C. $I(-1; 2; 0), R = 5$. D. $I(1; -2; 0), R = 5$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 25$.

Khi đó mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 0)$ và bán kính $R = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1205. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 2; -1), B(3; 1; -2), C(2; 3; -3)$ và G là trọng tâm tam giác ABC . Xác định véc-tơ chỉ phương của đường thẳng OG .

A. $\vec{u}(1; 2; -2)$. B. $\vec{u}(1; 2; -1)$. C. $\vec{u}(2; 1; -2)$. D. $\vec{u}(2; 2; -2)$.

Lời giải.

G là trọng tâm $\triangle ABC$ tọa độ của G là $(2; 2; -2)$.

Ta có $\overrightarrow{OG} = (2; 2; -2)$. Do đó $\vec{u}(2; 2; -2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng OG .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1206. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, xác định phương trình mặt cầu có tâm $I(3; -1; 2)$ và tiếp xúc mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z = 0$.

A. $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 2$. B. $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 1$.
C. $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 1$. D. $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 4$.

Lời giải.

Ta có $d(I, (P)) = \frac{|3 + 2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 1$.

Phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc mặt phẳng (P) là $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1207. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 3; 10)$, $B(4; 6; 5)$ và M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) sao cho MA, MB cùng tạo với mặt phẳng (Oxy) các góc bằng nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của AM .

A. $6\sqrt{3}$.

B. 10.

C. $\sqrt{10}$.D. $8\sqrt{2}$.**Lời giải.**

Gọi D, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng (Oxy) .

Khi đó $(MA, (Oxy)) = \widehat{AMD}$ và $(MB, (Oxy)) = \widehat{BME}$.

Do đó MA, MB cùng tạo với mặt phẳng (Oxy) các góc bằng nhau khi và chỉ khi $\triangle AMD \sim \triangle BME$.

Khi đó $\frac{AM}{BM} = \frac{AD}{BE}$.

Ta có $AD = d(A, (Oxy)) = 10$ và $BE = d(B, (Oxy)) = 5$.

Do đó $\frac{AM}{BM} = 2$. (1)

Gọi tọa độ của M là $(x, y, 0)$. Ta có

$$AM^2 = (x - 1)^2 + (y - 3)^2 + 100 \text{ và } MB^2 = (x - 4)^2 + (y - 6)^2 + 25.$$

Từ (1) suy ra

$$AM^2 = 4BM^2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4(x - 4)^2 + 4(y - 6)^2.$$

Đặt $x - 1 = a$ và $y - 3 = b$. Ta có

$$a^2 + b^2 = 4(a - 3)^2 + 4(b - 3)^2 \Leftrightarrow 3(a^2 + b^2) - 24(a + b) + 72 = 0.$$

Sử dụng bất đẳng thức $(a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$ ta có

$$\frac{3}{2}(a + b)^2 - 24(a + b) + 72 \leq 0 \Leftrightarrow 4 \leq a + b \leq 12.$$

Do đó $a^2 + b^2 \geq \frac{(a + b)^2}{2} \geq \frac{4^2}{2} = 8$. Vậy $AM^2 = a^2 + b^2 + 100 \geq 108 \Leftrightarrow AM \geq 6\sqrt{3}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = b = 2 \Leftrightarrow x = 3; y = 5$. Khi đó điểm M có tọa độ $(3; 5; 0)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1208. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 1$. Mặt cầu S có tâm I là

A. $I(1; -2; 3)$.B. $I(1; 2; -3)$.C. $I(-1; 2; -3)$.D. $I(-1; 2; 3)$.**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; -3)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1209. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}(2; 1; -3)$, $\vec{b}(2; 5; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$.B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$.C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$.D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 9$.**Lời giải.**

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 2 + 1 \cdot 5 + (-3) \cdot 1 = 6$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1210. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; -2)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$ là

- A. $\frac{7}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$. Khi đó

$$\begin{cases} OI^2 = AI^2 \\ OI^2 = BI^2 \\ OI^2 = CI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = (a-1)^2 + b^2 + c^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 = a^2 + (b-2)^2 + c^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 = a^2 + b^2 + (c+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \\ c = -1. \end{cases}$$

Suy ra bán kính $R = OI = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1211. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$. Gọi A, B lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oy, Oz . Tính diện tích tam giác OAB .

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. 2.

Lời giải.

— Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; -1)$ lên trục Oy là điểm $A(0; 2; 0)$.

— Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; -1)$ lên trục Oz là điểm $B(0; 0; -1)$.

Vậy diện tích tam giác vuông OAB là $S = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1212. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; 3; 0)$, $B(3; 0; 3)$ và $C(0; 3; 3)$. Tìm tọa độ điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. $I(2; 3; 2)$. B. $I(2; 2; 0)$. C. $I(2; 2; 2)$. D. $I(0; 2; 2)$.

Lời giải.

Vì $AB = BC = AC = 3\sqrt{2}$ nên tam giác ABC đều. Do đó, tâm I đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cũng là trọng tâm tam giác ABC . Suy ra $I(2; 2; 2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1213. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 2z - 5 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu trên.

- A. $r = \sqrt{3}$. B. $r = 1$. C. $r = \sqrt{11}$. D. $r = 3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu (S) là $r = \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2 + 5} = \sqrt{11}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1214. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 1; 0)$, $B(-2; 3; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng d và đi qua hai điểm $A; B$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu (S) .

- A. $I(1; 1; 2)$. B. $I(-1; -1; 2)$. C. $I(2; 1; -1)$. D. $I(0; 2; 1)$.

Lời giải.

Gọi $I(2t+1; t; -2t)$ là tâm của mặt cầu (S) .

Ta có $IA = IB \Leftrightarrow \sqrt{(1-2t)^2 + (1-t)^2 + 4t^2} = \sqrt{(-3-2t)^2 + (3-t)^2 + (2+2t)^2} \Leftrightarrow t = -1$.

Vậy $I(-1; -1; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1215. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x + 3y + z - 11 = 0$ và mặt phẳng cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 8 = 0$ tiếp xúc với nhau tại điểm $H(x_o; y_o; z_o)$. Tính tổng $T = x_o + y_o + z_o$.

A. $T = 2$.

B. $T = 0$.

C. $T = 6$.

D. $T = 4$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm $I(1; -2; 1)$ và nhận véc-tơ $\vec{u} = (2; 3; 1)$ làm vtcp.

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases} \Rightarrow \text{giao điểm của đường thẳng } \Delta \text{ với mặt phẳng } (P) \text{ là } H(3; 1; 2).$$

Suy ra $T = x_o + y_o + z_o = 6$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1216. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(0; -3; 2)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{OM} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$.

B. $\vec{OM} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$.

C. $\vec{OM} = -3\vec{j} + 2\vec{k}$.

D. $\vec{OM} = -3\vec{i} + 2\vec{k}$.

Lời giải.

Theo định nghĩa véc-tơ trong không gian $Oxyz$, điểm $M(0; -3; 2)$ nên $\vec{OM} = -3\vec{j} + 2\vec{k}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1217. Trong không gian $Oxyz$, điểm N đối xứng với điểm $M(3; -1; 2)$ qua trục Oy là

A. $N(-3; 1; -2)$.

B. $N(3; 1; -2)$.

C. $N(-3; -1; -2)$.

D. $N(3; -1; -2)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 2)$ trên trục Oy là $H(0; -1; 0)$. Tọa độ điểm N đối xứng với điểm $M(3; -1; 2)$ qua trục Oy là

$$\begin{cases} x_N = 2x_H - x_M = 2 \cdot 0 - 3 = -3 \\ y_N = 2y_H - y_M = 2 \cdot (-1) - (-1) = -1 \Rightarrow N(-3; -1; -2). \\ z_N = 2z_H - z_M = 2 \cdot 0 - 2 = -2 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1218. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; 1; 0)$, $\vec{b} = (-1; 0; 2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$.

B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$.

C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$.

D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$.

Lời giải.

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 2}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 2^2}} = -\frac{2}{5}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1219. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 8z + 4 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(2; -3; -4)$, $R = 25$.

B. $I(-2; 3; 4)$, $R = 5$.

C. $I(2; -3; -4)$, $R = 5$.

D. $I(2; -3; -4)$, $R = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 8z + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z + 4)^2 = 25.$$

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(2; -3; -4)$ và bán kính $R = 5$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1220.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 3)$, $I(1; 0; 4)$. Tìm tọa độ điểm N sao cho điểm I là trung điểm của đoạn thẳng MN .

- A. $N(5; -4; 2)$. B. $N(0; 1; 2)$. C. $N\left(2; -1; \frac{7}{2}\right)$. D. $N(-1; 2; 5)$.

Lời giải.Vì I là trung điểm của đoạn thẳng MN nên

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_M + x_N}{2} \\ y_I = \frac{y_M + y_N}{2} \\ z_I = \frac{z_M + z_N}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_I - x_M \\ y_N = 2y_I - y_M \\ z_N = 2z_I - z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2 \cdot 1 - 3 \\ y_N = 2 \cdot 0 + 2 \\ z_N = 2 \cdot 4 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -1 \\ y_N = 2 \\ z_N = 5. \end{cases}$$

Vậy $N(-1; 2; 5)$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1221.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$ và đi qua điểm $A(1; 0; 4)$. Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 53$. B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 53$.
C. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 53$. D. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 53$.

Lời giải.Bán kính mặt cầu là $R = IA = \sqrt{(1 - 1)^2 + (0 - 2)^2 + (4 + 3)^2} = \sqrt{53}$.Phương trình mặt cầu là $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 53$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1222.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 4)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oxy) . Tọa độ điểm H là

- A. $H(0; -1; 0)$. B. $H(0; -1; 4)$. C. $H(2; -1; 0)$. D. $H(2; 0; 4)$.

Lời giải.Hình chiếu vuông góc của $M(2; -1; 4)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $H(2; -1; 0)$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1223.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 0)$. Giả sử B và C là các điểm thay đổi nằm trên các trục Ox và Oz . Gọi M là trung điểm của AC . Biết rằng khi B và C thay đổi nhưng nằm trên các trục Ox và Oz thì hình chiếu vuông góc H của M trên đường thẳng AB luôn nằm trên một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

- A. $R = \frac{1}{4}$. B. $R = \frac{1}{2}$. C. $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $R = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

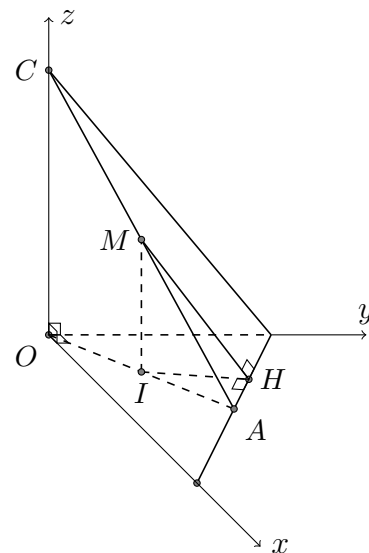
Lời giải.

Gọi I là trung điểm của OA , ta có $IM \parallel OC \Rightarrow IM \perp (Oxy)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp MH \\ AB \perp IM \end{cases} \Rightarrow AB \perp (IMH) \Rightarrow AB \perp IH.$$

$\Rightarrow H$ thuộc đường tròn (C) cố định có đường kính IA và nằm trong mặt phẳng (Oxy) .

$$\text{Vậy bán kính của đường tròn } (C) \text{ là } R = \frac{OA}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$



Chọn đáp án **D** □

Câu 1224. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 16$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu theo ba đường tròn. Tính tổng diện tích của ba đường tròn tương ứng đó.

A. 33π .

B. 10π .

C. 38π .

D. 36π .

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 2)$ và bán kính $R = 4$.

Gọi r_1, r_2, r_3 lần lượt là bán kính ba đường tròn và H, K, T là hình chiếu của tâm I của mặt cầu (S) lên ba mặt phẳng tương ứng.

Khi đó, tổng diện tích của ba đường tròn tương ứng là

$$\begin{aligned} S &= \pi(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) = \pi[(R^2 - IH^2) + (R^2 - IK^2) + (R^2 - IT^2)] \\ &= \pi[3R^2 - (IH^2 + IK^2 + IT^2)] = \pi(3R^2 - IA^2) = 38\pi. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1225. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 0)$, $B(2; -1; 2)$. Phương trình của mặt cầu có đường kính AB là

A. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 24$.

B. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{6}$.

C. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$.

D. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{24}$.

Lời giải.

Mặt cầu đường kính AB có tâm là $I(0; 0; 1)$ (trung điểm của AB).

$$\text{Bán kính của mặt cầu là } R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{4^2 + (-2)^2 + 2^2}}{2} = \sqrt{6}.$$

$$\text{Vậy phương trình mặt cầu là } x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1226. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$.

Một đường thẳng đi qua điểm M và cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B . Diện tích lớn nhất của tam giác OAB bằng

A. 4.

B. $2\sqrt{7}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{7}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Ta có: $\overrightarrow{OM} = \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right) \Rightarrow OM = 1 < R \Rightarrow$ điểm M nằm trong mặt cầu (S) .

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow OH \leq OM$.

Đặt $OH = x \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$.

Đặt $\widehat{AOH} = \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{AH}{OA} = \frac{\sqrt{OA^2 - OH^2}}{OA} = \frac{\sqrt{8 - x^2}}{2\sqrt{2}}; \cos \alpha = \frac{OH}{OA} = \frac{x}{2\sqrt{2}}$.

Suy ra $\sin \widehat{AOB} = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{x\sqrt{8 - x^2}}{4}$.

Ta có: $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB \cdot \sin \widehat{AOB} = x\sqrt{8 - x^2}$ với $0 \leq x \leq 1$.

Xét hàm số $f(x) = x\sqrt{8 - x^2}$ trên đoạn $[0; 1]$.

$f'(x) = \sqrt{8 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{8 - x^2}} = \frac{8 - 2x^2}{\sqrt{8 - x^2}} > 0, \forall x \in [0; 1] \Rightarrow \max_{[0; 1]} f(x) = f(1) = \sqrt{7}$.

Vậy diện tích lớn nhất của tam giác OAB bằng $\sqrt{7}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1227. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 3)$ và $N(-1; 2; -1)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là

A. $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 20$.

B. $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = \sqrt{5}$.

C. $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 5$.

D. $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = \sqrt{20}$.

Lời giải.

Mặt cầu đường kính MN có tâm $I(0; 2; 1)$ là trung điểm MN và bán kính $R = IM = \sqrt{5}$.

Do đó mặt cầu này có phương trình $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 5$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1228. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $A(2; 1; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $2x - y + 2z + 1 = 0$ có phương trình là

A. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 16$.

B. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

C. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$.

D. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 3$.

Lời giải.

Vì mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$ nên $R = d(A, (P)) = 2$.

Suy ra $(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1229. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(m; 0; 0)$, $B(0; m - 1; 0)$, $C(0; 0; m + 4)$ thỏa mãn $BC = AD$, $CA = BD$ và $AB = CD$. Giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

C. $\sqrt{7}$.

D. $\sqrt{14}$.

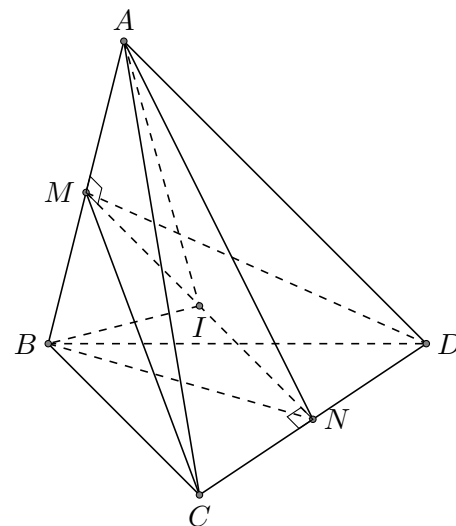
Lời giải.

Đặt $BC = a$; $CA = b$; $AB = c$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Theo giả thiết ta có tam giác $\triangle ABC = \triangle CDA$ theo trường hợp (c-c-c), suy ra $CM = DM$ hay tam giác CMD cân tại M , dẫn đến $MN \perp CD$.

Chứng minh tương tự ta cũng có $MN \perp AB$. Gọi I là trung điểm của MN thì $IA = IB$ và $IC = ID$.

Mặt khác ta lại có $AB = CD$ nên $\triangle BMI = \triangle CNI \Rightarrow IB = IC$ hay I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.



$$\text{Ta có } IA^2 = IM^2 + AM^2 = \frac{MN^2}{4} + \frac{AB^2}{4} = \frac{MN^2 + c^2}{4}.$$

$$\text{Mặt khác } CM \text{ là đường trung tuyến của tam giác } ABC \text{ nên } CM^2 = \frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4}.$$

$$\Rightarrow MN^2 = CM^2 - CN^2 = \frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4} - \frac{c^2}{4} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2}.$$

$$\text{Vậy } IA^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{8}.$$

$$\text{Với } a^2 + b^2 + c^2 = 2m^2 + 2(m-1)^2 + 2(m+4)^2 = 6(m+1)^2 + 28.$$

$$\text{Vậy } IA^2 = \frac{6(m+1)^2 + 28}{8} \geq \frac{7}{2}. \text{ Suy ra min } IA = \sqrt{\frac{7}{2}} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1230. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(-2; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA}$.

- A. $M(4; 3; 1)$. B. $M(-1; 3; 5)$. C. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$. D. $M(4; 3; 4)$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y; z)$ là điểm thỏa điều kiện $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA}$.

$$\overrightarrow{MB} = (-2 - x; 1 - y; 2 - z), \quad \overrightarrow{MA} = (1 - x; 2 - y; 3 - z).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 - x = 2(1 - x) \\ 1 - y = 2(2 - y) \\ 2 - z = 2(3 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}. \text{ Vậy } M(4; 3; 4).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1231. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$ là

- A. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$. B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$.
C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$. D. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } R = d(I, (P)) = \frac{|-9|}{3} = 3. \text{ Vậy phương trình mặt cầu } (S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1232. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; 4; -2)$ và $\vec{b} = (3; -1; 6)$. Tính giá trị của $P = \vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A. $P = -10$. B. $P = -40$. C. $P = 16$. D. $P = -34$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times 3 + 4 \times (-1) + (-2) \times 6 = -10$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1233. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6; -3; -1)$ và $B(2; -1; 7)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 42$.

B. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 4)^2 = 21$.

C. $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 21$.

D. $(x - 8)^2 + (y + 4)^2 + (z - 6)^2 = 42$.

Lời giải.

Gọi I là tâm mặt cầu, suy ra I là trung điểm của AB , vậy tọa độ I là $(4; -2; 3)$.

Mặt cầu nhận AB làm đường kính nên có bán kính là $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{21}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 21$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1234. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -4; -5)$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

A. $(1; -4; 5)$.

B. $(-1; 4; 5)$.

C. $(1; 4; 5)$.

D. $(1; 4; -5)$.

Lời giải.

Dễ thấy phương trình mặt phẳng $(Oxz) : y = 0$ nên suy ra điểm đối xứng với $A(1; -4; -5)$ qua (Oxz) là điểm $A'(1; 4; -5)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1235. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 1)$, $M(5; 3; 1)$, $N(4; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P) : y + z = 27$. Biết rằng tồn tại điểm B trên tia AM , điểm C trên (P) và điểm D trên tia AN sao cho tứ giác $ABCD$ là hình thoi. Tọa độ điểm C là

A. $(-15; 21; 6)$.

B. $(21; 21; 6)$.

C. $(-15; 7; 20)$.

D. $(21; 19; 8)$.

Lời giải.

Do giả thiết suy ra C là giao điểm của đường phân giác trong góc $\widehat{BAD}$ và mặt phẳng (P) .

Đặt $\vec{e}_1 = \frac{\vec{AM}}{|\vec{AM}|}$ và $\vec{e}_2 = \frac{\vec{AN}}{|\vec{AN}|}$. Mà $\vec{AM} = (3; 4; 0)$ suy ra $|\vec{AM}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Tương tự ta có $\vec{AN} = (2; 2; 1)$ suy ra $|\vec{AN}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3$.

Khi đó tọa độ $\vec{e}_1 \left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}; 0 \right)$ và $\vec{e}_2 \left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3} \right)$ suy ra $\vec{e}_1 + \vec{e}_2 = \left(\frac{19}{15}; \frac{22}{15}; \frac{1}{3} \right)$. Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của đường phân giác góc $\widehat{BAD}$, dễ thấy $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, ta chọn $\vec{u}(19; 22; 5)$.

Khi đó phương trình tham số của đường phân giác trong góc $\widehat{BAD}$ là
$$\begin{cases} x = 2 + 19t \\ y = -1 + 22t \\ z = 1 + 5t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

Do giả thiết tọa độ điểm C tương ứng với giá trị t là nghiệm của phương trình

$$-1 + 22t + 1 + 5t = 27 \Leftrightarrow t = 1. \text{ Ta suy ra tọa độ điểm } C(21; 21; 6).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1236. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và N là điểm trên tia OM sao cho $OM \cdot ON = 12$. Biết rằng khi M thay đổi, điểm N luôn thuộc một mặt cầu cố định. Tính bán kính mặt cầu đó.

A. $\frac{7}{2}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Do giả thiết phương trình mặt phẳng (ABC') là $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 12 = 0$.

Giả sử điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và $N(x_1; y_1; z_1)$ thỏa mãn bài toán.

$$\text{Mà } OM \cdot ON = 12 \Leftrightarrow OM = \frac{12}{ON} \Leftrightarrow OM = \frac{12}{ON^2} \cdot ON.$$

Vì N thuộc tia OM nên hai véc-tơ $\overrightarrow{OM}$ và $\overrightarrow{ON}$ cùng chiều suy ra $\overrightarrow{OM} = \frac{12}{ON^2} \overrightarrow{ON}$ (*).

$$\text{Mà } \overrightarrow{OM}(x_0; y_0; z_0); \overrightarrow{ON}(x_1; y_1; z_1) \text{ và } ON^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2.$$

$$\text{Từ (*) suy ra } \begin{cases} x_0 = \frac{12x_1}{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \\ y_0 = \frac{12y_1}{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \\ z_0 = \frac{12z_1}{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \end{cases} \cdot \text{Vì } M \text{ thuộc phương trình mặt phẳng } (ABC) \text{ nên}$$

$$\begin{aligned} 6x_0 + 3y_0 + 2z_0 - 12 &= 0 \Leftrightarrow 6 \frac{12x_1}{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} + 3 \frac{12y_1}{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} + 2 \frac{12z_1}{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} - 12 = 0 \\ &\Leftrightarrow 6x_1 + 3y_1 + 2z_1 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 \\ &\Leftrightarrow (x_1 - 3)^2 + \left(y_1 - \frac{3}{2}\right)^2 + (z_1 - 1)^2 = \frac{49}{4} \end{aligned}$$

Do đó tập hợp điểm N thuộc mặt cầu $(S): (x - 3)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + (z - 1)^2 = \frac{49}{4}$.

Gọi R là bán kính mặt cầu ta có $R = \frac{7}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1237. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm B đối xứng với A qua mặt phẳng (Oyz) .

A. $B(1; 2; 3)$.

B. $B(-1; -2; -3)$.

C. $B(1; -2; 3)$.

D. $B(1; 2; -3)$.

Lời giải.

Ta có điểm $A(-1; 2; 3)$ đối xứng qua mặt phẳng (Oyz) ta được điểm $B(1; 2; 3)$ (giữ nguyên y_A, z_A , đổi dấu x_A).

Chọn đáp án **A** □

Câu 1238. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 4; 3)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm A xuống mặt phẳng (Oyz) là $H(0; 4; 3)$ nên khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) là $AH = 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1239. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3), B(2; 3; -4)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm A và bán kính bằng AB . Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 75$.

B. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 11$.

C. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 4)^2 = 75$.

D. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 75$.

Lời giải.

Vì $\overrightarrow{AB} = (1; 5; -7)$ nên bán kính của mặt cầu (S) là $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{75}$. Suy ra phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 75$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1240. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0; 1)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm O, A, B, C .

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3y + z = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 3y - z = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3y - z = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 3y - z = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm O, A, B, C có dạng:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0.$$

(S) đi qua bốn điểm O, A, B, C nên ta thu được

$$\begin{cases} d = 0 \\ 4 - 4a + d = 0 \\ 9 - 6b + d = 0 \\ 1 - 2c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{3}{2} \\ c = \frac{1}{2} \\ d = 0. \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3y - z = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1241. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 25$, $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 14 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (S_1) và (S_2) không cắt nhau.

B. (S_1) và (S_2) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 1$.

C. (S_1) và (S_2) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = \sqrt{\frac{76}{10}}$.

D. (S_1) và (S_2) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = \frac{5\sqrt{77}}{11}$.

Lời giải.

Từ giả thiết: (S_1) có tâm $I = (1; -2; 2)$ và bán kính $R_1 = 5$.

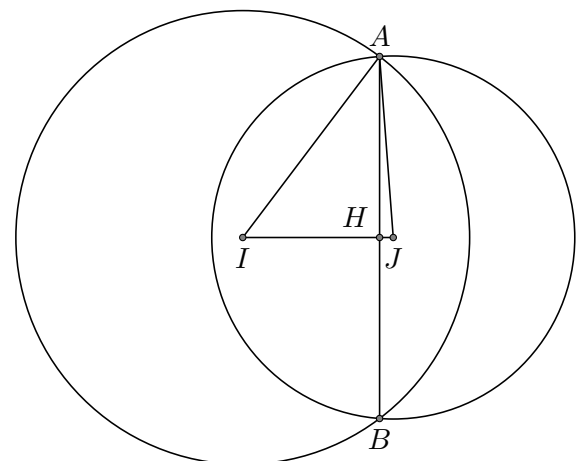
(S_2) có tâm $J = (0; 1; 1)$ và bán kính $R_2 = 4$.

Khi đó $R_1 - R_2 = 1 < IJ = \sqrt{11} < R_1 + R_2 = 9$ nên hai mặt cầu cắt nhau theo một giao tuyến là đường tròn có tâm H và bán kính $r = \frac{AB}{2}$ và H nằm giữa IJ .

Khi đó $IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{25 - r^2}$ và

$JH = \sqrt{JA^2 - AH^2} = \sqrt{16 - r^2}$.

Do đó



$$\begin{aligned}
IH + JH &= IJ \\
\Leftrightarrow \sqrt{25 - r^2} + \sqrt{16 - r^2} &= \sqrt{11} \\
\Rightarrow \sqrt{25 - r^2} &= \sqrt{11} - \sqrt{16 - r^2} \\
\Rightarrow 25 - r^2 &= 11 + 16 - r^2 - 2\sqrt{11(16 - r^2)} \\
\Rightarrow \sqrt{11(16 - r^2)} &= 1 \\
\Rightarrow r &= \frac{5\sqrt{77}}{11}.
\end{aligned}$$

Vậy (S_1) và (S_2) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = \frac{5\sqrt{77}}{11}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1242. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 25$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(1; -2; 0)$, $R = 5$. B. $I(-1; 2; 0)$, $R = 25$. C. $I(1; -2; 0)$, $R = 25$. D. $I(-1; 2; 0)$, $R = 5$.

Lời giải.

Mặt cầu $(S): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ có tâm là $I(a; b; c)$ và bán kính là R .

Do đó, mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 25$ có tâm $I(1; -2; 0)$ và bán kính $R = 5$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1243. Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(-1; 2; -3)$, $R = 16$. B. $I(-1; 2; -3)$, $R = 4$.

C. $I(-1; 2; -3)$, $R = \sqrt{12}$. D. $I(1; -2; 3)$, $R = 4$.

Lời giải.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 16$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; -3)$ và bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1244. Cho $\vec{a} = (-1; 2; 3)$, $\vec{b} = (2; 1; 0)$ với $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ thì tọa độ của $\vec{c}$ là

A. $(-4; 3; 3)$. B. $(-4; 3; 6)$. C. $(-4; 1; 3)$. D. $(-1; 3; 5)$.

Lời giải.

Ta có $2\vec{a} = (-2; 4; 6)$ do đó $2\vec{a} - \vec{b} = (-4; 3; 6)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1245. Cho $\vec{a} = (-2; 1; 3)$, $\vec{b} = (1; 2; m)$. Véc-tơ $\vec{a}$ vuông góc với véc-tơ $\vec{b}$ khi

A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 2$. D. $m = 0$.

Lời giải.

$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow -2 + 2 + 3m = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1246. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ. Cho $B(a; 0; 0)$, $D(0; a; 0)$, $A'(0; 0; b)$ với $a > 0, b > 0$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Xác định tỉ số $\frac{a}{b}$ để mặt phẳng $(A'BD)$ vuông góc với mặt phẳng (BDM) .

A. $\frac{a}{b} = 1$. B. $\frac{a}{b} = 2$. C. $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{a}{b} = -1$.

Lời giải.

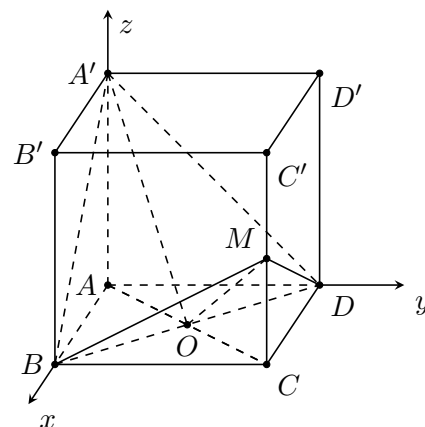
Gọi O là giao điểm của AC và BD . Dễ thấy $A(0;0;0)$,
 $M\left(a; a; \frac{b}{2}\right)$, $O\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$.

Ta có $(A'BD) \cap (MBD) = BD$ và

$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp A'A \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AA'C'C) \Rightarrow \begin{cases} BD \perp A'O \\ BD \perp OM. \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((A'BD), (MBD)) = (A'O, MO) = 90^\circ.$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OA'} = \left(-\frac{a}{2}; -\frac{a}{2}; b\right), \overrightarrow{OM} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; \frac{b}{2}\right)$$



$$\overrightarrow{OA'} \perp \overrightarrow{OM} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA'} \cdot \overrightarrow{OM} = 0 \Leftrightarrow -\frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{2} = 0 \Leftrightarrow a^2 = b^2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 1.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1247. Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -3; 1)$ và đi qua điểm $A(5; -2; 1)$ có phương trình là

A. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$.

B. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.

C. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$.

D. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Lời giải.

Bán kính $R = IA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{5}$. Phương trình mặt cầu (S) là

$$(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1248. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I , bán kính IM ?

A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$.

B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 17$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.

Lời giải.

I là hình chiếu của M lên trục Ox suy ra $I(1; 0; 0)$. Do đó, ta có $\overrightarrow{IM} = (0; -2; 3)$ suy ra $|\overrightarrow{IM}| = \sqrt{13}$.

Phương trình mặt cầu tâm I , bán kính IM có phương trình là

$$(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1249. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 16 = 0$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 25$.

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 25$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } d(I, (P)) = \frac{|2 + 0 + 2 - 16|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = 4.$$

$$\text{Bán kính mặt cầu } (S) \text{ là } R = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5.$$

$$\text{Phương trình của mặt cầu } (S) \text{ là } (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 25.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1250. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

A. Tâm $I(-1; 2; -3)$ và bán kính $R = 4$.

B. Tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 4$.

C. Tâm $I(-1; 2; 3)$ và bán kính $R = 4$.

D. Tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 16$.

Lời giải.

Ta có $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$.

Do đó mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; -3)$ và bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1251. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 5)$, $B(m; 2; 7)$. Tìm tất cả các giá trị của m để độ dài đoạn $AB = 7$.

A. $m = 9$ hoặc $m = -3$.

B. $m = -3$ hoặc $m = -9$.

C. $m = 9$ hoặc $m = 3$.

D. $m = 3$ hoặc $m = -3$.

Lời giải.

$$AB = 7 \Leftrightarrow \sqrt{(m-3)^2 + 3^2 + 2^2} = 7 \Leftrightarrow (m-3)^2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} m-3 = 6 \\ m-3 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m = -3 \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1252. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; -1; 3)$ và $B(2; -5; 1)$, điểm M thỏa mãn $MA = 2MB$. Khi đó M sẽ thuộc mặt cầu nào sau đây?

A. $\left(x + \frac{10}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{19}{3}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = 16$. B. $x^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 9$.

C. $\left(x - \frac{10}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{19}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 = 16$. D. $x^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y; z)$.

Ta có

$$\begin{aligned} MA = 2MB &\Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2 \\ \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 &= 4[(x-2)^2 + (y+5)^2 + (z-1)^2] \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \frac{20}{3}x + \frac{38}{3}y - \frac{2}{3}z + \frac{106}{3} &= 0 \\ \Leftrightarrow \left(x - \frac{10}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{19}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 &= 16. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1253. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(2; 1; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 2 = 0$.

A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 4$.

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 16$.

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Lời giải.

$$\text{Bán kính mặt cầu } R = d(I, (P)) = \frac{|2 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 4.$$

Phương trình mặt cầu cần tìm: $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1254. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(1; -1; 4)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$ theo một đường tròn có chu vi $2\sqrt{3}\pi$.

- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = (1+2\sqrt{3})^2$.
 B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 2$.
 C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 4$.
 D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 4$.

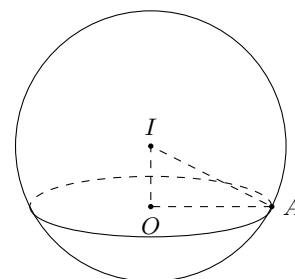
Lời giải.

Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (P) là $IO = d(I, (P)) = 1$.

Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến ta có $2\pi r = 2\sqrt{3}\pi \Rightarrow r = OA = \sqrt{3}$.

Bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{3+1} = 2$.

Phương trình mặt cầu cần tìm: $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 4$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 1255. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 0)$, $\vec{b} = (-1; 2; 1)$, $\vec{c} = (-2; 1; 5)$.
 Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề cho dưới đây.

- A. $|\vec{b}| = \sqrt{6}$. B. $\vec{a} \perp \vec{c}$. C. $\vec{b} \cdot \vec{c} = 9$. D. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Lời giải.

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \neq 0 \Rightarrow \vec{a}$ không vuông góc với $\vec{b}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1256. Trong không gian $Oxyz$ cho vec-tơ $\vec{u}(1; 1; 2)$ và $\vec{v}(2; 0; m)$. Tìm giá trị của tham số m biết $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{4}{\sqrt{30}}$.

- A. $m = 1$. B. $m = -11$. C. $m = 1; m = -11$. D. $m = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot m}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + 0^2 + m^2}} = \frac{4}{\sqrt{30}} \Leftrightarrow \sqrt{5} \cdot (2m + 2) = 4\sqrt{4 + m^2} \Leftrightarrow m = 1.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1257. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(2; 0; 0)$; $B(0; 3; 0)$; $C(2; 3; 6)$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$ là

- A. 49π . B. $\frac{1372\pi}{3}$. C. $\frac{341\pi}{6}$. D. $\frac{343\pi}{6}$.

Lời giải.

Chú ý bốn đỉnh O, A, B, C là bốn đỉnh của hình hộp chữ nhật có các kích thước 2; 3; 6. Vậy $R = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = \frac{7}{2}$.

Từ đó suy ra $V = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = \frac{343\pi}{6}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1258. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$.
 Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(-1; 2; 3)$, $R = \sqrt{5}$. B. $I(1; -2; 3)$, $R = \sqrt{5}$.
 C. $I(1; -2; 3)$, $R = 5$. D. $I(-1; 2; -3)$, $R = 5$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2 - 9} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1259. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 1; 1)$, $C(0; 3; -1)$. Xét bốn khẳng định sau

(I). $BC = 2AB$.

(II). Điểm B thuộc đoạn AC .

(III). Ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

(IV). Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Trong bốn khẳng định trên các khẳng định **sai** là

A. (I) và (II).

B. (II) và (III).

C. (II) và (IV).

D. (III) và (IV).

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 1; -1) = -\overrightarrow{AB}$ nên điểm A là trung điểm của BC và A, B, C thẳng hàng. Từ đó ta thấy kết luận (II) và (III) là sai.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1260. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(-3; -1; 1)$.

B. $N(0; -1; 1)$.

C. $P(0; -1; 0)$.

D. $Q(0; 0; 1)$.

Lời giải.

Giữ nguyên y, z và đổi dấu x nên ta suy ra điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oyz) là điểm $M(-3; -1; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1261. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 3; -1)$. Khi đó $\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là

A. $(-1; 5; 2)$.

B. $(3; -1; 4)$.

C. $(1; 5; 2)$.

D. $(1; -5; -2)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (-1; 5; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1262. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tâm I của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2y + 1 = 0$ có tọa độ là

A. $I(4; 1; 0)$.

B. $I(4; -1; 0)$.

C. $I(-4; 1; 0)$.

D. $I(-4; -1; 0)$.

Lời giải.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 16$. Do đó mặt cầu (S) có tọa độ tâm là $I(4; 1; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1263. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; 1)$ trên Ox có tọa độ là

A. $(0; 0; 1)$.

B. $(3; 0; 0)$.

C. $(-3; 0; 0)$.

D. $(0; 2; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; 1)$ trên Ox có tọa độ là $(3; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1264. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài đoạn AM .

A. $AM = 3\sqrt{3}$.

B. $AM = 2\sqrt{7}$.

C. $AM = \sqrt{29}$.

D. $AM = \sqrt{30}$.

Lời giải.Gọi tọa độ điểm $M(a; b; c)$, do M thuộc đoạn BC và $MC = 2MB \Rightarrow \overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB} \quad (*)$.Ta có $\overrightarrow{CM} = (a + 3; b - 6; c - 4)$ và $\overrightarrow{MB} = (-a; 3 - b; 1 - c)$.

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3 = -2a \\ b - 6 = 6 - 2b \\ c - 4 = 2 - 2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 4; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-3; 4; 2) \Rightarrow AM = \sqrt{29}.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 1265.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -1)$, $B(1; 2; 3)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{22}$.

C. 18.

D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = \sqrt{(1 - 2)^2 + (2 - 1)^2 + (3 + 1)^2} = 3\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 1266.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; 1; -3)$, $\vec{b} = (2; 5; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 9$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 2 + 1 \cdot 5 - 3 \cdot 1 = 6$.

Chọn đáp án **C** □**Câu 1267.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 1$. Xác định tọa độ tâm I của mặt cầu (S) .

A. $I(1; -2; 3)$.

B. $I(1; 2; -3)$.

C. $I(-1; 2; -3)$.

D. $I(-1; 2; 3)$.

Lời giải.Tọa độ tâm mặt cầu là $I(-1; 2; -3)$.Chọn đáp án **C** □**Câu 1268.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 4)^2 = 4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đã cho.

A. $I(3; 1; -4), R = 2$.

B. $I(-3; -1; 4), R = 2$.

C. $I(3; 1; -4), R = 4$.

D. $I(-3; -1; 4), R = 4$.

Lời giải.Mặt cầu có tâm $I(3; 1; -4)$ và bán kính $R = 2$.Chọn đáp án **A** □**Câu 1269.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 2; -1)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua gốc tọa độ O là

A. $A'(3; -2; 1)$.

B. $A'(3; 2; -1)$.

C. $A'(3; -2; -1)$.

D. $A'(3; 2; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_{A'} = 2x_O - x_A = 3 \\ y_{A'} = 2y_O - y_A = -2 \\ z_{A'} = 2z_O - z_A = 1 \end{cases} \text{ Vậy } A'(3; -2; 1).$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1270. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1; 2; 1), R = 9$.

B. $I(1; -2; -1), R = 9$.

C. $I(1; -2; -1), R = 3$.

D. $I(-1; 2; 1), R = 3$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -1)$, bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1271. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - (4m-2)x + 2my + (4m+2)z - 7 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối cầu là

A. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$.

B. 972π .

C. 36π .

D. 300π .

Lời giải.

Khối cầu đã cho có bán kính là

$$R = \sqrt{(2m-1)^2 + m^2 + (2m+1)^2 + 7} = \sqrt{9m^2 + 9} \geq 3.$$

Đẳng thức xảy ra khi $m = 0$. Do đó giá trị nhỏ nhất của bán kính khối cầu đã cho là 3. Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích khối cầu là $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 36\pi$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1272. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $A(1; 0; 0)$, $B(-1; 1; -2)$, $C(-2; 0; 3)$, $D(0; -1; -1)$. Gọi H là trung điểm của CD , $SH \perp (ABCD)$. Biết rằng thể tích của khối chóp bằng 4 và đỉnh $S(x_0; y_0; z_0)$ với $x_0 > 0$. Tìm x_0 .

A. $x_0 = 2$.

B. $x_0 = 3$.

C. $x_0 = 1$.

D. $x_0 = 4$.

Lời giải.

• $H\left(-1; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right), \overrightarrow{AB} = (-2; 1; -2), \overrightarrow{AC} = (-3; 0; -3)$.

• Ta có $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (-3; 0; 3)$ nên $S_{ABCD} = \left| \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \right| = 3\sqrt{2}$. Suy ra $SH = \frac{3V}{S_{ABCD}} = 3\sqrt{2}$.

• $SH \perp (ABCD)$ nên $\overrightarrow{SH} = (t; 0; -t)$. Do đó $SH = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow 2t^2 = 8 \Leftrightarrow t = \pm 2$. Suy ra $S\left(1; -\frac{1}{2}; -\frac{7}{2}\right)$ hoặc $S\left(-3; -\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Do $x_0 > 0$ nên $x_0 = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1273. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 1)$. Tìm tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oxy) .

A. $M'(2; -1; 0)$.

B. $M'(0; 0; 1)$.

C. $M'(-2; 1; 0)$.

D. $M'(2; 1; -1)$.

Lời giải.

Hình chiếu của $M(2; -1; 1)$ lên (Oxy) là điểm M' có tọa độ $M'(2, -1, 0)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1274. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0; 1; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$.

A. $x^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

B. $x^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

C. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Lời giải.

• $d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 0 - 1 + 2 \cdot (-1) - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 2$.

• $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1275. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0; -3; 0)$. B. $(0; -3; -5)$. C. $(0; -3; 5)$. D. $(1; -3; 0)$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x = 0$ và hình chiếu của điểm $I(a; b; c)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $(0; b; c)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1276. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$ và $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\vec{c} \perp \vec{b}$. B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. C. $\vec{a} \perp \vec{b}$. D. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{c} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 2 \neq 0$ nên mệnh đề $\vec{c} \perp \vec{b}$ là sai.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1277. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 2)$; $B(-1; 0; 4)$; $C(0; -1; 3)$ và điểm M thuộc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$. Khi biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì độ dài đoạn MA bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{6}$. C. 6. D. 2.

Lời giải.

Giả sử $M(a; b; c)$ thuộc mặt cầu (S) , khi đó ta có $a^2 + b^2 + (c - 1)^2 = 1$.

Vì $a^2 + b^2 \geq 0$ nên $(c - 1)^2 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq c \leq 2$.

Ta có $MA^2 = (a - 1)^2 + (b - 1)^2 + (c - 2)^2$, $MB^2 = (a + 1)^2 + b^2 + (c - 4)^2$, $MC^2 = a^2 + (b + 1)^2 + (c - 3)^2$ nên

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 + MC^2 &= 3a^2 + 3b^2 + 3c^2 - 18c + 33 \\ &= 3(1 - (c - 1)^2) + 3c^2 - 18c + 33 \\ &= 33 - 12c \geq 33 - 12 \cdot 2 = 9. \end{aligned}$$

Vậy $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $a = b = 0, c = 2$ hay $M(0; 0; 2)$. Khi đó $MA = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1278. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$.

- A. $R = \sqrt{2}$. B. $R = 2$. C. $R = \sqrt{3}$. D. $R = 1$.

Lời giải.

Với hình cầu $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ thì bán kính là $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$. Nên bán kính của (S) là $R = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1279. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 1)$ và $B(1; -1; 2)$. Tọa độ của $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(2; -1; 1)$. B. $(0; -1; -1)$. C. $(-2; 1; -1)$. D. $(0; -1; 3)$.

Lời giải.

Tọa độ của $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1280. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 3 = 0$ có tâm và bán kính là

A. $I(2; -1; 1), R = 3$.

B. $I(-2; 1; -1), R = 3$.

C. $I(2; -1; 1), R = 3$.

D. $I(-2; 1; -1), R = 9$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 1; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-1)^2 - (-3)} = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1281. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; 2; 3)$ đến trục Oy bằng

A. 1.

B. $\sqrt{10}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{13}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(1; 2; 3)$ lên trục $Oy \Rightarrow H(0; 2; 0)$.

Ta có $d(A, Oy) = AH = \sqrt{(0-1)^2 + (2-2)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1282. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục tung Oy ?

A. $Q(0; -10; 0)$.

B. $P(10; 0; 0)$.

C. $N(0; 0; -10)$.

D. $M(-10; 0; 10)$.

Lời giải.

Điểm thuộc trục tung Oy suy ra $x = 0$ và $z = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1283. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; -2; 3)$ đi qua điểm $A(5; -2; 1)$ có phương trình

A. $(x-5)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{13}$.

B. $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 13$.

C. $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 13$.

D. $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{13}$.

Lời giải.

Mặt cầu có bán kính $R = IA = \sqrt{13}$.

Mặt cầu tâm $I(2; -2; 3)$ bán kính $R = \sqrt{13}$ là $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 13$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1284. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành, biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$. Tìm tọa độ điểm C .

A. $(0; -2; 0)$.

B. $(2; 2; 2)$.

C. $(2; 0; 2)$.

D. $(2; -2; 2)$.

Lời giải.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 1 = 2 - 1 \\ y_C + 1 = 1 - 0 \\ z_C - 1 = 2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 0 \\ z_C = 2 \end{cases}$$

Tọa độ điểm $C(2; 0; 2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1285. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 5; 1)$. Khoảng cách từ M đến trục Ox bằng

A. $\sqrt{29}$.

B. 2.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{26}$.

Lời giải.

$d(M, Ox) = \sqrt{y_M^2 + z_M^2} = \sqrt{26}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1286. Trong không gian $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 0; 1)$, $\vec{c} = (-1; 0; 1)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i}$ là

- A. $(-6; 2; 6)$. B. $(0; 2; 6)$. C. $(6; 2; -6)$. D. $(6; 2; 6)$.

Lời giải.

$$\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i} = (1; 2; 3) + (-2; 0; 1) + 2 \cdot (-1; 0; 1) - 3 \cdot (1; 0; 0) = (-6; 2; 6).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1287. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 17 = 0$ và cắt mặt cầu $(S): x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 25$ theo một đường tròn có chu vi bằng 6π . Phương trình của mặt phẳng (Q) là

- A. $2x - 2y + z + 7 = 0$. B. $x - y + 2z - 7 = 0$.
C. $2x - 2y + z + 17 = 0$. D. $2x - 2y + z - 17 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn giao tuyến của (Q) và mặt cầu (S) có chu vi bằng 6π nên có bán kính $r = 3$. Gọi d là khoảng cách từ tâm I của mặt cầu đến (Q) thì $d = \sqrt{R^2 - r^2} = 4$ (I có tọa độ $(0; -2; 1)$, R là bán kính của mặt cầu (S)).

Mặt khác, (Q) song song với (P) nên phương trình có dạng $2x - 2y + z + m = 0$ ($m \neq -17$). Từ $d(I, (Q)) = 4$ ta suy ra $\frac{|m + 5|}{3} = 4$; do đó $m = 7$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1288. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}; 0 \right)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$.

Đường thẳng d thay đổi đi qua điểm M , cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B . Tính diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của tam giác OAB .

- A. $S_{\max} = 4$. B. $S_{\max} = 2\sqrt{7}$. C. $S_{\max} = \sqrt{7}$. D. $S_{\max} = 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

(S) có tâm $O(0; 0; 0)$ và có bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Gọi t là khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng d ($t \leq OM = 1$). Diện tích tam giác OAB là

$$S = \frac{1}{2}t \cdot AB = t\sqrt{R^2 - t^2} = t\sqrt{8 - t^2} = \frac{1}{\sqrt{7}}(\sqrt{7}t) \cdot \sqrt{8 - t^2} \leq \frac{7t^2 + 8 - t^2}{2\sqrt{7}} = \frac{6t^2 + 8}{2\sqrt{7}} \leq \frac{14}{2\sqrt{7}} = \sqrt{7}.$$

Dấu bằng xảy ra khi d vuông góc với OM .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1289. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ $\vec{v} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$ có tọa độ bằng bao nhiêu?

- A. $(-2; -5; 1)$. B. $\left(1; \frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $(2; 5; -1)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{v} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k} = (2; 5; -1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1290. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 4)$, $B(-1; 1; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $AB = 5$. B. $AB = \sqrt{5}$. C. $AB = 3$. D. $AB = \sqrt{3}$.

Lời giải.

$$Ta \text{ có } AB = \sqrt{(-1 + 1)^2 + (1 - 2)^2 + (2 - 4)^2} = \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1291. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; 3)$, $B(2; -3; 1)$ và $C(3; 1; 2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(2; 0; 2)$. B. $G(3; 0; 3)$. C. $G(3; 2; 1)$. D. $G(6; 0; 6)$.

Lời giải.

Ta có

$$G = \left(\frac{1+2+3}{3}; \frac{2-3+1}{3}; \frac{3+1+2}{3} \right) = (2; 0; 2).$$

Vậy $G(2; 0; 2)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1292. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(1; 1; 0)$ và đi qua điểm $A(1; 1; \sqrt{5})$.

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-\sqrt{5})^2 = \sqrt{5}$. B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 5$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-\sqrt{5})^2 = 5$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$.

Lời giải.

Mặt cầu tâm $I(1; 1; 0)$ và đi qua điểm $A(1; 1; \sqrt{5})$ có bán kính

$$R = IA = \sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2 + (\sqrt{5}-0)^2} = \sqrt{5}.$$

Vậy mặt cầu có phương trình

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1293. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (1; m-1; m)$ thỏa mãn $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$. Giá trị m bằng bao nhiêu?

- A. $m = \frac{1}{5}$. B. $m = \frac{5}{2}$. C. $m = -\frac{2}{5}$. D. $m = \frac{2}{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$$

$$\Leftrightarrow 1 \cdot 1 + 2 \cdot (m-1) + 3 \cdot m = 1$$

$$\Leftrightarrow 5m - 1 = 1 \Leftrightarrow m = \frac{2}{5}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1294. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh là $A(0; 2; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 0; 2)$ và $D(0; -2; 0)$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng bao nhiêu?

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 0)$ và $\overrightarrow{CD} = (0; -2; -2)$.

Mà

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{AB \cdot CD} = \frac{2 \cdot 0 + (-2) \cdot (-2) + 0 \cdot (-2)}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{8}} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 60^\circ$, hay góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 60° .

Chọn đáp án **C** □

Câu 1295. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a} = (1; 3; 4)$. Tìm véc-tơ $\vec{b}$ cùng phương với $\vec{a}$.

- A. $\vec{b} = (2; -6; -8)$. B. $\vec{b} = (-2; -6; -8)$. C. $\vec{b} = (-2; -6; 8)$. D. $\vec{b} = (-2; 6; 8)$.

Lời giải.

Véc-tơ $\vec{b}$ cùng phương với $\vec{a}$ khi $\vec{b} = k\vec{a}$. Vậy $\vec{b} = (-2; -6; -8)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1296. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (0; 1; 3)$; $\vec{b} = (-2; 3; 1)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{x}$ biết $\vec{x} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$.

- A. $\vec{x} = (-2; 4; 4)$. B. $\vec{x} = (4; -3; 7)$. C. $\vec{x} = (-4; 9; 11)$. D. $\vec{x} = (-1; 9; 11)$.

Lời giải.

$$3\vec{a} = (0; 3; 9); 2\vec{b} = (-4; 6; 2) \Rightarrow \vec{x} = 3\vec{a} + 2\vec{b} = (-4; 9; 11).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1297. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; -1; 2)$, $C(6; 0; 1)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(4; 3; -2)$. B. $D(8; -3; 4)$. C. $D(-4; -3; 2)$. D. $D(-2; 1; 0)$.

Lời giải.

Gọi $D(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{DC} = (6 - x; -y; 1 - z)$, $\overrightarrow{AB} = (2; -3; 3)$.

$$\text{Do tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành nên } \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - x = 2 \\ -y = -3 \\ 1 - z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow D(4; 3; -2).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1298. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z - 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

- A. Tâm $I(-1; -3; 2)$ và bán kính $R = 4$. B. Tâm $I(1; 3; -2)$ và bán kính $R = 2\sqrt{3}$.
C. Tâm $I(1; 3; -2)$ và bán kính $R = 4$. D. Tâm $I(-1; -3; 2)$ và bán kính $R = 16$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z - 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 &= 16. \end{aligned}$$

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(1; 3; -2)$ và bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1299. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; -1)$; $B(-4; 2; -9)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB .

- A. $(x + 3)^2 + y^2 + (z + 4)^2 = 5$. B. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 5)^2 = 25$.
C. $(x + 6)^2 + y^2 + (z + 8)^2 = 5$. D. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 5)^2 = 5$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(-1; 2; -5)$.

Độ dài AB là $AB = \sqrt{(-4 - 2)^2 + (2 - 2)^2 + (-9 + 1)^2} = 10$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB có tâm là $I(-1; 2; -5)$ và bán kính $R = \frac{AB}{2} = 5$ có phương trình là

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 5)^2 = 25.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1300. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$ biết rằng mặt cầu (S) đi qua điểm $A(1; 0; 4)$.

A. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 53$.

B. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = \sqrt{53}$.

C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = \sqrt{53}$.

D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 53$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = IA = \sqrt{(1-1)^2 + (0-2)^2 + (4+3)^2} = \sqrt{53}$.

Phương trình của mặt cầu (S) : $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 53$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1301. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 2; 2)$; $B(-5; 3; 7)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (P) sao cho $|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ có giá trị nhỏ nhất. Tính $T = 2a + b - c$.

A. $T = -1$.

B. $T = -3$.

C. $T = 4$.

D. $T = 3$.

Lời giải.

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} &= \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IA} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -5 - x = 2(-3 - x) \\ 3 - y = 2(2 - y) \\ 7 - z = 2(2 - z) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \\ z = -3 \end{cases} \\ \Rightarrow I(-1; 1; -3). \end{aligned}$$

Ta có $|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| = |2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IB}| = MI$.

Vậy $|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ có giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI ngắn nhất hay M là hình chiếu vuông góc của I lên (P) .

Phương trình đường thẳng d đi qua $I(-1; 1; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) nên nhận vec-tơ

$$\vec{n}_P = (1; 1; 1) \text{ làm vec-tơ chỉ phương nên có phương trình } \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

$$\text{Tọa độ } M \text{ thỏa hệ } \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 + t \\ x + y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 0 \\ y = 2 \\ z = -2. \end{cases}$$

Vậy $T = 2a + b - c = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1302. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(9; -3; 5)$, $B(a; b; c)$. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các mặt phẳng tọa độ Oxy, Oxz, Oyz . Biết M, N, P nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $AM = MN = NP = PB$. Tính tổng $T = a + b + c$.

A. $T = 21$.

B. $T = -15$.

C. $T = 13$.

D. $T = 14$.

Lời giải.

Do M, N, P nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $AM = MN = NP = PB$ nên N, M, P lần lượt là trung điểm của AB, AN, NB .

Suy ra $N\left(\frac{a+9}{2}; \frac{b-3}{2}; \frac{c+5}{2}\right), M\left(\frac{a+27}{4}; \frac{b-9}{4}; \frac{c+15}{4}\right), P\left(\frac{3a+9}{4}; \frac{3b-3}{4}; \frac{3c+5}{4}\right).$

Do M, N, P lần lượt nằm trên các mặt phẳng tọa độ Oxy, Oxz, Oyz nên
$$\begin{cases} \frac{c+15}{4} = 0 \\ \frac{b-3}{2} = 0 \\ \frac{3a+9}{4} = 0. \end{cases}$$

Suy ra $a = -3, b = 3, c = -15$. Do đó $T = a + b + c = -15$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1303. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4$. Tìm tâm I và bán kính r của mặt cầu (S) .

A. $I(1; 0; -3), r = 4$. B. $I(-1; 0; 3), r = 2$. C. $I(-1; 0; 3), r = 4$. D. $I(1; 0; -3), r = 2$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(-1; 0; 3)$ và bán kính $r = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1304. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 3)$ và $B(3; 1; 2)$. Tọa độ $\overrightarrow{AB}$ là bộ số nào sau đây?

A. $(1; 0; -1)$. B. $(1; -2; -1)$. C. $(1; 2; -1)$. D. $(-1; -2; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1305. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 0; -2)$ và $N(4; 3; 0)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

A. $MN = \sqrt{14}$. B. $MN = (3; 3; 2)$.
C. $NM = \sqrt{22}$. D. $NM = (-3; -3; -2)$.

Lời giải.

Ta có $MN = \sqrt{(4-1)^2 + (3-0)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{22}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1306. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; -3; 4)$ và $\vec{v} = (1; 3; 0)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A. $(1; -3; 4)$. B. -8 . C. -5 . D. $(1; -9; 0)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot 1 + (-3) \cdot 3 + 4 \cdot 0 = -8$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1307. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(3; -1; 4)$ và đi qua điểm $M(1; -1; 2)$ là

A. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 4$. B. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 8$.
C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 2\sqrt{2}$. D. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 8$.

Lời giải.

Ta có bán kính mặt cầu (S) đi qua M và tâm I là $IM = \sqrt{8}$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 8$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1308. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) đường kính AB với $A(4; -3; 5)$, $B(2; 1; 3)$ là

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 2y - 8z - 26 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 8z + 20 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y + 8z - 20 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 8z + 26 = 0$.

Lời giải.

Ta có $AB = \sqrt{(2-4)^2 + (1+3)^2 + (3-5)^2} = 2\sqrt{6}$. Gọi I, R là tâm và bán kính của mặt cầu (S) suy ra $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{6}$ và $I(3; -1; 4)$. Khi đó phương trình mặt cầu (S) là

$$(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 6 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 8z + 20 = 0$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1309. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = \vec{i}\sqrt{3} + \vec{k}$ và $\vec{v} = \vec{j}\sqrt{3} + \vec{k}$. Khi đó tích vô hướng của $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. -3.

D. 3.

Lời giải.

Do giả thiết nên $\vec{u}(\sqrt{3}; 0; 1)$ và $\vec{v}(0; \sqrt{3}; 1)$. Khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{3} \cdot 0 + 0 \cdot \sqrt{3} + 1 \cdot 1 = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1310. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0; -2; -1)$, $B(1; -1; 2)$. Tìm điểm M trên đoạn AB sao cho $MA = 2MB$

A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

B. $(2; 0; 5)$.

C. $\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; 1\right)$.

D. $(-1; -3; -4)$.

Lời giải.

Do giả thiết suy ra $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$ (*). Giả sử tọa độ điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ suy ra $\overrightarrow{AM}(x_0; y_0 + 2; z_0 + 1)$ và $\overrightarrow{MB}(1 - x_0; -1 - y_0; 2 - z_0)$. Từ (*) ta có

$$\begin{cases} x_0 = 2(1 - x_0) \\ y_0 + 2 = 2(-1 - y_0) \\ z_0 + 1 = 2(2 - z_0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_0 = 2 \\ 3y_0 = -4 \\ 3z_0 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{2}{3} \\ y_0 = -\frac{4}{3} \\ z_0 = 1 \end{cases}$$

Suy ra tọa độ điểm $M\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; 1\right)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1311. Trong không gian $Oxyz$, tìm điều kiện của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 4y + 2mz + m^2 + 5m = 0$ là phương trình mặt cầu

A. $m < 4$.

B. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 4 \end{cases}$.

C. $m > 1$.

D. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 4 \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 4y + 2mz + m^2 + 5m = 0 \Leftrightarrow (x-m)^2 + (y+2)^2 + (z+m)^2 = m^2 - 5m + 4$$

Để thỏa mãn bài toán khi $m^2 - 5m + 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 4 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1312. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 5; -2); B(2; 1; 1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- A. $I\left(\frac{3}{2}; 3; -\frac{1}{2}\right)$. B. $I\left(\frac{3}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$. C. $I\left(\frac{3}{2}; 2; -\frac{1}{2}\right)$. D. $I(3; 6; -1)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{3}{2} \\ y_I = 3 \\ z_I = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Suy ra $I\left(\frac{3}{2}; 3; -\frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1313. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1); B(0; -1; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $AB = 2\sqrt{3}$. B. $AB = \sqrt{14}$. C. $AB = \sqrt{13}$. D. $AB = \sqrt{6}$.

Lời giải.

$$AB = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2 + 1^2} = \sqrt{14}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1314. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; 1)$, $N(3; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để $MN \perp NP$.

- A. $m = -4$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = 0$.

Lời giải.

$$\overrightarrow{MN} = (1; -2; 0) \text{ và } \overrightarrow{NP} = (-2; m-2; 1). \text{ Để } MN \perp NP \text{ thì } 1 \cdot (-2) + (-2) \cdot (m-2) = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1315. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(1; 2; -3)$ và $R = 4$. B. $I(-1; -2; 3)$ và $R = 4$.
C. $I(1; 2; -3)$ và $R = 16$. D. $I(-1; -2; 3)$ và $R = 16$.

Lời giải.

$$\text{Mặt cầu } (S) \text{ có tâm } I(1; 2; -3) \text{ và bán kính } R = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2 + 2} = 4.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1316. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1; 1; 1); B(0; 0; 1)$ và có tâm nằm trên trục Ox .

- A. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 4$. B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 2$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 2$. D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Lời giải.

Vì tâm I của mặt cầu (S) nằm trên trục Ox nên tọa độ điểm I có dạng $I(a; 0; 0)$.

Vì mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1; 1; 1); B(0; 0; 1)$ nên $IA = IB$. Do đó

$$\sqrt{(1-a)^2 + 1 + 1} = \sqrt{a^2 + 1} \Leftrightarrow 2a = 2 \Leftrightarrow a = 1.$$

Suy ra $I(1; 0; 0)$ và $R = IA = \sqrt{2}$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$ nên có phương trình $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1317. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm I nằm trên mặt phẳng (Oxy) đi qua ba điểm $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm I .

- A. $I(2; -1; 0)$. B. $I(0; 0; 1)$. C. $I(0; 0; -2)$. D. $I(-2; 1; 0)$.

Lời giải.

Vì $I \in (Oxy) \Rightarrow I(a; b; 0)$. Ta có $\overrightarrow{AI} = (a-1; b-2; 4)$; $\overrightarrow{BI} = (a-1; b+3; -1)$; $\overrightarrow{CI} = (a-2; b-2; -3)$.
Do I là tâm cầu nên

$$\begin{aligned} & \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (a-1)^2 + (b-2)^2 + 4^2 = (a-1)^2 + (b+3)^2 + 1 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + 4^2 = (a-2)^2 + (b-2)^2 + 9 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -4b + 20 = 6b + 10 \\ -2a + 17 = -4a + 13 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} b = 1 \\ a = -2 \end{cases} \\ \Rightarrow & I(-2; 1; 0). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1318. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 6)$, $B(5; -4; 2)$, đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại M và $\overrightarrow{MA} = k \cdot \overrightarrow{MB}$. Tính k .

- A. $k = -\frac{1}{2}$. B. $k = \frac{1}{2}$. C. $k = 2$. D. $k = -2$.

Lời giải.

$M \in Ox \Rightarrow M(a; 0; 0)$. $\overrightarrow{MA} = (-1-a; 2; 6-c)$; $\overrightarrow{MB} = (5-a; -4; 2-c)$; $\overrightarrow{AB} = (6; -6; -4)$.

$$\overrightarrow{MA} = k \cdot \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-a = k(5-a) \\ 2 = -4k \\ 6-c = k(2-c) \end{cases} \Rightarrow k = -\frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1319. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; -2)$ và đi qua điểm $A(2; ; 1; 2)$.

- A. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 5$. B. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 25$.
C. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 25$. D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z + 1 = 0$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu là $R = IA = \sqrt{9+0+16} = 5$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 25$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1320. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - m = 0$ (m là tham số). Biết mặt cầu có bán kính bằng 5. Tìm m .

- A. $m = 25$. B. $m = 11$. C. $m = 16$. D. $m = -16$.

Lời giải.

$$R = 5 \Leftrightarrow \sqrt{1+4+4+m} = 5 \Leftrightarrow m = 16.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1321. Trong không gian $Oxyz$ cho các vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$, $\vec{c} = (-2; 5; 1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ là

- A. $\vec{u} = (-6; 6; 0)$. B. $\vec{u} = (6; -6; 0)$. C. $\vec{u} = (6; 0; -6)$. D. $\vec{u} = (0; 6; -6)$.

Lời giải.

Dễ dàng tính được $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = (6; -6; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1322. Trong không gian với $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a} = (-5; 3; -1)$, $\vec{b} = (1; 2; 1)$ và $\vec{c} = (m; 3; -1)$ Giá trị của m sao cho $\vec{a} = [\vec{b}, \vec{c}]$

- A. $m = -1$. B. $m = -2$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \vec{a} = [\vec{b}, \vec{c}] = (-5; m+1; 3-2m) \Rightarrow \begin{cases} m+1=3 \\ 3-2m=-1 \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1323. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 8z + 1 = 0$. Tâm và bán kính của (S) lần lượt là

- A. $I(-1; 3; -4), R = 5$. B. $I(1; -3; 4), R = 5$.
C. $I(2; -6; 8), R = \sqrt{103}$. D. $I(1; -3; 4), R = 25$.

Lời giải.

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 8z + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 5^2.$$

Vậy tâm mặt cầu $I(1; -3; 4)$ và bán kính $R = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1324. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 2; 3)$ và đi qua điểm $A(1; 1; 2)$ có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{2}$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{2}$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 2$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$.

Lời giải.

$$R = \sqrt{2}. \text{ Vậy } (S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1325. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 5 = 0$ và các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 1; -2)$, $C(3; 3; 2)$. Gọi $M(x_0, y_0, z_0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA = MB = MC$. Giá trị của $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

- A. 6. B. 4. C. 7. D. 5.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} = (x_0 - 1, y_0 - 2, z_0 - 3)$$

$$\overrightarrow{MB} = (x_0 + 1, y_0 - 1, z_0 + 2)$$

$$\overrightarrow{MC} = (x_0 - 3, y_0 - 3, z_0 - 2)$$

Vì $MA = MB = MC$ nên:

$$\begin{cases} MA^2 = MB^2 \\ MA^2 = MC^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2 + (z_0 - 3)^2 = (x_0 + 1)^2 + (y_0 - 1)^2 + (z_0 + 2)^2 \\ (x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2 + (z_0 - 3)^2 = (x_0 - 3)^2 + (y_0 - 3)^2 + (z_0 - 2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x_0 + 2y_0 + 10z_0 = 8(1) \\ 4x_0 + 2y_0 - 2z_0 = 8(2) \end{cases}.$$

Vì $M \in (P)$ nên $x_0 + y_0 + 2z_0 - 5 = 0(3)$. Từ (1), (2), (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x_0 + 2y_0 + 10z_0 = 8 \\ 4x_0 + 2y_0 - 2z_0 = 8 \\ x_0 + y_0 + 2z_0 - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 6 \\ z_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = -1 + 6 + 0 = 5.$$

Vậy $x_0 + y_0 + z_0 = 5$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1326. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$ và $B(5; 4; 7)$. Phương trình mặt cầu nhận AB làm đường kính là

A. $(x - 6)^2 + (y - 2)^2 + (z - 10)^2 = 17.$

B. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 17.$

C. $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z - 5)^2 = 17.$

D. $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 + (z - 7)^2 = 17.$

Lời giải.

Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu là

$$I\left(\frac{1+5}{2}; \frac{-2+4}{2}; \frac{3+7}{2}\right) = (3; 1; 5);$$

$$R = IA = \sqrt{(3-1)^2 + (1+2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{17}.$$

Vậy phương trình mặt cầu nhận AB làm đường kính là

$$(x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z - 5)^2 = 17.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1327. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc trục Oy ?

A. $N(2; 0; 0).$

B. $Q(0; 3; 2).$

C. $P(2; 0; 3).$

D. $M(0; -3; 0).$

Lời giải.

Điểm $A(x; y; z) \in Oy \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$. Suy ra, trong 4 điểm đã cho, điểm $M(0; -3; 0) \in Oy$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1328. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -1; 0)$, $B(0; 2; 0)$ và $C(2; 1; 3)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

A. $M = (3; 2; -3).$

B. $M = (3; -2; 3).$

C. $M = (3; -2; -3).$

D. $M = (3; 2; 3).$

Lời giải.

Giả sử $M = (x; y; z)$. Khi đó

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-x) - (0-x) + (2-x) = 0 \\ (-1-y) - (2-y) + (1-y) = 0 \\ (0-z) - (0-z) + (3-z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \\ z = 3. \end{cases}$$

Vậy $M = (3; -2; 3).$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1329. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$ sẽ có bán kính là

$$R = d(I, (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) - 8|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3.$$

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1330. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1; 3; -1)$, $B(2; 1; -2)$ và $C(-2; 1; -2)$. Tìm tọa độ của đỉnh D .

A. $D(-3; 3; 1)$.

B. $D(-3; 3; -1)$.

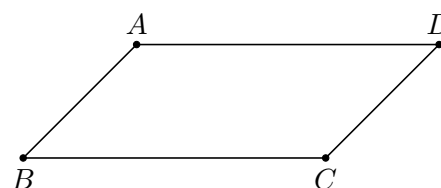
C. $D(-1; -1; -3)$.

D. $D(5; 3; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AD} = (x_D - 1; y_D - 3; z_D + 1)$, $\overrightarrow{BC} = (-4; 0; 0)$.

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 1 = -4 \\ y_D - 3 = 0 \\ z_D + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = 3 \\ z_D = -1 \end{cases}$$



Vậy $D(-3; 3; -1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1331. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 1)$. Viết phương trình mặt cầu tâm A và có bán kính $R = 5$.

A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 5$.

B. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$.

C. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.

D. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 25$.

Lời giải.

Mặt cầu tâm $A(2; -3; 1)$ và bán kính $R = 5$ có phương trình là

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1332. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -2; 3)$ và $N(3; 1; 4)$. Tính độ dài véc-tơ $\overrightarrow{MN}$.

A. $|\overrightarrow{MN}| = 6$.

B. $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{66}$.

C. $|\overrightarrow{MN}| = 2$.

D. $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{14}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức khoảng cách, $|\overrightarrow{MN}| = MN = \sqrt{(3-1)^2 + (1-(-2))^2 + (4-3)^2} = \sqrt{14}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1333. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(-4; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

B. $(x+4)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

C. $(x+4)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

D. $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $A(-4; 2; 1)$ và bán kính $R = d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot (-4) + 2 - 2 \cdot 1 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 3$. Mặt cầu cần tìm có phương trình là

$$(x+4)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1334. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(-2; 4; -5)$. B. $D(4; 2; 9)$. C. $D(6; 2; -3)$. D. $(-4; -2; 9)$.

Lời giải.

Gọi $D(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{CD} = (x + 3; y - 1; z - 2)$ và $\overrightarrow{BA} = (-1; -3; 7)$.

Để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành ta có $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} x + 3 = -1 \\ y - 1 = -3 \\ z - 2 = 7 \end{cases} \Rightarrow D(-4; -2; 9)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1335. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 1; -2)$, $N(4; -5; 1)$. Tìm độ dài đoạn thẳng MN .

- A. 49. B. 7. C. $\sqrt{7}$. D. $\sqrt{41}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2; -6; 3) \Rightarrow MN = \sqrt{4 + 36 + 9} = 7$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1336. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(0; 2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với trục Oy .

- A. $x^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 2$. B. $x^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 3$.
C. $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$. D. $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$.

Lời giải.

Ta có $R = d(I; Oy) = \sqrt{0^2 + 3^2} = 3$.

Phương trình mặt cầu (S) là $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1337. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tọa độ các đỉnh $A(-3; 2; 1)$, $C(4; 2; 0)$, $B'(-2; 1; 1)$, $D'(3; 5; 4)$. Tìm tọa độ điểm A' của hình hộp.

- A. $A'(-3; 3; 3)$. B. $A'(-3; -3; -3)$. C. $A'(-3; 3; 1)$. D. $A'(-3; -3; 3)$.

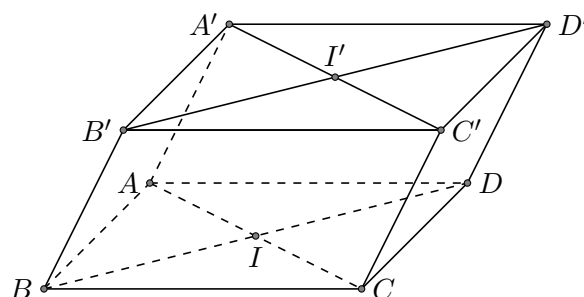
Lời giải.

Gọi I, I' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Khi

đó:

— I là trung điểm AC nên $I\left(\frac{1}{2}; 2; \frac{1}{2}\right)$.

— I' là trung điểm $B'D'$ nên $I'\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{5}{2}\right)$.



Hơn nữa

$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{II'} \Leftrightarrow (x_{A'} + 3; y_{A'} - 2; z_{A'} - 1) = (0; 1; 2)$ hay $A'(-3; 3; 3)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1338. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\triangle ABC}$.

- A. $D(8; 7; -1)$. B. $\begin{bmatrix} D(-8; -7; 1) \\ D(12; 1; -3) \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} D(8; 7; -1) \\ D(-12; -1; 3) \end{bmatrix}$. D. $D(-12; -1; 3)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= \frac{1}{2} \cdot d(A; BC) \cdot (BC + AD) \\ &= 3S_{\triangle ABC} \\ &= 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot d(A; BC) \cdot BC \\ \Rightarrow AD &= 2BC. \end{aligned}$$

Mặt khác $BC \parallel AD \Rightarrow \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$.

Gọi $D(x; y; z)$.

Ta có $\overrightarrow{AD} = (x + 2; y - 3; z - 1)$ và $\overrightarrow{BC} = (-5; -2; 1)$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x + 2 = -10 \\ y - 3 = -4 \\ z - 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -12 \\ y = -1 \\ z = 3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1339. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình của mặt cầu có tâm $I(-1; 0; 0)$ và bán kính $R = 9$.

A. $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 3$.

B. $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 81$.

C. $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 3$.

D. $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu cần tìm là

$$(x - (-1))^2 + (y - 0)^2 + (z - 0)^2 = 9^2 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 81.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1340. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - x + 1 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 9 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 9 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2 = 0$.

Lời giải.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 0)^2 + (y - 0)^2 + (z - 0)^2 = (\sqrt{2})^2$. Mặt cầu có tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1341. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxz) .

A. $H(0; 0; 3)$.

B. $H(1; 0; 0)$.

C. $H(1; 0; 3)$.

D. $H(0; -2; 0)$.

Lời giải.

Do $\overrightarrow{OM} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$, lại có H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxz) : $y = 0$ nên $\overrightarrow{OH} = \vec{i} + 3\vec{k}$. Vậy $H(1; 0; 3)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1342. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$.

B. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$.

C. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.D. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.**Lời giải.**Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{9} = 3$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1343.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$. Tọa độ véc-tơ $\vec{u}$ làA. $\vec{u} = (2; -3; -5)$.B. $\vec{u} = (-2; -3; 5)$.C. $\vec{u} = (-2; 3; -5)$.D. $\vec{u} = (2; 3; -5)$.**Lời giải.**Chú ý rằng nếu $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ thì $\vec{u} = (a; b; c)$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1344.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.A. $m > 6$.B. $m \leq 6$.C. $m < 6$.D. $m \geq 6$.**Lời giải.**Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow 1^2 + 1^2 + 2^2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 6$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1345.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -1)$. Gọi H là điểm đối xứng với M qua trục Ox . Tọa độ điểm H làA. $H(-1; -2; 1)$.B. $H(1; -2; -1)$.C. $H(1; -2; 1)$.D. $H(1; 2; 1)$.**Lời giải.**Gọi K là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox , ta có $K(1; 0; 0)$.Do H là điểm đối xứng của M qua trục Ox nên K là trung điểm MH .Suy ra $H(1; -2; 1)$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1346.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính độ dài đoạn AB với $A(1; -1; 0)$, $B(2; 0; -2)$.A. $AB = 2$.B. $AB = \sqrt{2}$.C. $AB = 6$.D. $AB = \sqrt{6}$.**Lời giải.**

$$\overrightarrow{AB} = (1; 1; -2) \Rightarrow AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2} = \sqrt{6}.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1347.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm A .A. $A(-1; -2; -3)$.B. $A(1; 2; 3)$.C. $A(1; -2; 3)$.D. $A(2; -4; 6)$.**Lời giải.**

$$\overrightarrow{OA} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} = (1; -2; 3) \Rightarrow A(1; -2; 3).$$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1348.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tìm tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 2 = 0$.A. $I(-1; -2; 1)$, $R = 2$.B. $I(1; 2; -1)$, $R = 2\sqrt{2}$.C. $I(-1; -2; 1)$, $R = 2\sqrt{2}$.D. $I(1; 2; -1)$, $R = 2$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2 - 2} = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1349. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC với $A(1; -1; 0)$, $B(2; 0; -2)$, $C(0; -2; -4)$ là

- A. $G(1; -1; -2)$. B. $G(1; -1; 2)$. C. $G(-1; -1; -2)$. D. $G(-1; 1; 2)$.

Lời giải.

Tọa độ điểm G là

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1 + 2 + 0}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-1 + 0 - 2}{3} = -1 \Rightarrow G(1; -1; -2). \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{0 - 2 - 4}{3} = -2 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1350. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2; 3; 0)$, $B(0; -4; 1)$, $C(3; 1; 1)$. Mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C và có tâm I thuộc mặt phẳng (Oxz) , biết $I(a; b; c)$. Tính tổng $T = a + b + c$.

- A. $T = 3$. B. $T = -3$. C. $T = -1$. D. $T = 2$.

Lời giải.

Gọi phương trình mặt cầu có dạng $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

Mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$. Vì $I \in (Oxz)$ và $A, B, C \in (S)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} 13 - 4a - 6b + d = 0 \\ 17 + 8b - 2c + d = 0 \\ 11 - 6a - 2b - 2c + d = 0 \\ b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13 - 4a - 6b + d = 0 \\ 4a + 14b - 2c = -4 \\ -2a + 4b - 2c = 2 \\ b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 0 \\ d = -17. \end{cases}$$

Vậy $T = a + b + c = -1 + 0 + 0 = -1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1351. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 3; -1)$, $B(-1; 1; 1)$, $C(1; m - 1; 2)$. Tìm m để tam giác ABC vuông tại B .

- A. $m = 1$. B. $m = 0$. C. $m = 2$. D. $m = -3$.

Lời giải.

$\vec{BA} = (3; 2; -2)$, $\vec{BC} = (2; m - 2; 1)$.

Để tam giác ABC vuông tại B thì

$$BA \perp BC \Leftrightarrow \vec{BA} \cdot \vec{BC} = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 2 + 2 \cdot (m - 2) + (-2) \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1352. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; 6; 1)$ và $M'(a; b; c)$ đối xứng nhau qua mặt phẳng (Oyz) . Tính $S = 7a - 2b + 2017c - 1$.

- A. $S = 2017$. B. $S = 2042$. C. $S = 0$. D. $S = 2018$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của M lên (Oyz) , suy ra $H(0; 6; 1)$.

Do M' đối xứng với M qua (Oyz) nên MM' nhận H làm trung điểm, suy ra $M'(2; 6; 1)$.

Vậy $T = 7 \times 2 - 2 \times 6 + 2017 \times 1 - 1 = 2018$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1353. Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, cho véc-tơ $\overrightarrow{OM} = \vec{j} - \vec{k}$. Tìm tọa độ điểm M .

A. $M(0; 1; -1)$.

B. $M(1; 1; -1)$.

C. $M(1; -1)$.

D. $M(1; -1; 0)$.

Lời giải.

Có $\overrightarrow{OM} = \vec{j} - \vec{k} = 0 \cdot \vec{i} + 1 \cdot \vec{j} - 1 \cdot \vec{k}$, suy ra $M(0; 1; -1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1354. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Mặt cầu tâm $I(1; 3; 2)$, bán kính $R = 4$ có phương trình

A. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 8$.

B. $(x - 1) + (y - 3) + (z - 2) = 16$.

C. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 16$.

D. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 4$.

Lời giải.

Phương trình của mặt cầu là $(S) : (x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 4^2 = 16$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1355. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (-2; 3; 0)$, $\vec{v} = (2; -2; 1)$. Độ dài của véc-tơ $\vec{w} = \vec{u} - 2\vec{v}$ là

A. $3\sqrt{7}$.

B. $\sqrt{83}$.

C. $\sqrt{89}$.

D. $3\sqrt{17}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{w} = \vec{u} - 2\vec{v} = (-2; 3; 0) - 2(2; -2; 1) = (-6; 7; -2)$.

Vậy mô-đun của véc-tơ $\vec{w}$ là $|\vec{w}| = \sqrt{89}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1356. Tìm độ dài đường kính của mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z + 2 = 0$.

A. $2\sqrt{3}$.

B. 2.

C. 1.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(0; 1; -2)$ và bán kính $R = \sqrt{0^2 + 1^2 + 2^2 - 2} = \sqrt{3}$ nên độ dài đường kính là $\ell = 2R = 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1357. Cho hai điểm $A(5; 1; 3)$, $H(3; -3; -1)$. Tọa độ của điểm A' đối xứng với A qua H là

A. $(-1; 7; 5)$.

B. $(1; 7; 5)$.

C. $(1; -7; -5)$.

D. $(1; -7; 5)$.

Lời giải.

Do A' đối xứng với A qua H nên AA' nhận H làm trung điểm $\Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = 1 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -7 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -5. \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1358. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $M(2; 3; -1)$, $N(-2; -1; 3)$. Tìm tọa độ điểm E thuộc trục hoành sao cho tam giác MNE vuông tại M .

A. $(-2; 0; 0)$.

B. $(0; 6; 0)$.

C. $(6; 0; 0)$.

D. $(4; 0; 0)$.

Lời giải.

Gọi $E(x; 0; 0) \in Ox$. Ta có $\overrightarrow{MN} = (-4; -4; 4)$, $\overrightarrow{ME} = (x - 2; -3; 1)$.

$\triangle MNE$ vuông tại M khi và chỉ khi $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{ME} = 0 \Leftrightarrow x - 2 - 3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 6$.

Vậy tọa độ điểm E là $(6; 0; 0)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1359. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; -2; 0)$, $\vec{b} = (-1; 1; 2)$, $\vec{c} = (4; 0; 6)$ và $\vec{u} = \left(-2; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b} - \frac{1}{4}\vec{c}$.

B. $\vec{u} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b} - \frac{1}{4}\vec{c}$.

C. $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c}$.

D. $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b} - \frac{1}{4}\vec{c}$.

Lời giải.

$$\text{Giả sử ta có } \vec{u} = m\vec{a} + n\vec{b} + k\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} m - n + 4k = -2 \\ -2m + n = \frac{1}{2} \\ 2n + 6k = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = \frac{3}{2} \\ k = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy ta suy ra $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b} - \frac{1}{4}\vec{c}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1360. Cho $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; -1; 3)$, điểm D nằm trên trục Oy và thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ điểm D là

A. $(0; 8; 0)$.

B. $(0; -7; 0)$ hoặc $(0; 8; 0)$.

C. $(0; 7; 0)$ hoặc $(0; -8; 0)$.

D. $(0; -7; 0)$.

Lời giải.

Có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (0; -2; 4)$, suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; -4; -2)$.

Gọi điểm $D(0; y; 0) \in Oy$, có $\overrightarrow{AD} = (-2; y - 1; 1)$.

$$\begin{aligned} V_{ABCD} = 5 &\Leftrightarrow \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = 5 \Leftrightarrow |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = 30 \\ &\Leftrightarrow |-4(y - 1) - 2| = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 4y = 30 \\ 2 - 4y = -30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -7 \\ y = 8 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy có hai điểm D là $(0; -7; 0)$ và $(0; 8; 0)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1361. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC , biết $A(1; 1; 1)$, $B(5; 1; -2)$, $C(7; 9; 1)$. Tính độ dài đường phân giác trong AD của góc A .

A. $\frac{3\sqrt{74}}{2}$.

B. $2\sqrt{74}$.

C. $3\sqrt{74}$.

D. $\frac{2\sqrt{74}}{3}$.

Lời giải.

Có $AB = \sqrt{4^2 + 0^2 + (-3)^2} = 5$, $AC = \sqrt{6^2 + 8^2 + 0^2} = 10$.

Có $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow DC = 2DB$.

Mà D nằm giữa A và B nên ta suy ra $\overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - x_D = -2(x_B - x_D) \\ y_C - y_D = -2(y_B - y_D) \\ z_C - z_D = -2(z_B - z_D) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \frac{17}{3} \\ y_D = \frac{11}{3} \\ z_D = -1 \end{cases}$

Vậy ta có $D\left(\frac{17}{3}; \frac{11}{3}; -1\right)$ nên suy ra $AD = \sqrt{\left(\frac{14}{3}\right)^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 2^2} = \frac{2\sqrt{74}}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1362. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng Oxy có tọa độ là

- A. $(1; -3; 5)$. B. $(1; -3; 2)$. C. $(1; -3; 0)$. D. $(1; -3; 1)$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng Oxy có tọa độ là $(1; -3; 0)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1363. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

- A. $\vec{b} \perp \vec{c}$. B. $\vec{a} \perp \vec{b}$. C. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. D. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 2$. Do đó $\vec{b}$ không vuông góc với $\vec{c}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1364. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-3; 4; 2)$, $B(-5; 6; 2)$, $C(-4; 6; -1)$. Tọa độ điểm D thỏa mãn $\vec{AD} = 2\vec{AB} + 3\vec{AC}$ là

- A. $(10; 17; -7)$. B. $(-10; -17; 7)$. C. $(10; -17; 7)$. D. $(-10; 14; -7)$.

Lời giải.

Giả sử D có tọa độ $(x; y; z)$. Ta có $\vec{AD} = (x + 3; y - 4; z - 2)$, $\vec{AB} = (-2; 2; 0)$, $\vec{AC} = (-1; 2; -3)$. Suy ra $2\vec{AB} + 3\vec{AC} = (-7; 10; -9)$.

Khi đó

$$\vec{AD} = 2\vec{AB} + 3\vec{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 = -7 \\ y - 4 = 10 \\ z - 2 = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 \\ y = 14 \\ z = -7. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1365. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 1; -1)$ và $B(0; 3; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$. Điểm M thuộc (P) thỏa mãn $|2\vec{MA} - \vec{MB}|$ nhỏ nhất có hoành độ bằng

- A. 4. B. 1. C. -1. D. -4.

Lời giải.

Tìm điểm $I(x, y, z)$ sao cho $2\vec{IA} - \vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(2 - x) - (0 - x) = 0 \\ 2(1 - y) - (3 - y) = 0 \\ 2(-1 - z) - (1 - z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \\ z = -3. \end{cases}$

Vì $2\vec{IA} - \vec{IB} = \vec{0} \Rightarrow 2\vec{MA} - \vec{MB} = \vec{MI}$, nên ta có $|2\vec{MA} - \vec{MB}| = |\vec{MI}|$.

Để $|2\vec{MA} - \vec{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì M là chân đường cao hạ từ I xuống mặt phẳng (P) .

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; 1; -1)$.

Phương trình tham số của đường thẳng qua $I(4; -1; -3)$ và vuông góc với (P) là $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -1 + t \\ z = -3 - t. \end{cases}$

Chân đường cao hạ từ I xuống mặt phẳng (P) có tọa độ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y - z + 3 = 0 \\ x = 4 + t \\ y = -1 + t \\ z = -3 - t. \end{cases}$$

Thế ba phương trình sau vào phương trình đầu tiên ta có

$$(4 + t) + (-1 + t) - (-3 - t) + 3 = 0 \Leftrightarrow 3t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -3.$$

Do đó $x = 1, y = -4, z = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1366. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$. B. $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{2}{\sqrt{6}}$.
 C. $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương. D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$.

Lời giải.

Ta có

- ① $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{6}}$.
 ② $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$.
 ③ Dễ thấy $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương vì $\frac{-1}{1} \neq \frac{1}{1}$.
 ④ $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (1; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1367. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $K(0; 2; 2\sqrt{2})$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) là

- A. $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 2\sqrt{2})^2 = 4$. B. $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 2\sqrt{2})^2 = 8$.
 C. $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 2\sqrt{2})^2 = 2\sqrt{2}$. D. $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 2\sqrt{2})^2 = 2$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu tâm K và tiếp xúc với (Oxy) là $R = d(K, (Oxy)) = 2\sqrt{2} \Rightarrow$ phương trình mặt cầu là $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 2\sqrt{2})^2 = 8$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1368. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 0; -1)$, $N(1; -2; 3)$, $P(0; 1; 2)$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP .

- A. $\frac{7\sqrt{11}}{10}$. B. $\frac{7\sqrt{7}}{10}$. C. $\frac{7\sqrt{7}}{5}$. D. $\frac{7\sqrt{11}}{5}$.

Lời giải.

Ta có $MN = \sqrt{21}$, $MP = \sqrt{14}$, $NP = \sqrt{11}$.

Lại có $\vec{MN} = (-1; -2; 4)$, $\vec{MP} = (-2; 1; 3) \Rightarrow S_{\triangle MNP} = \frac{1}{2} \cdot \left| [\vec{MN}, \vec{MP}] \right| = \frac{5\sqrt{6}}{2}$.

Mà $S_{\triangle MNP} = \frac{MN \cdot NP \cdot PM}{4R} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{14}}{4 \cdot \frac{5\sqrt{6}}{2}} = \frac{7\sqrt{11}}{10}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1369. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 4; 3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm A và cắt trục Ox tại hai điểm B, C sao cho $BC = 6$.

A. $(S) : (x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 19$.

B. $(S) : (x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 28$.

C. $(S) : (x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 26$.

D. $(S) : (x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 34$.

Lời giải.

Chọn $M(1; 0; 0)$ thuộc Ox , $\overrightarrow{MA} = (0; 4; 3)$;

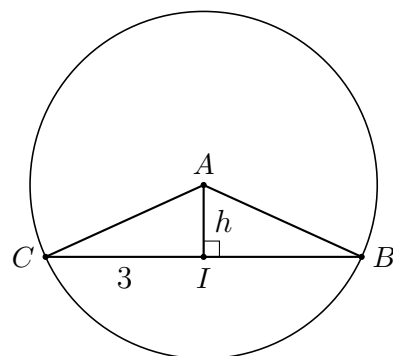
vec-tơ chỉ phương của Ox là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Gọi h là khoảng cách từ A đến Ox , ta có

$$h = d[A, Ox] = \frac{|[\vec{i}, \overrightarrow{MA}]|}{|\vec{i}|} = \frac{|(0; -3; 4)|}{|(1; 0; 0)|} = 5.$$

Bán kính mặt cầu $R = \sqrt{CI^2 + h^2} = \sqrt{34}$.

Phương trình mặt cầu là $(S) : (x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 34$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1370. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-2; 1; 5)$. Phương trình mặt cầu (S) đi qua A, B và tâm thuộc trục Oz có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 9$.

B. $x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 14$.

C. $x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 16$.

D. $x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 6$.

Lời giải.

Tâm I thuộc trục Oz nên $I(0; 0; c)$, khi đó

$$IA = IB \Leftrightarrow (1 - 0)^2 + (2 - 0)^2 + (3 - c)^2 = (-2 - 0)^2 + (1 - 0)^2 + (5 - c)^2 \Leftrightarrow c = 4.$$

Bán kính $R = IA = \sqrt{(1 - 0)^2 + (2 - 0)^2 + (3 - 4)^2} = \sqrt{6}$.

Phương trình mặt cầu là $(S) : x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 6$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1371. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-3; 0; 5)$. Phương trình mặt cầu (S) đường kính AB là

A. $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 4)^2 = 6$.

B. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = 14$.

C. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = 26$.

D. $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 4)^2 = 24$.

Lời giải.

Tâm I là trung điểm AB nên $I(-1; 1; 4)$, bán kính $R = IA = \sqrt{(1 + 1)^2 + (2 - 1)^2 + (3 - 4)^2} = \sqrt{6}$.

Phương trình mặt cầu là $(S) : (x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 4)^2 = 6$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1372. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 1; -2)$, $B(5; 3; -1)$, $C(2; 3; -4)$. Tọa độ trục tâm H của $\triangle ABC$ là

A. $H(7; 6; -3)$.

B. $H(3; 1; -2)$.

C. $H(4; 2; -2)$.

D. $H(1; -2; 2)$.

Lời giải.

Nhận xét: Dễ ý $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 1)$; $\overrightarrow{AC} = (-1; 2; -2)$, do đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ nên $\triangle ABC$ vuông tại A .

Suy ra $H = (3; 1; -2)$.

Cách giải khác

Gọi tọa độ trục tâm là $H(a; b; c)$, ta có

$$\overrightarrow{BC} = (-3; 0; -3); \overrightarrow{AC} = (-1; 2; -2);$$

$$\overrightarrow{AH} = (a - 3; b - 1; c + 2), \overrightarrow{BH} = (a - 5; b - 3; c + 1); [\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AC}] = (6; -3; -6).$$

Vì H là trực tâm nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3(a-3) + 0(b-1) - 3(c+2) = 0 \\ -1(a-5) + 2(b-3) - 2(c+1) = 0 \\ 6(a-3) - 3(b-1) - 6(c+2) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3a + 0b - 3c + 3 = 0 \\ -a + 2b - 2c - 3 = 0 \\ 6a - 3b - 6c - 27 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases}$$

Vậy $H(3; 1; -2)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1373. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 4 = 0$. Tìm tọa độ của điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (P) .

- A. $N(-1; -1; 4)$. B. $N(0; 0; 2)$. C. $N(-2; -2; 2)$. D. $N(1; 1; 4)$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) , suy ra $\vec{u}_{\Delta} = \vec{n}_P = (1, 1, -2)$. Khi đó phương trình đường thẳng Δ là

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ 2y + z = 2. \end{cases}$$

Gọi I là giao điểm của Δ với mặt phẳng (P) , suy ra tọa độ điểm I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ 2y + z = 2 \\ x + y - 2z + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(0; 0; 2).$$

Tọa độ điểm N được xác định như sau:

$$\begin{cases} x_N = 2x_I - x_M \\ y_N = 2y_I - y_M \\ z_N = 2z_I - z_M \end{cases} \Rightarrow N(-1; -1; 4).$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1374. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(5; 3; -1)$, $C(2; 3; -4)$. Tọa độ tâm K của đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ là

- A. $K\left(3; \frac{3}{5}; -\frac{1}{2}\right)$. B. $K\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; \frac{5}{3}\right)$. C. $K\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; -\frac{5}{3}\right)$. D. $K\left(\frac{7}{2}; 3; -\frac{5}{3}\right)$.

Lời giải.

Ta có $AB = 3\sqrt{2}$; $BC = 3\sqrt{2}$; $CA = 3\sqrt{2}$.

Với K là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$, ta có

$$BC \cdot \overrightarrow{KA} + CA \cdot \overrightarrow{KB} + AB \cdot \overrightarrow{KC} = \vec{0}$$

Tọa độ tâm K của đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ là

$$\begin{cases} x_K = \frac{BC \cdot x_A + CA \cdot x_B + AB \cdot x_C}{BC + CA + AB} \\ y_K = \frac{BC \cdot y_A + CA \cdot y_B + AB \cdot y_C}{BC + CA + AB} \\ z_K = \frac{BC \cdot z_A + CA \cdot z_B + AB \cdot z_C}{BC + CA + AB} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_K = \frac{3\sqrt{2} \cdot 1 + 3\sqrt{2} \cdot 5 + 3\sqrt{2} \cdot 2}{3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}} = \frac{8}{3} \\ y_K = \frac{3\sqrt{2} \cdot 2 + 3\sqrt{2} \cdot 3 + 3\sqrt{2} \cdot 3}{3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}} = \frac{8}{3} \\ z_K = \frac{3\sqrt{2} \cdot 0 + 3\sqrt{2} \cdot (-1) + 3\sqrt{2} \cdot (-4)}{3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}} = -\frac{5}{3} \end{cases}.$$

Vậy $K = \left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; -\frac{5}{3}\right)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1375. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{12}$.

B. $I(1; -2; 3)$ và $R = 4$.

C. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 16$.

D. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 4$.

Lời giải.

Ta có $a = 1, b = -2, c = 3, d = -2$.

Tâm mặt cầu $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2 - (-2)} = 4$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1376. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; -1), B(0; 3; 4), C(2; 1; -1)$. Tính độ dài đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC .

A. $\sqrt{\frac{33}{50}}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $5\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{\frac{50}{33}}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (1; -1; -5), \overrightarrow{BC} = (2; -2; -5), [\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}] = (-5; -5; 0)$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2 + 0^2} = \frac{1}{2} \sqrt{50}$.

Độ dài đường cao $AH = \frac{2 \cdot S_{ABC}}{BC} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{33}} = \sqrt{\frac{50}{33}}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1377. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) tâm $I(2; -1; 3)$ và đi qua điểm $A(3; -4; 4)$.

A. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 11$.

B. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = \sqrt{11}$.

C. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 11$.

D. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = \sqrt{11}$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = IA = \sqrt{(3 - 2)^2 + (-4 + 1)^2 + (4 - 3)^2} = \sqrt{11}$.

Phương trình mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 11$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1378. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(3; 4; 3)$.

A. $4x + 4y - 2z - 22 = 0$.

B. $2x + 2y + z - 17 = 0$.

C. $2x + 4y - z - 25 = 0$.

D. $x + y + z - 10 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 2)$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(3; 4; 3)$ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IA} = (2; 2; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $2(x - 3) + 2(y - 4) + z - 3 = 0$ hay $2x + 2y + z - 17 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1379. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 7\vec{k}$. Khi đó tọa độ điểm A là

- A. $(-2; 3; 7)$. B. $(2; -3; 7)$. C. $(-3; 2; 7)$. D. $(2; 7; -3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $\vec{j} = (0; 1; 0)$, $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Vậy $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 7\vec{k} = (2; -3; 7)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1380. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u}$ thỏa $\vec{u} = -4\vec{i} + 5\vec{j} + 6\vec{k}$. Khi đó véc-tơ $\vec{u}$ có tọa độ là

- A. $(-4; 5; 6)$. B. $(4; -5; -6)$. C. $(5; -4; 6)$. D. $(-4; 6; 5)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $\vec{j} = (0; 1; 0)$, $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

$\vec{u} = -4\vec{i} + 5\vec{j} + 6\vec{k} = (-4; 5; 6)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1381. Trong không gian $Oxyz$, hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 2; -3)$ và $\vec{v} = (m - 1; 2m; 3)$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow m - 1 + 4m - 9 = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1382. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$ có bán kính bằng

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 9.

Lời giải.

Ta có $a = 1$, $b = -2$ và $c = 3$, nên bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 - 5} = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1383. Trong không gian $Oxyz$, phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 6y + 4mz + 6m^2 - 4m + 12 = 0$ là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi

- A. $1 \leq m \leq 3$. B. $-3 < m < -1$. C. $-1 < m < 3$. D. $1 < m < 3$.

Lời giải.

Ta có $a = m$, $b = -3$, $c = -2m$ và $d = 6m^2 - 4m + 12$.

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi

$$a^2 + b^2 + c^2 - d = m^2 + 9 + 4m^2 - (6m^2 - 4m + 12) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1384. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-2; 3; 1)$, $B(4; 2; -1)$, $C(5; -2; 0)$. Biết $D(a; b; c)$ là điểm sao cho $ABCD$ là hình bình hành, khi đó $2a + b + c$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 2.

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB} = (6; -1; -2); \overrightarrow{DC} = (5 - a; -2 - b; -c).$$

$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành khi và chỉ khi } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - a = 6 \\ -2 - b = -1 \\ -c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \\ c = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } 2a + b + c = 2(-1) - 1 + 2 = -1.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 1385.** Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 1)$ bằngA. 150° .B. 45° .C. 60° .D. 120° .**Lời giải.**

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{1 \cdot (-2) + 1 \cdot 1 + (-2) \cdot 1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 1^2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{u}, \vec{v}) = 120^\circ.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 1386.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$.Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .A. $I(1; -2; 3), R = \sqrt{3}$.B. $I(1; -2; 3), R = 5$.C. $I(-1; 2; -3), R = \sqrt{3}$.D. $I(-1; 2; -3), R = 5$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có: } a = 1, b = -2, c = 3, d = -11. \text{ Vậy tâm } I(1; -2; 3), R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 5.$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 1387.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 0), B(0; -2; 0), C(0; 0; 3)$ và $D(1; -2; 3)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm tọa độ của trung điểm G của MN .A. $G\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; 1\right)$.B. $G\left(\frac{1}{4}; -\frac{2}{4}; \frac{3}{4}\right)$.C. $G\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; 2\right)$.D. $G\left(\frac{1}{2}; -1; \frac{3}{2}\right)$.**Lời giải.**

$$\text{Vì } M, N \text{ lần lượt là trung điểm của } AB \text{ và } CD \text{ nên } M\left(\frac{1}{2}; -1; 0\right), N\left(\frac{1}{2}; -1; 3\right).$$

$$G \text{ là trung điểm của } MN \text{ nên tọa độ điểm } G \text{ là } \left(\frac{1}{2}; -1; \frac{3}{2}\right).$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 1388.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 2)$. Mệnh nào sau đây đúng?A. $M \in (Oxz)$.B. $M \in (Oyz)$.C. $M \in Oy$.D. $M \in (Oxy)$.**Lời giải.**Mọi điểm có thành phần tung độ bằng 0 đều thuộc mặt phẳng (Oxz) . Do đó điểm $M(1; 0; 2)$ thuộc mặt phẳng (Oxz) .Chọn đáp án **A** □**Câu 1389.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $P(a; b; c)$. Khoảng cách từ điểm P đến trục tọa độ Oy bằngA. $\sqrt{a^2 + c^2}$.B. b .C. $|b|$.D. $a^2 + c^2$.**Lời giải.**

Ta có $d(P; Oy) = PK$.

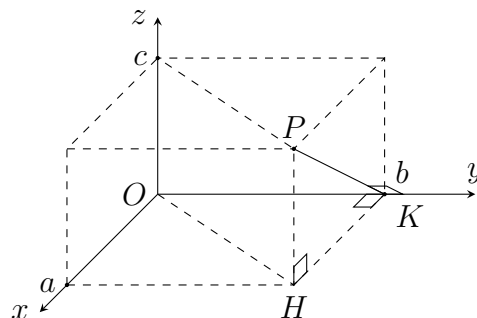
Tam giác PHK vuông tại H , có

$$PH = |c|,$$

$$HK = |a|$$

$$\Rightarrow PK = \sqrt{PH^2 + HK^2} = \sqrt{c^2 + a^2}.$$

Chú ý: Có thể sử dụng ứng dụng của tích có hướng.



Chọn đáp án **A** □

Câu 1390. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -4; 5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxz) là điểm

A. $M(3; 0; 5)$.

B. $M(3; 0; 0)$.

C. $M(0; -4; 5)$.

D. $M(0; 0; 5)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; -4; 5)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm $M(3; 0; 5)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1391. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; -3; 2)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox là điểm

A. $M(0; -3; 0)$.

B. $M(0; 0; 2)$.

C. $M(4; 0; 0)$.

D. $M(4; -3; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox là điểm $M(4; 0; 0)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1392. Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; -1; 4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -11$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -13$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = (2; -1; 4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$ nên $\vec{b} = (1; 0; -3)$. Suy ra $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 1 - 1 \cdot 0 + 4 \cdot (-3) = -10$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1393. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; 3; -1)$ và $B(1; -1; 9)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là

A. $I(3; 1; 4)$.

B. $I(2; 2; -5)$.

C. $I(2; 6; -10)$.

D. $I(-1; -3; -5)$.

Lời giải.

$$\text{Tọa độ trung điểm } I \text{ của đoạn } AB \text{ là } \begin{cases} x_I = \frac{5+1}{2} = 3 \\ y_I = \frac{3-1}{2} = 1 \\ z_I = \frac{-1+9}{2} = 4. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1394. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -5; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$. Tọa độ vectơ $\vec{x}$ thỏa mãn $2\vec{a} + \vec{x} = \vec{b}$ là

A. $(-4; 2; 3)$.

B. $(-4; 2; -7)$.

C. $(-4; 12; -3)$.

D. $(-4; 12; -7)$.

Lời giải.

Ta có $2\vec{a} = (4; -10; 6) \Rightarrow \vec{x} = \vec{b} - 2\vec{a} = (-4; 12; -7)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1395. Mặt cầu tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng $(P) : x + 2y - 2z - 6 = 0$ có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 16$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. C. $x^2 + y^2 + z^2 = 6$. D. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Lời giải.

Ta có $R = d(O, (P)) = \frac{|-6|}{\sqrt{1+2^2+2^2}} = 2$.

Do đó phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1396. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u} = (3; 0; 6)$, $\vec{v} = (-2; -1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot (-2) + 0 \cdot (-1) + 6 \cdot 0 = -6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1397. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1; -2; 0)$ và bán kính bằng 2?

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 2$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 2$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2 + (y-(-2))^2 + (z-0)^2 = 2^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1398. Phương trình mặt cầu tâm $I(1; 3; -2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P) : 2x - y - 2z + 3 = 0$ là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 10 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 14 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 6y - 4z + 10 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 12 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu tâm $I(1; 3; -2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P) : 2x - y - 2z + 3 = 0$

Suy ra $R = d(I; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - (-2) - 2 \cdot 2 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = 2$.

Phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 10 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1399. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Hãy xác định bán kính R của mặt cầu đã cho.

- A. $R = \sqrt{6}$. B. $R = \sqrt{3}$. C. $R = 9$. D. $R = 3$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -1)$, suy ra bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2 - (-3)} = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1400. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 1)$, $B(0; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

- A. $M\left(-\frac{4}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$. B. $M\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}; \frac{7}{3}\right)$. C. $M(2; 3; 4)$. D. $M\left(1; \frac{3}{2}; 1\right)$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$, theo bài ra ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} &= \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow 3(x-2; y-1; z-1) &= 2(-2; 1; 2) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-6 = -4 \\ 3y-3 = 2 \\ 3z-3 = 4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{5}{3} \\ z = \frac{7}{3} \end{cases}\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1401. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxy) là điểm M có tọa độ

- A. $M(1; -2; 0)$. B. $M(0; -2; 3)$. C. $M(1; 0; 3)$. D. $M(2; -1; 0)$.

Lời giải.

Gọi $M(a; b; 0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) . Ta có $\overrightarrow{AM} = (a-1; b+2; -3)$.

Mặt phẳng (Oxy) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Vì M là hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxy) nên hai véc-tơ $\overrightarrow{AM}$ và $\vec{k}$ cùng phương. Do đó, ta có

$$\begin{cases} a-1 = 0 \\ b+2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2. \end{cases}$$

Vậy $M(1; -2; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1402. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 4)$, $B(8; -5; 6)$. Hình chiếu vuông góc của trung điểm I của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây?

- A. $M(0; -1; 5)$. B. $Q(0; 0; 5)$. C. $P(3; 0; 0)$. D. $N(3; -1; 5)$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I = (3; -1; 5)$. Do đó, hình chiếu của I trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $M(0; -1; 5)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1403. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 2; 1)$ và điểm $A(4; 6; -3)$. Tìm tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$.

- A. $(7; 4; -4)$. B. $(1; 8; -2)$. C. $(-7; -4; 4)$. D. $(-1; -8; 2)$.

Lời giải.

Gọi $B(x; y; z)$, suy ra $\overrightarrow{AB} = (x-4; y-6; z+3)$.

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4 = -3 \\ y-6 = 2 \\ z+3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \\ z = -2. \end{cases}$$

Vậy $B(1; 8; -2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1404. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A, B, C (không trùng O) lần lượt thay đổi trên các trục Ox, Oy, Oz và luôn thỏa mãn điều kiện: tỉ số diện tích của tam giác ABC và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $\frac{3}{2}$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định, bán kính của mặt cầu đó bằng

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$.

Diện tích tam giác ABC là:

$$S_{ABC} = \frac{S_{OBC}}{\cos((OBC), (ABC))} = \frac{OA}{d(O, (ABC))} \cdot S_{OBC} = \frac{|abc|}{2d(O, (ABC))}.$$

Thể tích tứ diện $OABC$ là: $V = \frac{|abc|}{6}$

Theo bài ra, ta có:

$$\frac{|abc|}{2d(O, (ABC))} = \frac{3}{2} \cdot \frac{|abc|}{6} \Rightarrow d(O, (ABC)) = 2.$$

Vậy mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với mặt cầu tâm O bán kính bằng 2.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1405. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -2; -1)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là điểm

A. $I(1; -2; 1)$.B. $I(1; 0; -2)$.C. $I(4; 0; -4)$.D. $I(2; 0; -2)$.

Lời giải.

Ta có $I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{2-2}{2}; \frac{-3-1}{2}\right) = (2; 0; -2)$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 1406. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; -3; 0)$ và $C(0; 0; 6)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$ là

A. $\sqrt{11}$.B. $\frac{7}{2}$.C. $\frac{7}{3}$.

D. 11.

Lời giải.

Giả sử phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$. Từ giả thiết ta có hệ sau

$$\begin{cases} 2^2 + 4a + d = 0 \\ (-3)^2 - 6b + d = 0 \\ 6^2 + 12c + d = 0 \\ d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{3}{2} \\ c = -3 \\ d = 0 \end{cases}$$

Vậy $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \frac{7}{2}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1407. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3; -4; 3)$. Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng

A. 10.

B. $10 + 3\sqrt{2}$.C. $\frac{\sqrt{34}}{2}$.D. $\sqrt{34}$.

Lời giải.

$$d(A; Ox) = \sqrt{y_A^2 + z_A^2} = 5.$$

$$d(A; Oy) = \sqrt{x_A^2 + z_A^2} = 3\sqrt{2}.$$

$$d(A; Oz) = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = 5.$$

Vậy tổng khoảng cách là $10 + 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1408. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; -3; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 0; 4)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$.

A. $\vec{u} = (-7; 6; 10)$. B. $\vec{u} = (-7; 6; -10)$. C. $\vec{u} = (-7; -6; 10)$. D. $\vec{u} = (7; 6; 10)$.

Lời giải.

Ta có $-2\vec{a} = (-4; 6; -2)$ và $3\vec{b} = (-3; 0; 12) \Rightarrow \vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b} = (-7; 6; 10)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1409. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có $A_1(\sqrt{3}; -1; 1)$, hai đỉnh B, C thuộc trục Oz và $AA_1 = 1$, (C không trùng với O). Biết $\vec{u} = (a; b; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng A_1C . Tính $T = a^2 + b^2$.

A. 4. B. 9. C. 16. D. 5.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC . Vì B, C thuộc trục Oz nên $M(0; 0; m)$ và $\vec{k} = (0; 0; 1)$ là véc-tơ chỉ phương của BC .

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A_1A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A_1AM) \Rightarrow BC \perp A_1M$.

Mặt khác $\overrightarrow{A_1M} = (-\sqrt{3}; 1; m-1)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{A_1M} \cdot \vec{k} = 0 \Rightarrow m-1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

$\Rightarrow M(0; 0; 1)$. Gọi $C(0; 0; z)$ và $AB = x > 0$. Vì ABC là tam giác đều

cạnh bằng x nên $AM = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\overrightarrow{A_1M} = (-\sqrt{3}; 1; 0) \Rightarrow A_1M = 2$.

Xét tam giác A_1AM vuông tại $A \Rightarrow A_1M^2 = A_1A^2 + AM^2 \Leftrightarrow 2^2 = 1^2 + \frac{3x^2}{4} \Leftrightarrow x = 2$.

Ta có $\overrightarrow{A_1C} = (-\sqrt{3}; 1; z-1) \Rightarrow A_1C^2 = 4 + (z-1)^2$.

Xét tam giác A_1AC vuông tại A

$$\Rightarrow A_1C^2 = A_1A^2 + AC^2 \Leftrightarrow 4 + (z-1)^2 = 1 + 4 \Leftrightarrow (z-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ z = 0. \end{cases}$$

Với $z = 0 \Rightarrow C(0; 0; 0) \equiv O \Rightarrow C(0; 0; 0)$ (loại).

Với $z = 2 \Rightarrow C(0; 0; 2)$ (thỏa mãn).

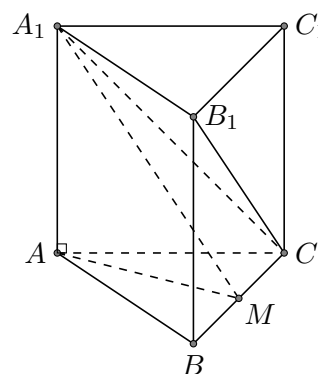
Suy ra $\overrightarrow{A_1C} = (-\sqrt{3}; 1; 1)$.

Vì $\vec{u} = (a; b; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của A_1C nên $\frac{a}{-\sqrt{3}} = \frac{b}{1} = \frac{2}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2\sqrt{3} \\ b = 2. \end{cases}$

Vậy $T = (-2\sqrt{3})^2 + 2^2 = 16$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1410. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oz là điểm

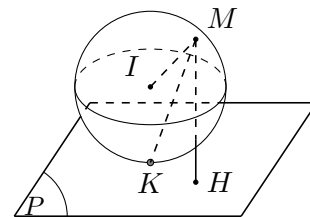


A. $Q(-1; 0; 3)$.B. $M(0; 0; 3)$.C. $P(0; 2; 3)$.D. $N(-1; 0; 0)$.**Lời giải.**Hình chiếu vuông góc của điểm $A(-1; 2; 3)$ lên trục Oz là điểm $M(0; 0; 3)$.Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1411. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + 2z - 13 = 0$. Xét các mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$ đi qua điểm A , tiếp xúc với mặt phẳng (P) . Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + 2b^2 + 3c^2$ khi (S) có bán kính nhỏ nhất.

A. $T = 35$.B. $T = 20$.C. $T = 25$.D. $T = 30$.**Lời giải.**Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng $(P) : x + y + 2z - 13 = 0$.Khi đó tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2} \\ x+y+2z-13=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=4 \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow H(3; 4; 3).$$

Gọi R là bán kính mặt cầu (S) .Do (S) có tâm I , đi qua điểm A , tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm K nên ta có $2R = IA + d(I; (P)) \geq AK \geq AH$.Suy ra bán kính R nhỏ nhất bằng $\frac{AH}{2} \Rightarrow I$ là trung điểm của $AH \Rightarrow I(2; 3; 1)$.Khi đó $T = a^2 + 2b^2 + 3c^2 = 25$.Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1412. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn véc-tơ $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (5; 7; 0)$, $\vec{c} = (3; -2; 4)$, $\vec{d} = (4; 12; -3)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.B. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ là ba véc-tơ không đồng phẳng.C. $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{d} + \vec{c}|$.D. $2\vec{a} + 3\vec{b} = \vec{d} - 2\vec{c}$.**Lời giải.**Ta nhận thấy $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{d} = (7; 10; 1)$. Từ đó suy ra $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ và $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{d} + \vec{c}|$.Để thấy $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} \neq 0$, nên $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ là ba véc-tơ không đồng phẳng.Để thấy $2\vec{a} + 3\vec{b} \neq \vec{d} - 2\vec{c}$, nên trong 4 mệnh đề trên thì chỉ có mệnh đề $2\vec{a} + 3\vec{b} = \vec{d} - 2\vec{c}$ là sai.Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1413. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; 4)$ lên trục Ox là điểm nào dưới đây?

A. $M(2; 0; 0)$.B. $M(0; 3; 0)$.C. $M(0; 0; 4)$.D. $M(0; 2; 3)$.**Lời giải.**Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; 4)$ là điểm $M(2; 0; 0)$.Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1414. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$. Tâm của mặt cầu là điểm

A. $I(1; -2; 0)$.B. $I(1; 0; -2)$.C. $I(-1; 2; 0)$.D. $I(0; 1; 2)$.**Lời giải.**Ta có $(S) : (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4 \Rightarrow (S)$ có tâm $I(1; 0; -2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1415. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oz là điểm

- A. $P(1; 0; 3)$. B. $Q(0; 2; 3)$. C. $N(1; 2; 0)$. D. $M(0; 0; 3)$.

Lời giải.

Hình chiếu của A sẽ có hoành độ và tung độ bằng 0, cao độ giữ nguyên, nên hình chiếu của A lên Oz là $(0; 0; 3)$

Chọn đáp án (D) □

Câu 1416. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; 1; 1)$, $B(-1; 0; 2)$, $C(-1; 1; 0)$ và $D(2; 1; -2)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều tất cả bốn điểm đó?

- A. 7 mặt phẳng. B. Có vô số mặt phẳng.
C. 3 mặt phẳng. D. 6 mặt phẳng.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 0; -1)$, $\overrightarrow{AD} = (2; 0; -2)$.

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; -2; -1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 4 \neq 0$.

Nên 4 điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi (P) là mặt phẳng cách đều bốn đỉnh A, B, C, D ; có hai trường hợp sau.

- Có một điểm nằm khác phía so với 3 điểm còn lại so với $(P) \Rightarrow$ có 4 mặt phẳng thỏa mãn.
- Mỗi phía mặt phẳng (P) có hai điểm: $\Rightarrow$ có 3 mặt phẳng thỏa mãn.

Vậy có 7 mặt phẳng thỏa mãn.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1417. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(1; -2; 3)$ và mặt cầu $(S) : (x + 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$. Tập hợp các điểm M di động trên mặt cầu (S) sao cho $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 2$ là một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

- A. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{3\sqrt{11}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{41}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{62}}{4}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $J(-1; 0; 2)$ và bán kính $R = 2$.

Gọi I là trung điểm của AB , ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0} \\ I(0; -1; 2) \end{cases}$$

Dễ thấy $IJ = 2$ nên I thuộc mặt cầu (S) .

Từ giả thiết ta có: $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = (\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IM})(\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IM}) = IM^2 - IA^2$.

Mặt khác $IA^2 = 3$ nên $IM^2 = 5$.

Do vậy ta có điểm M thuộc mặt cầu $(S') : x^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 5$.

Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S) và (S') , suy ra (C) là đường tròn cố định mà M di chuyển trên đó.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa $(C) \Rightarrow (P) : 2x - 2y + 1 = 0$.

Gọi H là hình chiếu của I lên $(P) \Rightarrow H$ là tâm của đường tròn (C) .

$IH = d(I, (P)) = \frac{3}{2\sqrt{2}} \Rightarrow r = HM = \sqrt{IM^2 - IH^2} = \frac{\sqrt{62}}{4}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1418. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 2; 3)$, $B(5; 2; 0)$. Khi đó

- A. $|\overrightarrow{AB}| = 5$. B. $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{3}$. C. $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{61}$. D. $|\overrightarrow{AB}| = 3$.

Lời giải.

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(5-1)^2 + (2-2)^2 + (0-3)^2} = 5.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1419. Cho các véc-tơ $\vec{u}(1; -2; 3)$, $\vec{v}(-1; 2; -3)$. Tính độ dài của véc-tơ $\vec{w} = \vec{u} - 2\vec{v}$.

A. $|\vec{w}| = \sqrt{26}$.

B. $|\vec{w}| = \sqrt{126}$.

C. $|\vec{w}| = \sqrt{85}$.

D. $|\vec{w}| = \sqrt{185}$.

Lời giải.

$$\vec{w} = \vec{u} - 2\vec{v} = (3; -6; 9).$$

$$\text{Vậy } |\vec{w}| = \sqrt{3^2 + (-6)^2 + 9^2} = \sqrt{126}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1420. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 5$. Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu là

A. $I(1; -3; 0)$, $R = \sqrt{5}$.

B. $I(1; -3; 0)$, $R = 5$.

C. $I(-1; 3; 0)$, $R = \sqrt{5}$.

D. $I(1; 3; 0)$, $R = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Tọa độ tâm $I(1; -3; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1421. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -1)$ và $B(-4; 1; 9)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB} = (-6; -2; 10)$. B. $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 4)$. C. $\overrightarrow{AB} = (6; 2; -10)$. D. $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -4)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (-4 - 2; 1 - 3; 9 - (-1)) = (-6; -2; 10).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1422. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 - t \end{cases}$ và

$d_2: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ x = 3 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Trên đường thẳng d_1 lấy hai điểm A, B thỏa mãn $AB = 3$. Trên đường thẳng

d_2 lấy hai điểm C, D thỏa mãn $CD = 4$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $V = 7$. B. $V = 2\sqrt{21}$. C. $V = \frac{4\sqrt{21}}{3}$. D. $V = \frac{5\sqrt{21}}{6}$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 đi qua $M(1; 2; -3)$ và có VTCP $\vec{n}_1 = (1; -2; -1)$, đường thẳng d_2 đi qua $N(4; 3; 1)$ và có VTCP $\vec{n}_2 = (3; 2; -1)$.

Ta có: $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$ nên suy ra: $AB \perp CD$.

$$\text{Lại có: } d[AB, CD] = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot [\vec{n}_1, \vec{n}_2]|}{|[\vec{n}_1, \vec{n}_2]|} = 4\sqrt{21}.$$

$$\text{Đến tới } V_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot CD \cdot d[AB, CD] \cdot \sin(AB, CD) = 2\sqrt{21}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1423. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ đỉnh $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$ và $D(2; 4; 6)$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Viết phương trình mặt cầu (S') có tâm

trùng với tâm của mặt cầu (S) và có bán kính gấp 2 lần bán kính của mặt cầu (S).

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 56$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 12 = 0$.

Lời giải.

Gọi (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

Ta có:

$$\begin{cases} A \in (S) \\ B \in (S) \\ C \in (S) \\ D \in (S) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a + d = -4 \\ -8b + d = -16 \\ -12c + d = -36 \\ -4a - 8b - 12c + d = -56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 3 \\ d = 0. \end{cases}$$

Từ đó suy ra (S) có tâm $I(1; 2; 3)$, $R = \sqrt{14}$.

Phương trình mặt cầu (S') có tâm $I' \equiv I(1; 2; 3)$, $R' = 2R = 2\sqrt{14}$ là

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 56.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1424. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A lên trục Oy . Tính độ dài đoạn OA' .

A. $OA' = -1$.

B. $OA' = \sqrt{10}$.

C. $OA' = \sqrt{11}$.

D. $OA' = 1$.

Lời giải.

Điểm A' là hình chiếu vuông góc của $A(3; -1; 1)$ trên trục $Oy \Rightarrow A'(0; -1; 0) \Rightarrow OA' = 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1425. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(3; 1; -4)$, $B(2; 1; -2)$, $C(1; 1; -3)$. Tìm tọa độ điểm $M \in Ox$ sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(2; 0; 0)$.

B. $M(-2; 0; 0)$.

C. $M(6; 0; 0)$.

D. $M(0; 2; 0)$.

Lời giải.

Giả sử $M(m; 0; 0)$. Ta có $\overrightarrow{MA} = (3-m; 1; -4)$, $\overrightarrow{MB} = (2-m; 1; -2)$, $\overrightarrow{MC} = (1-m; 1; -3)$.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| &= \sqrt{(6-3m)^2 + 3^2 + (-9)^2} = \sqrt{9m^2 - 36m + 126} \\ &= \sqrt{9(m-2)^2 + 90} \\ &\geq 3\sqrt{10}, \forall m \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Vậy $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $3\sqrt{10}$ khi $m-2=0 \Leftrightarrow m=2$. Hay $M(2; 0; 0)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1426. Tìm độ dài đường kính của mặt cầu S có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z + 2 = 0$.

A. $\sqrt{3}$.

B. 2.

C. 1.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu: $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 - 2} = \sqrt{3} \Rightarrow$ Đường kính của mặt cầu là $2R = 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1427. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -3; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 0; 4)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$.

A. $\vec{u} = (-7; -6; 10)$.

B. $\vec{u} = (-7; 6; 10)$.

C. $\vec{u} = (7; 6; 10)$.

D. $\vec{u} = (-7; 6; -10)$.

Lời giải.

$$\begin{cases} -2\vec{a} = (-4; 6; -2) \\ 3\vec{b} = (-3; 0; 12) \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b} = (-7; 6; 10).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1428. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 2 = 0$ cắt mặt phẳng Oxy theo giao tuyến là một đường tròn. Tìm tâm và bán kính của đường tròn này.

A. $I(1; -2; 0), r = \sqrt{5}$.

B. $I(1; 2; 0), r = 2\sqrt{5}$.

C. $I(1; 2; 0), r = \sqrt{7}$.

D. $I(-1; -2; 0), r = 2\sqrt{7}$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $A(1; 2; -3)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2 + 2} = 4$.

Tâm I của đường tròn là hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) nên $I(1; 2; 0)$, và bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2(A, (Oxy))} = \sqrt{7}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1429. Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 0)$ lên mặt phẳng (Oxz) là

A. $(0; 0; 0)$.

B. $(2; -1; 0)$.

C. $(2; 0; 0)$.

D. $(0; -1; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 0)$ lên mặt phẳng (Oxz) là điểm có tọa độ $(2; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1430. Có bao nhiêu mặt cầu đi qua điểm $M(2; -2; 5)$ và tiếp xúc với cả ba mặt phẳng $(P): x - 1 = 0$, $(Q): y + 1 = 0$ và $(R): z - 1 = 0$?

A. 7.

B. 1.

C. 8.

D. 3.

Lời giải.

Gọi $I(a; b; c)$ và r lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu.

Ta có $d(I, (P)) = d(I, (Q)) = d(I, (R))$ suy ra $r = |a - 1| = |b + 1| = |c - 1|$.

Do điểm $M(2; -2; 5)$ thuộc miền $x > 1; y < -1; z > 1$ nên $I(a; b; c)$ cũng thuộc miền $a > 1; b < -1; c > 1$. Do các mặt phẳng (P) , (Q) , (R) là các mặt phẳng song song lần lượt với các mặt phẳng (Oyz) , (Oxz) , (Oxy) nên $I(1 + r; -1 - r; 1 + r)$.

Mặt khác $IM = r \Leftrightarrow (r - 1)^2 + (r - 1)^2 + (r - 4)^2 = r^2 \Leftrightarrow r = 3$. Khi đó $I(4; -4; 4)$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x - 4)^2 + (y + 4)^2 + (z - 4)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1431. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$ và $\vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm m để góc giữa hai véc-tơ $\vec{u}$, $\vec{v}$ có số đo bằng 45° . Một học sinh giải như sau:

Bước 1: Tính $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{1 - 2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2 + 1}}$.

Bước 2: Góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ có số đo bằng 45° nên $\frac{1 - 2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 1 - 2m = \sqrt{3(m^2 + 1)}$. (*)

Bước 3: Phương trình (*) $\Leftrightarrow (1 - 2m)^2 = 3(m^2 + 1) \Leftrightarrow m^2 - 4m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 - \sqrt{6} \\ m = 2 + \sqrt{6} \end{cases}$.

Bài giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Sai ở bước 2.

B. Sai ở bước 3.

C. Đúng.

D. Sai ở bước 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \cos 45^\circ &\Leftrightarrow \frac{1-2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 1-2m = \sqrt{3(m^2+1)} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2m \geq 0 \\ (1-2m)^2 = 3(m^2+1) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2m \leq 1 \\ m^2 - 4m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ \begin{cases} m = 2 - \sqrt{6} \\ m = 2 + \sqrt{6} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m = 2 - \sqrt{6}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1432. Trong không gian $Oxyz$ cho $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ (ở đó $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các véc-tơ đơn vị trên trục Ox, Oy, Oz). Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M(-2; -3; 1)$. B. $M(2; -3; 1)$. C. $M(2; -1; 3)$. D. $M(2; 3; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OM} = (2; -3; 1) \Rightarrow M(2; -3; 1)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1433. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 2)$. Tìm tọa độ điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) .

- A. $N(0; -1; 2)$. B. $N(3; 1; -2)$. C. $N(-3; -1; 2)$. D. $N(0; 1; 1)$.

Lời giải.

Lấy đối xứng qua mặt (Oyz) thì x đổi dấu còn y, z giữ nguyên nên $N(-3; -1; 2)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1434. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính bằng

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 7.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu $R = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2 - 5} = 3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1435. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; 1; -3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 13$.
C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 10$.

Lời giải.

Mặt cầu tiếp xúc với trục Oy nên bán kính mặt cầu $R = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$.

Vậy phương trình mặt cầu tâm $I(2; 1, -3)$ tiếp xúc với trục Oy có phương trình

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 13.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1436. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) là

- A. $M(3; 0; 5)$. B. $M(3; -2; 0)$. C. $M(0; -2; 5)$. D. $M(0; 2; 5)$.

Lời giải.

Do M là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) ta suy ra $M(3; 0; 5)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1437. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$ và đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha) : x + 2y - 2z - 4 = 0$ và $(\beta) : 2x - 2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $AB = 8$ khi

- A. $m = 12$. B. $m = -12$. C. $m = -10$. D. $m = 5$.

Lời giải.

Giả sử $\vec{n}_1, \vec{n}_2$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) và (β) , ta chọn $\vec{n}_1(1; 2; -2)$ và $\vec{n}_2(2; -2; -1)$. Khi đó $[\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (-6; -3; -6)$, gọi $\vec{v}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ ta chọn $\vec{v}(2; 1; 2)$ và điểm $M_0\left(1; \frac{3}{2}; 0\right)$ thuộc Δ .

$$\text{Suy ra phương trình tham số của } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = t + \frac{3}{2} \\ z = 2t. \end{cases}$$

Mặt khác ta có

$$(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 13 - m.$$

Để (S) là mặt cầu suy ra $13 - m > 0 \Leftrightarrow m < 13$.

Khi đó gọi I, R là tâm và bán kính mặt cầu ta có $I(-2; 3; 0)$ và $R = \sqrt{13 - m}$.

Hạ $IH \perp \Delta$ suy ra $HA = HB = 4$ ta có $IH = \frac{|\overrightarrow{IM_0} \cdot \vec{v}|}{|\vec{v}|}$. Mà $\overrightarrow{IM_0}\left(3; -\frac{3}{2}; 0\right)$ nên $[\overrightarrow{IM_0}; \vec{v}] = (-3; -6; 6)$ suy ra $IH = \frac{\sqrt{(-3)^2 + (-6)^2 + 6^2}}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 3$.

Xét tam giác vuông HIA ta có $IA^2 = IH^2 + HA^2 \Leftrightarrow 13 - m = 3^2 + 4^2 \Leftrightarrow m = -12$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1438. Cho tam giác ABC với $A(2; 4; -3), B(-1; 3; -2), C(4; -2; 3)$. Tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$ là

- A. $\left(\frac{5}{3}, \frac{5}{3}, \frac{-2}{3}\right)$. B. $\left(\frac{5}{3}, \frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$. C. $\left(\frac{-5}{3}, \frac{-5}{3}, \frac{2}{3}\right)$. D. $\left(\frac{-5}{3}, \frac{5}{3}, \frac{-2}{3}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \text{ suy ra } G\left(\frac{5}{3}, \frac{5}{3}, \frac{-2}{3}\right).$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1439. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 1 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A. $I(1; -2; 3)$ và $R = 15$. B. $I(1; -2; 3)$ và $R = 13$.
C. $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{13}$. D. $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{15}$.

Lời giải.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 15$, do đó mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{15}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1440. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{a} = (-1; 2; 2)$ và $\vec{b} = (1; -2; 2)$. Gọi α là góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thì $\cos \alpha$ bằng

- A. $-\frac{1}{18}$. B. $\frac{1}{18}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $-\frac{1}{9}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = -\frac{1}{9}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1441. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tọa độ điểm G' đối xứng với điểm $G(5; -3; 7)$ qua trục Oy là

- A. $G'(-5; 0; -7)$. B. $G'(-5; -3; -7)$. C. $G'(5; 3; 7)$. D. $G'(-5; 3; -7)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $G(5; -3; 7)$ lên trục Oy là $H(0; -3; 0)$.

Vì G' đối xứng với G qua trục Oy nên H là trung điểm của đoạn GG' nên tọa độ của điểm G' là

$$\begin{cases} x_{G'} = 2x_H - x_G = -5 \\ y_{G'} = 2y_H - y_G = -3 \\ z_{G'} = 2z_H - z_G = -7. \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm $G'(-5; -3; -7)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1442. Cho $\int x^2 \sqrt{x^3 + 2} dx = k(x^3 + 2)^{\frac{3}{2}} + C$. Tính giá trị k .

- A. $-\frac{2}{9}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\int x^2 \sqrt{x^3 + 2} dx = \int \frac{1}{3} (x^3 + 2)' \sqrt{x^3 + 2} dx = \frac{2}{9} (x^3 + 2)^{\frac{3}{2}} + C.$$

Khi đó $k = \frac{2}{9}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1443. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

- A. $I(4; -3; 1)$. B. $I(-4; 3; 1)$. C. $I(-4; 3; -1)$. D. $I(4; 3; 1)$.

Lời giải.

Dạng phương trình mặt cầu (S) là $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$. Khi đó mặt cầu (S) có tâm $I(a, b, c)$. Vậy $I(-4; 3; -1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1444. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ $\vec{u}$ biết $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$.

- A. $\vec{u} = (5; -3; 2)$. B. $\vec{u} = (2; -3; 5)$. C. $\vec{u} = (2; 5; -3)$. D. $\vec{u} = (-3; 5; 2)$.

Lời giải.

$$\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k} \Rightarrow \vec{u} = (2; -3; 5).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1445. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S) : (x + 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 4$ có tâm I và bán kính R bằng

- A. $I(2; -1; 0), R = 4$. B. $I(2; -1; 0), R = 2$. C. $I(-2; 1; 0), R = 2$. D. $I(-2; 1; 0), R = 4$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu có dạng $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$. Tâm $I(a, b, c)$, bán kính R . Tâm $I(-2; 1; 0)$, bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1446. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng OM .

- A. $OM = \sqrt{5}$. B. $OM = 9$. C. $OM = \sqrt{3}$. D. $OM = 3$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OM} = (2; -1; 2) \Rightarrow |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1447. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; -1; 3)$ tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- A. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 9$. B. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 4$.
C. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 2$. D. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 3$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (Oxy) là $d = 3 = R$.

Mặt cầu thỏa yêu cầu bài toán có phương trình là

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 9.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1448. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x - 3}{2} = \frac{y + 2}{-1} = \frac{z + 1}{4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

- A. $M(1; -1; -3)$. B. $N(3; -2; -1)$. C. $P(1; -1; -5)$. D. $Q(5; -3; 3)$.

Lời giải.

Ta có: $\frac{1 - 3}{2} = \frac{-1 + 2}{-1} \neq \frac{-3 + 1}{4}$ nên điểm $M(1; -1; -3)$ không thuộc đường thẳng d .

Chọn đáp án **A** □

Câu 1449. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ và ba điểm $O(0; 0; 0)$, $A(1; 2; 3)$, $B(2; -1; -1)$. Trong số ba điểm trên số điểm nằm trên mặt cầu là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Lời giải.

Lần lượt thay tọa độ các điểm O, A, B vào phương trình mặt cầu (S) ta chỉ thấy duy nhất điểm O thuộc mặt cầu (S) .

Chọn đáp án **D** □

Câu 1450. Cho ba điểm $A(2; 1; 4)$, $B(-2; 2; -6)$, $C(6; 0; -1)$. Tích $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng

- A. -67. B. 65. C. 33. D. 67.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; 1; -10)$ và $\overrightarrow{AC} = (4; -1; -5)$. Khi đó tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 33$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1451. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$ có tâm I và bán kính R là

A. $I(-1; 2; -3), R = 4$.

B. $I(2; -4; 6), R = \sqrt{58}$.

C. $I(1; -2; 3), R = 4$.

D. $I(-2; 4; -6), R = \sqrt{58}$.

Lời giải.

Ta có $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Suy ra $I(1; -2; 3)$ và $R = 4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1452. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 0)$ lên mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 6 = 0$ là

A. $(1; 1; 1)$.

B. $(-1; 1; -1)$.

C. $(3; -2; 1)$.

D. $(5; -3; 1)$.

Lời giải.

Gọi $H(x; y; -6-3x+2y)$ là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P) . Ta có $\overrightarrow{AH} = (x-2; y+1; -6-3x+2y)$. Do $\overrightarrow{AH} \perp (P)$ nên hai véc-tơ $\overrightarrow{AH}$ và $\vec{n}_P$ cùng phương. Suy ra ta có hệ phương trình $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{-6-3x+2y}{1}$. (1)

Giải hệ (1) ta thu được một nghiệm là $(-1; 1; -1)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1453. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $B(1; 2; -3)$ và $C(7; 4; -2)$. Nếu điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là

A. $\left(\frac{8}{3}; 3; -\frac{8}{3}\right)$.

B. $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$.

C. $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$.

D. $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải.

Giả sử điểm cần tìm có tọa độ $E(x; y; z)$ khi đó ta có $\overrightarrow{CE} = (x-7; y-4; z+2)$ và $\overrightarrow{EB} = (1-x; 2-y; -3-z)$. Theo giả thiết $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$ nên ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x-7 = 2-2x \\ y-4 = 4-4y \\ z+2 = -6-2z \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta thu được nghiệm $(x; y; z) = \left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$. Vậy điểm E có tọa độ là $E\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1454. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 3; -2)$, biết diện tích mặt cầu bằng 100π . Khi đó phương trình mặt cầu (S) là

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z - 86 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 4 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 9 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z - 11 = 0$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính của mặt cầu, áp dụng công thức diện tích mặt cầu ta có: $4\pi R^2 = 100\pi \Rightarrow R = \sqrt{25} = 5$. Suy ra phương trình của mặt cầu cần tìm có dạng $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 25$. Hay $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z - 11 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1455. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ là

A. $(12; 9; 1)$. B. $(1; 1; 6)$. C. $(0; 0; -2)$. D. $(1; 0; 1)$.

Lời giải.

Phương trình chính tắc của d có dạng $d: \begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Gọi $M(12 + 4t; 9 + 3t; 1 + t)$ là giao điểm của

đường thẳng d và mặt phẳng (P) khi đó ta có phương trình $3(12 + 4t) + 5(9 + 3t) - (1 + t) - 2 = 0$.

Giải phương trình này ta thu được nghiệm $t = -3$.

Vậy tọa độ điểm cần tìm là $M(0; 0; -2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1456. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình là $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 4z = 0$. Biết OA (O là gốc tọa độ) là đường kính của mặt cầu (S) . Tọa độ của điểm A là

A. $A(-2; 6; 4)$. B. $A(2; -6; -4)$. C. $A(-1; 3; 2)$. D. $A(-1; -3; 2)$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu được viết lại thành $(S): (x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z + 2)^2 = 14$. Suy ra tâm của đường tròn là $I(1; -3; -2)$. Do điểm I là trung điểm của đường kính OA nên điểm A phải có tọa độ $A(2; -6; -4)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1457. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây là hình chiếu của điểm $M(2; 1; -3)$ lên mặt phẳng Oxz ?

A. $M_1(2; 1; 0)$. B. $M_2(0; 1; 0)$. C. $M_3(0; 1; -3)$. D. $M_1(2; 0; -3)$.

Lời giải.

Dễ thấy $M_1(2; 0; -3)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1458. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 11 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu.

A. $R = \sqrt{3}$. B. $R = 25$. C. $R = 3$. D. $R = 5$.

Lời giải.

Viết lại phương trình mặt cầu dưới dạng $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 25$. Vậy, $R = 5$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1459. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 1 = 0$. Tâm và bán kính của mặt cầu (S) là

A. $I(2; -2; 2)$, $R = \sqrt{11}$. B. $I(-2; 2; -2)$, $R = \sqrt{13}$.
C. $I(1; -1; 1)$, $R = 2$. D. $I(1; -1; 1)$, $R = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $a = 1$, $b = -1$, $c = 1$, $d = -1$ và $a^2 + b^2 + c^2 - d = 4 > 0$. Vậy phương trình đã cho là phương trình mặt cầu có tâm là $I(1; -1; 1)$ và bán kính là $R = \sqrt{4} = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1460. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 - z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 15 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + z - 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2xy + 6z - 5 = 0$.

Lời giải.

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + z - 1 = 0$ là phương trình mặt cầu vì có dạng là $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ và thỏa $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ (dễ nhận biết vì $d = -1 < 0$).

Chọn đáp án **C** □

Câu 1461. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $M(2; -3; 5)$, $N(4; 7; -9)$, $E(3; 2; 1)$, $F(1; -8; 12)$. Bộ ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. M, N, E .

B. M, E, F .

C. N, E, F .

D. M, N, F .

Lời giải.

Ta có

$$\overrightarrow{MN} = (2; 10; -14),$$

$$\overrightarrow{ME} = (1; 5; -4),$$

$$\overrightarrow{MF} = (-1; -5; 7),$$

$$\overrightarrow{NE} = (-1; -5; 10),$$

$$\overrightarrow{NF} = (-3; -15; 21).$$

Từ đó suy ra hai vectơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MF}$ cùng phương vì $\overrightarrow{MN} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{NF}$, do đó ba điểm M, N, F thẳng hàng.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1462. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (3; -2; 1)$, $\vec{b} = (-1; 1; -2)$, $\vec{c} = (2; 1; -3)$, $\vec{u} = (11; -6; 5)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

B. $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$.

C. $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

D. $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b} - 2\vec{c}$.

Lời giải.Giả sử $\vec{u} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 11 = 3x - y + 2z \\ -6 = -2x + y + z \\ 5 = x - 2y - 3z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \\ z = 1. \end{cases}$$

Vậy $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.Chọn đáp án **C** □

Câu 1463. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; 1; 1)$, $B(-1; 0; 2)$, $C(-1; 1; 0)$ và $D(2; 1; -2)$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $\frac{6}{5}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Cách 1. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 0; -1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; -2; -1)$.

Diện tích mặt đáy ABC

$$S = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Phương trình mặt phẳng $(ABC): x - 2y - z + 3 = 0$.

Chiều cao tứ diện

$$h = d(D, (ABC)) = \frac{|2 - 2 \cdot 1 - (-2) + 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{6}}.$$

Vậy thể tích khối tứ diện $ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{5}{\sqrt{6}} = \frac{5}{6}.$$

Cách 2. Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= (-1; -1; 1), \overrightarrow{AC} = (-1; 0; -1), \overrightarrow{AD} = (2; 0; -3) \\ \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] &= (1; -2; -1), \overrightarrow{AD} \cdot [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = 5. \end{aligned}$$

Vậy thể tích khối tứ diện $ABCD$ là

$$V = \frac{1}{6} |\overrightarrow{AD} \cdot [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{5}{6}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1464. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 2mz + 6m = 0$. Biết đường kính của (S) bằng 12, tìm m .

A. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 8 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -8 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -4 \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $a = 2, b = -4, c = m, d = 6m$. Do (S) có đường kính bằng 12 nên có bán kính bằng 6, suy ra

$$a^2 + b^2 + c^2 - d = 6^2 \Leftrightarrow 4 + 16 + m^2 - 6m = 36 \Leftrightarrow m^2 - 6m - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 8. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1465. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 0; 6), B(0; 4; 0), C(-2; 0; 0)$. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ với O là gốc tọa độ. Giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 8.

B. 2.

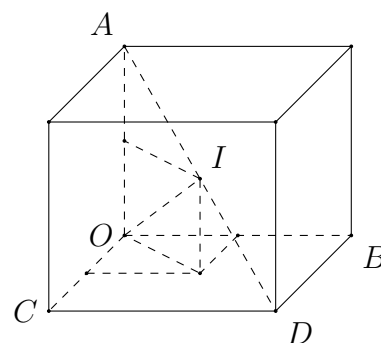
C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Dựng hình hộp chữ nhật có ba chiều là OA, OB, OC như hình vẽ bên. Rõ ràng tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ cũng chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật. Suy ra I là trung điểm của đường chéo AD của hình hộp.

Vì $A(0; 0; 6), D(-2; 4; 0)$ nên tọa độ của I là $(-1; 2; 3)$. Từ đó $a + b + c = 4$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 1466. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; -1; 1); B(0; 1; 2)$ và $C(1; 0; 1)$. Trong các mệnh đề sau, hãy chọn mệnh đề đúng.

A. Tam giác ABC vuông tại A .

B. Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

C. Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

D. B là trung điểm của AC .

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1) \\ \overrightarrow{AC} = (0; 1; 0) \end{cases} \Rightarrow \nexists k \in \mathbb{R} \text{ sao cho } \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC} \text{ do đó ba điểm } A, B, C \text{ không thẳng hàng.}$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1467. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(2; 1; 3)$. Điểm nào dưới đây là trung điểm của đoạn AB ?

A. $M(0; 2; 2)$.

B. $N(2; 2; 2)$.

C. $P(0; 2; 0)$.

D. $Q(2; 2; 0)$.

Lời giải.

Trung điểm AB là $M(0; 2; 2)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1468. Trong các phương trình sau, phương trình nào không phải là phương trình mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 4z - 21 = 0$.

B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 4y - 8z - 11 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + 11 = 0$.

Lời giải.

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + 11 = 0$ có $(-1)^2 + (-1)^2 + (2)^2 - 11 = -5 < 0$ không phải là phương trình của mặt cầu.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1469. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu của M lên trục Oy là điểm

A. $S(0; 0; 3)$.

B. $R(1; 0; 0)$.

C. $Q(0; 2; 0)$.

D. $P(1; 0; 3)$.

Lời giải.

Hình chiếu của $M(1; 2; 3)$ lên trục Oy là điểm $Q(0; 2; 0)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1470. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 6 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(-1; 3; 0); R = 4$.

B. $I(1; -3; 0); R = 4$.

C. $I(-1; 3; 0); R = 16$.

D. $I(1; -3; 0); R = 16$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(-1; 3; 0)$; bán kính $R = \sqrt{1 + 9 - (-6)} = \sqrt{16} = 4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1471. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$. Tìm m để phương trình trên là phương trình của một mặt cầu

A. $-5 < m < 1$.

B. $m < -5$ hoặc $m > 1$.

C. $m < -5$.

D. $m > 1$.

Lời giải.

Để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$ là phương trình của một mặt cầu thì: $(m+2)^2 + (2m)^2 + m^2 - 5m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 > 0 \Leftrightarrow m < -5$ hoặc $m > 1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1472. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 1)$, $C(0; 1; 2)$.

Gọi $H(x; y; z)$ là trực tâm của tam giác ABC . Giá trị của $S = x + y + z$ là

A. 4.

B. 5.

C. 7.

D. 6.

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2), \overrightarrow{BC} = (-2; 0; 1), \overrightarrow{AC} = (-1; -1; 3).$$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{BC} = (-1; -5; -2)$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{(ABC)} = (-1; -5; -2).$$

$$\Rightarrow (ABC): -1(x-1) - 5(y-2) - 2(z+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -x - 5y - 2z + 9 = 0 \Leftrightarrow x + 5y + 2z - 9 = 0.$$

$$\text{Gọi } H(x; y; z) \text{ là trực tâm ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ H \in (ABC) \end{cases}$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AH} = (x-1; y-2; z+1), \overrightarrow{BH} = (x-2; y-1; z-1).$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x + z = -3 \\ -x - y + 3z = 0 \\ x + 5y + 2z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow H(2; 1; 1) \Rightarrow x + y + z = 4.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1473. Trong không gian $Oxyz$, gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu đi qua $A(1; -1; 4)$ và tiếp xúc với tất cả các mặt phẳng tọa độ. Tính $P = a - b + c$.

A. $P = 6$.

B. $P = -4$.

C. $P = -2$.

D. $P = 9$.

Lời giải.

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu. Do mặt cầu tiếp xúc với ba trục tọa độ và đi qua $A(1; -1; 4)$ nên

$$\begin{cases} a > 0, b < 0, c > 0 \\ |a| = |b| = |c|. \end{cases}$$

Do đó $I(a; -a; a)$. Vì $IA = R$ nên $(a-1)^2 + (-a+1)^2 + (a-4)^2 = a^2 \Leftrightarrow a = 3$. Ta có $a = 3, b = -3, c = 3$ nên $P = a - b + c = 9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1474. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u} = (x; 2; 1)$ và véc-tơ $\vec{v} = (1; -1; 2x)$. Tính tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

A. $x + 2$.

B. $3x - 2$.

C. $3x + 2$.

D. $-2 - x$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \vec{u} \cdot \vec{v} = x - 2 + 2x = 3x - 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1475. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của mặt cầu có đường kính AB với $A(2; 1; 0), B(0; 1; 2)$.

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Lời giải.

Tâm mặt cầu là trung điểm AB là $I(1; 1; 1)$, bán kính mặt cầu là R , ta có $R^2 = IA^2 = 1 + 0 + 1 = 2$.

Do đó phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1476. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm

nào sau đây

A. $K(1; -1; 1)$.B. $F(0; 1; 2)$.C. $E(1; 1; 2)$.D. $H(1; 2; 0)$.**Lời giải.**Đường thẳng d đi qua $F(0; 1; 2)$.Chọn đáp án **B** □**Câu 1477.** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxz) là điểm nào sau đây?A. $H(1; 2; 0)$.B. $F(0; 2; 0)$.C. $E(1; 0; 3)$.D. $K(0; 2; 3)$.**Lời giải.**Hình chiếu của điểm $M(a, b, c)$ lên mặt phẳng (Oxz) là $M'(a, 0, c)$.Do đó, điểm cần tìm là $E(1; 0; 3)$.Chọn đáp án **C** □**Câu 1478.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 2; 1)$, $N\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OMN và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) .A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1$.B. $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.C. $x^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1$.D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$.**Lời giải.**Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OMN .Ta có: $OM = 3$, $ON = 4$, $MN = 5$.

$$\text{Áp dụng công thức: } \begin{cases} x_I = \frac{ON \cdot x_M + OM \cdot x_N + MN \cdot x_O}{OM + ON + MN} = 0 \\ y_I = \frac{ON \cdot y_M + OM \cdot y_N + MN \cdot y_O}{OM + ON + MN} = 1 \\ z_I = \frac{ON \cdot z_M + OM \cdot z_N + MN \cdot z_O}{OM + ON + MN} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(0; 1; 1).$$

Và $d(I, (Oxz)) = 1$.Vậy, phương trình mặt cầu cần lập: $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.Chọn đáp án **B** □**Câu 1479.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Gọi (S) là mặt cầu chứa A có tâm I thuộc tia Ox và bán kính bằng 7. Phương trình mặt cầu (S) làA. $(x-3)^2 + y^2 + z^2 = 49$.B. $(x+7)^2 + y^2 + z^2 = 49$.C. $(x-7)^2 + y^2 + z^2 = 49$.D. $(x+5)^2 + y^2 + z^2 = 49$.**Lời giải.**Do tâm I thuộc tia Ox nên $I(a; 0; 0)$, với $a > 0$. Khi đó

$$IA = R \Leftrightarrow (a-1)^2 + 2^2 + (-3)^2 = 49 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ a = -5 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(7; 0; 0)$ và $R = 7$ là $(x-7)^2 + y^2 + z^2 = 49$.Chọn đáp án **C** □**Câu 1480.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 4)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox là

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của điểm A lên trục Ox , suy ra $H(-2; 0; 0)$. Khi đó

$$d_{(A, Ox)} = AH = \sqrt{0^2 + 3^2 + 4^2} = 5.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1481. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác O thỏa mãn tam giác ABC có trọng tâm là điểm $G(2; 4; 8)$. Tọa độ tâm mặt cầu (S) là

- A. $(3; 6; 12)$. B. $\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. C. $(1; 2; 3)$. D. $\left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \frac{16}{3}\right)$.

Lời giải.

Gọi $A(x_A; 0; 0), B(0; y_B; 0), C(0; 0; z_C)$. Do $G(2; 4; 8)$ là trọng tâm tam giác ABC nên $x_A = 6, y_B = 12$ và $z_C = 24$. Suy ra $A(6; 0; 0), B(0; 12; 0), C(0; 0; 24)$.

Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$), trong đó $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu. Do (S) đi qua bốn điểm A, B, C, O nên ta có hệ

$$\begin{cases} d = 0 \\ 36 - 12a + d = 0 \\ 144 - 24b + d = 0 \\ 576 - 48c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a = 3 \\ b = 6 \\ c = 12 \end{cases} \Rightarrow I(3; 6; 12).$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1482. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hãy viết phương trình mặt cầu tâm $I(2; -3; 4)$ và đi qua điểm $A(4; -2; 2)$.

- A. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (x - 4)^2 = 9$. B. $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 + (x - 4)^2 = 9$.
C. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (x - 4)^2 = 3$. D. $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + (x + 4)^2 = 9$.

Lời giải.

Theo bài ra, ta có bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{(4 - 2)^2 + (-2 + 3)^2 + (2 - 4)^2} = 3$.

Từ đó ta có phương trình mặt cầu tâm I bán kính $R = 3$ là $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 4)^2 = 9$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1483. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (0; -3; 4)$ và $\vec{c} = (1; -2; 3)$. Hãy tính tọa độ của véc-tơ $\vec{n} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$.

- A. $\vec{n} = (5; 1; -10)$. B. $\vec{n} = (7; 1; -4)$. C. $\vec{n} = (5; 5; -10)$. D. $\vec{n} = (5; -5; -10)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c} = 3(2; 3; -5) + 2(0; -3; 4) - (1; -2; 3) = (5; 5; -10)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1484. Cho tam giác ABC , biết $A(1; -2; 4)$, $B(0; 2; 5)$, $C(5; 6; 3)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G(2; 2; 4)$. B. $G(4; 2; 2)$. C. $G(3; 3; 6)$. D. $G(6; 3; 3)$.

Lời giải.

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \text{ . Vậy } G(2; 2; 4).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1485. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 2; 3)$ đi qua điểm $A(1; 1; 2)$ có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 2$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{2}$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Bán kính $R = IA = \sqrt{2}$ nên phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1486. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm A_1 là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oyz) .

- A. $A_1(1; 0; 0)$. B. $A_1(0; 2; 3)$. C. $A_1(1; 0; 3)$. D. $A_1(1; 2; 0)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x = 0$. Từ đó suy ra điểm $A_1(0; 2; 3)$ là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oyz) .

Chọn đáp án **(B)** □

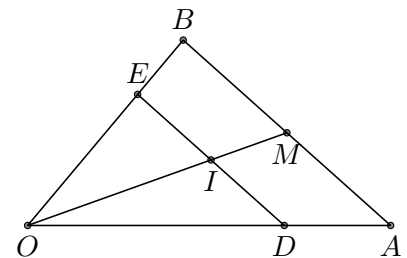
Câu 1487. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(0; 1; -1)$. Hai điểm D , E thay đổi trên các đoạn OA , OB sao cho đường thẳng DE chia tam giác OAB thành hai phần có diện tích bằng nhau. Khi DE ngắn nhất thì trung điểm I của đoạn DE có tọa độ là

- A. $I\left(\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; 0\right)$. B. $I\left(\frac{\sqrt{2}}{3}; \frac{\sqrt{2}}{3}; 0\right)$. C. $I\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; 0\right)$. D. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; 0\right)$.

Lời giải.

Theo đề bài ta có $OA = OB = \sqrt{2}$ và

$$\begin{aligned} S_{ODE} &= \frac{1}{2} S_{OAB} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot OD \cdot OE \cdot \sin \widehat{DOE} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \cdot \sin \widehat{AOB} \\ \Leftrightarrow OD \cdot OE &= \frac{1}{2} OA \cdot OB = 1. \end{aligned}$$



Mặt khác

$$DE^2 = OD^2 + OE^2 - 2OD \cdot OE \cdot \cos \widehat{AOB} \geq 2OD \cdot OE - 2OD \cdot OE \cdot \cos \widehat{AOB} = 2(1 - \cos \widehat{AOB}).$$

Suy ra DE nhỏ nhất khi $OD = OE = 1$.

Gọi M là trung điểm của AB , ta có $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$.

Khi đó, $\vec{OI} = \frac{OI}{OM} \cdot \vec{OM} = \frac{OD}{OA} \cdot \vec{OM} = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; 0\right)$. Suy ra $I\left(\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; 0\right)$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1488. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) là

- A. $M(3; 0; 5)$. B. $M(3; -2; 0)$. C. $M(0; -2; 5)$. D. $M(0; 2; 5)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxz) : $y = 0 \Rightarrow$ hình chiếu của $A(3; -2; 5)$ trên (Oxz) là $M(3; 0; 5)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1489. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 1; -3)$, $B(3; -1; 1)$. Gọi M là trung điểm của AB , đoạn OM có độ dài bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{6}$.

Lời giải.

Ta có M là trung điểm AB nên $M(2; 0; -1) \Rightarrow OM = \sqrt{4+0+1} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1490. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$, $B(0; -2; 3)$. Tính diện tích tam giác OAB .

A. $\frac{\sqrt{29}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{29}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{78}}{2}$.

D. 2.

Lời giải.

Diện tích tam giác OAB được xác định bởi công thức $S = \frac{1}{2} \left| [\vec{OA}, \vec{OB}] \right|$.

Ta có $\vec{OA} = (1; 2; -1)$, $\vec{OB} = (0; -2; 3) \Rightarrow [\vec{OA}, \vec{OB}] = (4; -3; -2)$.

Vậy $S = \frac{1}{2} \left| [\vec{OA}, \vec{OB}] \right| = \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + (-3)^2 + (-2)^2} = \frac{\sqrt{29}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1491. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ có bán kính bằng

A. 3.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. 9.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2 + 3} = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1492. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Côsin của góc $\widehat{BAC}$ bằng

A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$.

B. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

D. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Lời giải.

Ta có $\cos \widehat{BAC} = \cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| |\vec{AC}|}$, với $\vec{AB} = (1; 5; -2)$, $\vec{AC} = (5; 4; -1)$.

Do đó $\cos(\widehat{BAC}) = \frac{1 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + (-2) \cdot (-1)}{\sqrt{1^2 + 5^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{5^2 + 4^2 + (-1)^2}} = \frac{27}{\sqrt{30} \cdot \sqrt{42}} = \frac{9}{2\sqrt{35}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1493. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(3; 1; -2)$, $C(1; 5; 4)$. Biết rằng tâm hình chữ nhật $A'B'C'D'$ thuộc trục hoành, tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\frac{\sqrt{91}}{2}$.

B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{74}}{2}$.

D. $\frac{7\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

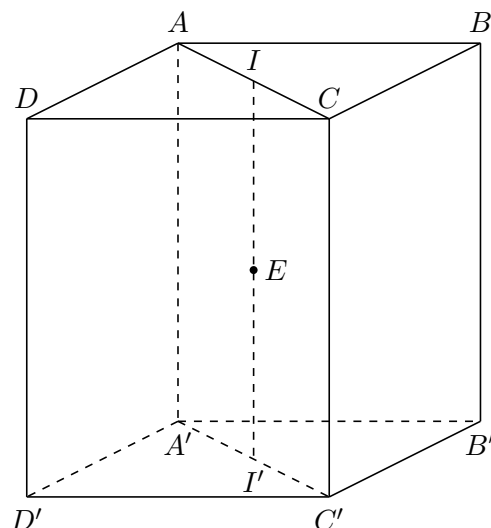
Gọi I là trung điểm của $AC \Rightarrow$ Tọa độ điểm $I(2; 3; 1)$

Gọi I' là tâm hình chữ nhật $A'B'C'D' \Rightarrow I'(a; 0; 0)$.

Ta có: $II' \perp (ABCD) \Rightarrow II' \perp AC \Rightarrow \overrightarrow{II'} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow (a-2)(-2) + (-3) \cdot 4 + (-1) \cdot 6 = 0 \Leftrightarrow a = -7 \Rightarrow I'(-7; 0; 0)$.

Gọi E là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D' \Rightarrow E$ là trung điểm của $AC \Rightarrow E\left(\frac{-5}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $R = AI = \frac{7\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1494. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}(1; -2; 3); \vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$. Khi đó tọa độ $\vec{a} + \vec{b}$ là

- A. $(3; -2; 0)$. B. $(3; -5; -3)$. C. $(3; -5; 0)$. D. $(1; 2; -6)$.

Lời giải.

$\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{k} = (2; 0; -3)$. Khi đó $\vec{a} + \vec{b} = (3; -2; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1495. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(3; -2; 1), N(1; 0; -3)$. Gọi M', N' lần lượt là hình chiếu của M và N lên mặt phẳng Oxy . Khi đó độ dài đoạn $M'N'$ là

- A. $M'N' = 8$. B. $M'N' = 4$. C. $M'N' = 2\sqrt{6}$. D. $M'N' = 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $M'(3; -2; 0)$ và $N'(1; 0; 0)$ suy ra $\overrightarrow{M'N'} = (-2; 2; 0) \Rightarrow M'N' = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1496. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(1; 2; 3); N(3; 4; 7)$. Tọa độ của véc tơ $\overrightarrow{MN}$ là

- A. $(4; 6; 10)$. B. $(2; 3; 5)$. C. $(2; 2; 4)$. D. $(-2; -2; -4)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2; 2; 4)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1497. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 25 = 0$. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(1; -2; 2); R = 6$. B. $I(-1; 2; -2); R = 5$.
C. $I(-2; 4; -4); R = \sqrt{29}$. D. $I(1; -2; 2); R = \sqrt{34}$.

Lời giải.

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 34$. Khi đó (S) có tâm $I(1; -2; 2)$, bán kính $R = \sqrt{34}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1498. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{j} + \vec{k}$.

- A. $M(2; 1; 0)$. B. $M(2; 0; 1)$. C. $M(0; 2; 1)$. D. $M(1; 2; 0)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OM} = 0\vec{i} + 2\vec{j} + 1\vec{k}$ nên $M(0; 2; 1)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1499. Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 2$.

A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$.

B. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 4$.

C. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 2$.

D. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 2$.

Lời giải.

Mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 2$ có phương trình là $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1500. Cho tam giác ABC biết $A(2; -1; 3)$ và trọng tâm $G(2; 1; 0)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ có tọa độ là

A. $(0; 6; 9)$.

B. $(0; 9; -9)$.

C. $(0; -9; 9)$.

D. $(0; 6; -9)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AG} = (0; 2; -3)$, theo tính chất trọng tâm tam giác ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG} = (0; 6; -9)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1501. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 vectơ $\vec{a} = (2; -5; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (1; 7; 2)$. Tìm tọa độ $\vec{d} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$.

A. $(0; -27; 3)$.

B. $(1; 2; -7)$.

C. $(0; 27; 3)$.

D. $(0; 27; -3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = (2; -5; 3)$, $4\vec{b} = (0; 8; -4)$, $2\vec{c} = (2; 14; 4)$.

Suy ra $\vec{d} = (2 - 4 \cdot 0 - 2 \cdot 1; -5 - 4 \cdot 2 - 2 \cdot 7; 3 - 4 \cdot (-1) - 2 \cdot 2) = (0; -27; 3)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1502. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(-1; 1; 0)$, $\vec{b}(1; 1; 0)$, $\vec{c}(1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.

B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

C. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

D. $\vec{c} \perp \vec{b}$.

Lời giải.

Ta có:

— $|\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$.

— $|\vec{c}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$.

— $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.

— $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 2$.

Vậy $\vec{c} \perp \vec{b}$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1503. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tam giác ABC có $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$ và $C(3; -2; 1)$. Tính số đo của góc B .

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 120° .

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (3; 0; 4)$ và $\overrightarrow{BC} = (7; 0; 1)$.

$$\text{Suy ra } \cos B = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{3 \cdot 7 + 0 \cdot 0 + 4 \cdot 1}{\sqrt{3^2 + 0^2 + 4^2} \cdot \sqrt{7^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Từ đó suy ra $B = 45^\circ$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1504. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oz là điểm

- A. $M_3(3; 0; 0)$. B. $M_4(0; 2; 0)$. C. $M_1(0; 0; -1)$. D. $M_2(3; 2; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; -1)$ lên trục Oz là điểm $M_1(0; 0; -1)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1505. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -3; 7)$, $B(0; 4; -3)$, $C(4; 2; 5)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó tổng $P = x_0 + y_0 + z_0$ bằng

- A. $P = 0$. B. $P = 6$. C. $P = 3$. D. $P = -3$.

Lời giải.

Vì $M \in (Oxy)$ nên $M(x_0; y_0; 0)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Ta có $G(2; 1; 3)$.

Khi đó

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| &= |\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}| \\ &= |3\overrightarrow{MG}| = 3MG = 3\sqrt{(x_0 - 2)^2 + (y_0 - 1)^2 + 3^2} \geq 9. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $x_0 = 2$ và $y_0 = 1$ hay $M(2; 1; 0)$.

Vậy $P = x_0 + y_0 + z_0 = 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1506. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; 1)$, $B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Biết $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OAB . Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 1$. B. $S = 0$. C. $S = -1$. D. $S = 2$.

Lời giải.

Gọi C là chân đường phân giác trong góc O của tam giác OAB .

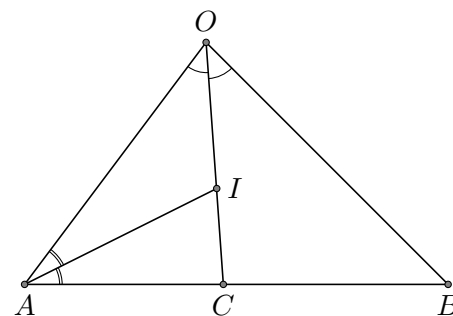
Ta có $OA = 3$, $OB = 4$.

$$\overrightarrow{CA} = -\frac{OA}{OB}\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x_C = -\frac{3}{4}\left(-\frac{8}{3} - x_C\right) \\ 2 - y_C = -\frac{3}{4}\left(\frac{4}{3} - y_C\right) \\ 1 - z_C = -\frac{3}{4}\left(\frac{8}{3} - z_C\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 0 \\ y_C = \frac{12}{7} \\ z_C = \frac{12}{7} \end{cases}$$

Vậy $C\left(0; \frac{12}{7}; \frac{12}{7}\right)$.

Khi đó

$$AC = \sqrt{(0 - 2)^2 + \left(\frac{12}{7} - 2\right)^2 + \left(\frac{12}{7} - 1\right)^2} = \frac{15}{7}.$$



Ta lại có

$$\overrightarrow{IC} = -\frac{AC}{AO}\overrightarrow{IO} \Leftrightarrow \begin{cases} -a = \frac{5}{7}a \\ \frac{12}{7} - b = \frac{5}{7}b \\ \frac{12}{7} - c = \frac{5}{7}c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1. \end{cases}$$

Do đó $S = a + b + c = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1507. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{k} - \vec{i}$. Tìm tọa độ của điểm A .

- A. $(3; 0; -1)$. B. $(-1; 0; 3)$. C. $(-1; 3; 0)$. D. $(3; -1; 0)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA} = 3\vec{k} - \vec{i} = -1\vec{i} + 0\vec{j} + 3\vec{k}$. Do đó tọa độ điểm $A(-1; 0; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1508. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1; 2; 3)$, $N(2; -3; 1)$, $P(3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm Q sao cho $MNPQ$ là hình bình hành.

- A. $Q(2; -6; 4)$. B. $Q(4; -4; 0)$. C. $Q(2; 6; 4)$. D. $Q(-4; -4; 0)$.

Lời giải.

Giả sử $Q(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{PQ} = (x - 3; y - 1; z - 2)$, $\overrightarrow{NM} = (-1; 5; 2)$.

$$MNPQ \text{ là hình bình hành } \Leftrightarrow \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = -1 \\ y - 1 = 5 \\ z - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \\ z = 4 \end{cases}. \text{ Vậy } Q(2; 6; 4).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1509. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; 3; 1)$ và $N(0; -1; 5)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{MN}$.

- A. $\overrightarrow{MN} = (-2; 4; -4)$. B. $\overrightarrow{MN} = (2; -4; 4)$. C. $\overrightarrow{MN} = (-2; -2; 6)$. D. $\overrightarrow{MN} = (-1; -1; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2; -4; 4)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1510. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; 0; -1)$ và $\vec{b} = (3; -2; 1)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

- A. $\vec{u} = (1; 2; -3)$. B. $\vec{u} = (-4; 4; -3)$. C. $\vec{u} = (5; -2; -1)$. D. $\vec{u} = (7; -2; -1)$.

Lời giải.

$$\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b} = 2(2; 0; -1) - (3; -2; 1) = (1; 2; -3).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1511. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ bất kỳ $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ và $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$.
 B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$.
 C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}$.
 D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$.

Lời giải.

Công thức tích vô hướng của hai véc-tơ.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1512. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z + 12 = 0$. Biết (S) có tâm $I(a; b; c)$. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 3$.

B. $T = -3$.

C. $T = 6$.

D. $T = -6$.

Lời giải.

— Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z + 12 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 9$.

— Khi đó suy ra (S) có tâm $I(1; -2; 4) \Rightarrow a = 1, b = -2, c = 4$.

— Vậy $T = a + b + c = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1513. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; -3; 5), N(6; -4; -1)$ và đặt $L = |\overrightarrow{MN}|$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $L = (4; -1; -6)$.

B. $L = \sqrt{53}$.

C. $L = 3\sqrt{11}$.

D. $L = (-4; 1; 6)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (4; -1; -6) \Rightarrow |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-6)^2} = \sqrt{53}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1514. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0$ có bán kính r là

A. $r = \sqrt{53}$.

B. $r = 4\sqrt{2}$.

C. $r = \sqrt{10}$.

D. $r = 3\sqrt{7}$.

Lời giải.

Ta có $(S) \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 10$, do đó mặt cầu (S) có bán kính $r = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1515. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là điểm

A. $N(-1; 2; 0)$.

B. $M(0; 2; 0)$.

C. $Q(0; 0; 1)$.

D. $P(-1; 0; 1)$.

Lời giải.

Hình chiếu của $A(-1; 2; 1)$ lên trục Oy là $M(0; 2; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1516. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

A. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 2$.

B. $I(1; -2; -1)$ và $R = 2$.

C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 4$.

D. $I(1; -2; -1)$ và $R = 4$.

Lời giải.

Tọa độ tâm $I(-1; 2; 1)$.

Bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1517. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{b}$ biết rằng $\vec{b}$ ngược hướng với véc-tơ $\vec{a}$ và $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$.

A. $\vec{b} = (2; -2; 3)$.

B. $\vec{b} = (2; -4; 6)$.

C. $\vec{b} = (-2; 4; -6)$.

D. $\vec{b} = (-2; -2; 3)$.

Lời giải.

Vì $\vec{b}$ ngược hướng với véc-tơ $\vec{a}$ và $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$ nên $\vec{b} = -2\vec{a}$. Suy ra $\vec{b} = (-2; 4; -6)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1518. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; -3)$, $B(-3; -2; -5)$. Biết rằng tập hợp các điểm M trong không gian thỏa mãn đẳng thức $AM^2 + BM^2 = 30$ là mặt cầu (S) . Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-2; -2; -8); R = 3$.

B. $I(-1; -1; -4); R = \sqrt{6}$.

C. $I(-1; -1; -4); R = 3$.

D. $I(-1; -1; -4); R = \frac{\sqrt{30}}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB , ta có $I = (-1; -1; -4)$.

Khi đó

$$\begin{aligned} AM^2 + BM^2 &= \overrightarrow{AM}^2 + \overrightarrow{BM}^2 \\ &= (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IM})^2 + (\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IM})^2 \\ &= \overrightarrow{AI}^2 + \overrightarrow{BI}^2 + 2\overrightarrow{IM}^2 + 2\overrightarrow{IM}(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI}) \\ &= AI^2 + BI^2 + 2IM^2 \\ &= \frac{AB^2}{2} + 2IM^2 = 12 + 2IM^2. \end{aligned}$$

Nên $AM^2 + BM^2 = 30 \Leftrightarrow 12 + 2IM^2 = 30 \Leftrightarrow IM = 3$. Vậy, tập hợp điểm M là mặt cầu (S) tâm $I(-1; -1; -4)$, bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1519. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; -4)$, $B(-3; 5; 2)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho biểu thức $MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(-1; 3; -2)$.

B. $M(-2; 4; 0)$.

C. $M(-3; 7; -2)$.

D. $M\left(-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}; -1\right)$.

Lời giải.

Ta tìm điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 - x_I + 2(-3 - x_I) = 0 \\ 2 - y_I + 2(5 - y_I) = 0 \\ -4 - z_I + 2(2 - z_I) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = -2 \\ y_I = 4 \\ z_I = 0. \end{cases}$$

Như vậy $I(-2; 4; 0)$.

Từ đó

$$\begin{aligned} MA^2 + 2MB^2 &= \overrightarrow{MA}^2 + 2\overrightarrow{MB}^2 \\ &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 \\ &= 3MI^2 + IA^2 + 2IB^2 + \overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB}) \\ &= 3MI^2 + IA^2 + 2IB^2 \geq IA^2 + 2IB^2 = 30. \end{aligned}$$

Do đó $MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là bằng 30 khi và chỉ khi $MI = 0 \Leftrightarrow M \equiv I$. Hay $M = (-2; 4; 0)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1520. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA = AB = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm AD , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BM .

A. $\frac{a\sqrt{14}}{6}$.

B. $\frac{6a}{\sqrt{14}}$.

C. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

D. $\frac{2a}{\sqrt{14}}$.

Lời giải.

Đặt hình chóp vào hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $O \equiv A, B \in Oy, D \in Ox, S \in Oz$.

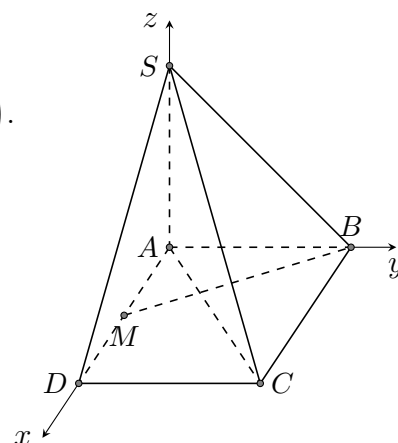
Ta có: $A(0; 0; 0), S(0; 0; a), B(0; a; 0), D(a; 0; 0), C(a; a; 0), M\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$.

$$\text{Do đó } d = \frac{|[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BM}] \cdot \overrightarrow{BC}|}{|[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BM}]|} \quad (*)$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{SC} = (a; a; -a), \overrightarrow{BM} = \left(\frac{a}{2}; -a; 0\right), \overrightarrow{BC} = (a; 0; 0).$$

Suy ra $[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BM}] = \left(-a^2; -\frac{a^2}{2}; -\frac{3a^2}{2}\right)$, thay vào (*) ta được

$$d = \frac{|-a^3|}{\sqrt{a^4 + \frac{a^4}{4} + \frac{9a^4}{4}}} = \frac{2a}{\sqrt{14}}.$$



Chọn đáp án **D** □

Câu 1521. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 2; 3), B(-4; 4; 6)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB là

A. $G(1; -2; -3)$.

B. $G(-1; 2; 3)$.

C. $G(-3; 6; 9)$.

D. $G\left(-\frac{3}{2}; 3; \frac{9}{2}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Giả sử } G(x_G; y_G; z_G) \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_O + x_A + x_B}{3} = \frac{0 + 1 + (-4)}{3} = -1 \\ y_G = \frac{y_O + y_A + y_B}{3} = \frac{0 + 2 + 4}{3} = 2 \\ z_G = \frac{z_O + z_A + z_B}{3} = \frac{0 + 3 + 6}{3} = 3 \end{cases}.$$

Vậy $G(-1; 2; 3)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1522. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{k}$. Khi đó tọa độ $\vec{u}$ với hệ $Oxyz$ là

A. $(1; 0; 2)$.

B. $(0; 2; 1)$.

C. $(2; 0; 1)$.

D. $(2; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0), \vec{k} = (0; 0; 1)$.

Suy ra $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{k} = (2; 0; 1)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1523. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(-4; 5; -3)$ và $R = 1$.

B. $I(4; -5; 3)$ và $R = 7$.

C. $I(-4; 5; -3)$ và $R = 7$.

D. $I(4; -5; 3)$ và $R = 1$.

Lời giải.

$$(S): (x - 4)^2 + (y + 5)^2 + (z - 3)^2 = 1 \Rightarrow I(4; -5; 3) \text{ và } R = 1.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1524. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{u} = (1; 0; 1)$, $\vec{v} = (0; 1; -2)$. Tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -2$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = (0; 0; -2)$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = -2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1525. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 1)$, $B(0; 2; -1)$, $C(2; -3; 1)$. Điểm M thỏa mãn $T = MA^2 - MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất. Tính giá trị của $P = x_M^2 + 2y_M^2 + 3z_M^2$.

- A. $P = 134$. B. $P = 162$. C. $P = 101$. D. $P = 114$.

Lời giải.

Giả sử $I(x; y; z)$ thỏa mãn $\vec{IA} - \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$.

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} 1 - x - (0 - x) + (2 - x) = 0 \\ -2 - y - (2 - y) + (-3 - y) = 0 \\ 1 - z - (-1 - z) + (1 - z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -7 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow I(3; -7; 3).$$

Ta có

$$\begin{aligned} T &= \vec{MA}^2 - \vec{MB}^2 + \vec{MC}^2 = (\vec{IA} - \vec{IM})^2 - (\vec{IB} - \vec{IM})^2 + (\vec{IC} - \vec{IM})^2 \\ &= IA^2 - IB^2 + IC^2 - 2(\vec{IA} \cdot \vec{IM} - \vec{IB} \cdot \vec{IM} + \vec{IC} \cdot \vec{IM}) + IM^2 \\ &= IA^2 - IB^2 + IC^2 - 2\vec{IM}(\vec{IA} - \vec{IB} + \vec{IC}) + IM^2 = IA^2 - IB^2 + IC^2 + IM^2. \end{aligned}$$

Do $IA^2 - IB^2 + IC^2$ là số không đổi nên T đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi IM nhỏ nhất $\Leftrightarrow M \equiv I$. Suy ra $M(3; -7; 3)$.

Vậy $P = 3^2 + 2 \cdot (-7)^2 + 3 \cdot 3^2 = 134$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1526. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 7 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(-1; -2; 2)$, $R = 3$. B. $I(1; 2; -2)$, $R = \sqrt{2}$.
C. $I(-1; -2; 2)$, $R = 4$. D. $I(1; 2; -2)$, $R = 4$.

Lời giải.

Ta có $a = 1$, $b = 2$, $c = -2$ và $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 4$ nên $I(1; 2; -2)$ và $R = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1527. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -1)$, $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.

- A. $m = -5$. B. $m = 5$. C. $m = 1$. D. $m = -2$.

Lời giải.

Ta có $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 5 - m = 0 \Leftrightarrow m = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1528. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Lấy điểm M thuộc đoạn AD' , điểm N thuộc đoạn BD sao cho $AM = DN = x$, $\left(0 < x < \frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$. Tìm x theo a để đoạn MN ngắn nhất.

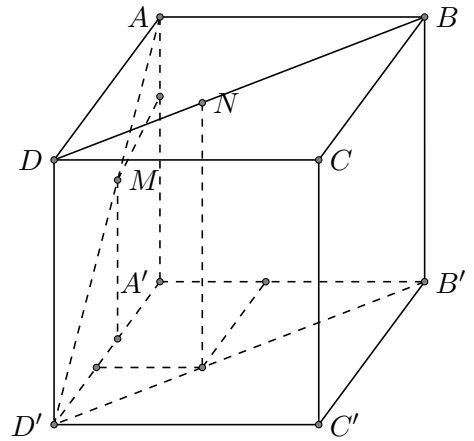
- A. $x = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. B. $x = \frac{a\sqrt{2}}{4}$. C. $x = \frac{a}{3}$. D. $x = \frac{a}{2}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv A'$, $A'D' \equiv Ox$,
 $A'B' \equiv Oy$, $A'A \equiv Oz$.

$A'(0; 0; 0)$, $D'(a; 0; 0)$, $B'(0; a; 0)$, $A(0; 0; a)$, $D(a; 0; a)$,
 $B(0; a; a)$, $C'(a; a; 0)$, $C(a; a; a)$.

$$M\left(\frac{x}{\sqrt{2}}; 0; \frac{a\sqrt{2}-x}{\sqrt{2}}\right), N\left(\frac{a\sqrt{2}-x}{\sqrt{2}}; \frac{x}{\sqrt{2}}; a\right).$$



$$\Rightarrow MN^2 = (\sqrt{2}x - a)^2 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{2} = 3x^2 - 2\sqrt{2}ax + a^2 = 3\left(x^2 - 2\frac{\sqrt{2}}{3}ax + \frac{2a^2}{9}\right) + \frac{a^2}{3}.$$

$$\Rightarrow MN^2 = 3\left(x - \frac{\sqrt{2}a}{3}\right)^2 + \frac{a^2}{3}. \text{ Vậy } MN \text{ ngắn nhất} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1529. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 0; 3)$, $C(0; -3; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y = z - 3 = 0$. Tìm trên (P) điểm M sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC}|$ nhỏ nhất.

A. $M(3; 3; -3)$. B. $M(-3; -3; 3)$. C. $M(3; -3; 3)$. D. $M(-3; 3; 3)$.

Lời giải.

Gọi $M(x, y, z)$.

$$\text{Ta có } |\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC}| = \sqrt{(x+3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2} \geq 0.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow x = -3, y = 3, z = 3.$$

$$\Rightarrow M(-3; 3; 3)$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1530. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 0; 2)$, $C(0; -3; 0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{2}$. D. $\sqrt{14}$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (S) \text{ với } a^2 + b^2 + c^2 > d.$$

$$O(0; 0; 0) \in (S) \Rightarrow d = 0 \Rightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz = 0.$$

$$A(-1; 0; 0) \in (S) \Rightarrow (-1)^2 - 2a(-1) = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$B(0; 0; 2) \in (S) \Rightarrow 2^2 - 2c \cdot 2 = 0 \Rightarrow c = 1$$

$$C(0; -3; 0) \in (S) \Rightarrow (-3)^2 - 2b \cdot (-3) = 0 \Rightarrow b = -\frac{3}{2}$$

$$\text{Suy ra mặt cầu có tâm } I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; 1\right).$$

$$\vec{OI} = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; 1\right)$$

Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$:

$$R = OI = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1531. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 0; -2)$, $B(4; 0; 0)$. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất, đi qua O, A, B có tâm là

A. $I(2; 0; -1)$.

B. $I(0; 0; -1)$.

C. $I(2; 0; 0)$.

D. $I\left(\frac{4}{3}; 0; -\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải.

Gọi tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là $I(a; b; c)$.

Phương trình của mặt cầu (S) là $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R$

$$O(0; 0; 0) \in (S) \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = R \quad (1)$$

$$A(0; 0; -2) \in (S) \Rightarrow a^2 + b^2 + (-2 - c)^2 = R \quad (2)$$

$$B(4; 0; 0) \in (S) \Rightarrow (4 - a)^2 + b^2 + c^2 = R \quad (3)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow c^2 = (-2 - c)^2 \Leftrightarrow c^2 = c^2 + 4c + 4 \Rightarrow c = -1.$$

$$\text{Từ (1) và (3)} \Rightarrow a^2 = (4 - a)^2 \Leftrightarrow a^2 = a^2 - 8a + 16 \Rightarrow a = 2.$$

Thay $a = 2; c = -1$ vào (1) ta được: $R = 5 + b^2 \geq 5$.

Suy ra để mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất thì $b = 0 \Rightarrow I(2; 0; -1)$.

Vậy $I(2; 0; -1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1532. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 3; -1)$, $B(2; 1; 2)$. Độ dài của đoạn thẳng AB bằng bao nhiêu?

A. $AB = 26$.

B. $AB = 14$.

C. $AB = \sqrt{26}$.

D. $AB = \sqrt{14}$.

Lời giải.

$$AB = \sqrt{(2 - 1)^2 + (1 - 3)^2 + (2 + 1)^2} = \sqrt{14}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1533. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Tính diện tích mặt cầu (S) .

A. 42π .

B. 36π .

C. 9π .

D. 12π .

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 3$. Diện tích mặt cầu (S) là $S = 4\pi R^2 = 36\pi$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1534. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2; 4; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(-1; 4; -7)$ và $D'(6; 8; 10)$. Tọa độ điểm B' là

A. $B'(8; 4; 10)$.

B. $B'(6; 12; 0)$.

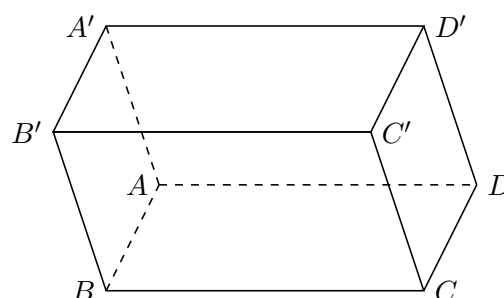
C. $B'(10; 8; 6)$.

D. $B'(13; 0; 17)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = (-5; 4; -7) \Rightarrow D(-3; 8; -7).$$

$$\text{Lại có: } \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D'} = (-7; 8; -7) \Rightarrow B'(13; 0; 17).$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1535. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 5; 2)$, $\vec{c} = (4; -1; 3)$ và $\vec{x} = (-3; 22; 5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

A. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$.

B. $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$.

C. $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$.

D. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải.

Đặt: $\vec{x} = m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b} + p \cdot \vec{c}$, $m, n, p \in \mathbb{R}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m - n + 4p = -3 \\ 3m + 5n - p = 22 \\ m + 2n + 3p = 5 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được: $\begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \\ p = -1 \end{cases}$.

Vậy $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1536. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $C(0; 0; 3)$, $B(0; 2; 0)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là

A. $R = 2$.

B. $R = \sqrt{3}$.

C. $R = 3$.

D. $R = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Giả sử $M(x; y; z)$.

Ta có: $MA^2 = (x - 1)^2 + y^2 + z^2$;

$MB^2 = x^2 + (y - 2)^2 + z^2$;

$MC^2 = x^2 + y^2 + (z - 3)^2$.

$$\begin{aligned} MA^2 = MB^2 + MC^2 &\Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y - 2)^2 + z^2 + x^2 + y^2 + (z - 3)^2 \\ &\Leftrightarrow -2x + 1 = (y - 2)^2 + x^2 + (z - 3)^2 \\ &\Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 2 \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là $R = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1537. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1; 2; 3)$, $N(0; 2; -1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác OMN là

A. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

B. $\left(-\frac{1}{2}; 2; 1\right)$.

C. $(1; 0; -4)$.

D. $(-1; 4; 2)$.

Lời giải.

Tọa độ trọng tâm của tam giác OMN là $\left(\frac{-1 + 0 + 0}{3}; \frac{2 + 2 + 0}{3}; \frac{3 + (-1) + 0}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1538. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z = 0$.

A. $I(-1; 2; -1)$, $R = \sqrt{6}$.

B. $I(-1; 2; -1)$, $R = 6$.

C. $I(1; -2; 1)$, $R = \sqrt{6}$.

D. $I(1; -2; 1)$, $R = 6$.

Lời giải.

Tọa độ tâm $I(-1; 2; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{6}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1539. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 1; 1)$, $B(2; 1; -1)$, $C(0; 4; 6)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox . Tìm tọa độ điểm M để $P = \left| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right|$ có giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(-2; 0; 0)$. B. $M(2; 0; 0)$. C. $M(-1; 0; 0)$. D. $M(1; 0; 0)$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó, $G(1; 2; 2)$.

$P = \left| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right| = 3 \left| \overrightarrow{MG} \right| = 3MG$. P nhỏ nhất khi và chỉ khi MG nhỏ nhất.

Điều này xảy ra khi và chỉ khi M là hình chiếu của G lên Ox . Vậy $M(1; 0; 0)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1540. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(-1; 3; 2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là

- A. $D\left(-1; 1; \frac{2}{3}\right)$. B. $D(1; 3; 4)$. C. $D(1; 1; 4)$. D. $D(-1; -3; -2)$.

Lời giải.

Gọi $D(x; y; z)$, ta có $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ y-3=-2 \\ z-2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4. \end{cases}$

Vậy $D(1; 1; 4)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1541. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $R = 18$. B. $R = 9$. C. $R = 3$. D. $R = 6$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R thì có phương trình $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

Theo đề bài ta có $R^2 = 9 \Rightarrow R = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1542. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$ và $C(2; 1; 1)$. Tìm tọa độ điểm D .

- A. $D(1; 3; 0)$. B. $D(-3; 1; 0)$. C. $D(3; -1; 0)$. D. $D(3; 1; 0)$.

Lời giải.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1)$, $\overrightarrow{DC} = (2 - x_D; 1 - y_D; 1 - z_D)$.

Suy ra $\begin{cases} -1 = 2 - x_D \\ 0 = 1 - y_D \\ 1 = 1 - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = 1 \\ z_D = 0. \end{cases}$ Vậy $D(3; 1; 0)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1543. Cho điểm $A(2; 1; 2)$ và mặt cầu $(S) : x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Mặt phẳng (P) đi qua A và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Bán kính nhỏ nhất đó là

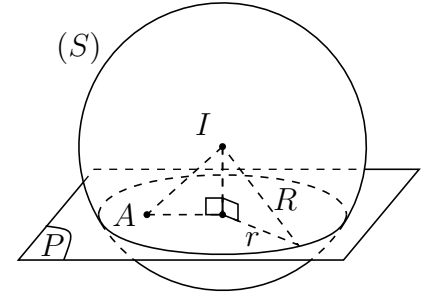
- A. 2. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 1; 1)$, bán kính $R = 3$.

Ta có $2^2 + (1-1)^2 + (2-1)^2 = 5 < 9$ nên $A(2; 1; 2)$ nằm trong mặt cầu. Gọi r là bán kính đường tròn thiết diện, ta có

$r = \sqrt{R^2 - d^2(I; (P))}$. Do đó r nhỏ nhất khi $d(I, (P))$ lớn nhất.



Ta có $d(I, (P)) \leq IA$. Dấu bằng xảy ra khi $IA \perp (P)$. Vậy r nhỏ nhất khi $d(I, (P)) = IA = \sqrt{5}$. Khi đó thiết diện có bán kính nhỏ nhất bằng $\sqrt{R^2 - IA^2} = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1544. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; 2; 1)$ và $B(2; 0; 5)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{AB}$.

- A. $(2; 2; -4)$. B. $(-2; -2; 4)$. C. $(-1; -1; 2)$. D. $(1; 1; -2)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2 - 4; 0 - 2; 5 - 1) = (-2; -2; 4)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1545. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I nằm trên (P) , đi qua điểm A và gốc tọa độ O sao cho chu vi tam giác OIA bằng $6 + \sqrt{2}$.

- A. $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ và $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$.
 B. $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 9$ và $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$.
 C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ và $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 9$.
 D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$ và $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Lời giải.

Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của OA . Lúc đó (Q) đi qua điểm $B\left(\frac{1}{2}; 0; -\frac{1}{2}\right)$ (trung điểm OA) và nhận véc-tơ $\overrightarrow{OA} = (1; 0; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến, nên có phương trình $x - z - 1 = 0$.

Theo giả thiết, tâm I nằm trên (P) và cách đều O, A nên I nằm trên giao tuyến d của (P) và (Q) nên có tọa độ $I(t+1; 2; t)$.

Chu vi tam giác OIA là

$$2p_{OIA} = OA + OI + IA = \sqrt{2} + \sqrt{t^2 + 4 + (t+1)^2} + \sqrt{t^2 + 4 + (t+1)^2} = \sqrt{2} + 6$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{t^2 + 4 + (t+1)^2} = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2. \end{cases}$$

Với $t = 1$, ta có $I(2; 2; 1)$ và phương trình mặt cầu là $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Với $t = -2$, ta có $I(-1; 2; -2)$ và phương trình mặt cầu là $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1546. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a} = (1; 0; -2)$. Trong các véc-tơ sau đây, véc-tơ nào không cùng phương với véc-tơ $\vec{a}$?

- A. $\vec{c} = (2; 0; -4)$. B. $\vec{b} = (1; 0; 2)$. C. $\vec{d} = \left(-\frac{1}{2}; 0; 1\right)$. D. $\vec{0} = (0; 0; 0)$.

Lời giải.

— Ta có $\vec{0}$ cùng phương với mọi véc-tơ.

— $\vec{c} = 2\vec{a}$ và $\vec{d} = -\frac{1}{2}\vec{a}$ nên $\vec{c}$ và $\vec{d}$ cùng phương với $\vec{a}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1547. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u} = (1; 2; 0)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j}$. B. $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$. C. $\vec{u} = \vec{j} + 2\vec{k}$. D. $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{k}$.

Lời giải.

Ta có: $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (x; y; z)$.

Suy ra $\vec{u} = (1; 2; 0) \Leftrightarrow \vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1548. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3)$, $B(0; -2; 1)$, $C(1; 0; 1)$. Gọi D là điểm sao cho C là trọng tâm tam giác ABD . Tính tổng các tọa độ của điểm D .

- A. 1. B. 0. C. $\frac{7}{3}$. D. 7.

Lời giải.

Gọi $D(x; y; z)$. Vì C là trọng tâm tam giác ABD nên

$$\begin{cases} 1 = \frac{1+0+x}{3} \\ 0 = \frac{2-2+y}{3} \\ 1 = \frac{3+1+z}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow x+y+z = 2+0-1 = 1.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 1549. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 2; -3)$, $B(2; 0; 1)$, $C(3; -1; 1)$, M là điểm di động trên mặt phẳng (Oyz) . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 3|\vec{MB} + \vec{MC}| + 2|\vec{MA} + 2\vec{MB}|.$$

- A. $\frac{\sqrt{42}}{6}$. B. $\sqrt{42}$. C. $3\sqrt{82}$. D. $\frac{\sqrt{82}}{2}$.

Lời giải.

Gọi E lần lượt là trung điểm của BC . Suy ra $E\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right)$.

Gọi $F(x; y)$ là điểm thỏa mãn $\vec{FA} + 2\vec{FB} = \vec{0}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 1-x+2(2-x)=0 \\ 2-y+2(0-y)=0 \\ -3-z+2(1-z)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{3} \\ y=\frac{2}{3} \\ z=-\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow F\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right).$$

$$\Rightarrow \vec{EF} = \left(-\frac{5}{6}; \frac{7}{6}; -\frac{4}{3}\right).$$

Ta có: $\vec{MB} + \vec{MC} = 2\vec{ME}$ và $\vec{MA} + 2\vec{MB} = \vec{MI} + \vec{IA} + 2(\vec{MI} + \vec{IB}) = 3\vec{MF}$.

Suy ra $P = 3|2\vec{ME}| + 2|3\vec{MF}| = 6(ME + MF)$.

Ta có: $(Oyz): x=0 \Rightarrow E, F$ nằm cùng một phía của (Oyz) . Gọi E' đối xứng với E qua mặt phẳng (Oyz) . Khi đó $ME = ME'$ và $E'\left(-\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right) \Rightarrow \vec{E'F} = \left(\frac{25}{6}; \frac{7}{6}; -\frac{4}{3}\right) \Rightarrow E'F = \frac{\sqrt{82}}{2}$.

Suy ra $P = 6(ME + MF) = 6(ME' + MF) \geq 6E'F$.

Khi đó giá trị nhỏ nhất của P bằng $6E'F = 3\sqrt{82}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1550. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu có phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0.$$

Tìm tọa độ tâm I và độ dài bán kính R của mặt cầu.

A. $I(-1; 2; -3)$ và $R = \sqrt{5}$.

B. $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{5}$.

C. $I(1; -2; 3)$ và $R = 5$.

D. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 5$.

Lời giải.

Tâm $I(1; -2; 3)$; $R = \sqrt{1 + 4 + 9 - 9} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1551. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1; 0; -1)$, $A(2; 2; -3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A .

A. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 3$.

B. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 3$.

C. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9$.

D. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{1 + 4 + 4} = 3$, nên phương trình mặt cầu là

$$(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1552. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 16$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(-1; 3; 0)$, $R = 4$. B. $I(1; -3; 0)$, $R = 4$. C. $I(-1; 3; 0)$, $R = 16$. D. $I(1; -3; 0)$, $R = 16$.

Lời giải.

Tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu là $I(-1; 3; 0)$, $R = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1553. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; 4)$ và $B(5; 1; 1)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB} = (3; 2; 3)$.

B. $\overrightarrow{AB} = (3; -2; -3)$.

C. $\overrightarrow{AB} = (-3; 2; 3)$.

D. $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 3)$.

Câu 1554. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -3; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 0; 4)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$.

A. $\vec{u} = (-7; 6; -10)$.

B. $\vec{u} = (-7; 6; 10)$.

C. $\vec{u} = (7; 6; 10)$.

D. $\vec{u} = (-7; -6; 10)$.

Lời giải.

Ta có $-2\vec{a} + 3\vec{b} = (-7; 6; 10)$, nên $\vec{u} = (-7; 6; 10)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1555. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 0; 0)$, $B(3; 2; 4)$, $C(0; 5; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $T = \left| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \right|$ nhỏ nhất.

A. $M(1; -3; 0)$.

B. $M(1; 3; 0)$.

C. $M(3; 1; 0)$.

D. $M(2; 6; 0)$.

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Tọa độ I là $I(1; 3; 3)$. Khi đó $T = \left| 4\overrightarrow{MI} \right| = 4MI$. Để P nhỏ nhất thì MI nhỏ nhất, tức là M là hình chiếu của I lên (Oxy) . Vậy tọa độ M là $M(1; 3; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1556. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a}$ biểu diễn của các véc-tơ đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$.
Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

- A. $(1; 2; -3)$. B. $(2; -3; 1)$. C. $(2; 1; -3)$. D. $(1; -3; 2)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (2; -3; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1557. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{ABC}$.

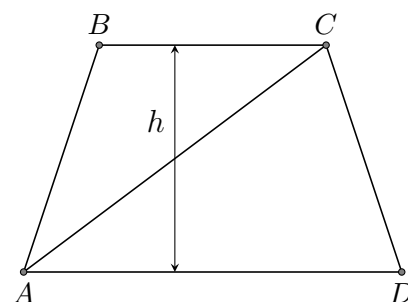
- A. $D(8; 7; -1)$. B. $\begin{bmatrix} D(8; 7; -1) \\ D(-12; -1; 3) \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} D(-8; -7; 1) \\ D(12; 1; -3) \end{bmatrix}$. D. $D(-12; -1; 3)$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = 3S_{ABC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot h \cdot (AD + BC) = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot h \cdot BC$

$\Leftrightarrow AD + BC = 3BC \Leftrightarrow AD = 2BC \Rightarrow \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D - x_A = 2(x_C - x_B) \\ y_D - y_A = 2(y_C - y_B) \\ z_D - z_A = 2(z_C - z_B) \end{cases} \Leftrightarrow D(-12; -1; 3).$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1558. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 0; -1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(1; 0; 1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. B. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$. C. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$. D. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa $3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow 4\overrightarrow{OI} = 3\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$.

Từ đó suy ra $I\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

$$\begin{aligned} 3MA^2 + 2MB^2 - MC^2 &= 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 4MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}) + 3IA^2 + 2IB^2 + IC^2 \\ &= 4MI^2 + 3IA^2 + 2IB^2 + IC^2. \end{aligned}$$

Vậy để $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $M \equiv I \Leftrightarrow M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1559. Cho hai điểm $A(1; 3; 5)$, $B(1; -1; 1)$, khi đó trung điểm I của AB có tọa độ là

- A. $I(0; -4; -4)$. B. $I(2; 2; 6)$. C. $I(0; -2; -4)$. D. $I(1; 1; 3)$.

Lời giải.

Ta có $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right) = (1; 1; 3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1560. Cho 3 điểm $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; -2)$, $C(-1; 3; 2)$. Điểm D có tọa độ bao nhiêu để $ABCD$ là hình bình hành?

- A. $D(-2; 2; 5)$. B. $D(1; -1; -2)$. C. $D(0; 4; -1)$. D. $D(-1; -1; 1)$.

Lời giải.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường. Do đó ta có tọa độ điểm D là $(x_A + x_C - x_B; y_A + y_C - y_B; z_A + z_C - z_B) = (-2; 2; 5)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1561. Mặt cầu $S(I; R)$ có phương trình $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 3$. Tâm và bán kính của mặt cầu là

A. $I(-1; 0; 2), R = \sqrt{3}$.

B. $I(1; 0; -2), R = \sqrt{3}$.

C. $I(1; 0; -2), R = 3$.

D. $I(-1; 0; 2), R = 3$.

Lời giải.

Dựa vào phương trình mặt cầu, ta có $I(1; 0; -2)$ và $R = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1562. Cho hai điểm $A(0; 2; 1)$ và $B(2; -2; -3)$, phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$.

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$.

C. $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 36$.

D. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

Lời giải.

Tâm của mặt cầu là trung điểm I của AB có tọa độ $I(1; 0; -1)$.

Bán kính của mặt cầu $R = IA = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = 3$.

Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1563. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(2; 1; 1)$. Tính độ dài AB .

A. 2.

B. $\sqrt{6}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. 6.

Lời giải.

Ta có $AB = \sqrt{(2-1)^2 + (1+1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{6}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1564. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; 0; 0)$ và $B(3; 4; 0)$. Với C là một điểm trên trục Oz , gọi H là trực tâm tam giác ABC . Khi C di động trên trục Oz thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính đó.

A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có A, B thuộc mặt phẳng $z = 0$, C thuộc Oz do đó $CO \perp (OAB)$.

Hơn nữa, $OA = OB = 5$ nên tam giác OAB cân tại O .

Kẻ các đường cao OM, AN, BP của tam giác ABC ; các đường cao AM, BF, AE của tam giác OAB . Gọi K là trực tâm của tam giác OAB .

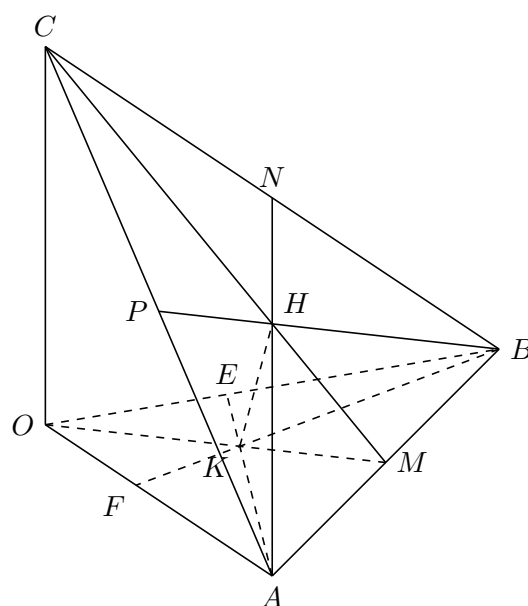
Ta thấy $AE \perp OB$ và $AE \perp OC$ suy ra $AE \perp CB$.

Kết hợp với $AN \perp CB$ ta có $CB \perp (ANE)$, suy ra $CB \perp KH$.

Chứng minh tương tự, ta có $AC \perp KH$.

Vậy $KH \perp (ABC)$. Nên $\widehat{KHM} = 90^\circ$.

Mà K và M cố định nên H di chuyển trên đường tròn đường kính KM .



Ta đi tính KM .

Ta có $KM = MB \tan \widehat{KBM}$. Chú ý rằng $\widehat{KBM} = \widehat{OAM}$.

Ta có $AB = 2\sqrt{5}$ và $\sin \widehat{OAM} = \frac{AM}{OA} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ suy ra $\tan \widehat{OAM} = \frac{1}{2}$.

Vậy $KM = 2\sqrt{5} \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{5}$.

Do đó bán kính của đường tròn là $\frac{KM}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1565. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba véc-tơ $\vec{a} = (3; 4; -4)$, $\vec{b} = (3; 0; 4)$, $\vec{c} = (-6; 1; -1)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

A. $\vec{m} = (3; 22; -3)$. B. $\vec{m} = (3; 22; 3)$. C. $\vec{m} = (-3; 22; -3)$. D. $\vec{m} = (3; -22; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{m} = (3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 6; 3 \cdot 4 - 2 \cdot 0 + 1; 3 \cdot (-4) - 2 \cdot 4 - 1) = (3; 22; -3)$;

Chọn đáp án **A** □

Câu 1566. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$. Tìm m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu.

A. $-5 < m < 1$.

B. $m < -5$ hoặc $m > 1$.

C. $m < -5$.

D. $m > 1$.

Lời giải.

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

$\Leftrightarrow (m+2)^2 + (2m)^2 + m^2 - 5m^2 - 9 > 0$

$\Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -5 \end{cases}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1567. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 0; 2)$, $B(3; 4; 1)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $AX + BY$ với X, Y là các điểm thuộc mặt phẳng Oxy sao cho $XY = 1$.

A. 3.

B. 5.

C. $2 + \sqrt{17}$.

D. $1 + 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Đặt $X(a; b; 0)$, $Y(c; d; 0)$ thì $(a-c)^2 + (b-d)^2 = 1$.

Theo bất đẳng thức Minkowski, ta có

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{(3-c)^2 + (4-d)^2} + \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2} \geq 5.$$

Suy ra $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{(3-c)^2 + (4-d)^2} \geq 4$. Lại áp dụng bất đẳng thức Minkowski, ta có

$$AX + BY = \sqrt{a^2 + b^2 + 4} + \sqrt{(3-c)^2 + (4-d)^2 + 1} + \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2} \geq 5$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1568. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$ và $\vec{b} = (2; 1; -1)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = (2; -1; -2)$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = (1; -1; 2)$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

Lời giải.

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 + (-1) \cdot 1 + 2(-1) = -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1569. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(1; 2; 3)$. B. $(-1; -2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(3; 4; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1570. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1; 2; 4)$ và $F(-3; 2; 2)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng EF .

- A. $I(-1; 2; 3)$. B. $I(2; 2; 3)$. C. $I(1; 2; 3)$. D. $I(-4; 4; 6)$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng EF là $I(-1; 2; 3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1571. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$ và $\vec{v} = (2; -1)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2; -3)$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = (1; 3) \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) = -1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1572. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 1; 1)$ và $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$. D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{IA} = (0; 1; 2) \Rightarrow IA = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$.

Phương trình mặt cầu tâm $I(1; 1; 1)$ và có bán kính $R = IA = \sqrt{5}$ là

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1573. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây **không** phải là phương trình mặt cầu?

- A. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2x - 4y + 6z + 5 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y - z = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 7y + 5z - 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 4y + \sqrt{3}z + 7 = 0$.

Lời giải.

Kiểm tra điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ của từng phương trình ta thấy phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 4y + \sqrt{3}z + 7 = 0$ có $a^2 + b^2 + c^2 - d = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 2^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 7 = 0$ nên không là phương trình mặt cầu.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1574. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\overrightarrow{OA} = \vec{j} - 2\vec{k}$. Tọa độ điểm A là.

- A. $(0; 1; -2)$. B. $(1; -2; 0)$. C. $(1; 0; -2)$. D. $(0; -1; 2)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{j} = (0; 1; 0)$, $\vec{k} = (0; 0; 1) \Rightarrow \overrightarrow{OA} = \vec{j} - 2\vec{k} = (0; 1; -2) \Rightarrow A(0; 1; -2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1575. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 4z + 5 = 0$. Tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S) là

A. $I(2; 4; 4)$ và $R = 2$.

B. $I(1; -2; -2)$ và $R = \sqrt{14}$.

C. $I(-1; 2; 2)$ và $R = 2$.

D. $I(1; -2; -2)$ và $R = 2$.

Lời giải.

Ta có $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 4z + 5 = 0 \Rightarrow (S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 4$.

Khi đó (S) có tâm $I(-1; 2; 2)$ và bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1576. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{x} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Tìm tọa độ của $\vec{x}$.

A. $\vec{x} = (2; 3; -1)$.

B. $\vec{x} = (-2; -3; 1)$.

C. $\vec{x} = (2; -3; 1)$.

D. $\vec{x} = (1; -3; 0)$.

Lời giải.

Theo định nghĩa ta có $\vec{x} = (2; 3; -1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1577. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(1; 0; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): -x + 2y - 2z - 2 = 0$?

A. $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 3$.

B. $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 9$.

C. $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 3$.

D. $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 9$.

Lời giải.

Ta có bán kính mặt cầu đã cho bằng $R = d(I, (P)) = \frac{|-1 - 6 - 2|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 3$.

Do đó mặt cầu đã cho có phương trình là $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1578. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 16$.

Tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(-2; 1; -3); R = 4$.

B. $I(2; -1; 3); R = 4$.

C. $I(2; -1; -3); R = 4$.

D. $I(-2; -1; 3); R = 4$.

Lời giải.

Dựa vào phương trình mặt cầu (S) ta thấy mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 3)$ và bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1579. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(10; -4; 0)$, $B(-4; 6; 0)$ và $C(0; 4; 6)$.

Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $G(2; 2; -4)$.

B. $G(2; 2; 2)$.

C. $G(4; 0; -2)$.

D. $G(2; 4; 2)$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính tọa độ trọng tâm tam giác. Ta có
$$\begin{cases} x_G = \frac{10 - 4 + 0}{3} = 2 \\ y_G = \frac{-4 + 6 + 4}{3} = 2 \\ z_G = \frac{0 + 0 + 6}{3} = 2 \end{cases}$$
 Vậy $G(2; 2; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1580. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ có tọa độ các điểm $A(1; 2; 1)$, $B(1; 0; 1)$, $C(-1; -1; 0)$, $D(-2; 3; 4)$. Trên các cạnh AB , AC , AD lần lượt lấy các điểm B' , C' , D' sao cho $\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 6$ và thể tích tứ diện $AB'C'D'$ nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ là

- A. $y - z = 0$. B. $x - z - 2 = 0$. C. $y - z - 2 = 0$. D. $x - z = 0$.

Lời giải.

Theo công thức tỉ số thể tích và bất đẳng thức Cô-si ta có

$$V_{ABCD} = \frac{AB}{AB'} \cdot \frac{AC}{AC'} \cdot \frac{AD}{AD'} \cdot V_{AB'C'D'} \leq \left(\frac{\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'}}{3} \right)^3 \cdot V_{AB'C'D'}.$$

$$\Leftrightarrow V_{ABCD} = \frac{AB}{AB'} \cdot \frac{AC}{AC'} \cdot \frac{AD}{AD'} \cdot V_{AB'C'D'} \leq 8 \cdot V_{AB'C'D'}.$$

Từ đó $V_{AB'C'D'} \geq \frac{1}{8} V_{ABCD}$, thể tích tứ diện $AB'C'D'$ nhỏ nhất khi và chỉ khi

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{AD}{AD'} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB'} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AC'} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{AD'} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} \end{cases} \text{ . Từ đó tìm được tọa độ } \begin{cases} B' = (1; 1; 1) \\ C' = \left(0; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \\ D' = \left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right) \end{cases}.$$

Dễ thấy phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ là $y - z = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1581. Cho mặt cầu (S) có tâm O , bán kính $R = 2a$ và điểm M thỏa mãn $OM = a\sqrt{3}$. Ba mặt phẳng thay đổi qua điểm M và đôi một vuông góc với nhau cắt mặt cầu theo giao tuyến lần lượt là các đường tròn với bán kính r_1, r_2, r_3 . Giá trị lớn nhất của biểu thức $r_1 + r_2 + r_3$ là

- A. $3a$. B. $3a\sqrt{2}$. C. $3a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{6}$.

Lời giải.

Từ điểm M và ba mặt phẳng qua điểm M đôi một vuông góc với nhau ta dựng hệ trục tọa độ $Mxyz$. Giả sử $O(x_0, y_0, z_0)$ và r_1, r_2, r_3 lần lượt là bán kính của đường tròn là giao tuyến của mặt cầu với

$$\text{mặt } Myz, Mzx \text{ và } Mxy. \text{ Khi đó ta có: } \begin{cases} r_1^2 = 4a^2 - x_0^2 \\ r_2^2 = 4a^2 - y_0^2 \\ r_3^2 = 4a^2 - z_0^2 \end{cases} \text{ và } OM^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 3a^2.$$

Theo bất đẳng thức Buiniacopski: $(r_1 + r_2 + r_3)^2 \leq 3(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2)$.

Dấu bằng xảy ra khi $r_1 = r_2 = r_3$.

Vậy $r_1 + r_2 + r_3 \leq \sqrt{3(12a^2 - 3a^2)} = 3a\sqrt{3}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $r_1 = r_2 = r_3 = a\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1582. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(-3; 2; -1)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

- A. $(-1; 2; -2)$. B. $(-4; 0; 2)$. C. $(-2; 0; 2)$. D. $(-2; 0; 1)$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Ta có
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = -2 \\ y_I = 0 \\ z_I = 1 \end{cases} \Rightarrow I(-2; 0; 1).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1583. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) lần lượt là

A. $I(1; 1; -2), R = 2$.

B. $I(-1; -1; 2), R = 2$.

C. $I(1; 1; -2), R = 4$.

D. $I(-1; -1; 2), R = 4$.

Lời giải.

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$ có tâm $I(1; 1; -2)$ và bán kính bằng $R = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1584. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 8y + 9 = 0$ và hai điểm $A(3; 0; 0), B(4; 2; 1)$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S) . Giá trị nhỏ nhất của $MA + 2MB$ bằng

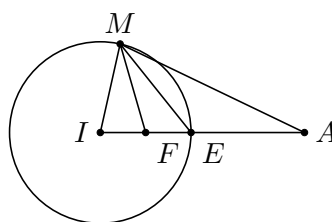
A. $6\sqrt{2}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $5\sqrt{2}$.

D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải.



Ta có (S) có tâm $I(-1; 4; 0)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$. Đồng thời $IA = 4\sqrt{2} = 2R$.

Gọi $E = IA \cap (S) \Rightarrow E$ là trung điểm của IA và $E(1; 2; 0)$.

Gọi F là trung điểm $IE \Rightarrow F(0; 3; 0)$.

Ta có $\triangle AIM$ đồng dạng $\triangle MIF \Rightarrow \frac{MA}{FM} = \frac{AI}{MI} = 2 \Rightarrow MA = 2MF$.

Do đó $MA + 2MB = 2(MF + MB) \geq 2BF = 6\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1585. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$. Độ dài của véc-tơ $\vec{a}$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. 9.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = (2; -1; -2) \Rightarrow |\vec{a}| = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1586. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$ có phương trình là

A. $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

C. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

D. $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Lời giải.

Ta có $R = d(I; (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 - 2(-1) - 8|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 3$.

Vậy $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1587. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$ và điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$. Xét đường thẳng Δ thay đổi qua M , cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B . Diện tích lớn nhất của tam giác OAB bằng

- A. 4. B. $\sqrt{7}$. C. $2\sqrt{7}$. D. 8.

Lời giải.

Ta có $OM = 1$. Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow OH \perp AB$.

Đặt $OH = x \leq OM = 1$. Khi đó $AB = 2AH = 2\sqrt{8 - x^2}$

$$S_{OAB} = x\sqrt{8 - x^2} = \sqrt{8x^2 - x^4} = \sqrt{7 - (x^2 - 1)(x^2 - 7)} \leq \sqrt{7}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1588. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxz) là điểm

- A. $P(0; -1; 0)$. B. $M(3; 0; 0)$. C. $N(0; -1; 1)$. D. $Q(0; 0; 1)$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm $A(a; b; c)$ lên mặt phẳng $(Oyz): x = 0$ là $H(0; b; c)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; -1; 1)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $N(0; -1; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1589. Trong không gian $Oxyz$ cho các véc-tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; \vec{v} = (m; 2; m + 1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = (2; -2; 1)$.

$$\text{Ta có } |\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow 2^2 + (-2)^2 + 1^2 = m^2 + 2^2 + (m + 1)^2 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1590. Trong không gian xyz cho điểm $I(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với (P) có phương trình là

- A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$. B. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 3$.
C. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 3$. D. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 9$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu $R = d(I; (P)) = 3$.

Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với (P) có phương trình là $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1591. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(5; 1; 5); B(4; 3; 2); C(-3; -2; 1)$. Điểm $I(a, b, c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a + 2b + c$?

- A. 1. B. 3. C. 6. D. -9.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; -3), \overrightarrow{BC} = (-7; -5; -1)$.

Mặt phẳng trung trực của AB là $-1\left(x - \frac{9}{2}\right) + 2(y - 2) - 3\left(z - \frac{7}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow -x + 2y - 3z + 11 = 0$.

Mặt phẳng trung trực của BC là $7\left(x - \frac{1}{2}\right) + 5\left(y - \frac{1}{2}\right) + 1\left(z - \frac{3}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 7x + 5y + z - \frac{15}{2} = 0$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{BC}] = (17; -20; -19)$ là

$$17(x - 5) - 20(y - 1) - 19(z - 5) = 17x - 20y - 19z + 30 = 0.$$

Từ đây ta suy ra tọa độ tâm $I(a, b, c)$ của đường tròn ngoại tiếp là nghiệm của hệ sau

$$\begin{cases} -x + 2y - 3z + 11 = 0 \\ 7x + 5y + z - \frac{15}{2} = 0 \\ 17x - 20y - 19z + 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{1}{2} \\ z = 3. \end{cases}$$

Vậy $a + 2b + c = 1 - 1 + 3 = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1592. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 0; -1)$, $B(1; -1; 2)$. Diện tích tam giác OAB bằng?

- A. $\sqrt{11}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. D. $\sqrt{6}$.

Lời giải.

Ta có $[\vec{OA}, \vec{OB}] = (-1; -3; -1) \Rightarrow S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} |[\vec{OA}, \vec{OB}]| = \frac{1}{2} \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2 + (-1)^2} = \frac{\sqrt{11}}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1593. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (4; -2; -4)$, $\vec{b} = (6; -3; 2)$ Giá trị của biểu thức $|(2\vec{a} - 3\vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b})|$ bằng

- A. -200 . B. $\sqrt{200}$. C. 200^2 . D. 200 .

Lời giải.

Ta có $2\vec{a} - 3\vec{b} = (-10; 5; -14)$; $\vec{a} + 2\vec{b} = (16; -8; 0)$.

Khi đó $(2\vec{a} - 3\vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b}) = -200$.

Vậy $|(2\vec{a} - 3\vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b})| = 200$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1594. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ là

- A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$. B. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$. C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. D. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (1; 5; -2)$, $\vec{AC} = (5; 4; -1)$.

$$\Rightarrow \cos \widehat{BAC} = \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{AC}|}{AB \cdot AC} = \frac{27}{\sqrt{30} \cdot \sqrt{42}} = \frac{9}{2\sqrt{35}}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1595. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của véc-tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ là

- A. $(2; -3; 4)$. B. $(-3; 2; 4)$. C. $(2; 3; 4)$. D. $(2; 4; -3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $\vec{j} = (0; 1; 0)$, $\vec{k} = (0; 0; 1) \Rightarrow 2\vec{i} = (2; 0; 0)$, $3\vec{j} = (0; 3; 0)$, $4\vec{k} = (0; 0; 4)$.

Vậy $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} = (2; -3; 4)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1596. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 1; 1)$ và diện tích bằng 4π có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.

Lời giải.Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 \Rightarrow R = 1$, do đó mặt cầu có phương trình: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1597.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -1; 2)$; $B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) . Mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $3x - 2y - z - 3 = 0$.

B. $x + y + z - 2 = 0$.

C. $-x + y = 0$.

D. $3x - 2y - z + 3 = 0$.

Lời giải.Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -1)$. (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$.Lại có (Q) chứa A, B và vuông góc với (P) nên nhận $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_P] = (3; -2; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.Suy ra phương trình (Q) là $3(x-1) - 2(y+1) - (z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - z - 3 = 0$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1598.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I nằm trên mặt phẳng (P) , đi qua điểm A và gốc tọa độ O sao cho diện tích tam giác OIA bằng $\frac{\sqrt{17}}{2}$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $R = 3$.

B. $R = 9$.

C. $R = 5$.

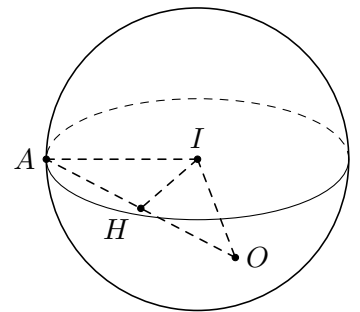
D. $R = 1$.

Lời giải.Gọi H là trung điểm của OA , khi đó $IH \perp OA$.Ta có $\overrightarrow{OA} = (1; 0; -1) \Rightarrow OA = \sqrt{2} \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{2}}{2}$.Mặt cầu (S) có tâm I và qua O, A nên tam giác OIA cân tại I .

$$S_{\triangle OIA} = \frac{1}{2} \cdot IH \cdot OA \Leftrightarrow \frac{\sqrt{17}}{2} = \frac{1}{2} \cdot IH \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow IH = \frac{\sqrt{34}}{2}.$$

Xét tam giác IOH vuông tại H có

$$R = OI = \sqrt{IH^2 + OH^2} = \sqrt{\frac{17}{2} + \frac{1}{2}} = 3.$$

**Chú ý:** Nếu kết quả $OI < \sqrt{3} = d(O, (P))$ thì không tồn tại điểm I thỏa yêu cầu bài toán.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1599.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2z + 1 = 0$. Chọn câu đúng nhất trong các nhận xét sau.

A. (P) đi qua gốc tọa độ O .

B. (P) song song với (Oxy) .

C. (P) vuông góc với trục Oz .

D. (P) song song với trục Oy .

Lời giải.Ta có véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 0; -2)$ và trục Oy có véc-tơ chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.Vì $\vec{n} \cdot \vec{j} = 0$ nên $\begin{cases} Oy \subset (P) \\ Oy \parallel (P) \end{cases}$. Mặt khác $O \notin (P)$, do đó $Oy \parallel (P)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1600. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, mặt phẳng (P) qua điểm $A(1; -3; 2)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): x + 3 = 0$, $(\beta): z - 2 = 0$ có phương trình là

- A. $y + 3 = 0$. B. $y - 2 = 0$. C. $2y - 3 = 0$. D. $2x - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có véc-tơ pháp tuyến của (α) , (β) lần lượt là $\vec{n}_1 = (1; 0; 0)$, $\vec{n}_2 = (0; 0; 1)$.

Vì (P) vuông góc với (α) và (β) nên $\vec{n} = [\vec{n}_2; \vec{n}_1] = (0; 1; 0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Khi đó $(P): y + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1601. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -1; 5)$, $B(0; 0; 1)$. Mặt phẳng chứa A , B và song song với Oy có phương trình là

- A. $2x + z - 3 = 0$. B. $x - 4z + 2 = 0$. C. $4x - z + 1 = 0$. D. $4x - z - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; -4)$, $\vec{j} = (0; 1; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}; \vec{j}] = (4; 0; -1)$.

Mặt phẳng đi qua A , B và song song với Oy có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (4; 0; -1)$.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là $4x - z + 1 = 0$ (thỏa mãn song song với Oy).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1602. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}(1; 1; 2)$, $\vec{v}(-1; m; m-2)$. Khi đó $||[\vec{u}, \vec{v}]|| = \sqrt{14}$ thì

- A. $m = 1, m = -\frac{11}{5}$. B. $m = -1, m = -\frac{11}{5}$.
C. $m = 1, m = -3$. D. $m = 1$.

Lời giải.

Ta có $[\vec{u}, \vec{v}] = (-m-2; -m; m+1)$. Theo đề bài ta có

$$||[\vec{u}, \vec{v}]|| = \sqrt{14} \Leftrightarrow (m+2)^2 + m^2 + (m+1)^2 = 14 \Leftrightarrow 3m^2 + 6m - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1603. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2; -1; 2)$. Biết rằng H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) . Tính số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q): x - y - 11 = 0$.

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải.

Vì H là hình chiếu của O trên (P) nên $\vec{n}_{(P)} = \overrightarrow{OH} = (2; -1; 2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

$(Q): x - y - 11 = 0 \Rightarrow \vec{n}_{(Q)} = (1; -1; 0)$.

Ta có $\cos(\widehat{(P), (Q)}) = \left| \cos(\widehat{\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}}) \right| = \frac{|2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) + 2 \cdot 0|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Vậy góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) là 45° .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1604. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2; -1; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(2; -1; 3)$, $D \in Oy$ và có thể tích bằng 5. Tính tổng tung độ của các điểm D .

- A. -6 . B. 2 . C. 7 . D. -4 .

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (0; 0; 2)$, do đó $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; -2; 0)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) : $2(x - 2) - 2(y + 1) = 0 \Leftrightarrow x - y - 3 = 0$.

Vì $D \in Oy$ nên $D(0; m; 0)$.

Tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 5 nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| \cdot d(D, (ABC)) = 5 \\ \Leftrightarrow & \sqrt{8} \cdot \frac{|-m - 3|}{\sqrt{2}} = 30 \\ \Leftrightarrow & |m + 3| = 15 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m = 12 \\ m = -18. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tổng tung độ các điểm D là $12 + (-18) = -6$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1605. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

- A. $z = 0$. B. $x + y + z = 0$. C. $y = 0$. D. $x = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxz) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và nhận $\vec{j} = (0; 1; 0)$ là một véc-tơ pháp tuyến nên phương trình của mặt phẳng (Oxz) là $y = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1606. Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) : $x + 2y + 2z - 10 = 0$ và (Q) : $x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. 3. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Xét thấy $(P) \parallel (Q)$.

Trên (P) lấy $M(0; 0; 5)$. Khi đó, khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

$$d((P), (Q)) = d(M, (Q)) = \frac{|0 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 5 - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{7}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1607. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$ và mặt phẳng (P) : $2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P) , giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng

- A. 135. B. 105. C. 108. D. 145.

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn đẳng thức $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(x_I - 2) + 3(x_I + 3) = 0 \\ 2(y_I + 2) + 3(y_I - 3) = 0 \\ 2(z_I - 4) + 3(z_I + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_I + 5 = 0 \\ 5y_I - 5 = 0 \\ 5z_I - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = -1 \\ y_I = 1 \\ z_I = 1 \end{cases} \Rightarrow I(-1; 1; 1).$$

Khi đó

$$\begin{aligned} 2MA^2 + 3MB^2 &= 2\overrightarrow{MA}^2 + 3\overrightarrow{MB}^2 \\ &= 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 \\ &= 5\overrightarrow{MI}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot (2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB}) + 2\overrightarrow{IA}^2 + 3\overrightarrow{IB}^2 = 5MI^2 + 2IA^2 + 3IB^2. \end{aligned}$$

Vì A, B, I cố định nên $2MA^2 + 3MB^2$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu của điểm I trên mặt phẳng (P) .

$$\Rightarrow \exists k \in \mathbb{R}, \overrightarrow{IM} = k\vec{n}_{(P)} \Rightarrow \begin{cases} x_M = 2k - 1 \\ y_M = -k + 1 \\ z_M = 2k + 1. \end{cases}$$

Mà $M \in (P) \Rightarrow 2(2k - 1) - (-k + 1) + 2(2k + 1) - 8 = 0 \Leftrightarrow 9k - 9 = 0 \Leftrightarrow k = 1 \Rightarrow M(1; 0; 3)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2 = 5MI^2 + 2IA^2 + 3IB^2 = 135$.

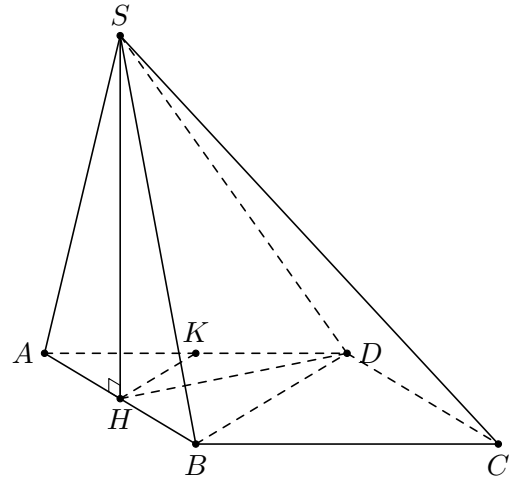
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1608.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB . Gọi K là trung điểm đoạn AD (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD theo a là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{45}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{25}$.



Lời giải.

Do giả thiết suy ra $HK \parallel BD$ nên $HK \parallel (SBD)$.

Do đó $d(HK, SD) = d(HK, (SBD)) = d(H, (SBD))$.

Xét tam giác vuông HAD ta có

$$HD^2 = AD^2 + AH^2 \Leftrightarrow HD^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Leftrightarrow HD^2 = \frac{5a^2}{4} \Leftrightarrow HD = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Vì $SH \perp (ABCD)$ nên $SH \perp HD$. Khi đó trong tam giác SHD ta có

$$\begin{aligned} SH^2 = SD^2 - HD^2 &\Leftrightarrow SH^2 = \left(\frac{a\sqrt{17}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 \\ &\Leftrightarrow SH^2 = \frac{17a^2}{4} - \frac{5a^2}{4} \\ &\Leftrightarrow SH^2 = 3a^2 \Leftrightarrow SH = a\sqrt{3} \end{aligned}$$

Chọn hệ $Oxyz$ sao cho $H(0; 0; 0)$, $B\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $A\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $S(0; 0; a\sqrt{3})$.

Suy ra $C\left(\frac{a}{2}; a; 0\right)$ và $D\left(-\frac{a}{2}; a; 0\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{BS} = \left(-\frac{a}{2}; 0; a\sqrt{3}\right)$ và $\overrightarrow{BD} = (-a; a; 0)$ nên $[\overrightarrow{BS}, \overrightarrow{BD}] = \left(-a^2\sqrt{3}; -a^2\sqrt{3}; -\frac{a^2}{2}\right)$.

Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SBD) ta chọn $\vec{n} = \left(\sqrt{3}; \sqrt{3}; \frac{1}{2}\right)$, khi đó phương trình mặt phẳng (SBD) là

$$\sqrt{3}\left(x - \frac{a}{2}\right) + \sqrt{3}y + \frac{1}{2}z = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}y + z - \sqrt{3}a = 0.$$

$$\text{Nên } d(H, (SBD)) = \frac{|-\sqrt{3}a|}{\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 + 1}} = \frac{\sqrt{3}a}{5}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1609. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(0; 1; -1)$, $B(1; 1; 2)$, $C(1; -1; 0)$, $D(0; 0; 1)$. Tính độ dài đường cao AH của hình chóp $A.BCD$.

A. $3\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA}(-1; 0; -3)$; $\overrightarrow{BC}(0; -2; -2)$; $\overrightarrow{BD}(-1; -1; -1)$.

$$[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (0; -2; -2) \Rightarrow [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BA} = 6.$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot |[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BA}| = \frac{1}{6} \cdot 6 = 1 \text{ (đvtt)}.$$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}]| = \frac{1}{2} \sqrt{0^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{2} \text{ (đvdt)}.$$

$$\text{Ta có } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{BCD} \Rightarrow AH = \frac{3V_{ABCD}}{S_{BCD}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1610. Ba mặt phẳng $x + 2y - z - 6 = 0$, $2x - y + 3z + 13 = 0$, $3x - 2y + 3z + 16 = 0$ cắt nhau tại điểm A . Tọa độ của A là

A. $A(-1; 2; -3)$.

B. $A(1; -2; 3)$.

C. $A(-1; -2; 3)$.

D. $A(1; 2; 3)$.

Lời giải.

$$\text{Tọa độ điểm } A \text{ là nghiệm của hệ phương trình: } \begin{cases} x + 2y - z - 6 = 0 \\ 2x - y + 3z + 13 = 0 \\ 3x - 2y + 3z + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = -3 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 2; -3).$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1611. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng (P) ; (Q) có các véc tơ pháp tuyến là $\vec{a} = (a_1; b_1; c_1)$; $\vec{b} = (a_2; b_2; c_2)$. Góc α là góc giữa hai mặt phẳng đó $\cos \alpha$ là biểu thức nào sau đây

A. $\frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

B. $\frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$.

C. $\frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{|[\vec{a}; \vec{b}]|}$.

D. $\frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

Lời giải.

Theo công thức góc giữa hai mặt phẳng ta có

$$\cos \alpha = \left| \cos(\vec{a}; \vec{b}) \right| = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1612. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_3(2; 1; 0)$.

B. $\vec{n}_2(0; 2; 1)$.

C. $\vec{n}_1(2; 1; -1)$.

D. $\vec{n}_4(2; 0; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 2x + z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_4(2; 0; 1)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1613. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là?

A. $3x - y + 3z - 25 = 0$.

B. $2x - 3y - z + 8 = 0$.

C. $3x - y + 3z - 13 = 0$.

D. $2x - 3y - z - 20 = 0$.

Lời giải.Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $A(5; -4; 2)$ và vuông góc với đường thẳng AB .Do (α) vuông góc với AB nên véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_\alpha = \overrightarrow{AB} = (-4; 6; 2)$.Vậy phương trình mặt phẳng (α) là:

$$-4(x - 5) + 6(y + 4) + 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - z - 20 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1614. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 4; 1)$ và điểm $B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có dạng $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a + b + c = 5$.

B. $a + b + c = 15$.

C. $a + b + c = -5$.

D. $a + b + c = -15$.

Lời giải.Vì (Q) vuông góc với (P) nên (Q) nhận véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (1; -3; 2)$ làm véc-tơ chỉ phương.Mặt khác do (Q) đi qua hai điểm A, B nên nhận $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$ làm véc-tơ chỉ phương.Vậy (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{n}_{(P)}, \overrightarrow{AB}] = (0; 8; 12)$.Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là: $0(x - 2) + 8(y - 4) + 12(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0$.Vậy $a + b + c = 5$.Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1615. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) .

A. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 5 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$.

C. $m = 2$.

D. $m = -5$.

Lời giải.Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 1)$ và bán kính $R = 3$.Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi

$$d[I, (P)] = R \Leftrightarrow \frac{|1 - m^2 - 3m|}{3} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3m - 10 = 0 \\ m^2 + 3m + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1616. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ và hai điểm $A(3; 4; 1)$, $B(7; -4; -3)$. Điểm $M(a; b; c)$, với $a > 2$, thuộc mặt phẳng (P) sao cho tam giác ABM vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất. Khi đó giá trị biểu thức $a + b + c$ bằng

A. 6.

B. 8.

C. 4.

D. 0.

Lời giải.Ta có $S_{ABM} = \frac{1}{2}AB \cdot MH$ với H là hình chiếu vuông góc của M lên AB .Do AB không đổi nên $\triangle ABM$ có diện tích nhỏ nhất khi MH nhỏ nhất.Nhận thấy $\overrightarrow{AB} = (4; -8; -4)$, $\vec{n}_P = (1; 1; -1)$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_P = 0$. Mà $A \notin (P)$, suy ra $AB \parallel (P)$.Do đó, MH nhỏ nhất khi và chỉ khi M thuộc giao tuyến của (P) và (Q) , với (Q) là mặt phẳng chứa AB và vuông góc với (P) . Ta có $\overrightarrow{AB} \wedge \vec{n}_P = (12; 0; 12)$. Suy ra mặt phẳng (Q) đi qua A và nhận

$\vec{n} = (1; 0; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $x + z - 4 = 0$.

Điểm M nằm trên giao tuyến của (P) và (Q) nên có tọa độ thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} x + z - 4 = 0 \\ x + y - z + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = t \\ y = 2 - 2t \\ z = 4 - t \end{cases} \Rightarrow M(t; 2 - 2t; 4 - t), t > 2.$$

Ta có $\overrightarrow{AM} = (t - 3; -2 - 2t; 3 - t)$ và $\overrightarrow{BM} = (t - 7; 6 - 2t; 7 - t)$.

Tam giác ABM vuông tại M khi

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = \frac{5}{3} \end{cases}.$$

Vì $t > 2$ nên chọn $t = 3$ và lúc đó $M(3; -4; 1)$, suy ra $a + b + c = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1617. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu (S) tâm $I(5; -3; 5)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$. Từ một điểm A thuộc mặt phẳng (P) kẻ một đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại B . Tính OA biết $AB = 4$.

A. $OA = \sqrt{11}$.

B. $OA = 5$.

C. $OA = 3$.

D. $OA = \sqrt{6}$.

Lời giải.

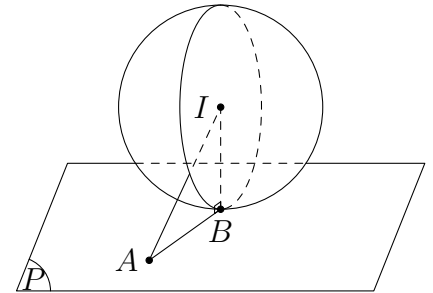
Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (P) là

$$d[I, (P)] = \frac{|5 - 2 \cdot (-3) + 2 \cdot 5 - 3|}{3} = 6.$$

Vì AB tiếp xúc với (S) tại B nên tam giác AIB vuông tại B , do đó ta có

$$IA = \sqrt{IB^2 + AB^2} = \sqrt{R^2 + AB^2} = 6 = d[I, (P)].$$

Vậy, suy ra A là hình chiếu của điểm I lên mặt phẳng (P) .



Đường thẳng IA đi qua $I(5; -3; 5)$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; 2)$ nên có phương trình là

$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$$

Do $A = IA \cap (P)$ nên $5 + t - 2(-3 - 2t) + 2(5 + 2t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

Vậy $A(3; 1; 1)$ nên $OA = \sqrt{11}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1618. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào trong các điểm dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$?

A. $Q(1; -2; 2)$.

B. $P(2; -1; -1)$.

C. $M(1; 1; -1)$.

D. $N(1; -1; -1)$.

Lời giải.

Lần lượt thay tọa độ các điểm Q, P, M, N vào vế trái phương trình mặt phẳng (P) ta có

Điểm $Q: 2 \cdot 1 - (-2) + 2 - 2 = 4 \neq 0$.

Điểm P : $2 \cdot 2 - (-1) + (-1) - 2 = 2 \neq 0$.

Điểm M : $2 \cdot 1 - 1 + (-1) - 2 = -2 \neq 0$.

Điểm N : $2 \cdot 1 - (-1) + (-1) - 2 = 0$.

Vậy điểm $N(1; -1; -1)$ nằm trên mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1619. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 2; 2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

- A. $y - 2z + 2 = 0$. B. $x + 2z - 3 = 0$. C. $2y - z + 1 = 0$. D. $x + y - z = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; 1)$. Trục Ox có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 0; 0)$.

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm. Do (α) qua hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 2; 2)$ và song song với trục Ox nên (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \vec{u}] = (0; 1; -2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) cần tìm là $0(x - 1) + 1(y - 0) - 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow y - 2z + 2 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1620. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $x - y + 3 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây **không** phải là véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $(3; -3; 0)$. B. $(1; -1; 3)$. C. $(1; -1; 0)$. D. $(-1; 1; 0)$.

Lời giải.

Véc-tơ $\vec{n} = (1; -1; 3)$ không là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1621. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) : $2x - 3y + z - 4 = 0$; (Q) : $5x - 3y - 2z - 7 = 0$. Vị trí tương đối của (P) , (Q) là

- A. song song. B. cắt nhau nhưng không vuông góc.
C. vuông góc. D. trùng nhau.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_P = (2; -3; 1)$, $\vec{n}_Q = (5; -3; -2)$ suy ra $\vec{n}_P \neq k\vec{n}_Q$ ($k \neq 0$) do đó (P) và (Q) không song song, không trùng nhau.

$\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q \neq 0$ do đó (P) và (Q) không vuông góc.

Vậy (P) và (Q) cắt nhưng không vuông góc.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1622. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x - z + 1 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (2; -1; 0)$. B. $\vec{n} = (2; 0; 1)$. C. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. D. $\vec{n} = (2; 0; -1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; 0; -1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1623. Tọa độ giao điểm của mặt phẳng (P) : $x - 2y + z - 2 = 0$ với trục hoành là

- A. $(2; 0; 0)$. B. $(-2; 0; 0)$. C. $(0; 0; 2)$. D. $(0; -1; 0)$.

Lời giải.

Gọi $M(a; 0; 0)$ là giao điểm của mặt phẳng (P) và trục hoành, suy ra $a - 2 \cdot 0 + 0 - 2 = 0 \Leftrightarrow a = 2$.

Vậy $M(2; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1624. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5$ tại điểm $M(3; -1; 3)$ là

- A. $x + 4y + 1 = 0$. B. $2x - y - 7 = 0$. C. $x + 3y - 5 = 0$. D. $2x + y - 5 = 0$.

Lời giải.

Ta có $M(3; -1; 3)$ thuộc mặt cầu (S) . Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$.

Gọi (α) là mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm M .

Mặt phẳng (α) nhận $\overrightarrow{IM} = (2; 1; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình của mặt phẳng (α) là $2(x-3) + (y+1) + 0(z-3) = 0$ hay $2x + y - 5 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1625. Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt phẳng (α) qua các điểm A, B, C lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz sao cho $H(1; 2; -2)$ là trực tâm của tam giác ABC .

- A. $(\alpha): x - 2y + 2z - 11 = 0$. B. $(\alpha): x + 2y - 2z - 11 = 0$.
C. $(\alpha): x - 2y - 2z - 9 = 0$. D. $(\alpha): x + 2y - 2z - 9 = 0$.

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $a, b, c \neq 0$.

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì $H(1; 2; -2)$ thuộc mặt phẳng (α) nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} - \frac{2}{c} = 1$. (1)

Ta có $\overrightarrow{AH} = (1-a; 2; -2), \overrightarrow{BC} = (0; -b; c), \overrightarrow{BH} = (1; 2-b; -2), \overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$.

Vì H là trực tâm của tam giác ABC nên

$$\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow -2b - 2c = 0 \Leftrightarrow b = -c. \quad (2)$$

$$\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -a - 2c = 0 \Leftrightarrow a = -2c. \quad (3)$$

Thay (2) và (3) vào (1) ta được

$$\frac{1}{-2c} + \frac{2}{-c} - \frac{2}{c} = 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2c} - \frac{4}{2c} - \frac{4}{2c} = 1 \Leftrightarrow c = -\frac{9}{2}.$$

Khi đó $a = 9, b = \frac{9}{2}$ nên phương trình của (α) là $\frac{x}{9} + \frac{2y}{9} - \frac{2z}{9} = 1$ hay $x + 2y - 2z - 9 = 0$.

Cách khác. Áp dụng nhanh tính chất tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và H là trực tâm của tam giác ABC thì $OH \perp (ABC)$.

Ta có $\overrightarrow{OH} = (1; 2; -2)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

Phương trình của mặt phẳng (α) là $(x-1) + 2(y-2) - 2(z+2) = 0$ hay $x + 2y - 2z - 9 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1626. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 3 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $(1; -2; 3)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(-1; 2; -3)$. D. $(1; 2; 3)$.

Lời giải.

Theo lý thuyết.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1627. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0$ và $(Q): 2x - y + 3 = 0$ với m là tham số thực. Tìm m để (P) vuông góc với (Q) .

- A. $m = -5$. B. $m = 1$. C. $m = 3$. D. $m = -1$.

Lời giải.

- (P) có vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; m+1; -2)$ và (Q) có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (2; -1; 0)$.
- $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_P \perp \vec{n}_Q \Leftrightarrow 1 \cdot 2 + (m+1) \cdot (-1) + (-2) \cdot 0 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1628. Trong không gian Oxy , cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z + 5 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{u} = (4; 3; 2)$. B. $\vec{v} = (3; 4; 5)$. C. $\vec{w} = (2; 3; 4)$. D. $\vec{u} = (5; 4; 3)$.

Lời giải.Dựa vào các hệ số đi với các biến x, y, z .Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1629. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ $A(1; 0; -1)$ đến mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 6 = 0$ bằng

- A. 1. B. 3. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{7}{9}$.

Lời giải.

Ta có $d(A, (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 0 - 2 \cdot (-1) + 6|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1630. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 20 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z + 4 = 0$ cắt nhau theo một đường tròn có chu vi bằng

- A. 10π . B. 16π . C. 4π . D. 8π .

Lời giải.Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 0)$ và bán kính

$$R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 0^2 - (-20)} = 5.$$

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (α) là

$$IH = d(I, (\alpha)) = \frac{|1 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot 0 + 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3.$$

Do đó, bán kính đường tròn thiết diện là

$$r = \sqrt{R^2 - IH^2} = 4.$$

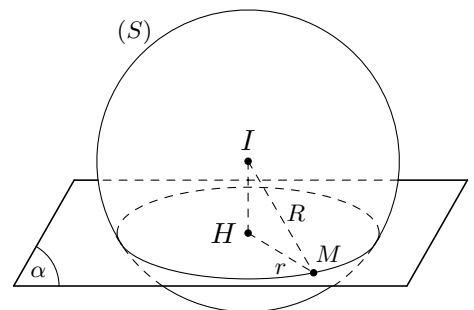
Vậy chu vi của đường tròn thiết diện là $C = 2\pi r = 8\pi$.Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1631. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (-2; -1; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 1; -1)$. C. $\vec{n} = (1; 2; 0)$. D. $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

Lời giải.Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1632. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) . Điểm nào trong các điểm sau đây **không** thuộc mặt phẳng (Q) ?



A. $K(3; 1; -8)$.B. $N(2; 1; -1)$.C. $I(0; 2; -1)$.D. $M(1; 0; -5)$.**Lời giải.**Mặt phẳng (Q) qua điểm A và song song với mặt phẳng (P) nên có phương trình

$$2(x+1) - (y-2) + (z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + z + 3 = 0.$$

Thay lần lượt tọa độ các điểm I, K, M, N vào phương trình mặt phẳng (Q) ta thấy tọa độ điểm N không thỏa mãn phương trình. Vậy $N \notin (Q)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1633. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 5 = 0$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ và tạo với mặt phẳng (α) một góc nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + cz + d = 0$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ và $a, b, c, d \in [-5; 5]$). Khi đó tích $abcd$ bằng bao nhiêu?

A. 120.

B. 60.

C. -60.

D. -120.

Lời giải.

Ta có giao điểm của Δ và (α) là điểm $N(7; 13; 12)$. Lấy điểm $H \in \Delta$ ($H \neq N$). Gọi d là giao tuyến của (P) và (α) ; M, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên d và (α) . Ta có

$$— d \perp HM, d \perp HK \Rightarrow d \perp KM \Rightarrow ((P), (\alpha)) = \widehat{HMK}.$$

$$— \tan((P), (\alpha)) = \tan \widehat{HMK} = \frac{HK}{KM} \geq \frac{HK}{KN} = \tan(\Delta, (\alpha)).$$

Do đó $((P), (\alpha))$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $d \perp \Delta$ tại N . Khi đó

$$— \text{Đường thẳng } \Delta \text{ có véc-tơ chỉ phương } \vec{u}_\Delta = (1; 2; 2).$$

$$— \text{Mặt phẳng } (\alpha) \text{ có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_\alpha = (1; -2; 2).$$

Đường thẳng $d \subset (\alpha)$ và $d \perp \Delta$ nên d nhận $[\vec{u}_\Delta, \vec{n}_\alpha] = (8; 0; -4)$ làm một véc-tơ chỉ phương. Hay d nhận $\vec{u}_d = (2; 0; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Mặt phẳng (P) chứa Δ và d nên nhận $[\vec{u}_\Delta, \vec{u}_d] = (-2; 5; -4)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Mà $N \in (P)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là

$$-2(x-7) + 5(y-13) - 4(z-12) = 0 \Leftrightarrow 2x - 5y + 4z + 3 = 0.$$

Suy ra $a = 2, b = -5, c = 4, d = 3$ hay $abcd = -120$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1634. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(-3; 0; 0), B(0; 0; 3), C(0; -3; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Tìm trên (P) điểm M sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC}|$ nhỏ nhất.

A. $M(3; 3; -3)$.B. $M(-3; -3; 3)$.C. $M(3; -3; 3)$.D. $M(-3; 3; 3)$.**Lời giải.**

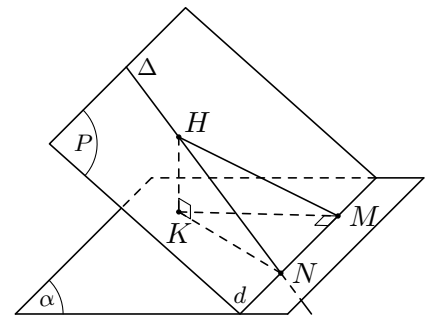
Gọi $I(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC} = \vec{0}$.

Ta có $\vec{IA} = (-3-a; -b; -c), \vec{IB} = (-a; -b; 3-c), \vec{IC} = (-a; 3-b; -c)$.

$$\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -3-a=0 \\ b-3=0 \\ 3-c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=3 \\ c=3 \end{cases} \Leftrightarrow I(-3; 3; 3).$$

Nhận thấy $I(-3; 3; 3) \in (P)$. Ta có $|\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC}| = |\vec{MI} + \vec{IA} + \vec{IB} - \vec{IC}| = MI \geq 0$.

Từ đó suy ra $|\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC}|$ nhỏ nhất bằng 0 khi $M(-3; 3; 3)$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1635. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 1; 3)$. C. $\vec{n}_3 = (2; 3; -2)$. D. $\vec{n}_4 = (1; -1; 3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1636. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(-1; 3; -2)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (α) bằng

- A. $\frac{2}{9}$. B. 1. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Ta có $d(A, (\alpha)) = \frac{|-1 - 2 \cdot 3 - 2 \cdot (-2) + 5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1637. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 1)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua các hình chiếu của điểm A trên các trục tọa độ là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{1} = -1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{1} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{1} = 0$.

Lời giải.

Gọi M_1, M_2, M_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A lên các trục Ox, Oy, Oz thì ta có $M_1(2; 0; 0)$, $M_2(0; -1; 0)$, $M_3(0; 0; 1)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng đi qua các điểm M_1, M_2, M_3 là $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{1} = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1638. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = 2OB = 3OC \neq 0$?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 6.

Lời giải.

Xét $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, với $|a| = 2|b| = 3|c| = k > 0$.

Do $M \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1$.

Chú ý rằng $\frac{k}{a} \in \{-1; 1\}, \frac{k}{b} \in \{-2; 2\}, \frac{k}{c} \in \{-3; 3\}$.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1 \\ \Leftrightarrow & \frac{k}{a} + 2\frac{k}{b} + 3\frac{k}{c} = k \\ \Leftrightarrow & (\pm 1) + 2 \cdot (\pm 2) + 3 \cdot (\pm 3) = k \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} k = 14 \\ k = 12 \\ k = 6 \\ k = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Có 4 mặt phẳng thỏa đề bài.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1639. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 2018 = 0$, $(Q): x + my + (m - 1)z + 2017 = 0$ (m là tham số thực). Khi hai mặt phẳng (P) và (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì điểm M nào dưới đây nằm trong (Q) ?

- A. $M(-2017; 1; 1)$. B. $M(0; 0; 2017)$. C. $M(0; -2017; 0)$. D. $M(2017; 1; 1)$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của (P) và (Q) lần lượt là $\vec{n}_1 = (1; 2; -2)$, $\vec{n}_2 = (1; m; m - 1)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng, ta có $\cos \alpha = \frac{|1|}{\sqrt{2}\sqrt{m^2 - m + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}} \leq \sqrt{\frac{2}{3}}$.

Khi đó $\alpha \geq \arccos \frac{\sqrt{2}}{3}$, ($0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$), nên α nhỏ nhất khi $m = \frac{1}{2}$.

Lúc đó $(Q): 2x + y - z + 2 \cdot 2017 = 0$. Suy ra điểm $M(-2017; 1; 1)$ thuộc mặt phẳng (Q) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1640. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1$, $BC = 2$, $AA' = 3$. Mặt phẳng (P) thay đổi và luôn đi qua C' , mặt phẳng (P) cắt các tia AB , AD , AA' lần lượt tại E , F , G (khác A). Tính tổng $T = AE + AF + AG$ sao cho thể tích khối tứ diện $AEFG$ nhỏ nhất.

- A. 18. B. 15. C. 17. D. 16.

Lời giải.

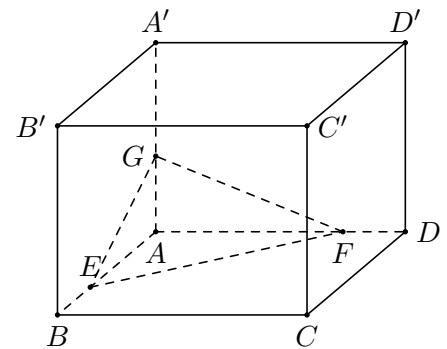
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho

$A \equiv O(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $D(0; 2; 0)$, $A'(0; 0; 3)$.

Khi đó $E(AE; 0; 0)$, $F(0; AF; 0)$, $G(0; 0; AG)$, $C'(1; 2; 3)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{AE} + \frac{y}{AF} + \frac{z}{AG} = 1$.

Vì $C'(1; 2; 3) \in (P) \Rightarrow \frac{1}{AE} + \frac{2}{AF} + \frac{3}{AG} = 1$.



Thể tích khối đa diện $AEFG$ là

$$V_{AEFG} = \frac{1}{6} AE \cdot AF \cdot AG = \frac{1}{\frac{1}{AE} \cdot \frac{2}{AF} \cdot \frac{3}{AG}} \geq \frac{1}{\frac{\left(\frac{1}{AE} + \frac{2}{AF} + \frac{3}{AG}\right)^3}{27}} = 27.$$

Do đó thể tích khối tứ diện $AEFG$ nhỏ nhất bằng 27 khi và chỉ khi

$$\frac{1}{AE} = \frac{2}{AF} = \frac{3}{AG} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} AE = 3 \\ AF = 6 \\ AG = 9 \end{cases} \text{ Suy ra } T = AE + AF + AG = 3 + 6 + 9 = 18.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1641. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với a, b, c là các số thực dương thay đổi sao cho $a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49$. Tính tổng $F = a^2 + b^2 + c^2$ sao cho khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) là lớn nhất.

- A. $F = \frac{51}{5}$. B. $F = \frac{51}{4}$. C. $F = \frac{49}{4}$. D. $F = \frac{49}{5}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$\text{Nên } d(O; (ABC)) = \frac{|-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Schwarz ta có

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1^2}{a^2} + \frac{2^2}{4b^2} + \frac{4^2}{16c^2} \geq \frac{(1+2+4)^2}{a^2 + 4b^2 + 16c^2} = \frac{49}{49} = 1 \quad (1) \quad (\text{vì } a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49).$$

Khi đó khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất bằng 1 khi và chỉ khi dấu đẳng thức của (1) xảy ra hay

$$\begin{cases} \frac{a^2}{1} = \frac{4b^2}{2} = \frac{16c^2}{4} \\ a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c^2 = \frac{7}{4} \\ b^2 = \frac{7}{2} \\ a^2 = 7. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } F = a^2 + b^2 + c^2 = 7 + \frac{7}{2} + \frac{7}{4} = \frac{49}{4}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1642. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 6 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $I(2; 0; -2)$.

B. $N(1; 0; -2)$.

C. $M(1; -1; 1)$.

D. $P(3; 0; 0)$.

Lời giải.

Vì $2 \cdot 3 - 0 + 2 \cdot 0 - 6 = 0$ nên $P \in (P)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1643. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): 3x - y - 2 = 0$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $(3; 1; 2)$.

B. $(3; -1; -2)$.

C. $(3; 1; 0)$.

D. $(3; -1; 0)$.

Lời giải.

Từ phương trình mặt phẳng (P) ta có một vectơ pháp tuyến của (P) là $(3; -1; 0)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1644. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $N(1; 1; -2)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của điểm N trên các trục Ox, Oy, Oz . Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 0$.

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 1$.

C. $x + y - 3z = 0$.

D. $x + y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; -2)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1645. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, $(abc \neq 0)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

B. $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} + \frac{z}{c} = 1$.

C. $\frac{x}{a} + \frac{y}{c} + \frac{z}{b} = 1$.

D. $\frac{x}{c} + \frac{y}{b} + \frac{z}{a} = 1$.

Lời giải.

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1646. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 4; -1)$, $B(1; 1; 3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x - 3y + 2z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $3x - y - 3z + 7 = 0$.

B. $3x - y - 3z - 13 = 0$.

C. $3x + y - 3z - 1 = 0$.

D. $3x - y - 3z - 1 = 0$.

Lời giải.

$$\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{AB} = (3; -3; 4) \\ \vec{n}_{(P)} = (1; -3; 2) \end{array} \right\} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(P)}] = (6; -2; -6) = 2(3; -1; -3).$$

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm A và có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = (3; -1; -3)$ có phương trình

$$\begin{aligned} 3(x + 2) - (y - 4) - 3(z + 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow 3x - y - 3z + 7 &= 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1647. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{-2}$ và tạo với trục Oy một góc có số đo lớn nhất. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $E(-3; 0; 4)$.

B. $M(3; 0; 2)$.

C. $N(-1; -2; -1)$.

D. $F(1; 2; 1)$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n} = (a; b; c)$, $\vec{n} \neq \vec{0}$ là VTPT của (P) và α là góc tạo bởi (P) và trục Oy , α lớn nhất khi $\sin \alpha$ lớn nhất.

Từ d có VTCP $\vec{u}_d = (1; -1; -2)$.

Ta có $\vec{n}$ vuông góc với $\vec{u}_d$ nên $\vec{n} = (b + 2c; b; c)$.

$$\text{Nên } \sin \alpha = \left| \cos(\vec{n}, \vec{j}) \right| = \frac{|b|}{\sqrt{2b^2 + 5c^2 + 4bc}}.$$

TH1: Nếu $b = 0$ thì $\sin \alpha = 0$.

$$\text{TH2: Nếu } b \neq 0 \text{ thì } \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}c}{b} + \frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 + \frac{6}{5}}}.$$

Khi đó, $\sin \alpha$ lớn nhất khi $\frac{\sqrt{5}c}{b} + \frac{2}{\sqrt{5}} = 0 \Leftrightarrow \frac{c}{b} = -\frac{2}{5} \Rightarrow$ chọn $b = 5, c = -2$.

Vậy phương trình (P) đi qua $A(1; -2; 0) \in d$ và có VTPT $\vec{n} = (1; 5; -2)$ có dạng

$$x + 5y - 2z + 9 = 0.$$

Do đó, ta có $N \in (P)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1648. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$.

B. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$.

C. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$.

D. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1649. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x - y - z - 6 = 0$. B. $3x - y - z + 6 = 0$. C. $x + 3y + z - 5 = 0$. D. $x + 3y + z - 6 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) đi qua $A(-1; 2; 1)$ và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là

$$(\alpha): 3(x + 1) - (y - 2) - (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z + 6 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1650. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ lần lượt tại các điểm A , B , C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 8.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Theo giả thiết, mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 1; 2)$ và $OA = OB = OC$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1 \\ |a| = |b| = |c| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ a = b = -c \\ a = -b = c \\ a = -b = -c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c = 4 \\ a = -b = c = 2 \\ a = -b = -c = -2. \end{cases}$$

Vậy có ba mặt phẳng thỏa mãn bài toán là

$$(P_1): \frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1; (P_2): \frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 1; (P_3): \frac{x}{-2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1651. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 1)$, $B(3; -1; 1)$ và $C(-1; -1; 1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A , bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B , C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1) , (S_2) và (S_3)

A. 5.

B. 7.

C. 6.

D. 8.

Lời giải.

Gọi phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với cả ba mặt cầu đã cho có phương trình là $ax + by + cz + d = 0$ (Điều kiện: $a^2 + b^2 + c^2 > 0$).

Khi đó ta có hệ điều kiện

$$\begin{cases} d(A, (P)) = 2 \\ d(B, (P)) = 1 \\ d(C, (P)) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|a + 2b + c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 2 \\ \frac{|3a - b + c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 1 \\ \frac{|-a - b + c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a + 2b + c + d| = 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ |3a - b + c + d| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ |-a - b + c + d| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}. \end{cases}$$

Suy ra

$$|3a - b + c + d| = |-a - b + c + d| \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b + c + d = -a - b + c + d \\ 3a - b + c + d = a + b - c - d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a - b + c + d = 0. \end{cases}$$

— Với $a = 0$,

$$\begin{cases} |2b + c + d| = 2\sqrt{b^2 + c^2} \\ |2b + c + d| = 2|-b + c + d| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b + c + d| = 2\sqrt{b^2 + c^2} \\ \begin{cases} 4b - c - d = 0 \\ c + d = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c + d = 0 \Rightarrow c = d = 0, b \neq 0 \\ c + d = 4b, c = \pm 2\sqrt{2}b. \end{cases}$$

Ta có 3 mặt phẳng thỏa mãn.

— Với $a - b + c + d = 0$,

$$\begin{cases} |3b| = 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ |2a| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |3b| = 4|a| \\ |2a| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |b| = \frac{4}{3}|a| \\ |c| = \frac{\sqrt{11}}{3}|a|. \end{cases}$$

Ta có 4 mặt phẳng thỏa mãn.

Vậy có 7 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1652. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$. Giả sử $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vectơ $\vec{u} = (1; 0; 1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN .

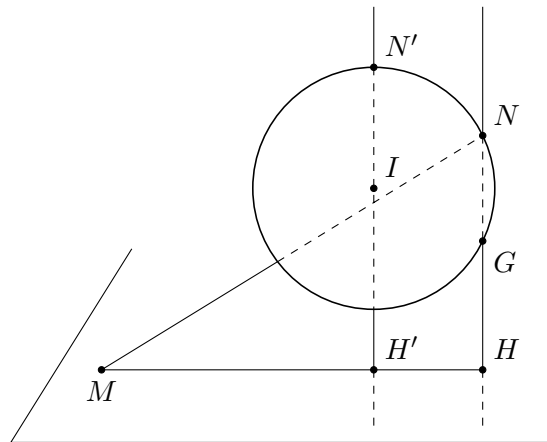
A. $MN = 3$.

B. $MN = 1 + 2\sqrt{2}$.

C. $MN = 3\sqrt{2}$.

D. $MN = 14$.

Lời giải.



Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 2)$. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và bán kính $r = 1$. Nhận thấy rằng góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{n}$ bằng 45° . Vì $d(I, (P)) = 2 > 1 = r$ nên mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S) .

Gọi H là hình chiếu của N lên (P) thì $\widehat{NMH} = 45^\circ$ và $MN = \frac{NH}{\sin 45^\circ} = NH\sqrt{2}$ nên MN lớn nhất khi và chỉ khi NH lớn nhất. Điều này xảy ra khi $N \equiv N'$ và $H \equiv H'$ với N' là giao điểm của đường thẳng d đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P) , H' là hình chiếu của I mặt phẳng (P) .

Lúc đó $NH_{\max} = N'H' = r + d(I, (P)) = 3$ và $MN_{\max} = \frac{NH_{\max}}{\sin 45^\circ} = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 1653. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y - 2 = 0$. Trong các véc-tơ sau, véc-tơ nào là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $(3; 1; 2)$.

B. $(3; -1; -2)$.

C. $(3; 1; 0)$.

D. $(3; -1; 0)$.

Lời giải.

Tọa độ của một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là các hệ số của x, y, z trong phương trình. Do đó, một véc-tơ pháp tuyến của $mp(P)$ là $(3; -1; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1654. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $N(1; 1; -2)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của N trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 0$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 1$. C. $x + y - 3z = 0$. D. $x + y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; -2)$.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1655. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$, $(Q): x + 2y - 2z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Gọi M là điểm di động trên (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với (Q) . Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng

- A. 14. B. $3 + 5\sqrt{3}$. C. 28. D. $9 + 5\sqrt{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 5$, $d(I, (P)) = 3\sqrt{3}$, $d(I, (Q)) = \frac{14}{3}$.

Gọi α là góc giữa (P) và (Q) .

Khi đó $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{2}$.

Do đó $DK > NK = MI \Rightarrow CD \geq MN$.

Ta có $\sin \alpha = \frac{IH}{IB} \Rightarrow IB = \frac{9}{\sqrt{2}} \Rightarrow BC = \frac{9 + 5\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$.

Mà $\tan \alpha = \frac{CD}{CB} \Rightarrow CD = BC \tan \alpha = 9 + 5\sqrt{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của độ dài đoạn MN bằng $9 + 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1656. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$.

- A. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$. B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$.
C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$. D. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu cần lập $R = d(I, (P)) = \frac{|(1) - 2 \cdot (2) - 2 \cdot (-1) - 8|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3$.

Phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1657. Trong không gian $(Oxyz)$, cho $(P): 2x - y + z - 2 = 0$. Điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng (P) .

- A. $Q(1; -2; 2)$. B. $N(1; 1; 1)$. C. $P(2; -1; -1)$. D. $M(1; 1; -1)$.

Lời giải.

Ta có $2 \cdot 1 - 1 + 1 - 2 = 0$ nên $N(1; -1; 1) \in (P)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1658. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là

A. $(P): 2x + 2y - z = 0$.

B. $(P): 2x + 2y - z - 9 = 0$.

C. $(P): 2x + 4y + 3z - 19 = 0$.

D. $(P): 2x + 4y + 3z - 10 = 0$.

Lời giải.

Vì $AB \perp (P)$ nên (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \overrightarrow{BA} = (2; 2; -1)$.

Mặt khác, (P) đi qua $A(2; 3; 1)$ nên $(P): 2(x - 2) + 2(y - 3) - (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - z - 9 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1659. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

A. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$.

B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$.

C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.

D. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

Lời giải.

Mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $R = d(I, (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) - 8|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1660. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_4 = (1; -1; 3)$.

B. $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$.

C. $\vec{n}_2 = (2; 1; 3)$.

D. $\vec{n}_3 = (2; 3; -2)$.

Lời giải.

Ta có phương trình $2x - y + 3z - 2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot x + (-1) \cdot y + 3 \cdot z - 2 = 0$ nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1661. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 3; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 2z + 5 = 0$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (α) bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Khoảng cách $d[A, (\alpha)] = \frac{|-1 - 2 \cdot 3 - 2 \cdot (-2) + 5|}{3} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1662. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 1)$. Phương trình mặt phẳng (α) qua các hình chiếu của điểm A trên các trục tọa độ là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{1} = 0$.

B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{1} = 1$.

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$.

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{1} = -1$.

Lời giải.

Gọi M , N , P lần lượt là hình chiếu của A lên các trục Ox , Oy , Oz . Ta có $M(2; 0; 0)$, $N(0; -1; 0)$, $P(0; 0; 1)$. Theo cách viết phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có, phương trình mặt phẳng (MNP) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{1} = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1663. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 2018 = 0$, $(Q): x + my + (m - 1)z + 2017 = 0$ (với m là tham số thực). Khi hai mặt phẳng (P) và (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì điểm M nào dưới đây nằm trong (Q) ?

- A. $M(-2017; 1; 1)$. B. $M(0; 0; 2017)$. C. $M(0; -2017; 0)$. D. $M(2017; 1; 1)$.

Lời giải.

(P) có 1 VTPT $\vec{n}_P = (1; 2; -2)$, (Q) có 1 VTPT $\vec{n}_Q = (1; m; m - 1)$.

Gọi α là góc giữa (P) và (Q) .

$$\text{Ta có } \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|1 + 2m - 2m + 2|}{3\sqrt{1 + m^2 + (m - 1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2m^2 - 2m + 2}} = \frac{1}{\sqrt{2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}}}.$$

Do $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ nên α nhỏ nhất khi $\cos \alpha$ lớn nhất $\Leftrightarrow \sqrt{2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

$\Rightarrow (Q): 2x + y - z + 4034 = 0 \Rightarrow M(-2017; 1; 1) \in (Q)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1664. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = 2OB = 3OC \neq 0$?

- A. 4. B. 6. C. 4. D. 2.

Lời giải.

Ta có:

$A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$, với $abc \neq 0$.

Do đó phương trình mặt phẳng (P) là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Do (P) đi qua M nên ta có

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1.$$

Với điều kiện $OA = 2OB = 3OC$ ta được

$$\begin{aligned} &|a| = 2|b| = 3|c| \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} a = 2b = 3c \\ a = 2b = -3c \\ a = -2b = 3c \\ a = -2b = -3c \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} b = \frac{a}{2}; c = \frac{a}{3} \\ b = \frac{a}{2}; c = -\frac{a}{3} \\ b = -\frac{a}{2}; c = \frac{a}{3} \\ b = -\frac{a}{2}; c = -\frac{a}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

+ Với $b = \frac{a}{2}, c = \frac{a}{3} \Rightarrow a = 13$.

+ Với $b = \frac{a}{2}, c = -\frac{a}{3} \Rightarrow a = -4$.

+ Với $b = -\frac{a}{2}, c = \frac{a}{3} \Rightarrow a = 6$.

+ Với $b = -\frac{a}{2}, c = -\frac{a}{3} \Rightarrow a = -12$.

Vậy có 4 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1665. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với a, b, c là những số thực dương sao cho $a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49$. Tính $F = a^2 + b^2 + c^2$ sao cho khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) là lớn nhất.

A. $F = \frac{51}{5}$. B. $F = \frac{51}{4}$. C. $F = \frac{49}{5}$. D. $F = \frac{49}{4}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$ và $d[O, (ABC)] = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)}} = d$.

Xét $\vec{u} = (a; 2b; 4c)$; $\vec{v} = \left(\frac{1}{a}; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right)$.

Ta có:

$$\begin{aligned} (\vec{u} \cdot \vec{v})^2 &\leq \vec{u}^2 \cdot \vec{v}^2 \\ \Rightarrow \left(a \cdot \frac{1}{a} + 2b \cdot \frac{1}{b} + 4c \cdot \frac{1}{c}\right)^2 &\leq (a^2 + 4b^2 + 16c^2) \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \\ \Rightarrow 49 &\leq 49 \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \\ \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} &\geq 1 \\ \Rightarrow d[O, (ABC)] &\leq 1. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{a}{1} = \frac{2b}{1} = \frac{4c}{1} \\ a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 2b^2 = 4c^2 \\ a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49 \end{cases}$

$\Rightarrow 28c^2 = 49 \Leftrightarrow c^2 = \frac{7}{4} \Rightarrow F = 7c^2 = \frac{49}{4}$.

$\Rightarrow \max d[O, (ABC)] = 1$, khi đó $F = \frac{49}{4}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1666. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z - 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (1; 2; 3)$. B. $\vec{n} = (2; -3; -1)$. C. $\vec{n} = (1; 2; -3)$. D. $\vec{n} = (3; 1; 2)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 2; -3)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1667. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; 1)$ và $B(3; 3; -1)$. Lập phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

A. $x + 2y - 5 = 0$. B. $2x + y - z + 2 = 0$.
C. $2x + y - z - 4 = 0$. D. $2x + y - z - 10 = 0$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $\vec{v}_{(P)} = \overrightarrow{AB} = (4; 2; -2)$.

Mặt phẳng trung trực đi qua trung điểm $I(1; 2; 0)$ của đoạn thẳng AB . Do đó mặt phẳng trung trực có phương trình là $(P): 4(x - 1) + 2(y - 2) - 2z = 0$ hay $(P): 2x + y - z - 4 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1668. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$ có phương trình là

- A. $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$. B. $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.
C. $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$. D. $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu là khoảng cách từ điểm S đến (P) , do đó

$$R = \frac{|-1 - 4 - 2 - 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3.$$

Suy ra phương trình mặt cầu là $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1669. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) song song và cách đều (P) và (Q) .

- A. $(\alpha): 3x - y + 4z + 10 = 0$. B. $(\alpha): 3x - y + 4z + 5 = 0$.
C. $(\alpha): 3x - y + 4z - 10 = 0$. D. $(\alpha): 3x - y + 4z - 5 = 0$.

Lời giải.

Vì (P) và (Q) song song với nhau nên mặt phẳng (α) song song và cách đều (P) và (Q) có phương trình $(\alpha): 3x - y + 4z + \frac{2+8}{2} = 0$ hay $(\alpha): 3x - y + 4z + 5 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1670. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 3 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $(1; -2; 3)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(-1; 2; -3)$. D. $(1; 2; 3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 2; -3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1671. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + (m + 1)y - 2z + m = 0$ và $(Q): 2x - y + 3 = 0$, với m là tham số thực. Để (P) và (Q) vuông góc với nhau thì giá trị thực của m bằng bao nhiêu?

- A. $m = -5$. B. $m = 1$. C. $m = 3$. D. $m = -1$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; m + 1; -2)$.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; -1; 0)$.

Để (P) và (Q) vuông góc với nhau thì ta có

$$\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot 2 + (m + 1) \cdot (-1) + (-2) \cdot 0 = 0 \Leftrightarrow 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1672. Cho mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; -3)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- A. $3x - 2y + 2z + 6 = 0$. B. $2x + 2y - z - 1 = 0$.
C. $x + y + z + 1 = 0$. D. $x - 2y - z - 3 = 0$.

Lời giải.

Phương trình dạng chuẩn của mặt phẳng (P) là

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow 3x - 2y + 2z + 6 = 0.$$

Suy ra (P) vuông góc với mặt phẳng $2x + 2y - z - 1 = 0$ vì $3 \cdot 2 + (-2) \cdot 2 + 2 \cdot (-1) = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1673. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -2; -1)$, $B(-2; -4; 3)$, $C(1; 3; -1)$. Tìm điểm $M \in (Oxy)$ sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $(\frac{1}{5}; \frac{3}{5}; 0)$. B. $(-\frac{1}{5}; \frac{3}{5}; 0)$. C. $(\frac{1}{5}; -\frac{3}{5}; 0)$. D. $(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}; 0)$.

Lời giải.

Lấy điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B + 3x_C}{5} = \frac{1}{5} \\ y_I = \frac{y_A + y_B + 3y_C}{5} = \frac{3}{5} \\ z_I = \frac{z_A + z_B + 3z_C}{5} = -\frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow I(\frac{1}{5}; \frac{3}{5}; -\frac{1}{5})$. Khi đó ta

$$\text{có } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = 5\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = 5\overrightarrow{MI} = 5MI.$$

Từ đó, để $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất, khi và chỉ khi MI nhỏ nhất, điều đó xảy ra khi M là hình chiếu của I trên mặt phẳng Oxy , suy ra $M(\frac{1}{5}; \frac{3}{5}; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1674. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 1)$, $B(3; -2; 0)$, $C(1; 2; -2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A sao cho tổng khoảng cách từ B và C đến mặt phẳng (P) lớn nhất, biết rằng (P) không cắt đoạn BC . Khi đó pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

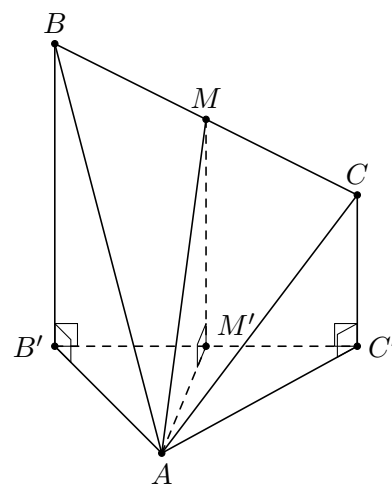
- A. $\vec{n} = (2; -2; -1)$. B. $\vec{n} = (1; 0; 2)$. C. $\vec{n} = (-1; 2; -1)$. D. $\vec{n} = (1; 0; -2)$.

Lời giải.

Lấy M là trung điểm của đoạn BC , suy ra $M(2; 0; -1)$.

Gọi BB' , CC' , MM' lần lượt là khoảng cách từ B , C , M đến mặt phẳng (P) , từ đó suy ra $BB' + CC' = 2MM'$.

Xét tam giác vuông AMM' , ta có $MM' \leq AM$, từ đó suy ra để tổng khoảng cách từ B và C đến mặt phẳng (P) thì MM' phải lớn nhất, điều này có nghĩa là M' trùng với A hay $MA \perp (P)$. Từ đó suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{AM} = (1; 0; -2)$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1675. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(\mathcal{S}) : (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 9$ cắt mặt phẳng (Oyz) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng

- A. $\sqrt{11}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{7}$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(2; -1; 0)$ và bán kính $R = 3$.

Hình chiếu vuông góc của I lên (Oyz) là $H(0; -1; 0)$.

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (Oyz) là $d = IH = 2$.

Gọi r là bán kính của đường tròn giao tuyến ta có

$$R^2 = r^2 + d^2 \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}.$$

Vậy bán kính của đường tròn giao tuyến là $r = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1676. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $x = 0$.

B. $y = 0$.

C. $z = 0$.

D. $x + y = 0$.

Lời giải.

Ta có $(Oxy): z = 0$, $(Oxz): y = 0$, $(Oyz): x = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1677. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) với (Q) song song với (P) và khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{7}{3}$ là

A. $x + 2y + 2z + 3 = 0$; $x + 2y + 2z + 17 = 0$. **B.** $x + 2y + 2z + 3 = 0$; $x + 2y + 2z - 17 = 0$.

C. $x + 2y + 2z - 3 = 0$; $x + 2y + 2z + 17 = 0$. **D.** $x + 2y + 2z - 3 = 0$; $x + 2y + 2z - 17 = 0$.

Lời giải.

Vì (Q) song song với (P) nên $(Q): x + 2y + 2z + c = 0$ với $c \neq -10$.

$$\text{Lấy } M(0; 0; 5) \in (P) \Rightarrow d(M; (P)) = \frac{7}{3} \Leftrightarrow \frac{|10 + c|}{3} = \frac{7}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} c + 10 = 7 \\ c + 10 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -3 \text{ (thỏa mãn)} \\ c = -17 \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1678. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của (ABC) ?

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

B. $\frac{x}{1} - \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$.

C. $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1$.

D. $\frac{x}{1} - \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = -1$.

Lời giải.

$$(ABC): \frac{x}{-1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{1} - \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = -1.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1679. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hãy viết phương trình mặt cầu có tâm là $I(2; 1; -4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 7 = 0$.

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 8z - 4 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 8z - 4 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 8z - 4 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 8z - 4 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(2; 1; -4)$ và bán kính $R = d(I; (\alpha)) = 5$.

Vậy nó có phương trình là $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 4)^2 = 5^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 8z - 4 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1680. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $H(2; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua H và cắt các trục tọa độ tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC . Hãy viết phương trình mặt phẳng (P) .

A. $2x + y + z - 6 = 0$.

B. $x + 2y + z - 6 = 0$.

C. $x + 2y + 2z - 6 = 0$.

D. $2x + y + z + 6 = 0$.

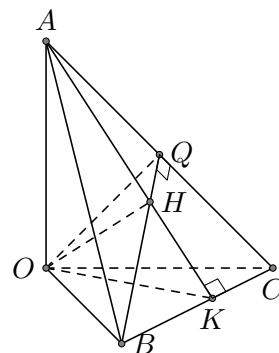
Lời giải.

Trong tam giác ABC , kẻ các đường cao AK và BQ .

Vì $BC \perp AK$ và $BC \perp AO$ nên $BC \perp (AOK)$, suy ra $BC \perp OH$.

Hoàn toàn tương tự, $AC \perp OH$. Suy ra $OH \perp (ABC)$.

Vậy (P) là mặt phẳng qua $H(2; 1; 1)$ và nhận $\overrightarrow{OH} = (2; 1; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến; $(P): 2x + y + z - 6 = 0$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1681. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9; 1; 1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

A. $\frac{81}{2}$.

B. $\frac{243}{2}$.

C. $\frac{81}{6}$.

D. 243.

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c), (a, b, c > 0)$.

Khi đó $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì $M \in (P)$ nên $\frac{9}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

Ta có $1 = \frac{9}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{9}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}} \Rightarrow abc \leq 243$.

Suy ra $V_{OABC} = \frac{1}{6}abc \leq \frac{243}{6} = \frac{81}{2}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{9}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} = \frac{1}{3}$ hay $a = 27, b = 3, c = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1682. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; -3; 5)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(1; -3; 5)$.

B. $(1; -3; 0)$.

C. $(1; -3; 1)$.

D. $(1; -3; 2)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; -3; 5)$ trên mặt phẳng (Oxy) là $(1; -3; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1683. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = m^2 + 4$.

Tập các giá trị của m để mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) là

A. $\{\sqrt{5}\}$.

B. $\{\pm\sqrt{5}\}$.

C. $\{0\}$.

D. $\emptyset$.

Lời giải.

Ta có $m^2 + 4 > 0$ với mọi m thuộc $\mathbb{R}$, nên phương trình đã cho luôn là phương trình của mặt cầu với tâm $I(-3; 0; 2)$, bán kính $R = \sqrt{m^2 + 4}$.

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x = 0$.

Để mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) thì $d(I, (Oyz)) = R$.

Suy ra $\sqrt{m^2 + 4} = 3 \Leftrightarrow m^2 + 4 = 9 \Leftrightarrow m^2 = 5 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1684. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0), B(0; -3; 0), C(0; 0; 6)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $(ABC): z - 6 = 0$.

B. $(ABC): 3x - 2y + z - 6 = 0$.

C. $(ABC): y + 3 = 0$.

D. $(ABC): x - 2 = 0$.

Lời giải.

Ta có $(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 3x - 2y + z - 6 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1685.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(0; 2; 0)$.

B. $N(1; 2; 3)$.

C. $M(1; 0; 0)$.

D. $Q(0; 0; 3)$.

Lời giải.

Xét điểm $P(0; 2; 0): \frac{0}{1} + \frac{2}{2} + \frac{0}{3} = 1$ (đúng) $\Rightarrow P \in (P)$.

Xét điểm $N(1; 2; 3): \frac{1}{1} + \frac{2}{2} + \frac{3}{3} = 1$ (**sai**) $\Rightarrow N \notin (P)$.

Xét điểm $M(1; 0; 0): \frac{1}{1} + \frac{0}{2} + \frac{0}{3} = 1$ (đúng) $\Rightarrow M \in (P)$.

Xét điểm $Q(0; 0; 3): \frac{0}{1} + \frac{0}{2} + \frac{3}{3} = 1$ (đúng) $\Rightarrow Q \in (P)$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1686.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 2)$, $B(3; 5; -4)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x + y - 3z - 9 = 0$.

B. $x + y - 3z + 9 = 0$.

C. $x + y - 3z + 2 = 0$.

D. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+4}{-3}$.

Lời giải.Gọi trung điểm của AB là $I \Rightarrow I(2; 4; -1)$.Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua $I(2; 4; -1)$ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (2; 2; -6)$ nên có phương trình là: $2(x - 2) + 2(y - 4) - 6(z + 1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3z - 9 = 0$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1687.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua điểm A và song song với (P) . Phương trình mặt phẳng (Q) là

A. $(Q): 2x - y + z - 5 = 0$.

B. $(Q): 2x - y + z = 0$.

C. $(Q): x + y + z - 2 = 0$.

D. $(Q): 2x + y - z + 1 = 0$.

Lời giải.Do $(Q) \parallel (P)$ nên véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P$ của (P) cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (Q) .

Do đó $(Q): 2(x - 1) - (y + 1) + (z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + z - 5 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1688.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - 4y + 6z - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

B. $\vec{n} = (2; 4; 6)$.

C. $\vec{n} = (1; 2; 3)$.

D. $\vec{n} = (-1; 2; 3)$.

Lời giải.Mặt phẳng (P) nhận $\vec{v} = (2; -4; 6)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Do đó véc-tơ $\vec{n} = (1; -2; 3) = \frac{1}{2}\vec{v}$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1689. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my - z + 1 = 0$ và $(Q): x + 3y + (2m + 3)z - 2 = 0$. Giá trị của m để $(P) \perp (Q)$ là

- A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = 0$. D. $m = 2$.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; m; -1)$, (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1; 3; 2m + 3)$.

$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 1 + m \cdot 3 + (-1) \cdot (2m + 3) = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1690. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 0)$ mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa A, B và vuông góc với (P) . Phương trình mặt phẳng (Q) là

- A. $2x + 5y + 3z - 9 = 0$. B. $2x + y - 3z - 7 = 0$.
C. $2x + y - z - 5 = 0$. D. $x - 2y - z - 6 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Q) chứa AB và vuông góc với (P) nên có cặp véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 1)$ và $\vec{n}_P = (2; 1; -3)$. Suy ra $\vec{n}_Q = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_P] = (2; 5; 3)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(1; 2; -1)$ nên ta có phương trình mặt phẳng (Q) là

$$2(x - 1) + 5(y - 2) + 3(z + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 5y + 3z - 9 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1691. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1; -1; 0)$, $B(3; 1; -1)$. Điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai điểm A, B có tọa độ là

- A. $M\left(0; -\frac{9}{4}; 0\right)$. B. $M\left(0; \frac{9}{2}; 0\right)$. C. $M\left(0; -\frac{9}{2}; 0\right)$. D. $M\left(0; \frac{9}{4}; 0\right)$.

Lời giải.

Ta có trung điểm I của AB có tọa độ là $I\left(1; 0; -\frac{1}{2}\right)$ và $\overrightarrow{AB} = (4; 2; -1)$.

Phương trình mặt trung trực của đoạn AB là $4(x - 1) + 2(y - 0) - 1\left(z + \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 4x + 2y - z - \frac{9}{2} = 0$.

Khi đó M là giao điểm của Oy và mặt trung trực AB , do vậy tọa độ M cần tìm là $M\left(0; \frac{9}{4}; 0\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1692. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) chứa điểm $H(1; 2; 2)$ và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $x + 2y - 2z - 9 = 0$. B. $2x + y + z - 6 = 0$.
C. $2x + y + z - 2 = 0$. D. $x + 2y + 2z - 9 = 0$.

Lời giải.

Ta có $BC \perp OA$ (do $BC \subset (Oyz)$ và $A \in Ox$), $BC \perp AH$ (do H là trực tâm tam giác ABC)
 $\Rightarrow BC \perp (OAH) \Rightarrow BC \perp OH$, chứng minh tương tự ta cũng có $AC \perp OH \Rightarrow OH \perp (ABC)$.

Do vậy (P) qua điểm $H(1; 2; 2)$ và nhận $\overrightarrow{OH} = (1; 2; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Ta được

$$(P): (x - 1) + 2(y - 2) + 2(z - 2) = 0 \Rightarrow x + 2y + 2z - 9 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1693. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (m; 1; 0)$, $\vec{b} = (2; m-1; 1)$, $\vec{c} = (1; m+1; 1)$. Tìm m để ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng.

A. $m = \frac{3}{2}$.

B. $m = -2$.

C. $m = -\frac{1}{2}$.

D. $m = -1$.

Lời giải.

Ta có: $[\vec{a}, \vec{b}] = (1; -m; m^2 - m - 2)$.

Để $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng thì $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0 \Leftrightarrow -2m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1694. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 5)$, $B(3; 4; 1)$, $C(2; 3; -3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên $mp(Oxz)$. Độ dài đoạn GM ngắn nhất bằng

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G(2; 3; 1)$.

Giả sử $M(a; 0; c) \in (Oxz)$. Gọi H là hình chiếu của G trên $mp(Oxz) \Rightarrow H(2; 0; 1)$.

Ta có $GM \geq GH = d(G; (Oxz)) = 3$ và $GM = GH \Leftrightarrow M \equiv H$, khi đó $M(2; 0; 1)$.

Vậy độ dài đoạn GM ngắn nhất bằng 3.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1695. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 2; 1)$, $B(2; 1; 3)$, $C(3; 2; 2)$, $D(1; 1; 1)$. Độ dài chiều cao DH của tứ diện bằng

A. $\frac{\sqrt{14}}{14}$.

B. $\frac{3\sqrt{14}}{14}$.

C. $\frac{3\sqrt{14}}{7}$.

D. $\frac{4\sqrt{14}}{7}$.

Lời giải.

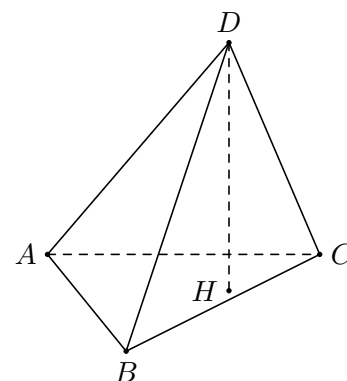
Ta có $\vec{AB} = (1; -1; 2)$, $\vec{AC} = (2; 0; 1)$

$\Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-1; 3; 2)$.

Mặt phẳng (ABC) nhận $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (-1; 3; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến và đi qua $A(1; 2; 1)$ có phương trình:

$$-1(x-1) + 3(y-2) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow -x + 3y + 2z - 7 = 0$$

Độ dài chiều cao DH của tứ diện bằng khoảng cách từ D đến mặt phẳng (ABC) .



$$\text{Ta có: } DH = d(D, (ABC)) = \frac{|-1 + 3 + 2 - 7|}{\sqrt{1 + 9 + 4}} = \frac{3\sqrt{14}}{14}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1696. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $H(2; 1; 2)$, điểm H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) , số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$ là

A. 90° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải.

Vì điểm H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) nên ta chọn

$$\vec{OH} = \vec{n}_{(P)} = (2; 1; 2).$$

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng

$$2(x-2) + (y-1) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 2z - 9 = 0.$$

Do đó, góc giữa 2 mặt phẳng $(P), (Q)$ tính như sau

$$\cos((P), (Q)) = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)}|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{n}_{(Q)}|} = \frac{|2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0|}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng 45° .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1697. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với a, b, c là những số dương thay đổi thỏa mãn $a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49$. Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$ khi khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) đạt giá trị lớn nhất.

A. $S = \frac{51}{5}$. B. $S = \frac{49}{4}$. C. $S = \frac{49}{5}$. D. $S = \frac{51}{4}$.

Lời giải.

Dựng $OH \perp (ABC); (H \in (ABC))$ vì $OABC$ là tứ diện vuông

nên ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{2^2}{4b^2} + \frac{4^2}{16c^2}.$$

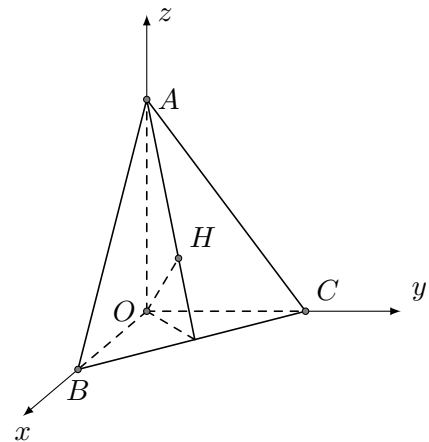
Áp dụng bất đẳng thức Schwarz

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{2^2}{4b^2} + \frac{4^2}{16c^2} \geq \frac{(1+2+4)^2}{a^2 + 4b^2 + 16c^2} = 1 \Rightarrow OH \leq 1.$$

Vậy khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) đạt giá trị lớn nhất là 1 khi

$$\frac{1}{a^2} = \frac{2}{4b^2} = \frac{4}{16c^2} = \frac{1+2+4}{a^2 + 4b^2 + 16c^2} = \frac{1}{7}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 7 \\ b^2 = \frac{7}{2} \\ c^2 = \frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow S = \frac{49}{4}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1698. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 0; 7)$, $C(0; 3; 0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 0$.
C. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 1$. D. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} + 1 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng đoạn chắn (ABC) : $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1699. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng

A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (-1; 0; 1)$ và $\vec{AC} = (1; 1; 1) \Rightarrow [\vec{AB}; \vec{AC}] = (-1; 2; -1) \Rightarrow |[\vec{AB}; \vec{AC}]| = \sqrt{6}$.

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} |[\vec{AB}; \vec{AC}]| = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1700. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-3; 0; 1)$. Mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 1 = 0$ theo một thiết diện là một hình tròn. Diện tích của hình tròn này bằng π . Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4$.

B. $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 25$.

C. $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 5$.

D. $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 2$.

Lời giải.

Gọi mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R .

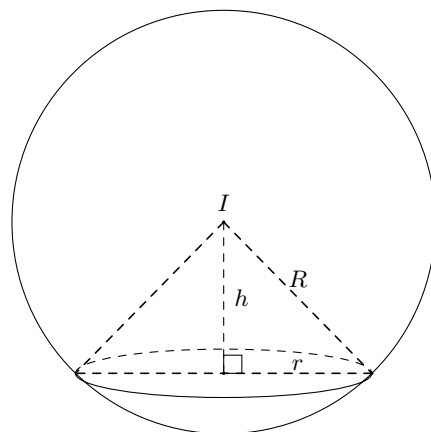
Ta có $h = d(I; (P)) = \frac{|-3 - 0 - 2 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 2$.

Giả sử r là bán kính của đường tròn giao tuyến giữa mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) .

Diện tích hình tròn là $\pi r^2 = \pi \Leftrightarrow r^2 = 1 \Leftrightarrow r = 1$.

Ta có $R^2 = h^2 + r^2 = 2^2 + 1^2 = 5$.

Phương trình mặt cầu (S) là $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 5$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 1701. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình hai mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$ và $(Q): 2x - y - 2z + 6 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. $\frac{5}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 2.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải.

Lấy $M(0; 1; 0) \in (P) \Rightarrow d((P); (Q)) = d(M; (Q)) = \frac{|2 \cdot 0 - 1 - 2 \cdot 0 + 6|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = \frac{5}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1702. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$ có tâm I và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 7 = 0$. Thể tích của khối nón đỉnh I và đường tròn đáy là giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) bằng

A. 12π .

B. 48π .

C. 36π .

D. 24π .

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 1)$ và bán kính $R = 5$.

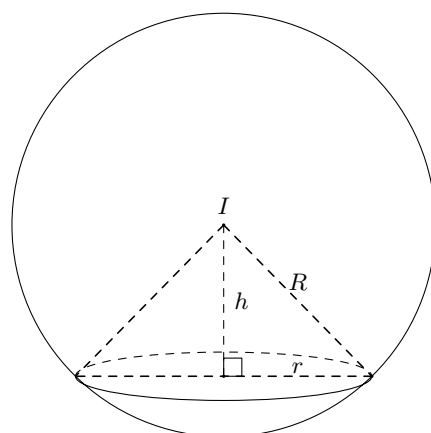
Gọi h là khoảng cách từ điểm I đến (P) và r là bán kính của đường tròn giao tuyến giữa (P) và (S) .

Ta có $h = d(I; (P)) = \frac{|1 + 2 + 2 + 7|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 4$.

Mặt khác $r^2 + h^2 = R^2 \Leftrightarrow r^2 + 4^2 = 5^2 \Leftrightarrow r = 3$.

Thể tích khối nón đỉnh I cần tìm là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi.$$



Chọn đáp án **A** □

Câu 1703. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 1)$ cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C (A , B , C không trùng với gốc O) sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $N(0; 2; 2)$.B. $M(0; 2; 1)$.C. $P(2; 0; 0)$.D. $Q(2; 0; -1)$.**Lời giải.**Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$.Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B, C là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.Vì $M \in (P)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM

$$1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{1}{c}} \Leftrightarrow 1 \geq 27 \cdot \frac{2}{abc} \Leftrightarrow abc \geq 54.$$

Thể tích tứ diện $OABC$ là $V = \frac{1}{6}abc \geq 9$.Suy ra thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất là bằng 9 $\Leftrightarrow \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{1}{c} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 3. \end{cases}$ Khi đó $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 1$.Thay tọa độ các điểm M, N, P, Q vào phương trình mặt phẳng (P) , ta thấy $N \in (P)$.Chọn đáp án **A** □**Câu 1704.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 6 = 0$ và cách đều các điểm $A(1; 6; 0)$, $B(-2; 2; -1)$, $C(5; -1; 3)$. Tổng $a + b + c$ bằng

A. 6.

B. -6.

C. 0.

D. 5.

Lời giải.Vì $M \in (P)$ nên $a + b + c = 6$. (1)Ta có $\overrightarrow{AM} = (a - 1; b - 6; c)$, $\overrightarrow{BM} = (a + 2; b - 2; c + 1)$, $\overrightarrow{CM} = (a - 5; b + 1; c - 3)$.Vì M cách đều A, B, C nên $\begin{cases} AM^2 = BM^2 \\ AM^2 = CM^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a - 1)^2 + (b - 6)^2 + c^2 = (a + 2)^2 + (b - 2)^2 + (c + 1)^2 \\ (a - 1)^2 + (b - 6)^2 + c^2 = (a - 5)^2 + (b + 1)^2 + (c - 3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 4b + c = 14 \\ 4a + 7b - 3c = 1. \end{cases}$$

Kết hợp với (1) suy ra $\begin{cases} a = -23 \\ b = 18 \\ c = 11. \end{cases}$ Tổng $a + b + c = -23 + 18 + 11 = 6$.Chọn đáp án **A** □**Câu 1705.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 1 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?A. $(3; 1; 1)$.B. $(1; -3; 1)$.C. $(-1; 0; 0)$.D. $(1; 0; 0)$.**Lời giải.**Xét mặt phẳng $(P): x - 3y + 1 = 0$.Các điểm $(3; 1; 1)$, $(1; -3; 1)$, $(1; 0; 0)$ có tọa độ không thỏa mãn phương trình mặt phẳng (P) do đó

các điểm này không thuộc mặt phẳng.

Điểm $(-1; 0; 0)$ thỏa mãn phương trình của (P) nên điểm này thuộc (P) .

Vậy (P) đi qua $(-1; 0; 0)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1706. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình

A. $x = 0$.

B. $z = 0$.

C. $x + y + z = 0$.

D. $y = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) đi qua $O(0; 0; 0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{i}(1; 0; 0) \Rightarrow$ phương trình của mặt phẳng là $x = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1707. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1; 2; 3)$. Gọi $(P): px + qy + rz + 1 = 0$ ($p, q, r \in \mathbb{R}$) là mặt phẳng qua G và cắt các trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC . Tính $T = p + q + r$.

A. $T = -\frac{11}{18}$.

B. $T = \frac{11}{18}$.

C. $T = 18$.

D. $T = -18$.

Lời giải.

Giả sử $A(a, 0, 0), B(0, b, 0), C(0, 0, c)$, ta có phương trình đoạn chắn của (P) là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

$$\text{Tọa độ trọng tâm } G\left(\frac{a}{3}; \frac{b}{3}; \frac{c}{3}\right) = (1; 2; 3) \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9. \end{cases}$$

$$\text{Phương trình của } (P): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Rightarrow p = -\frac{1}{3}, q = -\frac{1}{6}, r = -\frac{1}{9}.$$

$$\text{Vậy ta có } p + q + r = -\frac{11}{18}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1708. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0; 0; -4), B(2; 0; 0)$ và cắt (S) theo một giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất.

Biết rằng $(\alpha): ax + by - z + c = 0$. Tính $P = a - b + c$.

A. $P = 8$.

B. $P = 0$.

C. $P = 2$.

D. $P = -4$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

Gọi H, r lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn giao tuyến (C) của (S) và (α) .

Đặt $h = d(I, (\alpha))$, ta có $R^2 = r^2 + h^2$.

$$\text{Thể tích khối nón có đỉnh } I \text{ và đáy } (C) \text{ là } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 \sqrt{27 - r^2}.$$

Xét hàm số $f(t) = t\sqrt{27 - t}, t \in [0; 27]$.

$$\text{Ta có } f'(t) = \sqrt{27 - t} - \frac{t}{2\sqrt{27 - t}}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{27 - t} = \frac{t}{2\sqrt{27 - t}} \Leftrightarrow \begin{cases} t \in [0; 27] \\ 3t = 54 \end{cases} \Leftrightarrow t = 18.$$

Khi đó, ta có $f(0) = 0, f(27) = 0, f(18) = 54 \Leftrightarrow \max f(t) = f(18) = 54$.

Suy ra giá trị lớn nhất của V đạt được khi $r^2 = 18 \Leftrightarrow h^2 = 9 \Leftrightarrow h = 3$.

$$\text{Khi đó ta có } d(I, (\alpha)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|a - 2b - 3 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} = 3. \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } A, B \in (\alpha) \Rightarrow \begin{cases} 4 + c = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -4 \\ a = 2. \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{|5 + 2b|}{\sqrt{5 + b^2}} = 3 \Leftrightarrow 5b^2 - 20b + 20 = 0 \Leftrightarrow (b - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow b = 2.$$

$$\text{Vậy ta có } a = b = 2, c = -4 \Rightarrow P = a - b + c = -4.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1709. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(a; b; c)$ bán kính bằng 1, tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $|a| = 1$. B. $a + b + c = 1$. C. $|b| = 1$. D. $|c| = 1$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $(Oxz): y = 0$.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với $(Oxz) \Leftrightarrow d(I, (Oxz)) = 1 \Leftrightarrow |b| = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1710. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC là

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1)$ và $\overrightarrow{AC} = (1; 1; 1)$.

$$\text{Suy ra } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2} |(-1; 2; -1)| = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1711. Cho tứ diện $OABC$ có $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$ và đôi một vuông góc nhau. Gọi r là bán kính mặt cầu tiếp xúc với cả bốn mặt của tứ diện. Giả sử $a \geq b$, $a \geq c$. Giá trị nhỏ nhất của $\frac{a}{r}$ là

- A. $1 + \sqrt{3}$. B. $2 + \sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. $3 + \sqrt{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{O.ABC} = \frac{abc}{5}.$$

$$\text{Mặt khác } V_{O.ABC} = \frac{1}{3} r (S_{\triangle ABC} + S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OBC}).$$

$$\text{Suy ra ta có } \frac{a}{r} = 2 \frac{S_{\triangle ABC}}{bc} + \frac{ab + ac + bc}{bc}.$$

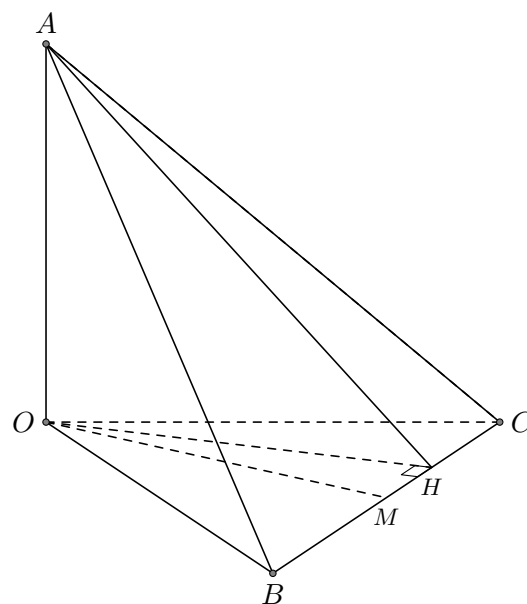
$$\text{Do } a \geq b, a \geq c \Rightarrow \frac{ab + bc + bc}{bc} \geq 3 \quad (1).$$

Dấu bằng của (1) xảy ra khi $a = b = c$.

$$\text{Xét } 2 \frac{S_{\triangle ABC}}{bc} = \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{1}{\cos(\alpha)} \quad (\text{với } \alpha \text{ là góc giữa } (ABC) \text{ và } (OBC)).$$

Bài toán trở thành tìm $\min \frac{1}{\cos \alpha}$, hay tìm $\min \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}$.

Ta có $\tan \alpha = \frac{a}{OH} \geq \frac{a}{OM}$, với H là hình chiếu vuông góc của O lên BC còn M là trung điểm của BC .



Mặt khác.

$$\frac{a}{OM} = \frac{2a}{\sqrt{b^2 + c^2}} = \sqrt{2} = \tan \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = \sqrt{3}.$$

Kết hợp với (1) $\Rightarrow \min \frac{a}{r} = 3 + \sqrt{3} \Leftrightarrow a = b = c.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1712. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua $M(1; 2; 3)$ và nhận $\vec{n} = (1; 1; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

- A. $x + 2y + 3z = 0.$ B. $x + y + z = 0.$ C. $x + y - z = 0.$ D. $x + y + z - 6 = 0.$

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có phương trình là $(x - 1) + (y - 2) - (z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + y - z = 0.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1713. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ tâm I của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4$ đến mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 3 = 0$ bằng

- A. $\frac{2}{9}.$ B. $\frac{2}{3}.$ C. $\frac{3}{2}.$ D. 2.

Lời giải.

Theo giả thiết $I(0; 0; 1)$ nên khoảng cách $d_{(I, (P))} = \frac{|2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 1 + 3|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{3}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1714. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng qua $M(2; 1; 9)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC đều. Điểm có tọa độ nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $(-1; 5; 8).$ B. $(3; 2; -7).$ C. $(1; -7; -6).$ D. $(5; 5; 5).$

Lời giải.

Tam giác ABC đều, chứng minh được $OA = OB = OC = a > 0$. Do A, B, C lần lượt thuộc tia Ox, Oy, Oz nên $A(a; 0; 0), B(0; a; 0), C(0; 0; a)$. Theo phương trình mặt phẳng chắn, phương trình (P) có dạng

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{a} + \frac{z}{a} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - a = 0.$$

Vì $M \in (P)$, suy ra $2 + 1 + 9 - a = 0 \Leftrightarrow a = 12$. Do đó $(P): x + y + z - 12 = 0$. Điểm có tọa độ $(-1; 5; 8)$ thuộc (P) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1715. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1; 2; 3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

- A. $(0; 2; 3).$ B. $(-1; -2; -3).$ C. $(-1; 2; 3).$ D. $(1; 2; -3).$

Lời giải.

Ta có điểm $M'(-1; 2; 3)$ là điểm đối xứng của $M(1; 2; 3)$ qua mặt phẳng (Oyz) .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1716. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, nếu ba điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; 3)$ lên các trục tọa độ thì phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 1.$ B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$ C. $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 0.$ D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0.$

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} A(1; 0; 0) \\ B(0; 2; 0) \\ C(0; 0; 3) \end{cases} \Rightarrow (ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1717. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, gọi ba đỉnh A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; -2; -2)$ lên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} A(1; 0; 0) \\ B(0; -2; 0) \\ C(0; 0; -2) \end{cases}.$$
 Vì $O.ABC$ là tam diện vuông tại O nên ta có

$$\frac{1}{d^2(O, (ABC))} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(O, (ABC)) = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1718. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1.$

B. $3x - 2y + 6z = 6.$

C. $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 0.$

D. $3x - 2y + 6z - 12 = 0.$

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} M(2; -3; 0) \\ N(2; 0; 1) \\ P(0; -3; 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MN} = (0; 3; 1) \\ \overrightarrow{MP} = (-2; 0; 1) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{(MNP)} = (3; -2; 6).$$

Ta được $(MNP): 3x - 2y + 6z - 12 = 0.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1719. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của véc-tơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$ có phương trình là

A. $x - y + 2z + 12 = 0.$

B. $x - y + 2z - 12 = 0.$

C. $3x - y + 4z - 12 = 0.$

D. $3x - y + 4z + 12 = 0.$

Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{a} = (1; -1; 2)$ nên phương trình là

$$1(x - 3) - 1(y + 1) + 2(z - 4) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 12 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1720. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$, $(Q): x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của (α) là

A. $x + y + z - 3 = 0.$

B. $x + y + z + 3 = 0.$

C. $-2x + z + 6 = 0.$

D. $-2x + z - 6 = 0.$

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$.

Mặt phẳng (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (1; 0; -1)$.

Vì mặt phẳng (α) vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q) nên (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = 3(1; 1; 1)$.

Mà mặt phẳng (α) đi qua $A(3; 0; 0)$, nên suy ra phương trình là $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1721. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -4)$ và $B(-1; 2; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB .

A. $(\alpha): 4x + 2y + 12z + 7 = 0$.

B. $(\alpha): 4x - 2y + 12z + 17 = 0$.

C. $(\alpha): 4x + 2y - 12z - 17 = 0$.

D. $(\alpha): 4x - 2y - 12z - 17 = 0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB thì $I\left(0; \frac{5}{2}; -1\right)$. Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB chứa điểm I và nhận $\vec{BA} = (2; 1; -6)$ là véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$2(x - 0) + 1\left(y - \frac{5}{2}\right) - 6(z + 1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 2y - 12z - 17 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1722. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; -2)$ là

A. $4x - 3y + 6z + 12 = 0$.

B. $4x + 3y + 6z + 12 = 0$.

C. $4x + 3y - 6z + 12 = 0$.

D. $4x - 3y + 6z - 12 = 0$.

Lời giải.

Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow 4x - 3y + 6z = -12 \Leftrightarrow 4x - 3y + 6z + 12 = 0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $4x - 3y + 6z + 12 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1723. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 3; -1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với AB là

A. $2x + y - z - 3 = 0$. **B.** $x + y - z + 3 = 0$. **C.** $x + y - z - 3 = 0$. **D.** $x - y - z - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (1; 1; -1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm.

Vậy phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB là

$$1(x - 1) + 1(y - 2) - 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 3 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1724. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0; 1; 0)$, $B(2; 0; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - y - 1 = 0$ là

A. $x + y - 3z - 1 = 0$.

B. $2x + 2y - 5z - 2 = 0$.

C. $x - 2y - 6z + 2 = 0$.

D. $x + y - z - 1 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; -1; 0)$.

Ta có $\vec{AB} = (2; -1; 1)$ và $[\vec{n}_P, \vec{AB}] = (-1; -1; 1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm, một véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q = (1; 1; -1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là $1 \cdot (x - 0) + 1 \cdot (y - 1) - 1 \cdot (z - 0) = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1725. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 6$ đồng thời song song với hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$,

$$d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}.$$

A. $\begin{cases} x - y + 2z - 3 = 0 \\ x - y + 2z + 9 = 0. \end{cases}$

C. $x + y + 2z + 9 = 0.$

B. $\begin{cases} x + y + 2z - 3 = 0 \\ x + y + 2z + 9 = 0. \end{cases}$

D. $x - y + 2z + 9 = 0.$

Lời giải.

Gọi phương trình mặt phẳng cần tìm là $mp(P)$.

Mặt cầu có tâm $I(1; 0; -2)$ và có bán kính $R = \sqrt{6}$.

Vì mặt phẳng cần tìm song song với d_1, d_2 nên véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là tích có hướng của hai véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng d_1, d_2 . Vậy $\vec{n} = (2; 2; 4)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $x + y + 2z + D = 0$.

$$\text{Vì } (P) \text{ tiếp xúc với mặt cầu nên } d(I, (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|1 + 0 - 4 + D|}{\sqrt{1 + 1 + 4}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow \begin{cases} D = 9 \\ D = -3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1726. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$, $(Q): x + my + (m - 1)z + 2019 = 0$. Khi hai mặt phẳng $(P), (Q)$ tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì mặt phẳng (Q) đi qua điểm M nào sau đây?

A. $M(2019; -1; 1).$

B. $M(0; -2019; 0).$

C. $M(-2019; 1; 1).$

D. $M(0; 0; -2019).$

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt là $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; -2)$ và $\vec{n}_{(Q)} = (1; m; m - 1)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) khi đó

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)}|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{n}_{(Q)}|} = \frac{3}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{m^2 - m + 1}}.$$

Ta có góc $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow \cos \alpha$ lớn nhất $\Leftrightarrow m^2 - m + 1$ nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } m^2 - m + 1 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} \text{ dấu bằng xảy ra } \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Suy ra giá trị lớn nhất của $\cos \alpha$ là $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ khi $m = \frac{1}{2}$.

$$\text{Với } m = \frac{1}{2} \Rightarrow (Q): x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z + 2019 = 0.$$

Dễ thấy điểm $M(-2019; 1; 1)$ thuộc (Q) .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1727. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(2; 4; 6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) , (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của (P) là

A. $6x + 3y + 2z - 24 = 0.$

B. $6x + 3y + 2z - 12 = 0.$

C. $6x + 3y + 2z = 0$.

D. $6x + 3y + 2z - 36 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) : $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 12 = 0$.

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên phương trình có dạng $6x + 3y + 2z + d = 0$, $d \neq -12$.

Mặt phẳng (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} d((ABC), (P)) &= d(D, (P)) \Leftrightarrow d(A, (P)) = d(D, (P)) \\ \Leftrightarrow \frac{|6 \cdot 2 + d|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} &= \frac{|6 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 6 + d|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} \\ \Leftrightarrow |d + 12| &= |d + 36| \Leftrightarrow d = -24 \text{ (thỏa mãn)}. \end{aligned}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) : $6x + 3y + 2z - 24 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1728. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I , cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 5.

A. $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 34$.

B. $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 34$.

C. $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 16$.

D. $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 25$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính mặt cầu cần tìm, $r = 5$ là bán kính đường tròn giao tuyến của (P) và mặt cầu (S) .

Ta có $d(I, (P)) = \frac{|-1 - 4 - 2 - 2|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \frac{9}{3} = 3$.

Do đó bán kính mặt cầu $R = \sqrt{r^2 + d^2(I, (P))} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) : $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 34$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1729. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; -1; -1)$ và mặt phẳng (P) : $x - 2y - 2z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y + z - 3 = 0$.

B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$.

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y + z + 1 = 0$.

D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 1 = 0$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \frac{|2 + 2 + 2 + 3|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 3$. Suy ra phương trình mặt cầu (S) là

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1730. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; 2)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x - y + z = 0$.

B. $x + \frac{y}{2} - z = 1$.

C. $x - 2y + z = 0$.

D. $x - y + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 0; 2)$. Suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-2; 2; -1)$. Do đó phương trình mặt phẳng (P) là

$$-2(x - 1) + 2y - z = 0 \Leftrightarrow x - y + \frac{z}{2} = 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1731. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 6)$, $B(-3; -1; -4)$, $C(5; -1; 0)$, $D(1; 2; 1)$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. 40.

B. 60.

C. 50.

D. 30.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-5; 0; -10)$, $\overrightarrow{AC} = (3; 0; -6)$, $\overrightarrow{AD} = (-1; 3; -5)$ và $[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (0; -60; 0)$.

Từ đó suy ra $\Rightarrow V = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = 30$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1732. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(6; -2; 3)$, $B(0; 1; 6)$, $C(2; 0; -1)$, $D(4; 1; 0)$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua bốn điểm A, B, C, D . Hãy viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm A .

A. $4x - y - 9 = 0$.

B. $4x - y - 26 = 0$.

C. $x + 4y + 3z - 1 = 0$.

D. $x + 4y + 3z + 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Ta có A, B, C, D nằm trên mặt cầu (S) , suy ra

$$\begin{cases} 6^2 + (-2)^2 + 3^2 - 2a \cdot 6 - 2b \cdot (-2) - 2c \cdot 3 + d = 0 \\ 0^2 + 1^2 + 6^2 - 2b \cdot 1 - 2c \cdot 6 + d = 0 \\ 2^2 + (-1)^2 - 2a \cdot 2 - 2c \cdot (-1) + d = 0 \\ 4^2 + 1^2 - 2a \cdot 4 - 2b \cdot 1 + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = 3 \\ d = -3. \end{cases}$$

Ta có $a^2 + b^2 + c^2 - d = 17 > 0$, do đó (S) là phương trình mặt cầu, tâm $I(2; -1; 3)$.

Vậy mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại A sẽ qua điểm A và nhận $\overrightarrow{IA} = (4; -1; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $4x - y - 26 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1733. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $G(1; 4; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng cắt trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 1$. B. $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 0$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 0$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$ với $abc \neq 0$. Ta có $(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Ta có $G(1; 4; 3)$ là trọng tâm tứ diện $OABC$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GO} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a - 1 - 1 - 1 - 1 = 0 \\ -4 + b - 4 - 4 - 4 = 0 \\ -3 - 3 + c - 3 - 3 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 16 \\ c = 12 \end{cases} \Rightarrow (\alpha): \frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1734. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $A(0; -1; 2)$. Gọi (P) là mặt phẳng qua A và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi nhỏ nhất. Phương trình của (P) là

- A. $y - 2z + 5 = 0$. B. $x - y + 2z - 5 = 0$. C. $-y + 2z + 5 = 0$. D. $y - 2z - 5 = 0$.

Lời giải.

Ta có mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$ có tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính $R = 3$.

Ta có $OA = \sqrt{5} < R$, do đó điểm A nằm bên trong mặt cầu (S) .

Mặt phẳng (P) qua A và cắt mặt cầu theo một hình tròn có bán kính r , có chu vi là $C_{\text{đường tròn}} = 2\pi r$.

Ta có chu vi đường tròn nhỏ nhất $\Leftrightarrow r$ nhỏ nhất.

Gọi H là hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) , ta có

$$MH^2 = OM^2 - OH^2 \Leftrightarrow r^2 = R^2 - OH^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = 9 - d[O, (P)].$$

Ta có r nhỏ nhất $\Leftrightarrow d[O, (P)]$ lớn nhất $\Leftrightarrow H \equiv A$.

Khi đó mặt phẳng (P) qua $A(0; -1; 2)$ nhận $\overrightarrow{OA}$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra $(P): y - 2z + 5 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1735. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua điểm A và song song với (P) . Phương trình mặt phẳng (Q) là

- A. $x + y + z - 2 = 0$. B. $2x - y + z - 5 = 0$. C. $2x + y - z + 1 = 0$. D. $2x - y + z = 0$.

Lời giải.

Ta có $(Q) \parallel (P)$, suy ra $\vec{n}_{(Q)} = \vec{n}_{(P)} = (2; -1; 1)$.

Lại có (Q) đi qua $A(1; -1; 2)$ nên có phương trình $2(x-1) - (y+1) + (z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + z - 5 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1736. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; -1; 4)$ và nhận $\vec{u} = (3; 2; 1)$, $\vec{v} = (-3; 0; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương là

- A. $x - y - z - 12 = 0$. B. $x + y + z - 3 = 0$.
C. $3x + 3y - z = 0$. D. $x - 3y + 3z - 15 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_{(P)} = [\vec{u}, \vec{v}] = (2; -6; 6) = 2(1; -3; 3)$.

Lại có (P) đi qua $M(0; -1; 4)$ nên có phương trình $x - 3(y+1) + 3(z-4) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + 3z - 15 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1737. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my - z + 1 = 0$ và $(Q): x + 3y + (2m+3)z - 2 = 0$. Giá trị của m để $(P) \perp (Q)$ là

- A. $m = -1$. B. $m = 0$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Lời giải.

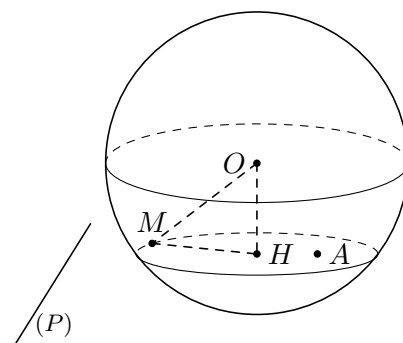
Ta có $\vec{n}_{(P)} = (2; m; -1)$, $\vec{n}_{(Q)} = (1; 3; 2m+3)$.

Khi đó $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)} = 0 \Leftrightarrow 2 + 3m - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1738. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 2; 5)$, $B(3; 1; 3)$, $C(2; 6; 1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $2x - z - 6 = 0$. B. $2x + y - 10 = 0$.
C. $4x + 4y - 3z - 5 = 0$. D. $2x - z - 3 = 0$.



Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; 4; -4)$, suy ra $\vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (12; 0; -6) = 6(2; 0; -1)$.
 Vậy (ABC) có phương trình $2(x - 4) - (z - 5) = 0 \Leftrightarrow 2x - z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1739. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 0)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa A, B và vuông góc với (P) . Phương trình mặt phẳng (Q) là

A. $2x + y - z - 5 = 0$.

B. $2x + 5y + 3z - 9 = 0$.

C. $x + 2y - z - 6 = 0$.

D. $2x + y - 3z - 7 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 1)$, $\vec{n}_{(P)} = (2; 1; -3)$, suy ra $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(P)}] = (2; 5; 3)$.

Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với (P) nên có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = (2; 5; 3)$.

Vậy (Q) có phương trình $2(x - 1) + 5(y - 2) + 3(z + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 5y + 3z - 9 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1740. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng $\sqrt{35}$. Biết $B(1; -1; 2)$, $C(0; 1; 1)$, $D(-1; 0; -1)$. Đường cao AH của tứ diện bằng

A. 3.

B. 6.

C. 12.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-1; 2; -1)$, $\overrightarrow{BD} = (-2; 1; -3)$.

Suy ra $[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (5; -1; 3) \Rightarrow S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}]| = \frac{\sqrt{35}}{2}$.

Vậy độ dài đường cao AH là $AH = \frac{3V_{ABCD}}{S_{\triangle BCD}} = 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1741. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và điểm $D(1; 0; 3)$. Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cách D một khoảng bằng $\sqrt{6}$ có phương trình là

A. $x + 2y + z + 2 = 0$.

B. $\begin{cases} x + 2y + z + 2 = 0 \\ x + 2y + z - 10 = 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x + 2y - z - 10 = 0 \\ x + 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$.

D. $x + 2y + z - 10 = 0$.

Lời giải.

Vì $(Q) \parallel (P)$ nên (Q) có phương trình dạng $(Q): x + 2y + z + D = 0$ ($D \neq -4$).

Lại có $d(D, (Q)) = \sqrt{6} \Leftrightarrow \frac{|1 + 3 + D|}{\sqrt{1 + 1 + 1}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow |D + 4| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 2 \\ D = -10 \end{cases}$.

Vậy $(Q): x + 2y + z + 2 = 0$ hoặc $(Q): x + 2y + z - 10 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1742. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) chứa điểm $H(1; 2; 2)$ và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $2x + y + z - 6 = 0$.

B. $x + 2y - 2z - 9 = 0$.

C. $2x + y + z - 2 = 0$.

D. $x + 2y + 2z - 9 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BC \perp OA \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAH) \Rightarrow BC \perp OH. \quad (1)$

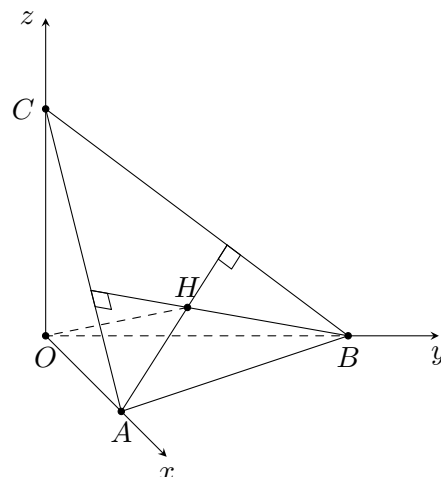
Lại có $\begin{cases} AC \perp OB \\ AC \perp BH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (OBH) \Rightarrow AC \perp OH. \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $OH \perp (ABC)$.

Do đó (P) nhận $\overrightarrow{OH} = (1; 2; 2)$ làm một véc-tơ pháp tuyến.

Mặt khác (P) đi điểm $H(1; 2; 2)$ nên có phương trình

$$1(x-1) + 2(y-2) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 9 = 0.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1743. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; -2; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $-x - 2y + z = 0$. B. $x + 2y + z = 0$. C. $-x + 2y + z = 0$. D. $-x + 2y - z = 0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB , ta có $I(2; 0; 2)$.

Mặt phẳng trung trực của AB đi qua I và nhận $\overrightarrow{AB} = (2; -4; -2)$ làm một véc-tơ pháp tuyến.

Vậy mặt phẳng trung trực của AB có phương trình $2(x-2) - 4y - 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow -x + 2y + z = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1744. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy và tạo với mặt phẳng $y + z + 1 = 0$ góc 60° . Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x - z - 1 = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x - z = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x - 2z = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) chứa Oy nên có dạng $(P): ax + cz = 0$, với $a^2 + c^2 \neq 0$.

Đặt $(Q): y + z + 1 = 0$, ta có $\vec{n}_{(P)} = (a; 0; c)$, $\vec{n}_{(Q)} = (0; 1; 1)$.

Gọi φ là góc giữa (P) và (Q) , ta có $\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)}|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{n}_{(Q)}|} = \frac{|c|}{\sqrt{2(a^2 + c^2)}}$.

Theo giả thiết ta có $\frac{|c|}{\sqrt{2(a^2 + c^2)}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2c^2 = a^2 + c^2 \Leftrightarrow c = \pm a$.

Với $a = c$, ta có $(P): x + z = 0$; với $a = -c$, ta có $(P): x - z = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1745. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$. Khoảng cách từ $M(1; -2; 0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 2. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. 5.

Lời giải.

Khoảng cách từ $M(1; -2; 0)$ đến mặt phẳng (P) là

$$d(M; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) + 1 \cdot 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{5}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1746. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$. Số mặt cầu đi qua $A(1; -2; 1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. vô số.

Lời giải.

Ta có $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$.

Vì $\frac{2}{2} = \frac{-1}{-1} = \frac{1}{1} \neq \frac{-2}{1}$ nên $(P) \parallel (Q)$.

Lấy điểm $M(0; 0; 2) \in (P) \Rightarrow d((P), (Q)) = d(M, (Q)) = \frac{|3|}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}}$.

Lại có $d(A, (Q)) = \frac{|2 \cdot 1 - (-2) + 1 + 1|}{\sqrt{6}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = 2d((P), (Q))$.

Do đó điểm A nằm ngoài phần không gian giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Vậy không có mặt cầu nào đi qua A và tiếp xúc với 2 mặt phẳng $(P), (Q)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1747. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 0; 3), B(-2; 0; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Hỏi có bao nhiêu điểm C nằm trên mặt phẳng (α) sao cho tam giác ABC đều?

- A. 2. B. 0. C. vô số. D. 1.

Lời giải.

Vì tam giác ABC đều nên $AB = AC = BC$. Gọi điểm $C(x; y; z)$.

Ta có
$$\begin{cases} C \in (\alpha) \\ AC = AB \\ BC = AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + 2z + 8 = 0 \\ x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 8 \\ (x + 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + 2z + 8 = 0 \quad (1) \\ x^2 + y^2 + z^2 - 6z + 1 = 0 \quad (2) \\ x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2z - 3 = 0 \quad (3) \end{cases}$$
 Lấy

$(3) - (2)$ ta được: $4x + 4z - 4 = 0 \Leftrightarrow z = 1 - x$ thay vào phương trình (1) ta được $y = 10$.

Thay $z = 1 - x$ và $y = 10$ vào phương trình (2) ta được:

$x^2 + 100 + (1 - x)^2 - 6(1 - x) + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x + 96 = 0$ (vô nghiệm).

Vậy không có điểm C thỏa mãn điều kiện bài toán.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1748. Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(0; -2; 2)$ đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O . Giả sử (P) có phương trình $x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và (Q) có phương trình $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2 + c_1c_2$.

- A. -7. B. -9. C. 9. D. 7.

Lời giải.

Ta có Vì (P) có phương trình $x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$.

(P) đi qua hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(0; -2; 2)$.

Nên ta có
$$\begin{cases} 1 + b_1 + c_1 + d_1 = 0 \\ -2b_1 + 2c_1 + d_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow 1 + 3b_1 - c_1 = 0. \quad (1)$$

Vì (P) cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại $A_1(-d_1; 0; 0), B_1\left(0; \frac{-d_1}{b_1}; 0\right)$.

Vì hai điểm cách đều O nên ta có $|d_1| = \frac{|d_1|}{|b_1|} \Rightarrow |b_1| = 1$.

Chọn $b_1 = 1$, thay vào (1) ta được $c_1 = 4$.

Vì (Q) có phương trình $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ và (Q) đi qua hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(0; -2; 2)$.

$$\text{Nên ta có } \begin{cases} 1 + b_2 + c_2 + d_2 = 0 \\ -2b_2 + 2c_2 + d_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow 1 + 3b_2 - c_2 = 0. \quad (2)$$

Vì (Q) cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại $A_2(-d_2; 0; 0), B_2\left(0; -\frac{d_2}{b_2}; 0\right)$.

Vì hai điểm cách đều O nên ta có $|d_2| = \frac{|d_2|}{|b_2|} \Rightarrow |b_2| = 1$.

Vì $b_1 \neq b_2$ nên ta chọn $b_2 = -1$, thay vào (2) ta được $c_2 = -2$.

Vậy $b_1b_2 + c_1c_2 = -9$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1749. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; -2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ bằng

- A. 81π . B. $\frac{243\pi}{2}$. C. 243π . D. $\frac{81\pi}{2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C .

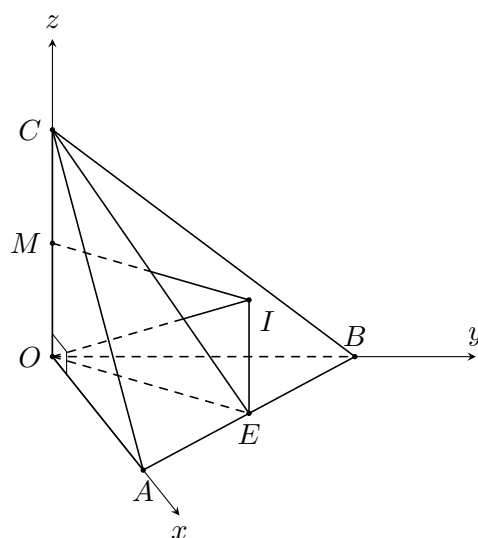
Vì tứ diện $OABC$ đôi một vuông góc tại O và H là trực tâm tam giác ABC nên $OH \perp (ABC)$.

Do đó $\overrightarrow{OH} = (1; 2; -2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α) và H thuộc (α) .

Phương trình mặt phẳng

$$(\alpha): 1 \cdot (x - 1) + 2 \cdot (y - 2) - 2 \cdot (z + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 2y - 2z - 9 = 0.$$



Mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z - 9 = 0$ cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $A(9; 0; 0), B\left(0; \frac{9}{2}; 0\right), C\left(0; 0; -\frac{9}{2}\right)$.

$$\Rightarrow OA = 9, OB = \frac{9}{2}, OC = \frac{9}{2}.$$

Gọi E, M lần lượt là trung điểm AB, OC . Khi đó, E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC . Dựng hình chữ nhật $OEIM$. Ta được $IA = IB = IC = IO$ hay IO là bán kính mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Khi đó

$$\begin{aligned} R &= IO = \sqrt{IN^2 + IM^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + \left(\frac{OC}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{9\sqrt{5}}{4}\right)^2 + \left(\frac{9}{4}\right)^2} \\ &= \frac{9\sqrt{6}}{4}. \end{aligned}$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ bằng $S_c = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{9\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \frac{243\pi}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1750. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -1; 1), B(3; 3; -1)$. Lập phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $x + 2y - z + 2 = 0$. B. $x + 2y - z - 4 = 0$. C. $x + 2y - z - 3 = 0$. D. $x + 2y + z - 4 = 0$.

Lời giải.

(P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB nên (P) đi qua trung điểm $I(2; 1; 0)$ của AB và vuông góc với AB .

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) qua $I(2; 1; 0)$ có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (2; 4; -2)$ là (P): $x + 2y - z - 4 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1751. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng qua ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$ là $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1752. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P): $2x - 2y + z + 5 = 0$. Khoảng cách từ $M(-1; 2; -3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $-\frac{4}{3}$.

Lời giải.

$$d(M; (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 + (-3) + 5|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1753. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực m để (β): $2x - y + 2z - 8 = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .

A. $m = -4$. B. $m = -1$. C. $m = -2$. D. $m = -3$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(-1; 2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{17 - m}$.

$$d(I; (\beta)) = \frac{|-2 - 2 + 6 - 8|}{3} = 2.$$

Bán kính đường tròn giao tuyến giữa (S) và (β) là $r = \frac{8\pi}{2\pi} = 4$.

Ta có $R^2 = r^2 + d^2(I; (\beta)) \Rightarrow 17 - m = 4 + 16 \Rightarrow m = -3$.

Vậy $m = -3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1754. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, $M(1; 1; 1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua AM cắt các tia Oy , Oz lần lượt tại B , C . Khi mặt phẳng (P) thay đổi thì diện tích tam giác ABC đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

A. $5\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{6}$. C. $4\sqrt{6}$. D. $3\sqrt{6}$.

Lời giải.

Gọi $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$ lần lượt là giao điểm của (P) với Oy , Oz .

Ta có $(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Điểm $M(1; 1; 1) \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}$.

Ta có $\frac{1}{2} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 2\sqrt{\frac{1}{bc}} \Rightarrow bc \geq 16$.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| = \frac{1}{2} \sqrt{b^2c^2 + 4(b^2 + c^2)} \geq \frac{1}{2} \sqrt{b^2c^2 + 8bc} \geq \frac{1}{2} \sqrt{16^2 + 8 \cdot 16} = 4\sqrt{6}$$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2} \\ b = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ c = 4. \end{cases}$

Vậy $\min S_{\triangle ABC} = 4\sqrt{6}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1755. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(1; 4; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2y - z = 0$. Biết điểm B thuộc (P) , điểm C thuộc (Oxy) sao cho chu vi tam giác ABC nhỏ nhất. Hỏi giá trị nhỏ nhất đó là

A. $4\sqrt{5}$.

B. $6\sqrt{5}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải.

Gọi M , N lần lượt là điểm đối xứng với A qua hai mặt phẳng (P) và (Oxy) .

Khi đó, ta tìm được $M(1; 0; 5)$, $N(1; 4; -3)$.

$$\vec{MN} = (0; 4; -8) \Rightarrow MN = 4\sqrt{5}.$$

Ta có (P) , (Oxy) lần lượt là mặt phẳng trung trực của AM , AN .

Suy ra $BA = BM$, $CA = CN$.

Ta có $AB + BC + CA = MB + BC + CN \geq MN$

Dấu "=" xảy ra khi bốn điểm M , B , C , N thẳng hàng hay MN lần lượt cắt (P) , (Oxy) tại B và C .

Vậy chu vi tam giác ABC nhỏ nhất là $4\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1756. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}_1 = (1; 1; -2)$.

B. $\vec{n}_2 = (-2; 1; -1)$.

C. $\vec{n}_3 = (1; -2; 1)$.

D. $\vec{n}_4 = (-2; 1; 1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; -2; 1)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1757. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $M(-1; 0; 0)$, $N(0; 2; 0)$, $P(0; 0; -3)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$.

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

C. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = -1$.

D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = -1$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $M(-1; 0; 0)$, $N(0; 2; 0)$, $P(0; 0; -3)$ là $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1758. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 3 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (1; 2; 2)$.

B. $\vec{n} = (2; 2; -3)$.

C. $\vec{n} = (1; -2; 2)$.

D. $\vec{n} = (1; 2; -2)$.

Lời giải.

Ta có một VTPT của mặt phẳng là $\vec{n} = (1; 2; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1759. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2)$ và $B(2; 0; 1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x + y - z = 0$. B. $x - y - z - 2 = 0$. C. $x + y + z - 4 = 0$. D. $x - y - z + 2 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -1)$ là VTPT của mặt phẳng, suy ra phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với AB là

$$1 \cdot (x - 1) - 1 \cdot (y - 1) - 1 \cdot (z - 2) = 0 \Leftrightarrow x - y - z + 2 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1760. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và điểm $M(1; -2; 1)$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng

A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } d = \frac{|1 - 4 - 2 + 1|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1761. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình mặt cầu (S) tâm $I(-1; 2; 5)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 4 = 0$ là

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 10z + 21 = 0$. B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 10z + 21 = 0$.
C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 10z - 21 = 0$. D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y - 5z - 21 = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có, bán kính mặt cầu là } R = d(I, (P)) = \frac{|-1 - 4 + 10 + 4|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 3.$$

Phương trình mặt cầu (S) có dạng:

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 5)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 10z + 21 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1762. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2; 1; -3)$, $B(0; -2; 5)$ và $C(1; 1; 3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

A. $2\sqrt{87}$. B. $\frac{\sqrt{349}}{2}$. C. $\sqrt{349}$. D. $\sqrt{87}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-2; -3; 8), \overrightarrow{AC} = (-1; 0; 6) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-18; 4; -3).$$

$$\text{Suy ra: } S_{ABCD} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \sqrt{349}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1763. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; -3; 7)$, $B(0; 4; 1)$, $C(3; 0; 5)$ và $D(3; 3; 3)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ của M là

A. $M(0; 1; -4)$. B. $M(2; 1; 0)$. C. $M(0; 1; -2)$. D. $M(0; 1; 4)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-2; 7; -6), \overrightarrow{AC} = (1; 3; -2), \overrightarrow{AD} = (1; 6; -4) \text{ nên } [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = -4 \neq 0.$$

Suy ra: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng.

Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Khi đó $G(2; 1; 4)$.

Ta có:

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |4\overrightarrow{MG}| = 4MG.$$

Do đó

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| \text{ nhỏ nhất khi và chỉ khi } MG \text{ ngắn nhất.}$$

Vậy M là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (Oyz) nên $M(0; 1; 4)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1764. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha) : x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $M(1; -1; 1)$.

B. $Q(3; 3; 0)$.

C. $N(2; 2; 2)$.

D. $P(1; 2; 3)$.

Lời giải.

Ta có $1 + (-1) + 1 - 6 \neq 0 \Rightarrow$ Tọa độ điểm M không thỏa mãn phương trình mặt phẳng (α) nên điểm M không thuộc mặt phẳng (α) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1765. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$, $C(-10; 5; 3)$.

Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

A. $\vec{n}_3 = (1; 8; 2)$.

B. $\vec{n}_1 = (1; 2; 0)$.

C. $\vec{n}_4 = (1; -2; 2)$.

D. $\vec{n}_2 = (1; 2; 2)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 1; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (-12; 6; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (12; 24; 24) = 2\vec{n}_2$. Vậy mặt phẳng (ABC) nhận $\vec{n}_2 = (1; 2; 2)$ là véc-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1766. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1; 3; 1)$, $B(1; -1; 2)$, $C(2; 1; 3)$ và $D(0; 1; -1)$.

Mặt phẳng (P) chứa AB và song song với CD có phương trình là

A. $(P) : 8x + 3y - 4z + 3 = 0$.

B. $(P) : x + 2y + 6z - 11 = 0$.

C. $(P) : x + 2z - 4 = 0$.

D. $(P) : 2x + y - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -4; 1)$, $\overrightarrow{CD} = (-2; 0; -4) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}] = (8; 3; -4)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(-1; 3; 1)$, nhận $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}] = (8; 3; -4)$ là véc-tơ pháp tuyến, có phương trình là $8(x + 1) + 3(y - 3) - 4(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 8x + 3y - 4z + 3 = 0$ (thỏa mãn song song CD nên thỏa mãn đề bài).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1767. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x - y + 1 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. (P) vuông góc với mặt phẳng $(Q) : x + 2y - 5z + 1 = 0$.

B. Điểm $A(-1; -1; 5)$ thuộc (P) .

C. (P) song song với trục Oz .

D. Véc-tơ $\vec{n} = (2; -1; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (2; -1; 0)$. Ta có $\frac{2}{2} = \frac{-1}{-1} \neq \frac{0}{1}$ nên $\vec{n}_P$ không cùng phương với $\vec{n} = (2; -1; 1)$. Suy ra $\vec{n} = (2; -1; 1)$ không là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1768. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - 2y - z - 4 = 0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc mặt phẳng (P) tại điểm H . Tìm tọa độ điểm H .

- A. $H(-3; 0; -2)$. B. $H(3; 0; 2)$. C. $H(-1; 4; 4)$. D. $H(-1; 4; 1)$.

Lời giải.

Ta có $I \notin (P)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc mặt phẳng (P) tại điểm $H \Leftrightarrow H$ là hình chiếu của I lên (P)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} H \in (P) \\ \overrightarrow{IH} = (x_H - 1; y_H - 2; z_H - 3) \text{ cùng phương } \vec{n} = (2; -2; -1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_H - 2y_H - z_H - 4 = 0 \\ \frac{x_H - 1}{2} = \frac{y_H - 2}{-2} = \frac{z_H - 3}{-1} = t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_H = 2t + 1 \\ y_H = -2t + 2 \\ z_H = -t + 3 \\ 2(2t + 1) - 2(-2t + 2) - (-t + 3) - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x_H = 3 \\ y_H = 0 \\ z_H = 2. \end{cases}$$

Vậy $H(3; 0; 2)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1769. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0; -1; 1)$, $B(1; -2; 1)$ và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng $\sqrt{2}\pi$.

- A. $x + y - 3z + 4 = 0$, $x + y - z + 2 = 0$. B. $x + y + 3z - 2 = 0$, $x + y + z = 0$.
C. $x + y + 1 = 0$, $x + y + 4z - 3 = 0$. D. $x + y + 3z - 2 = 0$, $x + y - 5z + 6 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 0)$, bán kính $R = 1$.

Gọi r là bán kính đường tròn có chu vi bằng $\sqrt{2}\pi$

$$\Rightarrow 2\pi r = \sqrt{2}\pi \Leftrightarrow r = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Giả sử (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b; c)$, $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$.

Suy ra (P) có phương trình:

$$a(x - 0) + b(y + 1) + c(z - 1) = 0 \Leftrightarrow ax + by + cz + b - c = 0.$$

$$B \in (P) \Rightarrow a - 2b + c + b - c = 0 \Leftrightarrow a = b.$$

$$\text{Ta có } d(I; (P)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}. \text{ Suy ra}$$

$$\frac{|a - c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{(a - c)^2}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow c^2 - 4ac = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = 4a. \end{cases}$$

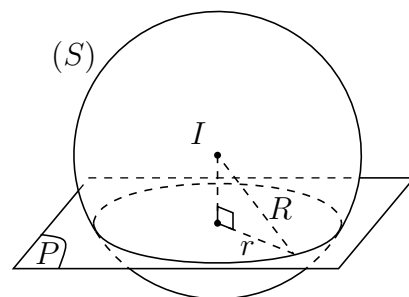
- Với $c = 0$, chọn $a = 1 = b$ ta có $(P) : x + y + 1 = 0$.
- Với $c = 4a$, chọn $a = 1 = b \Rightarrow c = 4$, ta có $(P) : x + y + 4z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1770. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; 1; 1)$, $B(2; 0; 2)$, $C(-1; -1; 0)$ và $D(0; 3; 4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' sao cho $\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất.

- A. $16x - 40y - 44z + 39 = 0$. B. $16x + 40y - 44z + 39 = 0$.



C. $16x + 40y + 44z - 39 = 0$.

D. $16x - 40y - 44z - 39 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\frac{V_{A.B'C'D'}}{V_{A.BCD}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AC'}{AC} \cdot \frac{AD'}{AD}$.

Đặt $x = \frac{AB'}{AB}$, $y = \frac{AC'}{AC}$, $z = \frac{AD'}{AD}$; $x, y, z > 0$.

Tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất $\Leftrightarrow xyz$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Theo đề bài, ta có $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$.

Mà $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{3}{\sqrt[3]{xyz}} \Rightarrow 4 \geq \frac{3}{\sqrt[3]{xyz}} \Leftrightarrow xyz \geq \left(\frac{3}{4}\right)^3$.

Dấu bằng xảy ra khi $x = y = z = \frac{3}{4}$.

Vậy tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất $\Leftrightarrow x = y = z = \frac{3}{4}$.

Khi đó $BC \parallel (B'C'D')$, $BD \parallel (B'C'D') \Rightarrow [\vec{BC}, \vec{BD}] = (4; 10; -11)$ là một véc-tơ pháp tuyến của

$$(B'C'D'); \quad \vec{AD'} = \frac{3}{4}\vec{AD} \Rightarrow \begin{cases} x_{D'} - 1 = \frac{3}{4} \cdot (-1) \\ y_{D'} - 1 = \frac{3}{4} \cdot 2 \\ z_{D'} - 1 = \frac{3}{4} \cdot 3 \end{cases} \Rightarrow D' \left(\frac{1}{4}; \frac{10}{4}; \frac{13}{4} \right).$$

Suy ra $(B'C'D') : 4 \left(x - \frac{1}{4} \right) + 10 \left(y - \frac{10}{4} \right) - 11 \left(z - \frac{13}{4} \right) = 0 \Leftrightarrow 16x + 40y - 44z + 39 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1771.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 8; 2)$, điểm $B(9; -7; 23)$ và mặt cầu $(S) : (x - 5)^2 + (y + 3)^2 + (z - 7)^2 = 72$. Gọi (P) là mặt phẳng qua A và tiếp xúc với (S) sao cho khoảng cách từ B đến (P) là lớn nhất. Biết $\vec{n} = (1; m; n)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) . Tính mn .

A. $mn = -2$.

B. $mn = -4$.

C. $mn = 2$.

D. $mn = 4$.

Lời giải.Mặt cầu (S) có tâm $I(5; -3; 7)$; bán kính $R = 6\sqrt{2}$.

Phương trình mặt phẳng $(P) : 1(x - 0) + m(y - 8) + n(z - 2) = 0$.

Vì (P) và (S) tiếp xúc nhau nên

$$d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|5 - 11m + 5n|}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}} = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow |5 - 11m + 5n| = 6\sqrt{2}\sqrt{1 + m^2 + n^2} \quad (1).$$

Ta có $d(B, (P)) = \frac{|9 - 15m + 21n|}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}$.

Ta có $|9 - 15m + 21n| = |5 - 11m + 5n + 4 - 4m + 16n| \leq |5 - 11m + 5n| + |4 - 4m + 16n| \quad (2).$

Áp dụng BDT Bunhiacopxki ta có

$$(4 - 4m + 16n)^2 \leq (4^2 + 4^2 + 16^2)(1 + m^2 + n^2) = 288(1 + m^2 + n^2)$$

$$\Rightarrow |4 - 4m + 16n| \leq 12\sqrt{2}\sqrt{1 + m^2 + n^2} \quad (3).$$

Từ (1), (2), (3) ta có $|9 - 15m + 21n| \leq 18\sqrt{2}\sqrt{1 + m^2 + n^2}$. Dấu “=” xảy ra

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |5 - 11m + 5n| = 6\sqrt{2}\sqrt{1 + m^2 + n^2} \\ (5 - 11m + 5n)(4 - 4m + 16n) \geq 0 \\ \frac{1}{4} = \frac{m}{-4} = \frac{n}{16} \end{cases} \Leftrightarrow m = -1, n = 4 \Rightarrow mn = -4.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1772.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : x + 2y - 3z + 3 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là véc-tơ nào sau đây?

A. $(1; -2; 3)$.B. $(1; 2; -3)$.C. $(-1; 2; -3)$.D. $(1; 2; 3)$.**Lời giải.**

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ là $(A; B; C)$. Do đó ta có một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 3 = 0$ là $(1; 2; -3)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1773. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$. Tính khoảng cách từ điểm $M(-1; 2; -3)$ đến mặt phẳng (P) .

A. $\frac{4}{3}$.B. $-\frac{4}{3}$.C. $\frac{2}{3}$.D. $\frac{4}{9}$.**Lời giải.**

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là $\frac{|-2 - 4 - 3 + 5|}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1774. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Gọi M, N, P là hình chiếu vuông góc của điểm A trên ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (MNP) .

A. $(MNP): 6x + 3y - 2z - 6 = 0$.B. $(MNP): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.C. $(MNP): x + 2y - 3z - 1 = 0$.D. $(MNP): 6x + 3y - 2z + 6 = 0$.**Lời giải.**

Có $M(1; 0; 0), N(0; 2; 0), P(0; 0; -3)$ là hình chiếu của A lên các trục tọa độ nên mặt phẳng cần tìm là

$$(MNP): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y - 2z - 6 = 0.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 1775. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 3), B(1; 3; 2), C(-1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $(ABC): x + 2y + 4z + 15 = 0$.B. $(ABC): x - 2y + 4z + 11 = 0$.C. $(ABC): x - 2y + 4z - 11 = 0$.D. $(ABC): x + 2y + 4z - 15 = 0$.**Lời giải.**

$\overrightarrow{AB} = (0; 2; -1), \overrightarrow{AC} = (-2; 1; 0)$, VTPT của (ABC) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 2; 4)$.

Vậy $(ABC): x - 1 + 2(y - 1) + 4(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 4z - 15 = 0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1776. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(4; 9; 1)$, phương trình mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ qua điểm M và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $OA + OB + OC$ nhỏ nhất. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = 15$.B. $P = 14$.C. $P = 36$.D. $P = 42$.**Lời giải.**

Mặt phẳng (α) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$.

Do (α) đi qua điểm $M(4; 9; 1)$ nên

$$1 = \frac{4}{a} + \frac{9}{b} + \frac{1}{c} = \frac{2^2}{a} + \frac{3^2}{b} + \frac{1^2}{c} \geq \frac{(2+3+1)^2}{a+b+c} = \frac{36}{a+b+c} \Rightarrow a+b+c \geq 36.$$

Mà $OA + OB + OC = a + b + c$ nên $OA + OB + OC$ nhỏ nhất khi $a + b + c$ nhỏ nhất và bằng 36.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1777. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$. Trong các véc-tơ sau véc-tơ nào **không** phải là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

- A. $\vec{n} = (-1; -2; 1)$. B. $\vec{n} = (1; 2; 1)$. C. $\vec{n} = (-2; -4; -2)$. D. $\vec{n} = \left(\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 2; 1)$.

Tất cả các véc-tơ pháp tuyến của (P) sẽ cùng phương với $\vec{n}$ và có dạng $k\vec{n}$ với $k \in \mathbb{R}^*$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1778. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(0; 1; 2)$, $B(0; -1; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

- A. $z - 2 = 0$. B. $x - z + 2 = 0$. C. $x = 0$. D. $y = 0$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M(0; 0; 2)$.

Suy ra (P) là mặt phẳng trung trực của AB đi qua M và nhận $\overrightarrow{AB} = (0; -2; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

$\Rightarrow (P): y = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1779. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; -1; 2)$, $B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $P: x + y + z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) . Tìm phương trình mặt phẳng (Q) .

- A. $-x + y = 0$. B. $3x - 2y - x + 3 = 0$.
C. $x + y + z - 2 = 0$. D. $3x - 2y - x - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$; $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -1)$.

Do mặt phẳng Q chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng $(P) \Rightarrow \vec{n}_Q = [\vec{n}_P; \overrightarrow{AB}] = (-3; 2; 1)$.

Do đó $Q: 3x - 2y - z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1780. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $H(2; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua H và cắt các trục tọa độ tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC . Hãy viết trình mặt phẳng (P) .

- A. $2x + y + z - 6 = 0$. B. $x + 2y + z - 6 = 0$.
C. $x + 2y + 2z - 6 = 0$. D. $2x + y + z + 6 = 0$.

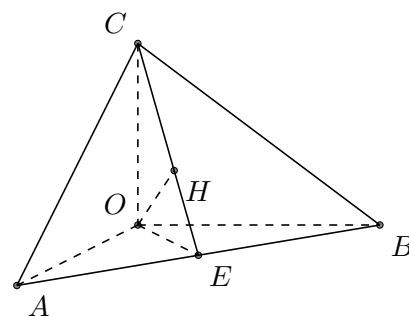
Lời giải.

Ta có $\begin{cases} AB \perp OC \\ AB \perp CH \end{cases} \Rightarrow AB \perp OH$,

tương tự $BC \perp OH$.

Do đó $OH \perp (ABC) \Rightarrow \vec{n}_{ABC} = \overrightarrow{OH} = (2; 1; 1)$.

Suy ra $(P): 2x + y + z - 6 = 0$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1781. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Trên hai tia Bt , Ds vuông góc và nằm cùng phía với mặt phẳng $(ABCD)$ lần lượt lấy hai điểm E, F sao cho $BE = \frac{a}{2}$, $DF = a$. Tính góc φ giữa hai mặt phẳng (AEF) và (CEF) .

A. $\varphi = 30^\circ$.B. $\varphi = 90^\circ$.C. $\varphi = 60^\circ$.D. $\varphi = 45^\circ$.

Lời giải.

Đặt hình vẽ vào hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho A trùng với $O(0; 0; 0)$, B thuộc Ox và có tọa độ $B(a; 0; 0)$, D thuộc Oy và có tọa độ $D(0; a; 0)$. Khi đó ta được $E\left(a; 0; \frac{a}{2}\right)$, $C(a; a; 0)$, $F(0; a; a)$.
 (AEF) có một véc-tơ pháp tuyến là

$$\vec{n}_1 = [\vec{AE}, \vec{AF}] = \left(-\frac{a^2}{2}; -a^2; a^2\right),$$

nên $\vec{n}_1 = (1; 2; -2)$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của (AEF) .

(CEF) có một véc-tơ pháp tuyến là

$$\vec{n}_2 = [\vec{CE}, \vec{CF}] = \left(-a^2; -\frac{a^2}{2}; -a^2\right)$$

nên $\vec{n}_2 = (2; 1; 2)$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của (CEF) .

Ta thấy $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$ nên $\varphi = 90^\circ$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1782. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): 4x - 3y - m = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

A. $m = 1$.B. $m = -1$ hoặc $m = -21$.C. $m = 1$ hoặc $m = 21$.D. $m = -9$ hoặc $m = 31$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; -2)$ và bán kính $R = 2$.

Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung khi và chỉ khi (P) tiếp xúc (S) , từ đó suy ra $d(I, (P)) = R$.

$$\text{Ta có } d(I, (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) - m|}{\sqrt{4^2 + 3^2 + 0^2}} = 2 \Leftrightarrow |11 - m| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 21. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1783. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ là

A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$.B. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.C. $2x + y - 3z - 14 = 0$.D. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_1 = (1; 1; 3)$, $\vec{n}_2 = (2; -1; 1)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của các mặt phẳng (Q) , (R) .

Do mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng (Q) , (R) nên $[\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (4; 5; -3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Từ đó suy ra mặt phẳng (P) có phương trình $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1784. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C (khác O). Viết phương trình mặt phẳng (P) sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC .

A. $6x + 3y - 2z - 6 = 0$.

B. $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

C. $x + 2y + 3z - 11 = 0$.

D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 3$.

Lời giải.

Ta có $AM \perp BC$ và $OA \perp BC$ nên $BC \perp OM$.

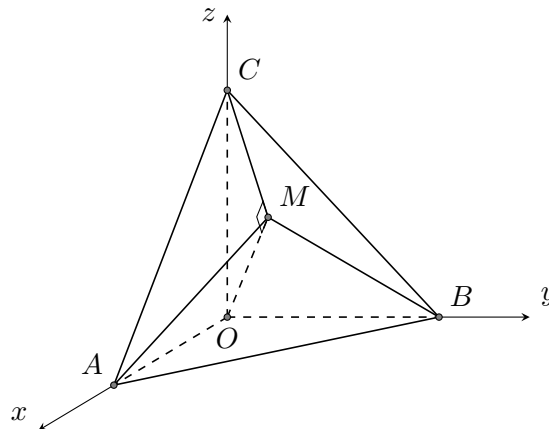
Ta có $BM \perp AC$ và $OB \perp AC$ nên $AC \perp OM$.

Vậy $OM \perp (ABC)$ nên (P) nhận $\overrightarrow{OM} = (1; 2; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Do (P) đi qua $M(1; 2; 3)$ nên

$$(P): x - 1 + 2(y - 2) + 3(z - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1785. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -6; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 7 = 0$. Điểm B thay đổi thuộc Oz ; điểm C thay đổi thuộc mặt phẳng (P) . Biết rằng tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Tọa độ điểm B là

A. $B(0; 0; 1)$.

B. $B(0; 0; -2)$.

C. $B(0; 0; -1)$.

D. $B(0; 0; 2)$.

Lời giải.

Gọi B_1 là điểm đối xứng với B qua (P) .

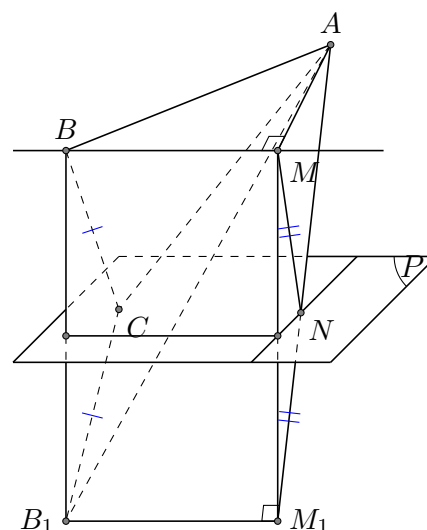
$$P_{ABC} = AB + BC + CA = AB + B_1C + CA \geq AB + AB_1$$

Gọi M là hình chiếu của A lên trục Oz , M_1 là điểm đối xứng của M qua (P)

$$AB + AB_1 \geq AM + AB_1 \geq AM + AM_1 \text{ (hằng số).}$$

Vậy P_{ABC} nhỏ nhất khi $B \equiv M$ và C là giao điểm của AM_1 với (P) .

Từ đó suy ra tọa độ của điểm B là $(0; 0; 1)$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1786. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$

A. $Q(1; -2; 2)$.

B. $N(1; -1; -1)$.

C. $P(2; -1; -1)$.

D. $M(1; 1; -1)$.

Lời giải.

Thế tọa độ điểm N vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2 \cdot 1 - 1 \cdot (-1) + (-1) - 2 = 0$.

Suy ra điểm N thuộc mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1787. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. 1.

B. 3.

C. 9.

D. 6.

Lời giải.

Lấy $M(0; 0; -3) \in (P)$. Do $(P) \parallel (Q)$ nên $d((P), (Q)) = d(M, (Q)) = \frac{|0 + 0 - 2(-3) + 3|}{\sqrt{1 + 2^2 + 2^2}} = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1788. Mặt phẳng cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 6z - 1 = 0$ có phương trình là

A. $2x + 3y - z - 16 = 0$.

B. $2x + 3y - z + 12 = 0$.

C. $2x + 3y - z - 18 = 0$.

D. $2x + 3y - z + 10 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; -3)$ và $R = 2\sqrt{3}$.

Ta có: Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x + 3y - z - 16 = 0$ là $d_1 = \frac{14}{2\sqrt{3}} > R$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x + 3y - z + 12 = 0$ là $d_1 = \frac{14}{2\sqrt{3}} > R$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x + 3y - z - 18 = 0$ là $d_1 = \frac{16}{2\sqrt{3}} > R$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x + 3y - z + 10 = 0$ là $d_1 = \frac{12}{2\sqrt{3}} = R$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1789. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3z + 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1 = (2; -3; 5)$.

B. $\vec{n}_2 = (2; -3; 0)$.

C. $\vec{n}_3 = (2; 0; -3)$.

D. $\vec{n}_4 = (0; 2; -3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $Ax + By + Cz + D = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C) \Rightarrow (P)$ có một véc-tơ pháp tuyến là: $\vec{n} = (2; 0; -3)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1790. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 12$. Mặt phẳng nào sau đây cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn

A. $(P_1): x + y - z + 2 = 0$.

B. $(P_2): x + y - z - 2 = 0$.

C. $(P_3): x + y - z + 10 = 0$.

D. $(P_4): x + y - z - 10 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; -1; 1)$ và bán kính $r = \sqrt{12}$. Để mặt phẳng cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn thì khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng đó phải nhỏ hơn r .

Ta có $d(I; (P_1)) = \frac{|-2 - 1 - 1 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} < \sqrt{12}$. Vậy mặt phẳng cần tìm là (P_1) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1791. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3y - z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (-1; -1; 2)$.

B. $\vec{n} = (3; 0; 2)$.

C. $\vec{n} = (3; -1; 2)$.

D. $\vec{n} = (0; 3; -1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 3y - z + 2 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 3; -1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1792. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC .

A. $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0$.

B. $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0$.

C. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

D. $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $a, b, c \neq 0$.

Khi đó $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$\text{Vì } M \text{ là trọng tâm của } \triangle ABC \text{ nên } \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_M = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_M = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9. \end{cases}$$

Vậy $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$ hay $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1793. Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 100$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x - 2y - z + 9 = 0$. Tính bán kính của đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S) .

A. 8.

B. $4\sqrt{6}$.

C. 10.

D. 6.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 1)$, bán kính $R = 10$.

$$\text{Gọi } d = d(I, (\alpha)) = \frac{|3 \cdot 2 - 2 \cdot (-2) - 1 \cdot 1 + 9|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 6.$$

Vậy bán kính của đường tròn giao tuyến là $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1794. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$ và điểm $A(2; 2; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB) , biết rằng điểm B thuộc mặt cầu (S) , có hoành độ dương và tam giác OAB đều.

A. $x - y - 2z = 0$.

B. $x - y + z = 0$.

C. $x - y - z = 0$.

D. $x - y + 2z = 0$.

Lời giải.

Gọi $B(x; y; z)$ với $x > 0$. Ta có $OA^2 = 8$ và tam giác OAB đều nên $OA^2 = OB^2 = AB^2 = 8$.

$$\text{Mà } B \in (S) \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 + z^2 = 8 & (2) \\ (x - 2)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 8 & (3). \end{cases}$$

$$\text{Thay (2) vào (1) và (3) ta được } \begin{cases} x + y + z = 4 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ y = 2 - x. \end{cases}$$

$$\text{Thế lại vào (2) ta được } x^2 + (2 - x)^2 = 4 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

$$\text{Do } x > 0 \text{ nên ta chọn } x = 2 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow B(2; 0; 2) \Rightarrow \vec{n} = [\vec{OA}, \vec{OB}] = (4; -4; -4) \text{ là một véc-tơ}$$

pháp tuyến của mặt phẳng (OAB).

Vậy phương trình tổng quát của (OAB) là $x - y - z = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1795. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (Oxy)?

- A. $M(2; 2; 0)$. B. $Q(3; -1; 3)$. C. $N(3; -1; 2)$. D. $P(0; 0; -2)$.

Lời giải.

Điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) có cao độ bằng 0, vậy $M(2; 2; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1796. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và đi qua điểm $A(1; 1; -1)$ có phương trình là

- A. $z + 1 = 0$. B. $x - y = 0$. C. $x + z = 0$. D. $y + z = 0$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Ta có:
$$\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{OA} = (1; 1; -1) \\ \vec{n} \perp \vec{i} = (1; 0; 0) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Chọn một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n} = [\vec{i}; \overrightarrow{OA}] = (0; 1; 1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng là: $y + z = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1797. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$ tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z - 1 = 0$ có bán kính bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. 4. C. 2. D. 9.

Lời giải.

Do mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên

$$R = d(I, (P)) \Leftrightarrow R = \frac{|1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) - 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} \Leftrightarrow R = 2.$$

Vậy bán kính mặt cầu tâm I bằng 2.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1798. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P): $2x + y + z - 2 = 0$?

- A. $P = (-2; -1; -1)$. B. $M = (-1; 1; -1)$. C. $Q = (1; -1; -1)$. D. $N = (1; -1; 1)$.

Lời giải.

Thay lần lượt tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng (P), ta thấy

$$2 \cdot 1 + (-1) + 1 - 2 = 0 \Rightarrow N(1; -1; 1) \in (P).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1799. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(8; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua E và cắt chiều dương các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho OG nhỏ nhất với G là trọng tâm tam giác ABC .

- A. $x + 2y + 2z - 12 = 0$. B. $x + y + 2z - 11 = 0$.
C. $2x + y + z - 18 = 0$. D. $8x + y + z - 66 = 0$.

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, $a, b, c > 0$ là các điểm mặt phẳng (α) cắt chiều dương các trục Ox , Oy , Oz . Vậy trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{a}{3}; \frac{b}{3}; \frac{c}{3}\right)$ nên $OG = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{3}$.

Khi đó mặt phẳng (α) có phương trình là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Do (α) qua $E(8; 1; 1)$ nên $\frac{8}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

Ta trở lại bài toán: Cho a, b, c dương, thỏa $\frac{8}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Tìm min $T = a^2 + b^2 + c^2$.

Ta có $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{a-8}{a}$ (do $a, b, c > 0$ nên $a-8 > 0 \Leftrightarrow a > 8$) mà

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{4}{b+c} \Rightarrow \frac{a-8}{a} \geq \frac{4}{b+c} \Rightarrow b+c \geq \frac{4a}{-8+a}.$$

Vậy $T = a^2 + b^2 + c^2 \geq a^2 + \frac{1}{2}(b+c)^2 \geq a^2 + \frac{8a^2}{(a-8)^2} = g(a)$.

Xét $g(a) = a^2 + \frac{8a^2}{(a-8)^2}$ với $a \in (8; +\infty)$ có $g'(a) = 2a \left(1 - \frac{64}{(a-8)^3}\right)$.

$g'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 12$ (do $a > 8$).

Lập bảng biến thiên ta được $g(a)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $(8; +\infty)$ khi $a = 12$.

Vậy $T_{\min} \Leftrightarrow a = 12, b = 6, c = 6$ hay mặt phẳng (α) là $\frac{x}{12} + \frac{y}{6} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 12 = 0$.

Cách 2. Cách trắc nghiệm:

Cả 4 phương án đều cho ta mặt phẳng qua E .

$x + 2y + 2z - 12 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{12} + \frac{y}{6} + \frac{z}{6} = 1$ nên $G(4; 2; 2) \Rightarrow OG = 2\sqrt{6}$.

$x + y + 2z - 11 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{11} + \frac{y}{11} + \frac{z}{11} = 1$ nên $G\left(\frac{11}{3}; \frac{11}{3}; \frac{11}{6}\right) \Rightarrow OG = \frac{11}{2}$.

$2x + y + z - 18 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{9} + \frac{y}{18} + \frac{z}{18} = 1$ nên $G(3; 6; 6) \Rightarrow OG = 9$.

$8x + y + z - 66 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{33} + \frac{y}{66} + \frac{z}{66} = 1$ nên $G\left(\frac{11}{4}; 22; 22\right) \Rightarrow OG = \frac{11}{4}\sqrt{129}$.

Nhận xét: chỉ có đáp án $x + 2y + 2z - 12 = 0$ cho ta độ dài đoạn OG nhỏ nhất.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1800. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 1 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (1; 3; 1)$. B. $\vec{n} = (1; 3; 1)$. C. $\vec{n} = (1; 3; -1)$. D. $\vec{n} = (-1; 3; -1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 1 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 3; -1)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1801. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 2; 2)$, $B(1; 1; -1)$ và $C(2; -2; -2)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng Oxz sao cho $|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(2; 0; 3)$. B. $M(2; 0; 1)$. C. $M(2; 3; 1)$. D. $M(-2; 0; 3)$.

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn: $\vec{IA} + 2\vec{IB} - \vec{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OI} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + 2\vec{OB} - \vec{OC}) \Rightarrow I(2; 3; 1)$.

Khi đó $\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC} = 2\vec{MI} + (\vec{IA} + 2\vec{IB} - \vec{IC}) = 2\vec{MI}$

Nên $|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên Oxz .

Vậy $M(2; 0; 1)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1802. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 4y - z + 3 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{m} = (3; 4; -1)$. B. $\vec{m} = (3; 4; 1)$. C. $\vec{m} = (-6; 8; 2)$. D. $\vec{m} = (-3; 4; -1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -4; -1) = -\frac{1}{2}(-6; 8; 2) = -\frac{1}{2}\vec{m}$.

Vậy $\vec{m} = (-6; 8; 2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α) .

Chọn đáp án **C** □

Câu 1803. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và song song với (α) ?

- A. $3x - y + z - 11 = 0$. B. $3x - y + z + 11 = 0$.
C. $3x - y + z + 12 = 0$. D. $3x - y + z - 12 = 0$.

Lời giải.

Ta có mặt phẳng $(P) \parallel (\alpha) \Rightarrow (P): 3x - y + z + m = 0$ (với $m \neq 4$)

Do $M(3; -1; 2) \in (P) \Rightarrow 3 \cdot 3 + 1 + 2 + m = 0 \Rightarrow m = -12$ (thỏa mãn).

Do đó mặt phẳng cần tìm có phương trình là $(P): 3x - y + z - 12 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1804. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(2; 0; 3)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A , B và song song với đường thẳng OC có phương trình là

- A. $3x + 20y + 2z - 5 = 0$. B. $3x + 10y + 2z - 5 = 0$.
C. $3x + 10y - 2z + 11 = 0$. D. $3x + 10y - 2z - 11 = 0$.

Lời giải.

Ta có: $\vec{AB} = (2; -1; -2)$; $\vec{OC} = (2; 0; 3)$.

Mặt phẳng (α) qua $A(1; 1; 1)$ có vtpt $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{OC}] = (-3; -10; 2) = -(3; 10; -2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là: $3x + 10y - 2z - 11 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1805. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $2x - 2y - z + 2 = 0$. Khoảng cách từ $M(1; -1; 3)$ đến mặt phẳng (P) bằng:

- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{9}$. D. 1.

Lời giải.

Khoảng cách từ $M(1; -1; 3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

$$d(M; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-1) - 3 + 2|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{9}} = 1.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1806. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 7 = 0$. Xét $M \in (P)$, giá trị nhỏ nhất của $|\vec{MC} + \vec{MB} - \vec{MA}| + |\vec{MB}|$ bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{2}$. C. $5\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{5}$.

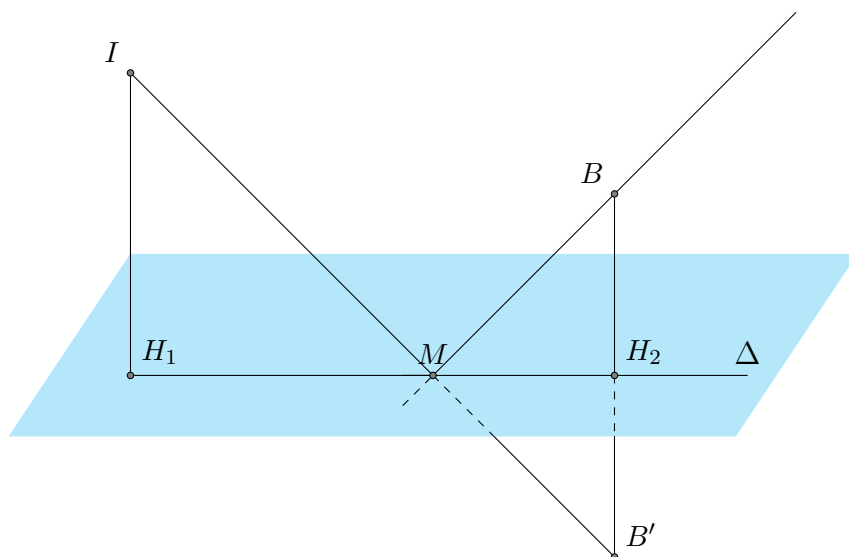
Lời giải.

* Gọi I là điểm thỏa mãn $\vec{IC} + \vec{IB} - \vec{IA} = \vec{0} \Rightarrow I(1; -1; 1)$

* Ta có $\vec{MC} + \vec{MB} - \vec{MA} = \vec{IC} - \vec{IM} + \vec{IB} - \vec{IM} - \vec{IA} + \vec{IM} = \vec{IM}$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}| + |\overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{IM}| + |\overrightarrow{MB}| = MI + MB$$

* Do $(I; (P)) = 2 + 2 + 1 + 7 > 0$, $(B; (P)) = 0 + 2 + 0 + 7 > 0$ nên điểm I và B nằm cùng phía so với mặt phẳng (P)



* Gọi B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (P) ta có

$$|\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}| + |\overrightarrow{MB}| = MI + MB = MI + MB' \geq IB' \text{ đạt min khi } I, M, B' \text{ thẳng hàng}$$

$$\begin{aligned} \text{* Ta có } (BH_2): \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 - 2t, H_2 = BH_2 \cap (P) \Rightarrow H_2(-2; 1; -1) \Rightarrow B'(-4; 3; -2) \Rightarrow \overrightarrow{IB'} = \\ z = t \end{cases} \\ (-5; 4; -3) \Rightarrow \min(|\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}| + |\overrightarrow{MB}|) = IB' = 5\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1807. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

A. $\vec{n}_1 = (3; 0; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (3; -1; 2)$. C. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 0; -1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1808. Trong không gian $Oxyz$, xét số thực $m \in (0; 1)$ và hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 10 = 0$ và $(\beta): \frac{x}{m} + \frac{y}{1-m} + \frac{z}{1} = 1$. Biết rằng, khi m thay đổi có hai mặt cầu cố định tiếp xúc đồng thời với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Tổng bán kính của hai mặt cầu đó bằng

A. 6. B. 3. C. 9. D. 12.

Lời giải.

Ta có: Giả sử $I(a; b; c)$ ta có

$$\begin{aligned} d(I, (\beta)) &= \frac{\left| \frac{a}{m} + \frac{b}{1-m} + c - 1 \right|}{\sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{(m-1)^2} + 1}} = \frac{\left| \frac{a}{m} + \frac{b}{1-m} + c - 1 \right|}{\sqrt{\left(\frac{1}{m-1} - \frac{1}{m} + 1 \right)^2}} = \frac{\left| \frac{a}{m} + \frac{b}{1-m} + c - 1 \right|}{\left| \frac{1}{m-1} - \frac{1}{m} + 1 \right|} = |k| \\ \Rightarrow (a; b; c - 1) &\text{ tỉ lệ với bộ } (-1; -1; 1) \Rightarrow \begin{cases} a = -k \\ b = -k \\ c - 1 = k \end{cases} \end{aligned}$$

$$+ d(I, (\alpha)) = \frac{|-2k + k + 2k + 2 + 10|}{3} = |k| \Leftrightarrow \begin{cases} k = 6 \\ k = -3. \end{cases}$$

$$\Rightarrow R_1 = 6; R_2 = 3 \Rightarrow R_1 + R_2 = 9.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1809. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1.$ B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1.$ C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0.$ D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1.$

Lời giải.

Vì mặt phẳng (MNP) đi qua ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$ nên có phương trình là $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1.$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1810. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(P): x+2y-2z-6=0$ và $(Q): x+2y-2z+3=0$ Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 1. B. 6. C. 3. D. 9.

Lời giải.

Hai mặt phẳng song song nên khoảng cách giữa chúng bằng khoảng cách từ một điểm trên một mặt phẳng tới mặt phẳng còn lại.

Điểm $M(6, 0, 0) \in (P)$. Khoảng cách từ M đến (Q) bằng $d = \frac{|1 \cdot (6) + 2 \cdot (0) - 2 \cdot (0) + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1811. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 4)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất đi qua điểm nào sau đây?

A. $(2; 2; 0).$ B. $(1; 1; 2).$ C. $(-1; 1; 4).$ D. $(0; 1; 3).$

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $(a, b, c > 0)$. Suy ra phương trình $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$

Vì $M(1; 2; 4) \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} = 1.$

Ta có $V_{OABC} = \frac{1}{6}abc.$

Lại có $1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} \geq 3\sqrt{\frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{4}{c}} \Leftrightarrow 1 \geq \frac{27 \cdot 8}{abc} \Leftrightarrow \frac{abc}{6} \geq 36.$

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} = 1 \\ \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{4}{c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 12. \end{cases}$

Suy ra phương trình $(ABC): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{12} = 1 \Leftrightarrow 4x + 2y + z - 12 = 0.$

Vậy điểm $(2; 2; 0)$ thuộc mặt phẳng (ABC) .

Chọn đáp án **A** □

Câu 1812. Cho điểm $A(4; -4; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z = 0$. Gọi M nằm trên (P) , N là trung điểm của OM , H là hình chiếu vuông góc của O lên AM . Biết rằng khi M thay đổi thì đường thẳng HN luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định. Tính thể tích của mặt cầu đó?

A. $V = 36\pi.$ B. $V = 32\sqrt{3}\pi.$ C. $V = 32\sqrt{2}\pi.$ D. $V = 72\sqrt{2}\pi.$

Lời giải.

Ta có $O \in (P)$. Mà $\overrightarrow{OA} = (4; -4; 2)$ và VTPT của mp(P) là $\vec{n} = (2; -2; 1) = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$.

Suy ra $OA \perp (P)$. Lại có $M \in (P) \Rightarrow OA \perp OM$ hay tam giác OAM vuông tại O.

Gọi I là trung điểm đoạn OA $\Rightarrow I(2; -2; 1)$.

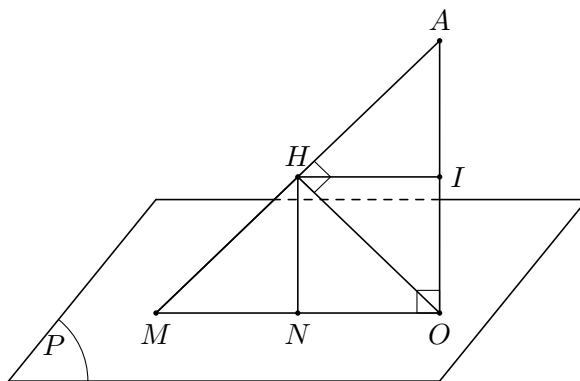
Do $OH \perp AM \Rightarrow \begin{cases} \widehat{OHI} = \widehat{IOH} \\ \widehat{OHN} = \widehat{NOH} \end{cases} \Rightarrow \widehat{IHN} =$

$\widehat{ION} = \widehat{AOM} = 90^\circ$.

$\Rightarrow HN \perp IH \Rightarrow HN$ luôn tiếp xúc với mặt cầu cố định tâm I đường kính OA.

Suy ra bán kính là $R = \frac{OA}{2} = 3 \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 1813. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 3 = 0$, $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Mặt phẳng (R) đi qua $M(1; 1; 1)$ và chứa giao tuyến của (P) và (Q) ; phương trình của $(R): m(x - 2y - z + 3) + (2x + y + z - 1) = 0$, khi đó giá trị của m là

A. 3.

B. $\frac{16}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. -3.

Lời giải.

Vì mặt phẳng (R) đi qua $M(1; 1; 1)$ nên ta có

$$m(1 - 2 - 1 + 3) + (2 + 1 + 1 - 1) = 0 \Leftrightarrow m = -3.$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 1814. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Điểm $M \in (S)$ có tọa độ dương; mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại M cắt các tia Ox , Oy , Oz tại các điểm A , B , C . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = (1 + OA^2)(1 + OB^2)(1 + OC^2)$ là

A. 24.

B. 27.

C. 64.

D. 8.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R = 1$. Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$.

Khi đó mặt phẳng (P) có phương trình $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Theo đề (P) tiếp xúc với $(S) \Leftrightarrow \frac{\left| \frac{0}{a} + \frac{0}{b} + \frac{0}{c} - 1 \right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 1$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si $1 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3\sqrt{\frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{1}{c^2}} \Leftrightarrow a^2 b^2 c^2 \geq 27$.

Ta có $1 + a^2 = 1 + \frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{3} \geq 4\sqrt[4]{\frac{a^6}{27}}$.

Tương tự $1 + b^2 \geq 4\sqrt[4]{\frac{b^6}{27}}$; $1 + c^2 \geq 4\sqrt[4]{\frac{c^6}{27}}$.

$$\Rightarrow T = (1 + OA^2)(1 + OB^2)(1 + OC^2) = (1 + a^2)(1 + b^2)(1 + c^2) \geq 64\sqrt[4]{\frac{a^6 b^6 c^6}{27^3}} \geq 64.$$

Dấu “=” xảy ra khi $a^2 = b^2 = c^2 = 3$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 1815. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(8; -2; 4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B và C là

A. $x + 4y - 2z - 8 = 0$.

B. $x - 4y + 2z - 18 = 0$.

C. $x + 4y + 2z - 8 = 0$.

D. $x - 4y + 2z - 8 = 0$.

Lời giải.Tọa độ các hình chiếu là $A(8; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; 4)$.Mặt phẳng (ABC) có phương trình $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow x - 4y + 2z - 8 = 0$.Chọn đáp án **D** □**Câu 1816.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 3)$, $C(1; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới mặt phẳng (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Phương trình mặt phẳng (P) là.

A. $\begin{cases} x + y + 2z - 1 = 0 \\ -2x + 3y + 7z + 23 = 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ -2x + 3y + 6z + 13 = 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ -23x + 37y + 17z + 23 = 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} 2x + 3y + z - 1 = 0 \\ 3x + y + 7z + 6 = 0 \end{cases}$.

Lời giải.Gọi $\vec{n} = (a; b; c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm.Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; 3)$.Vì (P) qua A, B nên $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow -a - 2b + 3c = 0 \Rightarrow a = -2b + 3c$ hay $\vec{n} = (-2b + 3c; b; c)$.Khi đó $(P): (-2b + 3c)x + by + cz + 2b - 3c = 0$

Mặt khác

$$\begin{aligned}
 d(C, (P)) = \frac{2}{\sqrt{3}} &\Leftrightarrow \frac{|b + c|}{\sqrt{(-2b + 3c)^2 + b^2 + c^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \\
 &\Leftrightarrow \sqrt{3}|b + c| = 2\sqrt{5b^2 + 10c^2 - 12bc} \\
 &\Leftrightarrow 17b^2 - 54bc + 37c^2 = 0 \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} b = c \\ 17b = 37c \end{cases}
 \end{aligned}$$

Với $b = c$ chọn $\vec{n} = (1; 1; 1)$ suy ra mặt phẳng cần tìm là $x + y + z - 1 = 0$.Với $17b = 37c$ chọn $\vec{n} = (-23; 37; 17)$ suy ra mặt phẳng cần tìm là $-23x + 37y + 17z + 23 = 0$.Chọn đáp án **C** □**Câu 1817.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; 1)$, $B(6; -2; 1)$ Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{2}{7}$ là

A. $\begin{cases} 2x + 3y + 6z - 12 = 0 \\ 2x + 3y - 6z = 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} 2x - 3y + 6z - 12 = 0 \\ 2x - 3y - 6z = 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} 2x - 3y + 6z - 12 = 0 \\ 2x - 3y - 6z + 1 = 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} 2x + 3y + 6z + 12 = 0 \\ 2x + 3y - 6z - 1 = 0 \end{cases}$.

Lời giải.Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 0)$.Gọi $\vec{n} = (a; b; c)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

$$\text{Theo giả thiết, ta có } \begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ |\cos(\vec{n}, \vec{i})| = \frac{2}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ \frac{|a|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{2}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{3a}{2} \\ (6a - 2c)(6a + 2c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = -6 \end{cases}.$$

Với $\vec{n} = (2; 3; 6)$, mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 3y + 6z - 12 = 0$.

Với $\vec{n} = (2; 3; -6)$, mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 3y - 6z = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1818. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(-1; -1; -1)$. B. $N(1; 1; 1)$. C. $P(-3; 0; 0)$. D. $Q(0; 0; -3)$.

Lời giải.

Thay lần lượt tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng ta có điểm “ $N(1; 1; 1)$ ” thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1819. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua ba điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; -3)$ có phương trình là

- A. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = -1$. B. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.
C. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$.

Lời giải.

Dựa trên phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có $(ABC): \frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1820. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z = 1$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào vuông góc với (α) .

- A. $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. B. $d_3: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$.
C. $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$. D. $d_4: \begin{cases} x = 2t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z = 1$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; -1; 2)$.

Đường thẳng d_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{d_1} = (1; -1; 2) = \vec{n}_{(\alpha)}$. Suy ra $d_1 \perp (\alpha)$.

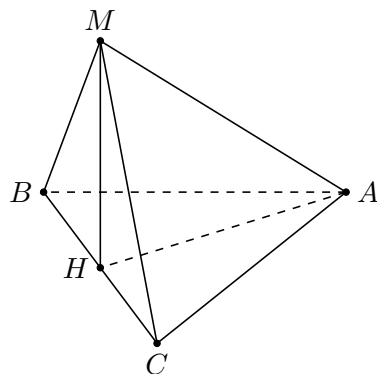
Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1821. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(3; 2; 0)$, $C(-1; 2; 4)$.

Gọi M là điểm thay đổi sao cho đường thẳng MA , MB , MC hợp với mặt phẳng (ABC) các góc bằng nhau; N là điểm thay đổi nằm trên mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{1}{2}$. Tính giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn MN .

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải.



Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; 2; 4) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (ABC). Ta có

$$(MA, (ABC)) = (MA, HA) = \widehat{MAH};$$

$$(MB, (ABC)) = (MB, HB) = \widehat{MBH};$$

$$(MC, (ABC)) = (MC, HC) = \widehat{MCH}.$$

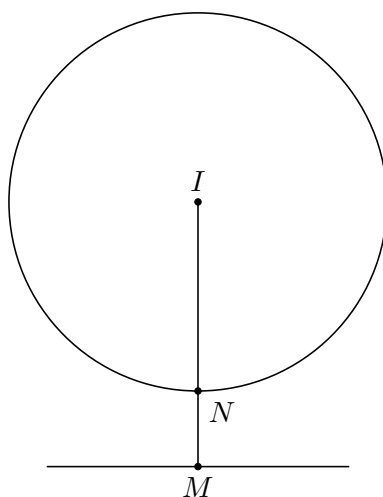
Theo giả thiết $\widehat{MAH} = \widehat{MBH} = \widehat{MCH}$ nên $\triangle MAH = \triangle MBH = \triangle MCH$ (c.g.c).

Do đó $HA = HB = HC$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ và H là trung điểm BC.

Suy ra $H(1; 2; 2)$. Lại có $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (8; -8; 8)$, nên $\vec{u} = (1; -1; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương của MH.

$$\text{Phương trình MH là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 2; 3)$ và bán kính $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



Gọi $K(1+t; 2-t; 2+t)$ là hình chiếu vuông góc của điểm I trên đường thẳng MH. Ta có $\overrightarrow{IK} = (t-2; -t; t-1)$, $\vec{u}(1; -1; 1)$.

Vì $IK \perp MH$ nên $\overrightarrow{IK} \cdot \overrightarrow{MH} = 0 \Rightarrow t = 1$. Khi đó $K(2; 1; 3)$ và $IK = \sqrt{2}$.

Ta có $MN \geq d(I, MH) - IN = IK - IN = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1822. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -1; 2)$, $B(4; -1; -1)$, $C(2; 0; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-1}$. Gọi M là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (ABC).

Độ dài đoạn thẳng OM bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. 3.

C. $\sqrt{6}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 1; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (3; 3; 1)$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua A , nhận $\vec{n} = (3; 3; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $3x + 3y + z - 8 = 0$.

Do $M \in d$ nên $M(t; -2 + 3t; 3 - t)$.

Mặt khác $M \in (ABC)$ nên $3t + 3(-2 + 3t) + 3 - t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M(1; 1; 2) \Rightarrow OM = \sqrt{6}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1823. Cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua M , cắt và vuông góc với Δ . Khi đó, véc-tơ chỉ phương của d là

A. $\vec{u} = (0; 3; 1)$.

B. $\vec{u} = (2; -1; 2)$.

C. $\vec{u} = (-3; 0; 2)$.

D. $\vec{u} = (1; -4; -2)$.

Lời giải.

Gọi $N = d \cap \Delta \Rightarrow N(1 + 2t; -1 + t; -t)$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2t - 1; t - 2; -t)$ và $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$ là véc-tơ chỉ phương của Δ .

Vì $d \perp \Delta$ nên $\vec{u}_1 \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \Leftrightarrow 2(2t - 1) + t - 2 + t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

Khi đó $\vec{u} = (1; -4; -2)$ là một véc-tơ chỉ phương của d .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1824. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 1 = 0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d . Tọa độ điểm B là

A. $(6; -7; 0)$.

B. $(3; -2; -1)$.

C. $(-3; 8; -3)$.

D. $(0; 3; -2)$.

Lời giải.

Gọi H là giao điểm của AB và đường thẳng d , ta có $H(2t+1; t-1; -t+2) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2t; t-3; -t+3)$.

Do $AH \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Rightarrow 6t - 6 = 0 \Rightarrow t = 1$.

Từ đó $\overrightarrow{AH}(2; -2; 2) \Rightarrow B(1 + 2k; 2 - 2k; -1 + 2k)$.

Ta có $B \in (P) \Rightarrow B(0; 3; -2)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1825. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2; -1; 2)$.

B. $M(-1; -2; -3)$.

C. $P(1; 2; 3)$.

D. $N(-2; 1; -2)$.

Lời giải.

Thay lần lượt tọa độ các điểm đã cho vào phương trình của đường thẳng d , ta có

— Với $M(-1; -2; -3)$ thì $\frac{-1-1}{2} \neq \frac{-2-2}{-1}$, suy ra d không đi qua điểm M .

— Với $N(-2; 1; -2)$ thì $\frac{-2-1}{2} \neq \frac{1-2}{-1}$, suy ra d không đi qua điểm N .

— Với $P(1; 2; 3)$ thì $\frac{1-1}{2} = \frac{2-2}{-1} = \frac{3-3}{2} = 0$, suy ra d đi qua điểm P .

— Với $Q(2; -1; 2)$ thì $\frac{2-1}{2} \neq \frac{-1-2}{-1}$, suy ra d không đi qua điểm Q .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1826. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$.

B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là
$$\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t. \end{cases}$$

Gọi A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Khi đó, ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$t + (-1 + 2t) + (2 - t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow A(1; 1; 1).$$

Ta có đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1; 2; -1)$, mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; 1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với (P) . Khi đó (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}] = (3; -2; -1)$.

Gọi đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của d lên (P) . Khi đó Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Suy ra véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (1; 4; -5)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1827. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2; 1; 3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases} x = 2 + 9t \\ y = 1 + 9t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 2; 5)$ và bán kính $R = 6$.

$IE = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6} < R$, suy ra điểm E nằm trong mặt cầu (S) .

Gọi H là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) , A và B là hai giao điểm của Δ với (S) .

Khi đó, AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(J, \Delta)$ lớn nhất (với J là tâm đường tròn giao tuyến của (P) và (S)), mà $d(J, \Delta) \leq EJ$.

Do đó AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow AB \perp OE$, mà $AB \perp IH$ nên $AB \perp (HIE) \Rightarrow AB \perp IE$.

Suy ra: $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P; \vec{EI}] = (5; -5; 0) = 5(1; -1; 0)$.

Vậy phương trình của Δ là
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1828. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

A. $(-1; -3; 2)$.

B. $(1; 3; 2)$.

C. $(1; -3; -2)$.

D. $(-1; 3; 2)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có $\vec{u} = (-1; -3; 2)$ là véc-tơ chỉ phương.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1829. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$, điểm $A(0; 0; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là hình tròn (C) có diện tích nhỏ nhất là

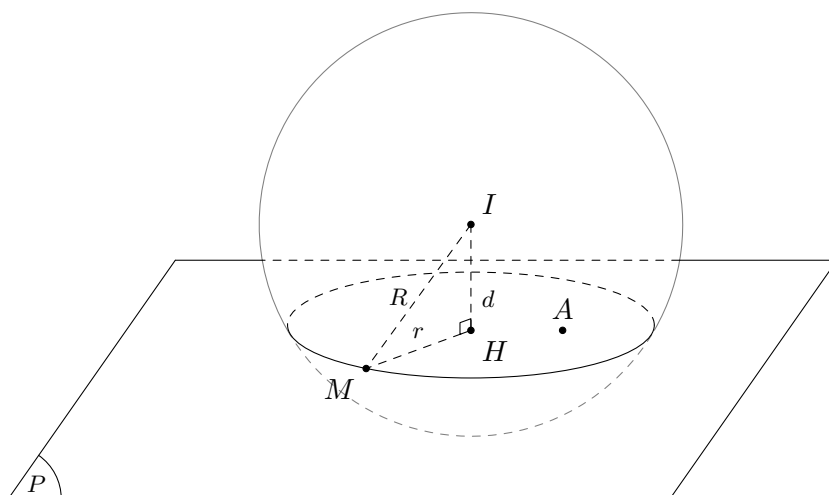
A. $(P): x + 2y + 3z + 6 = 0$.

B. $(P): x + 2y + z - 2 = 0$.

C. $(P): x - 2y + z - 6 = 0$.

D. $(P): 3x + 2y + 2z - 4 = 0$.

Lời giải.



Từ phương trình mặt cầu (S) ta có tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $R = 3$.

Ta có $IA = \sqrt{6} < R$ nên điểm A nằm trong mặt cầu (S) .

Gọi r, d lần lượt là bán kính đường tròn thiết diện và khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) .

Ta có $r = \sqrt{R^2 - d^2}$. Suy ra diện tích thiết diện $S = \pi r^2 = \pi(R^2 - d^2) \geq \pi(R^2 - IA^2)$, do $d = IH \leq IA$.

Vậy thiết diện đạt giá trị nhỏ nhất khi H trùng điểm A khi đó mặt phẳng (P) nhận $\vec{IA}$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra phương trình mặt phẳng $(P): 1(x-0) + 2(y-0) + (z-2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + z - 2 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1830. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $S: (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ có tâm I và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 24 = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P) . Điểm M thuộc (S) sao cho đoạn MH có độ dài lớn nhất. Tìm tọa độ điểm M .

A. $M(-1; 0; 4)$.

B. $M(0; 1; 2)$.

C. $M(3; 4; 2)$.

D. $M(4; 1; 2)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 3$. Do $d(I; (P)) = 9 > R$ nên mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S) . Do H là hình chiếu của I lên (P) và MH lớn nhất nên M là giao điểm của đường thẳng IH với mặt cầu (S) .

$$\text{Phương trình đường thẳng } IH: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm của IH với (S) là $M_1(3; 4; 2)$ và $M_2(-1; 0; 4)$. Ta có $M_1H = d(M_1; (P)) = 12$; $M_2H = d(M_2; (P)) = 6$.

Vậy tọa độ điểm cần tìm là $M(3; 4; 2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1831. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d có phương trình là

- A. $(P): x - y + 2z = 0$. B. $(P): x - 2y - 2 = 0$.
C. $(P): x + y + 2z = 0$. D. $(P): x - y - 2z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 2)$. Do đó, phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là

$$1(x - 2) + (-1)(y - 0) + 2(z + 1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z = 0.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1832. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ qua điểm $A(3; 1; 1)$, song song với mặt phẳng $(P): x - 3y + 4z - 1 = 0$ và cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$.

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}$. B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.
C. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Gọi $M = d \cap \Delta$, suy ra tọa độ điểm $M(1 + 3m; -1 + m; 2m)$. Khi đó, đường thẳng Δ nhận véc-tơ $\overrightarrow{AM}$ làm véc-tơ chỉ phương, ta có: $\overrightarrow{AB} = (3m - 2; m - 2; 2m - 1)$.

Mặt khác, do $\Delta \parallel (P)$ nên $\overrightarrow{AB} \perp \vec{n}_P$. Hay là

$$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow (3m - 2) \cdot 1 + (m - 2) \cdot (-3) + (2m - 1) \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow m = 0.$$

Do đó, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(3; 1; 1)$ và nhận $\overrightarrow{AM} = (-2; -2; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương. Đường thẳng Δ có phương trình chính tắc là

$$\frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1} \Leftrightarrow \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1833. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 6 = 0$, điểm $A(2; 4; 5)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ điểm M trên d sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng MA .

- A. $M(-1; 3; 2)$. B. $M(1; 2; 3)$ hoặc $M(17; 6; 11)$.

C. $M(17; -6; 11)$.D. $M(1; 2; 3)$ hoặc $(17; -6; 11)$.**Lời giải.**Gọi $M(-1 + 2m; 3 - m; 2 + m) \in d$, suy ra $\overrightarrow{AM} = (2m - 3; -m - 1; m - 3)$ nên

$$AM^2 = (2m - 3)^2 + (-m - 1)^2 + (m - 3)^2 = 6m^2 - 16m + 19.$$

Khoảng cách từ điểm $M(-1 + 2m; 3 - m; 2 + m)$ đến mặt phẳng (P) là

$$d[M, (P)] = \frac{|(-1 + 2m) - 2(3 - m) + 2(2 + m) + 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{|6m + 3|}{3} = |2m + 1|.$$

Theo giả thiết của bài toán, suy ra

$$6m^2 - 16m + 19 = |2m + 1|^2 \Leftrightarrow 2m^2 - 20m + 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 9. \end{cases}$$

Khi $m = 1$, tọa độ điểm $M(1; 2; 3)$. Khi $m = 9$, tọa độ điểm $M(17; -6; 11)$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1834.** Véc-tơ $\vec{u} = (1; 2; -5)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng nào sau đây?

$$\text{A. } \begin{cases} x = 6 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = 5t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 3 - 5t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 5t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 4t \\ z = -5 + 6t \end{cases}$$

Lời giải.

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 6 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = 5t \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{v} = (-1; -2; 5)$ cùng phương với véc-tơ $\vec{u} = (1; 2; -5)$.

Vậy $\vec{u} = (1; 2; -5)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 6 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = 5t \end{cases}$.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1835.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$ và $B(2; 1; 2)$. Phương trình tham số của đường thẳng AB là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2 \end{cases}$$

Lời giải.Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2t \end{cases}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1836. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$, các đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ và

$\Delta': \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$. Tìm phương trình đường thẳng d đi qua A , cắt đường thẳng Δ và tạo với đường thẳng Δ' một góc α sao cho $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

$$\begin{array}{ll} \text{A. } d: \begin{cases} x = 2 + 12t \\ y = 1 + 12t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ hoặc } d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases} & \text{B. } d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases} \\ \text{C. } d: \begin{cases} x = 2 + 12t \\ y = -1 + 12t \\ z = 1 - t \end{cases} \text{ hoặc } d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases} & \text{D. } d: \begin{cases} x = 2 + 12t \\ y = 1 + 12t \\ z = 1 + t \end{cases} \end{array}$$

Lời giải.

Gọi M là giao điểm của d và Δ , suy ra $M(1+t; t; 2+2t)$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = (t-1; t-1; 2t+1)$ là véc-tơ chỉ phương của d và $\vec{u} = (1; 2; -2)$ là véc-tơ chỉ phương của Δ' .

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} \cos \alpha = \frac{2}{3} &\Leftrightarrow \frac{|t-1+2(t-1)-2(2t+1)|}{3\sqrt{(t-1)^2+(t-1)^2+(2t+1)^2}} = \frac{2}{3} \\ &\Leftrightarrow \frac{|-t-5|}{\sqrt{6t^2+3}} = 2 \\ &\Leftrightarrow 4(6t^2+3) = t^2+10t+25 \\ &\Leftrightarrow 23t^2-10t-13=0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-\frac{13}{23} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $\overrightarrow{AM} = 0; 0; 1$ hoặc $\overrightarrow{AM} = \left(-\frac{36}{23}; -\frac{36}{23}; -\frac{3}{23}\right)$.

Với $\overrightarrow{AM} = (0; 0; 1)$ thì phương trình tham số của d là $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Với $\overrightarrow{AM} = \left(-\frac{36}{23}; -\frac{36}{23}; -\frac{3}{23}\right)$ cùng phương với $\vec{v} = (12; 12; 1)$ thì phương trình của d là $\begin{cases} x = 2 + 12t \\ y = 1 + 12t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1837. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ

nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

A. $(1; -2; 1)$. B. $(1; 2; 1)$. C. $(-1; -2; 1)$. D. $(-1; 2; 1)$.

Lời giải.

Theo lý thuyết.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1838. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(1; 0; 5)$ và đường

thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1; 2; 3)$.

B. $M(2; 0; 5)$.

C. $M(3; -2; 7)$.

D. $M(3; 0; 4)$.

Lời giải.

- $M \in d \Leftrightarrow M(1+m; 2-2m; 3+2m)$.
- $MA^2 + MB^2 = (m-2)^2 + (4-2m)^2 + (2m)^2 + m^2 + (2-2m)^2 + (2m-2)^2 = 18m^2 - 36m + 28$.
- Ta có $MA^2 + MB^2 \min \Leftrightarrow m = 1 \Leftrightarrow M(2; 0; 5)$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1839. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 5 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. d nằm trong (P) .

B. d cắt và không vuông góc với (P) .

C. d vuông góc với (P) .

D. d song song với (P) .

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1; -1; -3)$, mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (3; -3; 2)$.

Ta thấy $\vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)} = 1 \cdot 3 + (-1) \cdot (-3) + (-3) \cdot 2 = 0$ nên đường thẳng d hoặc song song hoặc nằm trong (P) .

Mặt khác, lấy $M(-1; 0; 1) \in d$ thì $M \notin (P)$ vì $3 \cdot (-1) - 3 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 5 = 0$ là sai.

Vậy đường thẳng d song song với (P) .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1840. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục hoành bằng

A. $\sqrt{13}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. 1.

Lời giải.

Điểm A có hình chiếu vuông góc lên trục Ox là $A'(1; 0; 0)$ nên khoảng cách cần tìm là $AA' = \sqrt{(1-1)^2 + (0-2)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1841. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 9 = 0$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 4z + 9 = 0$ cắt nhau theo một đường tròn $(\mathcal{C})$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa $(\mathcal{C})$ tiếp xúc với ba đường thẳng AB , BC , CA ?

A. 1.

B. Vô số.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng chứa ($\mathcal{C}$) là

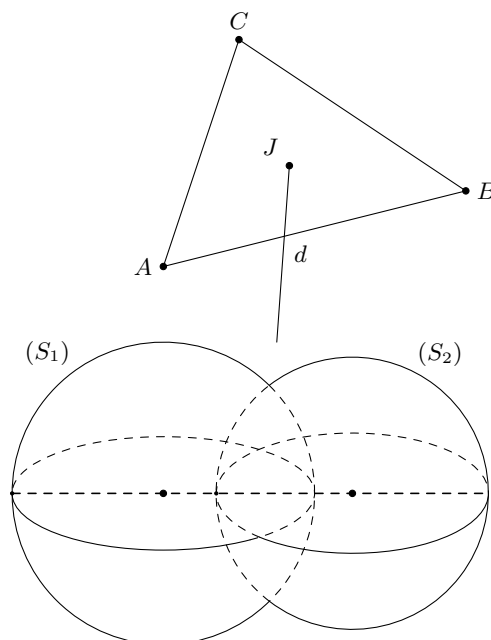
$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 9 = x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 4z + 9$$

$$\Leftrightarrow 6x - 4y - 2z = 0 \quad (P).$$

Phương trình (ABC): $x + y + z - 3 = 0$.

Ta thấy $\triangle ABC$ là tam giác đều có tâm là $J(1; 1; 1)$, đồng thời mp(P) qua J và vuông góc với (ABC) nên (P) chứa trục d của đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$. Mỗi điểm trên d là tâm của một mặt cầu tiếp xúc với ba đường thẳng AB , BC , CA .

Vậy có vô số mặt cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1842. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 2)$, $B(3; -2; 0)$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

A. $\vec{u} = (-1; 2; 1)$. B. $\vec{u} = (1; 2; -1)$. C. $\vec{u} = (2; -4; 2)$. D. $\vec{u} = (2; 4; -2)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -4; -2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB nên véc-tơ $\vec{u} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1843. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -1)$, $B(1; 2; 4)$. Phương trình nào dưới đây không phải phương trình đường thẳng AB ?

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{5}$.

B. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{-5}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 5)$ không cùng phương với véc-tơ $\vec{u} = (1; 1; 5)$ nên đường thẳng $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{5}$ không phải phương trình đường thẳng AB .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1844. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ nào

dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{n} = (1; -2; 1)$. B. $\vec{n} = (1; 2; 1)$. C. $\vec{n} = (-1; -2; 1)$. D. $\vec{n} = (-1; 2; 1)$.

Lời giải.

Dựa vào phương trình tham số của đường thẳng d ta có véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{n} = (-1; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1845. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, trong đó $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $I(1; 2; 3)$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó các số a , b , c thỏa mãn đẳng thức nào sau đây?

- A. $a + b + c = 12$. B. $a^2 + b = c - 6$. C. $a + b + c = 18$. D. $a + b - c = 0$.

Lời giải.

Ta có $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Do $I \in (ABC)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1$. Khi đó

$$1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \geq \sqrt[3]{\frac{6}{abc}} \Rightarrow abc \geq 162.$$

Suy ra $V = \frac{1}{6}abc \geq 27$. Dấu “=” xảy ra khi $\frac{1}{3} = \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} \Rightarrow a = 3, b = 6, c = 9$, tức là $a + b + c = 18$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1846. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; 2)$ và $B(5; 7; 0)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2my - 2(m+1)z + m^2 + 2m + 8 = 0$ là phương trình mặt cầu (S) sao cho qua hai điểm A, B có duy nhất một mặt phẳng cắt mặt cầu (S) đó theo giao tuyến làm một đường tròn có bán kính bằng 1?

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Đặt $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2my - 2(m+1)z + m^2 + 2m + 8 = 0$ (1).

(1) là phương trình của mặt cầu $\Leftrightarrow 4 + m^2 + (m+1)^2 - (m^2 + 2m + 8) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \sqrt{3} \\ m < -\sqrt{3} \end{cases}$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -m; m+1)$ và bán kính $R = \sqrt{m^2 - 3}$.

Trường hợp 1: (P) là (ABI) và (S) có bán kính $R = 1 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 - 3} = 1$ và A, B, I không thẳng hàng. Từ đó suy ra $m = -2$.

Trường hợp 2: (P) cách I một khoảng lớn nhất, đồng thời $d^2(I, (P)) = R^2 - 1$.

Gọi H, K là hình chiếu của I lên (P) và AB , ta có $d(I, (P)) = IH \leq IK$.

Do đó

$$d_{\max} = IK = d(I, AB) = \frac{|\overrightarrow{[AB, AI]}|}{|\overrightarrow{AB}|}, \quad \overrightarrow{[AB, AI]} = (4m - 8; 4 - 2m; 4 - 2m) = (m - 2)(4; -2; -2).$$

$$\text{Suy ra } d(I, AB) = \frac{|m - 2|\sqrt{66}}{11}.$$

$$\text{Ta có } d^2(I, (P)) = R^2 - 1 \Leftrightarrow \frac{6}{11}(m - 2)^2 = m^2 - 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 & (\text{loại}) \\ m = -\frac{34}{5} & (\text{thoả mãn}) \end{cases}.$$

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1847. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$ và hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-3; -3; -3)$. Mặt cầu (S) đi qua A, B và tiếp xúc với (P) tại C . Biết rằng C luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính R của đường tròn đó.

- A. $R = 4$. B. $R = \frac{2\sqrt{33}}{3}$. C. $R = \frac{2\sqrt{11}}{3}$. D. $R = 6$.

Lời giải.

Xét mặt cầu (S) bất kì đi qua A, B và tiếp xúc với (P) tại C . Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; -4; -4)$, suy ra

$$\text{phương trình tham số của đường thẳng } AB \text{ là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Gọi $I = AB \cap (P)$ ta có $I(3; 3; 3)$ và $IC^2 = IA \cdot IB \Rightarrow IC = \sqrt{IA \cdot IB}$.

Mặt khác A, B và (P) cố định nên I cố định. Suy ra C thuộc đường tròn nằm trong mặt phẳng (P) có tâm I và bán kính $R = \sqrt{IA \cdot IB} = 6$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1848. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -1; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A , vuông góc với hai đường thẳng AB và d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-1}{7}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{7} = \frac{z-1}{4}$.

C. $\frac{x-1}{7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{4}$.

D. $\frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}_d = (-2; 1; 3)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d và $\overrightarrow{AB} = (-2; 3; 2)$.

Vì đường thẳng Δ vuông góc với hai đường thẳng AB và d nên $\vec{u}_\Delta = [\overrightarrow{AB}, \vec{u}_d] = (7; 2; 4)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; -1; 1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (7; 2; 4)$ là $\frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1849. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{4}$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y + z - 1 = 0$ là

A. $M(1; -1; 0)$.

B. $M(-1; 0; 1)$.

C. $M(-1; 1; 0)$.

D. $M(1; 0; -1)$.

Lời giải.

Giả sử M là giao điểm của d và (P) . Vì $M \in d$ nên $M(1+t, -1-2t, 4t)$.

Vì $M \in (P)$ nên $3(1+t) + 2(-1-2t) + 4t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow M(1; -1; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1850. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; 4; -7)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 5 = 0$.

Phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-7}{-2}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-7}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+7}{-2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $(1; 2; -2)$. Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) . Vì d nhận véc-tơ pháp tuyến của (P) làm véc-tơ chỉ phương nên $(1; 2; -2)$ là véc-tơ chỉ phương của d . Phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1851. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(-2; -2; 1)$, $A(1; 2; -3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách A một khoảng bé nhất.

A. $\vec{u}(1; 0; 2)$.

B. $\vec{u}(2; 1; 6)$.

C. $\vec{u}(-1; 0; 2)$.

D. $\vec{u}(2; 2; -1)$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d . Ta có (P) đi qua (M) , nhận véc-tơ chỉ phương của d là $(2; 2; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên (P) có phương trình:

$$2(x + 2) + 2(y + 2) - z(-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - z + 9 = 0$$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P) và đường thẳng d . Ta được $H(-3; -2; -1)$. Ta có $d(A, (\Delta)) = AK \leq AH$. Xảy ra dấu bằng $\Leftrightarrow K \equiv H$. Vậy đường thẳng Δ là đường thẳng AH có véc-tơ chỉ phương $\vec{AH} = (1; 0; 2)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1852. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 2; 2)$. Đường thẳng đi qua M song song với Oy có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

B. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = 2 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

C. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = 2 \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

D. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 2 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

Lời giải.

Trục Oy có 1 véc-tơ chỉ phương là $\vec{j}(0; 1; 0)$.

Đường thẳng đi qua M , song song với Oy có phương trình là $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 + t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 2 \end{cases}$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1853. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 1)$ và hai mặt phẳng $(P), (Q)$ lần lượt có phương trình là $x - 3z + 1 = 0, 2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng d đi qua I và song song với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{5}.$

B. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}.$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-5}.$

D. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}.$

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (6; 1; 2)$.

Vậy phương trình đường cần tìm là $\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}.$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1854. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$.

B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$.

C. $\vec{u}_3 = (2; 1; 1)$.

D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1855. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$, $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.
 B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$.
 C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.
 D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Ta có phương trình $d_1: \begin{cases} x = 3 - t_1 \\ y = 3 - 2t_1 \\ z = -2 + t_1 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 5 - 3t_2 \\ y = -1 + 2t_2 \\ z = 2 + t_2 \end{cases}$

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ .

Giả sử đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại A và B .

Gọi $A(3 - t_1; 3 - 2t_1; -2 + t_1)$, $B(5 - 3t_2; -1 + 2t_2; 2 + t_2)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2 - 3t_2 + t_1; -4 + 2t_2 + 2t_1; 4 + t_2 - t_1)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 2; 3)$.

Do $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương nên

$$\frac{2 - 3t_2 + t_1}{1} = \frac{-4 + 2t_2 + 2t_1}{2} = \frac{4 + t_2 - t_1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2 - 3t_2 + t_1}{1} = \frac{-4 + 2t_2 + 2t_1}{2} \\ \frac{-4 + 2t_2 + 2t_1}{2} = \frac{4 + t_2 - t_1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 1. \end{cases}$$

Suy ra $A(1; -1; 0), B(2; -1; 3)$.

Đường thẳng Δ đi qua $A(1; -1; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{n} = (1; 2; 3)$ nên có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1856. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 2; 2)$. Đường thẳng đi qua M song song với Oy có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 + t \\ z = 2 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$
 B. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$
 C. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = 2 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$
 D. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Lời giải.

Oy có véc-tơ chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

Đường thẳng đi qua M song song với Oy có phương trình là $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 + t \\ z = 2 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1857. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 1)$ và hai mặt phẳng $(P), (Q)$ lần lượt có phương trình là $x - 3z + 1 = 0, 2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng d đi qua I và song song với mặt phẳng $(P), (Q)$ có phương trình là

$$\text{A. } \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{5}.$$

$$\text{B. } \frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}.$$

$$\text{C. } \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-5}.$$

$$\text{D. } \frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}.$$

Lời giải.

véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (6, 1, 2)$.

Đường thẳng d đi qua I và song song với mặt phẳng (P) , (Q) có phương trình là $\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1858. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Véc-tơ

nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d ?

$$\text{A. } \vec{u}_1 = (0; 3; -1). \quad \text{B. } \vec{u}_2 = (1; 3; -1). \quad \text{C. } \vec{u}_3 = (1; -3; -1). \quad \text{D. } \vec{u}_4 = (1; 2; 5).$$

Lời giải.

Véc-tơ $\vec{u}_1 = (0; 3; -1)$ là véc-tơ chỉ phương của d .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1859. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ là

$$\text{A. } M(0; 2; 3). \quad \text{B. } M(0; 0; -2). \quad \text{C. } M(0; 0; 2). \quad \text{D. } M(0; -2; -3).$$

Lời giải.

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } d \text{ là } \begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) ứng với t là nghiệm phương trình

$$3 \cdot (12 + 4t) + 5 \cdot (9 + 3t) - (1 + t) - 2 = 0 \Leftrightarrow t = -3.$$

Do đó, tọa độ giao điểm cần tìm là $M(0; 0; -2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1860. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

$$\text{A. } x + 2y - 5 = 0.$$

$$\text{B. } 2x + y - z + 4 = 0.$$

$$\text{C. } -2x - y + z - 4 = 0.$$

$$\text{D. } -2x - y + z + 4 = 0.$$

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ là

$$2(x-1) + 1(y-2) - 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow -2x - y + z + 4 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1861. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oxz) . Tìm phương trình tham

số của Δ trong các phương trình sau:

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

B. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

C. $\begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = 0 \\ z = 6 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

D. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 0 \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Lời giải.

Lấy hai điểm $A(1; -2; 3)$ và $B(3; 1; 4)$ thuộc đường thẳng d . Hình chiếu của A và B trên mặt phẳng (Oxz) lần lượt là $A'(1; 0; 3)$ và $B'(3; 0; 4)$.

Hình chiếu của đường thẳng d trên mặt phẳng (Oxz) là đường thẳng Δ đi qua hai điểm A' và B' .

Ta có $\overrightarrow{A'B'} = (2; 0; 1)$, nên phương trình của Δ là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = 3 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Rõ ràng điểm $M(-3; 0; 1)$ thuộc đường thẳng Δ , nên phương trình đường thẳng Δ còn có dạng

$\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = 3 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1862. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 6)$ và $D(1; 1; 1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là lớn nhất, hỏi Δ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

- A. $M(-1; -2; 1)$. B. $M(5; 7; 3)$. C. $M(3; 4; 3)$. D. $M(7; 13; 5)$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{6} = 1$ hay $(ABC): 2x + 3y + z - 6 = 0$.

Dễ thấy $D \in (ABC)$.

Gọi H, K, I lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên Δ . Do Δ là đường thẳng đi qua D nên $AH \leq AD, BK \leq BD, CI \leq CD$. Khi đó

$$AH + BK + CI \leq AD + BD + CD.$$

Vậy để tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ lớn nhất thì Δ là đường thẳng qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. Ta thấy $M(5; 7; 3) \in \Delta$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1863. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(1; -1; 2)$, song song với $(P): 2x - y - z + 3 = 0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{7}$.

B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z+2}{7}$.

$$\text{C. } \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{7}.$$

$$\text{D. } \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{-7}.$$

Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta} = (1; -2; 2)$.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (a; b; c)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (2; -1; -1)$.

Vì $d \parallel (P)$ nên $\vec{u}_d \perp \vec{n}_P \Leftrightarrow \vec{u}_d \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow 2a - b - c = 0 \Leftrightarrow c = 2a - b$.

$$\text{Ta có } \cos(\Delta, d) = \frac{|5a - 4b|}{3\sqrt{5a^2 - 4ab + 2b^2}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{(5a - 4b)^2}{5a^2 - 4ab + 2b^2}}.$$

Góc (Δ, d) nhỏ nhất khi và chỉ khi $\cos(\Delta, d)$ lớn nhất.

$$\text{— Nếu } b = 0 \text{ thì } \cos(\Delta, d) = \frac{1}{3}.$$

$$\text{— Nếu } b \neq 0, \text{ đặt } t = \frac{a}{b} \text{ thì } \cos(\Delta, d) = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{(5t - 4)^2}{5t^2 - 4t + 2}}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{(5t - 4)^2}{5t^2 - 4t + 2}, \text{ với } t \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{100t^2 - 60t - 16}{(5t^2 - 4t + 2)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4}{5} \text{ hoặc } t = -\frac{1}{5}.$$

Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$	$+\infty$	
$f'(t)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(t)$	5 $\frac{25}{3}$ 0 5				

Từ bảng biến thiên suy ra $\max_{\mathbb{R}} f(t) = \frac{25}{3}$, nên trong trường hợp này $\max \cos(\Delta, d) = \frac{5\sqrt{3}}{9}$, đạt được khi $t = -\frac{1}{5}$, hay $b = -5a$.

Từ hai trường hợp trên, ta có $\max \cos(\Delta, d) = \frac{5\sqrt{3}}{9}$ đạt được khi $b = -5a$.

Chọn $a = 1, b = -5, c = 7$. Ta có $\vec{u}_d = (1; -5; 7)$.

Phương trình đường thẳng d là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{7}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1864. Đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{3}$ vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

$$\text{A. } (\alpha_1): 4x + 2y + 6z - 2018 = 0.$$

$$\text{B. } (\alpha_2): 2x + y - 3z - 2017 = 0.$$

$$\text{C. } (\alpha_3): 3x + y + 2z - 2017 = 0.$$

$$\text{D. } (\alpha_4): 2x - y + 3z - 2018 = 0.$$

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; 3)$.

Mặt phẳng (α_1) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (4; 2; 6)$.

Vì $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$ nên $d \perp (\alpha_1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1865. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm M , cắt và vuông góc với đường thẳng d là

$$\text{A. } \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}.$$

$$\text{C. } \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z}{2}.$$

$$\text{B. } \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{2}.$$

$$\text{D. } \frac{x-2}{-3} = \frac{-y+1}{-4} = \frac{z}{-2}.$$

Lời giải.

Gọi N là giao điểm của d và Δ . Vì $N \in d$ nên $N(1+2t; -1+t; -t)$, $t \in \mathbb{R}$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-1+2t; -2+t; -t)$. Do $\Delta \perp d$ nên ta có

$$\overrightarrow{MN} \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2(-1+2t) + (-2+t) - 1 \cdot (-t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}.$$

Đường thẳng Δ đi qua $M(2; 1; 0)$ nhận $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ làm véc-tơ chỉ phương.

$$\text{Vậy } \Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1866. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$, $A(2; 1; 4)$. Gọi $H(a; b; c)$ là điểm thuộc d sao cho AH có độ dài nhỏ nhất. Tính $T = a^3 + b^3 + c^3$.

$$\text{A. } T = 8.$$

$$\text{B. } T = 62.$$

$$\text{C. } T = 13.$$

$$\text{D. } T = 45.$$

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với d . Suy ra

$$(P): 1(x-2) + 1(y-1) + 2(z-4) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 11 = 0.$$

Ta có AH nhỏ nhất khi và chỉ khi H là hình chiếu của A trên d . Tọa độ H khi đó là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2} \\ x + y + 2z - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow H(2; 3; 3).$$

$$\text{Vậy } T = a^3 + b^3 + c^3 = 2^3 + 3^3 + 3^3 = 62.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1867. Trong không gian $(Oxyz)$, cho hai điểm $A(5; 0; 0)$, $B(3; 4; 0)$. Với C là điểm nằm trên trục Oz , gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Khi C di động trên trục Oz , thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính đường tròn đó là

$$\text{A. } \frac{\sqrt{5}}{4}.$$

$$\text{B. } \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{C. } \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{D. } \sqrt{3}.$$

Lời giải.

Gọi K là trực tâm của tam giác OAB , M là trung điểm của AB , BE là đường cao $\triangle ABC$ ($E \in AC$), BF là đường cao $\triangle OAB$ ($F \in OA$).

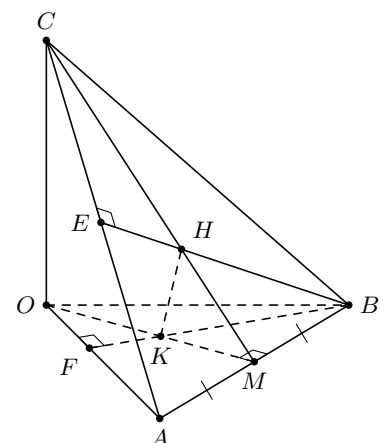
Ta có $OA = OB = 5$ nên $\triangle OAB$ cân tại $O \Rightarrow OM \perp AB$.

Vì $C \in Oz$ và $A, B \in (Oxy)$ nên $OC \perp AB$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp OM \\ AB \perp CO \end{cases} \Rightarrow AB \perp CM \Rightarrow H \in CM$ (vì H là trực tâm $\triangle ABC$).

Vì $AB \perp (COM)$, $HK \subset (COM)$ nên $HK \perp AB$.

(1)



Ta có $\begin{cases} BF \perp OA \\ BF \perp CO \end{cases} \Rightarrow BF \perp AC.$

Vì $\begin{cases} AC \perp BE \\ AC \perp BF \end{cases}$ nên $AC \perp (BEF) \Rightarrow HK \perp AC.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $HK \perp (ABC)$. Suy ra $HK \perp HM$ hay H thuộc đường tròn đường kính KM .

Ta có trung điểm M của AB là $M(4; 2; 0) \Rightarrow OM: \begin{cases} x = 4t \\ y = 2t \\ z = 0. \end{cases}$

Lại có $K \in OM \Rightarrow K(4t, 2t; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AK} = (4t - 5; 2t; 0).$

Vì K là trực tâm $\triangle OAB$ nên ta có

$$\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow 3(4t - 5) + 4 \cdot 2t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{4} \Rightarrow K\left(3; \frac{3}{2}; 0\right).$$

Vậy bán kính đường tròn cần tính là $R = \frac{KM}{2} = \frac{\sqrt{5}}{4}.$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1868. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t, \\ z = 5 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1 = (0; 3; -1).$ B. $\vec{u}_2 = (1; 3; -1).$ C. $\vec{u}_3 = (1; -3; -1).$ D. $\vec{u}_4 = (1; 2; 5).$

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (0; 3; -1).$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1869. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ là

A. $(0; 2; 3).$ B. $(0; 0; -2).$ C. $(0; 0; 2).$ D. $(0; -2; -3).$

Lời giải.

Ta có $M \in d$ nên $M(12 + 4t; 9 + 3t; 1 + t)$ với $t \in \mathbb{R}.$

Vì $M \in (P)$ nên $3(12 + 4t) + 5(9 + 3t) - (1 + t) - 2 = 0 \Leftrightarrow 26t + 78 = 0 \Leftrightarrow t = -3.$

Vậy $M(0; 0; -2).$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1870. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}.$

A. $(P): x + 2y - 5 = 0.$ B. $(P): 2x + y - z + 4 = 0.$
C. $(P): -2x - y + z - 4 = 0.$ D. $(P): -2x - y + z + 4 = 0.$

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -1).$

Vì $(P) \perp d$ nên $\vec{u}$ là véc-tơ pháp tuyến của $(P).$

Phương trình mặt phẳng (P) là

$$2(x - 1) + 1(y - 2) - 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - z - 4 = 0 \Leftrightarrow -2x - y + z + 4 = 0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $(P): -2x - y + z + 4 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1871. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oxz) . Tìm phương trình tham số của Δ trong các phương trình sau

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$ B. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$ C. $\begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = 0 \\ z = 6 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$ D. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 0 \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Lời giải.

Ta có $M(-3; -8; 1) \in d$ và $N(1; -2; 3) \in d$.

Hình chiếu vuông góc của M, N trên mặt phẳng (Oxz) lần lượt là $H(-3; 0; 1)$ và $K(1; 0; 3)$.

Khi đó, $\overrightarrow{HK} = (4; 0; 2)$ là véc-tơ chỉ phương của Δ . Suy ra $\vec{u} = (2; 0; 1)$ cũng là véc-tơ chỉ phương của Δ .

Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + t. \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1872. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 6)$ và $D(1; 1; 1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là lớn nhất. Hỏi Δ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $M(-1; -2; 0)$. B. $M(5; 7; 3)$. C. $M(3; 4; 3)$. D. $M(7; 13; 5)$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 2x + 3y + z - 6 = 0$.

Dễ thấy D thuộc (ABC) .

Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên Δ .

Tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là $AH + BI + CK \leq AD + BD + CD$. Đẳng thức xảy ra khi $\Delta \perp (ABC)$.

Khi đó, Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 3; 1)$ và có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{1}$.

Vậy Δ đi qua điểm $M(-1; -2; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1873. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(1; -1; 2)$, song song với mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{7}$. B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z+2}{7}$.
C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{7}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{-7}$.

Lời giải.

Gọi $\vec{u} = (a; b; c) \neq \vec{0}$ là véc-tơ chỉ phương của d .

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; -1)$.

Vì $d \parallel (P)$ nên $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 2a - b - c = 0 \Leftrightarrow c = 2a - b$.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{v} = (1; -2; 2)$.

Gọi α là góc giữa d và Δ . Ta có

$$\cos \alpha = \frac{|a - 2b + 2c|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|5a - 4b|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + (2a - b)^2}} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{25a^2 - 40ab + 16b^2}{5a^2 - 4ab + 2b^2}}.$$

Nếu $b = 0$ thì do $c = 2a - b$ và $\vec{u} \neq \vec{0}$ nên $a \neq 0$. Khi đó, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Nếu $b \neq 0$ thì $\cos \alpha = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{25t^2 - 40t + 16}{5t^2 - 4t + 2}}$, với $t = \frac{a}{b}$.

Xét hàm $f(t) = \frac{25t^2 - 40t + 16}{5t^2 - 4t + 2}$ có $f'(t) = \frac{100t^2 - 60t - 16}{(5t^2 - 4t + 2)^2}$ và $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{5} \\ t = \frac{4}{5} \end{cases}$.

Bảng biến thiên của $f(t)$ như sau

t	$-\infty$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$	$+\infty$	
$f'(t)$	+	0	-	0	+
$f(t)$	5 $\nearrow$ $\frac{25}{3}$ $\searrow$ 0 $\nearrow$ 5				

Suy ra $\cos \alpha \leq \frac{1}{3}\sqrt{\frac{25}{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{9}$.

Kết hợp cả hai trường hợp $b = 0$ và $b \neq 0$ thì $\cos \alpha$ lớn nhất là $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ khi $\frac{a}{b} = -\frac{1}{5} \Leftrightarrow b = -5a \Rightarrow c = 7a$.

Khi đó, d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1; -5; 7)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{7}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1874. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -1; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A , vuông góc với hai đường thẳng AB và d có phương trình là

A. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{3}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{4}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{7} = \frac{z-1}{4}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{4}$.

Lời giải.

$\vec{AB} = (-2; 3; 2)$, $\vec{u}_d = (-2; 1; 3)$, chọn $\vec{u}_\Delta = [\vec{AB}, \vec{u}_d] = (7; 2; 4)$.

Phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{4}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1875. Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình đường thẳng d đi qua $M(0; -1; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - 1 = 0$.

A. $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 - t \\ z = 3t \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$

Lời giải.

Vì đường thẳng d vuông góc với (P) nên một véc-tơ chỉ phương của d là véc-tơ pháp tuyến của (P) ,

do đó $\vec{a}_d = \vec{n}_{(P)} = (1; 3; 0)$.

Vì điểm $M \in d$ nên phương trình đường thẳng d là $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3. \end{cases}$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1876. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và $\Delta': \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$.

$\frac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Δ trùng với Δ' .

B. Δ và Δ' chéo nhau.

C. Δ và Δ' song song với nhau.

D. Δ cắt Δ' .

Lời giải.

Đường thẳng Δ có một vec-tơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta = (2; -1; 4)$, đường thẳng Δ' có một vec-tơ chỉ phương $\vec{a}_{\Delta'} = (3; 2; -1)$. Vì $\vec{a}_\Delta$ và $\vec{a}_{\Delta'}$ không cùng phương nên Δ và Δ' chỉ có thể chéo nhau hoặc cắt nhau. Xét hệ phương trình giao điểm của Δ và Δ'

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \\ \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \\ \frac{2t+1}{3} = \frac{-t+3}{2} = \frac{4t-5}{-1} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} t = 1 \\ x = -t \\ y = 0 \\ z = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó Δ cắt Δ' .

Chọn đáp án **D** □

Câu 1877. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-1; 4; 2)$. Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng BC .

A. $\sqrt{6}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Phương trình tham số đường thẳng BC là $\begin{cases} x = -t \\ y = 3 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng BC , tọa độ điểm H có dạng $H(-t; 3+t; 1+t)$.

Vì $AH \perp BC$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$, suy ra $H(2; 1; -1)$.

Khoảng cách $d(A, BC) = AH = \sqrt{0^2 + 1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1878. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và $d_2: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 + 3t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$.

A. $\frac{2\sqrt{110}}{55}$. B. $\frac{\sqrt{110}}{23}$. C. $\frac{\sqrt{55}}{7}$. D. $\frac{\sqrt{11}}{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(0; 4; -1)$ và có một vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-1; 1; -2)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $B(0; 2; -4)$ và có một vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-1; 3; 3)$.

Suy ra khoảng cách giữa hai đường thẳng $d(d_1, d_2) = \frac{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{AB}|}{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2]|} = \frac{2\sqrt{110}}{55}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1879. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d ?

A. $(1; -2; 1)$.

B. $(1; 2; 1)$.

C. $(-1; -2; 1)$.

D. $(-1; 2; 1)$.

Lời giải.

Dựa vào phương trình tham số của đường thẳng d ta có véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{n} = (-1; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1880. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(3; -2; 3)$, $B(1; 0; 5)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d để $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1; 2; 3)$.

B. $M(2; 0; 5)$.

C. $M(3; -2; 7)$.

D. $M(3; 0; 4)$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB , ta có $I(2; -1; 4)$.

Khi đó: $MA^2 + MB^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2$
 $= 2\overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) = 2MI^2 + IA^2 + IB^2 = MI^2 + 6$.

Do đó $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI có độ dài ngắn nhất, điều này xảy ra khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của I trên đường thẳng d .

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua I và vuông góc với đường thẳng d là

$1 \cdot (x - 2) - 2(y + 1) + 2(z - 4) = 0$ hay $(P): x - 2y + 2z - 12 = 0$.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Tọa độ điểm M cần tìm là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ phương trình:

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + 2t \\ x - 2y + 2z - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ z = 5 \\ t = 1 \end{cases}$. Vậy $M(2; 0; 5)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1881. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \\ 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d ?

- A. $(1; -2; 1)$. B. $(1; 2; 1)$. C. $(-1; -2; 1)$. D. $(-1; 2; 1)$.

Lời giải.

Dựa vào phương trình tham số của đường thẳng d ta có véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{n} = (-1; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1882. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(3; -2; 3)$, $B(1; 0; 5)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d để $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(1; 2; 3)$. B. $M(2; 0; 5)$. C. $M(3; -2; 7)$. D. $M(3; 0; 4)$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB , ta có $I(2; -1; 4)$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } MA^2 + MB^2 &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 \\ &= 2\overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) = 2MI^2 + IA^2 + IB^2 = MI^2 + 6. \end{aligned}$$

Do đó $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI có độ dài ngắn nhất, điều này xảy ra khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của I trên đường thẳng d .

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua I và vuông góc với đường thẳng d là

$$1 \cdot (x - 2) - 2(y + 1) + 2(z - 4) = 0 \text{ hay } (P): x - 2y + 2z - 12 = 0.$$

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } d \text{ là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Tọa độ điểm M cần tìm là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + 2t \\ x - 2y + 2z - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ z = 5 \\ t = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } M(2; 0; 5)$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1883. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $(2; 1; 3)$. B. $(3; 1; 2)$. C. $(3; 2; 3)$. D. $(3; 1; 3)$.

Lời giải.

Thay tọa độ từng điểm vào phương trình đường thẳng d . Ta thấy $M(3; 1; 3) \in d$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1884. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{7}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{7}$.
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{7}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{7}$.

Lời giải.

Gọi $I = d \cap (P) \Rightarrow I(1; 1; 1)$ và $M(0; -1; 2) \in d$.

Giả sử M' là điểm đối xứng với M qua (P) . Khi đó

MH qua M có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{MH} = \vec{n}_{(P)} = (1; 1; 1)$

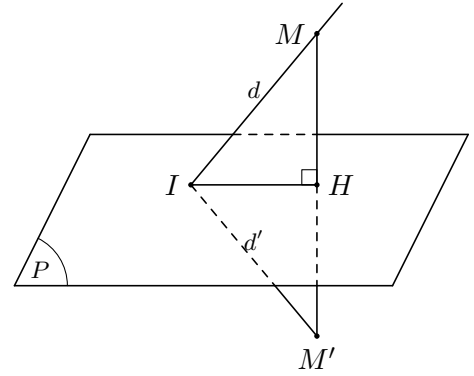
$$\Rightarrow MH: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t. \end{cases}$$

Suy ra $H(t; t-1; t+2)$ mà $H \in (P) \Rightarrow H\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

Ta có $M'\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{10}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IM'} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$

$$\Rightarrow d': \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{7}.$$

Chọn đáp án **D**



Câu 1885. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 1)$. Trục tâm của tam giác ABC có tọa độ là

A. $(2; 1; 2)$.

B. $(4; 2; 4)$.

C. $\left(\frac{4}{9}; \frac{2}{9}; \frac{4}{9}\right)$.

D. $\left(\frac{2}{9}; \frac{1}{9}; \frac{2}{9}\right)$.

Lời giải.

Ta có $(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1 \Rightarrow (ABC): 2x + y + 2z - 2 = 0$.

Tứ diện $OABC$ là tứ diện vuông đỉnh O .

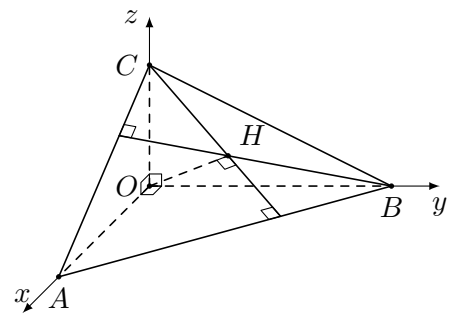
Kẻ $OH \perp (ABC)$ tại $H \Rightarrow H$ là trục tâm tam giác ABC .

Vì OH đi qua $O(0; 0; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương là

$$\vec{u} = (2; 1; 2) \text{ nên phương trình đường thẳng } OH: \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 2t. \end{cases}$$

Vì $H \in (ABC)$ nên $4t + t + 4t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{9} \Rightarrow H\left(\frac{4}{9}; \frac{2}{9}; \frac{4}{9}\right)$.

Chọn đáp án **C**



Câu 1886. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ và $\Delta': \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. Xét điểm M thay đổi. Gọi a, b lần lượt là khoảng cách từ M đến Δ và Δ' . Biểu thức $a^2 + 2b^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $M \equiv M_0(x_0; y_0; z_0)$. Khi đó $x_0 + y_0$ bằng

A. 0.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

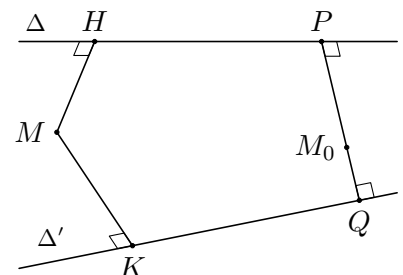
Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M lên Δ, Δ' suy ra

$a = MH, b = MK$.

Gọi PQ là đoạn vuông góc chung của Δ, Δ'

với $P \in \Delta \Rightarrow P(p; p; p+1)$ và $Q \in \Delta' \Rightarrow Q(1+q; 2q; q)$.

Ta có $\overrightarrow{PQ} = (1+q-p; 2q-p; q-p-1)$ và đường thẳng Δ, Δ' có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u} = (1; 1; 1), \vec{u}' = (1; 2; 1)$.



$$\text{Khi đó } \begin{cases} \overrightarrow{PQ} \cdot \vec{u} = 0 \\ \overrightarrow{PQ} \cdot \vec{u}' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4q - 3p = 0 \\ 6q - 4p = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 0 \\ q = 0 \end{cases} \Rightarrow P(0; 0; 1); Q(1; 0; 0).$$

Ta có $a + b \geq HK \geq PQ = \sqrt{2}$. Mặt khác $a^2 + 2b^2 \geq \frac{2}{3}(a+b)^2 (*)$.

Thật vậy $(*) \Leftrightarrow 3(a^2 + 2b^2) \geq 2(a + b)^2 \Leftrightarrow a^2 - 4ab + 4b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a - 2b)^2 \geq 0$.

Dấu bằng xảy ra khi $a = 2b$.

Khi đó $a^2 + 2b^2 \geq \frac{4}{3}$. Dấu bằng xảy ra khi M đặt tại M_0 nghĩa là $\overrightarrow{MP} = -2\overrightarrow{MQ}$

$$\Rightarrow M\left(\frac{2}{3}; 0; \frac{1}{3}\right) \Rightarrow x_0 + y_0 = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1887. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = z-3$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}_1 = (3; 2; 1)$. B. $\vec{u}_2 = (3; 2; 0)$. C. $\vec{u}_3 = (3; 2; 3)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 2; 3)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = z-3$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; 2; 1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1888. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$. Khoảng cách giữa Δ và (P) là

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{2}{9}$. D. 1.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là: $\vec{n} = (2; -1; 2)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; -1; 1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 2; -1)$.

Do $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ và $M \notin (P) \Rightarrow \Delta \parallel (P)$.

$$\text{Vậy } d(\Delta, (P)) = d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - (-1) + 2 \cdot 1 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1889. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(1; -1; 2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN . Một véc-tơ chỉ phương của Δ là

- A. $\vec{u} = (4; 5; -13)$. B. $\vec{u} = (1; -1; 2)$. C. $\vec{u} = (-3; 5; 1)$. D. $\vec{u} = (2; 3; 2)$.

Lời giải.

Ta có $M \in d \Leftrightarrow M(-1 + 2t; t; 2 + t)$ với $t \in \mathbb{R}$.

Do A là trung điểm của đoạn thẳng MN nên $N(3 - 2t; -2 - t; 2 - t)$.

Vì $N \in (P)$ nên $3 - 2t - 2 - t - 2(2 - t) + 5 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow M(3; 2; 4)$.

Vậy $\overrightarrow{AM} = (2; 3; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ .

Chọn đáp án **D** □

Câu 1890. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 4; -4)$ cắt (P) tại B . Điểm M nằm trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới một góc 90° . Độ dài MB lớn nhất bằng

- A. $\frac{36}{\sqrt{5}}$. B. $\sqrt{41}$. C. 6. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải.

Do đường thẳng d đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 4; -4)$ nên có phương trình:

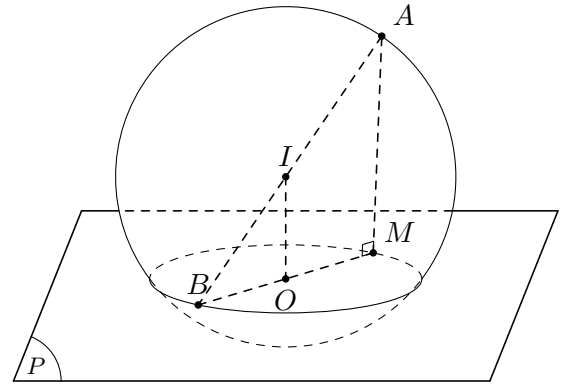
$$d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Do d cắt (P) tại B nên $B \in d$

$$\Rightarrow B(1 + 3t; 2 + 4t; -3 - 4t) \text{ với } t \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Và } B \in (P) \Rightarrow 2(1 + 3t) + 2(2 + 4t) + 3 + 4t + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow B(-2; -2; 1).$$



Điểm M nằm trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới một góc vuông nên M nằm trên đường tròn (C) là giao của mặt cầu đường kính AB với mặt phẳng (P) .

Khi đó độ dài MB lớn nhất khi và chỉ khi độ dài MB bằng đường kính của (C) .

Gọi bán kính của đường tròn (C) là r , trung điểm của AB là $I \Rightarrow I\left(-\frac{1}{2}; 0; -1\right)$, $d(I, (P)) = 3$.

Ta có $d^2(I, (P)) + r^2 = IB^2 \Leftrightarrow 3 + r^2 = \frac{AB^2}{4} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Vậy độ dài MB lớn nhất là $\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1891. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $(d): \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có phương trình là

A. $2x - y + 3z + 8 = 0$.

B. $2x + y - 3z + 8 = 0$.

C. $2x - y + 3z - 8 = 0$.

D. $2x + y - 3z - 8 = 0$.

Lời giải.

Vì $(d) \perp (P)$ nên $\vec{u}_d = (2; -1; 3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Phương trình mặt phẳng $(P): 2(x - 1) - y + 3(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z - 8 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1892. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$ tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 5 = 0$, $(Q): 2x - y + z - 5 = 0$ lần lượt tại các điểm A, B . Độ dài đoạn thẳng AB là

A. $3\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{6}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với (P) .

Suy ra đường thẳng d nhận véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; 1; 2)$ làm véc-tơ chỉ phương.

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } d \text{ là } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 2t. \end{cases}$$

Theo giả thiết $A = d \cap (P)$ nên ta có $1 + t + 2 + t - 2 + 4t + 5 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow A(0; 1; -3)$.

Gọi d_1 là đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với (Q) .

Suy ra đường thẳng d nhận véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (2; -1; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương.

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } d_1 \text{ là } d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = 2 - t_1 \\ z = -1 + t_1 \end{cases}.$$

Theo giả thiết $B = d_1 \cap (P)$ nên ta có $2 + 4t_1 - 2 + t_1 - 1 + t_1 - 5 = 0 \Leftrightarrow t_1 = 1 \Rightarrow B(3; 1; 0)$.

$$\overrightarrow{AB} = (3; 0; 3) \Rightarrow AB = 3\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1893. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$.

Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}.$$

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $B(b; 0; 0)$ là giao điểm của Δ và Ox .

Ta có $\overrightarrow{AB} = (b-1; -2; -3)$, $\vec{u} = (2; 1; -2)$ là véc-tơ chỉ phương của d .

Suy ra $\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2b + 2 = 0 \Leftrightarrow b = -1$.

Δ đi qua $B(-1; 0; 0)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (-2; -2; -3)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1894. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-m}{2}$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt E, F sao cho độ dài đoạn thẳng EF lớn nhất khi $m = m_0$. Hỏi m_0 thuộc khoảng nào dưới đây?

$$\text{A. } \left(-1; -\frac{1}{2}\right). \quad \text{B. } (-1; 1). \quad \text{C. } \left(\frac{1}{2}; 1\right). \quad \text{D. } (0; 2).$$

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 2)$ và bán kính bằng 3.

Đường thẳng d không đi qua tâm I , d đi qua điểm $N(1; -1; m)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 2)$.

Gọi H là trung điểm $EF \Rightarrow IH \perp EF$.

$$\text{Ta có } HE = \sqrt{IE^2 - IH^2} = \sqrt{9 - [d(I, d)]^2}.$$

EF lớn nhất $\Leftrightarrow HE$ lớn nhất $\Leftrightarrow d(I, d)$ nhỏ nhất.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{IN} = (0; -2; m-2), [\overrightarrow{IN}, \vec{u}] = (-2-m; m-2; 2).$$

$$\text{Suy ra } d(I, d) = \frac{|\overrightarrow{IN}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{(m+2)^2 + (m-2)^2 + 4}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2m^2 + 12}}{\sqrt{6}} \geq \sqrt{2}.$$

Vậy $d(I, d)$ nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}$ khi $m = 0$.

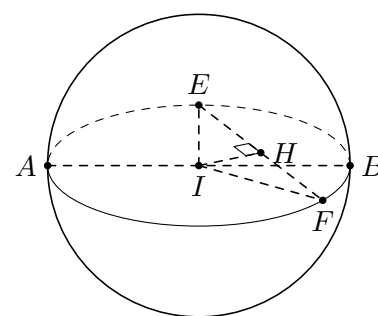
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1895. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$ và $d_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 sao cho góc giữa mặt phẳng (P) và đường thẳng d_2 là lớn nhất là: $ax - y + cz + d = 0$. Giá trị của $T = a + c + d$ bằng

$$\text{A. } T = -6. \quad \text{B. } T = -\frac{13}{4}. \quad \text{C. } T = 3. \quad \text{D. } T = 0.$$

Lời giải.



Gọi d là đường thẳng đi qua $I \in d_1$ và $d \parallel d_2$.

Lấy $A \in d$, $A \neq I$ và gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên (P) và d_1 .

Khi đó $\widehat{(d_2; (P))} = \widehat{(d; (P))} = \widehat{AIH}$.

Mà $\cos \widehat{AIH} = \frac{IH}{IA} \geq \frac{IK}{IA} = \text{const}$ nên $\widehat{AIH}$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $H \equiv K$.

Suy ra mặt phẳng (P) chứa d_1 và vuông góc với mặt phẳng $(d; d_1)$ có véc-tơ pháp tuyến $[\vec{u}_1, \vec{u}_2]$.

Vậy mặt phẳng (P) chứa d_1 và tạo với d_2 một góc lớn nhất $\Rightarrow (P)$ qua $M = (1; -2; 0) \in d_1$ và nhận véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = [[\vec{u}_1, \vec{u}_2], \vec{u}_1] = (7; -1; 5)$.

$\Rightarrow (P) : 7x - y + 5z - 9 = 0 \Rightarrow a = 7, c = 5, d = -9$.

Vậy $T = a + c + d = 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1896. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, đường thẳng đi qua $A(1; 1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng cần tìm đi qua $A(1; 1; 1)$ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (0; 0; 1)$ có phương trình là

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 + t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1897. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $(d): \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ là

A. $x + y + z + 1 = 0$. B. $x - y - z = 1$. C. $x + y + z = 1$. D. $x + y + z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng cần tìm đi qua $O(0; 0; 0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 1)$ có phương trình là $x + y + z = 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1898. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 0; 1)$ lên đường thẳng $(\Delta): \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ là

A. $(2; 4; 6)$. B. $(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3})$. C. $(0; 0; 0)$. D. $(\frac{2}{7}; \frac{4}{7}; \frac{6}{7})$.

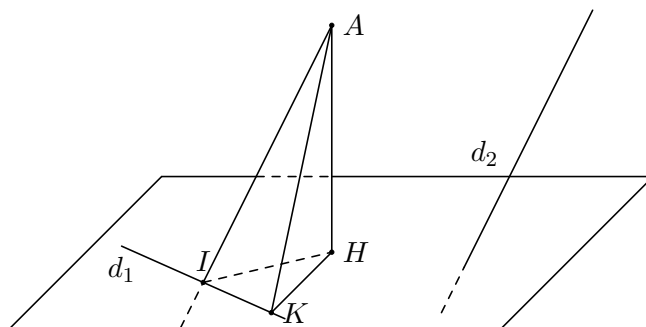
Lời giải.

Gọi $H(t; 2t; 3t) \in (\Delta)$. Ta có $\overrightarrow{MH} = (t - 1; 2t; 3t - 1)$.

H là hình chiếu cần tìm $\Leftrightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_{(\Delta)} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{7} \Rightarrow H(\frac{2}{7}; \frac{4}{7}; \frac{6}{7})$.

Chọn đáp án **D**

□



Câu 1899. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x + y + z = 0$ là

- A. $(-2; 1; 1)$. B. $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{3}\right)$. C. $(1; 1; -2)$. D. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$.

Lời giải.

Đường thẳng (Δ) qua $A(3; 2; -1)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 1)$ có phương trình là
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t. \end{cases}$$

Tọa độ hình chiếu H của A lên (α) là giao điểm của (Δ) và (α) .

Tọa độ $H(3 + t; 2 + t; -1 + t) \in (\alpha) \Rightarrow t = -\frac{4}{3} \Rightarrow H\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{3}\right)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1900. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-1; 0; 3)$ theo phương véc-tơ $\vec{v} = (1; -2; 1)$ trên mặt phẳng $(P): x - y + z + 2 = 0$ có tọa độ là

- A. $(2; -2; -2)$. B. $(-1; 0; 1)$. C. $(-2; 2; 2)$. D. $(1; 0; -1)$.

Lời giải.

Đường thẳng (Δ) qua $M(-1; 0; 3)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{v} = (1; -2; 1)$ có phương trình là
$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2t \\ z = 3 + t. \end{cases}$$

Hình chiếu của $M(-1; 0; 3)$ theo phương véc-tơ $\vec{v} = (1; -2; 1)$ là giao điểm N của (Δ) và (P) .

Tọa độ $N(-1 + t; -2t; 3 + t) \in (P) \Rightarrow t = -1 \Rightarrow N(-2; 2; 2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1901. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(0; 1; 0)$ và chứa đường thẳng $(\Delta): \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là

- A. $x - y + z + 1 = 0$. B. $3x - y + 2z + 1 = 0$.
C. $x + y + z - 1 = 0$. D. $3x + y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} A(0; 1; 0) \in (P) \\ B(2; 1; 3) \in (\Delta) \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{(P)} = [\vec{AB}, \vec{u}_{(\Delta)}] = (3; 1; -2)$.

Ta được $(P): 3x + y - 2z - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1902. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa (Δ) sao cho góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng (Q) là

- A. $x - 2y + z = 0$. B. $x + 22y + 10z = 0$. C. $x - 2y - z = 0$. D. $x + 10y - 22z = 0$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n}_{(Q)} = (a; b; c)$, $(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$ là một pháp véc-tơ của mặt phẳng (Q) .

Ta có $\vec{n}_{(Q)} \cdot \vec{n}_{(\Delta)} = 0 \Leftrightarrow 2a + 2b + c = 0$. (1)

Gọi α là góc hợp bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Ta có $\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)}|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{n}_{(Q)}|} = \frac{|a + 2b - 2c|}{3 \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \stackrel{(1)}{=} \frac{|5a + 6b|}{3 \cdot \sqrt{5a^2 + 5b^2 + 8ab}}$.

— Với $\begin{cases} a \neq 0 \\ b = 0 \end{cases}$, ta có $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. (2)

— Với $b \neq 0$, khi đó $\cos \alpha = \frac{|5t+6|}{3 \cdot \sqrt{5t^2+8t+5}}$ với $t = \frac{a}{b}$.

$$\text{Xét } f(t) = \frac{25t^2+60t+36}{5t^2+8t+5}, f'(t) = \frac{-100t^2-110t+12}{(5t^2+8t+5)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{6}{5} \\ t = \frac{1}{10} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$	$-\frac{6}{5}$	$\frac{1}{10}$	$+\infty$		
$f'(t)$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	5	$\searrow$		$\frac{65}{9}$	$\swarrow$	5
		0	$\swarrow$			

$$\text{Ta được } 0 \leq \cos \alpha \leq \frac{\sqrt{65}}{9}. \quad (3)$$

Từ (2) và (3), ta thấy khi góc giữa (P) và (Q) nhỏ nhất khi và chỉ khi $\cos \alpha = \frac{\sqrt{65}}{9}$.

$$\text{Do vậy, ta được } \begin{cases} 2a+2b+c=0 \\ \frac{a}{b} = \frac{1}{10} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=10 \\ c=-22 \end{cases} \Rightarrow (Q): x+10y-22z=0.$$

Cách khác:

Gọi A là giao điểm của (Δ) với (P) .

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $M \in (\Delta)$ lên (P) .

Gọi (d) là đường thẳng thuộc (P) và vuông góc với (Δ) tại A .

Gọi (Δ') là thuộc (P) và đi qua A .

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên (Δ') .

Gọi α là góc giữa (P) và (Q) .

$$\text{Ta thấy } \tan \alpha = \frac{MH}{HK}.$$

Ta có α nhỏ nhất $\Leftrightarrow K \equiv A$.

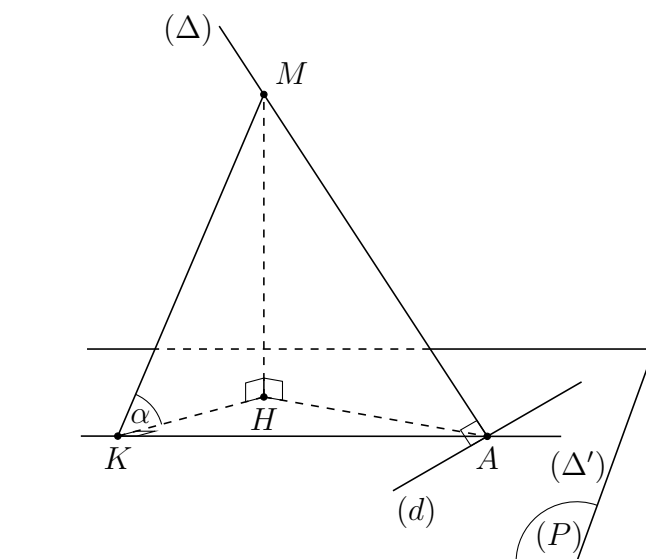
$$\text{Ta có } \vec{u}_{(d)} = [\vec{u}_{(\Delta)}, \vec{n}_{(P)}] = (6; -5; -2).$$

$$\text{Ta được } \vec{n}_{(Q)} = [\vec{u}_{(\Delta)}, \vec{u}_{(d)}] = (1; 10; -22).$$

$$\text{Vậy } (Q): x+10y-22z=0.$$

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 1903. Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-1; 0; 2)$ và $F(2; 1; -5)$. Phương trình đường thẳng EF là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-7}$.

B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng EF đi qua điểm $E(-1; 0; 2)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \overrightarrow{EF} = (3; 1; -7)$, nên có phương trình chính tắc là $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1904. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1; 3; 1)$, $B(0; 2; -1)$. Gọi $C(m; n; p)$ là điểm thuộc d sao cho diện tích của tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của $T = m + n + p$ bằng

A. $T = 0$.

B. $T = -1$.

C. $T = -2$.

D. $T = 3$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } d \text{ là } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 - t. \end{cases}$$

Gọi $C(-1 + 2t; t; 2 - t) \in d$, ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{AC} = (2t; t - 3; 1 - t) \\ \overrightarrow{AB} = (1; -1; -2) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}] = (7 - 3t; 1 + 3t; 3 - 3t).$$

Vì diện tích của tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$ nên suy ra

$$\frac{1}{2} |[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}]| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow (7 - 3t)^2 + (1 + 3t)^2 + (3 - 3t)^2 = 32 \Leftrightarrow t = 1.$$

Với $t = 1$, ta có $C(1; 1; 1)$ nên $m = 1$, $n = 1$ và $p = 1$.

Vậy $m + n + p = 3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1905. Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (h; k; 1)$. Giá trị $h - k$ bằng

A. 0.

B. 4.

C. 6.

D. -2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \text{— } H \in \Delta_1: & \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases} \Leftrightarrow H(3 + 2t; t; 1 + t). \\ \text{— } K \in \Delta_2: & \begin{cases} x = 1 + m \\ y = 2 + 2m \\ z = m \end{cases} \Leftrightarrow K(1 + m; 2 + 2m; m). \end{aligned}$$

Khi đó $\overrightarrow{HK} = (m - 2t - 2; 2m - t + 2; m - t - 1)$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1; 1; -2)$.

$$\Delta \perp d \Leftrightarrow \vec{u}_d \cdot \overrightarrow{HK} = 0 \Leftrightarrow m - t + 2 = 0 \Leftrightarrow m = t - 2.$$

Suy ra $\overrightarrow{HK} = (-t - 4; t - 2; -3)$. Ta có

$$HK^2 = (-t - 4)^2 + (t - 2)^2 + (-3)^2 = 2(t + 1)^2 + 27 \geq 27, \forall t \in \mathbb{R}.$$

Do đó độ dài HK nhỏ nhất là $\min HK = \sqrt{27}$, đạt được khi $t = -1$.

Khi đó ta có $\overrightarrow{HK} = (-3; -3; -3) = -3(1; 1; 1)$, suy ra $\vec{u} = (1; 1; 1) \Rightarrow h = k = 1 \Rightarrow h - k = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1906. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -1; 0)$ và hai điểm $A(-4; 7; 3)$, $B(4; 4; 5)$. Giả sử M, N là hai điểm thay đổi trong mặt phẳng (Oxy) sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{a}$ và $MN = 5\sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

- A. $\sqrt{17}$. B. $\sqrt{77}$. C. $7\sqrt{2} - 3$. D. $\sqrt{82} - 5$.

Lời giải.

Vì $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nên $\exists t > 0 : \overrightarrow{MN} = t\vec{a}$.

Hơn nữa,

$$MN = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow t \cdot |\vec{a}| = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow t = 5.$$

Suy ra $\overrightarrow{MN} = (5; -5; 0)$.

Gọi $A'(x'; y'; z')$ là điểm thỏa mãn

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x' + 4 = 4 \\ y' - 7 = -5 \\ z' - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 1 \\ y' = 2 \\ z' = 3. \end{cases}$$

Do đó $A'(1; 2; 3)$.

Dễ thấy các điểm A', B đều nằm cùng phía so với mặt phẳng (Oxy) vì chúng đều có cao độ dương. Hơn nữa vì cao độ của chúng khác nhau nên đường thẳng $A'B$ luôn cắt mặt phẳng (Oxy) tại một điểm cố định.

Từ $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{MN}$ suy ra $AM = A'N$ nên $|AM - BN| = |A'N - BN| \leq A'B$ dấu bằng xảy ra khi N là giao điểm của đường thẳng $A'B$ với mặt phẳng (Oxy) . Do đó

$$\max |AM - BN| = A'B = \sqrt{(4-1)^2 + (4-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{17}.$$

đạt được khi $N = A'B \cap (Oxy)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1907. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-7}{1}$ nhận véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương?

- A. $(-2; -4; 1)$. B. $(2; 4; 1)$. C. $(1; -4; 2)$. D. $(2; -4; 1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $(2; -4; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1908. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. D. $-\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải.

Ta có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1909. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d' là hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{x-2}{3} = \frac{z+3}{1}$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d' ?

- A. $\vec{u} = (2; 3; 0)$. B. $\vec{u} = (2; 3; 1)$. C. $\vec{u} = (-2; 3; 0)$. D. $\vec{u} = (2; -3; 0)$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng Oxy là $I(5; 11; 0)$.

Gọi $A(-1; 2; -3) \in d$.

Gọi A' là hình chiếu của A lên mặt phẳng Oxy suy ra $A'(-1; 2; 0) \Rightarrow \overrightarrow{A'I} = (6; 9; 0)$.

Vậy đường thẳng d' có một véc-tơ chỉ phương là $(2; 3; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1910. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A song song với (P) và cách điểm $B(-1; 0; 2)$ một khoảng ngắn nhất. Hỏi Δ nhận véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương?

A. $\vec{u} = (6; 3; -5)$.

B. $\vec{u} = (6; -3; 5)$.

C. $\vec{u} = (6; 3; 5)$.

D. $\vec{u} = (6; -3; -5)$.

Lời giải.

Gọi mặt phẳng (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) . Khi đó phương trình mặt phẳng (Q) là $x + 2y - 3 = 0$.

Gọi H là hình chiếu của điểm B lên mặt phẳng (Q) , khi đó đường thẳng BH đi qua $B(-1; 0; 2)$ và nhận $\vec{n}_{(Q)} = (1; 2; 0)$ làm véc-tơ chỉ

phương có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = 2. \end{cases}$$

Vì $H = BH \cap (Q)$ nên $H \in BH$, từ đó $H(-1 + t; 2t; 2)$ và $H \in (Q)$ nên ta có

$$-1 + t + 2 \cdot 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4}{5} \Rightarrow H\left(-\frac{1}{5}; \frac{8}{5}; 2\right).$$

Khi đó ta có $\overrightarrow{AH} = \left(-\frac{6}{5}; \frac{3}{5}; 1\right) = -\frac{1}{5} \cdot (6; -3; -5)$.

Gọi K là hình chiếu của B lên đường thẳng Δ , khi đó ta có $d(B, d) = BK \geq BH$ nên khoảng cách từ B đến Δ nhỏ nhất khi $BK = BH$, do đó đường thẳng Δ đi qua A có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (6; -3; -5)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1911. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad ?$$

A. $\vec{u} = (1; 4; 3)$.

B. $\vec{u} = (1; 4; -2)$.

C. $\vec{u} = (1; 0; -2)$.

D. $\vec{u} = (1; 0; 2)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (1; 0; -2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1912. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(0; -3; 1)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d là

A. $3x - 2y + z + 5 = 0$.

B. $3x - 2y + z - 7 = 0$.

C. $3x - 2y + z - 10 = 0$.

D. $3x - 2y + z - 5 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; -2; 1)$.

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d nhận $\vec{u}$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là

$$3(x - 0) - 2(y + 3) + 1(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + z - 7 = 0.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1913. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 0)$, $B(1; -1; 3)$, $C(1; -1; -1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2x - 15 = 0$. Xét điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $2MA^2 - MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 3.

B. 7.

C. 2.

D. -1.

Lời giải.

Gọi $G(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{2x_A - x_B + x_C}{2} = 1 \\ y_G = \frac{2y_A - y_B + y_C}{2} = 2 \\ z_G = \frac{2z_A - z_B + z_C}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow G(1; 2; -2).$$

Khi đó

$$\begin{aligned} 2MA^2 - MB^2 + MC^2 &= 2(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 - (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= 2MG^2 + 2GA^2 - GB^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) \\ &= 2MG^2 + 2GA^2 - GB^2 + GC^2. \end{aligned}$$

Như thế MG nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (P) .

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } \Delta \text{ đi qua } G \text{ và vuông góc với } (P) \text{ là } \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 3t \\ z = -2 + 2t. \end{cases}$$

Vì $M \in \Delta$ nên $M(1 + 3t; 2 - 3t; -2 + 2t)$.

Mặt khác $M \in (P)$ nên $3(1 + 3t) - 3(2 - 3t) + 2(-2 + 2t) - 15 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Vậy $M(4; -1; 0)$ và $a + b + c = 4 + (-1) + 0 = 3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1914. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và cách điểm A một khoảng lớn nhất. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (1; 0; 2)$.B. $\vec{n} = (1; 0; -2)$.C. $\vec{n} = (1; 1; 1)$.D. $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2; 1; 1)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d . Khi đó, $H(-1 - 2t; t; 1 + t)$ với $t \in \mathbb{R}$.

Ta có $\overrightarrow{AH} = (-2 - 2t; t - 2; t - 2)$ và

$$\overrightarrow{AH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow -2(-2 - 2t) + t - 2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow H(-1; 0; 1).$$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A trên (P) .

Ta có $AK \leq AH$ và đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $K \equiv H$.

Do đó, khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất khi $AH \perp (P)$.

Suy ra $\overrightarrow{AH} = (-2; -2; -2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Vậy $\vec{n} = (1; 1; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1915. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): x - y + 3 = 0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

A. 60° .

B. 30° .

C. 120° .

D. 45° .

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = (-1; 2; 1)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d và $\vec{n} = (1; -1; 0)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Suy ra $\sin(d; (P)) = |\cos(\vec{u}; \vec{n})| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Vậy $(d; (P)) = 60^\circ$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1916. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$ và $d_2: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

A. Chéo nhau.

B. Trùng nhau.

C. Song song.

D. Cắt nhau.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}(2; 1; -2)$ là véc-tơ chỉ phương của d_1 ; $\vec{v}(-2; -1; 2)$ là véc-tơ chỉ phương của d_2 ; $A(1; 0; -2)$ là một điểm thuộc d_1 .

Vì $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương, đồng thời $A \in d_1$ nhưng $A \notin d_2$ nên d_1 và d_2 song song với nhau.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1917. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ viết phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 1 = 0$, $(Q): 2x - y + z - 7 = 0$.

A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{-7}$.

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{-7}$.

C. $\frac{x}{-2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-10}{7}$.

D. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{7}$.

Lời giải.

Gọi (d) là đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x + 3y - z + 1 = 0 \\ 2x - y + z - 7 = 0. \end{cases}$

Cho $x = 2$, ta có $y = 0, z = 3$, ta có $A(2; 0; 3) \in (d)$.

Mặt khác $\vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (2; -3; -7)$ ta có thể chọn $\vec{u}_1 = (-2; 3; 7)$ làm véc-tơ chỉ phương của (d) .

Vậy $(d): \frac{x-2}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{7}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1918. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(2; 1; 0)$, $B(3; 0; 2)$, $C(4; 3; -4)$. Viết phương trình đường phân giác trong góc A .

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = 0. \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = t. \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = 0. \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = t. \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} AB = \sqrt{6} \\ AC = 2\sqrt{6} \end{cases}$. Gọi $D(x; y; z)$ là chân đường phân giác hạ từ đỉnh A của tam giác ABC .

Có $\begin{cases} \overrightarrow{BD} = (x - 3; y; z - 2) \\ \overrightarrow{CD} = (x - 4; y - 3; z + 4) \end{cases}$ theo tính chất đường phân giác, ta có

$$\overrightarrow{BD} = -\frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{10}{3}; 1; 0\right).$$

Suy ra $\overrightarrow{AD} = \left(\frac{4}{3}; 0; 0\right)$, suy ra véc-tơ chỉ phương của đường phân giác trong góc A là $\vec{u} = (1; 0; 0)$

khi đó phương trình đường phân giác trong góc A là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = 0. \end{cases}$

Chọn đáp án 

□

Câu 1919. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; -3)$, $B(-2; -2; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Gọi M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (α) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc vuông. Xác định phương trình đường thẳng MB khi MB đạt giá trị lớn nhất.

A. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 - t \\ z = 1. \end{cases}$

Lời giải.

Tam giác ABM vuông tại M suy ra $BM = \sqrt{AB^2 - AM^2}$.

Do đó BM lớn nhất khi và chỉ khi AM nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu của A trên mặt phẳng (α) .

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua AM là $\vec{u} = \vec{n}_{(\alpha)} = (2; 2; -1)$.

Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, M là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Suy ra $M(1 + 2t; 2 + 2t; -3 - t)$ với $t \in \mathbb{R}$. Thay tọa độ của M vào phương trình mặt phẳng (α) ta được

$$2(1 + 2t) + 2(2 + 2t) - (-3 - t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow M(-3; -2; -1).$$

Suy ra $\overrightarrow{MB} = (1; 0; 2)$ do đó phương trình đường thẳng BM là $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$

Chọn đáp án 

□

Câu 1920. Đường thẳng Δ là giao của hai mặt phẳng $x + z - 5 = 0$ và $x - 2y - z + 3 = 0$ thì có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}$. B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$.

$$\text{C. } \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}.$$

$$\text{D. } \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-1}.$$

Lời giải.

(P): $x + z - 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; 0; 1)$.

(Q): $x - 2y - z + 3 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; -2; -1)$.

Ta có: $[\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (2; 2; -2)$.

Gọi $\vec{u}$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ , thì $\vec{u} \perp \vec{n}_1$ và $\vec{u} \perp \vec{n}_2$.

Suy ra $\vec{u}$ cùng phương với $[\vec{n}_1, \vec{n}_2]$. Chọn $\vec{u} = (1; 1; -1)$.

Lấy $M(2; 1; 3)$ thuộc hai mặt phẳng (P) và (Q).

Đường thẳng Δ đi qua $M(2; 1; 3)$ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; -1)$.

Vậy phương trình Δ là $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1921. Mặt phẳng (P) đi qua $A(3; 0; 0)$, $B(0; 0; 4)$ và song song với trục Oy có phương trình là

A. $4x + 3z - 12 = 0$. B. $3x + 4z - 12 = 0$. C. $4x + 3z + 12 = 0$. D. $4x + 3z = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (-3; 0; 4)$; Oy có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Do $\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{j} \\ \vec{n} \perp \vec{AB} \end{cases}$ nên ta có thể chọn $\vec{n} = [\vec{j}, \vec{AB}] = (4; 0; 3)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng cần tìm qua điểm $A(3; 0; 0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; 0; 3)$ là (P): $4(x - 3) + 3(z - 0) = 0$ hay $4x + 3z - 12 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1922. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3; 1; 1)$, nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 3 = 0$ và

tạo với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + 3t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$ một góc nhỏ nhất thì phương trình của Δ là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -t' \\ z = 2t' \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 8 + 5t' \\ y = -3 - 4t' \\ z = 2 + t' \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = 1 - t' \\ z = 3 - 2t' \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 5t' \\ y = 1 - 4t' \\ z = 3 + 2t' \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (0; 3; -2)$.

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Vì $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + (-2) \cdot (-1) = 5 \neq 0$ nên d cắt (α) .

Gọi d_1 là đường thẳng đi qua M và $d_1 \parallel d$, suy ra d_1 có phương trình $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$.

Lấy $N(3; 4; -1) \in d_1$. Gọi K, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của N trên mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ .

Ta có $(d, \Delta) = \widehat{NMH}$ và $\sin \widehat{NMH} = \frac{NH}{MN} \geq \frac{NK}{MN}$.

Do vậy (d, Δ) nhỏ nhất khi $K \equiv H$ hay Δ là đường thẳng MK .

Đường thẳng NK có phương trình
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t \\ z = -1 - t. \end{cases}$$

Tọa độ điểm K ứng với t là nghiệm của phương trình

$$(3 + t) + (4 + t) - (-1 - t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{5}{3} \Rightarrow K\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{2}{3}\right).$$

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MK} = \left(-\frac{5}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3}(5; -4; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1923. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(4; -2; 6)$, $B(2; 4; 2)$, $M \in (\alpha): x + 2y - 3z - 7 = 0$ sao cho $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất. Tọa độ của M bằng

A. $\left(\frac{29}{13}; \frac{58}{13}; \frac{5}{13}\right)$. B. $(4; 3; 1)$. C. $(1; 3; 4)$. D. $\left(\frac{37}{3}; \frac{-56}{3}; \frac{68}{3}\right)$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I(3; 1; 4)$. Gọi H là hình chiếu của I xuống mặt phẳng (α) .

Ta có $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) = MI^2 + \overrightarrow{MI} \cdot (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) - IA^2 = MI^2 - IA^2$.

Do IA không đổi nên $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI = IH \Leftrightarrow M \equiv H$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (α) . Khi đó Δ nhận $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; 2; -3)$

làm véc-tơ chỉ phương. Do đó Δ có phương trình
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 4 - 3t. \end{cases}$$

$H \in \Delta \Leftrightarrow H(3 + t; 1 + 2t; 4 - 3t)$.

$H \in (\alpha) \Leftrightarrow (3 + t) + 2(1 + 2t) - 3(4 - 3t) - 7 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow H(4; 3; 1)$. Vậy $M(4; 3; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1924. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC

là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1; 1; 2)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng

A. 30. B. 26. C. 20. D. 21.

Lời giải.

Mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 9$ có tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính $R_1 = 3$.

$M \in d \Leftrightarrow M(1 + a; 1 + 2a; 2 - 3a)$.

Do MA, MB, MC là những tiếp tuyến tại A, B, C với mặt cầu (S_1) .

Suy ra $MA^2 = MB^2 = MC^2 = OM^2 - 9$.

Khi đó $A, B, C \in (S_2)$ có tâm là M , bán kính $R_2 = \sqrt{OM^2 - 9}$.

Ta có phương trình $(S_2): (x - (a + 1))^2 + (y - (2a + 1))^2 + (z - (2 - 3a))^2 = OM^2 - 9$.

$\Leftrightarrow (S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 2(a + 1)x - 2(2a + 1)y - 2(2 - 3a)z + 9 = 0$.

Mặt khác theo giả thiết A, B, C cùng thuộc mặt cầu (S_1) .

Suy ra tọa độ A, B, C thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 9 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2(a + 1)x - 2(2a + 1)y - 2(2 - 3a)z + 9 = 0. \end{cases}$$

☐

D. 2.

[illegible]

1

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{2}.$

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}.$$

1

Câu 1927. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

- A. $Q(-2; -4; 7)$. B. $N(4; 0; -1)$. C. $M(1; -2; 3)$. D. $P(7; 2; 1)$.

Lời giải.

— Dễ thấy $M(1; -2; 3) \in d$.

— Với $N(4; 0; -1)$ ta có $\frac{4-1}{3} = \frac{0+2}{2} = \frac{-1-3}{-4} = 1$ nên $N \in d$.

— Với $P(7; 2; 1)$ ta có $\frac{7-1}{3} = \frac{2+2}{2} \neq \frac{1-3}{-4}$ nên $P \notin d$.

— Với $Q(-2; -4; 7)$ ta có $\frac{-2-1}{3} = \frac{-4+2}{2} = \frac{7-3}{-4} = -1$ nên $Q \in d$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1928. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(1; -1; 2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của MN . Một véc-tơ chỉ phương của Δ là.

- A. $\vec{u} = (2; 3; 2)$. B. $\vec{u} = (1; -1; 2)$. C. $\vec{u} = (-3; 5; 1)$. D. $\vec{u} = (4; 5; -13)$.

Lời giải.

Ta có $\{M\} = \Delta \cap d \Rightarrow M(-1 + 2t; t; 2 + t)$.

Do $A(1; -1; 2)$ là trung điểm của MN nên $N(3 - 2t; -2 - t; 2 - t)$.

Mặt khác $N \in (P)$ nên $3 - 2t - 2 - t - 4 + 2t + 5 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow M(3; 2; 4) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (2; 3; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ .

Chọn đáp án **A** □

Câu 1929. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3; 3; -3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ đi qua M , nằm trên mặt phẳng (α) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho độ dài AB lớn nhất.

Viết phương trình đường thẳng Δ .

A. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{3}$.

B. $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$.

C. $\frac{x+3}{5} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{8}$.

D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 3; 5)$, bán kính $R = 10$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (α) . Ta có

$$d(I, (\alpha)) = \frac{|4 - 6 + 5 + 15|}{3} = 6 < R.$$

Do đó mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến là đường tròn $(\mathcal{C})$ tâm H , bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (\alpha))} = \sqrt{100 - 36} = 8$.

Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) , đi qua M và cắt $(\mathcal{C})$ tại hai điểm A, B sao cho AB lớn nhất khi và chỉ khi Δ đi qua M và H .

Đường thẳng d qua I và vuông góc với (α) có phương trình $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-5}{1}$.

Do đó $\{H\} = d \cap (\alpha)$.

Khi đó $H(2 + 2t; 3 - 2t; 5 + t) \in (\alpha)$ nên $2(2 + 2t) - 2(3 - 2t) + (5 + t) = 15 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow H(-2; 7; 3)$.

Đường thẳng Δ nhận $\overrightarrow{MH} = (1; 4; 6)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là

$$\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1930. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(4; -2; 1)$, song song với mặt phẳng $(\alpha): 3x - 4y + z - 12 = 0$ và cách điểm $A(-2; 5; 0)$ một khoảng lớn nhất.

A. $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -2 + t. \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 - t. \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 - 2t. \\ z = 1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 + t. \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải.

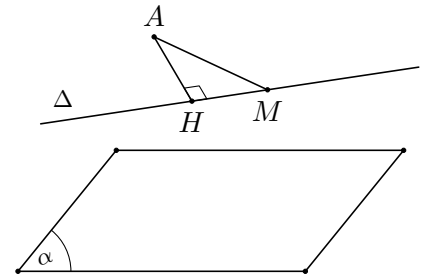
Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên Δ . Ta có $M \in \Delta$ nên $d(A, \Delta) = AH \leq AM$.

Do đó $d(A, \Delta)$ lớn nhất bằng AM khi $\Delta \perp AM$ tại M .

Ta có $\overrightarrow{AM} = (6; -7; 1)$, $\vec{n} = (3; -4; 1)$ véc-tơ pháp tuyến của (α) .

Khi đó Δ song song với mặt phẳng (α) và vuông góc với AM nên có véc-tơ chỉ phương là $[\vec{n}, \overrightarrow{AM}] = (3; 3; 3)$. Hay Δ nhận véc-tơ $\vec{u} = (1; 1; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Phương trình tham số của Δ : $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + t. \end{cases}$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1931. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d : $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và hai mặt phẳng

$(P): x - y + z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y - z - 4 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $d \parallel (P)$. B. $d \parallel (Q)$. C. $(P) \cap (Q) = d$. D. $d \perp (P)$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $A(1; 1; -1)$ và có 1 véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (0; 1; 1)$. Mặt phẳng (P) , (Q) lần lượt có 1 véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; -1; 1)$, $\vec{n}_Q = (2; 1; -1)$.

Vì $[\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (0; 3; 3) = 3 \cdot \vec{u}$, $A \in (P)$, $A \in (Q)$ nên $(P) \cap (Q) = d$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1932. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$, $d_2: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-3}{2}$. Viết phương trình đường phân giác của những góc tù tạo bởi d_1, d_2 .

A. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{-5} = \frac{z-3}{4}$. B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$.
C. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải.

Ta thấy $d_1 \cap d_2 = M(1; 0; 3)$, các véc-tơ $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$, $\vec{u}_2 = (-1; -2; 1)$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của d_1, d_2 và $|\vec{u}_1| = |\vec{u}_2| = \sqrt{6}$, $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 3 > 0$, do đó đường phân giác d của các góc tù tạo bởi d_1, d_2 là đường thẳng đi qua $M(1; 0; 3)$ và có 1 véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \vec{u}_1 - \vec{u}_2 = (2; 1; 1)$.

Vậy d có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1933. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$. Điểm M nằm trên Δ thì tọa độ của M có dạng nào sau đây?

A. $M(a+x_0t; b+y_0t; c+z_0t)$.

B. $M(at; bt; ct)$.

C. $M(x_0+at; y_0+bt; z_0+ct)$.

D. $M(x_0t; y_0t; z_0t)$.

Lời giải.

Phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$. Do đó tọa độ điểm có dạng $M(x_0+at; y_0+bt; z_0+ct)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1934. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$ cắt mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-2=0$ tại điểm $I(a; b; c)$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. 7.

B. 3.

C. 9.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Thay vào phương trình mặt phẳng (P) ta được

$$2(1+2t) - 3(3-t) + (1+t) - 2 = 0 \Leftrightarrow 8t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Suy ra tọa độ điểm I là $(3; 2; 2) \Rightarrow a+b+c=7$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1935. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-6}{-2}$ và $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song với d_2 là

A. $(P): x+4y+3z-12=0$.

B. $(P): x+8y+5z+16=0$.

C. $(P): x+8y+5z-16=0$.

D. $(P): 2x+y-6=0$.

Lời giải.

Ta có véc-tơ chỉ phương của d_1 là $\vec{u}_1 = (2; 1; -2)$, véc-tơ chỉ phương của d_2 là $\vec{u}_2 = (1; -2; 3)$ và điểm $M(2; -2; 6) \in d_1$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1; -8; -5)$, suy ra phương trình mặt phẳng (P) là

$$-(x-2) - 8(y+2) - 5(z-6) = 0 \Leftrightarrow x+8y+5z-16=0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1936. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 5; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-8=0$, $(Q): x-4y+z-4=0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với cả hai mặt phẳng (P) , (Q) .

A. $d: \begin{cases} x = 3+t \\ y = 5-t \\ z = 3 \end{cases}$. B. $d: \begin{cases} x = 3+t \\ y = 5 \\ z = 3-t \end{cases}$. C. $d: \begin{cases} x = 3+t \\ y = 5 \\ z = 3+t \end{cases}$. D. $d: \begin{cases} x = 3 \\ y = 5+t \\ z = 3-t \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_1 = (2; 1; 2)$, véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_2 = (1; -4; 1)$.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (9; 0; -9) \parallel (1; 0; -1)$, suy ra phương trình

đường thẳng d là $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 5 \\ z = 3 - t. \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1937. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 1; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases}$. Hình

chiếu vuông góc của A trên Δ là

A. $M(3; -1; 2)$. **B.** $H(11; -17; 18)$. **C.** $K(2; 1; 0)$. **D.** $N(1; 3; -2)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (1; -2; 2)$. Gọi $I(2 + t; 1 - 2t; 2t)$ là hình chiếu vuông góc của A lên Δ , khi đó

$$\overrightarrow{AI} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (3 + t) - 2(-2t) + 2(2t - 6) = 0 \Leftrightarrow 9t - 9 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Suy ra tọa độ hình chiếu của A lên Δ là $(3; -1; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1938. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-m}{1} = \frac{z+2}{-1}$ (với m là tham

số). Tìm m để hai đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau.

A. $m = 9$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = 5$. **D.** $m = 7$.

Lời giải.

Ta có $M_1(1; 2; 3) \in d_1$ và véc-tơ chỉ phương của d_1 là $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$, $M_2(1; m; -2) \in d_2$ và véc-tơ chỉ phương của d_2 là $\vec{u}_2 = (2; 1; -2)$. Suy ra $\overrightarrow{M_1M_2} = (0; m - 2; -5)$ và $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0; 6; 3)$.

Để d_1 cắt d_2 thì $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = 0 \Leftrightarrow 6(m - 2) - 15 = 0 \Leftrightarrow m = 5$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1939. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = -1 \end{cases}$

$d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$. Đường thẳng Δ đi qua M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta(1; a; b)$. Tính $a + b$.

A. $a + b = 1$. **B.** $a + b = -1$. **C.** $a + b = -2$. **D.** $a + b = 2$.

Lời giải.

Giả sử Δ cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B . Ta có $A(a; 1 - a; -1)$ và $B(-1 + 2b; 1 + b; -2 + b)$, suy ra $\overrightarrow{MA} = (a - 1; 2 - a; -3)$, $\overrightarrow{MB} = (2b - 2; b + 2; b - 4)$.

Vì $M \in \Delta$ nên M, A, B thẳng hàng. Do vậy

$$\begin{cases} a - 1 = k(2b - 2) \\ 2 - a = k(b + 2) \\ -3 = k(b - 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2kb + 2k = 1 \\ a + kb + 2k = 2 \\ kb - 4k = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ kb = \frac{1}{3} \\ k = \frac{5}{6} \end{cases}$$

Với $a = 0$ suy ra $A(0; 1; -1)$. Do đó một véc-tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{AM} = (1; -2; 3)$, do đó $a = -2$ và $b = 3 \Rightarrow a + b = 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1940. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 11 = 0$ có phương trình là

A. $2x - y + 2z + 7 = 0$.

B. $2x - y + 2z - 7 = 0$.

C. $2x - y + 2z + 9 = 0$.

D. $2x - y + 2z - 9 = 0$.

Lời giải.

Ta có $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$, suy ra (S) có tâm $I(-1; 2; 3)$ và bán kính $R = 3$.

Gọi mặt phẳng cần tìm là (Q) .

Vì $(Q) \parallel (P)$ nên phương trình (Q) có dạng: $2x - y + 2z + c = 0$, ($c \neq -11$).

(Q) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi:

$$d(I, (Q)) = R \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot (-1) - 2 + 2 \cdot 3 + c|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 7 \\ c = -11 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Vậy $(Q): 2x - y + 2z + 7 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1941. Trong không gian, cho tam giác ABC có các đỉnh B, C thuộc trục Ox . Gọi $E(6; 4; 0), F(1; 2; 0)$ lần lượt là hình chiếu của B, C trên các cạnh AC, AB . Toạ độ hình chiếu của A trên BC là

A. $\left(\frac{5}{3}; 0; 0\right)$.

B. $\left(\frac{7}{3}; 0; 0\right)$.

C. $(2; 0; 0)$.

D. $\left(\frac{8}{3}; 0; 0\right)$.

Lời giải.

Tứ giác $BHIE$ nội tiếp nên $\widehat{IHE} = \widehat{EBI}$.

Tứ giác $ABHF$ nội tiếp nên $\widehat{EBI} = \widehat{IHF}$.

Suy ra $\widehat{IHE} = \widehat{IHF}$ (1).

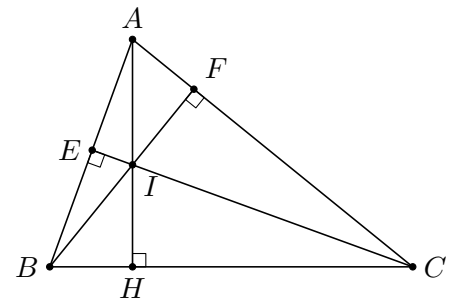
Mà $AH \perp Ox$ nên đường thẳng AH có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

Gọi $H(x; 0; 0)$. Ta có

$\overrightarrow{HE} = (6 - x; 4; 0)$, $\overrightarrow{HF} = (1 - x; 2; 0)$.

Từ (1) ta suy ra

$$\begin{aligned} |\cos(\overrightarrow{HE}; \vec{j})| &= |\cos(\overrightarrow{HF}; \vec{j})| \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{(6-x)^2 + 4^2}} = \frac{2}{\sqrt{(1-x)^2 + 2^2}} \\ &\Leftrightarrow (6-x)^2 + 16 = 4(1-x)^2 + 16 \\ &\Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3} \\ x = -4. \end{cases} \end{aligned}$$



— Với $x = -4$ ta có $H(-4; 0; 0)$, suy ra H, E, F thẳng hàng (loại).

— Với $x = \frac{8}{3}$ ta có $H\left(-\frac{8}{3}; 0; 0\right)$ (thỏa mãn).

Vậy toạ độ hình chiếu của A trên BC là $H\left(-\frac{8}{3}; 0; 0\right)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1942. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$?

- A. $(-2; 1; -3)$. B. $(2; 1; 3)$. C. $(-3; 2; 1)$. D. $(3; -2; 1)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$ là $\vec{u}_1 = (3; -2; -1)$.

Ta có $\vec{u}_2 = (-3; 2; 1)$ cùng phương với $\vec{u}_1$ nên cũng là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đã cho.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1943. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y - 2z + 1 = 0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $(2; 3; 3)$. B. $(5; 6; 8)$. C. $(0; 1; 3)$. D. $(1; -2; 0)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 2)$ và đi qua điểm $A(2; 3; 0)$.

Mặt phẳng (β) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; -2)$.

Mặt phẳng (α) chứa d và vuông góc với (β) nên có véc-tơ pháp tuyến $\vec{v} = [\vec{u}, \vec{n}] = (-4; 4; 0)$ và đi qua điểm A .

Do đó (α) có phương trình: $x - y + 1 = 0$.

Nhận thấy điểm có tọa độ $(2; 3; 3)$ thuộc (α) và thuộc (β) .

Vậy giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm có tọa độ $(2; 3; 3)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1944. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(8; 5; -11)$, $B(5; 3; -4)$, $C(1; 2; -6)$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 9$. Gọi điểm $M(a; b; c)$ là điểm trên (S) , sao cho $|\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Hãy tìm $a + b$.

- A. 4. B. 6. C. 2. D. 9.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $O(2; 4; -1)$, bán kính $R = 3$.

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa $\vec{IA} - \vec{IB} - \vec{IC} = \vec{0}$.

$$\Leftrightarrow (8-x; 5-y; -11-z) - (5-x; 3-y; -4-z) - (1-x; 2-y; -6-z) = (0; 0; 0)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2+x=0 \\ y=0 \\ -1+z=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=0 \\ z=1. \end{cases}$$

Vậy $I(-2; 0; 1)$.

Ta có: $OI = \sqrt{4^2 + 4^2 + 2^2} = 6 > R$.

Suy ra I nằm ngoài mặt cầu (S) . Ta có: $|\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}| = |\vec{IM}| = IM$.

Khi đó $|\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi IM nhỏ nhất.

Ta có: $IM \geq IO - OM$. Dấu “=” xảy ra khi I, M, O thẳng hàng và M thuộc đoạn thẳng IO . Gọi

d là đường thẳng đi qua hai điểm IO cắt mặt cầu (S) tại hai điểm $M_1; M_2$.

Khi đó ta có phương trình tham số d :
$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 - t. \end{cases}$$

Thay d vào phương trình mặt cầu (S) ta được:

$$(-2 + 2t - 2)^2 + (2t - 4)^2 + (1 - t + 1)^2 = 9 \Leftrightarrow 9t^2 - 36t + 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow M_1(0; 2; 0) \\ t = 3 \Rightarrow M_2(4; 6; -2). \end{cases}$$

Ta có: $IM_1 = 3; IM_2 = 9$.

Do đó $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $M \equiv M_1(0; 2; 0) \Rightarrow a = 0; b = 2$.

Vậy $a + b = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1945. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x - y + z - 10 = 0$, điểm

$A(1; 3; 2)$ và đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$$
. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt

tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của cạnh MN .

A. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$.

B. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$.

D. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

Lời giải.

Giả sử $M(x; y; z)$ và $N(-2 + 2t; 1 + t; 1 - t)$.

Vì $M \in (P)$ và A là trung điểm của MN nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - y + z - 10 = 0 \\ x + 2t - 2 = 2 \\ y + t + 1 = 6 \\ z - t + 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + z = 10 \\ x = 4 - 2t \\ y = 5 - t \\ z = 3 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(4 - 2t) - (5 - t) + (3 + t) = 10 \\ x = 4 - 2t \\ y = 5 - t \\ z = 3 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ x = 8 \\ y = 7 \\ z = 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow M(8; 7; 1)$ và $N(-6; -1; 3)$. Khi đó phương trình đường thẳng Δ : $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1946. Trong không gian với tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; -2)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; -2)$ có phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1947. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa trục Oz và mặt phẳng (P) : $x - y - 2 = 0$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải.

Vì $Oz \parallel (P) \Rightarrow d[Oz, (P)] = d[O, (P)] = \frac{|-2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1948. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x - y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -1; 4)$, $B(3; -3; 2)$. Gọi K là giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (P) . Tính tỉ số $t = \frac{KA}{KB}$.

- A. $t = 1$. B. $t = \frac{3}{2}$. C. $t = 2$. D. $t = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Phương trình tham số của AB :
$$\begin{cases} x = 1 + m \\ y = -1 - m \\ z = 4 - m. \end{cases}$$

$K \in AB \Rightarrow K(1 + m, -1 - m, 4 - m)$.

$K \in (P) \Rightarrow 2(1 + m) - (-1 - m) - 2(4 - m) + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{4}{5} \Rightarrow K\left(\frac{9}{5}; -\frac{9}{5}; \frac{16}{5}\right)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{KA} = \left(-\frac{4}{5}; \frac{4}{5}; \frac{4}{5}\right)$ và $\overrightarrow{KB} = \left(\frac{6}{5}; -\frac{6}{5}; -\frac{6}{5}\right) \Rightarrow \overrightarrow{KA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{KB} \Rightarrow t = \frac{KA}{KB} = \frac{2}{3}$.

Cách khác:

Ta có $d[A, (P)] = \frac{4}{3}$ và $d[B, (P)] = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow \frac{d[A, (P)]}{d[B, (P)]} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{KA}{KB} = \frac{2}{3}$.

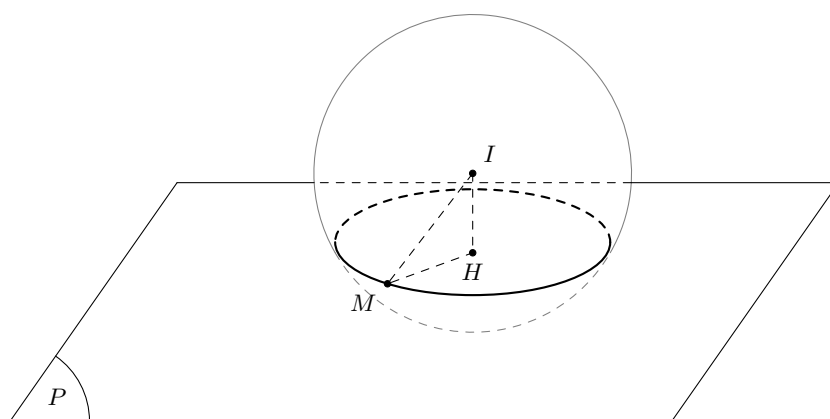
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1949. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, xét ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với a, b, c là các số thực thay đổi thỏa mãn $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Biết rằng mặt cầu $(S) : (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$ cắt mặt phẳng (ABC) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 4. Giá trị của biểu thức $a + b - c$ bằng

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải.



Phương trình mặt phẳng $(ABC) : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Do $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ nên mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm cố định $H(1; -1; 1)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; 3)$, bán kính $R = 5$.

Ta có $\overrightarrow{IH} = (1; 2; 2) \Rightarrow IH = 3$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên (ABC) .

Mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 4$ nên $IK =$

$$\sqrt{R^2 - r^2} = 3 \Rightarrow K \equiv H.$$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (ABC) nhận $\overrightarrow{IH}$ làm véc-tơ pháp tuyến.

$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + 2b = 0 \\ -a + 2c = 0 \end{cases} \Rightarrow b = c = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Kết hợp } \frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Rightarrow a = 1, b = c = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b - c = 1.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1950. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; 4)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3t \\ z = 4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 4t \\ z = 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 3t \\ z = 4t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; 4)$ có phương trình là

$$\begin{cases} x = 0 + 2t \\ y = 0 + 3t \\ z = 0 + 4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2t \\ y = 3t \\ z = 4t \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1951. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-2; 1; 2)$, $B(2; 1; -2)$ và $C(1; 1; 1)$. Gọi d là đường thẳng đi qua C sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến d lớn nhất. Giao điểm của d với mặt phẳng $(P): 2x + y + z = 0$ có tọa độ là

A. $\left(1; -\frac{1}{10}; 1\right)$. B. $(1; 3; 1)$. C. $(1; -3; 1)$. D. $\left(1; \frac{1}{10}; 1\right)$.

Lời giải.

Ta có $AC = \sqrt{10}$, $BC = \sqrt{10}$. Gọi Δ là đường thẳng bất kì qua C , gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của A và B lên Δ . Ta có

$$(AH + BK)^2 \leq \frac{AH^2 + BK^2}{2} = \frac{20 - (CH^2 + CK^2)}{2},$$

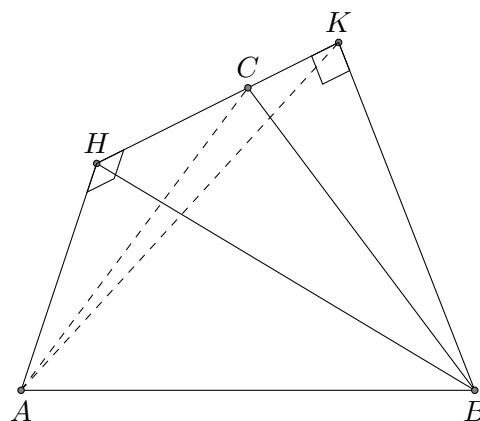
do đó $AH + BK$ lớn nhất khi $CH^2 + CK^2$ nhỏ nhất. Mà $CH^2 + CK^2 \geq 0$ nên $CH^2 + CK^2$ nhỏ nhất khi H và K trùng với C , khi đó Δ vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

Vậy đường thẳng d cần tìm là đường thẳng qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 0; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (3; 0; -1)$. Suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; -8; 0)$ là véc-tơ chỉ phương của d . Phương trình của d là

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 8t \\ z = 1. \end{cases}$$

Suy ra giao điểm của d và mặt phẳng (P) là điểm $M(1; -3; 1)$.

Chọn đáp án **C** □



Câu 1952. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t \end{cases}. \text{ Gọi } (P) \text{ là mặt phẳng chứa } d \text{ và cắt } (S) \text{ theo một đường tròn có bán kính nhỏ}$$

nhất. Phương trình của (P) là

A. $x + 3y + 5z + 2 = 0$.

B. $3x - 2y - 4z - 8 = 0$.

C. $x - 2y - 3 = 0$.

D. $y + z + 1 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 1; 0)$ và bán kính $R = 2$, đường thẳng d qua điểm $M(1; -1; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -1)$. Ta có

$$d(I, d) = \frac{|[\vec{MI}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \sqrt{2} < R.$$

Suy ra mặt phẳng (P) luôn cắt (S) theo một đường tròn. Gọi r là bán kính của nó, ta có

$$r^2 = R^2 - d^2(I, (P))$$

nên r nhỏ nhất khi $d(I, (P))$ lớn nhất. Điều này xảy ra khi (P) vuông góc với IH , với H là hình chiếu của I trên d .

Gọi (Q) là mặt phẳng qua I và vuông góc với d , phương trình của (Q) là $2x + y - z - 7 = 0$.

Do H là giao điểm của d và (Q) , suy ra $H(3; 0; -1)$.

Vậy (P) qua $H(3; 0; -1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{IH} = (0; -1; -1)$. Suy ra $(P): y + z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1953. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$;

$$d_2: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = m \end{cases}. \text{ Gọi } S \text{ là tập tất cả các số } m \text{ sao cho } d_1 \text{ và } d_2 \text{ chéo nhau và khoảng cách giữa chúng}$$

bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S .

A. -11 .

B. 12 .

C. -12 .

D. 11 .

Lời giải.

d_1 đi qua điểm $M(1; 0; 0)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; 1; 3)$.

d_2 đi qua điểm $N(1; 2; m)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 1; 0)$.

Ta có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3; 3; 1)$; $\vec{MN} = (0; 2; m)$.

Vì d_1 và d_2 chéo nhau nên $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{MN} \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -6$.

Mặt khác

$$\begin{aligned} d(d_1, d_2) &= \frac{5}{\sqrt{19}} \\ \Leftrightarrow \frac{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{MN}|}{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2]|} &= \frac{5}{\sqrt{19}} \\ \Leftrightarrow \frac{|m+6|}{\sqrt{19}} &= \frac{5}{\sqrt{19}} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -11. \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó tổng các phần tử của S là -12 .

Chọn đáp án **C** □

Câu 1954. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $M(1; 2; 3)$, $A(2; 4; 4)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 1 = 0$, $(Q): x - 2y - z + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M , cắt (P) , (Q) lần lượt tại B , C sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến.

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{x-3}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{x-3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{x-3}{1}$.

D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{x-3}{1}$.

Lời giải.

Giả sử $B(a; b; c)$. Vì M là trung điểm cạnh BC nên $C(2-a; 4-b; 6-c)$.

Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} B \in (P) \\ C \in (Q) \\ AM \perp BC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b-2c+1=0 \\ (2-a)-2(4-b)-(6-c)+4=0 \\ \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b-2c+1=0 \\ -a+2b+c-8=0 \\ a+2b+c-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=3 \\ c=2. \end{cases}$$

Suy ra $B(0; 3; 2)$.

Suy ra đường thẳng cần tìm là $BM: \frac{x-1}{0-1} = \frac{y-2}{3-2} = \frac{x-3}{2-3} \Leftrightarrow BM: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{x-3}{1}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1955. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 6)$, $B(-3; 1; -2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

A. 2.

B. 3.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng AB có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (-4; 3; -8)$ là $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-6}{-8}$.

M là giao điểm của AB với (Oxy) nên thỏa hệ

$$\begin{cases} \frac{x-1}{-4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-6}{-8} \\ z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=\frac{1}{4} \\ z=0. \end{cases}$$

Suy ra $AM = \frac{3\sqrt{89}}{4}$ và $BM = \frac{\sqrt{89}}{4}$. Vậy $\frac{AM}{BM} = 3$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1956. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $(d): \frac{x}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$.

A. $(0; 1; 1)$.

B. $(2; 1; 2)$.

C. $(2; -1; -2)$.

D. $(2; -2; -1)$.

Lời giải.

Do $\frac{2}{2} = \frac{-2+3}{1} = \frac{-1}{-1}$ nên $(2; -2; -1)$ là một điểm thuộc $(d): \frac{x}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1957. Trong không gian Oxy , cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z + 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Gọi Δ là hình chiếu của d trên (α) và $\vec{u}(1; a; b)$ là một vectơ chỉ phương của Δ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a + b$.

A. 0.

B. 1.

C. -1 .

D. -2 .

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha(1; 1; 1)$, ta có $\vec{n}_\alpha \perp \vec{u}$ nên $\vec{n}_\alpha \cdot \vec{u} = 1 + a + b = 0$ hay $a + b = -1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1958. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + z - 2 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 \\ z = -1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1; 0; 1)$.

Đường thẳng đi qua $M(3; 2; -1)$ và nhận $\vec{n}_{(P)} = (1; 0; 1)$ là véc-tơ chỉ phương có phương trình là

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 \\ z = -1 + t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1959. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 1 = 0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$

Lời giải.

Mặt phẳng $(Oxy): z = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Oxy)} = (0; 0; 1)$.

Mặt phẳng $(P): x + y - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; 0)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua $A(2; 0; -1)$ và song song với cả 2 mặt phẳng (P) , (Oxy) . Gọi $\vec{u}_d$ là một véc-tơ chỉ phương của d .

Ta có $\begin{cases} d \parallel (P) \\ d \parallel (Oxy) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(Oxy)} \end{cases}$. Ta chọn $\vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Oxy)}] = (1; -1; 0)$.

Phương trình đường thẳng d đi qua $A(2; 0; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1; -1; 0)$ là

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1960. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 3; 2)$, mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của đoạn MN . Biết rằng $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một vectơ chỉ phương của Δ , giá trị của $a + b$ bằng

A. 11.

B. -11.

C. 3.

D. -3.

Lời giải.

Vì $N \in d$ nên $N(-2+2t; 1+t; 1-t)$.

Mặt khác, A là trung điểm đoạn MN nên $M(4-2t; 5-t; 3+t)$.

Do $M \in (P)$ nên $2(4-2t) - (5-t) + 3+t - 10 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

Suy ra $M(8; 7; 1)$ và $N(-6; -1; 3) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-14; -8; 2)$.

Khi đó, đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-7; -4; 1)$. Suy ra $a = -7$ và $b = -4$. Vậy $a + b = -11$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1961. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 - t \end{cases}$ và $\Delta_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{2}$.

$\frac{z+3}{2}$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(-1; 0; -1)$ cắt đường thẳng Δ_1 và tạo với đường thẳng Δ_2 một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Lời giải.

Ta có vectơ chỉ phương của Δ_2 là $\vec{u}_2 = (-1; 2; 2)$.

Gọi B là giao điểm của d và Δ_1 . Ta có $B(1+2t; 2+t; -2-t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2t+2; t+2; -t-1)$.

Đặt $\varphi = (\Delta_2, d)$. Khi đó $\cos \varphi = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \vec{u}_2) \right| = \frac{2|t|}{3\sqrt{6t^2+14t+9}} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{t^2}{6t^2+14t+9}}$.

Ta có φ lớn nhất bằng 90° khi $\cos \varphi = 0$. Khi đó $t = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2; 2; -1)$.

Phương trình đường thẳng d là $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1962. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2; 1; 3)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại M, N, P sao cho tứ diện $OMNP$ có thể tích nhỏ nhất. Giao điểm của

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$ với (P) có tọa độ là

A. $(4; 6; 1)$.

B. $(4; 1; 6)$.

C. $(-4; 6; -1)$.

D. $(4; -1; 6)$.

Lời giải.

Gọi $M(a; 0; 0)$, $N(0; b; 0)$, $P(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$ theo thứ tự là giao điểm của mặt phẳng (P) với các tia Ox, Oy, Oz .

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì $A(2; 1; 3) \in (P)$ nên $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{3}{c} = 1$.

Mặt khác, vì $OMNP$ là tam diện vuông nên $V_{OMNP} = \frac{1}{6} OM \cdot ON \cdot OP = \frac{1}{6} abc$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có

$$\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{3}{c} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{6}{abc}} \Rightarrow 1 \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{6}{abc}} \Rightarrow abc \geq 162 \Rightarrow V_{OMNP} \geq 27.$$

Do đó thể tích tứ diện $OMNP$ nhỏ nhất bằng 27 khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{3}{c} = 1 \\ \frac{2}{a} = \frac{1}{b} = \frac{3}{c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 3 \\ c = 9. \end{cases}$

Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 3x + 6y + 2z - 18 = 0$.

Gọi $B = d \cap (P) \Rightarrow B(4; -1; 6)$.

Vậy giao điểm của d và (P) là điểm $B(4; -1; 6)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1963. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 5)$. Gọi M là một điểm di động trên (P) . Giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{MA + 2\sqrt{3}}{MB}$ bằng

A. $3\sqrt{3 + \sqrt{78}}$.

B. $\sqrt{54 + 6\sqrt{78}}$.

C. $8\sqrt{2}$.

D. $6\sqrt{3}$.

Lời giải.

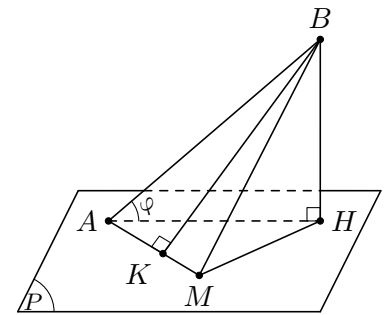
Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 2)$, $AB = 2\sqrt{3}$ và $A \in (P)$, $B \notin (P)$.

Gọi H , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B trên (P) và AM .

Trong tam giác ABM , gọi α , β , γ lần lượt là số đo các góc $\widehat{BAM}$, $\widehat{ABM}$, $\widehat{AMB}$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABM$.

Gọi φ là góc giữa AB và mặt phẳng (P) .

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 2)$.



$$\text{Ta tính được } \sin \varphi = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{\sqrt{3}}{9} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{78}}{9} \Rightarrow \sin \frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \varphi}{2}} = \sqrt{\frac{9 - \sqrt{78}}{18}}.$$

$$\text{Ta có } \sin \alpha = \frac{BK}{AB} \geq \frac{BH}{AB} = \sin \varphi \Rightarrow \alpha \geq \varphi.$$

Khi đó,

$$\begin{aligned} \frac{MA + 2\sqrt{3}}{MB} &= \frac{MA + AB}{MB} = \frac{2R \sin \beta + 2R \sin \gamma}{2R \sin \alpha} = \frac{\sin \beta + \sin \gamma}{\sin \alpha} \\ &= \frac{2 \sin \frac{\beta + \gamma}{2} \cos \frac{\beta - \gamma}{2}}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{\cos \frac{\beta - \gamma}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \\ &\leq \frac{1}{\sin \frac{\alpha}{2}} \\ &\leq \frac{1}{\sin \frac{\varphi}{2}} = \sqrt{54 + 6\sqrt{78}}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} \beta = \gamma \\ \alpha = \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MA = AB = 2\sqrt{3} \\ K \equiv H. \end{cases}$

Vậy giá trị lớn nhất của $\frac{MA + 2\sqrt{3}}{MB}$ là $\sqrt{54 + 6\sqrt{78}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1964. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và cắt trục tọa độ Oz có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 0 \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Lời giải.

Giả sử Δ là đường thẳng cần tìm, gọi $N = \Delta \cap Oz \Rightarrow N = (0; 0; n)$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-1; 0; n - 1)$, d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1; 2; 3)$.

Vì $\Delta \perp d \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow -1 + 3(n - 1) = 0 \Leftrightarrow n = \frac{4}{3}$.

Khi đó $\overrightarrow{MN} = \left(-1; 0; \frac{1}{3}\right)$, chọn véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (-3; 0; 1)$.

Phương trình đường thẳng Δ là
$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 0 \\ z = 1 + t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1965. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 3)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 4$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = -t \end{cases}$$

phương trình là

A. $y + z + 1 = 0$.

B. $x + 3y + 5z + 2 = 0$.

C. $x - 2y - 3 = 0$.

D. $3x - 2y - 4z - 8 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 1; 0)$, bán kính $R = 2$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P) và K là hình chiếu vuông góc của I trên d . Xét phương trình

$$(1 + 2t - 3)^2 + (-1 + t - 1)^2 + (-t)^2 = 4 \Leftrightarrow 6t^2 - 12t + 4 = 0. \quad (1)$$

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt nên d luôn cắt (S) tại 2 điểm phân biệt.

Do đó, mặt phẳng (P) chứa d luôn cắt (S) theo thiết diện là một đường tròn có bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$.

Ta có r nhỏ nhất khi IH lớn nhất, mà $IH \leq IK$. Do đó, r nhỏ nhất khi và chỉ khi H trùng với K .

Gọi $H(1 + 2t; -1 + t; -t) \in d$, khi đó $\overrightarrow{IH} \cdot \vec{u}_d = 0$. (2)

Ta có $\overrightarrow{IH} = (2t - 2; t - 2; -t)$ và $\vec{u}_d = (2; 1; -2)$. Từ (2) suy ra

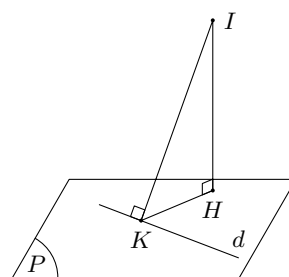
$$2(2t - 2) + 1(t - 2) - 2(-t) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Suy ra (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \overrightarrow{IH} = (0; -1; -1)$ và đi qua $H(3; 0; -1)$ có phương trình

$$0(x - 3) - (y - 0) - (z + 1) = 0 \Leftrightarrow y + z + 1 = 0.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1966. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ hình chiếu H của $A(1; 1; 1)$ lên đường thẳng



$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$$

$$\text{A. } H\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

$$\text{B. } H(1; 1; 1).$$

$$\text{C. } H(0; 0; -1).$$

$$\text{D. } H(1; 1; 0).$$

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (1; 1; 1)$.

H thuộc đường thẳng d nên $H(1+t; 1+t; t)$.

Suy ra $\overrightarrow{AH} = (t; t; t-1)$.

Do $AH \perp d$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow t + t + t - 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{3}$.

Vậy $H\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1967. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $P(1; 1; -1)$, $Q(2; 3; 2)$.

$$\text{A. } \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}.$$

$$\text{B. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}.$$

$$\text{C. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}.$$

$$\text{D. } \frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}.$$

Lời giải.

Đường thẳng PQ đi qua $P(1; 1; -1)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{PQ} = (1; 2; 3)$.

Phương trình đường thẳng PQ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1968. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, đường thẳng d đi qua A cắt chiều âm trục Oy tại B sao cho diện tích OAB bằng 1. Phương trình tham số đường thẳng d là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}.$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}.$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}.$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}.$$

Lời giải.

Giả sử $B(0; b; 0)$ với $b < 0$.

Ta có $\overrightarrow{OA} = (2; 0; 0)$ và $\overrightarrow{OB} = (0; b; 0)$.

Khi đó $[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (0; 0; 2b)$.

Ta có $S_{OAB} = 1 \Leftrightarrow |[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}]| = 2 \Leftrightarrow |2b| = 2 \Leftrightarrow b = -1$.

Vậy $B(0; -1; 0)$ và $\overrightarrow{AB} = (-2; -1; 0)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1969. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây **không** phải là vectơ chỉ phương của đường thẳng?

A. $(6; -4; 2)$.

B. $(3; -2; 1)$.

C. $(-3; 2; -1)$.

D. $(-3; 2; 1)$.

Lời giải.Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng là $\vec{u} = (3; -2; 1)$. Ta có $2\vec{u} = (6; -4; 2)$ và $-\vec{u} = (-3; 2; -1)$.Chọn đáp án **D** □**Câu 1970.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 4; 2)$, $B(-1; 2; 4)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Điểm $M(a; b; c) \in d$ sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$. Tính $a + b + c$.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.Ta có $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$. Điểm $M(1 - t; -2 + t; 2t)$; $MA^2 = 6t^2 - 20t + 40$ và $MB^2 = 6t^2 - 28t + 36$.

$$MA^2 + MB^2 = 12t^2 - 48t + 76 = 28 \Leftrightarrow 12t^2 - 48t + 48 = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Vậy $M(-1; 0; 4)$ và $a + b + c = 3$.Chọn đáp án **B** □**Câu 1971.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 1)$, $B(1; 0; -3)$, $C(-1; -2; -3)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 2 = 0$. Điểm $D(a; b; c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất. Tính $a + b + c$.

A. $\frac{3}{5}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.Mặt phẳng $(ABC): -2x + 2y - z - 1 = 0$. Mặt cầu có tâm $I(1; 0; -1)$.Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc với (ABC) nên $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2t \\ z = -1 - t. \end{cases}$ Bây giờ ta tìm hai giao điểm của Δ với (S) .

$$\text{Xét phương trình } (1 - 2t)^2 + (2t)^2 + (-1 - t)^2 - 2(1 - 2t) + 2(-1 - t) - 2 = 0 \Leftrightarrow t = \pm \frac{2}{3}.$$

$$\text{Với } t = \frac{2}{3} \text{ ta có giao điểm là } M\left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{5}{3}\right).$$

$$\text{Với } t = -\frac{2}{3} \text{ ta có giao điểm là } N\left(\frac{7}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right).$$

$$\text{Ta có } d(M, (ABC)) = \frac{4}{3} \text{ và } d(N, (ABC)) = \frac{8}{3}.$$

Thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất khi $d(D, (ABC))$ lớn nhất, khi đó D trùng với N .

$$\text{Vậy } a + b + c = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 1972.** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - t \\ z = t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = t \end{cases}$.

Lời giải.

Từ phương trình chính tắc của Δ ta có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (2; -3; 1)$ và đi qua điểm $(3; -1; 0)$ nên phương trình tham số của Δ là
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1973. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$ và điểm $A(3; 2; 0)$. Tìm tọa độ điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d .

- A. $(-1; 0; 4)$. B. $(7; 1; -1)$. C. $(2; 1; -2)$. D. $(0; 2; -5)$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d .

Phương trình của mặt phẳng (P) là

$$1(x-3) + 2(y-2) + 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 7 = 0.$$

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d , khi đó $H = d \cap (P)$.

Suy ra $H \in d \Rightarrow H(-1+t; -3+2t; -2+2t)$, mà $H \in (P)$ nên $-1+t-6+4t-4+4t-7=0 \Rightarrow t=2$.

Vậy $H(1; 1; 2)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d , khi đó H là trung điểm của AA' , suy ra $A'(-1; 0; 4)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1974. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 3; 0)$, $B(0; -\sqrt{2}; 0)$, $P\left(\frac{6}{5}; -\sqrt{2}; 2\right)$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 2 - t \end{cases}$. Giả sử M là điểm thuộc d sao cho chu vi tam giác ABM nhỏ nhất.

Tìm độ dài MP .

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Do AB có độ dài không đổi nên chu vi tam giác ABM nhỏ nhất khi và chỉ khi $MA + MB$ nhỏ nhất.

Vì $M \in d$ nên $M(t; 0; 2-t)$. Suy ra $AM = \sqrt{(\sqrt{2}t - 2\sqrt{2})^2 + 9}$ và $MB = \sqrt{(\sqrt{2}t - \sqrt{2})^2 + 4}$.

Do đó $AM + MB = \sqrt{(\sqrt{2}t - 2\sqrt{2})^2 + 9} + \sqrt{(\sqrt{2}t - \sqrt{2})^2 + 4}$.

Đặt $\vec{u} = (\sqrt{2}t - 2\sqrt{2}; 3)$ và $\vec{v} = (-\sqrt{2}t + \sqrt{2}; 2)$. Áp dụng bất đẳng thức $|\vec{u} + \vec{v}| \leq |\vec{u}| + |\vec{v}|$ ta được

$$\sqrt{(\sqrt{2}t - 2\sqrt{2})^2 + 9} + \sqrt{(\sqrt{2}t - \sqrt{2})^2 + 4} \geq \sqrt{(\sqrt{2} - 2\sqrt{2})^2 + 25} = 3\sqrt{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{\sqrt{2}t - 2\sqrt{2}}{-\sqrt{2}t + \sqrt{2}} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow t = \frac{7}{5}$. Suy ra $M\left(\frac{7}{5}; 0; \frac{3}{5}\right)$, do đó

$$MP = \sqrt{\left(\frac{6}{5} - \frac{7}{5}\right)^2 + 2 + \left(2 - \frac{3}{5}\right)^2} = 2.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1975. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Đường thẳng (Δ) nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với (d) là

$$\begin{aligned} \text{A. } \frac{x-1}{5} &= \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}. \\ \text{C. } \frac{x-1}{5} &= \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B. } \frac{x-1}{5} &= \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}. \\ \text{D. } \frac{x-1}{5} &= \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}. \end{aligned}$$

Lời giải.

Gọi $I = (d) \cap (P) \Rightarrow I(1; 1; 1)$.

Ta có $\begin{cases} (\Delta) \subset (P) \\ (\Delta) \perp (d) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_{(\Delta)} \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_{(\Delta)} \perp \vec{u}_{(d)} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_{(\Delta)} = [\vec{u}_{(P)}, \vec{u}_{(d)}] = (5; -1; -3).$

Vậy $(\Delta): \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1976. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1): \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$ và $(d_2): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{4}$. Mặt phẳng cách đều hai đường thẳng (d_1) và (d_2) có phương trình là

$$\text{A. } 14x - 4y - 8z + 1 = 0.$$

$$\text{B. } 14x - 4y - 8z + 3 = 0.$$

$$\text{C. } 14x - 4y - 8z - 3 = 0.$$

$$\text{D. } 14x - 4y - 8z - 1 = 0.$$

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Ta thấy $\begin{cases} M(2; 2; 3) \in (d_1) \\ N(1; 2; 1) \in (d_2) \end{cases} \Rightarrow$ trung điểm của đoạn MN là $I\left(\frac{3}{2}; 2; 2\right).$

Vì (d_1) và (d_2) chéo nhau, nên ta có $\vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(d_1)}, \vec{n}_{(d_2)}] = (7; -2; -4).$

Vậy $(P): 14x - 4y - 8z + 3 = 0.$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1977. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3)$, $B(-3; 4; 5)$, $C(1; 3; -1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - z = 0$. Điểm $M(a; b; c) \in (\alpha)$ thỏa mãn $T = MA^2 - MB^2 + 2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S = a - b + 2c$.

$$\text{A. } S = -4.$$

$$\text{B. } S = -3.$$

$$\text{C. } S = 2.$$

$$\text{D. } S = 5.$$

Lời giải.

Gọi $I(x; y; z)$ thỏa mãn $\vec{IA} - \vec{IB} + 2\vec{IC} = \vec{0} \Rightarrow \vec{IC} = \frac{1}{2}\vec{AB} \Rightarrow I(3; 2; -2).$

Gọi (Δ) là đường thẳng qua I và vuông góc (P) , ta được $(\Delta): \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -2 - t. \end{cases}$

Gọi H là giao điểm của (Δ) và (P) , ta được $2(3+2t) - (2-t) - (-2-t) = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(1; 3; -1).$

Mặt khác, ta thấy

$$\begin{aligned} T &= MA^2 - MB^2 + 2MC^2 \\ &= (\vec{MI} + \vec{IA})^2 - (\vec{MI} + \vec{IB})^2 + 2(\vec{MI} + \vec{IC})^2 \\ &= IA^2 - IB^2 + 2IC^2 + 2IM^2 + \vec{MI}(\vec{IA} - \vec{IB} + 2\vec{IC}) \\ &= IA^2 - IB^2 + 2IC^2 + 2IM^2. \quad (*) \end{aligned}$$

Từ $(*)$, ta thấy T nhỏ nhất khi IM nhỏ nhất, tức là $M \equiv H$.

Ta được $S = 1 - 3 + 2(-1) = -4.$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1978. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2m+1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{m-2}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-6=0$, hai điểm $A(2;2;2)$, $B(1;2;3)$ thuộc (P) . Giá trị m để AB vuông góc với hình chiếu của d trên (P) là

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 2$. D. $m = -3$.

Lời giải.

Theo giả thiết, suy ra $\vec{u}_d = (2m+1; 2; m-2)$, $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$, $\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P) . Gọi d' là giao tuyến của (P) và (Q) . Khi đó d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P) .

— Vì $d \subset (Q)$ nên $\vec{u}_d \cdot \vec{n}_Q = 0$.

— Vì $(Q) \perp (P)$ nên $\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0$.

Ta chọn $\vec{n}_Q = [\vec{u}_d; \vec{n}_P] = (4-m; -m-3; 2m-1)$. Lại có

— Vì $d' \subset (Q)$ nên $\vec{u}_{d'} \cdot \vec{n}_Q = 0$.

— Vì $d' \subset (P)$ nên $\vec{u}_{d'} \cdot \vec{n}_P = 0$.

Suy ra rằng một véc-tơ chỉ phương của d' là $[\vec{n}_Q; \vec{n}_P] = (-3m-2; 3m-5; 7)$. Suy ra

$$\vec{u}_{d'} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow (-1) \cdot (-3m-2) + 0 \cdot (3m-5) + 7 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = -3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1979. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$ bằng

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;0;0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; -2)$, mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Vì $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$ và $M \notin (P)$ nên $d \parallel (P)$.

Do đó, $d(d, (P)) = d(M, (P)) = \frac{|1+0+0+2|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1980. Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-3=0$. Khi đó tổng $T = a+b+c$ bằng

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 2.

Lời giải.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2} \\ 2x-2y+z-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y+3=0 \\ 2x+z-1=0 \\ 2x-2y+z-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \\ z=5 \end{cases} \Rightarrow M(-2; -1; 5).$$

Do đó $a = -2$, $b = -1$, $c = 5$ nên $T = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1981. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 3+t \\ y = 1 \\ z = 2-t \end{cases}$

và $d_2: \begin{cases} x = 3 + 2t' \\ y = 3 + t' \\ z = 0 \end{cases}$. Phương trình đường thẳng đi qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{2}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A vuông góc với d_1 và cắt d_2 .

Gọi $B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow B(3 + 2t', 3 + t', 0)$. Véc-tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{AB} = (1 + 2t', 2 + t', -1)$.

Do $\Delta \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \Leftrightarrow 1 + 2t' + 1 = 0 \Leftrightarrow t' = -1$. Suy ra $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; -1)$. Chọn véc-tơ chỉ phương của Δ là $(1; -1; 1)$

Phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1982. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 5; 3)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Biết rằng phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) lớn nhất, có dạng $ax + by + cz - 3 = 0$ (với a, b, c là các số nguyên). Tính tổng $T = a + b + c$.

A. 3.

B. -3.

C. -2.

D. -5.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng d .

Gọi K là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (P) .

Ta có $d[A, (P)] = AK \leq AH = \text{const}$. Dấu “=” khi $K \equiv H$.

Khi đó $H \in (P)$, $AH \perp (P)$. Gọi $H(1 + 2t; t; 2 + 2t) \in d$.

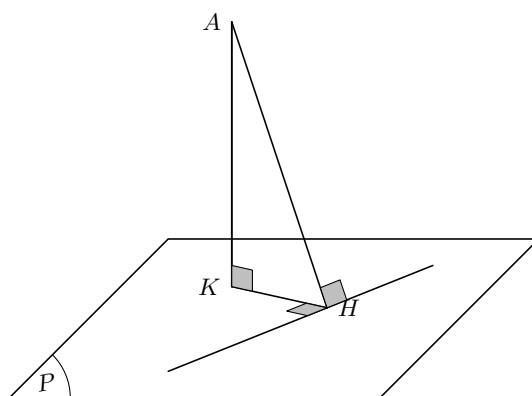
Ta có $\overrightarrow{AH} = (-1 + 2t; -5 + t; -1 + 2t)$ và $\vec{u}_d = (2; 1; 2)$.

Vì $AH \perp d$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Suy ra mặt phẳng (P) đi qua $H(3; 1; 4)$ và nhận $\overrightarrow{AH} = (1; -4; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $x - 4y + z - 3 = 0$.

Do đó $a = 1; b = -4; c = 1 \Rightarrow a + b + c = -2$.

Chọn đáp án **C** □



Câu 1983. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $M(3; -2; -4)$.

B. $N(1; -1; -2)$.

C. $P(-1; 0; 0)$.

D. $Q(-3; 1; -2)$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm M, N, P, Q vào phương trình đường thẳng d , ta thấy $Q \notin d$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1984. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 7 = 0$ và điểm $A(1; 1; -2)$. Điểm $H(a; b; -1)$ là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P) . Tổng $a + b$ bằng

A. 3.

B. -1.

C. -3.

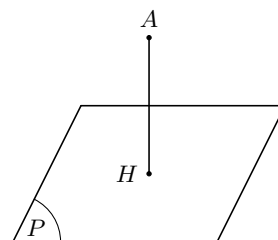
D. 2.

Lời giải.

Đường thẳng AH đi qua điểm A và nhận véc-tơ pháp tuyến

$\vec{n} = (2; -2; -1)$ của (P) làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là

$$AH: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 - t. \end{cases}$$



Vì $H \in AH$ nên $H(1 + 2t; 1 - 2t; -2 - t)$.

Mặt khác $H \in (P)$ nên $2(1 + 2t) - 2(1 - 2t) - (-2 - t) + 7 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(-1; 3; -1)$.

Do đó $a = -1, b = 3 \Rightarrow a + b = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1985. Cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z - 2 = 0$. Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên (P) là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 - 3t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 - 3t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$$

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2; -3; 2)$ và mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}_P = (1; -1; -1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P) .

(Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = [\vec{u}_d, \vec{n}_P] = (5; 4; 1)$ và $A(0; 2; -1) \in d \subset (Q)$ suy ra

$$(Q): 5x + 4y + z - 7 = 0.$$

Khi đó hình chiếu vuông góc của d trên (P) chính là đường thẳng d' là giao tuyến của (P) và (Q) .

d' có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{d'} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (3; -6; 9)$. Vậy d' có một véc-tơ chỉ phương khác là $\vec{u} = (-1; 2; -3)$. Lấy $B(1; 1; -2) \in (P) \cap (Q)$, ta có $B \in d'$.

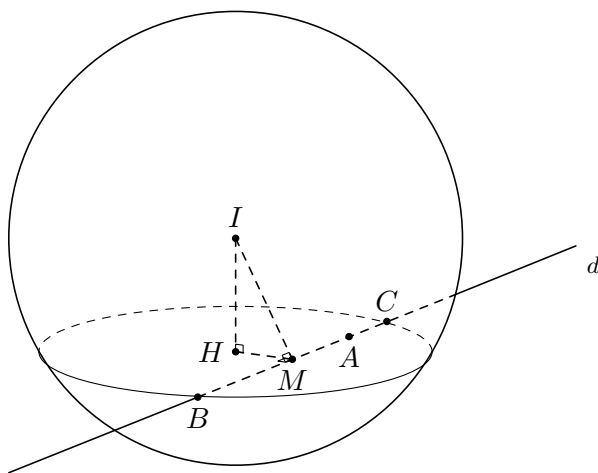
Vậy phương trình hình chiếu vuông góc của d trên (P) là
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 - 3t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1986. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 3; -3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ qua A , nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại B và C . Để độ dài BC lớn nhất thì đường thẳng Δ có phương trình là

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6} & \text{B. } \frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10} \\ \text{C. } \begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 3 \\ z = -3 + 8t \end{cases} & \text{D. } \frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{3} \end{array}$$

Lời giải.



- Chọn đáp án **A**

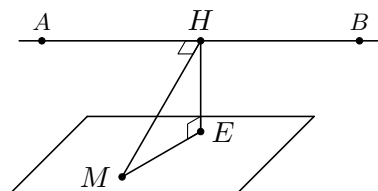
$$\text{A. } \begin{cases} x - 7y - 4z + 7 = 0 \\ 3x - y + z - 5 = 0 \end{cases}.$$

B. $\begin{cases} x - 7y - 4z + 14 = 0 \\ 3x + y - z + 5 = 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x - 7y - 4z + 7 = 0 \\ 3x + y - z + 5 = 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x - 7y - 4z + 5 = 0 \\ 3x + y - z + 5 = 0 \end{cases}$.

- (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (3; 1; -1)$, $\overrightarrow{AB} = ((1; -1; 2)$.
- A, B nằm cùng phía so với mặt phẳng (P) .
- $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_P = 0$, suy ra $AB \parallel (P)$.
- Do A, B cố định nên S_{MAB} nhỏ nhất khi khoảng cách từ M đến AB là nhỏ nhất.



- $$\vec{n}_Q = [\vec{n}_P, \overrightarrow{AB}] = (1; -7; -4).$$

Vậy

$$M \in \begin{cases} x - 7y - 4z + 7 = 0 \\ 3x + y - z + 5 = 0. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1988. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (1; -4; -5)$ là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-3}{-5}.$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4 + 2t. \\ z = -5 + 3t \end{cases}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+5}{3}.$

D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 4t. \\ z = 3 + 5t \end{cases}$

Lời giải.

Do d có véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (1; -4; -5)$ nên d cũng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; 4; 5)$.

Vậy phương trình tham số của d : $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + 5t. \end{cases}$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1989. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm M , nhận véc-tơ $\vec{a}$ làm véc-tơ chỉ phương và đường thẳng d' đi qua điểm M' , nhận véc-tơ $\vec{a}'$ làm véc-tơ chỉ phương. Điều kiện để đường thẳng d song song với d' là

A. $\begin{cases} \vec{a} = k\vec{a}', (k \neq 0) \\ M \notin d' \end{cases}.$

B. $\begin{cases} \vec{a} = k\vec{a}', (k \neq 0) \\ M \in d' \end{cases}.$

C. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{a}' \\ M \in d' \end{cases}.$

D. $\begin{cases} \vec{a} \neq k\vec{a}', (k \neq 0) \\ M \notin d' \end{cases}.$

Lời giải.

Điều kiện để $d \parallel d'$ là $\begin{cases} \vec{a} = k\vec{a}', (k \neq 0) \\ M \notin d' \end{cases}.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1990. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 14 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Gọi tọa độ điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) là lớn nhất. Tính biểu thức $K = a + b + c$.

A. $K = 1.$

B. $K = 2.$

C. $K = -5.$

D. $K = -2.$

Lời giải.

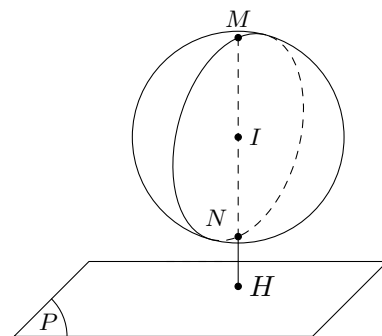
Ta có

$$(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9.$$

Suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -1)$, bán kính $R = 3$.

Ta có

$$d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - (-2) + 2 \cdot (-1) - 14|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 4 > R = 3.$$



Suy ra (P) và (S) không có điểm chung.

Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) . Khi đó d giao với (S) tại hai điểm M, N (như hình vẽ).

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua M và song song với (P) , suy ra toàn bộ các điểm thuộc mặt cầu, trừ M , đều nằm trong phần không gian giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) . Do đó, khoảng cách từ M đến (P) là lớn nhất.

Phương trình của d :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t. \end{cases}$$

$$M = d \cap (S) \Rightarrow M(1+2t; -2-t; -1+2t) \text{ và } (1+2t-1)^2 + (-2-t+2)^2 + (-1+2t+1)^2 = 9 \Leftrightarrow t = \pm 1.$$

+) Với $t = 1 \Rightarrow M(3; -3; 1) \Rightarrow d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot 3 - (-3) + 2 \cdot 1 - 14|}{3} = 1.$

+) Với $t = -1 \Rightarrow M(-1; -1; -3) \Rightarrow d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - (-1) + 2 \cdot (-3) - 14|}{3} = 7.$

Vậy $M(-1; -1; -3) \Rightarrow a = -1, b = -1, c = -3 \Rightarrow K = -5.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1991. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x+2z+3=0$.

Một véc-tơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{b}(2; -1; 0).$

B. $\vec{v}(1; 2; 3).$

C. $\vec{a}(1; 0; 2).$

D. $\vec{u}(2; 0; -1).$

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 0; 2).$

Δ vuông góc với (α) nên có véc-tơ chỉ phương là $\vec{d} = \vec{n} = (1; 0; 2).$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1992. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}(2; 4; 6)$. Phương trình nào sau đây **không** phải là của đường thẳng Δ ?

A. $\begin{cases} x = -5 - 2t \\ y = -10 - 4t \\ z = -15 - 6t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 2t \\ z = 6 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + 6t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 6 + 4t \\ z = 12 + 6t \end{cases}$

Lời giải.

Thay tọa độ điểm $M(1; 2; 3)$ vào các phương trình, dễ thấy $M(1; 2; 3)$ không thỏa mãn phương trình

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 6 + 4t \\ z = 12 + 6t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1993. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z = 0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 150° . D. 120° .

Lời giải.

Đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{v}_\Delta = (1; 2; -1)$. Mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; -1; 2)$. Ta có

$$\sin(\Delta, (\alpha)) = \frac{|\vec{v}_\Delta \cdot \vec{n}_{(\alpha)}|}{|\vec{v}_\Delta| \cdot |\vec{n}_{(\alpha)}|} = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + (-1) \cdot 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{1}{2}.$$

Vậy góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng 30° .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1994. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0; 0; 1)$, $B(-3; 2; 0)$, $C(2; 2; 3)$. Đường cao kẻ từ B của tam giác ABC đi qua điểm nào trong các điểm sau?

- A. $P(-1; 2; -2)$. B. $M(-1; 3; 4)$. C. $N(0; 3; -2)$. D. $Q(-5; 3; 3)$.

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB} = (-3; 2; -1), \overrightarrow{AC} = (2; -2; 2), \vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 4; 2).$$

Một vectơ chỉ phương của đường cao kẻ từ B của tam giác ABC là $\vec{u} = \frac{1}{12} [\vec{n}, \overrightarrow{AC}] = (1; 0; -1)$.

Khi đó phương trình đường cao kẻ từ B là

$$\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 \\ z = -t. \end{cases}$$

Ta thấy điểm $P(-1; 2; -2)$ thuộc đường thẳng trên.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1995. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $BC = 3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\frac{x-4}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x + z - 3 = 0$. Biết rằng đỉnh C có cao độ âm. Tìm hoành độ của đỉnh A .

- A. $\frac{3}{2}$. B. 3. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Tọa độ B là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-4}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+7}{-4} \\ x + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow B(2; 3; 1).$$

Do $C \in BC$ nên $C(4 + c; 5 + c; -7 - 4c)$.

Theo giả thiết

$$BC = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow 18(2 + c)^2 = 18 \Leftrightarrow \begin{cases} c = -1 \Rightarrow C(3; 4; -3) \\ c = -3 \Rightarrow C(1; 2; 5). \end{cases}$$

Mà đỉnh C có hoành độ âm nên $C(3; 4; -3)$.

Gọi $A(x; y; 3 - x) \in (\alpha)$.

Ta có $\sin(BC; (\alpha)) = \frac{|1-4|}{\sqrt{1+1+16} \cdot \sqrt{1+1}} = \frac{1}{2}$ hay góc giữa đường thẳng BC với mặt phẳng (α) là 30° . Do $\widehat{ABC} = 30^\circ$ nên C có hình chiếu lên (α) là điểm A .

Đường thẳng qua $C(3; 4-3)$ và vuông góc với (α) có phương trình
$$\begin{cases} x = 3+t \\ y = 4 \\ z = -3+t. \end{cases}$$

Tọa điểm A là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 3+t \\ y = 4 \\ z = -3+t \\ x+z-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3+t \\ y = 4 \\ z = -3+t \\ 3+t-3+t-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{2} \\ y = 4 \\ z = \frac{3}{2} \\ t = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

Vậy hoành độ điểm A là $\frac{9}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1996. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 24$ và điểm $A(-2; 0; -2)$. Từ A kẻ các tiếp tuyến đến (S) với các tiếp điểm thuộc đường tròn (ω) . Từ điểm M di động nằm ngoài (S) và nằm trong mặt phẳng chứa (ω) kẻ các tiếp tuyến đến (S) với các tiếp điểm thuộc đường tròn (ω') . Biết rằng khi hai đường tròn (ω) , (ω') có cùng bán kính thì M luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính r của đường tròn đó.

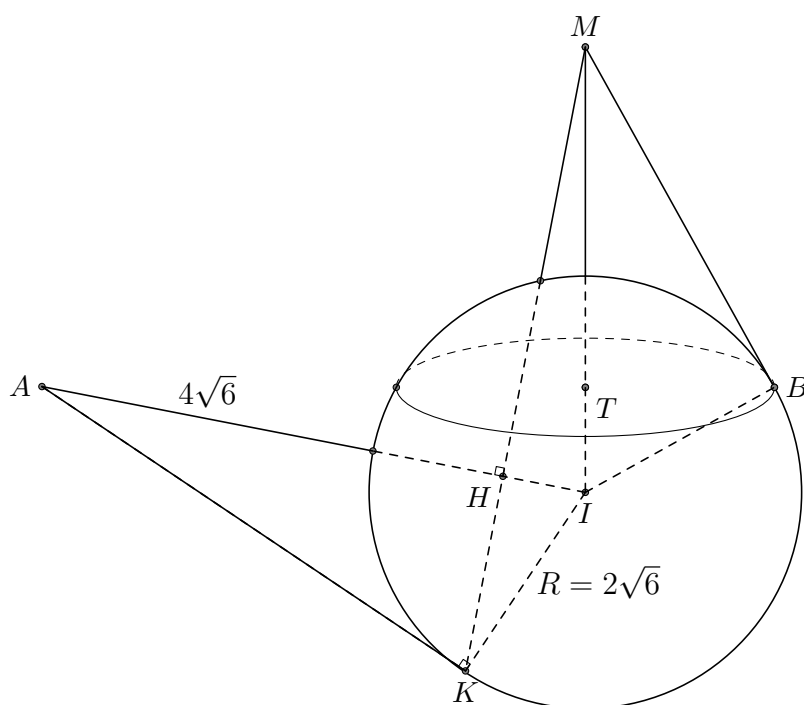
A. $r = 6\sqrt{2}$.

B. $r = 3\sqrt{10}$.

C. $r = 3\sqrt{5}$.

D. $r = 3\sqrt{2}$.

Lời giải.



Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn (ω) .

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 4; 6)$ và có bán kính $R = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$. Ta có $IA = \sqrt{4^2 + 4^2 + 8^2} = 4\sqrt{6}$.

Do hai đường tròn (ω) và (ω') có cùng bán kính nên $IM = IA = 4\sqrt{6}$. Tam giác IAK vuông tại K nên ta có

$$IK^2 = IH \cdot IA \Rightarrow IH = \frac{IK^2}{IA} = \frac{24}{4\sqrt{6}} = \sqrt{6}.$$

Do H là tâm của đường tròn (ω) nên điểm H cố định.

Tam giác IHM vuông tại H nên ta có: $MH = \sqrt{IM^2 - IH^2} = \sqrt{(4\sqrt{6})^2 - (\sqrt{6})^2} = 3\sqrt{10}$.

Do H cố định thuộc mặt phẳng (P) , M di động trên mặt phẳng (P) và $MH = 3\sqrt{10}$ không đổi.

Suy ra điểm M thuộc đường tròn có tâm là H và có bán kính $r = MH = 3\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1997. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1; -1; 2)$.

B. $(-3; 2; 1)$.

C. $(3; 2; 1)$.

D. $(3; -2; -1)$.

Lời giải.

— Xét điểm $(1; -1; 2)$, ta có $\frac{1+3}{1} = 2 \neq \frac{-1-2}{-1} = 3 \Rightarrow$ điểm này không thuộc đường thẳng (d) .

— Xét điểm $(-3; 2; 1)$, ta có $\frac{-3+3}{1} = \frac{2-2}{-1} = \frac{1-1}{2} = 0 \Rightarrow$ điểm này thuộc d .

— Xét điểm $(3; 2; 1)$, ta có $\frac{3+3}{1} = 6 \neq \frac{0}{-1} = 0 \Rightarrow$ điểm này không thuộc d .

— Xét điểm $(3; -2; -1)$, ta có $\frac{3+3}{1} = 6 \neq \frac{-2-2}{-1} = 4 \Rightarrow$ điểm này không thuộc d .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1998. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 5)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$. Gọi Δ là một đường thẳng thay đổi nằm trong mặt phẳng (P) . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên Δ . Biết rằng $AH = BK$ thì trung điểm của HK luôn thuộc một đường thẳng d cố định, phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = t \\ y = 13 + 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = t \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 - t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của HK .

Xét các tam giác AHI và BKI , ta có các tam giác này vuông tại H, K , theo giả thiết $AH = BK, IH = IK \Rightarrow \triangle HIA = \triangle IKB \Rightarrow IA = IB \Rightarrow I$ thuộc mặt phẳng trung trực của AB .

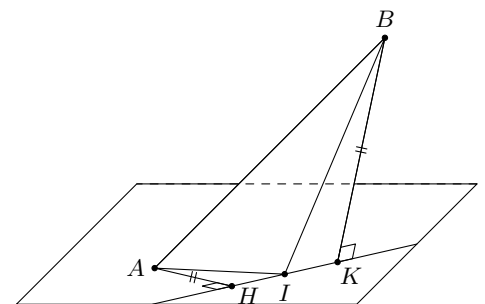
Theo giả thiết $I \in (P) \Rightarrow I$ thuộc giao tuyến của mặt phẳng trung trực (α) của AB với (P) .

Mặt phẳng $(\alpha): \begin{cases} \text{Qua } I_0(2; 3; 4) \\ \text{Có véc-tơ pháp tuyến } \overrightarrow{AB} = (1; 1; 1). \end{cases}$

Suy ra $(\alpha): x + y + z - 9 = 0$.

Tọa độ các điểm $M \in d$ thỏa mãn hệ $\begin{cases} x + 2y + 3z - 14 = 0 \\ x + y + z - 9 = 0. \end{cases}$

$$\text{Đặt } x = t \Rightarrow \begin{cases} x = t \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 + t \end{cases} \Rightarrow \text{phương trình của đường thẳng } d \text{ là } \begin{cases} x = t \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 + t. \end{cases}$$



Chọn đáp án **A** □

Câu 1999. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -1; 2)$, $B(1; 1; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Biết điểm $M(a; b; c)$ thuộc đường thẳng d sao cho tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất. Khi đó, giá trị $T = a + 2b + 3c$ bằng

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 10.

Lời giải.

Do $M \in d \Rightarrow M(-1+t; t; 1+t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (t-1; t+1; t-1)$; $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 0)$.

Ta có $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}] = (2t-2; 1-t; 3-t)$.

Diện tích tam giác MAB là

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}]| \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{(2t-2)^2 + (1-t)^2 + (3-t)^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{6t^2 - 16t + 14} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{6 \left(t - \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{110}{9}} \geq \frac{\sqrt{110}}{6}. \end{aligned}$$

Vậy diện tích $\triangle MAB$ nhỏ nhất khi $t = \frac{4}{3} \Rightarrow M\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

Suy ra $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{4}{3}$, $c = \frac{7}{3} \Rightarrow T = a + 2b + 3c = 10$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2000. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2; -1; -2)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A , song song với đường thẳng d và khoảng cách từ đường thẳng d tới mặt phẳng (P) là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $x - y - 6 = 0$.

B. $x + 3y + 2z + 10 = 0$.

C. $x - 2y - 3z - 1 = 0$.

D. $3x + z + 2 = 0$.

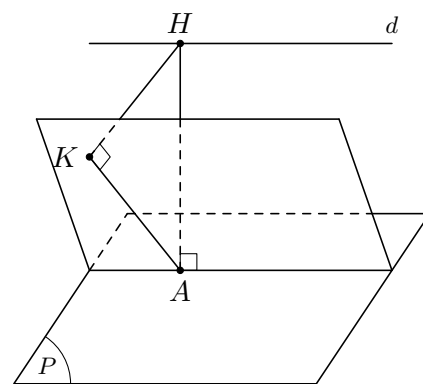
Lời giải.

Giả sử (P) là mặt phẳng đi qua A và $d \parallel (P)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên d .

Ta có $d(d, (P)) = d(H, (P)) \leq AH$.

Nên khoảng cách từ d đến (P) đạt giá trị lớn nhất khi $\overrightarrow{AH}$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Do $H \in d \Rightarrow H(1+t; 1-t; 1+t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (t-1; 2-t; t+3)$.



Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 1)$.

Có $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t-1-2+t+t+3=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-1; 2; 3)$.

Mặt phẳng $3x + z + 2 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; 0; 1) \Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{AH} = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2001. Hình chiếu vuông góc của điểm $M(0; -1; -2)$ trên mặt phẳng $(\alpha): x - y + z - 2 = 0$ là $M'(x_0; y_0; z_0)$. Tính $x_0 + y_0 + z_0$.

A. $x_0 + y_0 + z_0 = 0$. B. $x_0 + y_0 + z_0 = -2$. C. $x_0 + y_0 + z_0 = 4$. D. $x_0 + y_0 + z_0 = -4$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } MM' \perp (\alpha) \Rightarrow MM': \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = -2 + t. \end{cases}$$

$$M' \in MM' \Rightarrow M'(t; -1 - t; -2 + t).$$

$$M' \in (P) \Leftrightarrow t + 1 + t - 2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M'(1; -2; -1).$$

$$\text{Do đó } x_0 = 1, y_0 = -2, z_0 = -1 \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = -2.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 2002. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 1$ và đường thẳng d có phương trình $x - 2 = y = -z$. Hai mặt phẳng (P) , (P') chứa d , tiếp xúc với (S) tại T và T' . Tìm tọa độ trung điểm H của TT' .

A. đáp án khác. B. $H\left(\frac{1}{3}; -\frac{5}{6}; \frac{5}{6}\right)$. C. $H\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{6}; -\frac{7}{6}\right)$. D. $H\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{6}; -\frac{5}{6}\right)$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 0; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; -1)$.

$$\text{Phương trình tham số của } d \text{ là } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = -t. \end{cases}$$

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 1; -1)$ và bán kính $R = 1$.

$$\vec{IM} = (2; -1; 1) \Rightarrow [\vec{IM}, \vec{u}] = (0; 3; 3)$$

$$\text{và } d(I, d) = \frac{|\vec{IM}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{0^2 + 3^2 + 3^2}}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{6} > R.$$

Suy ra đường thẳng d không cắt mặt cầu (S) .

Theo giả thiết, ta có $IT \perp d$ và $IT' \perp d$.

Gọi N là hình chiếu của I xuống d . Khi đó, ta có $IN \perp d$ và $IN \subset (ITT')$.

$$N \in d \Rightarrow N(2 + t; t; -t) \Rightarrow \vec{IN} = (2 + t; t - 1; -t + 1).$$

$$\vec{IN} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (2 + t) \cdot 1 + (t - 1) \cdot 1 + (-t + 1) \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow N(2; 0; 0).$$

$$\text{Suy ra } IN = \sqrt{6}. \text{ Gọi } NT, NT' \text{ là các tiếp tuyến kẻ từ } N \text{ của } (S) \Rightarrow \begin{cases} NT = NT' \\ IT = IT'. \end{cases}$$

Suy ra giao điểm H của IN và TT' là trung điểm của TT' và $IH \perp TT'$.

$$\text{Lại có } \triangle ITN \text{ vuông tại } T, \text{ đường cao } TH \Rightarrow IH \cdot IN = IT^2 \Rightarrow IH = \frac{IT^2}{IN^2} \cdot IN \Rightarrow \vec{IH} = \frac{1}{6} \vec{IN}.$$

$$\text{Gọi } H(x; y; z) \Rightarrow \vec{IH} = (x; y - 1; z + 1).$$

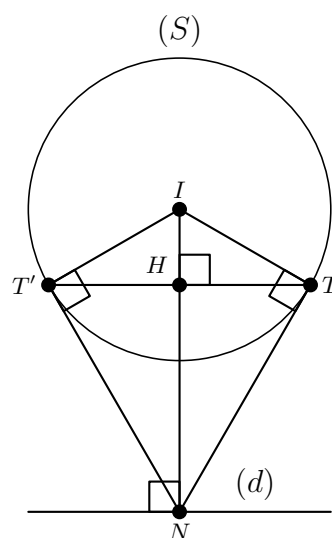
$$\text{Do đó } \vec{IH} = \frac{1}{6} \cdot \vec{IN} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{6} \cdot 2 \\ y - 1 = \frac{1}{6} \cdot (-1) \\ z + 1 = \frac{1}{6} \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = -\frac{5}{6} \\ z = -\frac{5}{6} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } H\left(\frac{1}{3}; -\frac{5}{6}; -\frac{5}{6}\right).$$

Chọn đáp án (D)

□

Câu 2003. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Mặt



phẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d có phương trình là

A. $(P): x - y + 2z = 0.$

B. $(P): x - 2y - 2 = 0.$

C. $(P): x - y - 2z = 0.$

D. $(P): x + y + 2z = 0.$

Lời giải.

Mặt phẳng (P) vuông góc với d có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{u}_d = (1; -1; 2).$

Suy ra $(P): 1(x - 2) - 1(y - 0) + 2(z + 1) = 0$ hay $(P): x - y + 2z = 0.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2004. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M , cắt và vuông góc với Δ là

A. $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -2t. \end{cases}$ B. $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -t. \end{cases}$ C. $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = t. \end{cases}$ D. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 4t \\ z = 2t. \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t. \end{cases}$

Gọi $N = d \cap \Delta \Rightarrow N(1 + 2t; -1 + t; -t) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-1 + 2t; -2 + t; -t).$

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -1).$

Đường thẳng d đi qua M và $d \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(-1 + 2t) + 1(-2 + t) - 1(-t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}.$

Suy ra $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, suy ra véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d = (1; -4; -2).$

nên $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -2t. \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2005. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + 3y - 5z + 6 = 0$ và $(\beta): x - y + 3z - 6 = 0$. Phương trình tham số của d là

A. $\begin{cases} x = -3 - t \\ y = 3 + 2t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$ D. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Lời giải.

Nhận thấy $A(1; 1; 2)$ và $B(2; -1; 1)$ đều thuộc (α) và (β) nên chúng cũng thuộc đường thẳng d .

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$ là một véc-tơ chỉ phương của d .

Khi đó phương trình tham số của d là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2006. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; -2)$, $B(3; 1; 4)$ nằm cùng phía đối với mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 1 = 0$. Gọi M là điểm thuộc (α) , cách đều A và B đồng thời khoảng cách từ M đến đường thẳng AB là nhỏ nhất. Tìm hoành độ của điểm M .

- A. $x_M = \frac{5}{4}$. B. $x_M = -\frac{3}{4}$. C. $x_M = 2$. D. $x_M = \frac{4}{3}$.

Lời giải.

Ta có $I(2; 0; 1)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB và $\overrightarrow{AB} = 2 \cdot (1; 1; 3)$ nên phương trình mặt phẳng trung trực (β) của AB là $(x - 2) + y + 3(z - 1) = 0$ hay $x + y + 3z - 5 = 0$.

Vì M thuộc (α) và M cách đều A và B nên M thuộc giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng d có

$$\text{phương trình là } \begin{cases} x = t \\ y = \frac{1}{2} - t, \quad t \in \mathbb{R}. \\ z = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Kẻ $MN \perp AB$ tại N , khi đó MN là đường vuông góc chung của d và AB .

Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng AB và song song với d , (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng AB và vuông góc với (P) , khi đó M là giao điểm của d và mặt phẳng (Q) .

Đường thẳng AB có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 1; 3)$ và đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; -1; 0)$ nên mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (3; 3; -2)$.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = \frac{1}{11} \cdot [\vec{n}_P, \vec{u}_1] = (1; -1; 0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là $(x - 1) - (y + 1) = 0$ hay $x - y - 2 = 0$.

Khi đó điểm M là giao điểm của d và (Q) có tọa độ $M\left(\frac{5}{4}; -\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right)$, nên $x_M = \frac{5}{4}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2007. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 0)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 - t. \\ z = t \end{cases}$

Mặt phẳng (P) đi qua A , song song với d đồng thời khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) là lớn nhất. Biết $\vec{n} = (1; b; c)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) . Tính $b + c$.

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (P) là $(x - 1) + b(y - 1) = 0$ hay $x + by - b - 1 = 0$.

Khoảng cách từ O đến (P) là $d(O, (P)) = \frac{|b + 1|}{\sqrt{b^2 + 1}} \leq \frac{|b + 1|}{\sqrt{\frac{1}{2}(b + 1)^2}} = \sqrt{2}$.

Vậy $\max d(O, (P)) = \sqrt{2}$, dấu bằng xảy ra khi $b = 1$.

Lại có (P) song song với d nên véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}$ vuông góc với véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (-1; -1; 1)$, suy ra $1 \cdot (-1) + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot c = 0 \Leftrightarrow c = 2$.

Vậy $b + c = 3$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2008. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u} = (2; 1; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương?

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$. D. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng nhận $\vec{u} = (2; 1; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương suy ra $-\vec{u} = (-2; -1; -1)$ cũng là một véc-tơ chỉ phương.

Vậy đường thẳng $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$ nhận $\vec{u} = (2; 1; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2009. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; -4; -1)$ tới đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \text{ bằng}$$

A. $\sqrt{6}$.

B. $2\sqrt{14}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $\sqrt{14}$.

Lời giải.

Gọi $H(t; 2-t; 3+2t)$ là hình chiếu của M lên Δ .

Ta có $\overrightarrow{MH} = (t-2; 6-t; 4+2t)$ và $\vec{u} = (1; -1; 2)$ là véc-tơ chỉ phương của Δ .

H là hình chiếu của M lên Δ khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{MH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t-2-(6-t)+2(4+2t) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow H(0; 2; 3).$$

$$\text{Vậy } d(M, \Delta) = MH = \sqrt{(0-2)^2 + (2+4)^2 + (3+1)^2} = 2\sqrt{14}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 2010. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(1; 3; 2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương?

A. $\vec{a} = (1; 1; 0)$.

B. $\vec{c} = (-1; 2; 1)$.

C. $\vec{b} = (-2; 2; 2)$.

D. $\vec{d} = (-1; 1; 0)$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC , ta có $M(0; 2; 1)$. Do đó $\overrightarrow{AM} = (-1; 1; 0)$. Từ đó ta có trung tuyến AM có véc-tơ chỉ phương là $\vec{d} = (-1; 1; 0)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2011. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$

$$\text{có phương trình tham số là } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2012. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$?

A. $P(3; -2; -1)$.

B. $N(2; 1; 5)$.

C. $M(1; -3; 4)$.

D. $Q(4; 1; 3)$.

Lời giải.

Thay lần lượt tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng d , ta thấy $M \in d$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2013. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+2}{-5}$ có một véc-tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u} = (1; 5; -2)$. B. $\vec{u} = (3; 2; -5)$. C. $\vec{u} = (-3; 2; -5)$. D. $\vec{u} = (2; 3; -5)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (3; 2; -5)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2014. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 7z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 7 + 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 + 7t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 4t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 + 7t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 3t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 + 7t \end{cases}$

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -4; -7)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) .

Khi đó d đi qua A và nhận $\vec{n} = (3; -4; -7)$ là véc-tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 + 7t \end{cases}$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2015. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - 2z + 12 = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của (α) với ba trục tọa độ, đường thẳng d đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với (α) có phương trình là

A. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-2}$.

B. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-2}$.

D. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{-2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) giao với ba trục tọa độ lần lượt tại $A(-6; 0; 0)$, $B(0; -4; 0)$, $C(0; 0; 6)$.

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Khi đó

$$\begin{aligned} \begin{cases} IA = IB = IC \\ I \in (\alpha) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (a+6)^2 + b^2 + c^2 = a^2 + (b+4)^2 + c^2 \\ (a+6)^2 + b^2 + c^2 = a^2 + b^2 + (c-6)^2 \\ 2a + 3b - 2c + 12 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = -5 \\ a + c = 0 \\ 2a + 3b - 2c = -12 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{39}{17} \\ b = -\frac{16}{17} \\ c = \frac{39}{17} \end{cases} \Rightarrow I\left(-\frac{39}{17}; -\frac{16}{17}; \frac{39}{17}\right). \end{aligned}$$

Đường thẳng cần tìm đi qua I , vuông góc với (α) nên nhận $\vec{u} = (2; 3; -2)$ là véc-tơ chỉ phương, phương trình d có dạng

$$\frac{x + \frac{39}{17}}{2} = \frac{y + \frac{16}{17}}{3} = \frac{z - \frac{39}{17}}{-2}.$$

Do $M(-3; -2; 3)$ thuộc d nên d có dạng $\frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2016. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; -2; 1)$, $A(1; 2; -3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M , vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách A một khoảng nhỏ nhất.

A. $\vec{u} = (2; 2; -1)$. B. $\vec{u} = (3; 4; -4)$. C. $\vec{u} = (2; 1; 6)$. D. $\vec{u} = (1; 0; 2)$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng d . Suy ra véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = \vec{u}_d = (2; 2; -1)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): 2(x+2) + 2(y+2) - (z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - z + 9 = 0$.

Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với d nên Δ nằm trong (P) .

Khi đó, với mọi đường thẳng Δ qua M , khoảng cách $d(A, \Delta) \geq d(A, (P))$. Đẳng thức xảy ra khi Δ đi qua hình chiếu A' của A lên mặt phẳng (P) .

Phương trình đường thẳng AA' đi qua A và vuông góc với (P) là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - t \end{cases}$.

Tọa độ điểm A' là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - t \\ 2x + 2y - z + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ x = -3 \\ y = -2 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow A'(-3; -2; -1).$

Đường thẳng Δ cần tìm nhận $\overrightarrow{A'M} = (1; 0; 2)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2017. Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(1; -1; 2)$, song song với

mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.

B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$.

C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$.

D. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.

Lời giải.

Vì góc giữa hai đường thẳng lớn nhất bằng 90° nên góc giữa d và Δ lớn nhất khi $d \perp \Delta$.

Khi đó $\vec{u}_d \perp \vec{u}_\Delta$.

Mặt khác, vì $d \parallel (P)$ nên $\vec{u}_d = [\vec{u}_\Delta, \vec{n}_{(P)}] = (4; 5; 3)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2018. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ có dạng

A. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

B. $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{1}$.

C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

D. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-2}{2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 1)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{1}$.

Nhận thấy đường thẳng d cũng đi qua điểm $M(2; 0; 2)$ nên có thể viết lại là

$$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-2}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2019. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$. Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng (d) lên mặt phẳng (P) , véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d' là

A. $\vec{u}_3 = (5; -16; -13)$.

B. $\vec{u}_2 = (5; -4; -3)$.

C. $\vec{u}_4 = (5; 16; 13)$.

D. $\vec{u}_1 = (5; 16; -13)$.

Lời giải.

— Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P) . Ta có $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}] = (5; -4; -3)$.

— Vì d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) nên $d' = (P) \cap (Q)$.

Do đó $\vec{u}_{d'} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (5; 16; -13)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2020. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $S(0; 0; c)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$. Gọi A' , B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của O lên SA , SB . Khi góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng $(OA'B')$ lớn nhất, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $c \in (-8; -6)$.

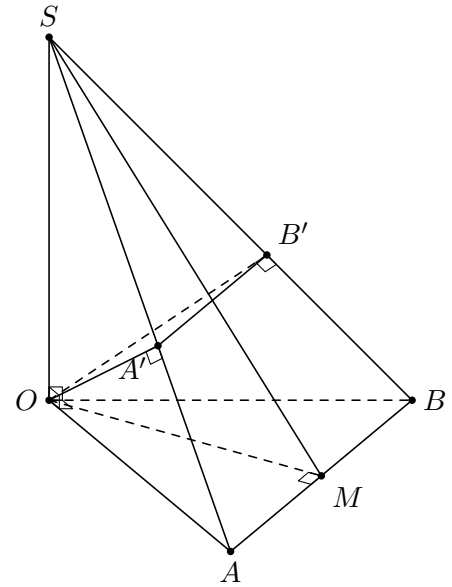
B. $c \in (-9; -8)$.

C. $c \in (0; 3)$.

D. $c \in \left(-\frac{17}{2}; -\frac{15}{2}\right)$.

Lời giải.

- Ta có $A \in Ox$, $B \in Oy$, $S \in Oz$ và $\triangle OAB$ vuông cân tại O , $(SOA) \equiv (xOz)$.
- Gọi $M(2; 2; 0)$ là trung điểm của BA , ta có $AB \perp (SOM)$. Khi đó phương trình (SOM) là $-4(x-2) + 4(y-2) + 0(z-0) = 0 \Leftrightarrow -x + y = 0$.
- Đường thẳng d đi qua $I(1; 1; 1) \in (SOM)$ và $\vec{u}_d \cdot \vec{AB} = 0$, do đó $d \subset (SOM)$.
- Do $\triangle SOA$, $\triangle SOB$ bằng nhau nên dễ thấy $A'B' \parallel AB$, suy ra $A'B' \perp d$.



- Do đó $(d, (OA'B')) \leq 90^\circ$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ $OA' \perp d$. Khi đó $\vec{u}_{OA'} = [\vec{u}_d, \vec{n}_{(SOA)}] = (-2; 0; 1)$.
Mà $SA \perp OA'$, suy ra $\vec{SA} \cdot \vec{u}_{OA'} = 0 \Leftrightarrow -8 - c = 0 \Leftrightarrow c = -8$.
- Suy ra $c \in \left(-\frac{17}{2}; -\frac{15}{2}\right)$.

Chọn đáp án **D**

□

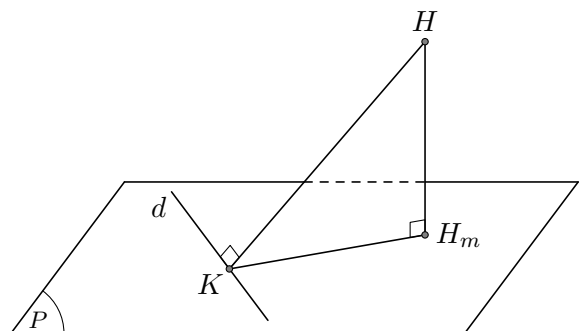
Câu 2021. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): mx + (m+1)y - z - 2m - 1 = 0$, với m là tham số. Gọi (T) là tập hợp các điểm H_m là hình chiếu vuông góc của điểm $H(3; 3; 0)$ trên (P) . Gọi a, b lần lượt là khoảng cách lớn nhất, khoảng cách nhỏ nhất từ O đến một điểm thuộc (T) . Khi đó $a + b$ bằng

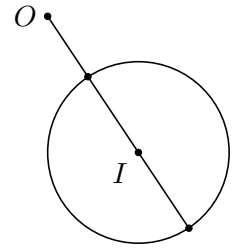
- A. $5\sqrt{2}$. B. $3\sqrt{3}$. C. $8\sqrt{2}$. D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải.

- Ta có $(P): mx + (m+1)y - z - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow m(x+y-2) + (y-z-1) = 0$.
- Suy ra (P) chứa đường thẳng cố định $d: \begin{cases} x+y-2=0 \\ y-z-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-t \\ y=t \\ z=-1+t. \end{cases}$

- Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên d . Khi đó, ta có $(HKK_m) \perp d$.
Gọi (Q) là mặt phẳng qua H và vuông góc với d , ta có $(Q) \equiv (HKK_m)$.
Suy ra $H_m \in (Q)$, mà $\widehat{HH_mK} = 90^\circ$, do đó tập hợp (T) là đường tròn đường kính HK , nằm trong (Q) .
- Ta lại có $\vec{OH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow OH \perp d$, do đó $O \in (Q)$.





— Khi đó, trong (Q) , ta xác định H_m trên đường tròn (T) sao cho OH_m đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.

Ta xác định được $K(1; 1; 0)$, (T) có tâm $I(2; 2; 0)$ là trung điểm của HK , bán kính $R = IH = \sqrt{2}$.

Khi đó $\max(OH_m) = IO + R = 3\sqrt{2}$, $\min(OH_m) = |IO - R| = \sqrt{2}$.

— Suy ra $a = 3\sqrt{2}$, $b = \sqrt{2} \Rightarrow a + b = 4\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2022. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là

véc-tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u} = (-2; 2; 1)$. B. $\vec{u} = (1; -2; 1)$. C. $\vec{u} = (2; -2; 1)$. D. $\vec{u} = (-2; -2; 1)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2023. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-6}{2} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{4}$. Đường thẳng vuông góc với (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$. B. $\frac{x+5}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-2}$.
C. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-8}{1} = \frac{z-1}{-2}$. D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}$.

Lời giải.

Giả sử đường thẳng Δ cắt d_1 tại A và d_2 tại B .

Suy ra $A(-1-t; 6+2t; t)$, $B(1-3u; 2-u; -4+4u)$, $(t, u \in \mathbb{R})$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-3u+t+2; -u-2t-4; 4u-t-4)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 1; -2)$.

Đường thẳng Δ vuông góc với (P) , suy ra $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{n}$

$$\Leftrightarrow \frac{-3u+t+2}{3} = \frac{-u-2t-4}{1} = \frac{4u-t-4}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} 7t+14=0 \\ -6u+t+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-2 \\ u=1 \end{cases} \Rightarrow B(-2; 1; 0).$$

Đường thẳng Δ qua điểm B và có véc-tơ chỉ phương $\vec{n} = (3; 1; -2)$ nên có phương trình là $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2024. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

Đường thẳng d không đi qua điểm nào sau đây?

- A. $Q(-1; -1; 6)$. B. $N(2; 3; -1)$. C. $P(3; 5; 4)$. D. $M(1; 2; 5)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có dạng phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-5}{-1}$.

Đường thẳng d không đi qua điểm $N(2; 3; -1)$ vì thay tọa độ điểm N vào đường thẳng d không thỏa mãn các đẳng thức.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2025. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Gọi I là giao điểm của Δ và (P) . Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MI vuông góc với Δ và $MI = 4\sqrt{14}$.

A. $M(4; 7; -11), M(-3; -7; 13)$.

B. $M(5; 9; -11), M(-3; -7; 13)$.

C. $M(5; 9; -11), M(3; 7; -13)$.

D. $M(5; 9; -11)$.

Lời giải.

Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1} \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \text{ hay } I(1; 1; 1).$$

Giả sử tọa độ điểm M là $M(a, b, c)$.

Vì M thuộc (P) nên ta có $a + b + c - 3 = 0$. (1)

Vì $MI \perp \Delta$ nên ta có véc-tơ $\overrightarrow{IM} = (a-1; b-1; c-1)$ vuông góc với véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; -2; -1)$ hay $(a-1) - 2(b-1) - (c-1) = 0 \Leftrightarrow a - 2b - c + 2 = 0$. (2)

Vì $MI = 4\sqrt{14}$ nên ta có $(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 224$. (3)

Từ (1), (2), (3) ta được
$$\begin{cases} a = 5; b = 9; c = -11 \\ a = -3; b = -7; c = 13 \end{cases}, \text{ hay tọa độ điểm } M \text{ là } M(5; 9; -11) \text{ hoặc } M(-3; -7; 13).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2026. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 4; 5)$, $B(3; 4; 0)$, $C(2; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y - 2z - 12 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ thuộc (P) sao cho $P = MA^2 + MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng $a + b + c$ bằng

A. 2.

B. -2.

C. -3.

D. 3.

Lời giải.

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Khi đó $\overrightarrow{IA} = (1-x; 4-y; 5-z)$, $\overrightarrow{IB} = (3-x; 4-y; -z)$ và $\overrightarrow{IC} = (2-x; -1-y; -z)$, từ đó ta có

hệ phương trình
$$\begin{cases} 1-x+3-x+6-3x=0 \\ 4-y+4-y-3-3y=0 \\ 5-z-z-3z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \text{ hay } I(2; 1; 1).$$

Ta có $MA^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 = MI^2 + 2 \cdot \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA} + IA^2$.

Tương tự ta có $MB^2 = MI^2 + 2 \cdot \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + IB^2$ và $MC^2 = MI^2 + 2 \cdot \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IC} + IC^2$.

Suy ra $P = MA^2 + MB^2 + 3MC^2 = 5MI^2 + IA^2 + IB^2 + 3IC^2$.

Tổng P đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI đạt giá trị nhỏ nhất, hay M là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P) .

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng IM là $\vec{n} = (3; -3; -2)$.

Phương trình đường thẳng IM là
$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

Gọi $M(2+3t, 1-3t, 1-2t)$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P) .

Khi đó $3(2+3t) - 3(1-3t) - 2(1-2t) - 12 = 0 \Leftrightarrow 22t - 11 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

Suy ra tọa độ điểm M là $M\left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$. Vậy $a+b+c=3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2027. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của d ?

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=2-t \\ z=-2+3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-2+3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1 \\ y=2+t \\ z=1-t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; -2)$ và nhận véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 3)$ có dạng phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-2+3t \end{cases}$ (với $t \in \mathbb{R}$).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2028. Cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+1=0$, $(Q): 2x-y+2z-1=0$. Phương trình đường thẳng d đi qua A song song với cả (P) và (Q) là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-4}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-6}$ C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-3}{2}$ D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-6}$

Lời giải.

Gọi $\vec{n}_{(P)} = (2; 2; 1)$, $\vec{n}_{(Q)} = (2; -1; 2)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) , (Q) .

Do d song song với cả (P) và (Q) nên d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (5; -2; -6)$.

Vậy phương trình của d là $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2029. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình đường vuông góc chung Δ của hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{2}$ và $d_2: \begin{cases} x=-3t \\ y=t \\ z=-1-3t \end{cases}$.

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-4}{-2}$ B. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$ C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-1}$ D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{6} = \frac{z+1}{1}$

Lời giải.

Gọi $\Delta \cap d_1 = M(1+t'; 3-t'; 2+2t')$, $\Delta \cap d_2 = N(-3t; t; -1-3t)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-3t-1-t'; t-3+t'; -3-3t-2t')$.

d_1, d_2 lần lượt có 2 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$, $\vec{u}_2 = (-3; 1; -3)$.

Vì Δ là đường vuông góc chung của d_1, d_2 nên $\begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6t' - 10t = 4 \\ 10t' + 19t = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 1 \\ t = -1. \end{cases}$

$\Rightarrow M(2; 2; 4)$, $N(3; -1; 2)$, $\overrightarrow{MN} = (1; -3; -2)$.

Vậy phương trình $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-4}{-2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2030. Cho các đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2}$.

Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1; 0; 2)$, cắt d_1 và vuông góc với d_2 .

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-4}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Gọi $I = d_1 \cap \Delta$, $I(1+t; -1+2t; -t) \Rightarrow \overrightarrow{AI} = (t; 2t-1; -t-2)$ là một vectơ chỉ phương của Δ .

Do $\vec{u}_{d_2} = (1; 2; 2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d_2 và $\Delta \perp d_2$.

Suy ra $\overrightarrow{AI} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \Leftrightarrow t + 2(2t-1) + 2(-t-2) = 0 \Leftrightarrow 3t-6=0 \Leftrightarrow t=2$.

Vậy $\overrightarrow{AI} = (2; 3; -4)$. Phương trình đường thẳng Δ cần tìm là $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-4}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2031. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{1}$ và điểm $A(1; 2; 1)$. Tìm bán kính của mặt cầu có tâm I nằm trên d , đi qua A và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$.

A. $R=2$.

B. $R=4$.

C. $R=1$.

D. $R=3$.

Lời giải.

Tâm I nằm trên d nên $I(1+t; 2-2t; 2+t)$.

Mặt cầu đi qua A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $AI = d(I; (P)) = R$.

$$\begin{aligned} AI = d(I; (P)) &\Leftrightarrow \sqrt{t^2 + 4t^2 + (t+1)^2} = \frac{|1+t-4+4t+4+2t+1|}{\sqrt{1+(-2)^2+2^2}} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{6t^2+2t+1} = \frac{|7t+2|}{3} \\ &\Leftrightarrow 9(6t^2+2t+1) = (7t+2)^2 \\ &\Leftrightarrow t^2-2t+1=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow I(2; 0; 3). \end{aligned}$$

Vậy bán kính mặt cầu $R = AI = 3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2032. Cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$ cắt d tại các điểm A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1; 2; 2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -2; 2)$.

Ta có $\overrightarrow{IM} = (-2; 0; 3) \Rightarrow [\overrightarrow{IM}, \vec{u}] = (6; 13; 4)$.

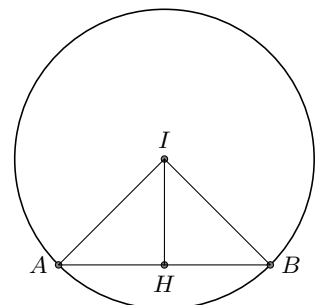
Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow IH \perp AB$.

Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng d là

$$IH = \frac{|\overrightarrow{IM}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{36+169+16}}{\sqrt{9+4+4}} = \sqrt{13}.$$

Suy ra bán kính $R = \sqrt{IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{13+3} = 4$.

Phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$ và có bán kính $R=4$ là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2033. Cho $A(1; 4; 2)$, $B(-1; 2; 4)$, đường thẳng $d: \frac{x-5}{-4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{1}$ và điểm M thuộc d . Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác AMB .

A. $2\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. $6\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; -2; 2)$, suy ra phương trình đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 1; -1)$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (-4; 2; 1)$ và một điểm thuộc đường thẳng là $M(5; 2; 4)$.

Gọi N là hình chiếu vuông góc của điểm M lên đường thẳng AB , khi đó

$$S_{\triangle MAB} = \frac{1}{2}MN \cdot AB = \sqrt{3}MN. \quad (1)$$

Dễ thấy $S_{\triangle MAB}$ nhỏ nhất khi MN nhỏ nhất. Hay MN chính là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AB và d .

$$\text{Suy ra } MN = d(AB, d) = \frac{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{AM}|}{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2]|}. \quad (2)$$

Mà $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (3; 3; 6)$ và $\overrightarrow{AM} = (4; -2; 2)$, nên từ (2) ta có $MN = \sqrt{6}$. Thay vào (1) ta được

$$S_{\triangle MAB} = 3\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2034. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua $A(1; 2; -3)$ vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $\Delta \perp (P)$ nên $\vec{u}_{\Delta} = \vec{n}_{(P)} = (1; 2; 0)$.

Hơn nữa Δ đi qua $A(1; 2; -3)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 \end{cases}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2035. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a, b, c \in \mathbb{R}^+$. Biết mặt cầu (S) cắt 3 mặt phẳng tọa độ (Oxy) , (Oxz) , (Oyz) theo các giao tuyến là các đường tròn có bán kính cùng bằng $\sqrt{13}$ và mặt cầu (S) đi qua $M(2; 0; 1)$. Tính $a + b + c$.

A. 6.

B. 15.

C. 3.

D. 12.

Lời giải.

Gọi $I(a; b; c)$, $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ là tâm mặt cầu (S) .

Vì (S) cắt 3 mặt phẳng tọa độ theo các đường tròn giao tuyến có bán kính bằng $\sqrt{13}$ nên

$$d(I, (Oxy)) = d(I, (Oyz)) = d(I, (Oxz)) \Rightarrow a = b = c.$$

$$\text{Ta có } MI^2 = a^2 + 13 \Rightarrow a^2 - 3a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4.$$

$$\text{Vậy } a + b + c = 12.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2036. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 7t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Phương

trình đường phân giác của góc nhọn giữa d_1 và d_2 là

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-12} = \frac{z-3}{1}$.

B. $\frac{x-1}{-5} = \frac{y-2}{12} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{12} = \frac{z-3}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{12} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải.

Ta thấy $A(1; 2; 3)$ là giao điểm của d_1 và d_2 .

Ta có $\begin{cases} \vec{u}_1 = (1; 1; 0) \\ \vec{u}_2 = (0; 7; 1) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 7 > 0 \Rightarrow (\widehat{\vec{u}_1, \vec{u}_2}) \in (0; \frac{\pi}{2})$.

Trên d_1 và d_2 lấy điểm B và C sao cho $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \vec{u}_1 \\ \overrightarrow{AC} = \frac{1}{5\sqrt{2}} \cdot \vec{u}_2 \end{cases}$.

Gọi D thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{1}{5\sqrt{2}} (5; 12; 1)$. (1)

Vì $ABDC$ là hình thoi nên AD là đường phân giác góc nhọn $\widehat{BAC}$.

Vậy đường thẳng Δ cần tìm là $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{12} = \frac{z-3}{1}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2037. Trong không gian $Oxyz$, gọi Δ là đường thẳng đi qua $M(0; 0; 2)$ và song song với mặt phẳng $(P): x + y + z + 3 = 0$ sao cho khoảng cách từ $A(5; 0; 0)$ đến đường thẳng Δ nhỏ nhất. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là

A. $\vec{u}_1 = (4; 1; 3)$. B. $\vec{u}_2 = (2; -1; -3)$. C. $\vec{u}_4 = (2; 1; -3)$. D. $\vec{u}_3 = (4; -1; -3)$.

Lời giải.

Ta có $A(5; 0; 0)$ và $M(0; 0; 2)$ nằm cùng phía với mặt phẳng $(P): x + y + z + 3 = 0$. Khi đó

— Δ là đường thẳng đi qua $M(0; 0; 2)$ và song song với mặt phẳng (P) nên Δ nằm trên mặt phẳng (Q) qua $M(0; 0; 2)$ song song với (P) .

Phương trình $(Q): x + y + z - 2 = 0$.

— Khoảng cách từ $A(5; 0; 0)$ đến đường thẳng Δ nhỏ nhất khi Δ đi qua điểm H là hình chiếu vuông góc của A trên (Q) .

Phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (Q) là $d: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

Khi đó, $H = d \cap (Q)$ và ta tìm được $H(4; -1; -1)$.

Vậy Δ là đường thẳng đi qua $M(0; 0; 2)$ và $H(4; -1; -1)$ nên có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (4; -1; -3)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2038. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 1; -2)$ nằm trên mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$. Từ điểm M kẻ ba dây cung MA, MB, MC với (S) có độ dài bằng nhau và đôi một tạo với nhau góc 60° . Dây cung AB có độ dài bằng

A. $2\sqrt{6}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{6}$.

Lời giải.

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$ có tâm $O(0; 0; 0)$ bán kính $R = 3$.

Giả sử $MA = MB = MC = a$.

Do MA, MB, MC tạo với nhau góc 60° nên các tam giác MAB, MBC, MCA là tam giác đều.

Suy ra hình chóp $M.ABC$ là hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng a .

Mặt cầu (S) chính là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $M.ABC$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $M.ABC$ cạnh a là

$$R = \frac{MA^2}{2MH} = \frac{a^2}{2 \frac{a\sqrt{6}}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{4},$$

với H là hình chiếu của M trên mặt phẳng (ABC) .

Do đó $\frac{a\sqrt{6}}{4} = 3 \Rightarrow a = 2\sqrt{6}$.

Vậy $AB = 2\sqrt{6}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2039. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2t \\ z = 3 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Một véc-tơ chỉ

phương của Δ có tọa độ là

A. $(-3; -2; -1)$.

B. $(1; 2; 3)$.

C. $(3; 2; 1)$.

D. $(1; 0; 3)$.

Lời giải.

Từ phương trình đường thẳng của Δ , ta có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2040. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 3), B(-10; -5; -1), C(-3; -9; 10)$.

Phương trình đường phân giác kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{3}$.

B. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{7}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{-5} = \frac{y-2}{-6} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải.

Ta có $AB = AC = \sqrt{186}$, do đó tam giác ABC cân tại A .

Phân giác kẻ từ đỉnh A đi qua trung điểm $M\left(-\frac{13}{2}; -7; \frac{9}{2}\right)$ của cạnh BC .

Ta có $\overrightarrow{AM} = \left(-\frac{15}{2}; -9; \frac{3}{2}\right)$, do đó đường phân giác kẻ từ đỉnh A nhận véc-tơ $\vec{u} = (-5; -6; 1)$ là véc-tơ chỉ phương, suy ra đường phân giác có phương trình là

$$\frac{x-1}{-5} = \frac{y-2}{-6} = \frac{z-3}{1}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2041. Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm $A(-3; -4; 10)$ và cắt trục tọa độ Oz tại điểm N , cắt mặt phẳng tọa độ (Oxy) tại điểm M sao cho tam giác OMN vuông cân?

A. Hai.

B. Vô số.

C. Ba.

D. Một.

Lời giải.

Gọi $M(x; y; 0), N(0; 0; z)$, với $x^2 + y^2 > 0$ và $z \neq 0$. Tam giác OMN chỉ có thể vuông tại O , do đó $x^2 + y^2 = z^2$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = (x + 3; y + 4; -10)$, $\overrightarrow{AN} = (3; 4; z - 10)$.

Ba điểm A, M, N thẳng hàng khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{AM} = t \cdot \overrightarrow{AN} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3t - 3, \\ y = 4t - 4, \\ z = \frac{10t - 10}{t}. \end{cases}$$

Thay vào phương trình $x^2 + y^2 = z^2$, ta được

$$9(t - 1)^2 + 16(t - 1)^2 = \frac{100(t - 1)^2}{t^2} \Leftrightarrow (t - 1)^2 \cdot (t^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow t = -2 \vee t = 1 \vee t = 2.$$

— Với $t = -2$, ta có $M(-9; -12; 0)$ và $N(0; 0; 15)$. Tam giác OMN vuông cân tại O .

— Với $t = 1$, ta có $M(0; 0; 0)$ và $N(0; 0; 0)$. Không tồn tại tam giác OMN .

— Với $t = 2$, ta có $M(3; 4; 0)$ và $N(0; 0; 5)$. Tam giác OMN vuông cân tại O .

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2042. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+1}{2}$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương có tọa độ là

A. $(1; 4; 2)$.

B. $(-4; 1; 2)$.

C. $(1; -4; 2)$.

D. $(-3; 2; -1)$.

Lời giải.

Từ phương trình chính tắc của đường thẳng d , ta suy ra đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương có tọa độ là $(1; -4; 2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2043. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1, -1, 2)$ và hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases}$

$d': \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và d' ?

A. $\frac{x-1}{17} = \frac{y+1}{14} = \frac{z-2}{9}$.

B. $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z+2}{9}$.

C. $\frac{x-1}{17} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{14}$.

D. $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}$.

Lời giải.

d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1, -4, 6)$ và d' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (2, 1, -5)$.

Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với d, d' nên véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (14, 17, 9)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ cần tìm là $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2044. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ và $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P): x + ay + bz + c = 0$ ($c > 0$) song song với d_1, d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng 2 lần khoảng cách từ d_2 đến (P) . Giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 14.

B. 6.

C. -4.

D. -6.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1, a, b)$, d_1 đi qua điểm $M(1, -2, 1)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1, 1, 2)$ và d_2 đi qua điểm $N(1, 1, -2)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (2, 1, 1)$.

Vì (P) song song với d_1, d_2 nên $\begin{cases} a + 2b + 1 = 0 \\ a + b + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 1 \end{cases}$. Suy ra (P): $x - 3y + z + c = 0$.

Mặt khác

$$\begin{aligned} d(d_1, (P)) = 2d(d_2, (P)) &\Leftrightarrow d(M, (P)) = 2d(N, (P)) \\ &\Leftrightarrow |c + 8| = 2|c - 4| \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} c + 8 = 2(c - 4) \\ c + 8 = -2(c - 4) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} c = 16 \\ c = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Do $c > 0$ suy ra $c = 16$. Vậy $a + b + c = -3 + 1 + 16 = 14$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2045. Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O , nằm trên mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1; -2; 1)$ một khoảng nhỏ nhất. Côsin của góc giữa d và trục tung bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên (Oyz), lên d .

Ta có $H(0; -2; 1)$, $MK \geq MH = 1$, $MK = 1 \Leftrightarrow K \equiv H$.

Khi đó d chính là đường thẳng OH đi qua O và có véc-tơ chỉ phương $\vec{OH} = (0; -2; 1)$.

Gọi α là góc giữa d và Oy , ta có

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{OH} \cdot \vec{j}|}{|\vec{OH}| \cdot |\vec{j}|} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2046. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ không đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(2; 1; -2)$.

B. $P(4; 1; -4)$.

C. $Q(3; 1; -5)$.

D. $N(0; 1; 4)$.

Lời giải.

Kiểm tra thấy điểm $P(4; 1; -4)$ không thỏa mãn phương trình đường thẳng Δ .

Chọn đáp án **B** □

Câu 2047. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{1}$.

Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây vuông góc với đường thẳng d .

A. (T): $x + y + 2z + 1 = 0$.

B. (P): $x - 2y + z + 1 = 0$.

C. (Q): $x - 2y - z + 1 = 0$.

D. (R): $x + y + z + 1 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 1)$. Mặt phẳng vuông góc với d nhận véc-tơ $\vec{u}$ làm véc-tơ pháp tuyến. Do đó (P) là mặt phẳng thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2048. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{7}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{7}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{7}$.
D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{7}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 1)$, đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1; 2; -1)$. Vì $\vec{n} \cdot \vec{u}_d \neq 0$ nên d và (P) cắt nhau.

Gọi A là giao điểm của d và (P) , ta có $A(t; -1+2t; 2-t)$ thỏa mãn $t - 1 + 2t + 2 - t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow A(1; 1; 1)$.

Điểm $B(0; -1; 2) \in d$, gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên (P) , ta có phương trình đường thẳng BH là
$$\begin{cases} x = t' \\ y = -1 + t' \\ z = 2 + t' \end{cases}$$

Khi đó $H(t'; -1+t'; 2+t')$ thỏa mãn $t' - 1 + t' + 2 + t' - 3 = 0 \Leftrightarrow t' = \frac{2}{3} \Rightarrow H\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

Gọi B' là điểm đối xứng của B qua (P) , khi đó H là trung điểm của BB' nên $B'\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{10}{3}\right)$.

Đường thẳng d' đối xứng với d nên đi qua A, B' và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB'} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$ làm véc-tơ chỉ phương. Khi đó $\vec{v} = (1; -2; 7)$ cũng là một véc-tơ chỉ phương của d' .

Vậy phương trình $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{7}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2049. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}(1; 2; -4)$ là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{3}$.
C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-4}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{3}$.
D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

Lời giải.

Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}(1; 2; -4)$ là $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2050. Trong không gian Oxyz, cho tam giác đều ABC với $A(6; 3; 5)$ và đường thẳng BC có

phương trình tham số
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases}$$
 Gọi Δ là đường thẳng đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và

vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ ?

A. $M(-1; -12; 3)$. B. $N(3; -2; 1)$. C. $P(0; -7; 3)$. D. $Q(1; -2; 5)$.

Lời giải.

— Gọi $M(1-t; 2+t; 2t)$ là hình chiếu của A lên BC .

Ta có $\overrightarrow{AM} = (-5-t; t-1; 2t-5)$ vuông góc với $\vec{u} = (-1; 1; 2)$ là véc-tơ chỉ phương của BC .

Do đó $-1(-5-t) + 1(t-1) + 2(2t-5) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Suy ra $M(0; 3; 2)$.

— Vì ABC là tam giác đều nên M là trung điểm của BC . Suy ra $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} \Rightarrow G(2; 3; 3)$.

— Đường thẳng Δ đi qua G , có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = \frac{1}{3}[\overrightarrow{AM}, \vec{u}] = (1; 5; -2)$.

$$\text{Suy ra } \Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 5t \\ z = 3 - 2t \end{cases}. \text{ Với } t = -1, \text{ ta có } Q(1; -2; 5) \in \Delta.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2051. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 0)$, $B(0; 1; 1)$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và song song với đường thẳng AB . Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $M(6; -4; -1)$.

B. $N(6; -4; 2)$.

C. $P(6; -4; 3)$.

D. $Q = (6; -4; 1)$.

Lời giải.

— $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1)$.

— Đường thẳng d đi qua $M(0; 1; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2; -1; 1)$.

— Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{u}_d, \overrightarrow{AB}] = (-3; -3; 3)$ và (α) đi qua M .

Phương trình (α) là $-3(x-0) - 3(y-1) + 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow -x - y + z - 1 = 0$.

— Ta có $-6 + 4 + 3 - 1 = 0$ nên $P(6; -4; 3) \in (\alpha)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 2052. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 - 3t \\ y = 3 + 4t \\ z = 0 \end{cases}$. Gọi A là hình chiếu vuông

góc của O trên d . Điểm M di động trên tia Oz , điểm N di động trên đường thẳng d sao cho $MN = OM + AN$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OA . Trong trường hợp diện tích tam giác IMN đạt giá trị nhỏ nhất, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (M, d) có tọa độ là

A. $(4; 3; 5\sqrt{2})$.

B. $(4; 3; 10\sqrt{2})$.

C. $(4; 3; 5\sqrt{10})$.

D. $(4; 3; 10\sqrt{10})$.

Lời giải.

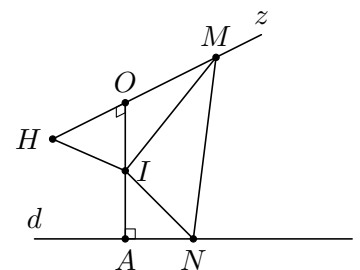
— Ta có M thuộc tia Oz , $M \neq O$, $N \in d$ nên ta có $M(0; 0; m)$ ($m > 0$), $N(4-3t; 3+4t; 0)$.

— Vì A là hình chiếu của O trên $d \subset (Oxy)$ nên $MO \perp OA$ và ta xác định được $A(4; 3; 0)$, $OA = 5$.

— Ta có

$$\begin{aligned} MN = OM + AN &\Leftrightarrow \sqrt{(4-3t)^2 + (3+4t)^2 + m^2} = m + 5|t| \\ &\Leftrightarrow 25t^2 + 25 + m^2 = m^2 + 10m|t| + 25t^2 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2|t|} \quad (A \text{ khác } N \text{ nên } t \neq 0). \end{aligned}$$

— Trên tia đối tia Oz , lấy điểm H sao cho $OH = AN$. Khi đó, ta có $\triangle IMH = \triangle IMN$ (c.c.c).



— Ta có

$$\begin{aligned} S_{IMN} = S_{IMH} = \frac{1}{2}IO \cdot MH &= \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot (m + 5|t|) \\ &= \frac{5}{4} \left(\frac{5}{2|t|} + 5|t| \right) \geq \frac{5}{4} \cdot 2\sqrt{\frac{5}{2|t|} \cdot 5|t|} = \frac{25\sqrt{2}}{4}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{5}{2|t|} = 5|t| \Leftrightarrow |t| = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Khi đó $m = \frac{5}{\sqrt{2}}$.

— Vậy $M \left(0; 0; \frac{5}{\sqrt{2}} \right)$. Mặt phẳng (M, d) có một véc-tơ pháp tuyến là

$$\vec{n} = [\overrightarrow{MA}, \vec{u}_d] = \left(\frac{20}{\sqrt{2}}; \frac{15}{\sqrt{2}}; 25 \right) = \frac{5}{\sqrt{2}}(4; 3; 5\sqrt{2}).$$

Vậy $(4; 3; 5\sqrt{2})$ là tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (M, d) .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2053. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 1)$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A ?

A. $\Delta_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

B. $\Delta_2: \frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

C. $\Delta_3: \frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\Delta_4: \frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

Lời giải.

— Vì $\frac{3-3}{1} = \frac{-2+2}{1} = \frac{1-1}{2} = 0$ nên đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ đi qua A .

— Vì $\frac{3-3}{4} = \frac{-2+2}{-2} \neq \frac{1+1}{-1}$ nên đường thẳng $\Delta_2: \frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ không đi qua A .

— Vì $\frac{3+3}{1} \neq \frac{-2+2}{1}$ nên đường thẳng $\Delta_3: \frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ không đi qua A .

— Vì $\frac{3-3}{4} \neq \frac{-2-2}{-2}$ nên đường thẳng $\Delta_4: \frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{-1}$ không đi qua A .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2054. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$.

Đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d có phương trình là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) qua A và vuông góc đường thẳng d có phương trình là

$$1(x-1) + 1(y-0) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 5 = 0.$$

Gọi $B = d \cap (P)$. Khi đó tọa độ của B thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2} \\ x + y + 2z - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - z = 3 \\ x + y + 2z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1. \end{cases}$$

Suy ra $B(2; 1; 1)$.

Ta có $d \perp (P)$ suy ra $d \perp AB$. Do vậy đường thẳng Δ cũng chính là đường thẳng AB có $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$.

Đường thẳng Δ đi qua B và nhận $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2055. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 5; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) là lớn nhất. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{3}{\sqrt{6}}$. C. $\frac{11\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên d và H là hình chiếu vuông góc của A lên (P) , ta có $AH = d(A, (P)) \leq d(A, d) = AK$ trong đó độ dài AK không đổi.

Suy ra $d(A, (P))$ lớn nhất khi chỉ khi $H \equiv K$. Khi đó, (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với AK .

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d , phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 2z - 15 = 0$.

Tọa độ điểm K là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \\ 2x + y + 2z - 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 4 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow K(3; 1; 4).$$

Mặt phẳng (P) đi qua $K(3; 1; 4)$ và nhận véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AK} = (1; -4; 1)$, phương trình

$$(P): x - 4y + z - 3 = 0.$$

$$\text{Do đó, } d(O, (P)) = \frac{3}{\sqrt{18}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2056. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): y - 1 = 0$, đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - t \\ z = 1 \end{cases} \text{ và hai điểm } A(-1; -3; 11), B\left(\frac{1}{2}; 0; 8\right). \text{ Hai điểm } M, N \text{ thuộc mặt phẳng } (P) \text{ sao}$$

cho $d(M, d) = 2$ và $NA = 2NB$. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn MN .

- A. $MN_{\min} = 1$. B. $MN_{\min} = \sqrt{2}$. C. $MN_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $MN_{\min} = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Vì $d(M, d) = 2$ nên M thuộc mặt trụ tròn xoay (H) có trục là đường thẳng d .

Mặt khác $M \in (P)$ nên M thuộc giao của mặt phẳng (P) và mặt trụ (H) .

Lại có, $\begin{cases} d \cap (P) = I(1; 1; 1) \\ d \perp (P) \end{cases}$ nên giao của mặt phẳng (P) và mặt trụ (H) là đường tròn (C) có tâm

I và bán kính $R = 2$.

Giả sử $N(x; y; z)$. Vì $NA = 2NB$ nên

$$\begin{aligned} \sqrt{(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z-11)^2} &= 2\sqrt{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 + (z-8)^2} \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 14z + 42 &= 0. \end{aligned}$$

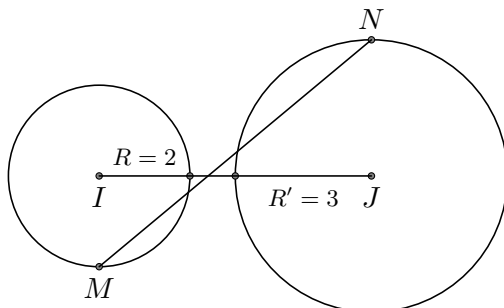
Đây là phương trình mặt cầu (S) có tâm $J(1; 1; 7)$ và bán kính $r = 3$.

Lại có $N \in (P)$ nên N chạy trên giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) .

Điểm $J \in (P)$ nên giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) là đường tròn (C') có tâm J , bán kính $R' = 3$.

Bài toán trở thành: “Trên mặt phẳng (P) , cho đường tròn (C) có tâm $I(1; 1; 1)$, bán kính $R = 2$ và đường tròn (C') có tâm $J(1; 1; 7)$, bán kính $R' = 3$. Điểm $M \in (C)$, $N \in (C')$. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn MN .”

Ta có hình minh họa trong mặt phẳng (P) như bên dưới



Rõ ràng, $MN_{\min} = IJ - R - R' = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2057. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt đường thẳng d là

A. $\Delta: \frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-2}$.

B. $\Delta: \frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

C. $\Delta: \frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$.

D. $\Delta: \frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; 2)$.

Gọi M là giao điểm của đường thẳng d và đường thẳng Δ . Khi đó $M(1+t; t; -1+2t)$.

Do đó $\overrightarrow{AM} = (t+4; t-2; 2t-4)$.

Do đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d nên

$$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t+4+t-2+2(2t-4) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = (5; -1; -2).$$

Đường thẳng Δ đi qua $A(-3; 2; 3)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AM} = (5; -1; -2)$ có phương trình là $\Delta: \frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2058. Trong không gian $Oxyz$, cho $(S_1): (x-1)^2+y^2+z^2 = 4$, $(S_2): (x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2 =$

1 và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3t \\ z = -2 - t \end{cases}$. Gọi A, B là hai điểm tùy ý thuộc $(S_1), (S_2)$ và M thuộc đường

thẳng d . Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MA + MB$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2211}}{11} - 3$.

B. $\frac{\sqrt{3707}}{11} - 3$.

C. $\frac{\sqrt{1771} + 2\sqrt{110}}{11} - 3$.

D. $\frac{\sqrt{3707}}{11} + 7$.

Lời giải.

Mặt cầu (S_1) có tâm $I(1; 0; 0)$, bán kính $R_1 = 2$.

Mặt cầu (S_2) có tâm $J(2; 3; 2)$, bán kính $R_2 = 1$.

Đường thẳng d đi qua điểm $N(2; 0; -2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; -3; -1)$.

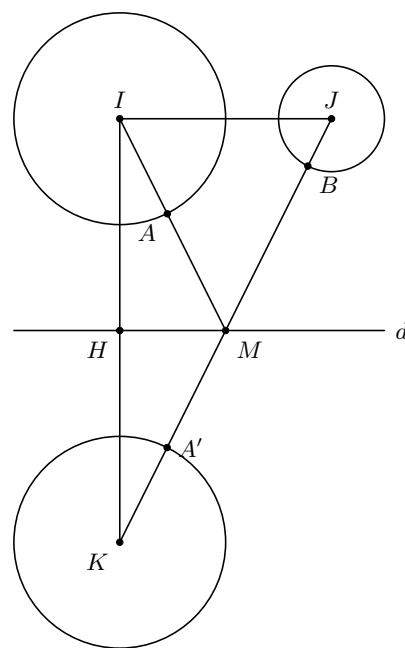
Ta có $\overrightarrow{IJ} = (1; 3; 1)$ cùng phương với $\vec{u}$ và $I \notin d$ nên $IJ \parallel d$.

Gọi (S') là mặt cầu đối xứng của (S_1) qua d ; K, A' lần lượt là điểm đối xứng của I và A qua d . Thì K là tâm của (S') và (S') đi qua điểm A' .

Khi đó: $P = MA + MB = MA' + MB \geq A'B$. Suy ra $P_{\min} = A'B = JK - (R_1 + R_2)$.

Ta lại có: $IH = d(I, d) = \frac{3\sqrt{66}}{11} \Rightarrow IK = \frac{6\sqrt{66}}{11}$.

Và $IJ = \sqrt{11} \Rightarrow JK = \frac{\sqrt{3707}}{11}$. Vậy $P_{\min} = \frac{\sqrt{3707}}{11} - 3$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2059. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(1; 2; -1)$.

B. $N(3; 2; -1)$.

C. $P(3; -2; -1)$.

D. $Q(-3; -2; 1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng, suy ra điểm $N(3; 2; -1)$ thuộc đường thẳng.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2060. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$. Biết điểm $A(a; b; c)$, ($c < 0$) là điểm nằm trên đường thẳng d và cách (P) một khoảng bằng 1. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 2$.

B. $S = -\frac{2}{5}$.

C. $S = 4$.

D. $S = \frac{12}{5}$.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$

Vì $A \in d$ nên $A(1+t; -1+2t; -t)$. Ta có

$$d(A, (P)) = \frac{|1+t-2 \cdot (-1+2t)+2 \cdot (-t)-1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}} = \frac{|2-5t|}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{|2-5t|}{3} = 1 \Leftrightarrow |2-5t| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

Với $t = 1 \Rightarrow A(2; 1; -1)$.

Với $t = -\frac{1}{5} \Rightarrow A\left(\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}; \frac{1}{5}\right)$.

Vì $A(a; b; c)$, $c < 0$ nên $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases}$. Suy ra $S = 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2061. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mp $(Q): 3x + 4y - 4z + 5 = 0$, cắt mặt phẳng (P) tại B . Điểm M nằm trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới góc vuông. Tính độ dài lớn nhất của MB .

A. $MB = \frac{\sqrt{41}}{2}$. B. $MB = \frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $MB = \sqrt{5}$. D. $MB = \sqrt{41}$.

Lời giải.

Đường thẳng $d \perp (Q)$ và $A \in d \Rightarrow d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+3}{-4}$.

Theo giả thiết $B = d \cap (P) \Rightarrow B(-2; -2; 1)$.

Ta có $MA^2 + MB^2 = AB^2 \Rightarrow MB^2 = \underbrace{AB^2}_{const} - MA^2$.

Do đó $MB_{\max}^2 \Leftrightarrow MA_{\min}^2 \Leftrightarrow MA_{\min}$.

Để thấy $MA_{\min} \Leftrightarrow MA = d(A; (P)) = \frac{|1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) + 9|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 6$.

Do đó $MB = \sqrt{AB^2 - MA^2} = \sqrt{(\sqrt{41})^2 - 6^2} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2062. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$, $C(-1; -1; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (P) , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 2MA^2 + MB^2 - MC^2$.

A. 102. B. 105. C. 30. D. 35.

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn $2\vec{IA} + \vec{IB} - \vec{IC} = \vec{0} \Rightarrow I(1; 0; 4)$.

Ta có $T = 2MA^2 + MB^2 - MC^2 = 2(\vec{MI} + \vec{IA})^2 + (\vec{MI} + \vec{IB})^2 - (\vec{MI} + \vec{IC})^2$.

Suy ra $T = 2MI^2 + 2\vec{MI} \underbrace{(2\vec{IA} + \vec{IB} - \vec{IC})}_{\vec{0}} + \underbrace{2IA^2 + IB^2 - IC^2}_{const}$.

Do đó khi $T_{\min} \Leftrightarrow MI_{\min}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P) .

Ta luôn có $IH \leq IM$ nên $IM_{\min} = IH \Rightarrow M \equiv H$.

Khi đó $\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y-0}{-1} = \frac{z-4}{2} \\ 2x - y + 2z + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-3; 2; 0)$.

Khi đó $\vec{MA} = (5; -4; 4)$, $\vec{MB} = (0; 1; -1)$, $\vec{MC} = (2; -3; -1)$.

Do đó $T = 102$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2063. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng vuông góc với d ?

A. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1}$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$. C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{1}$. D. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2; 3; -1)$.

Ta thấy đường thẳng $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{v} = (2; 1; -1)$, suy ra

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (-2) \cdot (2) + 3 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2064. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - z + 5 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng song song với mặt phẳng (α) ?

A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{1}$.

B. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{1}$.

C. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$.

D. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -3; -1)$.

Xét các trường hợp sau

- (d_1) đi qua điểm $M_1(-1; -2; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-2; 3; 1)$. Khi đó $\vec{u}_1 \cdot \vec{n} = -14 \neq 0$. Vậy (d_1) không song song với (α) .
- (d_2) đi qua điểm $M_2(-1; 1; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-2; 3; 1)$. Khi đó $\vec{u}_2 \cdot \vec{n} = -14 \neq 0$. Vậy (d_2) không song song với (α) .
- (d_3) đi qua điểm $M_3(-1; -1; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_3 = (-1; -1; 1)$. Khi đó $\vec{u}_3 \cdot \vec{n} = 0$ và $2 \cdot (-1) - 3 \cdot (-1) - 0 + 5 = 6 \neq 0$. Vậy (d_3) song song với (α) .
- (d_4) đi qua điểm $M_4(-1; 1; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_4 = (-1; 1; 1)$. Khi đó $\vec{u}_4 \cdot \vec{n} = 0$ và $2 \cdot (-1) - 3 \cdot 1 - 0 + 5 = 0$. Vậy (d_4) nằm trong (α) .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2065. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có điểm $C(3; 2; 3)$, đường cao qua A, B lần lượt là $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{2}$; $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-3}{1}$. Hoành độ điểm A bằng

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 5.

Lời giải.

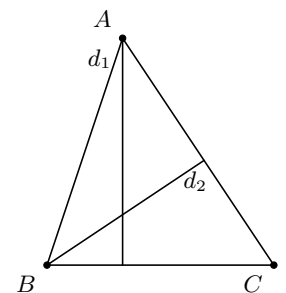
Gọi $A(2+a; 3+a; 3-2a) \in d_1$. Suy ra $\vec{CA} = (a-1; a+1; -2a)$.

Đường thẳng d_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (1; -2; 1)$. Vì

$CA \perp d_2$ nên

$$\vec{CA} \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow a = -1.$$

Vậy, tọa độ điểm $A(1; 2; 5)$, suy ra hoành độ điểm A là 1.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2066. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$. Tọa độ một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là

A. $(3; -2; -1)$.

B. $(-3; 2; 0)$.

C. $(-1; 2; -1)$.

D. $(1; -2; 1)$.

Lời giải.

Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-3; 2; 1) = -(3; -2; -1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2067. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$ và đường thẳng Δ có

phương trình $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -3 - 4t \end{cases}$. Khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng

A. $-\frac{4}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -2; 1)$ và Δ đi qua $M(-1; 2; -3)$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -1; -4)$.

Do $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow \vec{n} \perp \vec{u}$ và $M \notin (P)$ nên Δ song song với (P) .

Vậy $d(\Delta, (P)) = d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-3) + 5|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{4}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2068. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 5; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -1)$ đến (P) bằng

A. $3\sqrt{2}$. B. $\frac{\sqrt{11}}{18}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{11\sqrt{18}}{18}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng d .

Khi đó $H(1+2t; t; 2+2t)$ và $\overrightarrow{AH} = (2t-1; t-5; 2t-1)$.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; 2)$.

Do $AH \perp d$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 9t - 9 = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Từ đó suy ra $\overrightarrow{AH} = (1; -4; 1)$.

Mặt khác ta có $d(A, (P)) \leq AH$ và $d(A, (P)) = AH \Leftrightarrow AH \perp (P)$. Suy ra khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất khi và chỉ khi (P) nhận $\overrightarrow{AH}$ là véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là $(P): x - 4y + z - 3 = 0$.

Vậy khoảng cách từ M đến (P) là $d(M, (P)) = \frac{|1 - 4 \cdot 2 - 1 - 3|}{\sqrt{1^2 + (-4)^2 + 1^2}} = \frac{11\sqrt{18}}{18}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2069. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ và hai điểm $A(1; 5; 0)$, $B(3; 3; 6)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc đường thẳng d sao cho chu vi của tam giác MAB nhỏ nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $a + 2b + 3c$ bằng

A. 5. B. 7. C. 9. D. 3.

Lời giải.

Do $M \in d$ nên $M(-1+2t; 1-t; 2t)$. Khi đó

$$\begin{aligned} MA + MB &= \sqrt{9t^2 + 20} + \sqrt{9t^2 - 36t + 56} \\ &= \sqrt{(3t)^2 + (2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(6-3t)^2 + (2\sqrt{5})^2} \\ &\geq \sqrt{(3t - 3t + 6)^2 + (2\sqrt{5} + 2\sqrt{5})^2} = \sqrt{116} \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{3t}{6-3t} = \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M(1; 0; 2) \Rightarrow a + 2b + 3c = 7$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2070. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $(\alpha) \parallel (Oxy)$.

B. $(\alpha) \parallel Oz$.

C. $Oz \subset (\alpha)$.

D. $Oy \subset (\alpha)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(\alpha): x - 2y = 0$ đi qua hai điểm $O(0; 0; 0)$ và $A(0; 0; 1)$, mà đây là hai điểm nằm trên trục Oz nên mặt phẳng (α) chứa trục Oz .

Chọn đáp án **C** □

Câu 2071. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 0)$, $B(3; 2; -8)$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

A. $\vec{u} = (1; 2; -4)$.

B. $\vec{u} = (2; 4; 8)$.

C. $\vec{u} = (-1; 2; -4)$.

D. $\vec{u} = (1; -2; -4)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AB} = (2; 4; -8)$. Suy ra $\vec{u} = (1; 2; -4)$ cũng là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Chọn đáp án **A** □

Câu 2072. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{1}, \quad d_2: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2t \\ z = 1. \end{cases}$$

Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc với cả d_1 và d_2 .

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2-t \\ z = 3-t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -2+t \\ y = -1-2t \\ z = 3+3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -2-t \\ z = 3+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2+t \\ z = 3-3t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng d_1, d_2 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$ và $\vec{u}_2 = (-1; 2; 0)$. Do Δ vuông góc với cả d_1 và d_2 nên Δ nhận véc-tơ $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-2; -1; 3)$ làm véc-tơ chỉ phương. Hơn nữa Δ qua

điểm $A(1; -2; 3)$ nên phương trình của Δ là $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2+t \\ z = 3-3t. \end{cases}$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2073. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-6}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{1}$. Tìm tọa độ điểm B đối xứng với A qua d .

A. $B(-3; 4; -4)$.

B. $B(2; -1; 3)$.

C. $B(3; 4; -4)$.

D. $B(3; -4; 4)$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với d . Phương trình của (P) là

$$2(x-1) + (y-2) + (z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + z - 6 = 0.$$

Gọi H là giao điểm của d với (P) . Tọa độ của H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \frac{x-6}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{1} \\ 2x + y + z - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow H(2; -1; 3).$$

B chính là điểm đối xứng với A qua H . Suy ra $B(3; -4; 4)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2074. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 3z - 3 = 0$. Gọi M là giao điểm của d và (α) , A thuộc d sao cho $AM = \sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến (α) .

A. 2.

B. 3.

C. 6.

D. $\sqrt{14}$.**Lời giải.**

(α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -3)$ và d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 2; -1)$. Gọi φ là góc giữa d và (α) . Ta có

$$\begin{aligned}\sin \varphi &= |\cos(\vec{n}, \vec{u})| \\ &= \frac{|1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + (-3) \cdot (-1)|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{14}}.\end{aligned}$$

Từ đó suy ra

$$d(A, (\alpha)) = AM \cdot \sin \varphi = \sqrt{14} \cdot \frac{3}{\sqrt{14}} = 3.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2075. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(-2; 1; 3)$. Phương trình mặt phẳng qua A và d là

A. $x + y - z + 4 = 0$.B. $2x - y + z + 2 = 0$.C. $x + y - z - 6 = 0$.D. $x + 2y + 3z - 9 = 0$.**Lời giải.**

Ta có $B(1; -2; 3) \in d$, $\overrightarrow{AB} = (3; -3; 0)$, véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d = (2; -1; 1)$.

Suy ra $[\vec{u}_d, \overrightarrow{AB}] = (3; 3; -3)$.

Suy ra véc-tơ pháp tuyến của (P) qua A, d là $\vec{n}_P = (1; 1; -1)$.

Do đó $(P): x + y - z + D = 0$.

Do $A \in (P)$ nên $-2 + 1 - 3 + D = 0 \Leftrightarrow D = 4$.

Vậy $(P): x + y - z + 4 = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2076. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 7 = 0$ và đi qua điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; 5; 3)$. Bán kính nhỏ nhất của mặt cầu (S) bằng

A. $\frac{\sqrt{470}}{3}$.B. $\frac{\sqrt{546}}{3}$.C. $\frac{\sqrt{763}}{3}$.D. $\frac{\sqrt{345}}{3}$.**Lời giải.**

Gọi I là tâm mặt cầu (S) . Suy ra $I \in (P)$ và $IA = IB$. Do đó I thuộc mặt phẳng trung trực (Q) của AB .

(Q) đi qua trung điểm $M\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}; 2\right)$ của AB và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = \overrightarrow{AB} = (1; 3; 2)$ nên có phương trình

$$(Q): 1\left(x - \frac{3}{2}\right) + 3\left(y - \frac{7}{2}\right) + 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 2z - 16 = 0.$$

Điểm $I \in (P), I \in (Q) \Rightarrow I \in (P) \cap (Q) = d$.

Ta có $\vec{n}_P = (1; 2; 1)$, $\vec{n}_Q = (1; 3; 2) \Rightarrow [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (1; -1; 1)$.

Suy ra d qua $N(-2; 0; 9)$ và nhận $\vec{u}_d = (1; -1; 1)$ là véc-tơ chỉ phương, do đó d có phương trình

$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -t \\ z = 9 + t. \end{cases}$$

Bán kính của (S) là $R = IA$, với $I \in d$, do đó R nhỏ nhất khi và chỉ khi I là hình chiếu vuông góc của A trên d .

Gọi (α) là mặt phẳng qua $A(1; 2; 1)$ và vuông góc với d , suy ra (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = \vec{u}_d = (1; -1; 1)$.

Suy ra $(\alpha): 1(x - 1) - 1(y - 2) + 1(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x - y + z = 0$.

Do I là hình chiếu của A trên d , suy ra $I = d \cap (\alpha)$.

$I \in d \Rightarrow I(-2 + t; -t; 9 + t)$.

$I \in (\alpha) \Rightarrow -2 + t - t + 9 + t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{7}{3}$.

Suy ra $I\left(-\frac{13}{3}; \frac{7}{3}; \frac{20}{3}\right)$.

Vậy bán kính nhỏ nhất của (S) là $R = IA = \sqrt{\left(1 + \frac{13}{3}\right)^2 + \left(2 - \frac{7}{3}\right)^2 + \left(1 - \frac{20}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{546}}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2077. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (2; 1; 1)$.

B. $\vec{u} = (-1; 2; 0)$.

C. $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

D. $\vec{u} = (2; 1; 0)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2078. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ và điểm $A(1; -2; 1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) là

A. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ C. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 4t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ D. $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng d vuông góc với (P) suy ra $\vec{u}_d = (2; -1; 1)$.

Phương trình của đường thẳng d là

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2079. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

A. $2a$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$.

D. $a\sqrt{2}$.

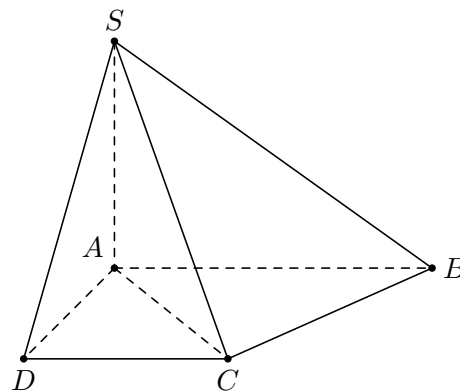
Lời giải.

Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy suy ra $SA \perp (ABCD)$. Do đó, góc giữa SC và đáy là góc $\widehat{SCA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AC\sqrt{3} = a\sqrt{6}$.

Ta chọn hệ tọa độ $Oxyz$ với $A(0; 0; 0)$, $D(a; 0; 0)$, $B(0; 2a; 0)$, $S(0; 0; a\sqrt{6})$, $C(a; a; 0)$.

Ta có $\overrightarrow{AC} = (a; a; 0)$, $\overrightarrow{SB} = (0; 2a; -a\sqrt{6})$, $\overrightarrow{AS} = (0; 0; a\sqrt{6})$, $[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}] = (-a\sqrt{6}; a\sqrt{6}; 2a)$.

$$\text{Suy ra } d(AC; SB) = \frac{|[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}] \cdot \overrightarrow{AS}|}{|[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}]|} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2080. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = -1 + 4t' \\ z = 3t' \end{cases} \text{ và mặt phẳng } (P): x + y + z + 1 = 0. \text{ Đường thẳng vuông góc với } (P) \text{ cắt } d_1 \text{ và}$$

d_2 có phương trình là

A. $\frac{x - \frac{1}{5}}{1} = \frac{y + \frac{3}{5}}{1} = \frac{z + \frac{2}{5}}{1}.$

B. $\frac{x - 3}{1} = \frac{y + 1}{1} = \frac{z - 2}{1}.$

C. $\frac{x + 3}{1} = \frac{y - 1}{1} = \frac{z + 2}{1}.$

D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}.$

Lời giải.

Gọi M , N lần lượt là giao điểm của đường thẳng d cần tìm với đường thẳng d_1 và d_2 .

Ta có $M(1 + 2t; -1 - t; t)$ và $N(-1 + 5t'; -1 + 4t'; 3t') \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-2 - 2t + 5t'; t + 4t'; -t + 3t')$.

Vì $d \perp (P)$ nên $\overrightarrow{MN}$ và $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$ cùng phương. Suy ra

$$\frac{-2 - 2t + 5t'}{1} = \frac{t + 4t'}{1} = \frac{-t + 3t'}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} -3t + t' = 2 \\ 2t + t' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{2}{5} \\ t' = \frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{1}{5}; -\frac{3}{5}; -\frac{2}{5}\right) \text{ và } \overrightarrow{MN} = \left(\frac{14}{5}; \frac{14}{5}; \frac{14}{5}\right) = \frac{14}{5}(1; 1; 1).$$

Vậy đường thẳng d đi qua M nhận véc-tơ $\vec{u} = (1; 1; 1)$ làm một véc-tơ chỉ phương có phương trình

$$\text{là } \frac{x - \frac{1}{5}}{1} = \frac{y + \frac{3}{5}}{1} = \frac{z + \frac{2}{5}}{1}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2081. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. d cắt (P) .

B. $d \parallel (P)$.

C. $d \subset (P)$.

D. $d \perp (P)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1; 1; 2)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; -3)$.

Thay tọa độ điểm $A(1; 1; 2)$ vào phương trình mặt phẳng (P) , ta có

$$1 + 1 + 2 - 4 = 0 \text{ (đúng)}. \quad (1)$$

$$\text{Lại có } \vec{u} \cdot \vec{n} = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + (-3) \cdot 1 = 0. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra $d \subset (P)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2082. Cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua M , cắt và vuông góc với Δ . Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u} = (-3; 0; 2)$. B. $\vec{u} = (0; 3; 1)$. C. $\vec{u} = (0; 1; 1)$. D. $\vec{u} = (1; -4; -2)$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (2; 1; -1)$.

Giả sử $d \cap \Delta = N \Rightarrow N \in \Delta \Rightarrow N(1+2t; -1+t; -t) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2t-1; t-2; -t)$.

Do $d \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{MN} \perp \vec{u}_\Delta \Rightarrow 2 \cdot (2t-1) + t-2-1 \cdot (-t) = 0 \Leftrightarrow 6t = 4 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$.

Suy ra $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \vec{u} = 3\overrightarrow{MN} = (1; -4; -2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Chọn đáp án **D** □

Câu 2083. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$, $d_2: \begin{cases} x = 2-t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$.

Phương trình mặt phẳng (P) sao cho d_1, d_2 nằm về hai phía của (P) và cách đều d_1, d_2 là

- A. $(P): x + 3y + z - 8 = 0$. B. $(P): x + 3y + z + 8 = 0$.
C. $(P): 4x + 5y - 3z + 4 = 0$. D. $(P): 4x + 5y + 3z + 4 = 0$.

Lời giải.

— Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(2; 1; 0)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$.

— Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(2; 3; 0)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-1; 0; 1)$.

Ta có $\vec{n} = [\vec{u}_2, \vec{u}_1] = (1; 3; 1)$.

Đường thẳng d_1 và d_2 nằm về hai phía của (P) và cách đều mặt phẳng (P) nên (P) song song với d_1, d_2 và $d(M_1, (P)) = d(M_2, (P))$.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n} = (1; 3; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình có dạng $x + 3y + z + m = 0$.

$$\begin{aligned} d(M_1, (P)) = d(M_2, (P)) &\Leftrightarrow \frac{|2 + 3 + 0 + m|}{\sqrt{11}} = \frac{|2 + 9 + m|}{\sqrt{11}} \\ &\Leftrightarrow |5 + m| = |11 + m| \Leftrightarrow \begin{cases} 5 + m = 11 + m \\ 5 + m = -11 - m \end{cases} \Leftrightarrow m = -8. \end{aligned}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x + 3y + z - 8 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2084. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 0; 1)$, $B(1; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$. Đường thẳng d đi qua A , song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến đường thẳng d là nhỏ nhất. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; b; c)$ khi đó $\frac{b}{c}$ bằng

- A. $\frac{b}{c} = 11$. B. $\frac{b}{c} = -\frac{11}{2}$. C. $\frac{b}{c} = -\frac{3}{2}$. D. $\frac{b}{c} = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Thay tọa độ các điểm A và B lần lượt vào vế trái phương trình mặt phẳng (P) ta được

$VT(A) = -6 < 0$, $VT(B) = 4 > 0 \Rightarrow A, B$ nằm về hai phía của mặt phẳng (P) .

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với $(P) \Rightarrow d \subset (Q)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên $(Q) \Rightarrow d(B, d) \geq BH$.

Vậy khoảng cách từ B đến đường thẳng d nhỏ nhất khi d đi qua A và $H \Rightarrow H$ là hình chiếu vuông góc của B lên d .

Gọi Δ là đường thẳng đi qua B và vuông góc với (P) .

$$\text{Phương trình } \Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Phương trình mặt phẳng (Q) là $x - 2y + 2z + 1 = 0$.

Có $H = \Delta \cap (Q) \Rightarrow H \in \Delta \Rightarrow H(1 + t; -1 - 2t; 3 + 2t)$.

$$H \in (Q) \Rightarrow 1 + t - 2(-1 - 2t) + 2(3 + 2t) + 1 = 0 \Leftrightarrow 9t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{10}{9}.$$

$$\text{Suy ra } H\left(-\frac{1}{9}; \frac{11}{9}; \frac{7}{9}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(\frac{26}{9}; \frac{11}{9}; -\frac{2}{9}\right) \Rightarrow \vec{u}_1 = (26; 11; -2)$$

$$\Rightarrow \vec{u} = \left(1; \frac{11}{26}; -\frac{2}{26}\right) \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{11}{26} \cdot \frac{26}{-2} = -\frac{11}{2}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 2085. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-7}{-8} = \frac{z+13}{9}$ có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (2; -8; 9)$. B. $\vec{u}_4 = (2; 8; 9)$. C. $\vec{u}_2 = (-5; 7; -13)$. D. $\vec{u}_3 = (5; -7; -13)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2; -8; 9)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 2086. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $I(1; -1; -1)$ và nhận $\vec{u} = (-2; 3; -5)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{-5}$. B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{-5}$.
C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{5}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{-5}$.

Lời giải.

Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua $I(1; -1; -1)$ và nhận $\vec{u} = (-2; 3; -5)$ là véc-tơ chỉ phương là $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{-5}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 2087. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 4)$ và hai điểm M, B thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MB} = \vec{0}$. Giả sử điểm M thay đổi trên đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{1}$. Khi đó điểm B thay đổi trên đường thẳng có phương trình là

A. $d_1: \frac{x+7}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+12}{1}$. B. $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{1}$.
C. $d_3: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. D. $d_4: \frac{x-5}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-12}{1}$.

Lời giải.

Từ $MA \cdot \overrightarrow{MA} + MB \cdot \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ ta suy ra M, A, B thẳng hàng. Hơn nữa

$$\begin{aligned} MA \cdot \overrightarrow{MA} + MB \cdot \overrightarrow{MB} = \vec{0} &\Leftrightarrow MA \cdot \overrightarrow{MA} = -MB \cdot \overrightarrow{MB} \\ \Rightarrow |MA \cdot \overrightarrow{MA}| &= |-MB \cdot \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow MA^2 = MB^2. \end{aligned}$$

Vậy M là trung điểm AB .

Vì $M \in d$ nên tọa độ $M(-3 + 2t; 1 + 2t; -4 + t)$. Đặt tọa độ $B(x; y; z)$ ta có

$$\begin{cases} 1 + x = 2(-3 + 2t) \\ 2 + y = 2(1 + 2t) \\ 4 + z = 2(-4 + t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 7 = 4t \\ y = 4t \\ z + 12 = 2t \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x + 7}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z + 12}{1}.$$

Vậy $B \in d_1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2088. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ nào sau đây là tọa độ của một véc-tơ chỉ phương của

đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - 6t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 9t \end{cases}$

A. $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right).$

B. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right).$

C. $(2; 1; 0).$

D. $(4; -6; 0).$

Lời giải.

Đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - 6t \\ z = 9t \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (4; -6; 9)$.

Suy ra $\frac{1}{12}\vec{u} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right).$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2089. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 4t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2 + t \end{cases}$ và

mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z = 0$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 4; 1)$ và đi qua điểm $M(2; 5; 2)$.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 2)$.

Ta có $\begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \\ M \notin (P) \end{cases}$ nên $\Delta \parallel (P)$.

Suy ra $d(\Delta, (P)) = d(M, (P)) = \frac{|4 - 5 + 4|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = 1.$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2090. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-8; 1; 1)$, $B(2; 1; 3)$ và $C(6; 4; 0)$. Một điểm M di động trong không gian sao cho $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 34$. Cho biết $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất khi M trùng với điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$. Tính tích số $x_0 y_0 z_0$.

A. 16.

B. 18.

C. 14.

D. 12.

Lời giải.

Gọi $M(x; y; z)$. Từ giả thiết $\overrightarrow{MA} = (-8 - x; 1 - y; 1 - z)$, $\overrightarrow{BC} = (4; 3; -3)$.

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} &= \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 34 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot (\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}) = 34 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} = 34 \\ &\Leftrightarrow 4(-8 - x) + 3(1 - y) - 3(1 - z) = 34 \\ &\Leftrightarrow 4x + 3y - 3z + 66 = 0.\end{aligned}$$

Suy ra M thuộc mặt phẳng $(P): 4x + 3y - 3z + 66 = 0$.

Thay tọa độ hai điểm A, B vào vế trái của phương trình (P) , ta được

$$(-32 + 3 - 3 + 66)(8 + 3 - 9 + 66) = 34.68 > 0.$$

Suy ra hai điểm A, B nằm cùng phía so với (P) .

Ta có $|MA - MB| \leq AB = \sqrt{104} \Rightarrow |MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất khi $M_0 = AB \cap (P)$.

Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 1 \\ z = 3 + t. \end{cases}$

$$\text{Tọa độ } M_0 \text{ thỏa mãn hệ } \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 1 \\ z = 3 + t \\ 4x + 3y - 3z + 66 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -18 \\ y = 1 \\ z = -1 \\ t = -4 \end{cases} \Rightarrow M_0(-8; 1; -1).$$

Vậy $x_0 y_0 z_0 = 18$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2091. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t, t \in \mathbb{R}, \text{ cắt mặt phẳng } (P): x + \\ z = 2 - t \end{cases}$

$y + z - 3 = 0$ tại điểm I . Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho $\Delta \perp d$ và khoảng cách từ điểm I đến Δ bằng $\sqrt{42}$. Tìm tọa độ hình chiếu $M(a; b; c)$ (với $a + b > c$) của điểm I trên đường thẳng Δ .

A. $M(2; 5; -4)$.

B. $M(6; -3; 0)$.

C. $M(5; 2; -4)$.

D. $M(-3; 6; 0)$.

Lời giải.

Ta có $I = d \cap (P) \Rightarrow t - 1 + 2t + 2 - t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow I(1; 1; 1)$.

Lại có véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 1; 1)$ và véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 2; -1)$; $\overrightarrow{IM} = (a - 1; b - 1; c - 1)$.

Do $\begin{cases} \Delta \subset (P) \\ \Delta \perp d \end{cases} \Rightarrow$ đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}; \vec{u}] = (3; -2; -1)$.

Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} M \in (P) \\ IM = \sqrt{42} \\ IM \perp \Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c - 3 = 0 \\ (a - 1)^2 + (b - 1)^2 + (c - 1)^2 = 42 \\ 3(a - 1) - 2(b - 1) - (c - 1) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 3 & (1) \\ (a - 1)^2 + (b - 1)^2 + (c - 1)^2 = 42 & (2) \\ 3a - 2b - c = 0 & (3) \end{cases}$$

Từ (1), (3) $\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{6-c}{5} \\ b = \frac{9-4c}{5} \end{cases}$, mà $a + b > c \Rightarrow c < \frac{3}{2}$.

Thế vào (2) ta được

$$\begin{aligned} & \left(\frac{6-c}{5} - 1\right)^2 + \left(\frac{9-4c}{5} - 1\right)^2 + (c - 1)^2 = 42 \\ \Leftrightarrow & (c - 1)^2 + 16(c - 1)^2 + 25(c - 1)^2 = 1050 \\ \Leftrightarrow & (c - 1)^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} c - 1 = -5 \\ c - 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -4 & (\text{thỏa mãn}) \\ c = 6 & (\text{không thỏa mãn}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \\ c = -4. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2092. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}; \frac{7-\sqrt{3}}{2}; 3\right)$, $B\left(\frac{5-\sqrt{3}}{2}; \frac{7+\sqrt{3}}{2}; 3\right)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 6$. Xét mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ và $d < -5$), là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua hai điểm A, B . Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là giao tuyến của (P) và (S) . Tính giá trị của $T = |a + b + c + d|$ khi thiết diện qua trục của hình nón (N) có diện tích lớn nhất.

A. $T = 4$.

B. $T = 6$.

C. $T = 2$.

D. $T = 12$.

Lời giải.

Theo giả thiết mặt cầu có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{6}$.

Trung điểm M của AB có tọa độ $M\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}; 3\right)$ và $\overrightarrow{AB} = (-\sqrt{3}; \sqrt{3}; 0)$ suy ra véc-tơ chỉ phương của

đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B là $\vec{u} = (1; -1; 0)$, do đó Δ có phương trình $\begin{cases} x = \frac{5}{2} + t \\ y = \frac{7}{2} - t \\ z = 3. \end{cases}$

Dễ thấy Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng có phương trình lần lượt là $x + y - 6 = 0$ và $z - 3 = 0$. Suy ra mặt phẳng (P) có dạng $\alpha(x + y - 6) + \beta(z - 3) = 0$, $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$.

Gọi γ là góc tại đỉnh của hình nón (N) , suy ra diện tích của thiết diện qua trục của hình nón là

$$S = \frac{1}{2}R^2 \sin \gamma \leq \frac{1}{2}R^2.$$

Do đó $S_{\max} = \frac{1}{2}R^2$, dấu “=” xảy ra khi góc tại đỉnh của hình nón vuông, khi đó

$$d(I, (P)) = \frac{R}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|-3\alpha|}{\sqrt{2\alpha^2 + \beta^2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \alpha = \pm\beta.$$

Với $\alpha = \beta \Rightarrow (P): x + y + z - 9 = 0$.

Với $\alpha = -\beta \Rightarrow (P): x + y - z - 3 = 0$ (loại).

Vậy $T = |1 + 1 + 1 - 9| = 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2093. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$. Một véc-tơ

chỉ phương của đường thẳng (d) là

A. $\vec{u}_1 = (0; -1; -1)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$. C. $\vec{u}_3 = (2; -3; -1)$. D. $\vec{u}_4 = (2; -1; -1)$.

Lời giải.

Ta thấy $\vec{u}_1 = (0; -1; -1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2094. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$ bằng

A. $\frac{3}{\sqrt{14}}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. 0.

Lời giải.

Ta thấy $\vec{u}_{(d)} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Rightarrow (d) \parallel (P)$.

Do vậy $d((d), (P)) = d(M, (P)) = \frac{|1 - 2 - 3 + 1|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$, trong đó $M(1; 2; -3) \in (d)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2095. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$ có $SC = AB = 3\sqrt{2}$, $S(1; 3; 2)$, đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z+1}{-1}$ và góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Khi ba điểm A, B, C cùng với ba trung điểm của ba cạnh bên của hình chóp $S.ABC$ nằm trên cùng một mặt cầu thì mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $y + z + 1 = 0$. B. $x + y - 4z - 14 = 0$.
C. $x - 2y - 7z - 8 = 0$. D. $x + y - 4z + 14 = 0$.

Lời giải.

Gọi M, N, P, K lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, AB .

Vì M, N, P, A, B, C nội tiếp mặt cầu nên $SA = SB = SC = AB$.

Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) .

Vì SC hợp với đáy một góc 60° nên ta được $SK = SH$.

Vì $H, K \in (ABC)$ nên $H \equiv K$.

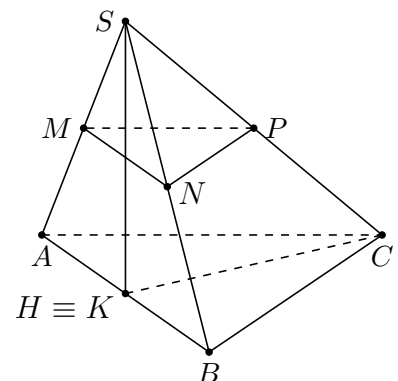
Mặt khác, do $\triangle SAB$ đều nên K là hình chiếu của S trên đường thẳng AB .

Ta có $K(1+t; 4t; -1-t) \Rightarrow \overrightarrow{SK} = (t; 4t-3; -t-3)$.

Vì $\overrightarrow{SK} \perp \vec{u}_{AB}$ nên ta được $t = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} K\left(\frac{3}{2}; 2; -\frac{3}{2}\right) \\ \overrightarrow{SK} = \left(\frac{1}{2}; -1; -\frac{7}{2}\right) \end{cases}$.

Vậy $(ABC): x - 2y - 7z - 8 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □



Câu 2096. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+4}{-2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z}{3}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1(2; 1; -3)$. B. $\vec{u}_1(4; -5; 0)$. C. $\vec{u}_1(-2; 1; 3)$. D. $\vec{u}_1(-4; 5; 3)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1(2; 1; -3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2097. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $E(-1; 0; 2)$ và $F(2; 1; -5)$. Phương trình đường thẳng EF là

- A. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-7}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-7}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{EF} = (3; 1; -7)$ nên đường thẳng EF có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 1; -7)$.

Vậy phương trình đường thẳng EF đi qua $F(2; 1; -5)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 1; -7)$ là $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-7}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2098. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và

$\Delta_2: \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2 . B. Δ_1, Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.
C. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau. D. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2 .

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; -1; 4)$; $\vec{u}_2 = (3; 2; -1)$.

Do $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 0 \Rightarrow \Delta_1 \perp \Delta_2$.

Xét $A(-3; 1; -1)$ thuộc Δ_1 và $B(-4; -2; 4)$ thuộc Δ_2 . Khi đó $\vec{AB} = (-1; -3; 5)$.

Mà $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{AB} = 0$ nên Δ_1 và Δ_2 đồng phẳng.

Vậy Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2099. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-6}{-5}$. Gọi A là giao điểm của d_1 và d_2 , d là đường thẳng qua điểm $M(2; 3; 1)$ cắt d_1, d_2 lần lượt tại B, C sao cho $BC = AB\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng d , biết rằng d không song song với mặt phẳng (Oxz) .

- A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{10}}{3}$. C. $\sqrt{13}$. D. $\sqrt{10}$.

Lời giải.

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1} \\ \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-6}{-5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow A(1; 1; 1)$.

d cắt d_1 tại B nên $B(1+t; 1+2t; 1+t), t \in \mathbb{R}$ và d cắt d_2 tại C nên $C(a; -1+2a; 6-5a), a \in \mathbb{R}$.

Do $BC = AB\sqrt{6}$ nên $(a-t-1)^2 + (2a-2t-2)^2 + (-5a-t+5)^2 = 6 \cdot (6t)^2 \quad (1)$.

$$\text{Mà } B, M, C \text{ thẳng hàng } \overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} a - t - 1 = k(t - 1) \\ 2a - 2t - 2 = k(2t - 2) \Rightarrow a - 1 = \frac{2t - t^2}{5t - 4} \\ -5a - t + 5 = k(t) \end{cases} \quad (2).$$

$$\text{Thay (2) vào (1) thì } t^2(2t^2 - 3t + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \\ t = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Nếu $t = 0$ thì $a = 1 \Rightarrow C(1; 1; 1), B(1; 1; 1)$ nên loại.

Nếu $t = 1$ thì $a = 2 \Rightarrow C(2; 3; -4), B(2; 3; 2) \Rightarrow \overrightarrow{CB} = (0; 0; 6) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{CB} \cdot \vec{j} = 0 \\ C \notin (Oxz) \end{cases} \Rightarrow CB \parallel (Oxz)$ nên loại.

Nếu $t = \frac{1}{2}$ thì $a = \frac{1}{2} \Rightarrow C\left(\frac{1}{2}; 0; \frac{7}{2}\right), B\left(\frac{3}{2}; 2; \frac{3}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{CB} = (1; 2; -2).$

$$\text{Do } d \text{ đi qua } M(2; 3; 1) \text{ nên } d(O; d) = \frac{|[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{CB}]|}{|\overrightarrow{CB}|} = \sqrt{10}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2100. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2; 5; 3)$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $10 + 2\sqrt{7}$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu (S) ?

A. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 100.$

B. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 7.$

C. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 25.$

D. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 28.$

Lời giải.

Gọi R là bán kính của mặt cầu (S) , H là trung điểm của AB .

Do $IH \perp AB \Rightarrow IH = d(I; d).$

$$d \text{ đi qua } M(1; 0; 2) \text{ và có VTCP } \vec{u} = (2; 1; 2) \Rightarrow IH = \frac{|[\vec{u}, \overrightarrow{IM}]|}{|\vec{u}|} = 3\sqrt{2}.$$

Mà $AB = 2AH = 2\sqrt{R^2 - 18}$, $R > 3\sqrt{2}$ nên chu vi tam giác IAB là

$$IA + IB + AB = 2R + 2\sqrt{R^2 - 18} = 10 + 2\sqrt{7} \Leftrightarrow (R-5) \left(1 + \frac{R+5}{\sqrt{R^2 - 18} + \sqrt{7}}\right) = 0 \Leftrightarrow R = 5.$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 25.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2101. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Oz có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}.$

Lời giải.

Một điểm thuộc Oz khi và chỉ khi hoành độ, tung độ của điểm đó đồng thời bằng 0.

$$\text{Trong các phương trình đã cho, phương trình của } Oz \text{ là } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 + t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2102. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $(3; -1; 4)$. B. $(-1; 1; 2)$. C. $(1; 0; 3)$. D. $(3; -1; 2)$.

Lời giải.

Ta có $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1}$.

— Điểm $(3; -1; 4)$ có $\frac{3-1}{-2} = \frac{-1}{1} = \frac{4-3}{-1} = -1 \Rightarrow$ điểm này thuộc d .

— Điểm $(-1; 1; 2)$ có $\frac{-1-1}{-2} = \frac{1}{1} = \frac{2-3}{-1} = 1 \Rightarrow$ điểm này thuộc d .

— Điểm $(1; 0; 3)$ có $\frac{1-1}{-2} = \frac{0}{1} = \frac{3-3}{-1} = 0 \Rightarrow$ điểm này thuộc d .

— Điểm $(3; -1; 2)$ có $\frac{3-1}{-2} = -1 \neq \frac{-1}{-1} = 1 \Rightarrow$ điểm này không thuộc d .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2103. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{87}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{174}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{174}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{87}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$ là véc-tơ chỉ phương của d_1 và điểm $M_1(1; -2; 0) \in d_1$. (1)

Ta có $\vec{u}_2 = (4; -2; 2)$ là véc-tơ chỉ phương của d_2 và điểm $M_2(1; -1; 2) \in d_2$. (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow d_1 \parallel d_2 \Rightarrow d(d_1, d_2) = d(M_1, d_2)$.

Ta có $\overrightarrow{M_1M_2} = (0; 1; 2)$, $[\overrightarrow{M_1M_2}, \vec{u}_2] = (3; 4; -2)$.

Khoảng cách từ M_1 đến d_2 là $d(M_1, d_2) = \frac{|[\overrightarrow{M_1M_2}, \vec{u}_2]|}{|\vec{u}_2|} = \frac{\sqrt{174}}{6}$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng $\frac{\sqrt{174}}{6}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2104. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + \frac{9}{2} = 0$ và hai điểm $A(0; 2; 0)$, $B(2; -6; -2)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (S) thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ có giá trị nhỏ nhất. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -1 . B. 1 . C. 3 . D. 2 .

Lời giải.

Mặt cầu (S) tâm $O(-1; 2; 1)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1; -2; -1)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = (\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IM}) \cdot (\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IM}) = IM^2 - IA^2 = MI^2 - 72$.

Do đó $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI ngắn nhất.

Ta có $\overrightarrow{OI} = (2; -4; -2)$, $IO = \sqrt{2^2 + 4^2 + 2^2} = 2\sqrt{6} > R = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Do đó MI ngắn nhất $\Leftrightarrow M$ là giao điểm của đoạn OI và (S) .

Đường thẳng IO đi qua $I(1; -2; -1)$ và nhận $\vec{u} = (1; -2; -1)$ là véc-tơ chỉ phương $\Rightarrow OI: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = -1 - t. \end{cases}$

Ta tìm giao điểm M của OI và (S) .

Ta có $M(1+t; -2-2t; -1-t) \in (S) \Leftrightarrow (2+t)^2 + (4+2t)^2 + (2+t)^2 = \frac{3}{2} \Leftrightarrow |t+2| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{5}{2} \\ t = -\frac{3}{2}. \end{cases}$

— Với $t = -\frac{3}{2} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow MI = \frac{3\sqrt{6}}{2} < OI = 2\sqrt{6} \Rightarrow$ điểm này thỏa mãn bài toán.

— Với $t = -\frac{5}{2} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{2}; 3; \frac{3}{2}\right) \Rightarrow MI = \frac{\sqrt{66}}{2} > OI = 2\sqrt{6} \Rightarrow$ điểm này không thỏa mãn.

Vậy với $M\left(-\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{2}\right)$ thì $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất $\Rightarrow a + b + c = -\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2105. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; -2), B(-1; 1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Điểm $C \in (P)$ sao cho tam giác ABC vuông cân tại B . Cao độ điểm C bằng

- A. 1 hoặc $-\frac{2}{3}$. B. -1 hoặc $\frac{2}{3}$. C. -3 hoặc $\frac{1}{3}$. D. -1 hoặc $-\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (-1; 0; -2)$ mặt phẳng (Q) qua B vuông góc với BA có phương trình $x + 2z + 1 = 0$.

Ta có C thuộc giao tuyến của $(P), (Q) \Rightarrow \begin{cases} x + 2z + 1 = 0 \\ x + y + z + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = t \\ z = t \end{cases} \Rightarrow C(-1 - 2t; t; t).$

Ta có $BA^2 = BC^2 \Leftrightarrow 5 = (-2t)^2 + (t-1)^2 + t^2 \Leftrightarrow 6t^2 - 2t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{2}{3}. \end{cases}$

— Với $t = 1 \Rightarrow C(-3; 1; 1).$

— Với $t = -\frac{2}{3} \Rightarrow C\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right).$

Vậy cao độ của C bằng $-\frac{2}{3}$ hoặc 1 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2106. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 - t \end{cases}$. Véc-tơ nào sau đây

là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u} = (1; 2; 5).$ B. $\vec{u} = (1; -3; -1).$ C. $\vec{u} = (0; 3; -1).$ D. $\vec{u} = (1; 3; -1).$

Lời giải.

Dựa vào định nghĩa phương trình tham số của đường thẳng, ta suy ra véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (0; 3; -1).$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2107. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 0; 1), B(-1; -2; 0), C(2; 1; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua C và song song với AB có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\overrightarrow{BA} = (1; 2; 1)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2108. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3; 4; 5)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Gọi $N(x_N; y_N; z_N)$ là điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (P) . Tính $x_N + y_N - z_N$.

A. 6.

B. 8.

C. 5.

D. 54.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 2t. \end{cases}$

Giao điểm H của Δ và (P) ứng với tham số t là nghiệm của phương trình

$$3 + t - (4 - t) + 2(5 + 2t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Suy ra $H(2; 5; 3)$.

Vì N là điểm đối xứng với M qua (P) nên H là trung điểm của MN . Do đó suy ra $N(1; 6; 1)$. Vậy $x_N + y_N - z_N = 6$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2109. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 4 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng d nằm trong (P) , cắt và vuông góc đường thẳng Δ là

$$\text{A. } \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}.$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}.$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = -3 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}.$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases}.$$

Lời giải.

Gọi $\vec{u}_d$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (1; 1; -1)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; -3)$.

Vì đường thẳng d nằm trong (P) và vuông góc đường thẳng Δ nên $\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{u}_\Delta \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)}. \end{cases}$

Suy ra $\vec{u}_d = [\vec{u}_\Delta, \vec{n}_{(P)}] = (-1; 2; 1)$.

Gọi I là giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) .

Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1} \\ x+2y-3z+4=0 \end{cases} \Rightarrow I(-3; 1; 1).$$

Vì đường thẳng d nằm trong (P) và cắt đường thẳng Δ nên đường thẳng d đi qua điểm I .

Vậy phương trình đường thẳng d là
$$\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2110. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$ và hai điểm $A(-2; -2; 1)$, $B(1; 2; -3)$. Tìm véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d đi qua A vuông góc với đường thẳng Δ đồng thời cách điểm B một khoảng cách bé nhất.

A. $\vec{u} = (2; 2; -1)$. B. $\vec{u} = (1; 0; 2)$. C. $\vec{u} = (2; 1; 6)$. D. $\vec{u} = (25; -29; -6)$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với Δ .

Phương trình mặt phẳng (P) là

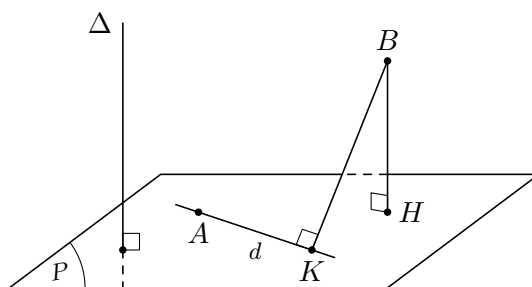
$$2(x+2) + 2(y+2) - (z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - z + 9 = 0.$$

Đường thẳng d đi qua A và vuông góc Δ nên d nằm trong (P) .

Gọi K, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên d và (P) .

Ta có khoảng cách từ B đến d là $BK \geq BH = d(B, (P)) = 6$.

Đẳng thức xảy ra khi d đi qua A và H .



Đường thẳng a đi qua $B(1; 2; -3)$ và vuông góc với (P) có phương trình
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - t. \end{cases}$$

Vì $H \in a$ nên $H(1+2t; 2+2t; -3-t)$.

Mặt khác $H \in (P)$ nên $2(1+2t) + 2(2+2t) - (-3-t) + 9 = 0 \Leftrightarrow 9t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

Khi đó, $H(-3; -2; -1)$ và $\overrightarrow{AH} = (-1; 0; -2)$ là một véc-tơ chỉ phương của d .

Vậy một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 0; 2)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2111. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 3 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Mặt phẳng (R) đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ và chứa giao tuyến của (P) và (Q) .

Phương trình của $(R): m(x - 2y - z + 3) + (2x + y + z - 1) = 0$. Khi đó giá trị của m là

A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. -3.

Lời giải.

Vì $M \in (R)$ nên $m(1 - 2 - 1 + 3) + (2 + 1 + 1 - 1) = 0 \Leftrightarrow m = -3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2112. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - z \sin \alpha + \cos \alpha = 0$, $(Q): y - z \cos \alpha - \sin \alpha = 0$, $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Góc giữa (d) và trục Oz là

A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải.

Mặt phẳng (P) : $x - z \sin \alpha + \cos \alpha = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1(1; 0; -\sin \alpha)$,

mặt phẳng (Q) : $y - z \cos \alpha - \sin \alpha = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2(0; 1; -\cos \alpha)$,

và đường thẳng (d) có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (\sin \alpha; \cos \alpha; 1)$.

Trục Oz có véc-tơ chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Gọi φ là góc giữa (d) và trục Oz .

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{k}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{|\sin \alpha \cdot 0 + \cos \alpha \cdot 0 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 1^2} \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi = 45^\circ.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2113. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(7; -2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Điểm I thuộc d sao cho $AI + BI$ nhỏ nhất. Hoành độ của điểm I bằng

A. 2.

B. 0.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Phương trình tham số của } d \text{ là } \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \text{ Nên } I \in d \text{ thì } I(-1 + 3t; 2 - 2t; 2 + 2t).$$

Ta có $AI + BI = \sqrt{17t^2 + 13} + \sqrt{17t^2 - 68t + 81} = \sqrt{17t^2 + 13} + \sqrt{17(2-t)^2 + 13}$.

Đặt $\vec{a} = (\sqrt{17}t; \sqrt{13})$, $\vec{b} = (\sqrt{17}(2-t); \sqrt{13}) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (2\sqrt{17}; 2\sqrt{13})$.

Khi đó, $AI + BI = |\vec{a}| + |\vec{b}| \geq |\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{30} \Rightarrow \min(AI + BI) = 2\sqrt{30}$.

Dấu “=” xảy ra khi $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng $\Leftrightarrow \sqrt{17}t \cdot \sqrt{13} = \sqrt{17}(2-t) \cdot \sqrt{13} \Rightarrow t = 1$.

Vậy $I(2; 0; 4)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2114. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) : $-x + m^2y + mz + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-1}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để d song song với (α) .

A. $m = 1$ hoặc $m = -\frac{2}{3}$.

B. $m = 1$.

C. $m = -\frac{2}{3}$.

D. Không tồn tại m .

Lời giải.

$$\text{Đường thẳng } d \text{ có phương trình tham số } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 - t. \end{cases}$$

Xét phương trình $-(1+2t) + m^2(-1+3t) + m(1-t) + 1 = 0 \Leftrightarrow (3m^2 - m - 2)t - m^2 + m = 0$. (1)

Ta có $d \parallel (\alpha)$ khi và chỉ khi (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 - m - 2 = 0 \\ -m^2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2115. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d': \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$.

Khoảng cách giữa d và d' bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. 2.

Lời giải.

Để thấy $d \parallel d'$ nên $d(d, d') = d(O, d') = OH$, trong đó $O \in d$ và H là hình chiếu của O trên d' .

Lấy $O(0; 0; 0) \in d$ và $H(t; 1+t; -1+t) \in d'$, suy ra $\overrightarrow{OH} = (t; 1+t; -1+t)$, $\vec{u}_{d'} = (1; 1; 1)$.

Ta có H là hình chiếu của O trên d' khi $\overrightarrow{OH} \cdot \vec{u}_{d'} = 0 \Leftrightarrow t + 1 + t - 1 + t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow H(0; 1; -1)$.

Khi đó $\overrightarrow{OH} = (0; 1; -1) \Rightarrow OH = \sqrt{2}$. Vậy $d(d, d') = OH = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2116. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 0; 3)$, $C(0; -3; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c) \in (P)$ sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất. Khi đó tổng $a + 10b + 100c$ bằng

A. 300.

B. -267.

C. 237.

D. -270.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$, ta có $G(-1; -1; 1)$ và $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |3\overrightarrow{MG}|$.

Do đó $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi M là hình chiếu của G trên (P) .

Khi đó MG có phương trình
$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t. \end{cases}$$

Thay MG vào (P) được $-1 + t - 1 + t + 1 + t - 3 = 0 \Leftrightarrow 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4}{3} \Rightarrow M\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

Từ đó suy ra $a = \frac{1}{3}, b = \frac{1}{3}, c = \frac{7}{3}$. Vậy $a + 10b + 100c = \frac{1}{3} + \frac{10}{3} + \frac{700}{3} = 237$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2117. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua A cắt đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt tại M, N sao cho A là trung điểm của MN , biết rằng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; 2)$. Khi đó tổng $a + b$ bằng

A. 0.

B. 10.

C. 5.

D. -5.

Lời giải.

Ta có $\Delta \cap d = N$, suy ra $N(-1+t; 2t; 2+t)$.

Lại có A là trung điểm MN , suy ra $M(3-t; -2-2t; 2-t)$.

Hơn nữa $M \in (P)$ nên $3-t-2-2t-2(2-t)+5=0 \Leftrightarrow -t+2=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow M(1; -6; 0)$.

Khi đó Δ có một véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AM} = (0; -5; -2)$ hay $\vec{u} = (0; 5; 2)$.

Từ đó suy ra $a = 0, b = 5$. Vậy $a + b = 5$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2118. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - t. \end{cases}$

Trong các điểm có tọa độ dưới đây, điểm nào thuộc đường thẳng Δ ?

A. $(1; 4; -5)$.

B. $(-1; -4; 3)$.

C. $(2; 1; 1)$.

D. $(-5; -2; -8)$.

Lời giải.

Thay tọa độ các điểm và phương trình đường thẳng Δ , ta thấy

$$\begin{cases} -1 = 1 + 2t \\ -4 = -1 + 3t \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow M(-1; -4; 3) \in \Delta. \\ 3 = 2 - t \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2119. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Xét mặt phẳng $(P): x + my + (m^2 - 1)z - 7 = 0$, với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) .

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$.

D. $m = 2$.

Lời giải.

Ta có $M(2; 1; 1) \in d$ và $\vec{u} = (1; 1; -1)$ là một véc-tơ chỉ phương của d .

Mặt khác $\vec{n} = (1; m; m^2 - 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

$$\text{Đường thẳng } d \parallel (P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \\ M \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + m - (m^2 - 1) = 0 \\ 2 + m + m^2 - 1 - 7 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + m + 2 = 0 \\ m^2 + m - 6 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases} \\ m \neq 2 \\ m \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2120. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2 = 0$. Có bao nhiêu điểm M thuộc d sao cho M cách đều gốc tọa độ O và mặt phẳng (P) ?

A. 4.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Vì } M \in d: \begin{cases} x = -2t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases} \text{ nên } M(-2t; 1 + t; t).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OM} = (-2t; 1 + t; t) \Rightarrow OM = \sqrt{4t^2 + (1 + t)^2 + t^2} = \sqrt{6t^2 + 2t + 1}.$$

$$\text{Mặt khác } d(M; (P)) = \frac{|-4t - (1 + t) + 2t - 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{-3t - 3}{3} = |t + 1|.$$

$$\text{Điểm } M \text{ cách đều gốc tọa độ } O \text{ và mặt phẳng } (P) \Leftrightarrow OM = d(M; (P))$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{6t^2 + 2t + 1} = |t + 1| \Leftrightarrow 6t^2 + 2t + 1 = t^2 + 2t + 1 \Leftrightarrow 5t^2 = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow M(0; 1; 0).$$

Vậy có một điểm M thỏa mãn bài.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2121. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + z - 2 = 0$ và chứa đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

- A. $x + y + z - 1 = 0$. B. $3x + y - z + 3 = 0$. C. $x - y + z - 3 = 0$. D. $2x + y - z + 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có $M(0; -1; 2) \in d$ và $\vec{u} = (-1; 2; -1)$ là một véc-tơ chỉ phương của d .

Mặt khác $\vec{n} = (2; -3; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α) .

Khi đó $[\vec{n}; \vec{u}] = (1; 1; 1)$.

Vì $(P) \perp (\alpha)$ và chứa d nên (P) đi qua M , có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2122. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 2z + 5 = 0$. Tìm điểm A trên d có hoành độ dương sao cho khoảng cách từ A đến (α) bằng 3.

- A. $A(4; -2; 1)$. B. $A(-2; 1; -2)$. C. $A(2; -1; 0)$. D. $A(0; 0; -1)$.

Lời giải.

$$\text{Vì } A \in d: \begin{cases} x = 2t \\ y = -t \\ z = -1 + t \end{cases} \text{ nên } A(2t; -t; -1 + t).$$

Ta có

$$\begin{aligned} d(A; (\alpha)) &= 3 \\ \Leftrightarrow \frac{|2t + 2t - 2(-1 + t) + 5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} &= 3 \\ \Leftrightarrow \frac{|2t + 7|}{3} = 3 &\Leftrightarrow |2t + 7| = 9 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2t + 7 = 9 \\ 2t + 7 = -9 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -8. \end{cases} \end{aligned}$$

— Với $t = 1 \Rightarrow A(2; -1; 0)$ (thỏa mãn).

— Với $t = -8 \Rightarrow A(-16; 8; -9)$ (loại).

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2123. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 0; 2)$, $B(3; 1; 4)$, $C(3; -2; 1)$. Tìm tọa độ điểm S , biết SA vuông góc với (ABC) , mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ có bán kính bằng $\frac{3\sqrt{11}}{2}$ và S có cao độ âm.

- A. $S(4; 6; -4)$. B. $S(4; -6; -4)$. C. $S(-4; 6; -4)$. D. $S(-4; -6; -4)$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của d và (P) ứng với t là nghiệm phương trình

$$(t) + (t) - 2 \cdot (-2t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}.$$

Tọa độ điểm M cần tìm là $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2125. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 2)$ và mặt phẳng $P: (m-1)x + y + mz - 1 = 0$, với m là tham số. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng P lớn nhất. Khẳng định đúng trong bốn khẳng định sau đây là

A. $2 < m < 6$.

B. $m > 6$.

C. $-2 < m < 2$.

D. $-6 < m < -2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } d(A, P) = \frac{|(m-1) + 1 + 2m - 1|}{\sqrt{(m-1)^2 + 1 + m^2}} = \frac{|3m-1|}{\sqrt{2m^2-2m+2}}.$$

$$\begin{aligned} d(A, P) \text{ lớn nhất} &\Leftrightarrow [d(A, P)]^2 \text{ lớn nhất} \\ &\Leftrightarrow P = \frac{(3m-1)^2}{2m^2-2m+2} \text{ lớn nhất} \\ &\Leftrightarrow P = \frac{(3m-1)^2}{2m^2-2m+2} = \frac{1}{2} \left(9 + \frac{3m-8}{m^2-m+1} \right) \text{ lớn nhất} \\ &\Leftrightarrow f(m) = \frac{3m-8}{m^2-m+1} \text{ lớn nhất.} \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } f'(m) = \frac{-3m^2 + 16m - 5}{(m^2 - m + 1)^2}. \text{ Suy ra } f'(m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ m = 5. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	5	$+\infty$
y'		$-$	$+$	$-$
y	0	$\nearrow$	$\searrow$	0
		-9	$\frac{1}{3}$	

Vậy $\max_{m \in \mathbb{R}} f(m) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m = 5$. Suy ra khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng P lớn nhất khi $m = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2126. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$ và $B(0; 1; 2)$. Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (1; 3; 1)$.

B. $\vec{u}_2 = (1; -1; -1)$.

C. $\vec{u}_3 = (1; -1; 5)$.

D. $\vec{u}_4 = (1; -3; 1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{BA} = (1; -3; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2127. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z - 5 = 0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}). \text{ Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?}$$

A. d cắt (P) .B. $d \subset (P)$.C. $d \parallel (P)$.D. $d \perp (P)$.**Lời giải.**Xét phương trình $3(-1 + 2t) - 3(3 + 4t) + 2 \cdot 3t - 5 = 0 \Leftrightarrow 0 \cdot t - 17 = 0$ (vô nghiệm).Vậy $d \parallel (P)$.Chọn đáp án **C** □**Câu 2128.** Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} =$ $\frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Khoảng cách từ $A(-1; 1; 1)$ đến mặt phẳng (P) làA. $\frac{13}{\sqrt{107}}$.B. $\frac{5}{\sqrt{107}}$.C. $\frac{\sqrt{15}}{3}$.D. $\frac{13}{\sqrt{15}}$.**Lời giải.**Ta có d_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 1; 2)$ và d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 1; 2)$.Ta thấy d_1 và d_2 song song nhau, chọn $M(1; -2; 3) \in d_1$ và $N(-1; 1; 0) \in d_2 \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-2; 3; -3)$.Khi đó véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = [\overrightarrow{MN}, \vec{u}_1] = (-9; -1; 5)$.Mặt phẳng (P) qua $N(-1; 1; 0)$ có phương trình $(P): 9x + y - 5z + 8 = 0$.Khi đó $d(A, (P)) = \frac{|9 \cdot (-1) + 1 - 5 \cdot 1 + 8|}{\sqrt{9^2 + (-1)^2 + 5^2}} = \frac{5}{\sqrt{107}}$.Chọn đáp án **B** □**Câu 2129.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(0; 1; 1)$, vuông góc với đườngthẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = -1 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và cắt đường thẳng $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$. Phương trình của Δ làA. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$.B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$.C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$.D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$.**Lời giải.**Đường thẳng d_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; -1; 0)$.Gọi A là giao điểm của đường thẳng Δ và $d_2 \Rightarrow A(2a; 1+a; a)$.Vì $\Delta \perp d_1$ nên $\overrightarrow{MA} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Leftrightarrow 2a \cdot 1 + a \cdot (-1) + (a-1) \cdot 0 = 0 \Leftrightarrow a = 0$. Suy ra $A(0; 1; 0)$.Vậy Δ đi qua $M(0; 1; 1)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{AM} = (0; 0; 1)$ có phương trình là $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$.Chọn đáp án **B** □**Câu 2130.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 5 = 0$. Gọi A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) ; B là điểm thuộc d có hoành độ dương và $AB = \sqrt{6}$. Gọi $C(x; y; z)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $AC = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính giá trị $S = x + y + z$.A. $S = 0$.B. $S = 7$.C. $S = 5$.D. $S = 6$.**Lời giải.**

Vì A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) nên $A(-3+2a; -1+a; 3+a)$.

Tọa độ A thỏa mãn phương trình $(-3+2a)+2(-1+a)-(3+a)+5=0 \Leftrightarrow a=1$. Vậy $A(-1; 0; 4)$.

Gọi $B(-3+2t; -1+t; 3+t) \in d$, $\left(t > \frac{3}{2}\right)$.

Ta có $AB = \sqrt{6} \Leftrightarrow (-2+2t)^2 + (-1+t)^2 + (-1+t)^2 = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \text{ (loại)} \\ t=2 \text{ (nhận)} \end{cases}$

Suy ra $B(1; 1; 5)$.

Xét $\triangle ABC$ ta có $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Leftrightarrow \sin C = \frac{AB \cdot \sin B}{AC} = \frac{\sqrt{6} \cdot \sin 60^\circ}{\frac{3\sqrt{2}}{2}} = 1 \Rightarrow \widehat{ACB} = 90^\circ$.

Do đó C là hình chiếu vuông góc của B lên (P) .

BC qua $B(1; 1; 5)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{n}_P = (1; 2; -1)$, có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = 5 - t' \end{cases}$

Xét phương trình $(1+t') + 2(1+2t') - (5-t') + 5 = 0 \Leftrightarrow t' = -\frac{1}{2}$.

Suy ra $C\left(\frac{1}{2}; 0; \frac{11}{2}\right)$, do đó $x+y+z = \frac{1}{2} + 0 + \frac{11}{2} = 6$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2131. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 1; 1)$, $B(-7; 3; 9)$, $C(2; 2; 2)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Gọi $M(a; b; c)$ trên mặt phẳng (P) sao cho $\vec{MA} \cdot \vec{MB} - 2\vec{MB} \cdot \vec{MC} + 3\vec{MC} \cdot \vec{MA}$ nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $2a+b+4c=35$. **B.** $2a+b+4c=15$. **C.** $2a+b+4c=9$. **D.** $2a+b+4c=3$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} T &= \vec{MA} \cdot \vec{MB} - 2\vec{MB} \cdot \vec{MC} + 3\vec{MC} \cdot \vec{MA} \\ &= \frac{MA^2 + MB^2 - AB^2}{2} - 2 \cdot \frac{MB^2 + MC^2 - BC^2}{2} + 3 \cdot \frac{MC^2 + MA^2 - AC^2}{2} \\ &= 2MA^2 - \frac{1}{2}MB^2 + \frac{1}{2}MC^2 - \frac{1}{2}AB^2 + BC^2 - \frac{3}{2}AC^2. \end{aligned}$$

Gọi $I(x; y; z)$ sao cho $2\vec{IA} - \frac{1}{2}\vec{IB} + \frac{1}{2}\vec{IC} = \vec{0}$. Suy ra tọa độ I thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} 2(3-x) - \frac{1}{2}(-7-x) + \frac{1}{2}(2-x) = 0 \\ 2(1-y) - \frac{1}{2}(3-y) + \frac{1}{2}(2-y) = 0 \\ 2(1-z) - \frac{1}{2}(9-z) + \frac{1}{2}(2-z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{21}{4} \\ y = \frac{3}{4} \\ z = -\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{21}{4}; \frac{3}{4}; -\frac{3}{4}\right)$$

Khi đó,

$$T = \left(2 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) MI^2 + 2IA^2 - \frac{1}{2}IB^2 + \frac{1}{2}IC^2 - \frac{1}{2}AB^2 + BC^2 - \frac{3}{2}AC^2.$$

Do đó, T nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất. Suy ra M là hình chiếu vuông góc của I trên (P) .

Đường thẳng IM có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{n}_P = (1; 1; 1)$ có phương trình là $\begin{cases} x = \frac{21}{4} + t \\ y = \frac{3}{4} + t \\ z = -\frac{3}{4} + t \end{cases}$

Xét phương trình $\left(\frac{21}{4} + t\right) + \left(\frac{3}{4} + t\right) + \left(-\frac{3}{4} + t\right) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{4} \Rightarrow M\left(\frac{9}{2}; 0; -\frac{3}{2}\right)$.

Vậy $a = \frac{9}{2}$, $b = 0$, $c = -\frac{3}{2}$. Khi đó $2a + b + 4c = 9 + 0 - 6 = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2132. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{1}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây ?

A. $Q(-2; 3; 1)$.

B. $M(4; 7; 0)$.

C. $P(1; 5; 2)$.

D. $N(-5; 1; 0)$.

Lời giải.

Ta thấy điểm $M(4; 7; 0)$ không thuộc đường thẳng d vì

$$\frac{4+2}{3} = \frac{7-3}{2} \neq \frac{0-1}{1}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2133. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z + 8 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{1}$.

D. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-1}$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = (2; 3; 1)$, véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (-1; 1; -1)$ và $M(0; 1; 3) \in d$, ta thấy

$$\vec{n}_P \cdot \vec{u} = -2 + 3 - 1 = 0 \text{ và } M \notin (P)$$

suy ra $d \parallel (P)$.

Tìm hình chiếu M' của M lên (P) .

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) ta có phương trình tham số của Δ là

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + t. \end{cases}$$

Giao điểm M' của d và (P) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + t \\ 2x + 3y + z + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow M'(-2; -2; 2).$$

Gọi d' là hình chiếu của d lên (P) , ta có $d \parallel d'$ và d' đi qua M' nên phương trình d' là

$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2134. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$ và $d_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$. Phương trình đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

A. $d': \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{-1}$.

B. $d': \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+7}{1}$.

C. $d': \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{1}$.

D. $d': \frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{1}$.

Lời giải.

Giả sử $A(t+1; t+2; t-1) \in d_1$ và $B(2s+3; s-1; 3s+2) \in d_2$ là giao điểm của đường vuông góc chung d' với hai đường thẳng d_1, d_2 .

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2s-t+2; s-t-3; 3s-t+3)$ vuông góc với $\vec{u}_{d_1} = (1; 1; 1)$ và $\vec{u}_{d_2} = (2; 1; 3)$.

Ta có:
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1(2s-t+2) + 1(s-t-3) + 1(3s-t+3) = 0 \\ 2(2s-t+2) + 1(s-t-3) + 3(3s-t+3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6s-3t = -2 \\ 14s-6t = -10 \end{cases}$$

Suy ra, $s = -3; t = -\frac{16}{3}$.

Do đó, $A\left(-\frac{13}{3}; -\frac{10}{3}; -\frac{19}{3}\right)$ và $B(-3; -4; -7)$.

Suy ra $d': \frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{1}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2135. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc (S) . Gọi M và N là hai tiếp điểm. Tính độ dài MN .

A. $MN = 2\sqrt{2}$.

B. $MN = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

C. $MN = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $MN = 4$.

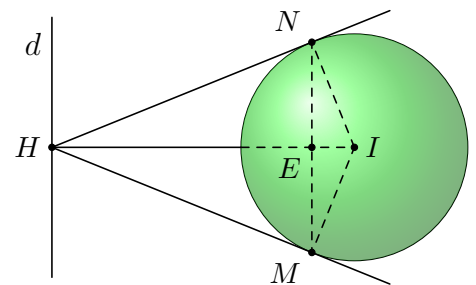
Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 1)$. Gọi $H(2+2t; -t; 4t)$ là hình vuông góc của I xuống d .

Ta có $\overrightarrow{IH} = (2t+1; -t-2; 4t-1)$ mà

$$\begin{aligned} \overrightarrow{IH} \cdot \vec{u}_d &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 \cdot (2t+1) - 1 \cdot (-t-2) + 4 \cdot (4t-1) &= 0 \\ \Leftrightarrow t &= 0. \end{aligned}$$

Do đó $\overrightarrow{IH} = (1; -2; -1)$.



Khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng d bằng $IH = \sqrt{6}$.

Xét mặt phẳng (IMN) , mặt phẳng này cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn tâm I bán kính $R = \sqrt{2}$.

Ta có $IM \perp (P) \Rightarrow IM \perp d$ mà $IH \perp d \Rightarrow d \perp (IMH)$.

Tương tự $d \perp (INH)$, do đó 4 điểm I, M, N, H đồng phẳng (cùng thuộc mặt phẳng qua I và vuông góc với d).

Xét $\triangle IMH$, $HM = \sqrt{IH^2 - IM^2} = \sqrt{6 - 2} = 2$ và $ME = \frac{IM \cdot HM}{IH} = \frac{\sqrt{2} \cdot 2}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Vậy $MN = 2ME = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2136. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(-1; 2; 2)$. B. $M(-1; 0; 3)$. C. $M(0; 2; -1)$. D. $M(1; -2; -2)$.

Lời giải.

Ta có $\frac{-1}{-1} = \frac{0+2}{2} = \frac{3-1}{2} = 1$ nên điểm $M(-1; 0; 3)$ thuộc đường thẳng d .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2137. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{3}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{1}$. Phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

- A. $2x - 6y + 3z + 5 = 0$. B. $2x - 6y + 3z - 2 = 0$.
C. $2x - 6y + 3z + 1 = 0$. D. $2x - 6y + 3z = 0$.

Lời giải.

Ta có d_1 đi qua $A(0; 2; 2)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 2; 3)$, d_2 đi qua $B(1; 0; -2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (2; -3; 1)$.

Do (P) cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 nên (P) song song với d_1 và song song với d_2 , khi đó véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (2; -6; 3)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $2x - 6y + 3z + d = 0$.

Do (P) cách đều d_1, d_2 nên ta có

$$\begin{aligned} d(A, (P)) = d(B, (P)) &\Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 0 - 6 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + d|}{7} = \frac{|2 \cdot 1 - 6 \cdot 0 + 3 \cdot (-2) + d|}{7} \\ &\Leftrightarrow |d - 6| = |d - 4| \Leftrightarrow d = 5. \end{aligned}$$

Phương trình mặt phẳng (P) là $2x - 6y + 3z + 5 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2138. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ và $d_2: \frac{x+1}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{x+3}{-1}$. Tìm phương trình đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 .

A. $\begin{cases} x = -\frac{4}{5} + \frac{8}{5}t \\ y = -\frac{4}{5} \\ z = \frac{12}{5} - \frac{9}{5}t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{8}{5} - \frac{4}{5}t \\ y = \frac{4}{5} \\ z = \frac{-9}{5} + \frac{12}{5}t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -\frac{4}{5} + 8t \\ y = \frac{4}{5} \\ z = \frac{12}{5} + 9t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -\frac{4}{5} - 8t \\ y = \frac{4}{5} \\ z = \frac{12}{5} + 9t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng d_1 và d_2 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_{d_1} = (3; 2; 1)$ và $\vec{u}_{d_2} = (-3; 2; -1)$.

Gọi $M(1+3t; 2+2t; 3+t) \in d_1$ và $N(-1-3u; 2+2u; -3-u) \in d_2$. Ta có

$$\overrightarrow{MN} = (-2 - 3u - 3t; 2u - 2t; -6 - u - t).$$

Để MN là đoạn vuông góc chung thì

$$\begin{aligned} \begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3(-2 - 3u - 3t) + 2(2u - 2t) + (-6 - u - t) = 0 \\ -3(-2 - 3u - 3t) + 2(2u - 2t) - (-6 - u - t) = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -6u - 14t - 12 = 0 \\ 14u + 6t + 12 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow t = u = -\frac{3}{5}. \end{aligned}$$

Khi đó $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{8}{5}; 0; -\frac{9}{5}\right)$ và $M\left(-\frac{4}{5}; \frac{4}{5}; \frac{12}{5}\right)$ nên phương trình đường thẳng cần tìm là

$$\begin{cases} x = -\frac{4}{5} + \frac{8}{5}t \\ y = \frac{4}{5} \\ z = \frac{12}{5} - \frac{9}{5}t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2139. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Hai mặt phẳng phân biệt qua d , tiếp xúc với (S) tại A và B . Đường thẳng AB đi qua điểm có tọa độ

A. $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$. B. $\left(1; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$. C. $\left(1; \frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. D. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua I và vuông góc với d .

Ta có $\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = (-1; 1; 1)$.

Suy ra phương trình của (P) là $x - y - z = 0$.

Gọi H là hình chiếu của I lên d . Ta có H là giao điểm của d và (P) . Tọa độ điểm H là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{1} \\ x - y - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = z \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

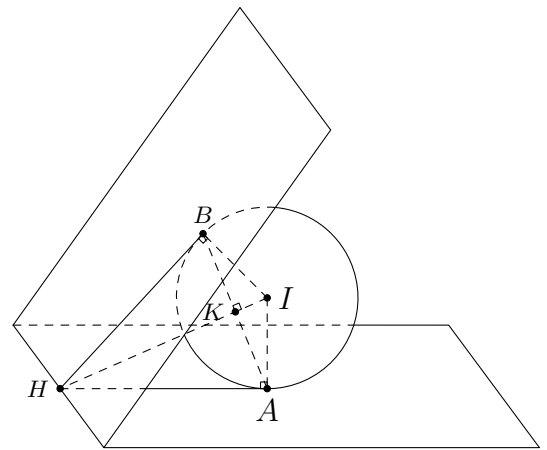
Suy ra $H(3; 3; 0)$.

Ta lại có $\overrightarrow{AB} \perp \vec{u}_d$ và $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{IH}$ nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $[\vec{u}_d, \overrightarrow{IH}] = (-3; 3; -6)$. Suy ra véc-tơ chỉ phương của AB là $\vec{u} = (1; -1; 2)$

Gọi $K = IH \cap AB$ ta có $IA^2 = IK \cdot IH \Rightarrow \frac{IK}{IH} = \frac{IA^2}{IH^2} = \frac{2}{9} \Rightarrow \overrightarrow{IK} = \frac{2}{9} \overrightarrow{IH} \Rightarrow K\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; 0\right)$.

Do đó đường thẳng AB là $\begin{cases} x = \frac{2}{3} + t \\ y = \frac{2}{3} - t \\ z = 2t \end{cases}$. Từ đó ta kiểm tra các điểm thuộc AB .

Chọn đáp án **(B)** □



Câu 2140. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $A(-1; 4; -2)$.

B. $B(1; -4; 2)$.

C. $C(1; -1; 3)$.

D. $D(-1; 1; -3)$.

Lời giải.

Lần lượt thay tọa độ các điểm vào phương trình d ta thấy điểm $A(-1; 4; -2)$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2141. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 7 = 0$ và đường thẳng $(d): \frac{x+1}{1} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z+2}{1}$. Hình chiếu vuông góc của (d) trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

B. $\frac{x}{-1} = \frac{y-8}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x}{1} = \frac{y+8}{-2} = \frac{z-1}{1}$.

D. $\frac{x}{-1} = \frac{y+8}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

(d) đi qua điểm $A(-1; 7; -2)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; 1)$.

Gọi (d') là hình chiếu của (d) trên (P) . Vì $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ nên $(d) \parallel (P)$. Suy ra $(d') \parallel (d)$.

Gọi A' là hình chiếu của A trên (P) .

AA' đi qua $A(-1; 7; -2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{n} = (1; 1; 1)$, suy ra $AA': \frac{x+1}{1} = \frac{y-7}{1} = \frac{z+2}{1}$.

Tọa độ điểm A' thỏa hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y+z-7=0 \\ \frac{x+1}{1} = \frac{y-7}{1} = \frac{z+2}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=7 \\ x-y=-8 \\ y-z=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=8 \\ z=-1. \end{cases}$$

Phương trình (d') là $(d'): \frac{x}{1} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2142. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=-1 \\ z=t \end{cases}$,

$d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Đường vuông góc chung của d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-2}$.

B. $\frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{5}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-2}$.

Lời giải.

Ta có d_1 qua $A(1; -1; 0)$ có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 0; 1)$.

d_2 qua $B(0; 1; -1)$ có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 1; -1)$ và $d_2: \begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=-1-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Gọi Δ là đường vuông góc chung của d_1 và d_2 .

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_2 và song song với d_1 có vector chỉ phương $\vec{n}_1$.

Khi đó ta có $\begin{cases} \vec{n}_1 \perp \vec{u}_1 \\ \vec{n}_1 \perp \vec{u}_2 \end{cases}$. Nên chọn $\vec{n}_1 = \vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 = (-1; 2; 1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d_2 và vuông góc với (P) và có vector pháp tuyến $\vec{n}_2$.

Khi đó ta có $\begin{cases} \vec{n}_2 \perp \vec{n}_1 \\ \vec{n}_2 \perp \vec{u}_2 \end{cases}$. Nên chọn $\vec{n}_2 = \vec{n}_1 \wedge \vec{u}_1 = (3; 0; 3)$.

$\Rightarrow (Q): x + z + 1 = 0$.

Gọi I là giao điểm của d_1 và $(Q) \Rightarrow$ tọa độ I thỏa hệ

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 \\ z = t \\ x + z + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = -1. \end{cases}$$

Vậy Δ qua I nhận $\vec{n}_1$ làm vector chỉ phương có phương trình $\Delta: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2143. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Hai mặt phẳng phân biệt qua d , tiếp xúc (S) . Một trong hai mặt phẳng đó có phương trình là

- A. $(2\sqrt{6} + 1)x + y - 2\sqrt{6}z + 3 = 0$.
 B. $(7 + 5\sqrt{3})x + (\sqrt{2} + \sqrt{3})y + z - \sqrt{3} = 0$.
 C. $(5 + 2\sqrt{6})x + 7\sqrt{6}y - 2z + 2 + \sqrt{6} = 0$.
 D. $(-5 + 2\sqrt{6})x + y - (-4 + 2\sqrt{6})z - 3(-4 + 2\sqrt{6}) = 0$.

Lời giải.

d đi qua $M(3; 3; 0)$ có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 1)$.

(S) có tâm O bán kính $R = 2$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và tiếp xúc với (S) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (a; b; c)$. Khi đó $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow c = -a - b$. Do đó $\vec{n} = (a; b; -a - b)$

$\Rightarrow (P): ax + by - (a + b)z - 3a - 3b = 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} d(O, (P)) = 2 &\Leftrightarrow \frac{|3a + 3b|}{\sqrt{2a^2 + 2b^2 + 2ab}} = 2 \\ &\Leftrightarrow 9(a^2 + 2ab + b^2) = 4(2a^2 + 2b^2 + 2ab) \\ &\Leftrightarrow a^2 + 10ab + b^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow a = -5 \pm 2\sqrt{6}b. \end{aligned}$$

Chọn $a = -5 + 2\sqrt{6}$, $b = 1$ hoặc $a = -5 - 2\sqrt{6}$, $b = 1$.

Vậy $(P): (-5 + 2\sqrt{6})x + y - (-4 + 2\sqrt{6})z - 3(-4 + 2\sqrt{6}) = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2144. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$ và điểm $A(3; 2; 0)$.

Tìm tọa độ điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d .

- A. $(-1; 0; 4)$. B. $(7; 1; -1)$. C. $(2; 1; -2)$. D. $(0; 2; -5)$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d .

Phương trình của mặt phẳng (P) là

$$1(x - 3) + 2(y - 2) + 2(z - 0) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 7 = 0.$$

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d , khi đó $H = d \cap (P)$.

Suy ra $H \in d \Rightarrow H(-1 + t; -3 + 2t; -2 + 2t)$, mà $H \in (P)$ nên $-1 + t - 6 + 4t - 4 + 4t - 7 = 0 \Rightarrow t = 2$.

Vậy $H(1; 1; 2)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d , khi đó H là trung điểm của AA' , suy ra $A'(-1; 0; 4)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2145. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ và

$d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$. Viết phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

A. $\left(x + \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y + \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$. B. $\left(x + \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y + \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{6}$.

C. $\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$. D. $\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{6}$.

Lời giải.

Hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.

Gọi $A(2+t; 1-t; 2t) \in d_1$, $B(2-2t'; 3; t') \in d_2$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2t' - t; t + 2; t' - 2t)$.

d_1 có một VTCP là $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$, d_2 có một VTCP là $\vec{u}_2 = (-2; 0; 1)$.

Để AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 thì

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-2t' - t) - (t + 2) + 2(t' - 2t) = 0 \\ -2(-2t' - t) + (t' - 2t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{3} \\ t' = 0. \end{cases}$$

Suy ra $A\left(\frac{5}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, $B(2; 3; 0)$.

Gọi I là trung điểm AB thì $I\left(\frac{11}{6}; \frac{13}{6}; -\frac{1}{3}\right)$.

Phương trình mặt cầu tâm I , bán kính $\frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{30}}{6}$ là $\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2146. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y - z - 5 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Q) một góc nhỏ nhất là

A. $(P): x - 2y - 1 = 0$.

B. $(P): y - z + 4 = 0$.

C. $(P): x - z + 4 = 0$.

D. $(P): x - 2z + 7 = 0$.

Lời giải.

Vì (P) chứa d nên phương trình của (P) có dạng $(P): a(x+1) + b(y+1) + c(z-3) = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$ và $2a + b + c = 0$. Gọi α là góc giữa (P) và (Q) , ta có

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|a + 2b - c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{|3(a+b)|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{5a^2 + 4ab + 2b^2}}.$$

— Nếu $a = 0$ thì $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, suy ra $\alpha = 30^\circ$.

— Nếu $a \neq 0$ thì $\cos \alpha = \frac{|3(1+t)|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{5+4t+2t^2}}$ với $t = \frac{b}{a}$. Khi đó $0 \leq \cos \alpha < \frac{\sqrt{3}}{2}$. Ta có α nhỏ nhất

khi và chỉ khi $\cos \alpha$ lớn nhất. Do đó $\alpha = 30^\circ$ và $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Khi đó $a = 0$, chọn $b = 1, c = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2147. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P), (P')$ chứa d và tiếp xúc với (S) tại T và T' . Đường thẳng TT' đi qua điểm có tọa độ

A. $H\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right)$. B. $H\left(\frac{11}{6}; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}\right)$. C. $H\left(-\frac{11}{6}; \frac{1}{3}; \frac{7}{6}\right)$. D. $H\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}\right)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = 1$.

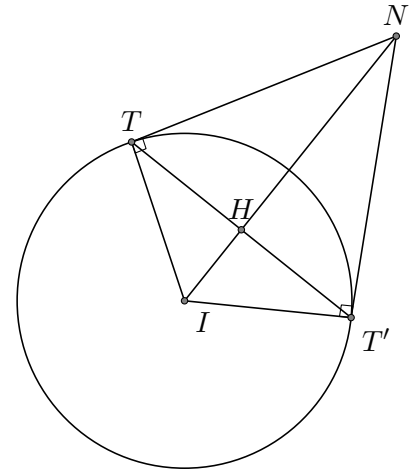
$$\begin{cases} IT \perp (P) \Rightarrow IT \perp d \\ IT' \perp (P') \Rightarrow IT' \perp d \end{cases} \Rightarrow d \perp (ITT').$$

Gọi $N = d \cap (ITT') \Rightarrow N$ là hình chiếu của I trên d .

Đường thẳng d có phương trình tham số

$$\begin{cases} x = t \\ y = 2 + t \\ z = -t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow N(t; 2+t; -t) \text{ và } \overrightarrow{IN} = (t-1; 2+t; -t+1).$$



$$\overrightarrow{IN} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t-1+2+t+t-1=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow N(0; 2; 0) \Rightarrow \begin{cases} IN = \sqrt{6} \\ \overrightarrow{IN} = (-1; 2; 1). \end{cases}$$

$$\text{Ta có } IH \cdot IN = IT^2 \Rightarrow IH = \frac{1}{\sqrt{6}}.$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } IN: \begin{cases} x = -u \\ y = 2 + 2u \\ z = u \end{cases} \Rightarrow H(-u; 2+2u; u) \quad u \in \mathbb{R}$$

$$\text{và } \overrightarrow{IH} = (-u-1; 2+2u; u+1).$$

$$IH = \frac{1}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow IH^2 = \frac{1}{6} \Leftrightarrow (-u-1)^2 + (2u+2)^2 + (u+1)^2 = \frac{1}{6}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = -\frac{5}{6} \Rightarrow H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}\right) \\ u = -\frac{7}{6} \Rightarrow H\left(\frac{7}{6}; -\frac{1}{3}; -\frac{7}{6}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \left(\frac{1}{6}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{6}\right). \end{cases}$$

$$\text{Vì } \overrightarrow{IH} \text{ cùng hướng với } \overrightarrow{IN} \Rightarrow H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right).$$

Đường thẳng TT' đi qua $H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right)$ và có véc-tơ chỉ phương là $[\vec{n}_{(ITT')}; \overrightarrow{IN}] = (3; 0; 3)$ nên có

$$\text{phương trình } \begin{cases} x = \frac{5}{6} + t \\ y = \frac{1}{3} \\ z = -\frac{5}{6} + t \end{cases} \quad (*)$$

— Thế $\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right)$ vào (*) ta thấy không thỏa.

— Thế $\left(\frac{11}{6}; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}\right)$ vào (*) ta thấy không thỏa.

— Thế $\left(-\frac{11}{6}; \frac{1}{3}; \frac{7}{6}\right)$ vào (*) ta thấy không thỏa.

— Thế $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}\right)$ vào (*) ta thấy không thỏa.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2148. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. B. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$. C. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$. D. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2149. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $B = \Delta \cap Ox \Rightarrow B(b; 0; 0)$ và $\vec{BA} = (1 - b; 2; 3)$.

Do $\Delta \perp d$, Δ qua A nên $\vec{BA} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2(1 - b) + 2 - 6 = 0 \Leftrightarrow b = -1$.

Từ đó Δ qua $B(-1; 0; 0)$, có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{BA} = (2; 2; 3)$ nên $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2150. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi

qua điểm $A(1; 1; 1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = -6 - 5t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình tham số đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 1 - 2t' \\ z = 1 + 2t' \end{cases}$.

Chọn điểm $B(0; 3; -1) \in \Delta$ ta có $\vec{AB} = (-1; 2; -2)$ và $AB = 3$.

Chọn điểm $C(4; 5; 1) \in d$ ta có $\vec{AC} = (3; 4; 0)$ và $AC = 5$.

Ta có $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 5 > 0 \Rightarrow \widehat{BAC} < 90^\circ$. Phân giác của góc nhọn $\widehat{BAC}$ có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{u} = AC \cdot \vec{AB} + AB \cdot \vec{AC} = (4; 22; -10).$$

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có một véc-tơ chỉ phương cùng phương với véc-tơ

$\vec{AC} = (4; 22; -10)$. Xét phương án $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{v} = (2; 11; -5)$ cùng

phương với véc-tơ $\vec{AC} = (4; 22; -10)$ và đi qua điểm $A(1; 1; 1)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2151. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$ và điểm $A(2; 3; -1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình

- A. $6x + 8y + 11 = 0$. B. $3x + 4y + 2 = 0$. C. $3x + 4y - 2 = 0$. D. $6x + 8y - 11 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; -1; -1)$ và bán kính $R = 3$.

* Ta tính được $AI = 5$, $AM = \sqrt{AI^2 - R^2} = 4$.

* Phương trình mặt cầu (S') tâm $A(2; 3; -1)$, bán kính $AM = 4$ là

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16.$$

* M luôn thuộc mặt phẳng $(P) = (S) \cap (S')$ có phương trình: $3x + 4y - 2 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2152. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{2}$ có một véc-tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (3; -1; 5)$. B. $\vec{u}_4 = (1; -1; 2)$. C. $\vec{u}_2 = (-3; 1; 5)$. D. $\vec{u}_3 = (1; -1; -2)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (1; -1; 2)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2153. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{3}$ có phương trình là

- A. $3x + 2y + z - 5 = 0$. B. $2x + y + 3z + 2 = 0$.
C. $x + 2y + 3z + 1 = 0$. D. $2x + y + 3z - 2 = 0$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (2; 1; 3)$.

Vì mặt phẳng cần tìm vuông góc với đường thẳng Δ nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{u} = (2; 1; 3)$.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là $2(x-1) + 1(y-2) + 3(z+2) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 3z + 2 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2154. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$.

Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ .

Đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$ có VTCP là $\vec{u} = (1; -2; 2)$.

Gọi $M(0; m; 0) \in Oy$, ta có $\vec{AM} = (-2; m-1; -3)$.

Vì $\Delta \perp d$ nên $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow -2 - 2(m-1) - 6 = 0 \Leftrightarrow m = -3$.

Do đó, Δ có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AM} = (-2; -4; -3)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2155. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(1; 0; -1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất bằng

A. $\frac{64}{3}$.

B. 32.

C. 64.

D. $\frac{32}{3}$.

Lời giải.

Đặt $AD = a, AB = b, AC = c$.

Khi đó, $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} abc$.

Ta có bán kính mặt cầu (S) là $R = IA = 2\sqrt{3}$.

Gọi M là trung điểm BC . Khi đó, $AM = \frac{b^2 + c^2}{2}$.

Vì tứ diện $ABCD$ nội tiếp trong mặt cầu (S) nên ta có $IM \parallel AD$ và $IM = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} a$.

Xét tam giác AIM vuông tại M , ta có

$$AI^2 = AM^2 + IM^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 48$$

$$\text{Suy ra } V_{ABCD}^2 = \frac{1}{36} a^2 b^2 c^2 \leq \frac{1}{36} \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^3}{27} = \frac{1024}{9} \text{ hay } V_{ABCD} \leq \frac{32}{3}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2156. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 2$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Xét điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $2x + 2y + 2z + 15 = 0$.

B. $2x + 2y + 2z - 15 = 0$.

C. $x + y + z + 7 = 0$.

D. $x + y + z - 7 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 3; 4)$ bán kính $R = \sqrt{2}$.

Ta có $\overrightarrow{IA} = (-1; -1; -1) \Rightarrow IA = \sqrt{3}$.

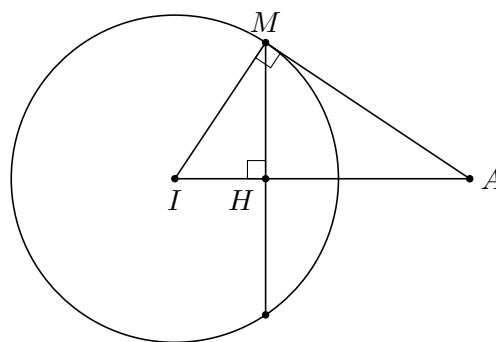
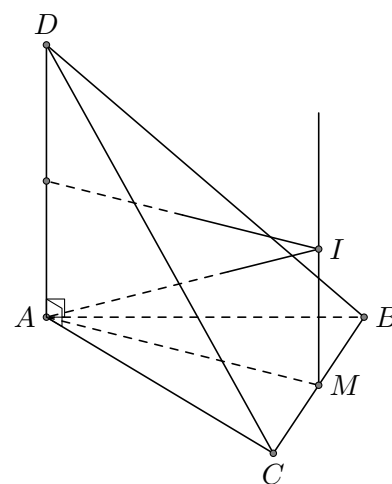
Suy ra điểm A nằm ngoài mặt cầu (S) .

Do đó tập hợp tất cả các điểm M nằm trên mặt phẳng cố định (α) . Mặt phẳng cố định (α) đi qua điểm H là hình chiếu của điểm M xuống IA và nhận $\overrightarrow{IA} = (-1; -1; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Do hai tam giác MHI và AMI đồng dạng nên suy ra

$$IM^2 = IH \cdot IA \Rightarrow IH = \frac{IM^2}{IA} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{IA} = \frac{2}{3} \overrightarrow{IA} \Rightarrow H \left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{10}{3} \right).$$



Mặt phẳng cần tìm có phương trình là $-\left(x - \frac{4}{3}\right) - \left(y - \frac{7}{3}\right) - \left(z - \frac{10}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 7 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2157. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2}$?

A. $P(1; 1; 2)$.

B. $N(2; -1; 2)$.

C. $Q(-2; 1; -2)$.

D. $M(-2; -2; 1)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2}$ đi qua điểm $Q(-2; 1; -2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2158. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -4t \\ z = -3t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 + 6t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$.

Giải phương trình $-1 + 2t - t - (-2 + 2t) + 1 = 0$ ta được $t = 2$.

Suy ra giao điểm của Δ và (P) là $I(3; -2; 2)$.

Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1; 2)$; (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Ta có $[\vec{n}, \vec{u}] = (1; -4; -3)$.

Đường thẳng d nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ sẽ đi qua I đồng thời nhận $[\vec{n}, \vec{u}]$

làm một véc-tơ chỉ phương, do đó d có phương trình là $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2159. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua

điểm $A(1; 2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (0; -7; -1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = 2 + 11t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = -2 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $A(1; 2; 3)$ và có 1 véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1; 1; 0) \Rightarrow |\vec{u}_d| = \sqrt{2}$.

Đường thẳng Δ có 1 véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (0; -7; -1) \Rightarrow |\vec{u}_\Delta| = 5\sqrt{2}$.

Ta có $\vec{u}_d \cdot \vec{u}_\Delta = -7 < 0 \Rightarrow (\vec{u}_d, \vec{u}_\Delta) > 90^\circ$.

Đường phân giác p của góc nhọn tạo bởi d và Δ có véc-tơ chỉ phương:

$$\vec{d} = |\vec{u}_d| \cdot \vec{u}_\Delta - |\vec{u}_\Delta| \cdot \vec{u}_d = (-5\sqrt{2}; -12\sqrt{2}; -\sqrt{2}) \text{ hay } \vec{d}' = (5; 12; 1).$$

Vì d và Δ cùng đi qua $A(1; 2; 3)$ nên đường phân giác p đi qua A .

Trong 4 phương án, chỉ có đường thẳng $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = 2 + t \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{d}' = (5; 12; 1)$ và

đi qua điểm $A(1; 2; 3)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2160. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$?

A. $P(1; 2; 5)$. B. $N(1; 5; 2)$. C. $Q(-1; 1; 3)$. D. $M(1; 1; 3)$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $N(1; 5; 2)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2161. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 3 = 0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Gọi $M = \Delta \cap (P) \Rightarrow M \in \Delta \Rightarrow M(t; 2t - 1; t + 1)$.

Mặt khác $M \in (P) \Rightarrow t - 2(2t - 1) - (t + 1) + 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M(1; 1; 2)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; -2; -1)$.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = [\vec{n}, \vec{u}] = (0; -2; 4)$ hay $\frac{1}{2}\vec{u}_d = (0; -1; 2)$.

Phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2162. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 1; 2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 + 27t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = -18 + 19t \\ y = -6 + 7t \\ z = 11 - 10t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = -18 + 19t \\ y = -6 + 7t \\ z = -11 - 10t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 17t \\ z = 1 + 10t \end{cases}$$

Lời giải.

Phương trình tham số của Δ :
$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$$

Dễ thấy $A = d \cap \Delta$. Chọn $B(-1; 2; 3) \in \Delta \Rightarrow AB = 3$.

Gọi $C \in d$ thỏa mãn $AB = AC \Rightarrow C\left(\frac{14}{5}; \frac{17}{5}; 1\right)$ hoặc $C\left(-\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}; 1\right)$.

Ta thấy với $C\left(-\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}; 1\right)$ thì $\widehat{BAC}$ nhọn.

Trung điểm của đoạn BC là $I\left(-\frac{9}{10}; \frac{3}{10}; 1\right)$. Đường phân giác cần tìm là IA có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (19; 7; -10)$.

Suy ra đường phân giác có phương trình
$$\begin{cases} x = 1 + 19t \\ y = 1 + 7t \\ z = 1 - 10t \end{cases}$$
 dễ thấy đường thẳng này trùng với đường

thẳng
$$\begin{cases} x = -18 + 19t \\ y = -6 + 7t \\ z = 11 - 10t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2163. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 16$ và điểm $A(-1; -1; -1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $3x + 4y - 2 = 0$. B. $3x + 4y + 2 = 0$. C. $6x + 8y + 11 = 0$. D. $6x + 8y - 11 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 3; -1)$ bán kính $R = 4$.

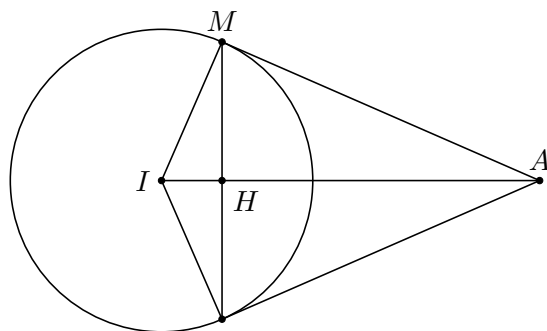
Có $\vec{IA} = (-3; -4; 0) \Rightarrow IA = 5$.

Mặt phẳng cố định đi qua điểm H là hình chiếu của M xuống IA và nhận $\vec{IA}$ làm véc-tơ pháp tuyến

Do hai $\triangle MHI$ và $\triangle AMI$ đồng dạng nên

$$IM^2 = IH \cdot IA \Rightarrow IH = \frac{IM^2}{IA} = \frac{16}{5}.$$

$$\text{Suy ra } \vec{IH} = \frac{16}{25} \vec{IA} \Rightarrow H\left(\frac{2}{25}; \frac{11}{25}; -1\right).$$



Mặt phẳng cần tìm có phương trình $-3\left(x - \frac{2}{25}\right) - 4\left(y - \frac{11}{25}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 2 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2164. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{3}$. Tìm tọa độ một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

A. $\vec{a} = (2; -1; 3)$. B. $\vec{b} = (2; 1; 3)$. C. $\vec{c} = (3; 1; -5)$. D. $\vec{d} = (-3; 1; 5)$.

Lời giải.

Vì đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{3}$ nên tọa độ của véc-tơ chỉ phương là $(2; -1; 3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2165. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $P(3; 1; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-2}{3}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua điểm P và vuông góc với đường thẳng d ?

A. $x - 4y + 3z + 3 = 0$.

B. $x + 3y + 3z - 3 = 0$.

C. $3x + y + 3z - 15 = 0$.

D. $x + 3y + 3z - 15 = 0$.

Lời giải.

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm P và vuông góc với đường thẳng d . Khi đó véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 3; 3)$ của đường thẳng d là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

Phương trình mặt phẳng (Q) là $x - 3 + 3(y - 1) + 3(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 3z - 15 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2166. Trong không gian $(Oxyz)$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 5t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ ?

A. $N(0; 3; 5)$.

B. $M(-3; 2; 5)$.

C. $(P(3; 1; 5))$.

D. $Q(6; -1; 5)$.

Lời giải.

Thế tọa độ của điểm $N(0; 3; 5)$ vào phương trình tham số của đường thẳng Δ ta được $\begin{cases} 0 = 3 - 3t \\ 3 = 1 + 2t \\ 5 = 5t \end{cases}$

Ta thấy $t = 1$ thỏa mãn hệ phương trình. Vậy điểm $N(0; 3; 5)$ thuộc đường thẳng Δ .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2167. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(0; -3; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -2; 1)$?

A. $\begin{cases} x = 3t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -3t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(0; -3; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương

$\vec{u} = (3; -2; 1)$ là $\begin{cases} x = 3t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2168. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 3x - y + 5z + 2 = 0$?

A. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{5}$.

B. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{-3}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+5}{3}$.

D. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-5}$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua $M(1; 2; -3)$ vuông góc với (P) nên nhận véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = (3; -1; 5)$ làm véc-tơ chỉ phương nên $\vec{u} = (-3; 1; -5)$ cũng là véc-tơ chỉ phương.

Phương trình chính tắc của đường thẳng cần tìm là $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-5}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2169. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 8y + 2z + 1 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 3 = 0$. Biết (P) cắt (S) theo một đường tròn, tìm tọa độ tâm I và bán kính của r của đường tròn đó.

A. $I\left(\frac{8}{7}; \frac{25}{7}; -\frac{16}{7}\right)$ và $r = \frac{2\sqrt{854}}{3}$.

B. $I\left(\frac{8}{7}; -\frac{31}{7}; -\frac{2}{7}\right)$ và $r = \frac{\sqrt{854}}{5}$.

C. $I\left(-\frac{8}{7}; \frac{31}{7}; \frac{2}{7}\right)$ và $r = \frac{\sqrt{854}}{7}$.

D. $I\left(-\frac{8}{7}; \frac{31}{7}; \frac{2}{7}\right)$ và $r = \frac{\sqrt{854}}{3}$.

Lời giải.

Tọa độ tâm mặt cầu S là $J(-2; 4; -1)$, bán kính $R = \sqrt{(-2)^2 + 4^2 + (-1)^2 - 1} = 2\sqrt{5}$.

Khoảng cách $d(J, (P)) = \frac{|-2 \cdot 2 + 4 + 3 \cdot (-1) - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2}} = \frac{3\sqrt{14}}{7}$.

Khi đó ta có $r = \sqrt{R^2 - d^2(J, (P))} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - \left(\frac{3\sqrt{14}}{7}\right)^2} = \frac{\sqrt{854}}{7}$.

Xét đường thẳng d đi qua tâm I và vuông góc với mặt phẳng P có phương trình $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$.

Ta có I là giao điểm của đường thẳng d và (P) .

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 3t \\ 2x + y + 3z - 3 = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow 2(-2 + 2t) + 4 + t + 3(-1 + 3t) - 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{7} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{8}{7} \\ y = \frac{31}{7} \\ z = \frac{2}{7} \end{cases} \Rightarrow I\left(-\frac{8}{7}; \frac{31}{7}; \frac{2}{7}\right)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2170. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = z-3$. Véc-tơ nào là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u} = (3; 2; 3)$.

B. $\vec{u} = (1; 2; 3)$.

C. $\vec{u} = (3; 2; 0)$.

D. $\vec{u} = (3; 2; 1)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; 2; 1)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2171. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-6}{-5}$. Gọi A là giao điểm của d_1 và d_2 ; d là đường thẳng đi qua điểm $M(2; 3; 1)$ cắt d_1, d_2 lần lượt tại hai điểm B và C sao cho $BC = AB\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng d , biết rằng d không song song với mặt phẳng (Oxz) .

A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{10}}{3}$.

C. $\sqrt{13}$.

D. $\sqrt{10}$.

Lời giải.

Ta có

$$d_1: \begin{cases} x = 1 + t_1 \\ y = 1 + 2t_1 \\ z = 1 + t_1 \end{cases}, d_2: \begin{cases} x = t_2 \\ y = -1 + 2t_2 \\ z = 6 - 5t_2 \end{cases}$$

Gọi d_3 là đường thẳng qua M sao cho $d_3 \parallel d_1$. Phương trình d_3 có dạng $d_3: \begin{cases} x = 2 + t_3 \\ y = 3 + 2t_3 \\ z = 1 + t_3 \end{cases}$.

Gọi điểm N là giao điểm của d_3 với d_2 , ta có tọa độ $N\left(\frac{7}{6}; \frac{8}{6}; \frac{1}{6}\right)$. Suy ra, độ dài cạnh MN là

$$MN = \sqrt{\left(2 - \frac{7}{6}\right)^2 + \left(3 - \frac{8}{6}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{6}\right)^2} = \frac{5\sqrt{6}}{6}.$$

Giả sử tọa độ điểm $C \in d_2$ có dạng $C(t_2; -1 + 2t_2; 6 - 5t_2)$. Do $MN \parallel AB$ nên $MC = MN\sqrt{6}$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned} MC^2 = 6MN^2 &\Leftrightarrow (t_2 - 2)^2 + (2t_2 - 4)^2 + (5 - 5t_2)^2 = 25 \\ &\Leftrightarrow 30t_2^2 - 70t_2 + 20 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = \frac{1}{3} \\ t_2 = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra, tọa độ điểm C là $\begin{cases} C\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{13}{3}\right) \\ C(2; 3; -4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MC} = \left(-\frac{5}{3}, -\frac{10}{3}, \frac{10}{3}\right) \\ \overrightarrow{MC} = (0; 0; -5) \end{cases}$ (loại bởi $\overrightarrow{MC} \nparallel (Oxz)$).

Suy ra, phương trình đường thẳng MC qua điểm $M(2; 3; 1)$ và nhận véc-tơ $(-1; -2; 2)$ làm véc-tơ

chỉ phương nên có dạng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. Từ đây, ta dễ dàng tìm được chân đường cao kẻ từ O đến

BC là điểm $H\left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}; \frac{7}{3}\right)$. Suy ra, khoảng cách cần tìm là

$$OH = \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{25}{9} + \frac{49}{9}} = \sqrt{10}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2172. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm O và $A(-2; 1; 3)$ là

A. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{-3}$.

C. $\begin{cases} x = -2t \\ y = t \\ z = 3t \end{cases}$.

D. $\frac{x}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{3}$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{AO} = (2; -1; -3)$ và đi qua A nên phương trình chính tắc là

$$\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{-3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2173. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là

- A. $\vec{u}_2 = (1; -2; 1)$. B. $\vec{u}_4 = (2; -1; -3)$. C. $\vec{u}_1 = (0; 2; -1)$. D. $\vec{u}_3 = (-2; -1; 3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (-2; 1; 3)$. Do $\vec{u}_4 = -\vec{u}$ nên cũng là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2174. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+3y-z=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và hợp với mặt phẳng (P) một góc có số đo nhỏ nhất. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (Q) ?

- A. $\vec{a} = (5; -4; -7)$. B. $\vec{b} = (25; 12; -11)$.
C. $\vec{c} = (5; 8; -1)$. D. $\vec{d} = (25; -12; -11)$.

Lời giải.

Gọi $\Delta = (P) \cap (Q)$.

Lấy $M(1; 0; -4) \in d$, $M \notin (P)$.

Gọi H là hình chiếu của M trên (P) , ta có tọa độ H xác định.

Dựng $HK \perp \Delta$, $K \in \Delta$, suy ra $MK \perp \Delta$.

$$\Rightarrow ((P), (Q)) = \widehat{MKH}.$$

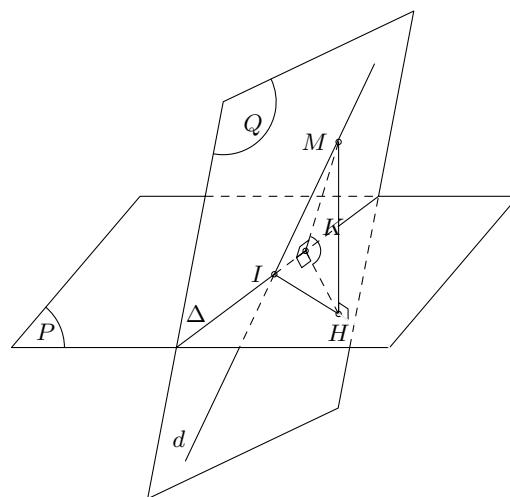
$\widehat{MKH}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow KH$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow K \equiv I$.

Hay $\Delta \perp HI$.

Do đó $\Delta \perp d$, $\Delta \perp MH$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_d = (2; -1; 2) \\ \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_{(P)} = (1; 3; -1). \end{cases}$$

Chọn $\vec{u}_\Delta = (-5; 4; 7)$.



Ta có cặp véc-tơ chỉ phương của (Q) là $\begin{cases} \vec{u}_d = (2; -1; 2) \\ \vec{u}_\Delta = (-5; 4; 7). \end{cases}$

Vậy các véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) cùng phương với $\vec{n} = (-5; -8; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2175. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 25$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Biết rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có tâm $J(a; b; c)$. Tính $a + b + c$.

- A. $a + b + c = 0$. B. $a + b + c = 2$. C. $a + b + c = 6$. D. $a + b + c = -6$.

Lời giải.

Tâm J của đường tròn là hình chiếu của tâm $I(3; -1; 2)$ của mặt cầu (S) lên mặt phẳng (P) .

Đường thẳng qua I và vuông góc với (P) có véc-tơ chỉ phương là $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; 1)$ nên có phương

$$\text{trình tham số là } \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

J là giao điểm của đường thẳng trên và (P) nên có tọa độ là nghiệm hệ

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + t \\ 2x - y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = 1 \\ y = 0 \\ z = 1. \end{cases}$$

Do đó $a + b + c = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2176. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 3 + t \\ z = 0 \end{cases}$. Gọi A là hình

chiếu vuông góc của O trên d . M là điểm di động trên tia Oz , N là điểm di động trên đường thẳng d sao cho $MN = OM + AN$. Gọi I là trung điểm đoạn thẳng OA . Giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác IMN bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. 5.

C. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải.

Vì $A \in d$ nên $A(1 - 3t; 3 + t; 0)$. Do A là hình chiếu nên $\vec{OA} \perp \vec{u}_d \Leftrightarrow -3(1 - 3t) + (3 + t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$.

Do đó tọa độ A là $(1; 3; 0)$.

Ta thấy $\vec{u}_d \cdot \vec{k} = 0$ nên $d \perp Oz$ hay $AN \perp OM$.

Mặt khác, $\vec{OA} = (1; 3; 0)$ nên $\vec{OA} \perp \vec{u}_d$ và $\vec{OA} \perp \vec{k}$ nên $OA \perp OM$ và $OA \perp AN$.

Gọi H là hình chiếu của I lên MN .

Kéo dài tia NA một đoạn $AP = OM$.

Ta có $NP = NM$ nên $\triangle IAP = \triangle IOM$ (c.g.c) $\Rightarrow IP = IM$

Do đó $\triangle INM = \triangle INP$.

Suy ra, hai đường cao IH và IA bằng nhau.

Vậy MN tiếp xúc với mặt cầu tâm I bán kính IA .

$S_{IMN} = \frac{1}{2}MN \cdot IH = \frac{1}{2}MN \cdot \frac{OA}{2}$. Để S_{IMN} nhỏ nhất thì MN nhỏ nhất.

Ta lại có $MN = OM + AN \geq 2\sqrt{OM \cdot AN} = 2\sqrt{MH \cdot NH} = 2\sqrt{IH^2} = 2IH = OA$.

$$\text{Vậy } S_{IMN} \geq \frac{OA^2}{4} = \frac{5}{2}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2177. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -1; 1)$?

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$.

D. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-3}$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đó là $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (2; -3; 4)$. Phương trình chính tắc đường thẳng đi qua hai điểm A, B là

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2178. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1; -2; 0), B(2; 0; 2), C(1; 2; 0)$. Đường thẳng d đi qua chân đường phân giác trong của góc A của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

$$\text{A. } d: \begin{cases} x = \frac{11}{7} - 2t \\ y = \frac{6}{7} \\ z = \frac{3}{7} + t \end{cases} \quad \text{B. } d: \begin{cases} x = \frac{11}{7} + 2t \\ y = \frac{6}{7} \\ z = \frac{8}{7} - t \end{cases} \quad \text{C. } d: \begin{cases} x = \frac{11}{7} + 2t \\ y = \frac{6}{7} \\ z = \frac{8}{7} - t \end{cases} \quad \text{D. } d: \begin{cases} x = \frac{11}{7} - 2t \\ y = \frac{6}{7} \\ z = \frac{5}{7} + t \end{cases}$$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 2), \overrightarrow{AC} = (0; 4; 0); [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-8; 0; 4) = -4(2; 0; -1)$.

Do d vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên chọn một véc-tơ chỉ phương của d là $(2; 0; -1)$.

Gọi $I(a, b, c)$ là chân đường phân giác trong của góc A trong tam giác ABC .

Ta có $\overrightarrow{IB} = \frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{CI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CI}$ suy ra $a = \frac{11}{7}, b = \frac{6}{7}, c = \frac{8}{7}$. Vậy $I\left(\frac{11}{7}, \frac{6}{7}, \frac{8}{7}\right)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2179. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{2}$ và $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d_1 và d_2 đồng thời đi qua điểm $M(3; 10; 1)$.

$$\text{A. } \Delta: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-10}{5} = \frac{z-1}{1}.$$

$$\text{B. } \Delta: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-10}{-5} = \frac{z-1}{1}.$$

$$\text{C. } \Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-10}{-5} = \frac{z-1}{1}.$$

$$\text{D. } \Delta: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-10}{-5} = \frac{z-1}{-1}.$$

Lời giải.

Gọi $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ lần lượt là VTCP của d_1 và d_2 .

Lấy $A(2; -1; -3) \in d_1, B(3; 7; 1) \in d_2$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ và d_1 . Một VTPT của (P) là $\vec{n}_1 = [\vec{u}_1, \overrightarrow{AM}] = (-18; -10; 32)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ và d_2 . Một VTPT của (Q) là $\vec{n}_2 = [\vec{u}_2, \overrightarrow{BM}] = (3; 0; 3)$.

Suy ra một VTCP của đường thẳng Δ là $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-30; 150; 30)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-10}{5} = \frac{z-1}{1}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2180. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng (d) và vuông góc với mặt phẳng (α) ?

$$\text{A. } 2x - 3y - z - 7 = 0.$$

$$\text{B. } x + y - z + 2 = 0.$$

$$\text{C. } x + y + 2z - 4 = 0.$$

$$\text{D. } 2x - 3y - z + 7 = 0.$$

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_\alpha = (1; 1; -1), \vec{u}_d = (2; 1; 1)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là $\vec{n} = [\vec{n}_\alpha; \vec{u}_d] = (2; -3; -1)$.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là $2(x+1) - 3(y-1) - (z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - z + 7 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2181. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 2; 1)$, $N\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$, $E(2; 1; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OMN và vuông góc với mặt phẳng (OMN) . Tính khoảng cách từ điểm E đến đường thẳng Δ .

- A. $\frac{5\sqrt{17}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{17}}{3}$. C. $\frac{3\sqrt{17}}{5}$. D. $\frac{3\sqrt{17}}{2}$.

Lời giải.

$$OM = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3.$$

$$ON = \sqrt{\left(-\frac{8}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2} = 4.$$

$$MN = \sqrt{\left(-\frac{8}{3} - 2\right)^2 + \left(\frac{4}{3} - 2\right)^2 + \left(\frac{8}{3} - 1\right)^2} = 5.$$

Gọi $I(x, y, z)$ là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle OMN$.

$$\text{Ta có } MN \cdot \vec{IO} + ON \cdot \vec{IM} + OM \cdot \vec{IN} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{MN \cdot x_O + ON \cdot x_M + OM \cdot x_N}{MN + ON + OM} = 0 \\ y = \frac{MN \cdot y_O + ON \cdot y_M + OM \cdot y_N}{MN + ON + OM} = 1 \\ z = \frac{MN \cdot z_O + ON \cdot z_M + OM \cdot z_N}{MN + ON + OM} = 1. \end{cases}$$

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = [\vec{OM}; \vec{ON}] = (4; -8; 8) = 4(1; -2; 2)$.

Khoảng cách từ điểm E đến đường thẳng Δ là

$$d[E; \Delta] = \frac{|[\vec{u}; \vec{IE}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{4^2 + 6^2 + 4^2}}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{2\sqrt{17}}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2182. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $(d_1): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$, $(d_2): \frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{3}$, $(d_3): \frac{x-2}{-7} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$, $(d_4): \frac{x-4}{1} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng cắt bốn đường thẳng đã cho và Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; 1)$. Tính $T = a + b$.

- A. $T = -3$. B. $T = 5$. C. $T = 7$. D. $T = -5$.

Lời giải.

Dễ thấy (d_1) và (d_2) có cùng véc-tơ chỉ phương và điểm $M_1(1; -1; 2)$ thuộc (d_1) nhưng không thuộc d_2 nên suy ra $d_1 \parallel d_2$.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2 . Lấy $M_2(-3; 2; 4) \in d_2$.

Ta có $\vec{n}_\alpha = [\vec{M_1M_2}; \vec{u}_{d_1}] = (7; 16; -10)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là

$$7(x-1) + 16(y+1) - 10(z-2) = 0 \Leftrightarrow 7x + 16y - 10z + 29 = 0.$$

Ta tìm được $d_3 \cap (\alpha) = A(-5; 1; 1)$ và $d_4 \cap (\alpha) = B(5; -4; 0)$.

Δ là đường thẳng cắt 4 đường thẳng đã cho, nên Δ phải đi qua A và B . Suy ra véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{AB} = (10; -5; -1) = -(-10; 5; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2183. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (1; 3; -1)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$. C. $\vec{u}_3 = (1; 3; 1)$. D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của d có tọa độ là $(1; 3; -1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2184. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$.

Viết phương trình đường thẳng d đi qua M , cắt và vuông góc với đường thẳng Δ .

- A. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$. B. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.
C. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{1}$. D. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -1)$. Gọi H là hình chiếu của M lên Δ .

Ta có $H(1+2t; -1+t; -t)$ và $\overrightarrow{MH} = (2t-1; -2+t; -t)$.

Ta có $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) - 2 + t + t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3} \Rightarrow \overrightarrow{MH} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

Khi đó d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -4; -2)$ nên có phương trình $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2185. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = m + t \end{cases}$. Tìm

m để d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và tại B vuông góc với nhau.

- A. $m = 0$ hoặc $m = -4$. B. $m = -1$ hoặc $m = -4$.
C. $m = 0$ hoặc $m = 4$. D. $m = -1$ hoặc $m = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$. Để (d) cắt (S) tại hai điểm A, B thì phương trình $(t-2)^2 + t^2 + (m+t)^2 - 2(t-2) + 4(m+t) + 1 = 0 \Leftrightarrow 3t^2 + 2(m+1)t + m^2 + 4m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hay $\Delta' = -2m^2 - 10m - 2 > 0$ (*).

Mặt phẳng tiếp diện tại A và B vuông góc với nhau khi và chỉ khi $\overrightarrow{IA} \perp \overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0$

$$\Leftrightarrow (x_A - 1)(x_B - 1) + y_A y_B + (z_A + 2)(z_B + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_A x_B - (x_A + x_B) + 1 + y_A y_B + z_A z_B + 2(z_A + z_B) + 4 = 0 \quad (**).$$

Mặt khác

$$\begin{aligned} \text{— } x_A x_B &= (2 - t_1)(2 - t_2) = 4 - 2(t_1 + t_2) + t_1 t_2 = \frac{1}{3}(17 + 8m + m^2). \\ \text{— } x_A + x_B &= 4 - (t_1 + t_2) = \frac{1}{3}(14 + 2m). \\ \text{— } y_A y_B &= t_1 t_2 = \frac{1}{3}(m^2 + 4m + 1) \\ \text{— } z_A + z_B &= 2m + t_1 + t_2 = \frac{1}{3}(4m - 2) \\ \text{— } z_A z_B &= (m + t_1)(m + t_2) = \frac{1}{3}(16 + 20m + 4m^2) \end{aligned}$$

Do đó $(**) \Leftrightarrow 4m^2 + 20m + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -4 \end{cases}$ (thỏa điều kiện (*)).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2186. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm phương trình tham số của trục Oz ?

A. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$

Lời giải.

Trục Oz qua điểm $O(0; 0; 0)$ và nhận véc-tơ đơn vị $\vec{k} = (0; 0; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương. Do đó trục

Oz có phương trình là $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2187. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. d song song với (P) .

B. d nằm trong (P) .

C. d cắt và không vuông góc với (P) .

D. d vuông góc với (P) .

Lời giải.

Đường thẳng d nhận véc-tơ $\vec{u} = (1; -1; -3)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Mặt phẳng (P) nhận véc-tơ $\vec{n} = (3; -3; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$, thay tọa độ điểm $M(-1; 0; 1)$ thuộc d vào phương trình mặt phẳng (P) ta được

$$3 \cdot (-1) - 3 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0,$$

điều đó chứng tỏ M thuộc (P) .

Vậy d nằm trong (P) .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2188. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-6}{-2}$, $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và (P) song song với d_2 là

A. $(P): x + 8y + 5z - 16 = 0$.

B. $(P): x + 8y + 5z + 16 = 0$.

C. $(P): x + 4y + 3z - 12 = 0$.

D. $(P): 2x + y - 6 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 qua $M(2; -2; 6)$ và nhận véc-tơ $\vec{u}_1 = (2; 1; -2)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Đường thẳng d_2 nhận véc-tơ $\vec{u}_2 = (1; -2; 3)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Theo giả thiết thì (P) qua $M(2; -2; 6)$ và nhận $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1; -8; -5) = -(1; 8; 5)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là

$$(x - 2) + 8(y + 2) + 5(z - 6) = 0 \Leftrightarrow x + 8y + 5z - 16 = 0.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2189. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 3; -2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-4}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm I và cắt Δ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 4 có phương trình là

A. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9.$

B. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9.$

C. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9.$

D. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 3.$

Lời giải.

Đường thẳng Δ nhận $\vec{u} = (1; 2; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Gọi H là hình chiếu của I lên Δ . Do $H \in \Delta$ suy ra $H(4+t; 4+2t; -3-t)$. Mặt khác thì $\overrightarrow{IH} = (3+t; 1+2t; -1-t)$ vuông góc với $\vec{u}$ nên ta có

$$\overrightarrow{IH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (3+t) + 2(1+2t) - (-1-t) = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow \overrightarrow{IH} = (2; -1; 0).$$

Do đó $IH^2 = 5$. Ta có $HA^2 = 4$, suy ra $IA^2 = 9$. Từ đó mặt cầu (S) có tâm là $I(1; 3; -2)$ và bán kính $R = 3$. Phương trình của (S) là

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2190. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; -3; 4)$, $B(-2; -5; -7)$, $C(6; -3; -1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác là

A.
$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = -3-t \\ z = 4-8t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

B.
$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-3t \\ z = -8-4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

C.
$$\begin{cases} x = 1+3t \\ y = -3+4t \\ z = 4-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

D.
$$\begin{cases} x = 1-3t \\ y = -3-2t \\ z = 4-11t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Lời giải.

Vì M là trung điểm BC nên $M(2; -4; -4) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (1; -1; -8)$.

Phương trình đường thẳng AM là
$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = -3-t \\ z = 4-8t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2191. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm trên mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) là lớn nhất. Khi đó

A. $a + b + c = 8.$

B. $a + b + c = 5.$

C. $a + b + c = 6.$

D. $a + b + c = 7.$

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 3$.

$$d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + 3 + 3|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \frac{4}{3} < R \Rightarrow \text{mặt phẳng } (P) \text{ cắt mặt cầu } (S).$$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P) .

$$\text{Phương trình } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Nếu khoảng cách từ M đến (P) là lớn nhất thì $M \in \Delta \cap (S) \Rightarrow M(1 + 2t; 2 - 2t; 3 + t)$.

$$M \in (S) \Leftrightarrow 4t^2 + 4t^2 + t^2 = 9 \Leftrightarrow t = \pm 1.$$

$$\text{— Với } t = 1 \Rightarrow M(3; 0; 4) \Rightarrow d(M, (P)) = \frac{13}{3}.$$

$$\text{— Với } t = -1 \Rightarrow M(-1; 4; 2) \Rightarrow d(M, (P)) = \frac{5}{3}.$$

Suy ra điểm $M(3; 0; 4)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Vậy $a + b + c = 7$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2192. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $M(-2; -2; 1)$, $A(1; 2; -3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M , vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng lớn nhất.

$$\text{A. } \vec{u} = (4; -5; -2). \quad \text{B. } \vec{u} = (1; 0; 2). \quad \text{C. } \vec{u} = (8; -7; 2). \quad \text{D. } \vec{u} = (1; 1; -4).$$

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d , suy ra Δ thuộc (P) . Giả sử $AK \perp \Delta$ tại K , khi đó AK là khoảng cách từ A đến Δ . Ta thấy $AK \leq AM$, nên khoảng cách từ A đến Δ lớn nhất khi K trùng với M hay $AM \perp \Delta$.

Suy ra Δ nhận $[\vec{u}_d, \vec{AM}]$ là một véc-tơ chỉ phương.

$$\text{Có } \vec{u}_d = (2; 2; -1), \vec{AM} = (-3; -4; 4)$$

$$\Rightarrow [\vec{u}_d, \vec{AM}] = (4; -5; -2).$$

Vậy $\vec{u} = (4; -5; -2)$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2193. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc là $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-7}{2} = \frac{z+4}{5}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ ?

$$\text{A. } \vec{u} = (-2; -7; 4). \quad \text{B. } \vec{u} = (1; 2; 5). \quad \text{C. } \vec{u} = (-1; 2; 5). \quad \text{D. } \vec{u} = (2; 7; -4).$$

Lời giải.

Dễ thấy một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (-1; 2; 5)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2194. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): 3x + y - z - 7 = 0$. Gọi (d) là đường thẳng đi qua điểm $M(-4; 2; 5)$, vuông góc với (Δ) và song song với (P) . Tính khoảng cách từ giao điểm của (Δ) và (P) đến (d) .

A. $\frac{\sqrt{506}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{182}}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{146}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{114}}{3}$.

Lời giải.Ta có $\vec{u}_\Delta = (-1; -2; 3)$ và $\vec{n}_{(P)} = (3; 1; -1)$.Đường thẳng (d) qua $M(-4; 2; 5)$ và nhận $\vec{n} = [\vec{u}_\Delta; \vec{n}_{(P)}] = (-1; 8; 5)$ là véc-tơ chỉ phương.

$$\text{Toạ độ giao điểm của } (\Delta) \text{ và } (P) \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 2t \\ z = -2 + 3t \\ 3x + y - z - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ x = 1 \\ y = 2 \\ z = -2 \end{cases}.$$

Khoảng cách từ $M'(1; 2; -2)$ đến đường thẳng (d) được tính theo công thức

$$d(M', (d)) = \frac{|[\overrightarrow{MM'}; \vec{n}]|}{|\vec{n}|} = \frac{\sqrt{506}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2195. Trong không gian $Oxyz$ cho $(\alpha): x - my + z - 3m - 3 = 0$ và $(\beta): mx + y - mz - 3m + 1 = 0$ (với m là tham số thực); hai mặt phẳng này cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng (Δ) . Gọi đường thẳng (Δ') là hình chiếu vuông góc của (Δ) lên mặt phẳng Oxy . Biết rằng khi m thay đổi thì đường thẳng (Δ') luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định có tâm $I(a; b; c)$ thuộc (Oxy) . Tính giá trị $P = 2a^2 + 5b^2 - 6c^2$.

A. $P = 73$.

B. $P = 41$.

C. $P = 38$.

D. $P = 56$.

Lời giải.Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; -m; 1)$.Mặt phẳng (β) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (m; 1; -m)$.Đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (m^2 - 1; 2m; m^2 + 1)$.Toạ độ giao điểm A của đường thẳng Δ và mặt phẳng (Oxy) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x - my + z - 3m - 3 = 0 \\ mx + y - mz - 3m + 1 = 0 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow A \left(\frac{3m^2 + 2m + 3}{m^2 + 1}; -\frac{3m^2 + 1}{m^2 + 1}; 0 \right).$$

Gọi (P) là mặt phẳng chứa (Δ) và vuông góc với mặt phẳng (Oxy) .Khi đó (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{u}; \vec{k}] = (2m; m^2 - 1; 0)$ với $\vec{k} = (0; 0; 1)$.Phương trình mặt phẳng $(P): 2m \left(x - \frac{3m^2 + 2m + 3}{m^2 + 1} \right) + (m^2 - 1) \left(y + \frac{3m^2 + 1}{m^2 + 1} \right) = 0$.Vì đường thẳng (Δ') luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định có bán kính R suy ra

$$\begin{aligned} R &= d(I; \Delta') = d(I; (P)) = \frac{\left| 2m \left(a - \frac{3m^2 + 2m + 3}{m^2 + 1} \right) + (m^2 - 1) \left(b + \frac{3m^2 + 1}{m^2 + 1} \right) \right|}{m^2 + 1} \\ &= \frac{\left| 2m \left(a - 3 - \frac{2m}{m^2 + 1} \right) + (m^2 - 1) \left(b - 3 + \frac{2}{m^2 + 1} \right) \right|}{m^2 + 1} \\ &= \frac{|2m(a - 3) + (m^2 - 1)(b - 3) - 2|}{m^2 + 1} \\ &= \frac{|m(2a - 6) + m^2(b - 3) - b + 1|}{m^2 + 1} \end{aligned}$$

Do $R > 0$ không đổi nên $R = \left| \frac{m(2a - 6) + m^2(b - 3) - b + 1}{m^2 + 1} \right|$ và không phụ thuộc vào m .

Suy ra ta có hệ $\begin{cases} 2a - 6 = 0 \\ b - 3 = -b + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}.$

Vậy $I(3; 2; 0)$ và $P = 38$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2196. Tìm khoảng cách từ điểm $M(2; 3; 1)$ đến đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2}$.

- A. $\frac{25\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{200\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{50\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{10\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

$A(-2; 1; -1) \in (d)$, $\vec{u} = (1; 2; -2)$ là một VTCP của đường thẳng d , $\overrightarrow{AM} = (4; 2; 2)$.

$$d(M, d) = \frac{|\overrightarrow{MA}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{10\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2197. Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x - 2y - z + 9 = 0$. Tính bán kính của đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S) .

- A. 8. B. $4\sqrt{6}$. C. 10. D. 6.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 1)$, bán kính $R = 10$. Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (α) là $d = d(I, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 3 - 2 \cdot (-2) - 1 + 9|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 6$. Do đó bán kính của đường tròn giao tuyến là

$$r = \sqrt{R^2 - d^2} = 8.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2198. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và d_2 là giao tuyến của hai mặt phẳng $2x + 3y - 9 = 0$, $y + 2z + 5 = 0$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng là

- A. Trùng nhau. B. Chéo nhau. C. Song song. D. Cắt nhau.

Lời giải.

$\vec{n}_1 = (2; 3; 0)$, $\vec{n}_2 = (0; 1; 2)$ lần lượt là VTPT của hai mặt phẳng.

— 1 VTCP của đường thẳng d_1 là $\vec{u}_1 = (2; 1; 4)$, $A(1; 7; 3) \in (d_1)$.

— 1 VTCP của đường thẳng d_2 là $\vec{u}_2 = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (6; -4; 2)$, $B(0; 3; -4) \in d_2$.

$\overrightarrow{BA} = (1; 4; 7)$, $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (18; 20; -14)$, $\overrightarrow{BA} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = 18 + 80 - 98 = 0$. Do đó d_1, d_2 cắt nhau.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2199. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(1; 3; 2)$ là trung điểm MN . Tính độ dài đoạn MN .

- A. $MN = 2\sqrt{33}$. B. $MN = 2\sqrt{26,5}$. C. $MN = 14\sqrt{2}$. D. $MN = 4\sqrt{16,5}$.

Lời giải.

$N(2t-2; t+1; -t+1)$, $A(1; 3; 2)$ là trung điểm MN suy ra $M(4-2t; 5-t; 3+t)$, $M \in (P)$, ta có phương trình

$$2(4-2t) - (5-t) + 3+t - 10 = 0 \Leftrightarrow -4-2t = 0 \Leftrightarrow t = -2.$$

Khi đó $N(-6; -1; 3)$, $AN = \sqrt{7^2 + 4^2 + 1^2} = 2\sqrt{16,5}$. Suy ra $MN = 4\sqrt{16,5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2200. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H hình chiếu vuông góc của $M(2; 0; 1)$ lên đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ điểm H .

- A. $H(1; 0; 2)$. B. $H(-1; -4; 0)$. C. $H(2; 2; 3)$. D. $H(0; -2; 1)$.

Lời giải.

$H \in \Delta \Rightarrow H(t+1; 2t; t+2)$, $\overrightarrow{MH} = (t-1; 2t; t+1)$. H là hình chiếu vuông góc của M trên Δ suy ra

$$\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_{\Delta} = 0 \Leftrightarrow t-1+4t+t+1=0 \Leftrightarrow t=0.$$

Vậy tọa độ điểm $H(1; 0; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2201. Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 5; 0)$, $B(3; 3; 6)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$.

Một điểm M thay đổi trên d . Biết giá trị nhỏ nhất của nửa chu vi tam giác MAB là số có dạng $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ với a, b là các số nguyên. Khi đó

- A. $a+b=40$. B. $a+b=38$. C. $|a-b|=10$. D. $|a-b|=12$.

Lời giải.

Ta có $AB = 2\sqrt{11}$, $M \in d \Rightarrow M(-1+2t; 1-t; 2t)$, khi đó

$$\begin{aligned} MA + MB &= \sqrt{(2-2t)^2 + (4+t)^2 + (2t)^2} + \sqrt{(4-2t)^2 + (2+t)^2 + (6-2t)^2} \\ &= \sqrt{9t^2 + 20} + \sqrt{9t^2 - 36t + 56} = f(t) \end{aligned}$$

Ta có $f'(t) = \frac{9t}{\sqrt{9t^2 + 20}} + \frac{9(t-2)}{\sqrt{9t^2 - 36t + 56}}$, bảng biến thiên của $f(t)$

t	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$+\infty$	$2\sqrt{29}$	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất nửa chu vi tam giác MAB là $\sqrt{11} + \sqrt{29} \Rightarrow a+b=40$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2202. Cho các mặt phẳng $(P): x+2y+3z-2=0$; $(Q): 2x-y+z+1=0$; $(R): ax+by-z+2=0$. Biết (R) đi qua giao tuyến của (P) và (Q) . Giá trị của biểu thức $S = a+b$ là

- A. $S = -2$. B. $S = 1$. C. $S = -1$. D. $S = 2$.

Lời giải.

Lấy $A(0; 1; 0)$ và $B(-1; 0; 1)$ là hai điểm thuộc giao tuyến của (P) và (Q) .

Vì mặt phẳng (R) đi qua giao tuyến của (P) và (Q) nên (R) cũng chứa hai điểm A và B , do đó ta có hệ

$$\begin{cases} a \cdot 0 + b \cdot 1 - 0 + 2 = 0 \\ a \cdot (-1) + b \cdot 0 - 1 + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow a+b = -1.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 2203. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(1; -1; 1)$ và mặt phẳng $(P): -x + y + z = 0$. Đường thẳng qua M vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-1; 1; 1)$.

Đường thẳng vuông góc với (P) nhận $\vec{n} = (-1; 1; 1)$ là véc-tơ chỉ phương.

Do đó, $\vec{u} = (1; -1; -1) = -\vec{n}$ cũng là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng vuông góc với (P) .

Vậy phương trình tham số của đường thẳng đi qua M và vuông góc với P là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2204. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x + (2m-1)y - m^2z - 1 = 0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị m thỏa mãn $d \parallel (\alpha)$ là

A. $\{-1; 3\}$. B. $\{-1\}$. C. $\{3\}$. D. $\emptyset$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; 1)$.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2m-1; -m^2)$.

Để $d \parallel (\alpha)$ thì véc-tơ chỉ phương của d phải vuông góc với véc-tơ pháp tuyến của (α) và $M(-2; 1; 0) \notin (\alpha)$.

$$\begin{aligned} \begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \\ -4 + (2m-1) - 1 \neq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cdot 2 + 1 \cdot (2m-1) - 1 \cdot m^2 = 0 \\ m \neq 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 = 0 \\ m \neq -1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow m = -1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2205. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 5)$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua M và song song với d .

A. $\Delta: \frac{2-x}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-5}{4}$. B. $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{1}$.
C. $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+5}{4}$. D. $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng $d \parallel \Delta$ nên Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1; 1)$.

Do đó phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2206. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ là

A. $(P): 2y - 2z + 1 = 0$.

B. $(P): 2y - 2z - 1 = 0$.

C. $(P): 2x - 2z + 1 = 0$.

D. $(P): 2x - 2y + 1 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có véc-tơ chỉ phương là: $\vec{u}_1 = (-1; 1; 1), \vec{u}_2 = (2; -1; -1)$.

Vì (P) song song với hai đường thẳng d_1, d_2 nên (P) có véc-tơ pháp tuyến là

$$\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0; 1; -1).$$

Khi đó (P) có phương trình dạng $2y - 2z + c = 0$.

Ta có $A(2; 0; 0) \in d_1, B(0; 1; 2) \in d_2$.

Vì (P) cách đều d_1, d_2 nên

$$d(A, (P)) = d(B, (P)) \Leftrightarrow |c| = |c - 2| \Leftrightarrow c = 1.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $2y - 2z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2207. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = m - 1 + t \end{cases}$. Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị của m để d cắt (S) tại hai

điểm phân biệt A, B sao cho các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và B tạo với nhau góc lớn nhất có thể. Tính tổng các phần tử của tập hợp T .

A. -3 .

B. -5 .

C. 3 .

D. -4 .

Lời giải.

(S) có tâm là $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = 2$.

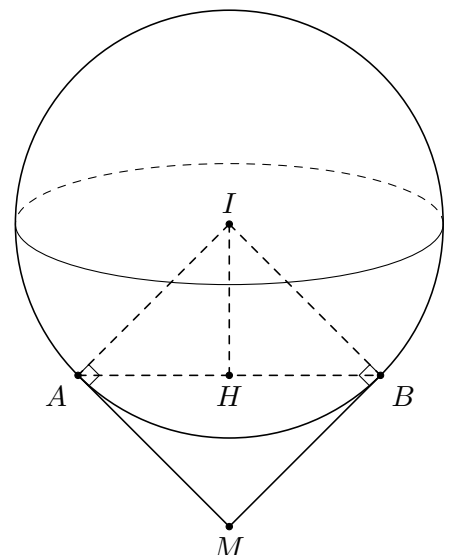
Tiếp diện tại A, B của (S) là (P) và (P') . Gọi M là hình chiếu của I lên giao tuyến của (P) và $(P') \Rightarrow ((P), (P')) = (AM, BM)$.

Hai mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và B tạo với nhau góc lớn nhất $\Leftrightarrow ((P), (P')) = 90^\circ$ hay $IAMB$ là hình vuông cạnh 2 $\Leftrightarrow d(I, d) = IH = \sqrt{2}$.

$$\text{Mặt khác } d(I, d) = \frac{\sqrt{(m+1)^2 + (m+2)^2 + 1}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } \frac{\sqrt{(m+1)^2 + (m+2)^2 + 1}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **A** □



Câu 2208. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -1)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là

A. $2x - y + 3z + 3 = 0$.

B. $x + 2y - z - 3 = 0$.

C. $x + 2y - z + 3 = 0$.

D. $2x - y + 3z - 3 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng (d) có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1; 3)$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 2; -1)$ vuông góc với đường thẳng (d) nên nhận $\vec{u} = (2; -1; 3)$ làm một véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình $(P): 2(x - 1) - 1(y - 2) + 3(z + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2209. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ và $(Q): 2x + y - z + 3 = 0$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng (Δ) . Một véc-tơ chỉ phương của (Δ) có tọa độ là

- A. $\vec{u} = (0; -3; 3)$. B. $\vec{u} = (1; 1; -1)$. C. $\vec{u} = (0; 1; 1)$. D. $\vec{u} = (2; -1; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng P có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; 1; -1)$.

Mặt phẳng Q có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (2; 1; -1)$.

(Δ) là giao tuyến của (P) và (Q) nên (Δ) có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (0; -1; -1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2210. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 2; 1)$. Đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

- A. $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ B. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$ D. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) nên Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) , (Q) mặt phẳng trung trực của OA , OB .

Gọi M , N lần lượt là trung điểm của OA , OB suy ra $M\left(\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}\right)$, $N\left(\frac{-1}{2}; 1; \frac{1}{2}\right)$.

Mặt phẳng (P) đi qua M và nhận $\vec{OA}$ là một véc-tơ pháp tuyến, nên $(P): x + z - 1 = 0$.

Mặt phẳng (Q) đi qua N và nhận $\vec{OB}$ là một véc-tơ pháp tuyến, nên $(Q): x - 2y - z + 3 = 0$.

Ta có $E(1; 2; 0)$, $F(-1; 0; 2) \in (P) \cap (Q)$.

Đường thẳng Δ đi qua $E(1; 2; 0)$ và nhận $\frac{1}{2}\vec{EF} = (-1; -1; 1)$ làm một véc-tơ pháp tuyến nên phương

$$\text{trình } \Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2211. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 4)$ và song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{3}$ là

- A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{3}$. B. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{4}$.
C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{1}$. D. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{4}$.

Lời giải.

Do đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 4)$ và song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{3}$.

Ta có phương trình đường thẳng d là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2212. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-5}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxz) và cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + t. \\ z = -1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ y = \frac{-25}{7} + t. \\ z = \frac{18}{7} \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 + t. \\ z = 4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = t \\ y = -4 + t. \\ z = 3 + t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần tìm, $A = d \cap d_1$ và $B = d \cap d_2$.

Ta có tọa độ $A = (u; -4 + u; 3 - u)$, $B = (1 - 2v; -3 + v; 4 - 5v)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1 - 2v - u; 1 + v - u; 1 - 5v + u)$ là véc-tơ chỉ phương của d .

Do $d \perp (Oxz)$ nên $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}_{Oxz} = (0; 1; 0)$ cùng phương.

Từ đó ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{i} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{j} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2v - u = 0 \\ 1 - 5v + u = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{3}{7} \\ u = \frac{2}{7} \end{cases}$.

Nên tọa độ $A(\frac{3}{7}; \frac{-25}{7}; \frac{18}{7})$.

Vậy d đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (0; 1; 0)$ có phương trình là $\begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ y = \frac{-25}{7} + t \\ z = \frac{18}{7} \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2213. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{5}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_4 = (-2; 1; -5)$. B. $\vec{u}_1 = (2; -1; -5)$. C. $\vec{u}_2 = (2; 1; 5)$. D. $\vec{u}_3 = (1; 2; 3)$.

Lời giải.

Theo lý thuyết.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2214. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$, $B(2; 3; 2)$. d là đường thẳng đi qua O sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến d lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $x + 4y - 7z = 0$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-7}$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z}{7}$. D. $x + 4y + 7z = 0$.

Lời giải.

— Ta có $d(A, d) \leq OA$ và $d(B, d) \leq OB$ nên $d(A, d) + d(B, d) \leq OA + OB =$ hằng số.

— Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow d \perp OA$ và $d \perp OB$.

— Ta có $\overrightarrow{OA} = (-1; 2; 1)$ và $\overrightarrow{OB} = (2; 3; 2)$ nên $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = (1; 4; -7)$.

— Vậy $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-7}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2215. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$;

$d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 3z - 5 = 0$. Số đường thẳng song song với mặt phẳng (P) , cắt cả hai đường d_1, d_2 là

A. vô số.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

• Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A_1(3; 3; -2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-1; -2; 1)$. Đường thẳng d_2 đi qua điểm $A_2(5; -1; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-3; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 3)$.

• Ta có $A_1 \notin (P)$ và $\vec{u}_1 \cdot \vec{n} = 0$ nên $d_1 \parallel (P)$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm A_1 và có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}$. Khi đó $(Q) \parallel (P)$ và (Q) đi qua d_1 .

• Do $\vec{u}_2 \cdot \vec{n} \neq 0$ nên d_2 cắt (Q) tại điểm I . Mặt khác, do d_1 và d_2 chéo nhau nên $I \notin d_1$.

• Với mỗi điểm M tùy ý thuộc đường thẳng d_1 , đường thẳng IM cắt cả 2 đường thẳng d_1, d_2 và song song với (P) . Vậy có vô số đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2216. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 1; 1)$ trên mặt phẳng $x + y - z + 2 = 0$ có tọa độ

A. $(0; 2; 0)$.B. $(2; 2; 0)$.C. $(2; 0; 0)$.D. $(0; 0; 2)$.**Lời giải.**

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(1; 1; 1)$ trên mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$. Suy ra đường thẳng AH đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) . Khi đó đường thẳng AH có phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t. \end{cases}$$

Tọa độ $H(1 + t; 1 + t; 1 - t)$ thỏa $1 + t + 1 + t - (1 - t) + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Leftrightarrow H(0; 0; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2217. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (4; -6; 2)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 - 6t \\ z = 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (4; -6; 2)$ hay véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-2; 3; -1)$ nên có phương trình

$$\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3t \\ z = -1 - t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2218. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$ và hai điểm $P(3; 1; 0)$, $Q(-9; 4; 9)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $|MP - MQ|$ có giá trị lớn nhất. Tọa độ của M là

A. $M(7; 2; -13)$.B. $M(7; -28; 13)$.C. $M(-7; -26; -13)$.D. $M(-7; 2; 13)$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm $P(3; 1; 0)$ vào vế trái phương trình (P) ta được: $2 \cdot 3 - 1 + 0 + 1 = 6 > 0$.

Thay tọa độ điểm $Q(-9; 4; 9)$ vào vế trái phương trình (P) ta được: $2 \cdot (-9) - 4 + 9 + 1 = -12 < 0$.

Do đó P, Q nằm khác phía đối với mặt phẳng (P) .

Gọi H là hình chiếu của P lên mặt phẳng (P) , K là điểm đối xứng của P qua mặt phẳng (P) . Ta

$$\text{có phương trình đường } HP: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}.$$

Tọa độ $H(3 + 2t; 1 - t; t)$ thỏa $2(3 + 2t) - (1 - t) + t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Suy ra $H(1; 2; -1) \Rightarrow K(-1; 3; -2)$.

Ta có $|MP - MQ| = |MK - MQ| \geq QK$ với mọi điểm M trên (P) .

Khi đó $|MP - MQ|$ lớn nhất khi và chỉ khi $|MP - MQ| = QK$ xảy ra khi M, Q, K thẳng hàng hay M là giao điểm của QK và mặt phẳng (P) .

Đường thẳng QK qua $K(-1; 3; -2)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{QK} = (8; -1; -11)$ có phương trình

$$\begin{cases} x = -1 + 8t' \\ y = 3 - t' \\ z = -2 - 11t' \end{cases}.$$

Tọa độ $M(-1 + 8t'; 3 - t'; -2 - 11t')$ thỏa $2(-1 + 8t') - (3 - t') + (-2 - 11t') + 1 = 0 \Leftrightarrow t' = 1$.

Vậy $M((7; 2; -13))$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2219. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}. \text{ Phương trình đường thẳng vuông góc với } (P): 7x + y - 4z = 0 \text{ và cắt hai đường}$$

thẳng d_1, d_2 là

A. $\frac{x-7}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{1}.$

B. $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}.$

C. $\frac{x+2}{-7} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{4}.$

D. $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{4}.$

Lời giải.

Ta có

- d_1 đi qua điểm $M_1(0; 1; -2)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$.
- d_2 đi qua điểm $M_2(-1; 1; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$.
- Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (7; 1; -4)$.

Gọi (α_1) là mặt phẳng chứa d_1 và vuông góc với (P) , (α_2) là mặt phẳng chứa d_2 và vuông góc với (P) .

(α_1) có véc-tơ pháp tuyến là $[\vec{u}_1, \vec{n}_P] = (3; 15; 9)$ hay $\vec{n}_1 = (1; 5; 3)$ và đi qua điểm $M_1(0; 1; -2)$ nên có phương trình

$$1(x - 0) + 5(y - 1) + 3(z + 2) = 0 \Leftrightarrow x + 5y + 3z + 1 = 0.$$

(α_2) có véc-tơ pháp tuyến là $[\vec{u}_2, \vec{n}_P] = (-4; 8; -5)$ hay $\vec{n}_2 = (5; -8; 5)$ và đi qua điểm $M_2(-1; 1; 3)$ nên có phương trình

$$4(x + 1) - 8(y - 1) + 5(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 4x - 8y + 5z - 3 = 0.$$

Đường thẳng d vuông góc với (P) và cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 nên $d = (\alpha_1) \cap (\alpha_2)$. Do đó d đi qua điểm $A(2; 0; -1) \in (\alpha_1) \cap (\alpha_2)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \vec{n}_P = (7; 1; -4)$. Vậy phương trình d là

$$\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2220. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(-1; 2; -3)$, song song với mặt phẳng $6x - 2y - 3z + 5 = 0$ và cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-5}$ là

A. $\frac{x-6}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-3}.$

B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{6}.$

C. $\frac{x+1}{6} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-3}.$

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-6}.$

Lời giải.

$(P): 6x - 2y - 3z + 5 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (6; -2; -3)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua M và song song với (P) . Δ cắt d tại điểm $N(1+3t; -1+2t; 3-5t) \in d$.

Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{MN} = (2+3t; -3+2t; 6-5t)$.

Vì Δ song song với (P) nên

$$\vec{MN} \perp \vec{n}_P \Leftrightarrow \vec{MN} \cdot \vec{n}_P = 0$$

$$\Leftrightarrow 6(2+3t) - 2(-3+2t) - 3(6-5t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$$

$$\Rightarrow N(1; -1; 3) \Rightarrow \vec{MN} = (2; -3; 6).$$

Vậy $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{6}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2221. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 6)$, $B(0; 1; 0)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Mặt phẳng $(Q): ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $P = a + b + c$.

A. $P = 9.$

B. $P = 12.$

C. $P = 5.$

D. $P = 8.$

Lời giải.

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$

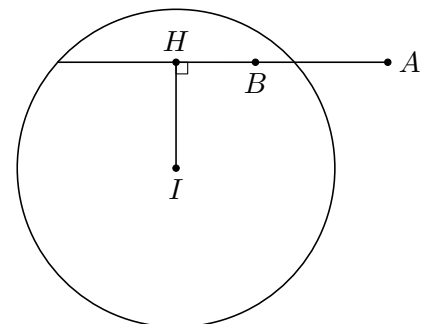
$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ nên

(S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 5$.

Ta có

— $\vec{IA} = (2; -4; 3) \Rightarrow IA = \sqrt{29} > R$ nên A nằm ngoài (S) .

— $\vec{IB} = (-1; -1; -3) \Rightarrow IB = \sqrt{11} < R$ nên B nằm trong (S) .



Đường thẳng AB đi qua $B(0; 1; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{AB} = (-3; 3; -6)$ hay $\vec{u} = (1; -1; 2)$ nên có phương trình

$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2t. \end{cases}$$

Gọi H là hình chiếu của I lên đường thẳng AB .

Ta có $H(t; 1-t; 2t) \in AB \Rightarrow \vec{IH} = (-1+t; -1-t; -3+2t)$.

Khi đó $\overrightarrow{IH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{IH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (-1+t) - 1 \cdot (-1-t) + 2 \cdot (-3+2t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$

$\Rightarrow H(1; 0; 2) \Rightarrow \overrightarrow{IH} = (0; -2; -1)$.

Ta có $(d(I, (Q)))^2 + r^2 = R^2$ nên mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r nhỏ nhất khi và chỉ khi $d(I, (Q))$ lớn nhất.

Lại có $d(I, (Q)) \leq IH$ (vì (Q) chứa đường AB).

Do đó $d(I, (Q))$ lớn nhất khi và chỉ khi $d(I, (Q)) = IH$ hay $(Q) \perp IH \Leftrightarrow -2b - c = 0$.

Mà $A(3; -2; 6)$ và $B(0; 1; 0)$ thuộc (Q) nên $\begin{cases} 3a - 2b + 6c - 2 = 0 \\ b - 2 = 0 \end{cases}$. Suy ra $\begin{cases} a = 10 \\ b = 2 \\ c = -4. \end{cases}$

Vậy $P = a + b + c = 10 + 2 - 4 = 8$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2222. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và đi qua hai điểm $A(-1; 2; 1), B(1; 3; 0)$. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. $R = \frac{2\sqrt{146}}{5}$. B. $R = \frac{9\sqrt{6}}{5}$. C. $R = \frac{\sqrt{326}}{5}$. D. $R = \frac{2\sqrt{66}}{5}$.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng đề cho là

$$(d): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = -t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Gọi I là tâm mặt cầu (S) , ta có $I \in (d)$ nên $I(1+t; -1+2t; -t)$.

Mặt cầu (S) qua hai điểm A, B nên

$$\begin{aligned} IA^2 = IB^2 &\Leftrightarrow (-2-t)^2 + (3-2t)^2 + (1+t)^2 = t^2 + (4-2t)^2 + t^2 \\ &\Leftrightarrow -6t + 14 = -16t + 16 \\ &\Leftrightarrow t = \frac{1}{5}. \end{aligned}$$

Vậy bán kính (S) là $R = IB = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(4 - 2 \cdot \frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{326}}{5}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2223. Trong không gian $Oxyz$, góc tạo bởi đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - y - 2z + 1 = 0$ có số đo bằng

A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

Lời giải.

Ta có

— d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

— (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; -2)$.

Ta có $\cos(\vec{u}, \vec{n}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{n}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \sin(d, (P)) = \frac{1}{2} \Rightarrow (d, (P)) = 30^\circ$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2224. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; 1)$ trên mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ là điểm

A. $M(-1; 2; 2)$.

B. $M(0; 1; 2)$.

C. $M(2; 1; 0)$.

D. $M(1; 1; 1)$.

Lời giải.

Ta có

— (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

$$\text{— } d: \begin{cases} \text{Qua } A(3; 2; 1) \\ \text{Có véc-tơ chỉ phương } \vec{u} = \vec{n} = (1; 1; 1) \end{cases} \Leftrightarrow d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Gọi M là hình chiếu của A trên (P) , do đó $M = d \cap (P)$, tọa độ $M = (3 + t, 2 + t, 1 + t)$ thỏa

$$(3 + t) + (2 + t) + (1 + t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Vậy $M(2; 1; 0)$.Chọn đáp án **C**

□

Câu 2225. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$ và D là điểm đối xứng của gốc tọa độ O qua mặt phẳng (ABC) . Điểm $I(a, b, c)$ là tâm mặt cầu đi qua bốn điểm A, B, C, D . Tính giá trị của biểu thức $P = a + 2b + 3c$.

A. $P = 0$.

B. $P = 2$.

C. $P = -2$.

D. $P = 1$.

Lời giải.

Ta có

— $(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$ và $\triangle ABC$ là tam giác đều.

$$\text{— } \text{Gọi } d: \begin{cases} \text{Qua } O(0, 0, 0) \\ \text{Vuông góc } (ABC) \end{cases} \Rightarrow d: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{— } \text{Gọi } M = d \cap (ABC) \Rightarrow M\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right).$$

$$\text{— } \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{MD} \Leftrightarrow \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OM} \Rightarrow D\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right).$$

Ta có $I \in d$ nên $\exists t \in \mathbb{R}$ sao cho $I(t; t; t)$, mặt khác I là tâm mặt cầu nên

$$AI^2 = DI^2 \Leftrightarrow (t - 2)^2 + t^2 + t^2 = 3\left(t - \frac{4}{3}\right)^2 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } I\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right) \Rightarrow P = 2.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2226. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$ và điểm $A(3; 1; 1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi chứa đường thẳng d . Khi khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất thì điểm nào sau đây thuộc (P) ?

A. $(-2; 3; 2)$.

B. $(2; -3; -2)$.

C. $(-2; 3; -2)$.

D. $(-2; -3; 2)$.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất khi và chỉ khi (P) vuông góc với đường thẳng AM với M là hình chiếu của A lên đường thẳng d . Ta có d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 1)$.

Vì $M \in d$ nên $M(t, -1 + t, t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (t - 3; t - 2; t - 1)$. Ta có

$$\overrightarrow{AM} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 6 - 3t = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Vậy $(P): \begin{cases} \text{Qua } B(0; -1; 0) \\ \text{Có véc-tơ pháp tuyến } \overrightarrow{AM} = (-1; 0; 1) \end{cases} \Rightarrow (P): x - z = 0.$

Vậy $(-2; 3; -2) \in (P).$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2227. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$; $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{1}$. Một đường thẳng đi qua điểm $A(2; -2; 3)$ cắt d_1, d_2 lần lượt tại M, N . Độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $2\sqrt{14}$.

B. $\sqrt{14}$.

C. 6.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $M(1+2m; m; 1+m), N(n; 2-2n; -2+n) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (2m-1; m+2; m-2) \\ \overrightarrow{AN} = (n-2; -2n+4; n-5) \end{cases}$

Vì A, M, N thẳng hàng nên

$$\begin{aligned} & \begin{cases} (2m-1)(-2n+4) = (m+2)(n-2) \\ (2m-1)(n-5) = (m-2)(n-2) \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -4mn + 8m + 2n - 4 = mn - 2m + 2n - 4 \\ 2mn - 10m - n + 5 = mn - 2m - 2n + 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 5m(2-n) = 0 \\ mn = 8m - n - 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m = 0 \\ n = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{— Với } \begin{cases} m = 0 \\ n = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(1; 0; 1) \in d_1 \\ N(-1; 4; -3) \in d_2 \\ A, M, N \text{ thẳng hàng} \end{cases} \Rightarrow MN = \sqrt{2^2 + 4^2 + 4^2} = 6.$$

$$\text{— Với } \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\left(2; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right) \in d_1 \\ N(2; -2; 0) \in d_2 \\ A, M, N \text{ không thẳng hàng} \end{cases} \quad (\text{không thỏa mãn}).$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2228. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P_m): (m-1)x + (2-m)y - mz + 2m - 1 = 0$ thay đổi. Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 0; 3)$ lên mặt phẳng (P_m) luôn thuộc đường tròn cố định có bán kính là

A. $R = 1$.

B. $R = \frac{1}{2}$.

C. $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi d_m là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P_m) .

Gọi A_m là hình chiếu vuông góc của A lên (P_m) suy ra $A_m = d_m \cap (P_m)$. Ta xét

$$\text{— Khi } m = 0, (P_0): -x + 2y - 1 = 0 \text{ suy ra } d_0: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = 3 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Ta có $A_0(1-t, 2t, 3)$ với t thỏa $-(1-t) + 2 \cdot 2t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5}$.

Vậy $A_0\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}; 3\right)$.

— Khi $m = 1, (P_1): y - z + 1 = 0$ suy ra $d_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = k \\ z = 3 - k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$.

Ta có $A_1(1, k, 3 - k)$ với k thỏa $k - (3 - k) + 1 = 0 \Leftrightarrow k = 1$.

Vậy $A_1(1; 1; 2)$.

— Khi $m = 2, (P_2): x - 2z + 3 = 0$ suy ra $d_2: \begin{cases} x = 1 + l \\ y = 0 \\ z = 3 - 2l \end{cases} \quad (l \in \mathbb{R})$.

Ta có $A_2(1 + l, 0, 3 - 2l)$ với l thỏa $(1 + l) - 2(3 - 2l) + 3 = 0 \Leftrightarrow l = \frac{2}{5}$.

Vậy $A_2\left(\frac{7}{5}; 0; \frac{11}{5}\right)$.

Vì A_m luôn thuộc một đường tròn cố định nên đường tròn đó là đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_0A_1A_2$. Gọi R là bán kính của đường tròn này. Ta đặt

$$— a = A_0A_1 = \sqrt{\left(1 - \frac{3}{5}\right)^2 + \left(1 - \frac{4}{5}\right)^2 + (2 - 3)^2} = \frac{\sqrt{30}}{5}.$$

$$— b = A_0A_2 = \sqrt{\left(\frac{7}{5} - \frac{3}{5}\right)^2 + \left(0 - \frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{11}{5} - 3\right)^2} = \frac{4\sqrt{3}}{5}.$$

$$— c = A_1A_2 = \sqrt{\left(\frac{7}{5} - 1\right)^2 + (0 - 1)^2 + \left(\frac{11}{5} - 2\right)^2} = \frac{\sqrt{30}}{5}.$$

$$— p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{\sqrt{30} + 2\sqrt{3}}{5}.$$

Ta có diện tích $\triangle A_0A_1A_2$ là $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{6\sqrt{6}}{25}$.

Mặt khác $S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án  □

Câu 2229. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$ lên mặt phẳng Oxy .

$$\text{A. } \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = -2 - t \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 \end{cases}$$

Lời giải.

Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên mặt phẳng Oxy . Đường thẳng d cắt mặt phẳng Oxy tại điểm $M(-3; -3; 0) \in \Delta$. Mặt khác điểm $N(1; -1; 2) \in d$ có hình chiếu vuông góc trên mặt phẳng Oxy là $H(1; -1; 0) \in \Delta$. Vậy đường thẳng Δ chính là đường thẳng đi qua hai điểm M, H .

Kiểm tra các đáp án ta thấy chỉ có đường thẳng $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = -2 - t \\ z = 0 \end{cases}$ là đồng thời đi qua M và H .

Chọn đáp án  □

Câu 2230. Trong không gian $Oxyz$, gọi M là giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$ và

mặt phẳng Oyz . Tính OM .

A. $OM = 5$.

B. $OM = 7$.

C. $OM = \sqrt{14}$.

D. $OM = 3$.

Lời giải.

Đường thẳng d cắt mặt phẳng Oyz tại điểm $M(0; -4; -3)$. Do đó $OM = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2231. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$. Chọn khẳng định đúng.

A. d_1 và d_2 song song.

B. d_1 và d_2 cắt nhau.

C. d_1 và d_2 trùng nhau.

D. d_1 và d_2 chéo nhau.

Lời giải.

— Lấy $A(1; -1; 2) \in d_1$ và $\vec{u}_1 = (2; 1; 3)$ là véc-tơ chỉ phương của d_1 . Lấy $B(2; 1; 2) \in d_2$ và $\vec{u}_2 = (1; 1; -1)$ là véc-tơ chỉ phương của d_2 .

— Ta có $\vec{AB} = (1; 2; 0)$, $[\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (-4; 5; 1)$ và $\vec{AB} \cdot [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = 6 \neq 0$. Suy ra d_1, d_2 chéo nhau.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2232. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, lập phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với đường thẳng $d: x = y = z$.

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{2}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$.

D. $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải.

Ta có véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{n} = (1; 2; 3)$. Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2233. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng $d: \frac{x-3}{19} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-2018}{1987}$ có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (3; -6; 2018)$.

B. $\vec{u} = (19; -3; 1987)$.

C. $\vec{u} = (3; 6; 2018)$.

D. $\vec{u} = (19; 3; 1987)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (19; 3; 1987)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2234. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$ và $d_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$. Phương trình đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

A. $d': \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{-1}$.

B. $d': \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+7}{1}$.

C. $d': \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{1}$.

D. $d': \frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{1}$.

Lời giải.

Giả sử $A(t+1; t+2; t-1) \in d_1$ và $B(2s+3; s-1; 3s+2) \in d_2$ là giao điểm của đường vuông góc chung d' với hai đường thẳng d_1, d_2 . Ta có $\vec{AB} = (2s-t+2; s-t-3; 3s-t+3)$ vuông góc với $\vec{u}_{d_1} = (1; 1; 1)$ và $\vec{u}_{d_2} = (2; 1; 3)$. Suy ra, $s = -3; t = -\frac{16}{3}$. Do đó, $A\left(-\frac{13}{3}; -\frac{10}{3}; -\frac{19}{3}\right)$ và

$B(-3; -4; -7)$. Suy ra $d' : \frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2235. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + y + z - 7 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{2}$. Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Giá trị $T = |x_0| + |y_0| + |z_0|$ bằng

A. 5.

B. 11.

C. 9.

D. 7.

Lời giải.

Gọi M là giao của d và (P) , ta có M có dạng $(1+2t; -1+t; -3+2t)$. Thay vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $t = 2$. Vậy $M = (5; 1; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2236. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0; -1; 2)$ và $N(-1; 1; 3)$. Một mặt phẳng (P) đi qua M, N sao cho khoảng cách từ điểm $K(0; 0; 2)$ đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Tìm tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

A. $\vec{n} = (1; -1; 1)$.

B. $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

C. $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

D. $\vec{n} = (2; -1; 1)$.

Lời giải.

Gọi H, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của K lên mặt phẳng (P) và đường thẳng MN . Khi đó tam giác KHE vuông tại $H \Rightarrow KH \leq KE$.

Lại có $d(K, (P)) = KH$, $d(K, MN) = KE$ nên khoảng cách từ K đến mặt phẳng (P) lớn nhất khi $H \equiv E$, tức là $\vec{KE}$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Ta có $\vec{MN} = (-1; 2; 1)$

$\Rightarrow$ phương trình đường thẳng $MN : \begin{cases} x = -t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$

$\Rightarrow E(-t; -1 + 2t; 2 + t) \Rightarrow \vec{KE} = (-t; -1 + 2t; t)$.

Vì $\vec{KE} \perp \vec{MN}$ nên $t + 2(-1 + 2t) + t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$. Do đó $\vec{KE} = \left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Vậy một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2237. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{5}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (2; 1; 5)$.

B. $\vec{u} = (1; 2; 3)$.

C. $\vec{u} = (-2; 1; -5)$.

D. $\vec{u} = (2; -1; -5)$.

Lời giải.

Dựa vào dạng chính tắc của đường thẳng d , ta có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2; 1; 5)$ hoặc $\vec{u} = (2; -1; -5)$.

Vậy ta có đáp án đúng là $\vec{u} = (2; -1; -5)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2238. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$, $B(2; 3; 2)$. Đường thẳng (d) đi qua O sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến (d) lớn nhất có phương trình là

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z}{7}$.

B. $x + 4y - 7z = 0$.

C. $x + 4y + 7z = 0$.

D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-7}$.

Lời giải.

- Ta có $d(A, d) \leq OA$ và $d(B, d) \leq OB$ nên $d(A, d) + d(B, d) \leq OA + OB =$ hằng số.
- Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow d \perp OA$ và $d \perp OB$.
- Ta có $\overrightarrow{OA} = (-1; 2; 1)$ và $\overrightarrow{OB} = (2; 3; 2)$ nên $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = (1; 4; -7)$.
- Vậy $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-7}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2239. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 3z - 5 = 0$. Số đường thẳng song song với mặt phẳng (P) , cắt cả hai đường d_1, d_2 là

- A. 3. B. vô số. C. 1. D. 0.

Lời giải.

Giả sử Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $A = \Delta \cap d_1, B = \Delta \cap d_2$. Suy ra $A(3 - t_1; 3 - 2t_1; -2 + t_1)$ và $B(5 - 3t_2; -1 + 2t_2; 2 + t_2)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (2 - 3t_2 + t_1; -4 + 2t_2 + 2t_1; 4 + t_2 - t_1)$.

Vì $\Delta \parallel (P)$ nên

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_{(P)} &= 0 \Leftrightarrow 1(2 - 3t_2 + t_1) + 1(-4 + 2t_2 + 2t_1) + 3(4 + t_2 - t_1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 10 + 2t_2 = 0 \\ &\Leftrightarrow t_2 = -5.\end{aligned}$$

Ứng với $t_2 = -5$, có vô số t_1 thỏa. Vậy có vô số đường thẳng thỏa đề bài.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2240. Cho đường thẳng d đi qua $M(2; 0; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng d qua $M(2; 0; -1)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{a}' = (2; -3; 1)$

$$\Rightarrow d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2241. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(-3; 0; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Trong các đường thẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) , gọi Δ là đường thẳng mà khoảng cách từ B đến đường thẳng Δ là nhỏ nhất. Hỏi Δ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $(23; -11; -1)$. B. $(23; 11; -1)$. C. $(29; 11; -1)$. D. $(29; 11; 1)$.

Lời giải.

Gọi (Q) là mặt phẳng qua A và song song với (P) .

$$\Rightarrow (Q): x + 3 - 2y + 2(z - 1) = 0 \Rightarrow (Q): x - 2y + 2z + 1 = 0.$$

Gọi H là hình chiếu của B lên Δ , K là hình chiếu của B lên (Q) .

Ta có $BH \geq BK$ nên $d(B, \Delta)$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $BH = BK$.

Tức là đường thẳng Δ cần tìm là đường thẳng AK .

Gọi d là đường thẳng qua B và vuông góc với (Q) .

$$\Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Tọa độ K là giao điểm của d và mặt phẳng (Q) . Khi đó ta có

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 2t \\ x - 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{9} \\ y = \frac{11}{9} \\ z = \frac{7}{9} \\ t = \frac{-10}{9}. \end{cases}$$

Do đó $K\left(-\frac{1}{9}; \frac{11}{9}; \frac{7}{9}\right)$.

Δ qua A có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AK} = \left(\frac{26}{9}; \frac{11}{9}; \frac{-2}{9}\right)$

$$\Rightarrow \Delta: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}.$$

Thay $(23; 11; -1)$ vào phương trình đường thẳng Δ ta thấy thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2242. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (-2; 1; -3)$. B. $\vec{u} = (-1; 2; 1)$. C. $\vec{u} = (2; 1; 1)$. D. $\vec{u} = (-1; 2; 0)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2243. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 3; -2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$, $d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1 , d_2 lần lượt tại A và B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $AB = 2$. B. $AB = 3$. C. $AB = \sqrt{5}$. D. $AB = \sqrt{6}$.

Lời giải.

Giả sử đường thẳng d lần lượt cắt hai đường thẳng d_1 , d_2 tại $A(1+a; 2+3a; a)$, $B(-1-b; 1+2b; 2+4b)$.

Ta có:

$$\overrightarrow{MA} = (a-2; 3a-1; a+2), \quad \overrightarrow{MB} = (-b-4; 2b-2; 4b+4).$$

Vì $\overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{MB}$ cùng phương nên ta có

$$\begin{aligned} \frac{a-2}{-b-4} &= \frac{3a-1}{2b-2} = \frac{a+2}{4b+4} \quad (*) \\ \Rightarrow \begin{cases} 2ab - 2a - 4b + 4 = -3ab + b - 12a + 4 \\ 12ab + 12a - 4b - 4 = 2ab + 4b - 2a - 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} ab + 2a - b = 0 & (1) \\ 5ab + 7a - 4b = 0 & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Từ (1) và (2), ta được $b = 3a$, thay vào phương trình (1), ta được

$$3a^2 - a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \Rightarrow b = 0 & (\text{thỏa mãn } (*)) \\ a = \frac{1}{3} \Rightarrow b = 1 & (\text{không thỏa mãn } (*)). \end{cases}$$

Với $a = b = 0$, ta có $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 1; 2) \Rightarrow AB = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2244. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$ và tọa độ hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-3; -3; -3)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết rằng C luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. $R = \frac{2\sqrt{33}}{3}$. B. $R = \frac{2\sqrt{11}}{3}$. C. $R = 6$. D. $R = 4$.

Lời giải.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (-4; -4; -4) = -4(1; 1; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Gọi $I = AB \cap (P) \Rightarrow$ tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1} \\ x + y - z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow I(3; 3; 3).$$

Vì IC tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm C nên ta có $IC^2 = IA \cdot IB = 36 \Rightarrow IC = 6$.

Do A, B cố định nên I cố định $\Rightarrow C$ thuộc đường tròn tâm I , bán kính $R = 6$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2245. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (2; 1; 1)$. B. $\vec{u} = (2; 1; 0)$. C. $\vec{u} = (-1; 2; 1)$. D. $\vec{u} = (-1; 2; 0)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2246. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$ cắt mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 2 = 0$ tại điểm $I(a; b; c)$. Khi đó $a + b + c$ bằng

A. 7. B. 3. C. 9. D. 5.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + t. \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm I của d và mặt phẳng (P) là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + t \\ 2x - 3y + z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = 2 \\ t = 1. \end{cases}$$

Suy ra $I(3; 2; 2)$, hay $a + b + c = 3 + 2 + 2 = 7$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2247. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 6)$ là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-6}{3}$.

B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+6}{3}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{6}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{6}$.

Lời giải.

Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua $A(1; -2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 6)$ là

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{6}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2248. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 6 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d ?

A. $\frac{x-8}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+7}{11}$.

B. $\frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-3}{11}$.

C. $\frac{x+8}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-7}{11}$.

D. $\frac{x+4}{2} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+3}{11}$.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + t \\ z = -5 - t \end{cases}$

Tọa độ giao điểm M của d và (P) là nghiệm của phương trình

$$2(2 + 3t) - 3(-1 + t) - 5 - t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow M(8; 1; -7).$$

Véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = [\vec{u}_d; \vec{n}_{(P)}] = (-2; -5; -11) = -1 \cdot (2; 5; 11)$.

Đường thẳng Δ nằm trong (P) cắt và vuông góc với d suy ra Δ đi qua M và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (2; 5; 11)$.

Phương trình chính tắc của $d: \frac{x-8}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+7}{11}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2249. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2; 5; 3)$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $10 + 2\sqrt{7}$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu (S) ?

A. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 100$.

B. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 7$.

C. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 25$.

D. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 28$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính của mặt cầu (S) , H là trung điểm của AB .

Ta có $IH \perp AB$ nên $IH = d(I, d)$.

Đường thẳng d đi qua $M(1; 0; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 2)$.

Ta có $\overrightarrow{IM} = (-1; -5; -1) \Rightarrow [\vec{u}; \overrightarrow{IM}] = (9; 0; -9)$.

$$\text{Suy ra } IH = \frac{|[\vec{u}; \overrightarrow{IM}]|}{|\vec{u}|} = 3\sqrt{2}.$$

$$AB = 2AH = 2\sqrt{R^2 - IH^2} = 2\sqrt{R^2 - 18}, R > 3\sqrt{2}.$$

Chi vi tam giác IAB là $IA + IB + AB = 10 + 2\sqrt{7}$

$$\Leftrightarrow 2R + 2\sqrt{R^2 - 18} = 10 + 2\sqrt{7} \Leftrightarrow R + \sqrt{R^2 - 18} = 5 + \sqrt{7}$$

$$\Leftrightarrow R - 5 + \frac{R^2 - 25}{\sqrt{R^2 - 18} + \sqrt{7}} = 0 \Leftrightarrow (R - 5) \left(1 + \frac{R + 5}{\sqrt{R^2 - 18} + \sqrt{7}} \right) = 0 \Leftrightarrow R = 5.$$

Phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(2; 5; 3)$ và bán kính $R = 5$ là

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 + (z - 3)^2 = 25.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2250. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 3; -2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$, $d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$. Đường thẳng đi qua M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 tại A, B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Do $A \in d_1, B \in d_2$ nên $A(a+1; 3a+2; a), B(-b-1; 2b+1; 4b+2)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (a-2; 3a-1; a+2); \overrightarrow{MB} = (-b-4; 2b-2; 4b+4)$.

$$\text{Do } M, A, B \text{ thẳng hàng nên } \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2 = k(-b-4) \\ 3a-1 = k(2b-2) \\ a+2 = k(4b+4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+kb+4k = 2 \\ 3a-2kb+2k = 1 \\ a-4kb-4k = -2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ kb = 0 \\ k = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Suy ra $a = b = 0$ nên $A(1; 2; 0), B(-1; 1; 2)$ và $AB = \sqrt{(-1-1)^2 + (1-2)^2 + (2-0)^2} = 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2251. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Đường

thẳng d' song song với d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (-2; 3; 0)$.

B. $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

C. $\vec{u} = (2; 3; 1)$.

D. $\vec{u} = (-2; -3; 1)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (2; 3; -1) = -(-2; -3; 1)$.

Do d' song song với d nên d' có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2; -3; 1)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2252. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$, điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A. $(1; 2; -3)$. B. $(-1; -2; -3)$. C. $(1; -2; 3)$. D. $(1; 2; 3)$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm $H(1; 0; 3)$.

$$\text{Vì } H \text{ là trung điểm của đoạn thẳng } AB \text{ nên } \begin{cases} x_B = 2x_H - x_A = 1 \\ y_B = 2y_H - y_A = -2 \\ z_B = 2z_H - z_A = 3 \end{cases} \Rightarrow B(1; -2; 3).$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2253. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng cắt nhau $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + z + 5 = 0$. Đường thẳng d là giao tuyến của (P) và (Q) có phương trình là

- A. $\frac{x-4}{2} = \frac{y-9}{1} = \frac{z-1}{-1}$. B. $\frac{x-4}{2} = \frac{y-9}{1} = \frac{z}{1}$.
C. $\frac{x-4}{2} = \frac{y-9}{1} = \frac{z}{-1}$. D. $\frac{x-4}{2} = \frac{y+9}{1} = \frac{z}{-1}$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của (P) và (Q) lần lượt là $\vec{n} = (2; -1; 3)$ và $\vec{n}' = (1; -1; 1)$. Do đó một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = [\vec{n}, \vec{n}'] = (2; 1; -1)$.

$$\text{Cho } z = 0 \text{ xét hệ phương trình } \begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x - y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \end{cases}. \text{ Suy ra điểm } M(4; 9; 0) \in d.$$

$$\text{Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng } d \text{ là } \frac{x-4}{2} = \frac{y-9}{1} = \frac{z}{-1}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2254. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(0; 1; 1)$, vuông góc với đường

$$\text{thẳng } d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = -1 \end{cases} \text{ và cắt đường thẳng } d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}. \text{ Phương trình của } \Delta \text{ là}$$

- A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -4 \\ y = 3 \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } d_2: \begin{cases} x = 2s \\ y = 1 + s \\ z = s \end{cases}$$

Gọi $B = \Delta \cap d_2$ thì $B \in d_2 \Rightarrow B(2s; 1 + s; s)$ và véc-tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{MB} = (2s; s; s - 1)$.

Do $\Delta \perp d_1$ nên $\overrightarrow{MB} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow \overrightarrow{MB} = (0; 0; -1)$.

$$\text{Vậy phương trình của đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1 - t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2255. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{-1}$, $d_3: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{-1}$. Mặt phẳng (P) chứa d_3 và cắt d_1, d_2 tại hai điểm A, B sao

cho đoạn thẳng AB ngắn nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm

- A. $(0; 5; -2)$. B. $(7; -2; -4)$. C. $(1; -3; 3)$. D. $(2; 1; -4)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d_1, d_2, d_3 lần lượt là $\vec{u}_1 = (1; 1; -1), \vec{u}_2 = (1; 2; -3), \vec{u}_3 = (1; -2; -1)$.

Ta có phương trình tham số của $d_1 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + t \\ z = -t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2 + s \\ y = -1 + 2s \\ z = -3s \end{cases}$.

Để thấy $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ không cùng phương và hệ phương trình $\begin{cases} 2 + t = 2 + s \\ 2 + t = -1 + 2s \\ -t = -3s \end{cases}$ vô nghiệm nên d_1 và d_2

chéo nhau.

Gọi MN là đoạn vuông góc chung với $M \in d_1, N \in d_2$.

Suy ra $M(2 + t; 2 + t; -t), N(2 + s; -1 + 2s; -3s)$.

Khi đó $\begin{cases} \vec{u}_1 \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \\ \vec{u}_2 \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ s = 0 \end{cases}$. Suy ra $\begin{cases} M(1; 1; 1) \\ N(2; -1; 0) \end{cases}$.

Mặt khác $\begin{cases} \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_3 = 0 \\ \vec{u}_2 \cdot \vec{u}_3 = 0 \end{cases}$ nên $d_3 \perp d_1$ và $d_3 \perp d_2$.

Từ đó để AB ngắn nhất thì mặt phẳng (P) đi qua MN .

Lấy $D(2; 1; -1) \in d_3$, ta có véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = [\overrightarrow{MD}, \vec{u}_3] = (4; 1; 2)$.

Phương trình (P) chứa d_3 và MN là $4x + y + 2z - 7 = 0$.

Vậy $(1; -3; 3) \in (P)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2256. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; -1), B(1; -1; 3), C(-5; 2; 5)$.

Phương trình đường thẳng đi qua chân đường phân giác trong góc B của tam giác vuông góc với (ABC) là

- A. $\begin{cases} x = -\frac{3}{2} + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -\frac{3}{2} + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -\frac{3}{2} + 3t \\ y = -2 + 4t \\ z = \frac{3}{2} + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = \frac{3}{2} + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = \frac{3}{2} + 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -\frac{3}{2} + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = \frac{3}{2} + 3t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi D là chân đường phân giác trong góc $\widehat{ABC}$. Ta có

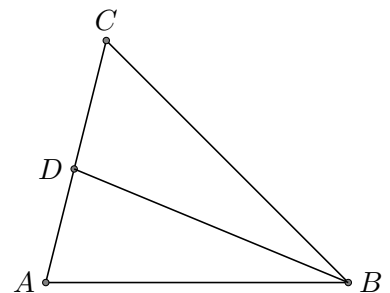
$\overrightarrow{BA} = (0; 3; -4)$ và $\overrightarrow{BC} = (-6; 3; 2)$.

Khi đó $AB = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$

và $BC = \sqrt{(-6)^2 + 3^2 + 2^2} = 7$.

Do tính chất đường phân giác ta có

$$\frac{BA}{BC} = \frac{DA}{DC} \Leftrightarrow \frac{DA}{DC} = \frac{5}{7}.$$



Do D là chân đường phân giác trong nên $\overrightarrow{DA} = -\frac{5}{7}\overrightarrow{DC}$ (*).

Giả sử $D(x_0; y_0; z_0)$ khi đó $\overrightarrow{DA} = (1 - x_0; 2 - y_0; -1 - z_0)$ và $\overrightarrow{DC} = (-5 - x_0; 2 - y_0; 5 - z_0)$.

Từ (*) ta suy ra

$$\begin{cases} 1 - x_0 = -\frac{5}{7}(-5 - x_0) \\ 2 - y_0 = -\frac{5}{7}(2 - y_0) \\ -1 - z_0 = -\frac{5}{7}(5 - z_0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -\frac{3}{2} \\ y_0 = 2 \\ z_0 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Suy ra tọa độ điểm $D\left(-\frac{3}{2}; 2; \frac{3}{2}\right)$.

Mặt khác gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) suy ra $\vec{n}$ và $[\vec{BA}, \vec{BC}]$ cùng phương. Mà $[\vec{BA}, \vec{BC}] = (18; 24; 18)$ ta chọn $\vec{n}(3; 4; 3)$. Do giả thiết ta có phương trình tham số của đường

thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là $\begin{cases} x = -\frac{3}{2} + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = \frac{3}{2} + 3t \end{cases}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2257. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải.

Ta có phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Gọi A là giao điểm của d và (P) . Khi đó tọa độ điểm A tương ứng với tham số t là nghiệm của phương trình

$$-1 + 2t + 2t - 2 + 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

suy ra tọa độ điểm $A(1; 1; 1)$.

Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ta chọn $\vec{n}(1; 2; 1)$. Tương tự gọi $\vec{v}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ta chọn $\vec{v}(2; 1; 3)$.

Khi đó ta có $[\vec{n}, \vec{v}] = (5; -1; -3)$. Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ , do giả thiết ta chọn $\vec{u}(5; -1; -3)$. Khi đó phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2258. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là

một véc-tơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{n} = (-1; -2; 1)$.

B. $\vec{n} = (-1; 2; 1)$.

C. $\vec{n} = (1; -2; 1)$.

D. $\vec{n} = (1; 2; 1)$.

Lời giải.

Đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ có một vec-tơ chỉ phương là $(a; b; c)$. Do đó, từ phương trình d , ta

thấy $\vec{n} = (-1; 2; 1)$ là một vec-tơ chỉ phương của d .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2259. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A và $AB = AC = a\sqrt{2}$. Góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng 60° , M là trung điểm BC . Tính khoảng cách giữa đường thẳng AM và $B'C$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải.

B' là hình chiếu vuông góc của B trên $(A'B'C')$

$\Rightarrow A'B'$ là hình chiếu vuông góc của $A'B$ trên $(A'B'C')$

$\Rightarrow (A'B; (A'B'C')) = (A'B; A'B') = \widehat{BA'B'} = 60^\circ$.

Xét $\triangle BA'B'$ vuông tại A' có $\tan A' = \frac{BB'}{A'B'}$

$\Rightarrow BB' = A'B' \cdot \tan A' = a\sqrt{2} \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$.

Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ thỏa mãn

$A \equiv O(0; 0; 0)$, $B(a\sqrt{2}; 0; 0)$, $C(0; a\sqrt{2}; 0)$, $A'(0; 0; a\sqrt{6})$

Suy ra $B'(a\sqrt{2}; 0; a\sqrt{6})$.

M là trung điểm BC nên $M\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}; \frac{a\sqrt{2}}{2}; 0\right)$.

$\overrightarrow{AM} = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}; \frac{a\sqrt{2}}{2}; 0\right)$ cùng phương $\vec{u} = (1; 1; 0)$.

$\overrightarrow{B'C} = (-a\sqrt{2}; a\sqrt{2}; -a\sqrt{6})$ cùng phương với $\vec{v} = (1; -1; \sqrt{3})$.

$\overrightarrow{CM} = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}; -\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0\right)$. Suy ra khoảng cách giữa đường thẳng AM và $B'C$ bằng

$$d(AM, B'C) = \frac{|[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \overrightarrow{CM}|}{|[\vec{u}, \vec{v}]|} = \frac{|(\sqrt{3}; -\sqrt{3}; -2) \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}; -\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0\right)|}{|(\sqrt{3}; -\sqrt{3}; -2)|} = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2260. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

A. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x+4}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{-3}$.

Lời giải.

Gọi A là giao điểm của (P) và d , suy ra $A \in \Delta$. Tọa độ A thỏa mãn

$$\begin{cases} x + 2y + z - 4 = 0 \\ \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} \\ \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ x - 2y = -1 \\ 3y - z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1. \end{cases}$$

Suy ra $A(1; 1; 1)$.

(P) có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; 2; 1)$, d có vec-tơ chỉ phương $\vec{v}_d = (2; 1; 3)$.

Đặt $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{v}_d] = (5; -1; -3)$. Khi đó $\vec{u}$ là một vec-tơ chỉ phương của Δ . Bằng phép thế đơn giản, ta kiểm tra được điểm A và vec-tơ $\vec{u}$ thỏa mãn phương trình $\frac{x+4}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{-3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2261. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 1; 2)$, $B(1; 4; 6)$, $C(2; 3; 4)$, $D(3; 3; 5)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường phân giác ngoài đỉnh A của tam giác ABC đồng thời song song với CD . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới (P) .

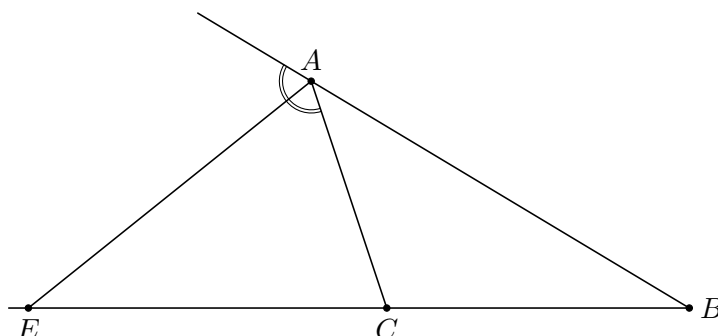
A. $\frac{8}{\sqrt{47}}$.

B. $\frac{8}{\sqrt{51}}$.

C. $\frac{8}{\sqrt{37}}$.

D. $\frac{8}{\sqrt{41}}$.

Lời giải.



$$\overrightarrow{AB} = (0; 3; 4) \Rightarrow AB = 5, \overrightarrow{AC} = (1; 2; 2) \Rightarrow AC = 3.$$

Gọi E là chân đường phân giác ngoài tại A của $\triangle ABC$, ta có

$$\begin{aligned} \frac{EB}{EC} &= \frac{AB}{AC} = \frac{5}{3} \Rightarrow \overrightarrow{EB} = \frac{5}{3}\overrightarrow{EC} \Leftrightarrow 3(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OE}) = 5(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OE}) \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{OE} &= 5 \cdot \overrightarrow{OC} - 3 \cdot \overrightarrow{OB} = 5(2; 3; 4) - 3(1; 4; 6) = (7; 3; 2) \\ \Leftrightarrow E &\left(\frac{7}{2}; \frac{3}{2}; 1\right). \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{AE} = \left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; -1\right) \text{ cùng phương với vec-tơ } \vec{u} = (5; 1; -2).$$

$$\overrightarrow{CD} = (1; 0; 1). \text{ Đặt } \vec{n} = [\vec{u}, \overrightarrow{CD}] = (1; -7; 1). \text{ Khi đó, } \vec{n} \text{ là vec-tơ pháp tuyến của } (P).$$

Mặt phẳng (P) qua $A(1; 1; 2)$ và nhận $\vec{n}$ là vec-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$(P) : x - 7y - z + 8 = 0.$$

$$\text{Suy ra } d(O, (P)) = \frac{|0 - 7 \cdot 0 - 0 + 8|}{\sqrt{1 + (-7)^2 + (-1)^2}} = \frac{8}{\sqrt{51}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2262. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 = 9$, điểm $M(1; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z - 4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm M , nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho độ dài đoạn AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; a; b)$. Tính $a - b$.

A. -1 .

B. 0 .

C. -2 .

D. 1 .

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R = 3$.

Ta có $OM = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6} < R$.

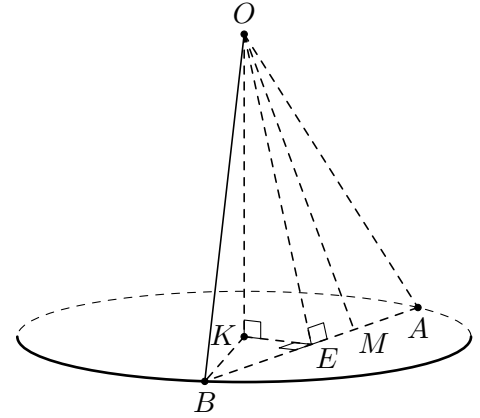
Suy ra M nằm giữa A và B .

Gọi E là trung điểm AB . Khi đó $SE \perp AB$.

$AB^2 = 4BE^2 = 4(OB^2 - OE^2) = 4(R^2 - OE^2)$.

Suy ra AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow OE$ lớn nhất $\Leftrightarrow E \equiv M$.

Suy ra $\overrightarrow{OM} = (1; 1; 2)$ là một vec-tơ pháp tuyến của Δ .



Ngoài ra, vì $\Delta \subset (P)$ nên $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$ cũng là một vec-tơ pháp tuyến của Δ .

Đặt $\vec{u} = [\overrightarrow{OM}, \vec{n}_P] = (-1; 1; 0)$ thì $\vec{u}$ là một vec-tơ chỉ phương của Δ .

Ta có $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{u}' = (1; -1; 0)$.

Suy ra $a = -1; b = 0 \Rightarrow a - b = -1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2263. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 1; 3)$, $B(-3; -1; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - z + 3 = 0$.

Gọi điểm $M \in (\alpha)$ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất, khi đó đường thẳng đi qua M và vuông góc với (α) có phương trình.

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{-1}$.

B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{-1}$.

Lời giải.

Đặt $f(x; y; z) = x - 2y - z + 3$.

Ta có: $f(1; 1; 3) \cdot f(-3; -1; 1) = (-1) \cdot 1 < 0$. Suy ra hai điểm A và B nằm về hai phía so với mặt phẳng (α) .

$\overrightarrow{AB} = (-4; -2; -2) = -2\vec{u}$, với $\vec{u} = (2; 1; 1)$.

Phương trình đường thẳng AB đi qua $A(1; 1; 3)$ và nhận vec-tơ $\vec{u}$ làm vec-tơ chỉ phương là:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Gọi $H = AB \cap (\alpha)$.

$H \in AB \Rightarrow H(1 + 2t; 1 + t; 3 + t)$;

$H \in (\alpha) \Leftrightarrow (1 + 2t) - 2(1 + t) - (3 + t) + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(-1; 0; 2)$

Với mọi điểm $M \in (\alpha)$, ta có $AM + BM \geq AB = AH + HB$.

Suy ra H chính là vị trí của điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Mặt phẳng (α) có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1; -2; -1)$.

Suy ra phương trình đường thẳng d qua M và vuông góc với mặt phẳng (α) là:

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{-1}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2264. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-8)^2 + y^2 + z^2 = 32$. Đường thẳng Δ thay đổi đi qua O và tiếp xúc với (S) tại M . Tập hợp các điểm M thuộc mặt phẳng (P) . Viết phương trình mặt phẳng (P) .

A. $x - 4 = 0$.

B. $x - 8 = 0$.

C. $y + z - 4 = 0$.

D. $x + y + z - 8 = 0$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(8; 0; 0) \in Ox$, bán kính $R = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

Δ qua O và tiếp xúc với (S) nên suy ra

— $d(I, \Delta) = R$;

— $\text{Mp}(P) \parallel (Oyz)$.

Do $\text{Mp}(P) \parallel (Oyz)$ suy ra phương trình mặt phẳng (α) có dạng $Ax + D = 0$ hay $x + m = 0$, $m < 0$ (Do tâm I nằm bên phải gốc tọa độ O - xét trên trục Ox)

Xét tam giác OMI vuông tại M có $OM = \sqrt{OI^2 - MI^2} = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{2})^2} = 4\sqrt{2}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox .

$$\text{Ta có: } OM^2 = OH \cdot OI \Rightarrow OH = \frac{OM^2}{OI} = \frac{(4\sqrt{2})^2}{8} = 4.$$

$$OH = d(O, (P)) \Leftrightarrow 4 = \frac{|0 + m|}{\sqrt{1^2}} \Leftrightarrow |m| = 4 \Rightarrow m = -4 \text{ (vì } m < 0 \text{)}.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x - 4 = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2265. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$ và đường thẳng d có phương trình $x-2 = y = -z$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d , tiếp xúc với (S) tại T và T' . Tìm tọa độ trung điểm của TT' .

A. $\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{6}; \frac{-5}{6}\right)$.

B. $\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{6}; \frac{-7}{6}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{3}; \frac{-5}{6}; \frac{5}{6}\right)$.

D. $\left(\frac{1}{3}; \frac{-7}{6}; \frac{-7}{6}\right)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 1; -1)$, bán kính $R = 1$.

Gọi $H(2+t; t; -t) \in d$ là hình chiếu vuông góc của I lên d .

Ta có $\vec{IH} = (2+t; -1+t; 1-t)$, $\vec{u}_d = (1; 1; -1)$ Khi đó

$$\vec{IH} \perp \vec{u}_d \Leftrightarrow \vec{IH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 4t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow H(2; 0; 0).$$

Ta thấy $\triangle IKT \sim \triangle ITH$ (gg) nên

$$IK \cdot IH = IT^2 \text{ hay } \vec{IK} \cdot \vec{IH} = 1 \quad (*).$$

Mặt khác $\vec{IH} = (2; -1; 1)$ nên $(IH): \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$.

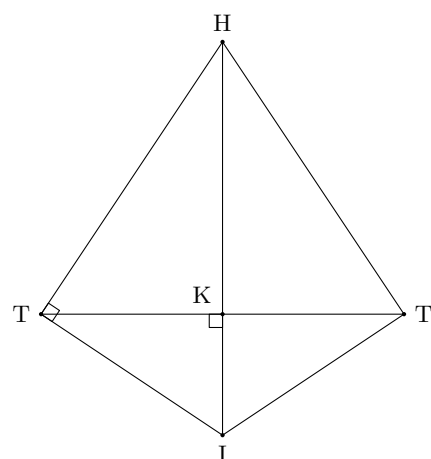
Gọi $K(2+2k; -k; k) \in (IH) \Rightarrow \vec{IK} = (2+2k; -1-k; 1+k)$.

Do đó

$$(*) \Leftrightarrow 4 + 4k + 1 + k + 1 + k = 1 \Leftrightarrow k = -\frac{5}{6} \Rightarrow K\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{6}; -\frac{5}{6}\right).$$

Chọn đáp án **A**

□



Câu 2266. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - t \\ z = 2 \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ

phương là

A. $\vec{u}_1 = (3; -1; 0)$.

B. $\vec{u}_2 = (2; 5; 0)$.

C. $\vec{u}_3 = (-3; 1; 2)$.

D. $\vec{u}_4 = (3; -1; 2)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - t \\ z = 2 \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (3; -1; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2267. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$

và $d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương

trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Lời giải.

Giả sử đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_2 tại $M(1-t; 1+2t; -1+t)$.

Ta có véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 là $\vec{u} = (2; -1; 1)$ và $\overrightarrow{AM} = (-t; 2t-1; -4+t)$.

Vì $\Delta \perp d_1$ nên ta có $\vec{u} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow -2t - (2t-1) - 4 + t = 0 \Leftrightarrow t = -1$, nên $\overrightarrow{AM} = (1; -3; -5)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ nhận $\overrightarrow{AM} = (1; -3; -5)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2268. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -3)$ và $B(-3; 2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc toạ độ sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến đường thẳng d lớn nhất.

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.

B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$.

C. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$.

D. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$.

Lời giải.

Ta có $d(A; d) + d(B; d) \leq OA + OB = 2\sqrt{14}$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} OA \perp d \\ OB \perp d \end{cases}$, khi đó d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (7; 7; 7)$.

Vậy đường thẳng d có phương trình $\frac{x}{7} = \frac{y}{7} = \frac{z}{7}$ hay $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2269. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = z-3$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u} = (2; 3; 1)$.

B. $\vec{u} = (2; 3; 0)$.

C. $\vec{u} = (1; 2; 3)$.

D. $\vec{u} = (1; -2; 3)$.

Lời giải.

Theo định nghĩa về phương trình chính tắc ta có $\vec{u} = (2; 3; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2270. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(0; 1; 0)$, $C(1; 0; -2)$. Điểm M thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$ sao cho giá trị của biểu thức $T = MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ nhỏ nhất. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(Q): 2x - y - 2z + 3 = 0$ bằng

A. 24.

B. $\frac{121}{54}$.C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.D. $\frac{101}{54}$.**Lời giải.**

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{2}{3} \\ z = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{1}{2}\right)$.

Khi đó $T = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2$

$$T = 6MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}) = 6MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2.$$

T đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI \perp (P) \Rightarrow MI: \begin{cases} x = \frac{2}{3} + t \\ y = \frac{2}{3} + t \\ z = -\frac{1}{2} + t. \end{cases}$

$$M = MI \cap (P) \Rightarrow \frac{2}{3} + t + \frac{2}{3} + t - \frac{1}{2} + t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{17}{18} \Rightarrow M\left(-\frac{5}{18}; -\frac{5}{18}; -\frac{13}{9}\right).$$

$$\text{Vậy } d(M, (Q)) = \frac{\left| -2 \cdot \frac{5}{18} + \frac{5}{18} + 2 \cdot \frac{13}{9} + 3 \right|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = \frac{101}{54}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2271. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(0; 1; 2), B(2; 1; 5)$.

Đường thẳng Δ đi qua A , cắt d và cách B một khoảng lớn nhất có phương trình là

A. $\frac{x}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-2}$.

B. $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-2}$.

C. $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$.

D. $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-2}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên $\Delta \Rightarrow BH \leq BA$.

Do đó đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với AB .

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB . VTPT của (α) là $\overrightarrow{AB}(2; 0; 3)$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3z - 6 = 0$.

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 - t. \end{cases}$

Thay đường thẳng d vào mặt phẳng (α) ta được $2(-1 + 2t) + 3(2 - t) - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow d \cap (\alpha) = M(3; 2; 0)$.

Vậy đường thẳng Δ đi qua A và M do đó nhận $\overrightarrow{AM}(3; 1; -2)$ làm VTCP.

Phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2272. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; 3), B(5; 4; -1)$ là

A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-4}$.

B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-5}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{2}$.

D. $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng AB : $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2} \Leftrightarrow \frac{x-3}{-2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2273. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng Δ : $\frac{x-a}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{b}$ và mặt phẳng (P) : $x+2y-z+1=0$. Biết đường thẳng Δ thuộc mặt phẳng (P) . Tính $M=a+b$.

- A. $M=8$. B. $M=5$. C. $M=6$. D. $M=7$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n}_P$ và $\vec{u}_\Delta$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Ta có $\vec{n}_P(1;2;-1)$, $\vec{n}_\Delta(1;2;b)$.

Vì $\Delta \subset (P)$ nên $\vec{n}_P \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow 1+4-b=0 \Leftrightarrow b=5$.

Trên Δ ta lấy điểm $M(a;-1;0)$.

Vì $M \in (P)$ nên ta có $a-2-0+1=0 \Leftrightarrow a=1$.

Vậy $M=a+b=1+5=6$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2274. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ : $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-1}$ và điểm $M(1;2;3)$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của M lên Δ . Tính $P=a+b+c$.

- A. $P=2$. B. $P=1$. C. $P=0$. D. $P=3$.

Lời giải.

Gọi $\vec{u}_\Delta$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ : $\vec{u}_\Delta(1;2;-1)$

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ nhận véc-tơ $\vec{u}_\Delta$ làm véc-tơ pháp tuyến là

$$\begin{aligned} 1(x-1)+2(y-2)-1(z-3) &= 0 \\ \Leftrightarrow x+2y-z-1-4+3 &= 0 \\ \Leftrightarrow x+2y-z-2 &= 0. \end{aligned}$$

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x+2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-1} \\ x+2y-z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2+t \\ y=2t \\ z=2-t \\ x+2y-z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ x=-1 \\ y=2 \\ z=1. \end{cases}$$

$$\Rightarrow H(-1;2;1)$$

$$\Rightarrow a=-1, b=2, c=1$$

$$\Rightarrow P=a+b+c=2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2275. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(3;2;-1)$, $C(-3;-2;3)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ΔABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình

$$\text{A. } \begin{cases} x = -4 \\ y = 3 + t \\ z = t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = -8 \\ y = 11 + t \\ z = t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 + t \\ z = t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 5 - t \end{cases}.$$

Lời giải.

Tọa độ của các véc-tơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ là $\overrightarrow{AB}(2; 2; -2)$, $\overrightarrow{AC}(-4; -2; 2)$

Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; 4; 4)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $4(y - 0) + 4(z - 1) = 0 \Leftrightarrow y + z - 1 = 0$.

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ABC$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} I \in (ABC) \\ IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + c - 1 = 0 \\ (1 - a)^2 + b^2 + (1 - c)^2 = (3 - a)^2 + (2 - b)^2 + (1 + c)^2 \\ (1 - a)^2 + b^2 + (1 - c)^2 = (3 + a)^2 + (2 + b)^2 + (3 - c)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b + c = 1 \\ a + b - c = 3 \\ 2a + b - c = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = 6 \\ z = -5. \end{cases}$$

$\Rightarrow I(-8; 6; 5)$.

Phương trình đường thẳng qua I và vuông góc với (ABC) là

$$\begin{cases} x = -8 \\ y = 6 + t \\ z = -5 + t \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} x = -8 \\ y = 11 + t \\ z = t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2276. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 7 = 0$. Điểm M có hoành độ dương thuộc Δ sao cho $d(M; (P)) = 1$ có tọa độ là

A. $(2; 5; 1)$. B. $(4; 1; 1)$. C. $(1; 3; 0)$. D. $(3; 2; 0)$.

Lời giải.

Vì $M \in (\Delta)$ nên $M(t; 1 + 2t; -1 + t)$ ($t > 0$).

Ta có

$$d(M, \Delta) = \frac{|t + 2(1 + 2t) - 2(-1 + t) - 7|}{\sqrt{9}} = |t - 1|.$$

Theo giả thiết thì $|t - 1| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 & (\text{thỏa mãn}) \\ t = 0 & (\text{loại}) \end{cases}$.

Vậy $M(2; 5; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2277. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

A. $N(-1; 2; 0)$. B. $P(3; 0; 6)$. C. $Q(1; 1; 3)$. D. $M(2; -1; 3)$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm $M(2; -1; 3)$ vào d ta được $\frac{3}{2} \neq \frac{-3}{-1} \neq \frac{3}{3}$. Vậy $M \notin d$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2278. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$ và

$$\Delta_2: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}. \text{ Khẳng định nào sau đây đúng?}$$

A. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2 .

B. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2 .

C. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.

D. Δ_1, Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.

Lời giải.

Δ_1, Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (3; 2; -1), \vec{u}_2 = (2; -1; 4)$.

— Ta có $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 3 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) + (-1) \cdot 4 = 0 \Rightarrow \Delta_1 \perp \Delta_2$.

$$\text{— Xét hệ } \begin{cases} -4 + 3s = -3 + 2t \\ -2 + 2s = 1 - t \\ 4 - s = -1 + 4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3s - 2t = 1 \\ 2s + t = 3 \\ s + 4t = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 1 \\ t = 1. \end{cases}$$

$\Rightarrow \Delta_1, \Delta_2$ cắt nhau tại điểm $(-1; 0; 3)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2279. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P), (P')$ chứa d và tiếp xúc với (S) tại T và T' . Tìm tọa độ trung điểm H của TT' .

A. $H\left(-\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; \frac{5}{6}\right)$. B. $H\left(\frac{5}{6}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{6}\right)$. C. $H\left(-\frac{7}{6}; \frac{1}{3}; \frac{7}{6}\right)$. D. $H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = 1$.

Cách 1. Gọi $\vec{n} = (a; b; c)$, với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$ (*) là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Đường thẳng d đi qua $M(0; 2; 0)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; -1)$.

— Ta có $\vec{n} \perp \vec{u} \Rightarrow a + b - c = 0 \Leftrightarrow c = a + b$.

— $M \in d \Rightarrow M \in (P)$, suy ra $(P): ax + b(y - 2) + (a + b)z = 0$.

(P) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} d(I, (P)) = R &\Leftrightarrow \frac{|a - 2b - a - b|}{\sqrt{a^2 + b^2 + (a + b)^2}} = 1 \\ &\Leftrightarrow 2a^2 + 2ab - 7b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = (-1 + \sqrt{15})b \\ 2a = (-1 - \sqrt{15})b. \end{cases} \end{aligned}$$

— Trường hợp 1. $2a = (-1 + \sqrt{15})b$, theo (*) chọn $a = -1 + \sqrt{15}$ và $b = 2$.

Khi đó, $(P): (-1 + \sqrt{15})x + 2(y - 2) + (1 + \sqrt{15})z = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) . Suy ra

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + (-1 + \sqrt{15})t \\ y = 2t \\ z = -1 + (1 + \sqrt{15})t. \end{cases}$$

Vì T là tiếp điểm của (P) và (S) nên $T = \Delta \cap (P) \Rightarrow T\left(\frac{5}{6} + \frac{\sqrt{15}}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6} + \frac{\sqrt{15}}{6}\right)$.

— Trường hợp 2. $2a = (-1 - \sqrt{15})b$, theo (*) chọn $a = 1 + \sqrt{15}$ và $b = -2$.

Khi đó, $(P'): (1 + \sqrt{15})x - 2(y - 2) + (-1 + \sqrt{15})z = 0$.

Tương tự như trên, ta cũng tìm được $T' \left(\frac{5}{6} - \frac{\sqrt{15}}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6} - \frac{\sqrt{15}}{6} \right)$.

Vậy trung điểm H của TT' có tọa độ là $H \left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6} \right)$.

Cách 2. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua I và vuông góc với d , suy ra $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$.

Gọi $M = d \cap (\alpha)$, tọa độ điểm M thỏa hệ

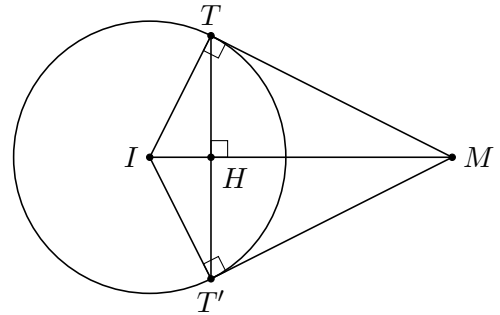
$$\begin{cases} \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1} \\ x + y - z - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow M(0; 2; 0).$$

Tam giác ITM vuông tại T và TH là đường cao nên

$$IT^2 = IH \cdot IM \Rightarrow IH = \frac{1}{6}.$$

Ta có

$$\overrightarrow{IH} = \frac{1}{6} \overrightarrow{IM} \Rightarrow H \left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6} \right).$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 2280. Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 0; 1)$, $B(3; 1; 5)$, $C(1; 2; 0)$, $D(4; 2; 1)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua D sao cho A, B, C nằm cùng phía so với (α) và tổng các khoảng cách từ điểm A, B, C đến (α) là lớn nhất. Giả sử phương trình (α) có dạng $2x + my + nz - p = 0$. Khi đó $m + n + p$ nhận giá trị nào sau đây?

A. 6.

B. 9.

C. 7.

D. 8.

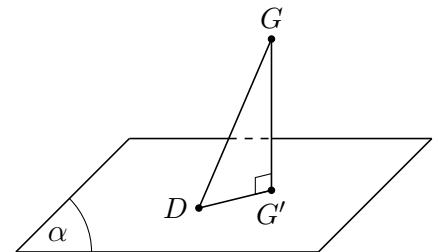
Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow G(2; 1; 2)$.

Gọi A', B', C', G' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C, G lên mặt phẳng (α) . Suy ra, G' cũng là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} &= 3\overrightarrow{GG'} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CC'} &= 3\overrightarrow{GG'} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} &= 3\overrightarrow{GG'} \\ \Rightarrow |\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}| &= 3|\overrightarrow{GG'}|. \end{aligned}$$



Mặt khác, vì A, B, C nằm cùng phía so với (α) nên $\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{CC'}$ cùng hướng.

Suy ra,

$$|\overrightarrow{AA'}| + |\overrightarrow{BB'}| + |\overrightarrow{CC'}| = 3|\overrightarrow{GG'}| \Leftrightarrow d(A, \alpha) + d(B, \alpha) + d(C, \alpha) = 3d(G, \alpha).$$

Vì (α) đi qua D nên $d(G, \alpha) \leq GD$. Dấu “=” xảy ra khi $DG \perp (\alpha)$ hay $\overrightarrow{GD} = (2; 1; -1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) . Suy ra

$$(\alpha): 2x + y - z - 9 = 0.$$

Do đó, $m = 1, n = -1, p = 9 \Rightarrow m + n + p = 9$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2281. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 5 = 0$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A và song song với mặt phẳng (P) ?

A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

B. $\frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$.

D. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

Lời giải.

Ta loại đáp án $\frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ và $\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ vì các đường thẳng đó không đi qua A .

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P)

Ta có $\vec{n}_P = (1; 1; 2)$ và $\vec{a}_\Delta \perp \vec{n}_P$.

— Ta có $\vec{a}_\Delta = (1; 1; 2)$ nên $\vec{a}_\Delta$ và $\vec{n}_P$ cùng phương $\rightarrow$ loại đáp án $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

— Ta có $\vec{a}_\Delta = (4; -2; -1)$ nên $\vec{a}_\Delta \perp \vec{n}_P \rightarrow$ chọn đáp án $\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2282. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$, $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc (P) , cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A, B . Tính độ dài AB .

A. $AB = 2\sqrt{3}$.

B. $AB = \sqrt{14}$.

C. $AB = 5$.

D. $AB = \sqrt{15}$.

Lời giải.

Ta có véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; 3)$. Gọi $A(3-a; 3-2a; -2+a)$ và $B(5-3b; -1+2b; 2+b)$. Khi đó $\vec{AB} = (2+a-3b; -4+2a+2b; 4-a+b)$.

Vì đường thẳng cần tìm vuông góc với mặt phẳng (P) nên $\vec{AB}$ cùng phương với $\vec{n}_{(P)}$ hay

$$\begin{aligned} \frac{2+a-3b}{1} &= \frac{-4+2a+2b}{2} = \frac{4-a+b}{3} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2+a-3b}{1} &= \frac{-4+2a+2b}{2} \\ \frac{-4+2a+2b}{2} &= \frac{4-a+b}{3} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ 4a+2b=10 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1. \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó $\vec{AB} = (1; 2; 3)$ hay $AB = \sqrt{14}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2283. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng (Oxy) cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là một đường tròn (C) . Diện tích hình tròn (C) là

A. 8π .

B. 12π .

C. 16π .

D. 4π .

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 5$.

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (Oxy) là $d(O, (xOy)) = 3$. Khi đó bán kính của đường tròn giao tuyến cần tìm là $r = \sqrt{R^2 - (d(O, (xOy)))^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$.

Vậy diện tích hình tròn (C) là 8π .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2284. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 8$ và các điểm $A(3; 0; 0), B(4; 2; 1)$. Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc mặt cầu (S) . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + 2MB$?

A. $2\sqrt{2}$.B. $4\sqrt{2}$.C. $3\sqrt{2}$.D. $6\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có (S) có tâm $I(-1; 4; 0)$ và bán kính $1\sqrt{2}$. Gọi tọa độ M có dạng $(a; b; c)$. Ta có

$$\begin{aligned} P &= MA + 2MB \\ &= \sqrt{(a-3)^2 + b^2 + c^2} + 2\sqrt{(a-4)^2 + (b-2)^2 + (c-1)^2} \\ &= \sqrt{(a-3)^2 + b^2 + c^2} + 3[(a+1)^2 + (b-4)^2 + c^2] - 24 + 2\sqrt{(a-4)^2 + (b-2)^2 + (c-1)^2} \\ &= 2\sqrt{a^2 + (b-3)^2 + c^2} + 2\sqrt{(a-4)^2 + (b-2)^2 + (c-1)^2} \\ &= 2(MC + MB) \\ &\geq 2BC = 6\sqrt{2}, \end{aligned}$$

với $C(0; 3; 0)$. Dấu bằng xảy ra khi M, B, C thẳng hàng và M nằm giữa B, C .

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-4; 1; -1)$. Phương trình đường thẳng BC là $\begin{cases} x = -4t \\ y = 3 + t \\ z = -t. \end{cases}$

Tọa độ giao điểm của (S) với đường thẳng BC là

$$\begin{cases} (x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 8 \\ x = -4t \\ y = 3+t \\ z = -t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9t^2 - 5t - 6 = 0 \\ x = -4t \\ y = 3+t \\ z = -t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{5 \pm \sqrt{133}}{18} \\ x = -4t \\ y = 3+t \\ z = -t. \end{cases}$$

Suy ra $M\left(\frac{-10 + 2\sqrt{133}}{9}; \frac{59 - \sqrt{133}}{18}; \frac{-5 + \sqrt{133}}{18}\right)$ hoặc $M'\left(-\frac{10 + 2\sqrt{133}}{9}; \frac{59 + \sqrt{133}}{18}; -\frac{5 + \sqrt{133}}{18}\right)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + 2MB$ là $6\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2285. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(-1; 0; 2)$ và song song với hai mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 6z + 4 = 0$ và $(Q): x + y - 2z + 4 = 0$.

$$\text{A. } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2 + t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2 - t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -2 + t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2 - t \end{cases}$$

Lời giải.

Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d , $\vec{n}_P = (2; -3; 6)$, $\vec{n}_Q = (1; 1; -2)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) .

Ta có $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (0; 2; 1)$ suy ra phương trình của đường thẳng d là

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2 + t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2286. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; -2; 1)$ và $B(1; 0; 3)$.

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

B. $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{4}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (-2; 2; 2) \Rightarrow \vec{u} = (1; -1; -1)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Khi đó, phương trình đường thẳng AB là $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2287. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và điểm $M(5; -3; 5)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên (P) . Tọa độ điểm H là

A. $H(-1; -1; 1)$.

B. $H(3; 0; 0)$.

C. $H(3; 1; 1)$.

D. $H(3; -1; -1)$.

Lời giải.

$\vec{n} = (1; -2; 2)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) . Khi đó d nhận $\vec{n}$ là véc-tơ chỉ phương. Suy ra phương trình đường thẳng d là

$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -3 - 2t \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = 5 + 2t \end{cases}$$

Do H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên (P) nên $H = d \cap P$, khi đó tọa độ $H(x, y, z)$ thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2y + 2z - 3 = 0 \\ x = 5 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = 5 + 2t. \end{cases}$$

Giải hệ suy ra $H(3; 1; 1)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2288. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 1 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**.

A. (P) song song với trục Oz .

B. (P) vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - 5z + 1 = 0$.

C. Điểm $A(-1; -1; 5) \in (P)$.

D. $\vec{n} = (2; -1; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của P .

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_P = (2; -1; 0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Ta có $\frac{2}{2} = \frac{-1}{-1} \neq \frac{0}{1}$ nên $\vec{n} = (2; -1; 1)$ không cùng phương với $\vec{n}_P$. Hay $\vec{n} = (2; -1; 1)$ không phải là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2289. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. $d \perp (P)$.

B. $d \parallel (P)$.

C. $d \subset (P)$.

D. d hợp với P một góc 30° .

Lời giải.

Ta có $\vec{n} = (2; -3; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) , $\vec{u} = (2; 1; -1)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Nhận xét $\vec{n} \cdot \vec{u} = 2 \cdot 2 - 3 \cdot 1 - 1 \cdot 1 = 0$ suy ra $\vec{n}$ và $\vec{u}$ cùng phương. (1)

Mặt khác $M(1; 0; -1) \in d$ và $M(1; 0; -1) \in (P)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $d \subset (P)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2290. Cho 6 số thực x, y, z, a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} x + 2y - 2z = 15 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 1 \end{cases}$. Biểu thức $T = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$

có giá trị nhỏ nhất bằng

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Ta có thể hiểu bài toán theo cách như sau Cho điểm $A(x; y; z)$ thuộc mặt phẳng $(P): X + 2Y - 2Z - 15 = 0$ và điểm $B(a; b; c)$ thỏa mãn phương trình mặt cầu tâm $O(0; 0; 0)$ bán kính $R = 1$, tức là $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

Khi đó $T = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2} = |\overrightarrow{AB}|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi A là giao điểm của mặt phẳng (P) với đường thẳng (d) đi qua O và vuông góc với (P) , B nằm trên đường thẳng (d) đó.

Ta có

$$AB_{\min} = |d_{(O, (P))} - R| = \left| \frac{|15|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} - 1 \right| = 4$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2291. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; -4)$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y - 3z - 6 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua A , song song với (P) và cắt d có phương trình là

A. $\Delta: \begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = -2 + 6t \\ z = -4 + 9t \end{cases}$

B. $\Delta: \begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = 4 - 6t \\ z = 13 + 9t \end{cases}$

C. $\Delta: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 4 + 6t \\ z = -13 + 9t \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 4 - 6t \\ z = -13 + 9t \end{cases}$

Lời giải.

Giả sử đường thẳng Δ cắt d tại điểm $B \Rightarrow B(2 + 3t; -4 - 2t; 1 + 2t)$.

Ta có $\Delta \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \vec{n}_P$, ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (3t - 1; -2t - 2; 2t + 5) \\ \vec{n}_P = (3; -2; -3) \end{cases}$$

Khi đó ta có $3(3t - 1) - 2(-2t - 2) - 3(2t + 5) = 0 \Leftrightarrow 7t - 14 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow B(8; -8; 5)$.

Khi đó đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B có phương trình là $\Delta: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 4 - 6t \\ z = -13 + 9t \end{cases}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2292. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 0)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{2-z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 3 = 0$. Biết Δ là đường thẳng đi qua A và song song với d . Giao điểm của Δ và (P) là điểm

- A. $B(1; -1; 2)$. B. $B(-15; 10; 8)$. C. $B(1; 1; -2)$. D. $B(17; -6; 8)$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua A và song song với d có phương trình $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-1}$.

Tọa độ giao điểm của Δ và (P) là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-1} \\ x + 2y - z + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 17 \\ y = -6 \\ z = 8 \end{cases} \Rightarrow B(17; -6; 8).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2293. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -1; 3)$, $B(1; 0; 1)$, $C(-1; 1; 2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng BC ?

A.
$$\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

B.
$$\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}.$$

C. $x - 2y + z = 0$.

D.
$$\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}.$$

Lời giải.

Đường thẳng qua điểm $A(0; -1; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{BC} = (-2; 1; 1)$ có phương trình là
$$\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2294. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3; 2; -4)$, $B(4; 1; 1)$ và $C(2; 6; -3)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

A. $d: \frac{x-3}{7} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-1}.$

B. $d: \frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-1}.$

C. $d: \frac{x+7}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{-1}.$

D. $d: \frac{x+12}{3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-3}{-1}.$

Lời giải.

Trọng tâm G của tam giác ABC là $G(3; 3; -2)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 5)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 4; 1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-21; -6; 3)$.

Do d vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (7; 2; -1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là
$$\frac{x-3}{7} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-1}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2295. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa Δ và tạo với (P) một góc nhỏ nhất.

A. $2x - y + 2z - 1 = 0$.

B. $2x + y - z = 0$.

C. $10x - 7y + 13z + 3 = 0$.

D. $-x + 6y + 4z + 5 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ : $\begin{cases} \text{đi qua điểm } M(1; 0; -1) \\ \text{có véc-tơ chỉ phương } \vec{u}_{\Delta} = (2; 1; -1). \end{cases}$

Gọi $\vec{n}_Q = (a; b; c)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

Ta có $\vec{n}_Q \cdot \vec{u}_{\Delta} = 0 \Rightarrow 2a + b - c = 0 \Rightarrow c = 2a + b$.

Gọi α là góc giữa (P) và (Q) thì α nhỏ nhất khi $\cos((P); (Q))$ lớn nhất.

$$\cos \alpha = \frac{|2a - b + 2c|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|6a + b|}{3\sqrt{5a^2 + 2b^2 + 4ab}} = P \Rightarrow P^2 = \frac{(36a^2 + 12ab + b^2)}{9(5a^2 + 2b^2 + 4ab)}.$$

Chia 2 vế phương trình cho b^2 , đặt $t = \frac{a}{b}$ ta được $9P^2 = \frac{36t^2 + 12t + 1}{5t^2 + 4t + 2} = f(t)$.

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{84t^2 + 134t + 20}{(5t^2 + 4t + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow 84t^2 + 134t + 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{10}{7} \\ t = -\frac{1}{6}. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	$-\frac{10}{7}$	$-\frac{1}{6}$	$+\infty$	
$f'(t)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(t)$	$\frac{36}{5}$	$\nearrow \frac{53}{6}$	$\searrow 0$	$\nearrow \frac{36}{5}$	

Ta có $\max f(t) = f\left(-\frac{10}{7}\right)$ nên $P_{\max}$ ứng với $t = -\frac{10}{7} = \frac{a}{b}$.

Cho $a = -10; b = 7 \Rightarrow c = -13$. Vậy $\vec{n}_Q = (-10; 7; -13) = -(10; -7; 13)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2296. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{-4}$, $d_3: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$, $d_4: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$. Gọi Δ là đường thẳng cắt cả 4 đường thẳng trên. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ ?

A. $\vec{u}_4(1; 2; -2)$.

B. $\vec{u}_3(2; 0; -1)$.

C. $\vec{u}_2(2; 1; 1)$.

D. $\vec{u}_1(2; 1; -1)$.

Lời giải.

Ta có $d_1 \parallel d_2$ nên Δ cắt $d_1, d_2 \Rightarrow \Delta \subset (d_1, d_2)$.

Lại có Δ cắt $d_3, d_4 \Rightarrow (d_1, d_2)$ cắt d_3, d_4 .

d_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 2; -2)$, $M_1(1; 2; 0) \in d_1$.

d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 2; -2)$, $M_2(2; 2; 0) \in d_2$.

$\overrightarrow{M_1M_2} = (1; 0; 0) \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{M_1M_2}; \vec{u}_1] = (0; 2; 2)$.

Phương trình mặt phẳng $(d_1, d_2): 0(x-1) + 2(y-2) + 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow y + z - 2 = 0$.

$$\text{Mặt phẳng } (d_1, d_2) \text{ cắt } d_3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1} \\ y+z-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-\frac{1}{2} \\ z=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow A\left(1; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

$$\text{Mặt phẳng } (d_1, d_2) \text{ cắt } d_4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-2}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1} \\ y+z-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow B(4; 2; 0).$$

Suy ra $\overrightarrow{AB} = \left(3; \frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}(2; 1; -1)$, vậy véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $(2; 1; -1)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2297. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua $A(1; -2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; -2)$ là

A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{-4}$.

B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$.

Lời giải.

Đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; -2)$ thì cũng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}' = (4; -2; -4)$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{-4}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2298. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H trên đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$ sao cho độ dài đoạn MH là ngắn nhất, biết rằng điểm $M(2; 1; 4)$.

A. $H(1; 3; 3)$.

B. $H(2; 3; 4)$.

C. $H(2; 2; 3)$.

D. $H(2; 3; 3)$.

Lời giải.

Vì $H \in d$ nên $H(1+t; 2+t; 1+2t)$.

Khi đó, $\overrightarrow{MH} = (t-1; t+1; 2t-3)$.

Độ dài đoạn MH ngắn nhất khi và chỉ khi $MH \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{MH} \perp \vec{u}$, trong đó $\vec{u} = (1; 1; 2)$ là véc-tơ chỉ phương của d .

Điều kiện tương đương là $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t-1+t+1+2(2t-3) = 0 \Leftrightarrow 6t = 6 \Leftrightarrow t = 1$.

Vậy $H(2; 3; 3)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2299. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0$ và đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-2z-4=0$ và $(\beta): 2x-2y-z+1=0$. Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $AB = 8$ khi

A. $m = 12$.

B. $m = -12$.

C. $m = -10$.

D. $m = 5$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) và (β) lần lượt có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha = (1; 2; -2)$

và $\vec{n}_\beta = (2; -2; -1)$.

Ta tính được $[\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (-6; -3; -6)$. Suy ra véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (2; 1; 2)$.

Ta có Δ đi qua $M(2; 2; 1)$ nên phương trình chính tắc của Δ là

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}.$$

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 3; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{13-m}$, $(m < 13)$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên Δ .

Khi đó, $K(2+2t; 2+t; 1+2t)$ và $\vec{IK} = (2t+4; t-1; 2t+1) \perp \vec{u}$.

Suy ra, $2(2t+4) + t-1 + 2(2t+1) = 0 \Leftrightarrow 9t+9=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Như thế, $IK = 3$.

Tam giác IAK vuông tại K nên $IK^2 + KA^2 = IA^2 \Leftrightarrow 3^2 + 4^2 = 13-m \Leftrightarrow m = -12$.

Vậy $m = -12$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2300. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=0 \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$. Tìm một

véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

A. $\vec{u} = (0; 1; -1)$.

B. $\vec{u} = (0; 2; 0)$.

C. $\vec{u} = (0; 1; 1)$.

D. $\vec{u} = (0; 2; -1)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u} = (0; 1; -1)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2301. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu của đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$ trên mặt phẳng Oxy ?

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+3t \\ z=0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+3t \\ z=0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-3t \\ z=0 \end{cases}$

Lời giải.

Lấy $A(1; -2; 3), B(3; 1; 4)$ trên đường thẳng đã cho.

Suy ra $C(1; -2; 0), D(3; 1; 0)$ lần lượt là hình chiếu của A, B trên mặt phẳng Oxy .

Ta có $\vec{CD} = (2; 3; 0)$ nên phương trình hình chiếu là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+3t \\ z=0 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

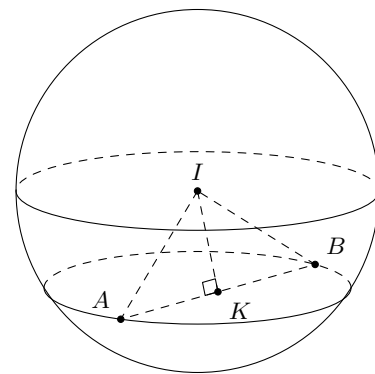
Câu 2302. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 3; 1), B(0; 2; 1)$, mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trên (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$



Lời giải.

Đường thẳng d cách đều hai điểm A, B nên $d \parallel AB$ hoặc d nằm trong mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -1; 0)$ và VTPT của (P) là $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Do $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = -4 \neq 0$ và nếu $d \parallel AB$ thì d cắt (P) . Điều này mâu thuẫn với $d \subset (P)$.

Suy ra d nằm trên (Q) là mặt phẳng trung trực của AB .

Mặt phẳng (Q) đi qua trung điểm của AB là $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 1\right)$ và có VTPT là $\overrightarrow{AB}$ nên có phương trình

$$(Q): 3x + y - 7 = 0.$$

Khi đó d là giao tuyến của (P) và (Q) .

Lấy $M(0; 7; 0)$ thuộc cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Do đó d đi qua M và có VTCP là $\vec{u} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (1; -3; 2)$.

$$\text{Phương trình } d: \begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2303. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z}{-1}$. Chọn khẳng định sai?

A. Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = \left(-1; -2; \frac{1}{2}\right)$.

B. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; -3; 0)$.

C. Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{v} = (2; 4; -1)$.

D. Đường thẳng Δ đi qua điểm $N(1; -3; 1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ N vào phương trình đường thẳng Δ thấy không thỏa nên mệnh đề sai là “Đường thẳng Δ đi qua điểm $N(1; -3; 1)$ ”.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2304. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$ và $d_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. d_1 và d_2 chéo nhau.

B. d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

C. d_1 và d_2 cắt nhau.

D. d_1 và d_2 trùng nhau.

Lời giải.

Đường thẳng d_1, d_2 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (1; 2; -1)$ và $\vec{u}_2 = (-1; 2; 3)$.

Ta có $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = -1 + 4 - 3 = 0 \Rightarrow d_1 \perp d_2$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2305. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H hình chiếu vuông góc của $M(2; 0; 1)$ lên đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ điểm H .

A. $H(0; -2; 1)$.

B. $H(-1; -4; 0)$.

C. $H(2; 2; 3)$.

D. $H(1; 0; 2)$.

Lời giải.

Ta có $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \Rightarrow \Delta$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

Vì $H \in \Delta$ nên $H(1+t; 2t; 2+t) \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (t-1; 2t; t+1)$.

Ta có $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t-1+4t+t+1=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow H(1; 0; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2306. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ và điểm $A(2; 1; 2)$. Gọi Δ là đường thẳng qua A , vuông góc với d đồng thời khoảng cách giữa d và Δ là lớn nhất. Biết $\vec{v} = (a; b; 4)$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ . Tính giá trị của biểu thức $a + b$.

A. 2.

B. -8.

C. -2.

D. -4.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A lên d , (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với d . Ta có $\Delta \subset (P)$. Gọi M là hình chiếu của H lên Δ .

Ta có $d(\Delta, d) = MH \leq AH$. Suy ra $d(\Delta, d)$ lớn nhất khi và chỉ khi $MH = AH$, tức là $M \equiv A$. Khi đó, một véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = [\overrightarrow{AH}, \vec{u}_d]$ với $\vec{u}_d = (-1; 2; 1)$ là véc-tơ chỉ phương của d .

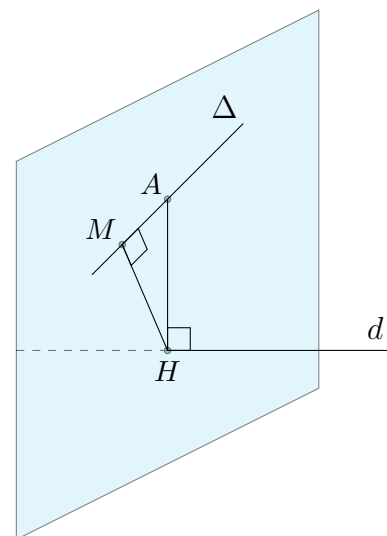
Ta có $H \in d \Rightarrow H(2-t; -1+2t; t)$, $\overrightarrow{AH} = (-t; 2t-2; t-2)$.

$\overrightarrow{AH} \perp \vec{u}_d \Leftrightarrow (-t)(-1) + (2t-2) \cdot 2 + (t-2) \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Suy ra $\overrightarrow{AH} = (-1; 0; -1)$, $\vec{u} = (2; 2; -2) = -\frac{1}{2}(-4; -4; 4)$.

Từ đó suy ra $\vec{v} = (-4; -4; 4)$, tức là $a = -4, b = -4$.

Vậy $a + b = -8$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2307. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(4; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(1; 2; 1)$. Gọi S là điểm thay đổi trên Oz ; A' , B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên SA , SB . Biết rằng S thay đổi trên Oz thì hình chiếu vuông góc của C trên $(OA'B')$ luôn nằm trên một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{22}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

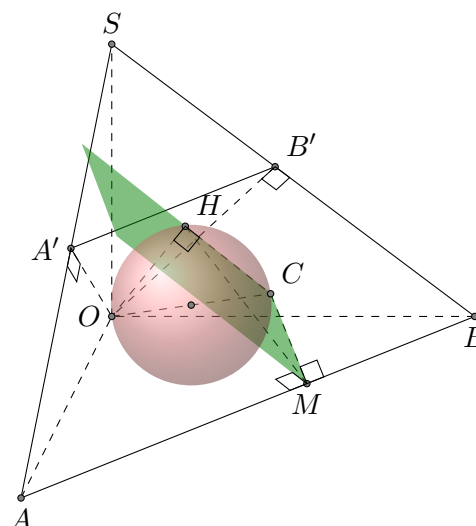
Theo giả thiết suy ra SOA , SOB là các tam giác vuông và bằng nhau. Suy ra $A'B' \parallel AB$.

Gọi (P) là mặt phẳng qua C và vuông góc với AB , H là hình chiếu của C lên $(OA'B')$.

Vì $CH \perp A'B'$, $A'B' \parallel AB$ nên $CH \perp AB$, suy ra $CH \subset (P) \Rightarrow H \in (P)$.

Mặt khác $CH \perp OH$, suy ra H thuộc mặt cầu đường kính OC .

Vậy H thuộc đường tròn giao tuyến của (P) và mặt cầu đường kính OC .



Mặt cầu đường kính OC có tâm $I\left(\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{2}\right)$ và bán kính $R = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Mặt phẳng (P) có phương trình $x - y + 1 = 0$. Ta có $d(I, (P)) = \frac{\left|\frac{1}{2} - 1 + 1\right|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Vậy bán kính của đường tròn cần tìm bằng

$$r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (P))} = \sqrt{\frac{6}{4} - \frac{1}{8}} = \frac{\sqrt{22}}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2308. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d ?

A. $(Q): x - 2y - z + 1 = 0$.

B. $(P): x - 2y + z + 1 = 0$.

C. $(R): x + y + z + 1 = 0$.

D. $(T): x + y + 2z + 1 = 0$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (1; -2; 1)$.

Xét mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 1 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 1) = \vec{u}$. Do đó $d \perp (P)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2309. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -3)$, $B(1; 1; 1)$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+6}{-3}$, $\Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z-4}{3}$. Gọi m là số mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu đường kính AB đồng thời song song với cả hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 ; n là số mặt phẳng (Q) sao cho khoảng cách từ A đến (Q) bằng 15, khoảng cách từ B đến (Q) bằng 10. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $m + n = 1$.

B. $m + n = 4$.

C. $m + n = 3$.

D. $m + n = 2$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ_1 là $\vec{u}_1 = (1; 4; -3)$.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ_2 là $\vec{u}_2 = (1; -4; 3)$.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I(1; -\frac{1}{2}; -1)$.

Ta có $AB = 5$, $IA = IB = \frac{5}{2}$.

— Tìm số mặt phẳng (P) .

Do (P) song song với Δ_1 và Δ_2 nên véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0; -6; -8)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $3y + 4z + a = 0$. Do (P) tiếp xúc với mặt cầu đường kính

$$AB \text{ nên } d(I, (P)) = IA \Leftrightarrow \frac{\left|-\frac{11}{2} + a\right|}{5} = 5 \Leftrightarrow \left|-\frac{11}{2} + a\right| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{13}{2} \\ a = \frac{9}{2} \end{cases}.$$

Vậy có hai mặt phẳng (P) . Suy ra $n = 2$.

— Tìm số mặt phẳng (Q) .

Xét mặt cầu tâm A bán kính bằng 15 và mặt cầu tâm B bán kính bằng 10. Do $AB = 5$ nên mặt cầu $(A, 15)$ và mặt cầu $(B, 10)$ tiếp xúc trong và mặt cầu $(B, 10)$ nằm bên trong mặt cầu $(A, 15)$.

Ta có $d(A, (Q)) = 15$ và $d(A, (P)) = 10$ nên mặt phẳng (Q) tiếp xúc với cả hai mặt cầu $(A, 15)$ và $(B, 10)$. Do đó mặt phẳng (Q) tiếp xúc với hai mặt cầu này tại tiếp điểm của hai mặt cầu đó. Chỉ có một mặt phẳng (Q) thỏa mãn. Suy ra $m = 1$.

Vậy $m + n = 1 + 2 = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2310. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-6}{-5}$. Gọi A là giao điểm của d_1 và d_2 , d là đường thẳng qua điểm $M(2; 3; 1)$ cắt d_1, d_2 lần lượt tại B, C sao cho $BC = \sqrt{6}AB$. Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng d . Biết rằng d không song song với mặt phẳng (Oxz) .

A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{10}}{3}$.

C. $\sqrt{13}$.

D. $\sqrt{10}$.

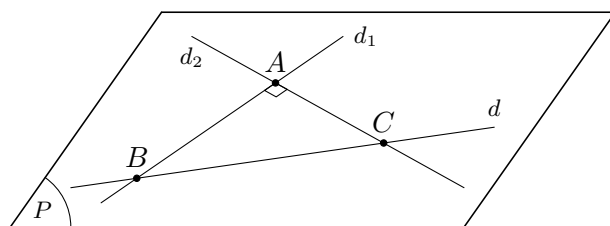
Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d_1 là $\vec{u}_1 = (1; 2; 1)$.

Véc-tơ chỉ phương của d_2 là $\vec{u}_2 = (1; 2; -5)$.

Ta thấy $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$ nên $d_1 \perp d_2$.

Ta có A là giao điểm của d_1 và d_2 , suy ra $A(1; 1; 1)$.



Do d không song song với mặt phẳng (Oxz) nên d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; 1; b)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2 . Do d cắt d_1, d_2 lần lượt tại B, C nên $d \subset (P)$.

Véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-12; 6; 0)$.

Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của d . Do $d \subset (P)$ nên $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow -12a + 6 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$. Suy ra $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; 1; b\right)$.

Tam giác ABC vuông tại A nên $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{6}}$ hay $\cos(d, d_1) = \frac{1}{\sqrt{6}}$, tức là

$$\frac{|\vec{u} \cdot \vec{u}_1|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{u}_1|} = \frac{1}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow \frac{\left|\frac{5}{2} + b\right|}{\sqrt{\frac{5}{4} + b^2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow \left|\frac{5}{2} + b\right| = \sqrt{\frac{5}{4} + b^2} \Leftrightarrow \frac{25}{4} + 5b + b^2 = \frac{5}{4} + b^2 \Leftrightarrow b = -1.$$

Do đó véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; 1; -1\right)$.

Ta có $d(O, d) = \frac{|[\vec{u}, \vec{OM}]|}{|\vec{u}|}$. Mà $\vec{OM} = (2; 3; 1)$ nên $[\vec{u}, \vec{OM}] = \left(4; -\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. Vậy

$$d(O, d) = \frac{\sqrt{16 + \frac{25}{4} + \frac{1}{4}}}{\sqrt{\frac{1}{4} + 1 + 1}} = \sqrt{10}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2311. Trong các điểm sau, điểm nào **không** thuộc đường thẳng có phương trình $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$?

A. $A(2; 5; 3)$.

B. $B(4; -1; 1)$.

C. $C(5; -4; 3)$.

D. $D(3; 2; -1)$.

Lời giải.

— Điểm $B(4; -1; 1)$ thuộc đường thẳng (ứng với $t = -1$).

— Điểm $C(5; -4; 3)$ thuộc đường thẳng (ứng với $t = -2$).

— Điểm $D(3; 2; -1)$ thuộc đường thẳng (ứng với $t = 0$).

— Điểm $A(2; 5; 3)$ không thuộc đường thẳng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2312. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3$ và điểm $M(2; 2; 2)$. Điểm N thay đổi trên mặt cầu. Diện tích S của tam giác OMN có giá trị lớn nhất là

A. $S = 1$ (đvdt).

B. $S = \sqrt{3}$ (đvdt).

C. $S = 3$ (đvdt).

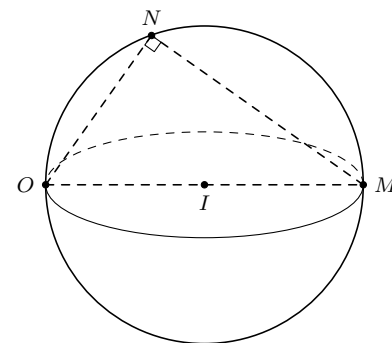
D. $S = 2$ (đvdt).

Lời giải.

Ta nhận xét O, M đều thuộc mặt cầu và $OM = 2\sqrt{3} = 2R$. Vậy OM là một đường kính của mặt cầu.

Với mọi điểm N thuộc mặt cầu (N không trùng với O, M) thì tam giác OMN vuông tại N . Ta có

$$S = \frac{1}{2} ON \cdot NM \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{ON^2 + NM^2}{2} = \frac{1}{4} OM^2 = 3.$$



Dấu bằng xảy ra khi $ON = NM$ hay N là giao điểm của mặt phẳng trung trực của OM với mặt cầu.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2313. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 3; 0), B(0; -\sqrt{2}; 0)$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$. Gọi $C(x_C; y_C; z_C)$ là điểm trên đường thẳng d sao cho tam giác ABC có chu

vi nhỏ nhất. Khi đó tổng $T = x_C^2 + y_C^2 + z_C^2$ bằng

A. $T = \frac{21}{25}$.

B. $T = \frac{4}{5}$.

C. $T = \frac{8}{5}$.

D. $T = \frac{58}{25}$.

Lời giải.

Bất đẳng thức Minkovski: Cho các số thực a, b, c, d , thế thì ta luôn có bất đẳng thức

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{c}{a} = \frac{d}{b}$.

Để chu vi tam giác ABC nhỏ nhất thì tổng $CA + CB$ nhỏ nhất.

Giả sử $C(1-t; 0; 1+t)$. Khi đó

$$CA = \sqrt{(1+t)^2 + 3^2 + (-1-t)^2} = \sqrt{2t^2 + 4t + 11} = \sqrt{(\sqrt{2}t + \sqrt{2})^2 + 3^2}.$$

và

$$CB = \sqrt{(t-1)^2 + (\sqrt{2})^2 + (-1-t)^2} = \sqrt{(-\sqrt{2}t)^2 + 2^2}.$$

Vậy

$$CA + CB = \sqrt{(\sqrt{2}t + \sqrt{2})^2 + 3^2} + \sqrt{(-\sqrt{2}t)^2 + 2^2} \geq \sqrt{(\sqrt{2}t + \sqrt{2} - \sqrt{2}t)^2 + 5^2} = \sqrt{26}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{\sqrt{2}t + \sqrt{2}}{-\sqrt{2}t} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow t = -\frac{2}{5}$.

Vậy $C\left(\frac{7}{5}; 0; \frac{3}{5}\right)$, suy ra $T = \left(\frac{7}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{58}{25}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2314. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình tham số

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3t \\ z = -1 + 5t \end{cases}. \text{ Phương trình chính tắc của đường thẳng } d \text{ là}$$

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{5}$.

B. $x-2 = y = z+1$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{5}$.

D. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-5}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -3; 5)$ nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2315. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$,

$$d_2: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = m \end{cases}. \text{ Gọi } S \text{ là tập hợp tất cả các số } m \text{ sao cho đường thẳng } d_1 \text{ và } d_2 \text{ chéo nhau và khoảng}$$

cách giữa chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S .

A. 12.

B. 11.

C. -12.

D. -11.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 và d_2 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; 1; 3)$, $\vec{u}_2 = (1; 1; 0)$; $M(1; 0; 0) \in d_1$, $N(1; 2; m) \in d_2$. Nhận thấy $N \notin d_1$ và $\vec{u}_1 \neq k\vec{u}_2$, $\forall k \in \mathbb{R}$ nên d_1 và d_2 luôn chéo nhau với mọi m . Khi đó, khoảng cách giữa d_1 và d_2 là

$$\frac{|\vec{u}_1, \vec{u}_2 \cdot \overrightarrow{MN}|}{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2]|} = \frac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow \frac{|m+6|}{\sqrt{19}} = \frac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -11 \end{cases}.$$

Suy ra $S = \{-1, -11\}$ và tính được tổng $-1 + (-11) = -12$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2316. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1; 2; 1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d là

A. $x - 2y - z - 3 = 0$.

B. $x - 2y - z + 4 = 0$.

C. $x - 2y - z + 1 = 0$.

D. $-x + 2y + z + 3 = 0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm.

Ta có $\vec{u} = (-1; 2; 1)$ là véc-tơ chỉ phương của d . Vì $(\alpha) \perp d$ nên $\vec{u} = (-1; 2; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (α) .

Phương trình tổng quát của (α) là $-1(x-1) + 2(y-2) + 1(z-1) = 0$ hay $x - 2y - z + 4 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2317. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ và điểm $A(3; 5; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ sao cho khoảng cách từ A tới (P) là lớn nhất.

A. $2x + y + 2z - 8 = 0$.

B. $x - 4y + z - 4 = 0$.

C. $-x + 2y + z + 3 = 0$.

D. $x - 2y - z = 0$.

Lời giải.Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên Δ , suy ra $H(2 + 2t; t; 2 + 2t)$.Ta có $\vec{u} = (2; 1; 2)$ là véc-tơ chỉ phương của d , lại có $\overrightarrow{AH} = (2t - 1; t - 5; 2t - 1)$.Vì H là hình chiếu vuông góc của A trên Δ nên

$$\vec{u} \perp \overrightarrow{AH} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \Leftrightarrow 2(2t - 1) + t - 5 + 2(2t - 1) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Vậy $H(4; 1; 4)$.Gọi M là hình chiếu vuông góc của A trên (P) ta luôn có $AM \leq AH$ nên $d(A, (P)) \leq d(A, \Delta)$. Do đó khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất khi $M \equiv H$ hay $AH \perp (P)$.Như vậy mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(4; 1; 4)$ và nhận $\overrightarrow{AH} = (1; -4; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình của mặt phẳng (P) là $x - 4y + z - 4 = 0$.Chọn đáp án (B) □**Câu 2318.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + 3y = 0$ và $(Q): 3x + 4y = 0$. Đường thẳng qua A song song với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có phương trình tham số là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Lời giải.Gọi d là đường thẳng đi qua A và song song với $(P), (Q)$.Khi đó véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}; \vec{n}_{(Q)}] = (0; 0; -1) = -1 \cdot (0; 0; 1)$.Do đó phương trình đường thẳng cần tìm là
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + t. \end{cases}$$
Đặt $t' = \frac{t+2}{3}$, phương trình trở thành
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 1 + 3t'. \end{cases}$$
Chọn đáp án (B) □**Câu 2319.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$, $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi d_1, d_2 .

$$\text{A. } \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}. \quad \text{B. } \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}. \quad \text{C. } \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{3}. \quad \text{D. } \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}.$$

Lời giải.Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 . Khi đó $M(1; 0; 0)$.Gọi $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của các đường thẳng d_1 và d_2 . Khi đó $\vec{u}_1 = (1; 2; -1)$, $\vec{u}_2 = (-1; -1; 2)$. Suy ra $|\vec{u}_1| = |\vec{u}_2| = \sqrt{6}$ và $\cos(\vec{u}_1; \vec{u}_2) = \frac{\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = -\frac{5}{6} < 0$.Vì góc giữa hai véc-tơ $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ là góc tù, nên một véc-tơ chỉ phương của đường phân giác góc nhọn tạo bởi d_1 và d_2 là $\vec{u} = \vec{u}_1 - \vec{u}_2 = (2; 3; -3)$.Vậy phương trình phân giác cần tìm là
$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}.$$
Chọn đáp án (A) □

Câu 2320. Đường thẳng đi qua điểm $A(3; 2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t. \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \\ z = 2 - t. \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t. \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - 2t. \end{cases}$

Lời giải.

Phương trình tham số cần tìm là

$$\begin{cases} x = 3 + s \\ y = 2 - 2s \\ z = 3 + s. \end{cases}$$

Đặt $s = -1 - t$, suy ra

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \\ z = 2 - t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2321. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d song song với trục Oy . Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (-2; 0; 0)$. B. $\vec{u}_2 = (0; 3; 0)$. C. $\vec{u}_3 = (0; 0; 2018)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 0; 1)$.

Lời giải.

Trục Oy có véc-tơ chỉ phương $(0; 1; 0)$. Quan sát đáp án ta thấy chỉ có véc-tơ $\vec{u}_2$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2322. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$, đường thẳng d có phương trình $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x + y - z + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A , cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$. B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải.

Để có $\vec{u}_d(1; 3; 2)$ là véc-tơ chỉ phương của d .

Gọi (P) là mặt phẳng chứa A và đường thẳng d . Lấy $M(3; 3; 0) \in d$, ta được $AM \subset (P)$ và $\vec{AM}(2; 1; 1)$. Vì đường thẳng Δ đi qua điểm A , cắt d nên Δ nằm trong (P) . Gọi $\vec{n}_P$ là véc-tơ pháp

tuyến của (P) . Do d và AM nằm trong (P) nên $\begin{cases} \vec{n}_P \perp \vec{AB} \\ \vec{n}_P \perp \vec{u}_d. \end{cases}$

Ta chọn $\vec{n}_P = [\vec{u}_d; \vec{AM}] = (1; 3; -5)$.

Gọi $\vec{u}_\Delta$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ , $\vec{n}_\alpha(1; 1; -1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (α) .

Vì $\Delta \parallel (\alpha)$ nên $\vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_\alpha$. Lại có $\Delta \subset (P)$ nên $\vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_P$. Do đó, $\begin{cases} \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_\alpha \\ \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_P. \end{cases}$

Ta có $[\vec{n}_P; \vec{n}_\alpha] = (2; -4; -2)$ nên $\vec{n}_\Delta = (1; -2; -1)$ là véc-tơ chỉ phương của Δ .

Phương trình của Δ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2323. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + 2y - 2z - 7 = 0$, điểm $M(2; -1; 1)$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 4z - 7 = 0$. Đường thẳng d thay đổi đi qua M cắt $(P), (S)$ lần lượt tại các điểm A, B sao cho M là trung điểm của AB . Khi độ dài AB lớn nhất, AB gần với giá trị nào nhất?

A. 18,5.

B. 18.

C. 16,5.

D. 16.

Lời giải.

— Tìm mặt phẳng (α) đối xứng với mặt phẳng (P) qua điểm M .

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) thì Δ nhận véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P(1; 2; -2)$ làm véc-tơ chỉ phương.

$$\text{Phương trình đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

Gọi K là chân hình chiếu vuông góc của M trên (P) thì $K \in \Delta \Rightarrow K(2 + t; -1 + 2t; 1 - 2t)$.

$K \in (P) \Leftrightarrow 2 + t + 2(-1 + 2t) - 2(1 - 2t) - 7 = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Ta được $K(3; 1; -1)$.

Gọi E là điểm đối xứng của K qua M . Dễ thấy $E(1; -3; 3)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng đối xứng của (P) qua M thì (Q) đi qua E , nhận $\vec{n}_P$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng $(Q): 1(x - 1) + 2(y + 3) - 2(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 2z + 11 = 0$.

— Tìm tập hợp điểm B .

Theo giả thiết, ta có $MA = MB \Rightarrow B \in (Q)$. Do đó, B nằm trong hình tròn (C) là giao điểm của (Q) và (S) .

Phương trình mặt cầu $(S): (x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 16$.

Gọi $I(-2; -1; 2)$ thì I là tâm của mặt cầu (S) . Ta cũng có (S) có bán kính $R = 4$. Gọi (J) là tâm của hình tròn (C) thì J là hình chiếu của I trên (Q) .

Tương tự như xác định điểm K , ta có $J\left(-\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$, suy ra

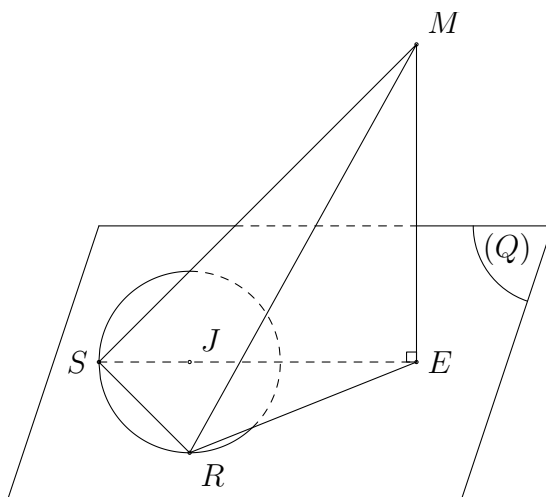
$$EJ = \sqrt{\left(1 + \frac{7}{3}\right)^2 + \left(-3 + \frac{5}{3}\right)^2 + \left(3 - \frac{8}{3}\right)^2} = \sqrt{13}$$

$$IJ = \sqrt{\left(-2 + \frac{7}{3}\right)^2 + \left(-1 + \frac{5}{3}\right)^2 + \left(2 - \frac{8}{3}\right)^2} = 1.$$

Bán kính r của (C) là: $r = \sqrt{R^2 - IJ^2} = \sqrt{4^2 - 1} = \sqrt{15}$.

Vậy điểm B luôn thuộc đường tròn (C) tâm J bán kính $r = 1$ nằm trên mặt phẳng (Q) .

— Tìm giá trị lớn nhất của AB . Ta có AB lớn nhất $\Leftrightarrow MB$ lớn nhất.



Vậy giá trị lớn nhất của đoạn AB bằng $2MS \approx 16,01$.

☐

D. $\frac{3}{\sqrt{7}}\pi$.

$$\text{Đặt } m = \sqrt{a^2 + b^2 + (a+6)^2}; n = \sqrt{(a+2)^2 + b^2 + (a+4)^2} \text{ thì } \begin{cases} m = 6 - n \\ m^2 - n^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{13}{3} \\ n = \frac{5}{3}. \end{cases}$$

Do vậy, $(*) \Leftrightarrow a^2 + b^2 + (a+6)^2 = \frac{169}{9} \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = \frac{169}{9}$.

Suy ra tập hợp các điểm I thỏa mãn yêu cầu đề bài là giao điểm của mặt cầu (C) có tâm I_1 , bán kính $\frac{13}{3}$ với mặt phẳng (P) , và là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{\frac{169}{9} - d^2(I_1, (P))} = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

Diện tích cần tính: $S = \pi \left(\frac{\sqrt{7}}{3} \right)^2 = \frac{7\pi}{9}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2325. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 1)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$. Đường thẳng d đi qua A vuông góc với Δ và song song với mặt phẳng (Oxy) có phương trình

A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t. \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = t \\ z = 1. \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = t \\ z = 1 + t. \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1. \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = (1; 2; 1)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ , $\vec{n}(0; 0; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) . Do đó, đường thẳng d nhận véc-tơ

$$\vec{v} = -[\vec{u}, \vec{n}] = (-2; 1; 0)$$

làm véc-tơ chỉ phương. Gọi $B(-1; 0; 1)$, dễ thấy $\overrightarrow{BA} = (2; -1; 0)$ nên $\overrightarrow{BA}$ và $\vec{u}$ cùng phương, hay $B \in d$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2326. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$. Số mặt phẳng (P) chứa Δ sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 2018 lần khoảng cách từ gốc tọa độ đến (P) là

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải.

Gọi $\vec{n} = (a; b; c)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ($a^2 + b^2 + c^2 > 0$). Khi đó $a - b + c = 0$ (do (P) chứa Δ) và phương trình mặt phẳng (P) là

$$a(x-1) + b(y-1) + c(z+1) = 0.$$

Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned} d(M, (P)) &= 2018 \cdot d(O, (P)) \Rightarrow \frac{|-a+c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 2018 \cdot \frac{|-a-b+c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \\ \Rightarrow |a-c| &= 4036|a| \Rightarrow \begin{cases} c = 4037a \\ c = -4035a. \end{cases} \end{aligned}$$

Từ đó ta tìm được $\vec{n}_1 = (1; 4038; 4037)$, $\vec{n}_2 = (1; -4034; -4035)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2327. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 4 + t' \\ y = 3 \\ z = 1 - t' \end{cases}$. Một

véc-tơ chỉ phương của đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 là

- A. $\vec{m} = (1; -1; 0)$. B. $\vec{k} = (1; 1; 0)$. C. $\vec{p} = (2; -2; -4)$. D. $\vec{q} = (1; 1; -2)$.

Lời giải.

$\vec{u}_1 = (0; 1; -1)$ và $\vec{u}_2 = (1; 0; -1)$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ_1, Δ_2 . Ta có

$$\cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) = \frac{\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2}{|\vec{u}_1||\vec{u}_2|} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $(\vec{u}_1, \vec{u}_2) < 90^\circ$. Mà $|\vec{u}_1| = |\vec{u}_2|$ nên một véc-tơ chỉ phương của góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng đó là $\vec{u}_1 + \vec{u}_2 = (1; 1; -2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2328. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 16$. Đường thẳng d đi qua điểm M nằm trong (P) và cắt mặt cầu (S) theo hai điểm phân biệt A, B . Khi AB nhỏ nhất, hãy viết phương trình đường thẳng d .

- A. $\frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$. B. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.
C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Mặt cầu S có tâm $I(1; 2; -3)$, bán kính $R = 4$. Dễ dàng kiểm tra được điểm M nằm trong mặt cầu (S) . Do đó

$$AB = 2\sqrt{R^2 - [d(I, d)]^2} \geq 2\sqrt{R^2 - IM^2} = 2\sqrt{5}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $IM \perp d$. Gọi $\vec{n} = (1; 1; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) , khi đó đường thẳng d nhận

$$-\frac{1}{2} [\overrightarrow{IM}, \vec{n}] = (2; -1; -1)$$

làm véc-tơ chỉ phương. Vậy phương trình đường thẳng d là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2329. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(-3; 4; 1)$ và song song với trục Oz .

- A. $d: \begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \\ z = 1 + \sqrt{3}t \end{cases}$. B. $d: \begin{cases} x = -3t \\ y = 4t \\ z = t \end{cases}$. C. $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 4 \\ z = 1 \end{cases}$. D. $d: \begin{cases} x = -3 \\ y = 4 + t \\ z = 1 \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{k} = (0; 0; 1)$ hay $\vec{u} = (0; 0; \sqrt{3})$.

Phương trình đường thẳng d qua $A(-3; 4; 1)$ là

$$d: \begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \\ z = 1 + \sqrt{3}t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2330. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-1}$. Điểm nào sau đây thuộc d ?

A. $N(0; 2; -4)$.B. $P(-1; 2; 0)$.C. $M(-2; 0; -2)$.D. $Q(1; 6; 3)$.

Lời giải.

Ta có

$$\frac{-2+1}{1} = \frac{0-2}{2} = \frac{-2+3}{-1} = -1$$

$$\Leftrightarrow M(-2; 0; -2) \in d.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2331. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d thay đổi có phương trình tham số

$$\begin{cases} x = 2 + 2at \\ y = 3 - bt \\ z = -4 + (2a + b)t \end{cases}, \text{ với } a, b \in \mathbb{R} \text{ sao cho } a^2 + b^2 \neq 0. \text{ Gọi } M, m \text{ lần lượt là khoảng cách lớn nhất,}$$

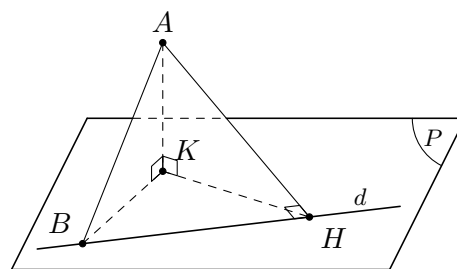
nhỏ nhất từ điểm $A(1; -2; -3)$ đến d . Tính $T = M + m$.

A. $T = 7$.B. $T = 3\sqrt{3}$.C. $T = 6$.D. $T = 4\sqrt{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có phương trình

$$\begin{cases} x = 2 + 2at \\ y = 3 - bt \\ z = -4 + (2a + b)t \end{cases} \Leftrightarrow x - y - z = 3 \Leftrightarrow x - y - z - 3 = 0.$$



Do đó đường thẳng d luôn nằm trong mặt phẳng $(P): x - y - z - 3 = 0$ và đi qua điểm cố định $B(2; 3; -4)$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên $d, (P)$.

Ta có

$$AH \leq AB$$

$$\Rightarrow d(A; d)_{\max} = AB = \sqrt{(2-1)^2 + (3+2)^2 + (-4+3)^2} = 3\sqrt{3}.$$

Mặt khác,

$$AH \geq AK$$

$$\Rightarrow d(A; d)_{\min} = AK = d(A; (P)) = \frac{|1 + 2 + 3 - 3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } T = M + m = 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2332. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song $(P): x + y - 2z + 1 = 0, (Q): x + y - 2z - 7 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$. Viết phương trình tham số đường thẳng d' cắt d , vuông góc với trục Ox và song song cách đều $(P), (Q)$.

$$\text{A. } d': \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \text{B. } d': \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad \text{C. } d': \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 \end{cases} \quad \text{D. } d': \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + t \\ z = 2t \end{cases}$$

Lời giải.

Gọi (R) là mặt phẳng song song với (P) và (Q) . Suy ra

$$(R): x + y - 2z + c = 0 \quad (c \neq 1, c \neq -7).$$

Chọn $A(-1; 0; 0) \in (P)$ và $B(7; 0; 0) \in (Q)$. Vì (R) cách đều (P) , (Q) nên

$$d(A, (R)) = d(B, (R))$$

$$\Leftrightarrow |c - 1| = |c + 7|$$

$$\Leftrightarrow c = -3 \text{ (nhận).}$$

$$\text{Vậy } (R): x + y - 2z - 3 = 0.$$

Gọi M là giao điểm của d và (R) . Xét phương trình

$$2 + (1 + 2t) - 2(2 - t) - 3 - 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Suy ra $M(2; 3; 1)$. Vì d' cắt d , song song cách đều (P) , (Q) nên d' đi qua điểm $M(2; 3; 1)$ và nằm trên (R) .

Theo đề bài ta có

$$\begin{cases} \vec{u}_{d'} \perp \vec{n}_R \\ \vec{u}_{d'} \perp \vec{i} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_{d'} = [\vec{i}, \vec{n}_R] = (0; 2; 1).$$

$$\text{Vậy phương trình tham số của đường thẳng } d' \text{ là } \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 + t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2333. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -1; 1)$.

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - t \\ z = -3 + t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$$

Lời giải.

Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (2; -3; 4)$ làm véc-tơ chỉ phương nên

$$\text{có phương trình } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 + 4t \end{cases}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2334. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 4; -2)$, $C(0; 1; -1)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

$$\text{A. } \vec{n} = (1; 1; -1). \quad \text{B. } \vec{n} = (-1; -1; 1). \quad \text{C. } \vec{n} = (-1; 1; 0). \quad \text{D. } \vec{n} = (-1; 1; -1).$$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2; -1)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1; -1; 0)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

$$\vec{n}_{(ABC)} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-1; 1; 0).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2335. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x + y + z - 5 = 0$ và $(Q): x + 2y + z - 4 = 0$. Khi đó giao tuyến của (P) và (Q) có phương trình là

A. $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 6 + t \end{cases}$ B. $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$ C. $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$ D. $d: \begin{cases} x = 3t \\ y = -1 + t \\ z = 6 + t \end{cases}$

Lời giải.

Chọn điểm $A(0; -1; 6)$ thuộc về giao tuyến của (P) và (Q) .

Véc-tơ pháp tuyến của (P) và (Q) là $\vec{n}_P = (3; 1; 1)$ và $\vec{n}_Q = (1; 2; 1)$.

Khi đó véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d) giao tuyến của $\vec{n}_P = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (1; 2; 1)$.

Vậy phương trình đường thẳng giao tuyến của (P) và (Q) là $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 6 + t \end{cases}$

Chọn đáp án **A**

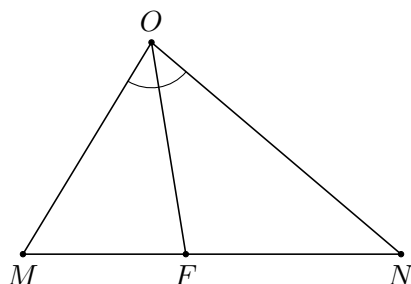
□

Câu 2336. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 2; 1), N(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}); E(2; 1; -1)$.

Đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OMN và vuông góc với mặt phẳng (OMN) . Khoảng cách từ điểm E đến đường thẳng Δ là

A. $\frac{2\sqrt{17}}{3}$. B. $\frac{3\sqrt{17}}{2}$. C. $\frac{5\sqrt{17}}{3}$. D. $\frac{3\sqrt{17}}{5}$.

Lời giải.



Ta có $[\vec{OM}; \vec{ON}] = k(1; -2; 2)$, suy ra véc-tơ chỉ phương của $\vec{OM} = (2; 2; 1) \Rightarrow OM = 3$ và véc-tơ chỉ phương của $\vec{ON} = (-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}) \Rightarrow ON = 4$.

Kẻ phân giác OF ($F \in MN$) ta có:

$$\frac{OM}{ON} = \frac{3}{4} \Rightarrow \vec{MF} = \frac{3}{4}\vec{FN} \Rightarrow F\left(0; \frac{12}{7}; \frac{12}{7}\right).$$

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle OMN \Rightarrow I \in (OF) \Rightarrow \vec{OI} = \vec{OF}$, với $k > 0$.

Tam giác OMN vuông tại O , có bán kính đường tròn nội tiếp $r = 1 \Rightarrow IO = \sqrt{2}$.

Mà $ME = \frac{15}{7}; OM = 3; \cos OMN = \frac{3}{5} \Rightarrow OF = \frac{12\sqrt{2}}{7}$, suy ra $\vec{OF} = \frac{12}{7}\vec{OI} \Rightarrow I(0; 1; 1)$.

Phương trình đường thẳng $(\Delta): \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{2}$, có $\vec{u} = (1; -2; 2)$, đi qua $I(0; 1; 1)$.

Khoảng cách từ E đến Δ là $d = \frac{|[\vec{EI}; \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \frac{2\sqrt{17}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2337. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1} \text{ có tọa độ là}$$

- A. $(-1; 0; 1)$. B. $(2; 3; -1)$. C. $(-2; -3; -1)$. D. $(2; 3; 1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ có tọa độ là $(2; 3; -1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2338. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(-1; 0; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $x + 2y + z + 4 = 0$.

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-1}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $A(-1; 0; 2)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 1)$ có phương trình

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2339. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, gọi d_1, d_2 lần lượt là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = x^2 f(3x - 4)$ tại điểm có hoành độ $x = 2$. Biết rằng hai đường thẳng d_1, d_2 vuông góc với nhau, khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\sqrt{3} < |f(2)| < 2$. B. $|f(2)| \leq \sqrt{3}$. C. $|f(2)| \geq \sqrt{3}$. D. $2 \leq |f(2)| \leq 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 có hệ số góc $k_1 = f'(2)$, đường thẳng d_2 có hệ số góc $k_2 = y'(2) = 4f(2) + 12f'(2)$. Hai đường thẳng d_1, d_2 vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} d_1 \cdot d_2 = -1 &\Leftrightarrow f'(2) \cdot [4f(2) + 12f'(2)] = -1 \\ &\Leftrightarrow 12[f'(2)]^2 + 4f(2)f'(2) + 1 = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Coi (1) là phương trình bậc hai của $f'(2)$ với biệt thức $\Delta' = 4[f(2)]^2 - 12$. Do phương trình (1) phải có nghiệm nên ta có

$$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 4[f(2)]^2 - 12 \geq 0 \Leftrightarrow |f(2)| \geq 3.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2340. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - y - z + 2 = 0$. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu (S) đi qua A , tiếp xúc với (P) có bán kính nhỏ nhất. Khi đó giá trị của $T = 3a + 2b + c$ là

- A. -1 . B. 0 . C. 6 . D. -2 .

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P) . Mặt cầu (S) đi qua A , tiếp xúc với (P) có bán kính nhỏ nhất khi AH là đường kính mặt cầu, hay I là trung điểm AH .

Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-1}$.

Suy ra tọa độ điểm H thỏa mãn

$$\begin{cases} \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-1} \\ x - y - z + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x \\ z = -x - 1 \\ x - y - z + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow H(-1; 1; 0).$$

Do đó $I\left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$, từ đó $T = 3a + 2b + c = -1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2341. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây **không phải** là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(4; 2; 0), B(2; 3; 1)$?

A. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x}{-2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 4 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 2 + t \\ z = t \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; 1; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

$\Rightarrow$ Hai phương trình $\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 2 + t \\ z = t \end{cases}$ và $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{1}$ đúng.

Thay $t = 2$ vào phương trình tham số $\Rightarrow M(0; 4; 2) \in AB$.

Do đó, phương trình $\frac{x}{-2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-2}{1}$ đúng.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2342. Trong không gian $Oxyz$, xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 3; 1)$ trên mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z = 0$.

A. $\left(2; \frac{5}{2}; 3\right)$.

B. $(5; 4; 3)$.

C. $\left(\frac{5}{2}; 2; \frac{3}{2}\right)$.

D. $(1; 3; 5)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n} = (1; -2; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (α) .

Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu của M trên (α) .

H là hình chiếu của M trên $(\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} H \in (\alpha) \\ MH \perp (\alpha) \end{cases}$.

$H \in (\alpha) \Leftrightarrow a - 2b + c = 0 \Leftrightarrow c = -a + 2b \Rightarrow H(a; b; -a + 2b)$.

Có: $\overrightarrow{MH} = (a - 2; b - 3; -a + 2b - 1)$.

$$MH \perp (\alpha) \Leftrightarrow \overrightarrow{MH} = k\vec{n} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2 = k \\ b - 3 = -2k \\ -a + 2b - 1 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ b = 2 \\ k = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow H\left(\frac{5}{2}; 2; \frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2343. Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ không vuông góc với (α) . Gọi $\vec{u}_\Delta, \vec{n}_{(\alpha)}$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của Δ và véc-tơ pháp tuyến của (α) . Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ' là hình chiếu của Δ trên (α) ?

A. $(\vec{u}_\Delta \wedge \vec{n}_{(\alpha)}) \wedge \vec{n}_{(\alpha)}$.

B. $\vec{u}_\Delta \wedge (\vec{n}_{(\alpha)} \wedge \vec{u}_\Delta)$.

C. $\vec{u}_\Delta \wedge (\vec{u}_\Delta \wedge \vec{n}_{(\alpha)})$.

D. $(\vec{u}_\Delta \wedge \vec{n}_{(\alpha)}) \wedge \vec{u}_\Delta$.

Lời giải.

Đầu tiên xét mặt phẳng chứa Δ và vuông góc với (α) . Mặt phẳng này có véc-tơ pháp tuyến là

$$\vec{n} = \vec{u}_\Delta \wedge \vec{n}_{(\alpha)}.$$

Khi đó hình chiếu của Δ trên (α) là giao tuyến của mặt phẳng trên và (α) .

$$\text{Do đó } \vec{u}_{\Delta'} = \vec{n} \wedge \vec{n}_{(\alpha)} = (\vec{u}_\Delta \wedge \vec{n}_{(\alpha)}) \wedge \vec{n}_{(\alpha)}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2344. Trong không gian $0xyz$, cho mặt phẳng $(P): 5x + my + 4z + n = 0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 7y + z - 3 = 0$ và $(\beta): x - 9y - 2z + 5 = 0$. Tính $m + n$.

A. 6.

B. -16.

C. -3.

D. -4.

Lời giải.

Để thấy các điểm $A\left(\frac{1}{7}; 0; \frac{18}{7}\right); B\left(\frac{31}{10}; \frac{9}{10}; 0\right)$ thuộc giao tuyến hai mặt phẳng (α) và (β) .

$$\text{Theo giả thiết có } \begin{cases} 5 \cdot \frac{1}{7} + m \cdot 0 + 4 \cdot \frac{18}{7} + n = 0 \\ 5 \cdot \frac{31}{10} + m \cdot \frac{9}{10} + 4 \cdot 0 + n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -5 \\ n = -11 \end{cases}.$$

Vậy $m + n = -16$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2345. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $y = 5x - 9$. Tính tích các phần tử của S .

A. 3.

B. 0.

C. 18.

D. -27.

Lời giải.

Gọi $d: y = 5x - 9$.

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + (m^2 - 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + (m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m - 1 \\ x = m + 1 \end{cases}.$$

Chia y cho y' ta được: $y = \left(\frac{1}{3}x - \frac{m}{3}\right)y' - \frac{2}{3}x + \frac{m}{3}(m^2 - 1)$.

$$\Rightarrow AB: y = -\frac{2}{3}x + \frac{m}{3}(m^2 - 1).$$

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm của } AB \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{m-1+m+1}{2} = m \\ y_I = -\frac{2}{3}x_I + \frac{m}{3}(m^2 - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = m \\ y_I = -\frac{m^3}{3} - \frac{m}{3} \end{cases}.$$

$$A, B \text{ nằm khác phía và cách đều } d \Leftrightarrow I \in d \Leftrightarrow -\frac{m^3}{3} - \frac{m}{3} = 5m - 9 \Leftrightarrow m^3 + 16m - 27 = 0.$$

$$\Rightarrow \text{Tích các phần tử của } S \text{ là } \frac{-27}{1} = -27.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2346. Trong không gian $0xyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$ và các điểm $A(-2; 0; -2\sqrt{2}); B(-4; -4; 0)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thuộc (S) và thỏa mãn $MA^2 + \vec{MO} \cdot \vec{MB} = 16$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{7}}{4}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; -2; 0)$ và bán kính $R = 2$ Gọi $M(a; b; c)$.

$$\text{Ta có: } M \in (S) \Leftrightarrow (a+1)^2 + (b+2)^2 + c^2 = 4 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = -2a - 4b - 1.$$

$$\text{Ta có: } \vec{MO} = (-a; -b; -c); \vec{MB} = (-4-a; -4-b; -c).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{MB} = a(a+4) + b(b+4) + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 4a + 4b = 2a - 1.$$

$$\text{Ta lại có: } MA^2 = (a+2)^2 + b^2 + (c+2\sqrt{2})^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 4a + 4\sqrt{2}c + 12 = 2a - 4b + 4\sqrt{2}c + 11.$$

$$\text{Do đó, } MA^2 + \overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{MB} = 4a - 4b + 4\sqrt{2}c + 10.$$

$$\Rightarrow 4a - 4b + 4\sqrt{2}c = 6 \Leftrightarrow 2a - 2b + 2\sqrt{2}c - 3 = 0.$$

$$\Rightarrow M \in (\alpha): 2x - 2y + 2\sqrt{2}z - 3 = 0.$$

$$\text{Ta có: } d(I; (\alpha)) = \frac{|-2 + 4 - 3|}{\sqrt{2^2 + 4 + 8}} = \frac{1}{4}.$$

$$\Rightarrow M \text{ chạy trên đường tròn có bán kính } r = \sqrt{R^2 - d^2(I; (\alpha))} = \sqrt{4 - \frac{1}{16}} = \frac{3\sqrt{7}}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2347. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(2; -5; 6)$, cắt Ox và song song với mặt phẳng $x + 5y - 6z = 0$ có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -5 + 5t \\ z = 6 - 6t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -5 - 5t \\ z = 6 + 6t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 2 - 71t \\ y = -5 + 5t \\ z = 6 - 6t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 2 - 61t \\ y = -5 + 5t \\ z = 6 - 6t \end{cases}$$

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng đi qua A cắt Ox tại $M(m; 0; 0)$ và song song với $(P): x + 5y - 6z = 0$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = (m - 2; 5; -6)$ là véc-tơ chỉ phương của d .

Lại có $\vec{n}_P = (1; 5; -6)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Vì $d \parallel (P)$ nên $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow (m - 2) + 5 \cdot 5 + (-6) \cdot (-6) = 0 \Leftrightarrow m - 2 = -61$.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $(-61; 5; -6)$.

$$\text{Phương trình đường thẳng } d: \begin{cases} x = 2 - 61t \\ y = -5 + 5t \\ z = 6 - 6t \end{cases}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2348. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + (m+3)y + (4m+3)z + 1 = 0$. Tìm giá trị của m sao cho $d \parallel (P)$.

$$\text{A. } m = 1. \quad \text{B. } m = -1. \quad \text{C. } m \neq -2. \quad \text{D. } m \in \emptyset.$$

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1; 3; -2)$. Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (2; m+3; 4m+3)$.

Vì $d \parallel (P)$ nên $\vec{u}_d \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow 2 + 3(m+3) - 2(4m+3) = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2349. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 6y - 10z + 39 = 0$. Từ một điểm M thuộc mặt phẳng (P) kẻ một đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại N sao cho $MN = 5$. Biết rằng M thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

$$\text{A. } 3. \quad \text{B. } \sqrt{6}. \quad \text{C. } 5. \quad \text{D. } \sqrt{11}.$$

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(5; -3; 5)$ và bán kính $R = \sqrt{5^2 + (-3)^2 + 5^2 - 39} = 2\sqrt{5}$.

Gọi H là hình chiếu của điểm I lên mặt phẳng (P) . Ta có $IH = \frac{|5 - 2 \cdot (-3) + 2 \cdot 5 - 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 6$.

Lại có $IH^2 + HM^2 = IM^2 = IN^2 + MN^2 \Leftrightarrow HM^2 = IN^2 + MN^2 - IH^2 = 20 + 25 - 36 = 9$.

Từ đó suy ra $HM = 3$ hay M nằm trên đường tròn tâm H bán kính bằng 3.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2350. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$, $D(1;1;1)$ với $m > 0, n > 0$ và $m + n = 1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D . Tính bán kính mặt cầu đó.

A. $R = 1$.

B. $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $R = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Đặt $B_1(1;0;0)$, $C_1(0;1;0)$ và $E(1;1;0)$.

Ta được $\begin{cases} OB = CC_1 \\ OC = BB_1. \end{cases}$

Từ đó, ta thấy $\triangle OAB = \triangle CC_1E \Rightarrow CE = AB$.

Tương tự, ta được $AC = EB$.

Do vậy, $\triangle ABC = \triangle ECB$.

Gọi I là trung điểm AE , ta được $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Ta có $V_{IABC} = V_{IEBC}$

$$\Rightarrow d(I; (ABC)) = d(I; (EBC)) = \frac{\sqrt{3}}{2} = ID.$$

Vậy mặt cầu $S\left(I; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ luôn qua D và tiếp xúc với (ABC) .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2351. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;1)$ và $M(2;1;2)$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{15}{7}$.

B. 2.

C. $\frac{13}{7}$.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình mp(ABC): $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow 3x + 2y + 6z - 6 = 0$. Vậy

$$d(M, (ABC)) = \frac{|3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 6 \cdot 2 - 6|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 6^2}} = 2.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2352. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{6}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$. Biết đường thẳng d cắt mặt cầu (S) theo dây cung AB . Độ dài AB là

A. 4.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB .

Khi đó $AB = 2\sqrt{IB^2 - IH^2} = 2\sqrt{R^2 - d(I, d)}$.

d đi qua điểm $M(2; 3; 0)$ và $\vec{u}_d = (2; 3; 6)$.

$$\text{Vậy } d(I, d) = \frac{|[\vec{IM}; \vec{u}_d]|}{|\vec{u}_d|}.$$

Ta có $\vec{IM} = (2; 1; 0) \Rightarrow [\vec{IM}; \vec{u}_d] = (6; -12; 4)$.

$$\text{Vậy } |[\vec{IM}; \vec{u}_d]| = 14.$$

$$\text{mà } |\vec{u}_d| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = 7 \Rightarrow d(I, d) = 2.$$

$$\text{Vậy } AB = 2\sqrt{3^2 - 2^2} = 2\sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2353. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 2; 2)$. Đường thẳng đi qua M và song song với trục Oy có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = 2 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 + t \\ z = 2 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Lời giải.

Đường thẳng cần lập đi qua $M(-1; 2; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{j} = (0; 1; 0)$ nên có phương trình

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 + t \\ z = 2 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2354. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 1)$ và hai mặt phẳng (P) , (Q) lần lượt có phương trình là $x - 3z + 1 = 0$, $2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua I và song song với hai mặt phẳng (P) , (Q) có phương trình là

$$\text{A. } \frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}.$$

$$\text{B. } \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-5}.$$

$$\text{C. } \frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}.$$

$$\text{D. } \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{5}.$$

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần lập.

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; 0; -3)$, (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (0; 2; -1)$.

Do đó d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (6; 1; 2)$.

Đường thẳng d đi qua I nên có phương trình $\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 2355. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1 , d_2 lần lượt có phương trình là $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ và $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{3}$. Đường thẳng d cắt cả hai đường thẳng d_1 , d_2 và song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x-4}{1} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-3}{-2}$ có phương trình là

$$\text{A. } \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+4}{-2}.$$

$$\text{B. } \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-4}{-2}.$$

$$\text{C. } \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+4}{-2}.$$

$$\text{D. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-4}{-2}.$$

Lời giải.

Giả sử d cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B . Hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình tham số lần lượt là

$$d_1: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = t \end{cases}, d_2: \begin{cases} x = m \\ y = 1 - 2m \\ z = 1 + 3m \end{cases} \quad (t, m \in \mathbb{R}).$$

$$A \in d_1 \Rightarrow A(t; -1 + 2t; t), B \in d_2 \Rightarrow B(m; 1 - 2m; 1 + 3m).$$

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{AB} = (m - t; -2m - 2t + 2; 3m - t + 1).$$

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 4; -2)$.

$$\text{Vì } d \parallel \Delta \text{ nên } \frac{m-t}{1} = \frac{-2m-2t+2}{4} = \frac{3m-t+1}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow B(1; -1; 4).$$

$$\text{Vậy } d \text{ đi qua } B \text{ và có véc-tơ chỉ phương } \vec{u} \text{ nên có phương trình } \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-4}{-2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2356. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; 3), B(2; 4; -1)$.

$$\text{A. } \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{4}.$$

$$\text{B. } \frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{-4}.$$

$$\text{C. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}.$$

$$\text{D. } \frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{4}.$$

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -4)$. Suy ra phương trình chính tắc của AB là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2357. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = m - 2t \\ z = nt \end{cases}, t \in \mathbb{R} (m, n$

là các hằng số cho trước) và mặt phẳng $(P): x + y - z - 2 = 0$. Biết $\Delta \subset (P)$, tính $m + n$.

$$\text{A. } m + n = -3.$$

$$\text{B. } m + n = 0.$$

$$\text{C. } m + n = 1.$$

$$\text{D. } m + n = -1.$$

Lời giải.

Lấy điểm $M(0; m+2; -n) \in \Delta$. Do $\Delta \subset (P) \Rightarrow M \in (P)$. Thế tọa độ M vào phương trình (P) ta được

$$0 + (m+2) - (-n) - 2 = 0 \Leftrightarrow m + n = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2358. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

$$\text{A. } \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}.$$

$$\text{B. } \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$$

$$\text{C. } \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}.$$

$$\text{D. } \frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$$

Lời giải.

Gọi M là giao điểm của d và (P) . Tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Rightarrow M(1; 1; 1).$$

Vì Δ nằm trong mặt phẳng (P) nên véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; 1)$ vuông góc với Δ .

Mặt khác $\Delta \perp d$ nên véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 3)$ vuông góc với Δ .

Suy ra véc-tơ chỉ phương của d

$$\vec{u}_d = [\vec{n}, \vec{u}] = (5; -1; -3).$$

Suy ra phương trình đường thẳng d

$$\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2359. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; -2; 1)$, $B(-2; 2; 1)$, $C(1; -2; 2)$. Đường phân giác trong góc A của tam giác ABC cắt mặt phẳng Oyz tại điểm nào trong các điểm sau đây?

$$\text{A. } \left(0; -\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right).$$

$$\text{B. } \left(0; -\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right).$$

$$\text{C. } \left(0; \frac{2}{3}; -\frac{8}{3}\right).$$

$$\text{D. } \left(0; -\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right).$$

Lời giải.

Ta có

$$\vec{AB} = (-3; 4; 0) \Rightarrow AB = 5; \vec{AC} = (0; 0; 1) \Rightarrow AC = 1$$

Gọi d là đường phân giác trong góc A của tam giác ABC . Suy ra véc-tơ chỉ phương của d là

$$\vec{u} = \frac{\vec{AB}}{AB} + \frac{\vec{AC}}{AC} = \left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}; 1\right).$$

Suy ra phương trình d

$$\frac{x-1}{-3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{5}.$$

Suy ra, giao điểm của d và mặt phẳng Oyz có tọa độ là $\left(0; -\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2360. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$ và các điểm $A(2; 3; -4)$, $B(4; 6; -9)$. Gọi C , D là các điểm thay đổi trên đường thẳng Δ sao cho $CD = \sqrt{14}$ và mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ có thể tích lớn nhất. Khi đó tọa độ trung điểm CD là

$$\text{A. } \left(\frac{79}{35}; \frac{64}{35}; \frac{102}{35}\right).$$

$$\text{B. } (2; 2; 3).$$

$$\text{C. } \left(\frac{181}{5}; -\frac{104}{5}; -\frac{42}{5}\right).$$

$$\text{D. } (5; 0; 2).$$

Lời giải.

Gọi I và r lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$. Ta có

$$\begin{aligned} V_{ABCD} &= V_{I.ABC} + V_{I.ABD} + V_{I.ACD} + V_{I.DBC} \\ &= \frac{1}{3}r(S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD} + S_{\triangle DBC}) = \frac{1}{3}rS_{tp} \\ \Rightarrow r &= \frac{3V_{ABCD}}{S_{tp}}. \end{aligned}$$

Mặt khác, mặt cầu tâm I có thể tích lớn nhất khi r lớn nhất. Mà

$$\begin{aligned} V_{ABCD} &= \frac{1}{6}AB \cdot CD \cdot d_{(AB,CD)} \sin(\angle AB, CD) \\ S_{\triangle ACD} &= \frac{1}{2} \cdot CD \cdot d_{(A,CD)} = \frac{\sqrt{14}}{2} \cdot d_{(A,\Delta)} \\ S_{\triangle BCD} &= \frac{1}{2} \cdot CD \cdot d_{(B,CD)} = \frac{\sqrt{14}}{2} \cdot d_{(B,\Delta)} \end{aligned}$$

Do đó r lớn nhất khi và chỉ khi $S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ABD}$ nhỏ nhất.

Lại có C, D thuộc Δ nên $C(-1+3t; 4-2t; 4-t)$ và $D(-1+3k; 4-2k; 4-k)$ với $(k > t)$.

Mặt khác $CD = \sqrt{14} \Leftrightarrow \sqrt{14(k-t)^2} = \sqrt{14} \Leftrightarrow k = t+1$.

Suy ra

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| = \frac{1}{2} \sqrt{(11-13t)^2 + (1+13t)^2 + (29-13t)^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{3a^2 - 78a + 963} \quad (a = 13t) \\ S_{\triangle ABD} &= \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{AD}] \right| = \frac{1}{2} \sqrt{(11-13k)^2 + (1+13k)^2 + (29-13k)^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{(2+13t)^2 + (14+13t)^2 + (16-13t)^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{3a^2 + 456} \quad (a = 13t) \end{aligned}$$

Do đó

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ABD} &= \frac{1}{2} \left(\sqrt{3a^2 - 78a + 963} + \sqrt{3a^2 + 456} \right) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\sqrt{(a-13)^2 + 152} + \sqrt{a^2 + 152} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} (MP + MQ). \end{aligned}$$

Với $M(a; 0); P(13; \sqrt{152})$ và $Q(0; -\sqrt{152})$. Suy ra

$$S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ABD} \geq \frac{\sqrt{3}}{2} PQ = \frac{\sqrt{483}}{2}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\vec{PM}$ và $\vec{PQ}$ cùng phương $\Leftrightarrow a = \frac{13}{2} \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$. Suy ra $C\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{7}{2}\right)$ và $D\left(\frac{7}{2}; 1; \frac{5}{2}\right)$. Suy ra tọa độ trung điểm CD là $(2; 2; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2361. Trong không gian $Oxyz$, tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{3-x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+4}{3}$.

A. $\vec{v} = (2; -1; 3)$. B. $\vec{m} = (3; 1; -4)$. C. $\vec{n} = (-2; 1; -3)$. D. $\vec{u} = (-2; -1; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\frac{3-x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+4}{3} \Leftrightarrow \frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+4}{3}$. Vậy d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2; -1; 3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2362. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d: \frac{x-3}{-4} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{1}$ và $d': \frac{x}{-6} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng vuông góc chung của d và d' ?

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{2}$.

Lời giải.

Gọi $A(3-4t; -2+t; -1+t) \in d$, $B(-6s; 1+s; 2+2s) \in d'$ ta có $\overrightarrow{AB} = (-6s+4t-3; s-t+3; 2s-t+3)$. Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{n} = (-4; 1; 1)$, đường thẳng d' có véc-tơ chỉ phương là $\vec{v} = (-6; 1; 2)$.

Đường thẳng AB là đường vuông góc chung của hai đường thẳng d và d'

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{v} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 27s - 18t + 18 = 0 \\ 41s - 27t + 27 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 0 \\ t = 1. \end{cases}$$

Từ đó ta có đường vuông góc chung cần tìm đi qua $A(-1; -1; 0)$, $B(0; 1; 2)$ nên có phương trình $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2363. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(3; 0; 0)$, $B(0; 6; 0)$, $C(0; 0; 6)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua trực tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-6}{1}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải.

Ta thấy tứ diện $OABC$ là tứ diện vuông vì có OA , OB , OC đôi một vuông góc với $O(0; 0; 0)$ là gốc toạ độ. Do đó, hình chiếu vuông góc của O lên (ABC) chính là trực tâm của tam giác ABC .

Vậy đường thẳng cần tìm đi qua O và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 6; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-3; 0; 6)$ nên đường thẳng đi qua O và nhận $\vec{u} = \frac{1}{2} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 1; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ là đường thẳng cần tìm.

Từ đó suy ra đường thẳng có phương trình $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2364. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và hai điểm $A(3; -2; 6)$, $B(0; 1; 0)$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ chứa đường thẳng AB và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $M = 2a + b - c$.

A. $M = 2$.

B. $M = 3$.

C. $M = 1$.

D. $M = 4$.

Lời giải.

Đường tròn (S) có bán kính $R = 5$ và có tâm $I(1; 2; 3)$. Dễ thấy đường thẳng AB cắt đường tròn (S) . Gọi H là hình chiếu của I lên đường thẳng AB .

Ta có $d(I, (P)) \leq IH$ nên giao tuyến của (P) và (S) nhỏ nhất khi H chính là hình chiếu của I lên (P) .

Vậy (P) nhận véc-tơ pháp tuyến là $[[\vec{AI}, \vec{AB}], \vec{AI}] = (0; -40; -20)$. Từ đó suy ra phương trình của (P) là $2y + z - 2 = 0$ nên $a = 0, b = 2, c = 1$ và ta có $M = 2a + b - c = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2365. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 5 = 0$. Tọa độ giao điểm A của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là

- A. $(3; 0; -1)$. B. $(3; 0; 5)$. C. $(1; 1; 2)$. D. $(0; 3; -1)$.

Lời giải.

Do $A \in \Delta$ nên $A(1+t; 2-t; 1+2t)$.

Mặt khác $A \in (P)$ nên $1+t+2(2-t)+1+2t-5=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Suy ra $A(0; 3; -1)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2366. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 6; 2)$ và $B(2; -2; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B , gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d . Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

- A. $R = 1$. B. $R = \sqrt{3}$. C. $R = 2$. D. $R = \sqrt{6}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB .

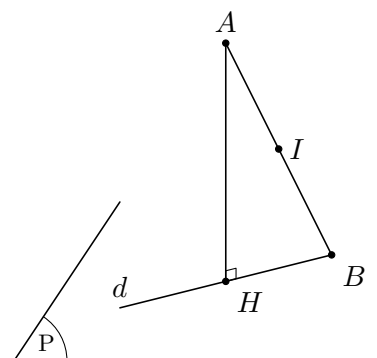
Ta có $I(3; 2; 1)$, $IA = \sqrt{1+16+1} = 3\sqrt{2}$.

Do $AH \perp HB$, nên H thuộc mặt cầu tâm I bán kính IA .

Suy ra H thuộc một đường tròn (C) là giao của mặt cầu tâm I và mặt phẳng (P) .

$$d(I, (P)) = \frac{|3+2+1|}{\sqrt{1+1+1}} = 2\sqrt{3}.$$

Bán kính đường tròn (C) là $r = \sqrt{IA^2 - (d(I, (P)))^2} = \sqrt{6}$.



Chọn đáp án **D** □

Câu 2367. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 3; 0)$. Gọi $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x - y + z - 2 = 0$ sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị $a + b - 3c$ bằng

- A. $\frac{19}{7}$. B. $-\frac{13}{7}$. C. -2 . D. 2 .

Lời giải.

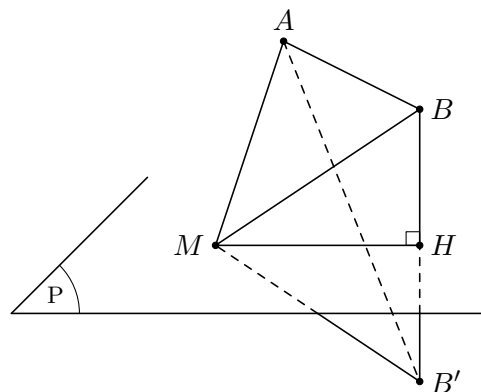
Để thấy hai điểm A, B nằm cùng phía so với mặt phẳng (P) .

Gọi B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (P) .

Ta có $MA + MB = MA + MB' \leq AB'$.

Suy ra $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi M là giao của đường thẳng AB' và mặt phẳng (P) .

Phương trình đường thẳng BB' là
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = t. \end{cases}$$



Thay phương trình đường thẳng BB' vào phương trình mặt phẳng (P) ta được

$$2 + t - (3 - t) + t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Gọi H là giao của BB' và mặt phẳng (P) . Suy ra $H(3; 2; 1)$.

Ta có H là trung điểm của BB' nên $B'(4; 1; 2)$.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB' là $\vec{u} = \overrightarrow{AB'} = (3; -1; 3)$.

Phương trình đường thẳng AB' là
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 3t. \end{cases}$$

Thay phương trình đường thẳng AB' vào phương trình mặt phẳng (P) ta được

$$1 + 3t - (2 - t) + (-1 + 3t) - 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4}{7}.$$

Suy ra $M\left(\frac{19}{7}; \frac{10}{7}; \frac{5}{7}\right)$.

Khi đó giá trị $a + b - 3c = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2368. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = z-3$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d) ?

A. $\vec{u}_3 = (3; 2; 3)$. B. $\vec{u}_4 = (1; 2; 3)$. C. $\vec{u}_2 = (3; 2; 0)$. D. $\vec{u}_1 = (3; 2; 1)$.

Lời giải.

Từ phương trình đường thẳng ta có tọa độ của véc-tơ chỉ phương là $(3; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2369. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0; 0; 2)$, $B(0; 1; 0)$, $C(-2; 0; 0)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Phương trình đường thẳng OH là

A. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-1}$. C. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) theo mặt chắn là $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ hay $x - 2y - z + 2 = 0$.

Vì $OABC$ là tứ diện vuông và H là trực tâm của tam giác ABC nên $OH \perp (ABC)$.

Vậy OH đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và nhận $\vec{u} = (1; -2; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-1}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2370. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; 1; -1)$, $B(14; -3; 3)$ và đường thẳng (Δ) có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 2)$. Gọi C, D lần lượt là hình chiếu của A, B lên (Δ) . Mặt cầu qua hai điểm C, D có diện tích nhỏ nhất là

A. 44π .B. 6π .C. 9π .D. 36π .

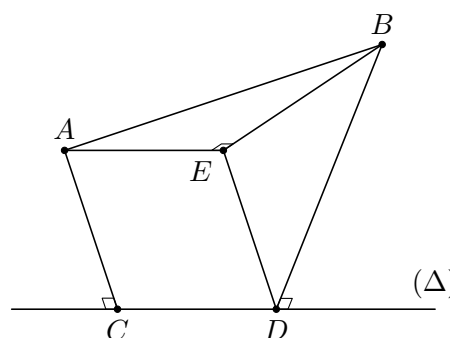
Lời giải.

Dựng hình chữ nhật $AEDC$. Khi đó ta có $AE \perp BD$ và $AE \perp ED$ nên $AE \perp (BED) \Rightarrow AE \perp EB$.

Mà $\vec{AB} = (9; -4; 4)$ suy ra

$$CD = AE = AB \cdot \cos \widehat{BAE} = AB \cdot \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{u}|}{AB \cdot |\vec{u}|} = \frac{9}{3} = 3.$$

Mặt cầu qua hai điểm C, D có diện tích nhỏ nhất là mặt cầu đường kính CD .



$$\Rightarrow S = 4\pi \cdot \left(\frac{CD}{2}\right)^2 = 9\pi.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2371. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(2; 4; 0)$, $D(0; 0; 6)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Có bao nhiêu mặt phẳng cắt (S) theo một đường tròn có diện tích 14π và cách đều năm điểm O, A, B, C, D (O là gốc tọa độ).

A. Vô số.

B. 1.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và $R = \sqrt{14}$.

Mặt phẳng cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có diện tích $14\pi \Rightarrow r = R = \sqrt{14}$.

Vậy mặt phẳng đi qua tâm I của mặt cầu (S) .

Dễ thấy 5 điểm đều thuộc mặt cầu (S) và $(OACB) \equiv Oxy$, $OACB$ là hình chữ nhật. Do đó mặt phẳng cách đều 4 điểm O, A, C, B chỉ có thể hoặc song song với $(OACB)$, hoặc chứa đường trung bình của hình chữ nhật $OACB$.

Mà $D \in Oz$ nên có 3 mặt phẳng thỏa mãn là

- Mặt phẳng đi qua I và song song với Oxy ;
- Mặt phẳng đi qua I và vuông góc với OA ;
- Mặt phẳng đi qua I và vuông góc với OB .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2372. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; -2; 3)$ và $B(3; 1; 1)$.

A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{4}$.

B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{2}$.

C. $2(x-1) + 3(y+2) - 2(z-3) = 0$.

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (2; 3; -2)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Từ đó ta có phương trình đường thẳng $AB: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2373. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d .

A. $(P): x + 2y + z - 2 = 0$.

B. $(P): x + 2y - 3z - 2 = 0$.

C. $(P): x + 2y + z + 2 = 0$.

D. $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

Do mặt phẳng $(P) \perp d$ nên (P) nhận véc-tơ $\vec{u} = (1; 2; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến, từ đó ta có phương trình mặt phẳng (P) là

$$1(x-1) + 2(y-2) + 1(z+3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + z - 2 = 0.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2374. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+4}{-3}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua $M(2; -3; -4)$ cắt đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) lần lượt tại A, B sao cho M là trung điểm của AB .

A. $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 6 - 4t \end{cases}$ B. $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$ C. $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 \\ z = -4 + 6t \end{cases}$ D. $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + 2t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$

Lời giải.

Giả sử đường thẳng d cắt đường thẳng Δ tại điểm $A(2a; -1 - 3a; -4 - 3a)$.

Do M là trung điểm của AB nên ta có $B(4 - 2a; -5 + 3a; -4 + 3a) \in (P)$, từ đó ta có

$$2(4 - 2a) + (-5 + 3a) - (-4 + 3a) - 3 = 0 \Leftrightarrow 4 - 4a = 0 \Leftrightarrow a = 1.$$

Suy ra $A(2; -4; -7)$ và $\overrightarrow{AM} = (0; 1; 3)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Vậy phương trình của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + t \\ z = -4 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2375. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Gọi M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và N là điểm thuộc tia OM sao cho $OM \cdot ON = 12$. Biết N luôn thuộc một mặt cầu cố định. Xác định tọa độ tâm của mặt cầu đó.

A. $(-1; 2; 3)$.

B. $(12; 6; 4)$.

C. $(-6; 3; 2)$.

D. $(6; -3; -2)$.

Lời giải.

Phương trình dạng chắn của mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Suy ra $(ABC): -6x + 3y + 2z - 6 = 0$ và (ABC) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-6; 3; 2)$.

Giả sử $OM_0 \perp (ABC)$ tại M_0 , trên tia OM_0 lấy điểm N_0 sao cho $OM_0 \cdot ON_0 = 12$.

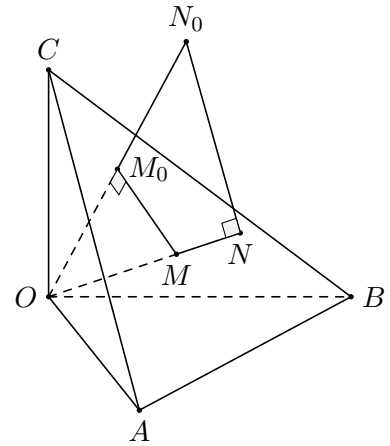
Khi đó ta có $\frac{1}{OM_0^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = \frac{49}{36} \Rightarrow OM_0 = \frac{6}{7} \Rightarrow ON_0 = 14$.

Do $OM_0 \perp (ABC)$ nên $\vec{n}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng

$$OM_0, \text{ suy ra phương trình đường thẳng } OM_0: \begin{cases} x = -6t \\ y = 3t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Gọi tọa độ của điểm $N_0(-6t; 3t; 2t)$, suy ra

$$ON_0 = \sqrt{36t^2 + 9t^2 + 4t^2} = 14 \Leftrightarrow |7t| = 14 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 2. \end{cases}$$



Với $t = -2$ suy ra $N_0(12; -6; -4)$ (loại vì không nằm trên tia OM_0).

Với $t = 2$ suy ra $N_0(-12; 6; 4)$ (thỏa mãn).

Nhận thấy $OM \cdot ON = OM_0 \cdot ON_0 = 12$, suy ra hai tam giác OMM_0 và ON_0N đồng dạng, suy ra $\widehat{OM_0M} = \widehat{ONN_0}$. (1)

Mặt khác, do $OM_0 \perp (ABC) \Rightarrow OM_0 \perp M_0M \Rightarrow \widehat{OM_0M} = 90^\circ$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ONN_0} = 90^\circ$, suy ra N luôn nhìn ON_0 dưới một góc vuông, suy ra quỹ tích điểm N là mặt cầu đường kính ON_0 , từ đó suy ra tọa độ tâm mặt cầu là $I(-6; 3; 2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2376. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d đi qua hai điểm $A(3; 0; 1)$ và $B(-1; 2; 3)$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u} = (2; -1; -1)$. B. $\vec{u} = (2; 1; 0)$. C. $\vec{u} = (-1; 2; 0)$. D. $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

Lời giải.

Do đường thẳng d đi qua hai điểm A, B nên nếu $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của d thì $\vec{u}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB} = (-4; 2; 2)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2377. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-3; -1; -1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $A'(a; b; c)$. Khi đó giá trị của $2a + b + c$ là

- A. -5. B. -4. C. -2. D. -3.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x = 0$ nên hình chiếu của điểm $A(-3; -1; -1)$ lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $A'(0; -1; -1)$. Khi đó $2a + b + c = -2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2378. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$. Phương trình

nào sau đây là phương trình chính tắc của d ?

- A. $x - 2 = y = z + 3$. B. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.
C. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-1}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(2; 1; 0)$ và nhận $\vec{u} = (-1; 1; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương, có phương trình chính tắc $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 2379. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$. Đường thẳng song song với Δ , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d cắt d_1 tại $M(3-t; 3-2t; -2+t)$.

Đường thẳng d cắt d_2 tại $N(5-3s; -1+2s; 2+s)$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (2-3s+t; -4+2s+2t; 4+s-t)$.

Vì d song song Δ nên d cũng có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 3)$.

Khi đó $\overrightarrow{MN}$ cùng phương $\vec{u}$, suy ra

$$\begin{aligned} \frac{2-3s+t}{1} &= \frac{-4+2s+2t}{2} = \frac{4+s-t}{3} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4-6s+2t = -4+2s+2t \\ -12+6s+6t = 8+2s-2t \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} s=1 \\ t=2. \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó đường thẳng d qua $M(1; -1; 0)$ và nhận $\vec{u} = (1; 2; 3)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Vậy phương trình chính tắc của d là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2380. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 2; -1)$, $B(3; 1; -2)$, $C(2; 3; -3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$. $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $MA^2+MB^2+MC^2$ có giá trị nhỏ nhất. Xác định $a+b+c$.

A. -3.

B. -2.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$. Khi đó, G có tọa độ $(2; 2; -2)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Do đó

$$\begin{aligned} 9MG^2 &= (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})^2 \\ &= MA^2 + MB^2 + MC^2 + 2(\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}) \quad (1). \end{aligned}$$

Mặt khác, ta có $2\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MA^2 + MB^2 - (\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB})^2 = MA^2 + MB^2 - AB^2$.

Do đó $2(\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}) = 2(MA^2 + MB^2 + MC^2) - (AB^2 + BC^2 + CA^2)$.

Thay vào (1) ta có

$$\begin{aligned} 9MG^2 &= 3(MA^2 + MB^2 + MC^2) - (AB^2 + BC^2 + CA^2) \\ \Leftrightarrow MA^2 + MB^2 + MC^2 &= 3MG^2 + \frac{AB^2 + BC^2 + CA^2}{3}. \end{aligned}$$

Biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ có giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MG nhỏ nhất. Khi đó, M là hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (P) .

Mặt phẳng (P) có một VTPT là $\vec{n} = (1; -2; 2)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua G

và vuông góc với (P) là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -2 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Tọa độ của điểm M cần tìm là nghiệm nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x - 2y + 2z - 3 = 0 \\ x = 2 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -2 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \\ z = 0 \\ t = 1 \end{cases}$$

Khi đó $a = 3; b = 0; c = 0$ nên $a + b + c = 3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2381. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $3x - 2y + z - 12 = 0$.

B. $3x - 2y + z - 8 = 0$.

C. $3x + 2y + z - 12 = 0$.

D. $x - 2y + 3z - 8 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng vuông góc với Δ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{u}_{\Delta} = (3; -2; 1)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng Δ là

$$3(x - 3) - 2(y + 1) + 1(z - 1) = 0 \quad \text{hay} \quad 3x - 2y + z - 12 = 0.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2382. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 1)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1}$, $\Delta': \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$. Phương trình đường thẳng đi qua điểm A và cắt cả hai đường thẳng Δ, Δ' là

A. $\frac{x-1}{-6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{7}$.

B. $\frac{x+1}{-6} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{7}$.

C. $\frac{x-1}{-6} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{7}$.

D. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{7}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua $M(1; 0; -3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta} = (2; 1; -1)$.

Đường thẳng Δ' đi qua $N(0; -1; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta'} = (1; -2; 1)$.

Gọi đường thẳng cần tìm là d và gọi M, N lần lượt là giao điểm của d với Δ, Δ' .

Khi đó $\begin{cases} M(1 + 2m; m; 3 - m) \\ N(n; -1 - 2n; 2 + n) \end{cases}$

Ba điểm A, M, N cùng thuộc đường thẳng d nên thẳng hàng do đó $\overrightarrow{AM}$ cùng phương với $\overrightarrow{AN}$.

Mà $\begin{cases} \overrightarrow{AM} = (2m; m + 1; 2 - m) \\ \overrightarrow{AN} = (n - 1; -2n; 1 + n) \end{cases}$

Do đó $\overrightarrow{AM}$ cùng phương với $\overrightarrow{AN}$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} \frac{2m}{n-1} &= \frac{m+1}{-2n} = \frac{2-m}{1+n} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m}{n-1} &= \frac{m+1}{-2n} \\ \frac{2m}{n-1} &= \frac{2-m}{1+n} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -5mn &= -m+n-1 \\ 3mn &= -m+2n-2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -10mn &= -2m+2n-2 \\ 3mn &= -m+2n-2 \end{cases} \\ \Rightarrow -13mn &= -m \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m &= 0 \\ m &= \frac{1}{13} \end{cases} \end{aligned}$$

TH1. Nếu $m = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (0; 1; 2)$ do đó d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (0; 1; 2)$.

TH2. Nếu $n = \frac{1}{13} \Rightarrow \overrightarrow{AN} = \left(-\frac{12}{13}; -\frac{2}{13}; \frac{14}{13}\right)$.

Do đó véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (-6; -1; 7)$.

Khi đó phương trình đường thẳng d là $\frac{x-1}{-6} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{7}$.

Chọn đáp án  □

Câu 2383. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$ và $d': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$. Phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với đường thẳng d' một góc lớn nhất là

A. $x - z + 1 = 0$.

B. $x - 4y + z - 7 = 0$.

C. $3x - 2y - 2z - 1 = 0$.

D. $-x + 4y - z - 7 = 0$.

Lời giải.

Ta có d và d' là hai đường thẳng chéo nhau. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với đường thẳng d' một góc lớn nhất.

Kẻ đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) thỏa mãn Δ song song với d và Δ cắt d' . Khi đó $(d', d) = (d', \Delta) = \alpha$.

Lấy điểm $M \in d'$ và kẻ $MH \perp (P)$ tại H ,

suy ra $(d', (P)) = \widehat{MIH} = \beta$.

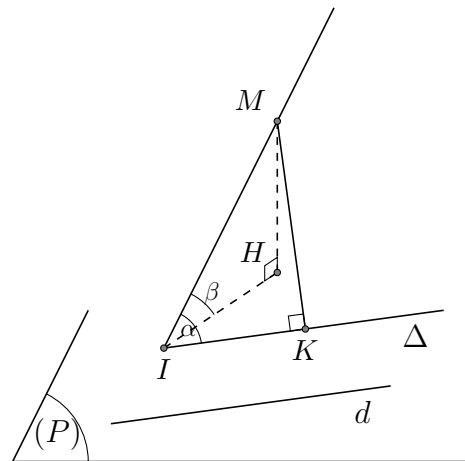
Ta có $\begin{cases} \sin \beta = \frac{MH}{MI} \\ \sin \alpha = \frac{MK}{MI} \end{cases}$ mà $MH \leq MK$.

Suy ra $\sin \beta \leq \sin \alpha \Rightarrow \beta \leq \alpha$.

Vậy góc giữa d' và (P) đạt giá trị lớn nhất bằng góc $\alpha = (d, d')$.

Ta có $\cos(d, d') = \frac{\vec{u}_d \cdot \vec{u}_{d'}}{|\vec{u}_d| \cdot |\vec{u}_{d'}|} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Suy ra $\cos(d', (P)) = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \sin(d', (P)) = \sqrt{1 - \cos^2(d', (P))} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



Vậy mặt phẳng (P) cần thỏa mãn

- (P) chứa $d \Rightarrow (P)$ chứa $N(1; -1; 2)$.
- (P) chứa $d \Rightarrow \vec{n}_{(P)} \cdot \vec{u}_d = 0$.
- $\sin(d', (P)) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{u}_{d'}}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{u}_{d'}|} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Để thấy chỉ mặt phẳng $x - 4y + z - 7 = 0$ thỏa mãn cả ba điều kiện trên.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2384. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 3; 3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng BC có một véc-tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u} = (2; 1; -1)$. B. $\vec{u} = (1; 1; 0)$. C. $\vec{u} = (1; -1; 0)$. D. $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

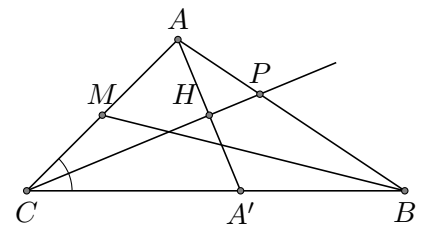
Lời giải.

Gọi P là chân đường phân giác trong của góc C .

Vì C thuộc đường thẳng CP nên tọa độ C có dạng $C(2+2t; 4-t; 2-t)$.

Gọi M là trung điểm của AC khi đó $M\left(t+2; \frac{7-t}{2}; \frac{5-t}{2}\right)$.

Thay tọa độ của điểm M vào phương trình BM ta được



$$\begin{aligned} \frac{t+2-3}{-1} &= \frac{\frac{7-t}{2}-3}{2} = \frac{\frac{5-t}{2}-2}{-1} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4t-4=t-1 \\ 2t-2=1-t \end{cases} &\Leftrightarrow t=1 \\ \Rightarrow \begin{cases} C(4; 3; 1) \\ M(3; 3; 2) \end{cases} \end{aligned}$$

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A vuông góc với đường thẳng CP có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_{CP} = (2; -1; -1)$.

Khi đó $(P): 2x - y - z + 2 = 0$.

Phương trình tham số của đường phân giác CP là $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2 - t. \end{cases}$

Gọi $H(2+2t; 4-t; 2-t) \in CP$ khi đó thay vào phương trình mặt phẳng (P) ta được

$$2(2+2t) - (4-t) - (2-t) + 2 = 0 \Leftrightarrow t=0$$

Suy ra $H(2; 4; 2)$ là hình chiếu của A lên đường thẳng CP .

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua CP khi đó $A'(2; 5; 1)$, vì CP là đường phân giác nên $A' \in BC$.

Khi đó véc-tơ chỉ phương của CB là $\vec{u}_{CB} = \vec{CA'} = (-2; 2; 0)$ hay $\vec{u}_{CB} = (-1; 1; 0)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2385. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Đường thẳng Δ' là hình chiếu của đường thẳng Δ lên mặt phẳng (P) . Một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ' là

A. $\vec{u} = (1; 1; -2)$. B. $\vec{u} = (1; -1; 0)$. C. $\vec{u} = (1; 0; -1)$. D. $\vec{u} = (1; -2; 1)$.

Lời giải.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc với (P) . Suy ra, véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q = [\vec{u}_\Delta, \vec{n}_P] = (-1; 1; 0)$.

Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ' . Ta có $\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{n}_P \\ \vec{u} \perp \vec{n}_Q \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (1; 1; -2)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2386. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1; 5; 0)$, $B(3; 3; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm trên đường thẳng Δ sao cho chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $T = a + b + c$.

A. $T = 2$. B. $T = 3$. C. $T = 4$. D. $T = 5$.

Lời giải.

Chu vi tam giác ABM đạt giá trị nhỏ nhất khi tổng $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Do $M \in \Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$ nên $M(-1 + 2t; 1 - t; 2t)$.

Ta có $MA = \sqrt{(2t-2)^2 + (t+4)^2 + 4t^2} = \sqrt{9t^2 + 20}$;

$MB = \sqrt{(2t-4)^2 + (t+2)^2 + (2t-6)^2} = \sqrt{9t^2 - 36t + 56}$.

Như vậy $MA + MB = \sqrt{9t^2 + 20} + \sqrt{9t^2 - 36t + 56}$.

Cách 1: phương pháp hàm số

Xét hàm số $f(t) = \sqrt{9t^2 + 20} + \sqrt{9t^2 - 36t + 56}$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(t) = \frac{9t}{\sqrt{9t^2 + 20}} + \frac{9t - 18}{\sqrt{9t^2 - 36t + 56}} = \frac{9t}{\sqrt{9t^2 + 20}} + \frac{9(t-2)}{\sqrt{9(t-2)^2 + 20}}$.

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{t}{\sqrt{9t^2 + 20}} = -\frac{t-2}{\sqrt{9(t-2)^2 + 20}} \quad (1)$.

Xét hàm số $g(t) = \frac{t}{\sqrt{9t^2 + 20}}$ có $g'(t) = \frac{20}{(\sqrt{9t^2 + 20})^3} > 0$.

Do đó phương trình (1) có nghiệm duy nhất $t = 1$.

Bảng biến thiên của $f(t)$ là

t	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$+\infty$	$2\sqrt{29}$	$+\infty$

Theo bảng biến thiên, $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $t = 1$.

Cách 2: phương pháp véc-tơ

Ta có $MA + MB = \sqrt{(3t)^2 + (\sqrt{20})^2} + \sqrt{(6-3t)^2 + (\sqrt{20})^2}$.

Xét $\begin{cases} \vec{u} = (3t; \sqrt{20}) \\ \vec{v} = (6-3t; \sqrt{20}) \end{cases}$. Do $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}|$ nên ta có

$\sqrt{(3t)^2 + (\sqrt{20})^2} + \sqrt{(6-3t)^2 + (\sqrt{20})^2} \geq \sqrt{6^2 + (2\sqrt{20})^2} = 2\sqrt{29}$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u} = k\vec{v}$ ($k \geq 0$) $\Leftrightarrow t = 1$.

Vậy $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $t = 1 \Rightarrow M(1; 0; 2) \Rightarrow T = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2387. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là

- A. $\vec{u} = (2; 3; 1)$. B. $\vec{u} = (-2; -1; 3)$. C. $\vec{u} = (2; 1; -1)$. D. $\vec{u} = (-2; 1; -3)$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng có dạng $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ với $(a; b; c)$ là một véc-tơ chỉ phương.

Vậy $\vec{u} = (2; 1; -1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2388. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4; -2; 4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$. Viết

phương trình đường thẳng Δ đi qua A cắt và vuông góc với đường thẳng d .

- A. $\Delta: \begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$. B. $\Delta: \begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = -2 - t \\ z = 4 - t \end{cases}$.
- C. $\Delta: \begin{cases} x = -4 - 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$. D. $\Delta: \begin{cases} x = -4 + t \\ y = -2 + t \\ z = 4 + t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d . Ta có $H(-3 + 2t; 1 - t; -1 + 4t)$.

Suy ra $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

$\overrightarrow{AH} = (3; 2; -1)$. Vậy ptdt là $\Delta: \begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2389. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 4)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua trực tâm H của ΔABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

- A. $\Delta: \frac{x-1}{-4} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. B. $\Delta: \frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$.
- C. $\Delta: \frac{x}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. D. $\Delta: \frac{x}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua trực tâm H của ΔABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là đường thẳng đi qua tâm O .

$\vec{n}_{ABC} = (4; 2; 1)$.

Vậy ta chọn đáp án $\Delta: \frac{x}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2390. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = 4 + 8t \\ y = -6 + 11t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (4; -6; 3)$. B. $\vec{u}_4 = (8; -6; 3)$. C. $\vec{u}_2 = (8; 11; 2)$. D. $\vec{u}_3 = (4; -6; 2)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_2 = (8; 11; 2)$.

Chọn đáp án  □

Câu 2391. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1 :
$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$$
 và Δ_2 : $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$.

Đường vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào sau đây?

- A. $Q\left(-2; \frac{32}{11}; -\frac{7}{11}\right)$. B. $N\left(-2; \frac{32}{11}; \frac{7}{11}\right)$. C. $P\left(2; \frac{32}{11}; \frac{7}{11}\right)$. D. $M\left(2; -\frac{32}{11}; \frac{7}{11}\right)$.

Lời giải.

Phương trình tham số của Δ_2 :
$$\begin{cases} x = 3 - t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = t' \end{cases}$$

Gọi d là đường vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 . Gọi $A = d \cap \Delta_1$ nên $A(a; a; 2)$, $B = d \cap \Delta_2$ nên $B(3 - b; 1 + 2b; b)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (3 - a - b; 1 + 2b - a; b - 2)$.

Do d là đường vuông góc chung nên
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a + b = -4 \\ -a + 6b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{27}{11} \\ b = \frac{10}{11} \end{cases}$$

Suy ra $A\left(\frac{27}{11}; \frac{27}{11}; 2\right)$ và $\overrightarrow{AB} = \left(-\frac{4}{11}; \frac{4}{11}; -\frac{12}{11}\right) = \frac{4}{11} \cdot (-1; 1; -3)$

Phương trình đường thẳng d đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; 1; 3)$ là
$$\begin{cases} x = \frac{27}{11} - t \\ y = \frac{27}{11} + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$$

Thay tọa độ các điểm Q, N, P, M ta thấy chỉ có tọa độ điểm P thỏa mãn phương trình d nên đường vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm P .

Chọn đáp án  □

Câu 2392. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 3)$, $N(3; 4; 5)$ và mặt phẳng (P) : $x + 2y + 3z - 14 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng thay đổi nằm trong mặt phẳng (P) , các điểm H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N lên Δ . Biết rằng khi $MH = NK$ thì trung điểm của HK luôn thuộc một đường thẳng d cố định, phương trình của d là

- A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = t \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = t \\ y = 13 + 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = t \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 - t \end{cases}$.

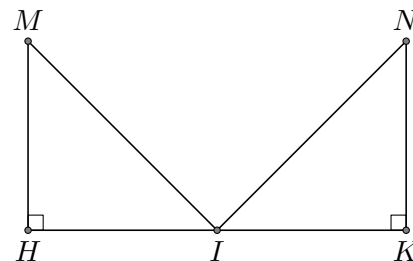
Lời giải.

Gọi I là trung điểm của HK .

Ta có $\triangle MHI = \triangle NKI \Rightarrow IM = IN$.

$\Rightarrow I$ thuộc mặt phẳng (Q) là mặt phẳng trung trực của MN .

Do I thuộc (P) nên I thuộc d là giao tuyến của (P) và (Q) .



Mặt phẳng (Q) đi qua trung điểm $E(2; 3; 4)$ của MN , có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{MN} = (2; 2; 2)$ là

$$2(x - 2) + 2(y - 3) + 2(z - 4) = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 9 = 0.$$

Tọa độ của I là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x + 2y + 3z - 14 = 0 \\ x + y + z - 9 = 0. \end{cases}$$

Cho $x = 0$ và giải hệ ta được $y = 13, z = -4$ suy ra $I(0; 13; -4)$. Đường thẳng d đi qua $I(0; 13; -4)$

và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (1; -2; 1)$ có phương trình là
$$\begin{cases} x = t \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 + t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2393. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 3)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 4$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = -t \end{cases}$ Mặt phẳng chứa d và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất

có phương trình là

A. $3x - 2y - 4z - 8 = 0.$

B. $y + z + 1 = 0.$

C. $x - 2y - 3 = 0.$

D. $x + 3y + 5z + 2 = 0.$

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 1; 0)$ và bán kính $R = 2$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên d .

Suy ra $t_H = -\frac{\vec{u} \cdot \overrightarrow{IM_0}}{\vec{u}^2} = 1 \Rightarrow H(3; 0; -1)$. Ta có $r_{\min} = d(I, (P)) = IH$.

Suy ra (P) đi qua H và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{IH} = (0; -1; -1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $y + z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2394. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(1; 2; -1)$ và song song với đường thẳng

$d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-6} = \frac{z+1}{-4}.$

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}.$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{-2}.$

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{1}.$

Lời giải.

Đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ đi qua điểm $M(3; 3; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 3; 2)$.

Đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-6} = \frac{z+1}{-4}$ đi qua $A(1; 2; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{v} = (-2; -6; -4)$, mặt khác véc-tơ $\vec{v}$ cùng phương với véc-tơ $\vec{u}$, điểm A không thuộc d nên đường thẳng Δ song song với đường thẳng d .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2395. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và song song với đường thẳng $d': \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ là

A. $x - y + 2z - 2 = 0$. B. $2x - z - 6 = 0$. C. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$. D. $2x - z + 7 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-3; 2; 1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 2)$. Đường thẳng d' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}' = (1; 3; 2)$.

Ta có $[\vec{u}, \vec{u}'] = (-8; 0; 4)$, suy ra mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và song song với d' có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 0; -1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

$$2 \cdot (x + 3) + 0 \cdot (y - 2) + (-1) \cdot (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - z + 7 = 0.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2396. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z + 4 = 0$ và cắt hai đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{2}$, $d': \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 3t \\ z = 2t \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đường thẳng Δ ?

- A. $M(6; 5; -4)$. B. $N(4; 5; 6)$. C. $P(5; 6; 5)$. D. $Q(4; 4; 5)$.

Lời giải.

Gọi A và B lần lượt là giao điểm của đường thẳng Δ với đường thẳng d và d' . Khi đó $A = (-3 + s; 2 - s; 2s)$, $B = (3 + t; 3t; 2t)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (t - s + 6; 3t + s - 2; 2t - 2s)$.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; -1)$.

Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α) nên $\vec{n}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng phương, do đó

$$\begin{aligned} \frac{t-s+6}{1} &= \frac{3t+s-2}{2} = \frac{2t-2s}{-1} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{t-s+6}{1} &= \frac{3t+s-2}{2} \\ \frac{t-s+6}{1} &= \frac{2t-2s}{-1} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t+3s &= 14 \\ t-s &= -2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t &= 2 \\ s &= 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Từ đó $A = (1; -2; 8)$, $B = (5; 6; 4) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (4; 8; -4)$. Do đó, đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; -1)$. Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = 8 - t \end{cases}$.

Thay tọa độ các điểm M, N, P, Q vào phương trình đường thẳng Δ , chỉ có điểm Q thuộc đường thẳng Δ .

Chọn đáp án **D** □

Câu 2397. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(3; 4; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-4}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt Δ tại hai điểm A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 12 là

A. $(x+3)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 25$.

B. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 5$.

C. $(x-3)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 5$.

D. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 25$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 2; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}(1; 1; -4)$.

Ta có $\overrightarrow{IM} = (-2; -2; -1) \Rightarrow [\overrightarrow{IM}, \vec{u}] = (9; -9; 0) \Rightarrow |[\overrightarrow{IM}, \vec{u}]| = 9\sqrt{2}$.

Khoảng cách từ I đến đường thẳng Δ là

$$d(I, \Delta) = \frac{|[\overrightarrow{IM}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = 3.$$

Diện tích tam giác IAB bằng 12 nên

$$AB = \frac{2S_{IAB}}{d(I, \Delta)} = \frac{2 \cdot 12}{3} = 8.$$

Bán kính mặt cầu (S) là

$$R = \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + [d(I, \Delta)]^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5.$$

Phương trình mặt cầu (S) là

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 25.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2398. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(2; -2; 2)$, $A'(3; 0; -1)$, điểm M thuộc cạnh DC . Giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách $AM + MC'$ là

A. $\sqrt{17}$.

B. $\sqrt{17 + 4\sqrt{6}}$.

C. $\sqrt{17 + 8\sqrt{3}}$.

D. $\sqrt{17 + 6\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AA'} = (2; 0; -2)$, $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$. $\overrightarrow{AD} = (1; -2; 1)$.

Theo quy tắc hình hộp ta có

$$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'} \Rightarrow C'(5; -1; 1).$$

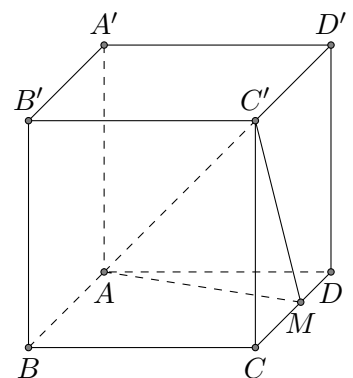
Đường thẳng DC đi qua điểm D và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$

$$\text{có phương trình: } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 + t \\ z = 2 + t. \end{cases}$$

Gọi $M(2+t; -2+t; 2+t) \in DC$. Ta có $AM = \sqrt{3t^2 + 6}$, $C'M = \sqrt{3t^2 - 6t + 11} = \sqrt{3(1-t)^2 + 8}$.

Ta có

$$\begin{aligned} AM + C'M &= \sqrt{3t^2 + 6} + \sqrt{3(1-t)^2 + 8} \\ &\geq \sqrt{(\sqrt{3}t + \sqrt{3} - \sqrt{3}t)^2 + (\sqrt{6} + \sqrt{8})^2} \\ &= \sqrt{17 + 8\sqrt{3}}. \end{aligned}$$



Dấu “=” khi và chỉ khi $\frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{3}(1-t)} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}} \Leftrightarrow t = 2\sqrt{3} - 3$.

Khi đó $M(2\sqrt{3} - 1; 2\sqrt{3} - 5; 2\sqrt{3} - 1)$.

Vậy, giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách $AM + MC'$ là $\sqrt{17 + 8\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2399. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2; 1; 0)$, bán kính bằng 3 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(0; 1; 0)$, bán kính bằng 2. Đường thẳng Δ thay đổi tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) , (S_2) . Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm $A(1; 1; 1)$ đến đường thẳng Δ . Tính $M + m$.

A. 5.

B. $5\sqrt{2}$.

C. 6.

D. $6\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $IJ = 2$ nên hai mặt cầu trên cắt nhau. Do đó mọi đường thẳng tiếp xúc với hai mặt cầu đều

$$\text{đi qua điểm } M \text{ thỏa mãn điều kiện sau đây } 2\overrightarrow{MI} - 3\overrightarrow{MJ} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{2x_I - 3x_J}{2 - 3} = -4 \\ y_M = \frac{2y_I - 3y_J}{2 - 3} = 1 \\ z_M = \frac{2z_I - 3z_J}{2 - 3} = 0 \end{cases}.$$

Gọi véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (a; b; c)$.

Do Δ tiếp xúc với mặt cầu tâm I nên ta có

$$3 = d(I, (\Delta)) = \frac{|[\overrightarrow{IM}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{36b^2 + 36c^2}}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \Leftrightarrow 36b^2 + 36c^2 = 9(a^2 + b^2 + c^2) \Leftrightarrow a^2 = 3(b^2 + c^2).$$

Ta thấy $a \neq 0$ vì nếu $a = 0$ thì $b = c = 0$.

Do đó đặt $x = \frac{b}{a}$ và $y = \frac{c}{a}$. Ta có $x^2 + y^2 = \frac{1}{3}$ và $-\frac{1}{\sqrt{3}} \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$.

$$\text{Khoảng cách từ } A \text{ đến } \Delta \text{ là } d = \frac{|[\overrightarrow{AM}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{26b^2 + (a - 5c)^2}}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

$$\text{Suy ra } d^2 = \frac{26b^2 + (a - 5c)^2}{4(b^2 + c^2)} = \frac{26x^2 + (1 - 5y)^2}{4(x^2 + y^2)} = \frac{\frac{26}{3} - 26y^2 + (1 - 10y + 25y^2)}{4 \cdot \frac{1}{3}} = f(y).$$

$$\text{Ta thấy } f'(y) = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{5}{2} < -\frac{1}{\sqrt{3}}. \text{ Do đó } f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \leq f(y) \leq f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{25 - 10\sqrt{3}}{4} \leq d^2 \leq \frac{25 + 10\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy } M + m = \sqrt{\frac{25 + 10\sqrt{3}}{4}} + \sqrt{\frac{25 - 10\sqrt{3}}{4}} = 5.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2400. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua điểm I , song song với (P) . Mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) . Xét các mệnh đề sau

(1) Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(1; 3; 0)$.

$$(2) \text{ Mặt phẳng } (Q) \text{ song song với đường thẳng } d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 0. \end{cases}$$

(3) Bán kính mặt cầu (S) là $R = 3\sqrt{6}$.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Vì (Q) song song với (P) nên (Q) có dạng $x + 2y - z + d = 0$. Hơn nữa, do $I(2; 2; -1)$ thuộc (Q) nên $2 + 2 \cdot 2 - (-1) + d = 0$ hay $d = -7$. Vậy $(Q): x + 2y - z - 7 = 0$.

— Vì $1 + 2 \cdot 3 - 0 - 7 = 0$ nên (Q) đi qua $M(1; 3; 0)$.

— Vì hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2y - z - 7 = 0 \\ x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 0 \end{cases}$$
 vô nghiệm nên (Q) và d song song với nhau.

— Bán kính mặt cầu (S) là $R = d(I, (P)) = \frac{|2 + 2 \cdot 2 - (-1) + 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{6} \neq 3\sqrt{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2401. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ và điểm $A(1; -2; 1)$. Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 4t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Vì $\Delta \perp (P)$ nên Δ nhận $\vec{u} = (2; -1; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương.

Phương trình tham số của Δ là
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ với } t \in \mathbb{R}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2402. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

A. $(P): 2x - 2z + 1 = 0$.B. $(P): 2y - 2z + 1 = 0$.C. $(P): 2x - 2y + 1 = 0$.D. $(P): 2y - 2z - 1 = 0$.**Lời giải.**

Đường thẳng d_1 và d_2 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (-1; 1; 1)$ và $\vec{u}_2 = (2; -1; -1)$.

Suy ra mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (0; 1; -1)$, do đó $(P): y - z + D = 0$.

Lấy $M(2; 0; 0) \in d_1$ và $N(0; 1; 2) \in d_2$, mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 khi

$$d(M; (P)) = d(N; (P)) \Leftrightarrow \frac{|2 + D|}{\sqrt{2}} = \frac{|1 - 2 + D|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow D = -\frac{1}{2}.$$

Vậy phương trình của mặt phẳng (P) là $y - z - \frac{1}{2} = 0$ hay $2y - 2z - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2403. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 3; 5)$, $B(2; 6; -1)$, $C(-4; -12; 5)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 5 = 0$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $T = |\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB}| + |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết rằng $M(x_0; y_0; z_0)$, vậy x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. (0; 2).

B. (2; 4).

C. (-4; -1).

D. (-5; -4).

Lời giải.Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} - 4\overrightarrow{IB} = \vec{0}$, suy ra $I(3; 7; -3)$.Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , suy ra $G(-1; -1; 3)$.

Khi đó

$$\begin{aligned}
 T &= |\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB}| + |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| \\
 &= |\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} - 4(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})| + |3\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| \\
 &= 3|\overrightarrow{MI}| + 3|\overrightarrow{MG}| = 3(|\overrightarrow{MI}| + |\overrightarrow{MG}|).
 \end{aligned}$$

Rõ ràng I và G nằm khác phía so với mặt phẳng (P) nên T nhỏ nhất khi ba điểm I, G, M thẳng hàng hay M là giao điểm của IG và mặt phẳng (P) .

Lại có phương trình tham số của IG là
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 7 + 4t \\ z = -3 - 3t. \end{cases}$$

Khi đó ta tìm được $M\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{2}; \frac{3}{8}\right)$. Do đó hoành độ của điểm M thuộc khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2404. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng d song song với Δ có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (0; 2; -1)$.B. $\vec{u}_2 = (3; 2; 1)$.C. $\vec{u}_3 = (0; -1; 1)$.D. $\vec{u}_4 = (3; 2; -1)$.**Lời giải.**

Đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; 2; -1)$ nên đường thẳng song song với Δ nhận $\vec{u}$ làm véc-tơ chỉ phương.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2405. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ và

$\Delta_2: \frac{x+3}{4} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2 .B. Δ_1 song song Δ_2 .C. Δ_1 và Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.D. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2 .**Lời giải.**

Δ_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 2; -3)$ và Δ_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (4; 1; 2)$.

Ta có $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Rightarrow \Delta_1 \perp \Delta_2$.

Hệ
$$\begin{cases} 4t - 3 = t' \\ t = -1 + 2t' \\ 2t - 3 = 2 - 3t' \end{cases}$$
 có nghiệm $\begin{cases} t = 1 \\ t' = 1 \end{cases}$ nên Δ_1 cắt Δ_2 .

Chọn đáp án **D** □

Câu 2406. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(2; 3; 3)$, $B(-2; -1; 1)$. Gọi (S) và (S') là hai mặt cầu thay đổi nhưng luôn tiếp xúc với đường thẳng AB lần lượt tại các tiếp điểm A, B đồng thời tiếp xúc ngoài với nhau tại $M(a; b; c)$. Tính giá trị của $a + b + c$ biết rằng khoảng cách từ M tới mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 2018 = 0$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $a + b + c = 4$.

B. $a + b + c = 5$.

C. $a + b + c = 3$.

D. $a + b + c = 2$.

Lời giải.

Ta có $\widehat{ABM} = \frac{\widehat{BI_2M}}{2}$; $\widehat{BAM} = \frac{\widehat{AI_1M}}{2}$.

$\Rightarrow \widehat{ABM} + \widehat{BAM} = \frac{\widehat{BI_2M} + \widehat{AI_1M}}{2} = 90^\circ$.

$\Rightarrow \widehat{AMB} = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABM$ vuông tại M .

$\Rightarrow M$ thuộc mặt cầu (S_1) đường kính AB .

Mặt cầu (S_1) có tâm $I(0; 1; 2)$ và bán kính $R = \frac{AB}{2} = 3$ nên có phương trình

$$(x - 0)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 9.$$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $I(0; 1; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) , ta có $M \in \Delta$.

Phương trình đường thẳng Δ :
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 2t. \end{cases}$$

Ta có $M \in \Delta \Rightarrow M(t; 1 + 2t; 2 - 2t)$.

$M \in (S_1) \Rightarrow t^2 + 4t^2 + 4t^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \Rightarrow M_1(1; 3; 0) \\ t_2 = -1 \Rightarrow M_2(-1; -1; 4). \end{cases}$

Ta có $d(M_1, (P)) = 675$ và $d(M_2, (P)) = 669$.

$\Rightarrow M(1; 3; 0) \Rightarrow a + b + c = 4$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2407. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Gọi M là điểm đối xứng với C qua D , và N là trung điểm của cạnh SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$, trong đó $(\mathcal{H}_1)$ chứa điểm C . Thể tích khối $(\mathcal{H}_1)$ là

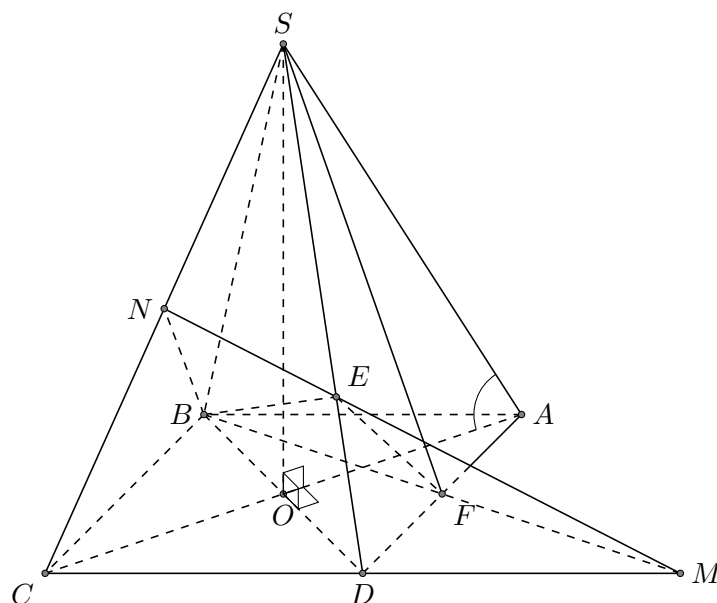
A. $\frac{7\sqrt{6}a^3}{36}$.

B. $\frac{7\sqrt{6}a^3}{72}$.

C. $\frac{5\sqrt{6}a^3}{36}$.

D. $\frac{5\sqrt{6}a^3}{72}$.

Lời giải.



Gọi O là giao điểm của AC và BD , ta có $SO \perp (ABCD)$ và $\widehat{SAO} = 60^\circ$.

Tam giác SOA vuông tại O có $\widehat{SAO} = 60^\circ$ nên $SO = OA \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

$$\Rightarrow V = V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Gọi E là giao điểm của MN và SD ; F là giao điểm của BM và AD .

Ta có $V_{(\mathcal{H}_2)} = V_{SABF} + V_{SBEF} + V_{SBNE}$ và $V_{(\mathcal{H}_1)} = V - V_{(\mathcal{H}_2)}$.

$$— V_{SABF} = \frac{1}{4}V.$$

$$— \frac{V_{SBEF}}{V_{SBDF}} = \frac{SE}{SD} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{SBEF} = \frac{2}{3}V_{SBDF} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}V = \frac{1}{6}V.$$

$$— \frac{V_{SBNE}}{V_{SBCD}} = \frac{SN}{SC} \cdot \frac{SE}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{SBNE} = \frac{1}{3}V_{SBCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}V = \frac{1}{6}V.$$

$$\text{Suy ra } V_{(\mathcal{H}_2)} = \frac{1}{4}V + \frac{1}{6}V + \frac{1}{6}V = \frac{7}{12}V.$$

$$\text{Vậy } V_{(\mathcal{H}_1)} = V - V_{(\mathcal{H}_2)} = V - \frac{7}{12}V = \frac{5}{12}V = \frac{5\sqrt{6}a^3}{72}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2408. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$.

Đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{3}.$

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}.$

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}.$

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{2}.$

Lời giải.

Đường thẳng (d) qua điểm $M(1; 1; 2)$ và vuông góc (P) nên có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = \vec{n}_P = (2; -1; 3)$.

Vậy d có phương trình: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2409. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 1; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases}$. Hình

chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng Δ là

A. $K(2; 1; 0).$

B. $N(1; 3; -2).$

C. $H(11; -17; 18).$

D. $M(3; -1; 2).$

Lời giải.

Gọi B là hình chiếu vuông góc của A trên Δ , suy ra $B(2+t; 1-2t; 2t)$ và $\overrightarrow{AB}(3+t; -2t; 2t-6)$.

Ta có

$$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 3+t+4t+4t-12=0 \Leftrightarrow t=1.$$

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng Δ là $B(3; -1; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2410. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 1 = 0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d . Tọa độ điểm B là

A. $(6; -7; 0).$

B. $(3; -2; -1).$

C. $(-3; 8; -3).$

D. $(0; 3; -2).$

Lời giải.

Gọi $M = d \cap AB \Rightarrow M(1 + 2t; -1 + t; 2 - t)$.

$\vec{u}_d = (2; 1; -1)$, $\vec{AM} = (2t; t - 3; -t + 3)$. Ta có:

$$\vec{AM} \perp \vec{u}_d \Leftrightarrow 2 \cdot 2t + t - 3 - (-t + 3) = 0 \Leftrightarrow 6t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Đường thẳng AB có véc-tơ chỉ phương là $\vec{AM} = (2; -2; 2) = 2(1; -1; 1)$ nên có phương trình là

$$AB: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + t \end{cases}.$$

Điểm B thuộc đường thẳng AB nên $\Rightarrow B(1 + b; 2 - b; -1 + b)$.

$$B \in (P) \Leftrightarrow (1 + b) + (2 - b) + 2(-1 + b) + 1 = 0 \Leftrightarrow b = -1.$$

$$\Rightarrow B(0; 3; -2).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2411. Trong không gian Oxy , cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$, $d': \begin{cases} x = 2t' \\ y = 1 + t' \\ z = 2 + t' \end{cases}$. Đường

thẳng Δ cắt d, d' lần lượt tại các điểm A, B thỏa mãn độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{-3}.$

B. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}.$

C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{3}.$

D. $\frac{x-4}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}.$

Lời giải.

Đường thẳng d qua điểm $M(1; 2; 0)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}(1; -1; 1)$.

Đường thẳng d' qua điểm $N(0; 1; 2)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{v}(2; 1; 1)$.

Ta có $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{MN} = 7 \neq 0$ nên d và d' là hai đường thẳng chéo nhau.

Đường thẳng Δ cắt d, d' lần lượt tại các điểm A, B thỏa mãn độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất nên AB chính là đoạn vuông góc chung của d và d' .

$$A \in d \Rightarrow A(1 + t; 2 - t; t), B \in d' \Rightarrow B(2t'; 1 + t'; 2 + t'), \vec{AB}(2t' - t - 1; t' + t - 1; t' - t + 2).$$

$$\begin{cases} \vec{AB} \perp d \\ \vec{AB} \perp d' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t' - t - 1 - (t' + t - 1) + t' - t + 2 = 0 \\ 2(2t' - t - 1) + t' + t - 1 + t' - t + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t' - 3t = -2 \\ 6t' - 2t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = \frac{1}{2} \\ t = 1. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } A(2; 1; 1), \vec{AB} = \left(-1; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

Đường thẳng Δ đi qua A và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = 2\vec{AB} = (-2; 1; 3)$, nên có phương trình là $\Delta: \frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2412. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-m}{2}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$. Tìm m để đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt E, F sao cho độ dài đoạn thẳng EF lớn nhất

A. $m = 1.$

B. $m = -\frac{1}{3}.$

C. $m = 0.$

D. $m = \frac{1}{3}.$

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 2)$ và bán kính $R = 3$.

Gọi $h = d(I, d)$ là khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng d . Khi đó $EF = 2\sqrt{R^2 - h^2} = 2\sqrt{9 - h^2}.$

Suy ra EF lớn nhất khi và chỉ khi h nhỏ nhất.

Đường thẳng d đi qua $A(1; -1; m)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 2)$.

Ta có: $\vec{AI} = (0; 2; 2 - m)$, $[\vec{AI}, \vec{u}] = (2 + m; 2 - m; -2)$.

$$\text{Suy ra } h = d(I, d) = \frac{|\vec{AI}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{2m^2 + 12}}{\sqrt{6}} \geq \sqrt{2}.$$

Do đó h nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}$ khi $m = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2413. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(-2; 4; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $2x - 3y + 6z + 19 = 0$ có phương trình là

A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-3}{6}$.

B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{3}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+3}{6}$.

D. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+6}{3}$.

Lời giải.

Ta có một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $2x - 3y + 6z + 19 = 0$ là $\vec{n} = (2; -3; 6)$.

Đường thẳng đi qua điểm $A(-2; 4; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $2x - 3y + 6z + 19 = 0$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \vec{n} = (2; -3; 6)$ nên có phương trình là $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-3}{6}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2414. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; -1; 3)$, song song với hai đường thẳng $d: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$, $d': \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ có phương trình là

A. $2x - 3y - 6z + 15 = 0$.

B. $2x - 3y - 6z - 15 = 0$.

C. $2x - 3y - 5z - 10 = 0$.

D. $2x - 3y - 5z + 10 = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{u}_d = (1; 4; -2) \\ \vec{u}_{d'} = (1; -1; 1) \end{cases} \Rightarrow [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = (2; -3; -5).$$

Mặt phẳng (P) đi qua $A(1; -1; 3)$ và nhận $[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = (2; -3; -5)$ là một véc-tơ pháp tuyến.

$$\Rightarrow (P): 2(x-1) - 3(y+1) - 5(z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - 5z + 10 = 0.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2415. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 4$. Gọi $N(x_0; y_0; z_0)$ là điểm thuộc (S) sao cho khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (Oxz) lớn nhất. Giá trị của biểu thức $P = x_0 + y_0 + z_0$ bằng

A. 6.

B. 8.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng đi qua tâm $I(1; 3; 2)$ của mặt cầu (S) và vuông góc với (Oxz) .

$$\text{Phương trình tham số của } d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 2 \end{cases}$$

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d và (S) suy ra $A(1; 5; 2)$, $B(1; 1; 2)$.

Ta có: $d(A; (Oxz)) > d(B; (Oxz))$.

Theo đề bài thì $N \equiv A \Rightarrow N(1; 5; 2) \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = 8$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2416. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; 1; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 4 = 0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng d vuông góc với $(P) \Rightarrow \vec{u}_d = \vec{n}_P = (1; -2; 3)$ là một véc-tơ chỉ phương của d .

Phương trình tham số của đường thẳng d : $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2417. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; 2; 2)$, song song với mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$ đồng thời cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}$

Lời giải.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ . Gọi $I = \Delta \cap d \Rightarrow I \in d \Rightarrow I(1+t; 2+t; 3+t)$.

$\vec{MI} = (t; t; 1+t)$.

Do $MI \parallel (P)$ nên $\vec{MI} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Leftrightarrow t - t + (1+t) = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow \vec{MI} = (-1; -1; 0)$.

Đường thẳng Δ đi qua $M(1; 2; 2)$ và I có véc-tơ chỉ phương là $\vec{MI} = (-1; -1; 0)$ có phương trình

tham số là $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 2 \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2418. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): z - 1 = 0$ và $(Q): x + y + z - 3 = 0$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt đường thẳng $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ và vuông góc với đường thẳng Δ . Phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải.

Đặt $\vec{n}_P = (0; 0; 1)$ và $\vec{n}_Q = (1; 1; 1)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của (P) và (Q) .

Do $\Delta = (P) \cap (Q)$ nên Δ có một véc-tơ chỉ phương

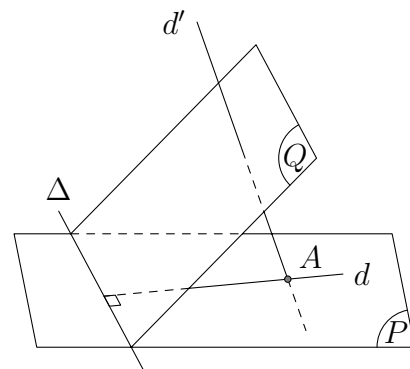
$$\vec{u}_{\Delta} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (-1; 1; 0).$$

Đường thẳng d nằm trong (P) và $d \perp \Delta$ nên d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{u}_{\Delta}] = (-1; -1; 0)$.

Gọi d' : $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ và $A = d' \cap d \Rightarrow A = d' \cap (P)$.

$$\text{Xét hệ phương trình } \begin{cases} z-1=0 \\ \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=1 \\ y=0 \\ x=3. \end{cases}$$

$$\text{Như vậy } A(3; 0; 1), \text{ do đó phương trình đường thẳng } d: \begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1. \end{cases}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 2419. Trong không gian $Oxyz$, gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{4}$ và đi qua điểm $M(0; 3; 9)$. Biết điểm I có hoành độ là số nguyên và cách đều hai mặt phẳng $x - 2y + 2z + 2 = 0$, $3x - 2 = 0$. Phương trình của (S) là

A. $(x-6)^2 + (y-9)^2 + (z-13)^2 = \sqrt{88}$.

B. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z-9)^2 = 5$.

C. $(x-6)^2 + (y-9)^2 + (z-13)^2 = 88$.

D. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 73$.

Lời giải.

Vì tâm I thuộc đường thẳng $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{4}$ nên $I = (2t; 3t; 1+4t)$.

Vì I cách đều hai mặt phẳng $x - 2y + 2z + 2 = 0$ và $3x - 2 = 0$ nên:

$$\frac{|(2t) - 2(3t) + 2(1+4t) + 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{|3(2t) - 2|}{\sqrt{3^2}}$$

$$\Leftrightarrow |2t + 2| = |3t - 1| \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \Rightarrow I(6; 9; 13) \\ t = -\frac{1}{5} \Rightarrow I\left(-\frac{2}{5}; -\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right). \end{cases}$$

Vì điểm I có hoành độ là số nguyên, do đó $I(6; 9; 13)$.

$$\Rightarrow IM = \sqrt{(-6)^2 + (3-9)^2 + (9-13)^2} = \sqrt{88}.$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-6)^2 + (y-9)^2 + (z-13)^2 = 88$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2420. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 0; 0)$, mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 1 = 0$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x=2 \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. Gọi d' là đường thẳng đi qua điểm I và vuông góc với mặt phẳng (P) ,

M là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (P) , N là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác IMN nhỏ nhất. Tọa độ điểm N là

A. $N\left(2; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

B. $N\left(2; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$.

C. $N\left(2; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

D. $N\left(2; -\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình đường thẳng } d' \text{ là: } \begin{cases} x=1+t \\ y=-2t \\ z=-2t. \end{cases}$$

Tọa độ điểm M ứng với t là nghiệm phương trình:

$$(1+t) - 2(-2t) - 2(-2t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{9} \Rightarrow M\left(\frac{7}{9}; \frac{4}{9}; \frac{4}{9}\right).$$

Như vậy $IM = \frac{2}{3}$.

Gọi H là hình chiếu của N trên d thì $S_{\triangle IMN} = \frac{1}{2}IM \cdot NH = \frac{1}{3}NH$.

Do đó, diện tích tam giác IMN nhỏ nhất khi và chỉ khi độ dài NH nhỏ nhất.

N là điểm thuộc đường thẳng d nên $N(2; n; 1+n) \Rightarrow \overrightarrow{IN}(1; n; 1+n)$.

Đường thẳng d' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}' = (1; -2; -2)$.

Ta có $[\overrightarrow{IN}, \vec{u}'] = (2; n+3; -n-2)$ nên

$$NH = d(N; d') = \frac{|\overrightarrow{IN}, \vec{u}'|}{|\vec{u}'|} = \frac{\sqrt{2^2 + (n+3)^2 + (-n-2)^2}}{3} = \frac{\sqrt{2\left(n+\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}}}{3} \geq \frac{1}{2}.$$

Như vậy, NH nhỏ nhất là bằng $\frac{1}{2}$ khi và chỉ khi $n = -\frac{5}{2} \Rightarrow N\left(2; -\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2421. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $4x + 3y - 3z + 1 = 0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và mặt phẳng (P) là mặt phẳng cho trước.

Vì $\Delta \perp (P) \Rightarrow$ véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (4; 3; -3)$.

Phương trình tham số Δ là $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2422. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-8}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{m-1}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 4 + 4t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Giá trị của m để Δ_1 và Δ_2 cắt nhau là

A. $m = -\frac{25}{8}$. B. $m = \frac{25}{8}$. C. $m = 3$. D. $m = -3$.

Lời giải.

Δ_1 qua $M_1(8; -2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; 4; m-1)$; Δ_2 qua $M_2(4; 3; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (4; -1; 2)$.

Ta có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (m+7; 4m-8; -18) \neq \vec{0}$ nên hai véc-tơ $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ không cùng phương.

Mà $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = 16m - 50$.

Δ_1 và Δ_2 cắt nhau khi $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = 0 \Leftrightarrow 16m - 50 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{25}{8}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2423. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 5; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -1)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{11\sqrt{2}}{6}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{11}}{8}$.

D. $\frac{7\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.Gọi K, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên d và (P) . Khi đó

$$d[A, (P)] = AH \leq AK.$$

Do đó khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất bằng $AK = d(A, d)$. Giả sử $K(1+2t; t; 2+2t)$, ta có $\overrightarrow{AK} = (2t-1; t-5; 2t-1)$. Vì $AK \perp d$ nên

$$2(2t-1) + t - 5 + 2(2t-1) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Suy ra $\overrightarrow{AK} = (-1; -4; 1)$. Phương trình mặt phẳng $(P): x - 4y + z - 3 = 0$. Khoảng cách

$$d[M, (P)] = \frac{11\sqrt{2}}{6}.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 2424.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(2; 4; -1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A, B là

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{4}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{4}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-1}{-4}$.

Lời giải.Ta có đường thẳng d đi qua $A(1; 2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -4)$. Vậy phương trình chính tắc đường thẳng d là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.Chọn đáp án **C** □**Câu 2425.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 12 = 0$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (α) .

A. $H(3; -2; 5)$.

B. $H(2; 0; 4)$.

C. $H(5; -6; 7)$.

D. $H(-1; 6; 1)$.

Lời giải.Gọi Δ là đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (α) . Phương trình tham số của Δ là

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Ta có $H = \Delta \cap (\alpha)$. Xét phương trình $1 + t - 2(2 - 2t) + (3 + t) - 12 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow H(3; -2; 5)$.Chọn đáp án **A** □**Câu 2426.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

A. $2x - 2z + 1 = 0$.

B. $2y - 2z + 1 = 0$.

C. $2x - 2y + 1 = 0$.

D. $2y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải. d_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-1; 1; 1)$ và đi qua điểm $A(2; 0; 0)$. Đường thẳng d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (2; -1; -1)$ và đi qua điểm $B(0; 1; 2)$. $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0; 1; -1)$, trung điểm của AB là $I\left(1; \frac{1}{2}; 1\right)$.Mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 suy ra (P) đi qua I và có véc-tơ pháp tuyến là $(0; 1; -1)$.Do đó phương trình của mặt phẳng (P) là $y - \frac{1}{2} - (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2y - 2z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2427. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-6}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(4; 3; 4)$, song song với đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

A. $2x + y - 2z - 10 = 0$.

B. $2x + 2y + z - 18 = 0$.

C. $x - 2y + 2z - 1 = 0$.

D. $2x + y + 2z - 19 = 0$.

Lời giải.

Gọi véc-tơ của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (a; b; c)$, $(a^2 + b^2 + c^2 > 0)$. Phương trình mặt phẳng $(P): a(x-4) + b(y-3) + c(z-4) = 0$.

Vì $(P) \parallel \Delta$ nên $-3a + 2b + 2c = 0 \Rightarrow 3a = 2(b+c)$.

Vì (P) tiếp xúc với (S) nên $\frac{|-3a - b - c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 3 \Leftrightarrow 9(a^2 + b^2 + c^2) = (3a + b + c)^2 (*)$. Thay $3a = 2(b+c)$ vào $(*)$ được $4(b+c)^2 + 9(b^2 + c^2) = 9(b+c)^2 \Leftrightarrow 2b^2 - 5bc + 2c^2 = 0 \Leftrightarrow (2b-c)(b-2c) = 0$.

• Trường hợp 1: $2b - c = 0$, chọn $b = 1 \Rightarrow c = 2; a = 2$ $(P): 2x + y + 2z - 19 = 0$ (P) không chứa điểm $M(6; 2; 2)$, $M \in \Delta$ nên $(P) \parallel \Delta$. Vậy chọn $2x + y + 2z - 19 = 0$.

• Trường hợp 2: $b - 2c = 0$, chọn $c = 1, b = 2 \Rightarrow a = 2$. $(P): 2x + 2y + z - 18 = 0$, (P) chứa điểm $M(6; 2; 2)$ nên loại.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2428. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2; 2; -3)$, $N(-4; 2; 1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M , nhận $\vec{u} = (a; b; c)$ làm véc-tơ chỉ phương và song song với mặt phẳng $(P): 2x + y + z = 0$ sao cho khoảng cách từ N đến Δ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết $|a|, |b|$ là hai số nguyên tố cùng nhau, khi đó $|a| + |b| + |c|$ bằng

A. 13.

B. 14.

C. 15.

D. 16.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với $(P) \Rightarrow (\alpha): 2x + y + z - 3 = 0$.

Gọi H là hình chiếu của N lên $(\alpha) \Rightarrow H(-8; 10; 9)$.

Để khoảng cách từ N đến Δ là nhỏ nhất thì Δ phải đi qua H .

Khi đó vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{MH} = (-10; 8; 12)$. Vậy $a = -5, b = 4, c = 6$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2429. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3; 4; 1)$, $B(-3; -2; -2)$. Đường thẳng qua A và B cắt mặt phẳng (Oxy) tại M . Tính tỉ số $k = \frac{MA}{MB}$.

A. $k = -\frac{1}{2}$.

B. $k = 2$.

C. $k = -2$.

D. $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

$M \in (Oxy) \Rightarrow M(a; b; 0)$. Điểm M thuộc đường thẳng đi qua AB cho nên

$$\frac{a-3}{6} = \frac{b-4}{6} = \frac{0-1}{3} \Rightarrow a = 1; b = 2$$

Ta có $\vec{AM} = (-2; -2; -1)$, $\vec{AB} = (-6; -6; -3)$, $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB}$, suy ra $k = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2430. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(0; 1; 0)$, $C(1; 0; -2)$. Tìm trên mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$ điểm M sao cho tổng $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ có giá trị

nhỏ nhất.

A. $M\left(-\frac{5}{18}; -\frac{13}{9}; -\frac{5}{18}\right).$

B. $M\left(-\frac{5}{18}; -\frac{5}{18}; -\frac{13}{9}\right).$

C. $M\left(-\frac{13}{9}; -\frac{5}{18}; -\frac{5}{18}\right).$

D. $M\left(-\frac{1}{9}; -\frac{1}{9}; -\frac{16}{9}\right).$

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$, dễ thấy $I\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{1}{2}\right)$. Khi đó

$$S = MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2 = 6MI^2 + IA^2 + 2IB^2 + 3IC^2.$$

Ta thấy I là điểm cố định nên S nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của I trên (P) .

$$MI \perp (P) \Rightarrow M\left(\frac{2}{3} + t; \frac{2}{3} + t; -\frac{1}{2} + t\right), M \in (P) \Leftrightarrow \frac{2}{3} + t + \frac{2}{3} + t - \frac{1}{2} + t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{17}{18}.$$

$$\text{Vậy } M\left(-\frac{5}{18}; -\frac{5}{18}; -\frac{13}{9}\right).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2431. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng (α) qua hai điểm $M(1; -1; 1)$, $N(0; -1; 0)$ và cắt hình cầu $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 5$ theo thiết diện là hình tròn có diện tích $S = \pi$.

A. $2x + y - 2z + 1 = 0, 3x + y - 3z + 1 = 0.$ B. $3x - y - 3z - 1 = 0, 2x - y - 2z - 1 = 0.$

C. $2x + y - 2z + 1 = 0, 2x - y - 2z - 1 = 0.$ D. $3x + y - 2z + 1 = 0, 3x - y - 3z - 1 = 0.$

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(-2; -1; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$, $S = \pi \Rightarrow r = 1$, ta có

$$R^2 = r^2 + d^2(I, (\alpha)) \Rightarrow d(I, (\alpha)) = \sqrt{5-1} = 2.$$

Phương trình đường thẳng MN là $\begin{cases} x = t \\ y = -1, \text{ dễ thấy } MN \text{ là giao tuyến của hai mặt phẳng } x - z = 0 \\ z = t \end{cases}$

và $y + 1 = 0$, khi đó $(\alpha): a(x - z) + b(y + 1) = 0, (a^2 + b^2 \neq 0)$

$$d(I, (\alpha)) = 2 \Leftrightarrow \frac{|-3a|}{\sqrt{2a^2 + b^2}} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = -2 \end{cases}$$

Với $\frac{a}{b} = 2$, chọn $a = 2, b = 1$, phương trình $(\alpha): 2x + y - 2z + 1 = 0$.

Với $\frac{a}{b} = -2$, chọn $a = 2, b = -1$, phương trình $(\alpha): 2x - y - 2z - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2432. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau

$$(d_1): \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3} \text{ và } (d_2): \frac{x}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}.$$

Lập phương trình mặt phẳng (P) song song với (d_1) và (d_2) sao cho khoảng cách từ (d_1) đến (P) gấp hai lần khoảng cách từ (d_2) đến (P) .

A. $x - 2y + z + 4 = 0, x - 2y + z - \frac{4}{3} = 0.$ B. $x + 2y + z + 4 = 0, x + 2y + z + \frac{4}{3} = 0.$

C. $x - 2y + z + 4 = 0, x - 2y + z + \frac{4}{3} = 0.$ D. $x + 2y + z + 4 = 0, x - 2y + z + \frac{4}{3} = 0.$

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 = (-4; 8; -4)$. Lấy điểm $M(1; 2; 3) \in (d_1)$, $N(0; 1; 0) \in (d_2)$, gọi K là điểm thuộc đường thẳng MN sao cho $MK = 2NK$, khi đó mặt phẳng đi qua K và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}$ là mặt phẳng cần tìm.

Trường hợp 1: $\overrightarrow{MK} = 2\overrightarrow{NK}$, ta tìm được $K(-1; 0; -3)$ và $(P): x - 2y + z + 4 = 0$.

Trường hợp 2: $\overrightarrow{MK} = -2\overrightarrow{NK}$, ta tìm được $K\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; 1\right)$ và $(P): x - 2y + z + \frac{4}{3} = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2433. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x+2}{-5} = \frac{y+5}{8} = \frac{z-8}{-2}$.

A. $\vec{u}_1 = (-5; -2; 8)$. B. $\vec{u}_2 = (5; -8; 2)$. C. $\vec{u}_3 = (8; -2; -5)$. D. $\vec{u}_4 = (-2; -5; 8)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v} = (-5; 8; -2) = -(5; -8; 2)$, nên đáp án là $\vec{u}_2 = (5; -8; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2434. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x - y - 3z + 2 = 0$ và $(Q): -4x + y + 2z + 1 = 0$. Phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với hai mặt phẳng (P) , (Q) là

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{6}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-6} = \frac{z}{-1}$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{6}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{6} = \frac{z}{-1}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (3; -1; -3)$.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (-4; 1; 2)$.

Đường thẳng d song song với cả (P) và (Q) nên có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (1; 6; -1)$.

Do d đi qua gốc tọa độ O nên phương trình của d là $\frac{x}{1} = \frac{y}{6} = \frac{z}{-1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2435. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{-4}$, $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 7 = 0$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x+7}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{3}$. B. $\frac{x+5}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$.
C. $\frac{x+4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{3}$. D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{3}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi A là giao điểm của Δ với d_1 , suy ra $A(2t_1 - 3; -t_1 - 2; -4t_1 - 2)$.

Gọi B là giao điểm của Δ với d_2 , suy ra $B(3t_2 - 1; 2t_2 - 1; 3t_2 + 2)$.

Có $\overrightarrow{AB} = (3t_2 - 2t_1 + 2; 2t_2 + t_1 + 1; 3t_2 + 4t_1 + 4)$ và mặt phẳng (P) nhận $\vec{n} = (1; 2; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Do Δ vuông góc với (P) nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{n}$.

$$\Leftrightarrow \frac{3t_2 - 2t_1 + 2}{1} = \frac{2t_2 + t_1 + 1}{2} = \frac{3t_2 + 4t_1 + 4}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 5t_1 - 4t_2 = 3 \\ 5t_1 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = -1 \\ t_2 = -2. \end{cases}$$

Vậy ta suy ra $A(-5; -1; 2)$ và $B(-7; -5; -4)$, và đường thẳng $\Delta: \frac{x+5}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2436. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y - 2z - 6 = 0$.

Cho m là số thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $y = m$ và $x + z - 3 = 0$ tiếp xúc với mặt cầu (S) . Tích tất cả các giá trị của m có thể nhận được bằng

A. -11.

B. -10.

C. -5.

D. -8.

Lời giải.

Ta có phương trình mặt cầu $(S) : (x - 2)^2 + (y + 5)^2 + (z - 1)^2 = 36$.

Gọi I, R là tâm và bán kính mặt cầu ta có $I(2; -5; 1)$ và $R = 6$.

Gọi Δ là đường thẳng là giao của hai mặt phẳng $y = m$ và $x + z - 3 = 0$.

Mà $x + z - 3 = 0 \Leftrightarrow z = 3 - x$. Đặt $x = t$ ta suy ra phương trình tham số của Δ là
$$\begin{cases} x = t \\ y = m \\ z = 3 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của Δ , ta chọn $\vec{u}(1; 0; -1)$ và điểm $M_0(0; m; 3)$ thuộc Δ .

Để Δ tiếp xúc với mặt cầu (S) khi $d(I, \Delta) = R$. Mà $d(I, \Delta) = \frac{|\left[\vec{u}; \overrightarrow{IM_0}\right]|}{|\vec{u}|}$.

Ta có $\overrightarrow{IM_0}(-2; m + 5; 2)$ nên $\left[\vec{u}; \overrightarrow{IM_0}\right] = (m + 5; 0; m + 5)$ suy ra $\left|\left[\vec{u}; \overrightarrow{IM_0}\right]\right| = \sqrt{2(m + 5)^2}$.

Do đó $d(I, \Delta) = \frac{\sqrt{2(m + 5)^2}}{\sqrt{2}} = |m + 5|$. Để thỏa mãn bài toán thì

$$|m + 5| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 5 = 6 \\ m + 5 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -11. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2437. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P) : x - 2y + 2z + 1 = 0$, $(Q) : x - 2y + 2z - 8 = 0$, $(R) : x - 2y + 2z + 4 = 0$. Một đường thẳng Δ thay đổi cắt ba mặt phẳng (P) , (Q) , (R) lần lượt tại các điểm A, B, C . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $AB + \frac{96}{AC^2}$ là

A. $\frac{41}{3}$.

B. 99.

C. 18.

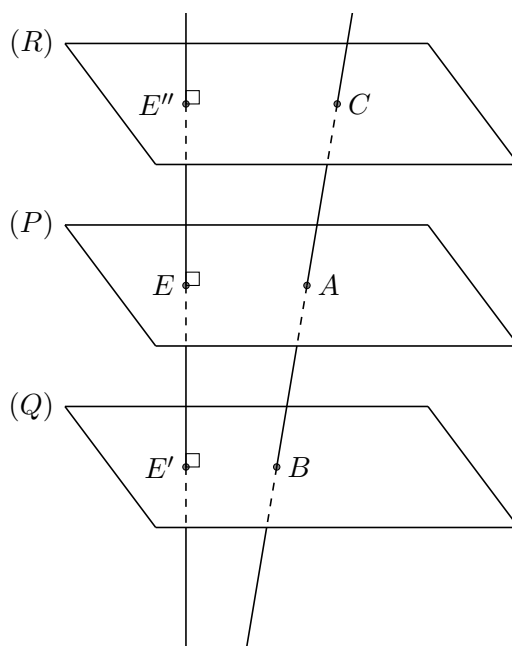
D. 24.

Lời giải.

Để thấy các mặt phẳng (P) , (Q) và (R) song song với nhau. Do giả thiết suy ra $d((R), (P)) = EE'' = 1$ và $d((P), (Q)) = EE' = 3$.

Theo định lý Ta-lét trong không gian ta có $\frac{E''E}{EE'} = \frac{AC}{AB}$ suy ra $\frac{AC}{AB} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow AB = 3AC$.

Đặt $S = AB + \frac{96}{AC^2}$ suy ra $S = 3AC + \frac{96}{AC^2}$.



Khi đó áp dụng bất đẳng thức AM -GM

$$S = \frac{3AC}{2} + \frac{3AC}{2} + \frac{96}{AC^2} \geq 3\sqrt[3]{\frac{3AC}{2} \cdot \frac{3AC}{2} \cdot \frac{96}{AC^2}} \Leftrightarrow S \geq 18.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\frac{3AC}{2} = \frac{96}{AC^2} \Leftrightarrow AC^3 = 64 \Leftrightarrow AC = 4$.

Vậy min $S = 18$ khi $AC = 4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2438. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với trục Oy có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3. \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t. \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 3. \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + t. \end{cases}$

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần tìm. Ta có $d \parallel Oy$ nên d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (0; 1; 0)$.

Do đó $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 3. \end{cases}$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2439. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(5; -3; 5)$ cắt hai đường thẳng d_1, d_2 tại B, C . Tính độ dài của đoạn thẳng BC .

A. $\sqrt{17}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $\sqrt{19}$.

Lời giải.

- $B \in d_1$ nên $B(1+b; -1-b; 2b)$. $C \in d_2$ nên $C(c; 1+2c; c)$.
- $\overrightarrow{AB} = (b-4; 2-b; 2b-5)$ và $\overrightarrow{AC} = (c-5; 2c+4; c-5)$.
-

$$\begin{aligned} A, B, C \text{ thẳng hàng} &\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (2-b)(c-5) - (2b-5)(2c+4) = 0 \\ (2b-5)(c-5) - (b-4)(c-5) = 0 \\ (b-4)(2c+4) - (2-b)(c-5) = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -5bc - 3b + 12c + 10 = 0 \\ bc - 5b - c + 5 = 0 \\ 3bc - b - 10c - 6 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -5bc - 3b + 12c + 10 = 0 \\ -28b + 7c + 35 = 0 \\ 14b - 7c - 21 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ c = -1. \end{cases} \end{aligned}$$

- Ta có $B(2; -2; 2)$ và $C(-1; -1; -1)$ nên $BC = \sqrt{19}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2440. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(1; 2; 3)$, $A(7; 2; 3)$, $B(1; 5; 3)$, $C(1; 2; 9)$. Mặt cầu (S) thay đổi đi qua 3 điểm A, B, C cắt các đường thẳng MA, MB, MC lần lượt tại A_1, B_1, C_1 . Gọi H là trực tâm tam giác $A_1B_1C_1$. Đường thẳng MH luôn thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $x + y - 2z + 3 = 0$.

B. $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

C. $2x + y - 3z + 5 = 0$.

D. $2x - 2y - z + 5 = 0$.

Lời giải.

- Ta có $\overrightarrow{MA} = (6; 0; 0)$, $\overrightarrow{MB} = (0; 3; 0)$, $\overrightarrow{MC} = (0; 0; 6)$ nên MA, MB, MC đôi một vuông góc. Do đó, MA_1, MB_1, MC_1 đôi một vuông góc. Điểm H là trực tâm tam giác $A_1B_1C_1$ nên $MH \perp (A_1B_1C_1)$ (tính chất của tam diện vuông).
- A_1, B_1, C_1 lần lượt là giao điểm của MA, MB, MC với mặt cầu nên

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MA_1} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MB_1} = \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MC_1} = 6k \text{ với } k \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \overrightarrow{MA_1} = (k; 0; 0) \\ \overrightarrow{MB_1} = (0; 2k; 0) \\ \overrightarrow{MC_1} = (0; 0; k) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{A_1B_1} = (-k; 2k; 0) \\ \overrightarrow{A_1C_1} = (-k; 0; k) \end{cases}$$

Do đó A_1B_1, A_1C_1 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (1; -2; 0)$ và $\vec{u}_2 = (1; 0; -1)$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng $(A_1B_1C_1)$ có véc-tơ pháp tuyến và $\vec{n} = \vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 = (2; 1; 2)$.

- $MH \perp (A_1B_1C_1)$ nên MH có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; 2)$.
- Trong các mặt phẳng đã cho có duy nhất mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 5 = 0$ chứa điểm $M(1; 2; 3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ vuông góc với $\vec{u} = (2; 1; 2)$. Do đó, có duy nhất mặt phẳng (P) đi qua MH .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2441. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 4 = 0$ và các điểm $A(2; 1; 2)$, $B(3; -2; 2)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho các đường thẳng MA, MB luôn tạo với mặt phẳng (P) các góc bằng nhau. Biết rằng điểm M thuộc một đường tròn (C) cố định. Tìm tọa độ tâm của đường tròn (C) .

A. $\left(\frac{10}{3}; -3; \frac{14}{3}\right)$.

B. $\left(\frac{17}{21}; -\frac{71}{21}; \frac{17}{21}\right)$.

C. $\left(\frac{74}{27}; -\frac{97}{27}; \frac{62}{27}\right)$.

D. $\left(\frac{32}{9}; -\frac{49}{9}; \frac{2}{9}\right)$.

Lời giải.

- Xét điểm $M(a; b; c)$ thuộc $(P): 2x + 2y - z + 4 = 0$. Ta có $2a + 2b - c + 4 = 0$ (1).
- $\overrightarrow{AM} = (a - 2; b - 1; c - 2)$ và $\overrightarrow{BM} = (a - 3; b + 3; c - 2)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; -1)$.

$$\begin{aligned}
 & MA, MB \text{ tạo với mặt phẳng } (P) \text{ các góc bằng nhau} \\
 \Leftrightarrow & |\cos(\overrightarrow{AM}, \vec{n})| = |\cos(\overrightarrow{BM}, \vec{n})| \\
 \Leftrightarrow & \frac{|2(a-2) + 2(b-1) - (c-2)|}{3\sqrt{(a-2)^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2}} = \frac{|2(a-3) + 2(b+2) - (c-2)|}{3\sqrt{(a-3)^2 + (b+2)^2 + (c-2)^2}} \\
 \Leftrightarrow & \frac{|2a + 2b - c - 4|}{3\sqrt{(a-2)^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2}} = \frac{|2a + 2b - c|}{3\sqrt{(a-3)^2 + (b+2)^2 + (c-2)^2}} \\
 \Leftrightarrow & \frac{8}{3\sqrt{(a-2)^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2}} = \frac{4}{3\sqrt{(a-3)^2 + (b+2)^2 + (c-2)^2}} \\
 \Leftrightarrow & 4((a-3)^2 + (b+2)^2 + (c-2)^2) = (a-2)^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 \\
 \Leftrightarrow & a^2 + b^2 + c^2 - \frac{20}{3}a + 6b - 4c + \frac{59}{3} = 0.
 \end{aligned}$$

Do đó, điểm M thuộc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - \frac{20}{3}x + 6y - 4z + \frac{59}{3} = 0$ tâm $I\left(\frac{10}{3}; -3; 2\right)$.

• Đường tròn (C) là giao mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) nên tâm của (C) là hình chiếu H của I trên mặt phẳng (P) .

• Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) . Ta có $\Delta: \begin{cases} x = \frac{10}{3} + 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 2 - t. \end{cases}$

Suy ra $H\left(\frac{10}{3} + 2t; -2 + 2t; 2 - t\right)$. Mặt khác $H \in (P) \Leftrightarrow \frac{8}{3} + 9t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{8}{27}$.

• Vậy $H\left(\frac{74}{27}; -\frac{97}{27}; \frac{62}{27}\right)$.

Chọn đáp án  □

Câu 2442. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 2 = 0$. Mặt phẳng (Q) chứa Δ và tạo với (P) một góc nhỏ nhất có phương trình dạng $ax + by + cz + 34 = 0$. Tính tích abc .

A. -220.

B. -240.

C. 240.

D. 220.

Lời giải.

• Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 2; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 2)$, mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (2; -2; 1)$, mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (a; b; c)$ trong đó $a^2 + b^2 + c^2 > 0$.

(Q) đi qua Δ nên $\vec{n}_Q \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2a + b + 2c = 0$.

$$\bullet \cos((P), (Q)) = |\cos(\vec{n}_P, \vec{n}_Q)| = \frac{|2a - 2b + c|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|6a + 5c|}{3\sqrt{5a^2 + 8ac + 5c^2}}.$$

Nếu $a = 0$ thì $\cos((P), (Q)) = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Nếu $a \neq 0$ thì $\cos((P), (Q)) = \frac{\left|6 + 5\frac{c}{a}\right|}{3\sqrt{5 + 8\frac{c}{a} + 5\frac{c^2}{a^2}}} = \frac{|6 + 5t|}{3\sqrt{5 + 8t + 5t^2}}$ với $t = \frac{c}{a}$.

Đặt $f(t) = \frac{(6+5t)^2}{5t^2+8t+5}$.

Ta có $f'(t) = \frac{-100t^2 - 110 + 12}{(5t^2 + 8t + 5)^2}$ nên $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{10} \\ t = -\frac{6}{5} \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$	$-\frac{6}{5}$	$\frac{1}{10}$	$+\infty$	
$f(t)'$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(t)$	5	0	$\frac{65}{9}$	5	

Từ bảng biến thiên, ta có $\max \cos((P), (Q)) = \frac{\sqrt{65}}{9}$.

$((P), (Q))$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow \cos((P), (Q))$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow t = \frac{1}{10} \Leftrightarrow a = 10c$.

Suy ra $b = -22c$. Mặt khác $M(1; 2; 0) \in (Q)$ nên $a + 2b + 34 = 0 \Leftrightarrow -34c + 34 = 0 \Leftrightarrow c = 1$.

Suy ra $a = 10, b = -22$.

• Vậy $abc = -220$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2443. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

A. $M(-1; -2; 0)$.

B. $M(-1; 1; 2)$.

C. $M(2; 1; -2)$.

D. $M(3; 3; 2)$.

Lời giải.

Ta có $\frac{-1-1}{2} = \frac{1-2}{1} = \frac{2}{-2} = -1$ nên $M(-1; 1; 2)$ thuộc đường thẳng d .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2444. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z - 4 = 0$.

Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

B. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-3}$.

C. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-3}$.

D. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{n}_P = (1; -2; -3)$.

Đường thẳng d qua $A(-1; -3; 2)$ có phương trình

$$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2445. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 0; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I , tiếp xúc với đường thẳng d . Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $R = \frac{5}{3}$.

B. $R = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.

C. $R = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

D. $R = \frac{\sqrt{30}}{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d qua $M(1; 0; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 1)$.

Do mặt cầu (S) tiếp xúc với đường thẳng d nên

$$R = d(I, d) = \frac{|\overrightarrow{IM}, \vec{u}|}{|\vec{u}|}. \quad (1)$$

Ta có $\overrightarrow{IM} = (0; 0; -2)$; $[\overrightarrow{IM}, \vec{u}] = (-2; -4; 0)$.

Từ (1) suy ra

$$R = \frac{\sqrt{4+16}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{30}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2446. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$; $d_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$; $d_3: \frac{x+3}{-3} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+5}{8}$. Viết phương trình đường thẳng song song với d_3 , cắt d_1 và d_2 .

A. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{-4} = \frac{z+1}{8}$.

B. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{-4} = \frac{z-1}{8}$.

C. $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z}{8}$.

D. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z}{8}$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_1 và song song d_3 .

Đường thẳng d_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; 3; -1)$

và đi qua $M(1; 0; -1)$.

Đường thẳng d_3 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_3 = (-3; -4; 8)$. Suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

$$\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_1, \vec{u}_3] = (20; -13; 1).$$

Mặt phẳng (α) qua $M(1; 0; -1)$ có phương trình

$$(\alpha): 20(x-1) - 13(y-0) + 1(z+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 20x - 13y + z - 19 = 0.$$

Gọi A là giao điểm của đường thẳng d_2 và mặt phẳng (α) .

Ta có $A(-2+t; 1-2t; 2t)$ thuộc (α) nên ta có phương trình

$$20(-2+t) - 13(1-2t) + 2t - 19 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{2}.$$

Khi đó $A(-\frac{1}{2}; -2; 3)$ và tọa độ điểm A thỏa mãn phương trình $\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{-4} = \frac{z+1}{8}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2447. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2; 1; 0)$, $B(0; 4; 0)$ và $C(0; 2; -1)$. Biết đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$ tại điểm $D(a; b; c)$ thỏa mãn $a > 0$ và tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng $\frac{17}{6}$. Tính tổng $T = a + b + c$.

A. $T = 5$.

B. $T = 4$.

C. $T = 7$.

D. $T = 6$.

Lời giải.

Gọi $D(1+2t; -1+t; 2+3t) \in \Delta$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-2; 3; 0) \\ \overrightarrow{AC} = (-2; 1; -1) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3; -2; 4) \text{ và } \overrightarrow{AD} = (-1+2t; -2+t; 2+3t).$

Khi đó $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 4t + 15$.

Theo đề bài

$$\begin{aligned} V_{ABCD} &= \frac{17}{6} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| &= \frac{17}{6} \\ \Leftrightarrow |4t + 15| &= 17 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \\ t = -8. \end{cases} \end{aligned}$$

Do $a > 0$ nên $D\left(2; -\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$.

Khi đó $T = a + b + c = 2 - \frac{1}{2} + \frac{7}{2} = 5$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2448. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y+z+1=0$ và $(Q): 2x-y+2z+4=0$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (Q) nằm trên trục hoành. Tìm tung độ của điểm M .

A. 4.

B. 2.

C. -3.

D. -5.

Lời giải.

Gọi N là điểm đối xứng của điểm M qua mặt phẳng (Q) , suy ra $N(n; 0; 0)$.

Gọi I thuộc (Q) là trung điểm của đoạn MN suy ra (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn MN .

Khi đó MN có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \vec{n}_Q = (2; -1; 2)$.

Phương trình đường thẳng MN là

$$MN: \begin{cases} x = n + 2t \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases} \Rightarrow I(n + 2t; -t; 2t).$$

Vì I thuộc (Q) nên tọa độ điểm I thỏa mãn phương trình

$$2n + 4t + t + 4t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2n+4}{9}.$$

Khi đó $I\left(\frac{5n-8}{9}; \frac{2n+4}{9}; -\frac{4n+8}{9}\right)$ suy ra $M\left(\frac{n-16}{9}; \frac{4n+8}{9}; -\frac{8n+16}{9}\right)$.

Do M thuộc (P) nên tọa độ điểm M thỏa mãn phương trình

$$\frac{n-16}{9} + 2 \cdot \frac{4n+8}{9} - \frac{8n+16}{9} + 1 = 0 \Leftrightarrow n = 7.$$

Vậy tung độ của điểm M bằng $\frac{4n+8}{9} = \frac{4 \cdot 7 + 8}{9} = 4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2449. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-3=0$ và điểm $A(1; 2; 0)$.

Viết phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với (P) .

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{1}.$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{2}.$

$$\text{C. } \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}.$$

$$\text{D. } \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}.$$

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 1)$ nên đường thẳng cần tìm có véc-tơ chỉ phương là $\vec{n} = (1; -2; 1)$.

Vậy phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{1}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2450. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; -1)$ và $B(1; 0; 2)$. Đường thẳng AB có phương trình chính tắc là

$$\text{A. } \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}.$$

$$\text{B. } \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}.$$

$$\text{C. } \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}.$$

$$\text{D. } \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{3}.$$

Lời giải.

Đường thẳng AB có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 3)$ và đi qua $A(0; 1; -1)$ có phương trình là $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2451. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$,

$$d_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - t \end{cases}. \text{ Khẳng định nào sau đây đúng?}$$

A. d_1 và d_2 vuông góc nhau.

B. d_1 và d_2 song song nhau.

C. d_1 và d_2 cắt nhau.

D. d_1 và d_2 trùng nhau.

Lời giải.

Từ giả thiết thì d_1 đi qua điểm $M(1; -1; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{v}_1 = (2; 1; 3)$.

d_2 đi qua điểm $N(2; 1; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{v}_2 = (1; 1; -1)$.

Ta có $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 2 + 1 - 3 = 0 \Leftrightarrow \vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$ hay hai đường thẳng d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2452. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên (d) , bán kính bằng 3 và tiếp xúc (P) là

$$\text{A. } (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9 \text{ hoặc } (x+3)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 9.$$

$$\text{B. } (x+3)^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 9 \text{ hoặc } (x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9.$$

$$\text{C. } (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9 \text{ hoặc } (x+3)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 9.$$

$$\text{D. } (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9 \text{ hoặc } (x+3)^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 9.$$

Lời giải.

Gọi tâm mặt cầu có cần tìm có dạng $I(1+2t; 2t; -1)$.

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) nên

$$\begin{aligned} d(I, (P)) &= R \\ \Leftrightarrow \frac{|2(1+2t) + 2t + 2 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1 + 2^2}} &= 3 \\ \Leftrightarrow |6t + 3| &= 9 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 6t + 3 = 9 \\ 6t + 3 = -9 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó có hai điểm $I(3; 2; -1)$ và $I(-3; -4; -1)$.

Vậy có hai mặt cầu thỏa mãn bài toán

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9 \text{ hoặc } (x+3)^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 9.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2453. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; -2)$, $B(-1; -1; 3)$ và $\text{mp}(P) : 2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) qua hai điểm A, B và vuông góc $\text{mp}(P)$.

A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 14t \\ z = -2 + 14t \end{cases}.$

B. $2x - y + 2z + 2 = 0.$

C. $3x + 14y + 4z + 5 = 0.$

D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = -2 + 2t \end{cases}.$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; -1; 5)$, $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; 2)$.

$$[\overrightarrow{AB}; \vec{n}_{(P)}] = (3; 14; 4).$$

Phương trình mặt phẳng (Q) qua hai điểm A, B và vuông góc $\text{mp}(P)$ nên có vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; 2)$. Khi đó có phương trình:

$$3(x-1) + 14(y-0) + 4(z+2) = 0 \Leftrightarrow 3x + 14y + 4z + 5 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2454. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-1}$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z - 3 = 0$. Gọi M là giao điểm của d và (P) . Mặt cầu có tâm nằm trên d và đi qua hai điểm M và $N(1; 1; 1)$. Tâm mặt cầu có tọa độ là

A. $(-1; 1; 2)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 4; -2\right)$. C. $\left(-\frac{19}{18}; \frac{8}{9}; \frac{31}{18}\right)$. D. $\left(-\frac{19}{18}; \frac{8}{9}; \frac{37}{18}\right)$.

Lời giải.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-1} \\ 2x - y + 2z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \\ z = 3. \end{cases}$$

Vì tâm mặt cầu cần tìm có nằm trên đường thẳng d nên có tâm dạng $I(-2+t; -1+2t; 3-t)$.

Vì mặt cầu đi qua 2 điểm $M(-2; -1; 3)$ và $N(1; 1; 1)$ nên

$$\begin{aligned}IM &= IN \\ \Leftrightarrow t^2 + 4t^2 + t^2 &= (t-3)^2 + (2-2t)^2 + (2-t)^2 \\ \Leftrightarrow t &= \frac{17}{18}.\end{aligned}$$

Khi đó, tâm mặt cầu cần tìm là $I\left(-\frac{19}{18}; \frac{8}{9}; \frac{37}{18}\right)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2455. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$,

$d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng d cắt d_1 và d_2 đồng thời song song với đường thẳng

$$\Delta: \frac{x-4}{1} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-3}{-2}.$$

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 4t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 + 4t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi $d \cap d_1 = A$ và $d \cap d_2 = B$, nên tọa độ A, B có dạng $A(k; -1+2k; k)$ và $B(t; 1-2t; 1+3t)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (t-k; 2-2t-2k; 1+3t-k)$.

Vì $d \parallel \Delta$ nên $\overrightarrow{AB} \parallel \vec{v}_\Delta = (1; 4; -2)$ tương đương với

$$\Leftrightarrow \frac{t-k}{1} = \frac{2-2t-2k}{4} = \frac{1+3t-k}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} 6t-2k=2 \\ 5t-3k=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ k=2. \end{cases}$$

Vậy $A(2; 3; 2)$, $\overrightarrow{AB} = (1; 4; -2)$ hay phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 4t \\ z = 2 - 2t. \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2456. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$, với $a, b, c > 0$. Biết rằng (S) cắt 3 mặt phẳng tọa độ theo các giao tuyến là các đường tròn có bán kính $r = 5$ và mặt cầu (S) đi qua điểm $M(0; 1; 2)$. Tính tổng $a + b + c + d$.

A. 25 .

B. 75 .

C. 40.

D. 10.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$.

Vì mặt cầu (S) cắt 3 mặt phẳng tọa độ theo các giao tuyến là các đường tròn có bán kính $r = 5$ nên khoảng cách từ tâm $I(a; b; c)$ đến các mặt phẳng tọa độ bằng nhau, hay $a = b = c > 0$.

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{aligned}IM^2 &= d(I, (P))^2 + r^2 \\ \Leftrightarrow a^2 + (a-1)^2 + (a-2)^2 &= a^2 + 25 \\ \Leftrightarrow a^2 - 3a - 10 & \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = -2. \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy $a = b = c = 5$ và $d = 25$, suy ra $a + b + c + d = 40$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2457. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{4}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3 = (2; -3; 0)$. B. $\vec{u}_1 = (2; -3; 4)$. C. $\vec{u}_4 = (1; 2; 4)$. D. $\vec{u}_2 = (1; 2; 0)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -3; 4)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2458. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(1; 6; 0)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài MA với $M \in d$.

A. $5\sqrt{3}$. B. 6. C. $4\sqrt{2}$. D. $\sqrt{30}$.

Lời giải.

Ta có $M \in d \Rightarrow M(1+t; -t; 2t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (t; -t-6; 2t)$. Khi đó,

$$MA = \sqrt{t^2 + (t+6)^2 + (2t)^2} = \sqrt{6t^2 + 12t + 36} = \sqrt{6(t+1)^2 + 30} \geq \sqrt{30}.$$

Suy ra, giá trị nhỏ nhất của MA bằng $\sqrt{30}$ khi $t = -1$ hay là $M(0; 1; -2)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2459. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + 3y + z = 0$. Đường thẳng Δ đi qua $M(1; 1; 2)$, song song với mặt phẳng (P) đồng thời cắt đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-9}{2}$. B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-6}{2}$.
C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có 1 véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; 3; 1)$.

Giả sử đường thẳng Δ cắt d tại điểm N .

— $N \in d \Rightarrow N(1+t; 1-t; 3t) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (t; -t; 3t-2)$.

— $\Delta \parallel (P) \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot t + 3 \cdot (-t) + 1 \cdot (3t-2) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Do đó, Δ có 1 véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (2; -2; 4) = 2(1; -1; 2)$.

Suy ra, $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2460. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{3}$, điểm $A(2; 2; 4)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P) cắt d sao cho khoảng cách từ A đến đường thẳng Δ lớn nhất.

Cho $m = 1$ có mặt phẳng $(P_1): 2x - y + 6z + 1 = 0$ suy ra $\vec{n'} = (2; -1; 6)$.

Suy ra Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u_1} = [\vec{n}; \vec{n'}] = (-4; -2; 1)$.

Gọi H là hình chiếu của O trên d thì OH là khoảng cách từ O đến d .

Ta có $OH \leq OM$.

Do đó yêu cầu bài toán tương đương với $d \perp OM$.

Vậy d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{u_1}; \vec{OM}] = (-1; 5; 6) \Rightarrow b^2 - c = 25 - 6 = 19$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2464. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 1)$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ và khoảng cách từ A đến (Q) lớn nhất. Tính thể tích khối tứ diện tạo bởi (Q) và các trục tọa độ Ox, Oy, Oz .

A. $\frac{1}{36}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{18}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -1)$. Gọi H là hình chiếu của A trên $\Delta \Rightarrow H(1 + 2t; t; -1 - t) \Rightarrow \vec{AH} = (2t; t + 1; -2 - t)$.

Ta có $\vec{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow 4t + t + 1 + t + 2 = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \vec{AH} = \left(-1; \frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Mặt khác ta có $d_{(A;(Q))} \leq AH$ nên $d_{(A;(Q))}$ đạt giá trị lớn nhất bằng $AH \Leftrightarrow (Q) \perp AH$.

Khi đó (Q) đi qua $M(1; 0; -1) \in \Delta$ và có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{AH} = \left(-1; \frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right) \Rightarrow (Q): 2x - y + 3z + 1 = 0$.

$\Rightarrow (Q)$ cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A\left(-\frac{1}{2}; 0; 0\right); B(0; 1; 0); C\left(0; 0; -\frac{1}{3}\right)$.

$$\Rightarrow V_{OABC} = \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot \left|-\frac{1}{2}\right| \cdot |1| \cdot \left|-\frac{1}{3}\right| = \frac{1}{36}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2465. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 3; 2)$, $B(2; 0; 5)$, $C(0; -2; 1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là

A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{-4}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Ta có $M(1; -1; 3)$ và $\vec{AM} = (2; -4; 1)$. Phương trình đường thẳng AM là

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2466. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 1; 3)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với Δ và Δ' .

A. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.

Lời giải.

Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (3; 2; 1)$, Δ' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 3; -2)$. Gọi d là đường thẳng cần tìm, khi đó d có véc-tơ chỉ phương là $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-7; 7; 7)$ hay $\vec{u} = (-1; 1; 1)$.

Phương trình đường thẳng d là
$$\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2467. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

A. $3x - 2y + z + 12 = 0$.

B. $x - 2y + 3z + 3 = 0$.

C. $3x - 2y + z - 12 = 0$.

D. $3x + 2y + z - 8 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng vuông góc đường thẳng (Δ) nhận véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -2; 1)$. Phương trình mặt phẳng qua điểm M có dạng

$$3x - 2y + z - 12 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2468. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(2; 3; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng (P): $x + 3y - z + 5 = 0$?

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần tìm. Đường thẳng d vuông góc mặt phẳng (P) nhận $\vec{u} = (1; 3; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương. Đường thẳng d qua A có phương trình là

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = -t. \end{cases}$$

Với $t = -1$, đường thẳng d đi qua điểm $B(1; 0; 1)$. Suy ra đường thẳng d có phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2469. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 \\ z = 2 - t \end{cases}$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

A. $\vec{u}_2 = (2; 0; -1)$.

B. $\vec{u}_4 = (2; 1; 2)$.

C. $\vec{u}_3 = (2; 0; 2)$.

D. $\vec{u}_1 = (-1; 1; 2)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 0; -1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2470. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách h từ điểm $A(-4; 3; 2)$ đến trục Ox là

- A. $h = 4$. B. $h = \sqrt{13}$. C. $h = 3$. D. $h = 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $H(-4; 0; 0)$ là hình chiếu của điểm $A(-4; 3; 2)$ trên trục Ox .

Khoảng cách từ A đến trục Ox là $AH = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2471. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả giá trị của tham số m để đường thẳng $d: \frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ song song với mặt phẳng $(P): 2x + (1-2m)y + m^2z + 1 = 0$

- A. $m \in \{-1; 3\}$. B. $m = 3$.
C. Không có giá trị nào của m . D. $m = -1$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 1; 0)$ và nhận $\vec{u} = (-2; 1; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n} = (2; 1-2m; m^2)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

$$\text{Ta có } d \parallel (P) \Leftrightarrow \begin{cases} M \notin (P) \\ \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cdot 2 + (1-2m) \cdot 1 + 1 \neq 0 \\ m^2 - 2m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ \begin{cases} m = -1 \Leftrightarrow m = -1 \\ m = 3 \end{cases} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2472. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua $A(1; 2; -1)$, cắt d và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là phương trình nào dưới đây?

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

Lời giải.

— **Cách 1:** Gọi $B = d \cap \Delta \Rightarrow \begin{cases} B \in d \\ B \in \Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B(3+t; 3+3t; 2t) \\ \overrightarrow{AB} = (2+t; 1+3t; 2t+1) \end{cases}$ là véc-tơ chỉ phương của Δ .

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; -1)$.

Vì $\Delta \parallel (P)$ nên $\vec{n}_{(P)} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 2+t+1+3t-2t-1=0 \Leftrightarrow 2t=-2 \Leftrightarrow t=-1$.

Vậy đường thẳng Δ đi qua $A(1; 2; -1)$ và nhận véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$ có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

— **Cách 2:** Gọi (β) là mặt phẳng qua $A(1; 2; -1)$ và song song với (α) nên có phương trình $x + y - z - 4 = 0$.

Gọi $B = d \cap (\beta)$. Khi đó, tọa độ x, y, z của B là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2} \\ x + y - z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 6 \\ 2x - z = 6 \\ x + y - z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ z = -2 \end{cases}$$

Suy ra $B(2; 0; -2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2473. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 0; 1)$, $C(-2; 2; 3)$. Đường thẳng Δ qua trực tâm H của tam giác ABC và nằm trong mặt phẳng (ABC) cùng tạo với các đường thẳng AB , AC một góc $\alpha < 45^\circ$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$ với c là số nguyên tố và a, b là số nguyên. Giá trị biểu thức $ab + bc + ca$ bằng bao nhiêu?

A. -67.

B. 23.

C. -33.

D. -37.

Lời giải.

Ta có

$$\rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; -2; 2); \overrightarrow{AC} = (-3; 0; 4).$$

$$\rightarrow \vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-8; -10; -6).$$

$$\rightarrow \cos(AB, \Delta) = \frac{|a - 2b + 2c|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

$$\rightarrow \cos(AC, \Delta) = \frac{|-3a + 4c|}{5\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Theo đề bài, ta suy ra

$$\cos(AB, \Delta) = \cos(AC, \Delta)$$

$$\Leftrightarrow 5|a - 2b + 2c| = 3|-3a + 4c|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7a - 5b - c = 0 & (1) \\ 2a + 5b - 11c = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Vì } \Delta \subset (ABC) \text{ nên } \vec{u} \cdot \vec{n}_{(ABC)} = 0 \Leftrightarrow 4a + 5b + 3c = 0. \quad (3)$$

*** Trường hợp 1:** Xét hệ phương trình $\begin{cases} 7a - 5b = c \\ 4a + 5b = -3c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2c}{11} \\ b = -\frac{5c}{11} \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = \left(-\frac{2c}{11}; -\frac{5c}{11}; c\right).$

Chọn $c = 11$, ta có $\vec{u} = (-2; -5; 11)$ (kiểm tra lại điều kiện $\alpha < 45^\circ$ ta thấy $\vec{u}$ đang xét thỏa mãn).

*** Trường hợp 2:** Xét hệ phương trình $\begin{cases} 2a + 5b - 11c = 0 \\ 4a + 5b + 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -7c \\ b = 5c \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = (-7c; 5c; c).$

Chọn $c = 2$, ta có $\vec{u} = (-14; 10; 2)$ (kiểm tra lại điều kiện $\alpha < 45^\circ$ ta thấy $\vec{u}$ đang xét không thỏa mãn).

$$\text{Vậy } ab + bc + ca = -67.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2474. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3a + at \\ y = -2 + t \\ z = 2 + 3a + (1 + a)t \end{cases}.$

Biết rằng khi a thay đổi luôn tồn tại một mặt cầu cố định đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ . Tìm bán kính của mặt cầu đó.

A. $5\sqrt{3}$.B. $4\sqrt{3}$.C. $7\sqrt{3}$.D. $3\sqrt{5}$.

Lời giải.

Với mọi $M(1 + 3a + at; -2 + t; 2 + 3a + t + at) \in \Delta$, ta có $M \in (P): x + y - z + 3 = 0$, suy ra $\Delta \subset (P), \forall a \in \mathbb{R}$.

Mặt khác với mọi $a \in \mathbb{R}$, đường thẳng Δ luôn đi qua điểm $A(1; -5; -1)$.

Gọi (S) là mặt cầu (có tâm là I) cố định thỏa mãn yêu cầu bài toán, suy ra mặt cầu (S) luôn luôn tiếp xúc với đường thẳng Δ khi a thay đổi tại điểm A . Suy ra IA vuông góc với (P) và có phương

trình là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -5 + t \\ z = -1 - t. \end{cases} \Rightarrow I(1 + t; -5 + t; -1 - t).$$

Điểm $M(1; 1; 1) \in (S)$ nên $IM = IA \Leftrightarrow t^2 + (t - 6)^2 + (t + 2)^2 = t^2 + t^2 + t^2 \Leftrightarrow t = 5$
 $\Rightarrow R = IA = \sqrt{t^2 + t^2 + t^2} = 5\sqrt{3}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2475. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{3-y}{3} = \frac{z+1}{-2}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là

- A. $\vec{u} = (2; 3; -2)$. B. $\vec{u} = (2; -3; -2)$. C. $\vec{u} = (-2; -3; -2)$. D. $\vec{u} = (2; -3; 2)$.

Lời giải.

Ta có $d: \frac{x-1}{2} = \frac{3-y}{3} = \frac{z+1}{-2} \Leftrightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+1}{-2}.$

Do đó d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -3; -2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2476. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -2; 1)$, $B(2; 1; -1)$, véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB là

- A. $\vec{u} = (1; -1; -2)$. B. $\vec{u} = (3; -1; 0)$. C. $\vec{u} = (1; 3; -2)$. D. $\vec{u} = (1; 3; 0)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (1; 3; -2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2477. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ không đi qua

điểm nào sau đây?

- A. $P(4; 1; -4)$. B. $Q(3; 1; -5)$. C. $M(2; 1; -2)$. D. $N(0; 1; 4)$.

Lời giải.

Điểm $P(4; 1; -4)$ không thỏa mãn phương trình đường thẳng Δ .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2478. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)4x + y + 2z + 1 = 0$ và điểm $M(4; 2; 1)$. Khi đó điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (P) là

- A. $M'(-4; 0; -3)$. B. $M'(-4; -4; -1)$. C. $M'(4; 2; 1)$. D. $M'(-2; 0; 5)$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của M lên (P) .

Ta có véc-tơ chỉ phương của AH là $\vec{u} = (4; 1; 2)$.

Phương trình đường thẳng AH là
$$\begin{cases} x = 4 + 4t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$$

Do $H \in (P)$ nên ta có $4(4 + 4t) + (2 + t) + 2(1 + 2t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Suy ra $H(0; 1; -1)$.

Gọi M' là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (P) .

Suy ra H là trung điểm của MM' .

Suy ra tọa độ điểm $M'(-4; 0; -3)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2479. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -2; 4)$, $B(5; 3; -2)$, $C(0; 4; 2)$, đường thẳng d cách đều ba điểm A, B, C có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = \frac{8}{3} + 26t \\ y = \frac{5}{3} + 22t \\ z = \frac{4}{3} + 27t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 4 + 26t \\ y = 2 + 22t \\ z = \frac{9}{4} + 27t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = \frac{11}{6} + 14t \\ y = \frac{1}{6} + 22t \\ z = 27t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 4 + 26t \\ y = 2 + 38t \\ z = \frac{9}{4} + 27t \end{cases}$$

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB} = (2; 5; -6), \overrightarrow{AC} = (-3; 6; -2).$$

Gọi M là trung điểm của AB suy ra $M\left(4; \frac{1}{2}; 1\right)$.

Gọi N là trung điểm của AC suy ra $N\left(\frac{3}{2}; 1; 3\right)$.

Mặt phẳng trung trực của AB là $(P): 4x + 10y - 12z - 9 = 0$.

Mặt phẳng trung trực của AC là $(Q): 6x - 12y + 4z - 9 = 0$.

Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (26; 22; 27)$.

Điểm $M\left(4; 2; \frac{9}{4}\right) \in (P) \cap (Q)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2480. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -3; 0)$, $B(5; -1; -2)$. Điểm $M(a; b; c)$ nằm trên (P) và $|MA - MB|$ lớn nhất. Giá trị tích $a \cdot b \cdot c$ bằng

A. 1.

B. 12.

C. 24.

D. -24.

Lời giải.

Ta có A, B nằm về hai phía của mặt phẳng (P) .

Gọi B' là điểm đối xứng của B qua (P) .

Ta có $|MA - MB| = |MA - MB'| \leq AB'$.

Suy ra $|MA - MB|$ lớn nhất khi M là giao điểm của AB' và mp(P).

$$\text{Phương trình đường thẳng } BB' \text{ là } \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -1 + t \\ z = -2 + t \end{cases}$$

Gọi H là giao điểm của BB' và mp(P).

$$\text{Suy ra } H\left(\frac{14}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{7}{3}\right).$$

Do H là trung điểm của BB' nên $B'\left(\frac{13}{3}; -\frac{5}{3}; -\frac{8}{3}\right)$.

$$\overrightarrow{AB'} = \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{8}{3}\right).$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB' \text{ là } \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -3 + 2t \\ z = -4t \end{cases}$$

Tọa độ điểm $M(6; -1; -4)$.

Suy ra $a \cdot b \cdot c = 24$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2481. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = t. \end{cases}$ Phương trình

nào sau đây là phương trình chính tắc của d ?

A. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-1}.$

B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{1}.$

C. $x - 2 = y = z + 3.$

D. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}.$

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; 1; 1)$ và đi qua điểm $M(2; 1; 0)$. Do đó phương trình chính tắc của d là $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}.$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2482. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 7z + 1 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 7t. \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t. \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - 7t. \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 + 8t \\ y = -2 + 6t \\ z = -3 - 14t. \end{cases}$

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (4; 3; -7)$.

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) nên véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (4; 3; -7)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2483. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S) .

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Có: $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} I(1; 1; 0) \\ R = 1 \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Ta có: $A(1; 0; 0) \in (S)$ suy ra nếu tồn tại (P) thì (P) tiếp xúc với (S) tại A .

$\begin{cases} A \in (P) \\ \text{Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là } \overrightarrow{IA} \end{cases} \Rightarrow (P): y = 0.$

Ta thấy $B(0; 0; 2) \in (P)$ suy ra có duy nhất một mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Chú ý: Bài toán này thường sẽ có hai mặt phẳng thỏa mãn, nhưng với số liệu của bài này thì chỉ có một mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2484. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm $A(0; 1; 2)$, $B(1; 3; 4)$ là

A. $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 4 + 2t \end{cases}$

$$\text{C. } d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 3t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 2 + 4t \end{cases}$$

$$\text{D. } d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 4 + 2t \end{cases}$$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

d đi qua điểm $B(1; 3; 4)$, nên có phương trình là:
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 4 + 2t \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2485. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): z - 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $(\alpha) \parallel (Oxy)$.

B. $(\alpha) \perp Oy$.

C. $(\alpha) \parallel Ox$.

D. $(\alpha) \perp Oz$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

Oy có véc-tơ chỉ phương $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

Suy ra (α) không vuông góc với Oy .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2486. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1}$

và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = -t. \\ z = 2 \end{cases}$. Đường thẳng Δ đi qua $A(0; 1; 1)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

$$\text{A. } \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}.$$

$$\text{B. } \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{4}.$$

$$\text{C. } \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z-1}{1}.$$

$$\text{D. } \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}.$$

Lời giải.

Đường thẳng d_1 có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 2; 1)$.

Gọi B là giao điểm của Δ và d_2 , nên $B(t; -t; 2)$, suy ra $\overrightarrow{AB} = (t; -t-1; 1)$.

Do Δ vuông góc với d_1 nên $\overrightarrow{AB} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow -2t + 2(-t-1) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{4}$.

Do đó $\overrightarrow{AB} \left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}; 1 \right)$, suy ra Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{a}(-1; -3; 4)$.

Vậy phương trình Δ là: $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2487. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$ thì d song song với (P) .

B. $\vec{u}$ không vuông góc với $\vec{n}$ thì d cắt (P) .

C. d song song với (P) thì $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$.

D. d vuông góc với (P) thì $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$.

Lời giải.

— $\vec{u}$ vuông góc $\vec{n}$ thì d có thể nằm trong (P) .

— d song song (P) thì $\vec{u}$ vuông góc $\vec{n}$.

— d vuông góc (P) thì $\vec{u}$ cùng phương $\vec{n}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2488. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z - 5 = 0$ và điểm $A(1; -3; 1)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) .

- A. $\frac{8}{9}$. B. $\frac{8}{29}$. C. $\frac{3}{\sqrt{29}}$. D. $\frac{8}{\sqrt{29}}$.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là

$$d[A, (P)] = \frac{|2 \cdot 1 + 3 \cdot (-3) + 4 \cdot 1 - 5|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2}} = \frac{8}{\sqrt{29}}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2489. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 5z = 0$. Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu của M lên mặt phẳng (P) . Tính $5b + 2c$.

- A. $5b + 2c = 16$. B. $5b + 2c = 14$. C. $5b + 2c = 13$. D. $5b + 2c = 15$.

Lời giải.

Đường thẳng (Δ) qua $M(1; 2; 3)$ vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + 5t. \end{cases}$

Toạ độ điểm H là giao điểm của (Δ) và mặt phẳng (P) . Khi đó, ta có

$$(1 + t) - 2(2 - 2t) + 5(3 + 5t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{5}.$$

Ta được $H\left(\frac{3}{5}; \frac{14}{5}; 1\right) \Rightarrow 5b + 2a = 16$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2490. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 25$. Gọi $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$ là hai điểm thuộc mặt cầu thỏa mãn biểu thức $T = 2(x_A - x_B) + (y_A - y_B) - 2(z_A - z_B)$ đạt giá trị lớn nhất. Trung điểm của đoạn thẳng AB thuộc mặt phẳng nào sau đây?

- A. $-y + 4z + 5 = 0$. B. $-x + 5y - 6z - 10 = 0$.
C. $x + 3y + 2z + 3 = 0$. D. $x + 3y - 7z + 10 = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} T &= 2(x_A - x_B) + (y_A - y_B) - 2(z_A - z_B) \\ &= 2(x_A - 1) + y_A - 2(z_A + 2) + 2(1 - x_B) - y_B + 2(z_B + 2) \\ &\leq \sqrt{9 \cdot [(x_A - 1)^2 + y_A^2 + (z_A + 2)^2]} + \sqrt{9 \cdot [(x_B - 1)^2 + y_B^2 + (z_B + 2)^2]} \\ &\leq 15 + 15. \quad (1) \end{aligned}$$

$$\text{Đẳng thức (1) xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_A - 1}{2} = \frac{y_A}{1} = \frac{z_A + 2}{-2} \\ \frac{x_B - 1}{2} = \frac{y_B}{1} = \frac{z_B + 2}{-2} \end{cases} \Rightarrow (AB): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 - 2t. \end{cases}$$

Ta thấy tâm mặt cầu $I(1; 0; -2) \in (AB)$.

Do vậy, khi T đạt giá trị lớn nhất thì trung điểm AB là $I(1; 0; -2)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2491. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm I và bán kính bằng 3 sao cho luôn tiếp xúc với mặt phẳng Oxy . Khi các đường tròn giao tuyến của (S) với hai mặt phẳng tọa độ còn lại có diện tích lớn nhất thì tâm I của mặt cầu thuộc mặt phẳng nào?

- A. $x + y + z - 1 = 0$. B. $x - y + z = 0$. C. $x - 2y + 1 = 0$. D. $x + y = 0$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta được tâm I luôn thuộc trục $Oz \Rightarrow I \in (P): x + y = 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2492. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Hai điểm $A \in d_1$ và $B \in d_2$ sao cho AB song song với mặt phẳng (P) . Khi A, B thay đổi, tập hợp trung điểm của AB là

A. một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-9; 8; -5)$.

B. một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-5; 9; 8)$.

C. một mặt phẳng có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; -5)$.

D. một mặt phẳng có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 5; -2)$.

Lời giải.

Ta có $A(3a; 1-a; -1+a)$, $B(2+b; 1-2b; -3+b) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2+b-3a; -2b+a; -2+b-a)$.

Ta có $AB \parallel (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Rightarrow 2b = 3a$.

Toạ độ trung điểm $I \left(\frac{2+3a+b}{2}; \frac{2-a-2b}{2}; \frac{-4+a+b}{2} \right) \Rightarrow I \left(1 + \frac{3}{2}b; 1 - \frac{4}{3}b; -2 + \frac{5}{6}b \right)$.

Vậy tập hợp trung điểm của AB là một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-9; 8; -5)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2493. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{6}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$. Biết đường thẳng d cắt mặt cầu (S) theo dây cung AB . Độ dài AB là

- A. $2\sqrt{5}$. B. $4\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 4.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB . Khi đó

$$AB = 2\sqrt{IB^2 - IH^2} = 2\sqrt{R^2 - d^2(I; d)}.$$

d đi qua điểm $M(3; 2; 0)$ và $\vec{u}_d = (2; 3; 6)$. Vậy

$$d(I; d) = \frac{|\overrightarrow{IM}; \vec{u}_d|}{|\vec{u}_d|}.$$

Ta có $\overrightarrow{IM} = (2; 1; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{IM}; \vec{u}_d] = (6; -12; 4)$. Vậy $|\overrightarrow{IM}; \vec{u}_d| = 14$.

Mà $|\vec{u}_d| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = 7 \Rightarrow d(I; d) = 2$.

Vậy $AB = 2\sqrt{3^2 - 2^2} = 2\sqrt{5}$.

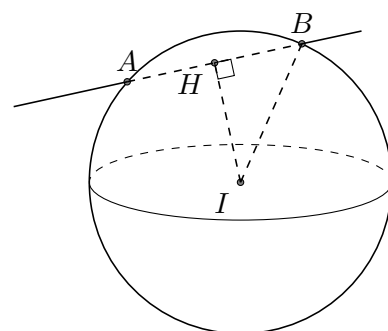
Chọn đáp án **A**

□

Câu 2494. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 36$. Số mặt phẳng (P) chứa trục Ox và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

- A. 1. B. 2. C. Vô số. D. 0.

Lời giải.



Gọi $I(-1; 4; -3)$ là tâm mặt cầu. Ta có $d(I; Ox) = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5 < R = 6$.

Vậy mặt cầu cắt Ox tại hai điểm phân biệt. Khi đó không có mặt phẳng (P) chứa Ox và tiếp xúc với mặt cầu.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2495. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 3)$, $B(-3; 0; -4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm A và B ?

A. $\frac{x+3}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{7}$.

B. $\frac{x+3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{3}$.

C. $\frac{x+3}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{7}$.

D. $\frac{x-3}{-4} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-7}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (4; -1; 7)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là $\frac{x+3}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{7}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2496. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{4}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (-3; 2; 4)$.

B. $\vec{u}_2 = (-2; -1; 3)$.

C. $\vec{u}_3 = (3; 2; 4)$.

D. $\vec{u}_4 = (-2; -1; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}_d = (-3; 2; 4)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2497. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -2 - t \end{cases}$; $d_2: \frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{-2} =$

$\frac{z-2}{-1}$ và $d_3: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$. Đường thẳng d song song với d_3 , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

— Ta có (d) có VTCP $\vec{u}_d = \vec{u}_{d_3} = (1; 2; 3)$. Gọi $H = d \cap d_1$, $K = d \cap d_2$. Khi đó

$$H(3+t; 3+2t; -2-t), K(5+3t'; -1-2t'; 2-t').$$

$$\overrightarrow{HK} = (2+3t'-t; -4-2t'-2t; 4-t'+t).$$

— Mặt khác $\vec{u}$ cùng phương với $\overrightarrow{HK}$ nên $\frac{2+3t'-t}{1} = \frac{-4-2t'-2t}{2} = \frac{4-t'+t}{3}$.

— Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{2+3t'-t}{1} = \frac{-4-2t'-2t}{2} \\ \frac{2+3t'-t}{1} = \frac{4-t'+t}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8t' = -8 \\ 10t' - 4t = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = -1 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow H(1; -1; 0).$$

— Vậy phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2498. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z - 19 = 0$ và điểm $M(4; -3; 8)$. Qua điểm M kẻ tiếp tuyến MA với mặt cầu (S) trong đó A là tiếp điểm. Gọi I là tâm của mặt cầu (S) . Tính diện tích của tam giác MAI .

A. 125.

B. 25.

C. $\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

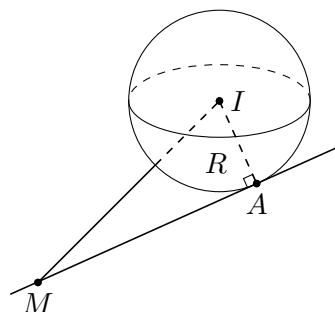
D. 50.

Lời giải.

— Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; -2)$, $R = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2 + 19} = 5$.

— $\overrightarrow{MI} = (-3; 4; -10) \Rightarrow MI = \sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 10^2} = 5\sqrt{5}$ và $MA = \sqrt{MI^2 - IA^2} = \sqrt{125 - 25} = 10$.

— Diện tích tam giác MAI là $S_{\Delta MAI} = \frac{1}{2} \cdot IA \cdot MA = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10 = 25$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2499. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 18$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - t \\ z = -4 + t \end{cases}$, biết d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm tọa độ hai điểm A và B .

A. $A(1; 1; -3), B(1; 2; 0)$.B. $A(1; 1; 3), B(1; -2; 0)$.C. $A(1; 1; -3), B(1; -2; 0)$.D. $A(1; -1; -3), B(1; -2; 0)$.**Lời giải.**

— Xét phương trình $(1+2)^2 + (2-t-1)^2 + (-4+t)^2 = 18 \Leftrightarrow 2t^2 - 10t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 4. \end{cases}$

— Vậy $A(1; 1; -3), B(1; -2; 0)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2500. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} =$

$\frac{z-3}{1}$; $d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Đường thẳng Δ đi qua A vuông góc với d_1 và cắt d_2 có

phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$.B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-1}$.C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$.D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.**Lời giải.**

Gọi $M = \Delta \cap d_2$, do $M \in d_2 \Rightarrow M(1-t; 1+2t; -1+t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-t; 2t-1; t-4)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Đường thẳng d_1 có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$. Do $d_1 \perp \Delta \Rightarrow \vec{u}_1 \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Suy ra $\overrightarrow{AM} = (1; -3; -5)$, do đó $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2501. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$ và hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 3; 1)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết rằng C luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 2\sqrt{3}$.

B. $r = 12$.

C. $r = 6$.

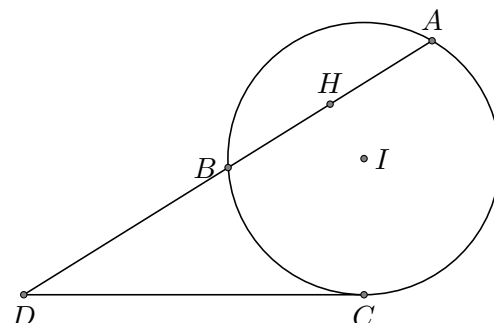
D. $r = \sqrt{6}$.

Lời giải.

Gọi I là tâm của mặt cầu S .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (1; 1; 1) \Rightarrow AB: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = t. \end{cases}$$

Gọi D là giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (P) , suy ra $D(0; 1; -1)$. Ta có $\overrightarrow{DA} = (1; 1; 1)$, $\overrightarrow{DB} = (2; 2; 2)$. Suy ra $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} = 6$ (1).



Gọi H là trung điểm của AB . Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} &= (\overrightarrow{DH} + \overrightarrow{HB}) \cdot (\overrightarrow{DH} + \overrightarrow{HA}) \\ &= DH^2 - HA^2 \\ &= DI^2 - IH^2 - HA^2 = DI^2 - (IH^2 + HA^2) \\ &= DI^2 - IA^2 = DI^2 - IC^2 \\ &= DC^2 \quad (2). \end{aligned}$$

Từ (1) và (2), suy ra $DC = \sqrt{6}$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2502. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3; 0; -4)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (5; 1; -2)$ có phương trình là

A. $\frac{x+3}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-2}$.

B. $\frac{x-3}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{-2}$.

C. $\frac{x+3}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{-2}$.

D. $\frac{x-3}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-2}$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua điểm $A(3; 0; -4)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (5; 1; -2)$ có phương trình là

$$\frac{x-3}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{-2}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2503. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 6 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z+1}{3}$.

B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+5}{3}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-1}{3}$.

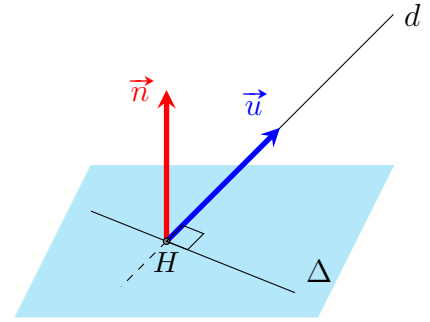
Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm, H là giao điểm giữa d và (P) .

Tọa độ của H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3} \\ x-y+2z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \\ z=5 \end{cases} \Rightarrow H(-2; 2; 5).$$

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -3)$, mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 2)$.



Vì Δ nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d nên Δ qua H và có một véc-tơ chỉ phương là $[\vec{u}, \vec{n}] = (-1; -7; -3) = -(1; 7; 3)$. Suy ra Δ có phương trình $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2504. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; -6)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$, $d_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua điểm M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 tại A, B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $2\sqrt{10}$.

B. $\sqrt{38}$.

C. 8.

D. 12.

Lời giải.

Giả sử A, B tồn tại. Vì $A \in d_1 \Rightarrow A(1+2a; 1-a; -1+a)$, $B \in d_2 \Rightarrow B(-2+3b; -1+b; 2+2b)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (2a-1; 2-a; a+5)$, $\overrightarrow{MB} = (3b-4; b; 2b+8)$.

Vì M, A, B thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}$ cùng phương. Điều này tương đương với

$$\begin{cases} 2a-1 = k(3b-4) \\ 2-a = kb \\ a+5 = k(2b+8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-3kb+4k=1 \\ a+kb=2 \\ a-2kb-8k=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ kb=1 \\ k=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2. \end{cases}$$

Vậy $A(3; 0; 0)$, $B(4; 1; 6)$ và $AB = \sqrt{(4-3)^2 + 1^2 + 6^2} = \sqrt{38}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2505. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; 5; 3)$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $14 + 2\sqrt{31}$ có phương trình

A. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 49$.

B. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 196$.

C. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 31$.

D. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 124$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của I lên đường thẳng d . Đặt $AB = 2a$.

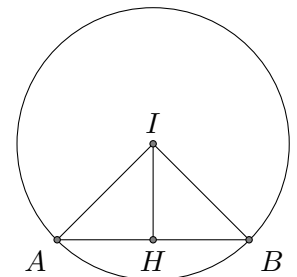
Vì $H \in d \Rightarrow H(1+2t; t; 2+2t)$. Ta có $\overrightarrow{IH} = (2t-1; t-5; 2t-1)$ và

$\vec{u} = (2; 1; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của d .

Ta có $\overrightarrow{IH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow 2(2t-1) + 1(t-5) + 2(2t-1) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Thu được $H(3; 1; 4)$ và $IH = 3\sqrt{2}$.

Theo giả thiết bài toán



$$IA + AB + BI = 14 + 2\sqrt{31} \Leftrightarrow 2R + 2AH = 14 + 2\sqrt{31} \Leftrightarrow R + \sqrt{R^2 - 18} = 7 + \sqrt{31}.$$

Giải phương trình trên ta được nghiệm $R = 7$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 49$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2506. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 1)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1}$, $\Delta': \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A cắt cả hai đường thẳng Δ, Δ' .

A. $d: \frac{x-1}{-6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{7}$.

B. $d: \frac{x+1}{-6} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{7}$.

C. $d: \frac{x-1}{-6} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{7}$.

D. $d: \frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{7}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (2; 1; -1)$.

Lấy điểm $B(1; 0; 3) \in \Delta$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và đường thẳng Δ , khi đó (P) có hai véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta$ và $\vec{AB} = (0; 1; 2)$.

Suy ra véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = [\vec{u}_\Delta, \vec{AB}] = (3; -4; 2)$.

Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng (P)

$$3(x-1) - 4(y+1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y + 2z - 9 = 0.$$

Tọa độ giao điểm C giữa (P) và Δ' là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x - 4y + 2z - 9 = 0 \\ \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4y + 2z = 9 \\ 2x + y = -1 \\ x - z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{13} \\ y = \frac{-15}{13} \\ z = \frac{27}{13} \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{1}{13}; \frac{-15}{13}; \frac{27}{13}\right).$$

Dễ thấy, đường thẳng d đi qua A, C và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = \vec{CA} = \left(\frac{12}{13}; \frac{2}{13}; -\frac{14}{13}\right) = \frac{2}{13}(6; 1; -7)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $d: \frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-7}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2507. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$ và $d': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d tạo với đường thẳng d' một góc lớn nhất.

A. $(P): x - z + 1 = 0$.

B. $(P): x - 4y + z - 7 = 0$.

C. $(P): 3x - 2y - 2z - 1 = 0$.

D. $(P): -x + 4y - z - 7 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d, d' có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; 1; 2)$, $\vec{u}_2 = (1; 2; 1)$.

Lấy điểm $A(1; -1; 2) \in d$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và cắt trục hoành tại điểm $B(b; 0; 0)$.

Khi đó (P) có cặp véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1$ và $\vec{AB} = (b-1; 1; -2)$, suy ra (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = [\vec{u}_1, \vec{AB}] = (-4; 2b+2; 3-b)$.

Gọi φ là góc giữa đường thẳng d' và (P) , suy ra

$$\sin \varphi = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|3b+3|}{\sqrt{5b^2+2b+29} \cdot \sqrt{6}}.$$

Đặt $y = \frac{b^2 + 2b + 1}{5b^2 + 2b + 29} \geq 0$, suy ra $\sin \varphi = \sqrt{y} \cdot \frac{3}{\sqrt{6}}$.

Nhận thấy, để góc φ lớn nhất thì $\sin \varphi$ lớn nhất, điều đó đồng nghĩa với y phải lớn nhất.

Xét $y = \frac{b^2 + 2b + 1}{5b^2 + 2b + 29} \Leftrightarrow (5y - 1)b^2 + (2y - 2)b + (29y - 1) = 0$. (*)

— Trường hợp $y = \frac{1}{5} \Rightarrow b = 3$.

— Trường hợp $y \neq \frac{1}{5}$.

Phương trình (*) có nghiệm b khi và chỉ khi

$$\Delta' = (y - 1)^2 - (5y - 1)(29y - 1) \geq 0 \Leftrightarrow -144y^2 + 32y \geq 0 \Rightarrow 0 \leq y \leq \frac{2}{9}.$$

Từ đó suy ra, để tồn tại b suy ra $0 \leq y \leq \frac{2}{9}$.

Vậy $y_{\max} = \frac{2}{9}$ khi đó $b = 7$. Từ đó suy ra $\vec{n}_P = (-4; 16; -4) = -4(1; -4; 1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình

$$1(x - 1) - 4(y + 1) + 1(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x - 4y + z - 7 = 0.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 2508. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 3; 3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng BC có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (2; 1; -1)$. B. $\vec{u} = (1; 1; 0)$. C. $\vec{u} = (1; -1; 0)$. D. $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

Lời giải.

Gọi d_1, d_2 lần lượt là đường trung tuyến kẻ từ B , đường phân giác kẻ từ C .

Lấy $C(2 + 2c; 4 - c; 2 - c) \in d_2$, suy ra tọa độ trung điểm của AC là $M\left(2 + c; \frac{7-c}{2}; \frac{5-c}{2}\right)$.

Suy ra điểm $M \in d_1$, từ đó ta có $\frac{2+c-3}{-1} = \frac{\frac{7-c}{2}-3}{2} = \frac{\frac{5-c}{2}-2}{-1} \Rightarrow c = 1 \Rightarrow C(4; 3; 1)$.

Giả sử mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với d_2 , suy ra (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; -1)$, suy ra phương trình (P) là

$$2(x - 2) - (y - 3) - (z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - z + 2 = 0.$$

Tọa độ giao điểm H giữa (P) và d_2 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 2x - y - z + 2 = 0 \\ \frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y - z = -2 \\ x + 2y = 10 \\ x + 2z = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow H(2; 4; 2).$$

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua đường thẳng d_2 , suy ra H là trung điểm của AA' , suy ra $A'(2; 5; 1)$.

Do d_2 là đường phân giác góc trong tại C , suy ra $A' \in BC$, suy ra $\vec{A'C} = (2; -2; 0) = 2(1; -1; 0)$ là một véc-tơ chỉ phương của BC .

Chọn đáp án **C** □

Câu 2509. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; 3; 1)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm I và cắt Δ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 6.

A. $(S) : (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 8.$

B. $(S) : (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 4.$

C. $(S) : (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 10.$

D. $(S) : (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 37.$

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 3; -1)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -2)$. Ta có $\overrightarrow{IM} = (1; 0; -2)$, $d(I; \Delta) = \frac{||\vec{u}; \overrightarrow{IM}||}{|\vec{u}|} = 1$, từ đây suy ra bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$. Do đó, phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 10$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2510. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-5}{-4}$ và mặt phẳng $(P) : 2x - 3y + z - 1 = 0$. Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P) . Tìm tọa độ một vec-tơ chỉ phương của d' .

A. $(9; -10; 12).$

B. $(-46; 15; 47).$

C. $(9; 10; 12).$

D. $(46; 15; -47).$

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = (2; 3; -4)$, $\vec{n} = (2; -3; 1)$ lần lượt là vec-tơ chỉ phương của d và vec-tơ pháp tuyến của (P) . Mặt phẳng $(d; d')$ có một vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n}' = [\vec{n}; \vec{u}] = (9; 10; 12)$. Đường thẳng d' là giao tuyến của (P) và $(d; d')$ nên có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u}' = [\vec{n}'; \vec{n}] = (46; 15; -47)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2511. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 3; 2)$, $B(-3; 1; 0)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 \\ y = -t \\ z = -1 + t. \end{cases} \quad \text{Gọi } M(x_0; y_0; z_0) \text{ là tâm mặt cầu có bán kính bé nhất trong tất cả các mặt cầu đi}$$

qua A, B và tiếp xúc d . Tính tổng $P = x_0 + y_0 + z_0$.

A. $P = -\frac{3}{2}.$

B. $P = \frac{3}{2}.$

C. $P = \frac{1}{2}.$

D. $P = -\frac{1}{2}.$

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB . Ta có $I = (-1; 2; 1)$, $\overrightarrow{AB} = (-4; -2; -2)$, suy ra phương trình mặt phẳng trung trực (α) của AB là: $2x + y + z - 1 = 0$. Dễ thấy $d \subset (\alpha)$. Do đó mặt cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán có tâm nằm trên đường thẳng Δ đi qua I và vuông góc d .

$$\Delta \text{ có vec-tơ chỉ phương } \vec{u} = [\vec{u}_d; \vec{n}_\alpha] = (-2; 2; 2). \text{ Suy ra phương trình của } \Delta: \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + t. \end{cases} \text{ Ta}$$

thấy d cắt Δ tại $H(1; 0; -1)$. Điểm $M \in \Delta$ nên $M = (-1 - t; 2 + t; 1 + t)$.

$$\text{Ta có } MA = MH \Leftrightarrow (-2 - t)^2 + (-1 + t)^2 + (-1 + t)^2 = (-2 - t)^2 + (2 + t)^2 + (2 + t)^2 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Từ đây suy ra } M = \left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right).$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 2512. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(7; 0; -1)$?

A. $\frac{x-7}{6} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1}.$

B. $\frac{x+7}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}.$

C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}.$

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}.$

Lời giải.

Đường thẳng AB nhận vec-tơ $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = (3; -1; 1)$ làm vec-tơ chỉ phương. Do đó phương trình chính

tắc của đường thẳng AB là $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2513. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-8}{1} = \frac{z+1}{-3}$ và điểm $M(1; -1; 0)$. Điểm N thuộc (P) sao cho MN song song với d . Độ dài MN là

A. 3.

B. $\sqrt{59}$.

C. $\sqrt{11}$.

D. 5.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua M song song với d có phương trình $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-3}$. Khi đó tọa độ của N là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-3} \\ x + y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \\ z = 3. \end{cases}$$

Vậy $MN = \sqrt{11}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2514. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-13}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{4}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 67 = 0$. Qua d dựng các mặt phẳng tiếp xúc với (S) lần lượt tại T_1, T_2 . Tìm tọa độ trung điểm H của T_1T_2 .

A. $H(7; -4; 6)$.

B. $H(9; 6; 4)$.

C. $H(2; 10; -2)$.

D. $H(8; 1; 5)$.

Lời giải.

Mặt cầu đã cho có tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $R = 9$. Gọi A là hình chiếu của I trên đường thẳng d , khi đó các điểm I, T_1, T_2, A đồng phẳng (cùng thuộc mặt phẳng qua I , vuông góc với đường thẳng d). Do $A \in d$ nên $A(13-t; t-1; 4t)$, suy ra $\vec{IA} = (12-t; t-3; 4t-3)$. Vì $IA \perp d$ nên

$$\vec{IA} \cdot \vec{u}_d = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{2}.$$

Suy ra $A\left(\frac{23}{2}; \frac{1}{2}; 6\right)$ và $\vec{IA} = \left(\frac{21}{2}; -\frac{3}{2}; 3\right)$. Ta có

$$\vec{IH} = \frac{IH}{IA} \vec{IA} = \frac{IT_1^2}{IA^2} \vec{IA} = \frac{2}{3} \vec{IA} = (7; -1; 2)$$

Vậy $H(8; 1; 5)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2515. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng song song với 2 đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{2} =$

$\frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+2t \\ z = 1-t \end{cases}$ có 1 véc-tơ pháp tuyến là

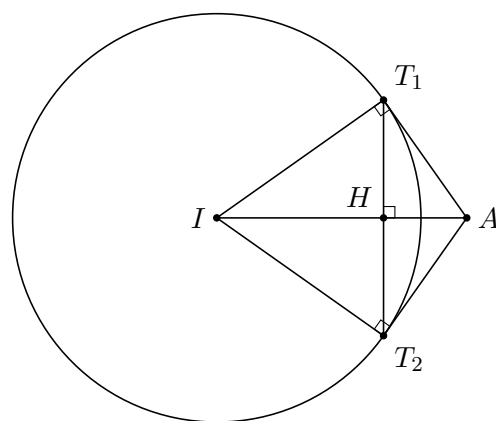
A. $\vec{n} = (-5; 6; -7)$.

B. $\vec{n} = (5; -6; 7)$.

C. $\vec{n} = (-5; 6; 7)$.

D. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$.

Lời giải.



- $\vec{u}_1 = (2; -3; 4)$ và $\vec{u}_2 = (1; 2; -1)$.
- (P) có VTPT là $\vec{n} = \vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 = (-5; 6; 7)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2516. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của Δ là

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Lời giải.

• $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -6t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. Đặt $2t = t'$ ta có $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = -3t' \\ z = -1 + t' \end{cases}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2517. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(-3; 4; 3)$, $C(3; 1; -3)$. Số điểm D sao cho 4 điểm A, B, C, D là 4 đỉnh của một hình bình hành là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (-4; 2; 4)$, $\vec{AC} = (2; -1; -2)$. Suy ra A, B, C thẳng hàng. Do đó không có điểm D nào thỏa mãn A, B, C, D là 4 đỉnh của hình bình hành.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2518. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là $\frac{x}{1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-6}{-3}$. Biết rằng điểm $M(0; 5; 3)$ thuộc đường thẳng AB và điểm $N(1; 1; 0)$ thuộc đường thẳng AC . Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AC ?

- A. $\vec{u}(1; 2; 3)$. B. $\vec{u}(0; -2; 6)$. C. $\vec{u}(0; 1; -3)$. D. $\vec{u}(0; 1; 3)$.

Lời giải.

- Hình chiếu H của M trên đường phân giác trong góc A có tọa độ: $H\left(\frac{1}{2}; 4; \frac{9}{2}\right)$.

- M' là điểm đối xứng của M qua H . Từ đây ta tìm được tọa độ $M'(1; 3; 6)$.

- Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AC chính là véc-tơ $\vec{NM'} = (0; 2; 6)$.

Suy ra, đường thẳng AC có một véc-tơ chỉ phương là $(0; 1; 3)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2519. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + 4y - 4z + 5 = 0$ cắt mặt phẳng (P) tại B . Điểm M nằm trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn đoạn thẳng AB dưới một góc vuông và độ dài MB lớn nhất. Tính độ dài MB .

- A. $MB = \sqrt{5}$. B. $MB = \frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $MB = \frac{\sqrt{41}}{2}$. D. $MB = \sqrt{41}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng đi qua A vuông góc với (Q) có dạng là $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases}$.

Khi đó xét phương trình tương giao giữa d và (P) là: $2(1+3t) + 2(2+4t) + (3+4t) + 9 = 0$
 $\Rightarrow t = -1$. Suy ra tọa độ điểm B là $B(-2; -2; 1)$.

Ta có, hình cầu đường kính AB cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn đường kính BM' với M' là hình chiếu của A lên (P) . Nên để MB lớn nhất thì M trùng M' hay M là hình chiếu của A lên (P) (khi đó BM là đường kính của hình tròn).

Để có phương trình đường thẳng AM là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - t \end{cases}$. Đường thẳng này giao với mặt phẳng (P)

tại $M(-3; -2; -1)$.

Suy ra $MB = \sqrt{(-3+2)^2 + (-2+2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2520. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ và điểm $A(0; -2; 3)$, $B(2; 0; 1)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (P) sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Giá trị của $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

A. $\frac{41}{4}$.

B. $\frac{9}{4}$.

C. $\frac{7}{4}$.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $(0 - 2 \cdot (-2) + 3 - 1)(2 - 2 \cdot 0 + 1 - 1) = 12 > 0$, nên A, B nằm cùng phía với mặt phẳng (P) .

Gọi C là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (P) .

Khi đó ta có $MA + MB = MC + MB \geq BC$. Dẫn tới $MA + MB$ nhỏ nhất khi và chỉ khi M trùng với I là giao điểm của BC với mặt phẳng (P) .

Phương trình đường thẳng AC là $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Tọa độ giao điểm H của AC với mặt phẳng (P) là nghiệm của

$$\text{hệ } \begin{cases} x - 2y + z - 1 = 0 \\ \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \\ z = 2 \end{cases}, \text{ hay } H(-1; 0; 2).$$

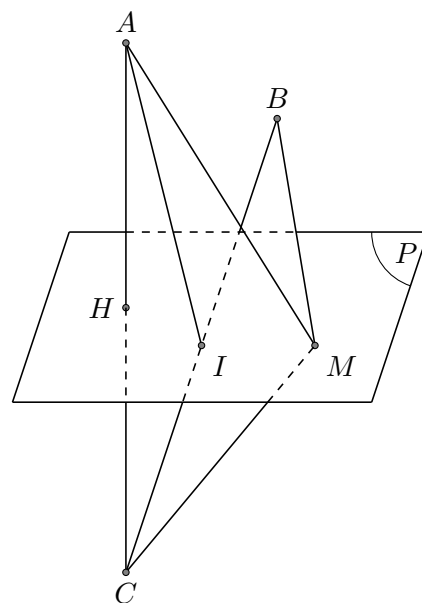
H là trung điểm AC nên tọa độ C là $C(-2; 2; 1)$.

Đường thẳng BC đi qua $B(2; 0; 1)$ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{BC} = (-4; 2; 0)$ là $\begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 2t \\ z = 1 \end{cases}$.

Tọa độ I là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 2t \\ z = 1 \\ x - 2y + z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{4} \\ x = 1 \\ y = \frac{1}{2} \\ z = 1 \end{cases}, \text{ hay } I\left(1; \frac{1}{2}; 1\right).$

Vậy ta có $a = 1; b = \frac{1}{2}; c = 1$, dẫn tới $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{9}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □



Câu 2521. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oyz) là một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u} = (0; 1; 3)$. B. $\vec{u} = (0; 1; -3)$. C. $\vec{u} = (2; 1; -3)$. D. $\vec{u} = (2; 0; 0)$.

Lời giải.

Chọn $A(-3; 1; 1), B(-1; 2; -2)$ thuộc d , ta có các điểm $A'(0; 1; 1), B'(0; 2; -2)$ là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng (Oxy) , khi đó $\vec{u} = \overrightarrow{A'B'} = (0; 1; -3)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2522. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(3; -1; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có phương trình là

- A. $x + y - z = 0$. B. $x + y - z - 2 = 0$.
C. $x + y - z + 1 = 0$. D. $-x + 2y + z + 5 = 0$.

Lời giải.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A trên d , dễ thấy $d(A, (\alpha)) \leq AK$, dấu " $=$ " xảy ra khi $\overrightarrow{AK}$ là véc-tơ pháp tuyến của (α) .

Ta có $K(2-t; 2t-1; t+1), \overrightarrow{AK} = (-t-1; 2t; t+1), \overrightarrow{AK} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{AK} = \left(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là $(x-2) + (y+1) - (z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - z = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2523. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(0; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}, d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng d đi qua M và cắt cả d_1 và d_2 là

- A. $\frac{x}{-\frac{2}{9}} = \frac{y+1}{\frac{2}{9}} = \frac{z-2}{\frac{8}{9}}$. B. $\frac{x}{\frac{3}{9}} = \frac{y+1}{-\frac{3}{9}} = \frac{z-2}{\frac{4}{9}}$.
C. $\frac{x}{\frac{9}{9}} = \frac{y+1}{-\frac{9}{9}} = \frac{z-2}{\frac{16}{9}}$. D. $\frac{x}{-\frac{9}{9}} = \frac{y+1}{\frac{9}{9}} = \frac{z-2}{\frac{16}{9}}$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa M và $d_1, N(1; -2; 3) \in d_1$. Ta có $\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_{d_1} \wedge \overrightarrow{MN} = (1; 1; 0) \Rightarrow (P): x + y + 1 = 0$. Gọi K là giao điểm của (P) và $d_2, K(2t-1; -t+4; 3t-2) \in d_2, K \in (P) \Rightarrow 2t-1-t+4+1=0 \Leftrightarrow t=-4$, ta nhận được $K(-9; 8; -14)$. Đường thẳng d là đường thẳng đi qua hai điểm M, K có phương trình $\frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2524. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), (a, b \neq 0)$. Tập hợp tất cả các điểm cách đều ba điểm O, A, B là một đường thẳng có phương trình là

- A. $\begin{cases} x=0 \\ y=0. \\ z=t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=\frac{a}{2} \\ y=\frac{b}{2} \\ z=t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=a \\ y=b. \\ z=t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=at \\ y=bt. \\ z=t \end{cases}$

Lời giải.

Tập hợp tất cả các điểm cách đều ba điểm O, A, B là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) . Dễ thấy tam giác OAB vuông tại O nên

$I\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}; 0\right)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp. Phương trình đường thẳng cần tìm là

$$\begin{cases} x = \frac{a}{2} \\ y = \frac{b}{2} \\ z = t \end{cases}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2525. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả giá trị tham số m để đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$ song song với mặt phẳng $(P): 2x + y - m^2z + m = 0$.

- A. $m \in \{-2; 2\}$. B. $m \in \emptyset$. C. $m = -2$. D. $m = 2$.

Lời giải.

d qua điểm $M(1; 0; 1)$ và có VTCP là $\vec{u} = (1; 2; 1)$, (P) có VTPT là $\vec{n} = (2; 1; -m^2)$.

Vì $d \parallel (P)$ nên $\vec{u} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

- Với $m = 2$, $(P): 2x + y - 4z + 2 = 0 \Rightarrow M \in (P)$ (loại).
— Với $m = -2$, $(P): 2x + y - 4z - 2 = 0 \Rightarrow M \notin (P)$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2526. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. Viết phương trình tất cả các mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) đồng thời song song với d_1, d_2 .

- A. $x - y + 2 = 0$. B. $x - y + 2 = 0$ hoặc $x - y + 6 = 0$.
C. $x - y - 6 = 0$. D. $x - y + 6 = 0$.

Lời giải.

Ta có (S) có tâm $I(1; -1; 0)$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

d_1 qua $M(-1; 1; 1)$ và có VTCP $\vec{u}_1 = (1; 1; 2)$. d_2 qua $N(-1; 0; 0)$ và có VTCP $\vec{u}_2 = (1; 1; 1)$.

Mặt phẳng (P) song song với d_1, d_2 nên có VTPT $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1; -1; 0)$, do đó (P) có phương trình $x - y + d = 0$.

Lại có (P) tiếp xúc (S) nên $d(I, (P)) = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ d = -6 \end{cases}$.

- Với $d = 2$, $(P): x - y + 2 = 0 \Rightarrow M \in (P)$ (loại).
— Với $d = -6$, $(P): x - y - 6 = 0 \Rightarrow M, N \notin (P)$ (thỏa mãn).

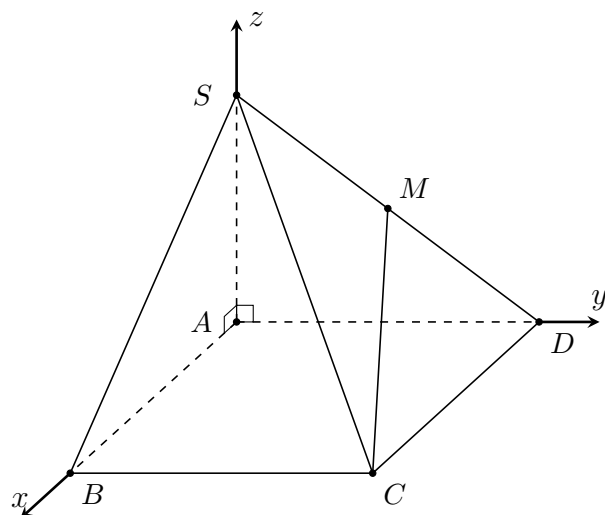
Chọn đáp án **C**

□

Câu 2527. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm SD . Tính $d(SB, CM)$.

- A. $d(SB, CM) = \frac{a\sqrt{6}}{12}$. B. $d(SB, CM) = a\sqrt{2}$.
C. $d(SB, CM) = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. D. $d(SB, CM) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.



Gắn hình chóp vào hệ trục $Oxyz$ sao cho $A \equiv O(0; 0; 0)$, $B(2a; 0; 0)$, $D(0; 2a; 0)$, $S(0; 0; a)$.

Khi đó $C(2a; 2a; 0)$, $M\left(0; a; \frac{a}{2}\right)$, $\overrightarrow{CM} = \left(-2a; -a; \frac{a}{2}\right)$, $\overrightarrow{SB} = (2a; 0; -a)$, $\overrightarrow{BC} = (0; 2a; 0)$.

Ta tính được $[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{CM}] = (-a^2; a^2; -2a^2)$, $[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{CM}] \cdot \overrightarrow{BC} = 2a^3$, $|\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{CM}| = a^2\sqrt{6}$. Vậy khoảng cách giữa SB và CM là

$$d(SB, CM) = \frac{|[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{CM}] \cdot \overrightarrow{BC}|}{|[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{CM}]|} = \frac{2a^3}{a^2\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2528. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ và điểm $A(1; 1; 1)$. Hai điểm B, C di động trên đường thẳng d sao cho mặt phẳng (OAB) vuông góc với mặt phẳng (OAC) . Gọi B' là hình chiếu vuông góc của B lên đường thẳng AC . Biết rằng quỹ tích các điểm B' là đường tròn cố định, tính bán kính r đường tròn này.

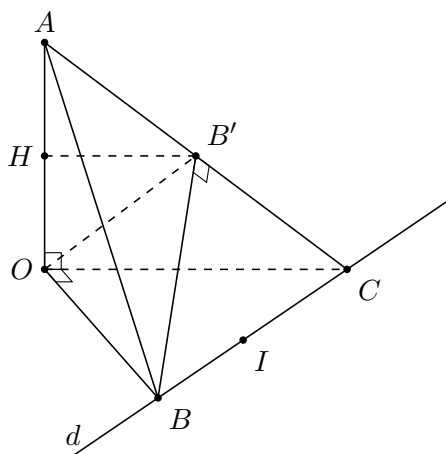
A. $r = \frac{\sqrt{70}}{10}$.

B. $r = \frac{3\sqrt{5}}{10}$.

C. $r = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

D. $r = \frac{\sqrt{60}}{10}$.

Lời giải.



Ta có $\overrightarrow{OA} = (1; 1; 1)$, VTCP của d là $\vec{u} = (2; -1; -1)$. Vì $\overrightarrow{OA} \cdot \vec{u} = 0$ nên $OA \perp d$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa OA và $(P) \perp d$, $I = (P) \cap d \Rightarrow I(0; 1; -1)$.

Lại thấy $\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{OA} = 0$ nên $OA \perp OI$, suy ra $OA \perp (OBC)$.

Mà $(OAB) \perp (OAC)$ nên $OB \perp OC$, suy ra $OB \perp (OAC)$.

Khi đó ta được $AC \perp (OBB') \Rightarrow AC \perp OB'$.

Gọi $H\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ là trung điểm OA thì B' thuộc mặt cầu (S) cố định tâm H bán kính $\frac{OA}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Mà B' thuộc mặt phẳng $(ABC): 2x + 5y - z - 6 = 0$ cố định nên đường tròn cố định quỹ tích của B' là giao tuyến của (S) và (ABC) có bán kính là

$$r = \sqrt{\left(\frac{OA}{2}\right)^2 - d^2[H, (ABC)]} = \sqrt{\frac{3}{4} - \frac{9}{30}} = \frac{3\sqrt{5}}{10}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2529. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oyz) là một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u} = (0; 1; 3)$. B. $\vec{u} = (0; 1; -3)$. C. $\vec{u} = (2; 1; -3)$. D. $\vec{u} = (2; 0; 0)$.

Lời giải.

Chọn $A(-3; 1; 1), B(-1; 2; -2)$ thuộc d , ta có các điểm $A'(0; 1; 1), B'(0; 2; -2)$ là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng (Oyz) , khi đó $\vec{u} = \overrightarrow{A'B'} = (0; 1; -3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2530. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. d song song với (P) . B. d nằm trong (P) .
C. d cắt và không vuông góc với (P) . D. d vuông góc với (P) .

Lời giải.

Ta có d có 1 véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1; -1; -3)$ và (P) có 1 véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (3; -3; 2)$. Nhận thấy $\vec{u}_d \cdot \vec{n}_P = 1 \cdot 3 + (-1) \cdot (-3) + (-3) \cdot 2 = 0 \Rightarrow d \parallel (P)$ hoặc $d \subset (P)$.

Lấy $A(-1; 0; 1) \in d$. Thay vào phương trình của (P) ta được $3 \cdot (-1) - 3 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 1 = 0 \Rightarrow A \in (P)$. Suy ra d nằm trong (P) .

Cách khác.

Viết lại đường thẳng d ở dạng tham số $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$.

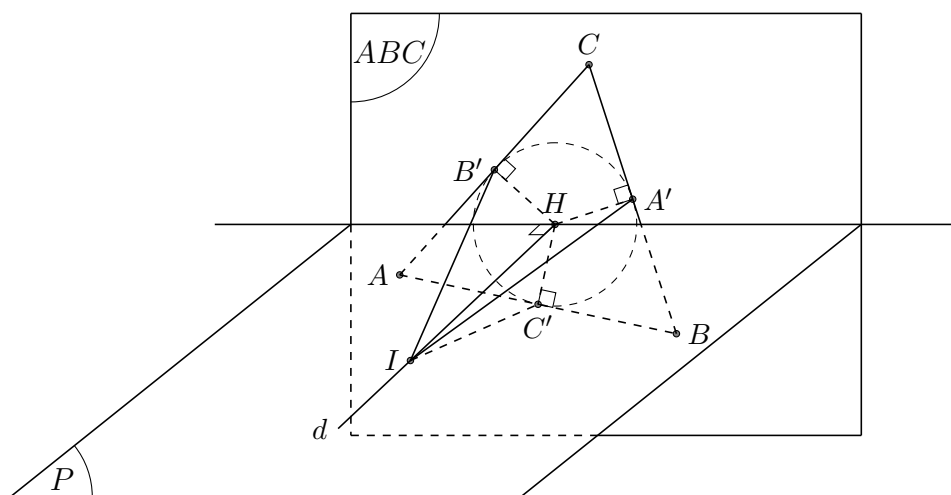
Xét phương trình $3 \cdot (-1 + t) - 3 \cdot (-t) + 2 \cdot (1 - 3t) + 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$. Kết luận phương trình có vô số nghiệm $\Rightarrow d \subset (P)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2531. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(6; 0; 0), B(0; 6; 0), C(0; 0; 6)$. Hai mặt cầu có phương trình $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2z + 1 = 0$ cắt nhau theo đường tròn (C) . Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA ?

- A. 4. B. Vô số. C. 1. D. 3.

Lời giải.



Phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\frac{x}{6} + \frac{y}{6} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 6 = 0$.

Xét phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2z + 1 \Leftrightarrow 6x - 4y - 2z = 0$.

Khi đó $(P): 3x - 2y - z = 0$ là mặt phẳng chứa đường tròn (C) là giao tuyến của (S_1) và (S_2) .

Gọi I là tâm của mặt cầu (S) ; gọi C', A', B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của I trên AB, BC, CA và H là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (ABC) .

Vì (S) tiếp xúc với AB, BC, CA nên $IA' = IB' = IC'$. Suy ra $\triangle IHA' = \triangle IHB' = \triangle IHC' \Rightarrow HA' = HB' = HC' \Rightarrow H$ là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Nhận thấy $\triangle ABC$ đều nên H cũng là trọng tâm của $\triangle ABC \Rightarrow H(2; 2; 2)$.

Mặt khác, ta lại thấy $(P) \perp (ABC)$ (do $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(ABC)} = 0$) và $H(2; 2; 2) \in (P)$.

Suy ra mọi điểm I nằm trên đường thẳng d mà đi qua H và vuông góc với mặt phẳng (ABC) đều cách đều AB, BC, CA . Vậy có vô số mặt cầu (S) thỏa mãn bài toán.

Nhận xét:

1. Nếu $(P) \perp (ABC)$ và $H \notin (P)$ thì không tồn tại tâm I .
2. Nếu (P) cắt và không vuông góc (ABC) hoặc $(P) \parallel (ABC)$ thì có duy nhất một tâm I .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2532. Đường thẳng đi qua $A(2; -1; 3)$ và nhận $\vec{a} = (1; 1; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 - t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng đi qua $A(2; -1; 3)$ và nhận $\vec{a} = (1; 1; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2533. Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu của $A(2; -1; 1)$ lên đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + 2t \\ z = -2t \end{cases}$. Đẳng

thức nào dưới đây đúng?

A. $a + 2b + 3c = 10$. B. $a + 2b + 3c = 5$. C. $a + 2b + 3c = 8$. D. $a + 2b + 3c = 12$.

Lời giải.

Vì $H \in (d) \Rightarrow H(1; 4 + 2t; -2t)$, $\overrightarrow{AH} = (-1; 5 + 2t; -1 - 2t)$.

(d) có vtcp $\vec{u} = (0; 2; -2)$.

$$\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (-1)0 + (5 + 2t)2 + (-1 - 2t)(-2) = 0 \Leftrightarrow 8t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-3}{2}.$$

Suy ra $H(1; 1; 3)$.

Vậy $a + 2b + 3c = 12$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2534. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng song song $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 4 - 2t \end{cases}$ và

$d': \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình đường thẳng nằm trong mặt phẳng (d, d') , đồng thời cách đều hai đường thẳng d và d' .

A. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{-2}$.

B. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+2}{2}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{2}$.

D. $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-2}$.

Lời giải.

Lấy $M(2; 1; 4) \in d$, $N(4; -1; 0) \in d'$. Đường thẳng cần tìm đi qua trung điểm của MN , là điểm $I(3; 0; 2)$, và song song với d và d' . Phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2535. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt nhau $\Delta_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{3}$ và $\Delta_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-3}$. Trong mặt phẳng (Δ_1, Δ_2) , hãy viết phương trình đường phân giác d của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 .

A. $d: \begin{cases} x = -1, \\ y = 2, \\ z = -1 + t. \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = -1 + t, \\ y = 2, \\ z = -1 + 2t. \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = -1 + t, \\ y = 2 - 2t, \\ z = -1 - t. \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = -1 + t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -1. \end{cases}$

Lời giải.

Hai đường thẳng đã cho cùng đi qua điểm $I(-1; 2; -1)$ và có các véc-tơ chỉ phương tương ứng là $\vec{u}_1(1; 2; 3)$ và $\vec{u}_2(1; 2; -3)$.

Ta có $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = -4 < 0$, suy ra góc giữa hai véc-tơ $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ là góc tù. Lại có $|\vec{u}_1| = |\vec{u}_2|$. Kết hợp hai điều này, ta suy ra d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \vec{u}_1 - \vec{u}_2 = (0; 0; 6) = 6(0; 0; 1)$.

Tóm lại, đường thẳng cần tìm đi qua điểm $I(-1; 2; -1)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}(0; 0; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2536. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây **không**

thuộc đường thẳng d ?

A. $M(-4; -2; -4)$.

B. $N(1; 0; -3)$.

C. $P(6; 2; 2)$.

D. $Q(51; 20; 7)$.

Lời giải.

Thế tọa độ $P(6; 2; 2)$ vào phương trình đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$$
 ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} 6 = 1 + 5t \\ 2 = 2t \\ 2 = -3 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 \\ t = -5 \end{cases} \quad (\text{vô nghiệm}).$$

Vậy $P(6; 2; 2)$ không thuộc d .

Chọn đáp án **C** □

Câu 2537. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng qua điểm $E(1; 2; -3)$ và $F(3; -1; 1)$.

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

B. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-3}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{4}$.

Lời giải.

Đường thẳng qua điểm $E(1; 2; -3)$ và $F(3; -1; 1)$ có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{u} = \overrightarrow{EF} = (2; -3; 4).$$

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng EF qua $F(3; -1; 1)$ là

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{4}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 2538. Trong không gian $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 0; 1)$ trên đường thẳng d : $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ điểm H .

A. $H(2; 2; 3)$.

B. $H(0; -2; 1)$.

C. $H(1; 0; 2)$.

D. $H(-1; -4; 0)$.

Lời giải.

Gọi $H(1+t; 2t; 2+t)$ thuộc đường thẳng d , véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d = (1; 2; 1)$.

Vì H là hình chiếu của điểm M lên d nên ta có

$$\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0. \quad (1)$$

Mà $\overrightarrow{MH} = (t-1; 2t; t+1)$ nên từ (1) ta có phương trình

$$1(t-1) + 2 \cdot 2t + 1(t+1) = 0 \Leftrightarrow 6t = 0 \Leftrightarrow t = 0.$$

Với $t = 0$ ta được điểm $H(1; 0; 2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2539. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng d : $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$.

Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M và song song với đường thẳng d .

A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$.

B. $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

D. $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -1)$.

Đường thẳng qua $M(2; 1; 0)$ và song song với đường thẳng d cũng nhận $\vec{u} = (2; 1; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương của nó.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1} \Leftrightarrow \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2540. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **đúng**?

A. d cắt và không vuông góc với (P) .

B. d vuông góc với (P) .

C. d song song với (P) .

D. d chứa trong (P) .

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -3; -1)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -3; 2)$. Rõ ràng, $\vec{u}$ không cùng phương với $\vec{n}$. (1)

Ta có

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 1 \cdot 3 + (-3) \cdot (-3) + (-1) \cdot 2 = 10 \neq 0. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra d cắt và không vuông góc với (P) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2541. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = -t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ và mặt phẳng

$(P): x - 2y - 2z + 5 = 0$. Tìm tọa độ điểm H thuộc đường thẳng d , biết rằng khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (P) bằng 3.

A. $H(0; 0; -1)$.

B. $H(-2; 1; -2)$.

C. $H(2; -1; 0)$.

D. $H(4; -2; 1)$.

Lời giải.

Gọi $H(2t; -t; -1 + t)$ thuộc đường thẳng d .

Ta có

$$\begin{aligned} d(H, (P)) &= 3 \\ \Leftrightarrow \frac{|2t - 2 \cdot (-t) - 2 \cdot (-1 + t) + 5|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} &= 3 \\ \Leftrightarrow \frac{|2t + 7|}{3} &= 3 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2t + 7 = 9 \\ 2t + 7 = -9 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -8. \end{cases} \end{aligned}$$

Với $t = 1$ ta được $H(2; -1; 0)$ và với $t = -8$ ta được $H(-16; 8; -9)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2542. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$, $d_3: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-4}{-4}$ và $d_4: \frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$. Có bao nhiêu đường thẳng cắt cả bốn đường thẳng đã cho?

A. Không có.

B. 1.

C. 2.

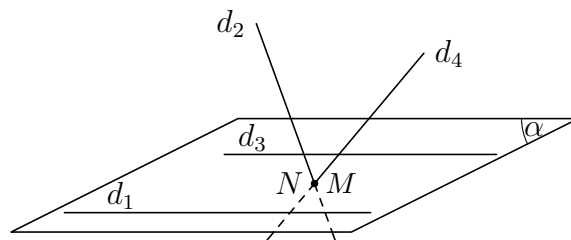
D. Vô số.

Lời giải.

Ta có d_1 đi qua $A(1; 2; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 2; -2)$.

Ta có d_3 đi qua $B(0; -2; 4)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_3 = (1; -4; 4)$.

Suy ra hai đường thẳng d_1 và d_3 song song nhau và $\vec{AB} = (-1; -4; 4)$.



Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_1 và d_3 , có véc-tơ pháp tuyến

$$\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{u}_1] = (0; -2; -2), \text{ chọn } \vec{n} = (0; 1; 1).$$

Suy ra

$$(\alpha): y + z - 2 = 0.$$

Gọi M là giao điểm của d_2 và $(\alpha) \Rightarrow M(4; 2; 0)$.

Gọi N là giao điểm của d_4 và $(\alpha) \Rightarrow N(4; 2; 0)$.

Do điểm M và N trùng nhau nên d_2 và d_4 cùng cắt nhau tại một điểm.

Suy ra có vô số đường thẳng cắt cả bốn đường thẳng đã cho, các đường thẳng này đi qua điểm M .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2543. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2; -1; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): y + 3 = 0$.

A. $\Delta: \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}$ B. $\Delta: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = -3 \end{cases}$ C. $\Delta: \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$ D. $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}$

Lời giải.

Do $\Delta \perp (P) \Rightarrow \vec{u}_\Delta \parallel \vec{n}_{(P)}$ nên chọn $\vec{u}_\Delta = (0; 1; 0)$.

Phương trình đường thẳng Δ là $\Delta: \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2544. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 4 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 3 - t' \\ y = t' \\ z = 0 \end{cases}$.

Viết phương trình mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2 .

A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$.

B. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 16$.

C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$.

D. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$.

Lời giải.

Gọi AB là đoạn vuông góc chung của d_1, d_2 với $A \in d_1; B \in d_2$.

Gọi $\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 và d_2 . (S) là mặt cầu tiếp xúc với d_1, d_2 có bán kính nhỏ nhất khi (S) là mặt cầu đường kính AB .

Ta có $A \in d_1 \Leftrightarrow A(2t; t; 4), B \in d_2 \Leftrightarrow B(3 - t'; t'; 0)$ suy ra $\overrightarrow{AB} = (3 - t' - 2t; t' - t; -4)$.

AB là đoạn vuông góc chung

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp d_1 \\ \overrightarrow{AB} \perp d_2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -t' - 5t = -6 \\ 2t' + t = 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 1 \end{cases}. \end{aligned}$$

Suy ra $A(2; 1; 4), B(2; 1; 0)$. Gọi I là trung điểm AB thì $I(2; 1; 2); IA = 2$.

Vậy mặt cầu (S) tâm I , bán kính IA có phương trình là $(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2545. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{3}$.

Véc-tơ nào là một véc-tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u} = (1; -1; 2)$. B. $\vec{u} = (-1; 1; -2)$. C. $\vec{u} = (5; -2; 3)$. D. $\vec{u} = (5; 2; -3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (5; -2; 3)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2546. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; 1)$. Tính khoảng cách từ A đến trục Oy .

- A. 2. B. $\sqrt{10}$. C. 3. D. 10.

Lời giải.

Hình chiếu của A lên Oy là $H(0; 2; 0)$. Vậy khoảng cách từ A đến trục Oy bằng

$$AH = \sqrt{(0-3)^2 + (2-2)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{10}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 2547. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3t \end{cases}$ Phương trình

nào sau đây là phương trình chính tắc của d ?

- A. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{3}$. B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-3}$.
C. $x-2 = y-1 = z$. D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 1; 0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2; 3; 3)$ nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2548. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ và điểm $A(1; -2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) .

A. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 4t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ C. $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ D. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) nên d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1; 1)$ nên

có phương trình là $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t. \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2549. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng d .

A. $H(3; 1; -5)$. B. $H(-3; 0; 5)$. C. $H(3; 0; -5)$. D. $H(2; 1; -1)$.

Lời giải.

Phương trình (α) qua A và vuông góc với d là $3(x-1) - 1(y-2) + 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow 3x - y + z - 4 = 0$.

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t. \end{cases}$

Do $H \in d$ nên $H(2 + 3t; 1 - t; -1 + t)$.

Mặt khác $H \in (\alpha)$ nên $3(2 + 3t) - (1 - t) + (-1 + t) - 4 = 0 \Leftrightarrow 11t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow H(2; 1; -1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2550. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{-2}$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u} = (1; 3; -2)$. B. $\vec{u} = (-1; 3; 2)$. C. $\vec{u} = (2; -1; 3)$. D. $\vec{u} = (-2; 1; -3)$.

Lời giải.

d có một véc-tơ chỉ phương là d là $\vec{u} = (-1; 3; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2551. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -2; 1)$ và $B(0; 1; 3)$. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, B là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.
C. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (-1; 3; 2)$.

Đường thẳng AB có phương trình chính tắc là $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2552. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+4}{1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1; -3; 6)$ và song song với d ?

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-6}{-4}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+4}{6}$.

$$\text{C. } \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+6}{1}.$$

$$\text{D. } \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-6}{1}.$$

Lời giải.

Vì đường thẳng cần tìm song song với d nên có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; 1)$.

Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(1; -3; 6)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 1)$ là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-6}{1}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2553. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -5)$, bán kính $r = 4$ và điểm $M(1; 3; -1)$. Các đường thẳng qua M tiếp xúc với (S) tại các tiếp điểm thuộc đường tròn có bán kính R bằng bao nhiêu?

$$\text{A. } R = \frac{12}{5}.$$

$$\text{B. } R = \frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{C. } R = 3.$$

$$\text{D. } R = \frac{5}{2}.$$

Lời giải.

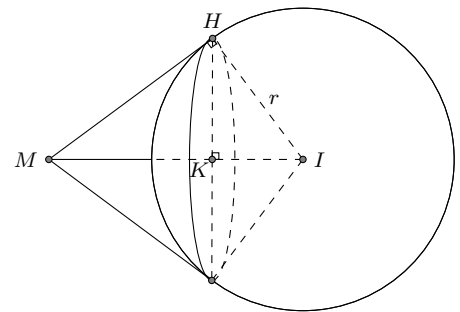
Gọi H là tiếp điểm của đường thẳng qua M và tiếp xúc (S) và

K là tâm của đường tròn.

Ta có $IM = 5, r = IH = 4 \Rightarrow MH = 3$.

Ta giác MHI vuông tại H có HK là đường cao nên

$$R = HK = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5}.$$



Chọn đáp án **A** □

Câu 2554. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 7x + 3ky + mz + 2 = 0$ và $(Q): kx - my + z + 5 = 0$. Khi giao tuyến của (P) và (Q) vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - y - 2z - 5 = 0$ hãy tính $T = m^2 + k^2$.

$$\text{A. } T = 10.$$

$$\text{B. } T = 2.$$

$$\text{C. } T = 8.$$

$$\text{D. } T = 18.$$

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (7; 3k; m)$, mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (k; -m; 1)$, mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha = (1; -1; -2)$.

Mặt phẳng (P) , (Q) có giao tuyến khi và chỉ khi $\vec{n}_P \neq k\vec{n}_Q$. (1)

Do giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với (α) nên $(P) \perp (\alpha)$ và $(Q) \perp (\alpha)$.

$$\text{Do vậy } \begin{cases} \vec{n}_P \cdot \vec{n}_\alpha = 0 \\ \vec{n}_Q \cdot \vec{n}_\alpha = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - 3k - 2m = 0 \\ k + m - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 3 \\ m = -1 \end{cases} \text{ thỏa điều kiện (1).}$$

$$\text{Vậy } T = m^2 + k^2 = 10.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2555. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{3}$. Viết phương trình mặt cầu có tâm $I(5; 1; -1)$ và tiếp xúc với d .

$$\text{A. } (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 56.$$

$$\text{B. } (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 54.$$

$$\text{C. } (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{56}.$$

$$\text{D. } (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 110.$$

Lời giải.

Đường thẳng d qua $M(1; -3; 5)$ và nhận $\vec{u} = (2; -1; 3)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Ta có $[\vec{IM}, \vec{u}] = (6; -24; -12) \Rightarrow |[\vec{IM}, \vec{u}]| = 6\sqrt{21}$ và $|\vec{u}| = \sqrt{14}$.

Do mặt cầu tiếp xúc với d nên $R = d(I, d) = \frac{|\overrightarrow{IM}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = 3\sqrt{6}$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 54$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2556. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d) : \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-4}{4}$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = -4 + 4t \end{cases}; t \in \mathbb{R}.$

B. $\begin{cases} x = 2 - 3m \\ y = -1 + 2m \\ z = 4 - 4m \end{cases}; m \in \mathbb{R}.$

C. $\begin{cases} x = -2 + 3 \tan t \\ y = 1 - 2 \tan t \\ z = -4 + 4 \tan t \end{cases}; t \in \mathbb{R}.$

D. $\begin{cases} x = 2 - 3 \cos t \\ y = -1 + 2 \cos t \\ z = -4 - 4 \cos t \end{cases}; t \in \mathbb{R}.$

Lời giải.

Gọi $\vec{u}$ véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d , ta chọn $\vec{u}(-3; 2; -4)$. Giả sử $M_0 \in d$, chọn $M_0(2, -1; 4)$

suy ra phương trình tham số d là $\begin{cases} x = 2 - 3m \\ y = -1 + 2m \\ z = 4 - 4m \end{cases}; m \in \mathbb{R}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2557. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1) : \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$ và $(d_2) : \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$.

A. (d_1) và (d_2) cắt nhau.

B. (d_1) và (d_2) vuông góc nhau.

C. (d_1) và (d_2) trùng nhau.

D. (d_1) và (d_2) chéo nhau.

Lời giải.

Gọi $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của d_1 và d_2 ta chọn $\vec{u}_1(1; 2; -1), \vec{u}_2(-1; 2; 3)$. Giả sử $M_1 \in d_1$ và $M_2 \in d_2$, ta chọn $M_1(7; 3; 9)$ và $M_2(-1; 2; 3)$ suy ra $\overrightarrow{M_1M_2}(-8; -1; -6)$. Khi đó

$$[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (2 \cdot 3 - 2 \cdot (-1); (-1) \cdot (-1) - 3 \cdot 1; 1 \cdot 2 - (-1) \cdot 2) = (8; -2; 4).$$

$$\text{và } [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = 8 \cdot (-8) + (-2) \cdot (-1) + 4 \cdot (-6) = -86 \neq 0.$$

Do đó d_1, d_2 chéo nhau.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2558. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; -1), B(0; -1; 3), C(1; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) qua B và vuông góc với AC có phương trình là

A. $x + y + 2z + 5 = 0$. B. $x - y - 2z + 5 = 0$. C. $x - y + 2z + 5 = 0$. D. $x + y - 2z + 5 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AC}(-1; 1; 2)$ do giả thiết suy ra $\overrightarrow{AC}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . Khi đó phương trình của (P) là

$$(-1)(x-0) + (y+1) + 2(z-3) \Leftrightarrow x - y - 2z + 5 = 0$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2559. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(3; -2; 1), B(-4; 0; 3), C(1; 4; -3), D(2; 3; 5)$. Phương trình của mặt phẳng chứa AC và song song với BD là

A. $12x - 10y - 21z - 35 = 0$.

B. $12x + 10y - 21z + 35 = 0$.

C. $12x + 10y + 21z + 35 = 0$.

D. $12x - 10y + 21z - 35 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AC}(-2; 6; -4)$ và $\overrightarrow{BD}(6; 3; 2)$ khi đó $[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}] = (24; -20; -42)$. Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng chứa AC và song song với BD suy ra $[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}]$ và $\vec{n}$ cùng phương. Khi đó ta chọn $\vec{n}(12; -10; -21)$. Do đó phương trình mặt phẳng là

$$12(x - 3) - 10(y + 2) - 21(z - 1) \Leftrightarrow 12x - 10y - 21z - 35 = 0$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2560. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1}$ và $d': \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 2 \end{cases}$.

Đường thẳng đi qua $A(0; 1; 1)$ cắt d' và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

B. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{4}$.

C. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

Lời giải.

Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d , ta chọn $\vec{u}(-2; 2; 1)$. Giả sử $d \cap d' = \{B\}$, khi đó tồn tại $t_0 \in \mathbb{R}$ sao cho $B(t_0; -t_0; 2)$ suy ra $\overrightarrow{AB}(t_0; -t_0 - 1; 1)$. Do giả thiết ta có

$$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (-2)t_0 + 2(-t_0 - 1) + 1 = 0 \Leftrightarrow -4t_0 - 1 = 0 \Leftrightarrow t_0 = -\frac{1}{4}.$$

Khi đó $\overrightarrow{AB}\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}; 1\right)$, gọi $\vec{v}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ thỏa mãn bài toán, ta chọn $\vec{v}(-1; -3; 4)$. Khi đó phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2561. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) tiếp xúc với hai mặt phẳng song song $(P): x - 2y + 2z + 6 = 0$, $(Q): x - 2y + 2z - 10 = 0$ và có tâm I trên trục tung là

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - \frac{55}{9} = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - \frac{55}{9} = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 60 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 55 = 0$.

Lời giải.

Giả sử tọa độ $I(0; b; 0)$ do giả thiết

$$\begin{aligned} d(I; (P)) = d(I; (Q)) &\Leftrightarrow \frac{|-2b + 6|}{3} = \frac{|-2b - 10|}{3} \\ &\Leftrightarrow |-2b + 6| = |-2b - 10| \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -2b + 6 = -2b - 10 \\ -2b + 6 = 2b + 10 \end{cases} \Rightarrow b = -1. \end{aligned}$$

Khi đó tọa độ $I(0; -1; 0)$ và $d(I; (P)) = \frac{8}{3}$ nên phương trình mặt cầu (S) là

$$x^2 + (y + 1)^2 + z^2 = \frac{64}{9} \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2y - \frac{55}{9} = 0$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2562. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $H(3; 1; 0)$ cắt Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Khoảng cách từ điểm $M(1; 1; 0)$ đến mặt phẳng (P) là

- A. $\frac{2}{\sqrt{10}}$. B. $\frac{6}{\sqrt{10}}$. C. $\frac{3}{\sqrt{10}}$. D. $\frac{5}{\sqrt{10}}$.

Lời giải.

Do giả thiết suy ra $OH \perp (P)$ nên $\overrightarrow{OH}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . Mà $\overrightarrow{OH}(3; 1; 0)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là

$$3(x - 3) + (y - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 10 = 0$$

$$\text{Khi đó } d(M; (P)) = \frac{|3 + 1 - 10|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{6}{\sqrt{10}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2563. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 6z - 5 = 0$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 3 = 0$. Gọi M là tiếp điểm của (S) và mặt phẳng (Q) di động vuông góc với mặt phẳng (P) . Tập hợp các điểm M là

- A. Đường tròn: $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 6z - 5 = 0; x - 2y + 2z + 9 = 0$.
 B. Mặt phẳng: $x - 2y + 2z - 9 = 0$.
 C. Đường tròn: $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 6z - 5 = 0; x - 2y + 2z - 9 = 0$.
 D. Mặt phẳng: $x - 2y + 2z + 9 = 0$.

Lời giải.

Ta có phương trình mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 16$. Gọi I , R là tâm và bán kính mặt cầu suy ra $I(-1; 1; -3)$ và $R = 4$. Khi đó $d(I; (P)) = \frac{|-1 - 2 - 6 + 3|}{3} = 2$ suy ra mặt phẳng (P) luôn cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Do giả thiết suy ra $IM \perp (Q)$ suy ra M thuộc mặt phẳng (α) chứa IM .

Do đó $(\alpha) \parallel (P)$ nên phương trình $(\alpha): x - 2y + 2z + m = 0$ ($m \neq 3$). Vì $I \in (\alpha)$ nên $-1 - 2 - 6 + m = 0 \Leftrightarrow m = 9$ suy ra phương trình $(\alpha): x - 2y + 2z + 9 = 0$. Do đó M thuộc đường tròn là giao của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2564. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-5}{4}$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d vuông góc với (P) .
 C. d song song với (P) . D. d nằm trong (P) .

Lời giải.

d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -3; 4)$, (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -3; 2)$.

Do $\vec{u}$ không cùng phương $\vec{n}$ nên d cắt (P) . Mặt khác $\vec{u} \cdot \vec{n} = 19 \neq 0$ nên d không vuông góc (P) .

Vậy d cắt và không vuông góc với (P) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2565. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -3 + 5t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u} = (2; 0; -3)$. B. $\vec{u} = (2; -3; 5)$. C. $\vec{u} = (2; 3; -5)$. D. $\vec{u} = (2; 0; 5)$.

Lời giải.

Ta có $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -3 + 5t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ suy ra véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (2; -3; 5)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2566. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(1; 4; 7)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 3 = 0$ là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 + 4t \\ z = 7 - 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -4 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 4 + 3t \\ z = 7 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 4t \\ z = -2 + 7t \end{cases}$.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -2)$.

Do đường thẳng d song song mặt phẳng (P) nên d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; -2)$.

Phương trình tham số $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 + 4t \\ z = 7 - 4t \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2567. Phương trình nào sau đây là chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -1; 1)$?

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$. B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-3}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{4}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng qua A và B .

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (2; -3; 4)$.

Phương trình chính tắc $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2568. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$ và $B(0; 1; 2)$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

A. $\vec{a} = (-1; 0; -2)$. B. $\vec{b} = (-1; 0; 2)$. C. $\vec{c} = (1; 2; 2)$. D. $\vec{d} = (-1; 1; 2)$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2569. Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$.

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. B. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

$$\text{C. } \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -3t \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -3; 1)$ nên có phương trình

$$\text{tham số } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2570. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-6}{4}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

A. $M(2; 2; 2)$.

B. $M(2; 2; 4)$.

C. $M(2; 3; 4)$.

D. $M(2; 2; 10)$.

Lời giải.

Vì $\frac{2-4}{2} = \frac{2-5}{3} = \frac{2-6}{4} = -1$ nên $M(2; 2; 2)$ thuộc đường thẳng d .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2571. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $Q(-2; -4; 7)$.

B. $P(7; 2; 1)$.

C. $M(1; -2; 3)$.

D. $N(4; 0; -1)$.

Lời giải.

Vì $\frac{7-1}{3} = \frac{2+2}{2} \neq \frac{1-3}{-4}$ nên $P(7; 2; 1)$ không thuộc đường thẳng d .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2572. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $4x + 3y - 7z + 1 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - 7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = -1 + 8t \\ y = -2 + 6t \\ z = -3 - 14t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Lời giải.

Vì đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $4x + 3y - 7z + 1 = 0$ nên đường thẳng Δ nhận véc-tơ $\vec{u} = (4; 3; -7)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u} = (4; 3; -7)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có

$$\text{phương trình tham số } \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Mặt khác $M \in (A'BD) \Rightarrow \frac{4}{3} + 3t = 0 \Rightarrow t = -\frac{4}{9} \Rightarrow M\left(\frac{5}{9}; \frac{2}{9}; \frac{2}{9}\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{BM} = \left(-\frac{4}{9}; \frac{2}{9}; \frac{2}{9}\right) \Rightarrow BM = \frac{2\sqrt{6}}{9}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2576. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{-2}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và tạo với trục tung góc lớn nhất. Biết rằng phương trình (P) có dạng là $ax + by + cz + 9 = 0$. Tính tổng $a + b + c$.

A. 9.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

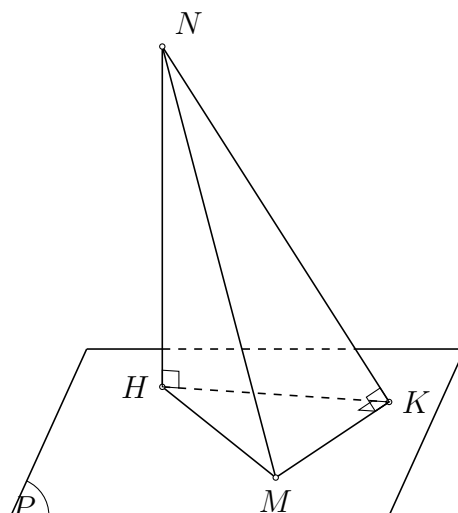
Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -2; 0)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; -2)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và song song với trục Oy .

Phương trình tham số của Δ :
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + t \\ z = 0. \end{cases}$$

Lấy điểm $N(1; 2; 0) \in \Delta$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của N lên mặt phẳng (P) và đường thẳng d . Khi đó

$((P), d) = ((P), \Delta) = \widehat{NMH}$. Lại có $\cos \widehat{NMH} = \frac{MH}{NM} \leq \frac{MK}{MN}$.



Vậy $\widehat{NMH}$ lớn nhất khi và chỉ khi H trùng với $K \Leftrightarrow (P)$ đi qua d và vuông góc với mặt phẳng (Q) , $((Q)$ là mặt phẳng chứa d và song song với Oy).

Véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q = [\vec{u}, \vec{j}] = (2; 0; 1)$.

Véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = [\vec{n}_Q, \vec{u}] = (1; 5; -2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $1(x-1) + 5(y+2) - 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow x + 5y - 2z + 9 = 0$. Vậy $a + b + c = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2577. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $M(-1; 0; 0)$ và $N(0; 1; 2)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$.

C. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng trên đi qua $M(-1; 0; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (1; 1; 2)$ nên có phương trình dạng chính tắc là $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2578. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0; 2; 0)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$. Đường

thẳng đi qua M , cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-2}$.

$$\text{C. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}.$$

$$\text{D. } \frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}.$$

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của M trên d . Suy ra $H(4+3t; 2+t; -1+t)$. Ta có $\overrightarrow{MH} = (4+3t; t; -1+t)$. Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (3; 1; 1)$. Khi đó

$$\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u} = 3(4+3t) + t + (-1+t) = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Suy ra $\overrightarrow{MH} = (1; -1; -2)$ là véc-tơ chỉ phương của d nên phương trình đường thẳng d là

$$\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2579. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 10 = 0$ và điểm $M(1; 1; -1)$. Giả sử đường thẳng d đi qua M và cắt (S) tại hai điểm P, Q sao cho độ dài đoạn thẳng PQ lớn nhất. Phương trình của d là

$$\text{A. } \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-2}.$$

$$\text{B. } \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-2}.$$

$$\text{C. } \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}.$$

$$\text{D. } \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{-2}.$$

Lời giải.

Tâm của mặt cầu (S) là $I(-1; 2; 1)$ và bán kính $R = 4$. Đường thẳng d qua M cắt (S) tại hai điểm P, Q sao cho độ dài PQ lớn nhất khi và chỉ khi đường thẳng d đi qua tâm I của mặt cầu (S) . Khi đó đường thẳng d nhận $\overrightarrow{IM} = (2; -1; -2)$ làm véc-tơ chỉ phương. Vậy phương trình đường thẳng d là

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{-2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2580. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + at \\ y = 1 - bt \\ z = 2 - t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 2 + 3t' \\ y = 3 - t' \\ z = t' \end{cases}$. Giá

trị của a và b sao cho d và d' song song với nhau là

$$\text{A. } a = -2, b = -1.$$

$$\text{B. } a = 3, b = 2.$$

$$\text{C. } a = -3, b = -1.$$

$$\text{D. } a = 3, b = 1.$$

Lời giải.

Ta có véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_1 = (a; -b; -1)$ và véc-tơ chỉ phương của d' là $\vec{u}_2 = (3; -1; 1)$. Khi đó

$$d \parallel d' \Leftrightarrow \begin{cases} \exists k \neq 0: \vec{u}_1 = k\vec{u}_2 \\ d \neq d' \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a}{3} = \frac{-b}{-1} = \frac{-1}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2581. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(10; 2; -2)$ và $B(5; 1; -3)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng AB vuông góc với mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$.

$$\text{A. } m = -52.$$

$$\text{B. } m = 52.$$

$$\text{C. } m = 2.$$

$$\text{D. } m = -2.$$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-5; -1; -1)$.

Mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (10; 2; m)$.

Đường thẳng AB vuông góc với mặt phẳng (P) khi và chỉ khi $\vec{n}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$

$$\Rightarrow \frac{10}{-5} = \frac{2}{-1} = \frac{m}{-1} \Rightarrow m = 2.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2582. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-8}{1} = \frac{z+4}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

- A. $(2; 8; -4)$. B. $(0; 10; -7)$. C. $(-1; 11; -7)$. D. $(5; 5; -1)$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thỏa hệ

$$\begin{cases} \frac{x-2}{-1} = \frac{y-8}{1} = \frac{z+4}{-1} \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-2}{-1} = \frac{y-8}{1} \\ \frac{y-8}{1} = \frac{z+4}{-1} \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 10 \\ -y - z = -4 \\ x + y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 11 \\ z = -7. \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là $(-1; 11; -7)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2583. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1)$, $B(0; 2; 1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x + y + z - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trên (P) sao cho mọi điểm thuộc d cách đều hai điểm A và B .

A. $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 5 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $d: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 \end{cases}$. C. $d: \begin{cases} x = 6 \\ y = -3t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. D. $d: \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I(1; 0; 1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

Mặt phẳng (Q) qua $I(1; 0; 1)$ và có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (-2; 4; 0)$ sẽ có phương trình $(Q): -2(x-1) + 4y = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 1 = 0$.

Tập hợp các điểm cách đều hai điểm A, B là mặt phẳng trung trực của đoạn AB . Do đó đường thẳng cần tìm là giao tuyến của mặt phẳng (Q) và (P) .

Mặt phẳng (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (1; -2; 0)$.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $[\vec{n}_Q, \vec{n}_P] = (-2; -1; 3)$.

Chọn điểm $M(5; 2; 0) \in (P) \cap (Q) \Rightarrow M \in d$.

Vậy phương trình $d: \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3t. \end{cases}$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2584. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 3 + 2t \\ z = -4 + 4t \end{cases}$. Véc-tơ nào

dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d .

- A. $\vec{u} = (0; 3; -4)$. B. $\vec{u} = (1; 2; 4)$. C. $\vec{u} = (0; 2; 4)$. D. $\vec{u} = (1; 3; -4)$.

Lời giải.

Đường thẳng d nhận véc-tơ $\vec{u} = (1; 2; 4)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Chọn đáp án (B) □

Câu 2585. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; -1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 5t \\ z = -4 + t \end{cases}$.

Viết phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với d .

A. $x + 5y + z - 11 = 0$.

B. $x - 5y + z + 8 = 0$.

C. $x + 3y - 4z - 13 = 0$.

D. $x - 5y + z - 8 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng cần tìm qua $A(3; 2; -1)$ và nhận $\vec{u} = (1; -5; 1)$ là véc-tơ chỉ phương của d làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng là

$$(x - 3) - 5(y - 2) + (z + 1) = 0 \Leftrightarrow x - 5y + z + 8 = 0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 2586. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm

$A(2; 1; 3), B(1; -2; 1)$ và song song với đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$.

A. $2x + y + 3z + 19 = 0$.

B. $10x - 4y + z - 19 = 0$.

C. $2x + y + 3z - 19 = 0$.

D. $10x - 4y + z + 19 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (-1; -3; -2)$, đường thẳng d nhận $\vec{u} = (1; 2; -2)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Theo giả thiết mặt phẳng (P) qua $A(2; 1; 3)$ và nhận $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{u}] = (10; -4; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là

$$10(x - 2) - 4(y - 1) + (z - 3) = 0 \Leftrightarrow 10x - 4y + z - 19 = 0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 2587. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 7z + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (P) .

A. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-7}$.

B. $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-7}$.

C. $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-7}{3}$.

D. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+7}{3}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n} = (2; 3; -7)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Do $d \perp (P)$ nên d nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng d là

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-7}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 2588. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$, véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u} = (-1; -3; 2)$. B. $\vec{u} = (1; 3; 2)$. C. $\vec{u} = (1; -3; -2)$. D. $\vec{u} = (-1; 3; -2)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = (1; 3; -2)$ hay $\vec{u} = (-1; -3; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2589. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -1)$, $B(1; 2; 4)$. Phương trình đường thẳng nào được cho dưới đây không phải là phương trình đường thẳng AB ?

- A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-5}$. B. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$.
- C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{-5}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{BA} = (1; 1; -5)$.

Vì điểm $A(2; 3; -1) \notin \frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-5}$ nên $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-5}$ không phải là phương trình đường thẳng AB .

Các đường thẳng còn lại đều có véc-tơ chỉ phương là $(1; 1; -5)$ và đi qua điểm $A(2; 3; -1)$ hoặc đi qua điểm $B(1; 2; 4)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2590. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-2}$. Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng d .

- A. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. B. $\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $3\sqrt{5}$.

Lời giải.

Gọi $M(1; 2; 3) \in d \Rightarrow \vec{AM} = (-1; 1; 2) \Rightarrow [\vec{AM}; \vec{u}] = (-6; 0; -3)$.

Ta có $d(A; d) = \frac{||[\vec{AM}; \vec{u}]||}{|\vec{u}|} = \frac{3\sqrt{5}}{3} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2591. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Tính góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A. 60° . B. 120° . C. 150° . D. 30° .

Lời giải.

Ta có $\vec{u}_d = (1; 2; -1)$ và $\vec{n}_{(P)} = (1; -1; 2)$.

Do đó $\cos(\vec{u}_d; \vec{n}_{(P)}) = \frac{|1 - 2 - 2|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{2}$, suy ra góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2592. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 4)$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} =$

$\frac{y-5}{-5} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + z - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P) .

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{2}$.

Lời giải.

Vì $\vec{u}_\Delta \cdot \vec{n}_{(P)} = 0$ và $\vec{u}_\Delta \cdot \vec{u}_d = 0$ nên ta có thể chọn $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_d] = (-5; -5; 10)$. Để cho gọn ta có thể chọn $\vec{u}_\Delta = (1; 1; -2)$.

Phương trình đường thẳng Δ qua M có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta$ là $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2593. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$. Tìm bán kính r đường tròn giao tuyến của (S) và (P) .

A. $r = \frac{1}{3}$.

B. $r = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi I và R lần lượt là tâm và bán kính của $(S) \Rightarrow I(0; 0; 0), R = 1$.

Ta có $d(I; (P)) = \frac{|1|}{\sqrt{1+4+4}} = \frac{1}{3} \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - d^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2594. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Cho đường thẳng (Δ) đi qua A , cắt (d) và song song với mặt phẳng (P) . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ) .

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải.

Gọi B là giao điểm của (Δ) với (d) nên tọa độ điểm B có dạng $B(3+t; 3+3t, 2t)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2+t; 1+3t; 1+2t)$.

Từ (Δ) song song với mặt phẳng (P) nên $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow (2+t) + (1+3t) - (1+2t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$ hay $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$.

Ta có $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{6}, [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{OA}] = (-4; 0; -4)$.

Khi đó khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ) là $d(O, \Delta) = \frac{|[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{OA}]|}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2595. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 7 = 0$ và điểm $A(1; 3; 3)$. Qua A vẽ tiếp tuyến AT của mặt cầu (T là tiếp điểm), tập hợp các tiếp điểm T là đường tròn khép kín (C) . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) (phần bên trong mặt cầu).

A. $\frac{144}{25}$.

B. 16π .

C. 4π .

D. $\frac{144\pi}{25}$.

Lời giải.

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = 3$. Khi đó $AT = \sqrt{AI^2 - R^2} = 4$. Do đó T nằm trên mặt cầu tâm A bán kính 4 nên tập hợp các điểm T là đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S) và $S(A; 4)$.

Khi đó (C) có bán kính r được tính bởi công thức

$$r = \frac{AT \cdot R}{\sqrt{AT^2 + R^2}} = \frac{4 \cdot 3}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{12}{5}.$$

Diện tích cần tìm bằng $\pi \cdot r^2 = \frac{144\pi}{25}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2596. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$, $B(3; 2; 1)$, $C\left(-\frac{5}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$ và M thay đổi sao cho hình chiếu của M lên mặt phẳng (ABC) nằm trong tam giác ABC và các mặt phẳng (MAB) , (MBC) , (MCA) hợp với mặt phẳng (ABC) các góc bằng nhau. Tính giá trị nhỏ nhất của OM .

A. $\frac{\sqrt{26}}{3}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{28}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của M lên mặt phẳng (ABC) .

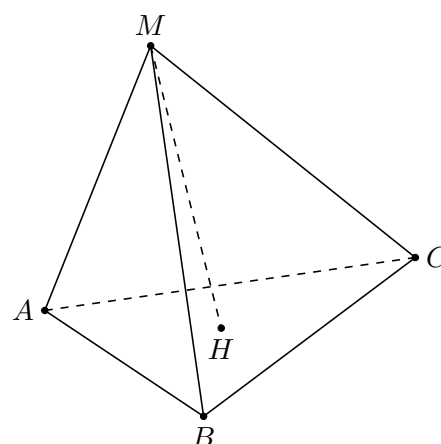
Giả thiết suy ra H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC

nên thỏa $BC \cdot \vec{HA} + AC \cdot \vec{HB} + AB \cdot \vec{HC} = \vec{0}$

Ta có $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$, suy ra

$$5 \cdot \vec{HA} + 4 \cdot \vec{HB} + 3 \cdot \vec{HC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 5(x-1) + 4(x-3) + 3x+5=0 \\ 5y+4(y-2)+3y-4=0 \\ 5z+4(z-1)+3z-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1. \end{cases} \text{ Hay } H \text{ là}$$

$H(1; 1; 1)$.



Phương trình đường thẳng MH nhận $\vec{u} = \vec{n}_{(ABC)}$ làm véc-tơ chỉ phương nên $MH: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

$$\text{Khi đó } OM_{\min} = d(O; MH) = \frac{|\vec{MH}, \vec{OH}|}{|\vec{MH}|} = \frac{|[(1; -2; 2), (1; 1; 1)]|}{|(1; -2; 2)|} = \frac{\sqrt{26}}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2597. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $(d_1): \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$, $(d_2): \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{2}$, $(d_3): \frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-1}{1}$. Mặt cầu bán kính nhỏ nhất tâm $I(a; b; c)$, tiếp xúc với ba đường thẳng (d_1) , (d_2) , (d_3) . Tính $S = a + 2b + 3c$.

A. $S = 10$.

B. $S = 11$.

C. $S = 12$.

D. $S = 13$.

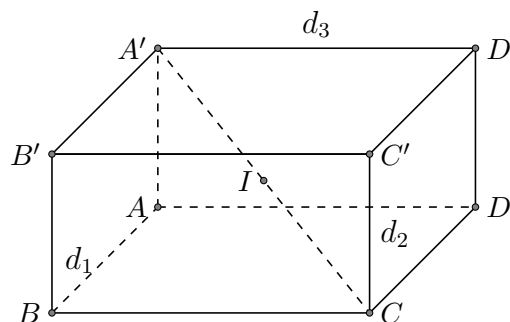
Lời giải.

Nhận xét: ba đường thẳng $(d_1), (d_2), (d_3)$ đôi một vuông góc với nhau và cách đều nhau.

Dựng hình lập phương sao cho $(d_1), (d_2), (d_3)$ chứa 3 cạnh.

Ta có cạnh hình lập phương là $a = 3$.

Ta có:



$$d^2(I; d_3) = d^2(I; (A'B'C'D')) + d^2(I; (ADD'A')) = u^2 + v^2.$$

Cộng vế theo vế ta được:

$$3r^2 = x^2 + y^2 + z^2 + t^2 + u^2 + v^2 \geq \frac{1}{2}(x+u)^2 + \frac{1}{2}(y+t)^2 + \frac{1}{2}(z+v)^2 = \frac{3}{2} \cdot 3^2 \Rightarrow r \geq \frac{9}{2}.$$

Dấu " $=$ " xảy ra khi và chỉ khi I là tâm hình lập phương.

Mặt phẳng (P) qua d_1 và vuông góc d_2 có phương trình

$$(x-1) + 2(y-1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 5 = 0.$$

Mặt phẳng (Q) qua d_1 và vuông góc d_3 có phương trình

$$2(x-1) - 2(y-1) + (z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z - 1 = 0.$$

Ta có $C = d_2 \cap (P)$ nên có tọa độ là nghiệm
$$\begin{cases} x + 2y + 2z - 5 = 0 \\ \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \\ z = 2 \end{cases}$$

nên $C(3; -1; 2)$.

Ta có $A' = d_3 \cap (Q)$ nên có tọa độ là nghiệm
$$\begin{cases} 2x - 2y + z - 1 = 0 \\ \frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \\ z = 1 \end{cases}$$

nên $A'(4; 4; 1)$.

Theo trên thì I là trung điểm của CA' nên I có tọa độ
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_{A'} + x_C}{2} = \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2} \\ y_I = \frac{y_{A'} + y_C}{2} = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2} \\ z_I = \frac{z_{A'} + z_C}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

Vậy tọa $S = a + 2b + 3c = 11$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2598. Trong không gian $Oxyz$, hãy viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(-1; 0; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$.

A. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$.

B. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$.

C. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$.

D. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1; 0; 0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; -1)$ nên d có phương trình chính tắc là $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2599. Trong không gian $Oxyz$, hãy viết phương trình của đường thẳng d đi qua hai điểm $M(0; -2; 0)$, $N(1; -3; 1)$.

A. $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$. B. $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$. C. $d: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$. D. $d: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua hai điểm $M(0; -2; 0)$, $N(1; -3; 1)$ có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (1; -1; 1)$, suy ra phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2600. Trong không gian $Oxyz$, hãy viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -9; 0)$ và song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{1}$.

A. $d: \frac{x}{1} = \frac{y-9}{-2} = \frac{z}{1}$. B. $d: \frac{x}{1} = \frac{y+9}{-2} = \frac{z}{1}$. C. $d: \frac{x}{1} = \frac{y-9}{2} = \frac{z}{1}$. D. $d: \frac{x}{1} = \frac{y+9}{2} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -9; 0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; 1)$, do đó d có phương trình chính tắc là $\frac{x}{1} = \frac{y+9}{-2} = \frac{z}{1}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2601. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z + 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{m}$, với $m \neq 0$. Tìm m để d song song (P) .

A. $m = 5$. B. $m = -5$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 1; 1)$ và đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; m)$.

Vì $M \in d$ và $M \notin (P)$ nên $d \parallel (P) \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow m = -5$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2602. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có phương trình là $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$ và $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $d_1 \parallel d_2$. B. d_1 cắt d_2 . C. d_1 trùng với d_2 . D. d_1 chéo d_2 .

Lời giải.

Đường thẳng d_1 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; -2; 1)$, d_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (-2; 1; 1)$.

Do $\frac{1}{-2} \neq \frac{-2}{1}$ nên hai véc-tơ $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ không cùng phương suy ra d_1 và d_2 cắt nhau hoặc chéo nhau.

Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1} \\ \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y = z \\ y+1 = -2z \\ x-1 = -2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z+1=0 \\ x+y+z-1=0. \end{cases}$$

Hệ vô nghiệm nên d_1 và d_2 chéo nhau.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2603. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M_1(1; 5; 4)$. B. $M_2(-1; -2; -5)$. C. $M_3(0; 3; -1)$. D. $M_4(1; 2; -5)$.

Lời giải.

Với $t = 1$ ta có một điểm thuộc d là $(1; 5; 4)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2604. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$ và $B(0; 1; 2)$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

- A. $\vec{a} = (-1; 0; -2)$. B. $\vec{b} = (-1; 0; 2)$. C. $\vec{c} = (1; 2; 2)$. D. $\vec{d} = (-1; 1; 2)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (-1; 0; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2605. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -3)$, $B(-1; 4; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm đoạn thẳng AB và song song với d ?

- A. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$.
C. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm đoạn AB , ta có $M(0; 1; -1)$. Khi đó đường thẳng đi qua M và song song với d có phương trình $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2606. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x - 2y + z - 35 = 0$ và điểm $A(-1; 3; 6)$. Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (P) . Tính OA' .

- A. $OA' = 5\sqrt{3}$. B. $OA' = 3\sqrt{26}$. C. $OA' = \sqrt{46}$. D. $OA' = \sqrt{186}$.

Lời giải.

Đường thẳng AA' qua $A(-1; 3; 6)$ nhận $\vec{n}_P = (6; -2; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra $AA': \frac{x+1}{6} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-6}{1}$. Gọi $H = AA' \cap (P)$.

Tọa độ H là nghiệm của hệ $\begin{cases} \frac{x+1}{6} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-6}{1} \\ 6x - 2y + z - 35 = 0 \end{cases} \Rightarrow H(5; 1; 7)$.

Ta có H là trung điểm AA' suy ra $A'(11; -1; 8)$. Suy ra $OA' = \sqrt{186}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2607. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$. Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d lên (P) . Phương trình tham số của Δ là

- A. $\begin{cases} x = -62t \\ y = 25t \\ z = 2 - 61t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. B. $\begin{cases} x = -8t \\ y = 7t \\ z = -2 + 11t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.
C. $\begin{cases} x = 62t \\ y = -25t \\ z = -2 + 61t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = -8t \\ y = 7t \\ z = 2 + 11t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

Lời giải.

Gọi A là giao điểm của d và (P) , ta có $A(0; 0; -2)$.

Chọn $B(12; 9; 1) \in d$, gọi B' là hình chiếu vuông góc của B lên (P) .

Phương trình BB' là $\frac{x-12}{3} = \frac{y-9}{5} = \frac{z-1}{-1}$.

Tọa độ B' là nghiệm của hệ $\begin{cases} \frac{x-12}{3} = \frac{y-9}{5} = \frac{z-1}{-1} \\ 3x+5y-z-2=0 \end{cases} \Rightarrow B' \left(\frac{186}{35}; -\frac{15}{7}; \frac{113}{35} \right)$.

Khi đó phương trình Δ cũng chính là phương trình của BB' .

Ta có Δ : $\begin{cases} \text{qua } A(0; 0; -2) \\ \text{có VTCP } \vec{u} = (62; -25; 61) \text{ cùng phương với } \overrightarrow{AB'} = \left(\frac{186}{35}; -\frac{15}{7}; \frac{183}{35} \right) \end{cases}$.

Suy ra Δ : $\begin{cases} x = 62t \\ y = -25t \\ z = -2 + 61t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2608. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$ và ba điểm $A(-1; -3; 1)$, $B(0; -7; 0)$, $C(-2; -1; 1)$. Gọi $D(a; b; c)$ thuộc (S) sao cho thể tích tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất. Tính tổng $P = a + b + c$.

A. $P = \frac{1}{3}$.

B. $P = 1$.

C. $P = 5$.

D. $P = \frac{5}{3}$.

Lời giải.

— Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot d(D, (ABC)) \cdot S_{ABC}$.

— Do S_{ABC} cố định nên V_{ABCD} đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow d(D, (ABC))$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow D$ là giao điểm của mặt cầu (S) với đường thẳng qua tâm I , vuông góc với mặt phẳng (ABC) và thỏa mãn $d(D, (ABC)) = d(I, (ABC)) + R$.

— Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; -2)$. Gọi d là đường thẳng qua I và vuông góc với (ABC) .

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -4; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 2; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; -1; -2)$.

Suy ra d : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = -2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. Giao điểm của d với (S) là $D \left(\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{4}{3} \right)$ hoặc $D \left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3} \right)$.

— Ta có $(ABC): 2x - y - 2z - 7 = 0$.

Với $D \left(\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{4}{3} \right)$ ta có $d(D, (ABC)) = \frac{1}{3}$. Với $D \left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3} \right)$ ta có $d(D, (ABC)) = \frac{11}{3}$.

— Vậy $d(D, (ABC))$ lớn nhất là $\frac{11}{3}$ khi $D \left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3} \right) \Rightarrow a = -\frac{1}{3}, b = \frac{2}{3}, c = \frac{4}{3} \Rightarrow P = \frac{5}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2609. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng Δ : $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$?

A. $M(0; -3; -1)$.

B. $M(3; 0; 2)$.

C. $M(2; 3; 1)$.

D. $M(6; -3; 2)$.

Lời giải.

$$\text{Cho } t = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + 2 = 3 \\ y = 2 - 2 = 0 \\ z = 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2610. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$.

A. $\vec{u} = (2; 1; -3)$. B. $\vec{u} = \left(1; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$. C. $\vec{u} = \left(1; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. D. $\vec{u} = (-4; -2; 6)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; 3) \Rightarrow \frac{1}{2}\vec{u} = \left(1; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ cũng là một véc-tơ chỉ phương của d .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2611. %[HK2 (2017-2018), THPT Tân Hiệp, Kiên Giang] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,

cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 + t \\ z = 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ và hai điểm $A(5; 0; 2), B(2; -5; 3)$. Tìm điểm M thuộc

Δ sao cho $\triangle ABM$ vuông tại A .

A. $M(2; 2; 3)$. B. $M(5; 3; 6)$. C. $M(-4; 0; -3)$. D. $M(-7; -1; -6)$.

Lời giải.

Điểm M thuộc đường thẳng Δ nên $M(-1 + 3t; 1 + t; 3t)$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = (3t - 6; t + 1; 3t - 2)$ và $\overrightarrow{AB} = (-3; -5; 1)$.

Tam giác ABM vuông tại M khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow -3(3t - 6) - 5(t + 1) + 3t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Khi đó tọa độ điểm $M(2; 2; 3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2612. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ và

đường thẳng $d_2: \begin{cases} x = 2s \\ y = 1 - 2s \\ z = 6s \end{cases} \quad (s \in \mathbb{R})$. Chọn khẳng định **đúng**.

A. d_1, d_2 chéo nhau. B. d_1, d_2 cắt nhau. C. $d_1 \parallel d_2$. D. $d_1 \equiv d_2$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}_{d_1} = (1; -1; 3)$, $\vec{u}_{d_2} = (2; -2; 6) = 2\vec{u}_{d_1} \Rightarrow \begin{cases} d_1 \parallel d_2 \\ d_1 \equiv d_2. \end{cases}$

Lấy $A(0; 1; 0) \in d_2$. Dễ thấy $A \notin d_1 \Rightarrow d_1 \parallel d_2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2613. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - 2z + 1 = 0$ đi qua điểm $M(1; -2; 0)$ và cắt đường thẳng $d: \begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = 2t \\ z = -4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ tại N . Tính độ dài đoạn MN .

A. $7\sqrt{6}$.

B. $3\sqrt{11}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. $4\sqrt{5}$.

Lời giải.

Điểm $N \in (d) \Rightarrow N(11 + 2t; 2t; -4t)$. Mặt khác $N \in (\alpha)$ nên

$$11 + 2t + 2t - 2(-4t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Điểm $N(9; -2; 4) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (8; 0; 4) \Rightarrow MN = 4\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2614. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R});$

$\Delta_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{5} = \frac{z}{-1}$ và điểm $M(0; 3; 0)$. Đường thẳng d đi qua M , cắt Δ_1 và vuông góc với Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (4; a; b)$. Tính $T = a + b$

A. $T = -2$.

B. $T = 4$.

C. $T = -4$.

D. $T = 2$.

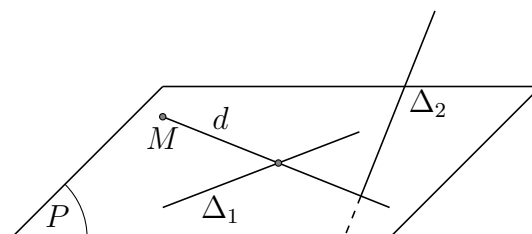
Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa M và Δ_1 .

Lấy $A(3; 1; 1) \in \Delta_1$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến vuông góc với các véc-tơ $\overrightarrow{MA} = (3; -2; 1)$ và $\vec{u}_{\Delta_1} = (1; 1; 2)$.

Ta có $[\overrightarrow{MA}, \vec{u}_{\Delta_1}] = (-5; -5; 5)$.



Một trong các véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; -1)$.

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) và vuông góc với Δ_2 có $\vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_{\Delta_2}] = (4; -1; 3)$.

Vậy $a = -1; b = 3 \Rightarrow T = a + b = 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2615. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ giác $ABCD$ có $A(8; 6; -7)$, $B(2; -1; 4)$, $C(0; -3; 0)$, $D(-8; -2; 9)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-2}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ và cắt tứ diện $ABCD$ thành 2 phần có thể tích bằng nhau, biết (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (7; b; c)$. Tính $b + c$.

A. 8.

B. 11.

C. 13.

D. 9.

Lời giải.

Kiểm tra các điểm ta thấy $A, D \in \Delta$. Mặt phẳng chứa Δ và chia tứ diện thành hai phần có thể tích bằng nhau là mặt phẳng đi qua A, D và trung điểm M của BC .

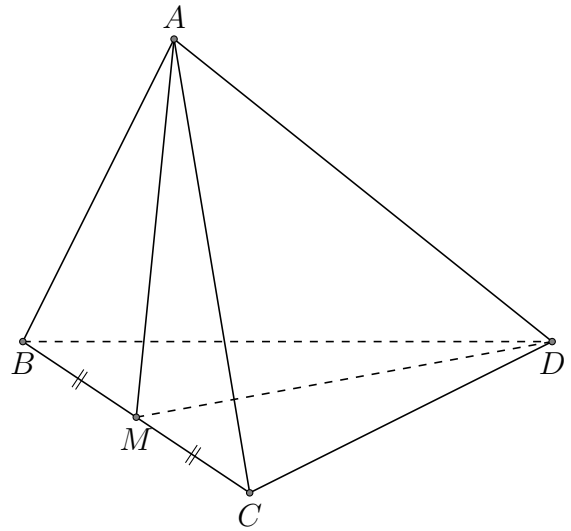
$$M(1; -2; 2), \overrightarrow{AM} = (-7; -8; 9), \overrightarrow{AD} = (-16; -8; 16).$$

Một trong các véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (AMD) bằng

$$[\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{AD}] = (-56; -32; -72) = -8(7; 4; 9).$$

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (7; 4; 9)$.

Vậy $a = 4; b = 9$ và $T = a + b = 13$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 2616. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(-2; 1; 3), B(3; -2; 4)$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-6}{11} = \frac{z+1}{-4}$ và mặt phẳng $(P): 41x - 6y + 54z + 49 = 0$. Đường thẳng (d) đi qua B , cắt đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) lần lượt tại C và D sao cho thể tích của 2 tứ diện $ABCO$ và $OACD$ bằng nhau, biết (d) có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (4; b; c)$. Tính $b + c$.

A. $b + c = 11$.

B. $b + c = 6$.

C. $b + c = 9$.

D. $b + c = 4$.

Lời giải.

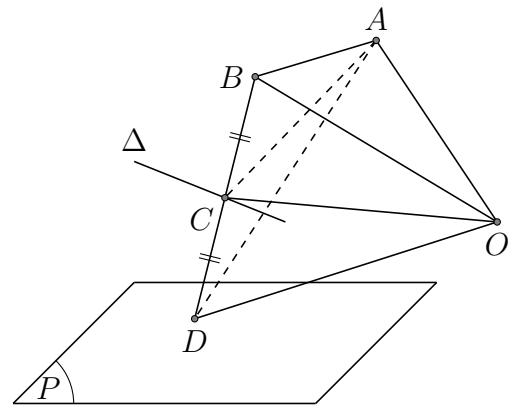
Ta có

$$1 = \frac{V_{OABC}}{V_{OACD}} = \frac{\frac{1}{3}d(O, (\Delta)) \cdot S_{ABC}}{\frac{1}{3}d(O, (\Delta)) \cdot S_{ACD}} = \frac{S_{ABC}}{S_{ACD}} = \frac{BC}{CD}.$$

Nên $BC = CD$.

Vì $C \in \Delta \Rightarrow C(2t + 1; 11t + 6; -4t - 1)$.

C là trung điểm của BD nên $D(4t - 1; 22t + 14; -8t - 6)$.



Điểm $D \in (P)$ nên $41(4t - 1) - 6(22t + 14) + 54(-8t - 6) + 49 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow C(-1; -5; 3)$.

$\overrightarrow{CB} = (4; 3; 1) = \vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Vậy $b = 3, c = 1 \Rightarrow b + c = 4$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2617. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t. \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t. \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -3t \\ z = 2 + t. \end{cases}$

Lời giải.

Do Δ nhận $\vec{a} = (4; -6; 2) = 2(2; -3; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương nên ta suy ra phương trình tham số

của đường thẳng Δ là
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2618. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$, và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của (P) và Δ .

- A. (P) và Δ chéo nhau. B. (P) song song Δ .
C. (P) chứa Δ . D. (P) cắt Δ .

Lời giải.

— Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; -1)$.

— Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1; 1; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; 2)$.

Ta có $\vec{n} \cdot \vec{u} = 2 + 2 - 2 = 2 \neq 0$, nên suy ra Δ cắt (P) .

Chọn đáp án **D** □

Câu 2619. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 3mt \\ z = -1 + t. \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): 4x - 4y + 2z - 5 = 0$. Giá trị nào của m để đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) .

- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = \frac{2}{3}$. C. $m = -\frac{5}{6}$. D. $m = \frac{5}{6}$.

Lời giải.

— Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (4; -4; 2)$.

— Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -3m; 1)$.

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) khi và chỉ khi $\vec{n}$ cùng phương với $\vec{u}$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{4} = \frac{-3m}{-4} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3m = 2 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 2620. Cho hai điểm $A(3; 3; 1)$, $B(0; 2; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 7 = 0$. Đường thẳng d nằm trong (α) sao cho mọi điểm thuộc d cách đều 2 điểm A , B có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$.

Lời giải.

Do mọi điểm thuộc d đều cách đều A và B nên d nằm trong mặt phẳng (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

Gọi M là trung điểm của AB , ta có $M\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 1\right)$.

Mặt phẳng (P) qua M và nhận $\vec{AB} = (-3; -1; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến $\Rightarrow (P): 3x + y - 7 = 0$.

Đường thẳng d là giao tuyến của (P) và (α) nên tọa độ điểm thuộc d thỏa hệ

$$\begin{cases} x + y + z - 7 = 0 \\ 3x + y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2621. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Phương trình

chính tắc của đường thẳng d là

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

B. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$.

C. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

D. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 1; 1)$ và đi qua điểm $M(2; 1; 0)$.

Do đó d có phương trình chính tắc là $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2622. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua $M(1; 2; 3)$ và song song với trục Oy có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Đường thẳng cần tìm có véc-tơ chỉ phương là $(0; 1; 0)$.

Phương trình tham số của đường thẳng là $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2623. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$d': \frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$. Vị trí tương đối của d và d' là

A. song song.

B. trùng nhau.

C. chéo nhau.

D. cắt nhau.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (3; -1; -2)$ và đi qua điểm $M(-1; 0; 1)$.

Đường thẳng d' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{d'} = (-3; 1; 2)$.

Hai véc-tơ $\vec{u}_d$ và $\vec{u}_{d'}$ cùng phương và điểm M không thuộc đường thẳng d' . Do đó hai đường thẳng d và d' song song với nhau.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2624. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-8} = \frac{z+3}{7}$ là

A. $\vec{u} = (1; 2; -3)$.

B. $\vec{u} = (-1; -2; 3)$.

C. $\vec{u} = (5; -8; 7)$.

D. $\vec{u} = (-5; -8; 7)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (5; -8; 7)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2625. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = -t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$d': \begin{cases} x = 2t' \\ y = -1 + t' \\ z = t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng d và d' là

A. $\frac{1}{\sqrt{14}}$.

B. $\sqrt{7}$.

C. $\sqrt{14}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{7}}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 0; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (-1; 1; -1)$.

Đường thẳng d' đi qua điểm $B(0; -1; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{d'} = (2; 1; 1)$.

$\vec{AB} = (-1; -1; 0)$.

$$[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = \left(\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) = (2; -1; -3).$$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng d và d' là

$$d(d, d') = \frac{|[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \cdot \vec{AB}|}{|[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}]|} = \frac{|2 \cdot (-1) + (-1) \cdot (-1) + (-3) \cdot 0|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-3)^2}} = \frac{1}{\sqrt{14}}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2626. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Khoảng cách từ A đến trục Oy bằng

A. 10.

B. $\sqrt{10}$.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Trục Oy có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (0; 1; 0)$. Ta có $\vec{OA} = (1; 2; 3)$.

$$\text{Do đó } [\vec{OA}, \vec{u}] = \left(\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \right) = (-3; 0; 1).$$

$$\text{Khoảng cách từ } A(1; 2; 3) \text{ đến trục } Oy \text{ bằng } \frac{|[\vec{OA}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{(-3)^2 + 0^2 + 1^2}}{1} = \sqrt{10}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 2627. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$, $B(1; 2; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-2}$. Hoành độ của điểm M thuộc d sao cho diện tích tam giác MAB có giá trị nhỏ nhất có giá trị bằng

A. 2.

B. 0.

C. -1.

D. 1.

Lời giải.

Điểm M thuộc d có tọa độ là $(t; -1-t; 2-2t)$ với $t \in \mathbb{R}$.

Khi đó $\vec{MA} = (-t; t+2; 2t-1)$ và $\vec{MB} = (1-t; t+3; 2t-1)$.

$$\text{Ta có } [\vec{MA}, \vec{MB}] = \left(\begin{vmatrix} t+2 & 2t-1 \\ t+3 & 2t-1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2t-1 & -t \\ 2t-1 & 1-t \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -t & t+2 \\ 1-t & 3+t \end{vmatrix} \right) = (-2t+1; 2t-1; -2t-2).$$

$$\text{Ta có } S_{\triangle MAB} = \frac{1}{2} |[\vec{MA}, \vec{MB}]| = \frac{1}{2} \sqrt{2(2t-1)^2 + (2t+2)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{12t^2 + 6} \geq \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $t = 0$. Do đó $\triangle MAB$ có diện tích nhỏ nhất bằng $\frac{\sqrt{6}}{2}$ khi $M(0; -1; 2)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2628. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng Δ : $\begin{cases} x = t \\ y = 8 + 4t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 7$. Phương trình đường thẳng d là hình chiếu vuông góc của Δ trên (P) là

A. $\begin{cases} x = -8 + 4t \\ y = 15 - 5t \\ z = t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -8 - 4t \\ y = 5 - 5t \\ z = t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -8 - 4t \\ y = 15 - 5t \\ z = t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 8 + 4t \\ y = 15 - 5t \\ z = t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(0; 8; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 4; 2)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Ta có $\vec{v} = [\vec{u}, \vec{n}] = \left(\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \right) = (2; 1; -3)$.

Chú ý rằng véc-tơ chỉ phương của d vuông góc với $\vec{n}$ và $\vec{v}$. Do đó véc-tơ chỉ phương của d là

$$[\vec{n}, \vec{v}] = \left(\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) = (-4; 5; -1).$$

Do $\vec{u} \cdot \vec{n} \neq 0$ nên Δ cắt (P) . Giao điểm của (Δ) và (P) có tọa độ thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 7 \\ x = t \\ y = 8 + 4t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{4}{7} \\ x = -\frac{4}{7} \\ y = \frac{40}{7} \\ z = \frac{13}{7} \end{cases}$$

Do đó phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = -\frac{4}{7} - 4t \\ y = \frac{40}{7} + 5t \\ z = \frac{13}{7} - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2629. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là

A. $(-2; -1; 1)$. B. $(4; 1; 2)$. C. $(-1; 1; -1)$. D. $(-2; 1; -1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $(2; 1; -1)$ cùng phương với $(-2; -1; 1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2630. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 5 = 0$. Điểm A nào dưới đây thuộc d và thỏa mãn khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) bằng 3?

A. $A(4; -2; 1)$. B. $A(2; -1; 0)$. C. $A(-2; 1; -2)$. D. $A(0; 0; -1)$.

Lời giải.

Vì $A \in (d)$ nên ta có tọa độ điểm $A(2a; -a; a - 1)$. Khoảng cách từ A đến (P) là

$$\frac{|2a + 2a - 2(a - 1) + 5|}{\sqrt{9}} = 3 \Leftrightarrow |2a + 9| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -\frac{9}{2} \end{cases}.$$

Với $a = 0 \Rightarrow A(0; 0; -1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2631. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 4; 2)$, $B(-1; 2; 4)$ và đường

thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$. Điểm $M \in \Delta$ mà tổng $MA^2 + MB^2$ có giá trị nhỏ nhất có tọa độ là

- A. $(-1; 0; 4)$. B. $(0; -1; 4)$. C. $(1; 0; 4)$. D. $(1; -2; 0)$.

Lời giải.

Vì $M \in (\Delta)$ nên ta có tọa độ điểm $M(1 - t; -2 + t; 2t)$. Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 &= (-t)^2 + (t - 6)^2 + (2t - 2)^2 + (2 - t)^2 + (t - 4)^2 + (2t - 4)^2 \\ &= 12t^2 - 48t + 76 \\ &= 12(t - 2)^2 + 28 \\ &\geq 28 \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $MA^2 + MB^2$ là 28 khi $t = 2 \Rightarrow M(-1; 0; 4)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2632. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases}$ và đường

thẳng $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y - 1}{1} = \frac{z + 2}{-5}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1; -1; 2)$, đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2 .

- A. $\frac{x - 1}{14} = \frac{y + 1}{17} = \frac{z - 2}{9}$. B. $\frac{x - 1}{1} = \frac{y + 1}{2} = \frac{z - 2}{3}$.
C. $\frac{x - 1}{2} = \frac{y + 1}{-1} = \frac{z - 2}{4}$. D. $\frac{x - 1}{3} = \frac{y + 1}{-2} = \frac{z - 2}{4}$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 và d_2 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (1; -4; 6)$ và $\vec{u}_2 = (2; 1; -5)$.

Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Do $\begin{cases} \Delta \perp d_1 \\ \Delta \perp d_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u} \perp \vec{u}_1 \\ \vec{u} \perp \vec{u}_2 \end{cases}$, chọn $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (14; 17; 9)$.

Mà Δ đi qua $A(1; -1; 2)$, do đó Δ có phương trình là $\frac{x - 1}{14} = \frac{y + 1}{17} = \frac{z - 2}{9}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2633. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + y = 0$ và $(\alpha'): 2x - y + z - 15 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm I của đường thẳng d và d' , biết đường thẳng

d' có phương trình $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3. \end{cases}$

A. $I(0; 0; -1)$.

B. $I(0; 0; 2)$.

C. $I(1; 2; 3)$.

D. $I(4; -4; 3)$.

Lời giải.Tọa độ giao điểm I của d và d' thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - y + z - 15 = 0 \\ x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - t + 2 + 2t = 0 \\ 2(1 - t) - (2 + 2t) + 3 - 15 = 0 \\ x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -3 \\ x = 4 \\ y = -4 \\ z = 3 \end{cases}.$$

Suy ra $I(4; -4; 3)$.Chọn đáp án **D**

□

Câu 2634. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và hai điểm $A(0; -1; 3), B(1; -2; 1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho $MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1; 0; -2)$.

B. $M(3; 1; -3)$.

C. $M(5; 2; -4)$.

D. $M(-1; -1; -1)$.

Lời giải.Vì $M \in \Delta$ nên $M(1 + 2t; t; -2 - t)$.

Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 + 2MB^2 &= (2t + 1)^2 + (t + 1)^2 + (t + 5)^2 + 2[(2t)^2 + (t + 2)^2 + (t + 3)^2] \\ &= 18t^2 + 36t + 53 \\ &= 18(t + 1)^2 + 35 \geq 35, \forall t \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $MA^2 + 2MB^2$ là 35, xảy ra khi $t = -1$, khi đó $M(-1; -1; -1)$.Chọn đáp án **D**

□

Câu 2635. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$ và $(S_2): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) . Tìm tọa độ tâm J của đường tròn (C) .

A. $J\left(\frac{1}{3}; \frac{7}{4}; \frac{1}{4}\right)$.

B. $J\left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{4}; \frac{1}{4}\right)$.

C. $J\left(-\frac{1}{3}; \frac{7}{4}; -\frac{1}{4}\right)$.

D. $J\left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{4}; -\frac{1}{4}\right)$.

Lời giải.Mặt cầu $(S_1), (S_2)$ có tâm lần lượt là $I_1(1; 1; 2)$ và $I_2(-1; 2; -1)$.Tọa độ các giao điểm của (S_1) và (S_2) thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16 & (1) \\ (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9 & (2) \end{cases}.$$
Lấy phương trình (1) trừ (2) vế với vế ta được phương trình mặt phẳng (P) chứa đường tròn giao tuyến (C) là $-4x + 2y - 6z = 7$.Khi đó ta có $J = I_1I_2 \cap (P)$, mà $\overrightarrow{I_1I_2} = (-2; 1; -3)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng I_1I_2 , suy

ra $I_1 I_2: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-3}$. Do đó tọa độ điểm J là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} -4x + 2y - 6z = 7 \\ \frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{7}{4} \\ z = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow J\left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{4}; -\frac{1}{4}\right).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2636. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-4}{3}$ và trục Ox .

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Đường thẳng d có có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2; -4; 3)$ và đi qua điểm $M(1; -2; 4)$.

Trục Ox có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_{Ox} = (1; 0; 0)$ và đi qua điểm $N(1; 0; 0)$.

Khoảng cách giữa đường thẳng d và trục Ox là

$$d[d, Ox] = \frac{|[\vec{u}_d, \vec{u}_{Ox}] \cdot \vec{MN}|}{|[\vec{u}_d, \vec{u}_{Ox}]|} = \frac{|(0; 3; 4) \cdot (0; 2; -4)|}{|(0; 3; 4)|} = 2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2637. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2z - 4 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 61 = 0$. Điểm M thay đổi trên (S) , điểm N thay đổi trên (P) . Độ dài nhỏ nhất của MN bằng

A. 24.

B. 21.

C. 3.

D. 18.

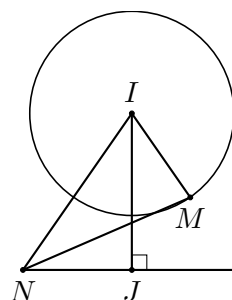
Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I = (2, 0, 1)$ và bán kính là $R = 3$.

Khoảng cách từ I xuống mặt phẳng (P) là

$$d[I, (P)] = \frac{|2 \cdot 2 + 1 \cdot 0 - 2 \cdot 1 + 61|}{\sqrt{2^2 + 1 + 2^2}} = 21 > R,$$

nên mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.



Gọi J là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) ta có $MN + MI \geq IN \geq IJ$ suy ra $MN \geq IJ - R$.
Do đó $MN_{\min} = IJ - R$.

Mặt khác $IJ = d[I, (P)] = 21$.

Vậy $MN_{\min} = IJ - R = 21 - 3 = 18$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2638. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 5z + 4 = 0$ và điểm $A(2; -1; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{24}{\sqrt{30}}$.

B. $d = \frac{23}{\sqrt{11}}$.

C. $d = \frac{20}{\sqrt{30}}$.

D. $d = \frac{24}{\sqrt{14}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } d = \frac{|2 \cdot 2 - 1 \cdot (-1) + 5 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 5^2}} = \frac{24}{\sqrt{30}}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2639. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = t + 2 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

- A. $(-2; 1; 2)$. B. $(-2; 1; 1)$. C. $(1; 1; 1)$. D. $(2; -1; -2)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2; 1; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2640. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 2017 = 0$.

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{3}$.

Lời giải.

d vuông góc với (P) nên d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{n}_P = (2; 2; 1)$.

Do đó, phương trình chính tắc đường thẳng d là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2641. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + z + 5 = 0$ và đường

thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - t \\ z = 2 - 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tìm tọa độ giao điểm của Δ và (α) .

- A. $(-2; -1; 0)$. B. $(-5; 2; 3)$. C. $(1; 3; 2)$. D. $(-17; 9; 20)$.

Lời giải.

Xét phương trình $2(1 + 3t) + 3 - t + 2 - 3t + 5 = 0 \Leftrightarrow 2t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = -6$.

Với $t = -6 \Rightarrow \begin{cases} x = -17 \\ y = 9 \\ z = 20 \end{cases}$. Vậy tọa độ giao điểm của Δ và (α) là $(-17; 9; 20)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2642. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 0; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng d .

- A. $(1; 0; 2)$. B. $(-1; -4; 0)$. C. $(0; -2; 1)$. D. $(1; 1; 2)$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $M(2; 0; 1)$ và vuông góc với đường thẳng d . Suy ra (P) nhận $\vec{u}_d = (1; 2; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng $(P): (x - 2) + 2y + z - 1 = 0 \Leftrightarrow x + 2y + z - 3 = 0$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng d , suy ra $H = d \cap (P)$.

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ $\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1} \\ x + 2y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 2 \\ y - 2z = -4 \\ x + 2y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 2 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2643. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$ và tọa độ hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-3; -3; -3)$. Biết mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết rằng điểm C luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

- A. $R = 4$. B. $R = \frac{2\sqrt{33}}{3}$. C. $R = \frac{2\sqrt{11}}{3}$. D. $R = 6$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Gọi $M = AB \cap (P)$. Xét phương trình $1 + t + 1 + t - (1 + t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Suy ra $M(3; 3; 3)$.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) tại C nên MC là tiếp tuyến, suy ra $MC^2 = MA \cdot MB$;

mà $MA = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{12}$ và $MB = \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2} = \sqrt{108}$ nên $MC^2 = 36$.

Vậy điểm C luôn thuộc đường tròn tâm M bán kính $R = 6$ và đường tròn này nằm trong mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2644. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-5} = \frac{y+4}{2} = \frac{z}{1}$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của Δ .

- A. $\vec{a} = (-5; 2; 1)$. B. $\vec{b} = (1; 2; -5)$. C. $\vec{n} = (5; 2; 1)$. D. $\vec{v} = (5; -2; 1)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{a} = (-5; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2645. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 2)$ và $B(3; -2; -4)$. Khi đó mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $2x - 2y - 3z - 5 = 0$. B. $2x - 2y - 3z = 0$.
C. $2x - 2y + 3z + 1 = 0$. D. $2x + 2y - 3z - 5 = 0$.

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4; -4; -6)$.

Mặt phẳng trung trực của AB đi qua trung điểm $I(1; 0; -1)$ của AB và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -2; -3)$.

Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của $AB: 2x - 2y - 3z - 5 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2646. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u} = (-5; 3; 4)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x+5}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-4}{3}$. B. $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{4}$.
C. $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{4}$. D. $\frac{x+2}{-5} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+3}{4}$.

Lời giải.

Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u} = (-5; 3; 4)$ làm véc-tơ chỉ phương là $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2647. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $E(-2; 7; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha) : x - 7y + 3z + 1 = 0$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 7 + 7t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 7 - 7t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 7 - 7t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 7 - 7t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Lời giải.

Mặt phẳng α có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -7; 3)$.

Vì $\Delta \perp (\alpha)$ nên Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{n} = (1; -7; 3)$.

Vậy phương trình tham số Δ là $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 7 - 7t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2648. Trong không gian $Oxyz$, gọi H là hình chiếu của điểm $A(-1; -1; -4)$ lên đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$. Khi đó hoành độ điểm H là

A. 1. B. 2. C. 0. D. -2.

Lời giải.

$$\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2} \Rightarrow \Delta : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = -2t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (1; 1; -2)$.

$H \in (\Delta) \Rightarrow H(1+t; -1+t; -2t)$.

$\vec{AH} = (2+t; t; 4-2t)$.

H là hình chiếu của A lên $\Delta \Rightarrow \vec{AH} \perp \vec{u}_\Delta \Leftrightarrow \vec{AH} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow 2+t+t-2 \cdot (4-2t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.
 $\Rightarrow H(2; 0; -2)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2649. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 1; 1)$, đường trung tuyến kẻ từ B và đường cao kẻ từ C lần lượt có phương trình $\frac{x-8}{10} = \frac{y+7}{-9} = \frac{z-5}{5}$, $\frac{x-7}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-3}{-1}$. Biết $B(a; b; c)$, khi đó $a+b+c$ bằng

A. 0. B. 1. C. -2. D. 2.

Lời giải.

Giả sử đường cao là $CH: \frac{x-7}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-3}{-1}$ ta

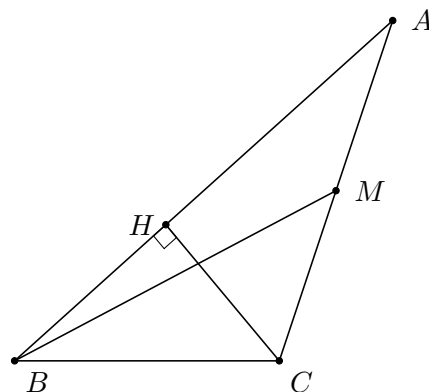
có véc-tơ chỉ phương của CH là $\vec{u} = (2; 5; -1)$.

B thuộc đường trung tuyến $BM: \frac{x-8}{10} = \frac{y+7}{-9} = \frac{z-5}{5}$ nên $B(8+10t; -7-9t; 5+5t)$.

Suy ra $\vec{AB} = (7+10t; -8-9t; 4+5t)$.

Vì $CH \perp AB$ nên $\vec{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow -30t - 30 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow B(-2; 2; 0)$.

Vậy $a + b + c = 0$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 2650. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (4; -6; 2)$. Phương trình chính tắc của Δ là

A. $\frac{x+2}{4} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{2}$.

B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{1}$.

D. $\frac{x-4}{2} = \frac{y+6}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Ta có: $\vec{u} = (4; -6; 2) \Rightarrow \vec{u'} = (2; -3; 1)$.

Phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{1}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2651. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 4x + 3y - 7z + 2 = 0$. Phương trình tham số của d là

A. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 7t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = -3 - 7t \end{cases}$

Lời giải.

Ta có d qua $M(1; 2; 3)$ và có VTCP $\vec{u}_d = \vec{n}_P = (4; 3; -7)$. Vậy $d: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2652. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-6}{4}$

và $d': \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -1 - 4t \\ z = 20 + t \end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm I của d và d' .

A. $I(-3; -2; 6)$.

B. $I(5; -1; 20)$.

C. $I(3; 7; 18)$.

D. $I(13; -33; 28)$.

Lời giải.

Thế d' vào d ta được:

$$\frac{8+t}{2} = \frac{1-4t}{3} = \frac{14+t}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{8+t}{2} = \frac{1-4t}{3} \\ \frac{1-4t}{3} = \frac{14+t}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24+3t = 2-8t \\ 4-16t = 42+3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = -2 \end{cases} \Leftrightarrow t = -2.$$

Vậy $I(3; 7; 18)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2653. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho d là giao tuyến của mặt phẳng (Oyz) với mặt phẳng $(P): 6x - 3y + 2z - 6 = 0$. Phương trình của d là

A. $\frac{x-1}{6} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{2}$. B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 - 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $d = (Oyz) \cap (P)$ nên ta suy ra

d đi qua điểm $A(0; 0; 3)$ và có VTCP $\vec{u}_d = [\vec{i}, \vec{n}_P] = (0; -2; -3)$ hay $\vec{u} = (0; 2; 3)$.

Vậy phương trình đường thẳng d : $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2654. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho Δ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ, vuông góc với trục hoành và cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. Phương trình Δ là

A. $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$. C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 + t \\ z = 4 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3t \\ z = 4t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi $A = \Delta \cap d \Rightarrow A(1+t; 2-t; 1-3t) \Rightarrow \vec{OA} = (1+t; 2-t; 1-3t)$.

Δ vuông góc với trục hoành $\vec{OA} \cdot \vec{i} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (1+t) + 0(2-t) + 0(1-3t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Δ đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và có VTCP $\vec{OA} = (0; 3; 4) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = 0 \\ y = 3t \\ z = 4t \end{cases}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2655. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 36$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 5 = 0$ tiếp xúc nhau. Tìm tiếp điểm H của (S) và (P) .

A. $H(1; -1; -2)$. B. $H(-3; -1; 0)$. C. $H(-3; 0; -1)$. D. $H(3; -3; -1)$.

Lời giải.

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(5; 1; 3)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua $I(5; 1; 3)$ và vuông góc với $(P) \Rightarrow$ VTCP $\vec{u}_d = \vec{n}_P = (1; 2; 2)$.

Phương trình d : $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. Khi đó $H = d \cap (P)$.

Tọa độ điểm H là nghiệm phương trình: $5 + t + 2(1 + 2t) + 2(3 + 2t) + 5 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

Vậy $H(3; -3; -1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2656. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua A , song song với mặt phẳng (P) và cắt d có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi $B = \Delta \cap d \Rightarrow B(3+t; 3+3t; 2t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2+t; 1+3t; 1+2t)$.

Ta có $\Delta \parallel (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow 1(2+t) + 1(1+3t) - 1(1+2t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Ta suy ra $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$.

Vậy $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 - t. \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2657. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{2}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{2}$. Gọi M, N lần lượt là các điểm di động trên d_1, d_2 . Tính giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn MN .

A. $4\sqrt{2}$. B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

d_1 qua $A(2; -1; -3)$ và có VTCP $\vec{u}_1 = (1; 2; 2)$.

d_2 qua $B(1; 1; -1)$ và có VTCP $\vec{u}_2 = (1; 2; 2)$.

$\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 2)$.

Nhận xét : $d_1 \parallel d_2$ nên $MN_{\min} = d(d_1, d_2) = d(A, d_2) = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_2|} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2658. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 0)$, $B(1; -2; 4)$, $C(13; 1; 0)$ và d là đường thẳng mà mọi điểm của d luôn cách đều A, B, C . Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = 7 \\ y = -\frac{1}{2} + 4t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 7 \\ y = 1 - 8t \\ z = -6t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{1}{2} - 24t \\ z = 2 - 18t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 5 \\ y = 48t \\ z = \frac{4}{3} + 36t \end{cases}$

Lời giải.

d luôn cách đều A, B, C nên $d \perp (ABC)$ tại tâm I (I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC)

Nhận xét : $\overrightarrow{AB} = (0; -3; 4)$, $\overrightarrow{AC} = (12; 0; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A nên I là trung điểm cạnh $BC \Rightarrow I\left(7; -\frac{1}{2}; 2\right)$.

d qua I và có VTCP $\vec{u} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; 48; 36)$ hay $\vec{u}' = (0; 4; 3)$. Vậy $d: \begin{cases} x = 7 \\ y = -\frac{1}{2} + 4t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2659. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$, biết rằng

d và trục Ox chéo nhau. Lập phương trình đường vuông góc chung của d và trục Ox .

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi HK là đoạn vuông góc chung của d và trục Ox ($H \in d, K \in Ox$).

Khi đó $H(0; t; 2 - t), K(t'; 0; 0) \Rightarrow \overrightarrow{HK} = (t'; -t; -2 + t)$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{HK} \cdot \vec{u}_d = 0 \\ \overrightarrow{HK} \cdot \vec{i} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \cdot t' + 1(-t) - 1(-2 + t) = 0 \\ t' \cdot 1 + 0(-t) + 0(-2 + t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow H(0; 1; 1) \\ t' = 0 \Rightarrow K(0; 0; 0) \equiv O \end{cases}$

Ta suy ra $\overrightarrow{HK} = (0; -1; -1)$.

Đường thẳng (HK) qua O và có VTCP $\overrightarrow{HK} = (0; -1; -1)$. Vậy $(HK): \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2660. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 2 \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Tọa độ một véc-tơ

chỉ phương của d là

A. $(-2; 3; 0)$. B. $(-2; 3; 3)$. C. $(1; 2; 3)$. D. $(2; 3; 0)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (-2; 3; 0)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2661. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -1; 2), B(1; 1; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Biết điểm $M(a; b; c)$ thuộc đường thẳng d sao cho tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất.

Khi đó giá trị $T = a + 2b + 3c$ bằng

A. 5. B. 3. C. 4. D. 10.

Lời giải.

Vì $S_{MAB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(M, AB)$ nên S_{MAB} nhỏ nhất khi $d(M, AB)$ nhỏ nhất.

Phương trình của $AB: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 \end{cases}$. Dễ dàng kiểm tra AB và d chéo nhau.

Gọi H là hình chiếu của M lên đường thẳng AB . Khi đó $d(M, AB) = MH$ nhỏ nhất khi MH là đoạn vuông góc chung của d và AB .

Ta có

$M \in d \Rightarrow M(-1 + s; s; 1 + s), H \in AB \Rightarrow H(t; -1 + 2t; 2), \overrightarrow{MH} = (t - s + 1; 2t - s - 1; 1 - s)$.

Véc-tơ chỉ phương của d và AB theo thứ tự là $\vec{u} = (1; 1; 1), \vec{v} = (1; 2; 0)$.

$$\forall i \begin{cases} \overrightarrow{MH} \perp \vec{u} \\ \overrightarrow{MH} \perp \vec{v} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1(t-s+1) + 1(2t-s-1) + 1(1-s) = 0 \\ 1(t-s+1) + 2(2t-s-1) + 0(1-s) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ s = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Vậy $M\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{7}{3}\right)$. Từ đó $T = \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{4}{3} + 3 \cdot \frac{7}{3} = 10$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2662. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z + 9 = 0$ và ba điểm $A(2; 1; 0)$, $B(0; 2; 1)$, $C(1; 3; -1)$. Điểm $M \in (\alpha)$ sao cho $\left| 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x_M + y_M + z_M = 1$. B. $x_M + y_M + z_M = 4$. C. $x_M + y_M + z_M = 3$. D. $x_M + y_M + z_M = 2$.

Lời giải.

Gọi $G(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} - 4\overrightarrow{GC} = \vec{0}$. Ta có

$$\overrightarrow{GA} = (2-a; 1-b; -c), \quad \overrightarrow{GB} = (-a; 2-b; 1-c), \quad \overrightarrow{GC} = (1-a; 3-b; -1-c).$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(2-a) + 3(-a) - 4(1-a) = 0 \\ 2(1-b) + 3(2-b) - 4(3-b) = 0 \\ 2(-c) + 3(1-c) - 4(-1-c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -4 \\ c = 7 \end{cases} \Rightarrow G(0; -4; 7).$$

Ta có

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} &= 2(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA}) + 3(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB}) - 4(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}) \\ &= \overrightarrow{MG} + (2\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} - 4\overrightarrow{GC}) = \overrightarrow{MG}. \end{aligned}$$

Từ đó $\left| 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} \right| = \left| \overrightarrow{MG} \right|$, đạt giá trị nhỏ nhất khi M là hình chiếu của G lên (α) .

Phương trình của đường thẳng d qua G và vuông góc với (α) là $\begin{cases} x = 2t \\ y = -4 + t \\ z = 7 - 2t \end{cases}$.

Điểm M là giao của d và (α) . Giải hệ $\begin{cases} x = 2t \\ y = -4 + t \\ z = 7 - 2t \\ 2x + y - 2z + 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \\ z = 5 \end{cases} \Rightarrow M(2; -3; 5).$

Vậy $x_M + y_M + z_M = 4$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2663. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ và hai điểm $A(1; 2; -5)$, $B(-1; 0; 2)$. Biết điểm M thuộc Δ sao cho biểu thức $T = |MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất là $T_{\max}$. Khi đó, $T_{\max}$ bằng bao nhiêu?

A. $T_{\max} = 3$. B. $T_{\max} = 2\sqrt{6} - 3$. C. $T_{\max} = \sqrt{57}$. D. $T_{\max} = 3\sqrt{6}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ qua điểm $K(0; 1; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương

$\vec{u} = (1; 1; 1)$. Ta có

$\overrightarrow{KA} = (1; 1; -5)$, $\overrightarrow{KB} = (-1; -1; 2)$. Suy ra

$[\overrightarrow{KA}, \overrightarrow{KB}] = (-3; 3; 0)$ và

$[\overrightarrow{KA}, \overrightarrow{KB}] \cdot \vec{u} = (-3) \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 0$.

Vậy đường thẳng AB và Δ đồng phẳng.

Gọi H là hình chiếu của A lên Δ

$\Rightarrow H(t; 1+t; t)$, $\overrightarrow{AH} = (t-1; t-1; t+5)$.

Từ $\overrightarrow{AH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow 1 \cdot (t-1) + 1 \cdot (t-1) + 1 \cdot (t+5) = 0$

$\Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(-1; 0; -1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc với AH .

Phương trình của (P) : $-2(x+1) - 2(y-0) + 4(z+1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2z - 1 = 0$.

Vì $[1+2-2(-5)-1][-1+0-2 \cdot 2-1] = 12 \cdot (-6) < 0$ nên hai điểm A và B nằm trái phía đối với (P) .

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua Δ thì $A'(-3; -2; 3)$.

Ta có

$$T = |MA - MB| = |MA' - MB| \leq A'B.$$

Do đó $T_{\max} = A'B = \sqrt{(-1+3)^2 + (0+2)^2 + (2-3)^2} = 3$, xảy ra khi M là giao điểm của $A'B$ và Δ .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2664. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(-3; 0; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Trong các đường thẳng đi qua A và song song với (P) , đường thẳng nào cách B một khoảng cách nhỏ nhất?

A. $\frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}$.

C. $\frac{x-3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z+1}{-2}$.

B. $\frac{x+3}{26} = \frac{y}{-11} = \frac{z-1}{-2}$.

D. $\frac{x+2}{26} = \frac{y-1}{11} = \frac{z+3}{-2}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Gọi (Q) là mặt phẳng qua $A(-3; 0; 1)$ và song song với $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$.

với $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$.

$\Rightarrow (Q): x - 2y + 2z + 1 = 0$ và $d \subset (Q)$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của B lên d và (Q) thì $BH \geq BK$.

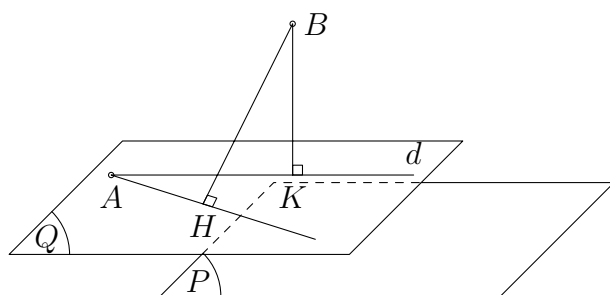
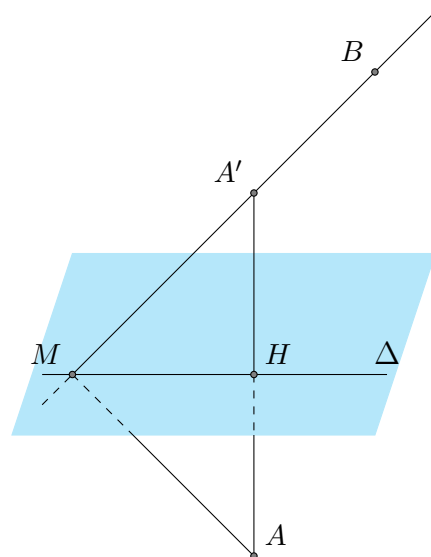
Do đó $d(B; d)$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $H \equiv K$.

Đường thẳng BK đi qua $B(1; -1; 3)$ và vuông góc với $(Q) \Rightarrow BK: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Ta có $K = BK \cap (Q) \Rightarrow K\left(-\frac{1}{9}; \frac{11}{9}; \frac{7}{9}\right)$.

Đường thẳng d qua A và nhận $\overrightarrow{AK} = \left(\frac{26}{9}; \frac{11}{9}; -\frac{2}{9}\right)$ làm véc-tơ chỉ phương

nên $d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2665. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = 5 \end{cases}$. Đường thẳng d có một

vec-tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u} = (-1; 2; 5)$. B. $\vec{u} = (1; 2; 0)$. C. $\vec{u} = (1; 2; 5)$. D. $\vec{u} = (-1; 0; 5)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2666. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0; -3; 1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Mặt

phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d có phương trình

- A. $3x - 2y + z - 5 = 0$. B. $3x - 2y + z - 10 = 0$.
C. $3x - 2y + z + 5 = 0$. D. $3x - 2y + z - 7 = 0$.

Lời giải.

d có vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -2; 1)$.

Mặt phẳng (P) qua điểm $M(0; -3; 1)$ và có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \vec{u}$ nên có phương trình:

$3(x - 0) - 2(y + 3) + 1(z - 1) = 0$ hay $3x - 2y + z - 7 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2667. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) .

- A. $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$. B. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. C. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Lời giải.

$\vec{OA} = (1; 0; 1)$, $\vec{OB} = (-1; 2; 1) \Rightarrow \vec{n} = [\vec{OA}, \vec{OB}] = (-2; -2; 2)$.

Ta thấy tam giác OAB vuông tại O nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là trung điểm I của AB .

Ta có $I(0; 1; 1)$, suy ra đường thẳng Δ đi qua $I(0; 1; 1)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; -1)$.

Vậy Δ có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2668. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{4}$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

- A. $\frac{x+3}{13} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z+10}{5}$. B. $\frac{x+3}{13} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z+10}{-5}$.
C. $\frac{x-3}{13} = \frac{y-2}{-6} = \frac{z-10}{-5}$. D. $\frac{x-3}{13} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z+10}{-5}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 3; -1)$.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 4)$.

Gọi Δ là đường thẳng cần lập phương trình. Theo giả thiết, ta có $[\vec{n}, \vec{u}] = (13; -2; -5)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ . Gọi A là giao điểm của d với mặt phẳng (P) , khi đó $A(-3; -2; -10)$ và Δ đi qua A .

Vậy Δ có phương trình $\frac{x+3}{13} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z+10}{-5}$.

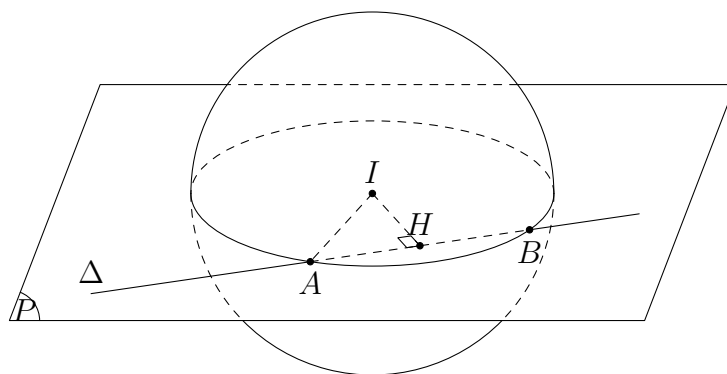
Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2669. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 3; -1)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-11}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+15}{-2}$.

Phương trình mặt cầu tâm I , cắt Δ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 16$ có phương trình là

- A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = \frac{725}{9}$. B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = \frac{725}{9}$.
C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = \frac{1301}{9}$. D. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = \frac{1301}{9}$.

Lời giải.



Gọi H là trung điểm AB , khi đó $HA = HB = 8$ và $IH \perp AB$.

Dễ thấy $R^2 = IA^2 = IH^2 + HA^2 = 64 + d^2(I, \Delta)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $K(11; 0; -15)$. Ta có $\vec{IK} = (9; -3; -14)$ và $\vec{u}(2; 1; -2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Ta có $[\vec{IK}, \vec{u}] = (20; -10; 15)$.

$$d(I, \Delta) = \frac{|\vec{IK}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{725}}{3}, \text{ suy ra } R^2 = 64 + \frac{725}{9} = \frac{1301}{9}.$$

Vậy mặt cầu cần lập có phương trình $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = \frac{1301}{9}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2670. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3; -1; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (4; 5; -7)$ là

- A. $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 5 - t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = -5 - t \\ z = 7 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -1 + 5t \\ z = 2 - 7t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 7t \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3; -1; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{u} = (4; 5; -7) \text{ là } \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -1 + 5t \\ z = 2 - 7t \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

□

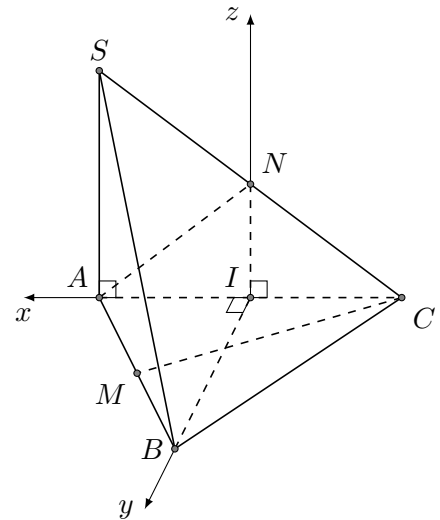
Câu 2671. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, SC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và AN bằng

- A. $\frac{3a}{\sqrt{37}}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{3a\sqrt{37}}{74}$. D. $\frac{a}{4}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AC . Ta có $IA = IC = \frac{a}{2}$, $BI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $NI = \frac{3a}{2}$. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv I$, tia Ox trùng tia IA , tia Oy trùng tia IB , tia Oz trùng tia IN . Khi đó $A\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $C\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $B\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và $N\left(0; 0; \frac{3a}{2}\right)$. Vì M là trung điểm AB nên $M\left(\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; 0\right)$.

Ta có $d(CM, AN) = \frac{|[\vec{u}_{CM}; \vec{u}_{AN}] \cdot \vec{CA}|}{|[\vec{u}_{CM}; \vec{u}_{AN}]|}$.



$$\text{Tính } \vec{CM} = \left(\frac{3a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; 0\right) \Rightarrow \vec{u}_{CM} = (3; \sqrt{3}; 0); \vec{AN} = \left(-\frac{a}{2}; 0; \frac{3a}{2}\right) \Rightarrow \vec{u}_{AN} = (-1; 0; 3).$$

Suy ra $[\vec{u}_{CM}; \vec{u}_{AN}] = (3\sqrt{3}; -9; \sqrt{3})$. Ta có $\vec{CA} = (a; 0; 0)$.

$$\text{Vậy } d(CM, AN) = \frac{|3\sqrt{3}a|}{\sqrt{27 + 81 + 3}} = \frac{3a}{\sqrt{37}}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2672. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x + y - 4z = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1; 3; 1)$ thuộc (P) . Gọi Δ là đường thẳng qua A , nằm trong (P) và cách d một khoảng lớn nhất. Gọi $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ . Tính $a + 2b$.

- A. $a + 2b = -3$. B. $a + 2b = 0$. C. $a + 2b = 4$. D. $a + 2b = 7$.

Lời giải.

Ta có $\Delta \subset (P) \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Leftrightarrow a + b - 4 = 0 \Leftrightarrow a = 4 - b$.

Ta có Δ đi qua $A(1; 3; 1)$, $\vec{u} = (4 - b; b; 1)$; d đi qua $M(1; -1; 3)$, $\vec{u}_d = (2; -1; 1)$.

Khi đó: $[\vec{u}; \vec{u}_d] = (b + 1; b - 2; -b - 4)$, $\vec{AM} = (0; -4; 2)$ và

$$d(d; \Delta) = \frac{|[\vec{u}; \vec{u}_d] \cdot \vec{AM}|}{|[\vec{u}; \vec{u}_d]|} = \frac{|6b|}{\sqrt{3b^2 + 6b + 21}} = \frac{6}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{b^2}{b^2 + 2b + 7}}.$$

Mà $\frac{b^2}{b^2 + 2b + 7} = \frac{7}{6} - \frac{1}{6} \cdot \frac{(b+7)^2}{b^2 + 2b + 7} \leq \frac{7}{6}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow b = -7$.

Vậy $d(d; \Delta)$ lớn nhất khi $b = -7 \Rightarrow a = 11 \Rightarrow a + 2b = -3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2673. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. Đường thẳng d có một véc-tơ

chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (1; 0; 4)$.

B. $\vec{u}_4 = (1; -1; 4)$.

C. $\vec{u}_3 = (1; -1; 5)$.

D. $\vec{u}_2 = (2; -1; 5)$.

Lời giải.Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1; 5)$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 2674.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu của d lên mặt phẳng (Oxy) .

$$\text{A. } d': \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{B. } d': \begin{cases} x = -3 + t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{C. } d': \begin{cases} x = -3 + t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{D. } d': \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}$$

Lời giải.Phương trình mặt phẳng $(Oxy): z = 0 \Rightarrow d \cap (Oxy) = A(-3; 0; 0)$.Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2; 1; 2) \Rightarrow$ hình chiếu của M lên (Oxy) là $B(-2; 1; 0)$.

Khi đó d' đi qua $A, B \Rightarrow d'$ có một véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 0) \Rightarrow d': \begin{cases} x = -3 + t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 2675.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-5}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxz) và cắt d_1, d_2 có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + t \\ z = -1 \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ y = -\frac{25}{7} + t \\ z = \frac{18}{7} \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 + t \\ z = 4 \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = t \\ y = -4 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Lời giải.Giả sử $\Delta \cap d_1 = A \Rightarrow A(a; a-4; -a+3)$ và $\Delta \cap d_2 = B \Rightarrow B(1-2b; -3+b; 4-5b)$.Ta có $\Delta \perp (Oxz) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \parallel \vec{n}$ với $\vec{n} = (0; 1; 0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (Oxz)

$$\Rightarrow \frac{a-1+2b}{0} = \frac{a-b-1}{1} = \frac{-a+5b-1}{0} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b-1=0 \\ -a+5b-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{7} \\ b = \frac{2}{7} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } A\left(\frac{3}{7}; -\frac{25}{7}; \frac{18}{7}\right) \text{ và } B\left(\frac{3}{7}; -\frac{19}{7}; \frac{18}{7}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(0; \frac{6}{7}; 0\right) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ y = -\frac{25}{7} + t \\ z = \frac{18}{7} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 2676.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-6y-8z+18=0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và nằm trong mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất là.

$$\text{A. } \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1} \quad \text{B. } \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1} \\ \text{C. } \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1} \quad \text{D. } \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$$

Lời giải.

Xét mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 6y - 8z + 18 = 0$ có tâm $I(3; 3; 4)$ và bán kính $R = 4$.

Ta có $IM = \sqrt{14} < R \Rightarrow$ điểm M nằm trong mặt cầu hay mặt phẳng (α) cắt mặt cầu theo giao tuyến là một đường tròn (C) , gọi H là tâm đường tròn đó.

Để dây cung cắt là nhỏ nhất thì $\Delta \perp MH$, khi đó $\vec{u}_\Delta = [\vec{MH}, \vec{n}_\alpha]$.

Đường thẳng IH đi qua tâm I và vuông góc với $(\alpha) \Rightarrow IH: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 3 + t \\ z = 4 + t. \end{cases}$

H là giao điểm của IH và $(\alpha) \Rightarrow H(1; 1; 2) \Rightarrow \vec{MH} = (-1; 0; 1) \Rightarrow \vec{u}_\Delta = (-1; 2; -1)$.

Khi đó Δ đi qua M và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; 1) \Rightarrow \Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2677. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u} = (1; 3; 1)$, đường thẳng nào dưới đây nhận $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương?

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + 3t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - 4t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = -4 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 5t \\ z = -4 - 3t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = -4 + t \end{cases}$ nhận $\vec{u}$ làm véc-tơ chỉ phương.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2678. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A(3; 4; 2)$, $B(5; -1; 0)$ và $C(2; 5; 1)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình

A. $7x + 4y - 3z - 31 = 0$. B. $x + y + z - 9 = 0$.
C. $7x + 4y - 3z + 31 = 0$. D. $x + y + z - 8 = 0$.

Lời giải.

Ta có: $\vec{AB} = (2; -5; -2)$; $\vec{AC} = (-1; 1; -1)$.

Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận véc-tơ $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (7; 4; -3)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $7x + 4y - 3z - 31 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2679. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z - 12 = 0$ và đường thẳng d có phương trình $d: \frac{x+7}{3} = \frac{y+10}{4} = \frac{z-4}{-2}$. Toạ độ giao điểm M của đường thẳng d với mặt phẳng (P) là

A. $M(2; 2; -2)$. B. $M(-7; -10; 4)$. C. $M(1; 2; -3)$. D. $M(2; -1; -3)$.

Lời giải.

Toạ của d và (P) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = -7 + 3t & (1) \\ y = -10 + 4t & (2) \\ z = 4 - 2t & (3) \\ x + 2y - 3z - 12 = 0 & (4) \end{cases}$$

Thay (1), (2), (3) vào (4) ta được $t = 3$.

Vậy $M(2; 2; -2)$ là giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2680. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{6} = \frac{z-1}{2}$ và điểm $I(1; -2; 5)$. Lập phương trình mặt cầu (S) tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I .

A. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (x-5)^2 = 40$.

B. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (x-5)^2 = 49$.

C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (x-5)^2 = 69$.

D. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (x-5)^2 = 64$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $M(2; 0; 1)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; 6; 2)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên đường thẳng d ta có $IH = d(I, d) = \frac{|[\vec{IM}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|}$, với $\vec{IM} = (1; 2; -4)$, $\vec{u} = (3; 6; 2)$.

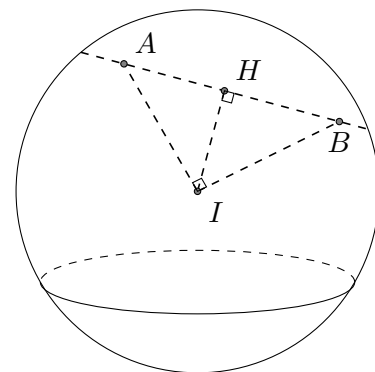
$$\text{Suy ra } IH = d(I, d) = \frac{|[\vec{IM}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \sqrt{20}.$$

Theo đề bài ta có tam giác IAB vuông cân tại I nên $IA = IH\sqrt{2} = \sqrt{40}$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (x-5)^2 = 40$.

Chọn đáp án **A**

□



Câu 2681. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$. Một véc-tơ

chỉ phương của d là

A. $\vec{u} = (1; -2; 0)$.

B. $\vec{u} = (3; 1; 2)$.

C. $\vec{u} = (1; -2; 2)$.

D. $\vec{u} = (-1; 2; 2)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (1; -2; 0)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2682. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(0; 21; -19)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho biểu thức $T = 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 0$.

B. $S = \frac{14}{5}$.

C. $S = 12$.

D. $S = \frac{12}{5}$.

Lời giải.

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $3\vec{IA} + 2\vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$.

Ta có $3\vec{IA} + 2\vec{IB} + \vec{IC} = (-6x + 6; -6y + 24; -6z - 18)$.

$$3\vec{IA} + 2\vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \\ z = -3 \end{cases} \Rightarrow I(1; 4; -3).$$

Gọi K là tâm của mặt cầu (S) . Suy ra $K(1; 1; 1)$.

IK là đường thẳng qua K và nhận $\overrightarrow{IK}$ làm véc-tơ chỉ phương, IK có phương trình $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$.

Gọi P, Q là giao điểm của IK và (S) . Từ hệ $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - 4t \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1 \end{cases}$ ta tìm được

$P\left(1; \frac{8}{5}; \frac{1}{5}\right)$ và $Q\left(1; \frac{2}{5}; \frac{9}{5}\right)$. Suy ra $IP = |\overrightarrow{IP}| = 4$, $IQ = |\overrightarrow{IQ}| = 6$.

Ta có $T = 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2$

$$\begin{aligned} &= 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 6MI^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot (3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}) + 3IA^2 + 2IB^2 + IC^2 \\ &= 6MI^2 + 3IA^2 + 2IB^2 + IC^2. \end{aligned}$$

Do đó, T đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất, lúc đó $MI = \min\{IP; IQ\} = IP$.

Tức $M \equiv P$. Vậy $S = 1 + \frac{8}{5} + \frac{1}{5} = \frac{14}{5}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2683. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = -2 + 6t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = 3t' \end{cases}$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $d_1 \perp d_2$. B. $d_1 \equiv d_2$. C. d_1 và d_2 chéo nhau. D. $d_1 \parallel d_2$.

Lời giải.

Hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (-2; 4; 6)$ và $\vec{u}_2 = (-1; 2; 3)$.

Suy ra hai véc-tơ $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ cùng phương.

Lại có điểm $M(1; 3; -2) \in d_1$ nhưng không thuộc d_2 .

Vậy hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2684. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$ và hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-3; -3; -3)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết rằng C luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

- A. $R = 4$. B. $R = 6$. C. $R = \frac{2\sqrt{33}}{3}$. D. $R = \frac{2\sqrt{11}}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là tâm của mặt cầu (S) .

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M(-1; -1; -1)$.

Gọi $K = AB \cap (P)$.

Ta có đường thẳng AB đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{AB} = (-4; -4; -4) = -4(1; 1; 1)$ làm véc-tơ chỉ

phương nên phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Vì $K \in AB$ nên $K(1+t; 1+t; 1+t)$. Mặt khác $K \in (P) \Rightarrow 1+t+(1+t)-(1+t)-3=0 \Leftrightarrow t=2$.

Suy ra $K(3; 3; 3) \Rightarrow KM = 4\sqrt{3}$. Ta cũng có $AB = 4\sqrt{3}$.

Xét $\triangle KIC$ vuông tại C ta có $KI^2 = KC^2 + IC^2$. (1)

Xét $\triangle KIM$ vuông tại M ta có $KI^2 = KM^2 + IM^2 = KM^2 + \left(IA^2 - \frac{AB^2}{4}\right) = IA^2 + 36$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $KC^2 = 36 \Rightarrow KC = 6$.

Từ đó suy ra C thuộc đường tròn tâm K bán kính bằng 6 vẽ trong mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án (B) □

Câu 2685. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$.

D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; 1)$; đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2; 1; 3)$.

Đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{n}, \vec{u}_d] = (-5; 1; 3)$.

Gọi M là giao điểm của d và mặt phẳng (P) , khi đó tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 2y + z - 4 = 0 \\ \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1. \end{cases}$$

$\Rightarrow M(1; 1; 1)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ và nhận $\vec{u} = (-5; 1; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 2686. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -1; -2)$ và $B(2; 2; 2)$. Véc-tơ $\vec{a}$ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

A. $\vec{a} = (2; 1; 0)$.

B. $\vec{a} = (2; 3; 4)$.

C. $\vec{a} = (-2; 1; 0)$.

D. $\vec{a} = (2; 3; 0)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 3; 4)$. Suy ra véc-tơ $\vec{a} = (2; 3; 4)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Chọn đáp án (B) □

Câu 2687. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) , số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q): x - y - 11 = 0$ bằng bao nhiêu?

A. 45° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải.

Vì $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) nên mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = \overrightarrow{OH} = (2; -1; -2)$.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; -1; 0)$.

Gọi φ là số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) , ta có

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) + (-2) \cdot 0|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Suy ra $\varphi = 45^\circ$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2688. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-2; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z - 10 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu (S) , biết rằng (S) có tâm I và nó cắt (P) theo một đường tròn (T) có chu vi bằng 10π .

A. $r = 5$.

B. $r = \sqrt{34}$.

C. $r = \sqrt{5}$.

D. $r = 34$.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (P) là:

$$d = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot (-2) - (1) + 2 \cdot 3 - 10|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 3.$$

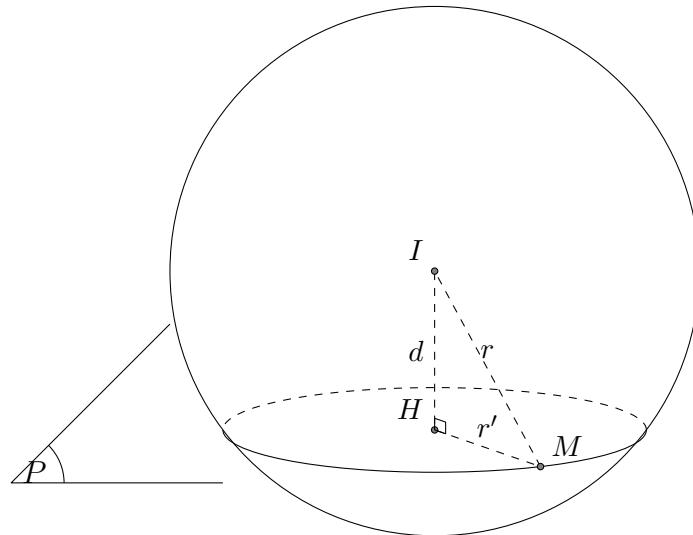
Gọi r' là bán kính đường tròn (T) , ta có:

$$2\pi r' = 10\pi \Rightarrow r' = 5.$$

Từ đó ta có:

$$r^2 = r'^2 + d^2 = 5^2 + 3^2 = 34 \Rightarrow r = \sqrt{34}.$$

Như vậy mặt cầu (S) có bán kính $r = \sqrt{34}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2689. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + y - z + 9 = 0$, đường thẳng $d : \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P) .

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}.$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}.$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$

D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; 1; -1)$.

Gọi B là giao điểm của đường thẳng Δ với đường thẳng d , khi đó $B = (3 + t; 3 + 3t; 2t)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2 + t; 1 + 3t; 2t + 1)$.

Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) nên:

$$\overrightarrow{AB} \perp \vec{n}_P \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow (2 + t) \cdot 1 + (1 + 3t) \cdot 1 + (2t + 1) \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow t = -1$$

Do đó $B = (2; 0; -2) \Rightarrow \overrightarrow{BA} = (-1; 2; 1)$.

Vậy, phương trình đường thẳng Δ là: $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2690. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{2}$ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm có tọa độ là

A. $(-3; 2; 0)$.

B. $(3; -2; 0)$.

C. $(-1; 0; 0)$.

D. $(1; 0; 0)$.

Lời giải.

Ta có tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (Oxy) là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{2} \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 0. \end{cases}$$

Vậy giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (Oxy) là điểm $(1; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2691. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 6y + z - 3 = 0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A và B . Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 36$.

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$.

C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9$.

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 36$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $A(0; 0; 3)$ và $B(5+t; 2t; 6-t)$.

Mặt khác $B \in (P)$ nên ta có: $2(5+t) + 6 \cdot 2t + (6-t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Suy ra $B(4; -2; 7)$.

Khi đó mặt cầu có tâm $I(2; -1; 5)$, $R = AI = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (5-3)^2} = 3$.

Vậy phương trình mặt cầu: $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2692. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 3; 3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3 = (2; 1; -1)$.

B. $\vec{u}_2 = (1; -1; 0)$.

C. $\vec{u}_4 = (0; 1; -1)$.

D. $\vec{u}_1 = (1; 2; 1)$.

Lời giải.

Điểm C thuộc đường phân giác trong góc C nên có tọa độ $C(2+2t; 4-t; 2-t)$

Suy ra trung điểm của đoạn thẳng AC là $M\left(2+t; \frac{7-t}{2}; \frac{5-t}{2}\right)$.

Vì M thuộc đường trung tuyến BM nên suy ra $t = 1$.

Vậy $C(4; 3; 1)$ và $M(3; 3; 2)$.

Ta gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên đường phân giác trong CD , suy ra H là giao điểm của CD với mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với CD (phương trình $(P): 2x - y - z + 2 = 0$).

Từ đó tìm được $H(2; 4; 2)$.

Gọi A' là đối xứng của A qua CD suy ra A' đối xứng A qua H , từ đó tìm được $A'(2; 5; 1)$.

Theo tính chất đường phân giác ta có: A' thuộc BC . Vậy BC qua A' và C nên có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{A'C} = (2; -2; 0)$.

$$\Rightarrow BC \text{ có phương trình là } \begin{cases} x = 2 + k \\ y = 5 - k \\ z = 1. \end{cases}$$

Khi đó B là giao điểm của $A'C$ và BM nên có tọa độ là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1} \\ x = 2 + k \\ y = 5 - k \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 1. \end{cases}$$

Với $B(2; 5; 1)$ ta có: $\overrightarrow{AB} = (0; 2; -2) = 2(0; 1; -1)$ nên $\vec{u} = (0; 1; -1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2693. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua $E(-2; 1; -2)$ song song với (P) đồng thời tạo với d góc bé nhất. Biết rằng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (m; n; 1)$. Tính $T = m^2 - n^2$.

A. $T = -5$.

B. $T = 4$.

C. $T = 3$.

D. $T = -4$.

Lời giải.

Ta có: $\Delta \parallel (P)$ nên $\vec{u}_{\Delta} \perp \vec{n}_{(P)} \Leftrightarrow \vec{u}_{\Delta} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Leftrightarrow n = 2m + 2 \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = (m; 2m + 2; 1)$

Do đó, gọi α góc giữa hai đường thẳng Δ và d , ta có

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{u}_{\Delta} \cdot \vec{u}_{(d)}|}{|\vec{u}_{\Delta}| \cdot |\vec{u}_{(d)}|} = \frac{|4m + 5|}{\sqrt{41(5m^2 + 8m + 5)}} = \frac{1}{\sqrt{41}} \cdot \sqrt{\frac{16m^2 + 40m + 25}{5m^2 + 8m + 5}}.$$

Góc α nhỏ nhất khi và chỉ khi $\cos \alpha$ đạt giá trị lớn nhất.

Xét hàm số $f(m) = \frac{16m^2 + 40m + 25}{5m^2 + 8m + 5}$ trên $\mathbb{R}$, ta có:

$$f'(m) = \frac{-72m^2 - 90m}{(5m^2 + 8m + 5)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -\frac{5}{4}. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

m	$-\infty$	$-\frac{5}{4}$	0	$+\infty$	
$f'(m)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(m)$	$\frac{16}{5}$	0	5	$\frac{16}{5}$	

Suy ra $\max_{m \in \mathbb{R}} f(m) = f(0) = 5$. Với $m = 0$ suy ra $n = 2$. Do đó $T = 0 - 2^2 = -4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2694. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Đường thẳng (Δ) nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là

A. $(\Delta): \frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

B. $(\Delta): \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

C. $(\Delta): \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

D. $(\Delta): \frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải.

Gọi A là giao điểm của (d) và (P) . Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x + 2y + z - 4 = 0 \\ x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow A(1; 1; 1).$$

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (1; 2; 1) \\ \vec{u}_{(d)} = (2; 1; 3) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_{(\Delta)} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_{(d)}] = (5; -1; -3).$

Vậy phương trình đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2695. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 2; 1)$, $B(4; 4; 2)$, $C(-2; 4; -3)$. Đường phân giác trong AD của tam giác ABC có một véc-tơ chỉ phương là

A. $(-2; 4; -3)$.

B. $(6; 0; 5)$.

C. $(0; 1; -\frac{1}{3})$.

D. $(-\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -1)$.

Lời giải.

Gọi $\vec{u}_1$ là véc-tơ cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$ và có mô-đun bằng 1.

Gọi $\vec{u}_2$ là véc-tơ cùng hướng với $\overrightarrow{AC}$ và có mô-đun bằng 1.

Theo tính chất hình thoi, véc-tơ chỉ phương của đường phân giác trong AD của tam giác ABC cùng phương với véc-tơ $\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2; 2; 1) \\ \overrightarrow{AC} = (-4; 2; -4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_1 = (\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}) \\ \vec{u}_2 = (-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{2}{3}) \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = (0; 1; -\frac{1}{3}).$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2696. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 3)$, $B(6; 5; 5)$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính AB . Mặt phẳng (P) vuông góc với đoạn AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và

đây là đường tròn tâm H (giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P)) có thể tích lớn nhất, biết rằng $(P): 2x + by + cz + d = 0$ với $b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tính $S = b + c + d$.

A. $S = -18$.

B. $S = -11$.

C. $S = -24$.

D. $S = -14$.

Lời giải.

Gọi O là tâm mặt cầu (S) .

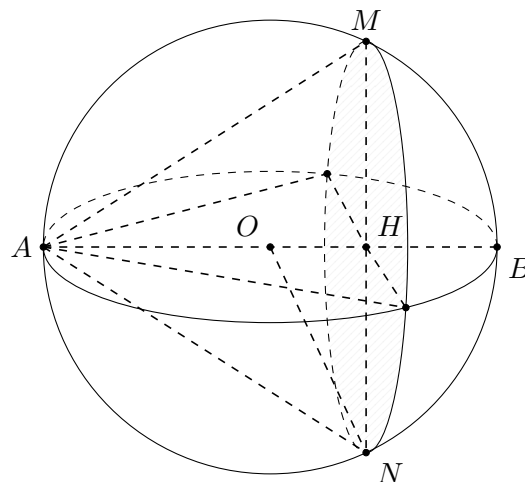
Gọi MN là đường kính của đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) .

Vì khối nón có thể tích lớn nhất nên ta suy ra H thuộc đoạn OB . Đặt $OH = x$, $(0 < x < 3)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 4; 2) \Rightarrow AB = 6$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} ON = 3 \\ OH = x \end{cases} \Rightarrow HN^2 = 9 - x^2.$$

$$\text{Thể tích khối nón } V = \frac{\pi}{3} \cdot (x + 3) \cdot (9 - x^2), (0 < x < 3).$$



Xét hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 27$, $(0 < x < 3)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = -3(x^2 + 2x - 3); f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \max_{(0;3)} f(x) = f(1).$$

$$\text{Khi đó ta được } \overrightarrow{AH} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{AB} \Rightarrow \begin{cases} x_H = \frac{14}{3} \\ y_H = \frac{11}{3} \\ z_H = \frac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow (P): 2x + 2y + z - 21 = 0.$$

$$\text{Vậy ta được } \begin{cases} b = 2 \\ c = 1 \\ d = -21 \end{cases} \Rightarrow S = -18.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2697. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$.

Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$.

B. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{2-y}{1} = \frac{z+1}{2}$.

D. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = \vec{n}_{(P)} = (1; -1; 2)$ có phương trình là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}.$$

Đối chiếu đáp án ta có đáp án **A** thỏa mãn.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2698. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$ và đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = mt \\ y = m^2t \\ z = mt \end{cases} \text{ với } m \text{ là tham số. Tìm tất cả giá trị của tham số } m \text{ để đường thẳng } d \text{ tiếp xúc}$$

với mặt cầu (S) .

- A. $m = -2$. B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 0 \end{cases}$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

Lời giải.

Xét phương trình

$$m^2t^2 + m^4t^2 + m^2t^2 - 2mt - 2m^2t - 2mt = 0 \quad (1)$$

Để d là đường thẳng thì $m \neq 0$. Đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu khi và chỉ khi (1) có nghiệm duy nhất, hay $-4m - 2m^2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2699. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; 7; 0)$ và $B(3; 0; 3)$. Phương trình đường phân giác trong của góc $\widehat{AOB}$ là

- A. $d: \frac{x}{5} = \frac{y}{7} = \frac{z}{4}$. B. $d: \frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{3}$. C. $d: \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$. D. $d: \frac{x}{6} = \frac{y}{7} = \frac{z}{5}$.

Lời giải.

Ta có $OA = 5\sqrt{2}$, $OB = 3\sqrt{2}$. Lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{OM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{OA}$.

Khi đó tọa độ điểm M là $\left(\frac{3}{5}; \frac{21}{5}; 0\right)$.

Gọi N là trung điểm của MB thì $N\left(\frac{9}{5}; \frac{21}{10}; \frac{3}{2}\right)$.

Đường phân giác trong chính là đường thẳng qua hai điểm O, N .

Ta có $\overrightarrow{ON} = \left(\frac{9}{5}; \frac{21}{10}; \frac{3}{2}\right) = \frac{3}{10} \times (6; 7; 5)$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $d: \frac{x}{6} = \frac{y}{7} = \frac{z}{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2700. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = 5 - t \end{cases}$

Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_4 = (1; 2; 5)$. B. $\vec{u}_3 = (1; -3; -1)$. C. $\vec{u}_1 = (0; 3; -1)$. D. $\vec{u}_2 = (1; 3; -1)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_1 = (0; 3; -1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2701. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

- A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$. B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$. D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + 3t. \end{cases}$

Gọi I là giao điểm của d và (P) . Vì $I \in d$ nên $I(-1 + 2t; t; -2 + 3t)$.

Mặt khác $I \in (P)$ nên $-1 + 2t + 2t - 2 + 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow I(1; 1; 1)$.

Theo giả thiết (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; 1)$ và d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; 3)$.

Ta có $[\vec{n}; \vec{u}] = (5; -1; -3)$.

Vì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d nên Δ đi qua điểm $I(1; 1; 1)$ và nhận $\vec{u}_\Delta = (5; -1; -3)$ là véc-tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2702. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-1}{-5}$ và $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ và d .

- A. 3. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\frac{45}{\sqrt{14}}$.

Lời giải.

Theo giả thiết Δ đi qua điểm $M(2; 3; 1)$, có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2; -4; -5)$ và d đi qua điểm $N(1; 0; -1)$, có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (1; -2; 2)$.

Ta có $[\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (-18; -9; 0)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và song song với Δ .

Suy ra (P) đi qua N và nhận $\vec{n} = -\frac{1}{9}[\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (2; 1; 0)$ là véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là $2 \cdot (x-1) + 1 \cdot (y-0) + 0 \cdot (z+1) = 0 \Rightarrow (P): 2x + y - 2 = 0$.

Khoảng cách giữa Δ và d bằng khoảng cách từ M đến (P) .

Ta có $d(M, (P)) = \frac{|4 + 3 - 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2703. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. Đường thẳng d có một

véc-tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_4 = (-2; 4; 1)$. B. $\vec{u}_1 = (2; 4; 0)$. C. $\vec{u}_2 = (1; -2; 0)$. D. $\vec{u}_3 = (1; -2; 1)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2; 4; 0)$ nên có một véc-tơ chỉ phương là

$\vec{u}_2 = (1; -2; 0)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2704. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{2}$; $d_2: \frac{x-4}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 5z + 1 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-5}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{-5}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-13}{-5}$.

Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là các giao điểm của đường thẳng d với các đường thẳng d_1, d_2 . Khi đó, tọa độ của A, B có dạng $A(3+t; -3-t; 5+2t)$, $B(4-3s; 1+2s; -2+2s)$.

$\vec{AB} = (1-3s-t; 4+2s+t; -7+2s-2t)$.

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 3; -5)$ của mặt phẳng (P) . Do đó, ta có

$$\frac{1-3s-t}{2} = \frac{4+2s+t}{3} = \frac{-7+2s-2t}{-5}.$$

Suy ra $s = 0$ và $t = -1$. Do đó, $A(2; -2; 3)$ và $B(4; 1; -2)$.

Đường thẳng d đi qua A và có nhận véc-tơ $\vec{n}$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-5}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2705. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; -1)$, $B\left(-\frac{4}{3}; -\frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) . Hỏi Δ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(5; -1; 5)$.

B. $N(3; 0; 2)$.

C. $M(1; -1; 1)$.

D. $P(-5; -4; 5)$.

Lời giải.

Ta có: $OA = 3$, $OB = 4$, $AB = 5$.

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{AB \cdot x_O + OB \cdot x_A + OA \cdot x_B}{AB + OB + OA} = \frac{5 \cdot 0 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)}{5 + 4 + 3} = \frac{1}{3} \\ y_I = \frac{AB \cdot y_O + OB \cdot y_A + OA \cdot y_B}{AB + OB + OA} = \frac{5 \cdot 0 + 4 \cdot (-2) + 3 \cdot \left(-\frac{8}{3}\right)}{5 + 4 + 3} = -\frac{4}{3} \\ z_I = \frac{AB \cdot z_O + OB \cdot z_A + OA \cdot z_B}{AB + OB + OA} = \frac{5 \cdot 0 + 4 \cdot (-1) + 3 \cdot \frac{8}{3}}{5 + 4 + 3} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

$$[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (-8; -4; -8) = -4(2; 1; 2).$$

Phương trình đường thẳng Δ : $\frac{x - \frac{1}{3}}{2} = \frac{y + \frac{4}{3}}{1} = \frac{z - \frac{1}{3}}{2}.$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; -1; 1)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2706. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ : $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$. Gọi Δ' là đường thẳng đối xứng với đường thẳng Δ qua (Oxy) . Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ' .

A. $\vec{u} = (-1; 3; -1)$.

B. $\vec{u} = (1; 2; -1)$.

C. $\vec{u} = (1; 3; 0)$.

D. $\vec{u} = (1; 3; 1)$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm $A(4; 11; 0)$.

Ta thấy $B(1; 2; 3) \in \Delta$ và $B'(1; 2; -3)$ là điểm đối xứng của điểm B qua mặt phẳng (Oxy) .

Đường thẳng Δ' đi qua các điểm A, B' . Ta có $\overrightarrow{AB'} = (-3; -9; -3)$, từ đó suy ra $\vec{u} = (1; 3; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ' .

Chọn đáp án **D** □

Câu 2707. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3; 3; -2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 3; 1)$. Viết phương trình đường thẳng d .

$$\begin{aligned} \text{A. } d: \frac{x+3}{1} &= \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{1}. \\ \text{C. } d: \frac{x-1}{3} &= \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{-2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B. } d: \frac{x-3}{1} &= \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{1}. \\ \text{D. } d: \frac{x+1}{3} &= \frac{y+3}{3} = \frac{z+1}{-2}. \end{aligned}$$

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(3; 3; -2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 3; 1)$. Phương trình đường thẳng d là

$$d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{1}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2708. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 4; 5)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên (P) . Tìm tọa độ điểm H .

$$\text{A. } H(1; 2; 2). \quad \text{B. } H(2; 5; 3). \quad \text{C. } H(6; 7; 8). \quad \text{D. } H(2; -3; -1).$$

Lời giải.

Vì H là hình chiếu vuông góc của M lên (P) nên $H(3+t; 4-t; 5+2t)$.

Điểm H thuộc mặt phẳng (P) nên ta có phương trình

$$(3+t) - (4-t) + 2(5+2t) - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -1$$

$$\Leftrightarrow H = (2; 5; 3).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2709. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 3; -2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$, $d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$. Đường thẳng d qua M cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

$$\text{A. } AB = 3. \quad \text{B. } AB = 2. \quad \text{C. } AB = \sqrt{6}. \quad \text{D. } AB = \sqrt{5}.$$

Lời giải.

d_1 qua điểm $C(1; 2; 0)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 3; 1)$.

d_2 qua điểm $D(-1; 1; 2)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-1; 2; 4)$.

Xét mặt phẳng (P) chứa d_1 và điểm M . Suy ra $\vec{n}_P = [\vec{CM}, \vec{u}_1] = (7; -4; 5)$.

Xét mặt phẳng (Q) chứa d_2 và điểm M . Suy ra $\vec{n}_Q = [\vec{DM}, \vec{u}_2] = (16; -12; 10)$.

Đường thẳng d qua M và cắt d_1 nên $d \subset (P)$; Đường thẳng d qua M và cắt d_2 nên $d \subset (Q)$.

Khi đó $d = (P) \cap (Q) \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (20; 10; -20)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+2}{-2}$.

A là giao điểm d và $d_1 \Rightarrow A(1; 2; 0)$; B là giao điểm d và $d_2 \Rightarrow B(-1; 1; 2)$.

Vậy $AB = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2710. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc (S) . Gọi M và N là hai tiếp điểm. Tính độ dài MN .

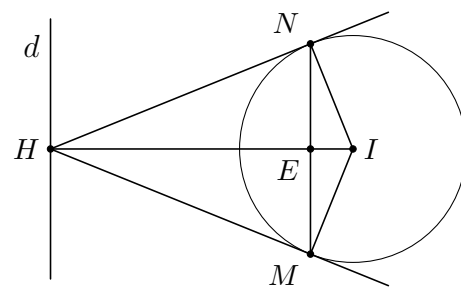
$$\text{A. } MN = 2\sqrt{2}. \quad \text{B. } MN = \frac{4\sqrt{3}}{3}. \quad \text{C. } MN = \frac{2\sqrt{3}}{3}. \quad \text{D. } MN = 4.$$

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 1)$. Gọi $H(2 + 2t; -t; 4t)$ là hình vuông góc của I xuống d .

Ta có $\overrightarrow{IH} = (2t + 1; -t - 2; 4t - 1)$ mà

$$\begin{aligned}\overrightarrow{IH} \cdot \vec{u}_d &= 0 \\ \Leftrightarrow 2(2t + 1) - (-t - 2) + 4(4t - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow t &= 0.\end{aligned}$$



Do đó $\overrightarrow{IH} = (1; -2; -1)$.

Khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng d bằng $IH = \sqrt{6}$.

Xét mặt phẳng (IMN) , mặt phẳng này cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn tâm I bán kính $R = \sqrt{2}$.

Ta có $IM \perp (P) \Rightarrow IM \perp d$ mà $IH \perp d \Rightarrow d \perp (IMH)$.

Tương tự $d \perp (INH)$, do đó 4 điểm I, M, N, H đồng phẳng (cùng thuộc mặt phẳng qua I và vuông góc với d).

Xét $\triangle IMH$, $HM = \sqrt{IH^2 - IM^2} = \sqrt{6 - 2} = 2$ và $ME = \frac{IM \cdot HM}{IH} = \frac{\sqrt{2} \cdot 2}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Vậy $MN = 2ME = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 2711. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$. Cho đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , vuông góc với đường thẳng d đồng thời khoảng cách từ giao điểm I của d với (P) đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{42}$. Gọi $M(5; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của I trên Δ . Giá trị $P = bc$ bằng bao nhiêu?

A. $P = -10$.

B. $P = 10$.

C. $P = 12$.

D. $P = -20$.

Lời giải.

Gọi $I(3 + 2t; -2 + t; -1 - t) \in d$, vì I thuộc mặt phẳng (P) nên

$$\begin{aligned}3 + 2t + (-2 + t) + (-1 - t) + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow t &= -1 \\ \Rightarrow I &= (1; -3; 0).\end{aligned}$$

Ta có $IM = \sqrt{42} \Leftrightarrow (5 - 1)^2 + (b + 3)^2 + (c - 0)^2 = 42 \Leftrightarrow (b + 3)^2 + c^2 = 26$ (1).

Mà $M(5; b; c) \in (P) \Rightarrow 5 + b + c + 2 = 0 \Leftrightarrow c = -7 - b$.

Khi đó (1) $\Leftrightarrow (b + 3)^2 + (b + 7)^2 = 26 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ b = -8. \end{cases}$

Với $b = -2 \Rightarrow c = -5$ và $b = -8 \Rightarrow c = 1$.

Vậy $P = bc = 10$ hoặc $P = bc = -8$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 2712. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $A(-2; 2; 0)$.

B. $B(2; 2; 0)$.

C. $C(-3; 0; 3)$.

D. $D(3; 0; 3)$.

Lời giải.

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng d thì chỉ có điểm $D(3; 0; 3)$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2713. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2), B(2; -1; 3)$. Viết phương trình đường thẳng AB .

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 1)$.

Suy ra phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2714. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0, A(-3; 0; 1), B(1; -1; 3)$. Viết phương trình đường thẳng d qua A , song song với (P) sao cho khoảng cách từ B đến d là lớn nhất.

A. $\frac{x+3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

B. $\frac{x+3}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x+3}{2} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{-7}$.

Lời giải.

Vì $(-3 - 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 - 5)(1 - 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 3 - 5) < 0$ nên hai điểm A, B khác phía so với (P) .

Gọi H là hình chiếu của B lên d .

Ta có: $BH \leq BA$ nên khoảng cách BH từ B đến d lớn nhất khi và chỉ khi H trùng A .

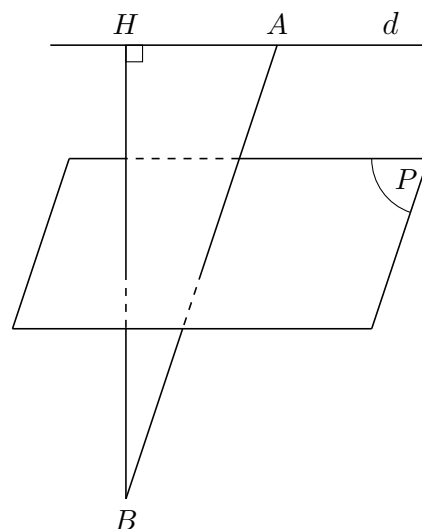
Khi đó $AB \perp d$.

VTPT của (P) là $\vec{n} = (1; -2; 2), \overrightarrow{AB} = (4; -1; 2)$.

VTCP của d là $\vec{u} = [\vec{n}, \overrightarrow{AB}] = (-2; 6; 7)$.

Mà d qua $A(-3; 0; 1)$ nên phương trình đường thẳng d là:

$$\frac{x+3}{2} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{-7}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2715. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z = 0$ và điểm $M(1; 2; -1)$. Một đường thẳng thay đổi qua M cắt (S) tại hai điểm A, B . Tìm giá trị lớn nhất của tổng $MA + MB$.

A. 8.

B. 10.

C. $2\sqrt{17}$.

D. $8 + 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

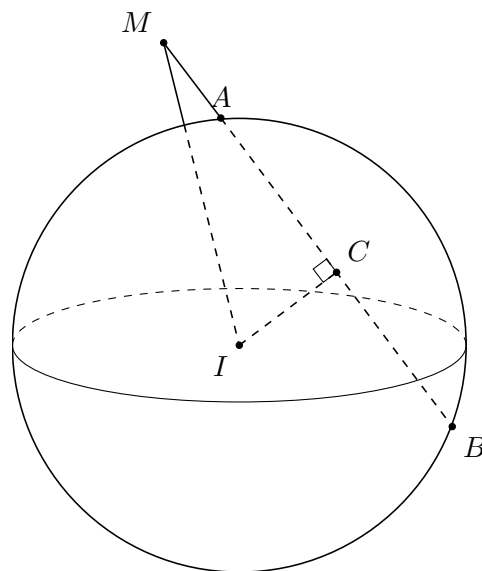
Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -2)$ và bán kính $R = 3$.

Ta có: $MI^2 = 17 > R^2$ nên M nằm ngoài mặt cầu.

Gọi C là trung điểm AB , khi đó ta có: $MA + MB = 2MC$.

Mà $MC \leq MI$, nên $MA + MB \leq 2MI = 2\sqrt{17}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi AB đi qua tâm I của (S) .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 2716. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$.

Điểm nào dưới đây **không** thuộc d ?

A. $E(2; -2; 3)$.

B. $N(1; 0; 1)$.

C. $F(3; -4; 5)$.

D. $M(0; 2; 1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ của M vào phương trình ta thấy $\frac{-1}{1} = \frac{2}{-2} \neq \frac{0}{2}$ nên $M \notin d$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2717. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{1}$ và điểm $M(2; -1; 0)$. Gọi S là mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm M . Hỏi có bao nhiêu mặt cầu thỏa mãn?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. Vô số.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng Oxy tại điểm M .

Phương trình đường thẳng Δ là:
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = t \end{cases}$$

Khi đó $I = d \cap \Delta$. Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = t \\ \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{1} \end{cases} \Rightarrow t = -3 \Rightarrow I(2; -1; -3)$$

Vậy có duy nhất một mặt cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2718. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 4)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Tìm hình chiếu vuông góc H của M lên đường thẳng d .

A. $H(1; 0; 1)$.

B. $H(-2; 3; 0)$.

C. $H(0; 1; -1)$.

D. $H(2; -1; 3)$.

Lời giải.

Gọi $H(x; y; z)$ là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng $d \Rightarrow H \in d$.

do đó $H(t; 1-t; -1+2t) \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (t-1; 1-t; 2t-5)$.

Vì $MH \perp d$ nên $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (t-1) - (1-t) + 2(2t-5) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Suy ra $H(2; -1; 3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2719. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$. Gọi Δ là một đường thẳng chứa trong (P) , cắt và vuông góc với d . Véc-tơ $\vec{u} = (a; 1; b)$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ . Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 1$.

B. $S = 0$.

C. $S = 2$.

D. $S = 4$.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -2; 1)$; d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2; 2; -1)$.

Ta có: $[\vec{n}, \vec{u}_d] = (0; 4; 8) = 4(0; 1; 2)$.

Vậy Δ có 1 véc-tơ chỉ phương là $\vec{v} = (0; 1; 2) \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow S = a + b = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

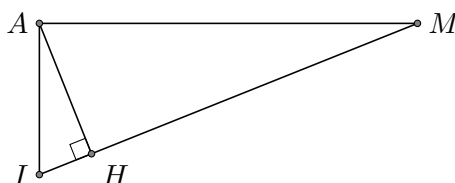
Câu 2720. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ và một điểm $M(2; 3; 1)$. Từ M kẻ được vô số các tiếp tuyến tới (S) , biết tập hợp các tiếp điểm là đường tròn (C) . Tính bán kính r của đường tròn (C) .

A. $r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

B. $r = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $r = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(1; 1; 0)$. Gọi A là tiếp điểm của một tiếp tuyến kẻ từ M tới mặt cầu (S) .

Khi đó $IA \perp AM$.

Gọi H là tâm đường tròn (C) , thì $HA \perp IM$.

Ta có $IM = \sqrt{(2-1)^2 + (3-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{6} \Rightarrow AM = \sqrt{IM^2 - IA^2} = \sqrt{6-4} = \sqrt{2}$.

Vậy $r = AH = \sqrt{\frac{AI^2 \cdot AM^2}{AI^2 + AM^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2}{4+2}} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2721. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): -x - 2y + 5z - 2017 = 0$, $(Q): 2x - y + 3z + 2018 = 0$. Gọi Δ là giao tuyến của (P) và (Q) . Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ ?

A. $\vec{u}(-1; 3; 5)$.

B. $\vec{u}(-1; 13; 15)$.

C. $\vec{u}(1; 13; 5)$.

D. $\vec{u}(-1; 13; 5)$.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (-1; -2; 5)$.

(Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (2; -1; 3)$.

Suy ra $[\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (-1; 13; 5) \neq \vec{0}$.

Vậy Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (-1; 13; 5)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2722. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$. Gọi d' là hình chiếu

vuông góc của d trên mặt phẳng tọa độ Oxz . Viết phương trình đường thẳng d' .

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 0 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 0 \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Lời giải.

d đi qua $M(2; -3; 1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 3)$.

Mặt phẳng (Oxz) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 1; 0)$ và có phương trình $y = 0$.

Suy ra $[\vec{u}, \vec{n}] = (-3; 0; 1)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên $Oxz \Rightarrow H(2; 0; 1)$.

Suy ra d' là đường thẳng qua $H(2; 0; 1)$ và nhận véc-tơ $\vec{u}' = [\vec{n}, [\vec{u}, \vec{n}]] = (1; 0; 3)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Vậy phương trình của d' : $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 0 \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2723. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d .

A. (P): $x - y - 2z = 0$.

B. (P): $x - 2y - 2 = 0$.

C. (P): $x + y + 2z = 0$.

D. (P): $x - y + 2z = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (P): $1(x - 2) - 1(y - 0) + 2(z + 1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2724. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1), B(-1; 2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB).

A. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ B. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ D. $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Lời giải.

Tam giác OAB vuông tại O nên tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm AB có tọa độ $I(0; 1; 1)$.

Mặt phẳng (OAB) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{OA}, \vec{OB}] = (-2; -2; 2)$.

Suy ra đường thẳng Δ có $\vec{u} = (1; 1; -1)$ và đi qua $I(0; 1; 1)$. Vậy phương trình đường thẳng Δ là

$$\Delta : \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2725. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $(d_1) : \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}$, $(d_2) : \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$, $(d_3) : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$, $(d_4) : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là

A. 0.

B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải.

Kiểm tra vị trí tương đối giữa hai đường thẳng ta thấy $(d_1) \parallel (d_2)$; (d_4) cắt $(d_2), (d_3)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa (d_1) và (d_2) ; (Q) là mặt phẳng chứa (d_3) và (d_4) .

Gọi (Δ) là đường thẳng cắt cả 4 đường thẳng trên.

Ta thấy, (Δ) cắt cả $(d_1), (d_2)$ suy ra $(\Delta) \subset (P)$.

(Δ) cắt cả $(d_3), (d_4)$ suy ra $(\Delta) \subset (Q)$. Mà $(d_2), (d_4)$ có điểm chung nên (Δ) là giao tuyến của (P) và (Q) , do đó có duy nhất một đường thẳng thỏa mãn.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2726. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$. Mặt phẳng

đi qua $A(2; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $2x + y - z - 2 = 0$.B. $x + 3y - 2z - 3 = 0$.C. $x - 3y - 2z + 3 = 0$.D. $x + 3y - 2z - 5 = 0$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d) là $\vec{u} = (2; 1; -1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(2; -1; 1)$ nhận $\vec{u}$ là véc-tơ pháp tuyến có phương trình

$$2(x - 2) + 1(y + 1) - 1(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - z - 2 = 0.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2727. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(R) : x + y - 2z + 2 = 0$ và đường thẳng $\Delta_1 : \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) đồng thời cắt và vuông góc với Δ_1 có phương trình là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = 1 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi $H = \Delta_1 \cap (R)$. Khi đó tọa độ H thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{1} \\ \frac{x}{2} = \frac{z-1}{-1} \\ x+y-2z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow H(0; 0; 1).$$

Ta có véc-tơ chỉ phương của Δ_1 là $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$, véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (R) là $\vec{n} = (1; 1; -2)$.

Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) và vuông góc với đường thẳng Δ_1 nên có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = [\vec{n}, \vec{u}_1] = (1; -3; -1)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ_2 là
$$\begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = 1 - t \end{cases}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2728. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 1)$, $B(5; 0; -1)$, $C(3; 1; 2)$ và mặt phẳng $(Q): 3x + y - z + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Q) thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + 5c$.

A. 11.

B. 9.

C. 15.

D. 14.

Lời giải.

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $\vec{IA} + \vec{IB} + 2\vec{IC} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{x_A + x_B + 2x_C}{4} = 3 \\ y = \frac{y_A + y_B + 2y_C}{4} = 0 \\ z = \frac{z_A + z_B + 2z_C}{4} = 1 \end{cases}.$

Vậy $I(3; 0; 1)$.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 4 \cdot MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC}) + IA^2 + IB^2 + 2IC^2 \\ &= 4 \cdot MI^2 + IA^2 + IB^2 + 2IC^2. \end{aligned}$$

Vì I, A, B, C cố định nên $IA^2 + IB^2 + 2IC^2$ không đổi.

Do đó $\overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất, tức M là hình chiếu của I lên mặt phẳng (Q) .

Đường thẳng Δ qua I và vuông góc với mặt phẳng (Q) có phương trình $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}, M = \Delta \cap (Q).$

Có $M \in \Delta \Rightarrow M(3 + 3t; t; 1 - t)$ mà $M \in (Q)$ nên $3(3 + 3t) + t - (1 - t) + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$
 $\Rightarrow M(0; -1; 2) \Rightarrow a + b + 5c = 9.$

Chọn đáp án **B** □

Câu 2729. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; -2)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}.$

B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}.$

$$\text{C. } \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}.$$

$$\text{D. } \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}.$$

Lời giải.

Do giả thiết ta suy ra phương trình chính tắc của đường thẳng là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2730. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z = 0$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S) . Phương trình của mặt phẳng (Q) là

$$\text{A. } (Q): x + 2y - 2z - 17 = 0.$$

$$\text{B. } (Q): 2x + 2y - 2z + 19 = 0.$$

$$\text{C. } (Q): x + 2y - 2z - 35 = 0.$$

$$\text{D. } (Q): x + 2y - 2z + 1 = 0.$$

Lời giải.

Ta gọi I và R lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu (S) . Khi đó $I(2; 1; -2)$ và $R = 3$.

Mặt phẳng $(Q) \parallel (P)$ nên (Q) có dạng $x + 2y - 2z + d = 0$.

Vì (Q) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $d(I, (Q)) = R$, suy ra $\frac{|2 + 2 + 4 + d|}{\sqrt{1 + 2^2 + (-2)^2}} = 3 \Rightarrow d = 1$ (loại vì trùng mặt phẳng (P)) hoặc $d = -17$.

Vậy $(Q): x + 2y - 2z - 17 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2731. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $N(0; 3; 0)$ và mặt cầu (S) tâm $I(1; -2; 1)$ bán kính $R = 3$, biết $M(x_0; y_0; z_0) \in (S)$ sao cho $A = 2x_0 - y_0 + 2z_0$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó độ dài MN là

$$\text{A. } 3.$$

$$\text{B. } 3\sqrt{3}.$$

$$\text{C. } 3\sqrt{2}.$$

$$\text{D. } \sqrt{3}.$$

Lời giải.

Phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Từ $A = 2x_0 - y_0 + 2z_0$ ta được $A - 6 = 2(x_0 - 1) - (y_0 + 2) + 2(z_0 - 1)$. Khi đó áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky ta được

$$|A - 6| = |2(x_0 - 1) - (y_0 + 2) + 2(z_0 - 1)|$$

$$|A - 6| \leq \sqrt{(2^2 + 1 + 2^2)} \left((x_0 - 1)^2 + (y_0 + 2)^2 + (z_0 - 1)^2 \right) = 9 \text{ hay } |A - 6| \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq A \leq 15.$$

Do đó A đạt giá trị nhỏ nhất bằng -3 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2x_0 - y_0 + 2z_0 = -3 \\ \frac{x_0 - 1}{2} = \frac{y_0 + 2}{-1} = \frac{z_0 - 1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 - y_0 + 2z_0 = -3 \\ x_0 = 1 + 2t \\ y_0 = -2 - t \\ z_0 = 1 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = -1 \\ z_0 = -1. \end{cases}$$

Do đó $M(-1; -1; -1)$, khi đó $MN = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2732. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$.

Phương trình tham số của đường thẳng d là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = -1 + t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = -1 - t \end{cases}$$

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 1 - t \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2733. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(2; -3; 1)$ có phương trình tham số là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 2 + 4t \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -8 + 5t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 5 - 4t \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = -3 - 2t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 5t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 1 + 4t \end{cases}$$

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB} = (1; -5; 4).$$

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(2; -3; 1)$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 5t, t \in \mathbb{R} \\ z = -3 - 4t \end{cases}$

$\mathbb{R}$.

Với $t = -2$, ta được $M(3; -8; 5)$ thuộc đường thẳng AB . Khi đó, đường thẳng AB có phương trình

tham số $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -8 + 5t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 - 4t \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = -3 - 2t \end{cases}$$

Câu 2734. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(2; -1; 2)$ và nhận $\vec{u} = (-1; 2; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

$$\text{A. } \Delta: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}.$$

$$\text{B. } \Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}.$$

$$\text{C. } \Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}.$$

$$\text{D. } \Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}.$$

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua $A(2; -1; 2)$ và nhận $\vec{u} = (-1; 2; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

$$\Delta: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2735. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1; -2; 4)$, $F(1; -2; -3)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho tổng $ME + MF$ có giá trị nhỏ nhất. Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M(-1; 2; 0)$. B. $M(-1; -2; 0)$. C. $M(1; -2; 0)$. D. $M(1; 2; 0)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$.

Thay tọa độ điểm E, F vào phương trình mặt phẳng (Oxy) ta được $4 \cdot (-3) < 0$. Vậy E, F nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy) .

$ME + MF$ nhỏ nhất khi 3 điểm M, E, F thẳng hàng hay $\overrightarrow{ME}$ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$.

Do $M \in (Oxy)$ nên đặt $M(a; b; 0)$.

$$\overrightarrow{ME} = (1 - a; -2 - b; 4), \overrightarrow{EF} = (0; 0; -7).$$

$$\text{Từ đó ta được } \begin{cases} 1 - a = 0 \\ -2 - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}.$$

Vậy $M(1; -2; 0)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2736. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1; -2; 1)$, $B(2; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm H của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là

- A. $H(0; -5; -1)$. B. $H(1; -5; -1)$. C. $H(4; 1; 0)$. D. $H(5; 0; -1)$.

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB} = (1; 3; 2).$$

Đường thẳng đi qua hai điểm A, B có phương trình tham số:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 3t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Vì H là giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) nên H thuộc đường thẳng AB .

Khi đó $H(1 + t, -2 + 3t, 1 + 2t)$. Vì H cũng thuộc mặt phẳng (P) nên

$$1 + t - (-2 + 3t) + 2(1 + 2t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Vậy $H(0; -5; -1)$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2737. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ và điểm $I(2; 1; -1)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ cắt trục Ox tại hai điểm A, B . Tính độ dài đoạn AB .

- A. $AB = 2\sqrt{6}$. B. $AB = 24$. C. $AB = 4$. D. $AB = \sqrt{6}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 2; -1)$.

Lấy điểm $M(-2; 1; 0) \in \Delta$. $\overrightarrow{IM} = (-4; 0; 1)$.

$$\text{Khoảng cách từ } I \text{ đến đường thẳng } \Delta \text{ là } \frac{|\overrightarrow{IM}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{72}}{3} = 2\sqrt{2}.$$

Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ là

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 8.$$

Hoành độ của hai điểm A, B là nghiệm của phương trình

$$(x - 2)^2 + (0 - 1)^2 + (0 + 1)^2 = 8 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{6} + 2 \\ x = -\sqrt{6} + 2 \end{cases}.$$

Từ đó, ta được $A(\sqrt{6} + 2; 0; 0)$ và $B(-\sqrt{6} + 2; 0; 0)$. Vậy độ dài đoạn AB bằng $2\sqrt{6}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2738. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho m, n là hai số thực dương thỏa mãn $m + 2n = 1$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $(P) : mx + ny + mnz - mn = 0$ với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Khi mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có bán kính nhỏ nhất thì $2m + n$ có giá trị bằng

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. 1.

Lời giải.

$$(P) : mx + ny + mnz - mn = 0.$$

$$\text{Suy ra } A(n; 0; 0), B(0; m; 0), C(0; 0; 1).$$

$$\text{Tâm mặt cầu ngoại tiếp } OABC \text{ là } K\left(\frac{n}{2}; \frac{m}{2}; \frac{1}{2}\right).$$

$$\text{Bán kính } r = OK = \frac{\sqrt{n^2 + m^2 + 1}}{2}.$$

r nhỏ nhất khi và chỉ khi $n^2 + m^2 + 1$ nhỏ nhất.

$$m + 2n = 1 \Leftrightarrow m = 1 - 2n \Rightarrow n^2 + m^2 + 1 = 5n^2 - 4n + 1.$$

$$\text{Xét } P(n) = 5n^2 - 4n + 1 = 5\left(n - \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{5}.$$

$$\text{Suy ra } r \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow n = \frac{2}{5} \Rightarrow m = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}. \text{ Khi đó } 2m + n = \frac{4}{5}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 2739. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t, (t \in \mathbb{R}), \\ z = -2 + t \end{cases}$

điểm $M(1; 2; -1)$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y + 14z + 64 = 0$. Gọi Δ' là đường thẳng đi qua M cắt đường thẳng Δ tại A , cắt mặt cầu tại B sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$ và B có hoành độ là số nguyên. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

A. $2x + 4y - 4z - 19 = 0$.

B. $3x - 6y - 6z - 62 = 0$.

C. $2x - 4y - 4z - 43 = 0$.

D. $3x + 6y - 6z - 31 = 0$.

Lời giải.

$$\text{Vì } A \in \Delta \text{ nên ta có } A(3 + t; -1 - t; -2 + t).$$

$$\text{Gọi } B(x, y, z).$$

$$\overrightarrow{AM} = (-2 - t; 3 + t; 1 - t), \overrightarrow{AB} = (x - 3 - t; y + 1 + t; z + 2 - t).$$

$$\text{Do } \frac{AM}{AB} = 3 \text{ nên } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AM} \\ \overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AM} \end{cases}.$$

Trường hợp 1: $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AM}$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 3 - t = -6 - 3t \\ y + 1 + t = 9 + 3t \\ z + 2 - t = 3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = 8 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}.$$

Vì $B \in (S)$ nên

$$(-3 - 2t - 2)^2 + (8 + 2t + 5)^2 + (1 - 2t + 7)^2 - 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow 12t^2 + 40t + 244 = 0 \text{ vô nghiệm.}$$

Trường hợp 2: $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AM}$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 3 - t = 6 + 3t \\ y + 1 + t = -9 - 3t \\ z + 2 - t = -3 + 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 + 4t \\ y = -10 - 4t \\ z = -5 + 4t \end{cases}.$$

Vì $B \in (S)$ nên

$$(9 + 4t - 2)^2 + (-10 - 4t + 5)^2 + (-5 + 4t + 7)^2 - 14 = 0 \Leftrightarrow 48t^2 + 112t + 64 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -\frac{4}{3} \end{cases}.$$

Vì B có hoành độ nguyên nên $t = -1$. Từ đó, ta được $A(2; 0; -3), B(5; -6; -9)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

$$2x - 4y - 4z - 43 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2740. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 1; 2)$ và $B(2; -1; 0)$ là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{2}.$

B. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}.$

C. $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-4}{-2}.$

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{-2}.$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1, -2, -2)$. Phương trình đường thẳng AB đi qua $B(2; -1; 0)$ nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}.$

Chọn đáp án **B** □

Câu 2741. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha) : 4x + 3y - 7z + 1 = 0$. Phương trình tham số của d là

A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 7t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -7 + 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) nên nhận véc-tơ $\vec{n}_\alpha$ làm véc-tơ chỉ phương. Suy ra,

phương trình đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2742. Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{a}(4; -6; 2)$ là

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{1}.$

B. $\frac{x+2}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z-1}{2}.$

C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}.$

D. $\frac{x-4}{2} = \frac{y+6}{-3} = \frac{z-2}{1}.$

Lời giải.

Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{a}(4; -6; 2)$ nên có phương trình $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{1}.$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2743. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P) : 2x + y - z - 3 = 0$ và

(Q) : $x + y + z - 1 = 0$. Phương trình chính tắc đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) là

A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{1}$.

D. $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-1}{-1}$.

Lời giải.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y - z - 3 = 0 \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2z - 2 = 0 \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2z + 2 \\ y = -3z - 1 \end{cases}$. Đặt $z = t$ ta

suy ra $x = 2t + 2, y = -3t - 1$. Từ đó ta thu được phương trình đường thẳng $d : \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$.

Xét điểm $A(2; -1; 0) \in d$, ta thấy A chỉ thuộc đường thẳng $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2744. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$.

B. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

C. $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{2}{\sqrt{6}}$.

D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$.

Lời giải.

Ta có $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{|\vec{b} \cdot \vec{c}|}{|\vec{b}| \cdot |\vec{c}|} = \frac{2}{\sqrt{6}}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2745. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ và đường

thẳng $d_2 : \begin{cases} x = 3 + 4t' \\ y = 5 + 6t' \\ z = 7 + 8t' \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $d_1 \parallel d_2$.

B. d_1 và d_2 chéo nhau.

C. $d_1 \equiv d_2$.

D. $d_1 \perp d_2$.

Lời giải.

Ta có các véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; 3; 4)$, $\vec{u}_2 = (4; 6; 8)$. Dễ dàng nhận thấy $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$. Do đó $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ song song. Lấy bất kì một điểm $A(1; 2; 3) \in d_1$, ta thấy $A \in d_2$. Suy ra d_1 và d_2 trùng nhau.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2746. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và đường thẳng $d : \begin{cases} 6 - 4t \\ -2 - t \\ -1 + 2t \end{cases} (t \in$

$\mathbb{R})$. Hình chiếu của A trên d có tọa độ là

A. $(-2; 3; 1)$.

B. $(2; -3; 1)$.

C. $(2; 3; 1)$.

D. $(2; -3; -1)$.

Lời giải.

Gọi $H(6-4t; -2-t; -1+2t)$ là hình chiếu của A lên đường thẳng d . Ta có $\overrightarrow{AH} = (5-4t; -3-t; -2+2t)$

và $\vec{u}_d = (4, 1, -2)$. Do $AH \perp d$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_d = 0$

$\Leftrightarrow 4(5-4t) + 1(-3-t) - 2(-2+2t) = 0$

$\Leftrightarrow t = 1$. Vậy tọa độ điểm H là $H(2; -3; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2747. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $(P): -x + 3z - 2 = 0$. Tìm đáp án đúng

- A. $(P) \parallel Oy$. B. $(P) \parallel xOz$. C. $(P) \supset Oy$. D. $(P) \parallel Ox$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_P = (-1; 0; 3)$, $\vec{u}_{Oy} = (0; 1; 0)$. Dễ có tích vô hướng $\vec{n}_P \cdot \vec{u}_{Oy} = 0$. Suy ra $(P) \parallel Oy$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2748. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2t \\ z = -2 - mt \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): 2x - y - 2z - 6 = 0$. Giá trị của m để $d \subset (P)$ là

- A. $m = 4$. B. $m = -4$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Lời giải.

Để $d \subset (P)$ thì phương trình $2(1 - 3t) - (2t) - 2(-2 - mt) - 6 = 0$ đúng với $\forall t \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow t(-8 + 2m) = 0$ đúng với $\forall t \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow m = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2749. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$

và $d_2: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. Phương trình đường thẳng vuông góc chung của d_1 và d_2 là

- A. $\frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{-4}$. B. $\frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-9}{4}$.
C. $\frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{4}$. D. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{4}$.

Lời giải.

Ta có các véc-tơ chỉ phương của d_1 và d_2 lần lượt là $\vec{u}_1(1; 2; -1)$, $\vec{u}_2(-7; 2; 3)$. Do Δ vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2 nên $\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] = (8; 4; 16)$. Ta thấy véc-tơ $(8; 4; 16)$ cùng phương với véc-tơ $(2; 1; 4)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2750. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-3}$. Véc-tơ nào dưới đây **không** phải là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{a}(2; 1; 3)$. B. $\vec{b}(2; -1; -3)$. C. $\vec{c}(-2; 1; 3)$. D. $\vec{d}(6; -3; -9)$.

Lời giải.

Dễ thấy, $\vec{a}(2; 1; 3)$ không phải là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2751. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$ và $(d_2): \frac{x-2}{1} =$

$\frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (d_1) và (d_2) cắt nhau.
B. (d_1) và (d_2) song song với nhau.

C. (d_1) và (d_2) chéo nhau và vuông góc với nhau.

D. (d_1) và (d_2) chéo nhau và không vuông góc với nhau.

Lời giải.

Các véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng đã cho là $\vec{u}_1(-2; 0; 1)$, $\vec{u}_2(1; -1; 2)$ và dễ thấy chúng vuông góc với nhau.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2752. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos \alpha = \frac{4}{9}$.

B. $\cos \alpha = -\frac{4}{9}$.

C. $\sin \alpha = \frac{4}{9}$.

D. $\sin \alpha = -\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2; 2; -1)$, (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; -2)$.

Từ đó, $\sin \alpha = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \left| \frac{\vec{u} \cdot \vec{n}}{|\vec{u}| |\vec{n}|} \right| = \frac{4}{9}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2753. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d .

A. $(P): 5x + 2y + 4z - 5 = 0$.

B. $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$.

C. $(P): 2x + 2y + z - 2 = 0$.

D. $(P): 5x - 2y - 4z - 5 = 0$.

Lời giải.

d đi qua điểm $M(1; -2; 1)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}(2; 1; 2)$. Do (P) chứa A và d nên (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AM}, \vec{u}] = (-5; 2; 4)$. Suy ra phương trình của (P) là $5x - 2y - 4z - 5 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2754. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x - 2y - 6z + 5 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Δ song song với (α) .

B. Δ nằm trên (α) .

C. Δ vuông góc với (α) .

D. Δ cắt và không vuông góc với (α) .

Lời giải.

Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2; 1; 3)$, (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; -3)$. Dễ thấy $\vec{u} = -\vec{n}$ nên Δ vuông góc với (α) .

Chọn đáp án **C** □

Câu 2755. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2; 1; 0)$, $B(-2; 3; 2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc d và đi qua hai điểm A, B .

A. $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 17$.

B. $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 17$.

C. $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 5$.

D. $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 33$.

Lời giải.

Gọi tâm mặt cầu là $I(1+2t; t; -2t)$. Từ $IA = IB$ ta suy ra

$$(2t-1)^2 + (t-1)^2 + (-2t)^2 = (2t+3)^2 + (t-3)^2 + (-2t-2)^2 \Leftrightarrow t = -1.$$

Suy ra $I(-1; -1; 2)$ và $AI^2 = 17$. Vậy mặt cầu cần tìm là $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 17$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2756. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm M' đối xứng với điểm $M(1; 4; -2)$ qua đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = -1 - t, \\ z = 2t. \end{cases}$

- A. $M'(-1; 0; -2)$. B. $M'(-3; -4; -2)$. C. $M'(3; -2; 2)$. D. $M'(5; -8; 6)$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của M lên (d) thì H chính là trung điểm của MM' . Vì H thuộc (d) nên tọa độ H có dạng $H(1 + 2t; -1 - t; 2t)$. Từ $MH \perp (d)$ ta suy ra $t = -1$. Do đó, $H(-1; 0; -2)$ và $M'(-3; -4; -2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2757. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua $A(1; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 1 = 0$.

- A. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{-3}$. B. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-3}$.
C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{3}$. D. $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

Lời giải.

d đi qua $A(1; 2; -1)$ và nhận véc-tơ pháp tuyến của (P) làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2758. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, điểm $A(1; 1; 0)$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$, $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d' đi qua điểm A , vuông góc với d và cắt Δ .

- A. $d': \begin{cases} x = 1 + t, \\ y = 1 - 2t, \\ z = -2t. \end{cases}$ B. $d': \begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 1 + 2t, \\ z = t. \end{cases}$ C. $d': \begin{cases} x = 1 + t, \\ y = 1 + 2t, \\ z = -2t. \end{cases}$ D. $d': \begin{cases} x = 1 + t, \\ y = 1 - 4t, \\ z = 2t. \end{cases}$

Lời giải.

Gọi B là giao điểm của d' với Δ . Do $B \in \Delta$ nên tọa độ B có dạng $B(1+t; 1+2t; -1-t)$. Lại do d' vuông góc với d nên $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0$, trong đó $\vec{u} = (2; 1; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của d . Từ đó, ta

tìm được $t = 1$. d' chính là đường thẳng AB nên có phương trình là $\begin{cases} x = 1 + t, \\ y = 1 + 2t, \\ z = -2t. \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2759. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 2 = 0$ (a, b, c là các số nguyên không đồng thời bằng 0) chứa đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{2}$ và cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 11 = 0$ theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $M = a + b + c$.

- A. $M = -5$. B. $M = -43$. C. $M = 5$. D. $M = 43$.

Lời giải.

d đi qua điểm $M(1; 0; 0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; 2)$, (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$, (S) có tâm là $I(1; -2; -3)$. Vì (P) chứa d nên $a = -2$ và $c = b + 1$. Khoảng

cách từ tâm I của mặt cầu đến mặt phẳng (P) là $d = \frac{|a - 2b - 3c + 2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|5b + 3|}{\sqrt{2b^2 + 2b + 5}}$.

Ta chứng minh $\frac{|5b + 3|}{\sqrt{2b^2 + 2b + 5}} \leq \frac{113}{9}$. Thật vậy, bằng cách bình phương hai vế và quy đồng mẫu thức, BDT trên tương đương với $(b - 22)^2 \geq 0$, luôn đúng. Dấu bằng xảy ra khi $b = 22$.

Mặt khác, (P) cắt (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất khi và chỉ khi khoảng cách từ tâm I đến (P) lớn nhất. Do đó, $b = 22$. Vậy $a = -2, b = 22, c = 23$ và $M = 43$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2760. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x - 12}{4} = \frac{y - 9}{3} = \frac{z - 1}{1}$. Tọa độ giao điểm M của d và (P) là

- A. $M(0; 0; -2)$. B. $M(0; 2; 0)$. C. $M(4; 3; -1)$. D. $M(1; 0; 1)$.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Tọa độ giao điểm M của d và (P) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \\ 3x + 5y - z - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3(12 + 4t) + 5(9 + 3t) - (1 + t) - 2 = 0 \Leftrightarrow 26t = -78 \Leftrightarrow t = -3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -2. \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm $M(0; 0; -2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2761. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; -5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 5 = 0$ là

- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -4 - 5t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -5 + 4t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -5 - 4t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên nhận vectơ pháp tuyến của (P) làm vectơ chỉ phương. Do đó phương trình của d là

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -5 - 4t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2762. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng chứa hai đường thẳng $d_1: \frac{x + 1}{3} = \frac{y - 1}{2} = \frac{z - 3}{-2}$ và $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y - 1}{1} = \frac{z + 3}{2}$ là

A. $6x + 2y + z + 1 = 0$.

B. $6x - 2y + 2z + 2 = 0$.

C. $6x + 8y + z - 5 = 0$.

D. $6x - 8y + z + 11 = 0$.

Lời giải.Chọn trên d_1 hai điểm $A(-1; 1; 3)$, $B(2; 3; 1)$ và trên d_2 hai điểm $C(0; 1; -3)$, $D(1; 2; -1)$.Phương trình mặt phẳng (ABC) là $6x - 8y + z + 11 = 0$. Dễ dàng kiểm tra thấy điểm D thuộc mặt phẳng (ABC) .Vậy phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 là $6x - 8y + z + 11 = 0$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 2763.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 9 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 100$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C) . Tọa độ tâm K và bán kính r của đường tròn (C) là

A. $K(3; -2; 1)$, $r = 10$.

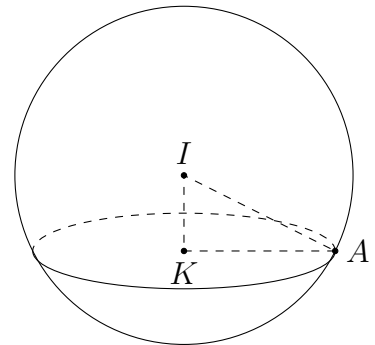
B. $K(-1; 2; 3)$, $r = 8$.

C. $K(1; -2; 3)$, $r = 8$.

D. $K(1; 2; 3)$, $r = 6$.

Lời giải.Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 1)$ và bán kính $R = 10$.Gọi d là đường thẳng qua I và vuông góc với (P) , d có phương trình

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

 K là giao điểm của d và (P) , nên tọa độ của K là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 - t \\ 2x - 2y - z + 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow K(-1; 2; 3).$$

$$\text{Ta có } h = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 3 - 2 \cdot (-2) - 1 + 9|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{18}{3} = 6.$$

$$\text{Bán kính của } (C) \text{ là } r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

Kết luận $K(-1; 2; 3)$, $r = 8$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 2764.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 4; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Tọa độ hình chiếu H của điểm M trên mặt phẳng (P) là

A. $H(2; 2; -3)$.

B. $H(-1; -2; 4)$.

C. $H(-1; 2; 0)$.

D. $H(2; 5; 3)$.

Lời giải.

$$\text{Gọi } d \text{ là đường thẳng qua } M \text{ và vuông góc với } (P). \text{ Phương trình của } d \text{ là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Hình chiếu H chính là giao điểm của d và (P) , do đó tọa độ của nó là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 + t \\ z = 2 + t \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow H(-1; 2; 0).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2765. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{3}$, $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. d_1 cắt d_2 . B. d_1 và d_2 chéo nhau. C. d_1 trùng d_2 . D. d_1 và d_2 song song.

Lời giải.

d_1 và d_2 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$, $\vec{u}_2 = (1; -2; 1)$. Do $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ không cùng phương nên loại hai trường hợp $d_1 \parallel d_2$ và $d_1 \equiv d_2$.

Chọn $A(1; 2; 0) \in d_1$, $B(1; 3; 1) \in d_2$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; 1; 1)$, $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (8; 4; 0)$ và $\overrightarrow{AB} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = 4 \neq 0$, suy ra d_1 và d_2 chéo nhau.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2766. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{1}$. Trong các mặt phẳng dưới đây mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng d ?

- A. $4x - 2y + 2z + 4 = 0$. B. $4x + 2y + 2z + 4 = 0$.
C. $2x - 2y + 2z + 4 = 0$. D. $4x - 2y - 2z - 4 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 1)$.

Xét mặt phẳng $4x - 2y + 2z + 4 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; -2; 2) \Rightarrow \vec{n} = 2\vec{u}$.

$\Rightarrow d$ vuông góc với mặt phẳng có phương trình $4x - 2y + 2z + 4 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2767. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + at \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = 3 - t' \end{cases}$

với $t, t' \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả giá trị thực của a để hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau.

- A. $a = 0$. B. $a = 1$. C. $a = -1$. D. $a = 2$.

Lời giải.

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} 1 + at = 1 - t' \\ t = 2 + 2t' \\ -1 + 2t = 3 - t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} at + t' = 0 \\ t = 2 \\ t' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ t = 2 \\ t' = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 0 \text{ thì } d \text{ cắt } d'.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2768. Trong không gian $Oxyz$ cho $(\alpha): y + 2z = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 4t \end{cases}$;

$$d_2: \begin{cases} x = 2 - t' \\ y = 4 + 2t' \\ z = 4 \end{cases}. \text{ Đường thẳng } \Delta \text{ nằm trong } (\alpha) \text{ và cắt hai đường thẳng } d_1; d_2 \text{ có phương trình}$$

là

A. $\frac{x-1}{7} = \frac{y}{-8} = \frac{z}{-4}$. B. $\frac{x+1}{7} = \frac{y}{-8} = \frac{z}{4}$. C. $\frac{x-1}{7} = \frac{y}{-8} = \frac{z}{4}$. D. $\frac{x-1}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z}{4}$.

Lời giải.Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng d_1, d_2 và mặt phẳng (α) .

Khi đó $A(1-t; t; 4t)$ và $B(2-t'; 4+2t'; 4)$ thay vào phương trình (α) ta được $\begin{cases} t = 0 \\ t' = -6 \end{cases}$.

$\Rightarrow A(1; 0; 0)$ và $B(8; -8; 4) \Rightarrow$ phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{7} = \frac{y}{-8} = \frac{z}{4}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2769. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases}$

là

A. $\vec{m}(2; -1; 1)$. B. $\vec{v}(2; -1; 0)$. C. $\vec{u}(2; 1; 1)$. D. $\vec{n}(-2; -1; 0)$.

Lời giải.Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta = (2; 1; 0) = -(-2; -1; 0)$.Do đó một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{n}(-2; -1; 0)$.Chọn đáp án **D** □

Câu 2770. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α) , đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d ?

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{3}$.

B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$.

C. $\frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}$.

D. $\frac{x+2}{-3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+4}{-1}$.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$

$I \in d \Rightarrow I(1+t; 2+2t; 3+t)$.

$I \in (\alpha) \Rightarrow 1+t+2+2t-(3+t)-2=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow I(2; 4; 4)$.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 2; 1)$.Véc-tơ chỉ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.Ta có $[\vec{u}, \vec{n}] = (-3; 2; -1)$.

Đường thẳng cần tìm qua điểm $I(2; 4; 4)$, có một véc-tơ chỉ phương là $[\vec{u}, \vec{n}] = (-3; 2; -1)$ nên có phương trình $\frac{x-2}{-3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-4}{-1}$.

Đường thẳng này trùng với đường thẳng $\frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2771. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x - z - 3 = 0$ và điểm $M(1; 1; 1)$. Gọi A

là điểm thuộc tia Oz , gọi B là hình chiếu của A lên (α) . Biết rằng tam giác MAB cân tại M . Diện tích của tam giác MAB bằng

- A. $6\sqrt{3}$. B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{3\sqrt{123}}{2}$. D. $3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi $A(0; 0; a)$. Đường thẳng AB qua A và vuông góc với (α) nên có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = a - t \end{cases}$.

B là hình chiếu của A lên (α) nên tọa độ B thỏa mãn hệ $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = a - t \\ x - z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{a+3}{2} \\ y = 0 \\ z = \frac{a-3}{2} \end{cases}$.

Suy ra $B\left(\frac{a+3}{2}; 0; \frac{a-3}{2}\right)$.

Tam giác MAB cân tại M nên

$$MA = MB \Leftrightarrow 1 + 1 + (1 - a)^2 = \left(\frac{a+1}{2}\right)^2 + 1 + \left(\frac{a-5}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -3. \end{cases}$$

— Nếu $a = 3$ thì tọa độ $A(0; 0; 3)$, $B(3; 0; 0)$. Diện tích tam giác MAB là

$$S = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}] \right| = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

— Nếu $a = -3$ thì tọa độ $A(0; 0; -3)$ và $B(0; 0; -3)$ trùng nhau nên không thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2772. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z - 2 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) , song song với d đồng thời cách d một khoảng bằng 3. Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng.

- A. $\frac{7}{2}$. B. $\frac{\sqrt{21}}{2}$. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có: $B \in Oxy$ và $B \in (\alpha)$ nên $B(a; 2 - 2a; 0)$.

$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{2}$ đi qua $M(-1; -2; -3)$ và có 1 véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 2)$.

Ta có: $\overrightarrow{MB} = (a+1; 4-2a; 3)$, $[\vec{u}, \overrightarrow{MB}] = (4a-2; 2a-1; 2-4a)$.

Khi đó

$$d(BM, d) = 3 \Leftrightarrow \frac{|[\vec{u}, \overrightarrow{MB}]|}{|\vec{u}|} = 3 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{(2a-1)^2}}{3} = 3 \Leftrightarrow (2a-1)^2 = 9.$$

$$\text{Vậy } AB = \sqrt{\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + (1-2a)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 9 + 1} = \frac{7}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2773. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(10; 6; -2)$, $B(5; 10; -9)$ và mặt phẳng $(\alpha) : 2x + 2y + z - 12 = 0$. Điểm M di động trên (α) sao cho MA, MB luôn tạo với (α) các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn (ω) cố định. Hoành độ của tâm đường tròn (ω) bằng

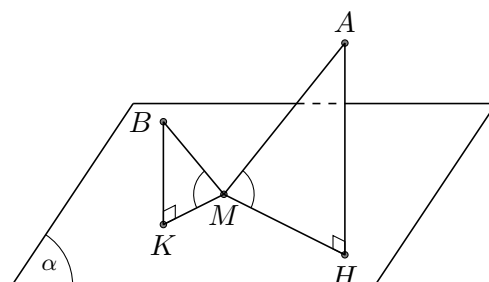
A. -4 .B. $\frac{9}{2}$.C. 2 .D. 10 .

Lời giải.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng (α) , khi đó:

$$AH = d(A; (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 10 + 2 \cdot 6 + (-2) - 12|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 6$$

$$BK = d(B; (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 5 + 2 \cdot 10 + (-9) - 12|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 3.$$



Vì MA, MB tạo với (α) các góc bằng nhau nên $\widehat{AMH} = \widehat{BMK}$. Từ $AH = 2BK$ suy ra $MA = 2MB$.

Gọi $M(x; y; z)$, ta có:

$$MA = 2MB \Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2$$

$$\Leftrightarrow (x - 10)^2 + (y - 6)^2 + (z + 2)^2 = 4[(x - 5)^2 + (y - 10)^2 + (z + 9)^2]$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \frac{20}{3}x - \frac{68}{3}y + \frac{68}{3}z + 228 = 0.$$

Như vậy, điểm M nằm trên mặt cầu (S) có tâm $I\left(\frac{10}{3}; \frac{34}{3}; -\frac{34}{3}\right)$ và bán kính $R = 2\sqrt{10}$.

Do đó, đường tròn (ω) là giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (α) , nên tâm J của đường tròn (ω) là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (α) .

Phương trình đường thẳng d đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (α) là:
$$\begin{cases} x = \frac{10}{3} + 2t \\ y = \frac{34}{3} + 2t \\ z = -\frac{34}{3} + t \end{cases}$$

Tọa độ điểm J là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = \frac{10}{3} + 2t \\ y = \frac{34}{3} + 2t \\ z = -\frac{34}{3} + t \\ 2x + 2y + z - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 10 \\ z = -\frac{38}{3} \\ t = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy $J = \left(2; 10; -\frac{38}{3}\right)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2774. Trong không gian $Oxyz$ cho $M(-1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox là điểm có tọa độ?

A. $P(-1; 0; 0)$.B. $Q(0; 2; 3)$.C. $K(0; 2; 0)$.D. $E(0; 0; 3)$.

Lời giải.

Trục Ox có phương trình là
$$\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$
 Hình chiếu của M lên trục Ox là điểm $P(-1; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2775. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ cắt nhau tại điểm $M(a; b; c)$ khi đó $a + b + c$ có giá trị là

A. 5.

B. -2.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của d và (P) thỏa hệ

$$\begin{cases} \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} \\ \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1} \\ 3x + 5y - z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4y = 0 \\ y - 3z = 6 \\ 3x + 5y - z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow M(0; 0; -2).$$

Khi đó $a + b + c = -2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2776. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 1 = 0$. Đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+5}{2}$.

B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

Lời giải.

Gọi A là giao điểm của d và (α) . Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{1} \\ \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1} \\ x + y - z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow A(0; 0; -1).$$

Đường thẳng d qua điểm $A(3; 3; 2)$. Gọi d' là đường thẳng qua A và vuông góc (α) , d' có phương trình là $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Gọi B là giao điểm của d' và (α) . Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{1} \\ \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-1} \\ x + y - z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ -y - z = -5 \\ x + y - z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow B(2; 2; 3).$$

Khi đó, đường thẳng Δ qua A, B chính là hình chiếu vuông góc của d lên (α) . Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 4)$.

Gọi I là trung điểm AB suy ra $I(1; 1; 1)$.

Đường thẳng Δ qua I nhận một véc-tơ chỉ phương $\vec{n} = (1; 1; 2)$ có phương trình là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 2777. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(15; -1; 4)$, $B(7; 6; 3)$, $C(6; -3; 6)$, $D(8; 14; -1)$ và $M(a; b; c)$ thuộc mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$ khi $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. 9.

B. -5.

C. 16.

D. 2.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 5$. Gọi G là điểm thỏa $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 + \overrightarrow{MD}^2 \\ &\geq (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD})^2 = (4\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD})^2 = (4\overrightarrow{MG})^2. \end{aligned}$$

Vậy $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất. Mà MG nhỏ nhất khi M là giao điểm của MI và mặt cầu (S) .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = 9 \\ y_G = 4 \\ z_G = 3 \end{cases} \Rightarrow G(9; 4; 3).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{GI} = (8; 6; 0) = 2(4; 3; 0). \text{ Đường thẳng } GI \text{ có phương trình là } \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm của đường thẳng GI và mặt cầu (S) là

$$(1+4t)^2 + (-2+3t)^2 + 3^2 - 2(1+4t) + 4(-2+3t) - 6 \cdot 3 - 11 = 0 \Leftrightarrow 25t^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow M(5; 1; 3) \\ t = -1 \Rightarrow M(-3; 5; 3) \end{cases}$$

— Với $M(5; 1; 3) \Rightarrow IM = 5 = R$ (nhận).

— Với $M(-3; -5; 3) \Rightarrow IM = \sqrt{122} > R$ (loại).

Khi đó $P = 5 + 1 + 3 = 9$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2778. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng (Δ_1) : $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$

và (Δ_2) : $\frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (Δ_1) và (Δ_2) chéo nhau và vuông góc nhau. B. (Δ_1) cắt và không vuông góc với (Δ_2) .

C. (Δ_1) cắt và vuông góc với (Δ_2) . D. (Δ_1) và (Δ_2) song song với nhau.

Lời giải.

$$\text{Phương trình tham số của } (\Delta_2) : \begin{cases} x = -4 + 3t' \\ y = -2 + 2t' \\ z = 4 - t' \end{cases}$$

Véc-tơ chỉ phương của (Δ_1) và (Δ_2) lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; -1; 4)$ và $\vec{u}_2 = (3; 2; -1)$.

Do $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 0$ nên $(\Delta_1) \perp (\Delta_2)$.

$$\text{Xét hệ phương trình } \begin{cases} -3 + 2t = -4 + 3t' \\ 1 - t = -2 + 2t' \\ -1 + 4t = 4 - t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t - 3t' = -1 \\ t + 2t' = 3 \\ 4t + t' = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 1 \end{cases}$$

Vậy (Δ_1) cắt và vuông góc với (Δ_2) .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2779. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{4}$. Phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $14x - 4y - 8z + 3 = 0$.

B. $14x - 4y - 8z - 1 = 0$.

C. $14x - 4y - 8z + 1 = 0$.

D. $14x - 4y - 8z - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có d_1 đi qua $A(2; 2; 3)$, có VTCP $\vec{u}_1 = (2; 1; 3)$, d_2 đi qua $B(1; 2; 1)$ và có $\vec{u}_2 = (2; -1; 4)$.

Do (P) cách đều d_1, d_2 nên (P) song song với d_1, d_2

$$\Rightarrow \vec{n}_P = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (7; -2; -4)$$

PT mặt phẳng (P) có dạng: $7x - 2y - 4z + D = 0$

Do (P) cách đều d_1, d_2 suy ra $d(A, (P)) = d(B, (P))$

$$\Leftrightarrow \frac{|7 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 4 \cdot 3 + D|}{\sqrt{69}} = \frac{|7 \cdot 1 - 2 \cdot 2 - 4 \cdot 1 + D|}{\sqrt{69}} \Leftrightarrow |D - 2| = |D - 1| \Leftrightarrow D = \frac{3}{2}$$

Phương trình mặt phẳng P : $14x - 4y - 8z + 3 = 0$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2780. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải.

Ta có mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 3)$.

Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm $I(1; 1; 1)$.

Vì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d nên đường thẳng Δ đi qua giao điểm $I(1; 1; 1)$ của đường thẳng d với mặt phẳng (P) và nhận $\vec{n} = [\vec{n}, \vec{u}] = (5; -1; -3)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Vậy đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2781. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 4; -4)$ cắt P tại điểm B . Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° . Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $H(-2; -1; 3)$.

B. $I(-1; -2; 3)$.

C. $K(3; 0; 15)$.

D. $J(-3; 2; 7)$.

Lời giải.

Phương trình d :
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t, \quad t \in \mathbb{R}. \\ z = -3 - 4t \end{cases}$$

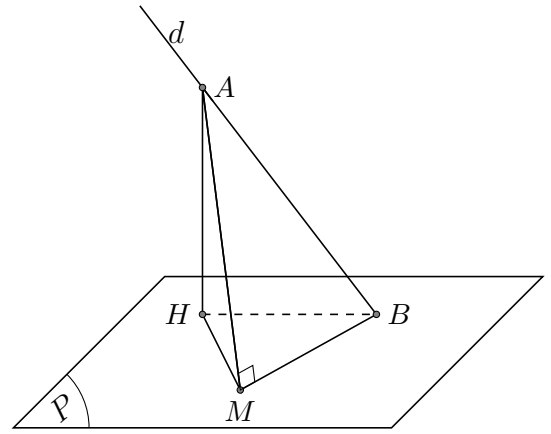
Đường thẳng d cắt P tại $B(-2; -2; 1)$.

Gọi H là hình chiếu của A lên (P) .

Ta có: $H(-3; -2; -1)$.

Vì $MB \perp MA$; $MB \perp AH$ nên $MB \perp MH$ suy ra $MB \leq BH$.

Do đó: MB lớn nhất bằng BH khi $M \equiv H$.



Vậy MB đi qua B , nhận $\overrightarrow{BH}$ là vectơ chỉ phương.

Phương trình MB :
$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$
 do đó MB đi qua điểm $I(-1; -2; 3)$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 2782. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$ và điểm $A(3; 2; 0)$. Điểm đối xứng với điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

- A. $(-1; 0; 4)$. B. $(7; 1; -1)$. C. $(2; 1; -2)$. D. $(0; 2; -5)$.

Lời giải.

Gọi $M(-1+t; -3+2t; -2+2t) \in d \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (t-4; 2t-5; 2t-2)$. Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 2; 2)$.

Vì $\overrightarrow{AH} \perp \vec{u}$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 1(t-4) + 2(2t-5) + 2(2t-2) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Suy ra $M(1; 1; 2)$, gọi $A'(x; y; z)$ là điểm đối xứng của A qua d thì
$$\begin{cases} x = 2 \cdot 1 - 3 = -1 \\ y = 2 \cdot 1 - 2 = 0 \\ z = 2 \cdot 2 - 0 = 4. \end{cases}$$

Do đó $A'(-1; 0; 4)$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 2783. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(3; 2; 1)$, $C(5; 3; 7)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $MA = MB$ và $MB + MC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P = a + b + c$.

- A. $P = 4$. B. $P = 0$. C. $P = 2$. D. $P = 5$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB . Suy ra $I(1; 1; 1)$ và có $\overrightarrow{AB} = (4; 2; 0) = 2(2; 1; 0)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

$$(P): 2(x-1) + 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3 = 0.$$

Ta có $(2x_B + y_B - 3)(2x_C + y_C - 3) = 5 \cdot 10 = 50 > 0$ nên B, C cùng phía với (P) .

Do đó $MB + MC = MA + MC \geq AC$.

Dấu “=” xảy ra khi M là giao điểm của AC với (P) .

Ta có $\overrightarrow{AC} = (6; 3; 6) = 3(2; 1; 2)$, phương trình AC :
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$$

$M \in AC \Rightarrow M(-1 + 2t; t; 1 + 2t)$ và $M \in (P)$ nên suy ra $2(-1 + 2t) + t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Do đó $M(1; 1; 3)$ và suy ra $P = a + b + c = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2784. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 4z + 1 = 0$. Đường thẳng (d) qua điểm A , song song với mặt phẳng (P) , đồng thời cắt trục Oz . Viết phương trình tham số của đường thẳng (d) .

A. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 6t \\ z = 3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi $B = d \cap Oz \Rightarrow B(0; 0; b) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-1; -2; b - 3)$.

Lại có $d \parallel (P)$ nên $\overrightarrow{AB} \perp \vec{n}_{(P)} = (2; 1; -4)$. Do đó

$$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Leftrightarrow -2 - 2 - 4b + 12 = 0 \Leftrightarrow b = 2.$$

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; 1)$. Do đó, (d) là đường thẳng qua $B(0; 0; 2)$ và nhận $\vec{u} = (1; 2; 1)$ làm véc-tơ

chỉ phương. Nên (d) có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2785. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$;

$d_2: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = m \end{cases}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số m sao cho d_1, d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa

chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. -11. B. 12. C. -12. D. 11.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d_1, d_2 là $\vec{u}_1 = (2; 1; 3)$, $\vec{u}_2 = (1; 1; 0)$. Khi đó $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3; 3; 1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 song song với d_2 . Tức là, (P) qua $A(1; 0; 0)$ và nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ pháp tuyến. Ta có phương trình $(P): 3x - 3y - z - 3 = 0$.

Xét điểm $B(1; 2; m) \in d_2$. Do d_1, d_2 chéo nhau nên $B \notin (P) \Leftrightarrow m \neq -6$. Lại có

$$d(d_1, d_2) = \frac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow d(B, (P)) = \frac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow \frac{|3 - 6 - m - 3|}{\sqrt{19}} = \frac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -11. \end{cases}$$

Vậy tổng các phần tử của S là $-1 - 11 = -12$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2786. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và điểm $I(0; 1; 1)$. Gọi S là tập hợp các điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy) , cách đường thẳng Δ một khoảng bằng 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi S .

A. 36π . B. $36\sqrt{2}\pi$. C. $18\sqrt{2}\pi$. D. 18π .

Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (0; 1; 1)$ và đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$.

Gọi $M(a; b; 0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) , cách Δ một khoảng bằng 6.

Ta có

$$d(M, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{OM}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{2a^2 + b^2}}{\sqrt{2}} = 6 \Leftrightarrow 2a^2 + b^2 = 36 \Leftrightarrow \frac{a^2}{36} + \frac{b^2}{72} = 1.$$

Như vậy tập hợp điểm M là Elíp (E) trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , có phương trình $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{72} = 1$, nên có các trục lần lượt bằng 6 và $6\sqrt{2}$ có diện tích bằng $\pi \cdot 6 \cdot 6\sqrt{2} = 36\sqrt{2}\pi$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 2787. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 5 = 0$?

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 5 = 0$ nên Δ có một vectơ chỉ phương

là $\vec{u} = \vec{n}_P = (2; 1; -3)$. Phương trình Δ là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3t \end{cases}$ (1).

Kiểm tra được điểm $M(3; 3; -3)$ thỏa mãn hệ (1).

Vậy phương trình $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ cũng là phương trình của Δ .

Chọn đáp án (C) □

Câu 2788. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 1; 2)$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$, $d': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm M , cắt d và vuông góc với d' .

A. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 + t \\ z = 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 - 7t \\ y = 1 + 7t \\ z = 2 + 7t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm M , cắt d và vuông góc với d' .

Giả sử $\Delta \cap d = A \Rightarrow A(2 + 3t; -3 + 2t; 1 + t)$.

$\overrightarrow{AM} = (3 + 3t; -4 + 2t; -1 + t)$.

$\Delta \perp d' \Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u}_{d'} = 0 \Leftrightarrow 3 + 3t + 3(-4 + 2t) - 2(-1 + t) = 0 \Leftrightarrow 7t = 7 \Leftrightarrow t = 1$.

$\Rightarrow A(5; -1; 2), \overrightarrow{AM} = (6; -2; 0) = 2(3; -1; 0)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ : $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 2789. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Véc-tơ nào trong các véc-tơ sau đây không là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}_1 = (2; -2; 2)$. B. $\vec{u}_2 = (-3; 3; -3)$. C. $\vec{u}_3 = (4; -4; 4)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 1; 1)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -1; 1)$. Ta thấy véc-tơ $\vec{u}_4$ không cùng phương với $\vec{u}$ suy ra $\vec{u}_4$ không là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2790. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + 3y = 0, (Q): 3x + 4y = 0$. Đường thẳng đi qua A và song song với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; 3; 0)$ và (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (3; 4; 0)$. Ta có $[\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (0; 0; 2)$. Khi đó, Δ đi qua điểm A và nhận

véc-tơ $\vec{u} = (0; 0; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương. Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Với $t = -3$ thì điểm $B(1; 2; 0)$ thuộc Δ . Viết lại phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2791. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 5z + 4$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ .

- A. $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{5}$. B. $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{5}$.
C. $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+3}{5}$. D. $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(2; -3; 5)$.

Đường thẳng Δ qua $M(2; 0; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) nên Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = \vec{n}(2; -3; 5)$.

Từ đó ta có phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2792. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -2 + t \\ z = 4 + \sqrt{2}t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$ và

mặt phẳng $(P): x - y + \sqrt{2}z - 7 = 0$. Hãy xác định góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}(1; 1; \sqrt{2})$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(1; -1; \sqrt{2})$.

Gọi φ là góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, khi đó ta có

$$\sin \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + \sqrt{2}^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + \sqrt{2}^2}} = \frac{1}{2}.$$

Từ đó suy ra $\varphi = 30^\circ$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2793. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1 : \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{1}$ và $d_2 : \frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+3}{4}$. Viết phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2 .

A. $\frac{x-7}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+9}{-1}$.

B. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

D. $\frac{x+7}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-9}{-1}$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1(1; -1; 1), \vec{u}_2(2; -1; 4)$.

Gọi Δ là đường vuông góc chung giữa d_1 và d_2 , suy ra Δ có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3; -2; 1).$$

Giả sử Δ giao với d_1, d_2 lần lượt tại $M(3+m; -1-m; 4+m), N(2+2n; 4-n; -3+4n)$, khi đó ta có $\overrightarrow{MN} = (-m+2n-1; m-n+5; -m+4n-7)$.

Do Δ là đường vuông góc chung, suy ra

$$\begin{cases} \vec{u}_1 \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \\ \vec{u}_2 \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m+7n-13=0 \\ -7m+21n-35=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-2 \\ n=1 \end{cases}.$$

Từ đó suy ra đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta$ và đi qua điểm $M(1; 1; 2)$.

Vậy ta có phương trình đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{-3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2794. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 1; -2)$, song song với mặt phẳng $(P) : x-y-z-1=0$ và cắt đường thẳng $d : \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$. Hãy viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đó.

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$.

C. $\frac{x+5}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$.

D. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; -1)$.

Gọi $N(-1-2n; 1+n; 1+3n)$ là giao điểm giữa hai đường thẳng Δ và d , suy ra $\overrightarrow{MN} = (-2-2n; n; 3+3n)$.

Do $d \parallel (P)$ nên $\vec{n} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \Leftrightarrow -2-2n-n-3-3n=0 \Leftrightarrow n=-\frac{5}{6}$.

Từ đó suy ra $\overrightarrow{MN} = \left(-\frac{2}{6}; -\frac{5}{6}; \frac{3}{6}\right) = -\frac{1}{6}(2; 5; -3)$.

Vậy ta có phương trình đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2795. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 5; 0)$; $B(3; 3; 6)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \text{ Biết rằng, tồn tại một điểm } M \text{ trên } d \text{ sao cho chu vi tam giác } ABM \text{ nhỏ}$$

nhất. Khi đó, hãy tìm tọa độ điểm M và tính chu vi của $\triangle ABM$.

A. $M(1; 0; 2)$; $P = 2\sqrt{11} + \sqrt{29}$.

B. $M(1; 2; 2)$; $P = 2(\sqrt{11} + \sqrt{29})$.

C. $M(1; 2; 2)$; $P = \sqrt{11} + \sqrt{29}$.

D. $M(1; 0; 2)$; $P = 2(\sqrt{11} + \sqrt{29})$.

Lời giải.

Ta có $AB = 2\sqrt{11}$.

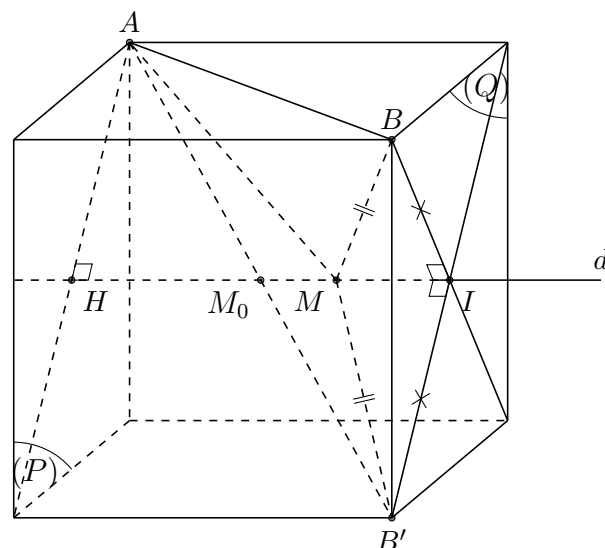
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 2)$.

Gọi H, I lần lượt là hình chiếu của A, B lên đường thẳng d .

Mặt phẳng (P) qua A vuông góc với d có phương trình

$$2(x - 1) - 1(y - 5) + 2(z - 0) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - y + 2z + 3 = 0.$$



Suy ra tọa độ của H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 2x - y + 2z + 3 = 0 \\ x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow H(-1; 1; 0).$$

Tương tự ta có mặt phẳng $(Q): 2x - y + 2z - 15 = 0$ qua B vuông góc với d tại $I(3; -1; 4)$. Từ đó ta có $AH = BI = 2\sqrt{5}$. (1)

Trên mặt phẳng $(A; d)$ lấy điểm B' nằm khác phía so với điểm A so với bờ là đường thẳng d sao cho

$$\begin{cases} B'I = BI \\ B'I \perp d \end{cases} \text{ và gọi } M_0 \text{ là giao điểm giữa } AB' \text{ và } d.$$

Xét hai tam giác vuông MIB và MIB' có chung cạnh MI và $IB = IB'$ (do (1)), từ đó suy ra $\triangle MIB = \triangle MIB' \Rightarrow MB = MB'$.

Từ đó ta có

$$AB + MA + MB = AB + MA + MB' \geq AB + AB',$$

suy ra chu vi của tam giác MAB nhỏ nhất bằng $AB + AB'$ khi $M \equiv M_0$.

Xét hai tam giác vuông AHM_0 và $B'IM_0$ có $AH = B'I$, $\widehat{AM_0H} = \widehat{BM_0I}$, từ đó suy ra

$$\triangle AHM_0 = \triangle B'IM_0 \Rightarrow AM_0 = B'M_0 \text{ và } HM_0 = IM_0.$$

Từ đó suy ra $M_0(1; 0; 2)$ là trung điểm của IH và chu vi nhỏ nhất của tam giác ABM là

$$P_{\min} = AB + AB' = AB + 2AM_0 = 2\sqrt{11} + 2\sqrt{29}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2796. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 0; -2)$ và đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}.$$

Phương trình mặt cầu tâm A , cắt Δ tại hai điểm B và C sao cho $BC = 8$ là

A. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16.$

B. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25.$

C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16.$

D. $(x+2)^2 + y^2 + z^2 = 25.$

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua $M(-2; 2; -3)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{a} = (2; 3; 2).$

Ta có $\overrightarrow{AM} = (-2; 2; -1)$, $[\vec{a}, \overrightarrow{AM}] = (-7; -2; 10)$, $d(A, \Delta) = \frac{|[\vec{a}, \overrightarrow{AM}]|}{|\vec{a}|} = 3.$

Mặt cầu tâm A có bán kính $R = \sqrt{\frac{BC^2}{4} + d^2(A, \Delta)} = 5.$

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2797. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1; 0; -1)$, $B(2; 3; -1)$, $C(-2; 1; 1).$

Phương trình đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{5}.$

B. $\frac{x}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{5}.$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{2}.$

D. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-5}{5}.$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 0) \Rightarrow AB^2 = 10,$

$\overrightarrow{AC} = (-3; 1; 2) \Rightarrow AC^2 = 14,$

$\overrightarrow{BC} = (-4; -2; 2) \Rightarrow BC^2 = 24.$

$\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A

$\Rightarrow$ Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm $BC \Rightarrow I(0; 2; 0).$

Đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc-tơ chỉ phương là $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (6; -2; 10) = 2(3; -1; 5).$

Vậy phương trình $d: \frac{x}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{5} \Leftrightarrow \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{5}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2798. Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2).$

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}.$

Lời giải.

Do $(2; -2; 1)$ cũng là véc-tơ chỉ phương nên phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2799. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm

$A(2; 1; 3)$, $B(1; -2; 1)$ và song song với đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$.

A. $2x + y + 3z + 19 = 0$.

B. $10x - 4y + z - 19 = 0$.

C. $2x + y + 3z - 19 = 0$.

D. $10x - 4y + z + 19 = 0$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (-1; -3; -2)$ và $\vec{u}_d = (1; 2; -2)$.

Do AB nằm trong (P) và d song song với (P) nên $\vec{n}_{(P)} = [\overrightarrow{AB}, \vec{u}_d] = (10; -4; 1)$.

Từ đó $(P): 10(x - 2) - 4(y - 1) + (z - 3) = 0 \Leftrightarrow 10x - 4y + z - 19 = 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2800. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 4 = 0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là

A. $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

B. $d: \begin{cases} x = 3t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

C. $d: \begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

D. $d: \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 - 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_\Delta] = (-4; 3; -1)$.

d đi qua giao điểm của Δ và (P) là A có tọa độ thỏa mãn phương trình của Δ và (P) .

Tọa độ A là $(-2; -1; 4)$. Nên $d: \begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2801. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt cầu (S) lần lượt có phương trình là $d: \frac{x+3}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$; $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 18 = 0$. Biết d cắt (S) tại hai điểm M, N thì độ dài đoạn MN là

A. $MN = \frac{\sqrt{30}}{3}$.

B. $MN = \frac{20}{3}$.

C. $MN = \frac{16}{3}$.

D. $MN = 8$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2 - (-18)} = 2\sqrt{6}$ và tâm $I(1; -2; -1)$.

Khoảng cách từ I đến d là $d(I, (d)) = \frac{|[\overrightarrow{MI}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{116}}{3}$.

Gọi H là trung điểm của MN , theo định lý pytago ta có $HM^2 = R^2 - IH^2 = \frac{10}{3} \Rightarrow MN = \frac{20}{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2802. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 \\ z = 5 + 3t \end{cases}$. Trong các vec-tơ sau,

vec-tơ nào là một vec-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{a}_1 = (1; 3; 5)$.

B. $\vec{a}_2 = (2; 3; 3)$.

C. $\vec{a}_3 = (-2; 0; 3)$.

D. $\vec{a}_1 = (-2; 3; 3)$.

Lời giải.

$$\text{Đường thẳng } d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad \text{nhận } \vec{u} = (a; b; c) \text{ làm một vec-tơ chỉ phương.}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2803. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; -2)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$.

Lời giải.

Đường thẳng qua $A(1; -2; 3)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; -2)$ có phương trình

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-(-2)}{-1} = \frac{z-3}{-2} \Leftrightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2804. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$ và đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z - 4 = 0$ và $(\beta): 2x - 2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $AB = 8$ khi và chỉ khi

A. $m = 12$.

B. $m = -12$.

C. $m = -10$.

D. $m = 5$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 3; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{13 - m}$.

$$\text{Do } \Delta = (\alpha) \cap (\beta) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

$\Rightarrow \Delta$ có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (2; 1; 2)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên $\Delta \Rightarrow H(2t; 1 + t; -1 + 2t)$

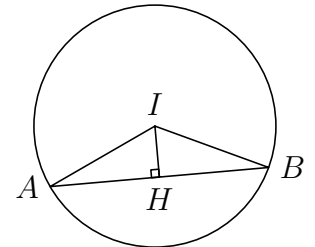
$$\Rightarrow \vec{IH} = (2t + 2; t - 2; 2t - 1).$$

Mà $IH \perp \Delta$ nên $\vec{IH} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow t = 0$. Suy ra $IH = 3$.

$$\text{Như vậy } R^2 = IH^2 + \frac{1}{4}AB^2 \Rightarrow m = -12.$$

Chọn đáp án **B**

□



Câu 2805. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1; 5; 0)$, $B(3; 3; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm trên đường thẳng Δ sao cho chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $T = a + b + c$.

A. $T = 2$.

B. $T = 3$.

C. $T = 4$.

D. $T = 5$.

Lời giải.

Chu vi tam giác ABM đạt giá trị nhỏ nhất khi tổng $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$\text{Do } M \in \Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \quad \text{nên } M(-1 + 2t; 1 - t; 2t).$$

$$\text{Ta có } MA = \sqrt{(2t-2)^2 + (t+4)^2 + 4t^2} = \sqrt{9t^2 + 20};$$

$$MB = \sqrt{(2t-4)^2 + (t+2)^2 + (2t-6)^2} = \sqrt{9t^2 - 36t + 56}.$$

$$\text{Như vậy } MA + MB = \sqrt{9t^2 + 20} + \sqrt{9t^2 - 36t + 56}.$$

Cách 1: phương pháp hàm số

Xét hàm số $f(t) = \sqrt{9t^2 + 20} + \sqrt{9t^2 - 36t + 56}$ trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{9t}{\sqrt{9t^2 + 20}} + \frac{9t - 18}{\sqrt{9t^2 - 36t + 56}} = \frac{9t}{\sqrt{9t^2 + 20}} + \frac{9(t-2)}{\sqrt{9(t-2)^2 + 20}}.$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{t}{\sqrt{9t^2 + 20}} = -\frac{t-2}{\sqrt{9(t-2)^2 + 20}} \quad (1).$$

$$\text{Xét hàm số } g(t) = \frac{t}{\sqrt{9t^2 + 20}} \text{ có } g'(t) = \frac{20}{(\sqrt{9t^2 + 20})^3} > 0.$$

Do đó phương trình (1) có nghiệm duy nhất $t = 1$.

Bảng biến thiên của $f(t)$ là

t	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$+\infty$	$2\sqrt{29}$	$+\infty$

Theo bảng biến thiên, $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $t = 1$.

Cách 2: phương pháp véc-tơ

$$\text{Ta có } MA + MB = \sqrt{(3t)^2 + (\sqrt{20})^2} + \sqrt{(6-3t)^2 + (\sqrt{20})^2}.$$

$$\text{Xét } \begin{cases} \vec{u} = (3t; \sqrt{20}) \\ \vec{v} = (6-3t; \sqrt{20}) \end{cases}. \text{ Do } |\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}| \text{ nên ta có}$$

$$\sqrt{(3t)^2 + (\sqrt{20})^2} + \sqrt{(6-3t)^2 + (\sqrt{20})^2} \geq \sqrt{6^2 + (2\sqrt{20})^2} = 2\sqrt{29}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u} = k\vec{v}$ ($k \geq 0$) $\Leftrightarrow t = 1$.

Vậy $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $t = 1 \Rightarrow M(1; 0; 2) \Rightarrow T = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2806. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 8$ và điểm $M(-1; 1; 2)$. Hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ đi qua M và tiếp xúc mặt cầu (S) lần lượt tại A, B . Biết góc giữa (d_1) và (d_2) bằng α với $\cos \alpha = \frac{3}{4}$. Tính độ dài AB .

A. $\sqrt{7}$.

B. $\sqrt{11}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. 7.

Lời giải.

Mặt cầu (S) tâm $I(1; -2; -1)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}; IM = \sqrt{22}$.

Trong tam giác IMA ta có: $MA = MB = \sqrt{IM^2 - R^2} = \sqrt{14}$.

$$\text{Do } \cos \widehat{IMB} = \frac{MB}{IM} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{22}} > \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{IMB} < 45^\circ \Rightarrow \widehat{AMB} < 90^\circ \Rightarrow \alpha = \widehat{BMA}.$$

Trong tam giác MAB ta có: $AB^2 = MA^2 + MB^2 - 2 \cdot MA \cdot MB \cdot \cos \alpha = 7 \Rightarrow AB = \sqrt{7}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2807. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; -1; 2), B(2; -3; 0), C(-2; 1; 1), D(0; -1; 3)$. Gọi (L) là tập hợp tất cả các điểm M trong không gian thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} = 1$. Biết rằng (L) là một đường tròn, đường tròn đó có bán kính r bằng bao nhiêu?

A. $r = \frac{\sqrt{11}}{2}$.

B. $r = \frac{\sqrt{7}}{2}$.

C. $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $r = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y; z)$ là tập hợp các điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán. Ta có

$$\overrightarrow{AM} = (x; y+1; z-2), \overrightarrow{BM} = (x-2; y+3; z), \overrightarrow{CM} = (x+2; y-1; z-1), \overrightarrow{DM} = (x; y+1; z-3).$$

$$\text{Từ giả thiết: } \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 1 \\ \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(x-2) + (y+1)(y+3) + z(z-2) = 1 \\ x(x+2) + (y+1)(y-1) + (z-1)(z-3) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4z + 1 = 0 \end{cases}$$

Suy ra quỹ tích điểm M là đường tròn giao tuyến của mặt cầu tâm $I_1(1; -2; 1)$, $R_1 = 2$ và mặt cầu tâm $I_2(-1; 0; 2)$, $R_2 = 2$.

Ta có: $I_1I_2 = \sqrt{5}$.

$$\text{Để thấy: } r = \sqrt{R_1^2 - \left(\frac{I_1I_2}{2}\right)^2} = \sqrt{4 - \frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{11}}{2}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2808. Đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ không đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $A(-1; 2; 0)$. B. $(-1; -3; 1)$. C. $(3; -1; -1)$. D. $(1; -2; 0)$.

Lời giải.

Ta có $\frac{-1-1}{2} \neq \frac{2+2}{1} \neq \frac{0}{-1}$ nên điểm $A(-1; 2; 0)$ không thuộc đường thẳng Δ .

Chọn đáp án **A** □

Câu 2809. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua điểm $A(1; 1; -2)$, biết $(\Delta) \parallel (P)$ và (Δ) cắt (d) .

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$.

C. $\frac{x-1}{8} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{5}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$.

Lời giải.

Gọi $M = (d) \cap (\Delta) \Rightarrow M(-1+2t; 1+t; 2+3t)$.

Khi đó $\overrightarrow{AM} = (2t-2; t; 3t+4)$ là một véc-tơ chỉ phương của (Δ) .

$(\Delta) \parallel (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \perp \vec{n}_{(P)}$ với $\vec{n}_{(P)} = (1; -1; -1)$.

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Leftrightarrow 2t-2-t-3t-4=0 \Leftrightarrow t=-3 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-8; -3; -5).$$

$$\text{Vậy } (\Delta): \frac{x-1}{8} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{5}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2810. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+8}{4} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z}{1}$. Khi đó véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là

- A. $(4; -2; 1)$. B. $(4; 2; -1)$. C. $(4; -2; -1)$. D. $(4; 2; 1)$.

Lời giải.

Tọa độ véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (4; -2; 1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2811. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Tìm hình chiếu vuông góc của Δ lên mặt phẳng Oxy .

$$\text{A. } \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - t. \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t. \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$$

Lời giải.

Chọn $M(1; -1; 2) \in \Delta$.

Mặt phẳng Oxy có phương trình $z = 0$ và có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (2; 1; 1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc với mặt phẳng (Oxy) , suy ra (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = [\vec{u}_\Delta, \vec{k}] = (1; -2; 0)$, đồng thời (P) đi qua M nên phương trình của (P) có dạng $x - 1 - 2(y + 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 3 = 0$.

Hình chiếu Δ' của Δ là giao tuyến của (P) và mặt phẳng Oxy nên có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta'} = [\vec{k}, \vec{n}_P] = (2; 1; 0)$.

Chọn $N(1, -1, 0)$ có tọa độ là nghiệm của hệ $\begin{cases} z = 0 \\ x - 2y - 3 = 0 \end{cases}$ nên $N \in \Delta'$.

Vậy phương trình của Δ' cần tìm là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t. \\ z = 0 \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2812. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

$$\begin{array}{ll} \text{A. } (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9. & \text{B. } (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 2. \\ \text{C. } (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4. & \text{D. } (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 36. \end{array}$$

Lời giải.

Mặt cầu (S) có bán kính $R = d(A; (P)) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 + 2 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2$ và tâm $A(2; 1; 1)$

$\Rightarrow (S) : (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2813. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 0); B(0; 3; 0); C(0; 0; 4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Tìm phương trình tham số của đường thẳng OH .

$$\text{A. } \begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \\ z = -2t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 3t \\ y = 4t. \\ z = 2t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 6t \\ y = 4t. \\ z = 3t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 4t \\ y = 3t. \\ z = 2t \end{cases}$$

Lời giải.

Do tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và H là trực tâm tam giác ABC nên $OH \perp (ABC)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ hay $6x + 4y + 3z - 12 = 0$.

Vì $OH \perp (ABC)$ nên đường thẳng OH có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (6; 4; 3)$.

Vậy, phương trình tham số của đường thẳng OH là: $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t. \\ z = 3t \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2814. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{1-y}{2} = \frac{z}{1}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{m} = (-1; 2; 1)$. B. $\vec{n} = (1; 2; 1)$. C. $\vec{p} = (-1; 2; -1)$. D. $\vec{q} = (1; 2; -1)$.

Lời giải.

d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; -2; 1) = -\vec{q}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2815. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{2}$. Viết phương trình tham số của phân giác góc nhọn tạo bởi d_1 và d_2 .

- A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 - 3t \\ z = 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + t \\ z = t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3t \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $d_1 \cap d_2 = I(1; -1; 0)$.

Trên d_1 ta lấy điểm $A(3; 3; -2)$, trên d_2 lấy điểm B sao cho $IA = IB$ và $\triangle IAB$ cân tại I có đường trung tuyến đồng thời là đường phân giác.

Gọi $B(2+u; -2-u; 2+2u)$. Ta có $IA = IB \Leftrightarrow 6(u+1)^2 = 24 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ u = -3. \end{cases}$

Vậy $B(3; -3; 4)$ hoặc $B(-1; 1; -4)$.

Chọn điểm $B(-1; 1; 4)$ để $\widehat{BIA}$ nhọn, gọi $M(1; 2; -3)$ là trung điểm của AB suy ra IM là đường phân giác cần tìm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2816. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, chiều cao bằng a . Gọi M là trung điểm của SC . Tính khoảng cách giữa AM và SB .

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{2a\sqrt{19}}{19}$.

Lời giải.

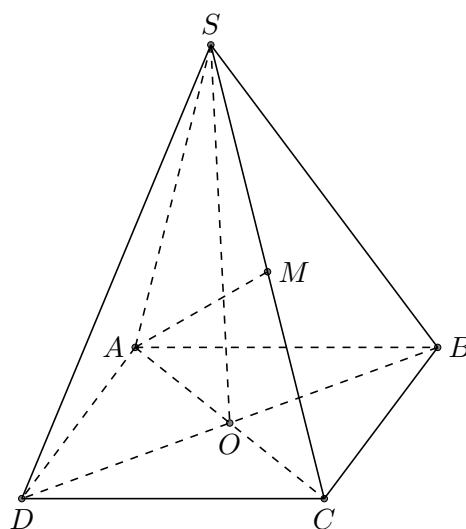
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ O là tâm của đáy, $A \in Ox, B \in Oy, S \in Oz$. Theo đề bài ta có

$A(a; 0; 0), B(0; a; 0), C(-a; 0; 0), S(0; 0; a)$.

Vì M là trung điểm của SC nên $M\left(-\frac{a}{2}; 0; \frac{a}{2}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}\left(-\frac{3a}{2}; 0; \frac{a}{2}\right); \overrightarrow{SB}(0; a; -a); \overrightarrow{AS}(-a; 0; a)$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } d(AM, SB) &= \frac{|[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{AM}] \cdot \overrightarrow{AS}|}{|[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{AM}]|} \\ &= \frac{a^3}{\frac{a^2\sqrt{19}}{2}} = \frac{2a\sqrt{19}}{19}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2817. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 6)$, $B(0; 1; 0)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao

tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 4$.

B. $T = 2$.

C. $T = 3$.

D. $T = 5$.

Lời giải.

Ta có (S) có tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $R = 5$.

Mà $\begin{cases} \overrightarrow{AI} = (-2; 4; -3) \\ \overrightarrow{AB} = (-3; 3; -6) \end{cases} \Rightarrow d(I, AB) = \frac{|\overrightarrow{AI} \times \overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AB}|} = \sqrt{5} < R = 5$ nên AB cắt (S) tại hai điểm.

Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến.

Ta có $r^2 = R^2 - d^2(I, (P)) \Rightarrow r$ nhỏ nhất khi $d(I, (P))$ lớn nhất.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên $(P) \Rightarrow d(I, (P))$ lớn nhất khi H thuộc AB hay H là hình chiếu vuông góc của I lên AB .

Gọi $H(-3t; 1+3t; -6t) \in AB$ do $\overrightarrow{IH} \times \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{3} \Rightarrow H(1; 0; 2)$.

Véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = \overrightarrow{IH} = (0; -2; -1) \Rightarrow (P): 2y + z - 2 = 0$.

Vậy $T = a + b + c = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2818. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): 4x - z + 3 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u}_1(4; 1; -1)$.

B. $\vec{u}_2(4; -1; 3)$.

C. $\vec{u}_3(4; 0; -1)$.

D. $\vec{u}_4(4; 1; 3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}(4; 0; -1)$, do đường thẳng $d \perp (P)$, nên véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cũng là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Chọn đáp án **C** □

Câu 2819. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với trục Oy có phương trình tham số là

A. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

B. $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

D. $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 - t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng qua $M(1; 2; 3)$ song song với trục Oy có véc-tơ chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$ nên nó có phương trình tham số

$$d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 \end{cases}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 2820. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua A , cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}.$

B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}.$

$$\text{C. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

$$\text{D. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Giả sử Δ cắt d tại $B(3+t; 3+3t; 2t)$ suy ra $\vec{AB} = (2+t; 1+3t; 1+2t)$.

Do Δ song song với mặt phẳng (α) suy ra $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0 \Leftrightarrow 2+t+1+3t-1-2t=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Từ đó suy ra Δ đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\vec{AB} = (1; -2; -1)$, suy ra phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2821. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-1}$ và hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 1; 2)$. Biết điểm $M(a; b; c)$ thuộc Δ sao cho $|\vec{MA} - 3\vec{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, tổng $a + 2b + 4c$ bằng bao nhiêu?

A. 0.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Lấy $M(2m; -1+m; 1-m) \in \Delta$, ta có $\vec{MA} - 3\vec{MB} = (4+4m; -5+2m; -3-2m) \Rightarrow |\vec{MA} - 3\vec{MB}| = \sqrt{24m^2 + 24m + 50}$.

Khi đó $|\vec{MA} - 3\vec{MB}|$ nhỏ nhất khi $m = -\frac{1}{2}$, từ đó suy ra $M(-1; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2})$.

Vậy $a + 2b + 4c = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2822. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 2; 0)$, $A'(0; 0; 2)$. Góc giữa BC' và $A'C$ bằng

A. 90° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 45° .

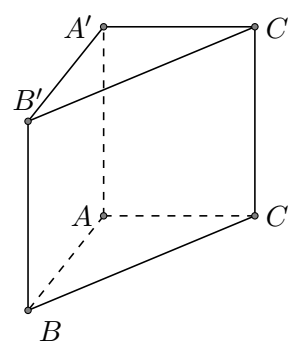
Lời giải.

Từ hình ta có thể suy ra các điểm còn lại của lăng trụ là $B'(2; 0; 2)$, $C'(0; 2; 2)$.

Ta có $\vec{BC'} = (-2; 2; 2)$, $\vec{A'C} = (0; 2; -2)$

Và: $\vec{BC'} \cdot \vec{A'C} = 0$.

Vậy $BC' \perp AC'$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2823. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(-1; 2; -3)$.

B. $(1; -2; 3)$.

C. $(-3; 4; 5)$.

D. $(3; -4; -5)$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm $(1; -2; 3)$ vào phương trình đường thẳng d ta được $\frac{0}{3} = \frac{0}{-4} = \frac{0}{-5}$, do đó điểm này thuộc đường thẳng d .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2824. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(2; -3; 2)$. Đường thẳng nào dưới đây cách đều ba điểm A, B, C ?

$$\text{A. } \begin{cases} x = -8 - 3t \\ y = t \\ z = 15 + 7t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = -8 + 3t \\ y = t \\ z = 15 - 7t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = -8 + 3t \\ y = -t \\ z = -15 - 7t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = -8 + 3t \\ y = t \\ z = 15 + 7t \end{cases}$$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 1; -1)$.

Mặt phẳng trung trực của AB là mặt phẳng đi qua trung điểm $I\left(0; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ của AB . Do đó phương trình mặt phẳng trung trực AB là $(P): 2x - y + z + 1 = 0$.

Tương tự, phương trình mặt phẳng trung trực AC là $(Q): x - 4y + z - 7 = 0$.

Đường thẳng d cách đều A, B, C chính là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Lấy điểm $M(-8; 0; 15)$ thuộc cả hai mặt phẳng (P) và (Q) (bằng cách cho $y = 0$ và giải ra x, z).

Một véc-tơ chỉ phương của d là $[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}] = (3; -1; -7) = -(-3; 1; 7)$.

Vậy phương trình tham số của d là $\begin{cases} x = -8 - 3t \\ y = t \\ z = 15 + 7t \end{cases}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2825. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1), B(1; 2; -3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với d đồng thời cách B một khoảng lớn nhất.

A. $\vec{u} = (4; -3; 2)$. B. $\vec{u} = (2; 0; -4)$. C. $\vec{u} = (2; 2; -1)$. D. $\vec{u} = (1; 0; 2)$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của B lên Δ . Ta có $d(A; \Delta) = AH \leq AB$ và đẳng thức xảy ra khi $H \equiv A$.

Do đó, nếu gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của Δ thì $\vec{u} \perp \overrightarrow{AB}$ và $\vec{u} \perp \vec{u}_d$, với $\overrightarrow{AB} = (2; 0; -4)$ và $\vec{u}_d = (2; 2; -1)$.

Khi đó, ta có thể chọn $\overrightarrow{AB} \wedge \vec{u}_d = (8; -6; 4) = 2(4; -3; 2)$ làm véc-tơ chỉ phương của Δ .

Chọn đáp án **A** □

Câu 2826. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0; 1; 3), N(10; 6; 0)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 10 = 0$. Biết rằng tồn tại điểm $I(-10; a; b)$ thuộc (P) sao cho $|IM - IN|$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $T = a + b$.

A. $T = 5$. B. $T = 1$. C. $T = 2$. D. $T = 6$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm M và N vào vế trái phương trình mặt phẳng (P) , ta có $(0 - 2 + 3 - 10) \cdot (10 - 12 - 10) > 0$ nên hai điểm M, N nằm cùng phía đối với mặt phẳng (P) .

Khi đó ta có $|IM - IN| \leq MN$ và đẳng thức xảy ra khi $I = MN \cap (P)$.

Phương trình tham số của đường thẳng MN là $\begin{cases} x = 10t \\ y = 1 + 5t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$.

Tọa độ giao điểm của MN và (P) là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 10t \\ y = 1 + 5t \\ z = 3 - 3t \\ x - 2y + 2z - 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -10 \\ y = -4 \\ z = 6. \end{cases}$$

Vậy $T = a + b = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2827. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 + t. \end{cases}$ Véc-tơ nào dưới đây là

véc-tơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{n} = (1; -2; 1)$. B. $\vec{n} = (1; 2; 1)$. C. $\vec{n} = (-1; -2; 1)$. D. $\vec{n} = (-1; 2; 1)$.

Lời giải.

Từ phương trình tham số, suy ra véc-tơ chỉ phương là $\vec{n} = (-1; -2; 1)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2828. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ và

$d_2 : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$. Viết phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

A. $\left(x + \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y + \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$. B. $\left(x + \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y + \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{6}$.
C. $\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$. D. $\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{6}$.

Lời giải.

Hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.

Gọi $A(2+t; 1-t; 2t) \in d_1$, $B(2-2t'; 3; t') \in d_2$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2t' - t; t + 2; t' - 2t)$.

d_1 có một VTCP là $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$, d_2 có một VTCP là $\vec{u}_2 = (-2; 0; 1)$.

Để AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 thì

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-2t' - t) - (t + 2) + 2(t' - 2t) = 0 \\ -2(-2t' - t) + (t' - 2t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{3} \\ t' = 0 \end{cases}$$

Suy ra $A\left(\frac{5}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, $B(2; 3; 0)$.

Gọi I là trung điểm AB thì $I\left(\frac{11}{6}; \frac{13}{6}; -\frac{1}{3}\right)$.

Phương trình mặt cầu tâm I , bán kính $\frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{30}}{6}$ là $\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{6}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2829. Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d : \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng $d_1 : \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$, $d_2 : \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$.

$$\begin{aligned} \text{A. } \frac{x+1}{-1} &= \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}. \\ \text{C. } \frac{x-1}{1} &= \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B. } \frac{x-1}{1} &= \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}. \\ \text{D. } \frac{x-1}{1} &= \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}. \end{aligned}$$

Lời giải.

Ta có $\vec{u}_d = (1; 1; -1)$, $\vec{u}_{d_1} = (2; 1; -1)$, $\vec{u}_{d_2} = (-1; 1; 3)$.

Gọi (P) là mặt phẳng song song với d và chứa d_1 thì (P) đi qua $A(-1; -1; 2)$ và có một VTPT là $\vec{n}_1 = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d_1}] = (0; -1; -1)$. Do đó $(P) : y + z - 1 = 0$.

Gọi (Q) là mặt phẳng song song với d và chứa d_2 thì (Q) đi qua $B(1; 2; 3)$ và có một VTPT là $\vec{n}_2 = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d_2}] = (4; -2; 2)$. Do đó $(Q) : 2x - y + z - 3 = 0$.

Khi đó, đường thẳng cần tìm Δ là giao điểm của (P) và (Q) , ta có

$$\Delta : \begin{cases} y + z - 1 = 0 \\ 2x - y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Hay $\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2830. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AB = 3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên mặt phẳng $(\alpha) : x + z - 1 = 0$. Biết B là điểm có hoành độ dương, gọi $(a; b; c)$ là tọa độ của C . Tính $a + b + c$.

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 7.

Lời giải.

Ta thấy đường thẳng AB có một VTCP là $\vec{u} = (1; 1; -4)$, mặt phẳng (α) có một VTPT là $\vec{n} = (1; 0; 1)$ nên góc giữa AB và (α) là φ với

$$\sin \varphi = \frac{|1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + (-4) \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-4)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $\varphi = 30^\circ = \widehat{BAC}$.

Hơn nữa, $AC \subset (\alpha)$ và $BC \perp AC$ nên C là hình chiếu của B trên (α) .

Ta tìm tọa độ của B .

Ta viết lại $AB : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t \\ z = -8 - 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$ Điểm A là giao điểm của AB và (α) .

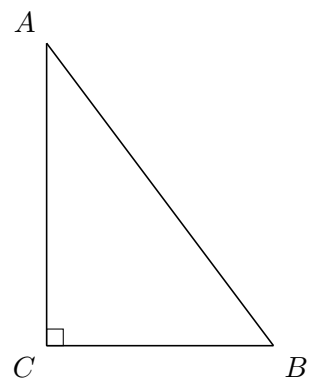
Xét phương trình $(3 + t) + (-8 - t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = -2$. Vậy $A(1; 2; 0)$.

Gọi $B(3 + t'; 4 + t'; -8 - 4t')$, ta có $AB = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow (t' + 2)^2 + (t' + 2)^2 + (-4t' - 8)^2 = 18$.

Suy ra $t' = -1$ hoặc $t' = -3$. Mà B có hoành độ dương nên ta chọn $t = -1$, khi đó $B(2; 3; -4)$.

Đường thẳng BC vuông góc với (α) nên nhận $\vec{n} = (1; 0; 1)$ làm một VTCP, do đó

$$BC : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 \\ z = -4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$



C chính là giao điểm của BC và (α) . Xét phương trình $(2+t) + (-4+t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{2}$.

Suy ra $C\left(\frac{7}{2}; 3; -\frac{5}{2}\right)$. Vậy $a+b+c=4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2831. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất.

A. $2x + y - 3z + 3 = 0$.

B. $x + 2y - z - 1 = 0$.

C. $3x + 2y - z + 1 = 0$.

D. $2x - y - 3z + 3 = 0$.

Lời giải.

- Đường thẳng d đi qua $M_0(0; 0; 1)$ có VTCP $\vec{u}(1; 1; 1)$.

- Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên (P) và d . Ta có $d(A, (P)) = AH \leq AK$. Dấu = xảy ra khi và chỉ khi $H \equiv K$.

Do đó $d(A, (P))_{\max} = AK$. Khi đó (P) đi qua $M_0(0; 0; 1)$ nhận $\overrightarrow{AK}$ làm véc-tơ pháp tuyến.

- Do $K \in d$ nên $K(t; t; 1+t)$ và $\overrightarrow{AK} = (t-3; t-2; t+2)$.

Ta có: $\overrightarrow{AK} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Vậy $\overrightarrow{AK} = (-2; -1; 3)$ nên $(P): 2x + y - 3z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2832. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 4; -4)$ cắt (P) tại B . Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° . Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $H(-2; -1; 3)$.

B. $I(-1; -2; 3)$.

C. $K(3; 0; 15)$.

D. $J(-3; 2; 7)$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases}$.

Theo đề bài B là giao điểm của đường thẳng d và (P) nên giá trị tham số t ứng với tọa độ điểm B là nghiệm phương trình:

$$2(1+3t) + 2(2+4t) - (-3-4t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow B(-2; -2; 1).$$

Ta thấy M nằm trên giao tuyến của mặt cầu đường kính AB với mặt phẳng (P) . Do đó MB lớn nhất khi nó là đường kính, hay M là hình chiếu của A trên (P) .

Gọi d' là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) . Đường thẳng $d' \perp (P)$ có VTCP $\vec{m} = (2; 2; -1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d' là $\begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = -3 - t' \end{cases}$.

Do M là hình chiếu của A trên (P) nên giá trị tham số t ứng với tọa độ điểm M là nghiệm phương trình $2(1+2t') + 2(2+2t') - (-3-t') + 9 = 0 \Leftrightarrow t' = -2$.

Do đó tọa độ điểm $M(-3; -2; -1)$. Từ đó $\overrightarrow{MB} = (1; 0; 2)$.

Vậy phương trình đường thẳng MB là $\begin{cases} x = -3 + a \\ y = -2 \\ z = -1 + 2a \end{cases}$.

Chỉ có tọa độ điểm $I(-1; -2; 3)$ thỏa mãn phương trình đường thẳng MB .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2833. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M(1; 3; 2)$ đến

đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}$.

A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 3; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}$ là

$$1 \cdot (x - 1) + 1 \cdot (y - 3) + (-1) \cdot (z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 2 = 0.$$

Hình chiếu vuông góc H của M trên đường thẳng đã cho có tọa độ là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -t \\ x + y - z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 0 \\ t = 0. \end{cases}$$

Như vậy $H = (1; 1; 0)$, do đó khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng đã cho là

$$d = MH = \sqrt{(1 - 1)^2 + (1 - 3)^2 + (0 - 2)^2} = 2\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2834. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$.

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$.

D. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; -5)$, đường thẳng d' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}' = (3; -2; -1)$.

Gọi Δ đường vuông góc chung của hai đường thẳng d và d' , gọi $A = (2 + 2a; 3 + 3a; -4 - 5a)$ và $B = (-1 + 3b; 4 - 2b; 4 - b)$ lần lượt là giao điểm của Δ với d và d' .

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2a + 3b - 3; -3a - 2b + 1; 5a - b + 8)$. Vì Δ đường vuông góc chung của hai đường

thẳng d và d' nên

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \vec{u} \\ \overrightarrow{AB} \perp \vec{u}' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}' \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (-2a + 3b - 3) \cdot 2 + (-3a - 2b + 1) \cdot 3 + (5a - b + 8) \cdot (-5) = 0 \\ (-2a + 3b - 3) \cdot 3 + (-3a - 2b + 1) \cdot (-2) + (5a - b + 8) \cdot (-1) = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -38a + 5b = 43 \\ -5a + 14b = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Như vậy $A = (0; 0; 1)$ và $B = (2; 2; 3)$, nên $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 2)$. Do đó Δ có một vé-tơ chỉ phương là $\vec{w} = (1; 1; 1)$, bởi vậy Δ có phương trình là

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2835. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -2; -1)$, $B(-2; -4; 3)$, $C(1; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P) : x + y - 2z - 3 = 0$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$. **B.** $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right)$. **C.** $M(2; 2; -4)$. **D.** $M(-2; -2; 4)$.

Lời giải.

Gọi I là điểm sao cho $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = 0 \Rightarrow I(0; 0; 0)$.

Từ đó:

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}| = |4\overrightarrow{MI} + (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC})| = 4IM \geq 4IH.$$

với H là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) .

Từ đó suy ra $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $M \equiv H$. Phương trình đường

thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P) là:
$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -2t \end{cases}.$$

Tọa độ điểm H là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -2t \\ x + y - 2z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \\ z = -1 \\ t = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Suy ra $H = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Vậy, tọa độ điểm M cần tìm là $M = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2836. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

$$\begin{aligned} \text{A. } \frac{x-1}{5} &= \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}. \\ \text{C. } \frac{x-1}{5} &= \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B. } \frac{x-1}{5} &= \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}. \\ \text{D. } \frac{x+1}{5} &= \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}. \end{aligned}$$

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là:
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + 3t. \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm $A(x; y; z)$ của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + 3t \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \\ t = 1. \end{cases}$$

Như vậy $A(1; 1; 1)$.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 3)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; 1)$.

Vì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d nên Δ có một véc-tơ chỉ phương là

$$[\vec{n}, \vec{u}] = (5; -1; -3).$$

Do Δ nằm trong mặt phẳng (P) và cắt d nên Δ đi qua điểm $A(1; 1; 1)$. Phương trình đường thẳng Δ là

$$\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2837. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xét đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0; 0; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng Oxz . Tính khoảng cách nhỏ nhất giữa điểm $B(0; 4; 0)$ tới điểm C trong đó C là điểm cách đều đường thẳng Δ và trục Ox .

$$\begin{aligned} \text{A. } \frac{1}{2}. & \quad \text{B. } 3\sqrt{2}. & \quad \text{C. } \sqrt{6}. & \quad \text{D. } \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Lời giải.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0; 0; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng Oxz là
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$$

Gọi $C = (a; b; c)$, mặt phẳng (P) đi qua C và vuông góc với Δ có phương trình $y - b = 0$. Hình chiếu vuông góc của C lên đường thẳng Δ là giao điểm H của mặt phẳng (P) với đường thẳng Δ . Suy ra $H = (0; b; 1)$.

Tọa độ hình chiếu vuông góc K của C trên trục Ox là $K = (a; 0; 0)$.

Theo đề bài: $d(C; \Delta) = d(C; Ox) \Leftrightarrow CH = CK \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + (1-c)^2} = \sqrt{b^2 + c^2} \Leftrightarrow a^2 = b^2 + 2c - 1$.

Ta có $BC = \sqrt{a^2 + (b-4)^2 + c^2} = \sqrt{b^2 + 2c - 1 + b^2 - 8b + 16 + c^2} = \sqrt{2(b-2)^2 + (c+1)^2 + 6} \geq \sqrt{6}$.

Do đó $\min BC = \sqrt{6}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2838. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(1; -2; 1)$, $N(0; 1; 3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.

D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng MN đi qua $N(0; 1; 3)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (-1; 3; 2)$ có phương trình là $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2839. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2 : \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{3}$. Phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 là

A. $5x - 4y - z - 16 = 0$.

B. $5x - 4y + z + 16 = 0$.

C. $5x - 4y + z - 16 = 0$.

D. $5x + 4y + z - 16 = 0$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2 .

Véc-tơ chỉ phương của d_1 và d_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (1; 1; 1)$ và $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$. Suy ra một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (5; -4; 1)$.

Mặt khác $M(3; 1; 5) \in d_2 \subset (P) \Rightarrow M \in (P)$.

Phương trình $(P) : 5(x-3) - 4(y-1) + 1(z-5) = 0 \Leftrightarrow 5x - 4y + z - 16 = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2840. Cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua M , cắt và vuông góc với Δ . Véc-tơ chỉ phương của d là

A. $\vec{u} = (-3; 0; 2)$.

B. $\vec{u} = (0; 3; 1)$.

C. $\vec{u} = (2; -1; 2)$.

D. $\vec{u} = (1; -4; -2)$.

Lời giải.

Gọi H là giao điểm của d và Δ , khi đó giá của $\overrightarrow{MH}$ vuông góc với đường thẳng Δ .

Ta có $H(1+2t; -1+t; -t)$, $\overrightarrow{MH} = (2t-1; t-2; -t)$ và véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (2; 1; -1)$.

Do $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) + 1(t-2) - 1(-t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$. Khi đó $\overrightarrow{MH} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ hay

$\vec{u} = (1; -4; -2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2841. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ và hai điểm $A(2; 0; 3)$, $B(2; -2; -3)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc d thỏa mãn $MA^4 + MB^4$ nhỏ nhất. Tìm x_0 .

A. $x_0 = 1$.

B. $x_0 = 3$.

C. $x_0 = 0$.

D. $x_0 = 2$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AM , ta có $I(2; -1; 0)$.

$$\begin{aligned} MA^4 + MB^4 &= (MA^2 + MB^2)^2 - 2MA^2 \cdot MB^2 \\ &= \left(2MI^2 + \frac{AB^2}{2}\right)^2 - 2\left(MI^2 - \frac{AB^2}{4}\right)^2 \\ &= 4MI^2 + 2MI^2 \cdot AB^2 + \frac{AB^4}{4} - 2MI^2 + MI^2 \cdot AB^2 - \frac{AB^4}{8} \\ &= 2MI^4 + 3MI^2 \cdot AB^2 + \frac{AB^4}{4} \\ &= 2\left(MI^2 + \frac{3AB^2}{4}\right)^2 - \frac{7}{10}AB^4 \end{aligned}$$

Do đó $MA^4 + MB^4$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên d .

Lấy $M(2+t; -1+2t; 3t) \in d \Rightarrow \overrightarrow{IM} = (t; 2t; 3t)$.

Ta có $\overrightarrow{IM} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t + 4t + 9t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow M(2; -1; 0) \equiv I$.

Vậy $x_0 = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2842. Trong không gian $Oxyz$, cho tám điểm $A(-2; -2; 0)$, $B(3; -2; 0)$, $C(3; 3; 0)$, $D(-2; 3; 0)$, $M(-2; -2; 5)$, $N(3; 3; 5)$, $P(3; -2; 5)$, $Q(-2; 3; 5)$. Hình đa diện tạo bởi tám điểm đã cho có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3.

B. 9.

C. 8.

D. 6.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (5; 0; 0)$, $\overrightarrow{DC} = (5; 0; 0)$ nên $ABCD$ là hình bình hành.

Mặt khác, $\overrightarrow{AD} = (0; 5; 0) \Rightarrow \begin{cases} AB \perp AD \\ AB = AD = 5 \end{cases}$. Vậy $ABCD$ là hình vuông.

Tương tự, $MNPQ$ cũng là hình vuông.

Lại có $\overrightarrow{AM} = (0; 0; 5)$ nên $AM \perp (ABCD)$ và $AM = AB = AD$.

Vậy 8 điểm trên tạo thành một hình lập phương nên có 9 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2843. Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; -4)$ là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{3}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{3}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-4}$.

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ với $abc \neq 0$ có phương trình $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$.

Suy a đường thẳng cần tìm có phương trình: $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2844. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 0)$, $B(0; 1; 1)$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và song song với đường thẳng AB . Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $M(6; -4; -1)$.

B. $N(6; -4; 2)$.

C. $P(6; -4; 3)$.

D. $Q(6; -4; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1)$.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d = (2; -1; 1)$.

Suy ra $[\overrightarrow{AB}, \vec{u}_d] = (3; 3; -3) = 3(1; 1; -1)$.

Vì (α) chứa d và song song với AB nên véc-tơ $\vec{n} = \frac{1}{3} [\overrightarrow{AB}, \vec{u}_d] = (1; 1; -1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α) .

Lại có, điểm $C(0; 1; 2) \in d \Rightarrow C \in (\alpha)$.

Do đó, phương trình của (α) là $x + y - z + 1 = 0$.

Lần lượt thay tọa độ các điểm trong các phương án ta được điểm $P(6; -4; 3)$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2845. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác đều ABC với $A(6; 3; 5)$ và

đường thẳng BC có phương trình $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua trọng tâm G của tam

giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Điểm nào dưới đây thuộc Δ ?

A. $M(-1; -12; 3)$.

B. $N(3; -2; 1)$.

C. $P(0; -7; 3)$.

D. $Q(1; -2; 5)$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC và G là trọng tâm tam giác ABC .

Ta có $M \in BC$: $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases} \Rightarrow M(1 - t; 2 + t; 2t)$.

Do tam giác ABC đều và M là trung điểm BC nên $AM \perp BC$. Suy ra

$$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u}_{BC} = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M(0; 3; 2).$$

Vì G là trọng tâm $\triangle ABC$ nên

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AM} \Rightarrow G(2; 3; 3).$$

Khi đó $[\overrightarrow{GM}, \vec{u}_{BC}] = (1; 5; -2)$ là véc-tơ chỉ phương của Δ .

Mà $G(2; 3; 3) \in \Delta \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = 2 + s \\ y = 3 + 5s \\ z = 3 - 2s. \end{cases}$

Thay tọa độ các điểm ở bốn phương án vào phương trình của Δ ta thấy điểm $Q(1; -2; 5)$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2846. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 - 3t \\ y = 3 + 4t \\ z = 0 \end{cases}$. Gọi A là hình chiếu vuông

góc của O trên d . Điểm M di động trên tia Oz , điểm N di động trên đường thẳng d sao cho $MN = OM + AN$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OA . Trong trường hợp diện tích tam giác IMN đạt giá trị nhỏ nhất, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (M, d) có tọa độ là

A. $(4; 3; 5\sqrt{2})$.

B. $(4; 3; 10\sqrt{2})$.

C. $(4; 3; 5\sqrt{10})$.

D. $(4; 3; 10\sqrt{10})$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta nhận thấy $d \subset (Oxy)$, vậy OA, Oz, d đôi một vuông góc.

Hơn nữa, dễ thấy $A(4; 3; 0)$ (không nhất thiết phải tìm ra tọa độ A).

Đặt $OA = 2a = d(O, d) = 5 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$. Đặt $OM = m, AN = n, (m, n > 0)$. Do MO, OA, AN đôi một vuông góc nên ta có

$$\begin{aligned} MN^2 &= MO^2 + OA^2 + AN^2 \\ \Rightarrow (m+n)^2 &= m^2 + n^2 + 4a^2 \\ \Rightarrow m \cdot n &= 2a^2 (*). \end{aligned}$$

Có $NI = \sqrt{a^2 + n^2}, MI = \sqrt{a^2 + m^2}$, suy ra

$$\begin{aligned} \cos \widehat{INM} &= \frac{NI^2 + NM^2 - IM^2}{2NI \cdot NM} \\ &= \frac{a^2 + n^2 + m^2 + 2mn + n^2 - a^2 - m^2}{2\sqrt{a^2 + n^2} \cdot (m+n)} \\ &= \frac{2n^2 + 2mn}{2\sqrt{a^2 + n^2} \cdot (m+n)} = \frac{n}{\sqrt{a^2 + n^2}} \\ \Rightarrow \sin \widehat{INM} &= \frac{a}{\sqrt{a^2 + n^2}}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S_{IMN} = \frac{1}{2} NI \cdot NM \cdot \sin \widehat{INM} = \frac{1}{2} a \cdot (m+n).$$

Theo BDT Cauchy, $m+n \geq 2\sqrt{mn} = 2\sqrt{2}a$ (theo (*)).

Vậy S_{IMN} nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}a^2$, đạt được khi $m = n = a\sqrt{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. Khi đó $M\left(0; 0; \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (M, d) là $[\overrightarrow{MA}, \vec{u}_d] = \left(\frac{20\sqrt{2}}{2}; \frac{15\sqrt{2}}{2}; 25\right) \parallel (4; 3; 5\sqrt{2})$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2847. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$. Tìm tọa độ của điểm A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A. $A(3; 5; 3)$. B. $A(1; 3; 1)$. C. $A(-3; 5; 3)$. D. $A(1; 2; -3)$.

Lời giải.

Vì A là giao điểm của d và (P) nên $A \in d \Rightarrow A(1 + 2t; 3 - t; 1 - t)$.

Tiếp đến, $A \in (P)$ nên $1 + 2t + 2(3 - t) - 3(1 - t) + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

Vậy $A(-3; 5; 3)$.

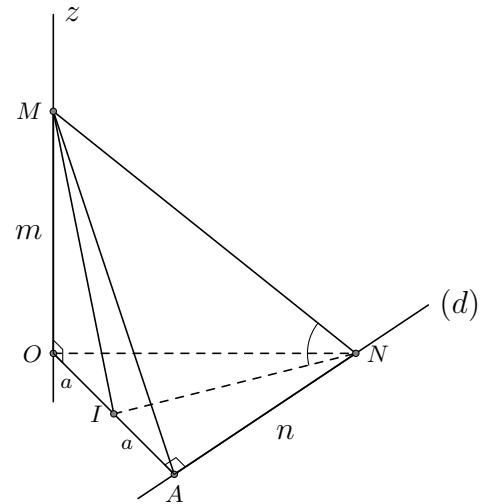
Chọn đáp án **C** □

Câu 2848. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - my + z + 2m - 1 = 0$, $(\beta): mx + y - mz + m + 2 = 0$. Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (Oxy) . Biết rằng với mọi số thực m thay đổi thì Δ luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và $(P) \perp (Oxy)$.



Ta có $\vec{n}_1 = (1; -m; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α) và $\vec{n}_2 = (m; 1; -m)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (β) .

Do đó $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (m^2 - 1; 2m; m^2 + 1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Suy ra $\vec{n} = (2m; 1 - m^2; 0)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Như thế $(P): 2mx + (1 - m^2)y + 2m^2 + 2 = 0$.

Ta có $d(O, (P)) = \frac{|2m^2 + 2|}{\sqrt{4m^2 + (1 - m^2)^2}} = 2 \Rightarrow d(O, \Delta) = 2$.

Mà $\Delta \subset (Oxy)$ nên Δ tiếp xúc với một đường tròn tâm O bán kính $R = 2$ (chính là đường tròn giao tuyến của (Oxy) và mặt cầu tâm O bán kính $R = 2$).

Chọn đáp án **A** □

Câu 2849. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 0)$ và $B(3; 2; -8)$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB

A. $\vec{u} = (1; 2; -4)$. B. $\vec{u} = (2; 4; 8)$. C. $\vec{u} = (-1; 2; -4)$. D. $\vec{u} = (1; -2; -4)$.

Lời giải.

Đường thẳng AB nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (2; 4; -8)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Nên véc-tơ $\vec{u} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = (1; 2; -4)$ cũng là véc-tơ chỉ phương của AB .

Chọn đáp án **A** □

Câu 2850. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. (α) song song với mặt phẳng (Oxy) . B. (α) song song với trục Oz .
C. Oz chứa trong mặt phẳng (α) . D. Oy chứa trong mặt phẳng (α) .

Lời giải.

Ta có (α) có dạng $Ax + By = 0$, với A, B khác 0 nên suy ra (α) chứa trục Oz .

Chọn đáp án **C** □

Câu 2851. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} =$

$\frac{z+3}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = 1 \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc với d_1, d_2 .

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - t \\ z = 3 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Lời giải.

Ta có véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 là $\vec{u}_{d_1} = (2; -1; 1)$, véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d_2 là $\vec{u}_{d_2} = (-1; 2; 0)$. Vì đường thẳng Δ vuông góc với d_1, d_2 nên

$\vec{u}_{\Delta} = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] = (-2; -1; 3)$. Chọn $\vec{u}_{\Delta} = (2; 1; -3)$ là véc-tơ chỉ phương của Δ .

Phương trình đường thẳng qua A , nhận $\vec{u}_{\Delta}$ làm véc-tơ chỉ phương là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2852. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-6}{2} =$

$\frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{1}$. Tìm tọa độ điểm B đối xứng với A qua d .

- A. $B(-3; 4; -4)$. B. $B(2; -1; 3)$. C. $B(3; 4; -4)$. D. $B(3; -4; 4)$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A trên d , khi đó $H(6+2t; 1+t; 5+t) \in d \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (5+2t; t-1; t+3)$

Ta có $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 6t+12=0 \Rightarrow t=-2 \Rightarrow H=(2; -1; 3) \Rightarrow B=(3; -4; 4)$ (H trung điểm AB).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2853. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d và (α) , A thuộc d sao cho $AM = \sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) .

- A. 2. B. 3. C. 6. D. $\sqrt{14}$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-12}{-1}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 2; -1)$.

Mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-3=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -3)$.

Ta có $\sin(d; (\alpha)) = \frac{|\vec{u}_d \cdot \vec{n}_\alpha|}{|\vec{u}_d| \cdot |\vec{n}_\alpha|} = \frac{3\sqrt{14}}{14}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (α) .

Khi đó tam giác $\triangle MAH$ vuông tại H nên

$$\sin(d; (\alpha)) = \sin \widehat{AMH} = \frac{AH}{AM} \Rightarrow AH = AM \cdot \sin(d; (\alpha)) = 3.$$

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) bằng 3.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2854. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x+z-2=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=3+t \\ y=2+t \\ z=-1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Lời giải.

Do đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (P) nên véc-tơ chỉ phương của d là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Từ đây ta suy ra phương trình đường thẳng cần tìm (d): $\begin{cases} x=3+t \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2855. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là:

- A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) : $z = 0 \Rightarrow \vec{n}_{(Oxy)} = (0; 0; 1)$.

Mặt phẳng (P) : $x + y - 1 = 0 \Rightarrow \vec{n}_{(P)} = (1; 1; 0)$.

Gọi đường thẳng d đi qua $A(2; 0; -1)$ đồng thời song song với hai mặt phẳng (P) và (Oxy) .

Ta có: $\begin{cases} d \perp (P) \\ d \perp (Oxy) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(Oxy)} \end{cases}$

Mà $[\vec{n}_{(P)}; \vec{n}_{(Oxy)}] = (1; -1; 0) \Rightarrow \vec{u}_d = (1; -1; 0)$.

Phương trình đường thẳng d đi qua $A(2; 0; -1)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1; -1; 0)$ có dạng

$$d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2856. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 - t \end{cases}$ và $\Delta_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{2}$.

Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(-1; 0; -1)$ cắt đường thẳng Δ_1 và tạo với đường thẳng Δ_2 một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Lời giải.

Ta có vec-tơ chỉ phương của Δ_2 là $\vec{u}_2 = (-1; 2; 2)$.

Gọi B là giao điểm của d và Δ_1 . Suy ra $B(1+2t; 2+t; -2-t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2t+2; t+2; -t-1)$

Gọi $\varphi = (\Delta_2; d)$. Khi đó

$$\cos \varphi = \left| \cos(\overrightarrow{AB}; \vec{u}_2) \right| = \frac{2|t|}{3\sqrt{6t^2 + 14t + 9}} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{t^2}{6t^2 + 14t + 9}}.$$

Đặt $P = \frac{t^2}{6t^2 + 14t + 9} \Leftrightarrow (6P-1)t^2 + 14Pt + 9P = 0 \quad (*)$

Trường hợp 1 : $6P-1=0 \Leftrightarrow P = \frac{1}{6}$ khi $t = \frac{-9}{14}$.

Trường hợp 2 : $6P-1 \neq 0 \Leftrightarrow P \neq \frac{1}{6}$. Phương trình $(*)$ có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq P \leq \frac{9}{5}$.

Nhận xét góc φ càng lớn thì $\cos \varphi$ càng nhỏ. Từ đó suy ra φ lớn nhất khi và chỉ khi $\cos \varphi = 0$ nên $t = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2; 2; -1)$. Phương trình $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2857. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 3; 2)$, mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của đoạn MN . Biết $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một vec-tơ chỉ phương của Δ , giá trị của $a + b$ bằng

A. 11.

B. -11.

C. 3.

D. -3.

Lời giải.

Đường thẳng d có dạng tham số: $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t. \end{cases}$

Ta có: $N \in d \Rightarrow N(-2 + 2t; 1 + t; 1 - t)$.

Mặt khác điểm $A(1; 3; 2)$ là trung điểm của MN , suy ra $M(4 - 2t; 5 - t; 3 + t)$.

Ta lại có $M \in (P) \Leftrightarrow 2(4 - 2t) - (5 - t) + (3 + t) - 10 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

Suy ra $N(-6; -1; 3)M(8; 7; 1) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-14; -8; 2)$.

Vậy $\vec{u} = (-7; -4; 1) \Rightarrow a + b = -11$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2858. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2; 1; 3)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại M, N, P sao cho tứ diện $OMNP$ có thể tích nhỏ nhất. Giao điểm của đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$ với (P) có tọa độ là

A. $(4; 6; 1)$.

B. $(4; 1; 6)$.

C. $(-4; 6; -1)$.

D. $(4; -1; 6)$.

Lời giải.

Gọi $M(a; 0; 0)$, $N(0; b; 0)$, $P(0; 0; c)$ ($a, b, c > 0$) theo thứ tự là giao điểm của mặt phẳng (P) với các tia Ox, Oy, Oz .

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì điểm $A \in (P) \Leftrightarrow \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{3}{c} = 1$.

Vì $OMNP$ là tứ diện có OM, ON, OP đôi một vuông góc nên $V_{OMNP} = \frac{1}{6}OM \cdot ON \cdot OP = \frac{1}{6}abc$.

Ta có $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{3}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{6}{abc}} \Rightarrow 1 \geq 3\sqrt[3]{\frac{6}{abc}} \Rightarrow abc \geq 162$.

Suy ra $V_{OMNP} \geq 27$. Do đó thể tích khối $OMNP$ nhỏ nhất bằng 27 khi và chỉ khi $\frac{2}{a} = \frac{1}{b} = \frac{3}{c}$.

Suy ra hệ phương trình $\begin{cases} \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{3}{c} = 1 \\ \frac{2}{a} = \frac{1}{b} = \frac{3}{c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 3 \\ c = 9 \end{cases}$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 3x + 6y + 2z - 18 = 0$.

Gọi $B = d \cap (P)$. Điểm $B \in d \Leftrightarrow B(2 + t; 1 - t; 4 + t)$

Điểm $B \in (P) \Leftrightarrow 3(t + 2) + 6(1 - t) + 2(4 + t) - 18 = 0 \Leftrightarrow t = 2$

Vậy $B(4; -1; 6)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2859. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$. Tọa độ của một véc-tơ chỉ phương là

A. $(3; -2; -1)$.

B. $(-3; 2; 0)$.

C. $(-1; 2; -1)$.

D. $(1; -2; 1)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $(-3; 2; 1)$ và cùng phương với véc-tơ $(3; -2; -1)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2860. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$ và đường thẳng Δ có

phương trình tham số $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -3 - 4t \end{cases}$. Khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là

A. $-\frac{4}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -1; -4)$ và $A(-1; 2; -3) \in d$.

Mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -2; 1)$.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{n} = 1 \cdot 2 + (-1) \cdot (-2) + 1 \cdot (-4) = 0$ và $A \notin (P)$ nên $\Delta \parallel (P)$.

Do đó $d(\Delta; (P)) = d(A; (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-3) + 5|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1}} = \frac{4}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2861. Cho điểm $A(2; 5; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -1)$ đến (P) bằng

A. $3\sqrt{2}$. B. $\frac{\sqrt{11}}{18}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{11\sqrt{18}}{18}$.

Lời giải.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên mặt phẳng (P) và đường thẳng d , ta luôn có $AH \leq AK$ nên khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) lớn nhất khi $H \equiv K$.

Khi đó $\overrightarrow{AH}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Gọi H là hình chiếu của A trên đường thẳng d .

Do $H \in d$ nên $H(1 + 2t; t; 2 + 2t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2t - 1; t - 5; 2t - 1)$.

Do $\overrightarrow{AH} \perp d$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0$ với $\vec{u} = (2; 1; 2)$. Ta có phương trình $2(2t - 1) + t - 5 + 2(2t - 1) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Với $t = 1$ thì $\overrightarrow{AH} = (1; -4; 1)$, khi đó phương trình mặt phẳng (P) đi qua $N(1; 0; 2) \in d$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AH} = (1; -4; 1)$ là $x - 4y + z - 3 = 0$.

Khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -1)$ đến mặt phẳng (P) là $d(M, (P)) = \frac{|1 - 4 \cdot 2 - 1 - 3|}{\sqrt{1^2 + 4^2 + (-1)^2}} = \frac{11\sqrt{18}}{18}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2862. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 5; 0)$, $B(3; 3; 6)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc đường thẳng d sao cho chu vi tam giác MAB nhỏ nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $a + 2b + 3c$ bằng

A. 5. B. 7. C. 9. D. 3.

Lời giải.

Gọi $M(-1 + 2t; 1 - t; 2t) \in d$. Ta có $MA = \sqrt{9t^2 + 20}$, $MB = \sqrt{9(t-2)^2 + 20}$ và $AB = 2\sqrt{11}$.

Chu vi tam giác ABC là $P_{\Delta MAB} = MA + MB + AB = \sqrt{9t^2 + 20} + \sqrt{9(t-2)^2 + 20} + 2\sqrt{11}$.

Xét $f(t) = \sqrt{9t^2 + 20} + \sqrt{9(t-2)^2 + 20} + 2\sqrt{11}$.

Có $f'(t) = \frac{9t}{\sqrt{9t^2 + 20}} + \frac{9(t-2)}{\sqrt{9(t-2)^2 + 20}}$. Có $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{9t}{\sqrt{9t^2 + 20}} = \frac{9(2-t)}{\sqrt{9(2-t)^2 + 20}}$. (*)

Xét hàm số $g(x) = \frac{9x}{\sqrt{9x^2 + 20}}$, $x \in \mathbb{R}$. Có $g'(x) = \frac{180}{(9x^2 + 20)\sqrt{9x^2 + 20}} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Từ (*) ta có $g(t) = g(2-t) \Leftrightarrow t = 2-t \Leftrightarrow t = 1$.

BBT

t	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$
$f(t)$	$+\infty$	$2\sqrt{29} + 2\sqrt{11}$	$+\infty$

Suy ra $\min_{[-1;1]} f(t) = 2\sqrt{29} + 2\sqrt{11}$ tại $t = 1$.

Suy ra $M(1; 0; 2)$. Suy ra $a = 1, b = 0, c = 2$. Vậy $a + 2b + 3c = 7$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2863. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Gọi $M(a; b; c)$ là tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (ABC) . Tổng

$S = 2a + b + c$ là:

A. 6.

B. -7.

C. 5.

D. 11.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Ta có: $M(a; b; c) \in d \Rightarrow \begin{cases} a = -t \\ b = 2 + t \\ c = 3 + t \end{cases} \Rightarrow M(-t; 2 + t; 3 + t)$.

Mặt khác: $M \in (ABC) \Rightarrow 6(-t) + 3(2 + t) + 2(3 + t) - 6 = 0 \Rightarrow t = 6$

$\Rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 8 \\ c = 9 \end{cases} \Rightarrow S = 2a + b + c = 5$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2864. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{1}$. Trong các mặt phẳng sau đây, mặt phẳng nào song song với đường thẳng d ?

A. $x - 2y + z - 2 = 0$.

B. $x - 2y + z + 1 = 0$.

C. $3x + 2y + z - 6 = 0$.

D. $3x + 2y + z + 1 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{1}$ có một VTCP là $\vec{u} = (3; 2; 1)$.

Mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 1 = 0$ có một VTPT là $\vec{n}_1 = (1; -2; 1)$.

Khi đó $\vec{u} \cdot \vec{n}_1 = 3 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) + 1 \cdot 1 = 0$ suy ra $\vec{u} \perp \vec{n}_1$

Mặt khác, điểm $M(0; 1; 4) \in d$ và $0 - 2 \cdot 1 + 4 + 1 = 3 \neq 0$ suy ra $M \notin (P)$.

Vậy $d \parallel (P)$. Đáp án B.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2865. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng:

$d_1: \frac{x-4}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$; $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 .

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{2}$.

B. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-3}{2}$.

$$\text{C. } \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}.$$

$$\text{D. } \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{6}.$$

Lời giải.

Gọi M là giao điểm của đường thẳng Δ cần tìm và đường thẳng d_2 nên $M(2+m; -1-m; 1+m)$.

Ta có: $\Delta \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{u_{d_1}} = 0 \Leftrightarrow 2(2+m-1) + 2(-1-m+1) + (-1)(1+m-3) = 0 \Leftrightarrow m = 4$.

Đường thẳng Δ qua điểm $A(1; -1; 3)$ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AM} = (5; -4; 2)$ nên có phương trình là

$$\Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2866. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$. Gọi A là giao điểm của d và (P) . Điểm $M(a; b; c)$ thuộc d và có hoành độ dương thỏa mãn $AM = \sqrt{6}$. Khi đó tổng $S = 2018a + b - c$ có giá trị là

A. 2018.

B. 2019.

C. 2017.

D. 2020.

Lời giải.

$$A = d \cap (P) \text{ nên } A(x; y; z) \text{ thỏa mãn } \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ x - 2y = 1 \\ y + z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \\ z = -1. \end{cases}$$

Suy ra $A(-1; -1; -1)$.

Gọi $M(1+2t; t; -2-t) \in d \left(t > -\frac{1}{2} \right)$.

$$AM = \sqrt{6} \Leftrightarrow (2t+2)^2 + (t+1)^2 + (-t-1)^2 = 6 \Leftrightarrow (t+1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -2 \text{ (loại)} \end{cases} \Rightarrow M(1; 0; -2).$$

Do đó $a = 1, b = 0, c = -2$ và $S = 2018a + b - c = 2020$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2867. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = -1+2t. \end{cases}$

Phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt đường thẳng d là

$$\text{A. } \Delta: \frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}.$$

$$\text{B. } \Delta: \frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-2}.$$

$$\text{C. } \Delta: \frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-2}.$$

$$\text{D. } \Delta: \frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-2}.$$

Lời giải.

d có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = (1; 1; 2)$.

$B = \Delta \cap d$. Giả sử $B(1+t; t; -1+2t)$. Suy ra $\overrightarrow{AB} = (4+t; t-2; 2t-4)$.

Do $\Delta \perp d \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 4+t+t-2+2 \cdot (2t-4) = 0 \Leftrightarrow 6t-6=0 \Leftrightarrow t=1$.

Vậy $\overrightarrow{AB} = (5; -1; -2)$.

Do Δ đi qua A và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (5; -1; -2)$ nên $\Delta: \frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2868. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 4$,

$(S_2): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 1$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2-t \\ y = -3t \\ z = -2-t \end{cases}$. Gọi A, B là hai điểm

tùy ý lần lượt thuộc (S_1) , (S_2) và M thuộc đường thẳng d . Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MA + MB$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3707}}{11} - 3$.

B. $\frac{\sqrt{2211}}{11} - 3$.

C. $\frac{\sqrt{1771} + 2\sqrt{10}}{11} - 3$.

D. $\frac{\sqrt{3707}}{11} + 3$.

Lời giải.

Mặt cầu (S_1) có tâm $I(1; 0; 0)$, bán kính $R_1 = 2$.

Mặt cầu (S_2) có tâm $J(2; 3; 1)$, bán kính $R_2 = 1$

$$\Rightarrow \vec{IJ} = (1; 3; 1) \Rightarrow IJ = \sqrt{11}.$$

Đường thẳng d đi qua $N(2; 0; -2)$ và có 1 VTCP $\vec{u} = (1; 3; 1)$ và $I \notin d \Rightarrow IJ \parallel d$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên $d \Rightarrow IH = \frac{3\sqrt{66}}{11}$.

Gọi (S') là mặt cầu đối xứng của mặt cầu (S_1) qua d ; K, A' lần lượt là điểm đối xứng của I, A qua $d \Rightarrow K$ là tâm của (S') và $A' \in (S')$.

Khi đó $P = MA + MB = MA' + MB \geq A'B$ (không đổi).

$$\Rightarrow P_{\min} = A'B = JK - (R_1 + R_2) = \sqrt{IJ^2 - IK^2} = \sqrt{IJ^2 - 4IH^2} = \frac{\sqrt{3707}}{11}.$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = \frac{\sqrt{3707}}{11} - 3.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2869. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - z - 5 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng song song với (α) ?

A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{1}$.

B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$.

C. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z}{-1}$.

Lời giải.

Gọi (Δ) có vtcp $\vec{u}_{(\Delta)}$ là đường thẳng cần tìm, và vtpt của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_{(\alpha)} = (2; -3; -1)$. Vì $(\Delta) \parallel (\alpha)$ nên tích $\vec{u}_{(\Delta)} \perp \vec{n}_{(\alpha)}$ hay $\vec{u}_{(\Delta)} \cdot \vec{n}_{(\alpha)} = 0$.

Kiểm tra đáp án C ta thấy thỏa: $\vec{u}_{(\Delta)} \cdot \vec{n}_{(\alpha)} = (-1) \cdot 2 + (-1) \cdot (-3) + (1)(-1) = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2870. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-3}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng vuông góc với d ?

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$.

C. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-3}$.

D. $\frac{x}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (2; 1; -3)$.

Đường thẳng vuông góc với d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ thì phải thỏa $\vec{u}_d \cdot \vec{u} = 0$.

Kiểm tra thấy đường thẳng ở đáp án A có $\vec{u} = (1; 1; 1)$ và $\vec{u}_d \cdot \vec{u} = 2 + 1 - 3 = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2871. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có điểm $C(3; 2; 3)$, đường cao qua A, B lần lượt là $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{-2}; d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-4}{1}$. Hoàn chỉnh câu B bằng

A. 3.

B. 2.

C. 5.

D. 1.

Lời giải.

Do d_1 là đường cao của tam giác ABC xuất phát từ đỉnh A nên $d_1 \perp BC$.

Gọi (P) là mặt phẳng qua C và vuông góc với d_1 thì $BC \subset (P)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mp(P) là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 suy ra $\vec{n}_P = \vec{u}_{d_1} = (1; 1 - 2)$.

Mà $C(3; 2; 3) \in (P) \Rightarrow$ phương trình mp(P) là $x + y - 2z + 1 = 0$.

Ta có $B \in d_2$ và $B \in BC \subset (P)$ nên $B = d_2 \cap (P)$.

$B \in d_2 \Rightarrow B(2 + t; 2 - 2t; 4 + t)$ mà $B \in (P) \Rightarrow (2 + t) + (2 - 2t) - 2(4 + t) + 1 = 0 \Leftrightarrow -3t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Vậy $B(1; 4; 3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2872. Trong không gian $Oxyz$, trục $y'Oy$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 0. \\ z = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t. \\ z = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0. \\ z = t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = t \\ y = 0. \\ z = t \end{cases}$

Lời giải.

Trục Oy qua $O(0; 0; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{j} = (0; 1; 0)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 0 \\ y = t. \\ z = 0 \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2873. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d vuông góc với (P) .
C. d song song với (P) . D. d nằm trong (P) .

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -3; -1)$, mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -3; 2)$.

Vì $\vec{u} \cdot \vec{v} \neq 0$ và $\vec{u} \neq k\vec{n} \forall k \in \mathbb{R}$ nên d cắt và không vuông góc với (P) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2874. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Xét các điểm A, B lần lượt di động trên d_1, d_2 sao cho AB song song với mặt phẳng (P) . Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là

- A. Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-9; 8; -5)$.
B. Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-5; 9; 8)$.
C. Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; -5)$.
D. Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 5; -2)$.

Lời giải.

Ta có $A(3a; 1 - a; -1 + a) \in d_1$ và $B(2 + b; 1 - 2b; -3 + b) \in d_2$.

$\vec{AB} = (b - 3a + 2; -2b + a, b - a - 2)$.

Vì $AB \parallel (P)$ nên $\vec{AB} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow b = \frac{3a}{2}$.

Gọi I là trung điểm AB , suy ra $I\left(1 + \frac{9}{4}a; 1 - 2a; -2 + \frac{5}{4}a\right)$.

Hay nói cách khác $I \in \Delta: \begin{cases} x = 1 + \frac{9}{4}a \\ y = 1 - 2a \\ z = -2 + \frac{5}{4}a \end{cases}$.

Đường thẳng này có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-9; 8; -5)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2875. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3 = (2; 1; 1)$. B. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$. C. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$. D. $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$.

Lời giải.

Ta có đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1} \Rightarrow d$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2876. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ và điểm $A(1; -2; 1)$ Phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) là

A. $\Delta \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $\Delta \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ C. $\Delta \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 4t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ D. $\Delta \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải.

Do đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; -2; 1)$ và vuông góc với (P) nên đường thẳng cần tìm có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{n}_{(P)} = (2; -1; 1)$.

Nên đường thẳng Δ có phương trình tham số là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2877. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = -1 + 4t' \\ z = 3t' \end{cases}$

và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-\frac{1}{5}}{1} = \frac{y+\frac{3}{5}}{1} = \frac{z+\frac{2}{5}}{1}$. B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$.
C. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Gọi $A(1+2t; -1-t; t) \in d_1$, $B(-1+5t'; -1+4t'; 3t') \in d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (5t' - 2t - 2; 4t' + t; 3t' - t)$

Ta có véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$

Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và $d_2 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}_P$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{5t' - 2t - 2}{1} = \frac{4t' + t}{1} = \frac{3t' - t}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} t' - 3t = 2 \\ 2t' - t = 2 \\ t' + 2t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = \frac{4}{5} \\ t = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

Với $t = -\frac{2}{5}$ thì $A\left(\frac{1}{5}; -\frac{3}{5}; -\frac{2}{5}\right) \in d_1$. Với $t' = \frac{4}{5} \Rightarrow B\left(3; \frac{11}{5}; \frac{12}{5}\right) \in d_2$.

Vậy đường thẳng cần tìm đi qua điểm $A\left(\frac{1}{5}; -\frac{3}{5}; -\frac{2}{5}\right)$ và nhận véc-tơ $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $\frac{x - \frac{1}{5}}{1} = \frac{y + \frac{3}{5}}{1} = \frac{z + \frac{2}{5}}{1}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2878. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với d có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (1; 2; 3)$. B. $\vec{n} = (2; -1; 2)$. C. $\vec{n} = (1; 4; 1)$. D. $\vec{n} = (2; 1; 2)$.

Lời giải.

Do mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là véc-tơ pháp tuyến của (P) . Do đó véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (2; -1; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2879. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - z \cdot \sin \alpha + \cos \alpha = 0$ và $(Q): y - z \cdot \cos \alpha - \sin \alpha = 0$, $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Góc giữa d và trục Oz là

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x - z \cdot \sin \alpha + \cos \alpha = 0 \\ y - z \cdot \cos \alpha - \sin \alpha = 0 \end{cases}$.

Ta có $\vec{n}_P = (1; 0; -\sin \alpha)$ và $\vec{n}_Q = (0; 1; -\cos \alpha)$.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (\sin \alpha; \cos \alpha; 1)$.

Véc-tơ chỉ phương của trục Oz là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và trục Oz .

Ta có $\cos \varphi = \frac{|\vec{u}_d \cdot \vec{k}|}{|\vec{u}_d| \cdot |\vec{k}|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Suy ra $\varphi = 45^\circ$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2880. Trong không gian xyz cho hai điểm $A(1; 2; -1); B(7; -2; 3)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Điểm I thuộc (d) sao cho $AI + BI$ nhỏ nhất. Khoảng cách của điểm I là

- A. 2. B. 0. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Đường thẳng d có dạng tham số $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \Rightarrow I(-1 + 3t; 2 - 2t; 2 + 2t)$.

$P = IA + IB = \sqrt{(2-3t)^2 + 4t^2} + \sqrt{(3+2t)^2} + \sqrt{(8-3t)^2 + (2t-4)^2 + (1-2t)^2}$
 $= \sqrt{17t^2 + 13} + \sqrt{17t^2 - 68t + 81}$. Cách 1

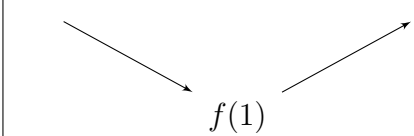
Xét hàm số $f(t) = \sqrt{17t^2 + 13} + \sqrt{17t^2 - 68t + 81}$.

Ta có $f'(t) = \frac{17t}{\sqrt{17t^2 + 13}} + \frac{17t - 34}{\sqrt{17t^2 - 68t + 81}}$.

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{17t}{\sqrt{17t^2 + 13}} + \frac{17t - 34}{\sqrt{17t^2 - 68t + 81}} = 0 \Leftrightarrow t\sqrt{17t^2 - 68t + 81} = (2-t)\sqrt{17t^2 + 13}$
 $\Leftrightarrow 17t^4 - 68t^3 + 81t^2 = (4-4t+t^2)(17t^2 + 13)$

$$\Leftrightarrow 17t^4 - 68t^3 + 81t^2 = 68t^2 - 68t^3 + 17t^4 + 52 - 52t + 13t^2 \Leftrightarrow t = 1.$$

Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$			

Từ bảng biến thiên suy ra $P_{\min} = \min f(t) = f(1) \Leftrightarrow t = 1$. Suy ra $I(2; 0; 4)$.

Cách 2

$$P = \sqrt{17} \left(\sqrt{t^2 + \frac{13}{17}} + \sqrt{t^2 - 4t + \frac{81}{17}} \right) = \sqrt{17} \left(\sqrt{t^2 + \frac{13}{17}} + \sqrt{(2-t)^2 + \frac{13}{17}} \right).$$

Gọi $\vec{u} \left(t; \sqrt{\frac{13}{17}} \right)$, $\vec{v} \left(2-t; \sqrt{\frac{13}{17}} \right)$, ta có $\vec{u} + \vec{v} = \left(2; 2\sqrt{\frac{13}{17}} \right)$.

Áp dụng bất đẳng thức $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}| \Leftrightarrow \sqrt{t^2 + \frac{13}{17}} + \sqrt{(2-t)^2 + \frac{13}{17}} \geq \sqrt{4 + 4 \cdot \frac{13}{17}} = \frac{2\sqrt{510}}{17}$.

Suy ra $P \geq \sqrt{17} \cdot \frac{2\sqrt{510}}{17} = 2\sqrt{30}$.

Dấu “=” xảy ra khi $\vec{u} = k\vec{v} (k \geq 0) \Leftrightarrow \begin{cases} t = k(2-t) \\ \sqrt{\frac{13}{17}} = k\sqrt{\frac{13}{17}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ k = 1 \end{cases} \Rightarrow I(2; 0; 4).$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2881. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ có véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (1; 2; 3)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 2)$. C. $\vec{u}_3 = (2; -1; 2)$. D. $\vec{u}_4 = (-1; -2; -3)$.

Lời giải.

$(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2} \Rightarrow \vec{u}_3 = (2; -1; 2)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2882. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 7 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{-4}$; $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x+7}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{3}$. B. $\frac{x+5}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$.
C. $\frac{x+4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{3}$. D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{3}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần tìm, gọi các giao điểm của d với hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt là M và N

Do $M \in d_1$ nên tọa độ có dạng $M(2a-3; -a-2; -4a-2)$, do $N \in d_2$ nên tọa độ có dạng $N(3b-1; 2b-1; 3b+2)$

Ta có $\overrightarrow{MN} = (3b-2a+2; 2b+a+1; 3b+4a+4)$

$\vec{n}(1; 2; 3)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Vì $d \perp (P)$ nên $\overrightarrow{MN}$ và $\vec{n}$ cùng phương nhau nên

$$\frac{3b-2a+2}{1} = \frac{2b+a+1}{2} = \frac{3b+4a+4}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a-4b=3 \\ 10a-6b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(-5; -1; 2) \\ \overrightarrow{MN} = (-2; -4; -6). \end{cases}$$

Từ đó chọn “ $\frac{x+5}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$ ”.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2883. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ có phương trình lần lượt là $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 25$; $(S_2): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$. Một đường thẳng d vuông góc với véc-tơ $\vec{u}(1; -1; 0)$ tiếp xúc với mặt cầu (S_2) và cắt mặt cầu (S_1) theo một đoạn thẳng có độ dài bằng 8. Hỏi véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1 = (1; 1; \sqrt{3})$. B. $\vec{u}_2 = (1; 1; \sqrt{6})$. C. $\vec{u}_3 = (1; 1; 0)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 1; -\sqrt{3})$.

Lời giải.

(S_1) có tâm $O(0; 0; 0)$ bán kính $R_1 = 5$.

(S_2) có tâm $I(0; 0; 1)$ bán kính $R_2 = 2$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I, O lên đường thẳng d .

Ta tính được $OK = \sqrt{R_1^2 - 4^2} = 3$; $OI = 1$.

Ta có $3 = OK \leq OH \leq OI + IH = 3 \Rightarrow OH = 3$.

Do đó O, I, H thẳng hàng và $H \equiv K$.

Do đó đường thẳng $d \perp OI$. Theo đề: $\vec{u}_d \perp \vec{u}(1; -1; 0)$, hơn nữa $\vec{u}_d \perp \overrightarrow{OI}(0; 0; 1)$.

Vậy $\vec{u}_d = [\overrightarrow{OI}, \vec{u}] = (1; 1; 0)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 2884. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 2)$, $B(-2; 2; 0)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Xét các điểm M, N di động trên (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $2MA^2 + 3NB^2$ bằng

A. 49, 8. B. 45. C. 53. D. 55, 8.

Lời giải.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A và B trên mặt phẳng $(P) \Rightarrow H(1; -1; 0), K(0; 1; 2)$.

Ta có $AH = d(A, (P)) = 3$, $BK = d(B, (P)) = 3$ và $HK = 3$.

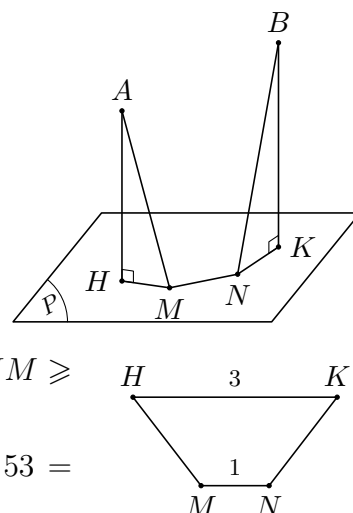
Xét hai tam giác AHM và BKN có: $MA^2 = AH^2 + HM^2 = 9 + HM^2$ và $NB^2 = BK^2 + KN^2 = 9 + KN^2$.

Suy ra $2MA^2 + 3NB^2 = 2(9 + HM^2) + 3(9 + KN^2) = 45 + 2HM^2 + 3KN^2$.

Mặt khác ta có: $HM + MN + NK \geq HK \Leftrightarrow HM + 1 + NK \geq 3 \Leftrightarrow HM \geq 2 - NK$.

Vậy $2MA^2 + 3NB^2 \geq 45 + 2(2 - NK)^2 + 3NK^2 = 5NK^2 - 8NK + 53 = 5\left(NK - \frac{4}{5}\right)^2 + \frac{249}{5} \geq \frac{249}{5}$.

Dấu bằng xảy ra khi $NK = \frac{4}{5}$.

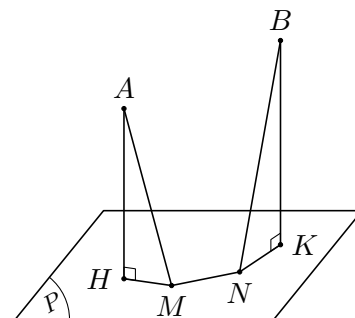


Cách 2:

Ta có $T = 2MA^2 + 3BN^2 = 2(AH^2 + MH^2) + 3(BK^2 + NK^2) = 2(9 + MH^2) + 3(9 + NK^2) = 45 + 2MH^2 + 3NK^2$.

Mặt khác, ta có: $(MH + NK)^2 \leq \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)(2MH^2 + 3NK^2) \Rightarrow 2MH^2 + 3NK^2 \geq \frac{6}{5}(MH + NK)^2$.

Vậy $T = 45 + 2MH^2 + 3NK^2 \geq 45 + \frac{6}{5}(MH + NK)^2 \geq 45 + \frac{6}{5} \cdot 2^2 = 49,8$.
Dấu bằng xảy ra khi M, N, H, K thẳng hàng và M, N trong đoạn HK .



Chọn đáp án **A**

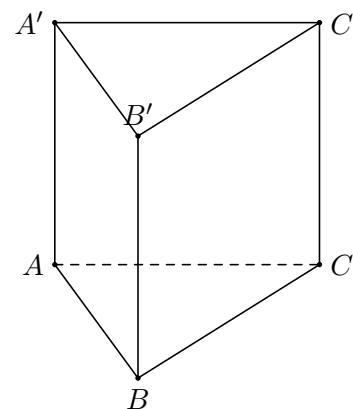
□

Câu 2885. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AA' = a$, $BC = 2a$, $CA = a\sqrt{5}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Đáy ABC là tam giác vuông.
- B. Góc giữa $A'B$ và AC bằng 60° .
- C. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ có số đo bằng 45° .
- D. Hai mặt phẳng $(AA'B'B)$ và $(BCC'C')$ vuông góc với nhau.

Lời giải.

- Tam giác ABC vuông tại B nên ta xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có $B(0; 0; 0)$, $A(a; 0; 0)$, $C(0; 2a; 0)$, $B'(0; 0; a)$, $A'(a; a; 0)$.
- Ta có $\overrightarrow{BA'} = (a; a; 0)$ và $\overrightarrow{AC} = (-a; 2a; 0)$.
- $\cos(BA', AC) = \frac{|-a^2 + 2a^2 + 0|}{\sqrt{a^2 + a^2 + 0} \cdot \sqrt{a^2 + 4a^2 + 0}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$ nên $(BA', AC) \neq 60^\circ$.



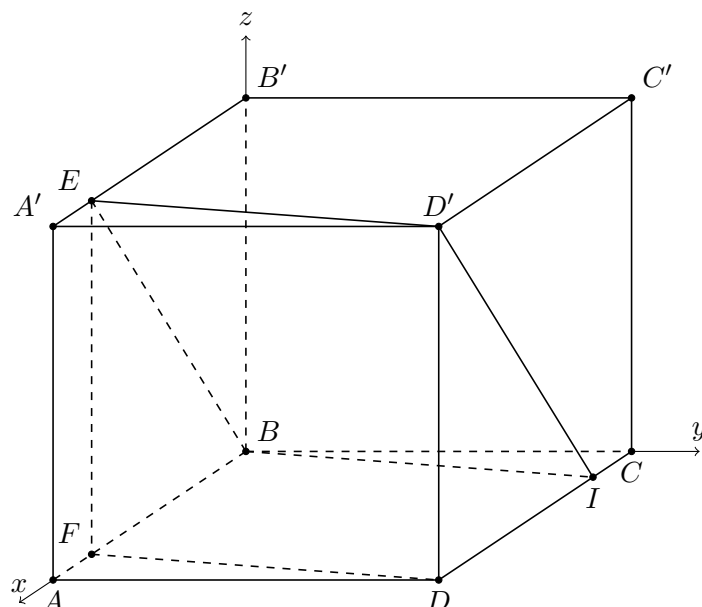
Chọn đáp án **B**

□

Câu 2886. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Mặt phẳng (P) đi qua đường chéo BD' cắt các cạnh CD , $A'B'$ và tạo với hình lập phương một thiết diện, khi diện tích thiết diện đạt giá trị nhỏ nhất, cô-sin góc tạo bởi (P) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.
- B. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.
- C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.
- D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.



Mặt phẳng (P) cắt hình lập phương theo thiết diện là hình bình hành $BID'E$.

Hình chiếu vuông góc của hình bình hành $BID'E$ xuống $(ABCD)$ là hình bình hành $BIDF$.

Gọi φ là góc tạo bởi (P) và mặt phẳng $(ABCD)$. Ta có $\cos \varphi = \frac{S_{BIDF}}{S_{BID'E}}$.

Đặt hình lập phương vào hệ trục tọa độ như hình vẽ, đặt $A'E = x$. Ta được

$$S_{BIDF} = S_{ABCD} - 2S_{BCI} = 4 - 2x \text{ và } \begin{cases} E(2-x; 0; 2) \\ I(x; 2; 0) \end{cases}.$$

Suy ra $[\vec{BE}, \vec{BI}] = (-4; 2x; 4-2x)$ và

$$S_{BID'E} = |[\vec{BE}, \vec{BI}]| = \sqrt{8(x-1)^2 + 24} \geq \sqrt{24}.$$

Suy ra $\min S_{BID'E} = \sqrt{24}$ khi $x = 1$. Khi đó $S_{BIDF} = 4 - 2x = 2$ và có $\cos \varphi = \frac{2}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2887. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$. Giả sử a, b, c thay đổi nhưng luôn thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = k^2$ không đổi. Tính diện tích lớn nhất của tam giác ABC .

- A. k^2 . B. $k^2\sqrt{3}$. C. $\frac{k^2\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{k^2\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, suy ra khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) là

$$d[O, (ABC)] = \frac{|-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}}.$$

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là

$$V_{OABC} = \frac{1}{6}abc = \frac{1}{3}d[O, (ABC)] \cdot S_{ABC} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot (abc) \cdot \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}.$$

Ta có đánh giá $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \leq \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{3} = \frac{k^4}{3}$. Suy ra rằng

$$S_{ABC} \leq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k^4}{3}} = \frac{k^2\sqrt{3}}{6}.$$

Diện tích tam giác ABC lớn nhất khi và chỉ khi $a = b = c$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2888. Bên trong một căn phòng hình lập phương, được ký hiệu là $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 4 m. Người ta tiến hành trang trí ngôi nhà bằng cách gắn các dây lụa tại điểm M và N theo thứ tự trên các đoạn thẳng AC và $A'B$ sao cho $AM = A'N = t$ ($0 \leq t \leq 4\sqrt{2}$ m). Dây lụa được nhập khẩu từ nước ngoài nên rất đắt. Gia chủ muốn chiều dài của dây lụa MN là ngắn nhất. Độ dài ngắn nhất của sợi dây mà gia chủ có thể dùng là

A. $2\sqrt{3}$ m.

B. $\sqrt{2}$ m.

C. $2\sqrt{2}$ m.

D. 3 m.

Lời giải.

Ta sẽ đưa căn phòng vào hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O trùng với B' , trục Ox chứa A' , trục Oy chứa C' và trục Oz chứa B .

Khi đó ta có $B'(0;0;0)$, $A'(4;0;0)$, $C'(0;4;0)$, $D'(4;4;0)$, $A(4;0;4)$, $B(0;0;4)$, $C(0;4;4)$, $D(4;4;4)$.

Lại có $\overrightarrow{AM} = \frac{t}{4\sqrt{2}}\overrightarrow{AC}$ nên $M\left(4 - \frac{t}{\sqrt{2}}; \frac{t}{\sqrt{2}}; 4\right)$.

Tương tự với $\overrightarrow{A'N} = \frac{t}{4\sqrt{2}}\overrightarrow{A'B}$ ta được $N\left(4 - \frac{t}{\sqrt{2}}; 0; \frac{t}{\sqrt{2}}\right)$.

Ta có $MN^2 = \left(-\frac{t}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{t}{\sqrt{2}} - 4\right)^2 = t^2 - 4\sqrt{2}t + 16$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 4\sqrt{2}t + 16$ trên đoạn $[0; 4\sqrt{2}]$ có $f'(t) = 2t - 4\sqrt{2}$ và $f'(t) = 0$ có nghiệm $t = 2\sqrt{2} \in [0; 4\sqrt{2}]$.

Mặt khác, $f(0) = 16$, $f(2\sqrt{2}) = 8$, $f(4\sqrt{2}) = 16$.

Vậy $\min_{[0; 4\sqrt{2}]} f(t) = 8$ khi $t = 2\sqrt{2}$.

Do đó độ dài ngắn nhất của sợi dây mà gia chủ có thể dùng là $2\sqrt{2}$ m.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2889. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$, cạnh bên $BB' = a$, gọi I là trung điểm CC' . Côsin góc giữa (ABC') và $(AB'I)$ bằng:

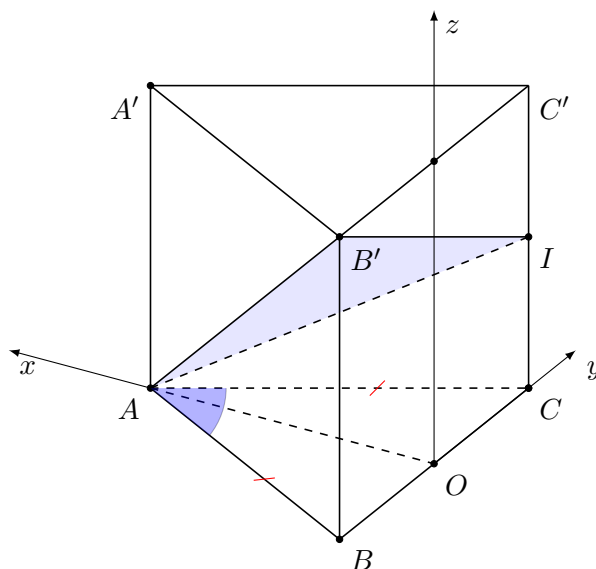
A. $\frac{\sqrt{20}}{10}$.

B. $\sqrt{30}$.

C. $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

D. $\frac{\sqrt{30}}{5}$.

Lời giải.



Gọi O là trung điểm BC , ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos 120^\circ = a^2 + a^2 - 2a \cdot a \cos 120^\circ = 3a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{3}.$$

Tam giác AOB vuông tại O có: $AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3}{4}a^2} = \frac{a}{2}.$

Chọn hệ trục $Oxyz$ (như hình vẽ). Ta có:

$$A\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right), B'\left(0; -\frac{\sqrt{3}}{2}a; a\right), I\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}a; \frac{a}{2}\right).$$

Mặt phẳng (ABC) có một VTPT $\vec{k} = (0; 0; 1).$

$$\vec{AB'} = \left(-\frac{a}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}a; a\right), \vec{AI} = \left(-\frac{a}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}a; \frac{a}{2}\right).$$

$$\Rightarrow [\vec{AB'}, \vec{AI}] = \left(-\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2; -\frac{1}{4}a^2; -\frac{\sqrt{3}}{2}a^2\right) = -\frac{1}{4}a^2(3\sqrt{3}; 1; 2\sqrt{3}).$$

Mặt phẳng $(AB'I)$ có một VTPT $\vec{n} = (3\sqrt{3}; 1; 2\sqrt{3}).$

$$\cos((ABC), (AB'I)) = \left|\cos(\vec{k}, \vec{n})\right| = \frac{|\vec{k} \cdot \vec{n}|}{|\vec{k}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{\sqrt{30}}{10}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2890. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1, BC = 2, AA' = 3$. Mặt phẳng (P) thay đổi và luôn đi qua C' , mặt phẳng (P) cắt tia AB, AD, AA' lần lượt tại E, F, G (khác A). Tính tổng $T = AE + AF + AG$ sao cho thể tích khối tứ diện $AEFG$ nhỏ nhất.

A. 15.

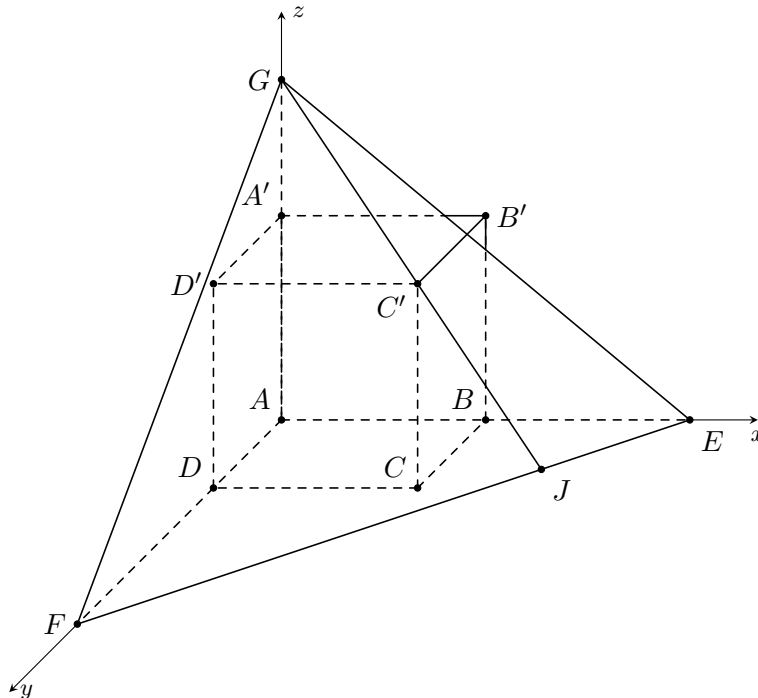
B. 16.

C. 17.

D. 18.

Lời giải.

Đặt hệ trục như hình vẽ. Tọa độ điểm $C'(1; 2; 3), E(a; 0; 0), F(0; b; 0), G(0; 0; c)$ (với a, b, c là ba số dương).



Thể tích khối tứ diện $AEFG$: $V = \frac{1}{6}abc.$

Phương trình mặt phẳng (P) theo đoạn chắn $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$

Mặt phẳng (P) qua C' nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1.$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy: $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{6}{abc}}$ nên $V = \frac{1}{6}abc \geq 27$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9. \end{cases}$

Vậy $T = AE + AF + AG = 18$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2891. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Nhận thấy tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA , OB , OC có ba cạnh đôi một vuông góc.

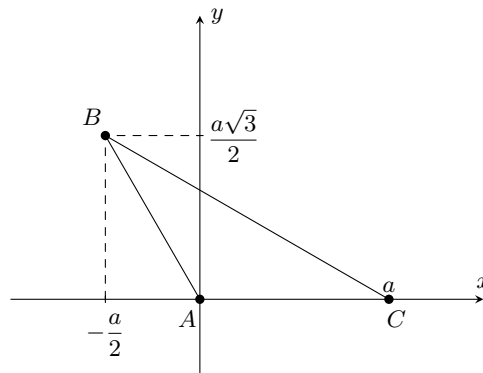
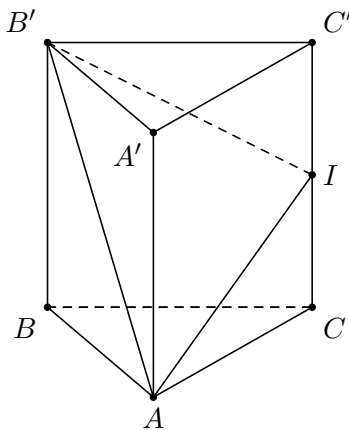
Mặt khác $OA = 1$, $OB = 2$ và $OC = 3$ nên $V_{OABC} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{6} = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2892. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = BB' = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi I là trung điểm của CC' . Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{12}$. C. $\frac{\sqrt{30}}{10}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A \equiv O$, C thuộc tia Ox , A' thuộc tia Oy và B thuộc góc phần tư thứ II của mặt phẳng tọa độ Oxy .

Khi đó, $A(0; 0; 0)$, $B\left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right)$, $C(a; 0; 0)$, $B'\left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; a\right)$, $I\left(a; 0; \frac{a}{2}\right)$.

Ta có:

$$\begin{aligned} & \text{— } \overrightarrow{AB} = \left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right) \text{ và } \overrightarrow{AC} = (a; 0; 0) \text{ suy ra } \vec{n}_1 = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \left(0; 0; -\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right). \\ & \text{— } \overrightarrow{AB'} = \left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; a\right) \text{ và } \overrightarrow{AI} = \left(0; 0; -\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right) \text{ suy ra } \vec{n}_2 = [\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AI}] = \left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4}; \frac{5a^2}{4}; -\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right). \end{aligned}$$

Hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ lần lượt nhận $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$, ta có

$$\cos \varphi = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{30}}{10}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2893. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . M là trung điểm của AA' . Tìm khoảng cách giữa hai đường thẳng MB' và BC .

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. a .

Lời giải.

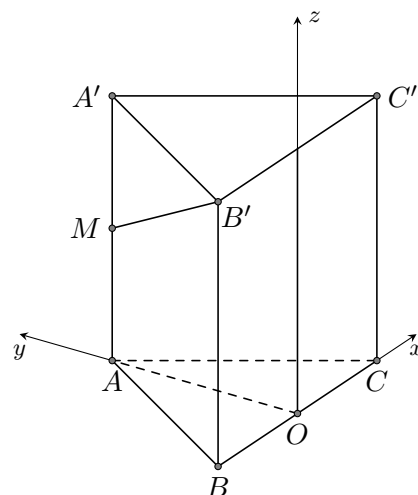
* **Cách 1:**

Đặt $b = \frac{a}{2}$. Gọi O, O' lần lượt là trung điểm $BC, B'C'$.

Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ, ta có $O(0;0;0)$, $B(-b;0;0)$, $C(b;0;0)$, $B'(-b;0;2b)$, $M(0;b\sqrt{3};b)$, $\overrightarrow{BC} = (2b;0;0)$, $\overrightarrow{MB'} = (-b;-b\sqrt{3};-b)$, $\overrightarrow{CB'} = (-2b;0;2b)$.

Khoảng cách giữa MB' và BC là

$$d(MB', BC) = \frac{|\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{MB'} \cdot \overrightarrow{CB'}|}{|\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{MB'}|} = b\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



* **Cách 2:**

Do $BC \parallel B'C'$ nên

$$d(MB', BC) = d(BC, (MB'C')) = d(B, (MB'C')).$$

Gọi $E = MB' \cap A'B$. Ta có $\frac{BE}{AE} = \frac{BB'}{AM} = 2$.

Nên $d(B, (MB'C')) = 2d(A', (MB'C'))$.

Kẻ $A'H \perp MI$ suy ra $A'H \perp (MB'C')$.

Do đó

$$\begin{aligned} d(A', (MB'C')) &= A'H = \frac{A'I \cdot A'M}{\sqrt{A'I^2 + A'M^2}} \\ &= \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } d(MB', BC) = 2A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2894. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(BC'D)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

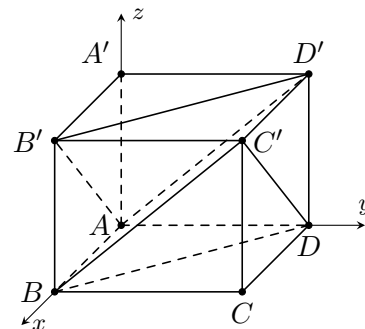
Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có $A(0; 0; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(2; 2; 0)$, $D(0; 2; 0)$.

$A'(0; 0; 2)$, $B'(2; 0; 2)$, $C'(2; 2; 2)$, $D'(0; 2; 2)$.

Mặt phẳng $(AB'D')$ qua A và có một véc-tơ pháp tuyến là $-\frac{1}{4} [\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AD'}] = (1; 1; -1)$ nên có phương trình $x + y - z = 0$.



Mặt phẳng $(BC'D)$ qua B và có một véc-tơ pháp tuyến là $-\frac{1}{4} [\overrightarrow{BC'}, \overrightarrow{BD}] = (1; 1; -1)$ nên có phương trình $x + y - z - 2 = 0$.

Ta có $(AB'D') \parallel (BC'D)$ nên

$$d((AB'D'), (BC'D)) = d(A, (BC'D)) = \frac{|-2|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2895. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = AC = a$. Biết góc giữa hai đường thẳng AC' và BA' bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $2a^3$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. a^3 .

Lời giải.

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ. Đặt $AA' = x$.

Ta có $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$, $A'(0; 0; x)$, $C'(0; a; x)$.

Ta có $\overrightarrow{A'B} = (a; 0; -x)$, $\overrightarrow{AC'} = (0; a; x)$.

Góc giữa $A'B$ và AC' là 60° nên

$$\cos 60^\circ = \frac{|\overrightarrow{A'B} \cdot \overrightarrow{AC'}|}{|\overrightarrow{A'B}| \cdot |\overrightarrow{AC'}|} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{x^2}{a^2 + x^2} \Leftrightarrow x = a.$$

Thể tích của hình lăng trụ:

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{1}{2} AA' \cdot AB \cdot AC = \frac{a^3}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2896. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 1$ cm, $AC = \sqrt{3}$ cm. Các tam giác SAB , SAC lần lượt vuông tại B và C . Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}$ cm³. Tính khoảng cách từ C tới (SAB) .

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.

B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ cm.

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ cm.

D. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ cm.

Lời giải.

Tam giác ABC vuông tại A suy ra

$$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{3 + 1} = 2.$$

Gọi I là trung điểm SA .

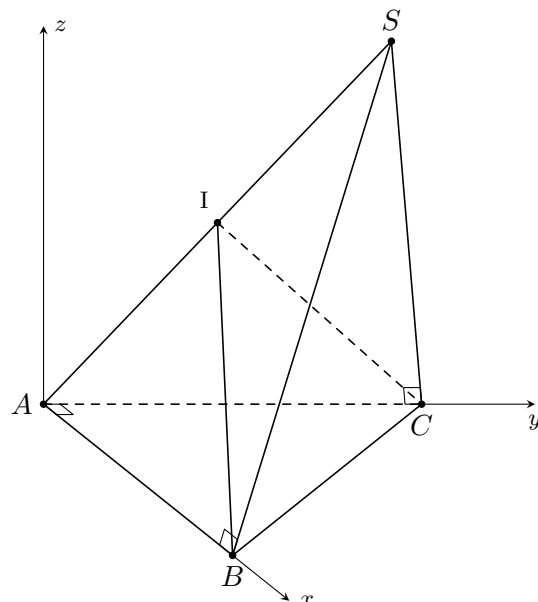
Hai tam giác SAB và SAC lần lượt vuông tại B và C suy ra $IA = IS = IC$. Suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}}{6}\pi \Leftrightarrow \frac{5\sqrt{5}}{6}\pi = \frac{4}{3}\pi R^3 \Leftrightarrow R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Suy ra $SA = 2R = \sqrt{5}$.

$$SB = \sqrt{SA^2 - AB^2} = \sqrt{5 - 1} = 2,$$

$$SC = \sqrt{SA^2 - AC^2} = \sqrt{5 - 3} = \sqrt{2}.$$



Xét hệ trục tọa độ như hình vẽ ta có $A(0;0;0)$, $B(1;0;1)$, $C(0;\sqrt{3};0)$.

Giả sử $S(a;b;c)$, (chọn $c > 0$).

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (1;0;0)$, $\overrightarrow{AC} = (0;\sqrt{3};0)$, $\overrightarrow{CS} = (a;b-\sqrt{3};c)$, $\overrightarrow{AS} = (a;b;c)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BS} = 0 \\ \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CS} = 0 \\ AS^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 1 = 0 \\ b - \sqrt{3} = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \sqrt{3} \\ c = 1. \end{cases}$$

Suy ra $S(1;\sqrt{3};1) \Rightarrow \overrightarrow{AS} = (1;\sqrt{3};1)$.

Ta có $\vec{n} = [\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AB}] = (1;1;-\sqrt{3})$.

Mặt phẳng (SAB) đi qua A nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (SAB) là $y - \sqrt{3}z = 0$.

$$\text{Vậy } d(C, (SAB)) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm.}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2897. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD . Tính tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $A \equiv O$, các trục Ox , Oy , Oz lần

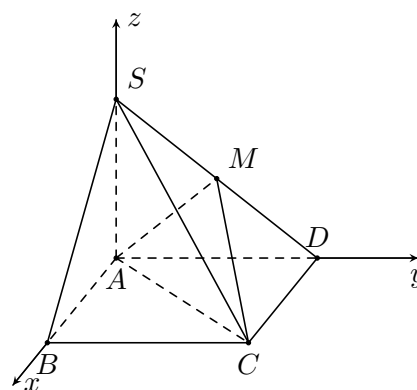
lượt đi qua các điểm B , D , S như hình. Khi đó:

$$M\left(0; \frac{a}{2}; a\right) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \left(0; \frac{a}{2}; a\right); \overrightarrow{AC} = (a; a; 0).$$

Gọi $\vec{n}_1$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (AMC) .

Ta có:

$$\begin{aligned} \vec{n}_1 &= [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}] \\ &= \left(\begin{vmatrix} \frac{a}{2} & a \\ a & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & a \\ 0 & a \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & \frac{a}{2} \\ a & a \end{vmatrix} \right) \\ &= \left(-a^2, a^2, \frac{-a^2}{2} \right). \end{aligned}$$



Từ S và $B \Rightarrow \overrightarrow{SB}(a; 0; -2a) ; \overrightarrow{SC}(a; a; -2a).$

Gọi $\vec{n}_2$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Suy ra $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}] = (2a^2; 0; a^2)$

$$\text{Suy ra: } \cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{\left| -a^2 \cdot 2a^2 - \frac{a^2}{2} \cdot a^2 \right|}{\sqrt{a^4 + a^4 + \frac{a^4}{4}} \cdot \sqrt{4a^4 + a^4}} = \frac{\left| \frac{-5}{2}a^2 \right|}{\sqrt{\frac{9a^4}{4}} \cdot \sqrt{5a^4}} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$\text{Mà } 1 + \tan^2 \varphi = \frac{1}{\cos^2 \varphi} \Rightarrow \tan^2 \varphi = \frac{1}{\cos^2 \varphi} - 1 = \frac{9}{5} - 1 = \frac{4}{5} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2898. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB' và $B'C'$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MNCA$ bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. $\frac{\sqrt{77}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{35}}{2}$. D. $2\sqrt{7}$.

Lời giải.

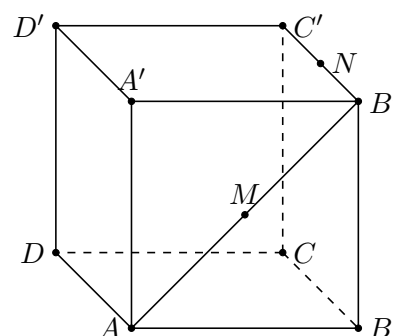
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, sao cho $A(0; 0; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $D(0; 2; 0)$, $A'(0; 0; 2)$.

Khi đó $C(2; 2; 0)$, $M(1; 0; 1)$, $N(2; 1; 2)$.

Giả sử phương trình mặt cầu ngoại tiếp $MNCA$ có dạng

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 + mx + ny + pz + r = 0.$$

Do $A \in (S)$ nên $r = 0$. $M, N, C \in (S)$ nên ta có hệ



$$\begin{cases} 1^2 + 0^2 + 1^2 + m + n \cdot 0 + p = 0 \\ 2^2 + 1^2 + 2^2 + 2m + n + 2p = 0 \\ 2^2 + 2^2 + 0^2 + 2m + 2n + p \cdot 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = -5 \\ p = -3 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy bán kính mặt cầu bằng } R = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{35}}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2899. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$, $BB' = 2$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm của $A'B'$, $A'C'$, BC . Nếu gọi α là độ lớn góc của hai mặt phẳng (MNP) và (ACC') thì $\cos \alpha$ bằng

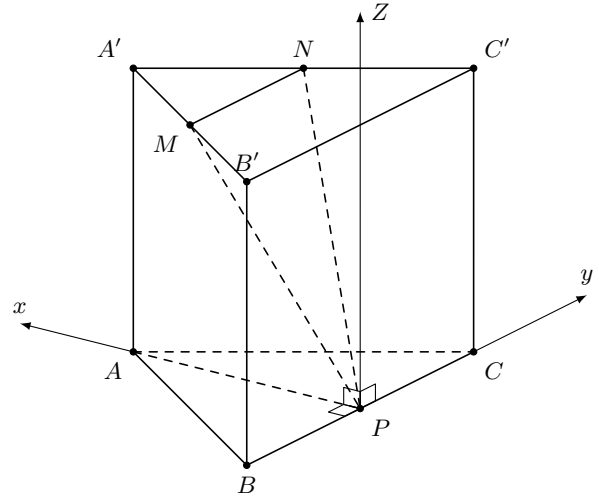
- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải.

Tam giác ABC đều cạnh $2\sqrt{3}$ nên

$$AP = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3.$$

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ bên. Ta có tọa độ các điểm như sau: $P(0; 0; 0)$, $A(3; 0; 0)$, $B(0; -\sqrt{3}; 0)$, $C(0; \sqrt{3}; 0)$, $A'(3; 0; 2)$, $B'(0; -\sqrt{3}; 2)$, $C'(0; \sqrt{3}; 2)$, $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}; 2\right)$, $N\left(\frac{3}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 2\right)$.



Khi đó

— $\overrightarrow{PM} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}; 2\right)$. Ta có $\overrightarrow{PM}$ cùng phương với $\vec{u} = (3; -\sqrt{3}; 4)$.

— $\overrightarrow{PN} = \left(\frac{3}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 2\right)$. Ta có $\overrightarrow{PN}$ cùng phương với $\vec{v} = (3; \sqrt{3}; 4)$.

$$\Rightarrow [\vec{u}, \vec{v}] = (-8\sqrt{3}; 0; 6\sqrt{3}).$$

Gọi $\vec{n}_1$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNP) . Do $\vec{n}_1$ cùng phương với $[\vec{u}, \vec{v}]$ nên ta chọn $\vec{n}_1 = (-4; 0; 3)$.

Ta có $\overrightarrow{CA} = (3; -\sqrt{3}; 0)$; $\overrightarrow{CC'} = (0; 0; 2) \Rightarrow [\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CC'}] = (-2\sqrt{3}; -6; 0)$.

Gọi $\vec{n}_2$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ACC') . Do $\vec{n}_2$ cùng phương với $[\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CC'}]$ nên ta chọn $\vec{n}_2 = (\sqrt{3}; 3; 0)$.

$$\text{Ta có } \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{|-4\sqrt{3}|}{5 \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{2}{5}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2900. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$, $SA = AB = BC = \frac{1}{2}AD$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAD) , (SCD) .

A. $\arccos \frac{1}{3}$.

B. $\arccos \frac{1}{6}$.

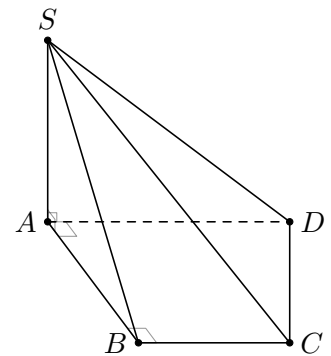
C. $\arccos \frac{1}{\sqrt{6}}$.

D. $\arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $C(1; 1; 0)$, $D(0; 2; 0)$, $S(0; 0; 1)$. Hai mặt phẳng (SAD) , (SCD) lần lượt nhận $\vec{n}_1 = (1; 0; 0)$, $\vec{n}_2 = (1; 1; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Gọi ϕ là góc giữa hai mặt phẳng này thì

$$\cos \phi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow \phi = \arccos \frac{1}{\sqrt{6}}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 2901. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt đáy nằm trong hình vuông $ABCD$. Hai mặt phẳng (SAD) , (SBC) vuông góc với nhau; góc giữa hai mặt (SAB) và (SBC) là 60° ; góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là 45° . Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$, tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Kẻ HM, HN, HP lần lượt vuông góc với AD, BC, AB .

Kẻ HE, HF, HK lần lượt vuông góc với SM, SN, SP .

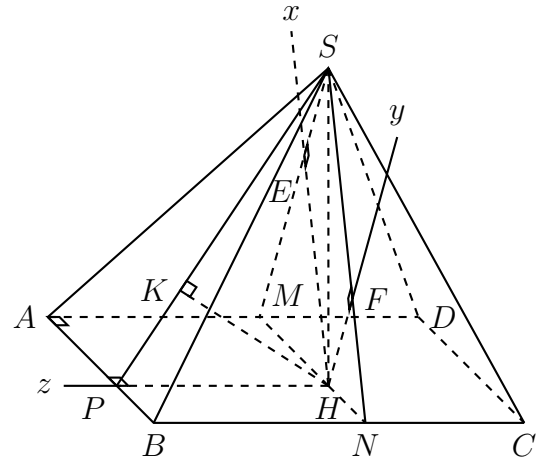
Từ giả thiết suy ra ba cạnh HE, HF, HP đôi một vuông góc. Gắn các trục $Hx \equiv HE, Hy \equiv HF, Hz \equiv HP$.

Từ giả thiết suy ra

$$(\overrightarrow{HK}, \overrightarrow{HF}) = 60^\circ, (\overrightarrow{HK}, \overrightarrow{HE}) = 45^\circ.$$

Lấy $\vec{u}_{HE} = (1; 0; 0)$, $\vec{u}_{HF} = (0; 1; 0)$, $\vec{u}_{HP} = (0; 0; 1)$ và đặt $\vec{u}_{HK} = (a; b; c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Thay công thức góc thì tính được góc $(\overrightarrow{HK}, \overrightarrow{HP}) = 60^\circ$.

Do vậy góc cần tính là $\widehat{KPH} = 30^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 2902. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1, BC = 2, AA' = 3$. Mặt phẳng (P) đi qua C' và cắt các tia AB, AD, AA' lần lượt tại E, F, G (khác A) sao cho thể tích khối tứ diện $AEFG$ nhỏ nhất. Tổng $AE + AF + AG$ bằng

A. 18.

B. 17.

C. 15.

D. 16.

Lời giải.

Xét hệ trục tọa độ $(Oxyz)$ như hình vẽ (A trùng với gốc tọa độ O).

(P) cắt Ox tại $E(a; 0; 0)$, Oy tại $F(0; b; 0)$ và Oz tại $G(0; 0; c)$, $(a, b, c > 0)$.

$$\text{Ta có } V_{AEFG} = \frac{1}{6}abc.$$

$$(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

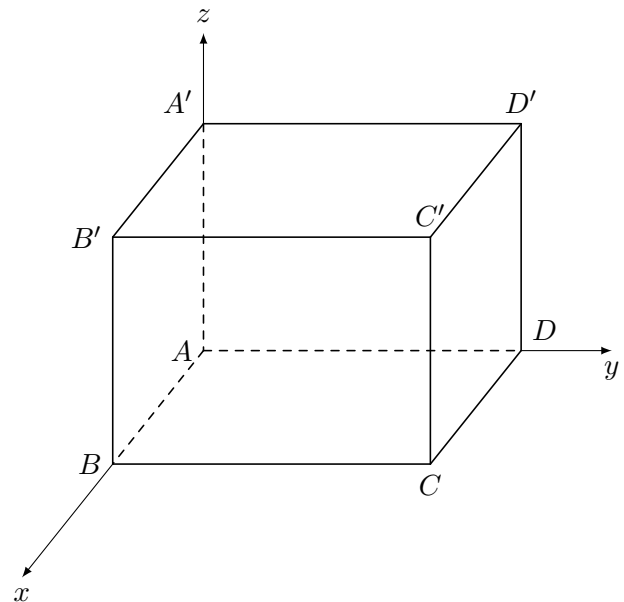
$$C' \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1.$$

Khi đó ta có

$$1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \geq 3\sqrt{\frac{6}{abc}} \Rightarrow \frac{1}{6}abc \geq 27.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } a = 3; b = 6; c = 9 \Rightarrow AE + AF + AG = 18.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 2903. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm cạnh SC . Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ vuông góc $Oxyz$ như hình vẽ (A trùng với O).

Để thuận tiện việc tính toán, ta xem a là một đơn vị đo độ dài.

Ta có $B(1; 0; 0)$, $C(1; 1; 0)$, $D(0; 1; 0)$, $S(0; 0; \sqrt{2})$ và $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Phương trình mặt phẳng (SBD) là

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{\sqrt{2}} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2}x + \sqrt{2}y + z - \sqrt{2} = 0.$$

Do đó, khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBD) là

$$d(M, (SBD)) = \frac{\left| \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} \right|}{\sqrt{2+2+1}} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Vậy khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBD) là $d(M, (SBD)) = \frac{a\sqrt{10}}{10}$.

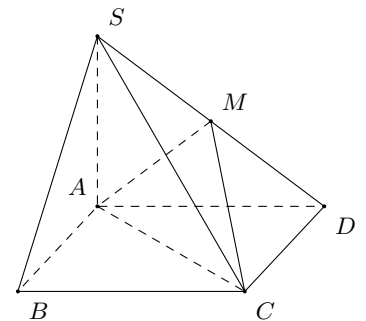
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2904.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD . Tính tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) .

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.



Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho A trùng với gốc tọa độ O ; B , D , S lần lượt thuộc 3 trục tọa độ Ox , Oy , Oz .

Ta có $D(0; a; 0)$, $S(0; 0; 2a)$, $M\left(0; \frac{a}{2}; a\right)$, $C(a; a; 0)$ và $B(a; 0; 0)$.

Ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \overrightarrow{AM} = \left(0; \frac{a}{2}; a\right) \\ \overrightarrow{AC} = (a; a; 0) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_1 = [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}] = \left(-a^2; a^2; -\frac{a^2}{2}\right). \\ & \begin{cases} \overrightarrow{BS} = (-a; 0; 2a) \\ \overrightarrow{BC} = (0; a; 0) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_2 = [\overrightarrow{BS}, \overrightarrow{BC}] = (-2a^2; 0; -a^2). \end{aligned}$$

Khi đó ta chọn véc-tơ pháp tuyến của (AMC) là $\vec{n}_1 = (2; -2; 1)$ và véc-tơ pháp tuyến của (SBC) là $\vec{n}_2 = (2; 0; 1)$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) .

$$\text{Ta có } \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{4+1}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$\text{Mà } 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{9}{5} - 1 = \frac{4}{5}. \text{ Suy ra } \tan \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2905. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh SA và BC , biết rằng $MN = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Khi đó, giá trị sin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

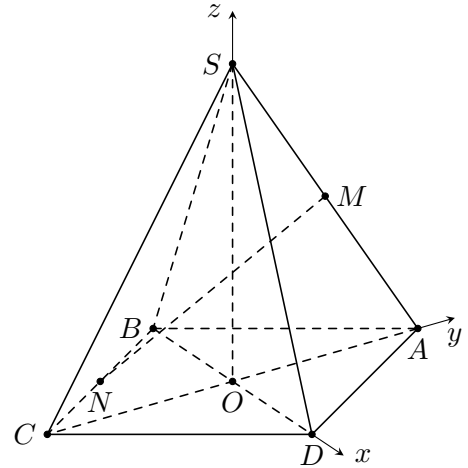
Giả sử $x = SO$. Đặt $b = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, ta có $O(0;0;0)$, $A(0;b;0)$, $B(-b;0;0)$, $C(0;-b;0)$ và $S(0;0;x)$, suy ra $M\left(0; \frac{b}{2}; \frac{x}{2}\right)$ và $N\left(-\frac{b}{2}; -\frac{b}{2}; 0\right)$.

Ta có $MN^2 = \frac{5b^2}{4} + \frac{x^2}{4}$ và $MN = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Suy ra $x = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Do đó $\overrightarrow{NM} = \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}; \frac{a\sqrt{2}}{2}; \frac{a\sqrt{14}}{4}\right)$.



Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng MN là $\vec{u} = (1; 2; \sqrt{7})$, một véc-tơ pháp tuyến của (SBD) là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

Do đó,

$$\sin(MN, (SBD)) = \frac{|1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + \sqrt{7} \cdot 0|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + \sqrt{7}^2} \cdot \sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{2}{\sqrt{12}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2906. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a có $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $SA = SB = SC = a\sqrt{3}$. Tính cosin của góc hợp bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) .

A. $\frac{2\sqrt{14}}{7}$.

B. $\frac{2\sqrt{22}}{11}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{3\sqrt{11}}{11}$.

Lời giải.

Ta có $\triangle ABC$ đều và $SA = SB = SC$ nên hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm G của $\triangle ABC$.

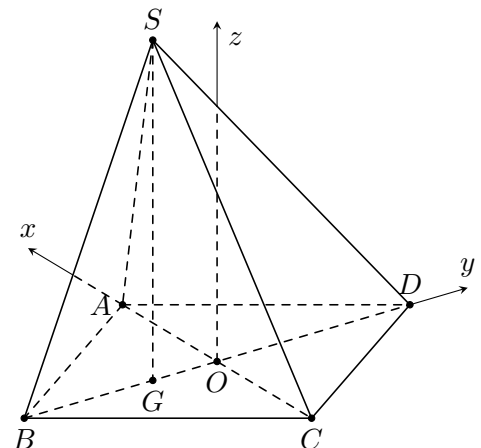
Ta có $BG = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ nên $OG = \frac{1}{2}BG = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Suy ra $SG^2 = SB^2 - BG^2 = 3a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{8a^2}{3}$.

Gọi O là giao của AC và BD , chọn $a = 1$ và dựng hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, khi đó tọa độ các điểm lần lượt là $A\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$, $B\left(0; -\frac{\sqrt{3}}{6}; 0\right)$, $C\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$, $S\left(0; -\frac{\sqrt{3}}{6}; \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$, $D\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$.

Ta có $\overrightarrow{BA} = \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{6}; 0\right)$, $\overrightarrow{SA} = \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{6}; -\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$ nên mặt phẳng (SAB) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{SA}] = \left(-\sqrt{2}; \frac{\sqrt{6}}{3}; -\frac{\sqrt{3}}{6}\right)$.

Đường thẳng SD có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{SD} = \left(0; \frac{2\sqrt{3}}{3}; -\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$.



Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) .

$$\text{Ta có } \sin \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \overrightarrow{SD}|}{|\vec{n}| \cdot |\overrightarrow{SD}|} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}} \text{ nên } \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{3}{\sqrt{11}}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2907. Cho đẳng thức $\log_{16} \left(\frac{x+y+z}{2x^2+2y^2+2z^2+1} \right) = x(x-2) + y(y-2) + z(z-2)$ với x, y, z là các số thực. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $F = \frac{x+y-z}{x+y+z}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Xét biến đổi sau:

$$\begin{aligned} \log_{16} \left(\frac{x+y+z}{2x^2+2y^2+2z^2+1} \right) &= x(x-2) + y(y-2) + z(z-2) \\ \Leftrightarrow \log_{16}(x+y+z) + 2(x+y+z) &= \log_{16}(2x^2+2y^2+2z^2+1) + (x^2+y^2+z^2) \\ \Leftrightarrow \log_4 4(x+y+z) + 4(x+y+z) &= \log_4(2x^2+2y^2+2z^2+1) + (2x^2+2y^2+2z^2+1). \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_4 t + t$ với $t > 0$. Hàm số này đồng biến trên $(0; +\infty)$. Suy ra

$$\begin{aligned} f[4(x+y+z)] &= f(2x^2+2y^2+2z^2+1) \\ \Leftrightarrow 4(x+y+z) &= 2x^2+2y^2+2z^2+1 \\ \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z+\frac{1}{2} &= 0. \quad (S) \end{aligned}$$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 1)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{10}}{2}$. Khi đó

$$F = \frac{x+y-z}{x+y+z} \Leftrightarrow (F-1)x + (F-1)y + (F+1)z = 0. \quad (P)$$

Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có điểm chung khi và chỉ khi

$$d[I; (P)] \leq R \Leftrightarrow \frac{|F-1+F-1+F+1|}{\sqrt{2(F-1)^2+(F+1)^2}} \leq \frac{\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow \frac{1-2\sqrt{10}}{3} \leq F \leq \frac{1+2\sqrt{10}}{3}.$$

Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức F bằng $\frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2908. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{6}$. Đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$. Gọi E là trung điểm AD . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ECD$.

A. $R = \frac{a\sqrt{30}}{3}$. B. $R = a\sqrt{\frac{19}{6}}$. C. $R = a\sqrt{6}$. D. $R = a\sqrt{\frac{114}{6}}$.

Lời giải.

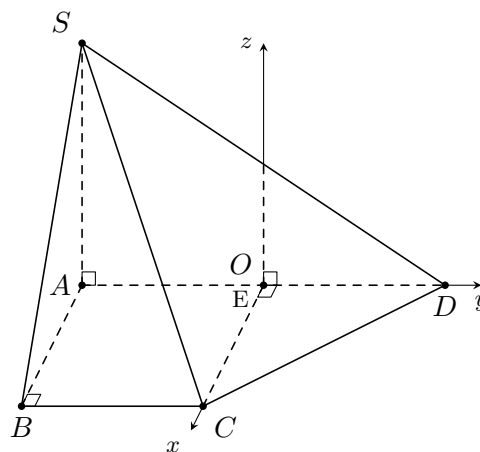
Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có $E(0; 0; 0)$, $A(0; -a; 0)$, $S(0; -a; a\sqrt{6})$,
 $C(a; 0; 0)$, $D(0; a; 0)$.

Phương trình mặt cầu (S) đi qua gốc tọa độ có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2\alpha x + 2\beta y + 2\gamma z = 0.$$

Do mặt cầu đi qua các điểm C , D , S nên thay tọa độ vào phương trình của (S) ta có hệ



$$\begin{cases} a^2 + 2\alpha a = 0 \\ a^2 + 2\beta a = 0 \\ a^2 + 6a^2 - 2a\beta + 2a\sqrt{6}\gamma = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = -\frac{a}{2} \\ \beta = -\frac{a}{2} \\ 7a^2 + a^2 + 2a\sqrt{6}\gamma = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\frac{a}{2} \\ \beta = -\frac{a}{2} \\ \gamma = \frac{-4a}{\sqrt{6}} \end{cases}.$$

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} + \frac{16a^2}{6}} = a\sqrt{\frac{19}{6}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2909. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$ vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD . Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SAC) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

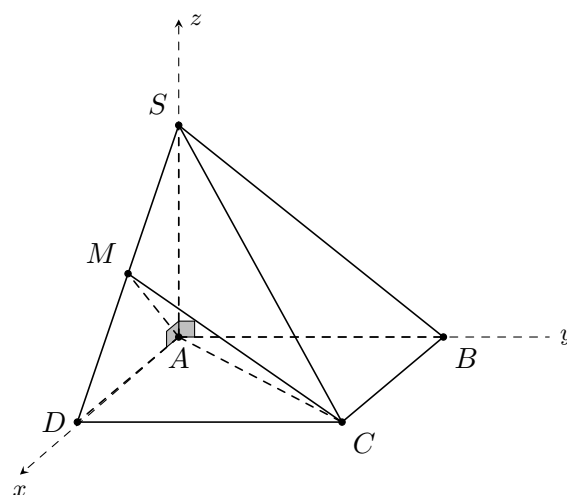
Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho A là gốc tọa độ với
 $D(a; 0; 0)$, $B(0; a; 0)$, $S(0; 0; 2a)$.

Khi đó $C(a; a; 0)$ và $M\left(\frac{a}{2}; 0; a\right)$.

Ta có $[\vec{AM}, \vec{AC}] = \left(-a^2; a^2; \frac{a^2}{2}\right)$ nên mặt phẳng
 (AMC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (-2; 2; 1)$.

Do $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$ mà $\vec{BD} = (a; -a; 0)$
 nên mặt phẳng (SAC) có một véc-tơ pháp tuyến là
 $\vec{n}_2 = (1; -1; 0)$.



$$\text{Vậy } \cos((AMC); (SAC)) = |\cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2)| = \frac{4}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2910. Xét các số thực a, b, c, d, e, f thay đổi thỏa mãn $(a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 = 1$,
 $2d - e + 2f + 6 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{(a-d)^2 + (b-e)^2 + (c-f)^2}$ bằng

A. 28.

B. 0.

C. -2.

D. 3.

Lời giải.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ chọn $I(1; 2; 3)$, $M(a; b; c)$, $N(d; e; f)$. Khi đó $M(a; b; c)$
 thuộc mặt cầu (S) tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 1$ và điểm $N \in (\alpha): 2x - y + 2z + 6 = 0$.

Khi đó $P = \sqrt{(a-d)^2 + (b-e)^2 + (c-f)^2} = MN \geq |IN - IM| = |IN - 1|$.

IN nhỏ nhất khi và chỉ khi N là hình chiếu của I trên mặt phẳng (α) .

Ta có $IN = d(I; (\alpha)) = 4 \Rightarrow P \geq 3$.

Dấu bằng xảy ra khi $N\left(-\frac{5}{3}; \frac{10}{3}; \frac{1}{3}\right)$ và M là giao điểm của IN với mặt cầu (S) nằm giữa I và N .

Khi đó $M\left(\frac{1}{3}; \frac{7}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

Vậy $P_{\min} = 3$ khi $a = \frac{1}{3}, b = \frac{7}{3}, c = \frac{7}{3}, d = -\frac{5}{3}, e = \frac{10}{3}, f = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2911. Cho tứ diện $ABCD$ có $BC = 3, CD = 4, \widehat{ABC} = \widehat{BCD} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng 60° . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) .

A. $\frac{2\sqrt{43}}{43}$.

B. $\frac{\sqrt{43}}{86}$.

C. $\frac{\sqrt{43}}{43}$.

D. $\frac{4\sqrt{43}}{43}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (BCD) .

Ta có $CD \perp AD$ và $CD \perp AH$ nên $CD \perp (AHD) \Rightarrow CD \perp HD$.

Tương tự, $CB \perp AB, CB \perp AH \Rightarrow CB \perp (AHB) \Rightarrow CB \perp HB$.

Suy ra $BCDH$ là hình chữ nhật.

Khi đó, $BC \parallel HD \Rightarrow (AD, BC) = (AD, HD) = \widehat{ADH} = 60^\circ$.

Tam giác ADH vuông tại H có $AH = HD \tan 60^\circ = 3\sqrt{3}$.

Dựng hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ ($O \equiv H$). Ta có

$H(0; 0; 0), B(4; 0; 0), D(0; 3; 0), A(0; 0; 3\sqrt{3}), C(4; 3; 0)$.

Khi đó, $\vec{BA} = (-4; 0; 3\sqrt{3}), \vec{BC} = (0; 3; 0)$ và

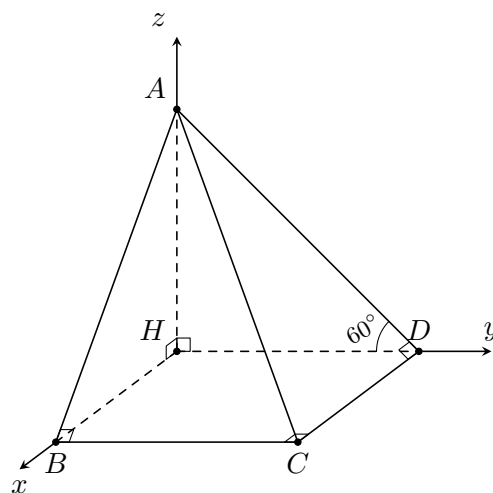
$$[\vec{BA}, \vec{BC}] = (-9\sqrt{3}; 0; -12) = -3(3\sqrt{3}; 0; 4).$$

Suy ra, mặt phẳng (ABC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 =$

$$(3\sqrt{3}; 0; 4).$$

Ta tính được $\vec{AD} = (0; 3; -3\sqrt{3}), \vec{DC} = (4; 0; 0)$ và

$$[\vec{AD}, \vec{DC}] = (0; 12\sqrt{3}; -12) = -12(0; \sqrt{3}; -1).$$



Như thế, mặt phẳng (ACD) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (0; \sqrt{3}; -1)$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) .

$$\text{Khi đó, } \cos \varphi = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|-4|}{\sqrt{43} \cdot 2} = \frac{2\sqrt{43}}{43}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2912. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng $\sqrt[3]{12}$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu của S là trọng tâm tam giác ABC . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, SD . Biết cosin của góc giữa đường thẳng CN và SM bằng $\frac{2\sqrt{26}}{13}$. Hỏi thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{38}$.

B. $\frac{\sqrt{38}}{12}$.

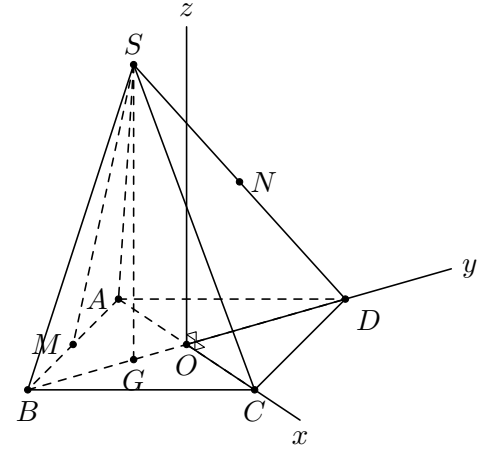
C. $\sqrt[3]{38}$.

D. $\frac{\sqrt[3]{38}}{12}$.

Lời giải.

Đặt $a = \sqrt[3]{12}$. Dựng hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó ta có $D\left(0; \frac{\sqrt{3}a}{2}; 0\right)$, $B\left(0; -\frac{\sqrt{3}a}{2}; 0\right)$, $C\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $A\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $S\left(0; -\frac{\sqrt{3}a}{6}; x\right)$, $M\left(-\frac{a}{4}; -\frac{\sqrt{3}a}{4}; 0\right)$, $N\left(0; \frac{\sqrt{3}a}{6}; \frac{x}{2}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{SM} = \left(-\frac{a}{4}; -\frac{\sqrt{3}a}{12}; -x\right)$ và $\overrightarrow{AN} = \left(\frac{a}{2}; \frac{\sqrt{3}a}{6}; \frac{x}{2}\right)$.



$$\cos(SM, AN) = \frac{|\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{AN}|}{|\overrightarrow{SM}| \cdot |\overrightarrow{AN}|} = \frac{2\sqrt{26}}{13} \Rightarrow \frac{\left|-\frac{a^2}{6} - \frac{x^2}{2}\right|}{\sqrt{\frac{a^2}{12} + x^2} \cdot \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{x^2}{4}}} = \frac{2\sqrt{26}}{13} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{19}{6}}a.$$

Khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{19}{6}}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 = \frac{\sqrt{38}}{12}a = \sqrt{38}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2913. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

- A. $\frac{\sqrt{30}a}{6}$. B. $\frac{4\sqrt{21}a}{21}$. C. $\frac{2\sqrt{21}a}{21}$. D. $\frac{\sqrt{30}a}{12}$.

Lời giải.

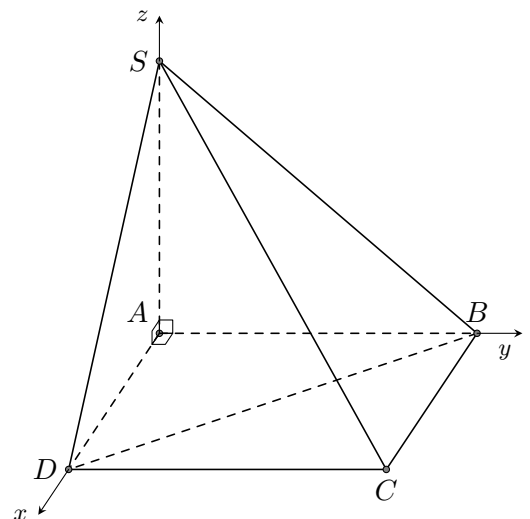
Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có $A(0; 0; 0)$, $B(0; a; 0)$, $D(2a; 0; 0)$, $C(2a; a; 0)$ và $S(0; 0; a)$.

Ta có

- $\overrightarrow{BD} = (2a; -a; 0)$.
- $\overrightarrow{SC} = (2a; a; -a)$.
- $\overrightarrow{SB} = (0; a; -a)$.
- $[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC}] = (a^2; 2a^2; 4a^2)$
 $\Rightarrow |[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC}]| = a^2\sqrt{21}$.
- $|[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC}] \cdot \overrightarrow{SB}| = 2a^3$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC là

$$d(SC, BD) = \frac{|[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC}] \cdot \overrightarrow{SB}|}{|[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC}]|} = \frac{2a\sqrt{21}}{21}.$$



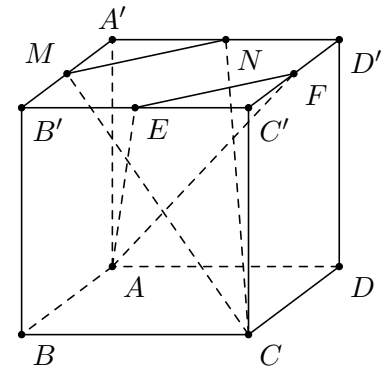
Chọn đáp án **C**

□

Câu 2914.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, E, F lần lượt là trung điểm của cạnh $A'B', A'D', B'C', C'D'$ (tham khảo hình bên). Tính cosin của góc tạo giữa hai mặt phẳng (CMN) và (AEF) .

- A. $\frac{2}{17}$.
B. $\frac{1}{17}$.
C. 0.
D. $\frac{1}{2}$.



Lời giải.

Cho độ dài của cạnh hình lập phương là 1. Đặt hệ trục tọa độ vuông góc $Oxyz$ sao cho gốc O trùng với điểm A , AB trùng với Ox , AD trùng với Oy và AA' trùng với Oz . Khi đó ta tính được tọa độ các điểm $A(0,0,0)$, $E\left(1; \frac{1}{2}; 1\right)$, $F\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$, $C(1;1;0)$, $M\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$, $N\left(0; \frac{1}{2}; 1\right)$.

Ta tính được $\overrightarrow{AE} = \left(1; \frac{1}{2}; 1\right)$, $\overrightarrow{AF} = \left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$, $\overrightarrow{CM} = \left(-\frac{1}{2}; -1; 1\right)$, $\overrightarrow{CN} = \left(-1; -\frac{1}{2}; 1\right)$.

$$\vec{n}_{(AEF)} = [\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AF}] = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right).$$

$$\vec{n}_{(CMN)} = [\overrightarrow{CM}; \overrightarrow{CN}] = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{4}\right).$$

$$\cos [\vec{n}_{(AEF)}; \vec{n}_{(CMN)}] = \frac{\vec{n}_{(AEF)} \cdot \vec{n}_{(CMN)}}{|\vec{n}_{(AEF)}| \cdot |\vec{n}_{(CMN)}|} = -\frac{1}{17}.$$

Vậy cosin của góc tạo giữa hai mặt phẳng (CMN) và (AEF) là $\frac{1}{17}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2915. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AD = 2$ cm, $CD = 1$ cm, $\widehat{ADC} = 120^\circ$. Cạnh bên $SB = \sqrt{3}$ cm, hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi α là góc tạo bởi SD và mặt phẳng (SAC) . Tính $\sin \alpha$

- A. $\sin \alpha = \frac{1}{4}$.
B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{7}$.
C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$.
D. $\sin \alpha = \frac{3}{4}$.

Lời giải.

Xét $\triangle ABD$ có

$$\begin{aligned} BD^2 &= AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD} \\ &= 1 + 4 - 2 = 3. \end{aligned}$$

Suy ra $AD^2 = BD^2 + AB^2$, vậy tam giác ABD vuông tại B và $BD = \sqrt{3}$.

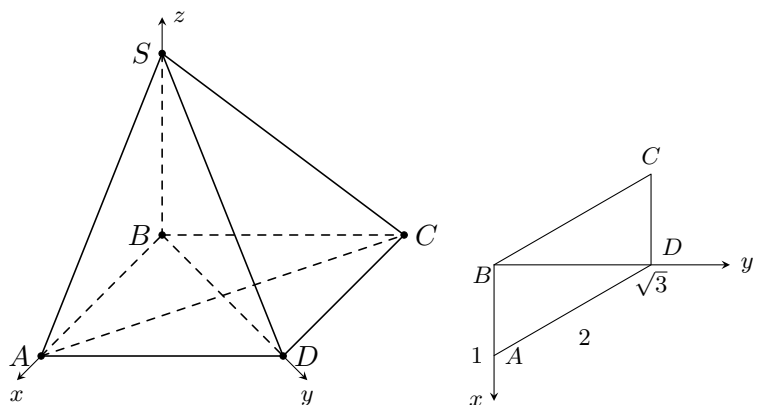
Lại có (SAB) và (SBC) cùng vuông góc với đáy nên $SB \perp (ABCD)$. Suy ra BA, BD, BS đôi một vuông góc.

Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, sao cho

- gốc O trùng với B
- trục Ox trùng với tia BA
- trục Oy trùng với tia BD
- trục Oz trùng với tia BS .

Ta có $B(0;0;0)$, $A(1;0;0)$, $C(-1; \sqrt{3}; 0)$, $D(0; \sqrt{3}; 0)$, $S(0;0; \sqrt{3})$.

$\overrightarrow{SD} = (0; \sqrt{3}; \sqrt{3}) \Rightarrow \vec{u} = (0; 1; -1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng SD .



$\vec{SA} = (1; 0; -\sqrt{3})$, $\vec{SC} = (-1; \sqrt{3}; -\sqrt{3}) \Rightarrow [\vec{SA}, \vec{SC}] = (3; 2\sqrt{3}; \sqrt{3}) \Rightarrow \vec{n} = (\sqrt{3}; 2; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAC) . Vì α là góc tạo bởi SD và mặt phẳng (SAC) nên

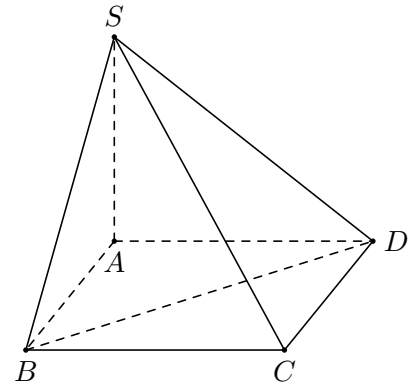
$$\sin \alpha = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{|0 + 2 - 1|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}} = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2916.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết rằng $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA = 2a$. Gọi góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (SBD) là α . Tính $\cos \alpha$. (tham khảo hình vẽ bên)

- A. $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{119}}{34}$. B. $\cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{5}}$.
C. $\cos \alpha = \sqrt{\frac{5}{7}}$. D. $\cos \alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}$.



Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$, $D(0; a\sqrt{2}; 0)$, $C(a; a\sqrt{2}; 0)$, $S(0; 0; 2a)$.

$$\vec{BC} = (0; a\sqrt{2}; 0), \vec{BS} = (-a; 0; 2a), \vec{BD} = (-a; a\sqrt{2}; 0).$$

$$(SBC) \text{ có một véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_1 = [\vec{BC}, \vec{BS}] = (2a^2\sqrt{2}; 0; a^2\sqrt{2}).$$

$$(SBD) \text{ có một véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_2 = [\vec{BS}, \vec{BD}] = (-2a^2\sqrt{2}; -2a^2; -a^2\sqrt{2}).$$

$$\cos \alpha = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \sqrt{\frac{5}{7}}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2917. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, tam giác SAD vuông cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Gọi α là góc hợp bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) . Giá trị của $\tan \alpha$ là

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là trung điểm AD , a là độ dài cạnh hình vuông.

Gắn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó

$$S\left(0; 0; \frac{a}{2}\right), B\left(a; -\frac{a}{2}; 0\right), C\left(a; \frac{a}{2}; 0\right), D\left(0; \frac{a}{2}; 0\right)$$

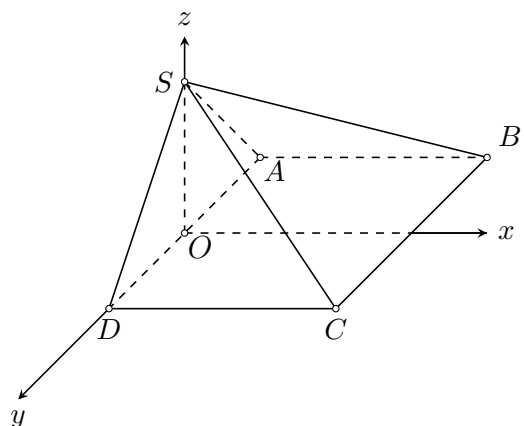
Ta có

$$— \vec{SC} \left(a; \frac{a}{2}; -\frac{a}{2}\right).$$

$$— \vec{SB} \left(a; -\frac{a}{2}; -\frac{a}{2}\right).$$

$$— \vec{SD} \left(0; \frac{a}{2}; -\frac{a}{2}\right).$$

$$— [\vec{SC}, \vec{SB}] = a^2 \left(-\frac{1}{2}; 0; -1\right), \text{ vậy } (SBC) \text{ có một véc-tơ pháp tuyến là } \vec{n}_1 = \left(-\frac{1}{2}; 0; -1\right).$$



— $[\vec{SC}, \vec{SD}] = a^2 \left(0; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$, vậy (SCD) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = \left(0; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

$$\text{Ta có } \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Vậy } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2918.

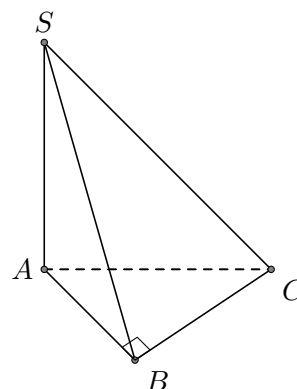
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy (ABC) và $SA = 3a$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) . Tính $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{5}$.

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{4138}}{120}$.

C. $\sin \alpha = \frac{1}{3}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{13}}{7}$.



Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv B, C \in Ox, A \in Oy, Bz \parallel AS$ (như hình vẽ).

Ta có

$$B(0; 0; 0), C(2a; 0; 0), A(0; a; 0), S(0; a; 3a);$$

$$\vec{AS} = (0; 0; 3a), \vec{AC} = (2a; -a; 0)$$

$$\Rightarrow [\vec{AS}, \vec{AC}] = (3a^2; 6a^2; 0)$$

$\Rightarrow \vec{u} = (1; 2; 0)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (SAC) ;

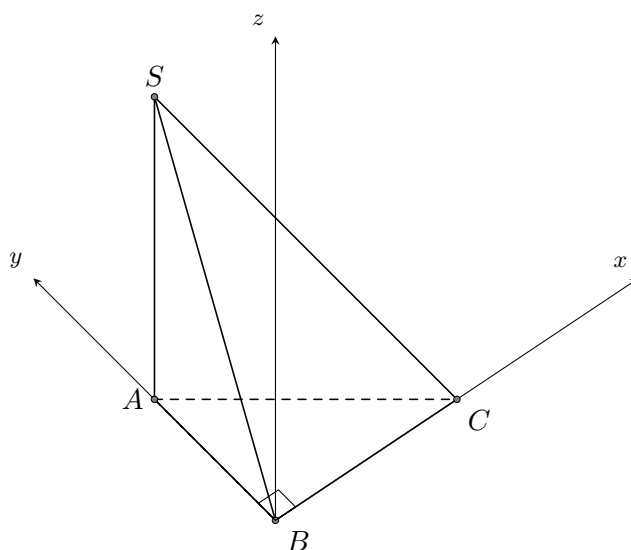
$$\vec{BS} = (0; a; 3a), \vec{BC} = (2a; 0; 0) \Rightarrow [\vec{BS}, \vec{BC}] = (0; 6a^2; -2a^2)$$

$\Rightarrow \vec{v} = (0; 3; -1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (SBC) .

$$\text{Do đó, } \cos \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{6}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{2}}{5}. \text{ Vậy } \sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{5}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□



Câu 2919. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B với $AB = 3$, $AA' = 2$. Gọi M là trung điểm cạnh $A'B$, G là trọng tâm $\triangle ABC$, (α) là mặt phẳng đi qua MG và song song với BC . Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (α) .

A. $d = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

B. $d = \frac{10}{3\sqrt{5}}$.

C. $d = \frac{4}{\sqrt{5}}$.

D. $d = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như sau: $O \equiv B, C$ nằm trên tia Ox, A nằm trên tia Oy, B' nằm trên tia Oz .

Gọi N, P lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với cạnh AB, BC .

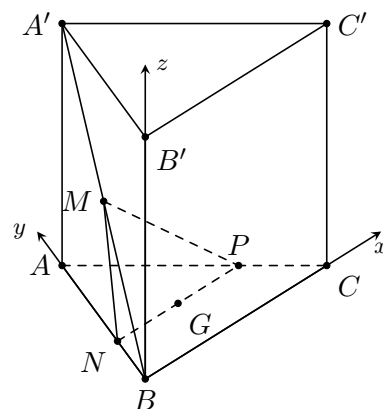
Để tìm được $M(0; \frac{3}{2}; 1), N(0; 1; 0)$.

Ta có $\overrightarrow{NM} = (0; \frac{1}{2}; 1), \vec{i} = (1; 0; 0)$.

VTPT của (α) là $\vec{n} = [\overrightarrow{NM}, \vec{i}] = (0; 1; -\frac{1}{2})$.

Phương trình $(\alpha): y - \frac{1}{2}z - 1 = 0$.

Khoảng cách từ $A(0; 3; 0)$ đến (α) là $d = \frac{|3 - 1|}{\sqrt{1 + \frac{1}{4}}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 2920. Cho tứ diện $SABC$ có $SC = CA = AB = 3\sqrt{2}$, $SC \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại A . Các điểm $M \in SA, N \in BC$ sao cho $AM = CN = t$ ($0 < t < 6$). Tìm t để MN ngắn nhất.

A. $t = 2$.

B. $t = 1$.

C. $t = 4$.

D. $t = 3$.

Lời giải.

Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với $O \equiv C, B \in Oy, S \in Oz$.

Vì $\triangle SCA, \triangle ABC$ vuông cân nên $SA = BC = 6$.

Ta có $C(0; 0; 0), A(3; 3; 0), B(0; 6; 0), N(0; t; 0)$

$S(0; 0; 3\sqrt{2})$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AM} = \frac{t}{6} \overrightarrow{AS} \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = -\frac{t}{2} \\ y - 3 = -\frac{t}{2} \\ z = \frac{t\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 - \frac{t}{2} \\ y = 3 - \frac{t}{2} \\ z = \frac{t\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(3 - \frac{t}{2}; 3 - \frac{t}{2}; \frac{t\sqrt{2}}{2}\right).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} = \left(\frac{t}{2} - 3; \frac{3t}{2} - 3; -\frac{t\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow MN^2 = \left(\frac{t}{2} - 3\right)^2 + \left(\frac{3t}{2} - 3\right)^2 + \frac{t^2}{2} = 3t^2 - 12t + 18.$$

Khi đó $MN^2 = 3(t - 2)^2 + 6 \geq 6 \Rightarrow MN$ nhỏ nhất bằng $\sqrt{6}$ khi $t = 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2921. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm M và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất, mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C . Tính thể tích khối chóp $O.ABC$.

A. $\frac{1372}{9}$.

B. $\frac{524}{3}$.

C. $\frac{686}{9}$.

D. $\frac{343}{9}$.

Lời giải.

Không mất tính tổng quát, giả sử A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) và các trục tọa độ Ox, Oy, Oz .

Ta có $d(O, (P)) \leq OM$. Nên khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) lớn nhất $\Leftrightarrow OM \perp (P)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ nhận $\overrightarrow{OM}$ làm véc-tơ pháp tuyến là

$$1(x - 1) + 2(y - 2) + 3(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0.$$

Khi đó $A(14; 0; 0)$, $B(0; 7; 0)$ và $C\left(0; 0; \frac{14}{3}\right)$.

Vậy thể tích khối chóp $O.ABC$ là $V = \frac{1}{6}OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 14 \cdot 7 \cdot \frac{14}{3} = \frac{686}{9}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2922. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, hình chiếu của S trên mặt đáy trùng với điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{BH} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BD}$. Gọi M và N lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên các cạnh AB và AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SC biết $SH = 2a\sqrt{13}$.

A. $\frac{38a\sqrt{2}}{13}$.

B. $\frac{19a\sqrt{2}}{13}$.

C. $\frac{19a\sqrt{26}}{26}$.

D. $\frac{a\sqrt{13}}{26}$.

Lời giải.

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có: $H(0; 0; 0)$; $S(0; 0; 2a\sqrt{13})$; $M\left(0; \frac{4a}{5}; 0\right)$; $N\left(\frac{6a}{5}; 0; 0\right)$; $C\left(-\frac{4a}{5}; -\frac{6a}{5}; 0\right)$.

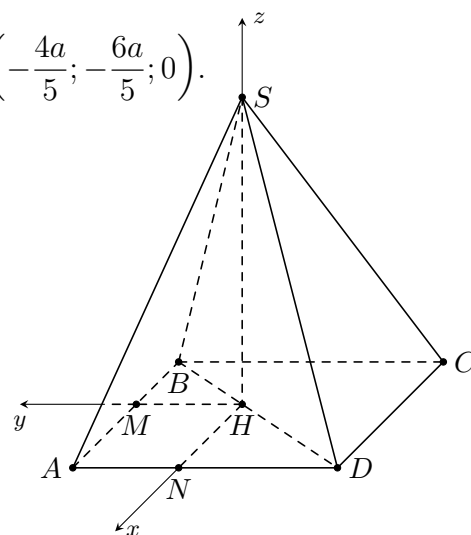
Ta có: $\overrightarrow{CS} = \left(\frac{4a}{5}; \frac{6a}{5}; 2a\sqrt{13}\right) \Rightarrow \vec{u}_1 = \left(\frac{2}{5}; \frac{3}{5}; \sqrt{13}\right)$ là véc-tơ chỉ phương của SC .

Ta có: $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{6a}{5}; -\frac{4a}{5}; 0\right) \Rightarrow \vec{u}_2 = (3; -2; 0)$ là véc-tơ chỉ phương của MN .

Có: $[\vec{u}_1; \vec{u}_2] = \left(2\sqrt{13}; 3\sqrt{13}; -\frac{13}{5}\right) \Rightarrow |[\vec{u}_1; \vec{u}_2]| = \frac{13\sqrt{26}}{5}$.

Có: $\overrightarrow{SM} = \left(0; \frac{4a}{5}; -2a\sqrt{13}\right) \Rightarrow [\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{SM} = \frac{38a\sqrt{13}}{5}$.

Ta có: $d(SC; MN) = \frac{|[\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{SM}|}{|[\vec{u}_1; \vec{u}_2]|} = \frac{38a\sqrt{2}}{13}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 2923. Tập hợp các điểm có tọa độ $(x; y; z)$ sao cho $|x| \leq 1$; $|y| \leq 2$; $|z| \leq 2$ là tập hợp các điểm trong của một khối đa diện (lồi). Tính thể tích của khối đa diện đó.

A. 32.

B. 12.

C. 6.

D. 36.

Lời giải.

Khối đa diện giới hạn bởi các mặt phẳng $x = \pm 1, y = \pm 2, z = \pm 2$ là hình hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 4. Vậy thể tích là $V = 2 \cdot 4 \cdot 4 = 32$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2924. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của BC và H là trung điểm của AM . Biết $HB = HC$, $\widehat{HBC} = 30^\circ$; góc giữa mặt phẳng (SHC) và mặt phẳng (HBC) bằng 60° . Tính cosin của góc giữa đường thẳng BC và mặt phẳng (SHC) .

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{13}}{4}$.

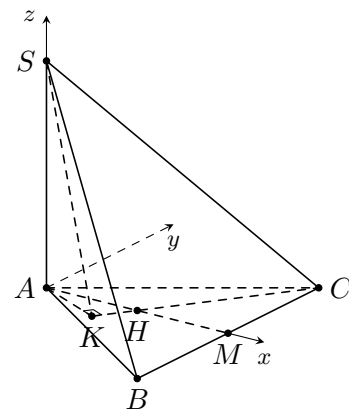
D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

$HB = HC$ nên tam giác HBC cân tại H , suy ra $HM \perp BC$.
 Trong mặt phẳng (ABC) dựng $AK \perp HC \Rightarrow HC \perp (SAK)$.
 Mà góc giữa mặt phẳng (SHC) và (ABC) bằng 60° nên $\widehat{SKA} = 60^\circ$.
 Giả sử $BC = a$.

$$\Rightarrow BM = \frac{a}{2} \Rightarrow AH = HM = BM \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\Rightarrow AK = AH \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{4} \Rightarrow SA = AK \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$



Trang bị hệ trục tọa độ $Axyz$ với $A(0; 0; 0)$, $S\left(0; 0; \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$, $H\left(\frac{\sqrt{3}}{6}; 0; 0\right)$, $C\left(\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{1}{2}; 0\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{3}}{3}; -\frac{1}{2}; 0\right)$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{SH} = \left(\frac{\sqrt{3}}{6}; 0; -\frac{\sqrt{3}}{4}\right), \overrightarrow{HC} = \left(\frac{\sqrt{3}}{6}; \frac{1}{2}; 0\right), \overrightarrow{BC} = (0; 1; 0).$$

Từ đó suy ra mặt phẳng (SHC) nhận $\vec{n} = (3\sqrt{3}; -3; 2\sqrt{3})$ là véc-tơ pháp tuyến.

Ta có $\sin(BC, (SHC)) = |\cos(\vec{n}, \overrightarrow{BC})| = \left|\frac{-3}{\sqrt{48}}\right| = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \cos(BC, (SHC)) = \frac{\sqrt{13}}{4}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2925. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a\sqrt{2}$ và $BC = 2a$. Góc giữa hai đường thẳng SC và AB là

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

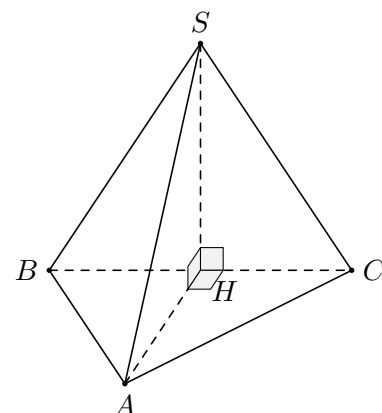
Lời giải.

Dễ dàng chứng minh được các tam giác ABC và SBC là tam giác vuông cân tại A và S .

Gọi H là trung điểm của cạnh BC , suy ra H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông ABC và $AH = SH = a$.

Mặt khác, do $SA = SB = SC$ nên SH là trục của đáy ABC , tương tự AH là trục của tam giác SBC .

Gắn khối chóp vào hệ tọa độ $Oxyz$, với $H(0; 0; 0)$, $A(a; 0; 0)$, $C(0; a; 0)$, $S(0; 0; a)$, $B(0; -a; 0)$.



Từ đó ta có $\overrightarrow{SC} = (0; a; -a) = a(0; 1; -1)$ và $\overrightarrow{AB} = (-a; -a; 0) = -a(1; 1; 0)$.

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng SC và AB , suy ra

$$\cos \varphi = \frac{|\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{SC}| \cdot |\overrightarrow{AB}|} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2}.$$

Từ đó suy ra $\varphi = 60^\circ$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2926. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CS . Tính cosin của góc tạo bởi mặt phẳng (MNP) và (SBD) .

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Gắn khối chóp vào hệ tọa độ $Oxyz$ với $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $D(0;2;0)$, $S(0;0;2)$, $C(2;2;0)$.

Do M , N , P lần lượt là trung điểm của AB , BC , SC suy ra $M(1;0;0)$, $N(2;1;0)$, $P(1;1;1)$.

Ta có phương trình dạng chắn của mặt phẳng (SBD) là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1,$$

từ đó suy ra mặt phẳng (SBD) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1;1;1)$.

Mặt khác, mặt phẳng (MNP) có hai véc-tơ chỉ phương là $\vec{MN} = (1;1;0)$ và $\vec{MP} = (0;1;1)$, từ đó suy ra $\vec{n}_2 = [\vec{MN}, \vec{MP}] = (1;-1;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNP) .

Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt phẳng (MNP) và (SBD) , suy ra

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2927. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB = a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$ và $SA = SB = SD$ với D là trung điểm BC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{3a}{4}$. Tính $\cos$ góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) .

A. $\frac{2\sqrt{5}}{11}$.

B. 3.

C. $\frac{\sqrt{65}}{13}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{33}$.

Lời giải.

Do tam giác ABC vuông tại A có D là trung điểm BC và $\widehat{ACB} = 60^\circ$ nên tam giác ABD đều cạnh a và $BC = 2a$, $CA = a\sqrt{3}$.

Dựng $SH \perp (ABC)$ với $H \in (ABC)$.

$\Rightarrow H$ là tâm tam giác đều BAD do $SA = SB = SD$.

Gọi hình chiếu của H lên AB , AC thứ tự là E , F .

Gọi M là trung điểm đoạn BD .

$$\Rightarrow AM = \sqrt{BA^2 - BM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow AH = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3} \text{ và } HE = HM = \frac{AM}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Ta có: $SH \perp BC$, $AM \perp BC$ nên $BC \perp (SAM)$.

Kẻ $MN \perp SA$ ($N \in SA$) thì MN là đường vuông góc chung của SA và BC hay $MN = \frac{3a}{4}$.

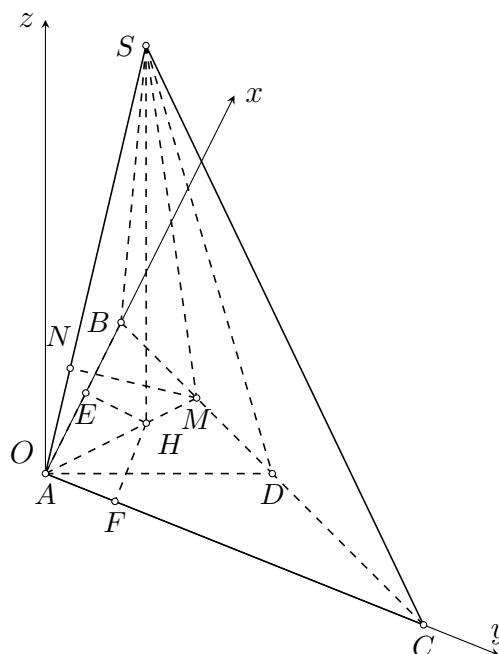
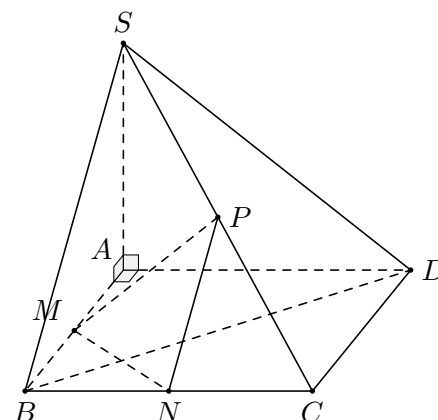
$$\Rightarrow NA = \sqrt{MA^2 - MN^2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Trong tam giác SAM có MN , SH là hai đường cao nên $AH \cdot AM = AN \cdot AS$.

$$\Rightarrow AS = \frac{AH \cdot AM}{AN} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a.$$

Chọn hệ trục tọa độ với gốc tại A và các trục tọa độ như hình vẽ với tia Ox trùng với tia AB , tia Oy trùng với tia AC và tia Oz vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có hướng theo $\vec{HS}$. Các đơn vị trên các trục bằng nhau và bằng a .

Khi đó: $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $C(0;\sqrt{3};0)$.



Do $HF = AE = \frac{a}{2}$, $HE = HM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ và $SH = a$ nên $S\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{6}; 1\right)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAC) là

$$\vec{n}_1 = [\vec{AC}, \vec{AS}] = \left(\sqrt{3}; 0; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SBC) là

$$\vec{n}_2 = [\vec{BC}, \vec{SC}] = \left(-\sqrt{3}; -1; \frac{-\sqrt{3}}{3}\right).$$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) , ta có:

$$\cos \alpha = |\cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{65}}{13}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2928. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BA . Tính sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C)$ và $(BA'C')$.

A. $\frac{3\sqrt{31}}{31}$.

B. $\frac{2\sqrt{31}}{31}$.

C. $\frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{217}}$.

D. $\frac{4\sqrt{31}}{31}$.

Lời giải.

$$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = a.$$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ bên.

Không mất tính tổng quát có thể giả sử $a = 1$.

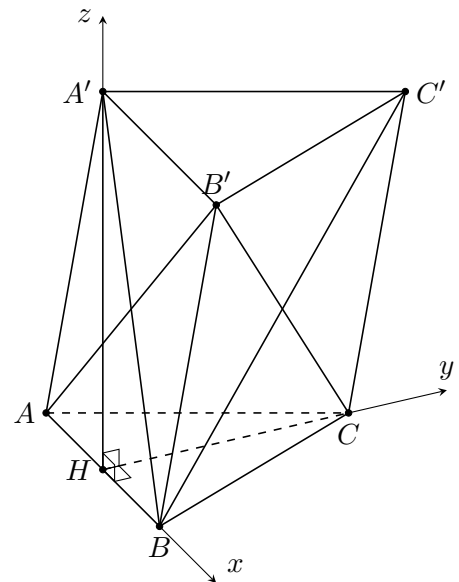
Ta có $H(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $C(0; \sqrt{3}; 0)$, $A(-1; 0; 0)$, $A'(0; 0; 1)$, $B'(2; 0; 1)$, $C'(1; \sqrt{3}; 1)$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C)$ và $(BA'C')$.

$$\begin{aligned} \text{— } \vec{AB'} &= (3; 0; 1), \vec{AC} = (1; \sqrt{3}; 0) \\ \Rightarrow \vec{n}_1 &= [\vec{AB'}, \vec{AC}] = (-\sqrt{3}; 1; 3\sqrt{3}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{— } \vec{A'B} &= (1; 0; -1), \vec{A'C'} = (1; \sqrt{3}; 0) \\ \Rightarrow \vec{n}_2 &= [\vec{A'B}, \vec{A'C'}] = (\sqrt{3}; -1; \sqrt{3}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{— } \cos \varphi &= |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{5}{\sqrt{31} \cdot \sqrt{7}}. \\ \Rightarrow \sin \varphi &= \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{217}}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 2929. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\triangle ABC$ vuông tại B , $AB = 1$, $BC = \sqrt{3}$, $\triangle SAC$ đều, mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi α là số đo của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) . Giá trị $\cos \alpha$ bằng

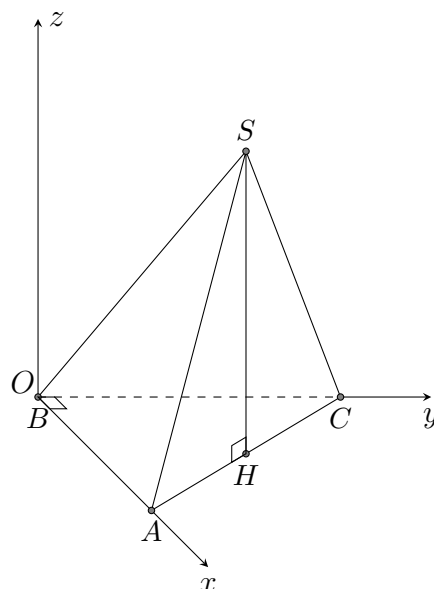
A. $\frac{2\sqrt{65}}{65}$.

B. $\frac{\sqrt{65}}{20}$.

C. $\frac{\sqrt{65}}{10}$.

D. $\frac{\sqrt{65}}{65}$.

Lời giải.



Gọi H là trung điểm của AC , khi đó $SH \perp AC \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2$, suy ra $SH = \frac{AC\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, ta có $B(0;0;0)$, $A(1;0;0)$, $C(0;\sqrt{3};0)$, $H\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và $S\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{3}\right)$.

$$\rightarrow \overrightarrow{BA} = (1;0;0), \overrightarrow{BS} = \left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{3}\right),$$

$$[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BS}] = \left(0; -\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

Suy ra, mặt phẳng (SAB) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (0; -2; 1)$.

$$\rightarrow \overrightarrow{BC} = (0;\sqrt{3};0), \overrightarrow{BS} = \left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{3}\right),$$

$$[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BS}] = \left(3; 0; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

Suy ra, mặt phẳng (SAC) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (2\sqrt{3}; 0; -1)$.

Do đó

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|0 \cdot (2\sqrt{3}) + (-2) \cdot 0 + 1 \cdot (-1)|}{\sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{65}}{65}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2930. Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = a, AD = 2a$, cạnh bên $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi E là trung điểm của AD . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$.

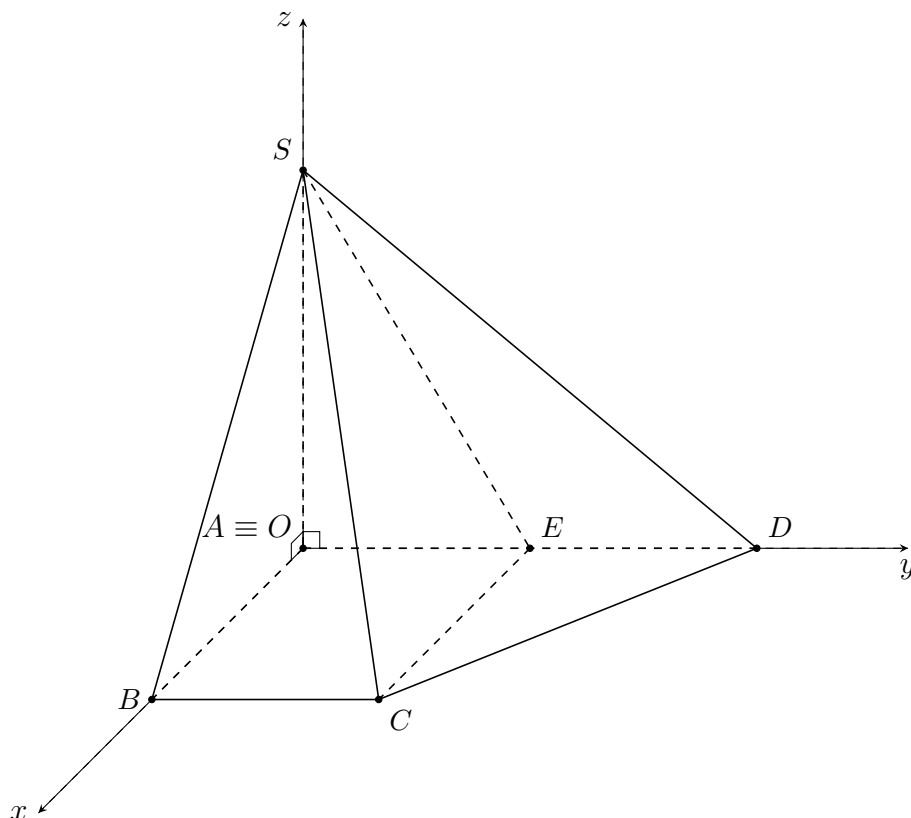
A. $S = 12\pi a^2$.

B. $S = 8\pi a^2$.

C. $S = 9\pi a^2$.

D. $S = 11\pi a^2$.

Lời giải.



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, với

$$A \equiv O(0; 0; 0), B(a; 0; 0), D(0; 2a; 0), S(0; 0; a), C(a; a; 0), E(0; a; 0).$$

Phương trình mặt cầu cần tìm có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 2ny - 2pz + d = 0.$$

Ta có mặt cầu đi qua các điểm S, C, E, D nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a^2 - 2ap + d = 0 \\ 2a^2 - 2am - 2an + d = 0 \\ a^2 - 2an + d = 0 \\ 4a^2 - 4an + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{a}{2} \\ n = \frac{3a}{2} \\ p = \frac{3a}{2} \\ d = 2a^2. \end{cases}$$

Bán kính của mặt cầu

$$R = \sqrt{m^2 + n^2 + p^2 - d} = \frac{a\sqrt{11}}{2}.$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$

$$S = 4\pi R^2 = 11\pi a^2.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2931. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ O . Biết rằng $B(m; 0; 0), D(0; m; 0), A'(0; 0; n)$ với m, n là các số dương và $m + n = 4$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $BDA'M$ bằng

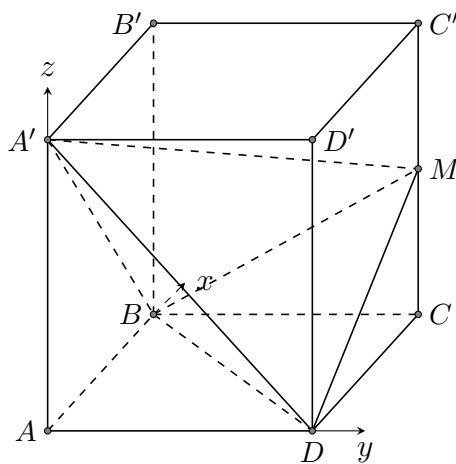
A. $\frac{245}{108}$.

B. $\frac{9}{4}$.

C. $\frac{64}{27}$.

D. $\frac{75}{32}$.

Lời giải.



Ta có $A(0;0;0)$, $B(m;0;0)$, $D(0;m;0)$, $A'(0;0;n)$ suy ra $C(m;m;0)$, $B'(m;0;n)$, $C'(m;m;n)$, $D'(0;m;n)$, $M\left(m;m;\frac{n}{2}\right)$.

Từ đó ta tính $\overrightarrow{BD} = (-m;m;0)$, $\overrightarrow{BA'} = (-m;0;n)$, $\overrightarrow{BM} = \left(0;m;\frac{n}{2}\right)$.

$$V_{BDA'M} = \frac{1}{6} \left| [\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BA'}] \cdot \overrightarrow{BM} \right| = \frac{1}{4} |m^2 \cdot n|$$

$$= \frac{1}{4} |m^2 \cdot (4-m)| = \frac{1}{8} |m \cdot m \cdot (8-2m)| \leq \frac{1}{8} \left(\frac{m+m+8-2m}{3} \right)^3 = \frac{64}{27}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2932. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 3z = 4$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Thể tích tứ diện $OABC$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. $\frac{32}{9}$.

D. $\frac{16}{9}$.

Lời giải.

Do giả thiết suy ra tọa độ điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-4;0)$ và $C\left(0;0;-\frac{4}{3}\right)$ nên $OA = 2$; $OB = 4$ và $OC = \frac{4}{3}$. Gọi V là thể tích tứ diện $OABC$ ta có $V = \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{4}{3} = \frac{16}{9}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2933. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $4x^2 + y^2 + 9z^2 = 4x + 12z + 11$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 4x + 2y + 3z$.

A. $6 + 2\sqrt{15}$.

B. 20.

C. $8 + 4\sqrt{3}$.

D. 16.

Lời giải.

Ta có

$$4x^2 + y^2 + 9z^2 = 4x + 12z + 11 \Leftrightarrow (2x-1)^2 + y^2 + (3z-2)^2 = 16$$

Mà $P = 2(2x-1) + 2y + (3z-2) + 4$. Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacôpski ta có

$$\begin{aligned} [2(2x-1) + 2y + (3z-2)]^2 &\leq (2^2 + 2^2 + 1^1) \cdot [(2x-1)^2 + y^2 + (3z-2)^2] \\ \Leftrightarrow [2(2x-1) + 2y + (3z-2)]^2 &\leq 144 \\ \Leftrightarrow -12 &\leq 4x + 2y + 3z - 4 \leq 12 \\ \Leftrightarrow -8 &\leq 4x + 2y + 3z \leq 16 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \max P = 16 \text{ khi } \begin{cases} \frac{2x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{3z-2}{1} \\ 4x+2y+3z=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{6} \\ y = \frac{8}{3} \\ z = \frac{10}{9} \end{cases}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2934. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $CD, CB, A'B'$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (MNP) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

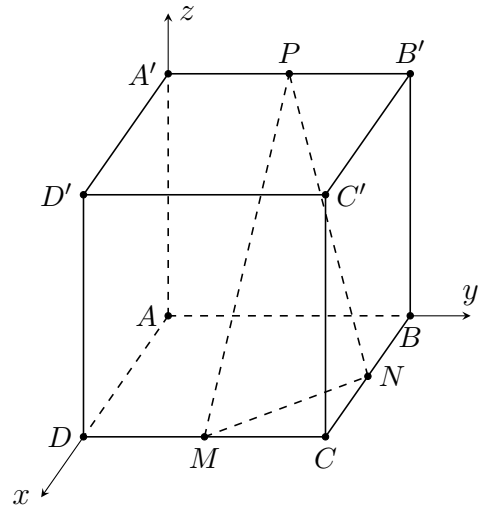
Lời giải.

Dựng hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $O \equiv A$ như hình vẽ.

Khi đó tọa độ các điểm là $A(0,0,0)$, $B(0,a,0)$, $C(a,a,0)$, $D(a,0,0)$, $A'(0,0,a)$, $B'(0,a,a)$, $M\left(a, \frac{a}{2}, 0\right)$, $N\left(\frac{a}{2}, a, 0\right)$, $P\left(0, \frac{a}{2}, a\right)$. Ta có $\overrightarrow{MN} = \left(-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, 0\right)$, $\overrightarrow{MP} = (-a, 0, a)$

nên $[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = \left(\frac{a^2}{2}, \frac{a^2}{2}, \frac{a^2}{2}\right) = \frac{a^2}{2}(1, 1, 1)$. Suy ra mặt phẳng (MNP) có phương trình $x + y + z - \frac{3a}{2} = 0$. Dẫn tới

$$d[A, (MNP)] = \frac{\left|-\frac{3a}{2}\right|}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 2935. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , M là trung điểm của SA . Biết mặt phẳng (MCD) vuông góc với mặt phẳng (SAB) . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{\sqrt{5}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{\sqrt{5}a^3}{6}$.

Lời giải.

Đặt $SO = x > 0$ và gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Dựng

hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, khi đó tọa độ các điểm là $S(0,0,x)$, $A\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2}, 0, 0\right)$, $B\left(0, -\frac{a\sqrt{2}}{2}, 0\right)$, $C\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}, 0, 0\right)$, $D\left(0, \frac{a\sqrt{2}}{2}, 0\right)$, $M\left(-\frac{a\sqrt{2}}{4}, 0, \frac{x}{2}\right)$.

Ta có $[\overrightarrow{MC}, \overrightarrow{CD}] = \left(\frac{ax\sqrt{2}}{4}, \frac{ax\sqrt{2}}{4}, \frac{3a^2}{4}\right) = \frac{a}{4}(x\sqrt{2}, x\sqrt{2}, 3a)$

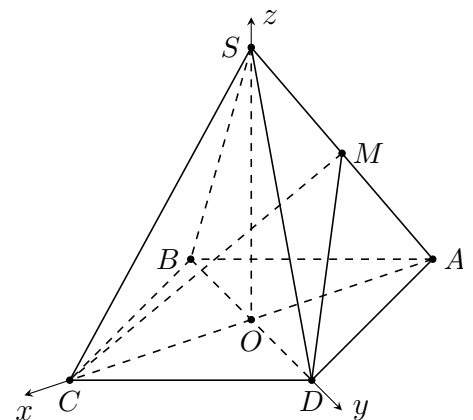
nên mp (MCD) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (x\sqrt{2}, x\sqrt{2}, 3a)$.

Và $[\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AB}] = \left(\frac{ax\sqrt{2}}{2}, \frac{ax\sqrt{2}}{2}, -\frac{a^2}{2}\right) = \frac{a}{2}(x\sqrt{2}, x\sqrt{2}, -a)$

nên mp (SAB) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (x\sqrt{2}, x\sqrt{2}, -a)$.

Để mặt phẳng (MCD) vuông góc với mặt phẳng (SAB) thì

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 3a^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad (\text{vì } x > 0).$$



Suy ra thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2936. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là $a > 0$. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB' và BC' là

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

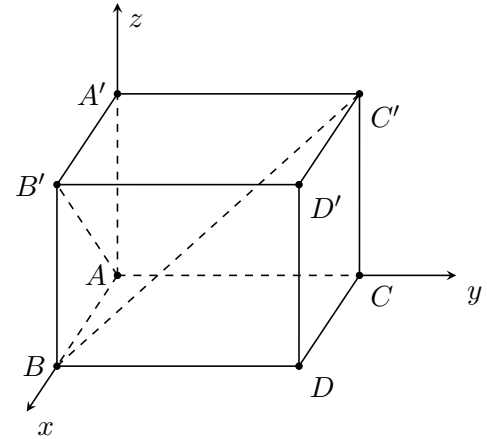
Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho A trùng với gốc tọa độ và B, D, A' lần lượt thuộc tia Ox, Oy, Oz .

Ta có $A(0; 0; 0), B'(a; 0; a), B(a; 0; 0), C'(a; a; a)$.

$\overrightarrow{AB'} = (a; 0; a), \overrightarrow{BC'} = (0; a; a)$ và $\overrightarrow{AB} = (a; 0; 0)$.

$$d(AB', BC') = \frac{|\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} \cdot \overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'}|} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 2937.

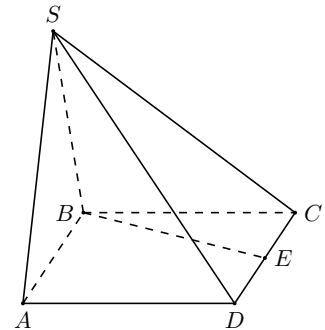
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a, BC = a$, tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E là trung điểm của CD . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng BE và SC .

A. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

D. a .



Lời giải.

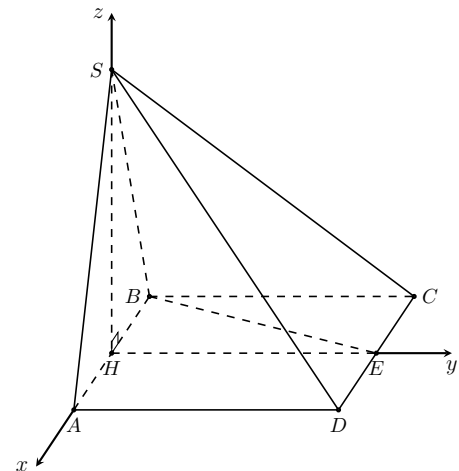
Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có $H(0; 0; 0), B(-a; 0; 0), C(-a; a; 0), E(0; a; 0)$ và $S(0; 0; a\sqrt{3})$.

Ta có $\overrightarrow{BE} = (a; a; 0), \overrightarrow{SC} = (-a; a; -a\sqrt{3}), \overrightarrow{EC} = (-a; 0; 0)$.

Khi đó, $[\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{SC}] = (-a^2\sqrt{3}; a^2\sqrt{3}; 2a^2)$.

Khoảng cách giữa BE và SC là

$$d(BE, SC) = \frac{|[\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{SC}] \cdot \overrightarrow{EC}|}{|[\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{SC}]|} = \frac{a^2\sqrt{3}}{a\sqrt{10}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}.$$



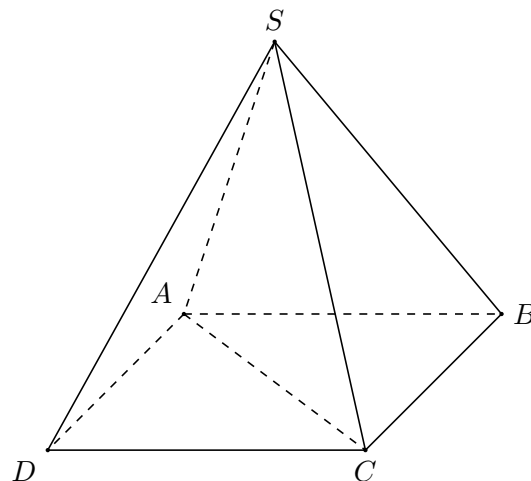
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2938.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 3$, $BC = 4$. Tam giác SAC nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng SA bằng 4. Cô-sin góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{3\sqrt{17}}{17}$. B. $\frac{3\sqrt{34}}{34}$. C. $\frac{2\sqrt{34}}{17}$. D. $\frac{5\sqrt{34}}{17}$.



Lời giải.

Gọi K là hình chiếu của C lên SA , ta có $CK = 4$, $AK = 3$, $AC = 5$.

Gọi H là hình chiếu của K lên $(ABCD)$, ta có $KH \perp (ABCD)$.

Gọi I là trung điểm KB . Ta có

$$\begin{cases} KB \perp AI \\ KB \perp CI \end{cases} \Rightarrow KB \perp AC.$$

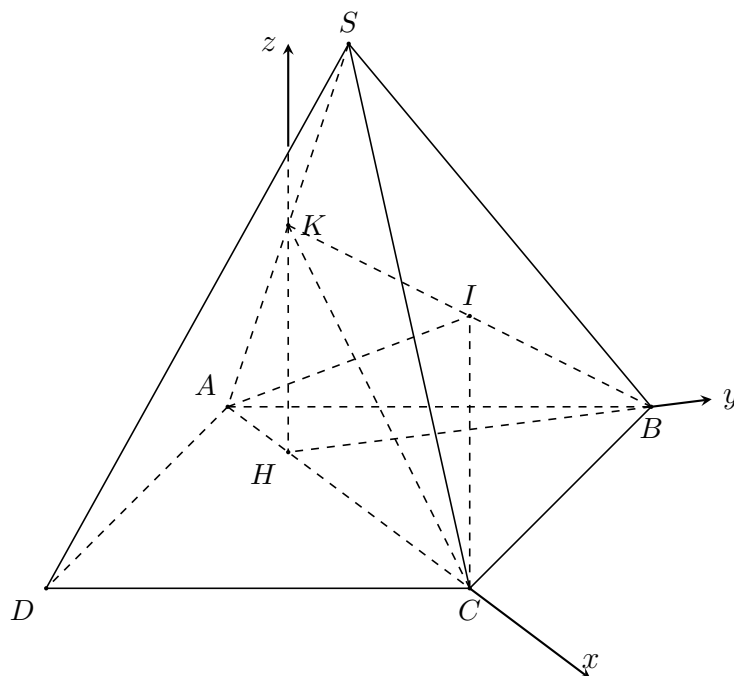
$$\begin{cases} KH \perp AC \\ KB \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp BH.$$

Ta có

$$HK = \frac{KA \cdot KC}{AC} = \frac{12}{5},$$

$$HA = \sqrt{9 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5},$$

$$HB = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{12}{5}.$$



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có $H(0; 0; 0)$, $B\left(0; \frac{12}{5}; 0\right)$, $A\left(-\frac{9}{5}; 0; 0\right)$, $K\left(0; 0; \frac{12}{5}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{KA} = \left(-\frac{9}{5}; 0; -\frac{12}{5}\right)$, $\overrightarrow{KB} = \left(\frac{9}{5}; \frac{12}{5}; 0\right)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAB) là $\vec{n}_1 = (-16; 12; 12)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAC) là $\vec{j} = (0; 0; 1)$.

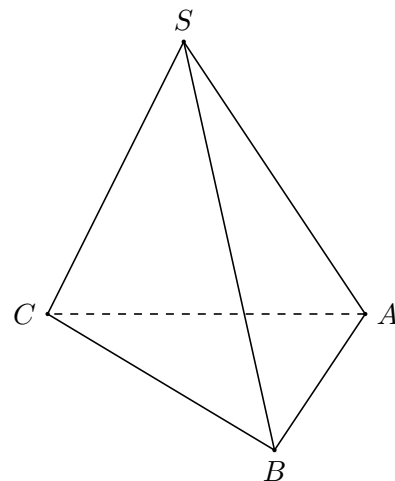
$$\text{Do đó } \cos((SAB), (SAC)) = \frac{|12|}{\sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2} \sqrt{16^2 + 12^2 + 12^2}} = \frac{3\sqrt{34}}{34}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB > 2a$ và $\widehat{ABC} = \widehat{BAS} = \widehat{BCS} = 90^\circ$. Sin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{\sqrt{11}}{11}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{9}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.



Lời giải.

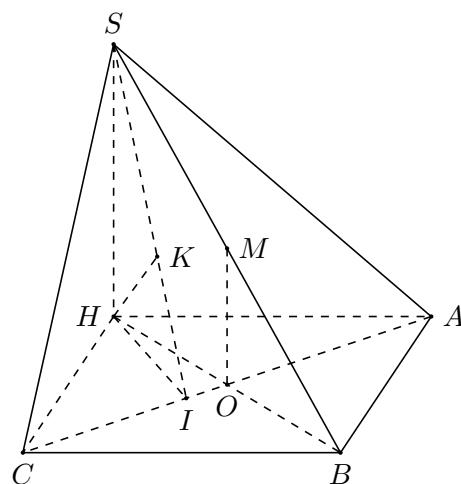
Gọi M là trung điểm SB , ta có $MC = MB = MA = \frac{SB}{2}$.

Gọi O là trung điểm AC , ta có $OA = OC = OB$.

Suy ra OM là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên $MO \perp (ABC)$.

Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC) , suy ra H đối xứng với B qua O .

Gọi I, K lần lượt là hình chiếu của H lên AC, SI . Ta có $d(H, (SAC)) = HK$.



$$\text{Ta có } \sin(SB, (SAC)) = \frac{d(B, (SAC))}{SB} = \frac{d(H, (SAC))}{SB} = \frac{HK}{SB}.$$

$$\Rightarrow \frac{SB^2}{HK^2} = 11.$$

$$\text{Ta có } (SH^2 + AB^2 + BC^2) = 11 \left(\frac{SH^2 \cdot \frac{2a^2}{3}}{SH^2 + \frac{2a^2}{3}} \right)$$

$$\Leftrightarrow SH^2 + 3a^2 = 11 \frac{2a^2 \cdot SH^2}{3SH^2 + 2a^2}$$

$$\Leftrightarrow 3SH^4 - 11a^2SH^2 + 6a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} SH = a\sqrt{3}, \text{ nhận vì thỏa điều kiện } SB > 2a \\ SH = \frac{a\sqrt{6}}{3}, \text{ loại vì không thỏa điều kiện } SB > 2a. \end{cases}$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6}SH \cdot BA \cdot BC = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2940. Tập hợp các điểm có tọa độ $(x; y; z)$ sao cho $|x| \leq 1, |y| \leq 2, |z| \leq 2$ là tập hợp các điểm trong của một khối đa diện (lồi). Tính thể tích của khối đa diện đó.

- A. 36. B. 32. C. 6. D. 12.

Lời giải.

Khối đa diện giới hạn bởi các mặt phẳng $x = \pm 1, y = \pm 2, z = \pm 2$, là hình hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 4. Vậy thể tích là $V = 2 \times 4 \times 4 = 32$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2941. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a, SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông cân đỉnh A và $BC = a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Cô-sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (MNA) và (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

$\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a$.

Dựng hệ trục tọa độ $Oxyz$ (với $O \equiv A$) như hình bên.

Khi đó tọa độ các điểm là $A(0, 0, 0), B(a, 0, 0), C(0, a, 0), S(0, 0, a), M\left(\frac{a}{2}; 0; \frac{a}{2}\right), N\left(0; \frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right)$.

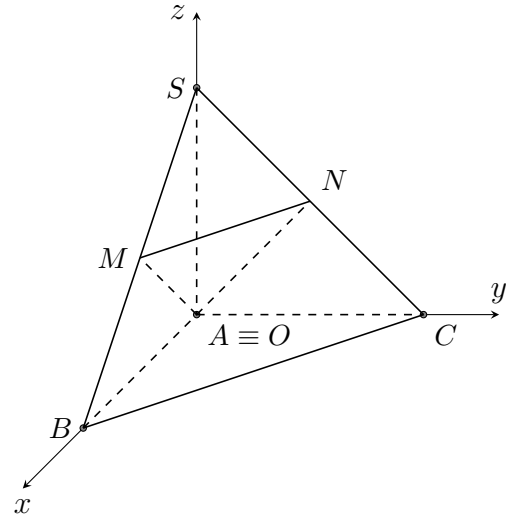
Mặt phẳng (ABC) có phương trình $z = 0$ nên có VTPT $\vec{n}_1 = (0; 0; 1)$.

Ta có $[\vec{AM}, \vec{AN}] = \left(-\frac{a^2}{4}; -\frac{a^2}{4}; \frac{a^2}{4}\right) = -\frac{a^2}{4}(1; 1; -1)$,

nên mặt phẳng (AMN) có VTPT $\vec{n}_2 = (1; 1; -1)$.

Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) .

Khi đó $\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2942. Cho tứ diện $ABCD$ đều có cạnh bằng $2\sqrt{2}$. Gọi G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ và M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BG và CM bằng

A. $\frac{2}{\sqrt{14}}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{3}{2\sqrt{5}}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{10}}$.

Lời giải.

Gọi H là trọng tâm $\triangle ABC$, khi đó ta có $DH \perp CM$.

Ta có $CM = DM = AB \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}, HM = \frac{CM}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3}$,

$DH = \sqrt{DM^2 - HM^2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Dựng hệ trục tọa độ $Oxyz$ (với $M \equiv O$) như hình

vẽ, khi đó tọa độ các điểm là $A(\sqrt{2}; 0; 0), B(-\sqrt{2}; 0; 0),$

$C(0; \sqrt{6}; 0), D\left(0; \frac{\sqrt{6}}{3}; \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$.

Tọa độ trọng tâm G của tứ diện là $G\left(0; \frac{\sqrt{6}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

Ta có $\vec{BG} = \left(\sqrt{2}; \frac{\sqrt{6}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right), \vec{MC} = (0; \sqrt{6}; 0)$ và

$\vec{BM} = (\sqrt{2}; 0; 0)$.

Suy ra $[\vec{BG}, \vec{MC}] = (-\sqrt{2}; 0; 3\sqrt{2}), d(BG, MC) = \frac{|[\vec{BG}, \vec{MC}] \cdot \vec{BM}|}{|[\vec{BG}, \vec{MC}]|} = \frac{2}{\sqrt{14}}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2943. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại $C, CC' = CA = x$. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, B'C'$ và AA' . Tìm độ dài cạnh x sao cho bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối tứ diện $CDEF$ bằng $\frac{\sqrt{179}}{20}$.

A. $x = 1$.

B. $x = \sqrt{3}$.

C. $x = 2$.

D. $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

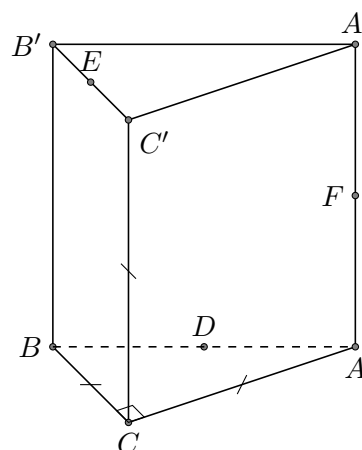
Lời giải.

Gán hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $C(0; 0; 0)$ trùng với gốc tọa độ và $A(x; 0; 0)$, $B(0; x; 0)$, $C'(0; 0; x)$.

Khi đó $A'(x; 0; x)$, $B'(0; x; x)$ và $D\left(\frac{x}{2}; \frac{x}{2}; 0\right)$, $F\left(x; 0; \frac{x}{2}\right)$, $E\left(0; \frac{x}{2}; x\right)$.

Giả sử $I(a; b; c)$, R lần lượt là tâm, bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $CDEF$. Từ đó ta có $IC = ID = IE = IF$.

Ta có hệ phương trình



$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = \left(a - \frac{x}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{x}{2}\right)^2 + c^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 = (a - x)^2 + b^2 + \left(c - \frac{x}{2}\right)^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 = a^2 + \left(b - \frac{x}{2}\right)^2 + (c - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = \frac{x}{2} \\ 2a + c = \frac{5x}{4} \\ b + 2c = \frac{5x}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7x}{20} \\ b = \frac{3x}{20} \\ c = \frac{11x}{20} \end{cases}$$

Suy ra $I\left(\frac{7x}{20}; \frac{3x}{20}; \frac{11x}{20}\right)$, và $R = IC = \frac{x\sqrt{179}}{20}$.

Theo giả thiết $R = \frac{\sqrt{179}}{20}$, suy ra $x = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2944. Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, SM vuông góc với đáy và $SM = 2$. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng SN và MP .

A. $h = 1$.

B. $h = 2$.

C. $h = \frac{1}{3}$.

D. $h = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

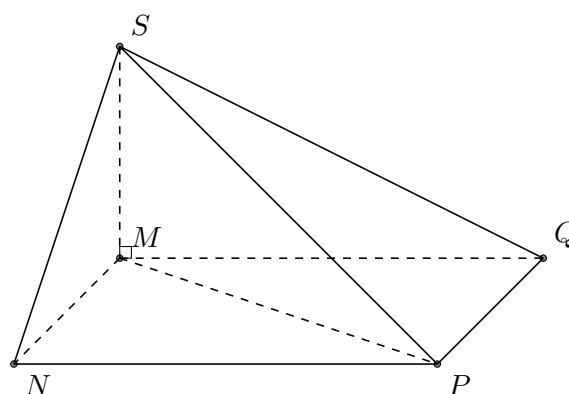
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $M(0; 0; 0)$, $S(0; 0; 2)$,

$N(1; 0; 0)$, $Q(0; 1; 0)$. Lúc đó $P(1; 1; 0)$, $\overrightarrow{SN} = (1; 0; -2)$,

$\overrightarrow{MP} = (1; 1; 0)$ và $\overrightarrow{MN} = (1; 0; 0)$.

Suy ra $[\overrightarrow{SN}, \overrightarrow{MP}] = (2; -2; 1)$, do đó

$$h = \frac{|[\overrightarrow{SN}, \overrightarrow{MP}] \cdot \overrightarrow{MN}|}{|[\overrightarrow{SN}, \overrightarrow{MP}]|} = \frac{2}{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 2945. Cho hình lập phương $MNPQ.M'N'P'Q'$ có E, F, G lần lượt là trung điểm của $NN', PQ, M'Q'$. Tính góc giữa hai đường thẳng EG và $P'F$.

A. 45° .

B. 30° .

C. 90° .

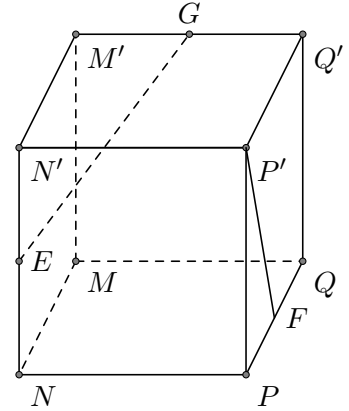
D. 60° .

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $M(0;0;0)$, $N(1;0;0)$, $Q(0;1;0)$ và $M'(0;0;1)$. Lúc đó $P(1;1;0)$, $N'(1;0;1)$, $Q'(0;1;1)$ và $P'(1;1;1)$.

Vì E, F, G lần lượt là trung điểm NN', PQ và $M'Q'$ nên $E\left(1;0;\frac{1}{2}\right)$, $F\left(\frac{1}{2};1;0\right)$ và $G\left(0;\frac{1}{2};1\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{EG} = \left(-1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{P'F} = \left(-\frac{1}{2}; 0; -1\right)$, do đó $\overrightarrow{EG} \cdot \overrightarrow{P'F} = 0$ hay $(EG, P'F) = 90^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 2946. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , $AC = 3$, $BC = 1$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 4$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . H là điểm đối xứng với C qua M . Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SHB) và (SBC) .

A. $\frac{3\sqrt{10}}{85}$.

B. $\frac{3\sqrt{17}}{80}$.

C. $\frac{3\sqrt{17}}{85}$.

D. $\frac{3\sqrt{10}}{80}$.

Lời giải.

Chọn hệ tọa độ $Cxyz$ như hình vẽ, khi đó ta có $C(0;0;0)$, $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$, $S(3;0;4)$, $H(3;1;0)$.

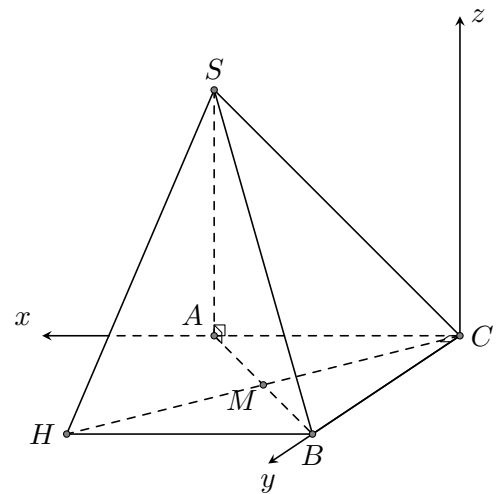
$$\overrightarrow{CB} = (0;1;0), \overrightarrow{CS} = (3;0;4) \Rightarrow [\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CS}] = (4;0;-3)$$

$$\overrightarrow{BS} = (3;0;0), \overrightarrow{BH} = (3;-1;4) \Rightarrow [\overrightarrow{BS}, \overrightarrow{BH}] = (0;12;3)$$

Từ đó suy ra các mặt phẳng (SBC) và (SHB) lần lượt có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (4;0;-3)$ và $\vec{n}_2 = (0;4;1)$.

Gọi α là góc giữa các mặt phẳng (SBC) và (SHB) , khi đó

$$\cos \alpha = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{3}{5\sqrt{17}} = \frac{3\sqrt{17}}{85}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 2947. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$, $C(-1;-1;0)$, $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' thỏa: $\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất?

A. $16x + 40y - 44z + 39 = 0$.

B. $16x + 40y + 44z - 39 = 0$.

C. $16x - 40y - 44z + 39 = 0$.

D. $16x - 40y - 44z - 39 = 0$.

Lời giải.

$$\frac{V_{ABCD}}{V_{AB'C'D'}} = \frac{AB}{AB'} \cdot \frac{AC}{AC'} \cdot \frac{AD}{AD'} \leq \left(\frac{\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'}}{3} \right)^3 = \frac{64}{27}.$$

$$\Rightarrow V_{AB'C'D'} \geq \frac{27}{64} V_{ABCD}.$$

$$\text{Dấu} = \text{xảy ra khi: } \frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{AD}{AD'} = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} (B'C'D') \parallel (BCD) \\ \overrightarrow{AB'} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB}. \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{BC} = (-3; -1; -2) \\ \overrightarrow{BD} = (-2; 3; 2) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{(B'C'D')} = (4; 10; -11).$$

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{AB'} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AB} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2} \right) \Rightarrow B' \left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}; \frac{7}{2} \right).$$

Vậy phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ là $16x + 40y - 44z + 39 = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2948. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3$, $AC = 4$, $AA' = \frac{\sqrt{61}}{2}$. Hình chiếu của B' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh BC , M là trung điểm cạnh $A'B'$. Cosin của góc tạo bởi mặt phẳng (AMC') và mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\frac{11}{\sqrt{3157}}$. B. $\frac{\sqrt{13}}{65}$. C. $\frac{33}{\sqrt{3517}}$. D. $\frac{33}{\sqrt{3157}}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm BC , theo giả thiết ta có $B'H \perp (ABC)$.

Mặt khác ta lại có tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3$, $AC = 4$ nên $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 5$.

Xét tam giác vuông $B'BH$ ta có

$$B'H^2 = \sqrt{BB'^2 - B'H^2} = 3.$$

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có A trùng với O như hình vẽ. Với $A(0; 0; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(0; 3; 0)$, khi đó trung điểm H của BC là $H\left(\frac{3}{2}; 2; 0\right)$.

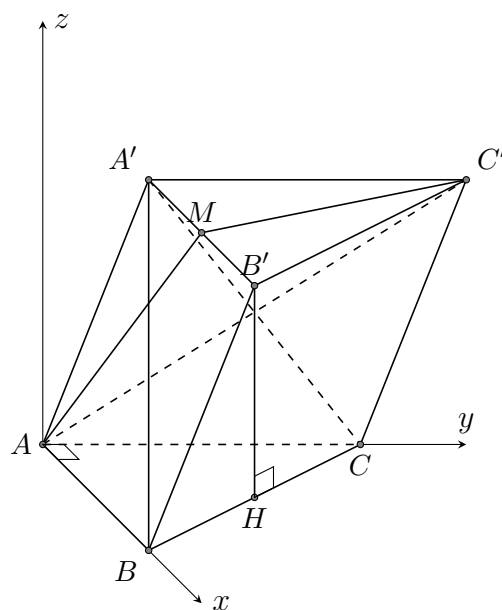
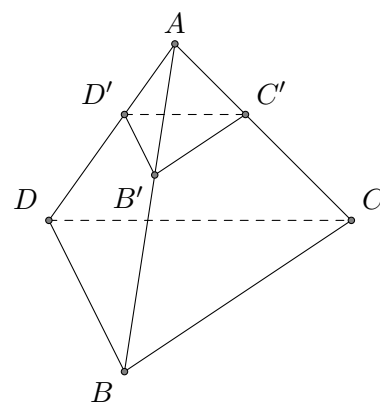
Mặt khác theo giả thiết ta có $AA' = BB' = \frac{\sqrt{61}}{2}$ nên $B'\left(\frac{3}{2}; 2; 3\right)$.

Do $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'}$ nên $A'\left(-\frac{3}{2}; 2; 3\right)$; $C'\left(-\frac{3}{2}; 6; 3\right) \Rightarrow M(0; 2; 3)$.

$\overrightarrow{AM} = (0; 2; 3)$; $\overrightarrow{AC'} = \left(-\frac{3}{2}; 6; 3\right)$ nên vectơ pháp tuyến của (MAC') là $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC'}] = \left(-12; -\frac{9}{2}; 3\right)$.

$\overrightarrow{A'B} = \left(\frac{9}{2}; -2; -3\right)$; $\overrightarrow{A'C} = \left(\frac{3}{2}; 2; -3\right)$ nên vectơ pháp tuyến của $(A'BC)$ là $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'C}] = (12; 9; 12)$.

Gọi φ là góc tạo bởi mặt phẳng (AMC') và mặt phẳng $(A'BC)$, ta có



$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{\left| 12 \cdot (-12) + 9 \cdot \left(-\frac{9}{2}\right) + 12 \cdot 3 \right|}{\sqrt{(-12)^2 + \left(-\frac{9}{2}\right)^2 + 3^2} \cdot \sqrt{9^2 + 12^2 + 12^2}} = \frac{33}{\sqrt{3157}}.$$

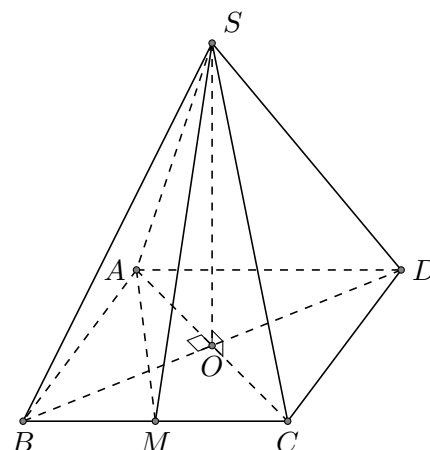
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2949.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của cạnh BC , α là góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAM) . Tính giá trị $\sin \alpha$.

- A. $\frac{\sqrt{21}}{11}$. B. $\frac{\sqrt{22}}{11}$.
C. $\frac{\sqrt{12}}{11}$. D. $\frac{2\sqrt{22}}{11}$.



Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$. Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Mặt khác $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên

$$OA = OC = OB = OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Xét tam giác SOA vuông tại O

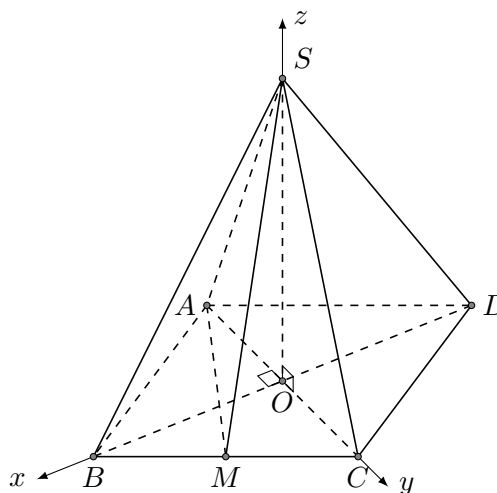
$$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Khi đó, tọa độ các điểm là $B\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0; 0\right)$,

$C\left(0; \frac{a\sqrt{2}}{2}; 0\right)$, $S\left(0; 0; \frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$, $A\left(0; -\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0\right)$,

$D\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0; 0\right)$ và $M\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}; \frac{a\sqrt{2}}{4}; 0\right)$.



Ta có $\vec{SD} = \left(-\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0; -\frac{a\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow \vec{u} = (1; 0; 1)$ là véc-tơ chỉ phương của SD .

Mặt khác $\vec{SA} = \left(0; -\frac{a\sqrt{2}}{2}; -\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$, $\vec{AM} = \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}; \frac{3a\sqrt{2}}{4}; 0\right) \Rightarrow [\vec{SA}, \vec{AM}] = \left(\frac{3a^2}{4}; -\frac{a^2}{4}; \frac{a^2}{4}\right)$

$\Rightarrow \vec{n} = (3; -1; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAM) .

$$\text{Khi đó } \sin \alpha = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|3 + 0 + 1|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{11}} = \frac{2\sqrt{22}}{11}.$$

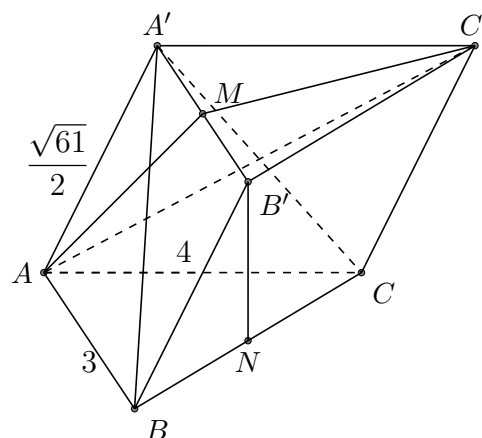
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2950.

Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 3$, $AC = 4$, $AA' = \frac{\sqrt{61}}{2}$; hình chiếu của B' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh BC . Gọi M là trung điểm cạnh $A'B'$ (tham khảo hình vẽ bên). Cô-sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC') và $(A'BC)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{13}}{65}$. B. $\frac{11}{\sqrt{3157}}$. C. $\frac{33}{\sqrt{3157}}$. D. $\frac{33}{\sqrt{3517}}$.



Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ gốc A như hình vẽ.

Khi đó $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $C(0; 4; 0)$.

Gọi N là trung điểm $BC \Rightarrow N\left(\frac{3}{2}; 2; 0\right)$.

$NB' = \sqrt{BB'^2 - BN^2} = 3 \Rightarrow B'\left(\frac{3}{2}; 2; 3\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} \Rightarrow A'\left(-\frac{3}{2}; 2; 3\right)$.

Tương tự $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BB'} \Rightarrow C'\left(-\frac{3}{2}; 6; 3\right)$.

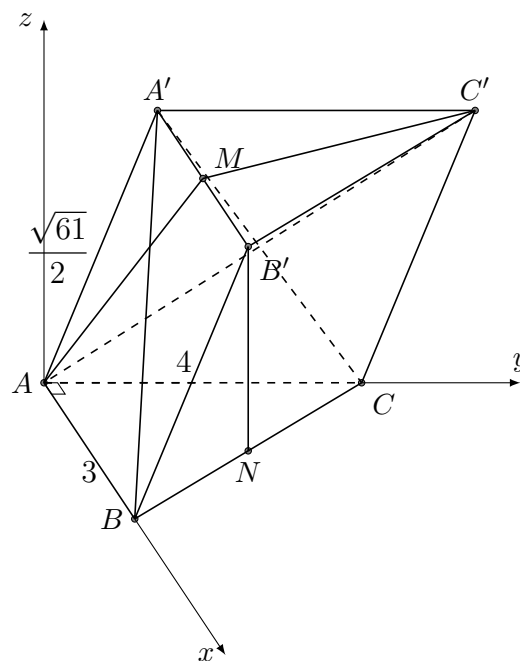
Khi đó $M(0; 2; 3)$.

$\overrightarrow{AM} = (0; 2; 3)$; $\overrightarrow{AC'} = \left(-\frac{3}{2}; 6; 3\right)$

$\Rightarrow [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC'}] = \left(-12; -\frac{9}{2}; 3\right)$.

$\overrightarrow{A'B} = \left(\frac{9}{2}; -2; -3\right)$; $\overrightarrow{A'C} = \left(\frac{3}{2}; 2; -3\right)$

$\Rightarrow [\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'C}] = (12; 9; 12)$.



Hai mặt phẳng (AMC') và $(A'BC)$ lần lượt nhận hai véc-tơ $\vec{n}_1 = (-8; -3; 2)$ và $\vec{n}_2 = (4; 3; 4)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

$$\Rightarrow \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{33}{\sqrt{3157}}$$

$\Rightarrow$ Cô-sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC') và $(A'BC)$ bằng $\frac{33}{\sqrt{3157}}$.

Chọn đáp án 

□

Câu 2951. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a$, $BC = 2a$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, $SA = 2a$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng BD và SC .

- A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. B. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $d = \frac{3a}{2}$. D. $d = \frac{2a}{3}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(0;0;0)$, $B(0;a;0)$, $D(2a;0;0)$, $S(0;0;2a)$. Suy ra $C(2a;a;0)$.

Ta có

$$d(BD, SC) = \frac{|[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC}] \cdot \overrightarrow{SB}|}{|[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC}]|}. \quad (1)$$

Trong đó,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BD} &= (2a; -a; 0), \\ \overrightarrow{SC} &= (2a; a; -2a), \\ \Rightarrow [\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC}] &= (2a^2; 4a^2; 4a^2). \\ \overrightarrow{SB} &= (0; a; -2a). \end{aligned}$$

$$\text{Từ (1) ta có } d = \frac{|4a^3 - 8a^3|}{\sqrt{4a^4 + 16a^4 + 16a^4}} = \frac{4a^3}{6a^2} = \frac{2a}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2952. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . M, N là hai điểm thỏa $\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB'} = \vec{0}$; $\overrightarrow{NB'} = 3\overrightarrow{NC'}$. Biết hai mặt phẳng (MCA) và (NAB) vuông góc nhau. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{9a^3\sqrt{2}}{8}$.

B. $\frac{9a^3\sqrt{2}}{16}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải.

Giả sử $AA' = BB' = CC' = x$, với $x > 0$.

Gọi O là trung điểm BC . Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình bên. Khi đó tọa độ các điểm là $A\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right)$,

$$B\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right), C\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right), N(-a; 0; x), M\left(\frac{a}{2}; 0; \frac{2x}{3}\right).$$

Véc-tơ pháp tuyến của mp(NAB) là:

$$\vec{n}_1 = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BN}] = \left(-\frac{xa\sqrt{3}}{2}; -\frac{xa}{2}; -\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}\right).$$

Véc-tơ pháp tuyến của mp(MAC) là:

$$\vec{n}_2 = [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CM}] = \left(-\frac{xa\sqrt{3}}{3}; \frac{xa}{3}; \frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right).$$

Hai mặt phẳng (MCA) và (NAB) vuông góc nhau nên ta có:

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot \frac{a^2}{2} - x^2 \cdot \frac{a^2}{6} - \frac{9a^4}{8} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3a\sqrt{6}}{4}.$$

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

$$V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a\sqrt{6}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{16}.$$

Chọn đáp án **C**

□

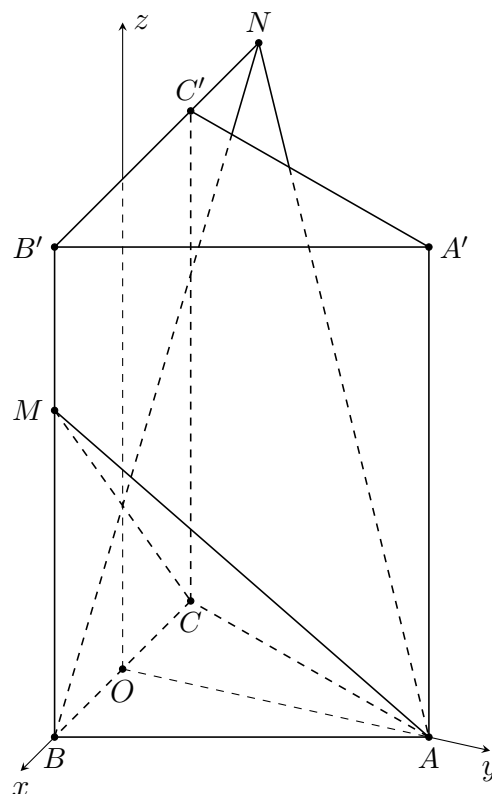
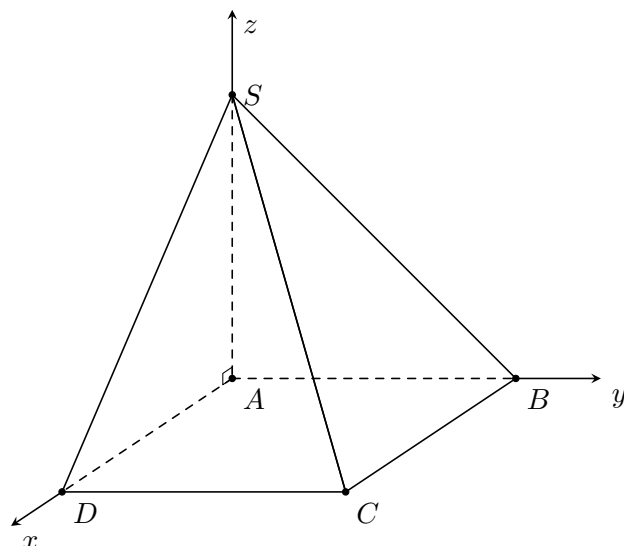
Câu 2953. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = 2AD = 2a$, SA vuông góc với đáy. Góc giữa cạnh bên SB và đáy là 45° . Bán kính mặt cầu tâm A cắt mặt phẳng (SBD) theo một đường tròn bán kính bằng a là

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{30}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{11}}{2\sqrt{3}}$.

D. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.



Lời giải.

AB là hình chiếu của SB trên $(ABCD)$ nên

$$(\widehat{SB, (ABCD)}) = \widehat{SBA} = 45^\circ \Rightarrow SA = AB \cdot \tan 45^\circ = 2a.$$

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho điểm A trùng với điểm O , các điểm B, D, S lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz . Ta có $A(0; 0; 0), B(2a; 0; 0), D(0; a; 0), S(0; 0; 2a)$. Phương trình mặt phẳng (SBD) là

$$\frac{x}{2a} + \frac{y}{a} + \frac{z}{2a} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + z - 2a = 0$$

$$\text{Ta có } d(A, (SBD)) = \frac{|0 + 2 \cdot 0 + 0 - 2a|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{2a}{\sqrt{6}}.$$

$$\text{Khi đó } R = \sqrt{r^2 + d^2(A, (SBD))} = \frac{a\sqrt{15}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2954. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a, AC = a\sqrt{2}$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC) bằng 60° và hình chiếu của A lên $(A'B'C')$ là trung điểm H của đoạn thẳng $A'B'$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A.HB'C'$ theo a .

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}.$

B. $\frac{3a\sqrt{6}}{8}.$

C. $\frac{a\sqrt{62}}{8}.$

D. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}.$

Lời giải.

Gọi M là trung điểm $B'C'$ và N là hình chiếu của H trên $B'C'$. Ta

$$\bullet \begin{cases} B'C' \perp HN \\ B'C' \perp AH \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (AHN) \Rightarrow B'C' \perp AN.$$

$$\bullet \begin{cases} (AB'C') \cap (A'B'C') = B'C' \\ B'C' \perp HN \\ B'C' \perp AN \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((A'B'C'), (AB'C')) = \widehat{ANH} = 60^\circ$$

$$\text{Ta có } B'C' = \sqrt{A'B'^2 + A'C'^2} = a\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{HN^2} = \frac{1}{HB'^2} + \frac{1}{HM^2} \Rightarrow HN = \frac{a\sqrt{6}}{6} \text{ và } AH = HN \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

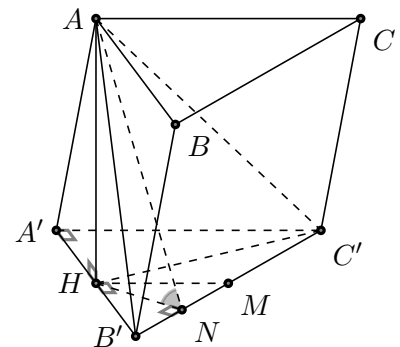
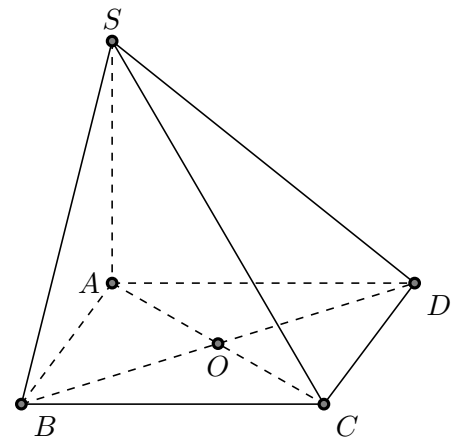
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho H trùng với O các điểm B', M, A lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz .

$$\text{Ta có } H(0; 0; 0), B'\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right), A\left(0; 0; \frac{a\sqrt{2}}{2}\right), C'\left(-\frac{a}{2}; a\sqrt{2}; 0\right).$$

Gọi $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2Ax - 2By - 2Cz + D = 0$ là phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AHB'C'$. Ta có

$$\begin{cases} D = 0 \\ 2A \cdot \frac{a}{2} = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \\ 2C \cdot a\sqrt{2} = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \\ 2A \cdot \left(-\frac{a}{2}\right) + 2B \cdot a\sqrt{2} = \left(-\frac{a}{2}\right)^2 + (a\sqrt{2})^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{a}{4} \\ B = \frac{5}{4\sqrt{2}} \\ C = \frac{a}{2\sqrt{2}} \\ D = 0. \end{cases}$$

$$\text{Bán kính } R = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2 - D} = \frac{a\sqrt{62}}{8}.$$

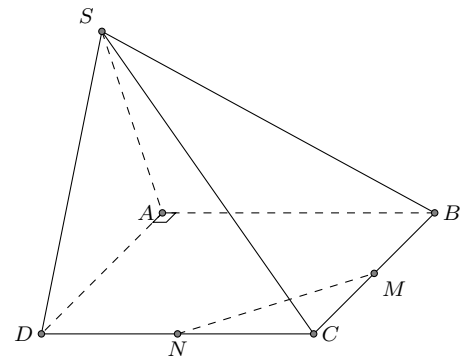


Chọn đáp án **C**

□

Câu 2955.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD (tham khảo hình vẽ bên). Tính bán kính R của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$.

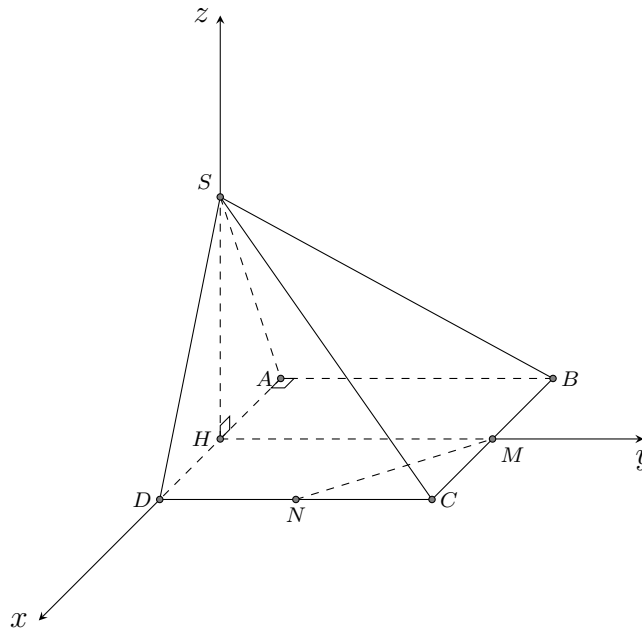


$$\text{A. } R = \frac{a\sqrt{93}}{12}.$$

$$\text{B. } R = \frac{a\sqrt{37}}{6}.$$

$$\text{C. } R = \frac{a\sqrt{29}}{8}.$$

$$\text{D. } R = \frac{5a\sqrt{3}}{12}.$$

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AD . Khi đó, $SH \perp (ABCD)$. Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Lấy độ dài $a = 1$ ta xác định được tọa độ các điểm $H(0; 0; 0)$, $D\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$, $M(0; 1; 0)$, $C\left(\frac{1}{2}; 1; 0\right)$,

$$N\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), S\left(0; 0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

Gọi $I(x; y; z)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$, ta có

$$IC^2 = IM^2 = IN^2 = IS^2 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = x^2 + (y - 1)^2 + z^2 \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + z^2 \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = x^2 + y^2 + \left(z - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ y = \frac{3}{4} \\ z = \frac{5}{4\sqrt{3}} \end{cases}. \text{ Suy ra}$$

$$R = IM = \sqrt{\frac{1}{4^2} + \left(\frac{3}{4} - 1\right)^2 + \left(\frac{5}{4\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\sqrt{93}}{12}. \text{ Vậy } R = \frac{a\sqrt{93}}{12}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2956. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Biết góc giữa đường thẳng A_1C và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách giữa đường thẳng B_1C và C_1D theo a .

A. $\frac{4a\sqrt{51}}{17}$.

B. $\frac{a\sqrt{51}}{17}$.

C. $\frac{2a\sqrt{51}}{17}$.

D. $\frac{8a\sqrt{51}}{17}$.

Lời giải.

Ta có $C_1D \parallel B_1A \Rightarrow C_1D \parallel (AB_1C)$
 $\Rightarrow d(C_1D, B_1C) = d(C_1D, (AB_1C)) = d(C_1, (AB_1C))$. $AA_1 \perp (ABCD)$ suy ra AC là hình chiếu của A_1C lên mặt phẳng $(ABCD)$. Do đó góc tạo bởi A_1C và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{A_1CA}$.

$$\text{Ta có } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{AD^2 + AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a.$$

Xét tam giác AA_1C có

$$AA_1 = AC \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3}a.$$

Chọn hệ trục với $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;a\sqrt{3};0)$,
 $C(a;a\sqrt{3};0)$, $A_1(0;0;2a\sqrt{3})$, $D_1(0;a\sqrt{3};2a\sqrt{3})$,
 $B_1(a;0;2a\sqrt{3})$; $C_1(a;a\sqrt{3};2a\sqrt{3})$.

Ta có $\overrightarrow{AB_1} = (a;0;2a\sqrt{3})$, $\overrightarrow{AC} = (a;a\sqrt{3};0)$, $[\overrightarrow{AB_1}, \overrightarrow{AC}] = (-6a^2; 2\sqrt{3}a^2; \sqrt{3}a^2)$. Mặt phẳng (AB_1C) qua ba điểm A, B_1, C .

Khi đó mặt phẳng (AB_1C) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (-6, 2\sqrt{3}; \sqrt{3})$. Phương trình mặt phẳng (AB_1C) : $-6x + 2\sqrt{3}y + \sqrt{3}z = 0$.

Khoảng cách từ C_1 đến (AB_1C) là

$$d(C_1, (AB_1C)) = \frac{|-6 \cdot a + 2\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot 2a\sqrt{3}|}{\sqrt{(-6)^2 + (2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2}} = \frac{2a\sqrt{51}}{17}.$$

Chọn đáp án **C**

□

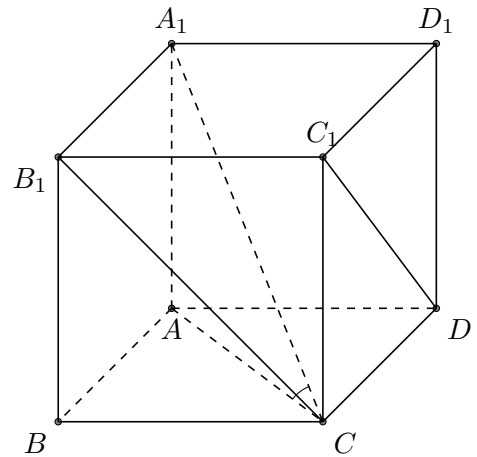
Câu 2957. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm của $A'B', A'D'$ và BC . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (MNQ) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Cho độ dài $a = 2$, ta chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (1; -1; 0)$, $\overrightarrow{MQ} = (2; 0; -2)$,

$$[\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{MQ}] = (2; 2; 2) = 2(1; 1; 1).$$

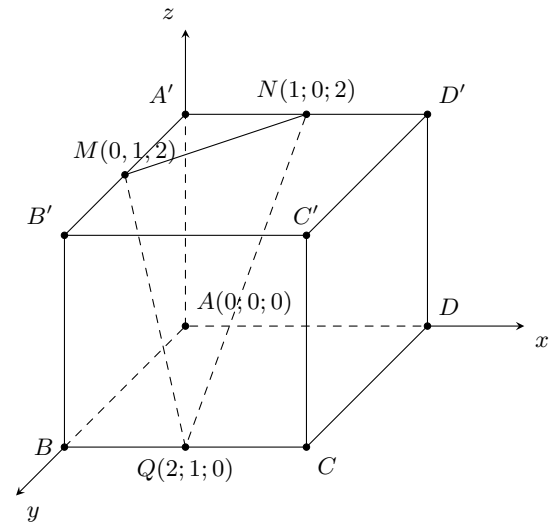
Mặt phẳng (MNQ) qua M có vectơ chỉ phương $[\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{MQ}]$.

Suy ra phương trình mặt phẳng (MNQ) là

$$x + y + z - 3 = 0.$$

$$d[A, (MNQ)] = \frac{|-3|}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } d[A, (MNQ)] = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 2958. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 2\sqrt{3}a$, $BC = a$, $AA' = \frac{3a}{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $B'C$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$.

B. $\frac{3\sqrt{10}a}{20}$.

C. $\frac{3a}{4}$.

D. $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$.

Lời giải.

Coi $a = 1$. Chọn hệ trục tọa độ $Bxyz$ sao cho $B(0;0;0)$ là gốc tọa độ, $A(2\sqrt{3};0;0)$, $C(0;1;0)$, $B'(0;0;\frac{3}{2})$ (như hình vẽ ở bên). Suy

ra $C'(0;1;\frac{3}{2})$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AC'} = (-2\sqrt{3}; 1; \frac{3}{2}); \overrightarrow{B'C} = (0; 1; -\frac{3}{2})$$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{B'C}] = (-3; -3\sqrt{3}; -2\sqrt{3}).$$

$$\text{Lại có } \overrightarrow{CC'} = (0; 0; \frac{3}{2}) \Rightarrow d(AC; B'C) = \frac{|[\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{B'C}] \cdot \overrightarrow{CC'}|}{|[\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{B'C}]|} = \frac{2\sqrt{3} \cdot \frac{3}{2}}{\sqrt{9 + 27 + 12}} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Vậy } d(AC; B'C) = \frac{3a}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2959. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 5)$. Gọi M là điểm di động trên (P) . Giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{MA + 2\sqrt{3}}{MB}$ bằng

A. $3\sqrt{3} + \sqrt{78}$.

B. $\sqrt{54 + 6\sqrt{78}}$.

C. $8\sqrt{2}$.

D. $6\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $A \in (P)$, $B \notin (P)$, $AB = 2\sqrt{3}$.

Áp dụng định lí sin trong $\triangle MAB$ được

$$T = \frac{MA + 2\sqrt{3}}{MB} = \frac{MA + AB}{MB} = \frac{6 \sin B + \sin M}{\sin A} = \frac{2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B-M}{2}}{2 \cos \frac{A}{2} \sin \frac{A}{2}} \leq \frac{1}{\sin \frac{A}{2}}.$$

Khi đó T lớn nhất khi và chỉ khi $\sin \frac{A}{2}$ nhỏ nhất hay $\hat{A} = (AB, (P))$.

Do đó $P = \sqrt{54 + 6\sqrt{78}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2960. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(2; -2; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 1$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S) đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AM} = 6$. Điểm M luôn thuộc mặt phẳng nào dưới đây?

A. $2x - 2y - 6z + 9 = 0$.

B. $2x - 2y + 6z - 9 = 0$.

C. $2x + 2y + 6z + 9 = 0$.

D. $2x - 2y + 6z + 9 = 0$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y; z)$, ta có $\overrightarrow{OM} = (x; y; z)$, $\overrightarrow{AM} = (x - 2; y + 2; z - 2)$.

$$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AM} = 6 \Leftrightarrow (T): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 6 = 0.$$

Suy ra, điểm M vừa nằm trên mặt cầu (S) tâm $I(0; 0; -2)$ bán kính $R_1 = 1$ và vừa nằm trên mặt cầu (T) tâm $J(1; -1; 1)$ bán kính $R_2 = 3$. Do đó, M thuộc phần giao của hai mặt cầu (S) và (T) .

Mà $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4z + 3 = 0$, lấy $(S) - (T)$ ta được

$$2x - 2y + 6z + 9 = 0$$

Vậy điểm M luôn thuộc mặt phẳng $2x - 2y + 6z + 9 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2961. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 4; 9)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm M và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác O) sao cho $OA + OB + OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách d từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{36}{7}$.

B. $d = \frac{24}{5}$.

C. $d = \frac{8}{3}$.

D. $d = \frac{26}{\sqrt{14}}$.

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$, với $a, b, c > 0$ khi đó mặt phẳng (P) có phương trình

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

Vì (P) qua $M(1; 4; 9)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c} = 1$.

Áp dụng bất đẳng thức BCS cho hai bộ $(\sqrt{a}\sqrt{b}; \sqrt{c})$ và $(\frac{1}{\sqrt{a}}; \frac{2}{\sqrt{b}}; \frac{3}{\sqrt{c}})$ ta được

$$(1 + 2 + 3)^2 \leq (a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c} \right) \Leftrightarrow a + b + c \geq 36. \quad (1)$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } \begin{cases} \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} \\ \frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 12 \\ c = 18. \end{cases}$$

Mặt khác $OA + OB + OC = a + b + c$, từ (1) suy ra tổng $OA + OB + OC$ nhỏ nhất bằng 36 khi $a = 6, b = 12, c = 18$.

$$\text{Suy ra } (P): \frac{x}{6} + \frac{y}{12} + \frac{z}{18} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 36 = 0, \text{ nên } d(O, (P)) = \frac{36}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{36}{7}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2962. Cho x, y, z, a, b, c là ba số thực thay đổi thỏa mãn $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 1$ và $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2$.

A. $\sqrt{3} - 1$.

B. $\sqrt{3} + 1$.

C. $4 - 2\sqrt{3}$.

D. $4 + 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

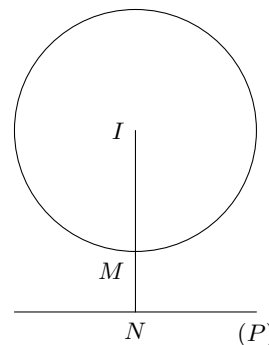
Gọi $M(x; y; z), N(a; b; c)$. Khi đó M thuộc mặt cầu tâm $I(-1; -1; 2)$ bán kính $R = 1$ và N thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$.

$$\text{Suy ra } P = (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = MN^2. \quad (1)$$

Ta có $MN = IN - R$, nên MN nhỏ nhất khi N là hình chiếu của I lên (P) .

$$\text{Mà } IN = d(I, (P)) = \frac{|-1 - 1 + 2 - 3|}{\sqrt{1 + 1 + 1}} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } P_{\min} = (IN - R)^2 = (\sqrt{3} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **C** □

Câu 2963. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = \left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$. B. $\vec{n} = (2; 3; 6)$. C. $\vec{n} = (6; 3; 2)$. D. $\vec{n} = (3; 2; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (P): \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1. \text{ Suy ra } (P): 2x + 3y + 6z = 6.$$

Do đó ta có véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (2; 3; 6)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2964. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(2; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC .

A. $x - y - z = 0$. B. $2x + y + z - 6 = 0$. C. $2x + y + z + 6 = 0$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$.

Lời giải.

Vì tứ diện $OABC$ có các cạnh đôi một vuông góc tại O và H là trực tâm tam giác ABC nên $OH \perp (ABC)$.

Do đó $\vec{OH} = (2; 1; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (ABC) và $H(2; 1; 1)$ thuộc (ABC) nên phương trình mặt phẳng (ABC) là $2(x - 2) + (y - 1) + (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + z - 6 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2965. Trong không gian cho điểm $M(1; -3; 2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$?

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (α) cần tìm cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $a, b, c \neq 0$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (α) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$\text{Do } (\alpha) \text{ đi qua } M(1; -3; 2) \text{ nên } \frac{1}{a} - \frac{3}{b} + \frac{2}{c} = 1. \quad (*)$$

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác, do } OA = OB = OC \neq 0 \text{ nên } |a| = |b| = |c| \neq 0 \Rightarrow & \begin{cases} a = b = c & (1) \\ a = b = -c & (2) \\ a = -b = c & (3) \\ a = -b = -c & (4) \end{cases} \end{aligned}$$

Thay (1) vào (*), phương trình vô nghiệm.

Thay (2) vào (*), ta thu được $a = -4$.

Thay (3) vào (*), ta thu được $a = 6$.

Thay (4) vào (*), ta thu được $a = 2$.

Vậy có 3 mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (B) □

Câu 2966. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oxz) là

A. $x = y$.

B. $y = z$.

C. $z = 0$.

D. $y = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxz) qua điểm $O(0;0;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{j} = (0;1;0)$ nên có phương trình $y = 0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2967. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3)$ và $B(3;-2;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

A. $2x - 2y - z + 4 = 0$.

B. $2x + 2y - z = 0$.

C. $2x + 2y - z + 4 = 0$.

D. $2x - 2y - z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua trung điểm $I(1;0;2)$ của đoạn AB và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (4;-4;-2)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$4(x-1) - 4y - 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y - z = 0.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 2968. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, $B(4;-3;1)$ và $C(1;1;2)$. Đường phân giác trong của góc A có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -3 - 4t \\ z = 6 + 5t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -3 + 4t \\ z = 6 + 5t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 4t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$

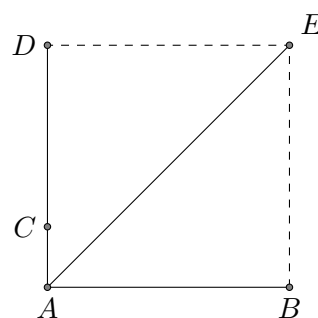
Lời giải.

Ta có

$$\overrightarrow{AB} = (3; -4; 0), \overrightarrow{AC} = (0; 0; 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}.$$

Đặt $\vec{u} = (0; 0; 5)$. Ta có $\vec{u}$ cùng hướng với $\overrightarrow{AC}$ và $|\vec{u}| = 5 = |\overrightarrow{AB}|$.

Gọi E là điểm xác định bởi



$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \vec{u} = (3; -4; 5)$$

thì AE chính là đường phân giác trong của góc A của $\triangle ABC$. Vậy phương trình của đường phân giác cần tìm là

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 4t \\ z = 1 + 5t \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -3 - 4t \\ z = 6 + 5t \end{cases}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 2969. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2)$, $B(3;2;0)$, $C(0;2;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x - 3y + 6z + 12 = 0$.

B. $2x + 3y - 6z - 12 = 0$.

C. $2x - 3y + 6z = 0$.

D. $2x + 3y + 6z + 12 = 0$.

Lời giải.Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; 4; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (-3; 4; 3)$.Gọi $\vec{n}$ là vector pháp tuyến của (ABC) . Khi đó ta có $\vec{n} \perp \overrightarrow{AB}$ và $\vec{n} \perp \overrightarrow{AC}$.Nên chọn $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (4; -6; 12)$. (ABC) qua $A(3; -2; -2)$ có vector pháp tuyến $\vec{n}$

$$\Rightarrow (ABC): 4(x - 3) - 6(y + 2) + 12(z + 2) = 0$$

$$\Rightarrow (ABC): 2x - 3y + 6z = 0.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 2970.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 3; 1)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(1; 1; -2)$. H là trực tâm của tam giác ABC , độ dài đoạn OH bằng

A. $\frac{\sqrt{870}}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{870}}{14}$.

C. $\frac{\sqrt{870}}{15}$.

D. $\frac{\sqrt{870}}{16}$.

Lời giải.Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -1; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; -2; -3)$, $\overrightarrow{BC} = (2; -1; -2)$.Giả sử $H(a; b; c)$ là trực tâm của $\triangle ABC$. Khi đó ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \\ (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a - 2) - (b - 3) - 2(c - 1) = 0 \\ -(a + 1) - 2(b - 2) - 3c = 0 \\ a - 2 - 8(b - 3) + 5(c - 1) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{15} \\ b = \frac{29}{15} \\ c = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{OH}| = \sqrt{\left(\frac{2}{15}\right)^2 + \left(\frac{29}{15}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{870}}{15}.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 2971.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; 0; 6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (α) .

A. $(\beta): x + 2y + 2z - 13 = 0$.

B. $(\beta): x + 2y + 2z - 15 = 0$.

C. $(\beta): x + 2y + 2z + 15 = 0$.

D. $(\beta): x + 2y + 2z + 13 = 0$.

Lời giải.Do $(\beta) \parallel (\alpha)$ nên phương trình mặt phẳng (β) có dạng $x + 2y + 2z + c = 0$ ($c \neq -1$).Do (β) đi qua điểm M nên $1 + 0 + 12 + c = 0 \Rightarrow c = -13$.Vậy phương trình mặt phẳng (β) là $x + 2y + 2z - 13 = 0$.Chọn đáp án **A** □**Câu 2972.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x + y - z - 1 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 4$. Xác định bán kính r của đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S) .

A. $r = \frac{2\sqrt{42}}{3}$.

B. $r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $r = \frac{2\sqrt{15}}{3}$.

D. $r = \frac{2\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; -2)$ và bán kính $R = 2$.

$$\text{Ta có } d(I, (\alpha)) = \frac{|2 + 1 + 2 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} < R.$$

Khi đó mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r là

$$r^2 = R^2 - d^2(I, (\alpha)) = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow r = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2973. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 5)$ có phương trình là

A. $15x + 5y + 3z + 15 = 0$.

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} + 1 = 0$.

C. $x + 3y + 5z = 1$.

D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1$.

Lời giải.

Mặt phẳng qua điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ có phương trình là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2974. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; -1)$ và $B(2; 1; 3)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

A. $x + 2z - 3 = 0$.

B. $2x + y - 3 = 0$.

C. $x + y + z - 3 = 0$.

D. $x + 2y - 3 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $M(1; 1; 1)$ của đoạn AB và nhận $\vec{n} = \overrightarrow{MB} = (1; 0; 2)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình $x + 2z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2975. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (1; 0; -2)$.

B. $\vec{n}_2 = (1; -2; 1)$.

C. $\vec{n}_3 = (1; -2; 0)$.

D. $\vec{n}_4 = (-1; 2; 0)$.

Lời giải.

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 0; -2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2976. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa trục Oy và điểm $M(1; -1; 1)$ là

A. $x + z = 0$.

B. $x - y = 0$.

C. $x + y = 0$.

D. $x - z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng chứa trục Oy có dạng $(\alpha): Ax + Cz = 0$.

Do $M \in (\alpha)$ nên $A \cdot 1 + C \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow C = -A$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $(\alpha): x - z = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2977. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Biết thiết diện của mặt phẳng (P) với khối cầu (S) là hình tròn có diện tích bằng π . Viết phương trình của mặt cầu (S) .

A. $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 8$.

B. $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 3$.

C. $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$.

D. $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 2$.

Lời giải.

Bán kính của hình tròn là $\pi = \pi r^2 \Rightarrow r = 1$.

Khoảng cách từ I đến (P) là $d = d[I, (P)] = \frac{|x_I + y_I + z_I + 4|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \sqrt{3}$.

Bán kính khối cầu (S) là $R = \sqrt{d^2 + r^2} = 2$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2978. Tính khoảng cách từ điểm $M(1; -1; 3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$.

A. 3.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $\frac{10}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải.

Ta có $d[M, (P)] = \frac{|2 \cdot 1 - (-1) + 2 \cdot 3 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{10}{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2979. Tìm phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 4; -3)$ và chứa trục Oy ?

A. $3y + z = 0$.

B. $x - y - z = 0$.

C. $3x + z = 0$.

D. $x + 3z = 0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và chứa trục Oy , thì (α) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$.

Khi đó, (α) chứa giá của các vectơ $\overrightarrow{OM}(1; 4; -3)$ và $\vec{j}(0; 1; 0)$ suy ra $\vec{n}_\alpha = [\overrightarrow{OM}, \vec{j}] = (3; 0; 1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(\alpha): 3x + z = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2980. Cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và hai điểm $A(3; -2; 6)$, $B(0; 1; 0)$.

Giả sử $(\alpha): ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A , B và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $a + b^2 + c^3$.

A. 9.

B. 12.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Ta có (α) cắt (S) theo giao tuyến là 1 đường tròn có bán kính nhỏ nhất $\Leftrightarrow d[S, (\alpha)]$ lớn nhất.

Mà $d[S, (\alpha)] \leq d[S, AB]$ (vì $AB \subset (\alpha)$).

Dấu “=” xảy ra khi (α) đi qua A , B và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{SH}$ (với H là hình chiếu của S trên (AB)).

Mặt khác $\overrightarrow{BA} = (3; -3; 6) = 3(1; -1; 2)$ suy ra $\vec{u}_{AB}(1; -1; 2)$.

Suy ra phương trình đường thẳng (AB) là $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$

$\Rightarrow H(m; 1 - m; 2m) \Rightarrow \overrightarrow{SH}(m - 1; -m - 1; 2m - 3)$.

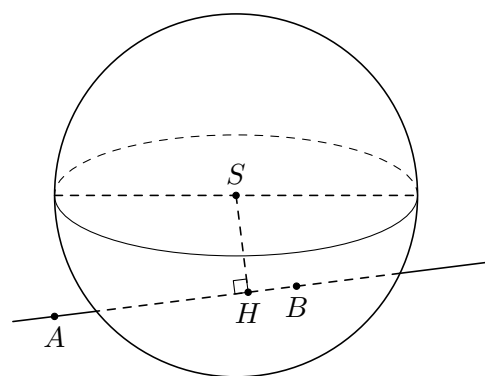
Do $SH \perp AB$ nên $\overrightarrow{SH} \cdot \vec{u}_{AB} = m - 1 + m + 1 + 2(2m - 3) = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Suy ra

$$\begin{aligned} \overrightarrow{SH} &= (0; -2; -1) = -1(0; 2; 1) \\ \Rightarrow (\alpha): 2y + z - 2 &= 0 \\ \Rightarrow a = 0, b = 2, c = 1 &\Rightarrow T = 5. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2981. Cho điểm $A(-3; 5; -5)$, $B(5; -3; 7)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z = 0$. Xét điểm M thay đổi trên (α) , giá trị lớn nhất của $MA^2 - 2MB^2$ bằng



A. 398.

B. 379.

C. 397.

D. 489.

Lời giải.

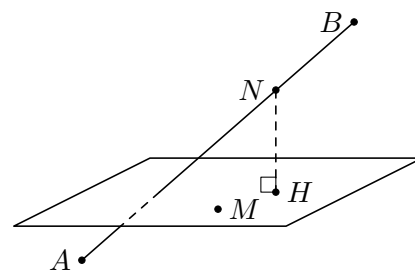
Xét N là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB} = 0$ thì

$$\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{ON} - 2\overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{ON} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{ON} = 2\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$

hay $N(13; -11; 19)$.

Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 - 2MB^2 &= \overrightarrow{MA}^2 - 2\overrightarrow{MB}^2 \\ &= (\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NA})^2 - 2(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NB})^2 \\ &= -\overrightarrow{MN}^2 + \overrightarrow{NA}^2 - 2\overrightarrow{NB}^2 + 2\overrightarrow{MN}(\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB}) \\ &= -MN^2 + NA^2 - 2NB^2 \text{ (do } \overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB} = 0) \\ &\leq -HN^2 + NA^2 - 2NB^2 \text{ (H là hình chiếu của N lên } (\alpha)) \\ &= -d^2[N, (\alpha)] + NA^2 - 2NB^2 = 397. \end{aligned}$$



Dấu “=” xảy ra khi M là hình chiếu của N lên (α) .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2982. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và đi qua điểm $A(1; 1; -1)$ có phương trình là

A. $z + 1 = 0$.B. $x - y = 0$.C. $x + z = 0$.D. $y + z = 0$.**Lời giải.**

Gọi $\vec{n}$ là vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) chứa trục Ox và đi qua điểm $A(1; 1; -1)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{OA} = (1; 1; -1) \\ \vec{n} \perp \vec{i} = (1; 0; 0) \end{cases}$$

Chọn một vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = [\vec{i}, \overrightarrow{OA}] = (0; 1; 1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng là $y + z = 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2983. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P) : x - 2y + 2z - 1 = 0$ có bán kính bằng

A. $\frac{4}{3}$.

B. 4.

C. 2.

D. 9.

Lời giải.

Do mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên

$$R = d(I, (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) - 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 2.$$

Vậy bán kính mặt cầu bằng 2.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2984. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 5; 2)$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua các điểm là hình chiếu của A trên các mặt phẳng tọa độ?

A. $3x + 5y + 2z - 60 = 0$.B. $10x + 6y + 15z - 60 = 0$.C. $10x + 6y + 15z - 90 = 0$.D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$.**Lời giải.**

Hình chiếu của $A(3; 5; 2)$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy là $A_1(3; 5; 0)$.

Hình chiếu của $A(3; 5; 2)$ trên mặt phẳng tọa độ Oxz là $A_2(3; 0; 2)$.

Hình chiếu của $A(3; 5; 2)$ trên mặt phẳng tọa độ Oyz là $A_3(0; 5; 2)$.

Ta có $\overrightarrow{A_1A_2} = (0; -5; 2)$ và $\overrightarrow{A_1A_3} = (-3; 0; 2)$.

Suy ra $[\overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_1A_3}] = (-10; -6; -15)$.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là $10(x - 3) + 6(y - 5) + 15z = 0 \Leftrightarrow 10x + 6y + 15z - 60 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2985. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(8; -2; 4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B và C là

A. $x - 4y + 2z - 8 = 0$.

B. $x - 4y + 2z - 18 = 0$.

C. $x + 4y + 2z - 8 = 0$.

D. $x + 4y - 2z - 8 = 0$.

Lời giải.

Ta có $A(8; 0; 0), B(0; -2; 0), C(0; 0; 4)$.

Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là

$$\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow x - 4y + 2z - 8 = 0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) là $x - 4y + 2z - 8 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2986. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; -1), B(1; -1; 2)$. Diện tích tam giác OAB bằng

A. $\sqrt{11}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

D. $\sqrt{6}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA} = (1; 0; -1), \overrightarrow{OB} = (1; -1; 2)$ và $[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (-1; -3; -1)$.

Vậy diện tích tam giác OAB là $S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot |[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}]| = \frac{\sqrt{11}}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2987. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và $(Q): mx + y - 2z + 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = -6$.

D. $m = 6$.

Lời giải.

Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ lần lượt có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; -2; 2)$ và $\vec{n}_Q = (m; 1; -2)$.

Do đó, $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow m - 2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 6$.

Vậy giá trị m cần tìm là $m = 6$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2988. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; 1), B(6; -2; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{2}{7}$ là

A. $\begin{cases} 2x + 3y + 6z - 12 = 0 \\ 2x + 3y - 6z = 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} 2x - 3y + 6z - 12 = 0 \\ 2x - 3y - 6z = 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} 2x - 3y + 6z - 12 = 0 \\ 2x - 3y - 6z + 1 = 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} 2x + 3y + 6z + 12 = 0 \\ 2x + 3y - 6z - 1 = 0 \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + cz + d = 0$, $(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$.

Khi đó, (P) và (Oyz) lần lượt có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$ và $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Từ giả thiết ta có hệ

$$\begin{cases} 3a + c + d = 0 \\ 6a - 2b + c + d = 0 \\ \frac{|a|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{2}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + c + d = 0 \\ a = \frac{2b}{3} \\ 7|a| = 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \end{cases}$$

Suy ra

$$7\left|\frac{2b}{3}\right| = 2\sqrt{\left(\frac{2b}{3}\right)^2 + b^2 + c^2} \Leftrightarrow 49b^2 = 13b^2 + 9c^2 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2b \\ c = -2b \end{cases}$$

Với $c = 2b$ thì $a = \frac{2b}{3}$, $d = -4b$. Như thế, phương trình mặt phẳng (P) là

$$\frac{2b}{3}x + by + 2bz - 4b = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + 6z - 12 = 0 \quad (\text{vì } a^2 + b^2 + c^2 \neq 0).$$

Với $c = -2b$ thì $a = \frac{2b}{3}$, $d = 0$. Như thế, phương trình mặt phẳng (P) là

$$\frac{2b}{3}x + by - 2bz = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 6z = 0 \quad (\text{vì } a^2 + b^2 + c^2 \neq 0).$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $2x + 3y + 6z - 12 = 0$ hoặc $2x + 3y - 6z = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2989. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 3)$, $C(1; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới mặt phẳng (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\begin{cases} 2x + 3y + z - 1 = 0 \\ 3x + y + 7z + 6 = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ -2x + 3y + 6z + 13 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + y + 2z - 1 = 0 \\ -2x + 3y + 7z + 23 = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ -23x + 37y + 17z + 23 = 0 \end{cases}$

Lời giải.

Gọi (P) : $ax + by + cz + d = 0$, $(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$ là mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Từ giả thiết, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a + d = 0 \\ -2b + 3c + d = 0 \\ \frac{|a + b + c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow |b + c| \sqrt{3} = 2\sqrt{(-2b + 3c)^2 + b^2 + c^2} \quad (*).$$

Ta có

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow 3(b^2 + 2bc + c^2) = 4(5b^2 - 12bc + 10c^2) \\ &\Leftrightarrow 17b^2 - 54bc + 37c^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} b = c \\ b = \frac{37}{17}c \end{cases} \end{aligned}$$

Với $b = c$ thì $a = c$ và $d = -c$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (P) là

$$cx + cy + cz - c = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 1 = 0, \text{ (do } a^2 + b^2 + c^2 \neq 0\text{)}.$$

Với $b = \frac{37}{17}c$ thì $a = -\frac{23}{17}c$ và $d = \frac{23}{17}c$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (P) là

$$-\frac{23}{17}cx + \frac{37}{17}cy + cz + \frac{23}{17}c = 0 \Leftrightarrow -23x + 37y + 17z + 23 = 0, \text{ (do } a^2 + b^2 + c^2 \neq 0\text{)}.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x + y + z - 1 = 0$ hoặc $-23x + 37y + 17z + 23 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2990. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng (α) ?

A. $M(2; 0; 1)$.

B. $Q(2; 1; 1)$.

C. $P(2; -1; 1)$.

D. $N(1; 0; 1)$.

Lời giải.

Ta có $1 - 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 - 3 = 0$ nên $N(1; 0; 1)$ nằm trên mặt phẳng (α)

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2991. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax - y + 2z + b = 0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - y - z + 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + z - 1 = 0$. Tính $a + 4b$.

A. -16 .

B. -8 .

C. 0 .

D. 8 .

Lời giải.

Ta có hai điểm $M(0; 0; 1)$ và $N(1; -2; 4)$ thuộc giao tuyến của (P) , (Q) .

Suy ra hai điểm M , N thuộc mặt phẳng (α) . Ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases} 2 + b = 0 \\ a + 2 + 8 + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ a = -8. \end{cases}$$

Vậy $a + 4b = -8 + 4 \cdot (-2) = -16$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2992. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1$ và điểm $A(2; 2; 2)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM luôn tiếp xúc với (S) . Điểm M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

A. $x + y + z - 6 = 0$.

B. $x + y + z - 4 = 0$.

C. $3x + 3y + 3z - 8 = 0$.

D. $3x + 3y + 3z - 4 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 1)$, bán kính $R = 1$. Ta có $\overrightarrow{IA} = (1; 1; 1) \Rightarrow IA = \sqrt{3}$.

Do AM là tiếp tuyến của (S) nên $AM \perp IM \Rightarrow M \in (S')$, với (S') là mặt cầu đường kính AI .

Gọi J là trung điểm của AI , suy ra $J\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ là tâm mặt cầu (S') .

Phương trình mặt cầu (S') là $(S'): \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$.

$$\text{Tọa độ } M \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1 & (1) \\ \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) trừ (2) ta được $x + y + z - 4 = 0$.

Vậy điểm M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình $x + y + z - 4 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2993. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 3)$. Biết mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cách B một khoảng lớn nhất. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x - 2y + 2z + 5 = 0$.

B. $x - y + 2z + 3 = 0$.

C. $2x - 2y + 4z + 3 = 0$.

D. $2x - y + 2z = 0$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (P) .

Khi đó, $BH \leq AB \Rightarrow BH$ lớn nhất khi H trùng với A .

Vậy (P) qua A và vuông góc với AB .

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (2; -2; 4)$, chọn $\vec{n} = (1; -1; 2)$.

(P) qua điểm $A(1; 2; -1)$ có phương trình

$$(P): x - y + 2z + 3 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2994. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z + 1 = 0$. Trong những điểm có tọa độ cho ở các đáp án A, B, C, D sau đây, điểm nào **không** thuộc (α) ?

A. $(0; 0; 2)$.

B. $(0; 1; 0)$.

C. $(-1; 2; 1)$.

D. $(-1; 0; 0)$.

Lời giải.

Điểm $(0; 0; 2)$ không thuộc (α) .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2995. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và $(Q): 4x + (2 - m)y + mz - 3 = 0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $m = -3$.

B. $m = -2$.

C. $m = 3$.

D. $m = 2$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_1 = (1; 1; -2)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_2 = (4; 2 - m; m)$.

Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 4 + 2 - m - 2m = 0 \Leftrightarrow m = 2.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2996. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 1 = 0$ và điểm $M(1; -2; 0)$. Mặt cầu tâm M , bán kính bằng $\sqrt{3}$ cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

A. 2.

B. $\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3} - 1$.

Lời giải.

Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) là $d(M, (P)) = \frac{3}{3} = 1$.

Bán kính đường tròn bằng $r = \sqrt{3 - 1} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2997. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng Oxy có phương trình là

A. $x = 0$.

B. $y + x = 0$.

C. $y = 0$.

D. $z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng Oxy có phương trình là $z = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2998. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; 4; 7)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $-x - y - 2z + 15 = 0$.

B. $x + y + 2z - 9 = 0$.

C. $x + y + 2z = 0$.

D. $x + y + 2z + 15 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực đi qua trung điểm $I(2; 3; 5)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 4) = 2 \cdot (1; 1; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$(x - 2) + (y - 3) + 2(z - 5) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 15 = 0 \Leftrightarrow -x - y - 2z + 15 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2999. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 2 = 0$ và cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 3 = 0$ Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Giao của (S) và (P) là một đường tròn.

B. Giao của (S) và (P) là một đoạn thẳng.

C. Giao của (S) và (P) là một điểm.

D. Giao của (S) và (P) là tập rỗng.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 2$.

Khoảng cách từ tâm I đến (P) là $d = 1 < R$.

Vậy giao của (S) và (P) là một đường tròn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3000. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hai mặt phẳng $4x - 4y + 2z - 7 = 0$ và $2x - 2y + z + 4 = 0$ chứa hai mặt của hình lập phương. Thể tích khối lập phương đó là

A. $V = \frac{125}{8}$.

B. $V = \frac{81\sqrt{3}}{8}$.

C. $V = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

D. $V = \frac{27}{8}$.

Lời giải.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng trên bằng độ dài cạnh của hình lập phương.

Gọi $(P): 4x - 4y + 2z - 7 = 0$ và $(Q): 2x - 2y + z + 4 = 0$.

Lấy $M(0; 0; -4) \in (Q)$ và $d(M, (P)) = \frac{5}{2}$.

Vậy $V = \frac{125}{8}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3001. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3z - 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là

A. $\vec{n} = (2; -3; -2)$.

B. $\vec{n} = (-2; 3; 2)$.

C. $\vec{n} = (2; -3; 0)$.

D. $\vec{n} = (2; 0; -3)$.

Lời giải.

Ta có một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n} = (2; 0; -3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3002. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1; 2; 0)$ và nhận $\vec{n} = (-1; 0; 2)$ làm một véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

A. $-x + 2y - 5 = 0$.

B. $x + 2z - 5 = 0$.

C. $-x + 2y - 5 = 0$.

D. $x - 2z + 1 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1; 2; 0)$ và nhận $\vec{n} = (-1; 0; 2)$ làm một véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $-1(x + 1) + 0(y - 2) + 2(z - 0) = 0 \Leftrightarrow x - 2z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3003. Cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y - z + 5 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$. Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và song song với (α) . Khoảng cách giữa (α) và (β) là

A. $\frac{3}{\sqrt{14}}$. B. $-\frac{9}{\sqrt{21}}$. C. $\frac{9}{21}$. D. $\frac{9}{\sqrt{14}}$.

Lời giải.

Lấy $A(1; 7; 3) \in \Delta$. Vì $(\beta) \parallel (\alpha)$ nên

$$d((\alpha), (\beta)) = d(A, (\alpha)) = \frac{|3 \cdot 1 - 2 \cdot 7 - 3 + 5|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{9}{\sqrt{14}}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 3004. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 2 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi (C) có thể tích lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng (Q) là

- A. $2x + 2y - z - 4 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 17 = 0$.
 B. $2x + 2y - z + 2 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 8 = 0$.
 C. $2x + 2y - z - 1 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 11 = 0$.
 D. $2x + 2y - z - 6 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 3 = 0$.

Lời giải.

$(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 12$. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{3}$. Gọi r là bán kính đường tròn (C) và E là hình chiếu của I lên (Q) . Đặt $IE = x$, ta có $r = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{12 - x^2}$.

Vậy thể tích khối nón tạo được là

$$V = \frac{1}{3} \cdot IE \cdot S_{((C))} = \frac{1}{3} \cdot x \cdot \pi (\sqrt{12 - x^2})^2 = \frac{1}{3} \pi (12x - x^3).$$

Gọi $f(x) = 12x - x^3$ với $x \in (0; 2\sqrt{3})$. Thể tích nón lớn nhất khi $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $f'(x) = 12 - 3x^2, f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$. Đối chiếu điều kiện suy ra $x = 2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		+	-
y		16	
	0		0

Vậy $V_{\max} = \frac{1}{3} \pi 16 = \frac{16\pi}{3}$ khi $x = IE = 2$.

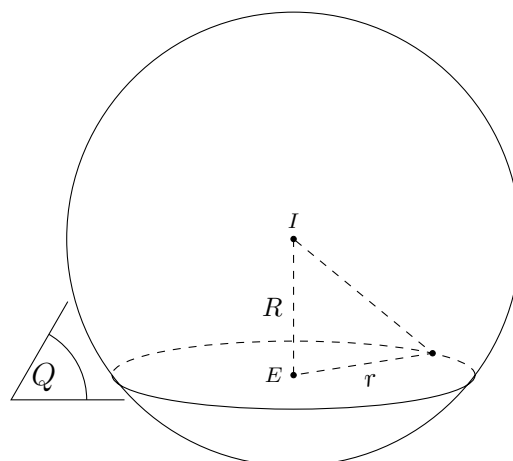
Mặt phẳng $(Q) \parallel (P)$ nên $(Q): 2x + 2y - z + a = 0$.

$$d(I; (Q)) = IH \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2(-2) - 3 + a|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 2 \Leftrightarrow |a - 5| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 \\ a = -1. \end{cases}$$

Vậy mặt phẳng (Q) có phương trình $2x + 2y - z - 1 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 11 = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

□



Câu 3005. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tứ diện $OABC$ biết toạ độ $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1; 4; -2)$ và điểm $G(3; -3; 6)$ là trọng tâm tứ diện $OABC$. Thể tích tứ diện $OABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & G \text{ trọng tâm của tứ diện } OABC \\
 \Leftrightarrow & \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GO} = \vec{0} \\
 \Leftrightarrow & 3\overrightarrow{GA} + (\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA}) + (\overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GA}) + \overrightarrow{GO} = \vec{0} \\
 \Leftrightarrow & 3\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{GO} = \vec{0} \\
 \Leftrightarrow & \overrightarrow{OA} = \frac{\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{OG}}{3} \\
 \Leftrightarrow & \overrightarrow{AO} = \left(-4; 6; -\frac{23}{3}\right)
 \end{aligned}$$

Ta được $V_{OABC} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AO}| = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3006. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$, (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1; 1; -1)$.

B. $N(-1; -1; 1)$.

C. $P(1; 1; 1)$.

D. $Q(-1; 1; 1)$.

Lời giải.

Xét các trường hợp sau

— $x_M + y_M - z_M + 3 = 1 + 1 - (-1) + 3 = 6 \neq 0$ suy ra $M \notin (P)$.

— $x_N + y_N - z_N + 3 = -1 + (-1) - 1 + 3 = 0$ suy ra $N \in (P)$.

— $x_P + y_P - z_P + 3 = 1 + 1 - 1 + 3 = 4 \neq 0$ suy ra $P \notin (P)$.

— $x_Q + y_Q - z_Q + 3 = -1 + 1 - 1 + 3 = 2 \neq 0$ suy ra $Q \notin (P)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3007. Trong không gian $Oxyz$, trục Ox song song với mặt phẳng có phương trình nào?

A. $x + by + cz + d = 0$ với $(b^2 + c^2 \neq 0)$.

B. $y + z = 0$.

C. $by + cz + 1 = 0$ với $(b^2 + c^2 \neq 0)$.

D. $x + 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi phương trình mặt phẳng cần tìm là $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$.

Do $O(0; 0; 0) \notin (P)$ nên $D \neq 0$.

Mặt khác $(P) \parallel Ox$ nên $\vec{n}_P \cdot \vec{i} = 0$, suy ra $A \cdot 1 + B \cdot 0 + C \cdot 0 = 0 \Leftrightarrow A = 0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) có dạng $By + Cz + D = 0 \Rightarrow \frac{B}{D}y + \frac{C}{D}z + 1 = 0$.

Đặt $b = \frac{B}{D}$, $c = \frac{C}{D}$, vì $B^2 + C^2 \neq 0$ nên $b^2 + c^2 \neq 0$. Phương trình mặt phẳng (P) viết lại như sau $by + cz + 1 = 0$ với $b^2 + c^2 \neq 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3008. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$, $(Q): x - y + 2z + 3 = 0$ có bao nhiêu điểm M có hoành độ nguyên thuộc Ox sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai mặt phẳng (P) , (Q) bằng khoảng cách giữa (P) và (Q) .

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 7.

Lời giải.

Vì $(P) \parallel (Q)$ nên $d[(P), (Q)] = d[N, (Q)]$ với $N \in (P)$.

Chọn $N(3; 0; 0)$, khi đó $d[(P), (Q)] = d[N, (Q)] = \sqrt{6}$.

Gọi $M(m; 0; 0)$ với $m \in \mathbb{Z}$. Khi đó

$$d[M, (P)] + d[M, (Q)] = d[(P), (Q)] \Leftrightarrow \frac{|m-3|}{\sqrt{6}} + \frac{|m+3|}{\sqrt{6}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow |m-3| + |m+3| = 6.$$

Ta xét các trường hợp sau

— Khi $m \geq 3$, suy ra $m-3+m+3=6 \Leftrightarrow m=3$.

— Khi $-3 < m < 3$, suy ra $-m+3+m+3=6$. Điều này đúng với mọi giá trị $m \in (-3; 3)$.

— Khi $m \leq -3$, suy ra $-m+3-m-3=6 \Leftrightarrow m=-3$.

Do m nguyên suy ra $m \in \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3\}$. Vậy có tất cả 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3009. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; 3)$ là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = -1$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 0$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng cắt ba trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt tại $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; 3)$ là $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3010. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ có tọa độ là

A. $(1; -2; -3)$. B. $(1; -2; 1)$. C. $(1; 1; -3)$. D. $(-2; 1; -3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3011. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0; 1; 0)$, $B(2; 3; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - z = 0$ có phương trình là

A. $4x - 3y + 2z + 3 = 0$. B. $4x - 3y - 2z + 3 = 0$.
C. $2x + y - 3z - 1 = 0$. D. $4x + y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 1)$.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (1; 2; -1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (Q) nên có véc-tơ pháp tuyến là

$$\vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(Q)}, \overrightarrow{AB}] = (4; -3; -2).$$

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}$ là $4x - 3y - 2z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3012. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(2; 3; 4)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4$ và

$(S_2) : x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2 = 0$. Xét hai điểm M, N là hai điểm bất kỳ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng

A. 5.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Mặt cầu (S_1) có tâm $I_1(1; -1; 0)$ và bán kính $R_1 = 2$.

Mặt cầu (S_2) có tâm $I_2(0; -1; 0)$ và bán kính $R_2 = \sqrt{3}$.

Đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S_1) và (S_2) là thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4 \\ x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow x = 0.$$

Phương trình mặt phẳng (P) là $x = 0$ và tâm của đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ là $J \equiv I_2 = (0; -1; 0)$, bán kính $r = \sqrt{3}$.

Ta có A, B nằm khác phía đối với mặt phẳng (P) .

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của điểm A và B trên (P) . Khi đó, $H(0; 0; 0)$, $K(0; 3; 4)$ và $AH = 1$, $BK = 2$, $HK = 5$.

Gọi M', N' là hình chiếu của M, N trên HK . Ta có

$$\begin{cases} MH \geq M'H \Rightarrow AM \geq AM' \\ NK \geq N'K \Rightarrow BN \geq BN' \end{cases} \Rightarrow AM + BN \geq AM' + BN'.$$

Gọi A' là ảnh của điểm A qua phép tịnh tiến $\overrightarrow{MN} \Rightarrow AM' = A'N'$.

Do đó $AM + BN \geq A'N' + BN'$. Khi đó, $AM + BN$ nhỏ nhất khi và chỉ khi A', N' và B thẳng hàng.

Đường thẳng AA' đi qua A và nhận $\overrightarrow{HK} = (0; 3; 4)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 3t \\ z = 4t. \end{cases}$$

Do $A' \in AA'$ và $AA' = 1$ nên $(3t)^2 + (4t)^2 = 1 \Rightarrow t = \pm \frac{1}{5}$. Suy ra

$$\begin{bmatrix} A' \left(-1; \frac{3}{5}; \frac{4}{5} \right) \\ A' \left(-1; -\frac{3}{5}; -\frac{4}{5} \right). \end{bmatrix}$$

— Với $A' \left(-1; \frac{3}{5}; \frac{4}{5} \right)$ ta có $A'B = 5$.

— Với $A' \left(-1; -\frac{3}{5}; -\frac{4}{5} \right)$ ta có $A'B = 3\sqrt{5}$ (loại).

Vậy $AM + BN$ ngắn nhất là 5.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3013. Tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -3; 0)$, $P(0; 0; 4)$ là

A. $(2; -3; 4)$.B. $(-6; 4; -3)$.C. $(-6; -4; 3)$.D. $(-6; 4; 3)$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm M, N, P là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 6x - 4y + 3z - 12 = 0 \Leftrightarrow -6x + 4y - 3z + 12 = 0.$$

Suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $(-6; 4; -3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3014. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 2; 1)$, $B(6; 0; 3)$ và điểm $C(2; 1; 1)$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng trung trực của đoạn AB bằng

A. $\frac{7}{\sqrt{11}}$. B. $\frac{6}{\sqrt{11}}$. C. $\frac{5}{\sqrt{11}}$. D. $\frac{4}{\sqrt{11}}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(3; 1; 2); \overrightarrow{AB} = (6; -2; 2)$.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB . Khi đó (P) qua I và nhận $\vec{n} = (3; -1; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

$$\Rightarrow (P): 3x - y + z - 10 = 0.$$

$$\text{Vậy } d[C, (P)] = \frac{|3 \cdot 2 - 1 + 1 - 10|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{11}}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3015. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 4z - 5 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{n} = (1; 0; -2)$. B. $\vec{n} = (2; -4; -5)$. C. $\vec{n} = (0; 2; -4)$. D. $\vec{n} = (1; -2; 0)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (P): 2x - 4z - 5 = 0 \Rightarrow (P): x - 2z - \frac{5}{2} = 0.$$

Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 0; -2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3016. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 3 = 0$. Biết mặt cầu (S) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn (C) . Tính bán kính r của đường tròn (C) .

A. $r = 2\sqrt{2}$. B. $r = \sqrt{2}$. C. $r = 2$. D. $r = \sqrt{5}$.

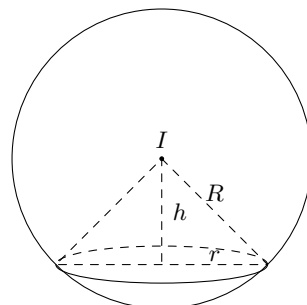
Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 0; -1)$, bán kính $R = 3$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) là

$$h = d(I; (P)) = \frac{|4 - 0 + 2 - 3|}{3} = 1.$$

$$\text{Ta có } h^2 + r^2 = R^2 \Leftrightarrow 1 + r^2 = 9 \Leftrightarrow r = 2\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3017. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 2 = 0$, (Q) là mặt phẳng chứa d và tạo với mặt phẳng (P) một góc nhỏ nhất. Gọi $\vec{n}_Q = (a; b; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (Q) . Đẳng thức nào đúng?

A. $a - b = -1$. B. $a + b = -2$. C. $a - b = 1$. D. $a + b = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (2; -1; -2)$ và đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

Vì $d \subset (Q)$ nên $\vec{u} \cdot \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow -a + 2b + 1 = 0 \Leftrightarrow a = 2b + 1$.

Gọi α là góc giữa (P) và (Q)

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|2a - b - 2|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} = \frac{|3b|}{3\sqrt{5b^2 + 4b + 2}} = \sqrt{\frac{b^2}{5b^2 + 4b + 2}}.$$

Góc α nhỏ nhất khi và chỉ khi $\cos \alpha$ lớn nhất.

Xét $f(b) = \frac{b^2}{5b^2 + 4b + 2} \Rightarrow f'(b) = \frac{4b^2 + 4b}{(5b^2 + 4b + 2)^2}.$

Giải $f'(b) = 0 \Leftrightarrow b^2 + 4b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = -1 \end{cases}$. Bảng biến thiên

b	$-\infty$	-1	0	$+\infty$		
$f'(b)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(b)$		$\frac{1}{5}$	$\nearrow \frac{1}{3}$	$\searrow 0$	$\nearrow \frac{1}{5}$	

Từ bảng biến thiên suy ra $f(b)$ lớn nhất bằng $\frac{1}{3}$ khi $b = -1$.

Vì $f(b)$ lớn nhất suy ra $\cos \alpha$ lớn nhất nên $\cos \alpha$ lớn nhất khi $b = -1$ và $a = -1$.

Vậy $a + b = -2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3018. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1) , (S_2) lần lượt có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y + 2z + 5 = 0$. Xét các mặt phẳng (P) thay đổi nhưng luôn tiếp xúc với cả hai mặt cầu đã cho. Gọi $A(a; b; c)$ là điểm mà tất cả các mặt phẳng (P) đi qua. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = \frac{5}{2}$.

B. $S = -\frac{5}{2}$.

C. $S = \frac{9}{2}$.

D. $S = -\frac{9}{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S_1) có tâm $I(1; 1; 1)$, bán kính $R_1 = 5$.

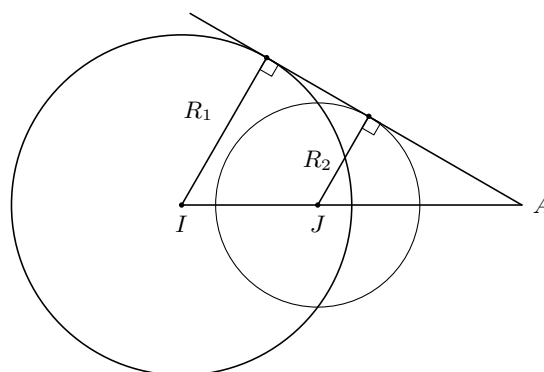
Mặt cầu (S_2) có tâm $J(3; -2; -1)$, bán kính $R_2 = 3$.

Ta có $\vec{IJ} = (2; -3; -2) \Rightarrow IJ = \sqrt{17}$.

Vì $R_1 - R_2 = 2 < IJ < R_1 + R_2 = 8$ nên (S_1) , (S_2) cắt nhau.

Gọi A là tâm tỉ cự của hai mặt cầu, ta có

$$\frac{AI}{AJ} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{5}{3} \Rightarrow \vec{AI} = \frac{5}{3}\vec{AJ} \quad (1).$$



Ta có $\overrightarrow{AI} = (1 - a; 1 - b; 1 - c)$, $\overrightarrow{AJ} = (3 - a; -2 - b; -1 - c)$. Khi đó

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - a = \frac{5}{3}(3 - a) \\ 1 - b = \frac{5}{3}(-2 - b) \\ 1 - c = \frac{5}{3}(-1 - c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -\frac{13}{2} \\ c = -4. \end{cases}$$

Vậy tổng $a + b + c = -\frac{9}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3019. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $z = 0$.

B. $y = 0$.

C. $y + z = 0$.

D. $x = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình là $x = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3020. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $3x - 5y + z - 2 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(1; 2; -1)$.

B. $N(1; 1; -1)$.

C. $P(2; 0; -3)$.

D. $Q(1; 0; -1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ các điểm ở các đáp án vào phương trình mặt phẳng $3x - 5y + z - 2 = 0$ để kiểm tra thì ta thấy mặt phẳng đã cho đi qua điểm $Q(1; 0; -1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3021. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; -1; 2)$ đến mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z + 2 = 0$ bằng

A. $\frac{5}{\sqrt{14}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{14}}$.

C. $\frac{3}{\sqrt{14}}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{14}}$.

Lời giải.

Ta có $d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) - 2 + 2|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{14}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3022. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 1 = 0$?

A. $\vec{n} = (2; 2; -1)$.

B. $\vec{n} = (4; 4; 2)$.

C. $\vec{n} = (4; 4; 1)$.

D. $\vec{n} = (4; 2; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; 4; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3023. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1; -2; -3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) là

A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 9$.

B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$.

C. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 4$.

D. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 1$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x = 0$.

Mặt cầu (S) tâm $I(1; -2; -3)$, bán kính R tiếp xúc với (Oyz) khi và chỉ khi $d(I, (Oyz)) = R$.

Suy ra $R = \frac{|1|}{\sqrt{1^2}} = 1$.

Vậy phương trình $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3024. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; -1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $D(1; 1; 1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $2x + 3y - 6z + 1 = 0$.

B. $3x + 2y - 6z + 1 = 0$.

C. $3x + 2y - 5z = 0$.

D. $6x + 2y - 3z - 5 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 3; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; 0; -1)$.

Suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3; -2; 6)$.

Phương trình (ABC) : $-3(x - 2) - 2(y - 0) + 6(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 6z - 6 = 0$.

Do $(P) \parallel (ABC)$ nên (P) : $3x + 2y - 6z + E = 0$, ($E \neq -6$).

$D(1; 1; 1) \in (P) \Rightarrow 3 + 2 - 6 + E = 0 \Leftrightarrow E = 1$.

Vậy phương trình (P) : $3x + 2y - 6z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3025. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(3; -1; 2)$ và M là điểm thuộc mặt phẳng (α) : $2x - y + 2z + 7 = 0$. Tính giá trị nhỏ nhất của $P = |3\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} - 7\overrightarrow{MC}|$.

A. $P_{\min} = 20$.

B. $P_{\min} = 5$.

C. $P_{\min} = 25$.

D. $P_{\min} = 27$.

Lời giải.

Với I là điểm bất kỳ, ta có

$$3\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} - 7\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MI} + 3\overrightarrow{IA} + 5\overrightarrow{IB} - 7\overrightarrow{IC}.$$

Chọn I sao cho $3\overrightarrow{IA} + 5\overrightarrow{IB} - 7\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Khi đó, ta có $P = |3\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} - 7\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MI}|$.

Suy ra P đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $|\overrightarrow{MI}|$ đạt giá trị nhỏ nhất, tương đương với M là hình chiếu vuông góc của I trên (α) .

Giả sử $I(x; y; z)$. Khi đó, ta có

$$3\overrightarrow{IA} + 5\overrightarrow{IB} - 7\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x - 1) + 5(x + 1) - 7(x - 3) = 0 \\ 3(y - 1) + 5(y - 2) - 7(y + 1) = 0 \\ 3(z - 1) + 5(z - 0) - 7(z - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -23 \\ y = 20 \\ z = -11. \end{cases}$$

Suy ra $I(-23; 20; -11)$.

Vậy $P_{\min} = d(I, (\alpha)) = \frac{|2(-23) - 20 + 2(-11) + 7|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 27$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3026. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau song song với trục Oz ?

A. (α) : $z = 0$.

B. (P) : $x + y = 0$.

C. (Q) : $x + 11y + 1 = 0$.

D. (β) : $z = 1$.

Lời giải.

Trục Oz có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{v} = (0; 0; 1)$. Ta xét

— (α) : $z = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 0; 1)$ nên $\vec{v} \cdot \vec{n} = 1$. Do đó Oz không song song với (α) .

- $(P): x + y = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; 0)$ nên $\begin{cases} \vec{v} \cdot \vec{n} = 0 \\ O(0; 0; 0) \in (P) \end{cases}$. Do đó Oz không song song với (P) .
- $(Q): x + 11y + 1 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 0; 1)$ nên $\begin{cases} \vec{v} \cdot \vec{n} = 0 \\ O(0; 0; 0) \notin (P) \end{cases}$. Do đó $Oz \parallel (Q)$.
- $(\beta): z = 1$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 0; 1)$ nên $\vec{v} \cdot \vec{n} = 1$. Do đó Oz không song song với (β) .

Vậy mặt phẳng $(Q): x + 11y + 1 = 0$ song song với trục Oz .

Chọn đáp án **C** □

Câu 3027. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; -2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 5 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $R = 2$. B. $R = 4$. C. $R = 3$. D. $R = 6$.

Lời giải.

Do mặt cầu tiếp xúc với $(P) \Rightarrow$ bán kính của mặt cầu là

$$R = d(I, (P)) = \frac{|1 + 2 + 4 + 5|}{3} = 4.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 3028. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua gốc tọa độ và song song với (P) .

- A. $(Q): x + y - z = 0$. B. $(Q): x + y + 2z = 0$.
C. $(Q): x + y - 2z = 0$. D. $(Q): x + y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải.

Do $(Q) \parallel (P) \Rightarrow (Q): x + y - 2z + m = 0, m \neq -1$.

Do $O(0; 0; 0) \in (Q) \Rightarrow m = 0 \Rightarrow (Q): x + y - 2z = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3029. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y - 6 = 0$ và (Q) . Biết rằng điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ xuống mặt phẳng (Q) . Số đo góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Lời giải.

Ta có $\vec{OH}(2; -1; -2)$ là véc-tơ pháp tuyến của (Q) , $\vec{n}(1; -1; 0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) , ta có

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{OH} \cdot \vec{n}|}{|\vec{OH}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|2 + 1|}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^\circ.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 3030. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 3y - 4z + 9 = 0$ là

- A. $\frac{\sqrt{26}}{13}$. B. $\sqrt{8}$. C. $\frac{17}{\sqrt{26}}$. D. $\frac{4\sqrt{26}}{13}$.

Lời giải.

$$d(A, (P)) = \frac{|1 + 3 \cdot (-2) - 4 \cdot 3 + 9|}{\sqrt{1^2 + 3^2 + (-4)^2}} = \frac{8}{\sqrt{26}} = \frac{4\sqrt{26}}{13}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 3031. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

- A. $2x - y - 1 = 0$. B. $-y + 2z - 3 = 0$. C. $2x - y + 1 = 0$. D. $y + 2z - 5 = 0$.

Lời giải.Ta có $A(0; 1; 2)$, $\overrightarrow{BC} = (-4; 2; 0)$.Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC nhận $\overrightarrow{BC}$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng cần tìm là

$$-4(x - 0) + 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 1 = 0.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 3032. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): 4x - 3y - m = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

- A. $m = 1$. B. $m = -1$ hoặc $m = -21$.
C. $m = 1$ hoặc $m = 21$. D. $m = -9$ hoặc $m = 31$.

Lời giải.Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; -2)$, bán kính $R = 2$.Mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có đúng một điểm chung khi

$$\begin{aligned} d(I, (P)) = R &\Leftrightarrow \frac{|8 + 3 - m|}{5} = 2 \Leftrightarrow |11 - m| = 10 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 11 - m = 10 \\ 11 - m = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 21. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 3033. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 17 = 0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 25$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π . Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là

- A. $2x - 2y + z + 7 = 0$. B. $2x - 2y + z + 17 = 0$.
C. $x - y + 2z - 7 = 0$. D. $2x - 2y + z - 17 = 0$.

Lời giải.Mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$, bán kính $R = 5$.Chu vi đường tròn giao tuyến bằng $6\pi \Rightarrow$ bán kính là $r = 3$.Suy ra khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (Q) bằng 4.Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) nên phương trình có dạng

$$2x - 2y + z + D = 0, (D \neq -17).$$

$$\text{Có } d(I, (Q)) = 4 \Leftrightarrow \frac{|D+5|}{3} = 4 \Leftrightarrow |D+5| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 7 \text{ (nhận)} \\ D = -17 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (Q): 2x - 2y + z + 7 = 0.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 3034. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $(1; 1; 1)$.

B. $(0; 1; 0)$.

C. $(1; 0; 0)$.

D. $(0; 0; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng Oxy vuông góc với trục Oz có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{i} = (0; 0; 1)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3035. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $M(8; 0; 0)$; $N(0; -2; 0)$; $P(0; 0; 4)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0$.

B. $x - 4y + 2z - 8 = 0$.

C. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

D. $x - 4y + 2z = 0$.

Lời giải.

Phương trình (α) qua M, N, P là $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow x - 4y + 2z - 8 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3036. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (α) có phương trình $2x - 2y - z + 3 = 0$. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 2.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (α) nên $R = d(I, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - (-1) + 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{6}{3} = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3037. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 2 = 0$ là

A. $x + 2y + 2z - 6 = 0$.

B. $x + 2y + 2z + 12 = 0$.

C. $x + 2y + 2z + 6 = 0$.

D. $x + 2y + 2z - 12 = 0$.

Lời giải.

Chọn $M(10; 0; 0) \in (P)$ và $N(2; 0; 0) \in (Q)$. Suy ra trung điểm của đoạn MN là $I(6; 0; 0)$. Ta có $(P) \parallel (Q)$ nên phương trình mặt phẳng cách đều (P) và (Q) có dạng $x + 2y + 2z + d = 0$ và đi qua điểm $I(6; 0; 0) \Rightarrow d = -6$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm có phương trình $x + 2y + 2z - 6 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3038. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$; $B(0; b; 0)$; $C(0; 0; c)$ với $a; b; c$ là những số thực dương thay đổi sao cho $a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49$. Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$ sao cho khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất.

A. $S = \frac{49}{5}$.

B. $S = \frac{49}{4}$.

C. $S = \frac{53}{5}$.

D. $S = \frac{53}{4}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Rightarrow d(O, (ABC)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}}$.

Do đó $d(O, (ABC)) \max \Leftrightarrow \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \min$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky ta có

$$(1 + 2 + 4)^2 = \left(a \cdot \frac{1}{a} + 2b \cdot \frac{1}{b} + 4c \cdot \frac{1}{c}\right)^2 \leq (a^2 + 4b^2 + 16c^2) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right).$$

$$\Rightarrow 49 \leq 49 \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \text{ hay } \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \geq 1.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } \begin{cases} a^2 = 2b^2 = 4c^2 \\ a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 7 \\ b^2 = \frac{7}{2} \\ c^2 = \frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = \frac{49}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3039. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(3; 4; -2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $(Q): x - 1 = 0$.

B. $(R): x + y - 7 = 0$.

C. $(P): z - 2 = 0$.

D. $(S): x + y + z + 5 = 0$.

Lời giải.

Lần lượt thay tọa độ M vào từng mặt phẳng, ta có $M \in (R): x + y - 7 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3040. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_3 = (-2; 1; 2)$.

B. $\vec{n}_2 = (1; -2; 1)$.

C. $\vec{n}_4 = (2; -2; 1)$.

D. $\vec{n}_1 = (2; 1; -2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; 1; -2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3041. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến $(P): x + 3y - 4z + 9 = 0$ là

A. $\frac{17}{\sqrt{26}}$.

B. $\frac{4\sqrt{26}}{13}$.

C. $\frac{\sqrt{26}}{13}$.

D. $\sqrt{8}$.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là $d = \frac{|1 - 6 - 12 + 9|}{\sqrt{1^2 + 3^2 + 4^2}} = \frac{4\sqrt{26}}{13}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3042. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có dạng là $ax + by + cz - 11 = 0$. Tính $S = a - b + c$.

A. $S = -1$.

B. $S = 5$.

C. $S = 1$.

D. $S = 10$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$ và $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_Q = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_P] = (0; 8; 12)$.

Suy ra mặt phẳng (Q) có phương trình là $8(y - 4) + 12(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0$.

Vậy $a = 0, b = 2, c = 3$ nên $S = a - b + c = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3043. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $M\left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}; \frac{3}{5}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 36$. Tính $T = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

A. $T = \frac{3}{2}$.

B. $T = \frac{2}{3}$.

C. $T = \frac{9}{4}$.

D. $T = \frac{4}{9}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm là $I(1; 2; 3)$ và bán kính là $R = 6$.

Ta có mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, do (ABC) qua M nên

$$\frac{1}{5a} + \frac{2}{5b} + \frac{3}{5c} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 5.$$

Ta có (ABC) tiếp xúc với (S) nên

$$d(I, (ABC)) = R \Leftrightarrow \frac{\left|\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} - 1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = 6 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \left(\frac{|5 - 1|}{6}\right)^2 = \frac{4}{9}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3044. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 8; 2)$ và mặt cầu $(S): (x - 5)^2 + (y + 3)^2 + (z - 7)^2 = 72$ và điểm $B(9; -7; 23)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và tiếp xúc với (S) sao cho khoảng cách từ B đến (P) là lớn nhất. Giả sử $\vec{u} = (1; m; n)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) . Khi đó, hãy tính giá trị của $H = n - m$.

A. $H = 3$.

B. $H = -5$.

C. $H = 4$.

D. $H = 5$.

Lời giải.

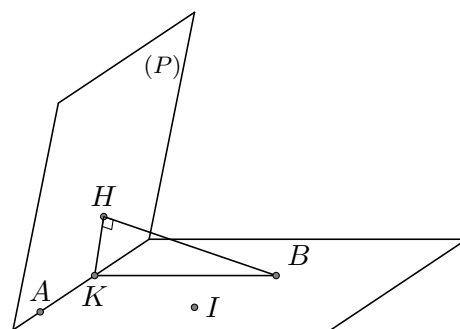
Ta có $(S): (x - 5)^2 + (y + 3)^2 + (z - 7)^2 = 72$ có tâm $I(5; -3; 7)$ và bán kính $R = \sqrt{72}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên (P) , K là hình chiếu vuông góc của B lên giao tuyến của (P) và (IAB) .

$$\Rightarrow BH \leq BK \Rightarrow BH_{\max} = BK.$$

Khoảng cách từ B đến (P) là lớn nhất $\Rightarrow (P)$ vuông góc với mặt phẳng (IAB) .

$$\text{Ta có: } \vec{AB} = (9; -15; 21), \vec{AI} = (5; -3; 7) \Rightarrow \vec{n}_{ABI} = (13; 5; -2).$$



$$(P) \text{ vuông góc với mặt phẳng } (IAB) \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{n}_{ABI} = 0 \Rightarrow 13 + 5m - 2n = 0 \Rightarrow n = \frac{13}{2} + \frac{5}{2}m.$$

(P) đi qua A và nhận $\vec{u} = (1; m; n)$ là một véc-tơ pháp tuyến.

$$\Rightarrow (P): x + my + nz - 8m - 2n = 0.$$

(P) tiếp xúc với (S) nên ta có

$$\begin{aligned} d(I, (P)) &= \frac{|5 - 3m + 7n - 8m - 2n|}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}} = \sqrt{72} \\ \Leftrightarrow (5 - 11m + 5n)^2 &= 72(1 + m^2 + n^2) \\ \Leftrightarrow \left(5 - 11m + 5 \cdot \frac{13 + 5m}{2}\right)^2 &= 72 \left(1 + m^2 + \left(\frac{13 + 5m}{2}\right)^2\right) \\ \Leftrightarrow (75 + 3m)^2 &= 72 \cdot (29m^2 + 130m + 173) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \Rightarrow n = 4 \\ m = \frac{-27}{3} \Rightarrow n = -16. \end{cases} \end{aligned}$$

Thử lại ta có

— TH1: $m = -1; n = 4 \Rightarrow (P): x - y + 4z = 0 \Rightarrow d(B; (P)) = 18\sqrt{2}$.

TH2: $m = -\frac{27}{3}; n = -16 \Rightarrow (P): x - \frac{27}{3}y - 16z + 104 = 0 \Rightarrow d(B; (P)) = \frac{96\sqrt{2}}{13} < 18\sqrt{2}$.

Suy ra $m = -1; n = 4$. Vậy $n - m = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3045. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -6; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 7 = 0$. Điểm B thay đổi thuộc Oz ; điểm C thay đổi thuộc mặt phẳng (P) . Biết rằng tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Tọa độ điểm B là

A. $B(0; 0; 2)$.

B. $B(0; 0; -1)$.

C. $B(0; 0; 1)$.

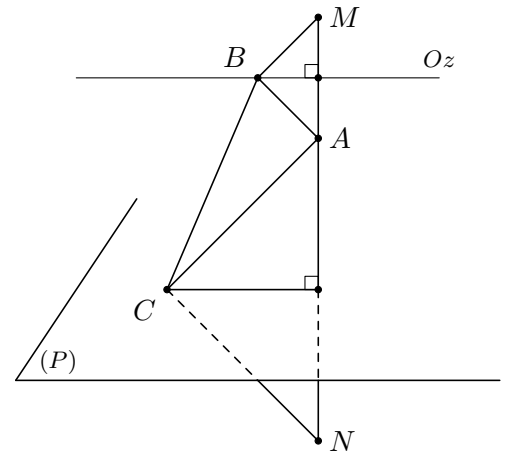
D. $B(0; 0; -2)$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là hai điểm đối xứng với A qua Oz và mặt phẳng (P) (điểm A nằm giữa Oz và (P) , vì O, A nằm cùng phía với (P) và $d(Oz, (P)) > d(A, (P))$). Khi đó ta có chu vi tam giác ABC là

$$P_{\min} = (AB + BC + AC)_{\min} = (BM + BC + CN)_{\min}.$$

Suy ra $(BM + BC + CN)_{\min}$ khi B, C, M, N thẳng hàng. Hay B là hình chiếu của $A(1; -6; 2)$ lên $Oz \Rightarrow B(0; 0; 2)$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3046. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$. Tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{n} = (2; 0; 1)$.

B. $\vec{n} = (2; 0; -1)$.

C. $\vec{n} = (2; -1; 1)$.

D. $\vec{n} = (2; -1; 0)$.

Lời giải.

Viết lại (P) dưới dạng $(P): 2 \cdot x + 0 \cdot y + (-1) \cdot z + 1 = 0$. Do đó, một véc-tơ pháp tuyến của (P) có thể chọn là $\vec{n} = (2; 0; -1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3047. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) là

A. $A(1; -2; 3)$.

B. $A(1; -2; 0)$.

C. $A(1; 0; 3)$.

D. $A(0; -2; 3)$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm M trên $(Oyz): x = 0$ là $A(0; -2; 3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3048. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 2)$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 9$. Mặt phẳng qua M cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là

A. $x - y + 2z - 5 = 0$. **B.** $x - y + 2z - 7 = 0$. **C.** $2x - y + z - 7 = 0$. **D.** $x + y + 2z - 5 = 0$.

Lời giải.

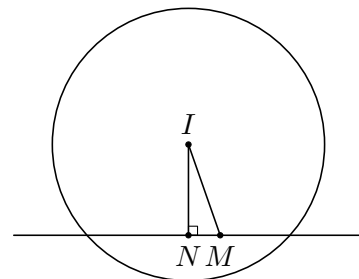
Ta có, mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; 0)$, bán kính $R = 3$.

$MI = \sqrt{6}$ nên M là điểm trong của mặt cầu (S) .

Gọi (P) là mặt phẳng bất kỳ đi qua M , N là hình chiếu của I trên (P) , r là bán kính đường tròn giao tuyến của mặt cầu với mặt phẳng (P) , $d = IN$ là khoảng cách từ tâm I tới mặt phẳng (P) . Khi đó, $r^2 = IN^2 = R^2 - d^2 \geq R^2 - IM^2 \Rightarrow r_{\min} = R^2 - IM^2 \Rightarrow IM \perp (P)$.

Vậy $\overrightarrow{IM} = (1; -1; 2)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) . Phương trình mặt phẳng cần tìm là $x - y + 2z - 7 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □



Câu 3049. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 0; 0)$, $N(0; 2; 0)$, $P(0; 0; 3)$. Tìm một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNP) .

A. $\vec{n} = (6; 3; 2)$. **B.** $\vec{n} = (1; 2; 3)$. **C.** $\vec{n} = (-6; 1; 3)$. **D.** $\vec{n} = (-1; -2; 6)$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (MNP) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ hay $6x + 3y + 2z - 6 = 0$ nên $\vec{n} = (6; 3; 2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNP) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3050. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1; 2; 3)$ và có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -1)$. Tìm phương trình mặt phẳng (α) .

A. $x + 2y - z - 2 = 0$. **B.** $x + 2y + 3z - 2 = 0$.
C. $x + 2y - z = 0$. **D.** $x + 2y + 3z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có phương trình là $1 \cdot (x - 1) + 2 \cdot (y - 2) - 1 \cdot (z - 3) = 0$ hay $x + 2y - z - 2 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3051. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$.

A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 5$. **B.** $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 3$.
C. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$. **D.** $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu cần tìm là $R = d(I, (P)) = \frac{|1 + 2 \cdot (-2) - 2 \cdot 3 - 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 5$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3052. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + mz - 2 = 0$ và $(\beta): x + ny + 2z + 8 = 0$. Tính $S = m + n$ để (α) song song với (β) .

A. $\frac{9}{2}$.

B. $\frac{17}{4}$.

C. $\frac{9}{4}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; m)$ và mặt phẳng (β) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{m} = (1; n; 2)$. Hai mặt phẳng này song song với nhau khi $\frac{2}{1} = \frac{1}{n} = \frac{m}{2} \neq \frac{-2}{8} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ n = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Suy ra $m + n = \frac{9}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3053. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M\left(1; 1; \frac{3}{2}\right)$.

B. $N\left(1; -1; -\frac{3}{2}\right)$.

C. $P(1; 6; 1)$.

D. $Q(0; 3; 0)$.

Lời giải.

Ta có $1 - 1 + \frac{2 \cdot 3}{2} - 3 = 0$ nên $M\left(1; 1; \frac{3}{2}\right) \in (\alpha)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3054. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là 2π . Mặt cầu (S) có phương trình là

A. $x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 2$.

B. $x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$.

C. $x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$.

D. $x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 1$.

Lời giải.

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là $d(I, (P)) = \frac{|0 - 4 - 2 + 3|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 1$.

Giao tuyến là đường tròn có diện tích $2\pi = \pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{2}$.

Bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{[d(I, (P))]^2 + r^2} = \sqrt{1 + 2} = \sqrt{3}$.

Phương trình mặt cầu (S) là $(S): x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3055. Cho các số thực a, b, c, d, e, f thỏa mãn $\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 - 2a + 4b + 2c - 6 = 0 \\ 2d - e + 2f - 14 = 0 \end{cases}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $(a - d)^2 + (b - e)^2 + (c - f)^2$ bằng

A. $4 - 2\sqrt{3}$.

B. $7 - 4\sqrt{3}$.

C. $28 - 16\sqrt{3}$.

D. 1.

Lời giải.

Bài toán trở thành: Tìm điểm M trên $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 6 = 0$ và điểm N trên $(P): 2x - y + 2z - 14 = 0$ sao cho MN nhỏ nhất.

Ta có mặt cầu có tâm $I(1; -2; -1)$ và bán kính $R = 2\sqrt{3}$.

Vậy $\min(MN) = |d(I, (P)) - R| = 4 - 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3056. Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(-3; 0; 0), B(0; 4; 0), C(0; 0; -2)$.

A. $4x - 3y + 6z - 12 = 0$.

B. $4x + 3y - 6z + 12 = 0$.

C. $4x - 3y + 6z + 12 = 0$.

D. $4x + 3y + 6z - 12 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại ba điểm $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; -2)$ có dạng

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow (\alpha): 4x - 3y + 6z + 12 = 0.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3057. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $(P): x + 3y + 4z - 26 = 0.$

B. $(P): x + y + 2z - 3 = 0.$

C. $(P): x + y + 2z - 6 = 0.$

D. $(P): x + 3y + 4z - 7 = 0.$

Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}(1; 1; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

$$1 \cdot (x - 0) + 1 \cdot (y - 1) + 2 \cdot (z - 1) = 0 \Leftrightarrow (P): x + y + 2z - 3 = 0.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3058. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 2 = 0$ và các điểm $A(0; 1; 1)$, $B(-1; -2; -3)$, $C(1; 0; -3)$. Điểm D thuộc mặt cầu (S) . Thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất bằng

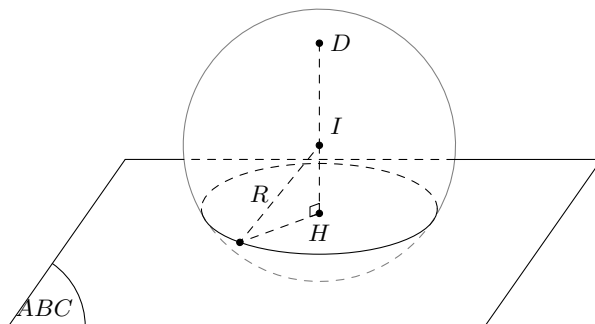
A. 9.

B. $\frac{8}{3}$.

C. 7.

D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải.



Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = 2$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -3; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -1; -4)$ nên mặt phẳng (ABC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (8; -8; 4)$. Suy ra (ABC) nhận véc-tơ $\vec{n} = (2; -2; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$2 \cdot (x - 0) - 2 \cdot (y - 1) + 1 \cdot (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 1 = 0.$$

Ta có $d[I; (ABC)] = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 0 + (-1) + 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{2}{3} < 2 = R$ nên mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu (S) .

Vì diện tích tam giác ABC không đổi nên thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất khi và chỉ khi $d[D; (ABC)]$ lớn nhất. Khoảng cách này lớn nhất khi D là một trong hai giao điểm của đường thẳng Δ đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Khoảng cách lớn nhất khi đó là

$$d_{\max} = d[I; (ABC)] + R = \frac{2}{3} + 2 = \frac{8}{3}.$$

Diện tích $\triangle ABC$ là $S = \frac{1}{2} |\vec{AB} \wedge \vec{AC}| = \frac{1}{2} \sqrt{8^2 + (-8)^2 + 4^2} = 6$.

Thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất bằng $V = \frac{1}{3} S \cdot d_{\max} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3059. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 0)$, $B(0; 0; -2)$, $C(1; 0; 1)$, $D(2; 1; -1)$. Hai điểm M , N lần lượt trên đoạn BC và BD sao cho $2\frac{BC}{BM} + 3\frac{BD}{BN} = 10$ và $\frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \frac{6}{25}$. Phương trình mặt phẳng (AMN) có dạng $ax + by + cz + 32 = 0$. Tính $S = a - b + c$?

A. $S = 98$. B. $S = 26$. C. $S = 27$. D. $S = 97$.

Lời giải.

Ta có $\frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \frac{V_{B.AMN}}{V_{B.ACD}} = \frac{BA}{BA} \cdot \frac{BM}{BC} \cdot \frac{BN}{BD} = \frac{BM}{BC} \cdot \frac{BN}{BD}$.

Suy ra $\frac{BM}{BC} \cdot \frac{BN}{BD} = \frac{6}{25} \Rightarrow \frac{BM}{BC} \cdot \frac{BN}{BD} = \frac{6}{25}$.

Đặt $x = \frac{BM}{BC}$, $y = \frac{BN}{BD}$, với $x, y > 1$, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ xy = \frac{25}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases}$$

Như vậy $\frac{BM}{BC} = \frac{5}{2}$, $\frac{BN}{BD} = \frac{5}{3}$. Hay $BM = \frac{2}{5}BC$, $BN = \frac{3}{5}BD$.

— Với $BM = \frac{2}{5}BC \Rightarrow \vec{BM} = \frac{2}{5}\vec{BC}$. Do đó

$$\begin{cases} x_M - 0 = \frac{2}{5} \cdot (1 - 0) \\ y_M - 0 = \frac{2}{5} \cdot (0 - 0) \\ z_M + 2 = \frac{2}{5} \cdot (1 + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{2}{5} \\ y_M = 0 \\ z_M = -\frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{2}{5}; 0; -\frac{4}{5}\right).$$

— Với $BN = \frac{3}{5}BD \Rightarrow \vec{BN} = \frac{3}{5}\vec{BD}$. Do đó

$$\begin{cases} x_N - 0 = \frac{3}{5} \cdot (2 - 0) \\ y_N - 0 = \frac{3}{5} \cdot (1 - 0) \\ z_N + 2 = \frac{3}{5} \cdot (-1 + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{6}{5} \\ y_N = \frac{3}{5} \\ z_N = -\frac{7}{5} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{6}{5}; \frac{3}{5}; -\frac{7}{5}\right).$$

Ta có $\vec{AM} = \left(\frac{7}{5}; -2; -\frac{4}{5}\right)$, $\vec{AN} = \left(\frac{11}{5}; -\frac{7}{5}; -\frac{7}{5}\right)$.

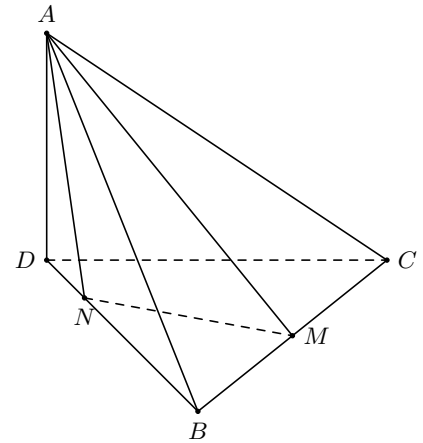
Véc-tơ $\vec{u}_1(7; -10; -4)$ cùng phương với véc-tơ $\vec{AM}$. Véc-tơ $\vec{u}_2(11; -7; -7)$ cùng phương với véc-tơ $\vec{AN}$. Mặt phẳng (AMN) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 = (42; 5; 61)$.

Phương trình mặt phẳng (AMN) là

$$42 \cdot (x + 1) + 5 \cdot (y - 2) + 61 \cdot (z - 0) = 0 \Leftrightarrow 42x + 5y + 61z + 32 = 0.$$

Suy ra $a = 42$, $b = 5$, $c = 61$. Vậy nên $S = a - b + c = 42 - 5 + 61 = 98$.

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 3060. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (3; 0; -1)$. B. $\vec{n} = (3; -1; 2)$. C. $\vec{n} = (-1; 0; -1)$. D. $\vec{n} = (3; -1; 0)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 0; -1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3061. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 12 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây cắt (S) theo một đường tròn có bán kính $r = 3$?

- A. $2x + 2y - z + 12 = 0$. B. $3x - 4y + 5z - 17 + 20\sqrt{2} = 0$.
C. $x + y + z + \sqrt{3} = 0$. D. $4x - 3y - z - 4\sqrt{26} = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(3; -2; 0)$ và bán kính $R = 5$.

Do đó mặt phẳng cắt (S) theo một đường tròn có bán kính $r = 3$ khi khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng bằng 4. Kiểm tra các đáp án ta được mặt phẳng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3062. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 2)$, $B(3; 1; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Gọi $M(a; b; c) \in (P)$ sao cho $|\overrightarrow{3MA} - 2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S = 9a + 3b + 6c$.

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải.

Gọi $N(x; y; z)$ sao cho $3\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB} = \vec{0} \Rightarrow N(-3; -2; 8)$.

$|\overrightarrow{3MA} - 2\overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{3NA} - 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{MN}| = MN$ đạt giá trị nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của N lên $(P) \Rightarrow M\left(-\frac{11}{3}; -\frac{8}{3}; \frac{22}{3}\right)$.

Vậy $S = 9a + 3b + 6c = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3063. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm $A(2; -2; 5)$ và tiếp xúc với ba mặt phẳng $(P): x = 1$; $(Q): y = -1$ và $(R): z = 1$ có bán kính bằng

- A. 1. B. $3\sqrt{3}$. C. 3. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } \begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 1 \\ z' = z - 1. \end{cases}$$

Trong hệ tọa độ mới $Ox'y'z'$, ta có: $(P): x' = 0$; $(Q): y' = 0$; $(R): z' = 0$. Hay (P) , (Q) , (R) là các mặt phẳng tọa độ với $(R) \equiv (Ox'y')$, $(P) \equiv (Oy'z')$, $(Q) \equiv (Oz'x')$.

Khi đó: $A(1; -1; 4)$.

Nhận thấy: (S) đi qua A và tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ nên (S) nằm trong góc phần tám có hoành độ, cao độ dương và tung độ âm.

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của $S \Rightarrow a > 0, b < 0, c > 0$.

Ta có:

$$\begin{aligned}
 R = IA = |a| = |b| = |c| &\Leftrightarrow \begin{cases} a = -b = c > 0 \\ (a-1)^2 + (b+1)^2 + (c-4)^2 = a^2 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} a = -b = c > 0 \\ (a-1)^2 + (a-1)^2 + (a-4)^2 = a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b = c > 0 \\ a^2 - 6a + 9 = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -3 \Rightarrow R = 3. \\ c = 3 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3064. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 3z + 2 = 0$, $(Q): x + 3z - 4 = 0$. Mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) có phương trình là

- A. $x + 3z - 1 = 0$. B. $x + 3z - 2 = 0$. C. $x + 3z - 6 = 0$. D. $x + 3z + 6 = 0$.

Lời giải.

- Mặt phẳng cần tìm có dạng $(\alpha): x + 3z + m = 0$ điều kiện $m \neq 2, m \neq -4$.
- Ta thấy $A(-2; 0; 0) \in (P)$ và $B(4; 0; 0) \in (Q)$ nên

$$d[A, (\alpha)] = d[B, (\alpha)] \Leftrightarrow \frac{|m-2|}{\sqrt{10}} = \frac{|4+m|}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow |m-2| = |m+4| \Leftrightarrow m = 1.$$

Vậy mặt phẳng cần tìm là $(\alpha): x + 3z - 1 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3065. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 4x + 2y + 4z + 7 = 0$. Hai mặt cầu có bán kính là R_1 và R_2 chứa đường tròn giao tuyến của (S) và (P) đồng thời cùng tiếp xúc với mặt phẳng $(Q): 3y - 4z - 20 = 0$. Tổng $R_1 + R_2$ bằng

- A. $\frac{63}{8}$. B. $\frac{35}{8}$. C. $\frac{65}{8}$. D. 5.

Lời giải.

- Phương trình mặt cầu chứa giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có dạng

$$(T): x^2 + y^2 + z^2 - 9 + m(4x + 2y + 4z + 7) = 0.$$

- Mặt cầu (T) có tâm $I(-2m; -m; -2m)$ và bán kính $R = \sqrt{9m^2 - 7m + 9}$.
- Mặt cầu (T) tiếp xúc với mặt phẳng (Q) khi

$$\begin{aligned}
 d[I, (Q)] = R &\Leftrightarrow \frac{|-3m + 8m - 20|}{5} = \sqrt{9m^2 - 7m + 9} \\
 &\Leftrightarrow |m - 4| = \sqrt{9m^2 - 7m + 9} \\
 &\Leftrightarrow 8m^2 + m - 7 = 0 \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \Rightarrow R_1 = 5 \\ m = \frac{7}{8} \Rightarrow R_2 = \frac{25}{8} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy $R_1 + R_2 = \frac{65}{8}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3066. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (3; 2; 1)$. B. $\vec{n} = (1; -2; 3)$. C. $\vec{n} = (6; -4; 1)$. D. $\vec{n} = (-3; 2; -1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}' = (3; -2; 1)$, do đó véc-tơ $\vec{n} = -\vec{n}' = (-3; 2; -1)$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Chọn đáp án **D** □

Câu 3067. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$, $C(3; -2; 1)$, $D(1; 1; 1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ kẻ từ đỉnh D bằng

- A. 3. B. 1. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 0; -4)$; $\overrightarrow{AC} = (4; 0; -3)$; $\overrightarrow{AD} = (2; 3; -3)$.

Khi đó $[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (0; -25; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AD} \cdot [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = -75$.

Chiều cao của tứ diện $ABCD$ kẻ từ D là $d(D; (ABC)) = \frac{|\overrightarrow{AD} \cdot [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}]|}{|[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}]|} = \frac{75}{25} = 3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3068. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$?

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ tại A, B, C có phương trình $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì $OA = OB = OC$ nên $|a| = |b| = |c|$.

Mặt phẳng (P) đi qua M nên $\frac{1}{a} + \frac{-3}{b} + \frac{2}{c} = 1$ (1).

Xét các trường hợp:

- ① Nếu $a = b = c$, từ (1) suy ra $0 = 1$ (vô lý).
- ② Nếu $a = b = -c$, từ (1) suy ra $a = -4$, phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{-4} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{4} = 1$.
- ③ Nếu $a = -b = c$, từ (1) suy ra $a = 6$, phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{6} + \frac{y}{-6} + \frac{z}{6} = 1$.
- ④ Nếu $a = -b = -c$, từ (1) suy ra $a = 2$, phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-2} = 1$.

Vậy có 3 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3069. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(10; 2; -1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3}$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A , song song với đường thẳng d sao cho khoảng cách giữa d và (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(-1; 2; 3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

- A. $\frac{3\sqrt{29}}{29}$. B. $\frac{97\sqrt{3}}{15}$. C. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$. D. $\frac{76\sqrt{790}}{790}$.

Lời giải.

Gọi $A'(1+2t; t; 1+3t)$ là hình chiếu của A lên d , suy ra $\overrightarrow{AA'} = (2t-9; t-2; 3t+2)$.

Vì $AA' \perp d$ nên $\overrightarrow{AA'} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2(2t-9) + (t-2) + 3(3t+2) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow \overrightarrow{AA'} = (-7; -1; 5)$.

Ta có $d(d, (P)) = d(A', (P)) \leq AA'$.

Do đó khoảng cách giữa d và (P) lớn nhất khi $AA' \perp (P)$, hay (P) nhận véc-tơ $\overrightarrow{AA'} = (-7; -1; 5)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) : $-7(x-10) - (y-2) + 5(z+1) = 0 \Leftrightarrow -7x - y + 5z + 77 = 0$.

Khoảng cách từ M đến (P) là $d(M, (P)) = \frac{|7-2+15+77|}{\sqrt{(-7)^2 + (-1)^2 + 5^2}} = \frac{97\sqrt{3}}{15}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 3070. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(0; -1; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 0; 3)$ là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 0$. C. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải.

Theo công thức lý thuyết ta có phương trình mặt phẳng (α) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 3071. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(3; 4; 0)$, mặt phẳng (P) : $ax + by + cz + 46 = 0$. Biết rằng khoảng cách từ A , B đến mặt phẳng (P) lần lượt bằng 6 và 3. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ bằng

A. -3. B. -6. C. 3. D. 6.

Lời giải.

— Gọi H , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A , B trên mặt phẳng (P) .

— Ta có $AH = 6$, $BK = 3$, $AB = 3 < AH$, suy ra A , B nằm cùng phía với (P) .

— Mà $AH = 6 \leq AK \leq BA + BK = 6$, suy ra $H \equiv K$ và B , A , K thẳng hàng.

— Do đó B là trung điểm của AH , suy ra $H(5; 6; -1)$ và AB vuông góc với (P) .

— Mặt phẳng (P) đi qua H , có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (2; 2; -1)$ có phương trình

$$2(x-5) + 2(y-6) - (z+1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - z - 23 = 0 \Leftrightarrow -4x - 4y + 2z + 46 = 0.$$

Suy ra $a = -4$, $b = -4$, $c = 2 \Rightarrow T = a + b + c = -6$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 3072. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -1; 1)$, $B(1; 2; 4)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $(P): 2x - 3y - 3z - 16 = 0$.

B. $(P): 2x - 3y - 3z - 6 = 0$.

C. $(P): -2x + 3y + 3z - 6 = 0$.

D. $(P): -2x + 3y + 3z - 16 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (2; -3; -3)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Suy ra phương trình mặt phẳng $(P): 2x - 3y - 3z - 6 = 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 3073. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z - m + 4 = 0$. Tìm số thực m để mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 1 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3.

A. $m = 3$.

B. $m = 2$.

C. $m = 1$.

D. $m = 4$.

Lời giải.

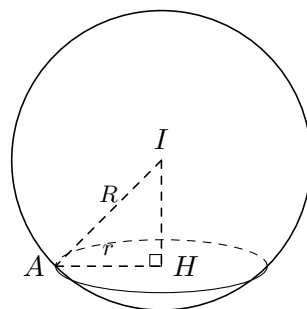
Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; -2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{m+10}$.

Khoảng cách từ I đến (P) là $d = d[I, (P)] = \frac{|-2+4+3+1|}{3} = 2$.

Bán kính r của đường tròn giao tuyến là $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{m+6}$.

Theo đề bài, ta có: $r = 3 \Leftrightarrow \sqrt{m+6} = 3 \Leftrightarrow m+6 = 9 \Leftrightarrow m = 3$.

Vậy $m = 3$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3074. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 14 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 1$.

B. $T = 3$.

C. $T = 10$.

D. $T = 5$.

Lời giải.

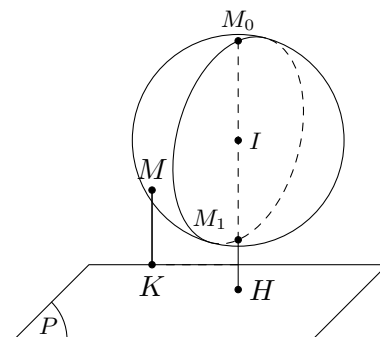
Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; 2)$ và bán kính $R = 3$.

Ta có $d(I, (P)) = 4 > 3 \Rightarrow (P)$ không cắt (S) .

Gọi K là hình chiếu của M lên (P) . Đường thẳng d qua I , vuông góc với (P) tại H , cắt mặt cầu tại hai điểm M_0 và M_1 trong đó M_1 nằm giữa H và I .

Ta có $MK \leq MH \leq MI + IH = M_0I + IH = M_0H$.

Do đó $\max MK = M_0H \Leftrightarrow M \equiv M_0$.



Đường thẳng d qua I , vuông góc với (P) , suy ra d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$.

$$\text{Phương trình đường thẳng } d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + t. \end{cases}$$

Điểm $M \in d \Rightarrow M(-1 + 2t; 1 - 2t; 2 + t)$.

Điểm $M \in (S) \Leftrightarrow 4t^2 + 4t^2 + t^2 = 9 \Leftrightarrow t^2 = 1 \Leftrightarrow t = \pm 1$.

Với $t = 1 \Rightarrow M(1; -1; 3) \Rightarrow d(M, (P)) = 7$.

Với $t = -1 \Rightarrow M(3; 3; 1) \Rightarrow d(M, (P)) = 5$.

Vậy điểm $M(1; -1; 3)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán $\Rightarrow T = 1 - 1 + 3 = 3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3075. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 6z - 6 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (3; 2; 1)$.

B. $\vec{n} = (2; 3; 6)$.

C. $\vec{n} = \left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$.

D. $\vec{n} = (6; 3; 2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 3; 6)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3076. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 1; 3)$, $B(-1; 3; 2)$, $C(-1; 2; 3)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -1)$ và $\overrightarrow{AC} = (-2; 1; 0)$ nên mặt phẳng (ABC) nhận $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 2; 2)$ là véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $(x-1) + 2(y-1) + 2(z-3)$ hay $x + 2y + 2z - 9 = 0$.

Khi đó $d(O, (ABC)) = \frac{|-9|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3077. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; -1; 2)$, song song với trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$.

A. $(P): 2y + 2z - 1 = 0$.

B. $(P): y + z - 1 = 0$.

C. $(P): y - z + 3 = 0$.

D. $(P): 2x + z - 2 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; 2; -2)$.

Ta có $[\vec{i}, \vec{n}_Q] = (0; 2; 2) = 2(0; 1; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) qua $A(0; -1; 2)$, nhận $\vec{n} = (0; 1; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến có dạng

$$(y+1) + (z-2) = 0 \Leftrightarrow y + z - 1 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3078. Cho mặt phẳng $(Q): x - y + 2z - 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) , đồng thời cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm M, N sao cho $MN = 2\sqrt{2}$.

A. $(P): x - y + 2z + 2 = 0$.

B. $(P): x - y + 2z = 0$.

C. $(P): x - y + 2z \pm 2 = 0$.

D. $(P): x - y + 2z - 2 = 0$.

Lời giải.

Ta có $(P) \parallel (Q)$ suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng $x - y + 2z + D = 0$ ($D \neq -2$).

Khi đó mặt phẳng (P) cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $M(-D; 0; 0), N(0; D; 0)$.

Từ giả thiết $MN = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{2D^2} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow D = 2$ (do $D \neq -2$).

Vậy phương trình mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 2 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3079. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 4 = 0$. Mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (P) góc với số đo nhỏ nhất có phương trình là

A. $x - z - 2 = 0$.

B. $x + z - 2 = 0$.

C. $3x + y + z - 1 = 0$.

D. $x + y - z + 3 = 0$.

Lời giải.

Gọi A là giao điểm của d và (P) .

Trên d lấy điểm B .

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên (P) .

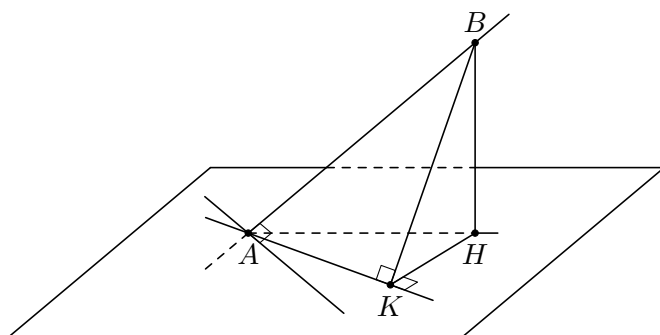
Gọi Δ là giao tuyến của (P) và (Q) .

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên Δ .

Khi đó góc giữa mặt phẳng (Q) và (P) là $\widehat{BKH} = \alpha$.

Ta thấy $\tan \alpha = \frac{BH}{HK}$.

Ta thấy α nhỏ nhất khi HK lớn nhất, tức là $AK \perp AB$.



Ta có $\begin{cases} \vec{u}_d = (-1; 2; 1) \\ \vec{n}_{(P)} = (2; -1; -2) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_\Delta = [\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}] = (-3; 0; -3).$

Ta được $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{u}_d, \vec{u}_\Delta] = (-6; -6; 6).$

Vậy $(Q): x + y - z + 3 = 0.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3080. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (a; b; c)$, $\vec{v} = (x; y; z)$. Tích có hướng $[\vec{u}; \vec{v}]$ có tọa độ là

A. $(bz - cy; cx - az; ay - bx).$

B. $(bz + cy; cx + az; ay + bx).$

C. $(by + cz; ax + cz; by + cz).$

D. $(bz - cy; az - cx; ay - bx).$

Lời giải.

Ta có $[\vec{u}; \vec{v}] = (bz - cy; cx - az; ay - bx).$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3081. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): z + 2 = 0$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. (P) vuông góc với mặt phẳng $(Oxz).$

B. (P) vuông góc với mặt phẳng $(Oyz).$

C. (P) vuông góc với mặt phẳng $(Oxy).$

D. (P) song song với mặt phẳng $(Oxy).$

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): z + 2 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (0; 0; 1).$

Ta có

— Mặt phẳng (Oxz) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (0; 1; 0)$. Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_P = 0$, do đó (P) vuông góc với mặt phẳng (Oxz) .

— Mặt phẳng (Oyz) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; 0; 0)$. Ta có $\vec{n}_2 \cdot \vec{n}_P = 0$, do đó (P) vuông góc với mặt phẳng (Oyz) .

— $(P): z + 2 = 0 \Leftrightarrow z = -2$, do đó $(P) \parallel (Oxy)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3082. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y - 10z - 14 = 0$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại điểm $A(-5; 1; 2)$ được viết dưới dạng $ax + by + cz + 22 = 0$. Giá trị của tổng $a + b + c$ là

A. 7.

B. -11.

C. 11.

D. 22.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 3; 5)$, bán kính $R = 7$.

Mặt phẳng (α) tiếp xúc với (S) tại $A(-5; 1; 2)$ nhận $\vec{AI} = (6; 2; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến, do đó có phương trình $6x + 2y + 3z + 22 = 0$.

Vậy $a = 6, b = 2, c = 3 \Rightarrow a + b + c = 11$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3083. Trong không gian $Oxyz$, số mặt cầu có bán kính bằng 2 và tiếp xúc với cả ba mặt phẳng tọa độ là

A. bốn.

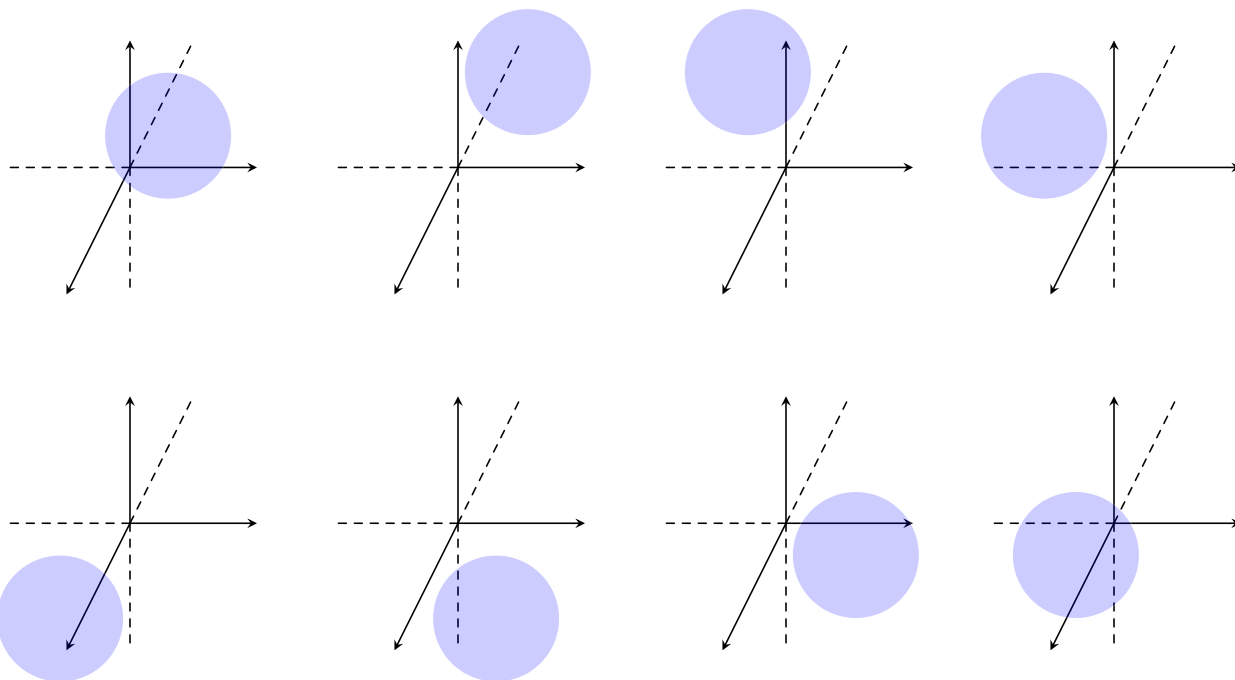
B. mười sáu.

C. tám.

D. mười hai.

Lời giải.

Có tám mặt cầu bán kính bằng 2 tiếp xúc với cả ba mặt phẳng tọa độ.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 3084. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-5; 7; -9)$, $B(1; 3; 7)$, $C(6; -7; -3)$. Gọi AH là chiều cao của tam giác ABC . Tỉ số $\frac{BH}{CH}$ là

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{4}$.

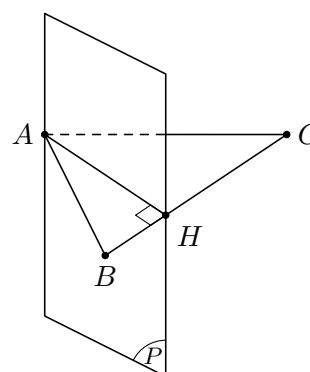
Lời giải.

Mặt phẳng (P) qua A nhận $\overrightarrow{BC} = (5; -10; -10)$ là véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$(x + 5) - 2(y - 7) - 2(z + 9) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 2z + 1 = 0.$$

Ta có

$$\frac{BH}{CH} = \frac{d(B, (P))}{d(C, (P))} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 3085. Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x + y + x - 1 = 0$, $(Q): 2y + z - 5 = 0$ và $(R): x - y + z - 2 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng qua giao tuyến của (P) và (Q) , đồng thời vuông góc với (R) . Phương trình của (α) là

A. $2x + 3y - 5z + 5 = 0$.

B. $x + 3y + 2z - 6 = 0$.

C. $x + 3y + 2z + 6 = 0$.

D. $2x + 3y - 5z - 5 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_P = (1, 1, 1)$, $\vec{n}_Q = (0, 2, 1)$ và $\vec{n}_R = (1, -1, 1)$.

Suy ra $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (-1, -1, 2)$ là véc-tơ chỉ phương của giao tuyến.

$\Rightarrow \vec{n}_\alpha = [\vec{u}, \vec{n}_R] = (1, 3, 2)$ là véc-tơ pháp tuyến của (α) .

Nhận xét $M(-4, 0, 5)$ là điểm chung của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

(α) đi qua $M(-4, 0, 5)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1, 3, 2)$ nên có phương trình

$$1(x + 5) + 3(y - 0) + 2(z - 5) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 2z - 6 = 0.$$

Vậy phương trình của (α) là $x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3086. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 25$ và $(S'): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S') và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π . Khoảng cách từ O đến (P) bằng

- A. $\frac{14}{3}$. B. $\frac{17}{7}$. C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{19}{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) tâm $I(0; 0; 1)$, bán kính $R = 5$.

Mặt cầu (S') tâm $I'(1; 2; 3)$, bán kính $R' = 1$.

Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của I, I' lên (P) .

Gọi bán kính của đường tròn giao tuyến của (P) và (S) là r .

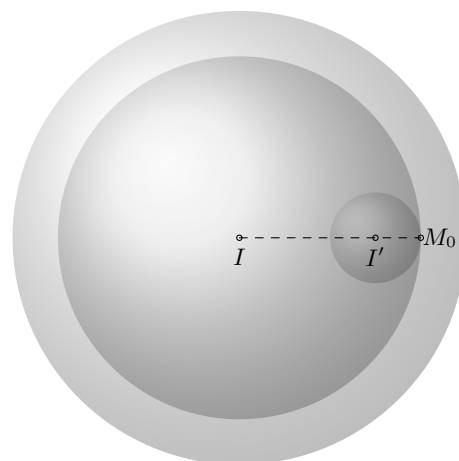
Ta có $2\pi r = 6\pi \Leftrightarrow r = 3$.

Ta có $d(I, (P)) = IM = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$. (1)

Từ (1) $\Rightarrow M$ thuộc mặt cầu (C) tâm I bán kính $R'' = 4$.

Mặt khác $II' = R'' - R' = 3 \Leftrightarrow (C)$ và (S') tiếp xúc ngoài.

Mặt phẳng (P) thỏa mãn yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (P)$ đồng thời tiếp xúc với (C) và (S') .



Gọi M_0 là tiếp điểm chung của (S') và (C) , ta có $\overrightarrow{II'} = 3\overrightarrow{I'M_0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 1 = \frac{1}{3} \\ y_0 - 2 = \frac{2}{3} \\ z_0 - 3 = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{4}{3} \\ y_0 = \frac{8}{3} \\ z_0 = \frac{11}{3} \end{cases}$.

Mặt phẳng (P) qua $M_0\left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \frac{11}{3}\right)$ có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{II'} = (1; 2; 2)$. Phương trình của (P) là

$$x + 2y + 2z - 14 = 0.$$

Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) là $d(O, (P)) = \frac{14}{3}$.

• **Lưu ý:** Nếu (C) và (S') không tiếp xúc trong thì hoặc không tồn tại (P) hoặc có vô số mặt phẳng (P) thỏa mãn. Chính đề bài yêu cầu tính khoảng cách từ (O) đến (P) dẫn đến nhận định về tính duy nhất của (P) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3087. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z - 6 = 0$ và hai điểm $A(5; 7; -3)$, $B(-1; -2; 0)$. Gọi M là giao điểm của AB và (P) . Tính tỉ số $\frac{MA}{MB}$.

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Ta có $\frac{MA}{MB} = \frac{d[A, (P)]}{d[B, (P)]} = \frac{|3 \cdot 5 + 2 \cdot 7 - (-3) - 6|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + (-1)^2}} : \frac{|3 \cdot (-1) + 2 \cdot (-2) - (0) - 6|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3088. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) qua điểm $M(2; 3; 5)$ và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C phân biệt sao cho OA , OB , OC theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 3. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) là

- A. $\frac{18}{\sqrt{91}}$. B. $\frac{24}{\sqrt{91}}$. C. $\frac{16}{\sqrt{91}}$. D. $\frac{32}{\sqrt{91}}$.

Lời giải.

Do mặt phẳng (P) cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C phân biệt sao cho OA , OB , OC theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 3 nên $OB = 3OA$, $OC = 9OA$.

Giả sử điểm $A(a; 0; 0)$ thì $B(0; 3a; 0)$, $C(0; 0; 9a)$ với $a > 0$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{3a} + \frac{z}{9a} = 1 \Leftrightarrow 9x + 3y + z = 9a$.

Do (P) đi qua $M(2; 3; 5)$, suy ra $9a = 32$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) : $9x + 3y + z - 32 = 0$.

Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) là $d(O, (P)) = \frac{|-32|}{\sqrt{9^2 + 3^2 + 1^2}} = \frac{32}{\sqrt{91}}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3089. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng (Ozx) ?

A. $x = 0$.

B. $y - 1 = 0$.

C. $y = 0$.

D. $z = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (Ozx) là $y = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3090. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(1; -1; 1)$. Mặt cầu tiếp xúc với 6 cạnh của tứ diện $ABCD$ cắt (ACD) theo thiết diện có diện tích S . Chọn mệnh đề **đúng**.

A. $S = \frac{\pi}{3}$.

B. $S = \frac{\pi}{6}$.

C. $S = \frac{\pi}{4}$.

D. $S = \frac{\pi}{5}$.

Lời giải.

Ta có $AB = CD = AC = BD = AD = BC = \sqrt{2}$ nên $ABCD$ là tứ diện đều.

Gọi M , N , I lần lượt là trung điểm của AB , CD , MN , khi đó $MN \perp AB$ tại M , $MN \perp CD$ tại N nên mặt cầu (S) tâm I , bán kính $R = \frac{MN}{2}$ là mặt cầu tiếp xúc với 6 cạnh của tứ diện $ABCD$.

Ta có $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$, $N\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right)$, $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 0; 1)$, $\overrightarrow{AD} = (0; -1; 1)$.

Mặt phẳng (ACD) nhận $[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}] = (1; 1; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $x + y + z - 1 = 0$.

Mặt cầu (S) có bán kính $R = \frac{MN}{2} = \frac{1}{2}$.

Khoảng cách từ I đến (ACD) là $d = d(I, (ACD)) = \frac{\left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1\right|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} < R$.

Do đó (ACD) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{\frac{1}{6}}$.

Vậy diện tích S của thiết diện là $S = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3091. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $x - z + 6 = 0$ và hai mặt cầu (S_1) : $x^2 + y^2 + z^2 = 25$, (S_2) : $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4z + 7 = 0$. Biết rằng tập hợp tâm I các mặt cầu tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) , (S_2) và nằm trên (P) là một đường cong. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong đó.

A. $\frac{7}{3}\pi$.

B. $\frac{7}{9}\pi$.

C. $\frac{9}{7}\pi$.

D. $\frac{7}{6}\pi$.

Lời giải.

Mặt cầu (S_1) có tâm $O(0; 0; 0)$ bán kính $R_1 = 5$, mặt cầu (S_2) có tâm $J(-2; 0; 2)$ bán kính $R_2 = 1$.

Giả sử điểm $I(x; y; z) \in (P)$ sao cho mặt cầu tâm I bán kính R tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) và

$$(S_2). \text{ Khi đó ta có } \begin{cases} x - z + 6 = 0 & (1) \\ R = |IO - R_1| & (2) \\ R = |IJ - R_2| & (3) \end{cases}$$

Từ (2), (3) ta có $|IO - 5| = |IJ - 1|$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow IO^2 - 10IO + 25 = IJ^2 - 2IJ + 1 \\ &\Leftrightarrow 5\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y + 8} + 20 \\ &\Leftrightarrow 25(x^2 + y^2 + z^2) = x^2 + y^2 + z^2 - 16 + 40\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 16} + 400 \\ &\Leftrightarrow 24(x^2 + y^2 + z^2 - 16) - 40\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 16} = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 16} = 0 \\ \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 16} = \frac{5}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

Với $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 16} = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 16$ là phương trình mặt cầu tâm O bán kính $R = 4$. Ta thấy $d(O, (P)) = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} > R$ nên mặt cầu không cắt (P) do đó không tồn tại điểm I .

Với $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 16} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = \frac{169}{9}$ là phương trình mặt cầu (S') tâm O bán kính $R = \frac{13}{3}$. Ta thấy $d(O, (P)) = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} < R$ nên mặt cầu (S') cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn (C) bán kính $r = \sqrt{R^2 - (d(O, (P)))^2} = \sqrt{\frac{169}{9} - 18} = \sqrt{\frac{7}{9}}$.

Vậy tập hợp điểm I là đường tròn (C) , diện tích hình tròn giới hạn bởi (C) là $S = \pi r^2 = \frac{7\pi}{9}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3092. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3z + 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1(2; -3; 5)$. B. $\vec{n}_2(2; -3; 0)$. C. $\vec{n}_3(2; 0; -3)$. D. $\vec{n}_4(0; 2; -3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - 3z + 5 = 0$ là $\vec{n}_3(2; 0; -3)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3093. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 12$. Mặt phẳng nào sau đây cắt mặt cầu theo giao tuyến là một đường tròn?

- A. $(R_1): x + y - z + 2 = 0$. B. $(R_2): x + y - z - 2 = 0$.
C. $(R_3): x + y - z + 10 = 0$. D. $(R_4): x + y - z - 10 = 0$.

Lời giải.

— Để mặt phẳng cắt mặt cầu theo giao tuyến là một đường tròn thì khoảng cách từ tâm $I(-2; -1; 1)$ của mặt cầu đến mặt phẳng phải nhỏ hơn bán kính $R = 2\sqrt{3}$.

— Ta có $d(I, (R_1)) = \frac{|-2 - 1 - 1 + 2|}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} < R$. Suy ra mặt phẳng (R_1) thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3094. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

- A. $z = 0$. B. $x + y + z = 0$. C. $x = 0$. D. $y = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ nhận $\vec{i} = (1; 0; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $x = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3095. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) lần lượt có phương trình $2x - y + z = 0$ và $2x - y + z - 7 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. 7. B. $7\sqrt{6}$. C. $6\sqrt{7}$. D. $\frac{7}{\sqrt{6}}$.

Lời giải.

Ta thấy mặt phẳng $(P): 2x - y + z = 0$ đi qua điểm $O(0; 0; 0)$.

Vì $(P) \parallel (Q)$ nên

$$d((P), (Q)) = d(O, (Q)) = \frac{|2 \cdot 0 - 0 + 0 - 7|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{7}{\sqrt{6}}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3096. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 3x - 4y - z + 3 = 0$ có 1 vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{a} = (-6; 8; 2)$. B. $\vec{m} = (3; 4; -1)$. C. $\vec{n} = (3; 4; 1)$. D. $\vec{b} = (-3; 4; -1)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n} = (3; -4; -1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

Nên $\vec{a} = (-6; 8; 2)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3097. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

- A. $3x - y + z + 11 = 0$. B. $3x - y + z + 12 = 0$.
C. $3x - y + z - 12 = 0$. D. $3x - y + z - 11 = 0$.

Lời giải.

Do mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + z + 4 = 0$ nên phương trình mặt phẳng (β) có dạng $3x - y + z + c = 0$ với $c \neq 4$.

Vì mặt phẳng (β) đi qua $M(3; -1; 2)$ nên $c = -12$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(\beta): 3x - y + z - 12 = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3098. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(2; 0; 3)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A , B và song song với đường thẳng OC có phương trình là

- A. $3x + 10y + 2z - 5 = 0$. B. $3x + 10y - 2z + 11 = 0$.
C. $3x + 10y - 2z - 5 = 0$. D. $3x + 10y - 2z - 11 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -1; -2)$, $\overrightarrow{OC} = (2; 0; 3)$.

Do mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A , B và song song với đường thẳng OC nên $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OC}] = (-3; -10; 2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $3x + 10y - 2z - 11 = 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3099. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các điểm $A(1; 2; 1)$, $B(1; 0; 1)$, $C(-1; -1; 0)$, $D(-2; 3; 4)$. Trên các cạnh AB , AC , AD lần lượt lấy các điểm B' , C' , D' sao cho $\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 6$ và tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ là

- A. $y - z = 0$. B. $y - z - 2 = 0$. C. $x - z - 2 = 0$. D. $x - z = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_{ABCD}}{V_{AB'C'D'}} = \frac{AB}{AB'} \cdot \frac{AC}{AC'} \cdot \frac{AD}{AD'} \leq \left(\frac{\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'}}{3} \right)^3 = \left(\frac{6}{3} \right)^3 = 8.$$

Do đó thể tích của $AB'C'D'$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $\frac{AB}{AB'} = \frac{AD}{AD'} = \frac{AC}{AC'} = 2$.

Khi đó $\overrightarrow{AB'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ hay B' là trung điểm của $AB \Rightarrow B'(1; 1; 1)$.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-2; -1; -1)$; $\overrightarrow{BD} = (-3; 3; 3)$ nên $[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (0; 9; -9)$.

Mặt khác $(B'C'D') \parallel (BCD)$ nên $\vec{n} = [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (0; 9; -9)$ là một véc-tơ pháp tuyến của $(B'C'D')$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$: $9(y - 1) - 9(z - 1) = 0 \Leftrightarrow y - z = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3100. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình của mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; -3; 0)$, $C(0; 0; 2)$.

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{2} = 1$. C. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; -3; 0)$, $C(0; 0; 2)$ là $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{2} = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3101. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ tâm mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z - 1 = 0$ đến mặt phẳng (P) $x + 2y + 2z - 10 = 0$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. 0. D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải.

Ta có mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z - 1 = 0$ có tâm $I(2; 2; 2)$.

$$\text{Do đó } d(I; (P)) = \frac{|2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 - 10|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3102. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x - 2y - z + 2 = 0$. Khoảng cách từ điểm $M(1; -1; -3)$ đến (P) bằng

- A. 3. B. 1. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm $M(1; -2; -3)$ đến mặt phẳng (P) : $2x - 2y - z + 2 = 0$ là

$$d[M, (P)] = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-1) - (-3)|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{|9|}{3} = 3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3103. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; 1)$ và mặt phẳng (P) : $2x - 2y + z + 7 = 0$. Xét $M \in (P)$, giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + |\overrightarrow{MB}|$ bằng

- A. $\sqrt{22}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{6}$. D. $\sqrt{19}$.

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$, suy ra $I(-1; 1; 1)$. Ta có

$$|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + |\overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MI}| + |\overrightarrow{MB}| = MI + MB.$$

Vì B và I cùng phía so với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 7 = 0$. Gọi B' là điểm đối xứng với điểm B qua mặt phẳng (P) , suy ra tọa độ $B'(-4; 3; -2)$.

Vậy, ta có $MI + MB = MI + MB' \geq IB'$.

Do đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + |\overrightarrow{MB}|$ bằng $IB' = \sqrt{22}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3104. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x - 4z + 7 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là

- A. $(3; -4; 7)$. B. $(-3; 0; 4)$. C. $(3; -4; -7)$. D. $(3; 0; 7)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 3x - 4z + 7 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $(-3; 0; 4)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3105. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2; 1; 1)$, $B(-1; -2; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + y + z = 0$.

- A. $x + y - 3 = 0$. B. $x - y - z = 0$. C. $x - y - 1 = 0$. D. $x + y + z - 4 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; -4)$, $\vec{n}_{(Q)} = (1; 1; 1)$.

Do mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2; 1; 1)$, $B(-1; -2; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q) nên mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(Q)}] = (1; -1; 0)$.

Vậy phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là $1(x - 2) - 1(y - 1) + 0(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3106. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình của các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): x + y - z + 3 = 0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$.

- A. $x - y - z + 6 = 0; x - y - z = 0$. B. $x - y - z + 6 = 0$.
C. $x + y - z + 6 = 0; x + y - z = 0$. D. $x + y + z + 6 = 0; x + y + z = 0$.

Lời giải.

Do mặt phẳng (P) song song với $(\beta): x + y - z + 3 = 0$ nên $(P): x + y - z + m = 0$ với $m \neq 3$.

Lấy $A(0; 0; 3) \in (\beta)$. Ta có $d[(P), (\beta)] = d[A, (P)] = \sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 6. \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3107. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 4; 5)$, $B(3; 4; 0)$, $C(2; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 3y - 2z - 29 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc (P) sao cho $MA^2 + MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + c$.

- A. -10 . B. 10 . C. 8 . D. -8 .

Lời giải.

Gọi $I(x_I; y_I; z_I)$ là 1 điểm trong không gian thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ với:

$$\begin{cases} A(1; 4; 5) \Rightarrow \overrightarrow{IA} = (1 - x_I; 4 - y_I; 5 - z_I) \\ B(3; 4; 0) \Rightarrow \overrightarrow{IB} = (3 - x_I; 4 - y_I; -z_I) \\ C(2; -1; 0) \Rightarrow \overrightarrow{IC} = (2 - x_I; -1 - y_I; -z_I) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = (10 - 5x_I; 5 - 5y_I; 5 - 5z_I).$$

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 10 - 5x_I = 0 \\ 5 - 5y_I = 0 \\ 5 - 5z_I = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 2 \\ y_I = 1 \\ z_I = 1 \end{cases} \Rightarrow I(2; 1; 1).$$

Ta có:

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 + MC^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 5MI^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}) + IA^2 + IB^2 + 3IC^2 \\ &= 5MI^2 + IA^2 + IB^2 + 3IC^2. \end{aligned}$$

Vì $IA^2 + IB^2 + 3IC^2$ là hằng số nên $(MA^2 + MB^2 + MC^2)_{\min} \Leftrightarrow MI_{\min}^2 \Rightarrow M$ là hình chiếu của I lên (P) . Gọi (d) là đường thẳng qua I và vuông góc với $(P) \Rightarrow \vec{u}_d = \vec{n}_P = (3; 3; -2)$.

Mà $I(2; 1; 1)$ nên phương trình đường thẳng d : $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$, suy ra tọa độ $M(2 + 3t; 1 + 3t; 1 - 2t)$.

Vì $M \in (P) \Rightarrow 3(2 + 3t) + 3(1 + 3t) - 2(1 - 2t) - 29 = 0 \Rightarrow t = 1$.

Suy ra tọa độ $M(5; 4; -1) \Rightarrow a + b + c = 8$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3108. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 2 = 0$ điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $P(2; -1; 1)$.

B. $M(-1; 1; -1)$.

C. $Q(1; -1; -1)$.

D. $N(1; -1; 1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng, ta thấy chỉ có tọa độ điểm N thỏa mãn.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3109. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $E(8; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua E và cắt chiều dương các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho OG nhỏ nhất với G là trọng tâm tam giác ABC .

A. $x + 2y + 2z - 12 = 0$.

B. $x + y + 2z - 11 = 0$.

C. $2x + y + z - 18 = 0$.

D. $8x + y + z - 66 = 0$.

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$.

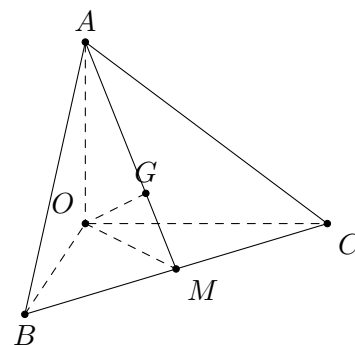
Phương trình mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Mặt phẳng (α) đi qua $E(8; 1; 1)$ nên $\frac{8}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

Mà $OG^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{9}$ nên ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $a^2 + b^2 + c^2$.

Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki

$$\begin{aligned} (a^2 + b^2 + c^2)(4 + 1 + 1) &\geq (2a + b + c)^2 \\ \Rightarrow 6(a^2 + b^2 + c^2) &\geq (2a + b + c)^2. \end{aligned}$$



Lại có

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)(4 + 1 + 1)} \geq (2a + b + c) \\ \Leftrightarrow & \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)(4 + 1 + 1)} \geq (2a + b + c) \left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \\ \Leftrightarrow & \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)(4 + 1 + 1)} \geq (4 + 1 + 1)^2 = 36. \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $a^2 + b^2 + c^2 \geq 6^3$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{a^2}{4} = b^2 = c^2 \Rightarrow a = 2b = 2c$.

Vậy $a^2 + b^2 + c^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 216 khi $a = 12, b = c = 6$.

Vậy phương trình mặt phẳng là $\frac{x}{12} + \frac{y}{6} + \frac{z}{6} = 1$ hay $x + 2y + 2z - 12 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3110. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(-1; 3; 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 11 = 0$.

A. $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 4$.

B. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 4$.

C. $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 2$.

D. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = \frac{4}{9}$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu

$$R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 3 + 2 \cdot 0 + 11|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2.$$

Vậy phương trình mặt cầu là

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 4.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 3111. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -1)$ và có tiếp diện là mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 5 = 0$ có phương trình là

A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 4$.

B. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 1$.

C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 4$.

D. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 1$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có bán kính $R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) + 2 \cdot (-1) + 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 1$ và tâm $I(1; -2; -1)$.

Vậy $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3112. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng qua $M(2; 1; 3)$, $A(0; 0; 4)$ và cắt hai trục Ox , Oy lần lượt tại B , C khác O thỏa mãn diện tích tam giác OBC bằng 1?

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Giả sử $B(b; 0; 0)$, $C(0; c; 0)$, $(bc \neq 0)$. Khi đó $(ABC): \frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{4} = 1$.

Do $M \in (ABC)$ nên $\frac{2}{b} + \frac{1}{c} + \frac{3}{4} = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{4} \quad (*)$.

Vì $S_{\triangle OBC} = 1$ nên $\frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC = 1 \Leftrightarrow |b| \cdot |c| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{2}{c} \\ b = -\frac{2}{c} \end{cases}$.

Thay $b = \frac{2}{c}$ vào (*) ta được $c^2 - \frac{1}{4}c + 1 = 0$ (vô nghiệm).

Thay $b = -\frac{2}{c}$ vào (*) ta được $c^2 + \frac{1}{4}c - 1 = 0$ (có hai nghiệm phân biệt khác 0).

Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3113. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $A(1; 1; 3)$ và chứa trục hoành có phương trình là

A. $3y + z - 4 = 0$.

B. $x - y = 0$.

C. $3y - z = 0$.

D. $x - 3y = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA} = (1; 1; 3)$, $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $[\overrightarrow{OA}, \vec{i}] = (0; 3; -1)$.

Mặt phẳng (P) qua A và chứa Ox nên (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (0; 3; -1)$.

Suy ra $(P): 0(x - 1) + 3(y - 1) - 1(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 3y - z = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3114. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm m để mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$ cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6y + 2(m - 2)z + 4 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn có diện tích bằng 3π .

A. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 1 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m = -3 \\ m = 3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m = -3 \\ m = -1 \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi R, r lần lượt là bán kính mặt cầu và bán kính đường tròn giao tuyến. Suy ra $\pi r^2 = 3\pi \Leftrightarrow r^2 = 3$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 3; 2 - m)$,

$$R^2 = 9 + (2 - m)^2 - 4 = m^2 - 4m + 9.$$

Khoảng cách từ tâm I đến (P) là

$$d = d(I, (P)) = \frac{|3 + 2 - m + 1|}{\sqrt{3}} = \frac{|6 - m|}{\sqrt{3}}.$$

Ta có

$$\begin{aligned} R^2 = r^2 + d^2 &\Leftrightarrow m^2 - 4m + 9 = 3 + \frac{(6 - m)^2}{3} \\ &\Leftrightarrow 2m^2 = 18 \Leftrightarrow m = \pm 3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3115. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 1 = 0$, $(Q): 3x - (m + 2)y + (2m - 1)z + 3 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.

A. $m = 0$.

B. $m = 2$.

C. $m = -1$.

D. $m = -2$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của (P) , (Q) lần lượt là $\vec{n}_P = (1; 2; -1)$ và $\vec{n}_Q = (3; -m - 2; 2m - 1)$.

$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow 3 - 2(m + 2) - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3116. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$.

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$.

Lời giải.

Các điểm M, N, P thuộc các trục Ox, Oy, Oz nên mặt phẳng (MNP) có phương trình là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 3117. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 1.

B. 6.

C. 3.

D. 9.

Lời giải.

Chọn điểm $A(6; 0; 0)$ thuộc (P) . Do $(P) \parallel (Q)$ suy ra

$$d((P), (Q)) = d(A, (Q)) = \frac{|6 + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 3.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3118. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 4)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. Khi đó (P) đi qua điểm nào sau đây?

A. $(2; 2; 0)$.B. $(1; 1; 2)$.C. $(-1; 1; 4)$.D. $(0; 1; 3)$.**Lời giải.**

Giả sử $A(a; 0; 0); B(0; b; 0); C(0; 0; c)$, $(a, b, c > 0)$.

Phương trình của $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1; M \in (P) \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} = 1.$

Thể tích của khối chóp $OABC$ là $V = \frac{abc}{6}.$

Ta có $1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{8}{abc}} \Rightarrow abc \geq 216.$

Dấu " $=$ " xảy ra khi $\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} = 1 \\ \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{4}{c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 12. \end{cases}$

Do đó thể tích khối chóp $OABC$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $\begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 12. \end{cases}$

Khi đó phương trình mặt phẳng $(P): 4x + 2y + z - 12 = 0.$

Chọn đáp án **A** □

Câu 3119. Cho điểm $A(4; -4; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z = 0$. Gọi M nằm trên (P) , N là trung điểm của OM , H là hình chiếu vuông góc của O lên AM . Biết rằng khi M thay đổi thì đường thẳng HN luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định. Tính thể tích của mặt cầu đó.

A. 36π .B. $32\sqrt{3}\pi$.C. $32\sqrt{2}\pi$.D. $72\sqrt{2}\pi$.**Lời giải.**

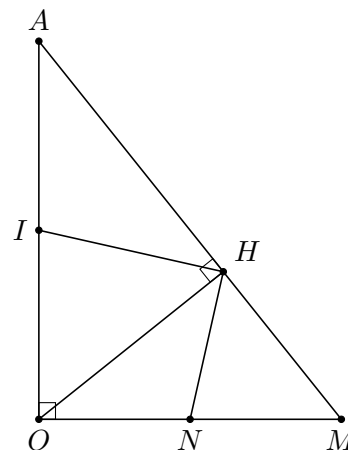
Để thấy O thuộc (P) và A không thuộc (P) .

Ta có $\vec{n}_P = (2; -2; 1)$ và $\vec{OA} = (4; -4; 2)$ cùng phương nên điểm O là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (P) . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là $AO = 6$.

Gọi I là trung điểm của OA . Các tam giác IOH và OHN cân suy ra $\widehat{IHO} = \widehat{IOH}$ và $\widehat{OHN} = \widehat{NOH}$, do đó

$$\widehat{IHN} = \widehat{IHO} + \widehat{NHO} = \widehat{ION} = 90^\circ.$$

Vậy đường thẳng HN luôn tiếp xúc với mặt cầu tâm I bán kính $R = IO = 3$. Thể tích của mặt cầu đó là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3120. Trong không gian $Oxyz$. Phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; -2)$ là

A. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{2} = 1$. **B.** $\frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1$. **C.** $\frac{x}{-3} - \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1$. **D.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; -2)$ là $\frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3121. Mặt phẳng nào dưới đây cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$ theo thiết diện là một đường tròn

A. $x + 2y + 2z + 6 = 0$. **B.** $x - y + z = 0$.
C. $x - y + z + 7 = 0$. **D.** $x + 2y + 3z + 3 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 2)$, bán kính $R = 3$.

Ta có

— Xét $(P_1): x + 2y + 2z + 6 = 0$, $d(I, (P_1)) = \frac{|1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 6|}{\sqrt{1 + 1 + 4}} = \frac{13}{\sqrt{6}} > R$.

— Xét $(P_2): x - y + z = 0$, $d(I, (P_2)) = \frac{|1 - 1 + 2|}{\sqrt{1 + 1 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{3}} < R$.

— Xét $(P_3): x - y + z + 7 = 0$, $d(I, (P_2)) = \frac{|1 - 1 + 2 + 7|}{\sqrt{1 + 1 + 1}} = 3\sqrt{3} > R$.

— Xét $(P_4): x + 2y + 3z + 3 = 0$, $d(I, (P_4)) = \frac{|1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3|}{\sqrt{1 + 1 + 4}} = 2\sqrt{6} > R$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3122. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M cắt các trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC là

A. $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0$. **B.** $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0$.
C. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$. **D.** $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải.

Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$.

Do $M(1; 2; 3)$ là trọng tâm tam giác ABC nên ta có

$$\begin{cases} \frac{a+0+0}{3} = 1 \\ \frac{0+b+0}{3} = 2 \\ \frac{0+0+c}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow a=3, b=6, c=9.$$

Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3123. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P): x + y - z - 2 = 0$ và $(Q): x - y + z - 1 = 0$ là

A. $x + y + z - 3 = 0$. B. $x - 2y + z = 0$. C. $x + z - 2 = 0$. D. $y + z - 2 = 0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $A(1; 1; 1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Ta có $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; -1)$, $\vec{n}_{(Q)} = (1; -1; 1)$ là các véc-tơ chỉ phương của mặt phẳng (P) và (Q) .

$\Rightarrow \vec{n} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (0; -2; -2)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

Phương trình mặt phẳng (α) là

$$0(x - 1) - 2(y - 1) - 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow y + z - 2 = 0.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 3124. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C khác gốc tọa độ. Tính giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$.

A. 18. B. 9. C. 6. D. 54.

Lời giải.

Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, với $a, b, c > 0$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Do $M \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$. (*)

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, từ đẳng thức (*) ta có

$$1 \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{abc}} \Rightarrow \frac{1}{27} \geq \frac{2}{abc} \Rightarrow abc \geq 54.$$

Thể tích tứ diện $OABC$ là $V = \frac{1}{6}abc \geq \frac{54}{6} = 9$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích tứ diện $OABC$ bằng 9 khi $\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{1}{c} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = c = 3, b = 6$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3125. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(0; 4; 0)$, mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - 2z + 2017 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A , B và tạo với mặt phẳng (P) một góc nhỏ nhất. (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (1; a; b)$, khi đó $a + b$ bằng

A. 4. B. 0. C. 1. D. -2.

Lời giải.

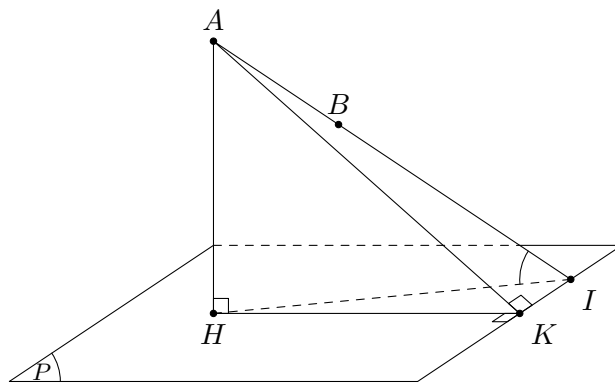
Gọi $I = AB \cap (P)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên (P) .

Gọi $\Delta = (P) \cap (Q)$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên Δ

$\Rightarrow \widehat{AKH}$ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .



Do $\triangle HKI$ vuông tại K ($K \neq I$) $\Rightarrow HK \leq HI$

$$\Rightarrow \tan \widehat{AKH} = \frac{AH}{HK} \geq \frac{AH}{HI} = \tan \widehat{AIH} \Rightarrow \widehat{AKH} \geq \widehat{AIH}.$$

Vậy góc nhỏ nhất giữa hai mặt phẳng là $\widehat{AIH}$.

Khi đó K trùng với I và $\vec{u} = [\vec{AB}, \vec{n}_{(P)}]$ là một véc-tơ chỉ phương của mặt phẳng (Q) .

Ta có $\vec{AB} = (-1; 2; 1)$, $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; -2) \Rightarrow \vec{u} = [\vec{AB}, \vec{n}_{(P)}] = (-3; 0; -3)$

$\Rightarrow \vec{u}_1 = (1; 0; 1)$ cũng là một véc-tơ chỉ phương của mặt phẳng (Q) .

Suy ra $\vec{n}_2 = [\vec{u}_1, \vec{AB}] = (-2; -2; 2) = -2(1; 1; -1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q)

$\Rightarrow \vec{n}_{(Q)} = (1; 1; -1)$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) , suy ra $a + b = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3126. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) : $-x + 3y + 2z + 11 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_3 = (3; 2; 11)$.

B. $\vec{n}_1 = (1; 3; 2)$.

C. $\vec{n}_4 = (-1; 2; 11)$.

D. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3127. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(a; b; c)$ với $a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Xét (P) là mặt phẳng thay đổi đi qua điểm A . Khoảng cách lớn nhất từ điểm O đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

B. $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

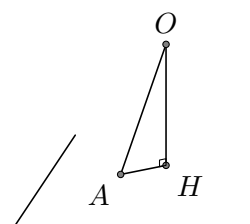
C. $3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

D. $4\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Lời giải.

Xét (P) là một mặt phẳng đi qua A , gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (P) .

Khi đó, ta có $d(O, (P)) = OH \leq OA = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3128. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x - y + 3z - 2 = 0$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (P) ?

A. $4x - 2y + 6z + 1 = 0$.

B. $x - 7y + 3z + 1 = 0$.

C. $-x + 7y - 3z + 1 = 0$.

D. $x - 7y - 3z + 1 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) : $2x - y + 3z - 2 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; 3)$.

— Mặt phẳng $4x - 2y + 6z + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (4; -2; 6)$. Ta có

$$\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_1 = 8 + 2 + 18 \neq 0.$$

Suy ra hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$ và $4x - 2y + 6z + 1 = 0$ không vuông góc với nhau.

— Mặt phẳng $x - 7y + 3z + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1; -7; 3)$. Ta có

$$\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_2 = 2 + 7 + 9 \neq 0.$$

Suy ra hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$ và $x - 7y + 3z + 1 = 0$ không vuông góc với nhau.

— Mặt phẳng $-x + 7y - 3z + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_3 = (-1; 7; -3)$. Ta có

$$\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_3 = -2 - 7 - 9 \neq 0.$$

Suy ra hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$ và $-x + 7y - 3z + 1 = 0$ không vuông góc với nhau.

— Mặt phẳng $x - 7y - 3z + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_4 = (1; -7; -3)$. Ta có

$$\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_4 = 2 + 7 - 9 = 0.$$

Suy ra hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$ và $x - 7y - 3z + 1 = 0$ vuông góc với nhau.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3129. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (Oxz) ?

A. $(P): x - 3 = 0$. B. $(Q): y - 2 = 0$. C. $(R): z + 1 = 0$. D. $(S): x + z + 3 = 0$.

Lời giải.

Ta thấy mặt phẳng $(Q): y - 2 = 0$ song song với mặt phẳng (Oxz) .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3130. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$ và $C(0; 0; 3)$.

Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{6}{11}$. D. $\frac{6}{7}$.

Lời giải.

Ta thấy $OABC$ là tam diện vuông đỉnh O .

Khi đó, ta có $\frac{1}{d^2(O, (ABC))} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{49}{36}$.

Vậy $d(O, (ABC)) = \frac{6}{7}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3131. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$ và $B(3; -1; 5)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng AB và cắt các trục Ox, Oy và Oz tại các điểm D, E và F . Biết thể tích của tứ diện $ODEF$ bằng $\frac{3}{2}$, phương trình mặt phẳng (P) là

A. $2x - 3y + 4z \pm \sqrt[3]{36} = 0$. B. $2x - 3y + 4z + \frac{3}{2} = 0$.
C. $2x - 3y + 4z \pm 12 = 0$. D. $2x - 3y + 4z \pm 6 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có dạng $(P): 2x - 3y + 4z + m = 0$.

Ta được $\begin{cases} D\left(-\frac{m}{2}; 0; 0\right) \\ E\left(0; \frac{m}{3}; 0\right) \\ F\left(0; 0; -\frac{m}{4}\right) \end{cases}$.

Ta có $V_{ODEF} = \frac{1}{6}OD \cdot OE \cdot OF = \frac{|m|^3}{144}$.

Theo giả thiết ta có $\frac{|m|^3}{144} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow m = \pm 6$.

Vậy $(P): 2x - 3y + 4z \pm 6 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3132. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $(3; -1; 1)$ đồng thời song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{37}{101}$.

B. $\frac{5}{77}$.

C. $\frac{37}{\sqrt{101}}$.

D. $\frac{5\sqrt{77}}{77}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -3; -2)$, véc-tơ $\vec{u} = (2; -1; 1)$ là véc-tơ chỉ phương của d .

Mặt phẳng (P) chứa AB và song song với d nhận $[\vec{u}_d; \overrightarrow{AB}] = (5; 6; -4)$ là véc-tơ pháp tuyến.

Mặt khác $A \in (P) \Rightarrow (P): 5x + 6y - 4z - 5 = 0$.

Khoảng cách từ $O(0; 0; 0)$ đến (P) là

$$d(O, (P)) = \frac{|-5|}{\sqrt{5^2 + 6^2 + (-4)^2}} = \frac{5\sqrt{77}}{77}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3133. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 4y + 3z - 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (1; -4; 3)$.

B. $\vec{n} = (1; 4; 3)$.

C. $\vec{n} = (0; -4; 3)$.

D. $\vec{n} = (-4; 3; -2)$.

Lời giải.

Dựa vào định nghĩa phương trình tổng quát của mặt phẳng, ta suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; -4; 3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3134. Cho ba điểm $A(0; 2; 1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(1; 0; 0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x + 3y - 4z - 2 = 0$.

B. $2x - 3y - 4z + 2 = 0$.

C. $4x + 6y - 8z + 2 = 0$.

D. $2x - 3y - 4z + 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -2; -1)$.

Khi đó mặt phẳng (P) nhận véc-tơ $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 3; -4)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$2x + 3(y - 2) - 4(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 4z - 2 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3135. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của $AB, BC, C'D', DD'$. Gọi thể tích khối tứ diện $MNPQ$ là phân số tối giản $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Tính $a + b$.

A. 9.

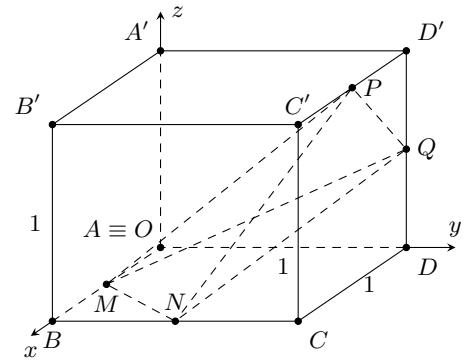
B. 25.

C. 13.

D. 11.

Lời giải.

Gắn vào hình lập phương hệ trục $Oxyz$ có gốc tại điểm A , các tia Ox, Oy, Oz lần lượt chứa các điểm D, B, A' . Khi đó ta suy ra tọa độ các đỉnh hình lập phương và các điểm M, N, P, Q là $B(1; 0; 0), C(1; 1; 0), C'(1; 1; 1), D(0; 1; 0), D'(0; 1; 1), M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right), N\left(1; \frac{1}{2}; 0\right), P\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right), Q\left(0; 1; \frac{1}{2}\right)$.
Ta có $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), \overrightarrow{MP} = (0; 1; 1)$.



Suy ra

$$[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = \left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), \overrightarrow{MQ} = \left(-\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{2}\right).$$

Thể tích khối tứ diện $MNPQ$ là

$$V_{MNPQ} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] \cdot \overrightarrow{MQ}| = \frac{1}{12}.$$

Vậy $a + b = 13$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3136. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -1; -1), B(-1; -3; 1)$. Giả sử C, D là hai điểm di động trên mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$ sao cho $CD = 4$ và A, C, D thẳng hàng. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích lớn nhất và nhỏ nhất của tam giác BCD . Khi đó tổng $S_1 + S_2$ có giá trị bằng

A. $\frac{34}{3}$.

B. $\frac{37}{3}$.

C. $\frac{11}{3}$.

D. $\frac{17}{3}$.

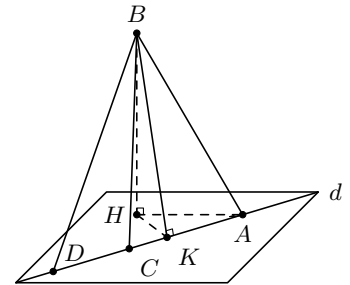
Lời giải.

Kiểm tra ta thấy $A \in (P)$.

Gọi H là hình chiếu của điểm B lên (P) và d là đường thẳng nằm trong (P) , đi qua A . Gọi K là hình chiếu của B lên d . Khi đó:

$$\begin{cases} d \perp BH \\ d \perp BK \end{cases} \Rightarrow d \perp HK. \text{ Do đó } S_{BCD} = \frac{1}{2} CD \cdot BK.$$

Vì $CD = 4$ nên S_{BCD} đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất khi và chỉ khi BK lớn nhất, nhỏ nhất.



- S_{BCD} đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $BK = BH$, khi đó $S_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$.
- S_{BCD} đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $BK = BA$, khi đó $S_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$.
- Tổng $S_1 + S_2 = \frac{34}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3137. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 4 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(1; -2; -2)$.

B. $N(8; 0; -2)$.

C. $P(8; 0; 4)$.

D. $M(8; 0; 2)$.

Lời giải.

Lần lượt thay tọa độ từng điểm ở đáp án vào phương trình mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 4 = 0$.

Vì $8 - 2 \cdot 0 - 2 \cdot 2 - 4 = 0$ nên điểm $M(8; 0; 2)$ thuộc mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **D** □

Câu 3138. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$, $D(2; -2; 0)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D ?

A. 10.

B. 7.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Ba điểm A, B, C lần lượt thuộc Ox, Oy, Oz nên phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$$

Ta có $\frac{2}{1} + \frac{-2}{2} + \frac{0}{3} = 1$ nên $D \in (ABC)$.

Tiếp đến, từ tọa độ của A, B, D suy ra A là trung điểm của BD .

Vậy có tất cả 5 mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D là $(OAB), (OCA), (OCB), OCD$ và (ABC) .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3139. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với (d) có véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}(1; 2; 3)$.B. $\vec{n}(2; -1; 2)$.C. $\vec{n}(1; 4; 1)$.D. $\vec{n}(2; 1; 2)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d) là $\vec{u}_d = (2; -1; 2)$.

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng (d) nên có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = \vec{u}_d = (2; -1; 2)$.

Vậy véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}(2; -1; 2)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3140. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 3$.C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 3$.D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $d(I, (P)) = \frac{|2 + 2 + 6 - 1|}{3} = 3$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3141. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Điểm $M \in (S)$ có tọa độ dương, mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại M cắt các tia Ox, Oy, Oz tại các điểm A, B, C . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = (1 + OA^2)(1 + OB^2)(1 + OC^2)$ là

A. 24.

B. 27.

C. 64.

D. 8.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính $R = 1$.

Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$. Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) thì

$$d(O, (P)) = 1 \Leftrightarrow \frac{|-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 1.$$

Ta có $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq \frac{9}{a^2 + b^2 + c^2} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq 9$.

Mặt khác, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq \frac{3}{\sqrt{a^2 b^2 c^2}} \Leftrightarrow \sqrt[3]{a^2 b^2 c^2} \geq 3 \Leftrightarrow a^2 b^2 c^2 \geq 27$.

Do đó

$$\begin{aligned} T &= (1 + OA^2)(1 + OB^2)(1 + OC^2) \\ &= (1 + a^2)(1 + b^2)(1 + c^2) \\ &= 1 + a^2 + b^2 + c^2 + a^2b^2 + b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2c^2 \\ &\geq 1 + a^2 + b^2 + c^2 + 3(\sqrt[3]{a^2b^2c^2})^2 + a^2b^2c^2 \\ &\geq 1 + 9 + 27 + 27 = 64. \end{aligned}$$

Vậy $T_{\min} = 64$ đạt được khi $a = b = c = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3142. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z + 4 = 0$. Biết $\vec{n} = (1; b; c)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) . Tổng $b + c$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 0.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (2; 3; -1) = 2\left(1; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

Do đó $\vec{n} = \left(1; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, suy ra $b = \frac{3}{2}, c = -\frac{1}{2}$. Vậy $b + c = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3143. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng song song với trục Oz ?

- A. $x = 1$. B. $x + y = 0$. C. $y + z = 1$. D. $z = 1$.

Lời giải.

Mặt phẳng song song với trục Oz khuyết z nên loại các phương án $y + z = 1$ và $z = 1$.

Mặt phẳng $x + y = 0$ đi qua gốc tọa độ O nên không song song với trục Oz .

Mặt phẳng $x = 1$ song song với mặt phẳng (Oyz) nên song song với trục Oz .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3144. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $P(1; 1; 2)$. Mặt phẳng (α) đi qua P cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C khác gốc tọa độ sao cho $T = \frac{R_1^2}{S_1^2} + \frac{R_2^2}{S_2^2} + \frac{R_3^2}{S_3^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất, trong đó S_1, S_2, S_3 lần lượt là diện tích các tam giác OAB , OBC , OCA và R_1, R_2, R_3 lần lượt là diện tích các tam giác PAB , PBC , PCA . Điểm M nào dưới đây thuộc (α) ?

- A. $M(4; 0; 1)$. B. $M(5; 0; 2)$. C. $M(2; 1; 4)$. D. $M(2; 0; 5)$.

Lời giải.

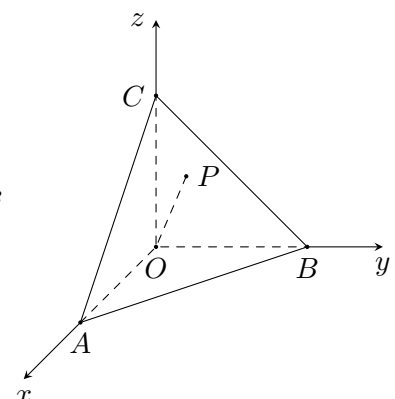
Ta có $\vec{OP} = (1; 1; 2) \Rightarrow OP = \sqrt{6}$. Lại có $d(P, (Oxy)) = 2$,

$d(P, (Oxz)) = 1$ và $d(P, (Oyz)) = 1$.

Đặt $d = d(O, (ABC))$, ta có

$$\begin{aligned} V_{P.OAB} &= V_{O.PAB} \Leftrightarrow d(P, (Oxy)) \cdot S_{\triangle OAB} = d(O, (ABC)) \cdot S_{\triangle PAB} \\ &\Leftrightarrow 2S_1 = dR_1 \\ &\Leftrightarrow \frac{R_1}{S_1} = \frac{2}{d}. \end{aligned}$$

Tương tự, ta có $\frac{R_2}{S_2} = \frac{1}{d}$ và $\frac{R_3}{S_3} = \frac{1}{d}$.



Khi đó $T = \frac{R_1^2}{S_1^2} + \frac{R_2^2}{S_2^2} + \frac{R_3^2}{S_3^2} = \frac{6}{d^2} \geq \frac{6}{OP^2} = 1$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $d = OP$ hay $OP \perp (ABC)$.

Từ đó suy ra (α) nhận $\overrightarrow{OP} = (1; 1; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Do đó (α) có phương trình $1(x - 1) + 1(y - 1) + 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 6 = 0$.

Vậy $M(4; 0; 1)$ là điểm thuộc (α) .

Chọn đáp án **A** □

Câu 3145. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 4$ và mặt phẳng $(\alpha): z = 1$. Biết rằng (α) chia (S) thành hai phần, khi đó tỉ số thể tích của phần nhỏ với phần lớn là

A. $\frac{5}{27}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{7}{25}$.

D. $\frac{2}{11}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R = 2$, suy ra $d(O, (\alpha)) = 1$.

Thể tích của (S) là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi}{3}$.

Gắn vào mặt cầu hệ trục Oxy có tâm O là gốc tọa độ; mặt phẳng (α) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 1. Khi đó mặt cầu (S) tạo thành khi quay đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ quanh Ox .

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của phần lớn và phần nhỏ khi chia (S) bởi (α) . Ta có

$$V_2 = \pi \int_1^2 (4 - x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^2 = \frac{5\pi}{3}.$$

Từ đó suy ra $V_1 = V - V_2 = \frac{32\pi}{3} - \frac{5\pi}{3} = \frac{27\pi}{3}$. Vậy $\frac{V_2}{V_1} = \frac{5}{27}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3146. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(1; -2; 0)$.

B. $M(2; -1; 1)$.

C. $N(0; 1; -2)$.

D. $Q(1; -3; -4)$.

Lời giải.

Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy

$$2 \cdot 1 - (-3) - 4 - 1 = 0 \Rightarrow Q \in (P).$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 3147. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 1)$, $B(-1; 3; 3)$, $C(2; -4; 2)$. Một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (ABC) là

A. $\vec{n} = (-1; 9; 4)$.

B. $\vec{n} = (9; 4; -1)$.

C. $\vec{n} = (4; 9; -1)$.

D. $\vec{n} = (9; 4; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 5; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -2; 1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (9; 4; -1)$.

Vậy một véc-tơ pháp tuyến của (ABC) là $\vec{n} = (9; 4; -1)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3148. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 2x + 2y - z - 7 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Mặt phẳng (P) song song với (Q) và cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 6π có phương trình là

A. $(P): 2x + 2y - z + 17 = 0$.

B. $(P): 2x + 2y - z + 7 = 0$.

C. $(P): 2x + 2y - z - 19 = 0$.

D. $(P): 2x + 2y - z - 17 = 0$.

Lời giải.Vì $(P) \parallel (Q)$ nên $(P): 2x + 2y - z + m = 0$ ($m \neq -7$).Ta có $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$ $\Rightarrow (S)$ có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 5$.Vì chu vi đường tròn bằng 6π nên $2\pi r = 6\pi \Leftrightarrow r = 3$.Khi đó $d(I; (P)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.Mặt khác $d(I; (P)) = \frac{|2 - 4 - 3 + m|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{|m - 5|}{3}$. Suy ra

$$\frac{|m - 5|}{3} = 4 \Leftrightarrow |m - 5| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -7 & (\text{loại}) \\ m = 17 & (\text{thỏa mãn}). \end{cases}$$

Vậy $(P): 2x + 2y - z + 17 = 0$.Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3149. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $M(1; 2; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): x + 2y + 3z - 8 = 0$.

B. $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

C. $(P): x + y + z - 4 = 0$.

D. $(P): x + 2y + z - 6 = 0$.

Lời giải.Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên (ABC) $\Rightarrow H$ là trực tâm của $\triangle ABC$.Ta có $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OH^2}$.Do đó $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ nhỏ nhất khi và chỉ khi OH lớn nhất.Mặt khác $OH \leq OM$ $\Rightarrow OH$ lớn nhất khi và chỉ khi $OH = OM$.Khi đó (P) đi qua $M(1; 2; 1)$ và nhận $\overrightarrow{OM} = (1; 2; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến $\Rightarrow (P): x + 2y + z - 6 = 0$.Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 3150. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

A. $d = \frac{7}{3}$.

B. $d = \frac{7}{9}$.

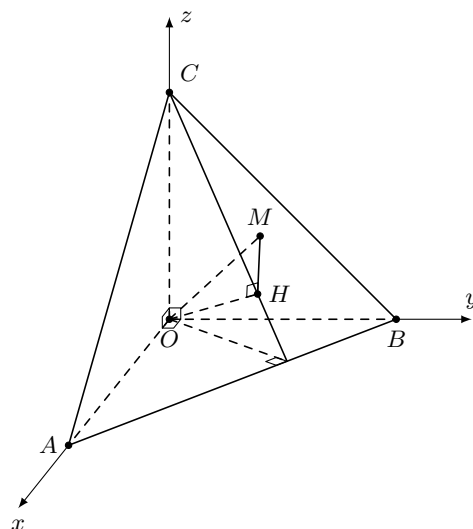
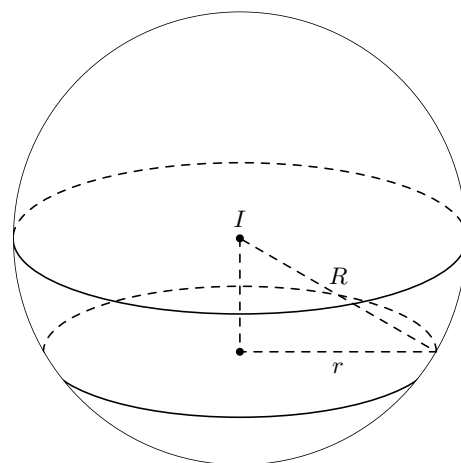
C. $d = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

D. $d = 1$.

Lời giải.Khoảng cách d từ A đến (P) là $d = \frac{|(1) + 2 \cdot (-2) + 2 \cdot (3) + 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{7}{3}$.Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3151. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 4; 3)$, $B(3; -6; 5)$. Viết phương



trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB .

A. $x + 5y - z - 11 = 0$.

B. $x + 5y - z + 11 = 0$.

C. $x - 5y + z + 16 = 0$.

D. $x - 5y + z - 11 = 0$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là $M(2; -1; 4)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -10; 2)$, nên suy ra mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -5; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là

$$1 \cdot (x - 2) - 5 \cdot (y + 1) + 1 \cdot (y - 4) = 0 \text{ hay } (P): x - 5y + z - 11 = 0.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3152. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(0; -1; 4)$ và song song với giá của hai véc-tơ $\vec{u} = (3; 2; 1)$, $\vec{v} = (-3; 0; 1)$ là

A. $x - 2y + 3z - 14 = 0$.

B. $x - y - z + 3 = 0$.

C. $x - 3y + 3z - 15 = 0$.

D. $x - 3y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $[\vec{u}; \vec{v}] = (2; -6; 6)$. Hay (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -3; 3)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là

$$1 \cdot (x - 0) - 3 \cdot (y + 1) + 3 \cdot (z - 4) = 0 \text{ hay } (P): x - 3y + 3z - 15 = 0.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3153. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(3; -2; 4)$ và tiếp xúc với (P): $2x - y + 2z + 4 = 0$ là

A. $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = \frac{400}{9}$.

B. $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = \frac{20}{3}$.

C. $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = \frac{400}{9}$.

D. $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = \frac{20}{3}$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu tâm $I(3; -2; 4)$ và tiếp xúc với (P): $2x - y + 2z + 4 = 0$ là

$$R = d[I; (P)] = \frac{|2 \cdot (3) - (-2) + 2 \cdot (4) + 4|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{20}{3}.$$

Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) là

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = \frac{400}{9}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3154. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; 4)$, $B(-1; 4; 3)$. Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) vuông góc với AB , cắt ba trục Ox , Oy , Oz tại P , Q , R sao cho thể tích khối chóp $OPQR$ bằng $\frac{3}{14}$.

A. $3x - 7y + z \pm 27 = 0$.

B. $3x - 7y + z + 3 = 0$.

C. $3x - 7y + z - 3 = 0$.

D. $3x - 7y + z \pm 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 7; -1)$. Do đó, mặt phẳng (α) vuông góc với AB có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -7; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng

$$(\alpha): 3x - 7y + z + C = 0.$$

Mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox, Oy, Oz tại $P\left(-\frac{C}{3}; 0; 0\right), Q\left(0; \frac{C}{7}; 0\right), R(0; 0; -C)$.

Thể tích khối chóp $OPQR$ là

$$V = \frac{1}{6} \cdot OP \cdot OQ \cdot OR = \frac{1}{6} \cdot \left|-\frac{C}{3}\right| \cdot \left|\frac{C}{7}\right| \cdot |C| = \frac{1}{126} |C|^3.$$

Từ đó ta có $\frac{1}{126} |C|^3 = \frac{3}{14} \Leftrightarrow C = \pm 3$.

Vậy $(\alpha): 3x - 7y + z - 3 = 0$ hoặc $(\alpha): 3x - 7y + z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3155. Cho mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-2; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0; -3)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $x + y + z + 1 = 0$.

B. $x - 2y - z - 3 = 0$.

C. $2x + 2y - z - 1 = 0$.

D. $3x - 2y + 2z + 6 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): \frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-3} = 1$ hay $(P): 3x - 2y + 2z + 6 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -2; 2)$.

Ta có $3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 = 0$ nên (P) vuông góc với mặt phẳng $2x + 2y - z - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3156. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB , với $A(6; 2; -5), B(-4; 0; 7)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A .

A. $(P): 5x + y - 6z + 62 = 0$.

B. $(P): 5x + y - 6z - 62 = 0$.

C. $(P): 5x - y - 6z - 62 = 0$.

D. $(P): 5x + y + 6z + 62 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (10; 2; -12)$.

Khi đó mặt phẳng (P) đi qua $A(6; 2; -5)$, nhận $\vec{n} = (5; 1; -6)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

$\Rightarrow (P): 5(x - 6) + y - 2 - 6(z + 5) = 0$ hay $(P): 5x + y - 6z - 62 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3157. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 0; 0)$ và véc-tơ $\vec{n} = (0; 1; 1)$. Phương trình mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ và đi qua điểm A là

A. $(\alpha): y + z = 0$.

B. $(\alpha): 2x - y - z = 0$.

C. $(\alpha): x = 0$.

D. $(\alpha): y + z + 2 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 1; 1)$ và đi qua điểm $A(-2; 0; 0)$ là

$$0(x + 2) + 1(y - 0) + 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow y + z = 0.$$

Vậy $(\alpha): y + z = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3158. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $z = 0$.

B. $x + y + z = 0$.

C. $y = 0$.

D. $x = 0$.

Lời giải.Mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $z = 0$.Chọn đáp án (A) □**Câu 3159.** Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P): $x + y + 2z - 1 = 0$ và (Q): $x + y + 2z + 3 = 0$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.Ta thấy (P) và (Q) là hai mặt phẳng song song. Ta chọn $M(1; 0; 0) \in (P)$.Khi đó $d((P), (Q)) = d(M, (Q))$. Ta thấy

$$d(M, (Q)) = \frac{|1 + 0 + 2 \cdot 0 + 3|}{\sqrt{1 + 1 + 4}} = \frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án (C) □**Câu 3160.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(0; 4; 0)$ và mặt phẳng (P): $2x - y - 2z + 2018 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và α là góc nhỏ nhất giữa hai mặt phẳng (P) và (Q). Giá trị của $\cos \alpha$ là

A. $\cos \alpha = \frac{1}{6}$.

B. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{1}{9}$.

D. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; -1; -2)$. Gọi $\vec{n}_2 = (a; b; c)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) ($\vec{n}_2 \neq \vec{0}$).Do $A, B \in (Q)$ nên $\vec{n}_2 \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow -a + 2b + c = 0 \Leftrightarrow a = 2b + c$. Suy ra $\vec{n}_2 = (2b + c; b; c)$.

$$\text{Ta có } \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|b|}{\sqrt{5b^2 + 4bc + 2c^2}} = \frac{|b|}{\sqrt{3b^2 + 2(b+c)^2}} \leq \frac{|b|}{\sqrt{3b^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $b + c = 0$.

$$\text{Vậy } \alpha \text{ là góc nhỏ nhất thì } \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án (D) □**Câu 3161.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -1; 5)$, $B(3; 3; 1)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho mặt cầu đường kính AB tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x + 2y + mz - 1 = 0$.

A. $m = 2$.

B. $m = -2$.

C. $m = -3$.

D. $m = \pm 2$.

Lời giải.Tọa độ trung điểm I của AB là $I(2; 1; 3)$ nên mặt cầu đường kính AB có tâm $I(2; 1; 3)$ và bán kính $R = IA = 3$.Để mặt cầu đường kính AB tiếp xúc với mặt phẳng (P) thì ta có

$$\begin{aligned} d(I, (P)) = R &\Leftrightarrow \frac{|2 + 2 + 3m - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + m^2}} = 3 \\ &\Leftrightarrow |3m + 3| = 3\sqrt{5 + m^2} \\ &\Leftrightarrow (m + 1)^2 = 5 + m^2 \Leftrightarrow m = 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 3162. Trong không gian $Oxyz$ cho $(Q): 24x - 12y + 9z - 36 = 0$ và hai điểm $A\left(-2; -2; \frac{5}{2}\right); B\left(2; -4; -\frac{5}{2}\right)$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) chứa AB và tạo với (Q) một góc nhỏ nhất.

A. $2x - y + 2z - 3 = 0$.

B. $x + 2y = 0$.

C. $x + 2y + 1 = 0$.

D. $2x - y + 2z = 0$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng (Q) và u là giao tuyến của (P) và (Q) . Hạ $HM \perp u$ tại M . Vậy góc tạo bởi (P) và (Q) là $\widehat{AMH}$.

Ta có $\tan \widehat{AMH} = \frac{AH}{HM}$.

Để $\widehat{AMH}$ nhỏ nhất thì HM lớn nhất.

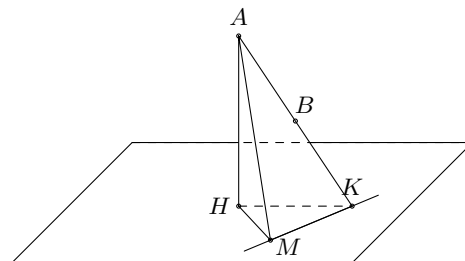
Gọi $K = AB \cap (Q)$. Khi đó u luôn đi qua K nên để HM lớn nhất thì $M \equiv K$.

Khi đó gọi $\vec{a} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{AB}]$ thì $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{a}, \vec{AB}] = (-780; 390; -780)$.

Do đó có thể chọn $\vec{n}_{(Q)} = (2; -1; 2)$

mà (Q) đi qua A nên có phương trình $2x - y + 2z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **A**



Câu 3163. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với mặt phẳng (Oxz) và đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ có phương trình là

A. $y = 2$.

B. $z = 3$.

C. $x = 1$.

D. $x + 2y + 3z = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng song song với (Oxz) và đi qua điểm $A(a; b; c)$ có dạng $y = b$.

Vậy đáp án là $y = 2$.

Chọn đáp án **A**

Câu 3164. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 5 = 0$ và $(Q): x - 2y + 3z + 2 = 0$ bằng

A. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

C. 7.

D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải.

Lấy điểm $A(0; -1; 1) \in (P)$.

Ta có $(P) \parallel (Q)$ nên $d[(P), (Q)] = d[A, (Q)] = \frac{|x_A - 2y_A + 3z_A + 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2}} = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

Chọn đáp án **A**

Câu 3165. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; 2)$ và $B(1; 2; -1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng AB và tạo với mặt thẳng $(Q): x + 2y - 2z + 3 = 0$ một góc nhỏ nhất. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $(1; 7; -9)$.

B. $(0; 1; -7)$.

C. $(1; 1; -8)$.

D. $(2; 5; 4)$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n} = (a; b; c)$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Khi đó mặt phẳng (P) có phương trình

$$a(x + 1) + b(y - 1) + c(z - 2) = 0 \Leftrightarrow ax + by + cz - a - b - 2c = 0.$$

Ta có $1a + 2b - 1c + a - b - 2c = 0 \Leftrightarrow b = 3c - 2a$.

$$\cos(\widehat{(P), (Q)}) = \frac{|1a + 2b - 2c|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|a + 6c - 4a - 2c|}{3\sqrt{a^2 + (3c - 2a)^2 + c^2}} = \frac{|4c - 3a|}{3\sqrt{5a^2 - 12ac + 10c^2}}.$$

$$+ \text{ Nếu } a = 0 \Rightarrow \cos(\widehat{(P), (Q)}) = \frac{4|c|}{3\sqrt{10c^2}} = \frac{4}{3\sqrt{10}}.$$

$$+ \text{ Nếu } a \neq 0 \Rightarrow \cos(\widehat{(P), (Q)}) = \frac{\left|4\frac{c}{a} - 3\right|}{3\sqrt{10\frac{c^2}{a^2} - 12\frac{c}{a} + 5}}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{|4t - 3|}{3\sqrt{10t^2 - 12t + 5}}, \text{ với } t = \frac{c}{a}.$$

Để $\widehat{(P), (Q)}$ nhỏ nhất thì $\cos(\widehat{(P), (Q)})$ lớn nhất.

Dễ dàng chứng minh được $f(t) \leq \frac{1}{3}\sqrt{\frac{13}{7}}$, đẳng thức xảy ra khi $t = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow a = -3c$.

Chọn $a = 3, c = -1 \Rightarrow b = -9$.

Vậy $(P): 3x - 9y - z + 14 = 0$.

Do đó điểm $(1; 1; -8)$ thuộc (P) .

Chọn đáp án **C** □

Câu 3166. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $z = 0$.

B. $y = 0$.

C. $y + z = 0$.

D. $x = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình là $x = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3167. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $x - z - 2 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(-1; -3; -1)$.

B. $N(-4; 6; -2)$.

C. $P(2; 0; -3)$.

D. $Q(1; 4; -1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ các điểm ở các đáp án vào phương trình mặt phẳng $x - z - 2 = 0$ để kiểm tra thì ta thấy mặt phẳng đã cho đi qua điểm $Q(1; 4; -1)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3168. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y - 6 = 0$ và (Q) . Biết rằng điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ xuống mặt phẳng (Q) . Số đo góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OH}(2; -1; -2)$ là véc-tơ pháp tuyến của (Q) , $\vec{n}(1; -1; 0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) , ta có

$$\cos \alpha = \frac{|\overrightarrow{OH} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{OH}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|2 + 1|}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^\circ.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 3169. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

A. 2^{34} .

B. A_{34}^2 .

C. 34^2 .

D. C_{34}^2 .

Lời giải.

Mỗi cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 34 phần tử nên số cách chọn là C_{34}^2 .

Chọn đáp án **D** □

Câu 3170. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$. C. $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$. D. $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3171. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

- A. $2x - y + 3z - 9 = 0$. B. $2x - y + 3z + 11 = 0$.
C. $2x - y - 3z + 11 = 0$. D. $2x - y + 3z - 11 = 0$.

Lời giải.

Gọi mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) , mặt phẳng (Q) có dạng $2x - y + 3z + D = 0$ ($D \neq 2$).
 $A(2; -1; 2) \in (Q) \Rightarrow D = -11$.

Vậy mặt phẳng cần tìm là $2x - y + 3z - 11 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3172. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x + 2y + z - 4 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$. C. $\vec{n}_2 = (3; 2; 1)$. D. $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (3; 2; 1)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3173. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua

điểm $A(1; -3; 5)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; -2)$. Đường phân giác góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng d và Δ là

- A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = 6 + 11t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = -6 + 11t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 3 - 5t \\ z = 5 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 \\ z = 5 + 7t \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có điểm $A(1; -3; 5)$ thuộc đường thẳng d nên A là giao điểm của d và Δ .

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v} = (-3; 0; -4)$.

Đặt $\vec{u}' = \frac{1}{|\vec{u}|} \vec{u} = \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, $\vec{v}' = \frac{1}{|\vec{v}|} \vec{v} = \left(-\frac{3}{5}; 0; -\frac{4}{5}\right)$. Ta có $\vec{u}' \cdot \vec{v}' > 0$ nên góc tạo bởi hai véc-tơ $\vec{u}'$, $\vec{v}'$ là góc nhọn tạo bởi d và Δ .

Suy ra $\vec{w} = \vec{u}' + \vec{v}' = \left(-\frac{4}{15}; \frac{10}{15}; -\frac{22}{15}\right) = -\frac{2}{15}(2; -5; 11)$ là véc-tơ chỉ phương của đường phân giác cần tìm. Phương trình đường phân giác cần tìm là

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - 5t \\ z = 5 + 11t. \end{cases}$$

Chọn $t = -2$ suy ra điểm $M(-1; 2; -6)$ thuộc đường phân giác. Khi đó, đường phân giác có phương trình

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = -6 + 11t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3174. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (2; 3; -1)$. B. $\vec{n}_3 = (1; 3; 2)$. C. $\vec{n}_4 = (2; 3; 1)$. D. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 3; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3175. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(1; -1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

- A. $x + 2y - 2z + 1 = 0$. B. $x + 2y - 2z - 1 = 0$.
C. $3x + 2z - 1 = 0$. D. $3x + 2z + 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-1; -2; 2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm.

$\Rightarrow \vec{n} = -\overrightarrow{BC} = (1; 2; -2)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $1(x + 1) + 2(y - 1) - 2(z - 1) \Leftrightarrow x + 2y - 2z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3176. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$ và điểm $A(2; 3; 4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

- A. $2x + 2y + 2z - 15 = 0$. B. $x + y + z - 7 = 0$.
C. $2x + 2y + 2z + 15 = 0$. D. $x + y + z + 7 = 0$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $I(1; 2; 3)$ là tâm của mặt cầu (S) ; điểm $A(2; 3; 4)$ nằm ngoài (S) .

Do IA tiếp xúc với (S) tại M nên $IM \perp AM$.

Lấy $M(x_0; y_0; z_0) \in (S)$ ta có $\overrightarrow{IM} = (x_0 - 1; y_0 - 2; z_0 - 3)$; $\overrightarrow{AM} = (x_0 - 2; y_0 - 3; z_0 - 4)$.

$$\begin{aligned} \text{Do } \begin{cases} M \in (S) \\ IM \perp AM \end{cases} & \text{ nên } \begin{cases} (x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2 + (z_0 - 3)^2 = 1 \\ (x_0 - 1)(x_0 - 2) + (y_0 - 2)(y_0 - 3) + (z_0 - 3)(z_0 - 4) = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} (x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2 + (z_0 - 3)^2 = 1 \\ (x_0 - 1)^2 - (x_0 - 1) + (y_0 - 2)^2 - (y_0 - 2) + (z_0 - 3)^2 - (z_0 - 3) = 0. \end{cases} \quad (*) \end{aligned}$$

Từ $(*)$ ta có $x_0 - 1 + y_0 - 2 + z_0 - 3 = 1 \Leftrightarrow x_0 + y_0 + z_0 - 7 = 0$.

Vậy $M \in (P): x + y + z - 7 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3177. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_4 = (1; 3; 2)$. B. $\vec{n}_1 = (3; 1; 2)$. C. $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$. D. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3178. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x - 3y - z + 8 = 0$.

B. $3x - y + 3z - 13 = 0$.

C. $2x - 3y - z - 20 = 0$.

D. $3x - y + 3z - 25 = 0$.

Lời giải.

Có $\vec{AB} = (-4; 6; 2)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là

$$-4(x - 5) + 6(y + 4) + 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - z - 20 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3179. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 5x + 3y - 2z + 1 = 0$. Tìm tọa độ của một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

A. $\vec{a} = (5; 3; -2)$.

B. $\vec{b} = (5; 3; 2)$.

C. $\vec{c} = (5; -3; -2)$.

D. $\vec{d} = (-5; -3; 1)$.

Lời giải.

Dựa vào phương trình mặt phẳng $(P): 5x + 3y - 2z + 1 = 0$, ta có tọa độ của véc-tơ pháp tuyến là $(5; 3; -2)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3180. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 5; 2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua các điểm là hình chiếu của điểm A trên các mặt phẳng tọa độ?

A. $10x + 6y + 15z - 90 = 0$.

B. $10x + 6y + 15z - 60 = 0$.

C. $3x + 5y + 2z - 60 = 0$.

D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của điểm A lên các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$. Khi đó, ta có $M(3; 5; 0), N(0; 5; 2), P(3; 0; 2)$. Phương trình mặt phẳng (MNP) là phương trình mặt phẳng cần tìm.

Ta thấy $\vec{MN} = (-3; 0; 2), \vec{MP} = (0; -5; 2) \Rightarrow [\vec{MN}, \vec{MP}] = (10; 6; 15)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNP) .

Phương trình mặt phẳng (MNP) có dạng $10(x - 3) + 6(y - 5) + 15z = 0 \Leftrightarrow 10x + 6y + 15z - 60 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3181. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $M(2; 3; -1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -2; 5)$?

A. $2x - 2y + 5z + 15 = 0$.

B. $2x - 2y + 5z + 7 = 0$.

C. $2x + 3y - z + 7 = 0$.

D. $2x + 3y - z + 15 = 0$.

Lời giải.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng là $2(x - 2) - 2(y - 3) + 5(z + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + 5z + 7 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3182. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; 0; 4)$ và $B(3; 4; 2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

A. $4x + 2y + 3z - 11 = 0$.

B. $x - 2y + z - 11 = 0$.

C. $4x + 2y + 3z - 3 = 0$.

D. $x - 2y + z - 3 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua trung điểm $M(4; 2; 3)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB} = (-2; 4; -2)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình tổng quát của mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB là $-2(x - 4) + 4(y - 2) - 2(z - 3) = 0 \Leftrightarrow -2x + 8 + 4y - 8 - 2z + 6 = 0 \Leftrightarrow x - 2y + z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3183. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 0; 3)$ và $C(0; 5; 0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{5} + \frac{z}{3} = -1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{5} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 0$.

Lời giải.

Vì ba điểm A, B, C lần lượt nằm trên Ox, Oz, Oy nên mặt phẳng (ABC) là mặt phẳng chắn 3 trục tọa độ. Ta có phương trình tổng quát của mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{5} + \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3184. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 5; 4)$ và $C(3; 0; 5)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

A. $x + 2y + 3z + 13 = 0$. B. $4x + y - 5z + 13 = 0$.
C. $4x - y + 5z + 13 = 0$. D. $4x - y - 5z + 13 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 3; 1)$; $\overrightarrow{AC} = (2; -2; 2)$.

Mặt phẳng (ABC) nhận $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (8; -2; -10)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (ABC) là $8(x - 1) - 2(y - 2) - 10(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 4x - y - 5z + 13 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3185. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + z - 2 = 0$. Điểm nào trong các điểm sau thuộc mặt phẳng (P) .

A. $M(2; 1; 3)$. B. $N(2; 3; 1)$. C. $H(3; 1; -2)$. D. $E(3; 2; 1)$.

Lời giải.

Kiểm tra các đáp án chỉ có điểm $M(2; 1; 3) \in (P)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3186. Cho 3 điểm $A(2; 1; -1)$, $B(-1; 0; 4)$, $C(0; -2; -1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC ?

A. $x - 2y - 5z = 0$. B. $x - 2y - 5z - 5 = 0$.
C. $x - 2y - 5z + 5 = 0$. D. $2x - y + 5z - 5 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (1; -2; -5)$. Phương trình mặt phẳng qua A vuông góc với BC nhận $\overrightarrow{BC}$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $1(x - 2) - 2(y - 1) - 5(z + 1) = 0$ hay $x - 2y - 5z - 5 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3187. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. B. $x + 2y + 3z - 6 = 0$.
C. $6x + 3y + 2z + 6 = 0$. D. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải.

Ta có các điểm A, B, C có tọa độ: $A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 3)$. Áp dụng công thức về phương trình mặt phẳng chắn, ta có phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \text{ hay } 6x + 3y + 2z - 6 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3188. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(3; -1; 0), B(2; 1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng Oyz . Điểm nào trong các điểm sau thuộc mặt phẳng (α) ?

- A. $M(1; 2; -2)$. B. $N(2; -1; 4)$. C. $P(-3; 2; -1)$. D. $Q(5; 3; 2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) nhận $\begin{cases} \vec{n}_{Oyz} = (1; 0; 0) \\ \vec{AB} = (-1; 2; 1) \end{cases}$ làm cặp véc-tơ chỉ phương nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)} = (0; -1; 2)$.

Mặt khác $A(3; -1; 0) \in (\alpha)$ nên ta có phương trình mặt phẳng (α) là

$$-(y + 1) + 2z = 0 \Leftrightarrow -y + 2z - 1 = 0.$$

Thay tọa độ các điểm trong đáp án vào phương trình trên ta thấy chỉ có tọa độ điểm Q thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3189. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

- A. $\vec{n} = (-1; 1; 0)$. B. $\vec{n} = (-1; -1; 1)$. C. $\vec{n} = (-1; 1; -1)$. D. $\vec{n} = (1; 1; -2)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (-1; -1; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3190. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(0; 0; -1)$ và song song với giá của hai véc-tơ $\vec{a} = (1; -2; 3), \vec{b} = (3; 0; 5)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là

- A. $(\alpha): 5x - 2y - 3z - 21 = 0$. B. $(\alpha): -5x + 2y + 3z + 3 = 0$.
C. $(\alpha): 5x - 2y - 3z + 21 = 0$. D. $(\alpha): 10x - 4y - 6z + 21 = 0$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) . Vì (P) song song với giá của hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ nên $\vec{n} \perp \vec{a}$ và $\vec{n} \perp \vec{b}$. Suy ra $\vec{n}$ có cùng giá với tích có hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Có $[\vec{a}, \vec{b}] = (-10; 4; 6)$. Chọn $\vec{n} = (-5; 2; 3)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(0; 0; -1)$, nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ pháp tuyến là $(\alpha): -5x + 2y + 3z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3191. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -4; 4), B(1; 7; -2), C(1; 4; -2)$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 62 = 0$ đi qua A , đặt $h_1 = d(B, (P)); h_2 = 2d(C, (P))$. Khi $h_1 + h_2$ đạt giá trị lớn nhất, tính $T = a + b + c$.

- A. 4. B. 6. C. 7. D. 5.

Lời giải.

Lấy C' là điểm đối xứng của A qua C .

Tọa độ của C' là $C'(3; 12; -8)$.

Vậy $d(C', (P)) = 2d(C, (P)) = h_2$.

Ta chia làm 2 trường hợp:

— Nếu B, C' nằm cùng phía so với (P) thì lấy I là trung điểm BC' . Tọa độ của I là $I\left(2; \frac{19}{2}; -5\right)$.

Ta có $h_1 + h_2 = d(B, (P)) + d(C', (P)) = 2d(I, (P)) \leq 2AI$.

— Nếu B, C' nằm khác phía so với (P) thì $h_1 + h_2 \leq BC'$.

$$\overrightarrow{BC'} = (2; 5; -6) \Rightarrow |\overrightarrow{BC'}| = \sqrt{65}.$$

$$\overrightarrow{AI} = \left(-3; -\frac{27}{2}; 9\right) \Rightarrow |\overrightarrow{AI}| = 16.5.$$

Ta thấy $AI > BC'$ nên độ dài AI là giá trị lớn nhất của $h_1 + h_2$.

Vậy (P) nhận $\overrightarrow{AI}$ là véc-tơ pháp tuyến.

$$\text{Khi đó } (P): -3(x+1) - \frac{27}{2}(y+4) + 9(z-4) = 0 \Leftrightarrow 2(x+1) + 9(y+4) - 6(z-4) = 0.$$

$$\text{Vậy } T = a + b + c = 2 + 9 - 6 = 5.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 3192. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(2; 4; 0)$, $D(0; 0; 6)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Có bao nhiêu mặt phẳng cắt (S) theo một đường tròn có diện tích 14π và cách đều cả năm điểm O, A, B, C, D (O là gốc tọa độ)?

A. 5.

B. 3.

C. 7.

D. 1.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng thỏa yêu cầu. Từ giao tuyến của (α) và (S) suy ra (α) đi qua tâm mặt cầu (S) là $I(1; 2; 3)$.

(α) có phương trình $A(x-1) + B(y-2) + C(z-3) = 0$.

Vì (α) cách đều 5 điểm A, B, C, D, O nên

$$|A - 2B - 3C| = |-A + 2B - 3C| = |-A - 2B + 3C| = |A + 2B - 3C| = |-A - 2B - 3C|$$

— Với $C = 0$. Khi đó

$$|A - 2B| = |A + 2B| \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

Vậy có 2 mặt phẳng $x = 1$ hoặc $y = 2$.

— Với $C \neq 0$, chọn $C = 1$. Khi đó

$$\begin{aligned} |A - 2B - 3| &= |A - 2B + 3| = |A + 2B - 3| + |A + 2B + 3| \\ \Rightarrow \begin{cases} |A - 2B - 3| &= |A - 2B + 3| \\ |A + 2B - 3| &= |A + 2B + 3| \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} A - 2B = 0 \\ A + 2B = 0 \end{cases} \\ \Rightarrow A = B = 0 \end{aligned}$$

Thử lại $A = B = 0$ thỏa điều kiện. Do đó (α) có phương trình $z = 3$. Vậy có 1 mặt phẳng thỏa ycbt.

Vậy có tất cả 3 mặt phẳng thỏa điều kiện đề bài.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3193. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$.

B. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$.

C. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$.

D. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$.

Lời giải.

Véc-tơ $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3194. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và điểm $A(-2; 1; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và chứa d .

A. $x - 7y - 4z + 8 = 0$.

B. $x - y - 4z + 3 = 0$.

C. $x - 7y - 4z + 9 = 0$.

D. $x - y + 2z + 3 = 0$.

Lời giải.

Chọn điểm $B(2; 1; 1) \in d$, suy ra $\vec{AB} = (4, 0, 1)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{u}_d] = (1; -7; -4)$.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là $(x+2) - 7(y-1) - 4z = 0 \Leftrightarrow x - 7y - 4z + 9 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3195. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại 3 điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$ (a, b, c là các số dương) sao cho $OA + OB + OC + AB + BC + CA = 1 + \sqrt{2}$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) khi khối tứ diện $OABC$ có thể tích đạt giá trị lớn nhất.

A. $3x + 3y + 3z - 1 = 0$.

B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1$.

C. $x + y + z - 1 = 0$.

D. $x + y + z - 3 = 0$.

Lời giải.

Thử đáp án ta thấy phương trình mặt phẳng $3x + 3y + 3z - 1 = 0$ cắt ba trục tọa độ tại $A\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$, $B\left(0; \frac{1}{3}; 0\right)$, $C\left(0; 0; \frac{1}{3}\right)$ thỏa mãn $OA + OB + OC + AB + BC + CA = 1 + \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3196. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; 3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$.

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$.

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$.

Lời giải.

Áp dụng công thức mặt phẳng theo đoạn chắn, ta có $(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3197. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $M(3; 0; 0)$.

B. $P(0; -1; 0)$.

C. $Q(0; 0; 1)$.

D. $N(3; -1; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu của $A(3; -1; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(3; -1; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3198. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng qua B và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x + 3y + z - 5 = 0$.

B. $3x - y - z + 6 = 0$.

C. $x + 3y + z - 6 = 0$.

D. $3x - y - z - 5 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (3; -1; -1)$. Mặt phẳng đi qua B và vuông góc với AB có phương trình

$$3(x-2) - (y-1) - (z-0) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z - 5 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 3199. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x + 2y + 5z - 30 = 0$.

B. $x + y + z - 8 = 0$.

C. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$.

D. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

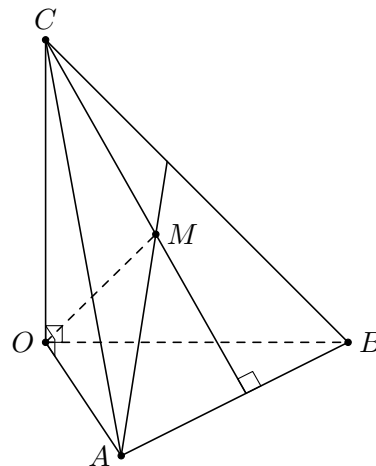
Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp OA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AOM) \Rightarrow BC \perp OM \quad (1).$

Tương tự $\begin{cases} CM \perp AB \\ OC \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (OMC) \Rightarrow AB \perp OM \quad (2).$

Từ (1) và (2), suy ra $OM \perp (ABC)$. Khi đó mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{OM} = (1; 2; 5)$ nên có phương trình

$$x + 2y + 5z - 30 = 0$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3200. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1), B(2; -1; 3)$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất.

A. $M(3; -4; 0)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; 0\right)$. C. $M(0; 0; 5)$. D. $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$.

Lời giải.

Gọi $I(x; y)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$. Ta có

$$\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x = 2(2 - x) \\ 2 - y = 2(-1 - y) \\ 1 - z = 2(3 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \\ z = 5 \end{cases} \Rightarrow I(3; -4; 5).$$

Khi đó

$$\begin{aligned} MA^2 - 2MB^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 - 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = -MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB}) + IA^2 - 2IB^2 \\ &= -MI^2 + IA^2 - 2IB^2. \end{aligned}$$

Do đó $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất. Khi đó M là hình chiếu của I trên mặt phẳng (Oxy) , hay $M(3; -4; 0)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3201. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 6; 0), B(0; 0; -2)$ và $C(-3; 0; 0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $-2x + y - 3z + 6 = 0$.

B. $\frac{x}{6} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-3} = 1$.

C. $2x - y + 3z + 6 = 0$.

D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-6} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Áp dụng công thức phương trình mặt phẳng chuẩn, ta được phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow 2x - y + 3z + 6 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3202. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 4; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) là

- A. $H(2; 2; -3)$. B. $H(-1; -2; 4)$. C. $H(-1; 2; 0)$. D. $H(2; 5; 3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n} = (1; 1; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Theo giả thiết thì

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MH} = k\vec{n} &\Leftrightarrow \overrightarrow{OH} - \overrightarrow{OM} = k\vec{n} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OM} + k\vec{n} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{OH} = (1 + k; 4 + k; 2 + k).\end{aligned}$$

Từ đó suy ra $H(1 + k; 4 + k; 2 + k)$, mặt khác H thuộc (P) nên ta có

$$(1 + k) + (4 + k) + (2 + k) - 1 = 0 \Leftrightarrow k = -2 \Rightarrow H(-1; 2; 0).$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3203. Cho điểm $M(3; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $3x + 2y + z - 14 = 0$. B. $x + y + z - 6 = 0$.
C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$.

Lời giải.

Do M là trực tâm của tam giác ABC nên $AM \perp BC$. (1)

Do $OA \perp OB$ và $OA \perp OC$ nên $OA \perp BC$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $BC \perp OM$. Tương tự $CA \perp OM$, do đó $OM \perp (ABC)$.

Ta có mặt phẳng (P) qua $M(3; 2; 1)$ và nhận $\overrightarrow{OM} = (3; 2; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến, phương trình mặt phẳng (P) là

$$3(x - 3) + 2(y - 2) + (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + z - 14 = 0.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 3204. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 3; -4)$, $B(1; 2; 3)$, $C(-2; 1; 2)$, $D(-1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) .

- A. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 4)^2 = 16$. B. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 4)^2 = 32$.
C. $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 4)^2 = 16$. D. $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 4)^2 = 32$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm là A và bán kính chính là khoảng cách từ A đến (BCD) .

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-3; -1; -1)$, $\overrightarrow{BD} = (-2; 0; 0)$. Mặt phẳng (BCD) qua $B(1; 2; 3)$ và nhận $\vec{n} = [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (0; 2; -2) = 2(0; 1; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến, nên có phương trình là

$$(y - 2) - (z - 3) = 0 \Leftrightarrow y - z + 1 = 0.$$

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD) là

$$d_{(A,(BCD))} = \frac{|3 + 4 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 4\sqrt{2}.$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 4)^2 = 32.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3205. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 7 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (-1; 2; -3)$. B. $\vec{n} = (1; 2; -3)$. C. $\vec{n} = (-1; 2; 3)$. D. $\vec{n} = (1; -4; 3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n} = (-1; 2; -3)$ là một véc-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3206. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; -1)$, $B(-1; 0; 4)$, $C(0; -2; -1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC ?

A. $x - 2y - 5z = 0$. B. $x - 2y - 5z - 5 = 0$.
C. $x - 2y - 5z + 5 = 0$. D. $2x - y + 5z - 5 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (1; -2; -5)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC nên nhận $\overrightarrow{BC}$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng là

$$1(x - 2) - 2(y - 1) - 5(z + 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 5z - 5 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3207. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x + y + mz - 1 = 0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB .

A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = -3$. D. $m = \pm 2$.

Lời giải.

Có $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 1) \Rightarrow AB = 3$. $d(A, (P)) = \frac{|3m + 3|}{\sqrt{m^2 + 5}}$.

$$d(A, (P)) = AB \Leftrightarrow \frac{|3m + 3|}{\sqrt{m^2 + 5}} = 3 \Leftrightarrow |m + 1| = \sqrt{m^2 + 5} \Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 = m^2 + 5 \Leftrightarrow m = 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3208. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (β) đi qua gốc O và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -7; 5)$ thì phương trình của (β) là

A. $-2x - 7y + 5z = 0$. B. $2x - 7y + 5z = 0$. C. $2x - 7y - 5z = 0$. D. $2x + 7y + 5z = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $(\beta): 2(x - 0) - 7(y - 0) + 5(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 2x - 7y + 5z = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3209. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $B(4; 2; -3)$ và mặt phẳng $(Q): -2x + 4y + z - 7 = 0$. Gọi B' là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (Q) . Tính khoảng cách từ B' đến (Q) .

A. $\frac{10\sqrt{21}}{21}$.

B. $\frac{6\sqrt{13}}{13}$.

C. $\frac{10\sqrt{13}}{13}$.

D. $\frac{2\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải.

Do tính chất đối xứng nên $d(B, (Q)) = d(B', (Q)) = \frac{|-2 \cdot 4 + 4 \cdot 2 - 3 - 7|}{\sqrt{21}} = \frac{10\sqrt{21}}{21}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3210. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $M(5; -1; 2)$ và $N(1; 3; 4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn NM có phương trình là

A. $-2x + 2y + z + 10 = 0$.

B. $2x - 2y + z - 7 = 0$.

C. $4x - 4y - 2z + 8 = 0$.

D. $2x - 2y - z - 1 = 0$.

Lời giải.

$\overrightarrow{MN} = (-4; 4; 2)$. Trung điểm của MN là $(3; 1; 3)$. Mặt phẳng trung trực của MN là:

$$2(x - 3) - 2(y - 1) - (z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y - z - 1 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3211. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(3; 2; -1)$. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là

A. $(Q): 2x - 2y + 3z - 7 = 0$.

B. $(Q): x + 2y + 3z - 7 = 0$.

C. $(Q): 2x + 2y + 3z - 7 = 0$.

D. $(Q): 2x + 2y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (2; 4; -4)$, $\vec{u} = (2; 1; -2)$ là VTPT của (P) , $[\overrightarrow{AB}, \vec{u}] = (-4; -4; -6)$. Phương trình mặt phẳng (Q)

$$2(x - 1) + 2(y + 2) + 3(z - 3) \Leftrightarrow 2x + 2y + 3z - 7 = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3212. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 3)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và song song với mặt phẳng $(Q): x + 2y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

A. $x + 2y + 3z + 5 = 0$.

B. $x + 2y + 3z + 13 = 0$.

C. $x + 2y + 3z - 13 = 0$.

D. $x + 2y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải.

$(P) \parallel (Q) \Rightarrow \vec{n}_{(P)} = (1; 2; 3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

$$(P): x - 2 + 2(y - 1) + 3(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 13 = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3213. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-5; -3; -4)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng Oxy là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng Oxy có phương trình $z = 0$. Do đó $d(A, Oxy) = |-4| = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3214. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Oy có phương trình dạng

A. $y = 0$.

B. $ay + bz = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$).

C. $ax + bz = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$).

D. $ax + by = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$).

Lời giải.

Đường thẳng Oy có véc-tơ chỉ phương $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

Gọi véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng chứa trục Oy là $\vec{n} = (a; b; c)$ ($a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$).

Ta có $\vec{n} \cdot \vec{j} = 0 \Leftrightarrow b = 0$. Vậy $\vec{n} = (a; 0; c)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3215. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 1 = 0$. Véc-tơ nào trong các véc-tơ sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (3; 2; 1)$. B. $\vec{n} = (-2; 3; 1)$. C. $\vec{n} = (3; 2; -1)$. D. $\vec{n} = (3; -2; -1)$.

Lời giải.

Véc-tơ $\vec{n} = (3; 2; -1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **C** □

Câu 3216. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy và tạo với mặt phẳng $y + z + 1 = 0$ góc 60° . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $\begin{cases} x - z = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x - z - 1 = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x - 2z = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có (P) là mặt phẳng chứa trục Oy nên (P) có dạng: $ax + cz = 0$ với $a^2 + c^2 \neq 0$.

(P) tạo với mặt phẳng $y + z + 1 = 0$ góc $60^\circ \Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{|c|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + c^2}} = \frac{1}{2}$.

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + c^2} = \sqrt{2}|c| \Leftrightarrow a^2 + c^2 = 2c^2 \Leftrightarrow a^2 = c^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ a = -c \end{cases}$$

Chọn $c = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases} \Rightarrow (P) : \begin{cases} x - z = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3217. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 1; 0)$, $B(-9; 4; 9)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + z + 1 = 0$. Gọi $I(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $|IA - IB|$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó tổng $a + b + c$ bằng

- A. 13. B. -13. C. 22. D. -4.

Lời giải.

Thay tọa độ của điểm vào về trái phương trình mặt phẳng (P) , ta được hai giá trị lần lượt là 6 và -12 nên suy ra A, B nằm khác phía với (P) .

Gọi A' đối xứng với A qua mặt phẳng $(P) \Rightarrow IA = IA' \Rightarrow |IA - IB| = |IA' - IB| \leq A'B$.

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow I = A'B \cap (P)$.

Vì $\frac{IA'}{IB} = \frac{IA}{IB} = \frac{1}{2}$ nên suy ra A' là trung điểm của IB .

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $(P) \Rightarrow AH: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$.

$$H = AH \cap (P) \Rightarrow 6 + 4t - 1 + t + t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(1; 2; -1).$$

Ta có: H là trung điểm của $AA' \Rightarrow A' = (-1; 3; -2)$.

A' là trung điểm của $IB \Rightarrow I = (7; 2; -13)$. Vậy $a + b + c = 7 + 2 - 13 = -4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3218. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (2; -1; -1)$. B. $\vec{n} = (2; 0; -1)$. C. $\vec{n} = (2; -1; 0)$. D. $\vec{n} = (-2; 1; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 0)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3219. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ cắt mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 4 = 0$ theo giao tuyến là một đường tròn (C) . Tính thể tích khối nón tròn xoay có đỉnh là tâm mặt cầu (S) , đáy là đường tròn (C) .

- A. $V = \frac{80\pi}{3}$. B. $V = 16\pi$. C. $V = 75\pi$. D. $V = 25\pi$.

Lời giải.

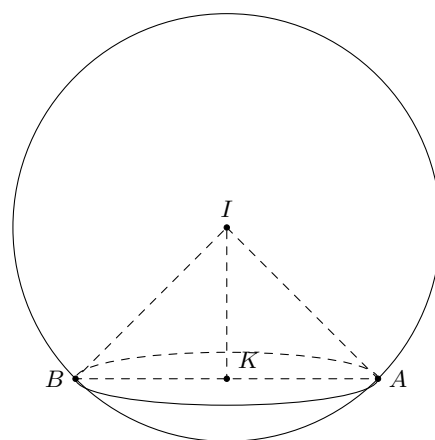
Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ bán kính $R = 5$.

Gọi $A \in (S) \cap (P)$ suy ra $IA = 5$, K là hình chiếu của I trên (P) .

Khối nón có chiều cao
 $IK = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) - 3 - 4|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 3$.

Khối nón có bán kính $r = \sqrt{IA^2 - IK^2} = 4$.

Vậy $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3}\pi \cdot KA^2 \cdot IK = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3220. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ và có $\text{UCLN}(|A|, |B|, |C|, |D|) = 1$. Để mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(1; 2; -1)$ và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất thì đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $A^2 + B^2 + C^2 + D^2 = 42$. B. $A^2 + B^2 + C^2 + D^2 = 46$.
 C. $A^2 + B^2 + C^2 + D^2 = 54$. D. $A^2 + B^2 + C^2 + D^2 = 24$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên mặt phẳng (P) .

Ta có $d(O, (P)) = OH \leq OB$.

Suy ra $\max d(O, (P)) = OB$ khi $H \equiv B$ hay $\overrightarrow{OB}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Vậy (P) đi qua $B(1; 2; -1)$ và nhận $\overrightarrow{OB} = (1; 2; -1)$ làm một véc-tơ pháp tuyến $(P): x + 2y - z - 6 = 0$.

Từ đó suy ra $A^2 + B^2 + C^2 + D^2 = 1^2 + 2^2 + (-1)^2 + (-6)^2 = 42$.

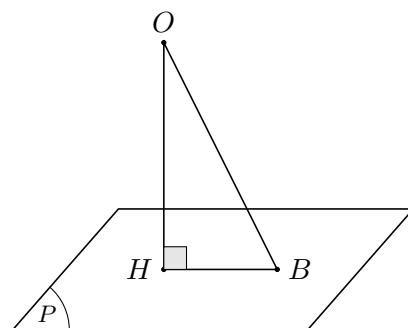
Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3221. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho mặt phẳng $(P): x - 3y + z - 4 = 0$. Véc-tơ nào trong số các véc-tơ sau là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (2; 1; 1)$. B. $\vec{n} = (1; -3; 1)$. C. $\vec{n} = (1; -3; 4)$. D. $\vec{n} = (0; -3; 1)$.

Lời giải.

Ta thấy véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = (1; -3; 1)$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 3222. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$. Mặt phẳng đi

qua $A(2; -1; 1)$ và vuông góc với d có phương trình là

A. $2x + y - z - 2 = 0$.

B. $x + 3y - 2z - 3 = 0$.

C. $x - 3y - 2z + 3 = 0$.

D. $x + 3y - 2z - 5 = 0$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng qua $A(2; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng d .

Ta có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = \text{véc-tơ chỉ phương } \vec{u}_d = (2; 1; -1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $2(x - 2) + (y + 1) - (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - z - 2 = 0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 3223. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ biết mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$ cắt mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 9$ theo thiết diện là đường tròn (C) . Tính diện tích đường tròn (C) .

A. $S = 25\pi$.

B. $S = 5\pi$.

C. $S = 2\pi$.

D. $S = 4\pi$.

Lời giải.

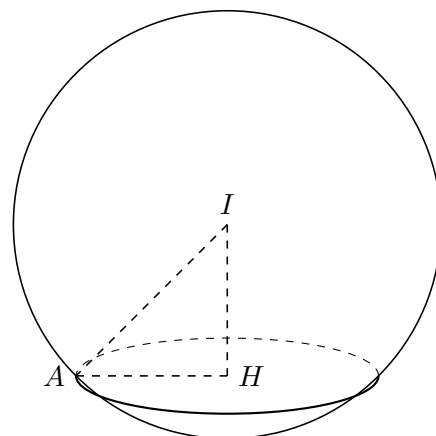
Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; -1)$ và bán kính $R = 3 = IA$.

Khoảng cách từ tâm I tới mặt phẳng (P) là:

$$IH = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 1 - 2 \cdot (-1) + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 2.$$

Ta có bán kính của đường tròn (C) là $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{5}$.

Vậy diện tích của đường tròn (C) là $S = \pi \cdot r^2 = 5\pi$ (đvdt).



Chọn đáp án (B) □

Câu 3224. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(0; -2; -4)$, $B(-4; -4; 2)$, $C(2; -3; 3)$. Biết tọa độ điểm $M(a; b; c)$ trên mặt phẳng (Oxz) sao cho biểu thức $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị $P = a^2 + b^2 + c^2$ là

A. $P = 1$.

B. $P = 2$.

C. $P = 9$.

D. $P = 4$.

Lời giải.

Với I là điểm bất kỳ ta có

$$\begin{aligned} & MA^2 + MB^2 + 2MC^2 \\ &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + 2\overrightarrow{MC}^2 \\ &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 4\overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + 2\overrightarrow{IC}^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC}) \\ &= 4MI^2 + IA^2 + IB^2 + 2IC^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC}). \end{aligned}$$

Với điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow I\left(0; -\frac{5}{2}; 1\right)$.

Do $IA^2 + IB^2 + 2IC^2$ không đổi nên $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình

chiều của I trên $(Oxz) \Rightarrow M(0; 0; 1)$.

Vậy $P = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3225. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$ và $P(0; 0; -2)$.

Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 0$.

B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} - 1 = 0$.

C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} - 1 = 0$.

D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} + 1 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c \neq 0$ là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad (\text{phương trình theo mặt chắn}).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3226. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 2; 4)$ và $B(2; -4; 2)$. Mặt phẳng trung trực của AB có phương trình là

A. $2x - 3y - z = 0$.

B. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{-1}$.

C. $2x - 3y - z - 6 = 0$.

D. $2x - 3y - z - 14 = 0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của AB .

- Khi đó, (α) đi qua trung điểm $I(0; -1; 3)$ của đoạn thẳng AB và có vec-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (4; -6; -2)$.
- Ta có

$$(\alpha): 4(x - 0) - 6(y + 1) - 2(z - 3) = 0$$

$$\Rightarrow (\alpha): 2x - 3y - z = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3227. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(ABCD)$ cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại $M(1; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$, $P(0; 0; -2)$. Mặt phẳng $(A'B'C'D')$ cắt trục Oz tại điểm $Q(0; 0; 10)$. Thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. 16.

B. 32.

C. 8.

D. 64.

Lời giải.

- Mặt phẳng $(ABCD)$ đi qua M, N, P nên $(ABCD)$ có phương trình là $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow 2x + 2y - z - 2 = 0$.
- Độ dài một cạnh của hình lập phương là

$$d(Q, (ABCD)) = \frac{|2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - (10) - 2|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 4.$$

- Thể tích V cần tìm là $V = 4^3 = 64$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3228. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 5; 1)$ và $B(1; -3; -5)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

A. $2x - 4y - 3z + 12 = 0$.

B. $2x - 4y - 3z = 0$.

C. $2x - 4y - 3z + 29 = 0$.

D. $2x - 4y - 3z - 12 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I(-1; 1; -2)$ của AB và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (4; -8; -6)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$4(x + 1) - 8(y - 1) - 6(z + 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 4y - 3z = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3229. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và điểm $B(-5; 4; 1)$. Mặt phẳng (α) chứa AB và song song với trục Oz có phương trình là

A. $x - 2y + 3z + 10 = 0$.

B. $x - 2y + 3z + 1 = 0$.

C. $-5x + 4y + z + 6 = 0$.

D. $x + y + 1 = 0$.

Lời giải.

Trục Oz có véc-tơ đơn vị là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-6; 6; -2)$. Mặt phẳng (α) chứa AB và song song với trục Oz có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{k}] = (6; 6; 0)$ nên có phương trình

$$6(x - 1) + 6(y + 2) = 0 \Leftrightarrow x + y + 1 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3230. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -2; 1)$, $B(2; -2; 0)$, $C(7; 2; -1)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận véc-tơ nào trong các véc-tơ sau đây làm véc-tơ pháp tuyến?

A. $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

B. $\vec{n} = (-1; 1; 1)$.

C. $\vec{n} = (1; -1; 1)$.

D. $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & -1 \\ 6 & 4 & -2 \end{vmatrix} = (4; -4; 4).$$

Vậy mặt phẳng (ABC) nhận $\vec{n} = \frac{1}{4} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; -1; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3231. Cho $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (-2; -1; 3)$. Tính $\vec{a} \wedge \vec{b}$.

A. $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-5; 1; -3)$.

B. $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5; 1; 3)$.

C. $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-5; -1; -3)$.

D. $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5; -1; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5; -1; 3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3232. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(P): x + y - 1 = 0$ và $(Q): x - z + 2 = 0$.

A. 45° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải.

— Lấy $\vec{n}_1 = (1; 1; 0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

$\vec{n}_2 = (1; 0; -1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (Q) .

$$\text{— } \cos((P); (Q)) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow ((P); (Q)) = 60^\circ.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3233. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC .

A. $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0$.

B. $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0$.

C. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

D. $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải.

Gọi $\begin{cases} A(x; 0; 0) \in Ox \\ B(0; y; 0) \in Oy \\ C(0; 0; z) \in Oz \end{cases}$. Vì $M(1; 2; 3)$ là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \\ z = 9 \end{cases}$.

Suy ra $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-3; 6; 0) \\ \overrightarrow{AC} = (-3; 0; 9) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (54; 27; 18) = 9(6; 3; 2)$.

Phương trình $(P): \begin{cases} \vec{n}(P) = (6; 3; 2) \\ \text{qua } M(1; 2; 3) \end{cases}$ có dạng $6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3234. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi a, b, c lần lượt là khoảng cách từ điểm $M(1; 3; 2)$ đến ba mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$. Tính $P = a + b^2 + c^3$.

A. $P = 32$.

B. $P = 18$.

C. $P = 30$.

D. $P = 12$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} a = d(M; (Oxy)) = \frac{|2|}{1} = 2 \\ b = d(M; (Oyz)) = \frac{|1|}{1} = 1 \\ c = d(M; (Oxz)) = \frac{|3|}{1} = 3 \end{cases} \Rightarrow P = 2 + 1^2 + 3^3 = 30$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3235. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$

và điểm $A(1; 2; 3)$. Mặt phẳng (P) chứa d sao cho $d(A; (P))$ lớn nhất. Khi đó tọa độ véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $(1; 1; 1)$.

B. $(1; 2; 3)$.

C. $(1; -1; 1)$.

D. $(0; 1; 1)$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng $d \Rightarrow H(-1 - 2t; t; 1 + t)$.

Vì $AH \perp d$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 6t = 0 \Leftrightarrow t = 0$.

Suy ra $H(-1; 0; 1)$.

Vậy (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AH} = -2(1; 1; 1)$ hay $(1; 1; 1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3236. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 2; 3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại 3 điểm A, B, C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): x + 2y + z - 14 = 0$.

B. $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$.

C. $(P): x + 2y + 3z - 11 = 0$.

D. $(P): x + y + 3z - 14 = 0$.

Lời giải.

Hình chiếu của O lên (ABC) là trực tâm của tam giác ABC .

$$d(O; (ABC)) = OH.$$

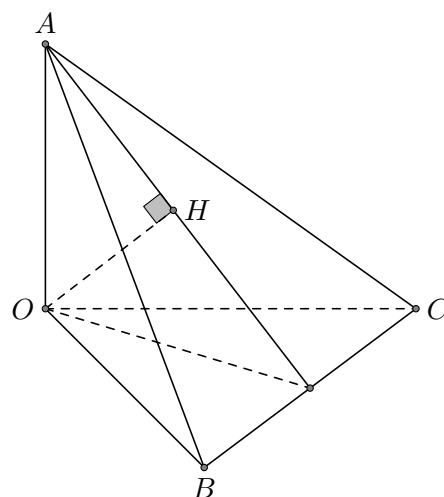
$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}.$$

Do đó $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ nhỏ nhất khi OH lớn nhất.

Mặt khác $OH = d(O; (ABC)) \leq OM \Rightarrow OH$ đạt giá trị lớn nhất khi $H \equiv M$.

Vậy (P) đi qua $M(1; 2; 3)$ và véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{OM} = (1; 2; 3)$ là

$$x + 2y + 3z - 14 = 0.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3237. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P) : 3x + 6y + 2018z - 2019 = 0$ là

A. $\vec{n} = (3; -6; 2018)$. B. $\vec{n} = (3; 6; -2018)$. C. $\vec{n} = (-3; 6; 2018)$. D. $\vec{n} = (3; 6; 2018)$.

Lời giải.

$$\vec{n} = (3; 6; 2018).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3238. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, các điểm nào sau đây cùng thuộc một mặt phẳng?

A. $A(0; 2; -1), B(1; 0; 0), C(1; 1; -1), D(1; 1; 1)$.

B. $I(0; 0; 1), K(1; 1; 5), L(1; 0; 2), M(5; 3; 4)$.

C. $N(-1; 5; -8), P(1; 1; 0), Q(0; 1; -2), R(5; 3; 6)$.

D. $E(3; 0; 1), F(0; 2; 1), G(3; 2; 0), H(-1; -1; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{NP} = (2; -4; 8)$, $\overrightarrow{NQ} = (1; -4; 6)$ và $\overrightarrow{NR} = (6; -2; 14)$.

$[\overrightarrow{NP}, \overrightarrow{NQ}] = (8; -4; -4)$. Suy ra $[\overrightarrow{NP}, \overrightarrow{NQ}] \cdot \overrightarrow{NR} = 0$. Vậy N, P, Q, R thuộc cùng một mặt phẳng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3239. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(C) : x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 8y - 10z = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm khác gốc tọa độ của mặt cầu với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz .

Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

A. $\vec{n} \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5} \right)$. B. $\vec{n} \left(\frac{-1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{-1}{5} \right)$. C. $\vec{n} \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}; \frac{1}{5} \right)$. D. $\vec{n} \left(\frac{1}{3}; \frac{-1}{4}; \frac{1}{5} \right)$.

Lời giải.

Ta có $A(6; 0; 0), B(0; 8; 0), C(0; 0; 10)$.

Phương trình mặt phẳng qua ba điểm A, B, C là $\frac{x}{6} + \frac{y}{8} + \frac{z}{10} = 1$.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{8}; \frac{1}{10} \right)$.

Suy ra $\vec{n} \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5} \right)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (ABC) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3240. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 =$

49. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và cách tâm I của mặt cầu một đoạn lớn nhất. Khoảng cách từ $A(10; 5; 10)$ đến (P) bằng

A. $12\sqrt{2}$.

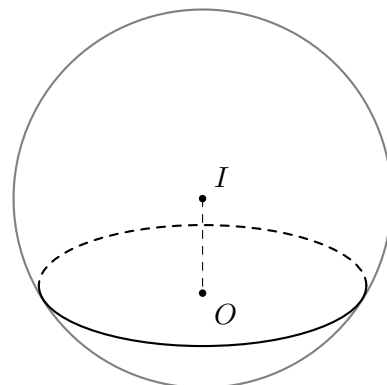
B. $10\sqrt{2}$.

C. $6\sqrt{2}$.

D. $8\sqrt{2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua $O(0; 0; 0)$ và cách tâm $I(3; 4; 5)$ một đoạn lớn nhất sẽ nhận $\overrightarrow{OI} = (3; 4; 5)$ làm vectơ pháp tuyến. Suy ra $(P): 3x + 4y + 5z = 0$. Khoảng cách từ $A(10; 5; 10)$ đến (P) bằng $h = \frac{|3 \cdot 10 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2}} = 10\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3241. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0$ và $(Q): 2x - y + 3 = 0$ (với m là tham số thực). Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = 3$.

D. $m = -5$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P = (1; m+1; -2)$ và véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_Q = (2; -1; 0)$. Để $(P) \perp (Q)$ thì

$$\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow 2 - m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3242. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(3; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$ và $P(0; 0; -2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} - 1 = 0$.

B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 0$.

C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} - 1 = 0$.

D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} + 1 = 0$.

Lời giải.

Các lựa chọn có dạng phương trình của mặt phẳng theo đoạn chắn.

Phương trình của mặt phẳng (MNP) theo đoạn chắn là

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} - 1 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3243. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 2; 4)$ và $B(2; -4; 2)$. Mặt phẳng trung trực của AB có phương trình là

A. $2x - 3y - z - 14 = 0$.

B. $2x - 3y - z - 6 = 0$.

C. $2x - 3y - z = 0$.

D. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{-1}$.

Lời giải.

Trung điểm I của AB có tọa độ thỏa

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 0 \\ y_I = -1 \\ z_I = 3 \end{cases}.$$

Phương trình mặt phẳng trung trực của AB đi qua $I(0; -1; 3)$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (4; -6; -2)$ là

$$4(x - 0) - 6(y + 1) - 2(z - 3) = 0$$

$$4x - 6y - 2z = 0$$

$$2x - 3y - z = 0.$$

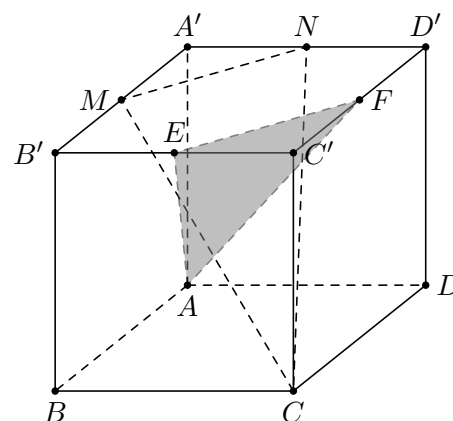
Chọn đáp án **C**

□

Câu 3244.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, E, F lần lượt là trung điểm của cạnh $A'B', A'D', B'C', C'D'$ (tham khảo hình bên).

Cosin của góc tạo giữa hai mặt phẳng (CMN) và (AEF) bằng



A. $\frac{2}{17}$.

B. $\frac{1}{17}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Lời giải.

- Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, sao cho $A(0; 0; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $D(0; 2; 0)$, $A'(0; 0; 2)$. Ta có $C(2; 2; 0)$, $B'(2; 0; 2)$, $C'(2; 2; 2)$, $D'(0; 2; 2)$.
- Do M, N, E, F lần lượt là các trung điểm của $A'B', A'D', B'C', C'D'$ nên $M(1; 0; 2)$, $N(0; 1; 2)$, $E(2; 1; 2)$, $F(1; 2; 2)$.
- Ta có $\overrightarrow{CM} = (-1; -2; 2)$, $\overrightarrow{CN} = (-2; -1; 2)$ nên $\vec{u}_1 = \overrightarrow{CM} \wedge \overrightarrow{CN} = (-2; -2; -3)$.
- Ta có $\overrightarrow{AE} = (2; 1; 2)$, $\overrightarrow{AF} = (1; 2; 2)$ nên $\vec{u}_2 = \overrightarrow{AE} \wedge \overrightarrow{AF} = (-2; -2; 3)$.
- Suy ra

$$\cos((CMN), (AEF)) = |\cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2)| = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{1}{17}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3245. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(ABCD)$ cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại $M(1; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$, $P(0; 0; -2)$. Mặt phẳng $(A'B'C'D')$ cắt trục Oz tại điểm $Q(0; 0; 10)$. Thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. 8.

B. 32.

C. 64.

D. 16.

Lời giải.

$$\overrightarrow{MN} = (-1; 1; 0), \overrightarrow{MP} = (-1; 0; -2).$$

$$\text{VTPT của mp } (ABCD) \text{ là } \vec{n} = [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = (-2; -2; 1).$$

Phương trình mp $(ABCD)$ là $-2(x-1) - 2y + 1z = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - z - 2 = 0$.

Độ dài một cạnh của hình lập phương là

$$d[Q, (ABCD)] = \frac{|2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - (10) - 2|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 4.$$

Thể tích V cần tìm là $V = 4^3 = 64$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3246. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 3 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $M(2; -1; -3)$. B. $N(2; -1; -2)$. C. $P(2; -1; -1)$. D. $Q(3; -1; 2)$.

Lời giải.

Nhận thấy tọa độ Q thuộc (P) vì $2 \cdot 3 - (-1) - 2 \cdot 2 - 3 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3247. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 5; 2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z + 1 = 0$.

- A. $(S): (x-1)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 14$. B. $(S): (x-1)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 10$.
C. $(S): (x-1)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 16$. D. $(S): (x-1)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 12$.

Lời giải.

Ta có $d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 5 + 3 \cdot 2 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2}} = \sqrt{14}$ là bán kính của (S) .

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 5; 2)$ bán kính $\sqrt{14}$

$\Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 14$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3248. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-5)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(a; b; c)$. Khi đó $a + b + c$ bằng

- A. 6. B. -6. C. -9. D. 12.

Lời giải.

(S) có tâm $I(5; 2; 2)$ bán kính $R = 3$.

Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với $(P) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Tọa độ M là giao điểm của d và mặt phẳng (P) . Khi đó ta có

$$\begin{cases} M \in d \\ M \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 + 2t \\ b = 2 + 2t \\ c = 2 - t \\ 2a + 2b - c - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 + 2t \\ b = 2 + 2t \\ c = 2 - t \\ 9t + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = 3 \\ t = -1. \end{cases}$$

Vậy $a + b + c = 6$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3249. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; -4; -1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x + 3y + z - 6 = 0$.

B. $x + 3y + z - 5 = 0$.

C. $x - 3y - 2z - 3 = 0$.

D. $2x - 6y - 4z + 7 = 0$.

Lời giải.Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB , ta có $I(2; -1; 1)$.Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm $I(2; -1; 1)$ và nhận $\overrightarrow{IA} = (-1; 3; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là

$$1(x - 2) - 3(y + 1) - 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 3y - 2z - 3 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 3250.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; 3)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hình chiếu của A trên các trục tọa độ là

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} = 0$.

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{1} = 1$.

Lời giải.Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của điểm $A(1; 2; 3)$ trên các trục Ox, Oy, Oz , ta có $M(1; 0; 0)$, $N(0; 2; 0)$, $P(0; 0; 3)$.Phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(1; 0; 0)$, $N(0; 2; 0)$, $P(0; 0; 3)$ là

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 3251.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(0; 0; 3)$, $M(1; 2; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và cắt Ox, Oy lần lượt tại B, C sao cho tam giác ABC có trọng tâm thuộc đường thẳng AM .

A. $(P): 6x + 3y + 4z + 2 = 0$.

B. $(P): 6x + 3y + 4z - 2 = 0$.

C. $(P): 6x + 3y + 4z - 12 = 0$.

D. $(P): 6x + 3y + 4z + 12 = 0$.

Lời giải.Giả sử $B(b; 0; 0)$, $C(0; c; 0)$. Khi đó trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{b}{3}; \frac{c}{3}; 1\right)$.Ta có $\overrightarrow{AG} = \left(\frac{b}{3}; \frac{c}{3}; -2\right)$, $\overrightarrow{AM} = (1; 2; -3)$.Vì G thuộc đường thẳng AM nên hai véc-tơ $\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AM}$ cùng phương. Do đó, ta có

$$\frac{b}{3} = \frac{c}{6} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = 4. \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 4z - 12 = 0$.Chọn đáp án **C** □**Câu 3252.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $S(0; 0; 1)$, $M(m; 0; 0)$, $N(0; n; 0)$ với $m, n > 0$ và $m + n = 1$. Mặt phẳng (SMN) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định có bán kính là bao nhiêu biết mặt cầu đó đi qua điểm $A(1; 1; 1)$?

A. 2.

B. $\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.Phương trình mặt phẳng (SMN) đi qua ba điểm $S(0; 0; 1)$, $M(m; 0; 0)$, $N(0; n; 0)$

$$\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow nx + my + mnz - mn = 0.$$

Gọi I là hình chiếu vuông góc của $A(1; 1; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) , ta có $I(1; 1; 0)$ và $IA = 1$.

$$\text{Ta có } d(I, (SMN)) = \frac{|n + m - mn|}{\sqrt{m^2 + n^2 + m^2 n^2}} = \frac{|1 - mn|}{\sqrt{(m + n)^2 - 2mn + m^2 n^2}} = \frac{|1 - mn|}{\sqrt{(1 - mn)^2}} = 1.$$

Suy ra mặt phẳng (SMN) luôn tiếp xúc với một mặt cầu tâm $I(1; 1; 0)$, bán kính $R = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3253. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x - y - z - 6 = 0$. B. $x + 3y + z - 5 = 0$. C. $3x - y - z + 6 = 0$. D. $x + 3y + z - 6 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với AB có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

$$3 \cdot (x + 1) - 1 \cdot (y - 2) - 1 \cdot (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z + 6 = 0.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3254. Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(0; -2; -1)$, $B(1; 0; 5)$, $C(1; -1; 3)$, $D(5; 0; 4)$. Viết phương trình mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) .

A. $(x - 5)^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 7$. B. $(x - 5)^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 9$.

C. $(x + 5)^2 + y^2 + (z + 4)^2 = 9$. D. $(x - 5)^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 3$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 6)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 1; 4)$, $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 2; -1)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$2 \cdot (x - 0) + 2 \cdot (y + 2) - 1 \cdot (z + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - z + 3 = 0.$$

Bán kính cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là

$$R = d(D, (ABC)) = \frac{|2 \cdot 5 + 2 \cdot 0 - 4 + 3|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 3.$$

Phương trình mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là

$$(x - 5)^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 9.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3255. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; 0)$, $B(2; 0; -1)$ và $C(0; 0; -1)$. D là điểm thuộc tia Oy để tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 5. Tọa độ điểm D là

A. $D(0; 3; 0)$. B. $D(0; 17; 0)$. C. $D(0; -13; 0)$. D. $D(0; -3; 0)$.

Lời giải.

Vì D là điểm thuộc tia Oy nên $D(0; y; 0)$, với $y > 0$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -2; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -2; -1)$, $\overrightarrow{AD} = (1; y - 2; 0)$.

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; 2; -4)$, $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 2(y - 2)$.

Bởi vậy $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \frac{|y - 2|}{3}$.

Do đó $V_{ABCD} = 5 \Leftrightarrow \frac{|y - 2|}{3} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -13 \\ y = 17 \end{cases} \Rightarrow y = 17$.

Vậy $D(0; 17; 0)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3256. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua hai điểm $A(0; 1; 1)$, $B(-1; 0; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$ là

- A. $-y + z - 2 = 0$. B. $y + z - 2 = 0$. C. $y - z - 2 = 0$. D. $y + z + 2 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 1)$. Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; -1; 1)$.

Mặt phẳng (Q) qua hai điểm $A(0; 1; 1)$, $B(-1; 0; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}_P] = (0; 2; 2)$.

Phương trình mặt phẳng (Q) cần lập là

$$0 \cdot (x - 0) + 2 \cdot (y - 1) + 2 \cdot (z - 1) = 0 \Leftrightarrow y + z - 2 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3257. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 4z = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

- A. $\vec{n}_4 = (1; 2; 0)$. B. $\vec{n}_2 = (1; 4; 2)$. C. $\vec{n}_1 = (1; 0; 2)$. D. $\vec{n}_3 = (1; 2; 4)$.

Lời giải.

Theo khái niệm véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3258. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 9$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(2; -4; 3)$?

- A. $x - 6y + 8z - 50 = 0$. B. $x - 2y - 2z - 4 = 0$.
C. $x - 2y - 2z + 4 = 0$. D. $3x - 6y + 8z - 54 = 0$.

Lời giải.

Từ phương trình mặt cầu (S) suy ra tọa độ tâm $I(1; -2; 5)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(2; -4; 3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{IA} = (1; -2; -2)$ là

$$1(x - 2) - 2(y + 4) - 2(z - 3) = 0 \text{ hay } x - 2y - 2z - 4 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3259. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) và ba điểm $A(1; 2; 1)$, $B(0; 1; 2)$, $C(0; 0; 3)$. Điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc (P) sao cho $MA^2 + 3MB^2 + 2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị $x_0 + 2y_0 - z_0$ bằng

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{6}{9}$. C. $\frac{46}{9}$. D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn

$$\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OI} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC}) \Rightarrow I\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{6}; \frac{13}{6}\right).$$

Khi đó

$$\begin{aligned} T &= MA^2 + 3MB^2 + 2MC^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 6MI^2 + IA^2 + 3IB^2 + 2IC^2. \end{aligned}$$

Do $IA^2 + 3IB^2 + 2IC^2$ không đổi nên T đạt giá trị nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất.

Do $M \in (P)$ nên MI nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của I lên (P) .

Do $MI \perp (P)$ nên phương trình đường thẳng MI đi qua I và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{u}_d = (1; 1; 1)$ là

$$\begin{cases} x = \frac{1}{6} + t \\ y = \frac{5}{6} + t \\ z = \frac{13}{6} + t \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{6} + t; \frac{5}{6} + t; \frac{13}{6} + t\right).$$

Mặt khác $M \in (P)$ nên $\frac{1}{6} + t + \frac{5}{6} + t + \frac{13}{6} + t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{18} \Rightarrow M\left(\frac{4}{9}; \frac{10}{9}; \frac{22}{9}\right)$.

Suy ra $x_0 + 2y_0 - z_0 = \frac{4}{9} + \frac{20}{9} - \frac{22}{9} = \frac{2}{9}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3260. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; -3)$. Gọi B, C, D lần lượt là hình chiếu của A trên các trục Ox, Oy, Oz . Mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 0$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$.

Lời giải.

Ta có $B(-1; 0; 0), C(0; 2; 0), D(0; 0; -3)$.

Phương trình mặt phẳng (BCD) : $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3261. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 11; -5)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2mx + (m^2 + 1)y + (m^2 - 1)z - 10 = 0$. Biết khi m thay đổi thì tồn tại hai mặt cầu cố định tiếp xúc với (P) và cùng đi qua A . Tổng bán kính của hai mặt cầu đó là

A. $4\sqrt{2}$. B. $5\sqrt{3}$. C. $6\sqrt{3}$. D. $12\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu thỏa yêu cầu bài toán.

Khi đó bán kính mặt cầu là $R = IA = \sqrt{(a-2)^2 + (b-11)^2 + (c+5)^2}$.

Ta có mặt cầu tiếp xúc với (P) khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} d(I, (P)) &= R \\ \Leftrightarrow \frac{|2ma + (m^2 + 1)b + (m^2 - 1)c - 10|}{\sqrt{4m^2 + (m^2 + 1)^2 + (m^2 - 1)^2}} &= R \\ \Leftrightarrow \frac{|(b+c)m^2 + 2am + b - c - 10|}{\sqrt{2(m^4 + 2m^2 + 1)}} &= R \\ \Leftrightarrow |(b+c)m^2 + 2am + b - c - 10| &= \sqrt{2} \cdot R(m^2 + 1) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} (b+c)m^2 + 2am + b - c - 10 = \sqrt{2}R \cdot (m^2 + 1) & (1) \\ (b+c)m^2 + 2am + b - c - 10 = -\sqrt{2}R \cdot (m^2 + 1) & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Khi m thay đổi thì (P) luôn tiếp xúc với mặt cầu nên (1) và (2) luôn có nghiệm với mọi giá trị m .

Phương trình (1) có nghiệm với mọi m cho ta hệ phương trình:
$$\begin{cases} b + c = \sqrt{2}R \\ 2a = 0 \\ b - c - 10 = \sqrt{2}R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 5 + \sqrt{2}R \\ c = 5. \end{cases}$$

Khi đó $R = \sqrt{(0-2)^2 + (5 + \sqrt{2}R - 11)^2 + (5+5)^2} \Leftrightarrow R^2 - 12\sqrt{2}R + 65 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} R = \sqrt{7} + 6\sqrt{2} \\ R = -\sqrt{7} + 6\sqrt{2}. \end{cases}$

Suy ra $R_1 + R_2 = 12\sqrt{2}$.

Phương trình (2) vô nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3262. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2)$, $B(3; 5; -2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có dạng $x + ay + bz + c = 0$. Tính tổng $a + b + c$.

A. -2.

B. -4.

C. -3.

D. 2.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB suy ra tọa độ điểm $I(4; 1; 0)$. Mặt khác ta có $\overrightarrow{AB}(2; 8; -4)$, do giả thiết mặt phẳng trung trực của đoạn AB nhận $\overrightarrow{AB}$ là véc-tơ pháp tuyến và đi qua điểm I . Suy ra phương trình mặt phẳng trung trực là

$$2 \cdot (x - 4) + 8 \cdot (y - 1) + (-4) \cdot (z - 0) = 0 \Leftrightarrow x + 4y - 2z - 6 = 0.$$

Do đó $a = 4$, $b = -2$ và $c = -6$ nên $a + b + c = -4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3263. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $6OA + 3OB + 2OC$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $6x + 2y + 3z - 19 = 0$.

B. $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

C. $6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

D. $x + 3y + 2z - 13 = 0$.

Lời giải.

Giả sử điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$ do giả thiết suy ra $a > 0$, $b > 0$ và $c > 0$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Do M thuộc (P) nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1$ (*).

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacôpski cho hai bộ số $\left(\sqrt{\frac{1}{a}}, \sqrt{\frac{2}{b}}, \sqrt{\frac{3}{c}}\right)$ và $(\sqrt{6a}, \sqrt{3b}, \sqrt{2c})$ ta có

$$\left(\sqrt{\frac{1}{a}} \cdot \sqrt{6a} + \sqrt{\frac{2}{b}} \cdot \sqrt{3b} + \sqrt{\frac{3}{c}} \cdot \sqrt{2c}\right)^2 \leq \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c}\right) \cdot (6a + 3b + 2c).$$

Do (*) ta suy ra

$$(\sqrt{6} + \sqrt{6} + \sqrt{6})^2 \leq (6a + 3b + 2c) \Leftrightarrow 6a + 3b + 2c \geq 54.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{6a}}{\sqrt{\frac{1}{a}}} = \frac{\sqrt{3b}}{\sqrt{\frac{2}{b}}} = \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{\frac{3}{c}}} \\ \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{6a} = \sqrt{\frac{3}{2}}b = \sqrt{\frac{2}{3}}c \\ \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ c = 3a \\ \frac{3}{a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ c = 3a \\ a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3264. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P) : 2x - y + z - 2 = 0$?

- A. $Q(1; -2; 2)$. B. $N(1; -1; -1)$. C. $P(2; -1; -1)$. D. $M(1; 1; -1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm N vào phương trình (P) , ta được $2 - (-1) + (-1) - 2 = 0$ (đúng).

Vậy $N \in (P)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3265. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(0; 0; 2)$, $B(1; 0; 0)$, $C(0; 3; 0)$ có phương trình là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = -1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Theo giả thiết, (P) lần lượt cắt các trục Ox , Oy , Oz tại các điểm B , C , A nên theo công thức phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn, (P) có phương trình

$$(P) : \frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3266. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - 2y + 3 = 0$. Tìm một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}$ của mặt phẳng (P) .

- A. $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 0)$. B. $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 3)$. C. $\vec{n}_{(P)} = (1; 0; -2)$. D. $\vec{n}_{(P)} = (0; 1; -2)$.

Lời giải.

Lưu ý: Nếu mặt phẳng (P) có phương trình là $ax + by + cz + d = 0$ thì nó có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$. Và khi đó, mọi véc-tơ pháp tuyến của (P) đều có dạng $k\vec{n}$.

Viết lại phương trình của (P) như sau $x - 2y + 0z + 3 = 0$, suy ra $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 0)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3267. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : ax + by + cz + d = 0$ (với $abc > 0$) đi qua hai điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$. Biết $d(O, (P)) = \frac{2}{3}$ và điểm $C(-3; 1; 0)$. Tính $d(C, (P))$.

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Vì mặt phẳng $(P) : ax + by + cz + d = 0$ (với $abc > 0$) đi qua hai điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$ và $d(O, (P)) = \frac{2}{3}$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a + d = 0 \Rightarrow a = -d & (1) \\ b + d = 0 \Rightarrow b = -d & (2) \\ \frac{|d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow 9d^2 = 4(a^2 + b^2 + c^2) & (3) \end{cases}$$

Thay (1), (2) vào (3) ta được $d^2 = 4c^2 \Rightarrow d \neq 0$ (vì nếu $d = 0$ thì $a = b = c = 0$ (vô lí)).

Chọn $d = -2$, ta được $a = 2$, $b = 2$, $c = 1$ (vì $abc > 0$). Khi đó $(P) : 2x + 2y + z - 2 = 0$.

Vậy $d(C, (P)) = \frac{|2 \cdot (-3) + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 0 - 2|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3268. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-12; -1; 1)$, $B(1; 0; 0)$, $C(0; 2; 0)$, $D(0; 0; 3)$, $E(-2; 4; 3)$. Có bao nhiêu mặt phẳng cách đều năm điểm A, B, C, D, E ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $(BCD): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

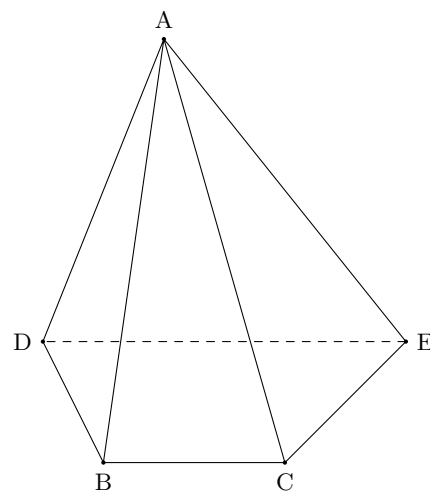
Để thấy $6 \cdot (-2) + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 - 6 = 0 \Rightarrow E \in (BCD)$.

Vì $\overrightarrow{BC} = (-1; 2; 0)$, $\overrightarrow{DE} = (-2; 4; 0)$. Suy ra $\overrightarrow{DE} = 2\overrightarrow{BC}$.

Mặt khác, vì $6 \cdot (-12) + 3 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 - 6 = -79 \neq 0 \Rightarrow A \notin (BCD)$.

Khi đó, có ba mặt phẳng thỏa mãn bài toán như sau:

- $mp(P_1)$ đi qua trung điểm các đoạn AB, AC, AD, AE .
- $mp(P_2)$ đi qua hai trung điểm của BD, CE và song song với $mp(ABC)$.
- $mp(P_3)$ đi qua hai trung điểm của BD, CE và song song với $mp(ADE)$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 3269. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Tìm mệnh đề **đúng**.

A. Hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ cùng phương.B. Hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.C. Hai véc-tơ $\vec{b}$ và $\vec{c}$ không cùng phương.D. $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$.

Lời giải.

Ta có $[\vec{b}, \vec{c}] = (1; -1; 0) \neq \vec{0}$ nên hai véc-tơ $\vec{b}$ và $\vec{c}$ không cùng phương.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3270. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - z + 3 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1 = (2; 0; -1)$.B. $\vec{n}_2 = (2; -1; 3)$.C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 0)$.D. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 2x - z + 3 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; 0; -1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3271. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1; 2; 3)$. Mặt phẳng (α) đi qua G , cắt Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $6x + 3y + 2z - 18 = 0$.B. $2x + 3y + 6z - 18 = 0$.C. $6x + 3y + 3z - 18 = 0$.D. $3x + 2y + 6z - 18 = 0$.

Lời giải.

Giả sử $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên ta có
$$\begin{cases} \frac{a}{3} = 1 \\ \frac{b}{3} = 2 \\ \frac{c}{3} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9. \end{cases}$$

Suy ra phương trình mặt phẳng (α) là $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3272. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với a, b, c là các số thực dương thay đổi tùy ý sao cho $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất là

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Khi đó $d(O, (ABC)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}}$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhhia ta có $(a^2 + b^2 + c^2) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \geq 9 \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 9$.

Suy ra $d(O, (ABC)) \leq \frac{1}{3}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3273. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua gốc tọa độ ?

A. $x - 2y + 3z = 0$.

B. $x - 2018 = 0$.

C. $y + 1 = 0$.

D. $z + 12 = 0$.

Lời giải.

Tọa độ $O(0; 0; 0)$ chỉ thỏa mãn phương trình $x - 2y + 3z = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3274. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(2; -1; 0)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+3}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-1}$ có phương trình là

A. $6x - 5y - z + 3 = 0$.

B. $2x - 3y + z - 7 = 0$.

C. $6x - 5y - 2z + 11 = 0$.

D. $6x + 5y - z + 3 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+3}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-1}$ nên (α) nhận $\vec{u} = (2; -3; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến. Phương trình (α) là: $2x - 3y + z - 7 = 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3275. Trong không gian $Oxyz$, điểm M' đối xứng với điểm $M(1; 2; 4)$ qua mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 2z - 3 = 0$ có tọa độ là

A. $(-3; 0; 0)$.

B. $(-1; 1; 2)$.

C. $(-1; -2; -4)$.

D. $(2; 1; 2)$.

Lời giải.

Gọi (d) là đường thẳng qua M và vuông góc với $(\alpha) \Rightarrow \vec{u} = (2; 1; 2)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d) .

$$\Rightarrow \text{phương trình đường thẳng } (d) \text{ là } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 4 + 2t. \end{cases}$$

Gọi $H = (d) \cap (\alpha) \Rightarrow H(-1; 1; 2)$.

Do M' là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng $(\alpha) \Rightarrow H$ là trung điểm của MM' .

$\Rightarrow M' = (-3; 0; 0)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3276. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và đường

thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3 là

A. $x - 3y + z + 2 = 0$.

B. $2x - 6y + 2z + 3 = 0$.

C. $-x + 3y - z + 2 = 0$.

D. $-2x + 6y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n}_P(A; B; C)$ ($A^2 + B^2 + C^2 > 0$) là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$.

Gọi I, R lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu $(S) \Rightarrow I(1; 2; 3)$ và $R = 3$. Vì mặt phẳng (P) cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3 nên $I \in (P) \Rightarrow A + 2B + 3C + D = 0$ (1)

$$\text{Mà } d \subset (P) \text{ nên } \begin{cases} \vec{u}_d \cdot \vec{n}_P = 0 \\ M_0(-1; 0; 1) \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2A + B + C = 0 & (2) \\ -A - C + D = 0. & (3) \end{cases}$$

$$\text{Lấy (1) + (3) ta được } 2B + 2C + 2D = 0 \Leftrightarrow B + C + D = 0 \Leftrightarrow D = -B - C. \quad (4)$$

Thay (4) vào (1) và kết hợp với (2) có

$$\begin{cases} A + 2B + 3C - B - C = 0 \\ 2A + B + C = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A + B + 2C = 0 & (5) \\ 2A + B + C = 0. & (2) \end{cases}$$

Lấy (5) - (2) ta được: $-A + C = 0 \Leftrightarrow A = C$.

Chọn $A = C = 1 \Rightarrow B = -3, D = 2$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x - 3y + z + 2 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3277. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): (a+b)x - 2ay - bz + b = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$) và điểm $M(1; 1; 1)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (P) . Khi a, b thay đổi biết quỹ tích các điểm H là một đường tròn cố định, tính bán kính r đường tròn này.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. 2.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Theo giả thiết, phương trình mặt phẳng $(P): (a+b)x - 2ay - bz + b = 0 \Leftrightarrow a(x-2y) + (x-z+1)b = 0$.

$\Rightarrow (P)$ luôn chứa đường thẳng cố định Δ là giao của hai mặt phẳng $\begin{cases} x-2y=0 \\ x-z+1=0 \end{cases}$. Suy ra đường

thẳng Δ có phương trình tham số

$$\Delta: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -1 + 2t. \end{cases}$$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của M lên $\Delta \Rightarrow K\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng Δ có phương trình: $2x + y + 2z - 5 = 0$.

$$\Rightarrow \begin{cases} H \in (\alpha) \forall a, b \\ \widehat{MHK} = 90^\circ \forall a, b \end{cases}$$

$\Rightarrow H$ thuộc đường tròn đường kính MK nằm trong mặt phẳng (α)

$$\Rightarrow R = \frac{MK}{2} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 3278. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

- A. $\vec{n} = (0; 1; 2)$. B. $\vec{n} = (1; 2; 0)$. C. $\vec{n} = (1; 2; -3)$. D. $\vec{n} = (1; 2; 3)$.

Lời giải.

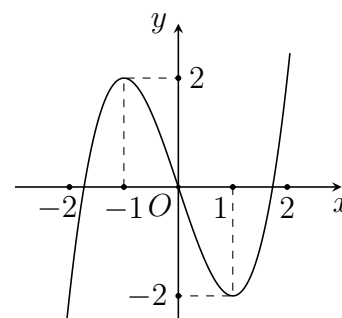
Nếu phương trình mặt phẳng (P) có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$ thì (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3279.

Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x^3 - 3x - m + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.



Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$x^3 - 3x = m - 1 \quad (1)$$

Số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x$ và đường thẳng $\Delta: y = m - 1$.

Dựa vào đồ thị (C) , phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$-2 < m - 1 < 2 \Leftrightarrow -1 < m < 3.$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m là 0, 1, 2 thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3280. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}e^x$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$ là

- A. $\frac{\pi e^2}{4}$. B. $\frac{\pi}{4}(e^4 - 1)$. C. $\frac{\pi}{4}(e^2 + 1)$. D. $\frac{1}{4}(e^2 + 1)$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}e^x$ và trục hoành $y = 0$ là

$$\sqrt{x}e^x = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Khi đó, thể tích khối tròn xoay

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^1 (\sqrt{x}e^x)^2 dx = \pi \int_0^1 xe^{2x} dx = \frac{\pi}{2} \int_0^1 x d(e^{2x}) \\ &= \frac{\pi}{2} \left(xe^{2x} \Big|_0^1 - \int_0^1 e^{2x} dx \right) = \frac{\pi}{2} \left(xe^{2x} - \frac{e^{2x}}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{\pi}{4}(e^2 + 1). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3281. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và điểm $B(3; 0; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $2x + y - z - 6 = 0$. B. $x - y + 2z + 1 = 0$. C. $x - y + 2z - 5 = 0$. D. $2x + y - z + 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB . Khi đó, (P) đi qua trung điểm $I(2; 1; -1)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 4)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra, $(P): x - y + 2z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3282. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 5 = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là

A. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$. B. $3\sqrt{2}$. C. 3. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 0 + 2 \cdot 1 + 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 3.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3283. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các mặt phẳng $(Oyz), (Ozx), (Oxy)$. Phương trình của mặt phẳng $(A_1A_2A_3)$ là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1$.

Lời giải.

Ta có $A_1(0; 2; 3), A_2(1; 0; 3), A_3(1; 2; 0)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A_1A_2A_3)$ là $\vec{n} = [\overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_1A_3}] = (6; 3; 2)$.

Phương trình mặt phẳng $(A_1A_2A_3)$ là $6x + 3y + 2z - 12 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3284. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 3), B(6; 5; 5)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường kính AB . Mặt phẳng (P) vuông góc với đoạn AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H (giao của (S) và mặt phẳng (P)) có thể tích lớn nhất, biết rằng $(P): 2x + by + cz + d = 0$ với $b, c, d \in \mathbb{R}$. Tính $S = b + c + d$.

A. $S = -18$. B. $S = -24$. C. $S = -11$. D. $S = -14$.

Lời giải.

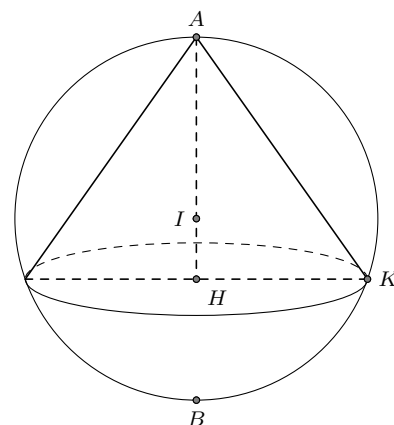
Gọi R, r, h lần lượt là bán kính của mặt cầu (S) , đường tròn tâm H và chiều cao của hình nón.

$$\overrightarrow{AB} = (4; 4; 2) \Rightarrow R = \frac{AB}{2} = 3 \text{ và } r^2 = h(6 - h).$$

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ nên $b = 2, c = 1$.

$$\text{Thể tích khối nón } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi h^2(6 - h).$$

Để V đạt giá trị lớn nhất thì hàm số $f(h) = h^2(6 - h)$ đạt giá trị lớn nhất trong khoảng $(0; 6)$.



$$\text{Ta có } f'(h) = -3h^2 + 12h, f'(h) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} h = 0 \notin (0; 6) \\ h = 4 \in (0; 6). \end{cases}$$

Bảng biến thiên

h	0	4	6
$f'(h)$	+	0	-
$f(h)$	0	32	0

Từ bảng biến thiên ta có $V_{\max}$ khi $h = 4$.

$$\text{Mà } h = d(A, (P)) \Leftrightarrow \frac{|d+9|}{3} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} d = -21 \\ d = -3. \end{cases}$$

Mặt khác $d(A, (P)) > d(B, (P))$ nên ta loại $d = -3$. Vậy $b + c + d = 2 + 1 - 21 = -18$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3285. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) .

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x = 0$. Khi đó, khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) được tính bởi

$$d(A, (Oyz)) = \frac{|x_A|}{1} = 3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3286. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - z + 1 = 0$. Mặt phẳng (α) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (2; -3; 1)$.

B. $\vec{n} = (-2; -3; -1)$.

C. $\vec{n} = (2; -3; -1)$.

D. $\vec{n} = (2; 3; -1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - z + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -3; -1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3287. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1), B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình

A. $3x - y - z + 1 = 0$.

B. $x + 3y + z - 6 = 0$.

C. $6x - 2y - 2z + 1 = 0$.

D. $x + 3y + z - 5 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$. Trung điểm của AB là $I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua điểm I và có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}$ nên có phương trình

$$3\left(x - \frac{1}{2}\right) - \left(y - \frac{3}{2}\right) - \left(z - \frac{1}{2}\right) = 0$$

hay $6x - 2y - 2z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3288. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ (với $b, c > 0$) và mặt phẳng $(P): y - z + 1 = 0$. Tính $S = b + c$ biết mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ O đến (ABC) bằng $\frac{1}{3}$.

A. $S = 1$.

B. $S = \sqrt{2}$.

C. $S = 0$.

D. $S = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng đi qua $A(1; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ là $\frac{x}{1} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Khi đó mặt phẳng (ABC) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(ABC)} = \left(1; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right)$.

Theo đề bài ta được

$$\begin{cases} \vec{n}_{(ABC)} \perp \vec{n}_{(P)} \\ d[O, (ABC)] = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = c \\ 9 = 1 + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \end{cases}$$

hay $b = c = \frac{1}{2}$.

Vậy $S = 1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3289. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$ và điểm $A(2; 2; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB) , biết rằng điểm B thuộc mặt cầu (S) , có hoành độ dương và tam giác OAB đều.

A. $x - y - z = 0$.

B. $x - y + z = 0$.

C. $x - y - 2z = 0$.

D. $x - y + 2z = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{OA} = (2; 2; 0)$ và trung điểm của OA là $J(1; 1; 0)$. Khi đó phương trình mặt phẳng trung trực của OA là $x + y - 2 = 0$.

Gọi tọa độ điểm B có dạng $(a; b; c)$. Vì điểm B thuộc mặt cầu (S) và tam giác OAB đều nên điểm

$$B \text{ cũng thuộc mặt phẳng trung trực } OA. \text{ Ta suy ra hệ sau } \begin{cases} a + b - 2 = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 2b - 2c = 0 \\ OA^2 = OB^2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a + b - 2 = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 2b - 2c = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b - 2 = 0 \\ a + b + c = 4 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 2 \\ c = 2 \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 - a \\ c = 2 \\ a = 2 \vee a = 0. \end{cases}$$

Vì điểm B có hoành độ dương nên $a = 2; b = 0; c = 2$.

$\vec{OB} = (2; 0; 2)$ và $\vec{n} = [\vec{OA}; \vec{OB}] = (4; -4; -4)$. Khi đó ta chọn véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng OAB là $\vec{n} = (1; -1; -1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (OAB) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; -1)$ là $x - y - z = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3290. Điểm M nào sau đây có khoảng cách đến mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 9 = 0$ bằng 2.

A. $M(1; 1; -1)$.

B. $M(1; -1; 1)$.

C. $M(-1; 1; 1)$.

D. $M(1; 1; 1)$.

Lời giải.

Với $M(1; -1; 1)$ ta có $d(M, P) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-1) - 1 - 9|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \frac{6}{3} = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3291. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-5}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 5z - 1 = 0$. Số mặt phẳng chứa d và vuông góc với mặt phẳng (P) là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. Vô số.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; -5)$, mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 5)$.

Khi đó ta có $\vec{u}$ và $\vec{n}$ cùng phương nên có vô số mặt phẳng chứa d và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3292. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z - 1 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (-2; 3; -4)$. B. $\vec{n} = (-2; -3; 4)$. C. $\vec{n} = (2; -3; 4)$. D. $\vec{n} = (2; 3; 4)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (-2; -3; 4)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3293. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 6 = 0$ tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 8y - 4z + 12 = 0$. Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S) có phương trình là

- A. $x - 2y + 2z - 6 = 0$. B. $x - 2y + 2z + 24 = 0$.
C. $x - 2y + 2z + 12 = 0$. D. $x - 2y + 2z - 24 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 4; 2)$ và bán kính $R = 3$.

Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 6 = 0$ có dạng $(Q): x - 2y + 2z + d = 0$.

Mặt phẳng (Q) tiếp xúc với $(S) \Leftrightarrow d(I, (Q)) = R \Leftrightarrow \frac{|1 - 8 + 4 + d|}{3} = 3 \Leftrightarrow |d - 3| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 12 \\ d = -6. \end{cases}$

Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): x - 2y + 2z + 12 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3294. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (-1; 0; -1)$. B. $\vec{n} = (3; -1; 2)$. C. $\vec{n} = (3; -1; 0)$. D. $\vec{n} = (3; 0; -1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 0; -1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3295. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 0; 1)$ và $B(-2; 2; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

- A. $3x - y - z = 0$. B. $3x - y - z + 1 = 0$.
C. $3x + y + z - 6 = 0$. D. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-6; 2; 2)$ và $I(1; 1; 2)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm I và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}$ nên có phương trình là $-6(x - 1) + 2(y - 1) + 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3296. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 1)$, $B(3; -1; 1)$ và $C(-1; -1; 1)$. Gọi S_1 là mặt cầu có tâm A , bán kính bằng 2, S_2 và S_3 là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B, C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc cả ba mặt cầu $(S_1), (S_2), (S_3)$?

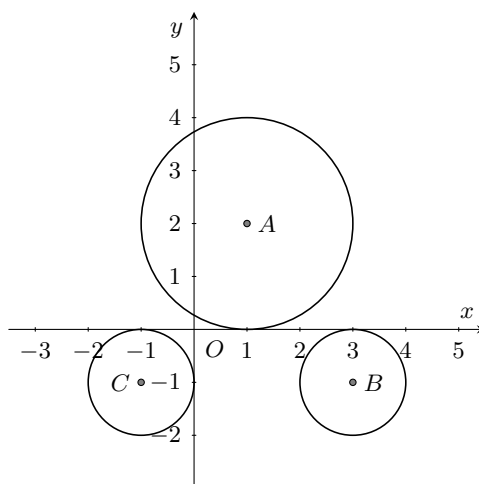
A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. 8.

Lời giải.



Nhận xét A, B, C thuộc mặt phẳng $z = 1$.

Trên mặt phẳng $z = 1$ xét đường tròn (C_1) tâm $A(1; 2)$, $R = 2$. Đường tròn (C_2) tâm $B(3; -1)$, (C_3) tâm $C(-1; -1)$ có cùng bán kính $R = 1$.

Có 2 mặt phẳng tiếp xúc cả 3 mặt cầu sao cho $(S_1), (S_2), (S_3)$ nằm về cùng một phía đối với mặt phẳng đó.

Có 1 mặt phẳng tiếp xúc cả 3 mặt cầu sao cho $(S_2), (S_3)$ nằm về cùng một phía và (S_1) nằm phía bên kia đối với mặt phẳng.

Có 2 mặt phẳng tiếp xúc cả 3 mặt cầu sao cho $(S_1), (S_2)$ nằm về cùng một phía và (S_3) nằm phía bên kia đối với mặt phẳng.

Có 2 mặt phẳng tiếp xúc cả 3 mặt cầu sao cho $(S_1), (S_3)$ nằm về cùng một phía và (S_2) nằm phía bên kia đối với mặt phẳng.

Vậy có $2 + 1 + 2 + 2 = 7$ mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3297. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$.B. $\vec{n}_2 = (2; -1; -1)$.C. $\vec{n}_3 = (-1; 3; -1)$.D. $\vec{n}_4 = (2; -1; -3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3298. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 2; -1)$ và $N(0; -2; 5)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) là mặt trung trực của đoạn thẳng MN .

A. $(\alpha): x + 2y - 3z + 10 = 0$.B. $(\alpha): x + 2y - 3z + 5 = 0$.C. $(\alpha): 2x + 2y - z + 9 = 0$.D. $(\alpha): -2y + 5z + 9 = 0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của MN . Khi đó, $I(1; 0; 2)$.

Mặt phẳng (α) đi qua I và nhận $\overrightarrow{MN} = (-2; -4; 6)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$-2(x-1) - 4(y-0) + 6(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3z + 5 = 0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $x + 2y - 3z + 5 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3299. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho biết $A(0; -2; 2-m)$, $B(m+3; -1; 1)$, $C(-4; -3; 0)$, $D(-1; -2; m-1)$. Tập hợp các giá trị m để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng là tập con của tập hợp nào sau đây?

- A. $(-7; -2)$. B. $(3; 6)$. C. $(5; 8)$. D. $(-2; 2)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (m+3; 1; m-1)$, $\overrightarrow{AC} = (-4; -1; m-2)$, $\overrightarrow{AD} = (-1; 0; 2m-3)$.

Ta tính được $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2m-3; -m^2-6m+11; -m+1)$ và $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = -2m^2 + 3m$.

Bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng khi và chỉ khi

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 3m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Vậy tập hợp các giá trị m cần tìm là tập con của $(-2; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3300. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc mặt phẳng (α) ?

- A. $M(-2; 1; -8)$. B. $Q(1; 2; -5)$. C. $P(3; 1; 3)$. D. $4; 2; 1$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm P vào phương trình mặt phẳng (α) , ta được $2 \cdot 3 - 3 \cdot 1 - 3 - 1 = -1 \neq 0$ nên điểm P không thuộc (α) .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3301. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm bán kính mặt cầu tâm $I(4; 2; -2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 12x - 5z - 19 = 0$.

- A. 3. B. 13. C. 39. D. $\frac{39}{\sqrt{13}}$.

Lời giải.

$$R = d(I, (\alpha)) = \frac{|12 \cdot 4 - 5 \cdot (-2) - 19|}{\sqrt{12^2 + (-5)^2}} = 3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3302. Cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x + 4y - 3z + 1 = 0$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

- A. $\vec{n} = (2; -4; -3)$. B. $\vec{n} = (-3; 4; 2)$. C. $\vec{n} = (2; 4; 3)$. D. $\vec{n} = (2; 4; -3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 4; -3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3303. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 1)$ và $B(2; 0; -3)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để 2 điểm A và B nằm về cùng một phía so với mặt phẳng $x + y - 3mz + 5 = 0$.

- A. $m \in \left(-\frac{7}{9}; \frac{5}{3}\right)$. B. $m \in \left(-\infty; -\frac{7}{9}\right] \cup \left[\frac{5}{3}; +\infty\right)$.

$$\text{C. } m \in \left[-\frac{7}{9}; \frac{5}{3}\right].$$

$$\text{D. } m \in \left(-\infty; -\frac{7}{9}\right) \cup \left(\frac{5}{3}; +\infty\right).$$

Lời giải.

A, B nằm cùng một phía so với mặt phẳng $x + y - 3mz + 5 = 0$ khi và chỉ khi

$$(1 - 1 - 3m + 5)(2 + 0 + 9m + 5) > 0 \Leftrightarrow (5 - 3m)(7 + 9m) > 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{9} < m < \frac{5}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3304. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1; 2; 3)$, $B(4; 5; 6)$, $C(1; 0; 2)$ có phương trình là

$$\text{A. } x - y + 2z - 5 = 0.$$

$$\text{B. } x + 2y - 3z + 4 = 0.$$

$$\text{C. } 3x - 3y + z = 0.$$

$$\text{D. } x + y - 2z + 3 = 0.$$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 3; 3)$, $\overrightarrow{AC} = (0; -2; -1)$.

Mặt phẳng (ABC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; 3; -6)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $3(x - 1) + 3(y - 2) - 6(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3305. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(0; 4; 0)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 2018 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và α là góc nhỏ nhất giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) . Giá trị của $\cos \alpha$ là

$$\text{A. } \cos \alpha = \frac{1}{6}.$$

$$\text{B. } \cos \alpha = \frac{2}{3}.$$

$$\text{C. } \cos \alpha = \frac{1}{9}.$$

$$\text{D. } \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; -1; -2)$. Gọi $\vec{n}_2 = (a; b; c)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) ($\vec{n}_2 \neq \vec{0}$).

Do $A, B \in (Q)$ nên $\vec{n}_2 \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow -a + 2b + c = 0 \Leftrightarrow a = 2b + c$. Suy ra $\vec{n}_2 = (2b + c; b; c)$.

$$\text{Ta có } \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|b|}{\sqrt{5b^2 + 4bc + 2c^2}} = \frac{|b|}{\sqrt{3b^2 + 2(b+c)^2}} \leq \frac{|b|}{\sqrt{3b^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $b + c = 0$.

Vậy α là góc nhỏ nhất thì $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3306. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 4y + 3z - 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là ?

$$\text{A. } \vec{n}_2 = (1; 4; 3).$$

$$\text{B. } \vec{n}_3 = (-1; 4; -3).$$

$$\text{C. } \vec{n}_4 = (-4; 3; -2).$$

$$\text{D. } \vec{n}_1 = (0; -4; 3).$$

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3307. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 2)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng trung trực của AB có phương trình là

$$\text{A. } 4x - 2y + 2z - 6 = 0.$$

$$\text{B. } 2x + y + z - 3 = 0.$$

$$\text{C. } 2x - y - z + 3 = 0.$$

$$\text{D. } 4x - 2y - 2z + 3 = 0.$$

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(0; 2; 1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực $AB \Rightarrow (P)$ đi qua I và có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AI} = (2; -1; -1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $2x - y - z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3308. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$, điểm $A(0; 0; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là hình tròn (C) có diện tích nhỏ nhất là

A. $(P): x + 2y + z - 2 = 0$.

B. $(P): x - 2y + z - 6 = 0$.

C. $(P): x + 2y + 3z + 6 = 0$.

D. $(P): 3x + 2y + 2z - 4 = 0$.

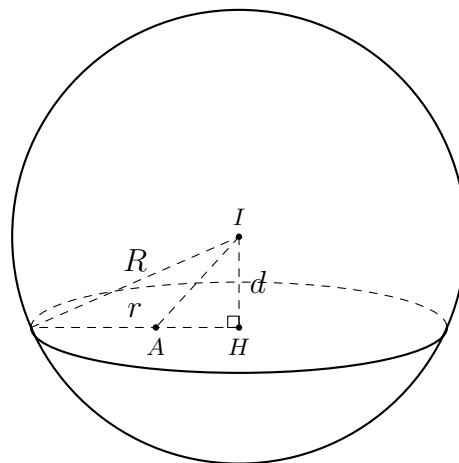
Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 3$.

Ta có $\overrightarrow{AI} = (1; 2; 1) \Rightarrow AI = \sqrt{6} < R = 3 \Rightarrow A$ nằm trong mặt cầu (S) .

Gọi r là bán kính của đường tròn (C) và d là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) . Ta có $r^2 + d^2 = R^2$. Do đó r nhỏ nhất $\Leftrightarrow d$ lớn nhất $\Leftrightarrow d = IA \Leftrightarrow (P)$ đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{AI} = (1; 2; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là $x + 2y + z - 2 = 0$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 3309. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; -2)$, $C(1; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c) \in (P)$ sao cho $MA^2 + MB^2 - MC^2 = 1$. Tính $T = a^2 + 2b^2 + 3c^2$.

A. $T = 41$.

B. $T = 8$.

C. $T = 4$.

D. $T = 2$.

Lời giải.

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Ta có

$$\overrightarrow{IA} = (1 - x; 2 - y; -1 - z)$$

$$\overrightarrow{IB} = (2 - x; 1 - y; -2 - z)$$

$$\overrightarrow{IC} = (1 - x; -y; -1 - z)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - x + 2 - x - (1 - x) = 0 \\ 2 - y + (1 - y) + y = 0 \\ -1 - z - 2 - z + 1 + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow I(2; 3; -2).$$

Ta có $\overrightarrow{IA} = (-1; -1; 1) \Rightarrow IA^2 = 3$, $\overrightarrow{IB} = (0; -2; 0) \Rightarrow IB^2 = 4$, $\overrightarrow{IC} = (-1; -3; 1) \Rightarrow IC^2 = 11$.

Theo giả thiết

$$\begin{aligned} & MA^2 + MB^2 - MC^2 = 8 \\ \Leftrightarrow & \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 - \overrightarrow{MC}^2 = 1 \\ \Leftrightarrow & (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 = 1 \\ \Leftrightarrow & MI^2 + IA^2 + IB^2 - IC^2 = 8 \\ \Leftrightarrow & MI^2 + 3 + 4 - 11 = 8 \\ \Leftrightarrow & MI^2 = 12 \Leftrightarrow MI = 2\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Ta có $d(I, (P)) = \frac{|2 + 3 - 2 + 3|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = MI$.

Suy ra M là hình chiếu vuông góc của I trên (P) .

Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) .

Khi đó d nhận véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 1)$ của (P) là véc-tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng d là
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = -2 + t. \end{cases}$$

Vì $M \in d$ nên $M(2+t; 3+t; -2+t)$. Mặt khác $M \in (P) \Rightarrow (2+t) + (3+t) + (-2+t) + 3 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Vậy $M(4; 5; 0) \Rightarrow a = 4, b = 5, c = 0 \Rightarrow T = 4^2 + 5^2 + 0^2 = 41$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3310. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(2; -1; 0)$ và nhận véc-tơ $\vec{v} = (2; 1; -1)$ là véc-tơ pháp tuyến.

A. $2x + y - z + 3 = 0$. B. $2x + y - z - 3 = 0$. C. $2x - y - 3 = 0$. D. $2x - y + 3 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng là $2(x - 2) + 1(y + 1) - 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3311. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Gọi d là giao tuyến của (P) với mặt phẳng (Oxy) . Viết phương trình đường thẳng d .

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $z = 0$. Xét hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$
.

Dễ dàng thấy rằng $(0; 0; 0)$ và $(1; -1; 0)$ là các nghiệm của hệ. Từ đó suy ra hai mặt phẳng (P) và (Oxy) có hai điểm chung là $O(0; 0; 0)$ và $A(1; -1; 0)$. Vậy đường thẳng đi qua hai điểm O và A là giao tuyến của hai mặt phẳng cần tìm, có phương trình là

$$\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 0. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3312. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 4 = 0$. Biết rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Tính chu vi của đường tròn đó.

A. 16π . B. 8π . C. 9π . D. 6π .

Lời giải.

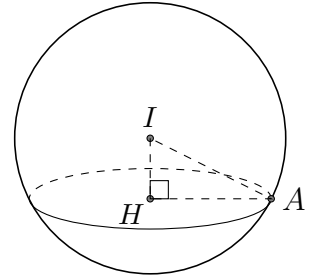
Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 1)$ và bán kính $R = 5$.

$$\text{Ta có } IH = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 + 4|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{9}{3} = 3.$$

$$\text{Bán kính đường tròn giao tuyến } r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4.$$

Vậy chu vi của đường tròn giao tuyến bằng

$$P = 2r\pi = 8\pi.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3313. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + z - 2 = 0$. Điểm nào trong các điểm sau thuộc mặt phẳng (P) .

A. $M(2; 1; 3)$.

B. $N(2; 3; 1)$.

C. $H(3; 1; -2)$.

D. $K(3; 2; 1)$.

Lời giải.

Xét mặt phẳng $(P): x - 3y + z - 2 = 0$ và điểm $M(2; 1; 3)$ ta thấy $2 - 3 \cdot 1 + 3 - 2 = 0$. Do đó $M \in (P)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3314. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 4$.

B. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$.

C. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$.

D. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 + 2 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{6}{\sqrt{9}} = \frac{6}{3} = 2.$$

Vậy phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 2^2$ hay $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3315. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$, $B(3; 0; -1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

A. $x - y - 2z + 1 = 0$. B. $x + y - z + 1 = 0$. C. $x + y - 2z + 7 = 0$. D. $x + y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2; -4)$ và tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I(2; -1; 1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(2; -1; 1)$ và có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{a} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = (1; 1; -2)$. Do đó mặt phẳng (P) có phương trình là $1(x - 2) + 1(y + 1) - 2(z - 1) = 0$ hay $x + y - 2z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3316. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{3}$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $B(2; -1; 5)$ song song với (P) và vuông góc với Δ là

A. $\frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-5}{-4}$.

B. $\frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+5}{-4}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{5}$.

D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-5}{5}$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; 1; 2)$.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta = (2; -1; 3)$.

Do $\begin{cases} d \parallel (P) \\ d \perp \Delta \end{cases}$ nên véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = [\vec{n}, \vec{u}_\Delta] = (5; -2; -4)$.

Mà d đi qua điểm $B(2; -1; 5)$ nên phương trình đường thẳng d là $\frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-5}{-4}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3317. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 0)$ và hai đường thẳng

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R}); \Delta_2: \begin{cases} x = 3 + 2s \\ y = -1 - 2s \\ z = s \end{cases} (s \in \mathbb{R}).$$

Mặt phẳng (P) đi qua M song song với trục Ox sao cho (P) cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt tại A, B thỏa mãn $AB = 1$. Khi đó mặt phẳng (P) đi qua điểm nào trong các điểm có tọa độ sau?

- A. $F(1; 3; 4)$. B. $H(3; -2; 0)$. C. $I(0; -2; 1)$. D. $E(2; -3; 4)$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n} = (a; b; c)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) , $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$. Do $Ox \parallel (P)$ nên $\vec{n} \perp \vec{u} = (1; 0; 0)$. Suy ra $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow a = 0$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0; b; c)$ và đi qua điểm $M(1; 2; 0)$ nên (P) có phương trình là $b(y - 2) + c(z - 0) = 0$ hay $by + cz - 2b = 0$.

Do $A \in \Delta_1$ nên $A(1 + 2t; 2 - 2t; -1 + t)$, $t \in \mathbb{R}$. Mà $A \in (P)$ nên ta có

$$b(2 - 2t) + c(-1 + t) - 2b = 0 \Leftrightarrow t = \frac{c}{c - 2b}.$$

$$\text{Suy ra } A\left(\frac{3c - 2b}{c - 2b}; \frac{-4b}{c - 2b}; \frac{2b}{c - 2b}\right).$$

Do $B \in \Delta_2$ nên $B(3 + 2s; -1 - 2s; s)$, $s \in \mathbb{R}$. Mà $B \in (P)$ nên ta có

$$b(-1 - 2s) + cs - 2b = 0 \Leftrightarrow s = \frac{3b}{c - 2b}.$$

$$\text{Suy ra } \left(\frac{3c}{c - 2b}; \frac{-4b - c}{c - 2b}; \frac{3b}{c - 2b}\right). \text{ Do đó } \overrightarrow{AB} = \left(\frac{2b}{c - 2b}; \frac{-c}{c - 2b}; \frac{b}{c - 2b}\right).$$

$$\text{Theo giả thiết } |\overrightarrow{AB}|^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{4b^2 + c^2 + b^2}{(c - 2b)^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = -4bc \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = -4c \end{cases}.$$

— Nếu $b = 0$, chọn $c = 1$ ta được phương trình của (P) là $z = 0$.

— Nếu $b = -4c$, chọn $c = 1$ suy ra $b = -4$, ta được phương trình của (P) là $-4y + z - 8 = 0$.

Vậy ta có $H(3; -2; 0) \in (P)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3318. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 3 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) là

- A. $2x + y + z + 7 = 0$. B. $2x + y + z - 7 = 0$.
C. $2x + y + z = 0$. D. $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Lời giải.

Vì $(Q) \parallel (P)$ nên $(Q): 2x + y + z + c = 0$.

Vì (Q) đi qua $A(1; 2; 3)$ nên ta có $2 \cdot 1 + 2 + 3 + c = 0 \Leftrightarrow c = -7$.

Vậy phương trình $(Q): 2x + y + z - 7 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3319. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 10$ và mặt phẳng $(P): -2x + y + \sqrt{5}z + 9 = 0$. Gọi (Q) là tiếp diện của (S) tại $M(5; 0; 4)$. Tính góc giữa (P) và (Q) .

A. 45° .B. 60° .C. 120° .D. 30° .

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 4)$. Vì (Q) là tiếp diện của mặt cầu nên (Q) nhận $\overrightarrow{IM} = (3; 1; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Gọi α là góc giữa (P) và (Q) . Ta có

$$\cos \alpha = |\cos(\vec{n}_{(P)}; \overrightarrow{IM})| = \frac{|(-2) \cdot 3 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot \sqrt{5}|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (\sqrt{5})^2} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{1}{2}.$$

Vậy $\alpha = 60^\circ$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3320. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1; -2; 4)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $2OA = 3OB = 4OC$, có phương trình dạng $x + ay + bz + c = 0$. Khi đó tổng $2a + b + c$ bằng

A. -7 .B. $-\frac{15}{4}$.C. $\frac{1}{2}$.D. -1 .

Lời giải.

Giả sử $A(m; 0; 0), B(0; n; 0), C(0; 0; p)$, $(m, n, p > 0)$ là giao điểm của (P) với các tia Ox, Oy, Oz . Khi đó $OA = m, OB = n, OC = p$ và phương trình mặt phẳng (P)

$$\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{p} = 1 \quad (*)$$

Vì $2OA = 3OB = 4OC$ nên $2m = 3n = 4p \Leftrightarrow n = \frac{2}{3}m, p = \frac{m}{2}$. Lại có (P) đi qua điểm $M(1; -2; 4)$, thay vào $(*)$ ta có phương trình

$$\frac{1}{m} - \frac{2}{\frac{2m}{3}} + \frac{4}{\frac{m}{2}} = 1 \Leftrightarrow m = 6 \Rightarrow n = 4, p = 3.$$

Vậy $(P): \frac{x}{6} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1$ hay $(P): x + \frac{3}{2}y + 2z - 6 = 0$. Vậy $2a + b + c = 2 \cdot \frac{3}{2} + 2 - 6 = -1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 3321. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y + z - 4 = 0$ và ba điểm $A(2; -1; 0), B(0; 5; 0), C(0; 3; 2)$. Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) và cách đều ba điểm A, B, C . Khi đó tích $T = x_0 \cdot y_0 \cdot z_0$ bằng

A. -2 .B. -6 .C. 4 .D. -12 .

Lời giải.

Vì M cách đều A, B, C nên M thuộc hai mặt phẳng $(Q), (R)$ lần lượt là các mặt phẳng trung trực của hai đoạn thẳng AB và AC .

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 6; 0)$, $I(1; 2; 0)$ là trung điểm của AB . Phương trình (Q) qua I và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véc-tơ pháp tuyến là $-x + 3y - 5 = 0$.

Ta có $\overrightarrow{AC} = (-2; 4; 2)$, $J(1; 1; 1)$ là trung điểm của AC . Phương trình (R) qua J và nhận $\overrightarrow{AC}$ làm véc-tơ pháp tuyến là $-x + 2y + z - 2 = 0$.

Vì M cũng thuộc (P) nên tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} -x + 3y - 5 = 0 \\ -x + 2y + z - 2 = 0 \\ 3x + y + z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = -1. \end{cases}$$

Vậy $T = 1 \cdot 2 \cdot (-1) = -2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3322. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường tròn giao tuyến của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ với mặt phẳng (Oxy) có bán kính là

- A. $\sqrt{5}$. B. 4. C. $\sqrt{6}$. D. 2.

Lời giải.

Mặt cầu có bán kính $R = \sqrt{1 + 4 + 9} = \sqrt{14}$ và tâm $I(1; 2; 3)$.

Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu đến mặt phẳng (Oxy) là $d = 3$. Do đó, bán kính đường tròn giao tuyến là $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3323. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 4; -2)$, $C(0; 1; -1)$. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

- A. $\vec{n}(-1; -1; 1)$. B. $\vec{n}(1; 2; -1)$. C. $\vec{n}(-1; 1; 0)$. D. $\vec{n}(-1; 1; -1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2; -1)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1; -1; 0)$. Suy ra $\vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; 1; 0)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3324. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$. ($abc \neq 0$). Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. B. $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} + \frac{z}{c} = 1$. C. $\frac{x}{a} + \frac{y}{c} + \frac{z}{b} = 1$. D. $\frac{x}{c} + \frac{y}{b} + \frac{z}{a} = 1$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3325. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x - 3y + 12z - 6 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; 1; 1)$ đến mặt phẳng (P) .

- A. $d = \frac{11}{13}$. B. $d = \frac{7}{13}$. C. $d = \frac{13}{7}$. D. $d = 1$.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm $M(1; 1; 1)$ đến mặt phẳng (P) là

$$d = d(M, (P)) = \frac{|4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 + 12 \cdot 1 - 6|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2 + 12^2}} = \frac{7}{13}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3326. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 6)$, $B(0; 1; 0)$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A , B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 5$.

Vì điểm $B(0; 1; 0) \in (P)$ nên $b = 2$. Vì điểm $A(3; -2; 6) \in (P)$ nên $3a - 2b + 6c - 2 = 0 \Leftrightarrow a = 2 - 2c$.

Khi đó $(P): (2 - 2c)x + 2y + cz - 2 = 0$.

Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến và d là khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) . Khi đó $r = \sqrt{R^2 - d^2}$. Do đó r nhỏ nhất khi và chỉ khi d lớn nhất.

$$\text{Ta có } d = \frac{|(2 - 2c) + 4 + 3c - 2|}{\sqrt{5c^2 - 8c + 8}} = \frac{|c + 4|}{\sqrt{5c^2 - 8c + 8}} = \sqrt{\frac{(c + 4)^2}{5c^2 - 8c + 8}}.$$

$$\text{Xét hàm số } y = f(c) = \sqrt{\frac{(c + 4)^2}{5c^2 - 8c + 8}} \text{ trên } \mathbb{R}. \text{ Ta có } y' = \frac{-48(c + 4)(c - 1)}{2\sqrt{\frac{(c + 4)^2}{5c^2 - 8c + 8}}} = 0 \Leftrightarrow c = 1.$$

Bảng biến thiên

c	$-\infty$	-4	1	$+\infty$
y'		$-$	$+$	$-$
y	$\frac{1}{\sqrt{5}}$		$\sqrt{5}$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$

Nên ta có d lớn nhất bằng $\sqrt{5}$ khi $c = 1$. Khi đó $a = 0, b = 2, c = 1$ hay $T = a + b + c = 3$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 3327. Tìm m, n để mặt phẳng $(P): x + my + 3z + 2 = 0$ song song mặt phẳng $(Q): nx + y + z + 7 = 0$.

A. $m = 3, n = \frac{1}{2}$. B. $m = 2, n = \frac{1}{3}$. C. $m = n = 1$. D. $m = 3, n = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Vì } 2 \neq 7 \text{ nên } (P) \parallel (Q) \text{ khi } \frac{1}{n} = \frac{m}{1} = \frac{3}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ n = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 3328. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 4 = 0$. Mặt phẳng $(Q): 2x + by + cz - d = 0$ song song với (P) và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ bằng 6. Tính $b + c + d$.

A. -14 . B. 8 . C. 10 . D. -2 .

Lời giải.

Vì $(Q) \parallel (P)$ nên $(Q): 2x + y + 3z - d = 0$.

Nhận thấy (Q) lần lượt cắt các tia Ox, Oy, Oz tại $A\left(\frac{d}{2}; 0; 0\right), B(0; d; 0)$ và $C\left(0; 0; \frac{d}{3}\right)$ với $d > 0$.

Thể tích tứ diện $OABC$ là $V = \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = \frac{d^3}{36} = 6 \Leftrightarrow d = 6$.

Vậy $b + c + d = 10$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 3329. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$ thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2018$. Mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định có tọa độ là

A. $(2; 2; 2)$. B. $(2018; 2018; 2018)$.

C. $(1; 1; 1)$.D. $\left(\frac{1}{2018}; \frac{1}{2018}; \frac{1}{2018}\right)$.**Lời giải.**Phương trình mặt phẳng (ABC) : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.Thay tọa độ điểm $M\left(\frac{1}{2018}; \frac{1}{2018}; \frac{1}{2018}\right)$ vào phương trình trên, ta có

$$\frac{1}{2018a} + \frac{1}{2018b} + \frac{1}{2018c} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2018.$$

Vậy mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm $\left(\frac{1}{2018}; \frac{1}{2018}; \frac{1}{2018}\right)$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 3330.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -5; 6)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxz) . Tọa độ điểm H làA. $H(1; 0; 6)$.B. $H(0; -5; 0)$.C. $H(6; 0; 1)$.D. $H(1; 0; 0)$.**Lời giải.** $H(x_H; y_H; z_H)$ là hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxz) nên $x_H = 1, y_H = 0, z_H = 6$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 3331.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(3; 4; 7)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là phương trình nào dưới đây?A. $x + y + 2z - 9 = 0$.B. $x + y + 2z + 9 = 0$.C. $x + y + 2z = 0$.D. $x + y + 2z - 15 = 0$.**Lời giải.**Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là $(2; 3; 5)$. Mặt phẳng trung trực của AB đi qua M , nhận $\overrightarrow{AB}(2; 2; 4)$ là véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$2(x - 2) + 2(y - 3) + 4(z - 5) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 15 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 3332.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $T = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.A. $(P) : x + 2y + 3z - 14 = 0$.B. $(P) : 6x - 3y + 2z - 6 = 0$.C. $(P) : 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.D. $(P) : 3x + 2y + z - 10 = 0$.**Lời giải.**Gọi H là hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) .Xét hình chóp $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc, $OH \perp (P)$ nên ta được

$$T = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OH^2} \geq \frac{1}{OM^2}.$$

Vậy T nhỏ nhất nếu (P) đi qua $M(1; 2; 3)$ và nhận $\overrightarrow{OM}(1; 2; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Ta có phương trình mặt phẳng

$$(P) : 1(x - 1) + 2(y - 2) + 3(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 3z = 14.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3333. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; 4; 26)$ đến mặt phẳng $(P): x - 2y + 1 = 0$ là

A. $2\sqrt{5}$.

B. 2.

C. $\sqrt{5}$.

D. 1.

Lời giải.

$$d(M, (P)) = \frac{|2 - 2 \cdot 4 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3334. Trong không gian $Oxyz$ cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(-2; 1; -2)$. Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng

A. 4.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + y + z - 1 = 0$. Để ý rằng, tam giác ABC là tam giác đều cạnh $\sqrt{2}$ nên thể tích tứ diện $ABCD$ bằng

$$\frac{1}{3} \cdot d(D, (ABC)) \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 3335. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại gốc tọa độ O . Biết $A(2; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $S(0; 0; 2\sqrt{2})$. Gọi M là trung điểm của SC . Góc giữa đường thẳng SA và BM bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 150° .

D. 120° .

Lời giải.

Do O là trung điểm của AC nên $C(-2; 0; 0)$, mà M là trung điểm của SC nên $M(-1; 0; \sqrt{2})$. Suy ra $\overrightarrow{MB} = (1; 1; -\sqrt{2})$ và $\overrightarrow{SA} = (2; 0; -2\sqrt{2})$. Do đó

$$\cos(SA, BM) = \frac{|\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{MB}|}{SA \cdot BM} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $(SA, BM) = 30^\circ$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3336. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oy và đi qua điểm $M(1; -2; 3)$.

A. $(P): 3x + z - 6 = 0$.

B. $(P): 3x - z = 0$.

C. $(P): 3x - z - 1 = 0$.

D. $(P): x + 3z - 10 = 0$.

Lời giải.

(P) chứa véc-tơ $\vec{j} = (0; 1; 0)$ và $\overrightarrow{OM} = (1; -2; 3)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

$$\vec{n} = [\vec{j}; \overrightarrow{OM}] = (3; 0; -1).$$

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là

$$3(x - 0) + 0(y - 0) - 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 3x - z = 0.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 3337. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z = 0$, biết $\vec{n} = (1; b; c)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . Tính $2b + c$.

A. 5.

B. 7.

C. 10.

D. 9.

Lời giải.

Vì $\vec{n} = (1; b; c)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) nên $2\vec{n} = (2; 2b; 2c)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 2b = 3 \\ 2c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 3 \\ c = 2. \end{cases}$$

Vậy $2b + c = 3 + 2 = 5$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3338. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$ và $(Q): 2x - 2y + z - 7 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó.

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Chọn $A(0; 0; 1) \in (P)$. Vì (P) và (Q) song song nhau nên

$$d((P); (Q)) = d(A; (Q)) = \frac{|2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 1 - 7|}{3} = 2.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3339. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cặp giá trị $(a; b)$ để hai mặt phẳng $(P): 2x + ay + 3z - 5 = 0$, $(Q): bx - 6y - 6z - 2 = 0$ song song với nhau là:

A. $(a; b) = (-4; 3)$.B. $(a; b) = (3; -4)$.C. $(a; b) = (2; -6)$.D. $(a; b) = (4; -3)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \frac{2}{b} = \frac{a}{-6} = \frac{3}{-6} \neq \frac{-5}{-2} \text{ với } b \neq 0. \text{ Suy ra } \begin{cases} a = 3 \\ b = -4 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3340. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$, $B(-2; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Điểm M di động trên (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° . Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn cố định, tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.B. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.C. $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.D. $R = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Do M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° nên M thuộc mặt cầu (S) đường kính AB .

Ta có $I\left(-\frac{1}{2}; 0; -1\right)$ là trung điểm của AB , $r = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{41}}{2}$ là bán kính mặt cầu.

Do M di động trên (P) nên M thuộc giao của (P) và (S) .

Do $d(I, (P)) = 3 < r$ nên giao của (P) và (S) là đường tròn bán kính $R = \sqrt{r^2 - d^2(I, (P))} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3341. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$ cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C . Gọi D là điểm trong không gian sao cho DA , DB , DC vuông góc với nhau từng đôi một (D không trùng O). Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $DABC$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (P) sao cho $MI + ME$ đạt giá trị nhỏ nhất, biết $E(1; 1; -2)$. Tính $T = 2a - b + c$.

A. $T = -1$.

B. $T = 1$.

C. $T = 2$.

D. $T = -3$.

Lời giải.

Do DA, DB, DC vuông góc với nhau từng đôi một nên suy ra O và D đối xứng nhau qua mặt phẳng (ABC) .

Từ đó, hai khối chóp $O.ABC$ và $D.ABC$ đối xứng nhau qua (ABC) . Gọi J là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $O.ABC$ thì I và J cũng đối xứng nhau qua (ABC) .

Ta có $(P): x + y + z - 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$. Suy ra $A(2; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 2)$, do đó $J(1; 1; 1)$.

Dễ dàng kiểm tra được J và E không cùng phía đối với mặt phẳng (ABC) .

Khi đó $MI + ME = MJ + ME \geq JE$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $M = JE \cap (ABC)$, ta được $M(1; 1; 0)$.

Vậy $T = 2a - b + c = 2 \times 1 - 1 + 0 = 1$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3342. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 3)$ và gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + y + z + 5 = 0$. Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C lên mặt phẳng (P) . Diện tích lớn nhất của tam giác DEF là

A. $\sqrt{\frac{13}{6}}$.

B. $\frac{7}{2}$.

C. $\sqrt{14}$.

D. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (ABC) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = [\vec{AB}; \vec{AC}] = (6; 3; 2)$.

Gọi α là góc giữa mặt phẳng (P) và (ABC) . Ta có

$$S_{DEF} = S_{ABC} \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} |[\vec{AB}; \vec{AC}]| \cdot \cos \alpha = \frac{7}{2} \cdot \cos \alpha.$$

Gọi $\vec{n}_2 = (a; b; c), a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Ta có

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|6a + 3b + 2c|}{7 \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Mặt khác vì $(P) \perp (Q)$ nên $a + b + c = 0 \Rightarrow c = -a - b$.

Từ đó suy ra

$$\cos \alpha = \frac{|4a + b|}{7 \cdot \sqrt{2a^2 + 2b^2 + 2ab}} = \frac{\left|4\frac{a}{b} + 1\right|}{7 \cdot \sqrt{2\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2 + 2\frac{a}{b}}} = \frac{1}{7} \sqrt{\frac{16\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1 + 8\frac{a}{b}}{2\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2 + 2\frac{a}{b}}}.$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{16t^2 + 8t + 1}{2t^2 + 2t + 2}$, ta có $f'(t) = \frac{16t^2 + 60t + 14}{(2t^2 + 2t + 2)^2}$.

Ta có bảng biến thiên:

t	$-\infty$	$-\frac{7}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$	
$f'(t)$	+	0	-	0	+
$f(t)$	8	$\nearrow \frac{26}{3}$	$\searrow 0$	$\nearrow 8$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max \cos \alpha = \frac{1}{7} \cdot \sqrt{\frac{26}{3}} = \frac{\sqrt{78}}{21}$.

$$\text{Vậy } \max S_{DEF} = \frac{7}{2} \cdot \frac{\sqrt{78}}{21} = \sqrt{\frac{13}{6}}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3343. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng (d) và vuông góc với mặt phẳng với mặt phẳng (α) ?

A. $x + y - z + 2 = 0$.

B. $x + y + 2z - 4 = 0$.

C. $2x - 3y - z + 7 = 0$.

D. $2x - 3y - z - 7 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (β) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (α) đi qua $M(-1; 1; 2)$ và nhận hai véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (2; 1; 1)$ và $\vec{n}_\alpha = (1; 1; -1)$. Khi đó véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng β là $\vec{n}_\beta = [\vec{u}_d; \vec{n}_\alpha] = (2; -3; -1)$.

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (\beta): -2(x+1) + 3(y-1) - 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - z - 7 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3344. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

A. $m = 1$.

B. Không tồn tại m .

C. $m = -2$.

D. $m = 2$.

Lời giải.

Hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau khi và chỉ khi

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{-m}{-1} \neq \frac{-2}{-1},$$

vô lí. Vậy không tồn tại m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3345. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oz và điểm $M(1; 2; 1)$.

A. $(P): y - 2z = 0$.

B. $(P): 2x - y = 0$.

C. $(P): x - z = 0$.

D. $(P): x - 2y = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận véc-tơ $\vec{OM} = (1; 2; 1)$ và $\vec{k} = (0; 0; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương, do đó nhận véc-tơ $\vec{n} = [\vec{OM}, \vec{k}] = (-2; 1; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Mặt phẳng (P) đi qua $O(0; 0; 0)$ và nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình

$$-2x + y = 0 \Leftrightarrow 2x - y = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3346. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây vuông góc với cả hai véc-tơ $\vec{u}(-1; 0; 2)$, $\vec{v}(4; 0; -1)$?

A. $\vec{w}(0; 7; 1)$.

B. $\vec{w}(1; 7; 1)$.

C. $\vec{w}(0; -1; 0)$.

D. $\vec{w}(-1; 7; -1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } [\vec{u}, \vec{v}] = (0; 7; 0).$$

$$\text{Véc-tơ } \vec{w} \text{ vuông góc với cả hai véc-tơ } \vec{u} \text{ và } \vec{v} \Rightarrow \vec{w} = k \cdot [\vec{u}, \vec{v}] \ (k \neq 0).$$

$$\text{Chọn } k = -\frac{1}{7} \Rightarrow \vec{w} = (0; -1; 0).$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3347. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3z - 5 = 0$. Tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $(2; 3; -5)$. B. $(2; 3; 0)$. C. $(2; 0; 3)$. D. $(0; 2; 3)$.

Lời giải.

Tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P = (2; 0; 3)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3348. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + ay + 3z - 5 = 0$ và $(Q): 4x - y - 3z + 1 = 0$. Tìm a để (P) và (Q) vuông góc với nhau.

- A. $a = 0$. B. $a = 1$. C. $a = -1$. D. $a = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (2; a; 3)$.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (4; -1; -3)$.

Ta có $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_P \perp \vec{n}_Q \Leftrightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 4 + a \cdot (-1) + 3 \cdot (-3) = 0 \Leftrightarrow a = -1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3349. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - z + 2 = 0$, $(\beta): 2x + 3y - z + 16 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β) là

- A. 15. B. $\sqrt{14}$. C. $\sqrt{23}$. D. 0.

Lời giải.

Ta thấy $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow d((\alpha); (\beta)) = d(M; (\beta)) = \frac{|16 - 2|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + (-1)^2}} = \sqrt{14}$ với $M(0; 0; 2) \in (\alpha)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3350. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \neq \vec{0}$. Chọn đáp án **sai**?

- A. $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{a} = 0$. B. $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.
C. $||[\vec{a}, \vec{b}]||$ là một số. D. $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c}$ là một số.

Lời giải.

Ta thấy $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương. Do vậy $\vec{a} \not\perp \vec{b}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3351. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$ và điểm $A(3; 4; 0)$ thuộc (S) . Phương trình tiếp diện với (S) tại A là

- A. $2x - 2y - z + 2 = 0$. B. $2x - 2y + z + 2 = 0$.
C. $x + y + z - 7 = 0$. D. $2x + 2y + z - 14 = 0$.

Lời giải.

Ta có tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là $(1; 2; -1)$.

Phương trình tiếp diện (α) với (S) tại $A(3; 4; 0)$ nhận $\vec{IA} = (2; 2; 1)$ làm một véc-tơ pháp tuyến.

Ta có $(\alpha): 2(x - 3) + 2(y - 4) + z = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 14 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3352. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$ và $(Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của (P) , (Q) và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho $O.ABC$ là hình chóp đều.

- A. $x + y + z - 6 = 0$. B. $x + y - z - 6 = 0$. C. $x + y + z - 3$. D. $x + y + z + 6 = 0$.

Lời giải.

Vì $O.ABC$ là chóp đều nên mặt phẳng (ABC) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$ trong đó a, b, c nhận giá trị -1 hoặc 1 .

Đường thẳng giao tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) là $\Delta: \frac{x-6}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$.

Ta có $\vec{n} \cdot \vec{u}_{\Delta} = 0$, do vậy ta chọn $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Vậy mặt phẳng cần tìm $x + y + z - 6 = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3353. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : x + 2y - 5 = 0$ nhận véc-tơ nào trong các véc-tơ sau làm véc-tơ pháp tuyến?

A. $\vec{n} = (1; 2; 5)$.

B. $\vec{n} = (1; 2; -5)$.

C. $\vec{n} = (0; 1; 2)$.

D. $\vec{n} = (1; 2; 0)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n} = (1; 2; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3354. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S) : (x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 36$. Số mặt phẳng (P) chứa trục Ox và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

A. 2.

B. 1.

C. Vô số.

D. 0.

Lời giải.

Gọi $I(-1; 4; -3)$ là tâm mặt cầu. Ta có $d(I, Ox) = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5 < R = 6$.

Vậy mặt cầu cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt. Khi đó không có mặt phẳng (P) chứa Ox và tiếp xúc với mặt cầu.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3355. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P) : 2x + y + z - 3 = 0$ và hai điểm $A(m; 1; 0)$, $B(1; -m; 2)$

Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của A, B lên mặt phẳng (P) . Biết $EF = \sqrt{5}$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m là

A. -6 .

B. 2.

C. 3.

D. -3 .

Lời giải.

Gọi d_1 là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) .

$$d_1: \begin{cases} x = m + 2t \\ y = 1 + t \\ z = t. \end{cases}$$

E là hình chiếu của A lên (P)

$$\Rightarrow E = d_1 \cap (P) \Rightarrow E \left(\frac{2+m}{3}; \frac{4-m}{3}; \frac{1-m}{3} \right).$$

Gọi d_2 là đường thẳng đi qua B và vuông góc với (P) .

$$d_2: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -m + t \\ z = 2 + t. \end{cases}$$

F là hình chiếu của B lên (P)

$$\Rightarrow F = d_2 \cap (P) \Rightarrow F \left(\frac{2+m}{3}; \frac{-5m-1}{6}; \frac{11+m}{6} \right).$$

Ta có $EF^2 = 5$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4-m}{3} + \frac{5m+1}{6} \right)^2 + \left(\frac{1-m}{3} - \frac{11+m}{6} \right)^2 = 5$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 6m - 1 = 0.$$

Phương trình trên có 2 nghiệm và tổng của chúng bằng $-\frac{6}{1} = -6$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3356. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + z + 1 = 0$. Trong các véc-tơ sau, véc-tơ nào **không** phải là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (-3; -1; -1)$. **B.** $\vec{n}_4 = (6; -2; 2)$. **C.** $\vec{n}_3 = (-3; 1; -1)$. **D.** $\vec{n}_2 = (3; -1; 1)$.

Lời giải.

$(P): 3x - y + z + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến có tọa độ là $\vec{n}_2 = (3; -1; 1)$ cùng phương với $\vec{n}_4 = (6; -2; 2)$, cùng phương với $\vec{n}_3 = (-3; 1; -1)$ và không cùng phương với $\vec{n}_1 = (-3; -1; -1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3357. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $N(1; 1; -2)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của N trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 0$. **B.** $x + y - 2z - 1 = 0$. **C.** $x + y - 2z = 0$. **D.** $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

A, B, C lần lượt là hình chiếu của $N(1; 1; -2)$ trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz nên $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; -2)$.

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua A, B, C là $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3358. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{10} = \frac{y+2}{8} = \frac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 4z - 15 = 0$. Mặt phẳng chứa d , tiếp xúc với (S) và cắt trục Oz tại điểm có cao độ lớn hơn 3 có phương trình là

A. $2x - 3y + 4z - 10 = 0$. **B.** $2x - 3y + 4z - 12 = 0$.
C. $3x - 4y + 2z - 12 = 0$. **D.** $3x - 4y + 2z - 10 = 0$.

Lời giải.

$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 4z - 15 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 29$ suy ra (S) có tâm $I(-1; 3; -2)$, bán kính $R = \sqrt{29}$. Đường thẳng d đi qua $M(0; -2; 1)$ và có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{u} = (10; 8; 1).$$

Gọi (P) là mặt phẳng cần lập, $\vec{n}(a; b; c)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) ($a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$).

$$(P) \text{ chứa } d \text{ nên } \vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 10a + 8b + c = 0 \Leftrightarrow c = -10a - 8b \quad (1)$$

(P) chứa d nên (P) đi qua M suy ra (P) có phương trình

$$a(x - 0) + b(y + 2) + c(z - 1) = 0 \Leftrightarrow ax + by + cz + 2b - c = 0.$$

$$\begin{aligned} (P) \text{ tiếp xúc } (S) \text{ nên } d(I, d) = R &\Leftrightarrow \frac{|-a + 3b - 2c + 2b - c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \sqrt{29} \\ &\Leftrightarrow |a - 5b + 3c| = \sqrt{29}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \Leftrightarrow |a - 5b - 30a - 24b| = \sqrt{29}\sqrt{a^2 + b^2 + (-10a - 8b)^2} \text{ (theo} \\ (1)) &\Leftrightarrow 36a^2 + 51ab + 18b^2 = 0 \Leftrightarrow (3a + 2b)(4a + 3b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 2b = 0 \\ 4a + 3b = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Với $3a + 2b = 0$, ta chọn $a = 2, b = -3 \Rightarrow c = 4$, suy ra $(P): 2x - 3y + 4z - 12 = 0$. Khi đó (P) cắt trục Oz tại điểm có cao độ $z = 3$, không thỏa mãn.

Với $4a + 3b = 0$, ta chọn $a = 3, b = -4 \Rightarrow c = 2$, suy ra $(P): 3x - 4y + 2z - 10 = 0$. Khi đó (P) cắt trục Oz tại điểm có cao độ $z = 5$, thỏa mãn.

$$\text{Vậy } (P): 3x - 4y + 2z - 10 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3359. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$, $(Q): x + 2y - 2z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Gọi M là điểm di động trên (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với (Q) . Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng

- A. $9 + 5\sqrt{3}$. B. 28. C. 14. D. $3 + 5\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$. Suy ra (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 5$.

Gọi (R) là mặt phẳng song song với (P) và tiếp xúc với (S) . Khi đó M là tiếp điểm của (S) với (R) và N là giao điểm của đường thẳng d đi qua M vuông góc với (Q) với mặt phẳng (P) . Có hai cặp M, N như thế, một cặp ứng MN lớn nhất, một cặp ứng với MN nhỏ nhất.

Vì $(R) \parallel (P) \Rightarrow (R): x - y + z + D = 0$ ($D \neq 3$).

$$(R) \text{ tiếp xúc với } (S) \text{ nên có } d(I, (R)) = R \Leftrightarrow \frac{|1 + 2 + 3 + D|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2}} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 5\sqrt{3} - 6 \\ D = -5\sqrt{3} - 6 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Suy ra $(R_1): x - y + z + 5\sqrt{3} - 6 = 0$ và $(R_2): x - y + z - 5\sqrt{3} - 6 = 0$.

M_1 là tiếp điểm của (S) với (R_1) nên $M_1 \left(1 - \frac{5\sqrt{3}}{3}; -2 + \frac{5\sqrt{3}}{3}; 3 - \frac{5\sqrt{3}}{3}\right)$. Gọi d_1 là đường thẳng qua M_1 vuông góc với (Q) . Khi đó $N_1 = d_1 \cap (P) \Rightarrow N_1 \left(4 - \frac{10\sqrt{3}}{3}; 4 - \frac{5\sqrt{3}}{3}; -3 + \frac{5\sqrt{3}}{3}\right)$. Ta được $M_1N_1 = 9 - 5\sqrt{3}$.

M_2 là tiếp điểm của (S) với (R_2) nên $M_2 \left(1 + \frac{5\sqrt{3}}{3}; -2 - \frac{5\sqrt{3}}{3}; 3 + \frac{5\sqrt{3}}{3}\right)$. Gọi d_2 là đường thẳng qua M_2 vuông góc với (Q) . Khi đó $N_2 = d_2 \cap (P) \Rightarrow N_2 \left(4 + \frac{10\sqrt{3}}{3}; 4 + \frac{5\sqrt{3}}{3}; -3 - \frac{5\sqrt{3}}{3}\right)$. Ta được $M_2N_2 = 9 + 5\sqrt{3}$.

Thấy $M_2N_2 > M_1N_1$ nên giá trị lớn nhất của MN là $9 + 5\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3360. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 1 = 0$.

A. $x + 2y + z - 2 = 0$.

B. $-x + 2y + z + 1 = 0$.

C. $2x + y - z - 1 = 0$.

D. $-x + 2y + z - 1 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) đi qua A và song song với (P) nên (α) có cùng vec-tơ pháp tuyến với (P) . Do đó, phương trình (α) là

$$(x - 1) - 2(y + 1) - (z - 2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - z - 1 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3361. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $T = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): 6x - 3y + 2z - 6 = 0$.

B. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

C. $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$.

D. $(P): 3x + 2y + z - 10 = 0$.

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$ là ba điểm thuộc $Oxyz$. Ta có mặt phẳng (P) đi qua các điểm A, B, C có phương trình là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

Mà (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ nên

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1.$$

Do đó, áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky ta được

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c}\right)^2 &\leq (1^2 + 2^2 + 3^2) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \\ \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} &\geq \frac{1}{14} \Leftrightarrow \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \geq \frac{1}{14}. \end{aligned}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1 \\ \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1 \\ a = 2b = 3c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 14 \\ b = 7 \\ c = \frac{14}{3} \end{cases} \Leftrightarrow (P): \frac{x}{14} + \frac{y}{7} + \frac{3z}{14} = 1.$$

Vậy min $T = \frac{1}{14} \Leftrightarrow (P): x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 3362. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 1; 4), B(5; -1; 3), C(2; 2; m), D(3; 1; 5)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình tứ diện.

A. $m > 6$.

B. $m < 6$.

C. $m \neq 6$.

D. $m = 6$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; -2; -1), \overrightarrow{AD} = (2; 0; 1)$ nên $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] = (-2; -6; 4)$ là vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABD) .

Từ đó suy ra $(ABD): -x - 3y + 2z - 4 = 0$.

Bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình tứ diện khi và chỉ khi

$$C \notin (ABD) \Leftrightarrow -2 - 6 + 2m - 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 6.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3363. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(-2; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$, $P(0; 0; 2)$. Tìm phương trình của mặt phẳng (MNP) .

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$. C. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 0$. D. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

Lời giải.

Áp dụng công thức phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có $(MNP): \frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3364. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có diện tích bằng 6 nằm trên mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 2 = 0$ và điểm $S(1; 2; -1)$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 2\sqrt{6}$. B. $V = \frac{2\sqrt{6}}{3}$. C. $V = \sqrt{6}$. D. $V = 4\sqrt{6}$.

Lời giải.

Khoảng cách từ S tới (ABC) bằng $d(S, (P)) = \frac{2}{\sqrt{6}}$ nên thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 3365. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; 1; 1)$, $B(2; 0; 2)$, $C(-1; -1; 0)$ và $D(0; 3; 4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' sao cho thể tích của khối tứ diện $AB'C'D'$ nhỏ nhất và $\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 4$. Tìm phương trình của mặt phẳng $(B'C'D')$.

A. $16x + 40y - 44z + 39 = 0$. B. $16x - 40y - 44z + 39 = 0$.
C. $16x + 40y + 44z + 39 = 0$. D. $16x + 40y - 44z - 39 = 0$.

Lời giải.

Đặt $b = \frac{AB}{AB'}$, $c = \frac{AC}{AC'}$, $d = \frac{AD}{AD'}$ ta có b, c, d là các số thực dương và thỏa mãn $b + c + d = 4$.

Gọi V và V' lần lượt là thể tích của khối tứ diện $ABCD$ và $AB'C'D'$ ta có $\frac{V}{V'} = bcd$ nên $V' = \frac{V}{bcd}$.

Từ đó suy ra thể tích khối tứ diện $AB'C'D'$ nhỏ nhất khi bcd đạt giá trị lớn nhất với $b + c + d = 4$.
Mà ta có $4 = b + c + d \geq 3\sqrt[3]{bcd}$ nên $bcd \leq \left(\frac{4}{3}\right)^3$, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $b = c = d = \frac{4}{3}$.

Vậy điểm B', C', D' thỏa mãn yêu cầu bài toán khi $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{AD}{AD'} = \frac{4}{3}$.

Khi đó $(B'C'D') \parallel (BCD)$ và ta có $\overrightarrow{CD} = (1; 4; 4)$, $\overrightarrow{CB} = (3; 1; 2)$, $B' \left(\frac{7}{4}; \frac{1}{4}; \frac{7}{4}\right)$.

Mặt phẳng $(B'C'D')$ đi qua B' và nhận $\vec{n} = [\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB}] = (4; 10; -11)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $16x + 40y - 44z + 39 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3366. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 5y + 3 = 0$. Véc-tơ $\vec{n}$ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

A. $\vec{n} = (2; -5; 3)$. B. $\vec{n} = (2; 0; -5)$. C. $\vec{n} = (2; -5; 0)$. D. $\vec{n} = (2; 5; 0)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; -5; 0)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3367. Trong không gian cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z - m = 0$ và $A(1; 2; 1)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{6}$.

A. $\begin{cases} m = 5 \\ m = -5 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = 5 \\ m = -7 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m = 1 - \sqrt{6} \\ m = 1 + \sqrt{6} \end{cases}$ D. $\begin{cases} m = -5 \\ m = 7 \end{cases}$

Lời giải.

Ta có: $d(A, (P)) = \sqrt{6} \Leftrightarrow \left| \frac{1 + 2 - 2 - m}{\sqrt{1 + 4 + 1}} \right| = \sqrt{6} \Leftrightarrow |1 - m| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -5 \\ m = 7. \end{cases}$

Chọn đáp án **D** □

Câu 3368. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -1)$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A và chứa trục Ox là

A. $y + z = 0$. B. $x + y = 0$. C. $x + z = 0$. D. $y - z = 0$.

Lời giải.

$\vec{OA} = (1; 1; -1)$, véc-tơ đơn vị của trục Ox là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = [\vec{OA}, \vec{i}] = (0; -1; -1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $-y - z = 0$ hay $y + z = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3369. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M lên các trục $x'Ox; y'Oy; z'Oz$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. B. $x + 2y + 3z - 6 = 0$.
C. $6x + 3y + 2z + 6 = 0$. D. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải.

Vì A, B, C lần lượt là hình chiếu của M lên các trục $x'Ox; y'Oy; z'Oz$ nên tọa độ của chúng là $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) theo mặt chắn là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ hay $6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3370. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 2)$, $B(5; 7; -4)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+1}{-3}$. B. $2x + 2y - 3z + 19 = 0$.
C. $2x + 2y - 3z - 38 = 0$. D. $2x + 2y - 3z - 19 = 0$.

Lời giải.

Đoạn thẳng AB có trung điểm $I(3; 5; -1)$; $\vec{AB} = (4; 4; -6)$.

Vậy mặt phẳng trung trực của AB đi qua điểm $I(3; 5; -1)$ và nhận $\vec{n}(2; 2; -3)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là $2(x - 3) + 2(y - 5) - 3(z + 1) = 0$ hay $2x + 2y - 3z - 19 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3371. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 7)$, $B\left(\frac{-5}{7}; \frac{-10}{7}; \frac{13}{7}\right)$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I đi qua hai điểm A, B sao cho OI nhỏ nhất. $M(a; b; c)$ là điểm thuộc (S) , giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2a - b + 2c$ là

A. 18. B. 7. C. 156. D. 6.

Lời giải.

Ta có mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B nên I thuộc mặt trung trực (P) của đoạn thẳng AB .

Trung điểm E của AB có tọa độ là $\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{31}{7}\right)$ và $\overrightarrow{BA} = \left(\frac{12}{7}; \frac{24}{7}; \frac{36}{7}\right)$.

Vậy (P) đi qua E và nhận $\overrightarrow{BA}$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $\frac{12}{7}\left(x - \frac{1}{7}\right) + \frac{24}{7}\left(y - \frac{2}{7}\right) + \frac{36}{7}\left(z - \frac{31}{7}\right) = 0$ hay $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Lại có OI nhỏ nhất $\Leftrightarrow I$ là hình chiếu vuông góc của O lên (P) hay I nằm trên đường thẳng (d) đi qua O và vuông góc với (P) .

Phương trình (d) là $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ hay $I(t; 2t; 3t)$ ($t \in \mathbb{R}$).

Mà $I \in (P) \Rightarrow t + 4t + 9t - 14 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hay $I(1; 2; 3)$. Khi đó $R = IA = 4$.

Vì $T = 2a - b + 2c \Leftrightarrow 2a - b + 2c - T = 0$ nên điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Q) có phương trình là $2x - y + 2z - T = 0$.

Vậy M là giao điểm của (Q) và (S) .

Điều này xảy ra $\Leftrightarrow d(I, (Q)) \leq R \Leftrightarrow \frac{|6 - T|}{3} \leq 4 \Leftrightarrow -6 \leq T \leq 18$.

Vậy giá trị lớn nhất của T là 18.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3372. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$?

A. $N(2; 0; 1)$.

B. $M(1; -2; -1)$.

C. $P(1; 2; -3)$.

D. $Q(2; -1; 1)$.

Lời giải.

Thay các điểm vào phương trình mặt phẳng (P) ta có

— $2 \cdot 2 - 0 + 1 - 3 = 0$ (vô lý), suy ra $N \notin (P)$.

— $2 \cdot 1 - (-2) + (-1) - 3 = 0$ (đúng), suy ra $M \in (P)$.

— $2 \cdot 1 - 2 + (-3) - 3 = 0$ (vô lý), suy ra $P \notin (P)$.

— $2 \cdot 2 - (-1) + 1 - 3 = 0$ (vô lý), suy ra $Q \notin (P)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3373. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác O) sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

A. $6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

B. $6x + 3y + 3z - 21 = 0$.

C. $6x + 3y + 2z + 21 = 0$.

D. $6x + 3y + 2z + 18 = 0$.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (P) đi qua M và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$.

Khi đó, thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V = \frac{abc}{6}$.

Và phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Mặt khác, do (P) đi qua M nên ta có $1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{6}{abc}} \Rightarrow \frac{abc}{6} \geq \frac{1}{27}$.

Vậy $V_{\min} = \frac{1}{27}$ khi $\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} = \frac{1}{3}$, từ đó suy ra $a = 3, b = 6$ và $c = 9$.

Phương trình mặt phẳng (P) cần tìm là $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3374. Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x + 3y - 4z - 5 = 0$ có phương trình là

A. $2x + 3y + 4z - 14 = 0$.

B. $2x - 3y - 4z + 6 = 0$.

C. $2x + 3y - 4z - 4 = 0$.

D. $2x + 3y - 4z + 4 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): 2x + 3y - 4z - 5 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{u} = (2; 3; -4)$.

Mà mặt phẳng đó qua $A(1; 2; 3)$ nên nó có phương trình là

$$2(x - 1) + 3(y - 2) - 4(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 4z + 4 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3375. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $x - 2y - 4z + 6 = 0$.

B. $x + 2y - 4z + 1 = 0$.

C. $x + y + 2z - 5 = 0$.

D. $x + 2y - 4z + 6 = 0$.

Lời giải.

Ta có: $\vec{AB} = (2; -3; -1)$ và $\vec{AC} = (-2; -1; -1)$ nên $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (2; 4; -8)$.

Véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (ABC) cùng vuông góc với $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ nên $\vec{n}$ cùng phương với $[\vec{AB}, \vec{AC}]$.

Chọn $\vec{n} = (1; 2; -4)$ nên phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$(x - 2) + 2(y + 2) - 4(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 4z + 6 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3376. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C sao cho $T = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

B. $3x + 2y + z - 10 = 0$.

C. $6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

D. $6x - 3y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải.

Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c \in \mathbb{R}^*$ do OA , OB , OC khác 0.

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) qua A , B , C có phương trình là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Mà $M \in (P)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1$, do đó theo bất đẳng thức Bunhiacopski ta có:

$$T = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{14}(1^2 + 2^2 + 3^2) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \geq \frac{1}{14} \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \right)^2 = \frac{1}{14}.$$

T đạt giá trị nhỏ nhất nên ta có dấu bằng xảy ra, tức là

$$\begin{cases} x = 2y = 3z \\ \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 14 \\ b = \frac{14}{2} \\ c = \frac{14}{3} \end{cases}.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3377. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -1; 2)$, $B(4; -1; -1)$, $C(2; 0; 2)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A , B , C có phương trình

A. $3x + 3y + z - 8 = 0$.

B. $3x - 3y + z - 14 = 0$.

C. $3x - 2y + z - 8 = 0$.

D. $2x + 3y - z + 8 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 1; 0)$ nên $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; 3; 1)$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua $C(2; 0; 2)$ và nhận $\vec{n} = (3; 3; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình $3(x - 2) + 3y + (z - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x + 3y + z - 8 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3378. Cho điểm $H(-3; -4; 6)$ và mặt phẳng (Oxz) . Hỏi khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (Oxz) bằng bao nhiêu?

A. $d(H; (Oxz)) = 4$.

B. $d(H; (Oxz)) = 3$.

C. $d(H; (Oxz)) = 6$.

D. $d(H; (Oxz)) = 8$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(Oxz): y = 0$.

Khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (Oxz) là $d(H; (Oxz)) = |y_H| = 4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3379. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-1; 0; 2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(-3; 1; 2)$. Mặt phẳng (P) đi qua trọng tâm của tam giác ABC và vuông góc với đường thẳng AB là

A. $(P): 2x + 2y - 3z + 1 = 0$.

B. $(P): 2x + 2y + 3z - 3 = 0$.

C. $(P): 2x + 2y - 3z + 3 = 0$.

D. $(P): x + y - z - 3 = 0$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , suy ra $G(-1; 1; 1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua G và vuông góc với đường thẳng AB nên nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (2; 2; -3)$ làm véc-tơ pháp tuyến, có phương trình là $2(x + 1) + 2(y - 1) - 3(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - 3z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3380. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; \sqrt{3}; 0)$, $B(1; \sqrt{3}; 0)$, $C(0; 0; \sqrt{3})$ và điểm M thuộc trục Oz sao cho hai mặt phẳng (MAB) và (ABC) vuông góc với nhau. Tính góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và (OAB) .

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 15° .

Lời giải.

$M(0; 0; m)$ thuộc trục Oz .

Ta có $\overrightarrow{AM} = (1; -\sqrt{3}; m)$, $\overrightarrow{AB} = (2; 0; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

$$\Rightarrow \vec{n}_1 = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; -2\sqrt{3}; -2\sqrt{3}), \vec{n}_2 = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}] = (0; -2m; -2\sqrt{3}).$$

Mặt phẳng (ABC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1$, mặt phẳng (MAB) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2$.

Hai mặt phẳng (MAB) và (ABC) vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$$\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow 0 \cdot 0 + (-2\sqrt{3}) \cdot (-2m) + (-2\sqrt{3}) \cdot (-2\sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow m = -\sqrt{3}.$$

Mặt phẳng (OAB) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_3 = [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (0; 0; -2\sqrt{3})$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và (OAB) . Khi đó

$$\cos \varphi = |\cos(\vec{n}_2, \vec{n}_3)| = \frac{|\vec{n}_2 \cdot \vec{n}_3|}{|\vec{n}_2| \cdot |\vec{n}_3|} = \frac{12}{2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và (OAB) là 45° .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3381. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -3)$, $B\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $C(1; 1; 4)$, $D(5; 3; 0)$.

Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng 3, (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính bằng $\frac{3}{2}$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với 2 mặt cầu (S_1) , (S_2) đồng thời song song với đường thẳng đi qua 2 điểm C , D ?

A. Vô số.

B. 2.

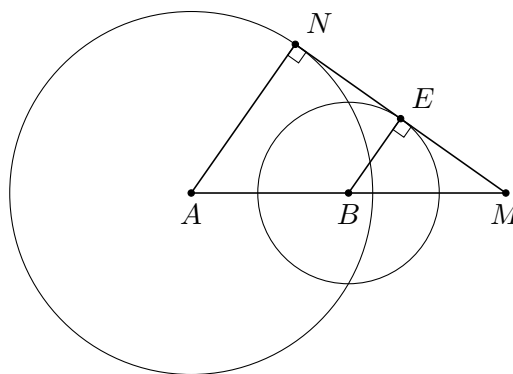
C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = \left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right) \Rightarrow AB = \frac{3\sqrt{3}}{2} < 3$ nên B nằm bên trong mặt cầu (S_1) . Một mặt phẳng qua A và B cắt hai mặt cầu theo hai đường tròn giao tuyến như hình bên. Kẻ tiếp tuyến chung của hai đường tròn, tiếp tuyến này sẽ cắt đường thẳng AB tại M . Gọi N , E lần lượt là tiếp điểm với hai đường tròn như hình vẽ.

Tam giác ANM đồng dạng tam giác BEM nên $\frac{AM}{BM} = \frac{AN}{BE} = 2$. Suy ra $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow M(2; 1; 2)$.



Gọi (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) và (S_2) . Khi đó (P) sẽ luôn đi qua M .

Gọi $\vec{n} = (m; n; p)$ với $m^2 + n^2 + p^2 \neq 0$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Phương trình (P) : $m(x - 2) + n(y - 1) + p(z - 2) = 0$.

Ta có:

$$\text{— } \overrightarrow{CD} = (4; 2; -4).$$

$$\text{— } CD \parallel (P) \Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Rightarrow 4m + 2n - 4p = 0 \Rightarrow n = 2p - 2m.$$

$$\text{— } d(A, (P)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|-m + n - 5p|}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}} = 3 \Leftrightarrow |-3m - 3p| = 3\sqrt{m^2 + (2p - 2m)^2 + p^2}$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 10mp + 4p^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{p} = \frac{1}{2} \\ \frac{m}{p} = 2. \end{cases}$$

$$\text{— Trường hợp } \frac{m}{p} = \frac{1}{2}: \text{ chọn } m = 1, p = 2 \Rightarrow n = 2.$$

$$\text{Khi đó } (P): x + 2y + 2z - 8 = 0 \quad (\text{nhận}).$$

$$\text{— Trường hợp } \frac{m}{p} = 2: \text{ chọn } m = 2, p = 1 \Rightarrow n = -2.$$

$$\text{Khi đó } (P): 2x - 2y + z - 4 = 0 \quad (\text{loại vì chứa } C, D).$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3382. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(4; 1; 1)$, cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho biểu thức $OA + OB + OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(2; 0; 2)$.

B. $(2; 2; 0)$.

C. $(2; 1; 1)$.

D. $(0; 2; 2)$.

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$.

Mặt phẳng (P) : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Điểm $M(4; 1; 1) \in (P)$ nên $\frac{4}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

Ta có $OA + OB + OC = a + b + c$.

Áp dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a-xốp-ki, ta được

$$\left(\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{a}} \cdot \sqrt{a} + \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{b}} \cdot \sqrt{b} + \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{c}} \cdot \sqrt{c} \right)^2 \leq \left(\frac{4}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) (a + b + c)$$

$$\Leftrightarrow 16 \leq a + b + c.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\frac{\sqrt{4}}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 4 \\ c = 4. \end{cases}$

Khi đó $(P): \frac{x}{8} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1$.

- Thay tọa độ $(2; 0; 2)$ vào phương trình (P) ta được $\frac{2}{8} + \frac{0}{4} + \frac{2}{4} \neq 1$.
- Thay tọa độ $(2; 2; 0)$ vào phương trình (P) ta được $\frac{2}{8} + \frac{2}{4} + \frac{0}{4} \neq 1$.
- Thay tọa độ $(2; 1; 1)$ vào phương trình (P) ta được $\frac{2}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \neq 1$.
- Thay tọa độ $(0; 2; 2)$ vào phương trình (P) ta được $\frac{0}{8} + \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 1$.

Vậy mặt phẳng (P) đi qua điểm có tọa độ $(0; 2; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3383. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 1; -1)$, $B(2; 3; 1)$, $C(5; 5; 1)$. Đường phân giác trong góc A của $\triangle ABC$ cắt mặt phẳng (Oxy) tại $M(a; b; 0)$. Tính $3b - a$.

A. 6.

B. 5.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $AB = \sqrt{(2-1)^2 + (3-1)^2 + (1+1)^2} = 3$, $AC = \sqrt{(5-1)^2 + (5-1)^2 + (1+1)^2} = 6$.

Gọi D là chân đường phân giác trong góc A của $\triangle ABC$. Ta có $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$.

Gọi tọa độ của D là (x, y, z) . Khi đó $\overrightarrow{DB} = (2-x; 3-y; 1-z)$ và $\overrightarrow{DC} = (5-x; 5-y; 1-z)$.

Vì D nằm giữa B và C nên ta có

$$\overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DB} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-x = -2(2-x) \\ 5-y = -2(3-y) \\ 1-z = -2(1-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{11}{3} \\ z = 1. \end{cases}$$

Ta có $\overrightarrow{AD} = \left(2; \frac{8}{3}; 2 \right)$ và $\overrightarrow{AM} = (a-1; b-1; 1)$.

Điểm M thuộc vào đường thẳng AD khi và chỉ khi $\overrightarrow{AM}$ cùng phương với $\overrightarrow{AD}$. Điều này tương đương với

$$\frac{a-1}{2} = \frac{b-1}{\frac{8}{3}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{7}{3}. \end{cases}$$

Vậy $3b - a = 7 - 2 = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3384. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 2; 0)$, $B(5; 4; 4)$, $C\left(\frac{11}{3}; \frac{22}{3}; -\frac{16}{3}\right)$. Gọi (S_1) , (S_2) , (S_3) là ba mặt cầu có tâm lần lượt là A, B, C và có cùng bán kính là $\frac{13}{5}$. Xác định số tiếp diện chung của ba mặt cầu trên.

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

Lời giải.

Ta có

$$AB = \sqrt{(5-1)^2 + (4-2)^2 + (4-0)^2} = 6.$$

$$BC = \sqrt{\left(\frac{11}{3}-5\right)^2 + \left(\frac{22}{3}-4\right)^2 + \left(-\frac{16}{3}-4\right)^2} = 10.$$

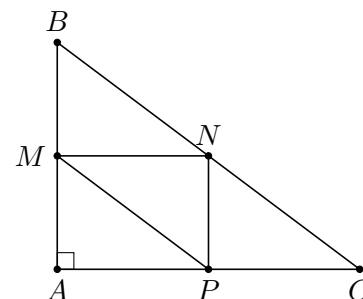
$$CA = \sqrt{\left(1-\frac{11}{3}\right)^2 + \left(2-\frac{22}{3}\right)^2 + \left(0+\frac{16}{3}\right)^2} = 8.$$

Sử dụng định lý Pi-ta-go, ta có $\triangle ABC$ vuông tại A .Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Khi đó, ta có

$$d(A, MN) = d(C, MN) = d(B, MN) = \frac{1}{2}AB = 3.$$

$$d(A, NP) = d(C, NP) = d(B, NP) = \frac{1}{2}AC = 4.$$

$$d(A, MP) = d(C, MP) = d(B, MP) = \frac{1}{2}d(A, BC) = \frac{AB \cdot AC}{2BC} = \frac{6 \cdot 8}{20} = 2, 4.$$



Một mặt phẳng chia không gian thành hai phần. Do đó, ta có các trường hợp sau:

TH1: Cả ba mặt cầu nằm về cùng một phía so với tiếp diện chung. Mặt khác, ba mặt cầu có bán kính bằng nhau nên khi đó tiếp diện là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) và cách (ABC) một khoảng bằng bán kính. Do đó, ta nhận được hai tiếp diện trong trường hợp này.

TH2: Nếu (S_1) nằm khác phía (S_2) , (S_3) so với tiếp diện (T) .

Vì $d(B, (T)) = d(A, (T))$ và A, B nằm khác phía so với (T) nên (T) đi qua trung điểm M của AB . Tương tự (T) cũng đi qua trung điểm P của AC .

Tuy nhiên, $2, 4 = d(A, MP) \geq d(A, (T)) = \frac{13}{5}$ (vô lí). Do đó trường hợp này không xảy ra.

TH3: Nếu (S_2) nằm khác phía (S_1) , (S_3) so với tiếp diện (T) .

Lập luận như trên, (T) chứa đường thẳng MN . Ta có $d(A, MN) = d(C, MN) = d(B, MN) = 3 > \frac{13}{5}$ nên trong trường hợp này có hai tiếp diện.

TH4: Nếu (S_3) nằm khác phía (S_1) , (S_2) so với tiếp diện (T) . Tương tự TH3, ta có hai tiếp diện trong trường hợp này.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3385. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; 2)$, mặt phẳng $(\alpha): x-y+z-4=0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A , vuông góc với (α) và đồng thời (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tọa độ giao điểm M của (P) và trục $x'Ox$ là

A. $M\left(-\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. B. $M\left(-\frac{1}{3}; 0; 0\right)$. C. $M(1; 0; 0)$. D. $M\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$.

Lời giải.Gọi (C) là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) và (C) có tâm H , bán kính r .Bán kính r của đường tròn là nhỏ nhất khi và chỉ khi IH lớn nhất khi và chỉ khi $d(I, (P))$ lớn nhất.

Vì $M \in x'Ox$ nên gọi $M(m; 0; 0)$. Suy ra mặt phẳng (P) chứa AM và $(P) \perp (\alpha)$.

Khi đó $\vec{n}_{(P)} = [\vec{MA}, \vec{n}_{(\alpha)}] = (3; 2+m; m-1)$.

Mà mặt phẳng (P) đi qua A nên phương trình của mặt phẳng (P) là:

$$3(x-0) + (2+m)(y-2) + (m-1)(z-2) = 0 \quad \text{hay} \quad 3x + (2+m)y + (m-1)z - 3m = 0.$$

Ta có $d(I; (P)) = \frac{9}{\sqrt{2m^2 + 2m + 14}}$ lớn nhất khi và chỉ khi $2m^2 + 2m + 14$ nhỏ nhất.

$$\text{Mà } 2m^2 + 2m + 14 = 2\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{27}{2} \geq \frac{27}{2}.$$

Do đó $2m^2 + 2m + 14$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $m = -\frac{1}{2}$.

Vậy $M\left(-\frac{1}{2}; 0; 0\right)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3386. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ là

A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$.

B. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.

C. $2x + y - 3z - 14 = 0$.

D. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_1 = (1; 1; 3)$, $\vec{n}_2 = (2; -1; 1)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của các mặt phẳng $(Q), (R)$.

Do mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng $(Q), (R)$ nên $[\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (4; 5; -3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Từ đó suy ra mặt phẳng (P) có phương trình $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3387. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $2y + 3z - 11 = 0$.

B. $2y + 3z - 1 = 0$.

C. $2y + 3z - 12 = 0$.

D. $2x + 3z - 11 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (-3; -3; 2)$ và VTPT của (P) là $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$.

Suy ra VTPT của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_Q = [\vec{AB}, \vec{n}_P] = (0; 8; 12)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (Q) là $8(y-4) + 12(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3388. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 6)$, $B(-1; 2; 4)$ và $I(-1; -3; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B sao cho khoảng cách từ điểm I đến (P) là nhỏ nhất.

A. $(P): 16x + 6y - 15z + 64 = 0$.

B. $(P): 7x + 59y + 78z - 423 = 0$.

C. $(P): 16x + 6y - 15z - 64 = 0$.

D. $(P): 7x + 59y + 78z + 423 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{IA} = (3; 2; 4)$, $\vec{IB} = (0; 5; 2)$.

Khoảng cách từ I đến (P) nhỏ nhất khi $I \in (P)$.

Gọi $\vec{n}$ là một VTPT của (P) , suy ra $\vec{n} = [\vec{IA}, \vec{IB}] = (-16; -6; 15)$.

Phương trình $(P): 16(x-2) + 6(y+1) - 15(z-6) = 0 \Leftrightarrow 16x + 6y - 15z + 64 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3389. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t, \\ z = 2 + t \end{cases}$
 $d_2 : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và song song với hai đường thẳng d_1, d_2 .

A. $(\alpha) : x + 3y - 5z - 13 = 0$.

B. $(\alpha) : 3x + y + z + 13 = 0$.

C. $(\alpha) : x + 2y + z - 13 = 0$.

D. $(\alpha) : x + 3y + 5z - 13 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (α) song song với hai đường thẳng d_1, d_2

suy ra $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{n}_{d_1}, \vec{n}_{d_2}] = (1; 3; 5)$.

Vậy $(\alpha) : 1(x - 0) + 3(y - 1) + 5(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 5z - 13 = 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3390. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $z = 0$.

B. $x + y + z = 0$.

C. $y = 0$.

D. $x = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) đi qua O , véc-tơ pháp tuyến $\vec{k} = (0; 0; 1)$ có phương trình

$$1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow z = 0.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3391. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi N, P, Q là hình chiếu vuông góc của M trên các trục tọa độ. Mặt phẳng (NPQ) có phương trình là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 0$.

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

D. $6x + 2y + 2z + 6 = 0$.

Lời giải.

Không mất tổng quát ta giả sử N, P, Q là hình chiếu vuông góc của M trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Khi đó $N(1; 0; 0), P(0; 1; 0), Q(0; 0; 3)$. Phương trình (NPQ) là phương trình mặt phẳng có dạng $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3392. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 2), B(2; -2; 1), C(-2; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P) : 2x + 2y + z - 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc (P) sao cho $MA = MB = MC$, giá trị của $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

A. 39.

B. 63.

C. 62.

D. 38.

Lời giải.

Gọi $M(a; b; c)$, do $M \in (P)$ nên $2a + 2b + c - 3 = 0$. (1)

Theo đề ta có

$$\begin{cases} MA^2 = MB^2 \\ MA^2 = MC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 = (a-2)^2 + (b+2)^2 + (c-1)^2 \\ a^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 = (a+2)^2 + b^2 + (c-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 6b - 2c = 4 \\ -4a - 2b - 2c = 0 \end{cases}$$

Kết hợp với (1) và giải hệ ta được $a = 2, b = 3, c = -7$ nên $a^2 + b^2 + c^2 = 49$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3393. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-3; -2; -1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

- A. $x - y - z = 0$. B. $x + y + z + 6 = 0$. C. $x + y + z - 6 = 0$. D. $x + y + z = 0$.

Lời giải.

Trung điểm M của đoạn thẳng AB có tọa độ $M = (-1; 0; 1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; -4; -4)$, nên suy ra mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

$$1 \cdot (x + 1) + 1 \cdot (y - 0) + 1 \cdot (z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + y + z = 0.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 3394. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất là

- A. $2x - y + z + 6 = 0$. B. $2x - y + z - 6 = 0$. C. $2x + y + z - 6 = 0$. D. $2x + y - z - 6 = 0$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm O trên mặt phẳng (P) . Khi đó, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) bằng OH . Do đó, mặt phẳng (P) đi qua A và cách O một khoảng lớn nhất khi $H \equiv A$, hay $OA \perp (P)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(2; -1; 1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{OA} = (2; -1; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

$$2 \cdot (x - 2) + (-1) \cdot (y + 1) + 1 \cdot (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + z - 6 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3395. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(2; 0; 5)$, $C(0; -3; -1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC ?

- A. $x - y + 2z - 9 = 0$. B. $2x + 3y - 6z - 19 = 0$.
C. $2x + 3y + 6z - 19 = 0$. D. $x - y + 2z + 9 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng cần tìm đi qua $A(2; -1; 3)$ và nhận $\overrightarrow{BC} = (-2; -3; -6)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$-2(x - 2) - 3(y + 1) - 6(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + 6z - 19 = 0.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 3396. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ di động trên các tia Ox , Oy , Oz luôn thỏa mãn $a + b + c = 2$. Biết rằng quỹ tích tâm hình cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ nằm trong mặt phẳng (P) cố định. Tính khoảng cách từ điểm $M(4; 0; 0)$ đến mặt phẳng (P) .

- A. $\sqrt{3}$. B. 3. C. 2. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Vì OA, OB, OC đôi một vuông góc nên tọa độ tâm mặt cầu ngoại tiếp của tứ diện là $I\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}; \frac{c}{2}\right)$.

Do $a + b + c = 2$ nên $I \in (P): x + y + z - 1 = 0$.

Khoảng cách từ M đến (P) là $d = \frac{|4 - 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3397. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(-2; -1; 3)$. Tìm phương trình mặt phẳng đi qua các điểm lần lượt là hình chiếu của M lên các trục tọa độ.

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 0$. B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 0$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 1$.

Lời giải.

Hình chiếu của M lên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt là $(-2; 0; 0), (0; -1; 0), (0; 0; 3)$.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3398. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 3z + 1 = 0$ là

A. $\vec{n} = (1; -2; 3)$. B. $\vec{m} = (1; 2; -3)$. C. $\vec{v} = (1; -2; -3)$. D. $\vec{u} = (3; -2; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 3z + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3399. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1; 1; 0)$ và $N(3; 3; 6)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là

A. $2x + y + 3z - 13 = 0$. B. $2x + y + 3z + 13 = 0$.
C. $2x + y + 3z - 30 = 0$. D. $x + 2y + 3z - 1 = 0$.

Lời giải.

Trung điểm của MN là $I(1; 2; 3)$.

Mặt phẳng trung trực của MN đi qua I và nhận $\overrightarrow{MN} = (4; 2; 6)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là:

$$4(x - 1) + 2(y - 2) + 6(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 3z - 13 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3400. Trong không gian Oxy , cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$, tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 5 = 0$, $(Q): 2x - y + z - 5 = 0$ lần lượt tại các tiếp điểm A, B . Độ dài đoạn thẳng AB là

A. $2\sqrt{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{6}$. D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 3$. Từ giả thiết suy ra A, B lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P) và (Q) .

Gọi d là đường thẳng đi qua I và $d \perp (P)$, khi đó d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1; 1; 2)$ nên d có

$$\text{phương trình } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

$$A \in d \Rightarrow A(1 + t; 2 + t; -1 + 2t).$$

$A \in (P) \Leftrightarrow 1 + t + 2 + t + 2(-1 + 2t) + 5 = 0 \Leftrightarrow 6t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = -1$, nên $A(0; 1; -3)$.

Gọi d' là đường thẳng đi qua I và $d' \perp (Q)$, khi đó d' có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}'_d = (2; -1; 1)$ nên d'

có phương trình d' :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = 2 - t' \\ z = -1 + t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}.$$

$B \in d' \Rightarrow B(1 + 2t'; 2 - t'; -1 + t')$.

$B \in (Q) \Leftrightarrow 2(1 + 2t') - (2 - t') + (-1 + t') - 5 = 0 \Leftrightarrow 6t' - 6 = 0 \Leftrightarrow t' = 1$, nên $B(3; 1; 0)$.

Vậy $AB = \sqrt{3^2 + 0^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3401. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 12$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

- A. $y + 1 = 0$. B. $y - 2 = 0$. C. $y + 2 = 0$. D. $x + z - 1 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(1; -2; 0)$.

Mặt phẳng song song mặt phẳng (Oxz) nên có dạng $y + D = 0$, qua $I(1; -2; 0)$ nên $D = 2$.

Vậy mặt phẳng cần tìm là $y + 2 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3402. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 2)$ và $B(3; 0; 2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $x + y - z - 1 = 0$. B. $x + y - 3 = 0$. C. $x - y - z + 1 = 0$. D. $x - y - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có mặt phẳng trung trực của đoạn AB qua trung điểm $I(2; 1; 2)$ của AB và nhận $\vec{AB} = (2; -2; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có dạng $2x - 2y - 2 = 0$ hay $x - y - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3403. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 - t \end{cases}$. Mặt phẳng

(P) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất có phương trình là

- A. $x + 2y + 4z + 7 = 0$. B. $4x - 7y + z - 2 = 0$.
C. $4x - 5y + 3z + 2 = 0$. D. $x + y + 3z + 5 = 0$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A trên d ; K là hình chiếu của A trên (P) .

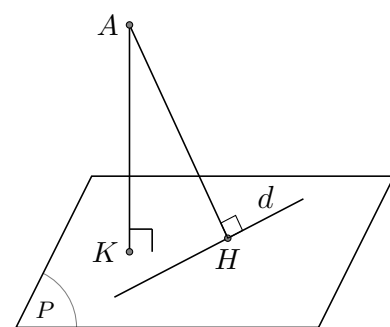
Ta có $d(A; (P)) = AK \leq AH$ (không đổi)

$\Rightarrow d(A; (P))$ lớn nhất khi $K \equiv H$.

Vì $H \in d$ nên $H(1 + 2t; t; -2 - t)$.

Ta có $\vec{AH} = (2t - 1; t - 1; -3 - t)$.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -1)$.



Vì H là hình chiếu của A trên d nên $\vec{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(2t - 1) + 1(t - 1) + (-3 - t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$.

Vậy $H = (1; 0; -2) \Rightarrow \vec{AH} = (-1; -1; -3)$.

Mặt phẳng (P) qua H và vuông góc với AH nên (P) có phương trình $x + y + 3z + 5 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3404. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với mặt phẳng $x - 2y + 3z - 1 = 0$ có phương trình là

A. $x - 2y + 3z + 6 = 0$.

B. $x - 2y + 3z - 6 = 0$.

C. $x + 2y - 3z - 6 = 0$.

D. $x + 2y - 3z + 6 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng cần tìm có dạng $x - 2y + 3z + C = 0$, $C \neq -1$.

Vì mặt phẳng cần tìm đi qua $M(1; 2; 3)$ nên $1 - 4 + 9 + C = 0 \Leftrightarrow C = -6 \neq -1$

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình $x - 2y + 3z - 6 = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3405. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 12$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi (C) có thể tích lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng (Q) là

A. $2x + 2y - z - 4 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 17 = 0$.

B. $2x + 2y - z + 2 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 8 = 0$.

C. $2x + 2y - z - 1 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 11 = 0$.

D. $2x + 2y - z - 6 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 3 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{3}$.

Gọi r là bán kính đường tròn (C) và H là hình chiếu của I lên (Q) .

Đặt $IH = x$ ta có $r = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{12 - x^2}$.

Vậy thể tích khối nón tạo được là

$$V = \frac{1}{3} \cdot IH \cdot S_{((C))} = \frac{1}{3} \cdot x \cdot \pi (\sqrt{12 - x^2})^2 = \frac{1}{3} \pi (12x - x^3).$$

Gọi $f(x) = 12x - x^3$ với $x \in (0; 2\sqrt{3})$.

Thể tích nón lớn nhất khi $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $f'(x) = 12 - 3x^2$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$. Chỉ có $x = 2 \in (0; 2\sqrt{3})$.

Bảng biến thiên:

x	0	2	$2\sqrt{3}$	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	0	16	0	

Vậy $V_{\max} = \frac{1}{3} \pi 16 = \frac{16\pi}{3}$ khi $x = IH = 2$.

Mặt phẳng $(Q) \parallel (P)$ nên $(Q): 2x + 2y - z + a = 0$ ($a \neq -3$)

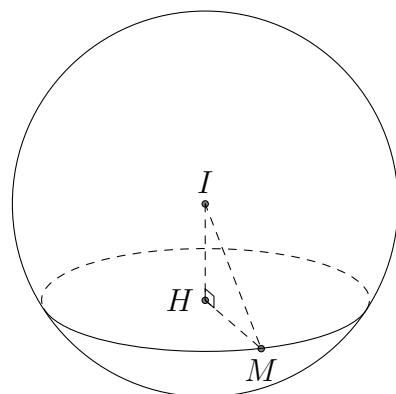
$$\text{Và } d(I, (Q)) = IH \Leftrightarrow \frac{|2 + 2(-2) - 3 + a|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 2 \Leftrightarrow |a - 5| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 \\ a = -1. \end{cases}$$

Vậy mặt phẳng (Q) có phương trình $2x + 2y - z - 1 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 11 = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 3406. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $H(2; 1; 1)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác $\triangle ABC$. Phương trình của



(P) là

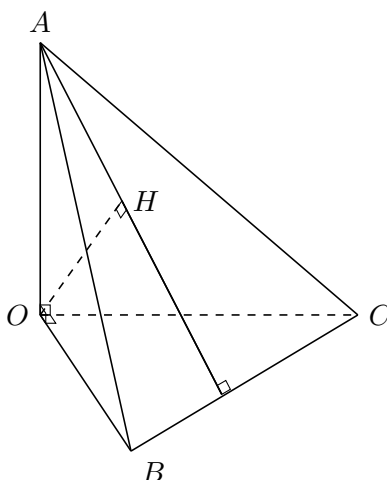
A. $2x + y + z - 6 = 0$.

B. $x + 2y + z - 6 = 0$.

C. $x + 2y + 2z - 6 = 0$.

D. $2x + y + z + 6 = 0$.

Lời giải.



Ta có $AH \perp BC$, $OA \perp BC \Rightarrow OH \perp BC$.

Tương tự: $OH \perp AC$ suy ra $OH \perp (ABC)$ nên $\overrightarrow{OH} = (2; 1; 1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) và đi qua $H(2; 1; 1)$ do đó mặt phẳng (ABC) có phương trình là $2x + y + z - 6 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3407. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$ và $C(-10; 5; 3)$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

A. $\vec{n} = (1; 2; 2)$.

B. $\vec{n} = (1; -2; 2)$.

C. $\vec{n} = (1; 8; 2)$.

D. $\vec{n} = (1; 2; 0)$.

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; 1; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (-12; 6; 0)$. $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (12; 24; 24)$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = (1; 2; 2)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3408. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 2. Nếu M có hoành độ âm thì tung độ của M bằng

A. -1 .

B. -3 .

C. -21 .

D. -5 .

Lời giải.

Do M thuộc d nên M có tọa độ dạng $M(t; -1 + 2t; -2 + 3t)$.

Theo giả thiết, ta có $d(M, P) = 2 \Leftrightarrow \frac{|t - 2 + 4t + 4 - 6t + 3|}{3} = 2 \Leftrightarrow |5 - t| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 11 \end{cases}$. M có

hoành độ âm nên $t = -1 \Rightarrow$ tung độ của M là -3 .

Chọn đáp án **B** □

Câu 3409. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng (xOy) cắt mặt cầu (S) theo một thiết diện là đường tròn có phương trình nào sau đây?

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$.

B. $\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 16 \\ z = 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 4y = 11 \\ z = 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 4y = 16 \\ z = 0 \end{cases}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (xOy) là mặt phẳng $z = 0$ cho nên phương trình của đường tròn là

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 16 \\ z = 0 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3410. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 5 điểm $M(1; 2; 3)$, $N(-1; 2; 0)$, $P(-1; 4; 3)$, $Q(0; 0; 6)$, $R(0; 2; 4)$. Hỏi điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng của tứ giác tạo bởi bốn điểm còn lại?

A. M .B. N .C. P .D. R .**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{MP} = (-2; 2; 0)$, $\overrightarrow{MQ} = (-1; -2; 3)$, $\overrightarrow{MR} = (-1; 0; 1)$, $(\overrightarrow{MP} \wedge \overrightarrow{MQ}) \cdot \overrightarrow{MR} = 0$, suy ra bốn điểm M, P, Q, R đồng phẳng. Phương trình mặt phẳng chứa bốn điểm M, P, Q, R là $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$, dễ thấy N không thuộc (α) .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3411. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0; -1; 2)$, $B(-2; 0; 3)$ và $C(1; 2; 0)$ là

A. $7x - 5y - 3z + 1 = 0$.B. $7x - 5y - 3z + 11 = 0$.C. $5x + 3y + 7z - 17 = 0$.D. $5x + 3y + 7z - 11 = 0$.**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 1; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 3; -2)$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(0; -1; 2)$ và nhận véc-tơ $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-5; -3; -7)$ làm véc-tơ pháp tuyến, suy ra phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$-5(x-0) - 3(y+1) - 7(z-2) = 0 \Leftrightarrow 5x + 3y + 7z - 11 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3412. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; -2; 3)$, $B(-4; 0; -1)$ và $C(1; 1; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A , trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

A. $5x + y - 2z + 3 = 0$.B. $2y + z - 7 = 0$.C. $5x + y - 2z - 1 = 0$.D. $2y + z + 1 = 0$.**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-5; 2; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (0; 3; -6)$ và G là trọng tâm của tam giác ABC nên $G\left(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

Có $\overrightarrow{AG} = \left(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{10}{3}\right)$ và véc-tơ pháp tuyến của (ABC) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; -30; -15)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P = [\overrightarrow{AG}, \vec{n}] = (-125; -25; 50)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $-125(x-1) - 25(y+2) + 50(z-3) = 0 \Leftrightarrow 5x + y - 2z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3413. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; 7; 6)$ và $B(2; 4; 3)$. Trên mặt phẳng (Oxy) , lấy điểm $M(a; b; c)$ sao cho $MA + MB$ bé nhất. Tính $P = a^2 + b^3 - c^4$.

A. $P = 134$.B. $P = -122$.C. $P = -204$.D. $P = 52$.**Lời giải.**

Để thấy A và B nằm cùng phía với mặt phẳng (Oxy) .

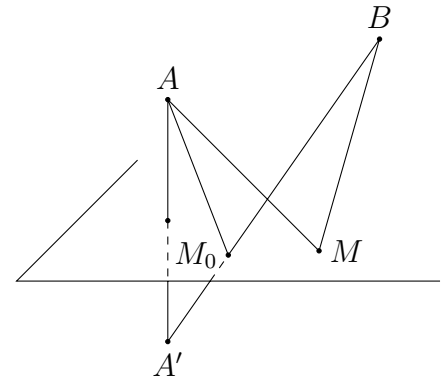
Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (Oxy) .

Ta có: $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$, dấu bằng xảy ra khi

$M \equiv M_0$ là giao điểm của $A'B$ với (Oxy) .

Có $A(5; 7; 6)$, suy ra $A'(5; 7; -6)$ và $\overrightarrow{A'B} = (3; 3; -9)$ nên phương

trình đường thẳng $A'B$: $\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-3}{-9}$.



Điểm $M_0 = A'B \cap (Oxy)$ nên là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} z = 0 \\ \frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-3}{-9} \end{cases} \Rightarrow M \equiv M_0(3; 5; 0).$$

Từ đó suy ra $P = 3^2 + 5^3 - 0^4 = 134$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3414. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2; -1)$ và $B(-5; 4; 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

A. $4x - y + z + 7 = 0$. **B.** $4x + y - z + 1 = 0$. **C.** $4x - y - z + 7 = 0$. **D.** $4x + y + z - 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB suy ra tọa độ $I(-1; 3; 0)$ và $\overrightarrow{AB} = (8; -2; -2)$. Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng trung trực của đoạn AB ta chọn $\vec{n}(4; -1; -1)$. Khi đó phương trình mặt phẳng trung trực là

$$4 \cdot (x + 1) + (-1) \cdot (y - 3) + (-1) \cdot (z - 0) = 0 \Leftrightarrow 4x - y - z + 7 = 0$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3415. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $2y - 2z + 1 = 0$. **B.** $2y - 2z - 1 = 0$. **C.** $2x - 2z + 1 = 0$. **D.** $2x - 2z - 1 = 0$.

Lời giải.

Giả sử phương trình mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$. Gọi $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của d_1, d_2 , ta chọn $\vec{v}_1(-1; 1; 1)$ và $\vec{v}_2(-2; 1; 1)$.

Ta có $[\vec{v}_1, \vec{v}_2] = (0; -1; 1)$ khi đó ta chọn $\vec{n}(0; -1; 1)$

Trên d_1, d_2 lần lượt chọn các điểm $A(2; 0; 0)$ và $B(0; 1; 2)$, gọi I là trung điểm của AB ta có $I\left(1; \frac{1}{2}; 1\right)$.

Do giả thiết suy ra mặt phẳng (P) đi qua I với véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$, ta có phương trình $(-1) \cdot \left(y - \frac{1}{2}\right) + (z - 1) = 0 \Leftrightarrow -y + z + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow 2y - 2z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3416. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 10 = 0$. Trong các điểm sau, điểm nào nằm trên mặt phẳng (P) ?

A. $(1; 2; 0)$. **B.** $(2; 2; 0)$. **C.** $(2; -2; 0)$. **D.** $(2; 1; 2)$.

Lời giải.

- Thay tọa độ các điểm đã cho vào phương trình mặt phẳng (P) ta có điểm $(2; -2; 0)$ thuộc mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **C** □

Câu 3417. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(1; 3; -5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

- A. $y - 2z + 2 = 0$. B. $y - 3z + 4 = 0$. C. $y - 3z - 8 = 0$. D. $y - 2z - 6 = 0$.

Lời giải.

- Xét điểm $M(x; y; z)$ cách đều A, B . Ta có

$$MA = MB \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = (x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 5)^2 \Leftrightarrow y - 3z - 8 = 0.$$

- Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của AB là $(P): y - 3z - 8 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3418. Phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M(3; 0; -1)$ và vuông góc với 2 mặt phẳng $x + 2y - z + 1 = 0$ và $2x - y + z - 2 = 0$ là

- A. $x - 3y + 5z + 2 = 0$. B. $x - 3y - 5z - 8 = 0$.
C. $x + 3y - 5z - 8 = 0$. D. $x + 3y + 5z + 2 = 0$.

Lời giải.

- Hai mặt phẳng đã cho có các véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (1; 2; -1)$ và $\vec{n}_2 = (2; -1; 1)$.
- Mặt phẳng (P) cần tìm có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2 = (1; -3; -5)$.
- Ta có $(P): (x - 3) - 3y - 5(z + 1) = 0$. Suy ra $(P): x - 3y - 5z - 8 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3419. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 2)$ và $B(3; 0; -1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa điểm B và vuông góc với đường thẳng AB . Viết phương trình mặt phẳng (P) .

- A. $(P): 4x - 2y - 3z - 9 = 0$. B. $(P): 4x - 2y - 3z - 15 = 0$.
C. $(P): 4x + 2y - 3z - 15 = 0$. D. $(P): 4x - 2y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (4; -2; -3)$.

Mặt phẳng (P) qua điểm $B(3; 0; -1)$ có phương trình

$$\begin{aligned} (P): 4(x - 3) - 2(y - 0) - 3(z + 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow 4x - 2y - 3z - 15 &= 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 3420. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 6 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$. B. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$. C. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 3x - z + 6 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3421. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z - 20 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - m = 0$. Tìm m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính lớn nhất.

A. $m = 0$.

B. $m = -4$.

C. $m = 7$.

D. $m = 4$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; -2)$. Mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính lớn nhất khi và chỉ khi $\text{mp}(P)$ đi qua I . Khi đó $1 + 1 - (-2) - m = 0 \Leftrightarrow m = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3422. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 4 = 0$, $(Q): x + y + z - 9 = 0$. Mặt phẳng (R) đi qua A và vuông góc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có phương trình là

A. $4x + y - 3z - 7 = 0$.

B. $4x - y - 3z - 5 = 0$.

C. $4x + y - 3z - 5 = 0$.

D. $4x - y - 3z + 1 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (2; -1; 3)$ và mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; 1; 1)$ nên mặt phẳng (R) vuông góc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{n}_Q; \vec{n}_P] = (4; -1; -3)$.

Khi đó, mặt phẳng (R) đi qua $A(1; 2; -1)$ có phương trình là $4(x - 1) - (y - 2) - 3(z + 1) = 0$ hay $4x - y - 3z - 5 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3423. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và cách gốc tọa độ một đoạn lớn nhất.

A. $x + y + 2z - 12 = 0$.

B. $2x + y + 3z - 19 = 0$.

C. $3x + 2y + 3z - 22 = 0$.

D. $3x - 2y + 3z - 14 = 0$.

Lời giải.

Ta có $d(O, (P)) \leq OA$.

Do đó $d(O, (P))$ lớn nhất bằng OA . Khi đó $OA \perp (P)$ hay $\vec{n}_{(P)} = \overrightarrow{OA} = (3; 2; 3)$.

Vậy mặt phẳng (P) là

$$3(x - 3) + 2(y - 2) + 3(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + 3z - 22 = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3424. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 3; 4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1$.

B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1$.

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

D. $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải.

Ta có $A(2; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0; 4)$.

Suy ra, phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3425. Trong không gian $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x - 2y + z - 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $x - z + 2 = 0$.

B. $x - 2y + z = 0$.

C. $x - y + 1 = 0$.

D. $-2x + y + z - 3 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$.

Mặt phẳng (Q) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; -2; 1)$.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) nên nhận $[\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (3; 0; -3)$ làm véc-tơ pháp tuyến $\Rightarrow (\alpha): x - z + 2 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3426. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 4; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $M_1; M_2; M_3$ lần lượt là hình chiếu của M trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz .

A. $(P): \frac{x}{-2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 0$.

B. $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{-2} = 1$.

C. $(P): \frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

D. $(P): \frac{x}{-2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Ta có $M_1(-2; 0; 0), M_2(0; 4; 0), M_3(0; 0; 2) \Rightarrow (P): \frac{x}{-2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3427. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 10$. Mặt phẳng (P) song song mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi 4π đi qua điểm nào sau đây?

A. $(-2; 2; -1)$.

B. $(1; -2; 0)$.

C. $(2; -2; 1)$.

D. $(0; -1; -5)$.

Lời giải.

$(P): x - 2y + z + m = 0, m \neq -5$. Đường tròn giao tuyến có bán kính $r = 3$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = \sqrt{15}$.

$$d(I; (P)) = \sqrt{15 - 9} = \sqrt{6} \Leftrightarrow \frac{|1 - 2 + m|}{\sqrt{6}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -5 \text{ (loại)} \\ m = 7 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3428. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) .

A. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{1}$.

B. $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{1}$.

C. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

D. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(2; -1; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -3; 1)$ nên có phương trình

$$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{1}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3429. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 5; -3), B(-2; 1; 1), C(2; 0; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4y + 5z + 1 = 0$. Gọi $D(a; b; c)$ (với $c > 0$) thuộc (α) sao cho có vô số mặt phẳng (P) chứa C, D và khoảng cách từ A đến (P) gấp 3 lần khoảng cách từ B đến (P) . Tính giá trị biểu thức $S = a^2 + b^2 + c^2$.

A. $S = 18$.

B. $S = 32$.

C. $S = 20$.

D. $S = 26$.

Lời giải.

$$\text{Vì } d(A, (P)) = 3d(B, (P)) \text{ nên } AB \text{ cắt } (P) \text{ tại điểm } I \Rightarrow \begin{cases} \vec{AI} = 3\vec{BI} \\ \vec{AI} = -3\vec{BI} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I(-4; -1; 3) \\ I(-1; 2; 0) \end{cases}$$

Vì có vô số mặt phẳng (P) chứa C, D và khoảng cách từ A đến (P) gấp 3 lần khoảng cách từ B đến (P) nên I, C, D thẳng hàng hay $D = IC \cap (\alpha)$.

$$\text{— Nếu } I(-4; -1; 3) \Rightarrow (IC) : \begin{cases} x = 2 + 6t \\ y = t \\ z = 1 - 2t \end{cases} \Rightarrow D(-4; -1; 3) \text{ (thỏa mãn } c > 0).$$

$$\text{— Nếu } I(-1; 2; 0) \Rightarrow (IC) : \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2t \\ z = 1 + t \end{cases} \Rightarrow D(-4; 4; -1) \text{ (loại)}.$$

Vậy $D(-4; -1; 3) \Rightarrow S = 16 + 1 + 9 = 26$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3430. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(-2; 1; 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

A. $-x + y + 2 = 0$. B. $x - y + 1 = 0$. C. $x - y - 2 = 0$. D. $x - y + 2 = 0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB . Ta có mặt phẳng trung trực của AB đi qua điểm $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 0)$ nên có phương trình $x - y + 2 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3431. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(3; 3; 2)$, $C(-1; 2; 2)$, $D(3; 3; 1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{9}{7\sqrt{2}}$. B. $\frac{9}{7}$. C. $\frac{9}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{9}{14}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 5; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; 4; 2)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm A có véc-tơ pháp tuyến là $\frac{1}{2} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; -4; 9)$ nên có phương trình $x - 4y + 9z - 9 = 0$.

Do đó

$$d(D, (ABC)) = \frac{|3 - 4 \cdot 3 + 9 \cdot 1 - 9|}{\sqrt{1^2 + 4^2 + 9^2}} = \frac{9}{7\sqrt{2}}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3432. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

A. $\vec{j}(-5; 0; 0)$. B. $\vec{k}(0; 0; 1)$. C. $\vec{i} = (1; 0; 0)$. D. $\vec{m} = (1; 1; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(Oxy): z = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3433. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

A. $M(1; 1; 6)$. B. $N(-5; 0; 0)$. C. $P(0; 0; -5)$. D. $Q(2; -1; 5)$.

Lời giải.

Ta có $1 - 2(1) + 6 - 5 = 0 \Rightarrow M \in (P)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3434. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 3; 1)$ và song song với trục Oz có phương trình là

- A. $x - y + 1 = 0$. B. $x + y - 3 = 0$. C. $x + z - 3 = 0$. D. $x - y - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$, $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Do mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và song song với trục Oz nên mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{k}] = (1; -1; 0)$.

Mặt phẳng (P) qua A nên phương trình là

$$1(x - 1) - (y - 2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 3435. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 1)$, $B(1; 0; 0)$, $C(1; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$. Điểm $M(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng (P) thỏa mãn $MA = MB = MC$. Tính $T = a + 2b + 3c$.

- A. $T = 5$. B. $T = 3$. C. $T = 2$. D. $T = 4$.

Lời giải.

Ta có $M(a; b; c) \in (P) \Leftrightarrow a + b + c - 2 = 0$ (1)

$$\text{— } MA^2 = (a - 2)^2 + (b - 0)^2 + (c - 1)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 4a - 2c + 5.$$

$$\text{— } MB^2 = (a - 1)^2 + b^2 + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2a + 1.$$

$$\text{— } MC^2 = (a - 1)^2 + (b - 1)^2 + (c - 1)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 2b - 2c + 3.$$

Với $MA = MB$, ta có $a + c - 2 = 0$ (2)

Với $MA = MC$, ta có $a - b - 1 = 0$ (3)

$$\text{Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình } \begin{cases} a + b + c = 2 \\ a + c = 2 \\ a - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 1. \end{cases}$$

Vậy $T = a + 2b + 3c = 4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3436. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 6 = 0$. Tính khoảng cách từ O đến (P) .

- A. 3. B. $\frac{2}{3}$. C. -2. D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } d(O, (P)) = \frac{|-6|}{\sqrt{4+1+4}} = 2.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 3437. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 1 = 0$. Tìm một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

- A. $\vec{n} = (-1; 1; 2)$. B. $\vec{n} = (1; -1; 2)$. C. $\vec{n} = (-1; -1; 2)$. D. $\vec{n} = (1; 1; 2)$.

Lời giải.

(P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}' = (1; 1; -2)$ nên $\vec{n} = -\vec{n}' = (-1; -1; 2)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Chọn đáp án **C** □

Câu 3438. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 4 = 0$ và $(Q): 3x + 2y - 5z - 4 = 0$. Khi đó hai mặt phẳng (P) và (Q)

- A. vuông góc. B. cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. song song.

D. trùng nhau.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; -2; 3)$ và (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (3; 2; -5)$. Ta có $[\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (4; 14; 8) \neq \vec{0}$ và $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \neq 0$ nên hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau nhưng không vuông góc.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3439. Trong không gian *Oxyz* cho mặt phẳng (P): $3x - 4y + 5z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P). Tìm khẳng định đúng.

A. $\sin \varphi = \frac{1}{5\sqrt{28}}$.

B. $\cos \varphi = -\frac{1}{5\sqrt{28}}$.

C. $\cos \varphi = \frac{1}{5\sqrt{28}}$.

D. $\sin \varphi = -\frac{1}{5\sqrt{28}}$.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -4; 5)$ và d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; 1)$. Khi đó ta có

$$\sin \varphi = |\cos(\vec{n}, \vec{u})| = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{u}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{1}{5\sqrt{28}}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3440. Trong không gian *Oxyz* cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và mặt phẳng (P): $x + y + z - 3 = 0$. Gọi (S') là mặt cầu chứa đường tròn giao tuyến của (S) và (P) đồng thời (S') tiếp xúc với mặt phẳng (Q): $x - y + z - 5 = 0$. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu (S)'. Tính tích $T = abc$.

A. $T = 1$.

B. $T = -\frac{1}{8}$.

C. $T = -1$.

D. $T = \frac{1}{8}$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu (S') có dạng

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 - 9 + m(x + y + z - 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + mx + my + mz - 9 - 3m &= 0. \end{aligned}$$

Mặt cầu (S') có tâm $I\left(-\frac{m}{2}; -\frac{m}{2}; -\frac{m}{2}\right)$, bán kính $R = \sqrt{\frac{3m^2}{4} + 3m + 9}$.

(S') tiếp xúc với (Q) nên

$$\begin{aligned} d(I, (Q)) = R &\Leftrightarrow \frac{\left|-\frac{m}{2} - 5\right|}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{3m^2}{4} + 3m + 9} \\ &\Leftrightarrow |m + 10| = \sqrt{9m^2 + 36m + 108} \\ &\Leftrightarrow m = -1 \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right). \end{aligned}$$

Vậy $T = abc = \frac{1}{8}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3441. Trong không gian *Oxyz* cho ba điểm $A(1; 1; 0)$, $B(-2; 0; 1)$, $C(0; 0; 2)$ và mặt phẳng (P): $x + 2y + z + 4 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $S = \vec{MA} \cdot \vec{MB} + \vec{MB} \cdot \vec{MC} + \vec{MC} \cdot \vec{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $Q = a + b + 6c$.

A. $Q = 2$.

B. $Q = -2$.

C. $Q = 0$.

D. $Q = 1$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$ ta có $G\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; 1\right)$. Lại có

$$\begin{aligned} A &= \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} \\ &= 3MG^2 + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA} \\ &= 3MG^2 + \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA}. \end{aligned}$$

Vì $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA}$ là một hằng số nên S nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất, hay M là hình chiếu của G lên (P) .

Từ đó ta tìm được $M\left(-\frac{11}{9}; -\frac{13}{9}; \frac{1}{9}\right)$ và $Q = a + b + 6c = -2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3442. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là

- A. $z + 3 = 0$. B. $z - 3 = 0$. C. $x + y - 3 = 0$. D. $x + y + z = 0$.

Lời giải.

Do mặt phẳng (P) vuông góc với trục Oz nên véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ nên có phương trình $z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3443. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$ là

- A. $-x + y + z + 1 = 0$. B. $x - y - z - 1 = 0$.
C. $x - y - z + 1 = 0$. D. $x - y + z + 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$ là

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow x - y - z + 1 = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3444. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- A. $d = \frac{5}{9}$. B. $d = \frac{5}{29}$. C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } d(A, (P)) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3445. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -1)$, tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz) . Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$. B. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 1$.
C. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 4$. D. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 2$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu $R = d(I, (Oyz)) = |x_I| = 2$.

Do đó phương trình mặt cầu cần tìm là $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3446. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -1; 2)$, $B(4; -1; -1)$, $C(2; 0; 2)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình là

A. $3x - 3y + z - 14 = 0$.

B. $3x + 3y + z - 8 = 0$.

C. $3x - 2y + z - 8 = 0$.

D. $2x + 3y - z + 8 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 1; 0)$ suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; 3; 1)$.

Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình là $3x + 3y + z - 8 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3447. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $(S_2): x^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 4$ và các điểm $A(4; 0; 0)$, $B\left(\frac{1}{4}; 0; 0\right)$, $C(1; 4; 0)$, $D(4; 4; 0)$. Gọi M là điểm thay đổi trên (S_1) , N là điểm thay đổi trên (S_2) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = MA + 2ND + 4MN + 6BC$ là

A. $2\sqrt{265}$.

B. $\frac{5\sqrt{265}}{2}$.

C. $3\sqrt{265}$.

D. $\frac{7\sqrt{265}}{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S_1) có tâm $O(0; 0; 0)$ bán kính bằng 1; mặt cầu (S_2) có tâm $I(0; 4; 0)$ bán kính bằng 2.

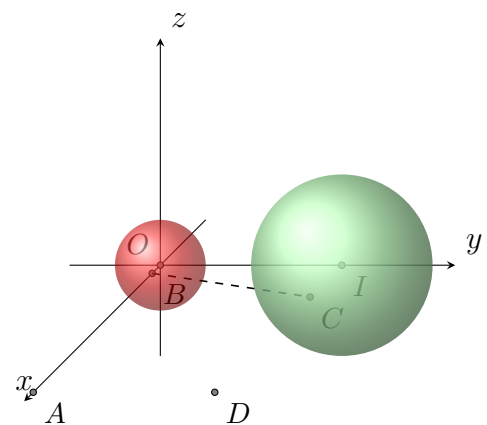
Ta có 4 điểm O, A, D, I là 4 đỉnh của hình vuông cạnh bằng 4 và $OB = \frac{1}{4}$, $IC = 1$.

Ta có $\triangle OMA \sim \triangle OBM$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \frac{MA}{BM} = \frac{OM}{OB} \Rightarrow MA = 4MB.$$

Ta có $\triangle IND \sim \triangle ICN$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \frac{ND}{CN} = \frac{IN}{IC} = 2 \Rightarrow ND = 2NC.$$



$$\begin{aligned} Q &= 4MB + 4NC + 4MN + 6BC \\ &= 4(BM + MN + NC) + 6BC \\ &\geq 4BC + 6BC = 10BC = 10 \cdot \frac{\sqrt{265}}{4} = \frac{5\sqrt{265}}{2} \end{aligned}$$

Vậy Q nhỏ nhất là bằng $\frac{5\sqrt{265}}{2}$, dấu “=” xảy ra khi M, N là giao điểm của BC với các mặt cầu.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3448. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 2z - 5 = 0$. Tìm tọa độ điểm A nằm trên tia Oz sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) bằng $2\sqrt{2}$.

A. $A\left(0; 0; \frac{13}{2}\right)$.

B. $A\left(0; 0; \frac{3}{2}\right)$.

C. $A\left(0; 0; \frac{3}{2}\right)$ hoặc $A\left(0; 0; \frac{-13}{2}\right)$.

D. $A\left(0; 0; \frac{-13}{2}\right)$.

Lời giải.

Giả sử $A(0; 0; a) \in Oz$, ta có

$$\begin{aligned} d(A; (P)) &= 2\sqrt{2} \\ \Leftrightarrow \frac{|-2a - 5|}{\sqrt{8}} &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a - 5 = 8 \\ -2a - 5 = -8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-13}{2} \\ a = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A\left(0; 0; \frac{-13}{2}\right) \\ A\left(0; 0; \frac{3}{2}\right). \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3449. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) , biết (P) tiếp xúc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$ tại điểm $M(4; -3; 1)$.

A. $3x - 4y - 7 = 0$.

B. $4x - 3y + z - 26 = 0$.

C. $4x - 3y + z - 8 = 0$.

D. $3x - 4y - 24 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 1)$ và bán kính $r = 5$.

Vì (P) tiếp xúc mặt cầu (S) tại điểm $M(4; -3; 1)$ nên $(P) \perp IM \Rightarrow (P)$ nhận $\overrightarrow{IM} = (3; -4; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình của (P) là $3x - 4y - 24 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3450. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0; 2; 1)$ và $B(-1; 4; 2)$ cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 - 2x + 8y + 6z - 3 = 0$ theo một đường tròn (C) có bán kính lớn nhất.

A. $(P): 2x + 3y + 4z - 10 = 0$.

B. $(P): 2x + 5y - 4z - 6 = 0$.

C. $(P): 2x + 3y - 4z - 2 = 0$.

D. $(P): 2x - 3y - 4z + 10 = 0$.

Lời giải.

(P) cắt (S) theo một đường tròn có bán kính lớn nhất nên (P) đi qua tâm $I(1; -4; -3)$ của (S) .

$\Rightarrow (P)$ có một véc-tơ pháp tuyến là $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AI}]$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1)$, $\overrightarrow{AI} = (1; -6; -4) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AI}] = (-2; -3; 4)$.

$\Rightarrow (P): -2(x - 0) - 3(y - 2) + 4(z - 1) = 0 \Leftrightarrow (P): 2x + 3y - 4z - 2 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3451. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$.

B. $\vec{n}_2 = (2; 3; 6)$.

C. $\vec{n}_3 = (1; 2; 3)$.

D. $\vec{n}_4 = (6; 3; 2)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là $\left(\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6}(6; 3; 2)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3452. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S_m): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - m)^2 = \frac{m^2}{4}$ (với $m > 0$ là tham số thực) và hai điểm $A(2; 3; 5)$, $B(1; 2; 4)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của m để trên (S_m) tồn tại điểm M sao cho $MA^2 - MB^2 = 9$.

A. $m = 1$. B. $m = 3 - \sqrt{3}$. C. $m = 8 - 4\sqrt{3}$. D. $m = \frac{4 - \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y; z)$, ta có

$$MA^2 - MB^2 = 9 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 5)^2 - (x - 1)^2 - (y - 2)^2 - (z - 4)^2 = 9 \\ \Leftrightarrow x + y + z - 4 = 0.$$

Mặt cầu (S_m) có tâm $I(1; 1; m)$ và bán kính $R = \frac{m}{2}$. Gọi $(\alpha): x + y + z - 4 = 0$. Khi đó,

$$M(1; 1; m) \in (S_m) \Leftrightarrow d[I, (\alpha)] \leq R \Leftrightarrow \frac{|m - 2|}{\sqrt{3}} \leq \frac{m}{2} \\ \Rightarrow m - 2 \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}m \Rightarrow m \geq 8 - 4\sqrt{3}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của m là $8 - 4\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3453. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (2; 3; 6)$. B. $\vec{n} = (6; 3; 2)$. C. $\vec{n} = (1; 2; 3)$. D. $\vec{n} = \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1\right)$.

Lời giải.

(P) nhận $\vec{n} = \left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6} \cdot (6; 3; 2)$ là 1 véc-tơ pháp tuyến. Do đó nhận $(6; 3; 2)$ cũng là véc-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3454. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{u} = (x; y; z)$, $\vec{v} = (x'; y'; z')$. Xác định mệnh đề đúng.

A. $\vec{u} - \vec{v} = (x' - x; y' - y; z' - z)$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$.
C. $\vec{u} + \vec{v} = (x' - x; y' - y; z' - z)$. D. $[\vec{u}, \vec{v}] = (xx'; yy'; zz')$.

Lời giải.

Theo công thức tích vô hướng của hai véc-tơ.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3455. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; -1)$ trên mặt phẳng $(\alpha): 16x + 12y - 15z + 7 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AH .

A. $\frac{12}{25}$. B. $\frac{12}{625}$. C. $\frac{19}{625}$. D. $\frac{19}{25}$.

Lời giải.

$$\text{Độ dài đoạn thẳng } AH \text{ bằng } d(A; (\alpha)) = \frac{|16 \cdot 2 + 12 \cdot (-3) - 15 \cdot 1 + 7|}{\sqrt{16^2 + 12^2 + (-15)^2}} = \frac{12}{25}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 3456. Cho mặt phẳng $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$, $(a^2 + b^2 + c^2 > 0)$ đi qua hai điểm $B(1; 0; 2)$, $C(5; 2; 6)$ và cách $A(2; 5; 3)$ một khoảng lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T = \frac{a}{b + c + d}$ là

A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $-\frac{1}{6}$. D. -2 .

Lời giải.

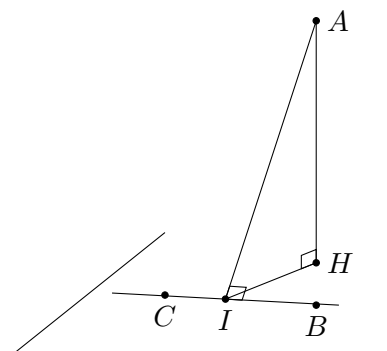
Phương trình đường thẳng BC :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}.$$

Gọi I là hình chiếu của A trên BC suy ra $I(3; 1; 4)$.

Kẻ $AH \perp (P)$, ta có AH đạt giá trị lớn nhất khi H trùng I hay $AI \perp (P)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $x - 4y + z - 3 = 0$.

Vậy $T = \frac{a}{b+c+d} = -\frac{1}{6}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 3457. Viết phương trình mặt phẳng song song với trục Ox và chứa hai điểm $C(2; 0; 3)$, $D(-1; 4; 6)$.

- A. $4y + 3z - 9 = 0$. B. $3y - 4z - 12 = 0$. C. $4y - 3z + 9 = 0$. D. $3y - 4z + 12 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{CD} = (-3; 4; 3)$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) cần tìm.

Ta có $\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{CD} \\ \vec{n} \perp \vec{i} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{CD}, \vec{i}] = (0; 3; -4).$

Mặt phẳng (α) : $3x - 4y + 12 = 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3458. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) : $2x + y - z - 6 = 0$ cắt các trục tọa độ lần lượt tại A, B, C . Tính thể tích tứ diện $OABC$.

- A. 18. B. 72. C. 24. D. 12.

Lời giải.

Ta có $A(3; 0; 0)$, $B(0; 6; 0)$, $C(0; 0; -6)$. Thể tích $V_{OABC} = \frac{OA \cdot OB \cdot OC}{6} = 18$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3459. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) : $x + 2y - 5 = 0$ nhận véc-tơ nào trong các véc-tơ sau làm véc-tơ pháp tuyến?

- A. $\vec{n}(1; 2; -5)$. B. $\vec{n}(0; 1; 2)$. C. $\vec{n}(1; 2; 0)$. D. $\vec{n}(1; 2; 5)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}(1; 2; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3460. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2; 0; 0)$; $B(0; 3; 0)$; $C(0; 0; 1)$ và $M(2; 1; 2)$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC) là

- A. 2. B. $\frac{15}{7}$. C. $\frac{13}{7}$. D. 3.

Lời giải.

Mặt phẳng (ABC) : $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow 3x + 2y + 6z - 6 = 0$. Vậy

$$d(M; (ABC)) = \frac{|3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 6 \cdot 2 - 6|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 6^2}} = 2.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3461. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 3 = 0$ và hai điểm $A(m; 1; 0); B(1; -m; 2)$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của A, B lên mặt phẳng (P) . Biết $EF = \sqrt{5}$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m là

A. 2.

B. 3.

C. -6.

D. -3.

Lời giải.

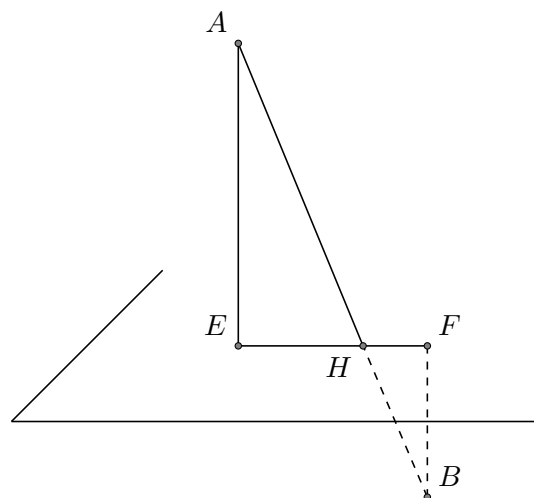
— Xét trường hợp $m = 1$. Khi đó cả A, B đều thuộc (P) .

Trong trường hợp này $EF = AB = 2\sqrt{2}$ (loại).

— Khi $m \neq 1$. Ta tính toán các đại lượng

$$d(A; (P)) = \frac{|2m - 2|}{\sqrt{6}} \quad d(B; (P)) = \frac{|1 - m|}{\sqrt{6}}.$$

Từ đó suy ra A, B khác phía với (P) và $d(A; (P)) = 2d(B; (P))$.



Gọi H là giao điểm của AB với (P) .

Theo Thales ta có $EH = \frac{2\sqrt{5}}{3}$, $AH = \frac{2}{3}AB = \frac{2}{3}\sqrt{(1-m)^2 + (m+1)^2 + 2^2}$.

Áp dụng định lý Pythagore cho tam giác AEH ta có

$$\begin{aligned} AE^2 + EH^2 &= AH^2 \\ \Leftrightarrow \frac{(2m-2)^2}{6} + \left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 &= \frac{4}{9}((1-m)^2 + (m+1)^2 + 4) \\ \Leftrightarrow \frac{3 \cdot (4m^2 - 8m + 4)}{18} + \frac{40}{18} &= \frac{8 \cdot (2m^2 + 6)}{18} \\ \Leftrightarrow 4m^2 + 24m - 4 &= 0. \end{aligned}$$

Phương trình này có hai nghiệm và tổng hai nghiệm đó bằng $-\frac{24}{4} = -6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3462. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (6; 3; 2)$.B. $\vec{n} = (2; 3; 6)$.C. $\vec{n} = (1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3})$.D. $\vec{n} = (3; 2; 1)$.

Lời giải.

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow 2x + 3y + 6z - 6 = 0.$$

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n} = (2; 3; 6)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3463. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x = t_2 \\ y = -1 \\ z = 0 \end{cases}$

$d_3: \begin{cases} x = 1 \\ y = t_3 \\ z = 0 \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $M(1; 2; 3)$ và cắt ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 lần lượt tại

A, B, C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC . Tính khoảng cách $d = d(O, (P))$ (O là gốc tọa độ của hệ trục $Oxyz$).

- A. $d = 2\sqrt{2}$. B. $d = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $d = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $d = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

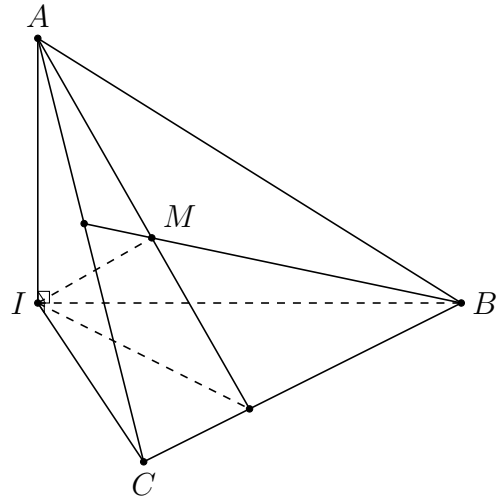
Lời giải.

Gọi véc-tơ chỉ phương của các đường thẳng d_1, d_2, d_3 là $\vec{u}_{d_1} = (0; 0; 1)$, $\vec{u}_{d_2} = (1; 0; 0)$ và $\vec{u}_{d_3} = (0; 1; 0)$.

Ta có $\vec{u}_{d_1} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0$, $\vec{u}_{d_1} \cdot \vec{u}_{d_3} = 0$, $\vec{u}_{d_2} \cdot \vec{u}_{d_3} = 0$ và d_1, d_2 và d_3 cắt nhau tại điểm $I(1; -1; 0)$ nên IA, IB, IC đôi một vuông góc với nhau.

$$\text{Từ } \begin{cases} IA \perp IB \\ IA \perp IC \end{cases} \Rightarrow IA \perp (IBC) \Rightarrow IA \perp BC.$$

$$\text{Từ } \begin{cases} IB \perp IA \\ IB \perp IC \end{cases} \Rightarrow IB \perp (IAC) \Rightarrow IB \perp AC.$$



$$\text{Mặt khác từ } \begin{cases} AM \perp BC \\ IA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (IAM) \Rightarrow BC \perp IM \quad (1)$$

$$\text{Mà } \begin{cases} BM \perp AC \\ IB \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (IBM) \Rightarrow AC \perp IM \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $IM \perp (ABC)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm M và nhận $\vec{IM} = (0; 3; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

$$(ABC): 3(y - 2) + 3(z - 3) = 0 \Leftrightarrow y + z - 5 = 0.$$

$$\text{Khoảng cách từ gốc tọa độ } O \text{ đến mặt phẳng } (ABC) \text{ là } d = \frac{|-5|}{\sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3464. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 1)$, $B(1; 0; 1)$, $C(1; 1; 0)$. Có bao nhiêu điểm M cách đều các mặt phẳng (ABC) , (OBC) , (OAC) , (OAB) ?

- A. Vô số điểm M . B. 3. C. 5. D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \vec{OA} = (0; 1; 1), \vec{OB} = (1; 0; 1), \vec{OC} = (1; 1; 0), \vec{AB} = (1; -1; 0), \vec{AC} = (1; 0; -1).$$

$$\text{— Ta có } [\vec{OA}; \vec{OB}] = (1; 1; -1) \Rightarrow (OAB): x + y - z = 0.$$

$$\text{— Ta có } [\vec{OB}; \vec{OC}] = (-1; 1; 1) \Rightarrow (OBC): -x + y + z = 0.$$

$$\text{— Ta có } [\vec{OA}; \vec{OC}] = (-1; 1; -1) \Rightarrow (OAC): -x + y - z = 0.$$

$$\text{— Ta có } [\vec{AB}; \vec{AC}] = (1; 1; 1) \Rightarrow (ABC): x + y + z - 2 = 0.$$

Gọi điểm $M(a; b; c)$ cách đều các mặt phẳng (OAB) , (OBC) , (OAC) , (ABC) .

$$\text{Từ } d(M, (OAB)) = d(M, (OBC)) \Leftrightarrow \frac{|a + b - c|}{\sqrt{3}} = \frac{|-a + b + c|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \begin{cases} a = c & (1) \\ b = c & (2) \end{cases}$$

$$\text{Từ } d(M, (OAB)) = d(M, (OAC)) \Leftrightarrow \frac{|a + b - c|}{\sqrt{3}} = \frac{|-a + b - c|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 & (3) \\ b = c & (4) \end{cases}$$

$$\text{Từ } d(M, (OAB)) = d(M, (ABC)) \Leftrightarrow \frac{|a+b-c|}{\sqrt{3}} = \frac{|a+b+c|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 & (5) \\ a=-b & (6) \end{cases}$$

Từ (1), (3), (5) suy ra $a = c = 0$, b khác 0 tùy ý. Như vậy có vô số điểm cách đều bốn mặt phẳng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3465. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 2)$. Gọi M , N và P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên Ox, Oy, Oz . Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$. **C.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

— Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 2)$ lên trục Ox, Oy, Oz có tọa độ lần lượt là $M(2; 0; 0), N(0; -1; 0), P(0; 0; 2)$.

— Phương trình mặt phẳng (MNP) : $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3466. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) có đường kính AB tại A có phương trình là

A. $3x - y - z - 6 = 0$. **B.** $3x - y - z + 6 = 0$. **C.** $x + 3y + z - 5 = 0$. **D.** $x + 3y + z - 6 = 0$.

Lời giải.

— Ta có mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1; 2; 1)$ và có VTPT $\vec{n}_P = \overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$.

— Vậy phương trình mặt phẳng (P) : $3x - y - z + 6 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3467. Cho mặt cầu tâm O , bán kính R . Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) . Hình nón (N) có đỉnh S nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn (C) và có chiều cao là h ($h > R$). Hình trụ (T) có đáy là đường tròn (C) và có cùng chiều cao với hình nón (N) . Tính thể tích V khối trụ được tạo nên bởi (T) theo R , biết V có giá trị lớn nhất.

A. $V = \frac{32}{27}\pi R^3$. **B.** $V = \frac{32}{81}\pi R^3$. **C.** $V = \frac{16}{27}\pi R^3$. **D.** $V = \frac{64}{9}\pi R^3$.

Lời giải.

Gọi khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) là d với $(0 \leq d \leq R)$, đường tròn (C) có bán kính là r .

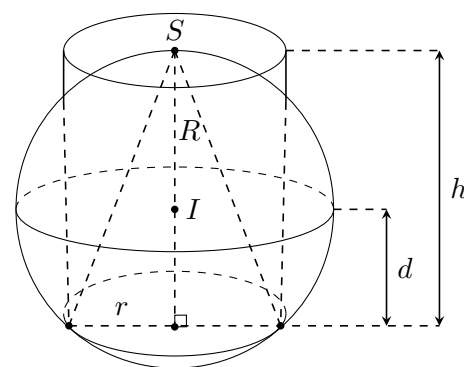
$$V = h \cdot \pi \cdot r^2 = \pi(R+d)(R^2 - d^2) = \pi(-d^3 - Rd^2 + R^2d + R^3).$$

$$V'(d) = \pi(-3d^2 - 2Rd + R^2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = -1 \\ d = \frac{R}{3} \end{cases} \Rightarrow d = \frac{R}{3}.$$

$$\text{Ta có } V(0) = \pi R^3, V(R) = 0 \text{ và } V\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{32}{27}\pi R^3.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{32}{27}\pi R^3$$

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 3468. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 1; 1)$, $B(0; -2; 3)$, $C(2; 1; 0)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; -7)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $3x + y - 3z - 26 = 0$.

B. $3x + y - 3z - 32 = 0$.

C. $3x + y + 3z + 16 = 0$.

D. $3x + y + 3z - 22 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-1; -3; 2) \\ \overrightarrow{AC} = (1; 0; -1) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; 1; 3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (ABC) .

Mà mặt phẳng (α) qua $M(1; 2; -7)$, suy ra $(\alpha): 3(x-1) + (y-2) + 3(z+7) = 0 \Leftrightarrow 3x + y + 3z + 16 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3469. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 5 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

- A. $\vec{n}_1 = (2; 1; 5)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 0; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 5)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 0; -1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; 0; -1)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3470. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(-2; 1; -4)$ có phương trình là

- A. $3x - 4y + 6z + 34 = 0$. B. $x - 2y - 2z - 4 = 0$.
C. $x + 2y + 2z + 8 = 0$. D. $-x + 2y + 2z + 4 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 3; -2)$.

Vì mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(-2; 1; -4)$ nên có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IA} = (-1; -2; -2) = -(1; 2; 2)$. Do đó (P) có phương trình

$$1(x+2) + 2(y-1) + 2(z+4) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z + 8 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3471. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z - 15 = 0$ và ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(1; -1; 3)$, $C(1; -1; -1)$. Điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc (P) sao cho $2MA^2 - MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất. Giá trị $2x_0 + 3y_0 + z_0$ bằng

- A. 11. B. 15. C. 5. D. 10.

Lời giải.

Gọi $G(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. Từ hệ thức này, suy ra

$$\begin{cases} 2(1-a) - (1-a) + (1-a) = 0 \\ 2(2-b) - (-1-b) + (-1-b) = 0 \\ 2(0-c) - (3-c) + (-1-c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -2 \end{cases} \Rightarrow G(1; 2; -2).$$

Ta có

$$\begin{aligned} 2MA^2 - MB^2 + MC^2 &= 2\overrightarrow{MA}^2 - \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 \\ &= 2(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 - (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= 2MG^2 + 2GA^2 - GB^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot (2\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) \\ &= 2MG^2 + 2GA^2 - GB^2 + GC^2. \end{aligned}$$

Vì $2GA^2 - GB^2 + GC^2$ không đổi nên $2MA^2 - MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MG nhỏ nhất. Điều này xảy ra khi M là hình chiếu của G lên (P) .

Phương trình đường thẳng qua G và vuông góc với (P) là $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+2}{2}$.

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+2}{2} \\ 3x-3y+2z-15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ 2x-3z=8 \\ 3x-3y+2z=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-1 \\ z=0. \end{cases}$$

Vậy $M(4; -1; 0)$ và giá trị của biểu thức cần tìm bằng $2 \cdot 4 + 3 \cdot (-1) + 0 = 5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3472. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $3x - 2y + z - 12 = 0$.

B. $3x - 2y + z - 8 = 0$.

C. $3x + 2y + z - 12 = 0$.

D. $x - 2y + 3z - 8 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; -2; 1)$.

Mặt phẳng (P) qua M vuông góc với Δ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (3; -2; 1)$, suy ra phương trình mặt phẳng (P) là

$$3(x-3) - 2(y+1) + (z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + z - 12 = 0.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 3473. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; 2)$, mặt phẳng $(\alpha): x-y+z-4=0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A , vuông góc với (α) và đồng thời (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tìm tọa độ giao điểm M của (P) với trục hoành.

A. $M\left(-\frac{1}{2}; 0; 0\right)$.

B. $M\left(-\frac{1}{3}; 0; 0\right)$.

C. $M(1; 0; 0)$.

D. $M\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 1; 2)$ và bán kính $R = 4$.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; -1; 1)$.

Giả sử (P) cắt trục hoành tại điểm $M(m; 0; 0)$, do $(P) \perp (\alpha)$, suy ra (P) có hai véc-tơ chỉ phương là $\vec{AM} = (m; -1; -2)$ và $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; -1; 1)$.

Suy ra (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{AM}] = (3; m+2; m-1)$.

Từ đó ta có, phương trình mặt phẳng (P)

$$3(x-0) + (m+2)(y-1) + (m-1)(z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x + (m+2)y + (m-1)z - 3m = 0.$$

Gọi d là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) , r là bán kính đường tròn giao tuyến giữa mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) , khi đó ta có $R^2 = d^2 + r^2$.

Suy ra, để r nhỏ nhất khi và chỉ khi $d = d(I, (P))$ lớn nhất.

$$\text{Ta có } d = d(I, (P)) = \frac{|9 + (m+2) + (m-1)2 - 3m|}{\sqrt{3^2 + (m+2)^2 + (m-1)^2}} = \frac{9}{\sqrt{2m^2 + 2m + 14}} = \frac{9}{\sqrt{2\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{27}{2}}}.$$

$$\text{Lại có } 2\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{27}{2} \geq \frac{27}{2}, \text{ suy ra } d \leq \frac{9}{\sqrt{\frac{27}{2}}} = \sqrt{6}, \text{ từ đó suy ra } d \text{ lớn nhất khi } m = -\frac{1}{2}.$$

Vậy $M\left(-\frac{1}{2}; 0; 0\right)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3474. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 4z + 2018 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (1; 3; 4)$. B. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 4)$. C. $\vec{n}_3 = (-1; 3; -4)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; -3; 4)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_3 = (-1; 3; -4)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3475. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; -2\sqrt{2})$. Tính khoảng cách từ $O(0; 0; 0)$ đến mặt phẳng (ABC) .

- A. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. B. $\frac{4}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{7}{16}$. D. $\frac{16}{7}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $mp(ABC)$ là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2\sqrt{2}} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2\sqrt{2}} - 1 = 0$. Từ đây suy ra $d(O; (ABC)) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{-2\sqrt{2}}\right)^2}} = \frac{4}{\sqrt{7}}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3476. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y - 3z - 15 = 0$ và điểm $E(1; 2; -3)$. Mặt phẳng (P) đi qua E và song song với (Q) có phương trình là

- A. $(P): x + 2y - 3z - 14 = 0$. B. $(P): 2x - y + 5z + 15 = 0$.
C. $(P): x + 2y - 3z - 15 = 0$. D. $(P): 2x - y + 5z - 15 = 0$.

Lời giải.

Vì (P) song song với (Q) nên phương trình của (P) có dạng $x + 2y - 3z + c = 0$ ($c \neq -15$). Do $E \in (P)$ nên

$$1 + 2 \cdot 2 - 3 \cdot (-3) + c = 0 \Rightarrow c = -14.$$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $x + 2y - 3z - 14 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3477. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 3; -2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất, mặt phẳng (P) cắt trục Oy tại điểm B . Tọa độ của điểm B là

- A. $B\left(0; \frac{14}{3}; 0\right)$. B. $B(0; 14; 0)$. C. $B(0; -14; 0)$. D. $B\left(0; -\frac{14}{3}; 0\right)$.

Lời giải.

Dễ thấy, $d(O; (P)) \leq OM$, nên mặt phẳng (P) đi qua M , cách O một khoảng lớn nhất khi (P) nhận $\vec{OM} = (1; 3; -2)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Suy ra (P) có phương trình $x + 3y - 2z - 14 = 0$. Do đó giao điểm của (P) với trục Oy là $B\left(0; \frac{14}{3}; 0\right)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3478. Góc giữa 2 mặt phẳng $(P): 8x - 4y - 8z - 11 = 0$ và $(Q): \sqrt{2}x - \sqrt{2}y + 7 = 0$ bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Lời giải.

$$\bullet \cos((P), (Q)) = \frac{|8 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{2} - 8 \cdot 0|}{\sqrt{8^2 + (-4)^2 + (-8)^2} \cdot \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (-\sqrt{2})^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

• Suy ra góc giữa (P) và (Q) bằng 45° .

Chọn đáp án **C** □

Câu 3479. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + z - 5 = 0$. Có bao nhiêu điểm trên trục Oy thỏa mãn điểm M cách đều 2 mặt phẳng (P) và (Q) .

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

• Điểm $M \in Oy \Rightarrow M(0; m; 0)$.

• $d(M, (P)) = d(M, (Q)) \Leftrightarrow \frac{|m+1|}{\sqrt{3}} = \frac{|m+5|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m = -3$. Vậy có 1 điểm M thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3480. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 2; 3)$, $B(0; 1; 1)$, $C(1; 0; -2)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$ sao cho giá trị của biểu thức $T = MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ nhỏ nhất. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + b + c$ là

A. -3.

B. 2.

C. -2.

D. 3.

Lời giải.

Nhận xét: Điểm M luôn tồn tại. Ta có $M \in (P)$ nên $a + b + c + 2 = 0 \Leftrightarrow a + b + c = -2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3481. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 1; 2)$, $B(-3; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 3z - 14 = 0$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $\triangle MAB$ vuông tại M . Tính giá trị $a + b + 2c$.

A. 5.

B. 12.

C. 10.

D. 11.

Lời giải.

• $\overrightarrow{MA} = (x-3; y-1; z-2)$, $\overrightarrow{MB} = (x+3; y+1; z)$.

Tam giác MAB vuông tại M nên $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0$.

Do đó M thuộc mặt cầu (S) tâm $I(0; 0; 1)$ bán kính $R = \sqrt{11}$.

• Ta có $d(I, (P)) = \frac{11}{\sqrt{11}} = \sqrt{11}$ nên (P) tiếp xúc với (S) . Do đó điểm M là tiếp điểm của (P) và mặt cầu (S) .

• Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với $(P) \Leftrightarrow \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.

Ta có $t + t + 3(1 + 3t) - 14 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ nên $M(1; 1; 4)$. Vậy $a + b + 2c = 10$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3482. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0; -1; 2)$ và $N(-1; 1; 3)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M, N và tạo với mặt phẳng $(Q): 2x - y - 2z - 2 = 0$ góc có số đo nhỏ nhất. Điểm $A(1; 2; 3)$ cách mặt phẳng (P) một khoảng là

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.B. $\frac{7\sqrt{3}}{11}$.C. $\sqrt{3}$.D. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

• (P) có VTPT $\vec{n}_1 = (a; b; c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$. Ta có $M \in (P)$ nên $(P): ax + b(y+1) + c(z-2) = 0$.

Điểm $N \in (P)$ nên $-a + 2b + c = 0 \Leftrightarrow a = 2b + c$. (1)

• $\vec{n}_2 = (2; -1; -2)$ nên $|\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|2a - b - 2c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{|b|}{\sqrt{5b^2 + 4bc + 2c^2}}$.

• Với $c = 0$ thì $|\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

• Với $c \neq 0$ thì $|\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{\left|\frac{b}{c}\right|}{\sqrt{5\frac{b^2}{c^2} + 4\frac{b}{c} + 2}}$.

Đặt $t = \frac{b}{c}$ ta có $\cos^2(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \frac{t^2}{\sqrt{5t^2 + 4t + 2}} = f(t)$.

• Ta có $f'(t) = \frac{4t^2 + 4t}{5t^2 + 4t + 2}$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f'(t)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(t)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{5}$

• Từ bảng biến thiên, $\cos((P), (Q))$ đạt GTLN khi $t = -1 \Leftrightarrow b = -c \Rightarrow a = -c$. Chọn $c = -1$, ta có $a = b = 1$. Ta có $(P): x + y - z + 3 = 0$. Suy ra $d(A, (P)) = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3483. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -1)$, $B(1; 4; 3)$. Độ dài của đoạn AB là

A. 3.

B. $\sqrt{6}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{13}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (0; 6; 4)$. Khi đó độ dài đoạn AB là $|\vec{AB}| = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{56} = 2\sqrt{13}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3484. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2(x + 2y + 3z) = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm (khác gốc tọa độ O) của mặt cầu (S) và các trục tọa độ Ox , Oy , Oz . Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $6x - 3y - 2z - 12 = 0$.

B. $6x + 3y + 2z - 12 = 0$.

C. $6x - 3y - 2z + 12 = 0$.

D. $6x - 3y + 2z - 12 = 0$.

Lời giải.

— Mặt cầu (S) giao với trục Ox tại A có tọa độ $(x; 0; 0)$. Thay tọa độ điểm A vào phương trình của (S) ta có $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$. Do điểm A khác gốc tọa độ O nên $x = 2$. Vậy $A(2; 0; 0)$.

— Tương tự ta cũng tìm được tọa độ các giao điểm B, C là $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$.

— Ta có $\vec{AB} = (-2; 4; 0)$, $\vec{AC} = (-2; 0; 6)$. Suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (24; 12; 8)$.

Khi đó phương trình (ABC) là $24(x - 2) + 12y + 8z = 0 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 12 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3485. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Oxz ?

- A. $y = 0$. B. $x = 0$. C. $z = 0$. D. $y - 1 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng Oxz là $y = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3486. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; -1)$; $B(-1; 0; 4)$; $C(0; -2; -1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC ?

- A. $x - 2y - 5z = 0$. B. $x - 2y - 5z - 5 = 0$.
C. $x - 2y - 5z + 5 = 0$. D. $2x - y + 5z - 5 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua $A(2; 1; -1)$ và vuông góc với BC có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{BC} = (1; -2; -5)$ nên nó có phương trình là $1 \cdot (x - 2) + (-2) \cdot (y - 1) + (-5) \cdot (z + 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 5z - 5 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3487. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 2; 1)$, $C(3; 6; -5)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là

- A. $M(1; 2; 0)$. B. $M(0; 0; -1)$. C. $M(1; 3; -1)$. D. $M(1; 3; 0)$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Ta có $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$, dễ thấy $MA^2 + MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất, suy ra M là hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (Oxy) . Dễ thấy $G(1; 3; -1) \Rightarrow M(1; 3; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3488. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; -1; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$. Mặt phẳng đi qua M cắt S theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là

- A. $x - y + 2z - 2 = 0$. B. $x - y + 2z = 0$. C. $x - y + 2z - 6 = 0$. D. $x - y + 2z - 4 = 0$.

Lời giải.

(S) có bán kính $R = 3$ và tâm $I(0; 0; 0)$, $IM = \sqrt{6} < 3$ nên I nằm trong hình cầu (S) . Gọi r là bán kính của đường tròn, (P) là mặt phẳng qua M , ta có $r^2 = R^2 - d^2(I, (P)) = 9 - d^2(I, (P)) \geq 9 - IM^2 = 3$, suy ra bán kính $r_{\min} = \sqrt{3}$ khi $\overrightarrow{IM}$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) . Vậy phương trình của mặt phẳng $(P): (x - 1) - (y + 1) + 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 6 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3489. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 3z - 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n} = (2; -1; 3)$. B. $\vec{n} = (-2; 1; 3)$. C. $\vec{n} = (-4; -2; 6)$. D. $\vec{n} = (2; 1; 3)$.

Lời giải.

(α) có một VTPT là $\vec{n}' = (2; -1; 3)$ nên $\vec{n} = -2\vec{n}' = (-4; -2; 6)$ cũng là một VTPT của (α) .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3490. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; 1)$, $B(3; 3; -1)$. Lập phương trình mặt phẳng (α) là trung trực của đoạn thẳng AB .

- A. $(\alpha): 2x - y + z + 1 = 0$. B. $(\alpha): 2x + y - z - 2 = 0$.
C. $(\alpha): 2x + y - z - 4 = 0$. D. $(\alpha): 2x + y + z + 4 = 0$.

Lời giải.

Trung điểm của AB là $M(1; 2; 0)$, (α) nhận $\overrightarrow{AB} = (4; 2; -2)$ là một VTPT nên $\vec{n} = (2; 1; -1)$ cũng là một VTPT của (α) . Do đó phương trình (α) là $2x + y - z - 4 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3491. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(0; 1; 0)$, $N(0; 0; 2)$, $A(3; 2; 1)$. Lập phương trình mặt phẳng (MNP) , biết điểm P là hình chiếu vuông góc của A lên trục Ox .

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 0$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Hình chiếu của $A(3; 2; 1)$ lên trục Ox là $P(3; 0; 0)$ nên ta có (MNP) : $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3492. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thuộc mặt cầu (S) : $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 9$ và ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(2; 1; 3)$, $C(0; 2; -3)$. Biết rằng quỹ tích các điểm M thỏa mãn $MA^2 + 2 \cdot \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 8$ là đường tròn cố định, tính bán kính r đường tròn này.

A. $r = \sqrt{7}$. B. $r = 2\sqrt{2}$. C. $r = \sqrt{2}$. D. $r = 7$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (1 - x; -y; -z)$, $\overrightarrow{MB} = (2 - x; 1 - y; 3 - z)$, $\overrightarrow{MC} = (-x; 2 - y; -3 - z)$.

Khi đó

$$\begin{aligned} MA^2 + 2 \cdot \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} &= 8 \\ \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 + z^2 + 2[x(x - 2) + (y - 1)(y - 2) + (z - 3)(z + 3)] &= 8 \\ \Leftrightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) - 6x - 6y - 21 &= 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow M \in (S'): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 7 = 0.$$

$$\text{Mà } M \in (S): (x - 3)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y + 1 = 0.$$

Suy ra $M \in (P): 4x - 4y - 8 = 0$. Như vậy quỹ tích điểm M là đường tròn giao tuyến của (S) tâm $I(3; -1; 0)$, bán kính $R = 3$ và (P) . Ta có $d[I, (P)] = \sqrt{2} \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{7}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3493. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3z + 2 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{w} = (1; 0; -3)$. B. $\vec{v} = (2; -6; 4)$. C. $\vec{u} = (1; -3; 0)$. D. $\vec{n} = (1; -3; 2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): x - 3z + 2 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; 0; -3)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3494. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(-1; 0; -2)$ đến mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 9 = 0$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. B. 4. C. $\frac{10}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } d(A, (P)) = \frac{|-1 - 2 \cdot 0 - 2 \cdot (-2) + 9|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{12}{3} = 4.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 3495. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$. B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-1} = 1$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-1} = 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3496. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n} = (1; 2; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến?

A. $x - 2y + 3z + 1 = 0$. B. $2x + 4y + 6z + 1 = 0$.
C. $2x - 4z + 6 = 0$. D. $x + 2y - 3z - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có mặt phẳng $2x + 4y + 6z + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 4; 6) = 2(1; 2; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3497. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 2; 1)$ và $B(5; -4; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB .

A. $(P): 4x - 3y - 7 = 0$. B. $(P): 4x - 3y + 7 = 0$.
C. $(P): 4x - 3y + 2z - 16 = 0$. D. $(P): 4x - 3y + 2z + 16 = 0$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm AB suy ra $M(1; -1; 1)$. $\overrightarrow{AB} = (8; -6; 0)$.

Mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng (AB) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; -3; 0)$ và qua $M(1; -1; 1)$ có phương trình là $(P): 4x - 3y - 7 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3498. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B . Biết tiếp diện của (S) tại A, B vuông góc. Tính độ dài AB .

A. $AB = \frac{5}{2}$. B. $AB = 5$. C. $AB = 5\sqrt{2}$. D. $AB = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

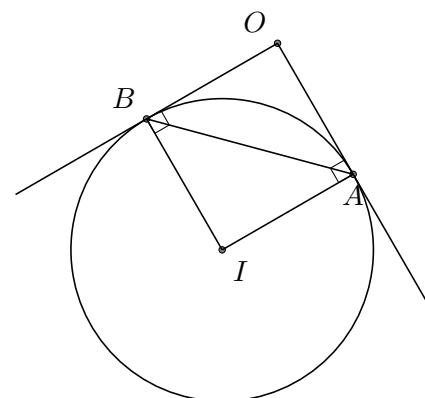
Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$, bán kính $R = 5$.

Xét mặt phẳng (P) chứa d cắt giao tuyến của hai tiếp diện tại O .

Ta có tứ giác $OIAB$ là hình vuông. Suy ra

$$AB = IA \cdot \sqrt{2} = R \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3499. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 4)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 2$. B. $2x + 4y + 4z = 0$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 0$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 4)$ có phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3500. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(5; 0; 0)$, $B(1; 2; -4)$, $C(4; 3; 0)$, $\text{mp}(\alpha): x + 2y + 2z - 10 = 0$. Viết phương trình mặt cầu đi qua A, B, C và tiếp xúc $\text{mp}(\alpha)$.

A. $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 9$.

B. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 9$.

C. $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 9$.

D. $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Lời giải.

Gọi $I(x; y; z)$ là tâm mặt cầu cần viết.

Theo bài ra ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} AI = BI \\ AI = CI \\ AI = d(I, (\alpha)) \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \sqrt{(x-5)^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2} \\ \sqrt{(x-5)^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-3)^2 + z^2} \\ \sqrt{(x-5)^2 + y^2 + z^2} = \frac{|x+2y+2z-10|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x - y + 2z = 1 \\ x - 3y = 0 \\ 3\sqrt{(x-5)^2 + y^2 + z^2} = |x+2y+2z-10| \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 3y \\ z = \frac{-5y+1}{2} \\ 9 \left[(3y-5)^2 + y^2 + \left(\frac{-5y+1}{2} \right)^2 \right] = \left[3y + 2y + 2 \frac{-5y+1}{2} - 10 \right]^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 3y \\ z = \frac{-5y+1}{2} \\ 65y^2 - 130y + 65 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình mặt cầu tâm $I(3; 1; -2)$ bán kính $R = AI = 3$ là $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 9$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3501. Cho $A(1; -1; 0)$ và $\text{mp}(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$. Điểm $M(a; b; c) \in \text{mp}(P)$ sao cho $MA \perp OA$ và đoạn AM bằng 3 lần khoảng cách từ A đến $\text{mp}(P)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a + b + c = -3$.

B. $a + b + c = 3$.

C. $a + b + c = 5$.

D. $a + b + c = -5$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} M \in \text{mp}(P) \\ AM \perp OA \\ AM = 3d(A, (P)) \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2b + c - 1 = 0 \\ 1(a - 1) - 1(b + 1) + 0(c - 0) = 0 \\ \sqrt{(a - 1)^2 + (b + 1)^2 + (c - 0)^2} = 3 \cdot \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-1) + 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2b + c - 1 = 0 \\ a - b - 2 = 0 \\ (a - 1)^2 + (b + 1)^2 + c^2 = 9 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} b = a - 2 \\ c = -3 \\ (a - 1)^2 + (a - 2 + 1)^2 + (-3)^2 = 9 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -3. \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy $a + b + c = -3$.Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3502. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + y + z - 3 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $y - z - 1 = 0$. B. $y - 2z = 0$. C. $y + z = 0$. D. $y - z = 0$.

Lời giải.

(Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}(1; 1; 1)$. Từ giả thiết, ta suy ra (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $[\vec{n}; \vec{i}] = (0; 1; -1)$. Do (P) đi qua gốc tọa độ O nên phương trình của (P) là $y - z = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3503. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm là điểm $I(1; 2; 4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 1 = 0$.

- A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 4$. B. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 4$.
C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 9$. D. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 4)^2 = 4$.

Lời giải.

Bán kính R chính bằng khoảng cách từ I đến (P) . Do đó, $R = \frac{|9|}{3} = 3$. Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3504. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 0; 3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $3OA = 2OB = OC \neq 0$?

- A. 3. B. 8. C. 4. D. 2.

Lời giải.

Từ giả thiết, ta có thể coi $A(2a; 0; 0)$, $B(0; 3b; 0)$, $C(0; 0; 6c)$ (với $|a| = |b| = |c| \neq 0$). Khi đó, phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{2a} + \frac{y}{3b} + \frac{z}{6c} = 1$.

Do (P) đi qua $M(-1; 0; 3)$ nên $-\frac{1}{2a} + \frac{1}{2c} = 1$. Theo trên, $c = \pm a$, kết hợp với phương trình vừa thu được, ta suy ra $a = -1, c = 1$.

Cũng theo trên, $b = \pm a$, nên có 2 giá trị của b . Suy ra có 2 bộ (a, b, c) thỏa mãn, hay có 2 mặt phẳng thỏa yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3505. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x - z + 1 = 0$?

- A. $\vec{n}_1 = (3; -1; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (3; -1; 0)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 0; -1)$. D. $\vec{n}_4 = (0; 3; -1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 3x - z + 1 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \vec{n}_3 = (3; 0; -1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3506. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(-4; 2; 1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 2)$ là phương trình nào dưới đây?

- A. $x - 2y + 2z + 6 = 0$. B. $x - 2y + 2z + 8 = 0$.
C. $x - 2y + 2z - 6 = 0$. D. $x + 2y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng qua $M(-4; 2; 1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 2)$ có phương trình là

$$\begin{aligned} 1(x + 4) - 2(y - 2) + 2(z - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow x - 2y + 2z + 6 &= 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3507. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng lần lượt cắt ba trục tọa độ Ox , Oy , Oz tại các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 4)$.

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 0$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$. D. $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Mặt phẳng qua ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 4)$ có phương trình là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3508. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách d từ điểm $M(-1; 2; 3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - 6y + 3z + 1 = 0$.

- A. $d = \frac{6}{7}$. B. $d = \frac{4}{7}$. C. $d = \frac{4}{49}$. D. $d = \frac{6}{49}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} d = d(M, (P)) &= \frac{|2 \cdot (-1) - 6 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-6)^2 + 3^2}} \\ &= \frac{4}{7}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3509. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 1 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 5 = 0$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. (P) đi qua tâm của mặt cầu (S) . B. (P) cắt mặt cầu (S) .
C. (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) . D. (P) không cắt mặt cầu (S) .

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$, bán kính $R = \sqrt{1 + 4 + 9 - 5} = 3$.

Ta có

$$\begin{aligned} d(I, (P)) &= \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - (-3) - 1|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} \\ &= \frac{8}{3} < R. \end{aligned}$$

Do đó (P) cắt mặt cầu (S) .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3510. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 2z - 5 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 4x + 5y - z + 1 = 0$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{v}_1 = (3; -2; 2)$. B. $\vec{v}_2 = (-8; -11; 23)$.
C. $\vec{v}_3 = (4; 5; -1)$. D. $\vec{v}_4 = (8; -11; -23)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 2z - 5 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (3; -2; 2)$.

Mặt phẳng $(Q): 4x + 5y - z + 1 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (4; 5; -1)$.

Vì $d = (P) \cap (Q)$ nên véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là

$$\vec{u}_d = [\vec{n}_Q, \vec{n}_P] = (8; -11; -23).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3511. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 3)$ và $D\left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$.

Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua ba trong năm điểm O , A , B , C , D ?

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 10.

Lời giải.

Ta có mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1$.

Suy ra $D\left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$ thuộc mặt phẳng (ABC) .

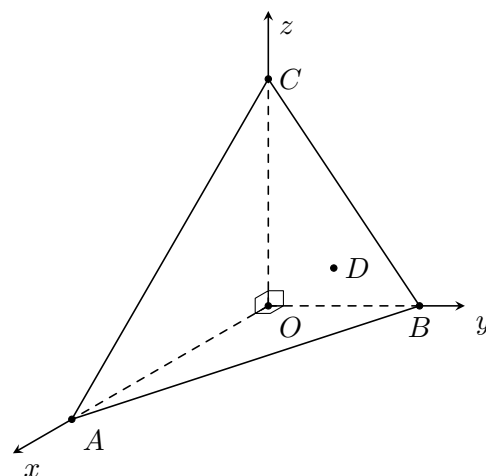
Số mặt phẳng qua ba trong bốn điểm A , B , C , D là 1.

Số mặt phẳng qua điểm O và hai trong bốn điểm A , B , C , D

là $C_4^2 = 6$.

Vậy số mặt phẳng phân biệt đi qua ba trong năm điểm O , A , B , C , D là

$$1 + 6 = 7.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 3512. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1) , (S_2) có phương trình lần lượt là $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$ và $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 4$. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) , (S_2) . Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) .

A. $\frac{9}{2} - \sqrt{15}$.

B. $\sqrt{15}$.

C. $\frac{9 + \sqrt{15}}{2}$.

D. $\frac{8\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

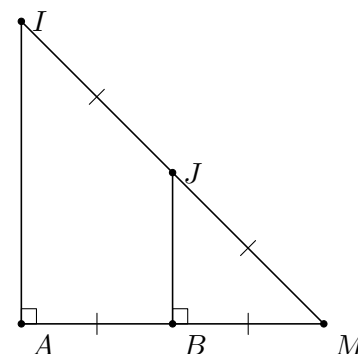
Mặt cầu (S_1) có tâm $I(2; 1; 1)$ và bán kính $R_1 = 4$.

Mặt cầu (S_2) có tâm $J(2; 1; 5)$ và bán kính $R_2 = 2$.

Gọi A , B lần lượt là hai tiếp điểm của (S_1) , (S_2) với mặt phẳng (P) .

Gọi M là giao điểm của IJ với mặt phẳng (P) . Ta có

$$\frac{MI}{MJ} = \frac{IA}{JB} = 2.$$



Suy ra J là trung điểm của IM , do đó $M(2; 1; 9)$.

Gọi véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (a; b; c)$ ($a^2 + b^2 + c^2 > 0$), khi đó phương trình của mặt phẳng (P) là

$$a(x-2) + b(y-1) + c(z-9) = 0.$$

Ta có

$$\begin{aligned} d(I, (P)) &= 4 \\ \Leftrightarrow \frac{|8c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} &= 4 \\ \Leftrightarrow \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} &= \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow a^2 + b^2 &= 3c^2 \\ \Leftrightarrow \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 &= 3. \quad (1) \end{aligned}$$

Mặt khác,

$$d(O, (P)) = \frac{|2a + b + 9c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|2a + b + 9c|}{2c} = \frac{1}{2} \left| \frac{2a}{c} + \frac{b}{c} + 9 \right|. \quad (2)$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có

$$\left(\frac{2a}{c} + \frac{b}{c}\right)^2 \leq (2^2 + 1^2) \left[\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2\right]. \quad (3)$$

Từ (1) và (3) ta có

$$\left(\frac{2a}{c} + \frac{b}{c}\right)^2 \leq 15 \Leftrightarrow -\sqrt{15} \leq \frac{2a}{c} + \frac{b}{c} \leq \sqrt{15}. \quad (4)$$

Từ (2) và (4) suy ra

$$\frac{9 - \sqrt{15}}{2} \leq d(O, (P)) \leq \frac{9 + \sqrt{15}}{2}.$$

Vậy khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{9 + \sqrt{15}}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3513. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 2; -5)$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy) .

- A. $\sqrt{30}$. B. $\sqrt{5}$. C. 25. D. 5.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm M tới (Oxy) là $|z_M| = |-5| = 5$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3514. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 2x - y + 5z - 15 = 0$ và điểm $E(1; 2; -3)$. Mặt phẳng (P) qua E và song song với (Q) có phương trình là

- A. $(P): x + 2y - 3z + 15 = 0$. B. $(P): x + 2y - 3z - 15 = 0$.
C. $(P): 2x - y + 5z + 15 = 0$. D. $(P): 2x - y + 5z - 15 = 0$.

Lời giải.

Ta có $(P) \parallel (Q)$ suy ra véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; 5)$.

Mặt phẳng (P) qua E có phương trình là

$$(P): 2(x - 1) - (y - 2) + 5(z + 3) = 0 \Leftrightarrow (P): 2x - y + 5z + 15 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3515. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (3; 2; 1)$. B. $\vec{n} = (3; 1; -2)$. C. $\vec{n} = (3; 2; -1)$. D. $\vec{n} = (2; -1; 2)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (3; 2; -1)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3516. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 2); B(3; 1; -1); C(2; 0; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A, B, C .

- A. $(\alpha): 3x + z - 8 = 0$. B. $(\alpha): 3x + z + 8 = 0$.
C. $(\alpha): 5x - z - 8 = 0$. D. $(\alpha): 2x - y + 2z - 8 = 0$.

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB} = (1; 2; -3); \overrightarrow{AC} = (0; 1; 0); [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; 0; 1).$$

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(2; -1; 2)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; 0; 1)$ nên có phương trình là

$$3(x - 2) + 0(y + 1) + 1(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x + z - 8 = 0.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 3517. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 3$ và mặt phẳng $(\alpha): (m - 4)x + 3y - 3mz + 2m - 8 = 0$. Với giá trị nào của m thì (α) tiếp xúc với (S) ?

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{-7 + \sqrt{33}}{2}$. D. $m = \frac{-7 \pm \sqrt{33}}{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 1; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{3}$.

Mặt phẳng (α) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} d(I, (\alpha)) = R &\Leftrightarrow \frac{|(m-4) \times (-3) + 3 \times 1 - 3m \times (-1) + 2m - 8|}{\sqrt{(m-4)^2 + 3^2 + (-3m)^2}} = \sqrt{3} \\ &\Leftrightarrow \frac{|2m+7|}{\sqrt{10m^2-8m+25}} = \sqrt{3} \\ &\Leftrightarrow 26m^2 - 52m + 26 = 0 \Leftrightarrow m = 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 3518. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 2z - 15 = 0$ và điểm $M(1; 2; -3)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua M và song song với (P) .

A. $(Q): 2x - 3y + 2z - 10 = 0$.

B. $(Q): x + 2y - 3z - 10 = 0$.

C. $(Q): 2x - 3y + 2z + 10 = 0$.

D. $(Q): x + 2y - 3z + 10 = 0$.

Lời giải.

Do mặt phẳng $(Q) \parallel (P)$ nên (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -3; 2)$.

Phương trình mặt phẳng

$$(Q): 2(x-1) - 3(y-2) + 2(z+3) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y + 2z + 10 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3519. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 1)$, $B(1; 2; 4)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $(P): -x + 3y + 3z - 2 = 0$.

B. $(P): x - 3y - 3z - 2 = 0$.

C. $(P): 2x - y + z + 2 = 0$.

D. $(P): 2x - y + z - 2 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (-1; 3; 3)$ nên có phương trình là $-1(x-2) + 3(y+1) + 3(z-1) = 0 \Leftrightarrow -x + 3y + 3z + 2 = 0 \Leftrightarrow x - 3y - 3z - 2 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3520. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; -5)$ cắt mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 10 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn có chu vi $2\pi\sqrt{3}$. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 10z + 18 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 10z + 12 = 0$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 16$.

Lời giải.

Đường tròn giao tuyến có chu vi $2\pi\sqrt{3}$ nên nó có bán kính $r = \sqrt{3}$.

$$\text{Gọi } h = d(I, (P)) = \frac{|2 \times (-1) - 2 \times 2 - 1 \times (-5) + 10|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 3.$$

Suy ra bán kính R của mặt cầu (S) được tính theo công thức $R = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{12}$.

$$\text{Phương trình của } (S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 12 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 10z + 18 = 0.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 3521. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 5z - 4 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $A(0; 0; 4)$.

B. $B(-1; 2; 3)$.

C. $C(1; -2; 5)$.

D. $D(-5; -2; 1)$.

Lời giải.

Với $D(-5; -2; 1)$, thay vào phương trình (P) , ta có $-5 - 2 \cdot (-2) + 5 \cdot (1) - 4 = 0$. Suy ra $D \in (P)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3522. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x - y - 3z + 7 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (4; -1; 3)$. B. $\vec{n} = (-4; -1; 3)$. C. $\vec{n} = (4; -3; 7)$. D. $\vec{n} = (4; -1; -3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (4; -1; -3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3523. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với mặt phẳng $x + 2y - 3z + 1 = 0$ có phương trình là

- A. $x + 2y - 3z + 2 = 0$. B. $x + 2y - 3z + 5 = 0$.
C. $x + 2y - 3z + 4 = 0$. D. $x + 2y - 3z + 3 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng qua $M(1; 2; 3)$ và nhận $\vec{n} = (1; 2; -3)$ là véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$1(x - 1) + 2(y - 2) - 3(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3z + 4 = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3524. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z + 4 = 0$ và điểm $A(2; -1; 2)$. Mặt phẳng qua A song song với trục Oy và vuông góc với (α) có phương trình là phương trình nào dưới đây?

- A. $-3x - 2z + 10 = 0$. B. $3y - 2z - 2 = 0$. C. $3x - 2z - 2 = 0$. D. $3x - 2y - 8 = 0$.

Lời giải.

Gọi (β) là mặt phẳng cần tìm.

Ta có mặt phẳng (α) nhận $\vec{n}_\alpha = (2; -1; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến và trục Oy nhận $\vec{j} = (0; 1; 0)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Đặt $\vec{n} = [\vec{n}_\alpha, \vec{j}] = (-3; 0; 2)$.

Mặt phẳng (β) đi qua $A(2; -1; 2)$ và nhận $\vec{n} = (-3; 0; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$(-3)(x - 2) + 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow -3x + 2z + 2 = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3525. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 4z + 4 = 0$ và điểm $M(4; -1; 2)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (α) ?

- A. $\frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{2}$. B. $\frac{x+4}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{4}$.
C. $\frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{4}$. D. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n} = (3; -2; 4)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α) .

Đường thẳng (d) qua M và vuông góc với (α) nên nhận $\vec{n} = (3; -2; 4)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Vậy phương trình chính tắc của (d) là $\frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{4}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3526. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{-5}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Tìm phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 .

A. $18x + 7y + 3z + 20 = 0$.

B. $18x - 7y + 3z + 34 = 0$.

C. $18x + 7y + 3z - 20 = 0$.

D. $18x - 7y + 3z - 34 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 qua $M(1; -1; 3)$ và nhận $\vec{u}_1 = (2; 3; -5)$ làm véc-tơ chỉ phương; d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 3; 1)$.

Mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song d_2 nên nhận véc-tơ $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (18; -7; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình tổng quát của (P) là

$$\begin{aligned} 18(x-1) - 7(y+1) + 3(z-3) &= 0 \\ \Leftrightarrow 18x - 7y + 3z - 34 &= 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 3527. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 1 = 0$. Viết phương trình (P) đi qua hai điểm $A(0; -1; 1)$ và $B(1; -2; 1)$ đồng thời cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng $\sqrt{2}\pi$.

A. $x + y + 3z - 2 = 0, x + y - 5z + 6 = 0$.

B. $x + y + 3z - 2 = 0, x + y + z = 0$.

C. $x + y - 3z + 4 = 0, x + y - z + 2 = 0$.

D. $x + y + 1 = 0, x + y + 4z - 3 = 0$.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (P) có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ trong đó $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 0)$; bán kính $R = 1$. Đường tròn giao tuyến có bán kính $r = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra, $d(I, (P)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Do mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A và B nên ta có $\begin{cases} -B + C + D = 0 \\ A - 2B + C + D = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = B \\ B = C + D. \end{cases}$

Mặt khác, $d(I, (P)) = \frac{|A - B + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{|A - C|}{\sqrt{2A^2 + C^2}}$.

Suy ra, $\frac{|A - C|}{\sqrt{2A^2 + C^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2C^2 - 8AC = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} C = 0 \\ C = 4A. \end{cases}$

— Với $C = 0 \Rightarrow A = B = D$.

Chọn $A = 1$, ta được phương trình mặt phẳng (P_1) là $x + y + 1 = 0$.

— Với $C = 4A$:

Chọn $A = 1 \Rightarrow B = 1, C = 4, D = -3$ ta được phương trình (P_2) : $x + y + 4z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 3528. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z - 7 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc (S) sao cho $2a + 3b + 6c$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $a + b + c$.

A. $T = \frac{81}{7}$.

B. $T = -\frac{12}{7}$.

C. $T = \frac{11}{7}$.

D. $T = \frac{79}{7}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 2)$, bán kính $R = 4$.

Xét mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 3y + 6z = 0$.

Ta có $d(M, (P)) = \frac{|2a + 3b + 6c|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}}$.

Như vậy $2a + 3b + 6c$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $d(M, (P))$ lớn nhất.

Đường thẳng d đi qua I và vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 2 + 6t \end{cases}$.

Khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất khi M là một trong hai giao điểm của d với mặt cầu (S) .

Tọa độ giao điểm $M(x; y; z)$ của d và (S) là nghiệm x, y, z của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 2 + 6t \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 2 + 6t \\ 49t^2 - 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 2 + 6t \\ t = \pm \frac{4}{7} \end{cases}$$

— Với $t = \frac{4}{7}$ ta được $M_1 = \left(\frac{15}{7}; \frac{26}{7}; \frac{38}{7}\right)$. Khi đó, $d(M_1, (P)) = \frac{48}{7}$.

— Với $t = -\frac{4}{7}$ ta được $M_2 = \left(-\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; -\frac{10}{7}\right)$. Khi đó, $d(M_2, (P)) = \frac{8}{7}$.

Vậy điểm M_1 thỏa mãn yêu cầu bài toán và $a + b + c = \frac{79}{7}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3529. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{|z|^2}{z} - \frac{z-i}{1-i} = 3i$. Trên hệ tọa độ Oxy , khoảng cách từ gốc tọa độ đến điểm biểu diễn số phức z là

A. 3.

B. 4.

C. -5.

D. 5.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$, do giả thiết ta có

$$\begin{aligned} \frac{|z|^2}{z} - \frac{z-i}{1-i} = 3i &\Leftrightarrow \frac{z \cdot \bar{z}}{z} - \frac{z-i}{1-i} = 3i \Leftrightarrow \bar{z} - \frac{z-i}{1-i} = 3i \\ &\Leftrightarrow (a-bi) \cdot (1-i) - (a+bi-i) = 3i \cdot (1-i) \\ &\Leftrightarrow -b + (1-a-b)i = 3 + 3i \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -b = 3 \\ 1-a-b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $z = 4 - 3i$ nên điểm biểu diễn số phức là $M(4; -3)$. Khi đó $OM = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3530. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 11 = 0$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$. Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của (P) và (S) . Tính chu vi đường tròn (C) .

A. 6π .

B. 8π .

C. 10π .

D. 4π .

Lời giải.

Phương trình mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$.

Gọi I, R là tâm và bán kính mặt cầu. Ta có $I(-2; 1; -3)$ và $R = 5$. Gọi J, r là tâm và bán kính

đường tròn (C).

$$\text{Do } IJ \perp (P) \text{ nên } IJ = d(I; (P)) = \frac{|-2 - 2 - 6 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 3.$$

Mà $r = \sqrt{R^2 - IJ^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$. Khi đó chu vi đường tròn (C) là $2\pi r = 8\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3531. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; -4; 1)$ và chắn trên các trục tọa độ Ox , Oy , Oz theo ba đoạn có độ dài đại số lần lượt là a , b , c . Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) khi a , b , c theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân có công bội bằng 2 là

A. $4x + 2y - z - 1 = 0$.

B. $4x - 2y + z + 1 = 0$.

C. $16x + 4y - 4z - 1 = 0$.

D. $4x + 2y + z - 1 = 0$.

Lời giải.

Do giả thiết suy ra $a, b, c \neq 0$ và $b = 2a$, $c = 2b$. Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$ khi đó phương trình mặt phẳng (P): $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Do M thuộc (P) nên

$$\frac{2}{a} - \frac{4}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{a} - \frac{4}{2a} + \frac{1}{4a} = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}.$$

Suy ra $b = \frac{1}{2}$ và $c = 1$ do đó phương trình mặt phẳng (P): $4x + 2y + z - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3532. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1; 1; 0)$, $B(1; 1; 2)$, $D(1; 0; 2)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Gọi S là diện tích hình bình hành $ABCD$ khi đó $S = \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \right|$. Mà $\overrightarrow{AB}(0; 0; 2)$ và $\overrightarrow{AD}(0; -1; 2)$ suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] = (2; 0; 0)$ nên $\left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \right| = 2$. Vậy $S = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3533. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$ và $C(0; 0; 2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC)?

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$. D. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Áp dụng công thức phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta được (ABC): $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3534. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x - 2z + 3 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n} = (1; -2; 0)$.

B. $\vec{n} = (1; 0; -2)$.

C. $\vec{n} = (3; -2; 1)$.

D. $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3535. Cho $A(1; 2; 3)$, mặt phẳng (P): $x + y + z - 2 = 0$. Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) và (Q) cách điểm A một khoảng bằng $3\sqrt{3}$. Phương trình mặt phẳng (Q) là

A. $x + y + z + 3 = 0$ và $x + y + z - 3 = 0$.

B. $x + y + z + 3 = 0$ và $x + y + z + 15 = 0$.

C. $x + y + z + 3 = 0$ và $x + y + z - 15 = 0$.

D. $x + y + z + 3 = 0$ và $x + y - z - 15 = 0$.

Lời giải.

Do $(Q) \parallel (P) \Rightarrow (Q): x + y + z + d = 0, \quad d \neq -2.$

$$\text{Mà } d(A, (Q)) = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow |6 + d| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ d = -15. \end{cases}$$

Vậy $(Q_1): x + y + z + 3 = 0$ và $(Q_2): x + y + z - 15 = 0.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3536. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; -1), B(4; -1; 2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $2x + 2y + 3z + 1 = 0.$

B. $4x - 4y - 6z + \frac{15}{2} = 0.$

C. $4x + 4y + 6z - 7 = 0.$

D. $x + y - z = 0.$

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của AB . Tọa độ trung điểm của AB là $I\left(3; -2; \frac{1}{2}\right).$

Véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (2; 2; 3).$

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (\alpha): 2(x - 3) + 2(y + 2) + 3\left(z - \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 4x + 4y + 6z - 7 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3537. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?

A. $x - 2y - 3z + 6 = 0.$

B. $x - 2y + 3z - 12 = 0.$

C. $x - 2y - 3z - 6 = 0.$

D. $x - 2y + 3z + 12 = 0.$

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ có phương trình

$$1 \cdot (x - 1) - 2 \cdot (y - 2) + 3 \cdot (z + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 3538. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $P: 3x - 4y + 5z - 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng P ?

A. $\vec{n} = (3; -5; -2).$

B. $\vec{n} = (-4; 5; -2).$

C. $\vec{n} = (3; -4; 5).$

D. $\vec{n} = (3; -4; 2).$

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng P là $\vec{n} = (3; -4; 5).$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3539. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $M(-2; 1; -8).$

B. $N(4; 2; 1).$

C. $P(3; 1; 3).$

D. $Q(1; 2; -5).$

Lời giải.

Vì $2 \cdot 3 - 3 \cdot 1 - 3 - 1 = -1 \neq 0$ nên điểm $P(3; 1; 3)$ không thuộc mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **C** □

Câu 3540. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $P(0; 0; -5).$

B. $N(-5; 0; 0).$

C. $Q(2; -1; 5).$

D. $M(1; 1; 6).$

Lời giải.

Vì $1 - 2 \cdot 1 + 6 - 5 = 0$ nên điểm $M(1; 1; 6)$ thuộc mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3541. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 1)$, $B(1; -2; 3)$, $C(4; 1; 0)$, phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $x + 3y + 4z + 7 = 0$.

B. $x + 3y + 4z - 7 = 0$.

C. $3x + y + 4z - 5 = 0$.

D. $4x + y + 3z - 4 = 0$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (1; -3; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (4; 0; -1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; 9; 12)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$(x - 0) + 3(y - 1) + 4(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 4z - 7 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3542. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 25$ và mặt phẳng $(P): 4x + 3z - 34 = 0$. Có bao nhiêu mặt phẳng song song với (P) và tiếp xúc (S) ?

A. 0.

B. 1.

C. Vô số.

D. 2.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; -1)$, bán kính $R = 5$.

Mặt phẳng $(P) \parallel (\alpha)$ có dạng $4x + 3z + m = 0$, $(m \neq 34)$.

$$(P) \text{ tiếp xúc } (S) \Leftrightarrow d(I, (P)) = R \Leftrightarrow |m + 9| = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 16 \text{ (nhận)} \\ m = -34 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3543. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + 4y + 3z - 5 = 0$ và $(Q): mx - ny - 6z + 2 = 0$. Giá trị của m, n sao cho $(P) \parallel (Q)$ là

A. $m = 4; n = -8$.

B. $m = n = 4$.

C. $m = -4; n = 8$.

D. $m = n = -4$.

Lời giải.

(P) có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{(P)} = (2; 4; 3)$, (Q) có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{(Q)} = (m; -n; -6)$.

$$\text{Để hai mặt phẳng trên song song thì } \vec{u}_{(Q)} = k\vec{u}_{(P)} (k \neq 0) \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2k \\ -n = 4k \\ -6 = 3k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -2 \\ m = -4 \\ n = 8. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3544. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

A. $\vec{n} = (3; 6; -2)$.

B. $\vec{n} = (2; -1; 3)$.

C. $\vec{n} = (-3; -6; -2)$.

D. $\vec{n} = (-2; -1; -3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng trên đi qua các điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Do đó véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng cùng phương với $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (2; 0; 3) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3; -6; 2)$. Vậy chọn một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng đó là $\vec{n} = (3; 6; -2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3545. Trong không gian $Oxyz$, giá trị dương của m sao cho mặt phẳng (Oxy) tiếp xúc với mặt cầu $(x - 3)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = m^2 + 1$ là

A. $m = 5$.

B. $m = \sqrt{3}$.

C. $m = 3$.

D. $m = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Mặt phẳng $Oxy : z = 0$.

Mặt cầu $(S) : (x - 3)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = m^2 + 1$ có tâm $I(3; 0; 2)$ bán kính $R = \sqrt{m^2 + 1}$.

Để (Oxy) tiếp xúc với mặt cầu (S) thì $d(I, Oxy) = R \Rightarrow \frac{|2|}{\sqrt{1^2}} = \sqrt{m^2 + 1} \Leftrightarrow m^2 + 1 = 4 \Leftrightarrow m^2 = 3$
 $\Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}$. Vì m nhận giá trị dương nên $m = \sqrt{3}$.

Vậy $m = \sqrt{3}$ thỏa yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3546. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} =$

$\frac{z-4}{3}$ và $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có phương trình là

A. $-2x - y + 9z - 36 = 0$.

B. $2x - y - z = 0$.

C. $6x + 9y + z + 8 = 0$.

D. $6x + 9y + z - 8 = 0$.

Lời giải.

Gọi $d_1 : \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d_2 : \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$.

Khi đó VTCP của d_1, d_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (-2; 1; 3), \vec{u}_2 = (1; -1; 3)$.

Mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng d_1 và d_2 có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (6; 9; 1)$.

Chọn $M(1; -2; 4) \in d_1 \Rightarrow M \in (\alpha)$

Suy ra phương trình mặt phẳng (α) là : $6x + 9y + z + 8 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3547. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x + 2y - z - 7 = 0$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π có phương trình là

A. $2x + 2y - z - 19 = 0$.

B. $2x + 2y - z + 17 = 0$.

C. $2x + 2y - z - 17 = 0$.

D. $2x + 2y - z + 7 = 0$.

Lời giải.

$(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0 \Leftrightarrow (S) : (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$.

(S) có tâm $I(1, -2, 3)$, bán kính $R = \sqrt{25} = 5$.

Gọi r là bán kính đường tròn. Ta có $2\pi r = 6\pi \Rightarrow r = 3$.

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm.

Vì $(Q) \parallel (P)$ nên (Q) có dạng : $2x + 2y - z + c = 0$. ($c \neq -7$)

Mặt phẳng (Q) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π nên

$$d(I, (Q)) = \sqrt{R^2 - r^2} \Rightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) - 3 + c|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$\Rightarrow |c - 5| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} c - 5 = 12 \\ c - 5 = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 17 \\ c = -7. (\text{ loại }) \end{cases}$$

Suy ra $(Q) : 2x + 2y - z + 17 = 0$ hoặc $(Q) : 2x + 2y - z - 7 = 0$.

Vậy $(Q) : 2x + 2y - z + 17 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3548. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x-m}{1} = \frac{y+2m}{3} = \frac{z}{2}$. Nếu giao điểm của d và (P) thuộc mặt phẳng (Oyz) thì giá trị của m bằng

A. $\frac{4}{5}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi $M(t+m; 3t-2m; 2t)$ là giao điểm của d và (P) . Do M thuộc (Oyz) nên ta có

$$\begin{cases} t+m=0 \\ (t+m)-2(3t-2m)+2t-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-m \\ -2(-3m-2m)-2m-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-\frac{1}{2} \\ m=\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Vậy $m = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3549. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+4z-5=0$ và điểm $A(1; -3; 1)$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{8}{9}$. B. $d = \frac{8}{29}$. C. $d = \frac{8}{\sqrt{29}}$. D. $d = \frac{3}{\sqrt{29}}$.

Lời giải.

Khoảng cách $d = d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 3 \cdot (-3) + 4 \cdot 1 - 5|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2}} = \frac{8}{\sqrt{29}}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3550. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $A(4; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; 6)$. Phương trình của (α) là

A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{6} = 0$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.
C. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{6} = 1$. D. $3x - 6y + 2z - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có phương trình theo đoạn chắn của (α) là $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{6} = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3551. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oxz) là

A. $x = 0$. B. $x + z = 0$. C. $z = 0$. D. $y = 0$.

Lời giải.

Do mặt phẳng (Oxz) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và nhận $\vec{j} = (0; 1; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình tổng quát là $y = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3552. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + my + (m-1)z + 1 = 0$ và $(Q): x + y + 2z = 0$. Tập hợp tất cả các giá trị m để hai mặt phẳng này **không** song song là

A. $(0; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1; 2\}$. C. $(-\infty; 3)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Ta có $A(0; 0; 0) \in (Q)$.

$(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{1} = \frac{m}{1} = \frac{m-1}{2} \\ A(0; 0; 0) \notin (P) \end{cases}$. Hệ này vô nghiệm. Do đó (P) không song song với (Q) , với mọi

giá trị của m .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3553. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $H(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm H và cắt các trục tọa độ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC .

A. $(P): x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$

B. $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0.$

C. $(P): x + y + z - 6 = 0.$

D. $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1.$

Lời giải.

Giả sử (P) cắt các trục tọa độ tại $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, $abc \neq 0$.

Khi đó $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$

Ta có $\overrightarrow{HA} = (a-1; -2; -3)$, $\overrightarrow{HB} = (-1; b-2; -3)$, $\overrightarrow{BC} = (0; -b; c)$ và $\overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$.

H là trực tâm của $\triangle ABC \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b - 3c = 0 \\ a - 3c = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2b = 3c.$

Mặt khác $H \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1.$

Suy ra $\frac{1}{3c} + \frac{4}{3c} + \frac{3}{c} = 1 \Leftrightarrow 14 = 3c \Leftrightarrow c = \frac{14}{3} \Rightarrow a = 14, b = 7.$

Vậy $(P): \frac{x}{14} + \frac{y}{7} + \frac{z}{\frac{14}{3}} = 1$ hay $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3554. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3; 2; -1)$ và đi qua điểm $A(2; 1; 2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A ?

A. $x + y - 3z - 8 = 0.$ B. $x + y - 3z + 3 = 0.$ C. $x + y + 3z - 9 = 0.$ D. $x - y - 3z + 3 = 0.$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{IA} = (-1; -1; 3).$

Do mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại A đi qua A và nhận $\overrightarrow{IA}$ là véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là $-1(x-2) - 1(y-1) + 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3z + 3 = 0.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3555. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3)$, $B(-2; 4; 4)$, $C(4; 0; 5)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . M là điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho độ dài đoạn thẳng GM ngắn nhất. Tính độ dài đoạn thẳng GM .

A. $GM = 4.$ B. $GM = \sqrt{5}.$ C. $GM = 1.$ D. $GM = \sqrt{2}.$

Lời giải.

G là trọng tâm của $\triangle ABC \Rightarrow G\left(\frac{1-2+4}{3}; \frac{2+4+0}{3}; \frac{3+4+5}{3}\right) = (1; 2; 4).$

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0.$

GM ngắn nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (Oxy) . Khi đó, ta có

$$GM = d(G, (Oxy)) = \frac{|4|}{\sqrt{1}} = 4.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3556. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 3)$, $B(4; 2; 3)$, $C(3; 4; 3)$. Gọi S_1, S_2, S_3 là các mặt cầu có tâm A, B, C và bán kính lần lượt là 3, 2, 3. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng qua điểm $I\left(\frac{14}{5}; \frac{2}{5}; 3\right)$ và tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1), (S_2), (S_3)$?

A. 2. B. 7. C. 0. D. 1.

Lời giải.

Phương trình của ba mặt cầu đã cho là

$$(S_1): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9.$$

$$(S_2): (x-4)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4.$$

$$(S_3): (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 9.$$

Thay tọa độ điểm I vào phương trình các mặt cầu, ta có $I \in (S_1)$, $I \in (S_2)$ và I nằm ngoài S_3 .

Suy ra điều kiện cần để một mặt phẳng (P) qua I và tiếp xúc với cả ba mặt cầu là (P) tiếp xúc với (S_1) , (S_2) tại I . Do đó (P) qua I và nhận $\overrightarrow{AB} = (3; 4; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

$$\text{Suy ra } (P): 3\left(x - \frac{14}{5}\right) + 4\left(y - \frac{2}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 10 = 0.$$

Khoảng cách từ $C(3; 4; 3)$ đến (P) là

$$d(C, (P)) = \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3.$$

Suy ra (P) tiếp xúc với (S_3) .

Vậy có đúng một mặt phẳng qua I và tiếp xúc với cả ba mặt cầu đã cho.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3557. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-y-z+6=0$ và $(Q): 2x+3y-2z+1=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc (Q) và cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn tâm $E(-1; 2; 3)$, bán kính $r = 8$. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $x^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 64.$

B. $x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 67.$

C. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3.$

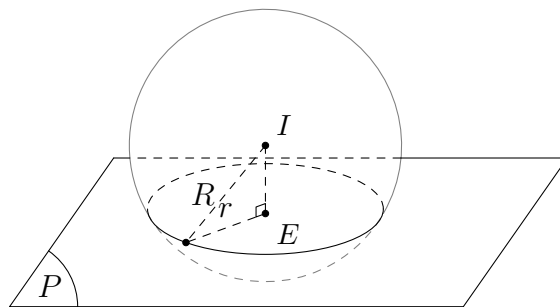
D. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 64.$

Lời giải.

Gọi $I(x; y; z)$ là tâm mặt cầu (S) , Δ là đường thẳng qua E và vuông góc với (P) . Khi đó, ta có $I = \Delta \cap (Q)$.

Δ qua $E(-1; 2; 3)$ nhận $\vec{n}_P = (1; -1; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

$$\text{Suy ra } \Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - t. \end{cases}$$



$$I \in \Delta \Rightarrow I(-1+t; 2-t; 3-t).$$

$$I \in (Q) \Rightarrow 2(-1+t) + 3(2-t) - 2(3-t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

$$\text{Do đó } I(0; 1; 2). \text{ Khoảng cách từ } I \text{ đến } (P) \text{ là } d(I, (P)) = \frac{|0 - 1 - 2 + 6|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-1)^2}} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Bán kính của } (S) \text{ là } R = \sqrt{r^2 + d^2(I, (P))} = \sqrt{8^2 + \sqrt{3}^2} = \sqrt{67}.$$

$$\text{Vậy } (S): x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 67.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3558. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1.$ **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 0.$ **C.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1.$ **D.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1.$

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$ (phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3559. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -1; 2)$ và có 1 véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (4; 2; -6)$?

A. $(P): 2x + y - 3z - 5 = 0.$

B. $(P): 2x + y - 3z + 2 = 0.$

C. $(P): 2x + y - 3z + 5 = 0.$

D. $(P): 4x + 2y - 6z + 5 = 0.$

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -1; 2)$ và có 1 véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (4; 2; -6)$ thì phương trình có dạng: $4(x - 1) + 2(y + 1) - 6(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 4x + 2y - 6z + 10 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3z + 5 = 0.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3560. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1)$, $B(4; 3; 2)$, $C(5; 2; 1)$. Diện tích của tam giác ABC là

A. $2\sqrt{42}.$

B. $\frac{\sqrt{42}}{4}.$

C. $\sqrt{42}.$

D. $\frac{\sqrt{42}}{2}.$

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (3; 2; 1)$, $\vec{AC} = (4; 1; 0)$, $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (-1; 4; -5).$

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{(-1)^2 + 4^2 + (-5)^2} = \frac{\sqrt{42}}{2}.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3561. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0.$

B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1.$

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1.$

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1.$

Lời giải.

Mặt phẳng (MNP) có phương trình là $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3562. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): 16x - 12y - 15z - 4 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{11}{25}.$

B. $d = 55.$

C. $d = \frac{22}{5}.$

D. $d = \frac{13}{25}.$

Lời giải.

Áp dụng công thức khoảng cách ta được

$$d = \frac{|16 \cdot 2 - 12 \cdot 0 - 15 \cdot 1 - 4|}{\sqrt{16^2 + (-12)^2 + (-15)^2}} = \frac{13}{25}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3563. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; -1)$, $B(1; -2; 3)$, $C(0; 1; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C .

A. $2x + y + z - 3 = 0.$

B. $10x + 3y + z - 19 = 0.$

C. $2x - y + z - 3 = 0.$

D. $10x - 3y - z - 21 = 0.$

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \vec{AB} = (-1; -2; 4) \\ \vec{AC} = (-2; 1; 3) \end{cases}$

Theo giả thiết mặt phẳng cần tìm qua $A(2; 0; -1)$ và nhận $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (-10; -5; -5) = -5(2; 1; 1)$

làm véc-tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng qua A, B, C là

$$2(x - 2) + (y - 0) + (z + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + z - 3 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3564. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 0), B(2; 3; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 7 = 0$. Tìm hoành độ x_M của điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $x_M = -3$.

B. $x_M = -1$.

C. $x_M = 1$.

D. $x_M = 3$.

Lời giải.

Ta tìm điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$, hay

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OI} + 2(\overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OI}) &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{OI} &= \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}) \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{OI} &= \left(\frac{2+2 \cdot 2}{3}; \frac{0+2 \cdot 3}{3}; \frac{0+2 \cdot 0}{3}\right) = (2; 2; 0) \\ \Leftrightarrow I &= (2; 2; 0).\end{aligned}$$

Lúc này ta có

$$|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IM} + 2(\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IM})| = |\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - 3\overrightarrow{IM}| = 3IM.$$

Để $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì IM phải nhỏ nhất, điều đó xảy ra khi M là hình chiếu của I lên (P) .

Lúc này, do $\overrightarrow{IM}$ cùng phương với $\vec{n} = (1; 1; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) nên $\overrightarrow{IM} = k\vec{n}$, trong đó k là một số thực.

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{IM} &= k\vec{n} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OI} &= k\vec{n} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OI} + k\vec{n} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} &= (2 + k; 2 + k; 0 + k) \\ \Leftrightarrow M &= (2 + k; 2 + k; k).\end{aligned}$$

Do M thuộc mặt phẳng (P) , ta có

$$(2 + k) + (2 + k) + k - 7 = 0 \Leftrightarrow k = 1 \Rightarrow M(3; 3; 1).$$

Vậy $x_M = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3565. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0), B(0; -2; 0), C(0; 0; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$. **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. **C.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

Lời giải.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3566. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 2z + 4 = 0$ và $(\beta): -x + 2y + 2z - 7 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β)

- A. 3. B. -1. C. 0. D. 1.

Lời giải.

Ta thấy (α) và (β) song song với nhau nên với $A(0; 2; 0) \in (\alpha)$.

$$\text{Khi đó } d[(\alpha); (\beta)] = d(A; (\beta)) = \frac{|4 - 7|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3567. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $N(0; 0; -1)$. B. $M(-10; 15; -1)$. C. $E(1; 0; -4)$. D. $F(-1; -2; -6)$.

Lời giải.

Ta có $3 \cdot x_F + 2 \cdot y_F - z_F + 1 = 3 \cdot (-1) + 2 \cdot (-2) - (-6) + 1 = 0$ nên $F(-1; -2; -6) \in (P)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3568. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2z + 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (2; -2; 1)$. B. $\vec{v} = (2; -2; 0)$. C. $\vec{m} = (1; 0; -1)$. D. $\vec{u} = (2; 0; 2)$.

Lời giải.

Do $(P): 2x - 2z + 1 = 0$ nên (P) có một véc-tơ pháp tuyến có tọa độ là $(2; 0; -2)$ hay $\vec{m} = (1; 0; -1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3569. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-3; -2; 3)$ và vuông góc với trục Ox .

- A. $(P): x + 3 = 0$. B. $(P): x + y + 5 = 0$. C. $(P): y + z - 1 = 0$. D. $(P): x - 3 = 0$.

Lời giải.

Vì mặt phẳng (P) vuông góc với Ox nên có một véc-tơ pháp tuyến là véc-tơ $\vec{i} = (1; 0; 0)$. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là $1(x - (-3)) + 0(y - (-2)) + 0(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3570. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $E(1; 2; 3)$ và song song với mặt phẳng Oxy ?

- A. $z - 3 = 0$. B. $x + y - 3 = 0$. C. $x + y + z - 6 = 0$. D. $z + 3 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $z = 0$ nên có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$. Phương trình của mặt phẳng cần tìm có dạng $0(x - 1) + 0(y - 2) + 1(z - 3) = 0 \Leftrightarrow z = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3571. Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng (P) , (Q) , (R) lần lượt có phương trình là $x - 4z + 8 = 0$, $2x - 8z = 0$, $y = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $(P) \equiv (Q)$. B. (P) cắt (Q) . C. $(Q) \parallel (R)$. D. (R) cắt (P) .

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{p} = (1; 0; -4)$ và mặt phẳng (R) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{r} = (0; 1; 0)$. Do $\vec{p} \neq k \cdot \vec{r}, \forall k \in \mathbb{R}$ nên véc-tơ $\vec{p}$ không cùng phương với véc-tơ $\vec{r}$. Vậy mặt phẳng (R) cắt mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3572. Trong không gian $Oxyz$, hãy tính p và q lần lượt là khoảng cách từ điểm $M(5; -2; 0)$ đến mặt phẳng (Oxz) và mặt phẳng $(P): 3x - 4z + 5 = 0$.

- A. $p = 2$ và $q = 3$. B. $p = 2$ và $q = 4$. C. $p = -2$ và $q = 4$. D. $p = 5$ và $q = 4$.

Lời giải.

Do mặt phẳng (Oxz) có phương trình $y = 0$ nên $p = d(M, (Oxz)) = \frac{|-2|}{\sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2}} = 2$.

Do mặt phẳng (P) có phương trình $3x - 4z + 5 = 0$ nên $q = d(M, (P)) = \frac{|3 \cdot 5 - 4 \cdot 0 + 5|}{\sqrt{3^2 + 0^2 + (-4)^2}} = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3573. Trong không gian $Oxyz$, hãy viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; -1; 0)$ và vuông góc với đường thẳng OM .

- A. $(P): x + y + 1 = 0$. B. $(P): x - y - 1 = 0$. C. $(P): y - 1 = 0$. D. $(P): y + 1 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; -1; 0)$ và có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{OM} = (0; -1; 0)$ nên có phương là $0(y - 0) + (-1)(y + 1) + 0(z - 0) = 0 \Leftrightarrow y + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3574. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(0; 1; 0)$, $N(2; 0; 0)$, $P(0; 0; -3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (MNP) ?

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 0$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 0$.

Lời giải.

Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (MNP) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3575. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0; -5; 0)$ biết (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 16 = 0$.

- A. $(S): x^2 + (y + 5)^2 + z^2 = 2$. B. $(S): x^2 + (y + 5)^2 + z^2 = 4$.
C. $(S): x^2 + (y - 5)^2 + z^2 = 2$. D. $(S): x^2 + (y - 5)^2 + z^2 = 4$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu là $d(I, (P)) = \frac{|0 + 2 \cdot (-5) - 2 \cdot 0 + 16|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{|6|}{\sqrt{9}} = 2$. Phương trình mặt cầu cần tìm là $(S): x^2 + (y + 5)^2 + z^2 = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3576. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) biết (P) đi qua hai điểm $M(0; -1; 0)$, $N(-1; 1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxz) .

- A. $(P): x + z + 1 = 0$. B. $(P): x - z = 0$. C. $(P): z = 0$. D. $(P): x + z = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-1; 2; 1)$ và (Oxz) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{MN}, \vec{j}] = (-1; 0; -1)$. Do đó, (P) có phương trình là $-1(x - 0) + 0(y + 1) - 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow x + z = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3577. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -3x + 2z - 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (6; 0; -2)$. B. $\vec{n} = (-3; 2; 0)$. C. $\vec{n} = (-6; 0; 4)$. D. $\vec{n} = (-3; 0; -2)$.

Lời giải.

Từ phương trình của (P) ta có một véc-tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là $(-3; 0; 2)$.

Rõ ràng véc-tơ có tọa độ $(-3; 0; 2)$ cùng phương với $\vec{n} = (-6; 0; 4)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3578. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (P) .

- A. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$. B. $d = \frac{5}{9}$. C. $d = \frac{5}{29}$. D. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

Lời giải.

Ta có $d(A, (P)) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3579. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 3 = 0$ và $(Q): x - 4y + (m - 1)z + 1 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) .

- A. $m = -3$. B. $m = -6$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) .

Ta có $\vec{n}_P = (1; 2; -1)$ và $\vec{n}_Q = (1; -4; m - 1)$.

Ta có $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow 1 - 8 - (m - 1) = 0 \Leftrightarrow m = -6$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3580. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và

hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$, $(Q): x + 2y + 2z + 7 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$ thuộc đường thẳng d và (S) tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q) . Khi đó $a + b + c$ bằng

- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Lời giải.

Tâm $I \in d \Rightarrow I(t; -1; -t)$. Do (S) tiếp xúc với (P) và (Q) nên ta có $d(I, (P)) = d(I, (Q))$.

Hay $|t - 2 - 2t + 3| = |t - 2 - 2t + 7| \Leftrightarrow t = 3$.

Suy ra $I(3; -1; -3)$, từ đó ta có $a = 3, b = -1, c = -3 \Rightarrow a + b + c = -1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3581. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(-3; 1; -1)$, $B(1; 2; m)$, $C(0; 2; -1)$, $D(4; 3; 0)$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 10.

- A. $m = \pm 30$. B. $m = \pm 120$. C. $m = \pm 20$. D. $m = \pm 60$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AC} = (3; 1; 0)$, $\vec{AD} = (7; 2; 1) \Rightarrow [\vec{AC}, \vec{AD}] = (1; -3; -1)$.

Lại có $\vec{AB} = (4; 1; m + 1) \Rightarrow [\vec{AC}, \vec{AD}] \cdot \vec{AB} = -m$.

Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AC}, \vec{AD}] \cdot \vec{AB}| = \frac{|m|}{6}$. Theo đề ta có $V_{ABCD} = 10 \Leftrightarrow m = \pm 60$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3582. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?

- A. $\vec{n} = (1; 2; 3)$. B. $\vec{n} = (-2; -1; -3)$. C. $\vec{n} = (2; 1; -3)$. D. $\vec{n} = (-2; 1; -3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $Ax + By + Cz + D = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3583. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{n}(A; B; C)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

- A. $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$. B. $A(x + x_0) + B(y + y_0) + C(z + z_0) = 0$.
C. $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 1$. D. $A(x + x_0) + B(y + y_0) + C(z + z_0) = 1$.

Lời giải.

Áp dụng công thức về phương trình mặt phẳng khi biết véc-tơ pháp tuyến và một điểm thuộc mặt phẳng.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3584. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 4z - 1 = 0$; $(\beta): 2x + 3y - 2z + 5 = 0$. Chọn khẳng định **đúng**.

- A. $(\alpha) \perp (\beta)$. B. $(\alpha), (\beta)$ chéo nhau. C. $(\alpha) \parallel (\beta)$. D. $(\alpha) \equiv (\beta)$.

Lời giải.

Hai mặt phẳng (α) và (β) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_\alpha = (1; 2; 4)$ và $\vec{n}_\beta = (2; 3; -2)$.

Ta có $\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot (-2) = 0 \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3585. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính bán kính mặt cầu tâm $I(1; 0; 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 2 = 0$.

- A. $R = 3$. B. $R = 5$. C. $R = \sqrt{2}$. D. $R = 1$.

Lời giải.

Mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính

$$R = d(I, (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 3586. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và chứa đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1}$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}(1; a; b)$. Tính $a + b$.

- A. $a + b = 2$. B. $a + b = 0$. C. $a + b = -3$. D. $a + b = 3$.

Lời giải.

Lấy $B(-1; 0; 0) \in d$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; -2; 0)$, $\vec{u}_d = (2; 3; 1)$.

Mặt phẳng đi qua A và chứa d có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{u}_d] = (-2; 2; -2)$.

Một trong các véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n} = (1; -1; 1) \Rightarrow a = -1, b = 1$.

Vậy $a + b = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3587. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 5z - 3 = 0$ và hai điểm $A(3; 1; 1), B(4; 2; 3)$. Gọi (Q) là mặt phẳng qua AB và vuông góc với (P) . Phương trình nào là phương trình của mặt phẳng (Q) .

A. $9x - 7y - z + 19 = 0$.

B. $-9x + 7y + z - 19 = 0$.

C. $-9x - 7y + z - 19 = 0$.

D. $9x - 7y - z - 19 = 0$.

Lời giải.

Vì (Q) là mặt phẳng đi qua A, B và vuông góc với (P) nên mặt phẳng (Q) nhận $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 2)$ và $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; -5)$ làm hai véc-tơ chỉ phương.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_{(Q)} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(P)}] = (-9; 7; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (Q) : $-9(x - 3) + 7(y - 1) + 1(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 9x - 7y - z - 19 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3588. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x - 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; 13)$. Tính khoảng cách d từ M đến (P) .

A. $d = \frac{4}{3}$.

B. $d = \frac{7}{3}$.

C. $d = \frac{10}{3}$.

D. $d = 4$.

Lời giải.

Khoảng cách từ M đến (P) là $d = \frac{|2 + 4 - 13 + 3|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \frac{4}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3589. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) : $2x - 3y - z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây không thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $Q(1; 2; -5)$.

B. $P(3; 1; 3)$.

C. $M(-2; 1; -8)$.

D. $N(4; 2; 1)$.

Lời giải.

Lần lượt thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng thì ta nhận điểm $P(3; 1; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3590. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{n} = (2; -4; 6)$. Trong các mặt phẳng có phương trình sau đây, mặt phẳng nào nhận véc-tơ $\vec{n}$ làm véc-tơ pháp tuyến?

A. $2x + 6y - 4z + 1 = 0$.

B. $x - 2y + 3 = 0$.

C. $3x - 6y + 9z - 1 = 0$.

D. $2x - 4y + 6z + 5 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng $ax + by + cz + d = 0$ nhận véc-tơ $\vec{n} = (a; b; c)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên mặt phẳng cần tìm là $2x - 4y + 6z + 5 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3591. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{n} = (3; 2; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $3x + 2y + z - 14 = 0$.

B. $3x + 2y + z = 0$.

C. $3x + 2y + z + 2 = 0$.

D. $x + 2y + 3z = 0$.

Lời giải.

Phương trình của mặt phẳng (P) là

$$3(x - 0) + 2(y - 0) + 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + z = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3592. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C ; trục tâm tam giác ABC là $H(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

B. $x + 2y + 3z + 14 = 0$.

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$

D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0.$

Lời giải.

Do mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ tại ba điểm A, B, C mà $\triangle ABC$ nhận H làm trực tâm nên $OH \perp (P)$.

Vậy (P) đi qua điểm H và nhận véc-tơ $\overrightarrow{OH} = (1; 2; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3593. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ tại A, B, C . Biết trọng tâm của tam giác ABC là $G(-1; -3; 2)$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $6x - 2y + 3z - 1 = 0.$

B. $6x + 2y - 3z + 18 = 0.$

C. $6x + 2y + 3z - 18 = 0.$

D. $6x + 2y - 3z - 1 = 0.$

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ là giao điểm với ba trục tọa độ.

Do G là trọng tâm tam giác ABC nên
$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \\ z_A + z_B + z_C = 3z_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -9 \\ c = 6. \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $\frac{x}{-3} + \frac{y}{-9} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 2y - 3z + 18 = 0$.

Vậy mặt phẳng song song với (α) trong các đáp án đã cho là $6x + 2y - 3z - 1 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3594. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): 3x - 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách từ A đến (P) .

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}.$

B. $\frac{5}{\sqrt{29}}.$

C. $\frac{21}{\sqrt{29}}.$

D. $\frac{5}{9}.$

Lời giải.

$$d(A, (P)) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2 + 2^2}} = \frac{21}{\sqrt{29}}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3595. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $G(1; 1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng OG có phương trình là

A. $x + y + z - 3 = 0.$

B. $x - y + z = 0.$

C. $x + y - z - 3 = 0.$

D. $x + y + z = 0.$

Lời giải.

$\overrightarrow{OG} = (1; 1; 1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) là $x + y + z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3596. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là

A. $(2; 3; 5).$

B. $(-2; -3; -5).$

C. $(2; -3; 5).$

D. $(5; -3; 2).$

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -3; 5)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3597. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; 2; 0), B(2; 0; 0), C(0; 0; \sqrt{2})$ và $D(0; -2; 0)$. Số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) bằng

A. 45° .B. 30° .C. 60° .D. 90° .**Lời giải.**Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (0; -2; \sqrt{2})$, $\overrightarrow{AD} = (0; 4; 0)$.Ta có $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \left(\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -2 & \sqrt{2} \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ \sqrt{2} & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} \right) = (-2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}; -4)$.Suy ra mặt phẳng (ABC) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{ABC} = (1; 1; \sqrt{2})$.Ta có $[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}] = \left(\begin{vmatrix} -2 & \sqrt{2} \\ 4 & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} \right) = (-4\sqrt{2}; 0; 0)$.Suy ra mặt phẳng (ACD) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{ACD} = (1; 0; 0)$.Ta có $\cos((ABC), (ACD)) = \frac{|\vec{n}_{ABC} \cdot \vec{n}_{ACD}|}{|\vec{n}_{ABC}| \cdot |\vec{n}_{ACD}|} = \frac{1}{2}$.Chọn đáp án **C** □**Câu 3598.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$, $C(3; -2; 1)$, $D(1; 1; 1)$. Đường cao của tứ diện kẻ từ đỉnh D bằngA. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.Ta có $\overrightarrow{AD} = (2; 3; -3)$, $\overrightarrow{AB} = (-3; 0; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (4; 0; -3)$.Khi đó $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \left(\begin{vmatrix} 0 & -4 \\ 0 & -3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -4 & -3 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} \right) = (0; -25; 0)$.Đường cao của tứ diện kẻ từ đỉnh D bằng

$$\frac{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}|}{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]|} = \frac{|2 \cdot 0 + 3 \cdot (-25) + (-3) \cdot 0|}{\sqrt{0^2 + (-25)^2 + 0^2}} = 3.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 3599.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z + 1 = 0$ và $(Q): (2m - 1)x + m(1 - 2m)y + (2m - 4)z + 14 = 0$ với m là tham số thực. Tổng các giá trị của m để (P) và (Q) vuông góc nhau bằngA. $-\frac{7}{2}$.B. $-\frac{5}{2}$.C. $-\frac{3}{2}$.D. $-\frac{1}{2}$.**Lời giải.** (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$. (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (2m - 1; m(1 - 2m); 2m - 4)$. (P) và (Q) vuông góc với nhau khi và chỉ khi $\vec{n}_P \perp \vec{n}_Q$.Điều này tương đương với $\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow 6m^2 + 3m - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}$.Tổng các giá trị của m để (P) và (Q) vuông góc nhau bằng $1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$.Chọn đáp án **D** □**Câu 3600.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$ và điểm $A(3; 4; 0)$ thuộc (S) . Phương trình mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A làA. $x + y + z - 7 = 0$.B. $2x - 2y + z + 2 = 0$.C. $2x + 2y + z - 14 = 0$.D. $2x - 2y - z + 2 = 0$.**Lời giải.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$. Khi đó $\overrightarrow{IA} = (2; 2; 1)$.

Mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A nhận $\overrightarrow{IA}$ là véc-tơ pháp tuyến. Do đó phương trình mặt phẳng tiếp diện đó là $2(x - 3) + 2(y - 4) + z = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 14 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3601. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, trong đó $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ và $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 7$. Biết mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{72}{7}$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ là

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Mặt cầu (S) có tâm là $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{\frac{72}{7}}$. Khi đó

$$d(I, (ABC)) = \frac{\left| \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} - 1 \right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{7}} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{7}{2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy - Schwarz, ta có:

$$49 = \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \right)^2 \leq (1^2 + 2^2 + 3^2) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) = \frac{7}{2} \cdot 14 = 49.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = 2b = 3c$. Thay vào giả thiết ta có $a = 2; b = 1; c = \frac{2}{3}$.

Vì $OABC$ là tứ diện vuông tại O nên $V_{OABC} = \frac{abc}{6} = \frac{2}{9}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3602. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P$ của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}_P = (1; -2; 0)$.

B. $\vec{n}_P = (0; 1; -2)$.

C. $\vec{n}_P = (1; 0; -2)$.

D. $\vec{n}_P = (1; -2; 3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P = (1; -2; 0)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3603. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(1; 2; 0)$, $C(2; 1; -2)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $4x - 2y + z + 8 = 0$.

B. $4x + 2y + z + 8 = 0$.

C. $4x - 2y + z - 8 = 0$.

D. $4x + 2y + z - 8 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (0; 1; -2) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-4; 2; -1)$

$\Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (ABC) là $-4(x - 2) + 2y - z = 0 \Leftrightarrow 4x - 2y + z - 8 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3604. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): mx + 2y - z + 1 = 0$ (m là tham số) và mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 9$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 2.

A. $m = \pm 1$.

B. $m = \pm 2 + \sqrt{5}$.

C. $m = 6 \pm 2\sqrt{5}$.

D. $m = \pm 4$.

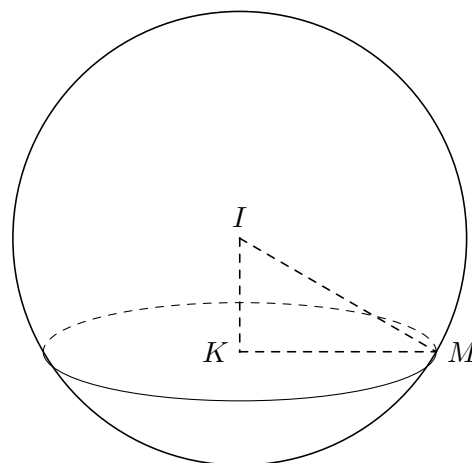
Lời giải.

Tọa độ tâm mặt cầu là $I(2; 1; 0)$, bán kính mặt cầu $R = 3$.

Khoảng cách từ tâm I đến (P) là $IK = \frac{|2m+3|}{\sqrt{m^2+5}}$. Vì

bán kính đường tròn giao tuyến bằng 2 nên

$$2^2 + \frac{(2m+3)^2}{m^2+5} = 3^2 \Leftrightarrow m^2 - 12m + 16 = 0 \Leftrightarrow m = 6 \pm 2\sqrt{5}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 3605. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (1; -2; -1)$.

B. $\vec{n} = (1; 2; -1)$.

C. $\vec{n} = (1; -2; 1)$.

D. $\vec{n} = (1; 0; 1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; -2; -1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3606. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$ và điểm $I(1; 2; -3)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính là

A. 1.

B. $\frac{11}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 3.

Lời giải.

Gọi r là bán kính của mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) , ta có

$$r = d(I, (P)) = \frac{|1 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot (-3) - 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3607. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$.

B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$.

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Do (MNP) cắt các trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt tại $M(2; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$ nên mặt phẳng (MNP) có phương trình theo đoạn chắn là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3608. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(4; 2; 5)$, $B(0; 4; -3)$, $C(2; -3; 7)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $P = x_0 + y_0 + z_0$.

A. $P = 0$.

B. $P = 6$.

C. $P = 3$.

D. $P = -3$.

Lời giải.

Vì $M \in (Oxy)$ nên $M(x_0; y_0; 0)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Ta có $G(2; 1; 3)$.

Khi đó

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| &= |\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}| \\ &= |3\overrightarrow{MG}| = 3MG = 3\sqrt{(x_0 - 2)^2 + (y_0 - 1)^2 + 3^2} \geq 9. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $x_0 = 2$ và $y_0 = 1$ hay $M(2; 1; 0)$.

Vậy $P = x_0 + y_0 + z_0 = 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3609. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2; 3; 1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x - 3y + 2z - 1 = 0$; $(R): 2x + y - z - 1 = 0$ là

A. $-2x + 3y + z - 10 = 0$.

B. $x - 3y + 2z - 1 = 0$.

C. $x + 5y + 7z - 20 = 0$.

D. $x + 5y + 7z + 20 = 0$.

Lời giải.

Ta có vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) và mặt phẳng (R) là $\vec{n}_Q = (1; -3; 2)$ và $\vec{n}_R = (2; 1; -1)$.

Vì mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) và mặt phẳng (R) nên 1 vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P = [\vec{n}_Q, \vec{n}_R] = (1; 5; 7)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là

$$1(x + 2) + 5(y - 3) + 7(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 5y + 7z - 20 = 0.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3610. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y + z - 7 = 0$, $(Q): 3x + 2y - 12z + 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (R) đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với hai mặt phẳng nói trên là

A. $x + 3y + z = 0$.

B. $2x + 3y + z = 0$.

C. $x + 2y + z = 0$.

D. $3x + 2y + z = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_P = (1; -1; 1)$; $\vec{n}_Q = (3; 2; -12)$.

Mặt phẳng (R) vuông góc với hai mặt phẳng (P) ; (Q) nên $\vec{n}_R = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (10; 15; 5) \Rightarrow \vec{n}_R = (2; 3; 1)$. Khi đó mặt phẳng (R) có phương trình $2x + 3y + z = 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3611. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; -1)$, $B(1; -2; -3)$ và $(P): 3x - 2y + z - 9 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa hai điểm A, B và vuông góc với (P) .

A. $x - 5y - 2z + 19 = 0$.

B. $x + y - z - 2 = 0$.

C. $x + y - z + 2 = 0$.

D. $3x - 2y + z + 13 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -5; -2)$; $\vec{n}_P = (3; -2; 1)$.

Mặt phẳng (Q) chứa AB và vuông góc với (P) nên $\vec{n}_Q = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_P] = (-9; -9; 9)$.

Khi đó phương trình

$$(Q): -9(x + 2) - 9(y - 3) + 9(z + 1) = 0 \Leftrightarrow -x - y + z + 2 = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 2 = 0.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3612. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 7 = 0$ và điểm $A(-1; 2; 5)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với (P) .

A. $2x - y + 3z - 11 = 0$.

B. $2x - y + 3z + 11 = 0$.

C. $2x - y + 3z + 15 = 0$.

D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải.Mặt phẳng (Q) và song song với (P) nên (Q) có dạng $2x - y + 3z + D = 0$, với $D \neq -7$.Vì $A \in (Q)$ nên $2 \cdot (-1) - 2 + 3 \cdot 5 + D = 0 \Leftrightarrow D = -11$.Vậy $(Q): 2x - y + 3z - 11 = 0$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 3613.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 7; -9)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z - 1 = 0$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (P) .

A. $(2; 1; 1)$.

B. $(4; 0; 1)$.

C. $(1; 0; 0)$.

D. $(-1; 1; 0)$.

Lời giải.Đường thẳng d đi qua M vuông góc với (P) có phương trình
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 7 + 2t \\ z = -9 - 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$
Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên (P) thì $H = d \cap (P)$.Xét phương trình: $2 + t + 2(7 + 2t) - 3(-9 - 3t) - 1 = 0 \Leftrightarrow 14t + 42 = 0 \Leftrightarrow t = -3$.Với $t = -3 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$. Vậy $H(-1; 1; 0)$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 3614.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(1; 1; 0)$, $B(1; 0; 0)$ và $C(0; 1; 1)$.

A. $2x - y + z - 1 = 0$.

B. $x + 2z - 1 = 0$.

C. $x + z - 1 = 0$.

D. $2x - y + z - 1 = 0$.

Lời giải.Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -1; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 0; 1)$.Véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; 0; -1)$.Phương trình mặt phẳng (ABC) là $-1(x - 1) + 0(y - 1) - 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow x + z - 1 = 0$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 3615.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 2z - 5 = 0$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 6 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) . Tính bán kính của đường tròn (C) .

A. 4.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{7}$.

D. 5.

Lời giải.Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -1; 1)$, bán kính $R = 4$.

$$d(I, (P)) = \frac{|3 - 2 \cdot (-1) - 2 \cdot 1 + 6|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{9}{3} = 3.$$

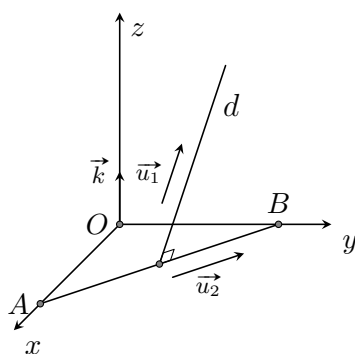
Bán kính đường tròn (C) là $r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (P))} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 3616.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho đường thẳng AB vuông góc với d .

A. $(P): x + 2y + 5z - 4 = 0.$

B. $(P): x + 2y + 5z - 5 = 0.$

C. $(P): x + 2y - z - 4 = 0.$

D. $(P): 2x - y - 3 = 0.$

Lời giải.

Đường thẳng d qua điểm $M(2; 1; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 2; -1)$.

Gọi $\vec{u}_2$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Do $\vec{u}_2 \perp \vec{u}_1$ và $\vec{u}_2 \perp \vec{k} = (0; 0; 1)$ nên $\vec{u}_2 = [\vec{u}_1, \vec{k}] = (2; -1; 0)$.

Mặt phẳng (P) chứa d và AB nên có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1; -2; -5)$.

Phương trình mặt phẳng (P) qua M và nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ pháp tuyến là

$$-1(x - 2) - 2(y - 1) - 5z = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 5z - 4 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3617. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\beta): 3x + 2y - 7z = 0$?

A. $\vec{v} = (-7; 2; 3).$ B. $\vec{a} = (-3; -2; 7).$ C. $\vec{b} = (-3; -2; -7).$ D. $\vec{n} = (3; 2; 7).$

Lời giải.

Mặt phẳng $(\beta): 3x + 2y - 7z = 0 \Rightarrow (\beta)$ nhận $\vec{n} = (3; 2; -7)$ là một véc-tơ pháp tuyến nên $\vec{a} = (-3; -2; 7)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3618. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có tâm $I(-1; 3; 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z + 14 = 0$. Khi đó mặt cầu có phương trình là

A. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 25.$

B. $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 5.$

C. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 5.$

D. $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 25.$

Lời giải.

Ta có $R = d(I, (\alpha)) = 5$.

Vậy phương trình $(S): (x + 1)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 25$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3619. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 4 = 0$, $(\beta): 3y - z + 5 = 0$ có phương trình là

A. $-x + 2y + 6z + 15 = 0.$

B. $x + 2y + 6z + 13 = 0.$

C. $x + 2y - 6z - 23 = 0.$

D. $x - 2y + 6z + 21 = 0.$

Lời giải.

Gọi mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 2; -3)$ và vuông góc với hai mặt phẳng (α) và (β) nên véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (1; 2; 6)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng $(P): x + 2y + 6z + 13 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3620. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (α) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1; -2; 4)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 3; 5)$. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $2x + 3y + 5z - 16 = 0$.

B. $x - 2y + 4z - 16 = 0$.

C. $2x + 3y + 5z + 16 = 0$.

D. $x - 2y + 4z = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (α) : $2(x - 1) + 3(y + 2) + 5(z - 4) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + 5z - 16 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3621. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (P) là mặt phẳng đi qua ba điểm $I(8; 0; 0)$, $J(0; -2; 0)$, $K(0; 0; 4)$. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0$.

B. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

C. $x - 4y + 2z = 0$.

D. $x - 4y + 2z - 8 = 0$.

Lời giải.

Phương trình của mặt phẳng (P) là $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow x - 4y + 2z - 8 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3622. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (Q) là mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông

góc với đường thẳng d : $\begin{cases} x = -13 + 2t \\ y = -16 + t \\ z = -2t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (Q) là

A. $2x + y - 2z = 0$.

B. $2x + y = 0$.

C. $2x - y + 2z = 0$.

D. $2x - y - 2z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Q) qua $O(0; 0; 0)$ và có VTPT $\vec{n}_P = \vec{u}_d = (2; 1; -2)$.

Phương trình mặt phẳng (Q) : $2x + y - 2z = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3623. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (γ) là mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; -5)$ đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$, $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình của (γ) là

A. $2x + y - 2z - 15 = 0$.

B. $2x + y - 2z + 15 = 0$.

C. $x + y + z + 3 = 0$.

D. $x + 2y + z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (γ) qua $M(3; -1; -5)$ và có VTPT $\vec{n}_P = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (2; 1; -2)$.

Phương trình mặt phẳng (γ) : $2(x - 3) + 1.(y + 1) - 2(z + 5) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 2z - 15 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3624. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 3)$, $B(-1; 3; 2)$, $C(-1; 2; 3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng cách đều cả ba điểm A, B, C .

A. 1.

B. 2.

C. 5.

D. Vô số.

Lời giải.

Ba điểm A, B, C thẳng hàng hay không thẳng hàng thì cũng có vô số mặt phẳng cách đều ba điểm A, B, C .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3625. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

- A. $(1; -2; 1)$. B. $(1; 2; 1)$. C. $(1; 1; -1)$. D. $(2; 1; 1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3626. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z - 3 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z = 0$. Mặt phẳng (P) cắt khối cầu (S) theo thiết diện là một hình tròn có diện tích bằng

- A. 5π . B. 25π . C. $2\pi\sqrt{5}$. D. 10π .

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; -2)$, bán kính $R = 3$.

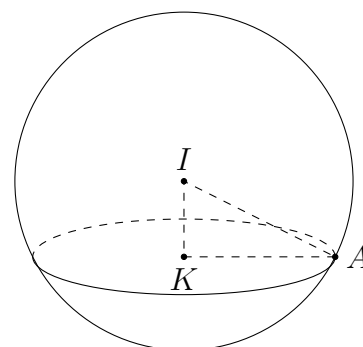
$$IK = d(I, (P)) = \frac{|2(-1) - 2 \cdot 1 + (-2)|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 2.$$

Bán kính của đường tròn thiết diện

$$r = KA = \sqrt{R^2 - IK^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}.$$

Vậy diện tích của hình tròn thiết diện bằng

$$S = \pi \cdot r^2 = 5\pi.$$



Chọn đáp án **A** □

Câu 3627. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $M(3; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$, $P(0; 0; 1)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = -1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1$.

Lời giải.

Ta có M, N, P lần lượt là giao điểm của (MNP) với 3 trục tọa độ

$$\Rightarrow (MNP): \frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3628. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_3 = (2; 0; -1)$. B. $\vec{n}_4 = (2; 1; 0)$. C. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$. D. $\vec{n}_2 = (2; -1; 0)$.

Lời giải.

$(P): 2x - z + 1 = 0$ có 1 véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (2; 0; -1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3629. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(-2; 3; 2)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

- A. $2x + y + z - 3 = 0$. B. $2x - y - z + 3 = 0$.
C. $4x - 2y - 2z + 3 = 0$. D. $4x - 2y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có 1 véc-tơ pháp tuyến là $\vec{AB} = (4; -2; -2)$ và đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB với $I(0; 2; 1)$.

Mặt phẳng trung trực của AB có phương trình $2x - y - z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3630. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và điểm $A(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cắt (S) theo thiết diện là hình tròn (C) diện tích nhỏ nhất là

A. $(P): x + 2y + 3z + 6 = 0$.

B. $(P): x + 2y + z - 2 = 0$.

C. $(P): x - 2y + z - 6 = 0$.

D. $(P): 3x + 2y + 2z - 4 = 0$.

Lời giải.

Ta có (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R = 3$

$$AI = \sqrt{1^2 + 2^2 + (3-2)^2} = \sqrt{6} < R \Rightarrow A \text{ nằm trong mặt cầu } (S).$$

Để (P) đi qua điểm A và cắt (S) theo thiết diện là hình tròn (C) diện tích nhỏ nhất thì đường tròn (C) có bán kính nhỏ nhất, hay $d(I, (P))$ lớn nhất.

Suy ra (P) đi qua $A(0;0;2)$ và vuông góc với $AI \Rightarrow \vec{AI} = (1;2;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Vậy $(P): x + 2y + z - 2 = 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3631. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;6)$, $D(1;1;1)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D ?

A. 6.

B. 10.

C. 7.

D. 5.

Lời giải.

Ta thấy 3 điểm A, B, C tạo thành mặt phẳng chắn các trục tọa độ có phương trình:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = 1$$

Suy ra $D \in (ABC)$. Như vậy 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng.

Mà theo lý thuyết: qua 3 điểm phân biệt không thẳng hàng ta xác định được 1 mặt phẳng.

Vậy nên số mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D là $C_5^3 - 3 = 7$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3632. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;3;0)$, $B(3;0;3)$, $C(0;3;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua O , vuông góc với (ABC) sao cho (P) cắt các cạnh AB, AC tại các điểm M và N . Khi $OAMN$ có thể tích nhỏ nhất, hãy viết phương trình mặt phẳng (P) .

A. $x + y - 2z = 0$.

B. $x + y + 2z = 0$.

C. $x - z = 0$.

D. $y - z = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (0; -3; 3)$, $\vec{AC} = (-3; 0; 3) \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-9; -9; -9)$.

Mặt phẳng (ABC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Phương trình của đường thẳng $AB: \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 - t \\ z = t \end{cases}$ và của đường thẳng $AC: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 3 \\ z = t. \end{cases}$

(P) cắt các cạnh AB, AC tại các điểm M, N nên $M(3; 3-m; m)$, $N(3-n; 3; n)$, với $m, n \in [0; 3]$

Ta có $[\vec{OM}, \vec{ON}] = (3n - 3m - mn; 3m - 3n - mn; 3m + 3n - mn)$.

Do $(OMN) \perp (ABC)$ nên $[\vec{OM}, \vec{ON}] \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 3m + 3n - 3mn = 0 \Leftrightarrow mn = n + m$.

Suy ra $[\vec{OM}, \vec{ON}] = (2n - 4m; 2m - 4n; 2m + 2n)$.

Do $\vec{OA} = (3; 3; 0)$ nên $V_{OAMN} = \frac{1}{6} |[\vec{OM}, \vec{ON}] \cdot \vec{OA}| = \frac{1}{6} |6n - 12m + 6m - 12n| = m + n = V$.

Ta có $m + n \geq 2\sqrt{mn} = 2\sqrt{m+n} \Rightarrow \sqrt{m+n} \geq 2 \Rightarrow V = m + n \geq 4$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $m = n = 2$.

Vậy mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $[\vec{OM}, \vec{ON}] = (-4; -4; 8)$ và đi qua O nên có phương trình $x + y - 2z = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3633. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -4; 0)$ và $B(-5; 2; 4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

A. $-3x - 3y + 2z - 7 = 0$.

B. $3x - 3y - 2z + 7 = 0$.

C. $3x - 3y - 2z + 5 = 0$.

D. $-3x + 3y + 2z + 7 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB nhận $\overrightarrow{AB} = (-6; 6; 4)$ là véc-tơ pháp tuyến và đi qua trung điểm $I(-2; -1; 2)$ của AB nên có phương trình $-6(x+2)+6(y+1)+4(z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x-3y-2z+7 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3634. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(2; 1; 1)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC .

A. $2x + y + z - 6 = 0$.

B. $3x + y + 3z - 10 = 0$.

C. $x - y + z - 2 = 0$.

D. $3x - y + 3z - 8 = 0$.

Lời giải.

Nếu OA, OB, OC đôi một vuông góc thì ta dễ dàng nhận thấy H là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $OH \perp (ABC)$.

Từ đó suy ra (P) đi qua điểm H và nhận véc-tơ $\overrightarrow{OH} = (2; 1; 1)$ làm một véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra mặt phẳng (P) có phương trình $2(x-2) + 1(y-1) + 1(z-1) = 0$ hay $(P): 2x + y + z - 6 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3635. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 4y + 3z - 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}_1 = (0; -4; 3)$.

B. $\vec{n}_2 = (1; 4; 3)$.

C. $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3)$.

D. $\vec{n}_4 = (-4; 3; -2)$.

Lời giải.

Ta có một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3636. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 10$. Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3?

A. $(P_1): x + 2y - 2z + 8 = 0$.

B. $(P_2): x + 2y - 2z - 8 = 0$.

C. $(P_3): x + 2y - 2z - 2 = 0$.

D. $(P_4): x + 2y - 2z - 4 = 0$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(-3; 0; 1)$, bán kính $R = \sqrt{10}$. Ta có (P) là mặt phẳng cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 3 \Leftrightarrow d(I, (P)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{10 - 9} = 1$. Mà

$$d(I, (P_1)) = \frac{|-3 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 1 + 8|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 1. \text{ Suy ra } (P_1) \text{ thỏa mãn.}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 3637. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $A(1; -1; 2)$ và chứa trục Ox . Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $M(0; 4; -2)$.

B. $N(2; 2; -4)$.

C. $P(-2; 2; 4)$.

D. $Q(0; 4; 2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) chứa trục $Ox \Rightarrow (\alpha): by + cz = 0 \quad (b^2 + c^2 \neq 0)$. Mà $A(1; -1; 2) \in (\alpha)$ nên $-b + 2c = 0$.

Chọn $c = 1 \Rightarrow b = 2$. Khi đó $(\alpha): 2y + z = 0$. Ta có $2 \cdot 2 - 4 = 0 \Rightarrow N(2; 2; -4) \in (\alpha)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3638. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$, $B(0; -1; 2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm O , A và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Véc-tơ nào trong các véc-tơ dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó?

A. $\vec{n}_1 = (1; -1; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (1; -1; -3)$. C. $\vec{n}_3 = (1; -1; 5)$. D. $\vec{n}_4 = (1; -1; -5)$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa AO , $d(B; (P)) = \sqrt{3}$. Giả sử (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b; c)$, $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$. Vì $O \in (P)$ nên $(P): ax + by + cz = 0$. Ta có

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{OA} = 0 \Leftrightarrow a + b = 0 \Leftrightarrow a = -b.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} d(B; (P)) = \sqrt{3} &\Leftrightarrow \frac{|-b + 2c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \sqrt{3} \\ &\Leftrightarrow (-b + 2c)^2 = 3(a^2 + b^2 + c^2) \\ &\Rightarrow b^2 - 4bc + 4c^2 = 3(b^2 + b^2 + c^2) \\ &\Leftrightarrow 5b^2 + 4bc - c^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -c \\ b = \frac{1}{5}c. \end{cases} \end{aligned}$$

- Trường hợp $b = -c$, chọn $c = 1 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \vec{n} = (1; -1; 1)$.
- Trường hợp $b = \frac{1}{5}c$, chọn $c = -5 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \vec{n} = (1; -1; -5)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 3639. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2y - z + 3 = 0$ và điểm $A(2; 0; 0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với (P) , cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\frac{4}{3}$ và cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại các điểm B, C khác O . Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 8. B. 16. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải.

Gọi $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ là giao điểm của (α) với các tia Oy, Oz , trong đó $b, c > 0$.

Khi đó ta có $(\alpha): \frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$. Mà $(\alpha) \perp (P) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Rightarrow \frac{2}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow b = 2c$. Mặt khác

$$\begin{aligned} d(O; (\alpha)) = \frac{4}{3} &\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 16 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) = 9 \\ &\Rightarrow 16 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4c^2} + \frac{1}{c^2} \right) = 9 \Leftrightarrow c = 2 \Rightarrow b = 4. \end{aligned}$$

Khi đó $V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 = \frac{8}{3}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 3640. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với trục Ox là

A. $x + 1 = 0$. B. $z - 1 = 0$. C. $x + y + z - 3 = 0$. D. $y - 2 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng vuông góc với trục Ox có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1; 0; 0) \Rightarrow$ phương trình mặt phẳng là $x + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3641. Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(-3; 0; 0), B(0; 4; 0), C(0; 0; -2)$.

A. $4x + 3y - 6z + 12 = 0$.

B. $4x + 3y + 6z + 12 = 0$.

C. $4x - 3y + 6z + 12 = 0$.

D. $4x - 3y + 6z - 12 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha) : \frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1 \Rightarrow (\alpha) : 4x - 3y + 6z + 12 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3642. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $C(0; 0; 3)$ và $M(-1; 3; 2)$. Mặt phẳng (P) qua C, M đồng thời chắn trên các nửa trục dương Ox, Oy các đoạn thẳng bằng nhau. Mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $x + y + 2z - 1 = 0$. B. $x + y + z - 6 = 0$. C. $x + y + z - 3 = 0$. D. $x + y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải.

Giả sử (P) chắn trên nửa trục dương Ox, Oy các điểm $A(a; 0; 0)$ và $B(0; b; 0)$ với $a, b > 0$.

Ta có $OA = OB \Rightarrow a = b$. Khi đó phương trình mặt phẳng P đi qua A, B, C là $(P) : \frac{x}{a} + \frac{y}{a} + \frac{z}{3} = 1$.

Điểm $M \in (P) \Rightarrow \frac{-1}{a} + \frac{3}{a} + \frac{2}{3} = 1 \Leftrightarrow a = 6 \Rightarrow (P) : x + y + 2z - 6 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3643. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1 : \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2 : \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

A. $(P) : x + 5y + 8z - 16 = 0$.

B. $(P) : x + 5y + 8z + 16 = 0$.

C. $(P) : x + 4y + 6z - 12 = 0$.

D. $(P) : 2x + y - 6 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 đi qua $A(2; 6; -2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; -2; 1)$.

Đường thẳng d_2 có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 3; -2)$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . Do mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 nên $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1; 5; 8)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(2; 6; -2)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 5; 8)$ là $x + 5y + 8z - 16 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3644. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x + 2y + z - 12 = 0$ và hai điểm $A(5; 10; 21), B(1; 3; 16)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P) . Khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng Δ bằng

A. 3.

B. 4.

C. 13.

D. 9.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

Vì đường thẳng Δ là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) nên Δ có một véc-tơ chỉ phương là

$$\vec{u} = (2; 2; 1) \Rightarrow \text{phương trình đường thẳng } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 10 + 2t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = 21 + t. \end{cases}$$

Khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng Δ là $d(B, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{AB}, \vec{u}|}{|\vec{u}|}$, với $\overrightarrow{AB} = (-4; -7; -5)$, $\vec{u} = (2; 2; 1)$.

$$\text{Vậy } d(B, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{AB}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = 3.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3645. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(3; 7; 1)$, $B(8; 3; 8)$ và $C(-2; 5; 6)$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng 3 và (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính bằng 6. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đi qua C và tiếp xúc đồng thời cả hai mặt cầu (S_1) , (S_2) ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $AB = 3\sqrt{10}$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $C(-2; 5; 6) \Rightarrow (P): A(x+2) + B(y-5) + C(z-6) = 0 \ (A^2 + B^2 + C^2 > 0)$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với hai mặt cầu (S_1) , (S_2) nên ta có hệ

$$\begin{cases} d(A, (P)) = 3 \\ d(B, (P)) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|5A + 2B - 5C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 3 \\ \frac{|10A - 2B + 2C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |5A + 2B - 5C| = 3\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \ (1) \\ |10A - 2B + 2C| = 6\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |5A + 2B - 5C| = |5A - B + C| \Leftrightarrow \begin{cases} 5A + 2B - 5C = 5A - B + C \\ 5A + 2B - 5C = -5A + B - C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 2C \\ B = -10A + 4C. \end{cases}$$

$$\text{Với } B = 2C, \text{ thay vào (1): } |5A - C| = 3\sqrt{A^2 + 5C^2} \Leftrightarrow 16A^2 - 10AC - 44C^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 2C \\ A = -\frac{11}{8}C \end{cases}$$

• Với $A = 2C$, chọn $C = 1$, $A = B = 2 \Rightarrow (P): 2x + 2y + z - 12 = 0$.

• Với $A = -\frac{11}{8}C$, chọn $C = -8$, $A = 11$, $B = -16 \Rightarrow (P): 11x - 16y - 8z + 150 = 0$.

Với $B = -10A + 4C$, thay vào (1) ta được

$$|-5A + C| = \sqrt{101A^2 - 80AC + 17C^2} \Leftrightarrow -76A^2 + 70AC - 16C^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{2}C \\ A = \frac{8}{19}C. \end{cases}$$

• Với $A = \frac{1}{2}C$, chọn $C = 2$, $A = 1$, $B = -2 \Rightarrow (P): x - 2y + 2z = 0$.

• Với $A = \frac{8}{19}C$, chọn $C = 19$, $A = 8$, $B = -4 \Rightarrow (P): 8x - 4y + 19z - 78 = 0$.

Vậy có 4 mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3646. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 1)$, $B(1; 0; 4)$, $C(0; -2; -1)$.

Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $2x + y + 5z - 8 = 0$.B. $x + 2y + 5z + 5 = 0$.C. $2x - y + 5z - 5 = 0$.D. $x + 2y + 5z - 5 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với đường thẳng BC nhận $\overrightarrow{CB} = (1; 2; 5)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Do đó (α) có phương trình là $x - 2 + 2(y + 1) + 5(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 5z - 5 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3647. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $M(1; 8; 0)$, $C(0; 0; 3)$ cắt các tia Ox , Oy lần lượt tại A , B sao cho OG nhỏ nhất, với G là trọng tâm tam giác ABC . Biết $G(a; b; c)$, hãy tính $T = a + b + c$.

A. $T = 7$.

B. $T = 3$.

C. $T = 12$.

D. $T = 6$.

Lời giải.

Gọi $A(m; 0; 0)$, $B(0; n; 0)$ với $m, n > 0$.

Khi đó phương trình của (ABC) : $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{3} = 1$.

Vì $M \in (ABC)$ nên $\frac{1}{m} + \frac{8}{n} = 1$. Kết hợp với điều kiện $m > 0$, $n > 0$ suy ra $m > 1$ và $n > 8$.

Cũng từ trên ta có $m = \frac{n}{n-8}$.

Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ $\left(\frac{m}{3}; \frac{n}{3}; 1\right)$.

$$OG^2 = \left|\overrightarrow{OG}\right|^2 = \left(\frac{m}{3}\right)^2 + \left(\frac{n}{3}\right)^2 + 1^2 = \frac{1}{9} \left[\left(\frac{n}{n-8}\right)^2 + n^2 \right] + 1.$$

Xét hàm số $f(n) = \left(\frac{n}{n-8}\right)^2 + n^2$ với $n > 8$.

$$\text{Ta có } f'(n) = 2 \cdot \frac{n}{n-8} \cdot \frac{-8}{(n-8)^2} + 2n = 2n \left[\frac{-8}{(n-8)^3} + 1 \right].$$

$$f'(n) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n = 10 \end{cases} \Leftrightarrow n = 10.$$

Bảng biến thiên

n	8	10	$+\infty$
$f'(n)$	—	0	+
$f(n)$	$+\infty$	125	$+\infty$

OG đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $f(n)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Điều này xảy ra khi $n = 10$; lúc đó $m = 5$ và $G\left(\frac{5}{3}; \frac{10}{3}; 1\right)$.

Vậy $T = a + b + c = 6$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3648. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 6; 4)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C (khác gốc tọa độ) sao cho $OA = OB = OC$.

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$. Khi đó phương trình (α) : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$\text{Vì } OA = OB = OC \text{ nên } |a| = |b| = |c| \Leftrightarrow \begin{cases} |a| = |b| \\ |b| = |c| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a = b \\ a = -b \end{cases} \\ \begin{cases} b = c \\ b = -c \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a = b = c \\ a = b = -c \\ a = -b = -c \\ a = -b = c \end{cases} \end{cases}.$$

— Với $a = b = c$ ta có $(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{a} + \frac{z}{a} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - a = 0$. Vì (α) đi qua $M(1; 6; 4)$ nên $1 + 6 + 4 - a = 0 \Rightarrow a = 11$.

Vậy $(\alpha): x + y + z - 11 = 0$.

Tương tự ba trường hợp còn lại.

— Với $a = b = -c$ ta có $(\alpha): x + y - z - 3 = 0$

— Với $a = -b = -c$ ta có $(\alpha): x - y - z + 9 = 0$

— Với $a = -b = c$ ta có $(\alpha): x - y + z + 1 = 0$

Vậy có 4 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3649. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $(1; 7; 5)$.

B. $(-2; 1; 0)$.

C. $(-2; 0; 0)$.

D. $(-2; 2; -5)$.

Lời giải.

Xét điểm $(-2; 1; 0)$ có $-2 \cdot (-2) + 1 + 0 - 5 = 0$ nên điểm có tọa độ $(-2; 1; 0)$ thuộc mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3650. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(3; 1; 4)$. Khi đó, mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x - 2y + z - 7 = 0$.

B. $2x - y + 3z - 4 = 0$.

C. $2x + 4y + 2z - 3 = 0$.

D. $x + 2y + z - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} M(2; -1; 3) \text{ là trung điểm của đoạn thẳng } AB \\ \overrightarrow{AB} = (2; 4; 2). \end{cases}$

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $x + 2y + z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3651. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 6 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc tia Ox sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 3.

A. $M(0; 0; 21)$.

B. $M(3; 0; 0)$.

C. $M(0; 0; -15)$.

D. $M(0; 0; 3), M(0; 0; -15)$.

Lời giải.

Gọi $M(a; 0; 0) \in Ox$. Ta có $d(M; (P)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|a + 6|}{3} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -15. \end{cases}$

Vậy có điểm $M(3; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3652. Cho tam giác ABC không vuông, trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ với hai mặt phẳng có phương trình $(P): x \cdot \cos A + y \cdot \cos B + z \cdot \cos C - 1 = 0$, $(Q): x \cdot \tan A - y \cdot \sin C - z \cdot \sin B - 1 = 0$. Tìm mệnh đề đúng?

A. $(P) \parallel (Q)$.

B. $(P) \equiv (Q)$.

C. $(P) \perp (Q)$.

D. $M(\cos A; \cos B; \cos C) \in (P) \cap (Q)$.

Lời giải.Xét $\vec{n}_P = (\cos A; \cos B; \cos C)$ và $\vec{n}_Q = (\tan A; -\sin C; -\sin B)$. Khi đó

$$\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = \cos A \cdot \tan A + \cos B \cdot (-\sin C) + \cos C \cdot (-\sin B) = \sin A - \sin(B+C) = \sin A - \sin A = 0.$$

Vậy, $(P) \perp (Q)$.Chọn đáp án **C** □**Câu 3653.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $x + 3y + z - 5 = 0$. B. $3x - y - z + 6 = 0$. C. $x + 3y + z - 6 = 0$. D. $3x - y - z - 6 = 0$.

Lời giải.Mặt phẳng đi qua A, B và vuông góc với AB nhận $\vec{AB} = (3; -1; -1)$ là véc-tơ pháp tuyến, suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm

$$3(x + 1) - (y - 2) - (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z + 6 = 0.$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 3654.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(1; 3; 5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $y - 2z - 6 = 0$. B. $y - 3z + 4 = 0$. C. $y + 2z - 8 = 0$. D. $y - 2z + 2 = 0$.

Lời giải.Ta có $I(1; 2; 3)$ là trung điểm của đoạn AB .Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua I và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{AB} = (0; 2; 4) = 2(0; 1; 2)$, suy ra phương trình mặt phẳng trung trực cần tìm là

$$0(x - 1) + 1(y - 2) + 2(z - 3) = 0 \Leftrightarrow y + 2z - 8 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 3655.** Trong không gian $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r . Xác định r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) thỏa mãn yêu cầu.

A. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $r = \sqrt{2}$. C. $r = \sqrt{\frac{3}{2}}$. D. $r = \sqrt{3}$.

Lời giải.Gọi $R, I(m; 0; 0)$ lần lượt là bán kính, tâm của mặt cầu; d_1, d_2 lần lượt là khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(P), (Q)$.Từ đó ta có $R^2 = d_1^2 + 4 = d_2^2 + r^2$, suy ra

$$\begin{aligned} \frac{(m+1)^2}{1^2 + (-1)^2 + 2^2} + 4 &= \frac{(2m-1)^2}{2^2 + 1^2 + 1^2} + r^2 \\ \Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 + 16 &= 4m^2 - 4m + 1 + 6r^2 \\ \Leftrightarrow 3m^2 - 6m + (6r^2 - 16) &= 0 \\ \Leftrightarrow m^2 - 2m + (2r^2 - 8) &= 0 \quad (*) \end{aligned}$$

Để tồn tại đúng một mặt cầu tương đương phương trình $(*)$ có đúng một nghiệm m hay

$$\Delta' = 1^2 - (2r^2 - 8) = 0 \Leftrightarrow r^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow r = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy ta có $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3656. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -x + y + 3z - 2 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2; -1; 1)$ và song song với mặt phẳng (P) là

A. $x - y + 3z + 2 = 0$. B. $-x + y - 3z = 0$. C. $-x + y + 3z = 0$. D. $-x - y + 3z = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(P): -x + y + 3z - 2 = 0$ có dạng $-x + y + 3z + m = 0$ ($m \neq -2$).

Vì mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2; -1; 1)$ nên ta có $-2 - 1 + 3 + m = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $-x + y + 3z = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3657. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; 1)$ và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho độ dài OA , OB , OC theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (α) .

A. $\frac{4}{\sqrt{21}}$. B. $\frac{\sqrt{21}}{21}$. C. $\frac{3\sqrt{21}}{7}$. D. $9\sqrt{21}$.

Lời giải.

Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$.

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Ta có (α) đi qua điểm $M(1; 2; 1)$ nên ta có $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$. (*)

Vì OA , OB , OC theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 2 nên $c = 2b = 4a$. Thay vào (*), ta được

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{2a} + \frac{1}{4a} = 1 \Leftrightarrow \frac{9}{4a} = 1 \Leftrightarrow a = \frac{9}{4}.$$

Suy ra phương trình mặt phẳng (α) là $\frac{x}{\frac{9}{4}} + \frac{y}{\frac{9}{2}} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 4x + 2y + z - 9 = 0$.

$$\text{Vậy } d(O, (\alpha)) = \frac{|-9|}{\sqrt{4^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{3\sqrt{21}}{7}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3658. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 0; -3)$, $B(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 8y + 7z - 1 = 0$. Điểm $C(a; b; c)$ là điểm nằm trên mặt phẳng (P) , có hoành độ dương để tam giác ABC đều. Tính $a - b + 3c$.

A. -7 . B. -9 . C. -5 . D. -3 .

Lời giải.

Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB , ta có (Q) đi qua điểm $I(1; 0; -2)$ là trung điểm của AB và nhận $\vec{IB} = (1; 0; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên (Q) có phương trình là

$$1(x - 1) + 0(y - 0) + 1(z + 2) = 0 \Leftrightarrow x + z + 1 = 0.$$

Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) . Khi đó d đi qua điểm $M(0; -1; -1)$ và có một

véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (2; -1; -2)$ nên d có phương trình là
$$\begin{cases} x = 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Ta có $C \in d \Rightarrow C(2t; -1 - t; -1 - 2t)$.

Tam giác ABC đều khi và chỉ khi $AB = AC$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(2t)^2 + (-1 - t)^2 + (2 - 2t)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow 9t^2 - 6t - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow C(2; -2; -3).$$

Vậy $a - b + 3c = -5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3659. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3; 1; 4)$ và gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) ?

A. $4x - 12y - 3z + 12 = 0$.

B. $3x + 12y - 4z + 12 = 0$.

C. $3x + 12y - 4z - 12 = 0$.

D. $4x - 12y - 3z - 12 = 0$.

Lời giải.

Ta có $A(-3; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 4)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x - 12y - 3z + 12 = 0.$$

Do đó, trong các mặt phẳng đã cho, chỉ có mặt phẳng có phương trình $4x - 12y - 3z - 12 = 0$ là song song với mặt phẳng (ABC) .

Chọn đáp án **D** □

Câu 3660. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng là $ax + by + cz - 11 = 0$. Tính $a + b + c$.

A. $a + b + c = 10$.

B. $a + b + c = 3$.

C. $a + b + c = 5$.

D. $a + b + c = -7$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (-3; -3; 2)$ và véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có một véc-tơ chỉ phương là

$$\vec{n}_Q = [\vec{AB}, \vec{n}_P] = (0; 8; 12) = 4(0; 2; 3).$$

Phương trình mặt phẳng (Q) là

$$0 \cdot (x - 2) + 2 \cdot (y - 4) + 3 \cdot (z - 1) = 0.$$

Hay $(Q): 2y + 3z - 11 = 0$. Từ đó suy ra $a = 0, b = 2, c = 3$. Do đó $a + b + c = 0 + 2 + 3 = 5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3661. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(3; 4; -2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $(R): x + y - 7 = 0$.

B. $(S): x + y + z + 5 = 0$.

C. $(Q): x - 1 = 0$.

D. $(P): z - 2 = 0$.

Lời giải.

Ta có: $3 + 4 - 7 = 0 \Rightarrow M \in (R)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3662. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; -2)$, $B(-3; 7; -18)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (P) sao cho mặt phẳng $(ABM) \perp (P)$ và $MA^2 + MB^2 = 246$. Tính $S = a + b + c$.

A. 0.

B. -1.

C. 10.

D. 13.

Lời giải.

Từ giả thiết $(ABM) \perp (P)$ suy ra M thuộc d là hình chiếu của đường thẳng AB trên (P) .

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = [\vec{n}_P, [\vec{AB}, \vec{n}_P]] = (36; 0; -72) = 36(1; 0; -2)$.

Đường thẳng qua A vuông góc với (P) : $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}$, cắt (P) tại $A'(1; 2; -1)$.

Suy ra phương trình d :
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -1 - 2t. \end{cases}$$

Gọi $M(1+t; 2; -1-2t)$, theo bài ra ta có $MA^2 + MB^2 = 246$ nên

$$(1+t+1)^2 + (2-3)^2 + (-1-2t+2)^2 + (1+t+3)^2 + (2-7)^2 + (-1-2t+18)^2 = 246 \Leftrightarrow t = 3.$$

Khi đó $M(4; 2; -7)$, vậy $a + b + c = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3663. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 3z + 2018 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ là

A. $\vec{n} = (-1; -2; 3)$.B. $\vec{n} = (1; -2; 3)$.C. $\vec{n} = (1; 2; 3)$.D. $\vec{n} = (-1; 2; 3)$.**Lời giải.**

Mặt phẳng (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3664. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 2)$. Điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $N(0; -1; 2)$.B. $N(3; 1; -2)$.C. $N(-3; -1; 2)$.D. $N(0; 1; -2)$.**Lời giải.**

Toạ độ hình chiếu của $M(3; -1; 2)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $H(0; -1; 2)$.

Toạ độ điểm đối xứng của $M(3; -1; 2)$ qua mặt phẳng (Oyz) là $N(-3; -1; 2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3665. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua các hình chiếu của điểm A trên các trục tọa độ là

A. $(Q): x - y + 2z - 2 = 0$.B. $(Q): 2x - 2y + z - 2 = 0$.C. $(Q): \frac{x}{-1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.D. $(Q): x - y + 2z - 6 = 0$.**Lời giải.**

Gọi I, J, K lần lượt là hình chiếu của $A(1; -1; 2)$ lên Ox, Oy, Oz .

Ta được $I(1; 0; 0), J(0; -1; 0), K(0; 0; 2)$.

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (Q) : $\frac{x}{1} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1 \Rightarrow (Q): 2x - 2y + z - 2 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3666. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với (d) có phương trình là

- A. $(P): x - y - 2z = 0$. B. $(P): 2x - z = 0$.
C. $(P): x - y + 2z + 2 = 0$. D. $(P): x - y + 2z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua $M(2; 0; -1)$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 2)$ có dạng $(P): x - y + 2z = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3667. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 12z = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 2 = 0$. Tính diện tích thiết diện của mặt cầu (S) cắt bởi mặt phẳng (P) .

- A. $S = 49\pi$. B. 25π . C. 50π . D. 36π .

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 2; 6)$ và bán kính $R = \sqrt{3^2 + 2^2 + 6^2} = 7$. Vì I thuộc (P) nên (P) cắt (S) theo thiết diện là đường tròn có bán kính bằng 7. Diện tích thiết diện bằng 49π .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3668. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P): (m-1)x + y + mz - 1 = 0$ với m là tham số. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Khẳng định đúng trong bốn khẳng định dưới đây là

- A. $-6 < m < -2$. B. $-2 < m < 2$. C. $2 < m < 6$. D. Không có m .

Câu 3669. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 4)$, $B(4; 3; -2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

- A. $3x + y + 3z - 8 = 0$. B. $3x + y - 3z - 8 = 0$.
C. $3x + y - 3z - 1 = 0$. D. $3x + y - 3z - 2 = 0$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M(1; 2; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của AB .

Khi đó, (P) đi qua $M(1; 2; 1)$ và nhận $\vec{AM} = (3; 1; -3)$ là véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là $3 \cdot (x-1) + 1 \cdot (y-2) - 3 \cdot (z-1) = 0 \Rightarrow (P): 3x + y - 3z - 2 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3670. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 11 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 3 = 0$. Biết mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến là đường tròn $(\mathcal{T})$. Tính chu vi của đường tròn $(\mathcal{T})$.

- A. 2π . B. 4π . C. π . D. 6π .

Lời giải.

Ta có $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$

$\Rightarrow (S)$ có tâm $I(1; 0; -2)$ và bán kính $R = 4$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (α) là

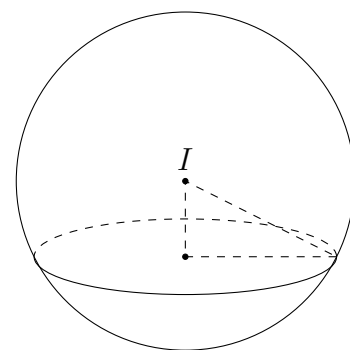
$$d = d(I, (\alpha)) = \frac{|1 + 0 + 2 + 3|}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}.$$

Gọi r là bán kính của đường tròn $(\mathcal{T})$

$$\Rightarrow r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{16 - 12} = 2.$$

Chu vi đường tròn $(\mathcal{T})$ là $2\pi r = 4\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □



Câu 3671. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và $M(4; 6; 3)$. Qua M kẻ các tia Mx , My , Mz đôi một vuông góc với nhau và cắt mặt cầu tại điểm thứ hai tương ứng là A , B , C . Biết mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định $H(a; b; c)$. Tính $a + 3b + c$.

A. 21.

B. 14.

C. 20.

D. 15.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 5$.

Gọi D, E lần lượt là trung điểm của BC, AM .

Qua D dựng đường thẳng song song với AM , cắt mặt phẳng trung trực của AM tại I .

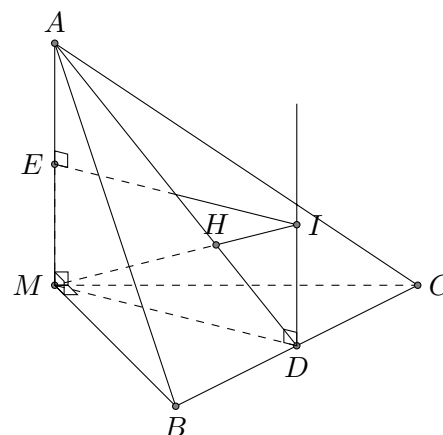
Khi đó I là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp $MABC$.

Gọi H là giao điểm của AD và MI .

Ta có $\frac{MH}{HI} = \frac{AM}{ID} = 2$ (vì $AM \parallel DI$).

Suy ra $MH = 2HI \Rightarrow \overrightarrow{MH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MI}$.

(1)



Vì M, I cố định nên H là điểm cố định mà mặt phẳng (ABC) luôn đi qua.

Ta có $H(a; b; c) \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (a-4; b-6; c-3)$, $\overrightarrow{MI} = (-3; -4; 0)$.

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} a-4 = -2 \\ b-6 = -\frac{8}{3} \\ c-3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{10}{3} \\ c = 3 \end{cases}.$$

Vậy $a + 3b + c = 2 + 10 + 3 = 15$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3672. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -1; 4)$ và $B(2; 3; -2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2; 2; 1)$.B. $M(1; 1; -1)$.C. $P(-2; 1; 0)$.D. $N(5; -2; 1)$.**Lời giải.**

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB , ta có $I(1; 1; 1)$.

$\overrightarrow{AB} = (2; 4; -6)$.

Khi đó, mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua I và nhận $\vec{u} = (1; 2; -3)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$(x-1) + 2(y-1) - 3(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3z = 0.$$

Khi đó, điểm nằm trên mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $P(-2; 1; 0)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3673. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$, $P(0; 0; 3)$.

Tìm phương trình mặt phẳng (MNP) .

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 0$.C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = -1$.**Lời giải.**

Mặt phẳng (MNP) đi qua ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$, $P(0; 0; 3)$ có phương trình

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3674. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; 0)$, $M(1; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi qua A, M và cắt các trục Oy, Oz lần lượt tại $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $b > 0, c > 0$. Khi diện tích tam giác ABC nhỏ nhất, hãy tính giá trị của tích bc .

- A. $bc = 8$. B. $bc = 64$. C. $bc = 2$. D. $bc = 16$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $(P) : \frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Điểm $M(1; 1; 1) \in (P) \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow b + c = \frac{1}{2}bc \geq 2\sqrt{bc} \Rightarrow \sqrt{bc} \geq 4 \Leftrightarrow bc \geq 16$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; b; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; 0; c) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (bc; 2c; 2b)$.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{b^2c^2 + 4b^2 + 4c^2} = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2c^2 - 8bc}$.

Vì $bc \geq 16 \Rightarrow 2b^2c^2 - 8bc \geq 256 \Rightarrow S_{\Delta ABC} \geq 8$.

Vậy diện tích tam giác ABC nhỏ nhất khi $bc = 16$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3675. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 3x - z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (-1; 0; -1)$. B. $\vec{n} = (3; -1; 2)$. C. $\vec{n} = (3; -1; 0)$. D. $\vec{n} = (3; 0; -1)$.

Lời giải.

Véc-tơ $\vec{n} = (3; 0; -1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3676. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(4; 9; 8)$, $N(1; -3; 4)$, $P(2; 5; -1)$. Mặt phẳng (α) đi qua ba điểm M, N, P có phương trình tổng quát $Ax + By + Cz + D = 0$. Biết $A = 92$, tìm giá trị của D .

- A. 101. B. -101. C. -63. D. 36.

Lời giải.

Do $A = 92$ nên mặt phẳng (P) có phương trình $92x + By + Cz + D = 0$. Do (P) đi qua các điểm A, B, C nên ta có hệ

$$\begin{cases} 92 \cdot 4 + B \cdot 9 + C \cdot 8 + D = 0 \\ 92 \cdot 1 + B \cdot (-3) + C \cdot 4 + D = 0 \\ 92 \cdot 2 + B \cdot 5 + C \cdot (-1) + D = 0. \end{cases}$$

Từ đó suy ra $D = -101$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3677. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = 2OC \neq 0$?

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 6.

Lời giải.

Đặt $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $abc \neq 0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Do $OA = OB = 2OC$ nên ta có $|a| = |b| = 2|c|$. Suy ra $a = \pm 2c, b = \pm 2c$.

— Nếu $a = 2c$ và $b = 2c$ thì mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{2c} + \frac{y}{2c} + \frac{z}{c} = 1$. Vì (P) đi qua M nên

$$\frac{1}{2c} + \frac{2}{2c} + \frac{3}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{9}{2c} = 1 \Leftrightarrow c = \frac{9}{2}.$$

Ta có $(P): x + y + 2z - 9 = 0$.

— Nếu $a = 2c$ và $b = -2c$ thì mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{2c} + \frac{y}{-2c} + \frac{z}{c} = 1$. Vì (P) đi qua M nên

$$\frac{1}{2c} - \frac{2}{2c} + \frac{3}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{5}{2c} = 1 \Rightarrow c = \frac{5}{2}.$$

Ta có $(P): x - y + 2z - 5 = 0$.

— Nếu $a = -2c$ và $b = 2c$ thì mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{-2c} + \frac{y}{2c} + \frac{z}{c} = 1$. Vì (P) đi qua M nên

$$-\frac{1}{2c} + \frac{2}{2c} + \frac{3}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{7}{2c} = 1 \Rightarrow c = \frac{7}{2}.$$

Ta có $(P): -x + y + 2z - 7 = 0$.

— Nếu $a = -2c$ và $b = -2c$ thì mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{-2c} + \frac{y}{-2c} + \frac{z}{c} = 1$. Vì (P) đi qua M nên

$$-\frac{1}{2c} - \frac{2}{2c} + \frac{3}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{3}{2c} = 1 \Rightarrow c = \frac{3}{2}.$$

Ta có $(P): -x - y + 2z - 3 = 0$.

Vậy có bốn mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3678. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 10 = 0$. Khoảng cách từ điểm $A(-2; 3; 0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{20}{3}$.

B. 4.

C. $\frac{4}{3}$.

D. 3.

Lời giải.

$$d(A, (P)) = \frac{|-4 + 6 + 10|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1}} = 4.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3679. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 10 = 0$ khẳng định nào dưới đây sai?

A. Điểm $B(2; 2; 2)$ thuộc mặt phẳng (P) .

B. Điểm $A(-2; 1; 0)$ thuộc mặt phẳng (P) .

C. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

D. Giao điểm của mặt phẳng (P) với trục Oz là $C(0; 0; 10)$.

Lời giải.

Ta có $2 \cdot (-2) + 2 + 0 - 10 \neq 0$ suy ra $A(-2; 1; 0)$ không thuộc mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3680. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(7; -2; 3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $3x - 2y + z - 14 = 0$.

B. $3x - 2y + z - 12 = 0$.

C. $3x - 2y + z - 8 = 0$.

D. $3x - 2y + z - 22 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (6; -4; 2)$ và đi qua điểm $I(4; 0; 2)$ cho nên có phương trình $3(x - 4) - 2y + z - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + z - 14 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3681. Mặt cầu (S) có tâm là điểm $A(2; 2; 2)$, mặt phẳng $(P) : 2x + 2y + z + 8 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn có bán kính $r = 8$. Diện tích của mặt cầu (S) là

A. 20π .B. 200π .C. 10π .D. 400π .

Lời giải.

Ta có $d(A, (P)) = \frac{|4 + 4 + 2 + 8|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 6$, $R^2 = d^2(A, (P)) + r^2 = 100$.

Vậy diện tích của mặt cầu (S) là $S = 4\pi R^2 = 400\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3682. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - y + 10 = 0$, một mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ vuông góc (P) và khoảng cách từ điểm $B(2; 1; 3)$ đến mặt phẳng (Q) bằng $\sqrt{3}$, mặt phẳng (Q) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm M, N, P sao cho thể tích của tứ diện $OMNP$ lớn hơn 1. Thể tích của tứ diện $OMNP$ bằng

A. $\frac{5}{3}$.B. $\frac{1331}{150}$.C. $\frac{9}{2}$.D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc (P) có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t, \\ z = 1 \end{cases}$ để thấy Δ là giao của hai

mặt phẳng có phương trình lần lượt là $x + y - 2 = 0$ và $z - 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A và vuông góc (P) nên $\Delta \subset (Q)$, suy ra $(Q) : a(x + y - 2) + b(z - 1) = 0, (a^2 + b^2 \neq 0)$.

$$d(B, (Q)) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|a + 2b|}{\sqrt{2a^2 + b^2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = 1 \\ \frac{a}{b} = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

$$V_{OMNP} = \frac{1}{6} OM \cdot ON \cdot OP = \left| \frac{(2a + b)^3}{6a^2b} \right| = \left| \frac{\left(\frac{2a}{b} + 1\right)^3}{6\left(\frac{a}{b}\right)^2} \right| = \frac{9}{2} \text{ khi } \frac{a}{b} = 1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3683. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P) : x + y - z + 1 = 0$ và $(Q) : x - y + z - 5 = 0$. Có bao nhiêu điểm M trên trục Oy thỏa mãn M cách đều hai mặt phẳng (P) và (Q) ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Vì $M \in Oy$ nên $M(0; y; 0)$.

Ta có $d(M; (P)) = \frac{|y + 1|}{\sqrt{3}}$ và $d(M; (Q)) = \frac{|-y - 5|}{\sqrt{3}}$.

Theo giả thiết $d(M; (P)) = d(M; (Q)) \Leftrightarrow |y + 1| = |-y - 5| \Leftrightarrow \begin{cases} y + 1 = -y - 5 \\ y + 1 = y + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ 0y = 4 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases}$
 $\Rightarrow M(0; -3; 0)$.

Vậy có 1 điểm M thỏa mãn bài.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3684. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1; -2; 1)$, $B(-4; 2; -2)$, $C(-1; -1; -2)$, $D(-5; -5; 2)$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) .

- A. $d = \frac{20}{\sqrt{19}}$. B. $d = \frac{18}{\sqrt{19}}$. C. $d = 3\sqrt{3}$. D. $d = 4\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 4; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (0; 1; -3) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-9; -9; -3)$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(-1; -2; 1)$ và nhận $\vec{n} = (3; 3; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là $3x + 3y + z + 8 = 0$.

Khi đó $d = d(D, (ABC)) = \frac{|-15 - 15 + 2 + 8|}{\sqrt{3^2 + 3^2 + 1^2}} = \frac{20}{\sqrt{19}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3685. Trong hệ trục tọa độ không gian $Oxyz$, cho $A(1; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, biết $b, c > 0$, phương trình mặt phẳng $(P): y - z + 1 = 0$. Tính $M = b + c$ biết $(ABC) \perp (P)$, $d(O; (ABC)) = \frac{1}{3}$.

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. 1.

Lời giải.

Ta có $(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Rightarrow (ABC): bcx + cy + bz - bc = 0$.

(ABC) và (P) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (bc; c; b)$, $\vec{n}_2 = (0; 1; -1)$.

Vì $(P) \perp (ABC)$ nên $c - b = 0 \Leftrightarrow b = c$.

Theo giả thiết $d(O; (ABC)) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{|-bc|}{\sqrt{b^2c^2 + c^2 + b^2}} = \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow 3b^2 = \sqrt{b^4 + 2b^2} \Leftrightarrow 3b^2 = b\sqrt{b^2 + 2}$

$\Leftrightarrow 3b = \sqrt{b^2 + 2} \Leftrightarrow 9b^2 = b^2 + 2 \Leftrightarrow b = \frac{1}{2}$ (vì $b > 0$). Suy ra $c = 2$.

Vậy $M = b + c = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3686. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $M(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ M đến (P) .

- A. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. B. $d = \frac{5}{29}$. C. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $d = \frac{5}{9}$.

Lời giải.

Ta có $d = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3687. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ điểm $M(1; -2; 4)$ thuộc mặt phẳng (P) có phương trình nào sau đây?

- A. $3x + 2y + 4 = 0$. B. $x + 2y + 3 = 0$. C. $x + 2y - 4 = 0$. D. $3x - 2y + 3 = 0$.

Lời giải.

Dễ thấy M thuộc mặt phẳng $(P): x + 2y + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3688. Trong không gian với tọa độ $Oxyz$ cho $A(2; -3; 0)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z + 3 = 0$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) đi qua A sao cho (P) vuông góc với (α) và (P) song song với trục Oz ?

- A. $y + 2z + 3 = 0$. B. $2x + y - 1 = 0$. C. $x + 2y - z + 4 = 0$. D. $2x - y - 7 = 0$.

Lời giải.

Vì $(P) \perp (\alpha)$ nên $\vec{n}_P \perp \vec{n}_\alpha$ và $(P) \parallel Oz$ nên $\vec{n}_P \perp \vec{k}$. Chọn $\vec{n}_P = [\vec{n}_\alpha, \vec{k}] = (2; -1; 0)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $2x - y - 7 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3689. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 1; 1)$, $B(2; 0; 2)$, $C(-1; -1; -0)$, $D(0; 3; 4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' sao cho $\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $16x + 40y - 44z + 39 = 0$.

B. $16x + 40y + 44z - 115 = 0$.

C. $16x + 40y + 44z + 39 = 0$.

D. $16x + 40y - 44z - 39 = 0$.

Lời giải.

Nhận thấy rằng V_{ABCD} là hằng số.

Áp dụng công thức tỷ số thể tích và bất đẳng thức Cauchy cho 3 số dương, ta có

$$\frac{V_{ABCD}}{V_{AB'C'D'}} = \frac{AB}{AB'} \cdot \frac{AC}{AC'} \cdot \frac{AD}{AD'} \leq \left(\frac{\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'}}{3} \right)^3 = \left(\frac{4}{3} \right)^3.$$

Do đó $V_{AB'C'D'} \geq \frac{27}{64} V_{ABCD}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{AD}{AD'} = \frac{4}{3}$.

Vì B', C', D' lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC, AD nên

$$\overrightarrow{AB'} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB} \Rightarrow B' \left(\frac{7}{4}; \frac{1}{4}; \frac{7}{4} \right).$$

Lúc đó mặt phẳng $(B'C'D')$ đi qua B' và song song mặt phẳng (BCD) nên có phương trình là

$$16x + 40y - 44z + 39 = 0.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 3690. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 3y - 4z - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_2 = (2; 3; 4)$.

B. $\vec{n}_3 = (-4; 2; 3)$.

C. $\vec{n}_4 = (2; 3; -4)$.

D. $\vec{n}_1 = (2; -3; 4)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) : $ax + by + cz + d = 0$ nhận véc-tơ $\vec{n} = (a, b, c)$ làm véc-tơ pháp tuyến, nên véc-tơ cần tìm là $\vec{n}_4 = (2; 3; -4)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3691. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 1; 3)$, $N(3; 3; 1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là

A. $x + y - z - 6 = 0$.

B. $-x + y + z - 2 = 0$.

C. $x - y + z - 2 = 0$.

D. $x + y - z - 2 = 0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của MN , suy ra $I(2; 2; 2)$.

Mặt phẳng trung trực (α) của MN đi qua I và nhận $\overrightarrow{MN} = (2; 2; -2)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

$$\Rightarrow (\alpha): 2(x - 2) + 2(y - 2) - 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 2 = 0.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 3692. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(-3; 0; 0)$, $N(0; 4; 0)$, $P(0; 0; -2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $4x + 3y + 6z - 12 = 0$.

B. $4x - 3y + 6z + 12 = 0$.

C. $4x + 3y + 6z + 12 = 0$.

D. $4x - 3y + 6z - 12 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (MNP) : $\frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow 4x - 3y + 6z + 12 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3693. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y + 2z + 3 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn bán kính bằng 3. Viết phương trình mặt cầu (S) .

A. $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = 5$.

B. $(S): (x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 3)^2 = 25$.

C. $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = 25$.

D. $(S): (x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 3)^2 = 5$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của I lên (P) , khi đó ta có $IH = d(I, (P)) = \frac{|2 + 1 + 6 + 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 4$.

Mặt khác ta có $R^2 = IH^2 + r^2 = 25$

Nên phương trình mặt cầu là $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = 25$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3694. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3 = 0$. Véc-tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{n}(1; -2; 3)$.

B. $\vec{n}(1; -2; 0)$.

C. $\vec{n}(1; -2)$.

D. $\vec{n}(1; 3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): x - 2y + 3 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}(1; -2; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3695. Biết rằng có n mặt phẳng với phương trình tương ứng là $(P_i): x + a_iy + b_iz + c_i = 0 (i = 1, 2, \dots, n)$ đi qua $M(1; 2; 3)$ (nhưng không đi qua O) và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz theo thứ tự tại A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều. Tính tổng $S = a_1 + a_2 + \dots + a_n$

A. $S = 3$.

B. $S = 1$.

C. $S = -4$.

D. $S = -1$.

Lời giải.

Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, với $a, b, c \neq 0$. Khi đó trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{a}{3}; \frac{b}{3}; \frac{c}{3}\right)$, mặt phẳng (P_i) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow x + \frac{a}{b}y + \frac{a}{c}z - a = 0$

Theo bài ra (P_i) đi qua $M(1; 2; 3)$ nên ta có $1 + \frac{2a}{b} + \frac{3a}{c} - a = 0$ (1).

Mặt khác, vì $O.ABC$ là hình chóp đều nên tam giác ABC đều nên

$AB = BC = AC \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + c^2} = \sqrt{b^2 + c^2} \Leftrightarrow a^2 = b^2 = c^2$, kết hợp với (1) ta có các trường hợp sau

— $a = b = c \Rightarrow a = 1 + 2 + 3 = 6$ nên $(P_1): x + y + z - 6 = 0$

— $a = b = -c \Rightarrow a = 1 + 2 - 3 = 0$ không thỏa yêu cầu.

— $a = -b = c \Rightarrow a = 1 - 2 + 3 = 2$ nên $(P_2): x - y + z - 2 = 0$

— $a = -b = -c \Rightarrow a = 1 - 2 - 3 = -5$ nên $(P_3): x - y - z + 5 = 0$

— $-a = -b = c \Rightarrow a = 1 + 2 - 3 = 0$, không thỏa yêu cầu

— $-a = b = -c \Rightarrow a = 1 - 2 + 3 = 2$ nên $(P): x - y + z - 2 = 0$ trùng với (P_2)

— $-a = b = c \Rightarrow a = 1 - 2 - 3 = -5$ nên $(P): x - y - z + 5 = 0$ trùng với (P_3)

— $-a = -b = -c \Rightarrow a = 1 + 2 + 3 = 6$ nên $(P) : x + y + z - 6 = 0$ trùng với (P_1)

Vậy $S = a_1 + a_2 + a_3 = 1 - 1 - 1 = -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3696. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -3)$. Gọi M_1, M_2, M_3 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm M_1, M_2, M_3 là

A. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. C. $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = -1$.

Lời giải.

Ta có $M_1(1; 0; 0), M_2(0; 2; 0), M_3(0; 0; -3)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua M_1, M_2, M_3 là $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3697. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 3; 1)$ và $B(3; -1; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $2x - 2y - z = 0$. B. $2x - 2y - z + 1 = 0$.
C. $2x + 2y - z = 0$. D. $2x + 2y + z = 0$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm của AB là $I(1; 1; 0)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; -4; -2) \Rightarrow$ phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là $4(x - 1) - 4(y - 1) - 2(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y - z = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3698. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -x + y + 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) có phương trình nào sau đây?

A. $2x - 2y - 6z + 7 = 0$. B. $-2x + 2y + 3z + 5 = 0$.
C. $x - y + 3z - 3 = 0$. D. $-x - y + 3z + 1 = 0$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (-1; 1; 3)$ cùng phương với véc-tơ $\vec{n} = (2; -2; -6)$. Vì $\frac{2}{-1} \neq \frac{7}{1}$ nên phương trình mặt phẳng song song với (P) là $2x - 2y - 6z + 7 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3699. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 6), B(0; 1; 0)$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ (với a, b, c là các số nguyên dương và a, b, c, d nguyên tố cùng nhau) đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính tổng $T = a + b + c$.

A. $T = 3$. B. $T = 5$. C. $T = 4$. D. $T = 2$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; -6)$ cùng phương với véc-tơ $\vec{u} = (1; -1; 2) \Rightarrow$

$$\text{phương trình đường thẳng } AB: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$$

Xét mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25 \Rightarrow I(1; 2; 3)$ và $R = 5$.

Gọi $H(t; 1-t; 2t)$ là điểm trên AB sao cho $AB \perp IH \Rightarrow \overrightarrow{IH} = (t-1; -t-1; 2t-3)$.

Vì $AB \perp IH \Rightarrow t-1+t+1+4t-6=0 \Rightarrow t=1 \Rightarrow H(1; 0; 2)$, $\overrightarrow{IH} = (0; -2; -1)$.

Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến giữa (P) và (S) , K là hình chiếu vuông góc của I lên $(P) \Rightarrow IK \leq IH$.

Ta có $r = \sqrt{R^2 - IK^2} \geq \sqrt{R^2 - IH^2}$.

Dấu bằng chỉ xảy ra khi $K \equiv H$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{IH} = (0; -2; -1)$ là véc-tơ pháp tuyến và đi qua điểm $H(1; 0; 2)$ là $2y + z - 2 = 0 \Rightarrow T = 3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3700. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; -2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Viết phương trình mặt cầu tâm O và tiếp xúc với (P) .

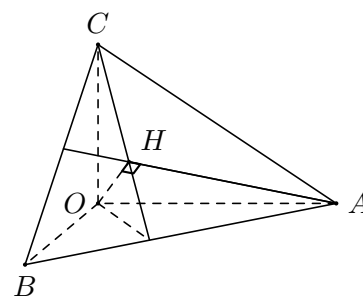
A. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 25$. C. $x^2 + y^2 + z^2 = 81$. D. $x^2 + y^2 + z^2 = 3$.

Lời giải.

Vì H là trực tâm tam giác ABC nên $AH \perp BC, CH \perp AB$

$$\Rightarrow \begin{cases} AB \perp (OHC) \\ BC \perp (AHO) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (ABC) \perp (OHC) \\ (ABC) \perp (AHO) \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC).$$

Do vậy mặt cầu tâm O tiếp xúc với (P) nhận OH làm bán kính $\Rightarrow$ phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3701. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 1)$. Số điểm cách đều bốn mặt phẳng $(ABC), (BCO), (COA), (OAB)$ là

A. 2. B. 4. C. 1. D. 8.

Lời giải.

Gọi $I(m; n; p)$ là điểm cách đều bốn mặt phẳng đã cho. Dễ thấy các mặt phẳng $(OAB), (OBC), (OCA)$ lần lượt là các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình tổng quát là $x + y + z = 1$. Do I cách đều các mặt phẳng này nên ta có

$$|m| = |n| = |p| = \frac{|m + n + p - 1|}{\sqrt{3}}. \quad (1)$$

Ta có các trường hợp

① Trường hợp 1. $m = n = p$.

Khi đó (1) tương đương

$$|m| = \frac{|3m-1|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{6}.$$

Ta được hai điểm thỏa mãn bài toán.

- ② *Trường hợp 2.* Trong ba số m, n, p có hai số bằng nhau và bằng số đối của số còn lại.

Khi đó, không mất tính tổng quát ta có thể giả sử $m = n = -p$ (các trường hợp còn lại tương tự) và (1) tương đương

$$|m| = \frac{|m-1|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}.$$

Ta được hai điểm thỏa mãn bài toán.

Vậy số điểm cách đều bốn mặt phẳng đã cho là $2 + 2 \cdot 3 = 8$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3702. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(a; b; 1)$ thuộc mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2a = b = 3$. B. $2a - b = 2$. C. $2a - b = -2$. D. $2a - b = 4$.

Lời giải.

Điểm $M(a; b; 1)$ thuộc mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$ nên ta có

$$\begin{aligned} 2a - b + 1 - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2a - b &= 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3703. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm M và cách gốc tọa độ O một khoảng cách lớn nhất, khi đó mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C . Tính thể tích V của khối chóp $O.ABC$.

- A. $V = \frac{1372}{9}$. B. $V = \frac{686}{9}$. C. $V = \frac{524}{3}$. D. $V = \frac{343}{9}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OM} = (1; 2; 3)$. Theo đề bài mặt phẳng (P) qua $M(1; 2; 3)$ và cách gốc tọa độ O một khoảng cách lớn nhất nên $OM \perp (P)$ hay véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{OM} = (1; 2; 3)$.

Suy ra

$$\begin{aligned} (P): 1(x-1) + 2(y-2) + 3(z-3) &= 0 \\ \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{x}{14} + \frac{y}{7} + \frac{z}{\frac{14}{3}} &= 1. \end{aligned}$$

Do đó (P) cắt các trục tọa độ lần lượt tại $A(14; 0; 0)$, $B(0; 7; 0)$ và $C\left(0; 0; \frac{14}{3}\right)$.

$$\text{Vậy } V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 14 \cdot 7 \cdot \frac{14}{3} = \frac{686}{9}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3704. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua các hình chiếu của điểm $M(-1; 3; 4)$ lên các trục tọa độ là

- A. $\frac{x}{1} - \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$. B. $-\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 0$. C. $-\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$. D. $-\frac{x}{1} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm $M(-1; 3; 4)$ lên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là $A(-1; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0; 4)$. Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua A, B, C là $\frac{x}{-1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3705. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 0; 0), N(0; -2; 0), P(0; 0; 1)$. Tính khoảng cách h từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (MNP) .

- A. $h = \frac{1}{3}$. B. $h = -\frac{1}{3}$. C. $h = \frac{2}{3}$. D. $h = \frac{2}{\sqrt{7}}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (MNP) viết theo đoạn chắn là $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow 2x - y + 2z - 2 = 0$.

Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ đến (MNP) là $h = \frac{|-2|}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3706. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) . Điểm nào sau đây không nằm trên mặt phẳng (Q) ?

- A. $K(3; 1; -8)$. B. $N(2; 1; -1)$. C. $I(-1; 2; 1)$. D. $M(1; 0; -5)$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có dạng

$$(Q): 2x - y + z + 3 = 0$$

Thay tọa độ các đáp án vào phương trình mặt phẳng (Q) ta có 3 điểm K, I, M thỏa mãn, còn điểm N không thỏa mãn.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3707. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (-2; -1; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 1; -1)$. C. $\vec{n} = (1; 2; 0)$. D. $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

Lời giải.

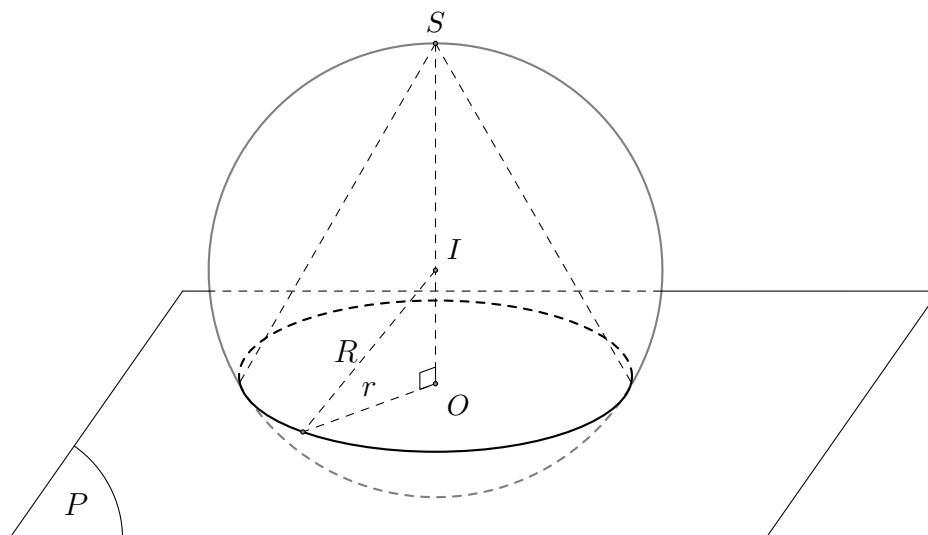
Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3708. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 10 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = 25$ cắt nhau theo giao tuyến đường tròn (C) . Gọi V_1 là thể tích khối cầu (S) , V_2 là thể tích khối nón (N) có đỉnh là giao điểm của đường thẳng đi qua tâm mặt cầu (S) và vuông góc với mặt phẳng (P) , đáy là đường tròn (C) . Biết độ dài đường cao khối nón (N) lớn hơn bán kính của khối cầu (S) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{125}{32}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{125}{8}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{125}{96}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{375}{32}$.

Lời giải.



Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; 3)$ và bán kính $R = 5$, khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là

$$d = d(I; (P)) = \frac{|4 + 1 - 6 + 10|}{3} = 3.$$

Bán kính đường tròn (C) là $r = \sqrt{R^2 - d^2} = 4$.

Thể tích khối cầu (S) là

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{500\pi}{3}.$$

Chiều cao hình nón là $h = R + d = 8$. Thể tích khối nón là

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{128\pi}{3}.$$

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{125}{32}.$

Chọn đáp án **A** □

Câu 3709. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I nằm trên mặt phẳng P , đi qua điểm A và gốc tọa độ O sao cho diện tích tam giác OIA bằng $\frac{\sqrt{17}}{2}$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của OA . Ta có $OA = \sqrt{2}, OH = \frac{\sqrt{2}}{2}$, mặt khác

$$S_{OIA} = \frac{1}{2}OA \cdot IH \Rightarrow IH = \frac{2S_{OIA}}{OA} = \sqrt{\frac{17}{2}}.$$

Từ đó ta tính được bán kính mặt cầu là $R = OI = \sqrt{OH^2 + IH^2} = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3710. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính thể tích tứ diện $OABC$, biết A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $2x - 3y + 4z + 24 = 0$ với trục Ox, Oy, Oz .

A. 192.

B. 288.

C. 96.

D. 78.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $A(-12; 0; 0), B(0; 8; 0), C(0; 0; -6)$. Suy ra

$$V_{OABC} = \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 12 \cdot 8 \cdot 6 = 96.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3711. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1; -1; 2)$, $N(3; 1; -4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của MN .

- A. $x + y + 3z + 5 = 0$. B. $x + y - 3z - 5 = 0$. C. $x + y + 3z + 1 = 0$. D. $x + y - 3z + 5 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của MN nhận $\frac{1}{2}\overrightarrow{MN} = (1; 1; -3)$ làm véc-tơ pháp tuyến và đi qua trung điểm $I(2; 0; -1)$ của MN nên nó có phương trình $x + y - 3z - 5 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3712. Trong không gian với hệ tọa độ, $Oxyz$ cho điểm $A(1; 1; 1)$ và hai mặt phẳng $(Q): y = 0$, $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A , vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) , (Q) .

- A. $3x - y + 2z - 4 = 0$. B. $3x + y - 2z - 2 = 0$.
C. $3x - 2z = 0$. D. $3x - 2z - 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi $\vec{p} = (2; -1; 3)$, $\vec{q} = (0; 1; 0)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) . Khi đó mặt phẳng (R) nhận véc-tơ $\vec{w} = -[\vec{p}, \vec{q}] = (3; 0; -2)$ làm một véc-tơ pháp tuyến. Do đó (R) có phương trình $3x - 2z - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3713. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$.

- A. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \end{cases}$.
C. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (P) song song với (α) có dạng $4x + 3y - 12z + c = 0$. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $r = 4$ nên (P) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi

$$4 = d(I, (P)) = \frac{|c - 26|}{13} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 78 \\ c = -26. \end{cases}$$

Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn bài toán là $4x + 3y - 12z + 78 = 0$, $4x + 3y - 12z - 26 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3714. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1; 3; -2)$, cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C (A , B , C không trùng O) sao cho $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4}$.

- A. $2x - y - z - 1 = 0$. B. $x + 2y + 4z + 1 = 0$.
C. $4x + 2y + z + 1 = 0$. D. $4x + 2y + z - 8 = 0$.

Lời giải.

Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, với $a, b, c > 0$. Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} \\ \frac{1}{a} + \frac{3}{b} - \frac{2}{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \\ c = 8. \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $4x + 2y + z - 8 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3715. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; -2)$ và $B(3; -1; 0)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ tại điểm I . Tỉ số $\frac{IA}{IB}$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.

Lời giải.

Ta có $\frac{IA}{IB} = \frac{d(A, (P))}{d(B, (P))} = \frac{8}{\sqrt{3}} : \frac{4}{\sqrt{3}} = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3716. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; -2; 0)$, $B(0; -4; 0)$, $C(0; 0; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) nào dưới đây đi qua A , gốc tọa độ O và cách đều hai điểm B và C ?

- A. $(P): 2x - y + 3z = 0$. B. $(P): 6x - 3y + 5z = 0$.
C. $(P): 2x - y - 3z = 0$. D. $(P): -6x + 3y + 4z = 0$.

Lời giải.

Vì (P) đi qua O nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + cz = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 > 0$). Vì $A \in (P)$ và B, C cách đều (P) nên

$$\begin{cases} -a - 2b = 0 \\ |4b| = |3c| \end{cases}$$

Chọn $a = -6$, ta có $b = 3$, suy ra $c = \pm 4$. Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn là $-6x + 3y - 4z = 0$ hoặc $-6x + 3y + 4z = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3717. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $P: y - 2z + 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng P ?

- A. $\vec{n} = (1; -2; 1)$. B. $\vec{n} = (1; -2; 0)$. C. $\vec{n} = (0; 1; -2)$. D. $\vec{n} = (0; 2; 4)$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng P là $\vec{n} = (0; 1; -2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3718. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r . Tính r .

- A. $r = 3$. B. $r = 2\sqrt{2}$. C. $r = \sqrt{3}$. D. $r = 2$.

Lời giải.

Ta có $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} I(1; 2; 2) \\ R = 3 \end{cases}$.

$d = d(I, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 - 2 \cdot 2 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = 1$.

Vậy $r = \sqrt{R^2 - d^2} = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3719. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$ hai điểm $M(4; -4; 2), N(6; 0; 6)$. Gọi E là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $EM + EN$ đạt giá trị lớn nhất. Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) tại E .

A. $x - 2y + 2z + 8 = 0$.

B. $2x + y - 2z - 9 = 0$.

C. $2x + 2y + z + 1 = 0$.

D. $2x - 2y + z + 9 = 0$.

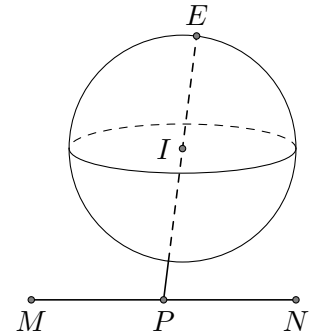
Lời giải.

Gọi $I(1; 2; 2)$ là tâm của (S) , $P(5; -2; 4)$ là trung điểm MN . Theo bất đẳng thức Bu-nhi-a-copx-ki và công thức độ dài trung tuyến ta được

$$(EM + EN)^2 \leq 2(EM^2 + EN^2) = 2\left(2EP^2 + \frac{MN^2}{2}\right)$$

nên $T = EM + EN$ đạt giá trị lớn nhất khi $EM = EN$ và EP đạt giá trị lớn nhất. Khi đó E là giao điểm của đường thẳng IP với mặt cầu (S) (I nằm giữa E và P). Đường thẳng IP có phương trình

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{1}.$$



Tọa độ E thỏa hệ phương trình

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9 \\ \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{1} \end{cases}.$$

Tìm được $E(3; 0; 3)$ hoặc $E(-1; 4; 1)$, thử lại để EP lớn nhất ta được $E(-1; 4; 1)$. Khi đó phương trình tiếp diện với (S) tại E là $2x - 2y + z + 9 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3720. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $-x + 2y + 3z - 4 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (-1; 3; 4)$.

B. $\vec{n} = (2; 3; -4)$.

C. $\vec{n} = (-1; 2; 3)$.

D. $\vec{n} = (-1; 2; -4)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): -x + 2y + 3z - 4 = 0$ là $\vec{n} = (-1; 2; 3)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3721. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (-2; 0; 1)$ là

A. $-2x + z + 1 = 0$.

B. $-2y + z - 1 = 0$.

C. $-2x + z - 1 = 0$.

D. $-2x + y - 1 = 0$.

Lời giải.

Phương trình của mặt phẳng cần tìm là $-2(x-1) + 0(y-2) + 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow -2x + z - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3722. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 2 = 0$ và điểm $I(1; 2; 2)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 36$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 25$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 2 + 2|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 2$.

Phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3723. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 0; 1)$ và $B(-2; 2; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

A. $3x - y - z + 1 = 0$.

B. $3x + y + z - 6 = 0$.

C. $3x - y - z = 0$.

D. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . Khi đó (α) đi qua điểm $M(1; 1; 2)$, là trung điểm của AB , và nhận $\overrightarrow{AB} = (-6; 2; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình của mặt phẳng (α) là

$$-6(x-1) + 2(y-1) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow -6x + 2y + 2z = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3724. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc tọa độ O , $B(a; 0; 0)$, $D(0; a; 0)$, $A'(0; 0; b)$ ($a > 0$, $b > 0$). Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Giá trị của tỉ số $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau là

A. $\frac{1}{3}$.

B. 1.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi K là trung điểm của BD . Do $A'B = A'D$ nên $A'K \perp BD$.

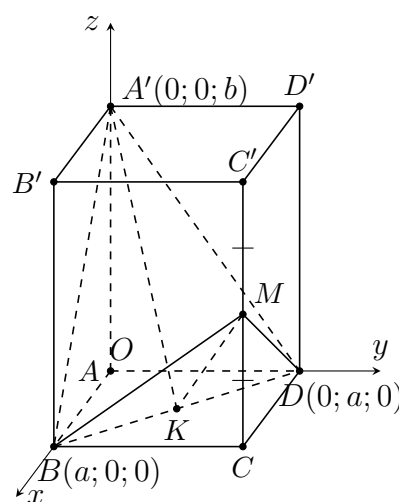
Lại có $MB = MD$ nên $MK \perp BD$.

$(A'BD) \perp (MBD)$ nên $A'K \perp MK$.

Ta có $K\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$, $M\left(a; a; \frac{b}{2}\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{A'K} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; -b\right)$, $\overrightarrow{MK} = \left(-\frac{a}{2}; -\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}\right)$.

$$\begin{aligned} A'K \perp MK &\Leftrightarrow \overrightarrow{A'K} \cdot \overrightarrow{MK} = 0 \Leftrightarrow -\frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{2} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{a^2}{2} = \frac{b^2}{2} \Leftrightarrow a^2 = b^2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 1. \text{ (vì } a > 0, b > 0) \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3725. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $O(0; 0; 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 2z - 6 = 0$. Tính bán kính của (S) .

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 6.

Lời giải.

Ta có bán kính của (S) là $R = d(O, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 0 + 0 + 2 \cdot 0 - 6|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3726. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 0; -1)$, $B(1; 1; 0)$ và (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n}(1; -1; -1)$.

B. $\vec{n}(1; 1; -1)$.

C. $\vec{n}(1; -1; 1)$.

D. $\vec{n}(1; 1; 1)$.

Lời giải.

Do (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB nên (α) nhận $\overrightarrow{AB}(-1; 1; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra $\vec{n}(1; -1; -1) = -\overrightarrow{AB}$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của (α) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3727. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $H(1; 2; -3)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC .

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$.

B. $x + 2y + 3z + 14 = 0$.

C. $x + 2y - 3z - 14 = 0$.

D. $x + y + z = 0$.

Lời giải.

Giả sử $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c), abc \neq 0$.

Khi đó $(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Ta có $\overrightarrow{HA} = (a - 1; -2; 3), \overrightarrow{HB} = (-1; b - 2; 3), \overrightarrow{BC} = (0; -b; c)$ và $\overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$.

$$H \text{ là trực tâm của } \triangle ABC \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b + 3c = 0 \\ a + 3c = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2b = -3c.$$

Mặt khác $H \in (\alpha) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} - \frac{3}{c} = 1$.

Suy ra $\frac{1}{-3c} + \frac{4}{-3c} - \frac{3}{c} = 1 \Leftrightarrow 14 = -3c \Leftrightarrow c = -\frac{14}{3} \Rightarrow a = 14, b = 7$.

Vậy $(\alpha): \frac{x}{14} + \frac{y}{7} + \frac{z}{-\frac{14}{3}} = 1$ hay $(\alpha): x + 2y - 3z - 14 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3728. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - m = 0$. Tìm tất cả m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính lớn nhất.

A. $m = -4$.

B. $m = 0$.

C. $m = 4$.

D. $m = 7$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; -2)$. Để (P) cắt (S) theo đường tròn có bán kính lớn nhất thì đó là đường tròn lớn. Suy ra $I \in (P) \Leftrightarrow m = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3729. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z + 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (3; 1; -2)$.

B. $\vec{n} = (1; -2; 1)$.

C. $\vec{n} = (-2; 1; 3)$.

D. $\vec{n} = (3; -2; 1)$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (3; 1; -2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3730. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua $M(1; 1; 4)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C phân biệt sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Tính thể tích nhỏ nhất đó.

A. 72.

B. 108.

C. 18.

D. 36.

Lời giải.

Gọi phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ với $a, b, c > 0$.

Điểm $M \in (\alpha)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{4}{c} = 1$.

Áp dụng bất đẳng thức *Cauchy* ta có $1 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{4}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{4}{abc}} \Rightarrow abc \geq 27 \cdot 4 = 108$.

Do đó thể tích khối chóp $O.ABC$ là $V = \frac{1}{6}OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6}abc \geq \frac{1}{6} \cdot 108 = 18$.

Đẳng thức xảy ra khi $a = b = 3, c = 12$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3731. Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $x - 2y + 3z + 2017 = 0$ là

- A. $\vec{n} = (-1; -2; 3)$. B. $\vec{n} = (1; -2; 3)$. C. $\vec{n} = (1; 2; 3)$. D. $\vec{n} = (-1; 2; 3)$.

Lời giải.

Từ định nghĩa véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng ta suy ra $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3732. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

- A. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
 B. Trong không gian hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.
 C. Trong không gian hai mặt phẳng cùng vuông góc với nhau một đường thẳng thì song song với nhau.
 D. Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

Lời giải.

Dựa vào kiến thức cơ bản của hình học không gian ta suy ra khẳng định đúng là: Trong không gian hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3733. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 6 = 0$ cắt ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C . Lúc đó thể tích V của khối tứ diện $OABC$ là

- A. 6. B. 3. C. 12. D. 18.

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ lần lượt là giao của mặt phẳng (P) với ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Khi đó $A(3; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; 6)$ và tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc tại O .

Do đó $V_{OABC} = \frac{1}{6}OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6}3 \cdot 2 \cdot 6 = 6$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3734. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): y - z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (0; 1; 1)$. B. $\vec{n} = (1; -1; 0)$. C. $\vec{n} = (1; -1; 2)$. D. $\vec{n} = (0; 1; -1)$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (0; 1; -1)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3735. Cho $A(-1; 2; 1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + 4y - 6z - 5 = 0$; $(Q): x + 2y - 3z = 0$. Khi đó

- A. mặt phẳng (Q) qua A và $(Q) \parallel (P)$.
- B. mặt phẳng (Q) không qua A và không song song với mặt phẳng (P) .
- C. mặt phẳng (Q) không qua A và $(Q) \parallel (P)$.
- D. mặt phẳng (Q) qua A và mặt phẳng (Q) cắt mặt phẳng (P) .

Lời giải.

Thay tọa độ điểm A vào phương trình mặt phẳng (Q) thỏa mãn, do đó $A \in (Q)$.

Vì $\vec{n}_P = (2; 4; -6) = 2(1; 2; -3) = \vec{n}_Q$ nên $(P) \parallel (Q)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3736. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng tọa độ Oxy là

- A. $(1; 0; 3)$.
- B. $(1; -2; 0)$.
- C. $(0; -2; 3)$.
- D. $(1; 0; 0)$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng d đi qua M và vuông góc với mặt phẳng $(Oxy): z = 0$ là
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Gọi H là tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng tọa độ Oxy , suy ra H là giao điểm của đường thẳng d và (Oxy) . Ta có $3 + t = 0 \Rightarrow t = -3 \Rightarrow H(1; -2; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3737. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 4 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng.

- A. (P) tiếp xúc (S) .
- B. (P) không cắt (S) .
- C. (P) đi qua tâm của (S) .
- D. (P) cắt (S) .

Lời giải.

(S) có tâm $I(0; 2; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{15}$.

Ta có $d[I, (P)] = \frac{|2 + 3 + 4|}{\sqrt{1 + 1 + 1}} = 3\sqrt{3} > \sqrt{15} = R$ nên (P) không cắt (S) .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3738. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $M(-1; 2; 4)$ và chứa trục Oy có phương trình

- A. $(P): 4x - z = 0$.
- B. $(P): 4x + z = 0$.
- C. $(P): x - 4z = 0$.
- D. $(P): x + 4z = 0$.

Lời giải.

(P) có cặp véc-tơ chỉ phương $\vec{v}_{Oy} = (0; 1; 0)$ và $\vec{OM} = (-1; 2; 4)$. Khi đó véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = (-4; 0; -1)$, ta chọn $\vec{n}_{(P)} = (4; 0; 1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $M(-1; 2; 4)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (4; 0; 1)$ nên có phương trình $4(x + 1) + (z - 4) = 0$ hay $4x + z = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3739. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và nhận $\vec{n} = (1; -2; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

A. $x - 2y - 3z + 6 = 0$.

B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$.

C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$.

D. $x - 2y + 3z + 12 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và nhận $\vec{n} = (1; -2; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$1(x - 1) - 2(y - 2) + 3(z + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3740. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (1; 1 - 2)$.

B. $\vec{n} = (0; 0; -2)$.

C. $\vec{n} = (1; -2; 1)$.

D. $\vec{n} = (-2; 1; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 1; -2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3741. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng $x - 3y + 2z + 1 = 0$?

A. $N(0; 1; 1)$.

B. $Q(2; 0; -1)$.

C. $M(3; 1; 0)$.

D. $P(1; 1; 1)$.

Lời giải.

Ta có $0 - 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 = 0$. Vậy $N(0; 1; 1)$ thuộc mặt phẳng $x - 3y + 2z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3742. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) , biết (α) song song với $(P): 2x + y - 2z + 11 = 0$ và cắt mặt cầu (S) theo tiết diện là một đường tròn có chu vi bằng 8π .

A. $2x + y - 2z - 11 = 0$.

B. $2x - y - 2z - 7 = 0$.

C. $2x + y - 2z - 5 = 0$.

D. $2x + y - 2z - 7 = 0$.

Lời giải.

Vì $(\alpha) \parallel (P)$ nên phương trình mặt phẳng (α) có dạng $2x + y - 2z + c = 0$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 5$.

Đường tròn có chu vi 8π nên bán kính $r = 4$.

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng P bằng 3.

$$\text{Từ đó ta có } d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 - 2 \cdot 3 + c|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 3 \Leftrightarrow |-2 + c| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 11 \\ c = -7 \end{cases}$$

Vì $(\alpha) \parallel (P)$ nên phương trình mặt phẳng (α) là $2x + y - 2z - 7 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3743. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z - 1 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $-\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Lấy $M(-3; 0; 0) \in (P)$. Vì $(P) \parallel (Q)$ nên khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) .

$$\text{Ta có } d(M, (Q)) = \frac{|x_M + 2y_M - 2z_M - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3744. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; -1; 2)$ và $N(2; 1; 4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN .

- A. $3x + y - 1 = 0$. B. $y + z - 3 = 0$. C. $x - 3y - 1 = 0$. D. $2x + y - 2z = 0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MN .

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_M + x_N}{2} \\ y_I = \frac{y_M + y_N}{2} \\ z_I = \frac{z_M + z_N}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 2 \\ y_I = 0 \\ z_I = 3 \end{cases}$$

Khi đó $I(2; 0; 3)$. $\overrightarrow{MN} = (0; 2; 2)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN là $2y + 2(z - 3) = 0 \Leftrightarrow y + z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3745. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 1)$, $B(-1; 3; 3)$, $C(2; -4; 2)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $4y + 2z - 3 = 0$. B. $2y + z - 3 = 0$. C. $3x + 2y + 1 = 0$. D. $9x + 4y - z = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 5; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -2; 1)$. Khi đó, véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (9; 4; -1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3746. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2; -1; 5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P) : 3x - 2y + z + 7 = 0$ và $(Q) : 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng (α) là

- A. $x + 2y + z - 5 = 0$. B. $2x + 4y + 2z + 10 = 0$.
C. $x + 2y - z + 5 = 0$. D. $2x - 4y - 2z - 10 = 0$.

Lời giải.

Ta có các véc-tơ pháp tuyến của (P) và (Q) là $\vec{n}_P = (3; -2; 1)$, $\vec{n}_Q = (5; -4; 3)$. Theo giả thiết mặt phẳng (α) vuông góc với (P) và (Q) do đó $\vec{n}_\alpha \perp (\vec{n}_P, \vec{n}_Q) \Rightarrow \vec{n}_\alpha = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (1; 2; 1)$. Suy ra, phương trình mặt phẳng (α) có dạng $1(x - 2) + 2(y + 1) + 1(z - 5) = 0$. Hay $x + 2y + z - 5 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3747. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(-2; 1; 1)$. Phương trình mặt trung trực của đoạn AB là

- A. $x - y + 2 = 0$. B. $x - y + 1 = 0$. C. $-x + y + 2 = 0$. D. $x - y - 2 = 0$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là $I\left(\frac{-3}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB đi qua I và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $-1\left(x + \frac{3}{2}\right) + 1\left(y - \frac{1}{2}\right) = 0$, hay $-x + y - 2 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3748. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P) : (m - 1)x + y - 2z + m = 0$ và $(Q) : 2x - z + 3 = 0$. Tìm m để (P) vuông góc với (Q) .

- A. $m = 0$. B. $m = \frac{3}{2}$. C. $m = 5$. D. $m = -1$.

Lời giải.

(P) vuông góc với (Q) khi và chỉ khi các véc-tơ pháp tuyến của chúng vuông góc với nhau, tức là

$$(m-1; 1; -2) \cdot (2; 0; -1) = 0 \Leftrightarrow m = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3749. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(3; 0; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x - y + 2z + 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1(1; 7; 3)$. B. $\vec{n}_2(1; -7; 3)$. C. $\vec{n}_3(-1; -7; 3)$. D. $\vec{n}_4(1; -1; 3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (β) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 2)$. Mặt phẳng (α) qua A, B và vuông góc với (β) nên có một véc-tơ pháp tuyến là $[\vec{AB}, \vec{n}] = (-1; -7; -3) = -(1; 7; 3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3750. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua $M(1; -3; 8)$ và chắn trên tia Oz một đoạn thẳng dài gấp đôi các đoạn thẳng mà nó chắn trên các tia Ox và Oy . Giả sử $(P): ax + by + cz + d = 0$, với a, b, c, d là các số nguyên và $d \neq 0$. Tính $S = \frac{a+b+c}{d}$.

- A. $S = -\frac{5}{4}$. B. $S = \frac{5}{4}$. C. $S = 3$. D. $S = -3$.

Lời giải.

Từ giả thiết, ta suy ra các giao điểm của (α) với các tia Ox, Oy, Oz lần lượt là $A(a; 0; 0)$, $B(0; a; 0)$ và $C(0; 0; 2a)$, với $a > 0$. Suy ra phương trình (đoạn chắn) của (α) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{a} + \frac{z}{2a} = 1$. Do (α) đi qua M nên $a = 2$. Suy ra $(\alpha): 2x + 2y + z - 4 = 0$. Từ đó, ta tính được $S = \frac{a+b+c}{d} = \frac{2+2+1}{-4} = -\frac{5}{4}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3751. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(2; 3; 5)$, $B(3; 2; 4)$ và $C(4; 1; 2)$ có phương trình là

- A. $x + y + 5 = 0$. B. $x + y - 5 = 0$. C. $y - z + 2 = 0$. D. $2x + y - 7 = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\vec{AB} &= (1; -1; -1), \quad \vec{AC} = (2; -2; -3) \\ \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] &= (1; 1; 0)\end{aligned}$$

Mặt phẳng (ABC) qua điểm $A(2; 3; 5)$ và có véc-tơ pháp tuyến $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (1; 1; 0)$ nên có phương trình

$$1(x-2) + 1(y-3) + 0 \cdot (z-5) = 0 \Leftrightarrow x + y - 5 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3752. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 4; 2)$ và tiếp xúc mặt phẳng $(P): -2x + 2y + z + 15 = 0$. Khi đó phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 81$.
C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = d(I, (P)) = \frac{|-2 \cdot (-1) + 2 \cdot 4 + 2 + 15|}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{27}{3} = 9$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm là $I(-1; 4; 2)$ và có bán kính $R = 9$ nên có phương trình

$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 2)^2 = 81.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3753. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$. Trong các mặt phẳng sau tìm mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (α) .

A. $2x - y - z + 1 = 0$.

B. $2x + 2y + 2z - 1 = 0$.

C. $x - y - z + 1 = 0$.

D. $2x - y + z + 1 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; 1; 1)$.

Mặt phẳng $2x - y - z + 1 = 0$ có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; -1; -1) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_1 = 0$ nên mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng $2x - y - z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3754. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(4; -3; 7)$ và $B(2; 1; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $x + 2y + 2z + 15 = 0$.

B. $x - 2y + 2z + 15 = 0$.

C. $x + 2y + 2z - 15 = 0$.

D. $x - 2y + 2z - 15 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}(-2; 4; -4)$ trung điểm AB là $M(3; -1; 5)$.

Mặt phẳng trung trực của AB là $-2(x - 3) + 4(y + 1) - 4(z - 5) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z - 15 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3755. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

A. $m = 1$.

B. Không tồn tại m .

C. $m = -2$.

D. $m = 2$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β) khi và chỉ khi

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{-m}{-1} \neq \frac{-2}{-1} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m \neq 2. \end{cases}$$

Hệ này vô nghiệm nên không có giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3756. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; -1)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox có phương trình là

A. $y = 0$.

B. $x + z = 0$.

C. $y + z + 1 = 0$.

D. $x + y + z = 0$.

Lời giải.

Do mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox nên (α) có một vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{i}, \overrightarrow{OM}]$ với $\vec{i} = (1; 0; 0)$ và $\overrightarrow{OM} = (1; 0; -1) \Rightarrow \vec{n} = (0; 1; 0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $y = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3757. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 5y + 1 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

- A. $\vec{n}_1 = (2; -5; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -5; 0)$. C. $\vec{n}_3 = (2; 5; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; 5; 1)$.

Lời giải.

Ta có mặt phẳng $(P): 2x - 5y + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; -5; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3758. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1; -2; 5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + 2y - 3z + 1 = 0$ và $(R): 2x - 3y + z + 1 = 0$ có dạng

- A. $x + y + z - 2 = 0$. B. $7x + 7y + 7z - 5 = 0$.
C. $x - y + z - 6 = 0$. D. $x + y + z + 2 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = (1; 2; -3)$.

Mặt phẳng (R) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(R)} = (2; -3; 1)$.

Khi đó mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(Q)}, \vec{n}_{(R)}] = (-7; -7; -7)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là

$$-7(x + 1) - 7(y + 2) - 7(z - 5) = 0 \Leftrightarrow -7x - 7y - 7z + 14 = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 2 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3759. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 1; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) cắt trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ?

- A. $(P): x + y - z + 1 = 0$. B. $(P): x + y + z - 3 = 0$.
C. $(P): x - y - z + 1 = 0$. D. $(P): x + 2y + z - 4 = 0$.

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$. Xét tam giác ABC có $AB^2 = a^2 + b^2$, $AC^2 = a^2 + c^2$, $BC^2 = b^2 + c^2$. Khi đó

$$\cos \hat{A} = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{a^2}{AB \cdot AC} > 0$$

suy ra góc A nhọn. Chứng minh tương tự ta được góc $\hat{B}$, $\hat{C}$ nhọn. Do đó, tam giác ABC có ba góc nhọn.

Phương trình mặt phẳng (P) qua A , B , C có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Ta có (P) qua I suy ra $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Suy ra a, b, c lớn hơn 1.

Xét tam giác ABC có $IA = IB = IC$ mà $a, b, c > 1$. Do đó $a = b = c$ suy ra tam giác ABC đều hay I là trực tâm của tam giác ABC khi đó OI vuông góc (ABC) .

Ta có $\vec{OI} = (1; 1; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Suy ra mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3760. Cho hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 4 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) có bán kính bằng $\frac{AB}{6}$ có tâm thuộc đường thẳng AB và (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

- A. $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = \frac{1}{3}$. B. $\begin{cases} (x - 4)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = \frac{1}{3} \\ (x - 6)^2 + (y + 5)^2 + (z - 4)^2 = \frac{1}{3} \end{cases}$.

C. $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \frac{1}{3}$.

D.
$$\begin{cases} (x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \frac{1}{3} \\ (x+6)^2 + (y-5)^2 + (z+4)^2 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -2)$ suy ra $AB: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 - 2t. \end{cases}$

Ta có bán kính $R = \frac{AB}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Tâm I thuộc AB suy ra $I(1-2t, -2+2t, 3-2t)$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu nên

$$\begin{aligned} d(I, (P)) &= R \\ \Leftrightarrow \frac{|(1-2t) + (-2+2t) + (3-2t) + 4|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} &= \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \Leftrightarrow |6-t| &= 1 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 6-2t = 1 \Rightarrow 2t = 5 \Rightarrow I(-4; 3; -2) \\ 6-2t = -1 \Rightarrow 2t = 7 \Rightarrow I(-6; 5; -4) \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có phương trình đường tròn (C) tâm $I(-4; 3; -2)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{3}}{3}$ là

$$(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \frac{1}{3}.$$

Phương trình đường tròn (C) tâm $I(-6; 5; -4)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{3}}{3}$ là

$$(x+6)^2 + (y-5)^2 + (z+4)^2 = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 3761. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$ và $(R): 2x - y + z = 0$ là

A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$.

B. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.

C. $2x + y - 3z - 14 = 0$.

D. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Lời giải.

Từ $(Q): x + y + 3z = 0$, suy ra véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_{(Q)} = (1; 1; 3)$.

Từ $(R): 2x - y + z = 0$, suy ra véc-tơ pháp tuyến của (R) là $\vec{n}_{(R)} = (2; -1; 1)$.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = \vec{n}_{(Q)} \wedge \vec{n}_{(R)} = (4; 5; -3)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $4(x-2) + 5(y-1) - 3(z+3) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3762. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

A. $y + z = 1$.

B. $z = 0$.

C. $x = 0$.

D. $y = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3763. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - z + 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây không là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?

- A. $\vec{n}_4 = (4; 2; -2)$. B. $\vec{n}_2 = (-2; -1; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; 1; 1)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 1; -1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = (2; 1; -1)$. Ta thấy $\vec{n}_3 = (2; 1; 1)$ không cùng phương với $\vec{n}$ nên không là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

Chọn đáp án **C** □

Câu 3764. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$ và $B(-3; 0; -1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $x - y + z - 3 = 0$. B. $2x + y + 1 = 0$. C. $x - y + z + 3 = 0$. D. $2x + y - 1 = 0$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của AB là $I(-1; 1; -1)$, $\overrightarrow{AB} = (-4; -2; 0) = -2(2; 1; 0)$.

Mặt phẳng trung trực của AB qua điểm I và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là: $2(x + 1) + 1(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 1 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3765. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Oz và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 1 = 0$ có phương trình là

- A. $x + y = 0$. B. $x + 2y = 0$. C. $x - y = 0$. D. $x + y - 1 = 0$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; -1; 2)$, véc-tơ chỉ phương của trục Oz là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Mặt phẳng cần tìm có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{k}] = (-1; -1; 0)$ và đi qua gốc tọa độ nên có phương trình là $x + y = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3766. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(1; 0; -1)$ và $C(2; -1; 2)$. Điểm D thuộc tia Oz sao cho độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh D của tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{3\sqrt{30}}{10}$ có tọa độ là

- A. $(0; 0; 1)$. B. $(0; 0; 3)$. C. $(0; 0; 2)$. D. $(0; 0; 4)$.

Lời giải.

Ta có D thuộc tia Oz nên $D(0; 0; d)$ với $d > 0$.

Tính $\overrightarrow{AB} = (0; -2; -4)$ và $\overrightarrow{AC} = (1; -3; -1)$.

Mặt phẳng (ABC) : $\begin{cases} \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-10; -4; 2) \\ \text{đi qua điểm } A(1; 2; 3). \end{cases}$

$\Rightarrow (ABC): -10(x - 1) - 4(y - 2) + 2(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 5x + 2y - z - 6 = 0$.

Ta có $d[D, (ABC)] = \frac{3\sqrt{30}}{10} \Leftrightarrow \frac{|d + 6|}{\sqrt{30}} = \frac{3\sqrt{30}}{10} \Leftrightarrow |d + 6| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \text{ (nhận)} \\ d = -15 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Vậy $D(0; 0; 3)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3767. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; 1)$. Véc-tơ nào sau đây cũng là véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $(4; -2; 2)$. B. $(-4; 2; 3)$. C. $(4; 2; -2)$. D. $(-2; 1; 1)$.

Lời giải.

Véc-tơ $2\vec{n} = (4; -2; 2)$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3768. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): x + y + z + 3 = 0$, cách điểm $M(3; 2; 1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a; b; c)$ trên mặt phẳng đó thỏa mãn $a + b + c < -2$?

A. 1.

B. Vô số.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Mặt phẳng song song với (Q) có dạng $(P): x + y + z + m = 0$ ($m \neq 3$) mà

$$d(M, (P)) = \frac{|3 + 2 + 1 + m|}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 & (\text{loại}) \\ m = -15. \end{cases}$$

Với $m = -15$ thì với mọi $X(a; b; c) \in (P)$ ta có $a + b + c - 15 = 0 \Leftrightarrow a + b + c = 15 > -2$. Do đó không có mặt phẳng nào thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3769. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{72}{7}$. Tính $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

A. 14.

B. $\frac{1}{7}$.

C. 7.

D. $\frac{7}{2}$.**Lời giải.**

Mặt phẳng (ABC) có phương trình $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Ta có $M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right) \in (ABC)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 7$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{\frac{72}{7}}$. Mà (ABC) tiếp xúc với (S) nên

$$d(I, (ABC)) = R \Leftrightarrow \frac{\left|\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} - 1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \sqrt{\frac{72}{7}} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{7}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3770. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua $M(1; -1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$.

A. $2x - y + 3z - 9 = 0$.B. $2x - y + 3z + 9 = 0$.C. $2x - y + 3z - 6 = 0$.D. $2x + y + 3z - 9 = 0$.**Lời giải.**

Mặt phẳng đi qua $M(1; -1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng Δ nên có VTPT là $\vec{n}(2; -1; 3)$.

Phương trình mặt phẳng là: $2(x - 1) - (y + 1) + 3(z - 2) = 0$ hay $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3771. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 4)$, $B(0; 0; 1)$ và mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 4$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 3 = 0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = \frac{27}{4}$.

B. $T = \frac{33}{5}$.

C. $T = -\frac{3}{4}$.

D. $T = \frac{31}{5}$.

Lời giải.Ta có: (S) có tâm $I(-1; 1; 0)$ và bán kính $R = 2$.Nhận thấy $r = \sqrt{4 - (d(I, P))^2} \Rightarrow r_{\min}$ khi $d(I, (P))_{\max}$ $(P): ax + by + cz + 3 = 0$ đi qua $A, B \Rightarrow P: (9 - 2b)x + by - 3z + 3 = 0$

$$d(I, (P)) = \frac{3|b - 2|}{\sqrt{5b^2 - 36b + 90}}.$$

$$\text{Xét hàm số } y = \frac{3|b - 2|}{\sqrt{5b^2 - 36b + 90}}.$$

Với $b < 2$ thì hàm số không có GTLN.

$$\text{Với } b \geq 2 \Rightarrow y' = \frac{3(-8b + 54)}{(5b^2 - 36b + 90)\sqrt{5b^2 - 36b + 90}} \Rightarrow \max_{[2; +\infty)} y = y\left(\frac{27}{4}\right)$$

$$\text{Vậy } b = \frac{27}{4}, a = -\frac{9}{2}, c = -3 \Rightarrow T = -\frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 3772.** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C khác gốc O sao cho thể tích khối tứ diện $ABCD$ là bé nhất.

A. $4x - y - z - 6 = 0$.

B. $2x + y + 2z - 6 = 0$.

C. $2x - y - 2z - 3 = 0$.

D. $x + 2y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải.Gọi tọa độ của A, B, C lần lượt là $(a; 0; 0), (0; b; 0), (0; 0; c)$, do A, B, C lần lượt thuộc Ox, Oy, Oz nên a, b, c là các số dương. Mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.Vì $M \in (P)$ nên $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$, sử dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số dương $\frac{2}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ ta có

$$1 = \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{abc}} \Rightarrow abc \geq 3^3 \cdot 2.$$

$$\text{Dấu " = " xảy ra} \Leftrightarrow \frac{2}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 3 \\ c = 3 \end{cases}$$

Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bé nhất $\Leftrightarrow abc$ bé nhất $\Leftrightarrow a = 6, b = 3, c = 3$.Phương trình mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 6 = 0$.Chọn đáp án **D** □**Câu 3773.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 2)$ và các số a, b thỏa mãn khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(P): ay + bz = 0$ bằng $2\sqrt{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a = -b$.

B. $a = 2b$.

C. $b = 2a$.

D. $a = b$.

Lời giải.

Ta có

$$d_{(A, (P))} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|2a + 2b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow (a + b)^2 = 2(a^2 + b^2) \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 3774.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + y + mz - 2 = 0$ và $(Q): x + ny + 2z + 8 = 0$ song song với nhau. Giá trị của m, n lần lượt là

A. 4 và $\frac{1}{2}$.

B. 2 và $\frac{1}{2}$.

C. 2 và $\frac{1}{4}$.

D. 4 và $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \frac{2}{1} = \frac{1}{n} = \frac{m}{2} \neq \frac{-2}{8} \Leftrightarrow \begin{cases} n = \frac{1}{2} \\ m = 4 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3775. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; -1)$ và $B(1; 0; 1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình tổng quát là

A. $x - y + 2z + 1 = 0$. **B.** $x - y + 2z = 0$. **C.** $x - y + 2z - 1 = 0$. **D.** $x + y + 2z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực đi qua trung điểm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến, có phương trình là $1 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) - 1 \cdot \left(y - \frac{1}{2}\right) + 2 \cdot (z - 0) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3776. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1; 2; 0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(4; 0; -5)$.

A. $4x - 5y + 4 = 0$. **B.** $4x - 5y - 4 = 0$. **C.** $4x - 5z + 4 = 0$. **D.** $4x - 5z - 4 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(-1; 2; 0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(4; 0; -5)$ là

$$(x + 1) + 0(y - 2) - 5(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 4x - 5z + 4 = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3777. Cho mặt phẳng (α) có phương trình: $2x + 4y - 3z + 1 = 0$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

A. $\vec{n} = (2; 4; 3)$. **B.** $\vec{n} = (2; 4; -3)$. **C.** $\vec{n} = (2; -4; -3)$. **D.** $\vec{n} = (-3; 4; 2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) : $Ax + By + Cz + D = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$.

Vậy (α) : $2x + 4y - 3z + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 4; -3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3778. Điểm nào sau đây thuộc cả 2 mặt phẳng (Oxy) và mặt phẳng (P) : $x + y + z - 3 = 0$?

A. $M(1; 1; 0)$. **B.** $N(0; 2; 1)$. **C.** $P(0; 0; 3)$. **D.** $Q(2; 1; 0)$.

Lời giải.

Điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) : $z = 0$ sẽ có cao độ bằng 0. Do đó loại điểm N và P .

Thay tọa độ điểm $M(1; 1; 0)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $1 + 1 + 0 - 3 = 0$ (sai) nên $M \notin (P)$.

Thay tọa độ điểm $Q(2; 1; 0)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2 + 1 + 0 - 3 = 0$ (đúng) nên $Q \in (P)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3779. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(5; 4; 3)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua các hình chiếu của A lên các trục tọa độ. Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $12x + 15y + 20z - 10 = 0$. **B.** $12x + 15y + 20z + 60 = 0$.
C. $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} - 60 = 0$.

Lời giải.

Gọi A', B', C' lần lượt là hình chiếu của A, B, C lên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Suy ra $A'(5; 0; 0)$, $B'(0; 4; 0)$, $C'(0; 0; 3)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua A', B', C' là $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3780. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $M(2; 0; 0)$, $N(1; 1; 1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua M, N cắt các trục Oy, Oz lần lượt tại $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ ($b > 0, c < 0$). Hệ thức nào dưới đây là đúng?

- A. $bc = 2(b + c)$. B. $bc = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$. C. $b + c = bc$. D. $bc = b - c$.

Lời giải.

Cách 1. Ta có $\overrightarrow{MN} = (-1; 1; 1)$, $\overrightarrow{MB} = (-2; b; 0)$, $\overrightarrow{MC} = (-2; 0; c)$.

Bốn điểm M, N, B, C đều thuộc (P) nên các véc-tơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}$ đồng phẳng.

Suy ra $[\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}] \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow -bc + 2c + 2b = 0 \Leftrightarrow bc = 2(b + c)$.

Cách 2. Ta có phương trình mặt phẳng (P) : $\frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Mặt phẳng (P) qua $N(1; 1; 1)$ nên $\frac{1}{2} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow bc = 2(b + c)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3781. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; 1; 0)$, $C(4; -3; -2)$, $D(3; -2; 1)$, $E(1; 1; -1)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng cách đều 5 điểm trên?

- A. 1. B. 4. C. 5. D. Không tồn tại.

Lời giải.

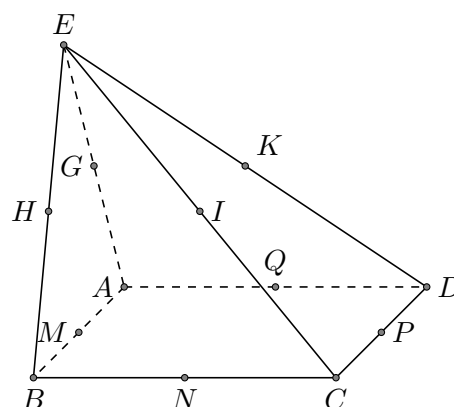
Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -3)$, $\overrightarrow{DC} = (1; -1; -3)$,
 $\overrightarrow{AD} = (2; -4; -2)$.

Suy ra $ABCD$ là hình bình hành.

$\overrightarrow{AE} = (0; -1; -4)$, $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] = (-10; -4; -2)$.

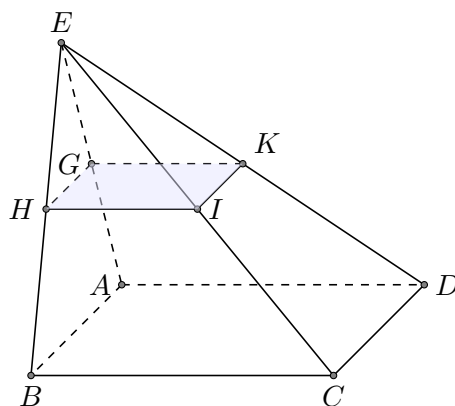
$\Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \cdot \overrightarrow{AE} = 12 \neq 0$ nên $E.ABCD$ là hình chóp đỉnh E có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

Gọi G, H, I, K, M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh $EA, EB, EC, ED, AB, BC, CD, AD$.

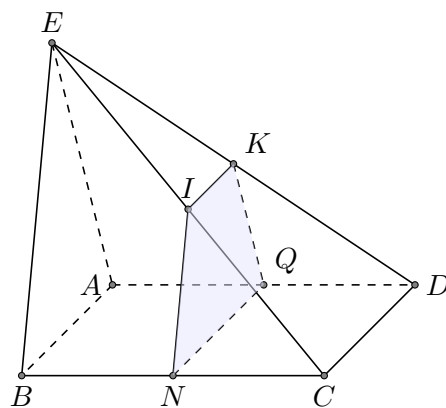


Do đó có 5 mặt phẳng cách đều 5 điểm là:

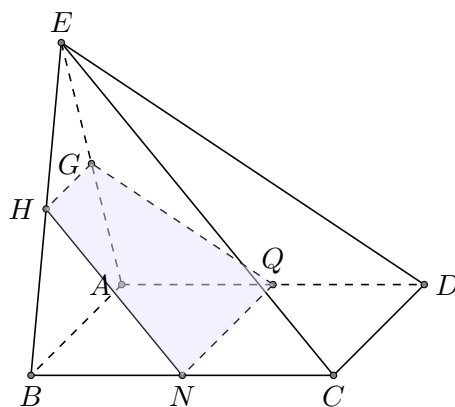
— Mặt phẳng qua 4 trung điểm của 4 cạnh bên: $(GHIK)$.



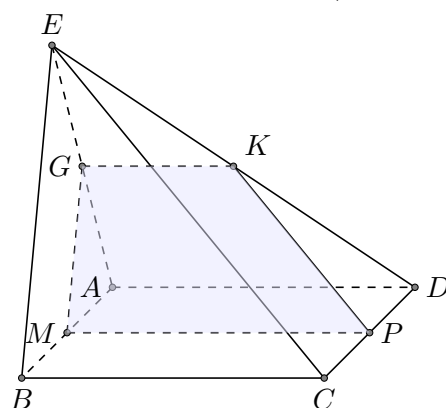
— Mặt phẳng qua 4 trung điểm lần lượt của EC, ED, AD, BC : $(IKQN)$.



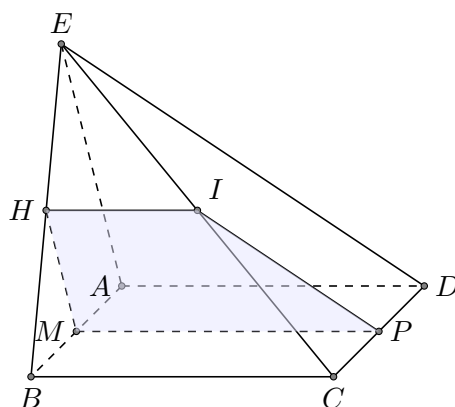
— Mặt phẳng qua 4 trung điểm của EB, EA, AD, BC : $(HGQN)$.



— Mặt phẳng qua 4 trung điểm của EA, ED, CD, AB : $(GKPM)$.



— Mặt phẳng qua 4 trung điểm của EB, EC, CD, AB : $(HIPM)$.



Chọn đáp án

□

Câu 3782. Lập phương trình của mặt phẳng đi qua $A(2;6;-3)$ và song song với mặt phẳng (Oyz) .

A. $x = 2$.

B. $x + z = 12$.

C. $y = 6$.

D. $z = -3$.

Lời giải.

Mặt phẳng song song với (Oyz) có dạng $x + d = 0$ ($d \neq 0$).

Mặt phẳng đi qua A nên $d = -2 \Rightarrow$ mặt phẳng cần tìm là $x - 2 = 0$ hay $x = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3783. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; 0; -3)$, $B(2; 0; -1)$ và $(P): 3x - 8y + 7z - 1 = 0$. Có bao nhiêu điểm C trên mặt phẳng (P) sao cho $\triangle ABC$ đều?

A. Vô số.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

$\triangle ABC$ đều nên $CA = CB = AB$. Suy ra C thuộc đường tròn là giao của mặt cầu tâm A đi qua B và mặt cầu tâm B đi qua A .

Đường tròn này là đường tròn tâm $I(1; 0; -2)$ và có bán kính $R = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$.

Cuối cùng vì C thuộc (P) nên C là giao của đường tròn trên và (P) .

Ta chỉ cần so sánh $d(I, (P))$ và R . Ta có $d(I, (P)) = \frac{|3 \cdot 1 - 8 \cdot 0 + 7 \cdot (-2) - 1|}{\sqrt{3^2 + 8^2 + 7^2}} = \frac{12}{\sqrt{122}} < R$ nên sẽ có 2 điểm C thỏa bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3784. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 5 = 0$. Khoảng cách h từ điểm $A(1; 1; 1)$ đến mặt phẳng (α) bằng

A. $h = 2$.

B. $h = \frac{6}{\sqrt{5}}$.

C. $h = \frac{10}{3}$.

D. $h = 6$.

Lời giải.

$$h = d(A, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 1 + 1 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3785. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(2; 0; 3)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A , B và song song với đường thẳng OC có phương trình là

A. $3x + y - 2z - 5 = 0$.

B. $x - y + z - 2 = 0$.

C. $4x + 2y + z - 11 = 0$.

D. $3x + 7y - 2z - 11 = 0$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n}$ là vtpt của mặt phẳng (α) .

Ta có $\begin{cases} AB \subset (\alpha) \\ OC \parallel (\alpha) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{OC} \end{cases}$ nên $\vec{n}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{OC}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -2)$, $\overrightarrow{OC} = (2; 0; 3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{OC} = (-3; -7; 2) = (-1) \cdot (3; 7; -2)$. Ta chọn $\vec{n} = (3; 7; -2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là: $3x + 7y - 2z - 11 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3786. Có bao nhiêu mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-2}$, đồng thời tiếp xúc với hai mặt phẳng $(\alpha_1): 2x + 2y + z - 6 = 0$ và $(\alpha_2): x - 2y + 2z = 0$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải.

Gọi I là tâm của mặt cầu (S) . Do $I \in \Delta$ nên $I(3 + 2t; 1 - t; 1 - 2t)$, ta có

$$d(I, (\alpha_1)) = d(I, (\alpha_2)) \Leftrightarrow 1 = 1 \text{ (đúng)}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 3787. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 1; 0)$, $B(1; -1; 3)$, $C(3; -2; 2)$ và $D(-1; 2; 2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu tiếp xúc với tất cả bốn mặt phẳng (ABC) , (BCD) , (CDA) , (DAB) .

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. vô số.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; 3)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -3; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (5; 5; 5)$.

Phương trình $(ABC) : x + y + z - 3 = 0$. Ta thấy $D \in (ABC)$ nên có vô số mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 3788. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-4; -1; 3)$, $B(-1; -2; -1)$, $C(3; 2; -3)$ và $D(0; -3; -5)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua D và tổng khoảng cách từ A, B, C đến (α) lớn nhất, đồng thời ba điểm A, B, C nằm cùng phía so với (α) . Trong các điểm sau, điểm nào thuộc mặt phẳng (α)

A. $E_1(7; -3; -4)$.

B. $E_2(2; 0; -7)$.

C. $E_3(-1; -1; -6)$.

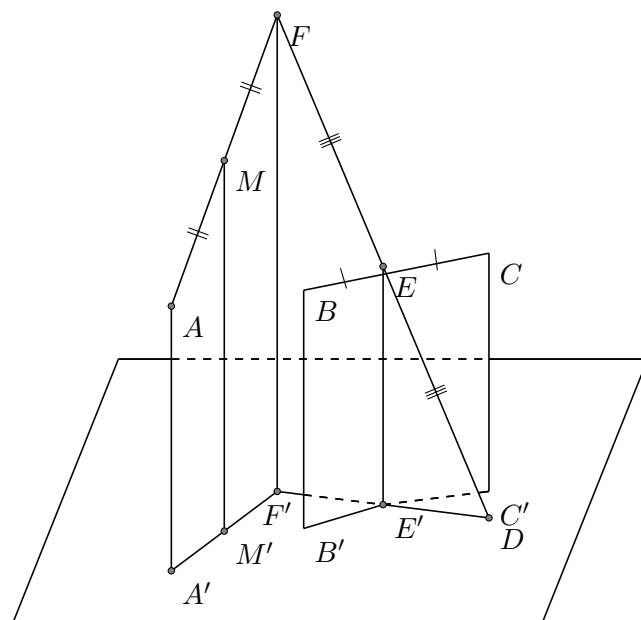
D. $E_4(36; 1; -1)$.

Lời giải.

Gọi E là trung điểm BC , F là điểm đối xứng với D qua E và M là trung điểm AF . Ta có $E(1; 0; -2)$, $F(2; 3; 1)$ và $M(-1; 1; 2)$. Gọi A', B', C', E', F', M' tương ứng là hình chiếu của A, B, C, E, F, M lên mặt phẳng (α) .

Ta có $d(A, (\alpha)) + d(B, (\alpha)) + d(C, (\alpha)) = AA' + BB' + CC' = AA' + 2EE' = AA' + FF' = 2MM' \leq 2MD$.

Do đó $(\alpha) \perp MD$. Mà $\overrightarrow{MD} = (1; -4; -7)$ nên phương trình $(\alpha) : x - 4y - 7z - 47 = 0$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3789. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 16 = 0$ và mặt phẳng $(P) : x + 2y - 2z - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính là

A. $r = \sqrt{6}$.

B. $r = 2\sqrt{2}$.

C. $r = 4$.

D. $r = 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 2)$ và bán kính $R = 5$.

Ta đặt $d = d(I, (P)) = \frac{|1 + 2(-2) - 2 \cdot 2 - 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3$.

Khi đó $r = \sqrt{R^2 - d^2} = 4$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 3790. Cho tam giác ABC . Khi đó số mặt phẳng qua A và cách đều hai điểm B và C là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải.

Mặt phẳng qua A và song song với đường thẳng BC thì cách đều hai điểm B và C , có vô số mặt phẳng đi qua A và song song với BC .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3791. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; -1; 1); B(3; 1; 1)$. Tìm phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $2x + y - z - 2 = 0$. B. $2x + y - 2 = 0$. C. $x + 2y - 2 = 0$. D. $x + 2y - z - 2 = 0$.

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB} = (4; 2; 0), \text{ trung điểm của đoạn } AB \text{ là } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 0 \\ z_I = 1 \end{cases}$$

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có VTPT là $\vec{n} = (2; 1; 0)$ và đi qua điểm $I(1; 0; 1)$ nên có phương trình $2(x - 1) + (y - 0) = 0$ hay $2x + y - 2 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3792. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x + 2y - z + 16 = 0$. Điểm $M(0; 1; -3)$, khi đó khoảng cách từ M đến (P) là

A. $\frac{21}{9}$. B. $\sqrt{10}$. C. 7. D. 5.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm M đến (P) là $d_{(M, (P))} = \frac{|2 + 3 + 16|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = 7$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3793. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) qua $A(2; -1; 5)$ và chứa trục Ox có véc-tơ pháp tuyến $\vec{u} = (a; b; c)$. Khi đó tỉ số $\frac{b}{c}$ bằng

A. 5. B. $\frac{1}{5}$. C. $-\frac{1}{5}$. D. -5.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = [\overrightarrow{OA}; \vec{i}] = (0; 5; 1)$, do đó $\frac{b}{c} = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3794. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(0; 1; 2), B(2; -2; 1), C(-2; 0; 1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $2x - y - 1 = 0$. B. $-y + 2z - 3 = 0$. C. $2x - y + 1 = 0$. D. $y + 2z - 5 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = (-2; 1; 0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có dạng $-2(x - 0) + 1(y - 1) = 0 \Leftrightarrow -2x + y - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3795. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt cầu $(S_1) : x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y + z = 0; (S_2) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - y - z = 0$ cắt nhau theo một đường tròn (C) nằm trong mặt phẳng (P) . Cho các điểm $A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 3)$. Có bao nhiêu mặt cầu tâm thuộc (P) và tiếp xúc với cả ba đường thẳng AB, BC, CA ?

A. 4 mặt cầu. B. 2 mặt cầu. C. 3 mặt cầu. D. 1 mặt cầu.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) chứa đường tròn (C) có được bằng cách khử x^2, y^2, z^2 trong phương trình hai mặt cầu ta được $6x + 3y + 2z = 0$.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$. Do đó $(P) \parallel (ABC)$.
Mặt cầu (S) tiếp xúc với cả ba đường thẳng AB, BC, CA sẽ giao với mặt phẳng (ABC) theo một đường tròn tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA .

Trên mặt phẳng (ABC) có 4 đường tròn tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA đó là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và ba đường tròn bàng tiếp các góc A, B, C .

Do đó có 4 mặt cầu có tâm nằm trên (P) và tiếp xúc với cả ba đường thẳng AB, BC, CA .

Tâm của 4 mặt cầu là hình chiếu của tâm 4 đường tròn tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA lên mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **A** □

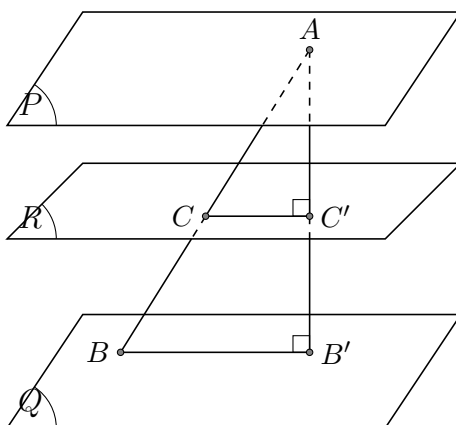
Câu 3796. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P) : x - 2y + z - 1 = 0$, $(Q) : x - 2y + z + 8 = 0$, $(R) : x - 2y + z - 4 = 0$. Một đường thẳng d thay đổi cắt ba mặt phẳng $(P), (Q), (R)$ lần lượt tại A, B, C . Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = AB^2 + \frac{144}{AC}$.

A. $72\sqrt{3}$.

B. 96.

C. 108.

D. $72\sqrt{4}$.

Lời giải.

Ta có $M(1; 0; 0) \in (P)$ và ba mặt phẳng $(P), (Q), (R)$ đôi một song song với nhau.

Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các mặt phẳng $(Q), (R)$.

Ta có

$$AB' = d(A; (Q)) = d(M; (Q)) = \frac{|1 - 2 \cdot 0 + 0 + 8|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}.$$

$$AC' = d(A; (R)) = d(M; (R)) = \frac{|1 - 2 \cdot 0 + 0 - 4|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Ta thấy $AB' = 3AC'$ nên đặt $CC' = a \Rightarrow BB' = 3a$.

$$\text{Ta có } AB^2 = AB'^2 + BB'^2 = \frac{27}{2} + 9a^2; \quad AC = \sqrt{AC'^2 + CC'^2} = \sqrt{\frac{3}{2} + a^2}.$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow T = AB^2 + \frac{144}{AC} &= \frac{27}{2} + 9a^2 + \frac{144}{\sqrt{\frac{3}{2} + a^2}} = 9 \left(\frac{3}{2} + a^2 \right) + \frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2} + a^2}} + \frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2} + a^2}} \\ &\geq 3 \sqrt[3]{9 \left(\frac{3}{2} + a^2 \right) \cdot \frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2} + a^2}} \cdot \frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2} + a^2}}} = 108. \end{aligned}$$

Do đó $\min T = 108$ khi $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3797. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 1)$. Mặt phẳng (P) qua M cắt chiều dương của các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C thỏa mãn $OA = 2OB$. Tính giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $OABC$.

A. $\frac{64}{27}$.

B. $\frac{10}{3}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{81}{16}$.

Lời giải.

Giả sử $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$. Khi đó mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì (P) đi qua M nên $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

Vì $OA = 2OB \Rightarrow a = 2b \Rightarrow \frac{3}{2b} + \frac{1}{c} = 1$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V = \frac{1}{6}abc = \frac{1}{3}b^2c$.

Ta có $1 = \frac{3}{2b} + \frac{1}{c} = \frac{3}{4b} + \frac{3}{4b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{9}{16b^2c}} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{9}{16b^2c}} \leq \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{16b^2c}{9} \geq 27 \Rightarrow \frac{b^2c}{3} \geq \frac{81}{16}$.

$$V_{\min} = \frac{81}{16} \text{ khi } \frac{3}{4a} = \frac{1}{c} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{9}{2} \\ b = \frac{9}{4} \\ c = 3 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3798. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x - 3y + 4z + 5 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (-3; 4; 5)$.

B. $\vec{n} = (-4; -3; 2)$.

C. $\vec{n} = (2; -3; 5)$.

D. $\vec{n} = (2; -3; 4)$.

Lời giải.

Véc-tơ $\vec{n} = (2; -3; 4)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3799. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : ax + by + cz - 27 = 0$ đi qua hai điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q) : 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = -12$.

B. $S = 2$.

C. $S = -4$.

D. $S = -2$.

Lời giải.

$$\text{Từ giả thiết ta có hệ } \begin{cases} 3a + 2b + c - 27 = 0 \\ -3a + 5b + 2c - 27 = 0 \\ 3a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 27 \\ c = -45 \end{cases}.$$

Vì vậy ta có $S = a + b + c = -12$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3800. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $OM = 7$. Biết rằng khoảng cách từ M tới mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là 2 và 3. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (Oxy) .

A. 12.

B. 5.

C. 2.

D. 6.

Lời giải.

$(Oxz): y = 0, (Oyz): x = 0.$

$$\text{Giả sử } M(a; b; c) \text{ ta có } \begin{cases} OM = 7 \\ d(M, (Oxz)) = 2 \Leftrightarrow \\ d(M, (Oyz)) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 49 \\ b^2 = 4 \\ a^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow c^2 = 36.$$

Mà $d(M, (Oxy)) = \sqrt{c^2} = 6.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3801. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 4)$ và $B(0; 1; 5)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A sao cho khoảng cách từ B đến (P) là lớn nhất. Khi đó, khoảng cách d từ O đến mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu?

A. $d = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$ B. $d = \sqrt{3}.$ C. $d = \frac{1}{3}.$ D. $d = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của B lên (P) ta có $BH \leq BA$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $H \equiv A$. Từ đó suy ra khoảng cách từ B đến (P) lớn nhất khi và chỉ khi $(P) \perp AB$ nên (P) nhận $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến, suy ra $(P): x - y + z - 1 = 0$. Từ đó ta có $d(O, (P)) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3802. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có các cặp cạnh đối diện bằng nhau và D khác phía với O so với (ABC) ; đồng thời A, B, C lần lượt là giao điểm của các trục tọa độ Ox, Oy, Oz với mặt phẳng $(P): \frac{x}{m} + \frac{y}{m+2} + \frac{z}{m-5} = 1, m \notin \{0; -2; -5\}$. Tính khoảng cách ngắn nhất từ tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ đến O .

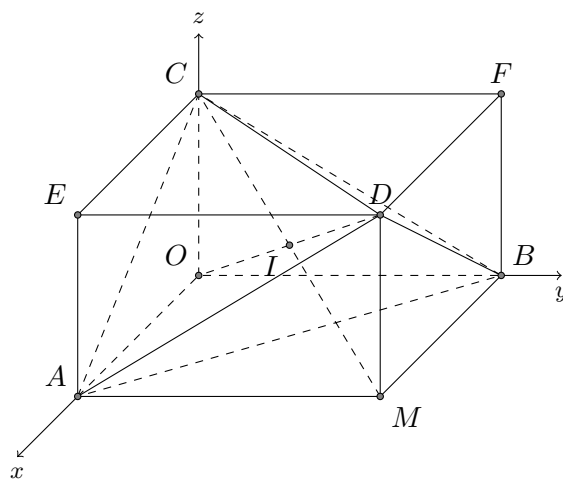
A. $\sqrt{30}.$ B. $\frac{\sqrt{13}}{2}.$ C. $\sqrt{26}.$ D. $\frac{\sqrt{26}}{2}.$

Lời giải.

Do tứ diện $ABCD$ có các cặp cạnh đối diện bằng nhau và D khác phía với O nên ta dựng được hình hộp chữ nhật $CEDF.OAMB$ như hình vẽ.

Lúc đó mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật này cũng là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nên tâm I là trung điểm OD .

Dễ thấy rằng $A(m; 0; 0), B(0; m+2; 0)$ và $C(0; 0; m-5)$. Khoảng cách từ tâm I đến O là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $CEDF.OAMB$ nên



$$IO = R = \frac{\sqrt{OA^2 + OB^2 + OC^2}}{2} = \frac{\sqrt{3m^2 - 6m + 29}}{2} = \frac{\sqrt{3(m-1)^2 + 26}}{2} \geq \frac{\sqrt{26}}{2}.$$

Dấu thức xảy ra khi $m = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3803. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến $(P): x + 3y - 4z + 9 = 0$ là

A. $\frac{\sqrt{26}}{13}.$ B. $\sqrt{8}.$ C. $\frac{17}{\sqrt{26}}.$ D. $\frac{4\sqrt{26}}{13}.$

Lời giải.

$$d(A, (P)) = \frac{|1 - 3 \cdot 2 - 4 \cdot 3 + 9|}{\sqrt{1^2 + 3^2 + (-4)^2}} = \frac{4\sqrt{26}}{13}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 3804. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(1; 3; -5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của AB .

- A. $y - 2z + 2 = 0$. B. $y - 3z + 4 = 0$. C. $y - 2z - 6 = 0$. D. $y - 3z - 8 = 0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1; 2; -2)$.

Mặt phẳng trung trực của AB đi qua I và nhận $\overrightarrow{AB} = (0; 2; -6)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên phương trình có dạng: $0(x - 1) + 2(y - 2) - 6(z + 2) = 0 \Leftrightarrow y - 3z - 8 = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 3805. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha) : x + 4y + z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) , biết (P) song song với giá của véc-tơ $\vec{v} = (1; 6; 2)$, vuông góc với (α) và tiếp xúc với (S) .

A. $\begin{cases} (P) : x - 2y + z + 3 = 0 \\ (P) : x - 2y + z - 2 = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} (P) : 3x + y + 4z + 1 = 0 \\ (P) : 3x + y + 4z - 2 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} (P) : 4x - 3y - z + 5 = 0 \\ (P) : 4x - 3y - z - 27 = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} (P) : 2x - y + 2z + 3 = 0 \\ (P) : 2x - y + 2z - 21 = 0 \end{cases}$

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; 2)$ và bán kính $R = 4$. véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_\alpha = (1; 4; 1)$.

Theo giả thiết, suy ra (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = [\vec{v}, \vec{n}_\alpha] = (2; -1; 2)$.

Phương trình của mặt phẳng (P) có dạng $2x - y + 2z + D = 0$.

Vì (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên ta có

$$d(I, (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|2 + 3 + 4 + D|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 4 \Leftrightarrow |9 + D| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 3 \\ D = -21 \end{cases}.$$

Vậy có 2 mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán có phương trình lần lượt là $2x - y + 2z + 3 = 0$ và $2x - y + 2z - 21 = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 3806. Trong không gian $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(P) : x - y + 2z + 1 = 0$, $(Q) : 2x + y + z - 1 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r . Xác định r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) thỏa mãn yêu cầu.

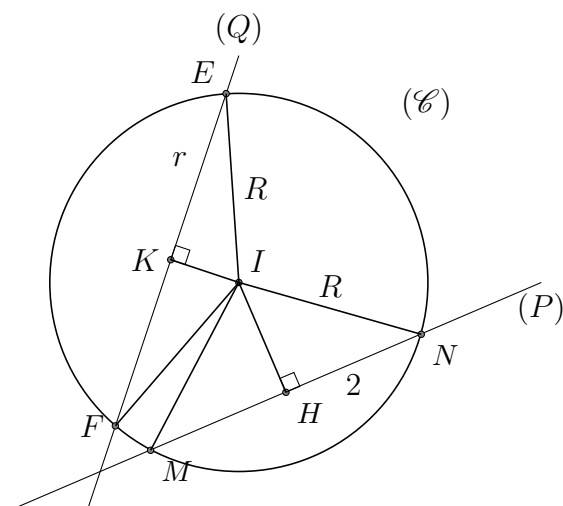
- A. $r = \sqrt{3}$. B. $r = \sqrt{2}$. C. $r = \sqrt{\frac{3}{2}}$. D. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $\Delta = (P) \cap (Q)$, I là tâm của (S) .

Gọi (α) là mặt phẳng qua I và vuông góc với Δ .

Khi đó (α) cắt (S) theo đường tròn lớn $(\mathcal{C})$ và $(\mathcal{C})$ cắt các đường tròn giao tuyến của (S) với (P) , (Q) lần lượt theo các đường kính MN và EF (hình vẽ).



Do $I \in Ox$ nên $I(x; 0; 0)$.

Gọi R là bán kính mặt cầu (S) và H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I trên $(P), (Q)$.

Ta có:

$$\text{Khoảng cách từ } I \text{ đến } (P) \text{ là } IH = d(I, (P)) = \frac{|x+1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{|x+1|}{\sqrt{6}}.$$

$$\text{Suy ra } R^2 = 2^2 + IH^2 \Leftrightarrow R^2 = 4 + \frac{(x+1)^2}{6} \quad (1).$$

$$\text{Khoảng cách từ } I \text{ đến } (Q) \text{ là } IK = d(I, (Q)) = \frac{|2x-1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{|2x-1|}{\sqrt{6}}.$$

$$\text{Suy ra } R^2 = r^2 + IK^2 \Leftrightarrow R^2 = r^2 + \frac{(2x-1)^2}{6} \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } 4 + \frac{(x+1)^2}{6} = r^2 + \frac{(2x-1)^2}{6} \quad (*).$$

Bài toán trở thành tìm r để phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất.

$$(*) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2r^2 - 8 = 0.$$

$$(*) \text{ có nghiệm duy nhất } \Leftrightarrow \Delta' = 1 - (2r^2 - 8) = 0 \Leftrightarrow r = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3807. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 1)$, $B(0; 2; 3)$, $C(2; 1; 0)$. Độ dài đường cao của tam giác ABC kẻ từ C là

A. $\sqrt{26}$.

B. $\frac{\sqrt{26}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{26}}{3}$.

D. 26.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-1; 2; 2), \overrightarrow{AC} = (1; 1; -1), [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-4; 1; -3), |\overrightarrow{AB}| = 3.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{\sqrt{26}}{2}.$$

$$\text{Mà } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} d(C; AB) \cdot AB \Rightarrow d(C; AB) = \frac{\sqrt{26}}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3808. Trong không gian $Oxyz$, tìm một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$.

A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$.

B. $\vec{n}_2 = (2; -1; -1)$.

C. $\vec{n}_3 = (-1; 3; -1)$.

D. $\vec{n}_4 = (2; -1; -3)$.

Lời giải.

Hệ số của x, y, z tương ứng là 2, -1, 3 nên véc-tơ $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt

phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3809. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 1)$, $B(1; 0; 4)$ và $C(0; -2; -1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC là

A. $2x + y + 2z - 5 = 0$.

B. $x + 2y + 5z + 5 = 0$.

C. $x - 2y + 3z - 7 = 0$.

D. $x + 2y + 5z - 5 = 0$.

Lời giải.

$\overrightarrow{BC} = (-1; -2; -5)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC , nhận véc-tơ $\overrightarrow{BC}$ làm một véc-tơ pháp tuyến của nó. Suy ra phương trình mặt phẳng là $x + 2y + 5z - 5 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3810. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Ta có mặt phẳng (MNP) cắt các trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt tại $M(2; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$ nên phương trình mặt phẳng (MNP) là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3811. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x - z + 1 = 0$. Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(3; 0; -1)$.

B. $(3; -1; 1)$.

C. $(3; -1; 0)$.

D. $(-3; 1; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 0; -1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3812. Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) qua ba điểm A , B , C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 3; -5)$ lên các trục tọa độ $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$.

A. $15x - 10y - 6z - 30 = 0$.

B. $15x - 10y - 6z + 30 = 0$.

C. $15x + 10y - 6z + 30 = 0$.

D. $15x + 10y - 6z - 30 = 0$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 3; -5)$ lên các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ lần lượt là

$A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; -5)$

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A , B , C là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-5} = 1 \Leftrightarrow 15x + 10y - 6z - 30 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3813. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và CD . Tính cosin của góc giữa MN và (SAC) .

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

B. $\frac{\sqrt{55}}{10}$.

C. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ, với $O \equiv A$.

Khi đó ta có: $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $D(0;2a;0)$, $S(0;0;a)$.

Khi đó: $M\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right)$, $N\left(\frac{a}{2};\frac{3a}{2};0\right)$.

Ta có: $-\frac{1}{a}\overrightarrow{SA} = (0;0;1) = \vec{u}$; $\frac{1}{a}\overrightarrow{SC} = (1;1;-1) = \vec{v}$.

Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAC) ta có $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}] = (-1; -1; 0)$.

Lại có: $\frac{2}{a}\overrightarrow{MN} = (0;3;-1) = \vec{w}$.

Gọi α là góc giữa MN và (SAC) ta có: $\sin \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{w}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{w}|} =$

$$\frac{3}{2\sqrt{5}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{55}}{10}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 3814. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và song song với mặt phẳng $(Q) : x + 2y - 3z + 2 = 0$.

A. $(P) : x + 2y - 3z + 9 = 0$.

B. $(P) : x + 2y - 3z - 7 = 0$.

C. $(P) : x + 2y - 3z + 7 = 0$.

D. $(P) : x + 2y - 3z - 9 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \vec{n}_Q = (1; 2; -3)$.

Vậy $(P) : 1(x - 2) + 2(y + 1) - 3(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3z + 9 = 0$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 3815. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng qua AB và vuông góc với mặt phẳng $(P) : x - 3y + 2z - 1 = 0$?

A. $3x + 5y + 6z - 19 = 0$.

B. $x + 2y - 3z - 2 = 0$.

C. $2x + 3y + 4z - 5 = 0$.

D. $5x + 3y + 2z - 13 = 0$.

Lời giải.

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -1)$ và véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$.

Véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n} = [\vec{n}_P, \overrightarrow{AB}] = (5; 3; 2)$.

Mặt phẳng (Q) qua $B(2; 1; 0)$ có phương trình $(Q) : 5(x - 2) + 3(y - 1) + 2(z - 0) = 0$

$$\Leftrightarrow 5x + 3y + 2z - 13 = 0.$$

Chọn đáp án (D)

□

Câu 3816. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 1; 1)$, $N(2; -1; 0)$ và $P(1; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $x - 3y + 2z - 1 = 0$.

B. $3x - y + 2z - 7 = 0$.

C. $x - 2y + 3z - 3 = 0$.

D. $2x - y + 3z - 6 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MP} = (-1; -1; 1)$, $\overrightarrow{MN} = (0; -2; -1)$.

Véc-tơ pháp tuyến của (MNP) là $\vec{n} = \overrightarrow{MP} \wedge \overrightarrow{MN} = (3; -1; 2)$.

Mặt phẳng (MNP) đi qua $M(2; 1; 1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ nên có phương trình

$$3(x - 2) - (y - 1) + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 2z - 7 = 0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 3817. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 4)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. (P) đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $(0; 1; 3)$. B. $(2; 2; 0)$. C. $(1; 1; 2)$. D. $(-1; 1; 4)$.

Lời giải.

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$, với $a, b, c > 0$. Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Ta có $M \in (P)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} = 1$. Áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} \geq 3\sqrt{\frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{4}{c}} \Leftrightarrow 1 \geq 27 \cdot \frac{8}{abc} \Leftrightarrow abc \geq 8 \cdot 27.$$

Mặt khác thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V_{OABC} = \frac{1}{6}abc \geq \frac{1}{6} \cdot 8 \cdot 27 = 36$.

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{4}{c} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 12. \end{cases}$

Vậy phương trình của (P) là $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{12} = 1 \Leftrightarrow 4x + 2y + z - 12 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $(2; 2; 0)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 3818. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $S(0; 0; 1)$ và $A(1; 1; 1)$. Hai điểm $M(m; 0; 0), N(0; n; 0)$ thay đổi sao cho $m + n = 1$ và $m > 0, n > 0$. Biết rằng luôn tồn tại một mặt cầu cố định đi qua A và tiếp xúc với mặt phẳng (SMN) . Bán kính của mặt cầu đó là

- A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. 1. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (SMN) là $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow nx + my + mnz - mn = 0$.

Gọi $I(a; b; c)$ và R là tâm và bán kính của mặt cầu cố định.

Ta có

$$\begin{aligned} R = d(I; (SMN)) &= \frac{|na + mb + mnc - mn|}{\sqrt{n^2 + m^2 + m^2n^2}} \\ &= \frac{|(1-m)a + mb + m(1-m)(c-1)|}{\sqrt{1-2mn + m^2n^2}} \\ &= \frac{|(1-m)a + mb + m(1-m)(c-1)|}{1-mn} \\ &= \frac{|(1-c)m^2 + (b+c-a-1)m + a|}{m^2 - m + 1}. \end{aligned}$$

Mà R không đổi nên $\frac{1-c}{1} = \frac{b+c-a-1}{-1} = \frac{a}{1} = t \Rightarrow \begin{cases} a = t \\ b = t \\ c = 1-t \end{cases}$, hay $I(t; t; 1-t)$.

Mặt khác ta có $R = IA = \sqrt{3t^3 - 4t + 2} = |t| \Rightarrow t = 1$. Vậy $R = 1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 3819. Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau, được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật sao cho mỗi quả bóng đều tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Biết

rằng trên bề mặt của mỗi quả bóng đều tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường và nền nhà nó tiếp xúc lần lượt bằng 1, 2, 3. Tính tổng các bình phương của hai bán kính của hai quả bóng đó.

A. 22.

B. 26.

C. 20.

D. 24.

Lời giải.

Xét quả bóng tiếp xúc với hai bức tường, nền của căn nhà và chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (tương tự với góc tường còn lại).

Gọi $I(a; a; a)$ là tâm của mặt cầu có bán kính $R = a$. Phương trình mặt cầu là:

$$(S): (x - a)^2 + (y - a)^2 + (z - a)^2 = a^2. \quad (1)$$

Xét điểm $M(x; y; z)$ nằm trên mặt cầu sao cho $d(M, (Oxz)) = 2$, $d(M, (Oyz)) = 1$, $d(M, (Oxy)) = 3$.

Suy ra $M(2; 1; 3)$.

Vì M thuộc mặt cầu (S) nên từ (1) ta có:

$$(2 - a)^2 + (1 - a)^2 + (3 - a)^2 = a^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 6a + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 3 + \sqrt{2} = R_1 \\ a_2 = 3 - \sqrt{2} = R_2 \end{cases}.$$

Vậy $R_1^2 + R_2^2 = 22$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3820. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 2; -1)$ và $N(0; -2; 5)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn MN .

A. $(\alpha): x + 2y - 3z + 10 = 0$.B. $(\alpha): x + 2y - 3z + 15 = 0$.C. $(\alpha): 2x + 2y - z + 9 = 0$.D. $(\alpha): -2y + 5z + 9 = 0$.**Lời giải.**

Tọa độ trung điểm I của MN là $I(1; 0; 2)$.

Ta có $(\alpha): \begin{cases} \text{đi qua } I(1; 0; 2) \\ \text{VTPT } \vec{n} = \overrightarrow{MN} = (-2; -4; 6). \end{cases}$

Do đó $(\alpha): -2(x - 1) - 4y + 6(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3z + 5 = 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3821. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi N, P lần lượt là hình chiếu của M trên các mặt phẳng tọa độ (Oxy) , (Oxz) . Viết phương trình mặt phẳng (MNP) .

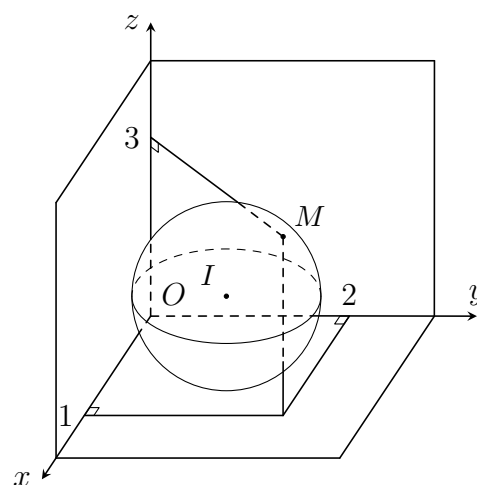
A. $x - 1 = 0$.B. $y - 2 = 0$.C. $z - 3 = 0$.D. $x + y + z - 6 = 0$.**Lời giải.**

— Ta có $N(1; 2; 0)$, $P(1; 0; 3) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (0; 0; -3)$, $\overrightarrow{MP} = (0; -2; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = (-6; 0; 0)$ là 1 véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNP) .

— Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $-6(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0$.

Chọn đáp án **A**

□



Câu 3822. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z = 0$ và các điểm $A(1; 1; 2)$, $B(0; -1; 1)$, $C(2; 0; 0)$. Tìm tọa độ điểm M biết M thuộc mặt phẳng (P) và $MA = MB = MC$.

A. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

— Trong không gian $Oxyz$, gọi $M(a; b; c)$, $(a, b, c \in \mathbb{R})$.

— Theo đề ra ta có

$$\begin{cases} M \in (P) \\ MA = MB \\ MB = MC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b + c = 0 \\ (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 = a^2 + (b+1)^2 + (c-1)^2 \\ a^2 + (b+1)^2 + (c-1)^2 = (a-2)^2 + b^2 + c^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b + c = 0 \\ a + 2b + c = 2 \\ 2a + b - c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{2} \\ c = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3823. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(0; 2; 2)$ đồng thời (P) cắt các trục tọa độ Ox , Oy theo thứ tự tại hai điểm M , N (M , N đều không trùng với gốc tọa độ) thỏa mãn $OM = ON$. Biết mặt phẳng (P) có hai phương trình là $x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$. Tính đại lượng $T = b_1 + b_2$.

A. $T = 2$. B. $T = 0$. C. $T = 4$. D. $T = -4$.

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 1).$$

— Nếu mặt phẳng (P) song song với trục Oz .

(P) đi qua $A(1; 1; 1)$ có VTPT $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{k}] = (1; 1; 0)$.

Khi đó $(P): x + y - 2 = 0$.

Dễ thấy (P) cắt Ox tại $M(2; 0; 0)$ cắt Oy tại $N(0; 2; 0)$. Ta thấy $OM = ON$ nên (P) thỏa mãn.

— Nếu mặt phẳng (P) cắt trục Oz . Áp dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có

$$(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad (a, b, c \neq 0)$$

Do đó phương trình (P) có dạng $x + By + Cz + D = 0$ ($B, C, D \neq 0$). (P) đi qua hai điểm A , B nên

$$\begin{cases} B + C + D = -1 \\ 2B + 2C + D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2B + 2C + 2D = -2 \\ 2B + 2C + D = 0 \end{cases} \Rightarrow D = -2.$$

(P) cắt trục Ox tại $M(-D; 0; 0)$, cắt Oy tại $N(0; \frac{-D}{B}; 0)$.

$$\text{Vì } OM = ON \text{ nên } |-D| = \left| \frac{-D}{B} \right| \Leftrightarrow \begin{cases} -D = -\frac{D}{B} \Rightarrow B = 1 \text{ (loại vì } C \neq 0) \\ -D = \frac{D}{B} \Rightarrow B = -1 \Rightarrow C = 2. \end{cases}$$

Do đó $(P): x - y + 2z - 2 = 0$. Vậy $b_1 + b_2 = 1 - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3824. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2; 0; 0)$, $M(1; 1; 1)$ đồng thời (P) cắt các tia Oy , Oz theo thứ tự tại hai điểm B , C (B , C đều không trùng với gốc tọa độ). Khi diện tích tam giác ABC nhỏ nhất phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $y - z = 0$. B. $y + z - 2 = 0$. C. $2x + y + z - 4 = 0$. D. $x + y - 2$.

Lời giải.

Ta thấy (P) cắt trục Ox tại điểm $A(2; 0; 0)$. Gọi $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ ($b, c \neq 0$).

Khi đó $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$M(1; 1; 1) \in (P) \Leftrightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $\frac{1}{2} \geq \frac{2}{\sqrt{bc}} \Leftrightarrow bc \geq 16$. Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; b; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; 0; c)$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 c^2 + 4b^2 + 4c^2} \geq \frac{1}{2} \sqrt{b^2 c^2 + 8bc} \geq \frac{1}{2} \sqrt{16^2 + 8 \cdot 16}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $b = c = 4$.

Khi đó $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1$ hay $2x + y + z - 4 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3825. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0$ và $(Q): 2x - y + 3 = 0$, với m là tham số thực. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.

- A. $m = -5$. B. $m = 1$. C. $m = 3$. D. $m = -1$.

Lời giải.

Hai mặt phẳng $(P); (Q)$ có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1(1; m+1; -2)$ và $\vec{n}_2(2; -1; 0)$.

Do đó $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 2 - m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3826. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm tại I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 5$.

- A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$. B. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$.
C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 34$. D. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$.

Lời giải.

Ta có $d(I; (P)) = d = \frac{|-1 - 2 \cdot 2 + 2(-1) - 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 3$.

Gọi R là bán kính mặt cầu (S) , ta có $R = \sqrt{d^2 + r^2} = \sqrt{34}$.

Vậy mặt cầu (S) có phương trình là $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 3827. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 2; 2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

- A. $y - 2z + 2 = 0$. B. $x + 2z - 3 = 0$. C. $2y - z + 1 = 0$. D. $x + y - z = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; 1)$ và véc-tơ chỉ phương của trục Ox là $\vec{i} = (1; 0; 0)$. Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm, do $\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \perp \vec{i} \end{cases}$ chọn $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{i}] = (0; 1; -2)$.

Mà mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; 1)$, suy ra mặt phẳng (P) có phương trình là $y - 2z + 2 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3828. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0; -1; 2)$ và $N(-1; 1; 3)$. Một mặt phẳng (P) đi qua M, N sao cho khoảng cách từ điểm $K(0; 0; 2)$ đến mặt phẳng P đạt giá trị lớn nhất. Tìm tọa độ véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P) .

- A. $\vec{n} = (1; -1; 1)$. B. $\vec{n} = (1; 1; -1)$. C. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. D. $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (-1; 2; 1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm MN .

Phương trình đường thẳng d đi qua $M(0; -1; 2)$ và nhận $\overrightarrow{MN} = (-1; 2; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương là:

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}.$$

Gọi H là hình chiếu của K lên đường thẳng d .

Ta có: $d(K, (P)) \leq KH$. Do đó $d(K, (P))$ lớn nhất khi và chỉ khi $d(K, (P)) = KH$.

Ta có $H \in d \Rightarrow H(-t; -1 + 2t; 2 + t)$;

$$\overrightarrow{KH} = (-t; -1 + 2t; t).$$

Ta có: $KH \perp MN \Leftrightarrow \overrightarrow{KH} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \Leftrightarrow (-1) \cdot (-t) + 2(-1 + 2t) + 1 \cdot t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$.

Lúc đó $\overrightarrow{KH} = \left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3} \cdot \vec{n}$, với $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

$\overrightarrow{KH}$ là véc-tơ pháp tuyến của $mp(P)$ nên $\vec{n}$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của $mp(P)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3829. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$, với a, b, c là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất là

- A. $\frac{1}{3}$. B. 3. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. 1.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C , mặt phẳng (P) có phương trình theo đoạn chắn là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{a} \cdot x + \frac{1}{b} \cdot y + \frac{1}{c} \cdot z - 1 = 0.$$

$$\text{Ta có } d(O; (P)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}}.$$

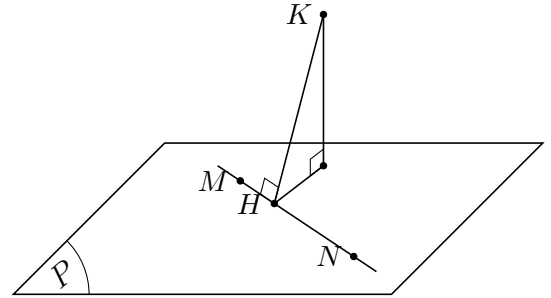
Áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x + y + z}, \forall x, y, z > 0$, ta có

$$d(O; (P)) \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{a^2 + b^2 + c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 1$.

$$\text{Vậy } \max d(O; (P)) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **(C)** □



Câu 3830. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; -1)$, $B(1; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P) : 3x + 2y - z + 5 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) , phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $(\alpha) : -7x + 11y + z + 15 = 0$.

B. $(\alpha) : 7x - 11y - z + 1 = 0$.

C. $(\alpha) : 7x - 11y + z - 1 = 0$.

D. $(\alpha) : -7x + 11y + z - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 4)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (3; 2; -1)$.

Theo bài ra, mặt phẳng (α) có cặp véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}_p$, từ đó suy ra (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_p] = (-7; 11; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) : $-7x + 11y + z + 15 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 3831. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; m)$. Để mặt phẳng (ABC) hợp với mặt phẳng (Oxy) một góc 60° thì giá trị của m là

A. $m = \pm \frac{12}{5}$.

B. $m = \pm \frac{2}{5}$.

C. $m = \pm \sqrt{\frac{12}{5}}$.

D. $m = \pm \frac{5}{2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng Oxy có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 0)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1; 0; m)$, suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2m; m; 2)$.

Theo bài ra ta có

$$\cos 60^\circ = \frac{|\vec{k} \cdot \vec{n}|}{|\vec{k}| \cdot |\vec{n}|}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5m^2 + 4} = 4 \Leftrightarrow m^2 = \frac{12}{5} \Leftrightarrow m = \pm \sqrt{\frac{12}{5}}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 3832. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -6; 1)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + 7 = 0$. Điểm B thay đổi thuộc Oz ; điểm C thay đổi thuộc mặt phẳng (P) . Biết rằng tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Tọa độ điểm B là:

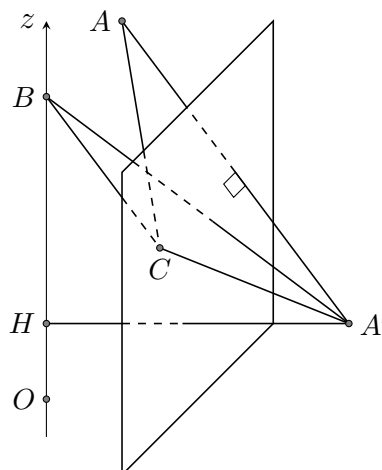
A. $B(0; 0; 1)$.

B. $B(0; 0; -2)$.

C. $B(0; 0; -1)$.

D. $B(0; 0; 2)$.

Lời giải.



Kiểm tra thấy hai điểm A, B nằm cùng phía so với bờ là mặt phẳng (P) , trục Oz song song với mặt phẳng (P) .

Lấy điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (P) . Ta có các đánh giá:

+ $AB \geq AB_0$ với B_0 là hình chiếu của A lên trục Oz và AB_0 có độ dài không đổi.

+ $BC + CA = BC + CA' \geq A'B \geq A'H$, $A'H$ có độ dài không đổi.

Từ đó suy ra

$$AB + BC + CA \geq AB_0 + A'H.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi B trùng $B_0(0; 0; 1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3833. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(0; 0; 0)$. Hỏi có bao nhiêu điểm cách đều 4 mặt phẳng (ABC) , (BCD) , (CDA) , (DAB) .

A. 4.

B. 5.

C. 1.

D. 8.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x + y + z - 1 = 0$.

Phương trình mặt phẳng (BCD) là: $x = 0$.

Phương trình mặt phẳng (CDA) là: $y = 0$.

Phương trình mặt phẳng (DAB) là: $z = 0$.

Điểm $M(a; b; c)$ cách đều 4 mặt phẳng (ABC) , (BCD) , (CDA) , (DAB) khi và chỉ khi

$$\begin{cases} d(M; (ABC)) = d(M; (BCD)) \\ d(M; (CDA)) = d(M; (BCD)) \\ d(M; (DAB)) = d(M; (BCD)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|a+b+c-1|}{\sqrt{3}} = |a| \\ |b| = |a| \\ |c| = |a| \end{cases}$$

Có các khả năng sau:

$$\begin{aligned} & \text{—} \begin{cases} b = a \\ c = a \\ |3a - 1| = \sqrt{3}|a| \end{cases} \Leftrightarrow b = c = a = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{6}. \\ & \text{—} \begin{cases} b = -a \\ c = -a \\ |-a - 1| = \sqrt{3}|a| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = c = -\frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ a = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} b = c = -\frac{\sqrt{3}-1}{2} \\ a = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \end{cases}. \\ & \text{—} \begin{cases} b = a \\ c = -a \\ |a - 1| = \sqrt{3}|a| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ c = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ a = -\frac{\sqrt{3}+1}{2} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} b = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \\ c = -\frac{\sqrt{3}-1}{2} \\ a = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \end{cases}. \\ & \text{—} \begin{cases} b = -a \\ c = a \\ |a - 1| = \sqrt{3}|a| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ c = -\frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ a = -\frac{\sqrt{3}+1}{2} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} b = -\frac{\sqrt{3}-1}{2} \\ c = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \\ a = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \end{cases}. \end{aligned}$$

Như vậy, có 8 điểm cách đều 4 mặt phẳng (ABC) , (BCD) , (CDA) , (DAB) .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3834. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -1; 1)$, $B(0; 1; -2)$ và điểm M thay đổi trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Tìm giá trị lớn nhất của $|MA - MB|$.

A. $2\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{14}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. $\sqrt{12}$.

Lời giải.

Thay tọa độ của A, B vào PT mặt phẳng $(Oxy) : z = 0$, ta có $1 \cdot (-2) = -2 < 0 \Rightarrow A, B$ nằm về hai phía của (Oxy) .

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (Oxy) . Khi đó ta có:

$|MA - MB| = |MA' - MB| \leq A'B$. Suy ra $|MA - MB|$ lớn nhất bằng $A'B$ khi và chỉ khi M là giao điểm của $A'B$ và (Oxy) .

Ta có $A'(1; -1; -1) \Rightarrow A'B = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{6}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3835. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 0)$, $C(-2; 0; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A , trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $4x - 2y - z + 4 = 0$.

B. $4x - 2y + z + 4 = 0$.

C. $4x + 2y + z - 4 = 0$.

D. $4x + 2y - z + 4 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -3; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; -1; -1)$ nên $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 6; -8)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x + 6y - 8z + 10 = 0$.

Phương trình mặt phẳng qua B và vuông góc với AC là: $2x + y + z - 2 = 0$.

Phương trình mặt phẳng qua C và vuông góc với AB là: $2x - 3y - 2z + 6 = 0$.

Giao điểm của ba mặt phẳng trên là trực tâm H của tam giác ABC nên $H\left(-\frac{22}{101}; \frac{70}{101}; \frac{176}{101}\right)$.

Mặt phẳng (P) đi qua A, H nên $\overrightarrow{n_P} \perp \overrightarrow{AH} = \left(-\frac{22}{101}; -\frac{31}{101}; -\frac{26}{101}\right) = -\frac{1}{101}(22; 31; 26)$.

Mặt phẳng $(P) \perp (ABC)$ nên $\overrightarrow{n_P} \perp \overrightarrow{n_{(ABC)}} = (1; 6; -8)$.

Vậy $[\overrightarrow{n_{(ABC)}}, \overrightarrow{n_{AH}}] = (404; -202; -101)$ là một vectơ pháp tuyến của (P) .

Chọn $\overrightarrow{n_P} = (4; -2; -1)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $4x - 2y - z + 4 = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3836. Trong không gian, với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 0)$, $C(-2; 0; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A , trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $4x + 2y - z + 4 = 0$.

B. $4x + 2y + z - 4 = 0$.

C. $4x - 2y - z + 4 = 0$.

D. $4x - 2y + z + 4 = 0$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (2; -3; -2)$; $\overrightarrow{AC} = (-2; -1; -1)$; $\overrightarrow{BC} = (-4; 2; 1)$.

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 6; -8)$.

Gọi tọa độ trực tâm $H(a; b; c)$. $\overrightarrow{AH} = (a; b - 1; c - 2)$; $\overrightarrow{BH} = (a - 2; b + 2; c)$.

Theo đề bài ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ đồng phẳng} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ \overrightarrow{AH} \cdot [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4a + 2(b-1) + c - 2 = 0 \\ -2(a-2) - 1(b+2) - c = 0 \\ a + 6(b-1) - 8(c-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{22}{101} \\ b = \frac{70}{101} \\ c = \frac{176}{101} \end{cases} \Rightarrow H\left(-\frac{22}{101}; \frac{70}{101}; \frac{176}{101}\right).$$

$$\overrightarrow{AH} = \left(-\frac{22}{101}; -\frac{31}{101}; -\frac{26}{101}\right).$$

Gọi $\vec{n}$ là VTPT của mặt phẳng (P) .

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AH} \\ \vec{n} \perp \vec{n}_{(ABC)} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AH}, \vec{n}_{(ABC)}] = (4; -2; -1)$$

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(0; 1; 2)$ có một VTPT là $\vec{n} = (4; -2; -1)$ là

$$4(x-0) - 2(y-1) - 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2y - z + 4 = 0.$$

$$\text{Vậy } (P): 4x - 2y - z + 4 = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3837. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 3; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là

A. $(P): 2x + 2y - z = 0.$

B. $(P): 2x + 2y - z - 9 = 0.$

C. $(P): 2x + 4y + 3z - 19 = 0.$

D. $(P): 2x + 4y + 3z - 10 = 0.$

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (-2; -2; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Phương trình của mặt phẳng (P) là $-2(x-2) - 2(y-3) + (z-1) = 0$ hay $2x + 2y - z - 9 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3838. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 2 = 0$ và mặt cầu (S) tâm $I(2; 1; -1)$ bán kính $R = 2$. Bán kính đường tròn giao của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) là

A. $r = \sqrt{3}.$

B. $r = 3.$

C. $r = \sqrt{5}.$

D. $r = 1.$

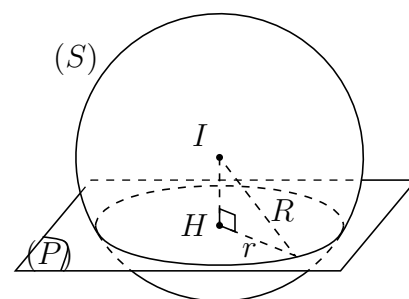
Lời giải.

Gọi bán kính đường tròn giao của mặt phẳng (P)

và mặt cầu (S) là r .

$$\text{Ta có } h = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 - 1 - 2|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 1.$$

$$\text{Suy ra } r = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. A	4. A	5. D	6. A	7. B	8. A	9. C	10. D
11. A	12. C	13. C	14. B	15. B	16. C	17. A	18. C	19. A	20. C
21. C	22. D	23. B	24. D	25. C	26. B	27. D	28. C	29. C	30. A
31. A	32. A	33. D	34. C	35. B	36. B	37. D	38. D	39. B	40. B
41. D	42. C	43. A	44. A	45. D	46. D	47. C	48. A	49. D	50. A
51. C	52. C	53. B	54. D	55. C	56. C	57. D	58. B	59. A	60. D

61. D	62. B	63. A	64. A	65. A	66. C	67. C	68. A	69. C	70. C
71. D	72. C	73. D	74. C	75. D	76. B	77. B	78. A	79. C	80. B
81. A	82. C	83. C	84. D	85. A	86. A	87. D	88. D	89. A	90. D
91. B	92. A	93. B	94. D	95. D	96. A	97. D	98. C	99. C	100. A
101. D	102. B	103. A	104. D	105. B	106. A	107. A	108. B	109. A	110. A
111. D	112. C	113. D	114. B	115. D	118. B	119. B	120. B	121. B	122. C
123. D	124. C	125. A	126. B	127. C	128. B	129. B	130. D	131. A	132. B
133. B	134. C	135. C	136. C	137. C	138. B	139. B	140. A	141. C	142. A
143. A	144. C	145. C	146. A	147. A	148. A	149. D	150. A	151. C	152. B
153. A	154. C	155. A	156. A	157. A	158. A	159. B	160. D	161. C	162. B
163. D	164. D	165. C	166. C	167. C	168. D	169. C	170. C	171. D	172. A
173. B	174. B	175. A	176. A	177. D	178. C	179. B	180. B	181. B	182. D
183. B	184. C	185. C	186. D	187. C	188. D	189. C	190. D	191. D	192. D
193. C	194. B	195. B	196. D	197. B	198. D	199. B	200. D	201. A	202. B
203. D	204. A	205. C	206. B	207. D	208. D	209. B	210. D	211. D	212. A
213. B	214. B	215. A	216. C	217. A	218. B	219. A	220. D	221. A	222. B
223. A	224. D	225. D	226. D	227. A	228. A	229. A	230. B	231. C	232. D
233. A	234. C	235. C	236. C	237. B	238. A	239. D	240. B	241. D	242. C
243. A	244. B	245. D	246. B	247. C	248. A	249. A	250. C	251. A	252. A
253. B	254. C	255. A	256. C	257. D	258. C	259. B	260. B	261. C	262. B
263. B	264. A	265. D	266. A	267. B	268. C	269. D	270. D	271. C	272. B
273. C	274. A	275. B	276. D	277. B	278. D	279. C	280. C	281. B	282. D
283. C	284. B	285. D	286. A	287. D	288. A	289. A	290. C	291. D	292. A
293. C	294. A	295. A	296. A	297. C	298. D	299. D	300. B	301. B	302. B
303. D	304. A	305. C	306. B	307. A	308. A	309. D	310. B	311. A	312. B
313. C	314. A	315. B	316. B	317. B	318. B	319. D	320. D	321. C	322. A
323. A	324. A	325. B	326. A	327. C	328. C	329. D	330. D	331. A	332. D
333. A	334. D	335. B	336. B	337. A	338. A	339. B	340. C	341. A	342. A
343. A	344. C	345. B	346. D	347. D	348. B	349. C	350. B	351. A	352. C
353. B	354. A	355. C	356. C	357. C	358. B	359. A	360. C	361. A	362. C
363. B	364. C	365. D	366. B	367. A	368. C	369. D	370. A	371. A	372. C
373. C	374. D	375. C	376. C	377. D	378. D	379. B	380. B	381. C	382. B
383. B	384. C	385. B	386. D	387. A	388. A	389. C	390. C	391. D	392. C
393. D	394. D	395. A	396. B	397. B	398. A	399. C	400. C	401. C	402. B
403. B	404. B	405. A	406. B	407. C	408. D	409. C	410. C	411. B	412. B
413. A	414. A	415. D	416. C	417. A	418. B	419. D	420. C	421. D	422. D
423. C	424. D	425. B	426. C	427. C	428. A	429. A	430. C	431. D	432. D
433. C	434. D	435. A	436. D	437. A	438. D	439. D	440. B	441. B	442. A
443. D	444. C	445. C	446. A	447. B	448. B	449. B	450. D	451. A	452. A
453. A	454. B	455. C	456. B	457. C	458. B	459. B	460. D	461. A	462. C
463. C	464. D	465. C	466. D	467. D	468. C	469. A	470. B	471. B	472. A
473. A	474. A	475. A	476. D	477. B	478. D	479. C	480. A	481. C	482. A
483. C	484. C	485. C	486. A	487. B	488. D	489. B	490. A	491. A	492. B

493. C	494. A	495. A	496. B	497. B	498. C	499. C	500. A	501. A	502. A
503. A	504. C	505. A	506. A	507. C	508. A	509. D	510. D	511. D	512. C
513. B	514. A	515. C	516. A	517. C	518. B	519. B	520. B	521. C	522. A
523. A	524. C	525. A	526. B	527. D	528. A	529. C	530. B	531. A	532. D
533. A	534. A	535. B	536. C	537. C	538. B	539. A	540. A	541. B	542. D
543. D	544. B	545. B	546. A	547. D	548. D	549. C	550. B	551. D	552. C
553. C	554. A	555. B	556. A	557. C	558. C	559. C	560. C	561. B	562. D
563. B	564. B	565. A	566. C	567. D	568. D	569. D	570. A	571. A	572. B
573. C	574. C	575. A	576. C	577. C	578. D	579. C	580. C	581. B	582. D
583. C	584. A	585. B	586. B	587. D	588. C	589. A	590. A	591. D	592. A
593. C	594. B	595. D	596. D	597. A	598. B	599. B	600. A	601. D	602. D
603. C	604. B	605. D	606. A	607. C	608. A	609. B	610. A	611. C	612. D
613. A	614. B	615. C	616. C	617. B	618. D	619. B	620. A	621. A	622. B
623. C	624. D	625. B	626. B	627. A	628. C	629. D	630. D	631. D	632. A
633. A	634. A	635. A	636. C	637. B	638. B	639. C	640. A	641. A	642. A
643. A	644. D	645. B	646. A	647. B	648. B	649. C	650. D	651. A	652. A
653. B	654. B	655. B	656. D	657. B	658. B	659. A	660. B	661. A	662. C
663. B	664. A	665. A	666. A	667. B	668. C	669. C	670. D	671. B	672. B
673. A	674. C	675. B	676. C	677. B	678. C	679. C	680. D	681. C	682. A
683. B	684. D	685. A	686. C	687. A	688. D	689. A	690. C	691. C	692. B
693. D	694. D	695. D	696. D	697. D	698. A	699. D	700. B	701. D	702. B
703. B	704. C	705. A	706. D	707. B	708. A	709. C	710. B	711. C	712. D
713. A	714. B	715. C	716. A	717. D	718. C	719. C	720. B	721. A	722. D
723. B	724. A	725. D	726. B	727. A	728. C	729. D	730. D	731. A	732. B
733. B	734. B	735. C	736. D	737. B	738. A	739. A	740. C	741. D	742. B
743. C	744. D	745. A	746. B	747. D	748. D	749. C	750. B	751. A	752. A
753. A	754. C	755. B	756. B	757. D	758. C	759. C	760. A	761. A	762. D
763. C	764. A	765. C	766. A	767. D	768. C	769. B	770. B	771. A	772. A
773. D	774. C	775. D	776. D	777. C	778. B	779. B	780. A	781. C	782. D
783. C	784. D	785. D	786. D	787. C	788. A	789. B	790. A	791. A	792. A
793. C	794. B	795. D	796. C	797. D	798. C	799. B	800. C	801. C	802. C
803. C	804. D	805. C	806. D	807. B	808. D	809. A	810. D	811. B	812. A
813. A	814. C	815. D	816. C	817. B	818. B	819. B	820. D	821. D	822. B
823. B	824. B	825. B	826. A	827. D	828. A	829. B	830. B	831. A	832. D
833. D	834. A	835. C	836. C	837. A	838. C	839. C	840. A	841. D	842. B
843. C	844. C	845. B	846. A	847. A	848. A	849. B	850. D	851. B	852. A
853. A	854. B	855. D	856. D	857. D	858. C	859. A	860. A	861. D	862. C
863. C	864. B	865. D	866. C	867. C	868. A	869. A	870. C	871. A	872. A
873. C	874. C	875. B	876. D	877. A	878. C	879. D	880. D	881. B	882. B
883. C	884. B	885. B	886. A	887. C	888. D	889. A	890. C	891. C	892. D
893. D	894. B	895. A	896. A	897. A	898. D	899. A	900. D	901. A	902. B
903. C	904. B	905. A	906. D	907. A	908. A	909. A	910. C	911. B	912. A
913. B	914. C	915. B	916. C	917. A	918. A	919. A	920. B	921. B	922. D

923. D	924. B	925. C	926. A	927. D	928. D	929. C	930. B	931. B	932. D
933. A	934. C	935. B	936. D	937. C	938. B	939. D	940. A	941. B	942. C
943. B	944. C	945. C	946. C	947. B	948. A	949. D	950. B	951. D	952. C
953. D	954. B	955. B	956. D	957. B	958. B	959. B	960. C	961. A	962. B
963. C	964. C	965. D	966. A	967. A	968. A	969. C	970. A	971. D	972. D
973. D	974. D	975. A	976. D	977. D	978. A	979. B	980. B	981. A	982. A
983. C	984. C	985. A	986. A	987. B	988. C	989. C	990. C	991. C	992. D
993. D	994. C	995. C	996. A	997. A	998. C	999. C	1000.B	1001.C	1002.A
1003.B	1004.C	1005.B	1006.B	1007.A	1008.C	1009.B	1010.A	1011.A	1012.A
1013.C	1014.B	1015.D	1016.C	1017.D	1018.D	1019.A	1020.B	1021.C	1022.D
1023.C	1024.A	1025.A	1026.D	1027.B	1028.B	1029.C	1030.B	1031.C	1032.B
1033.D	1034.A	1035.A	1036.D	1037.D	1038.C	1039.C	1040.D	1041.A	1042.B
1043.D	1044.A	1045.A	1046.D	1047.B	1048.B	1049.D	1050.B	1051.C	1052.D
1053.B	1054.C	1055.D	1056.D	1057.D	1058.C	1059.A	1060.A	1061.B	1062.A
1063.D	1064.B	1065.B	1066.A	1067.B	1068.D	1069.D	1070.B	1071.C	1072.B
1073.D	1074.C	1075.D	1076.C	1077.C	1078.A	1079.B	1080.A	1081.A	1082.A
1083.C	1084.D	1085.A	1086.D	1087.A	1088.A	1089.D	1090.A	1091.C	1092.D
1093.D	1094.C	1095.C	1096.A	1097.C	1098.D	1099.C	1100.D	1101.B	1102.C
1103.C	1104.D	1105.A	1106.C	1107.D	1108.D	1109.B	1110.B	1111.C	1112.A
1113.A	1114.D	1115.C	1116.B	1117.A	1118.A	1119.C	1120.D	1121.C	1122.A
1123.B	1124.A	1125.B	1126.D	1127.A	1128.A	1129.D	1130.C	1131.D	1132.D
1133.B	1134.C	1135.B	1136.A	1137.B	1138.A	1139.C	1140.D	1141.A	1142.D
1143.B	1144.D	1145.C	1146.A	1147.A	1148.A	1149.C	1150.A	1151.D	1152.D
1153.C	1154.A	1155.D	1156.C	1157.A	1158.A	1159.B	1160.D	1161.B	1162.C
1163.B	1164.D	1165.A	1166.D	1167.A	1168.D	1169.D	1170.B	1171.A	1172.B
1173.C	1174.D	1175.A	1176.D	1177.B	1178.A	1179.D	1180.D	1181.C	1182.A
1183.D	1184.C	1185.B	1186.A	1187.A	1188.A	1189.B	1190.D	1191.B	1192.B
1193.D	1194.A	1195.D	1196.A	1197.C	1198.C	1199.D	1200.D	1201.D	1202.A
1203.B	1204.D	1205.D	1206.B	1207.A	1208.C	1209.C	1210.C	1211.C	1212.C
1213.C	1214.B	1215.C	1216.C	1217.C	1218.C	1219.C	1220.D	1221.B	1222.C
1223.D	1224.C	1225.C	1226.D	1227.C	1228.C	1229.B	1230.D	1231.C	1232.A
1233.C	1234.D	1235.B	1236.A	1237.A	1238.A	1239.A	1240.C	1241.D	1242.A
1243.B	1244.B	1245.D	1246.A	1247.B	1248.D	1249.A	1250.A	1251.A	1252.C
1253.D	1254.C	1255.D	1256.A	1257.D	1258.B	1259.B	1260.A	1261.A	1262.A
1263.B	1264.C	1265.D	1266.C	1267.C	1268.A	1269.A	1270.C	1271.C	1272.C
1273.A	1274.C	1275.B	1276.A	1277.A	1278.A	1279.A	1280.B	1281.B	1282.A
1283.C	1284.C	1285.D	1286.A	1287.A	1288.C	1289.D	1290.B	1291.A	1292.D
1293.D	1294.C	1295.B	1296.C	1297.A	1298.C	1299.B	1300.D	1301.C	1302.B
1303.B	1304.C	1305.C	1306.B	1307.D	1308.B	1309.B	1310.C	1311.D	1312.A
1313.B	1314.C	1315.A	1316.B	1317.D	1318.A	1319.C	1320.C	1321.B	1322.D
1323.B	1324.D	1325.D	1326.C	1327.D	1328.B	1329.B	1330.B	1331.B	1332.D
1333.B	1334.D	1335.B	1336.D	1337.A	1338.D	1339.B	1340.D	1341.C	1342.A
1343.D	1344.C	1345.C	1346.D	1347.C	1348.D	1349.A	1350.C	1351.B	1352.D

1353.A	1354.C	1355.C	1356.A	1357.C	1358.C	1359.A	1360.B	1361.D	1362.C
1363.A	1364.D	1365.B	1366.B	1367.B	1368.A	1369.D	1370.D	1371.A	1372.B
1373.A	1374.C	1375.B	1376.D	1377.C	1378.B	1379.B	1380.A	1381.C	1382.B
1383.D	1384.C	1385.D	1386.B	1387.D	1388.A	1389.A	1390.A	1391.C	1392.D
1393.A	1394.D	1395.D	1396.B	1397.C	1398.A	1399.D	1400.B	1401.A	1402.A
1403.B	1404.B	1405.D	1406.B	1407.B	1408.A	1409.C	1410.B	1411.C	1412.D
1413.A	1414.B	1415.D	1416.A	1417.D	1418.A	1419.B	1420.A	1421.A	1422.B
1423.A	1424.D	1425.A	1426.D	1427.B	1428.C	1429.C	1430.B	1431.B	1432.B
1433.C	1434.A	1435.B	1436.A	1437.B	1438.A	1439.D	1440.D	1441.B	1442.B
1443.C	1444.B	1445.C	1446.D	1447.A	1448.A	1449.D	1450.C	1451.C	1452.B
1453.C	1454.D	1455.C	1456.B	1457.D	1458.D	1459.C	1460.C	1461.D	1462.C
1463.A	1464.A	1465.C	1466.C	1467.A	1468.D	1469.C	1470.A	1471.B	1472.A
1473.D	1474.B	1475.D	1476.B	1477.C	1478.B	1479.C	1480.C	1481.A	1482.A
1483.C	1484.A	1485.B	1486.B	1487.A	1488.A	1489.A	1490.B	1491.A	1492.B
1493.D	1494.A	1495.D	1496.C	1497.D	1498.C	1499.A	1500.D	1501.A	1502.D
1503.A	1504.C	1505.C	1506.D	1507.B	1508.C	1509.B	1510.B	1511.D	1512.A
1513.B	1514.C	1515.B	1516.A	1517.C	1518.C	1519.B	1520.D	1521.B	1522.C
1523.D	1524.A	1525.A	1526.D	1527.B	1528.A	1529.D	1530.C	1531.A	1532.D
1533.B	1534.D	1535.C	1536.D	1537.A	1538.A	1539.D	1540.C	1541.C	1542.D
1543.A	1544.B	1545.D	1546.B	1547.B	1548.A	1549.C	1550.B	1551.D	1552.A
1553.B	1554.B	1555.B	1556.B	1557.D	1558.D	1559.D	1560.A	1561.B	1562.A
1563.B	1564.C	1565.A	1566.B	1567.B	1568.D	1569.A	1570.A	1571.A	1572.B
1573.D	1574.A	1575.C	1576.A	1577.D	1578.B	1579.B	1580.A	1581.C	1582.D
1583.A	1584.A	1585.D	1586.C	1587.B	1588.C	1589.C	1590.A	1591.B	1592.C
1593.D	1594.D	1595.A	1596.D	1597.A	1598.A	1599.D	1600.A	1601.C	1602.C
1603.C	1604.A	1605.C	1606.B	1607.A	1608.A	1609.D	1610.A	1611.D	1612.D
1613.D	1614.A	1615.B	1616.D	1617.A	1618.D	1619.A	1620.B	1621.B	1622.D
1623.A	1624.D	1625.D	1626.B	1627.B	1628.C	1629.B	1630.D	1631.D	1632.B
1633.D	1634.D	1635.A	1636.C	1637.C	1638.B	1639.A	1640.A	1641.C	1642.D
1643.D	1644.B	1645.A	1646.A	1647.C	1648.B	1649.B	1650.A	1651.B	1652.C
1653.D	1654.B	1655.D	1656.C	1657.B	1658.B	1659.C	1660.B	1661.C	1662.B
1663.A	1664.A	1665.D	1666.C	1667.C	1668.D	1669.B	1670.B	1671.B	1672.B
1673.A	1674.D	1675.C	1676.C	1677.D	1678.D	1679.C	1680.A	1681.A	1682.B
1683.B	1684.B	1685.B	1686.A	1687.A	1688.A	1689.B	1690.A	1691.D	1692.D
1693.C	1694.C	1695.B	1696.D	1697.B	1698.C	1699.C	1700.C	1701.A	1702.A
1703.A	1704.A	1705.C	1706.A	1707.A	1708.D	1709.C	1710.A	1711.D	1712.C
1713.B	1714.A	1715.C	1716.B	1717.A	1718.D	1719.B	1720.A	1721.C	1722.A
1723.C	1724.D	1725.B	1726.C	1727.A	1728.A	1729.B	1730.D	1731.D	1732.B
1733.A	1734.A	1735.B	1736.D	1737.D	1738.D	1739.B	1740.B	1741.B	1742.D
1743.C	1744.C	1745.B	1746.C	1747.B	1748.B	1749.B	1750.B	1751.A	1752.B
1753.D	1754.C	1755.A	1756.C	1757.A	1758.A	1759.D	1760.A	1761.A	1762.C
1763.D	1764.A	1765.D	1766.A	1767.D	1768.B	1769.C	1770.B	1771.B	1772.B
1773.A	1774.A	1775.D	1776.C	1777.A	1778.D	1779.D	1780.A	1781.B	1782.C

1783.D	1784.B	1785.A	1786.B	1787.B	1788.D	1789.C	1790.A	1791.D	1792.C
1793.A	1794.C	1795.A	1796.D	1797.C	1798.D	1799.A	1800.C	1801.B	1802.C
1803.D	1804.D	1805.D	1806.C	1807.A	1808.C	1809.A	1810.C	1811.A	1812.A
1813.D	1814.C	1815.D	1816.C	1817.A	1818.B	1819.C	1820.A	1821.C	1822.C
1823.D	1824.D	1825.C	1826.C	1827.C	1828.A	1829.B	1830.C	1831.A	1832.C
1833.D	1834.A	1835.C	1836.A	1837.D	1838.B	1839.D	1840.A	1841.B	1842.A
1843.A	1844.D	1845.C	1846.D	1847.D	1848.D	1849.A	1850.C	1851.A	1852.A
1853.B	1854.A	1855.A	1856.A	1857.B	1858.A	1859.B	1860.D	1861.B	1862.B
1863.A	1864.A	1865.A	1866.B	1867.A	1868.A	1869.B	1870.D	1871.B	1872.A
1873.A	1874.D	1875.D	1876.D	1877.B	1878.A	1879.D	1880.B	1881.D	1882.B
1883.D	1884.D	1885.C	1886.C	1887.A	1888.A	1889.D	1890.D	1891.C	1892.A
1893.D	1894.B	1895.C	1896.B	1897.D	1898.D	1899.B	1900.C	1901.D	1902.D
1903.B	1904.D	1905.A	1906.A	1907.D	1908.A	1909.A	1910.D	1911.C	1912.B
1913.A	1914.C	1915.A	1916.C	1917.D	1918.C	1919.C	1920.C	1921.A	1922.B
1923.B	1924.B	1925.D	1926.C	1927.D	1928.A	1929.D	1930.D	1931.C	1932.D
1933.C	1934.A	1935.C	1936.B	1937.A	1938.C	1939.A	1940.A	1941.D	1942.C
1943.A	1944.C	1945.B	1946.B	1947.C	1948.D	1949.A	1950.D	1951.C	1952.D
1953.C	1954.C	1955.B	1956.D	1957.C	1958.A	1959.B	1960.B	1961.A	1962.D
1963.B	1964.A	1965.A	1966.A	1967.B	1968.C	1969.D	1970.B	1971.D	1972.B
1973.A	1974.C	1975.C	1976.B	1977.A	1978.D	1979.D	1980.D	1981.D	1982.C
1983.D	1984.D	1985.A	1986.A	1987.C	1988.D	1989.A	1990.C	1991.C	1992.D
1993.A	1994.A	1995.C	1996.B	1997.B	1998.A	1999.D	2000.D	2001.B	2002.D
2003.A	2004.A	2005.B	2006.A	2007.B	2008.C	2009.B	2010.D	2011.D	2012.C
2013.B	2014.B	2015.C	2016.D	2017.D	2018.D	2019.D	2020.D	2021.D	2022.A
2023.A	2024.B	2025.B	2026.D	2027.C	2028.D	2029.A	2030.C	2031.D	2032.D
2033.C	2034.D	2035.D	2036.D	2037.D	2038.A	2039.C	2040.D	2041.A	2042.C
2043.D	2044.A	2045.D	2046.B	2047.B	2048.C	2049.D	2050.D	2051.C	2052.A
2053.A	2054.A	2055.D	2056.A	2057.D	2058.B	2059.B	2060.A	2061.C	2062.A
2063.B	2064.C	2065.A	2066.A	2067.B	2068.D	2069.B	2070.C	2071.A	2072.D
2073.D	2074.B	2075.A	2076.B	2077.C	2078.A	2079.B	2080.A	2081.C	2082.D
2083.A	2084.B	2085.A	2086.B	2087.A	2088.A	2089.A	2090.B	2091.A	2092.B
2093.A	2094.B	2095.C	2096.A	2097.A	2098.A	2099.D	2100.C	2101.B	2102.D
2103.B	2104.B	2105.A	2106.C	2107.A	2108.A	2109.D	2110.B	2111.D	2112.B
2113.A	2114.C	2115.B	2116.C	2117.C	2118.B	2119.B	2120.D	2121.A	2122.C
2123.A	2124.D	2125.A	2126.D	2127.C	2128.B	2129.B	2130.D	2131.D	2132.B
2133.A	2134.D	2135.B	2136.B	2137.A	2138.D	2139.B	2140.A	2141.A	2142.B
2143.D	2144.A	2145.D	2146.B	2147.B	2148.B	2149.A	2150.C	2151.C	2152.B
2153.B	2154.A	2155.D	2156.D	2157.C	2158.C	2159.B	2160.B	2161.A	2162.B
2163.A	2164.A	2165.D	2166.A	2167.A	2168.D	2169.C	2170.D	2171.D	2172.B
2173.B	2174.C	2175.A	2176.A	2177.C	2178.C	2179.A	2180.D	2181.B	2182.B
2183.A	2184.B	2185.B	2186.C	2187.B	2188.A	2189.C	2190.A	2191.D	2192.A
2193.C	2194.A	2195.C	2196.D	2197.A	2198.D	2199.D	2200.A	2201.A	2202.C
2203.B	2204.B	2205.D	2206.A	2207.A	2208.A	2209.C	2210.D	2211.A	2212.B

2213.B	2214.B	2215.A	2216.D	2217.B	2218.A	2219.B	2220.B	2221.D	2222.C
2223.A	2224.C	2225.B	2226.C	2227.C	2228.C	2229.A	2230.A	2231.D	2232.A
2233.D	2234.D	2235.D	2236.B	2237.D	2238.D	2239.B	2240.D	2241.B	2242.B
2243.B	2244.C	2245.C	2246.A	2247.C	2248.A	2249.C	2250.C	2251.D	2252.C
2253.C	2254.A	2255.C	2256.D	2257.A	2258.B	2259.D	2260.D	2261.B	2262.A
2263.A	2264.A	2265.A	2266.A	2267.D	2268.A	2269.A	2270.D	2271.D	2272.D
2273.C	2274.A	2275.B	2276.A	2277.D	2278.B	2279.D	2280.B	2281.D	2282.B
2283.A	2284.D	2285.A	2286.A	2287.C	2288.D	2289.C	2290.C	2291.D	2292.D
2293.B	2294.A	2295.C	2296.D	2297.A	2298.D	2299.B	2300.A	2301.A	2302.A
2303.D	2304.B	2305.D	2306.B	2307.B	2308.B	2309.C	2310.D	2311.A	2312.C
2313.D	2314.A	2315.C	2316.B	2317.B	2318.B	2319.A	2320.B	2321.B	2322.C
2323.D	2324.C	2325.B	2326.C	2327.D	2328.C	2329.A	2330.C	2331.D	2332.A
2333.D	2334.C	2335.A	2336.A	2337.B	2338.B	2339.C	2340.A	2341.C	2342.C
2343.A	2344.B	2345.D	2346.C	2347.D	2348.A	2349.A	2350.C	2351.B	2352.B
2353.D	2354.C	2355.B	2356.C	2357.B	2358.B	2359.D	2360.B	2361.D	2362.A
2363.A	2364.C	2365.D	2366.D	2367.D	2368.D	2369.B	2370.C	2371.D	2372.B
2373.A	2374.B	2375.C	2376.A	2377.C	2378.B	2379.D	2380.D	2381.A	2382.C
2383.B	2384.C	2385.A	2386.B	2387.C	2388.A	2389.C	2390.C	2391.C	2392.B
2393.B	2394.A	2395.D	2396.D	2397.D	2398.C	2399.A	2400.D	2401.D	2402.D
2403.A	2404.D	2405.D	2406.A	2407.D	2408.B	2409.D	2410.D	2411.B	2412.C
2413.A	2414.D	2415.B	2416.D	2417.A	2418.C	2419.C	2420.D	2421.D	2422.B
2423.A	2424.C	2425.A	2426.B	2427.D	2428.C	2429.D	2430.B	2431.C	2432.C
2433.B	2434.D	2435.B	2436.A	2437.C	2438.C	2439.D	2440.D	2441.C	2442.A
2443.B	2444.D	2445.D	2446.A	2447.A	2448.A	2449.A	2450.D	2451.A	2452.D
2453.C	2454.D	2455.B	2456.C	2457.B	2458.D	2459.D	2460.B	2461.B	2462.C
2463.C	2464.A	2465.D	2466.A	2467.C	2468.A	2469.A	2470.B	2471.D	2472.D
2473.A	2474.A	2475.B	2476.C	2477.A	2478.A	2479.B	2480.C	2481.D	2482.B
2483.C	2484.B	2485.B	2486.D	2487.B	2488.D	2489.A	2490.C	2491.D	2492.A
2493.A	2494.D	2495.C	2496.A	2497.A	2498.B	2499.C	2500.D	2501.D	2502.B
2503.B	2504.B	2505.A	2506.C	2507.B	2508.C	2509.C	2510.D	2511.B	2512.D
2513.C	2514.D	2515.C	2516.D	2517.D	2518.D	2519.A	2520.B	2521.B	2522.A
2523.C	2524.B	2525.C	2526.C	2527.D	2528.B	2529.B	2530.B	2531.B	2532.B
2533.D	2534.C	2535.A	2536.C	2537.B	2538.C	2539.B	2540.A	2541.C	2542.D
2543.A	2544.C	2545.C	2546.B	2547.A	2548.A	2549.D	2550.B	2551.B	2552.D
2553.A	2554.A	2555.B	2556.B	2557.D	2558.B	2559.A	2560.C	2561.A	2562.B
2563.A	2564.A	2565.B	2566.A	2567.C	2568.B	2569.D	2570.A	2571.B	2572.C
2573.D	2574.D	2575.A	2576.D	2577.D	2578.A	2579.D	2580.C	2581.C	2582.C
2583.D	2584.B	2585.B	2586.B	2587.A	2588.A	2589.A	2590.B	2591.D	2592.C
2593.B	2594.B	2595.D	2596.A	2597.B	2598.A	2599.C	2600.B	2601.B	2602.D
2603.A	2604.B	2605.A	2606.D	2607.C	2608.D	2609.B	2610.C	2611.A	2612.C
2613.D	2614.D	2615.C	2616.D	2617.C	2618.D	2619.B	2620.A	2621.C	2622.B
2623.A	2624.C	2625.A	2626.B	2627.B	2628.A	2629.A	2630.D	2631.A	2632.A
2633.D	2634.D	2635.D	2636.D	2637.D	2638.A	2639.B	2640.B	2641.D	2642.A

2643.D	2644.A	2645.A	2646.B	2647.D	2648.B	2649.A	2650.C	2651.B	2652.C
2653.C	2654.D	2655.D	2656.C	2657.B	2658.A	2659.D	2660.A	2661.D	2662.B
2663.A	2664.A	2665.B	2666.D	2667.B	2668.B	2669.C	2670.C	2671.A	2672.A
2673.D	2674.C	2675.B	2676.D	2677.C	2678.A	2679.A	2680.A	2681.A	2682.B
2683.D	2684.B	2685.A	2686.B	2687.A	2688.B	2689.D	2690.D	2691.B	2692.C
2693.D	2694.C	2695.C	2696.A	2697.C	2698.A	2699.D	2700.C	2701.B	2702.C
2703.C	2704.A	2705.C	2706.D	2707.B	2708.B	2709.A	2710.B	2711.B	2712.D
2713.B	2714.D	2715.C	2716.D	2717.B	2718.D	2719.C	2720.A	2721.D	2722.D
2723.D	2724.A	2725.D	2726.A	2727.A	2728.B	2729.A	2730.A	2731.C	2732.B
2733.B	2734.A	2735.C	2736.A	2737.A	2738.B	2739.C	2740.B	2741.D	2742.A
2743.B	2744.C	2745.C	2746.B	2747.A	2748.A	2749.C	2750.A	2751.C	2752.C
2753.D	2754.C	2755.A	2756.B	2757.D	2758.C	2759.D	2760.A	2761.C	2762.D
2763.B	2764.C	2765.B	2766.A	2767.A	2768.C	2769.D	2770.C	2771.B	2772.A
2773.C	2774.A	2775.B	2776.C	2777.A	2778.C	2779.A	2780.A	2781.B	2782.A
2783.D	2784.B	2785.C	2786.B	2787.C	2788.B	2789.D	2790.D	2791.D	2792.C
2793.C	2794.B	2795.D	2796.B	2797.A	2798.A	2799.B	2800.C	2801.B	2802.C
2803.A	2804.B	2805.B	2806.A	2807.A	2808.A	2809.C	2810.A	2811.B	2812.C
2813.C	2814.D	2815.A	2816.D	2817.C	2818.C	2819.B	2820.A	2821.D	2822.A
2823.B	2824.A	2825.A	2826.C	2827.C	2828.D	2829.B	2830.C	2831.A	2832.B
2833.C	2834.A	2835.A	2836.A	2837.C	2838.C	2839.C	2840.D	2841.D	2842.B
2843.D	2844.C	2845.D	2846.A	2847.C	2848.A	2849.A	2850.C	2851.D	2852.D
2853.B	2854.A	2855.B	2856.A	2857.B	2858.D	2859.A	2860.B	2861.D	2862.B
2863.C	2864.B	2865.A	2866.D	2867.C	2868.A	2869.C	2870.A	2871.D	2872.B
2873.A	2874.A	2875.C	2876.A	2877.A	2878.B	2879.B	2880.A	2881.C	2882.B
2883.C	2884.A	2885.B	2886.A	2887.D	2888.C	2889.C	2890.D	2891.C	2892.C
2893.B	2894.B	2895.C	2896.A	2897.C	2898.C	2899.B	2900.C	2901.C	2902.A
2903.B	2904.D	2905.B	2906.D	2907.C	2908.B	2909.C	2910.D	2911.A	2912.A
2913.C	2914.B	2915.A	2916.C	2917.D	2918.A	2919.C	2920.A	2921.C	2922.A
2923.A	2924.C	2925.C	2926.A	2927.C	2928.C	2929.D	2930.D	2931.C	2932.D
2933.D	2934.B	2935.B	2936.C	2937.A	2938.B	2939.C	2940.B	2941.D	2942.A
2943.A	2944.D	2945.C	2946.C	2947.A	2948.D	2949.D	2950.C	2951.D	2952.C
2953.D	2954.C	2955.A	2956.C	2957.A	2958.C	2959.B	2960.D	2961.A	2962.C
2963.B	2964.B	2965.B	2966.D	2967.D	2968.A	2969.C	2970.C	2971.A	2972.B
2973.D	2974.A	2975.A	2976.D	2977.C	2978.D	2979.C	2980.C	2981.C	2982.D
2983.C	2984.B	2985.A	2986.C	2987.D	2988.A	2989.D	2990.D	2991.A	2992.B
2993.B	2994.A	2995.D	2996.B	2997.D	2998.A	2999.A	3000.A	3001.D	3002.D
3003.D	3004.C	3005.C	3006.B	3007.C	3008.D	3009.A	3010.B	3011.B	3012.A
3013.B	3014.D	3015.A	3016.A	3017.B	3018.D	3019.D	3020.D	3021.B	3022.B
3023.D	3024.B	3025.D	3026.C	3027.B	3028.C	3029.A	3030.D	3031.C	3032.C
3033.A	3034.D	3035.B	3036.C	3037.A	3038.B	3039.B	3040.D	3041.B	3042.C
3043.D	3044.D	3045.A	3046.B	3047.D	3048.B	3049.A	3050.A	3051.C	3052.A
3053.A	3054.B	3055.A	3056.C	3057.B	3058.D	3059.A	3060.A	3061.B	3062.D
3063.C	3064.A	3065.C	3066.D	3067.A	3068.A	3069.B	3070.B	3071.B	3072.B

3073.A	3074.B	3075.B	3076.D	3077.B	3078.A	3079.D	3080.A	3081.C	3082.C
3083.C	3084.C	3085.B	3086.A	3087.B	3088.D	3089.C	3090.B	3091.B	3092.C
3093.A	3094.C	3095.D	3096.A	3097.C	3098.D	3099.A	3100.B	3101.C	3102.A
3103.A	3104.B	3105.C	3106.C	3107.C	3108.D	3109.A	3110.A	3111.D	3112.C
3113.C	3114.B	3115.A	3116.A	3117.C	3118.A	3119.A	3120.B	3121.B	3122.C
3123.D	3124.B	3125.B	3126.D	3127.A	3128.D	3129.B	3130.D	3131.D	3132.D
3133.A	3134.A	3135.C	3136.A	3137.D	3138.C	3139.B	3140.A	3141.C	3142.B
3143.A	3144.A	3145.A	3146.D	3147.B	3148.A	3149.D	3150.A	3151.D	3152.C
3153.C	3154.D	3155.C	3156.B	3157.A	3158.A	3159.C	3160.D	3161.A	3162.A
3163.A	3164.A	3165.C	3166.D	3167.D	3168.A	3169.D	3170.D	3171.D	3172.C
3173.B	3174.C	3175.A	3176.B	3177.C	3178.C	3179.A	3180.B	3181.B	3182.D
3183.B	3184.D	3185.A	3186.B	3187.D	3188.D	3189.B	3190.B	3191.D	3192.B
3193.B	3194.C	3195.A	3196.C	3197.D	3198.D	3199.A	3200.A	3201.C	3202.C
3203.A	3204.B	3205.A	3206.B	3207.A	3208.B	3209.A	3210.D	3211.C	3212.C
3213.B	3214.C	3215.C	3216.A	3217.D	3218.C	3219.B	3220.A	3221.B	3222.A
3223.B	3224.A	3225.B	3226.A	3227.D	3228.B	3229.D	3230.C	3231.D	3232.D
3233.C	3234.C	3235.A	3236.B	3237.D	3238.C	3239.A	3240.B	3241.A	3242.A
3243.C	3244.B	3245.C	3246.D	3247.A	3248.A	3249.C	3250.C	3251.C	3252.C
3253.C	3254.B	3255.B	3256.B	3257.A	3258.B	3259.A	3260.D	3261.D	3262.B
3263.C	3264.B	3265.D	3266.A	3267.C	3268.C	3269.C	3270.A	3271.A	3272.C
3273.A	3274.B	3275.A	3276.A	3277.A	3278.B	3279.B	3280.C	3281.B	3282.C
3283.D	3284.A	3285.B	3286.C	3287.C	3288.A	3289.A	3290.B	3291.D	3292.B
3293.C	3294.D	3295.A	3296.B	3297.A	3298.B	3299.D	3300.C	3301.A	3302.D
3303.A	3304.D	3305.D	3306.B	3307.C	3308.A	3309.A	3310.B	3311.B	3312.B
3313.A	3314.C	3315.D	3316.A	3317.B	3318.B	3319.B	3320.D	3321.A	3322.A
3323.C	3324.A	3325.B	3326.B	3327.D	3328.C	3329.D	3330.A	3331.D	3332.A
3333.C	3334.B	3335.A	3336.B	3337.A	3338.A	3339.B	3340.C	3341.B	3342.A
3343.D	3344.B	3345.B	3346.C	3347.C	3348.C	3349.B	3350.B	3351.D	3352.A
3353.D	3354.D	3355.A	3356.A	3357.D	3358.D	3359.A	3360.B	3361.C	3362.C
3363.A	3364.B	3365.A	3366.C	3367.D	3368.A	3369.D	3370.D	3371.A	3372.B
3373.A	3374.D	3375.A	3376.A	3377.A	3378.A	3379.C	3380.C	3381.D	3382.D
3383.B	3384.A	3385.A	3386.D	3387.A	3388.A	3389.D	3390.A	3391.A	3392.C
3393.D	3394.B	3395.C	3396.A	3397.B	3398.A	3399.A	3400.D	3401.C	3402.D
3403.D	3404.B	3405.C	3406.A	3407.A	3408.B	3409.B	3410.B	3411.D	3412.A
3413.A	3414.C	3415.A	3416.C	3417.C	3418.B	3419.B	3420.A	3421.D	3422.B
3423.C	3424.C	3425.A	3426.D	3427.C	3428.A	3429.D	3430.D	3431.A	3432.B
3433.A	3434.A	3435.D	3436.D	3437.C	3438.B	3439.A	3440.D	3441.B	3442.A
3443.C	3444.C	3445.C	3446.B	3447.B	3448.C	3449.D	3450.C	3451.D	3452.C
3453.B	3454.B	3455.A	3456.C	3457.D	3458.A	3459.C	3460.A	3461.C	3462.B
3463.D	3464.A	3465.D	3466.B	3467.A	3468.C	3469.D	3470.C	3471.C	3472.A
3473.A	3474.C	3475.B	3476.A	3477.A	3478.C	3479.C	3480.C	3481.C	3482.C
3483.D	3484.B	3485.A	3486.B	3487.D	3488.C	3489.C	3490.C	3491.D	3492.A
3493.A	3494.B	3495.D	3496.B	3497.A	3498.C	3499.A	3500.A	3501.A	3502.D

3503.C	3504.D	3505.C	3506.A	3507.C	3508.B	3509.B	3510.D	3511.C	3512.C
3513.D	3514.C	3515.C	3516.A	3517.A	3518.C	3519.B	3520.B	3521.D	3522.D
3523.C	3524.C	3525.C	3526.D	3527.D	3528.D	3529.D	3530.B	3531.D	3532.D
3533.D	3534.B	3535.C	3536.C	3537.D	3538.C	3539.C	3540.D	3541.B	3542.B
3543.C	3544.A	3545.B	3546.C	3547.B	3548.B	3549.C	3550.C	3551.D	3552.D
3553.B	3554.B	3555.A	3556.D	3557.B	3558.D	3559.C	3560.D	3561.C	3562.D
3563.A	3564.D	3565.B	3566.D	3567.D	3568.C	3569.A	3570.A	3571.D	3572.B
3573.D	3574.A	3575.B	3576.D	3577.C	3578.D	3579.B	3580.B	3581.D	3582.C
3583.A	3584.A	3585.D	3586.B	3587.D	3588.A	3589.B	3590.D	3591.B	3592.A
3593.D	3594.C	3595.A	3596.C	3597.C	3598.D	3599.D	3600.C	3601.D	3602.A
3603.C	3604.C	3605.A	3606.D	3607.C	3608.C	3609.C	3610.B	3611.B	3612.A
3613.D	3614.C	3615.C	3616.A	3617.B	3618.D	3619.B	3620.A	3621.D	3622.A
3623.A	3624.D	3625.C	3626.A	3627.C	3628.A	3629.B	3630.B	3631.C	3632.A
3633.B	3634.A	3635.C	3636.A	3637.B	3638.D	3639.C	3640.A	3641.C	3642.D
3643.A	3644.A	3645.D	3646.D	3647.D	3648.D	3649.B	3650.D	3651.B	3652.C
3653.B	3654.C	3655.A	3656.C	3657.C	3658.C	3659.D	3660.C	3661.A	3662.B
3663.B	3664.C	3665.B	3666.D	3667.A	3668.C	3669.D	3670.B	3671.D	3672.C
3673.A	3674.D	3675.D	3676.B	3677.C	3678.B	3679.B	3680.A	3681.D	3682.C
3683.B	3684.A	3685.D	3686.A	3687.B	3688.D	3689.A	3690.C	3691.D	3692.B
3693.C	3694.B	3695.D	3696.A	3697.A	3698.A	3699.A	3700.A	3701.D	3702.B
3703.B	3704.C	3705.C	3706.B	3707.D	3708.A	3709.C	3710.C	3711.B	3712.D
3713.C	3714.D	3715.A	3716.D	3717.C	3718.B	3719.D	3720.C	3721.C	3722.A
3723.C	3724.B	3725.C	3726.A	3727.C	3728.C	3729.A	3730.C	3731.B	3732.B
3733.A	3734.D	3735.A	3736.B	3737.B	3738.B	3739.D	3740.A	3741.A	3742.D
3743.C	3744.B	3745.D	3746.A	3747.A	3748.A	3749.A	3750.A	3751.B	3752.D
3753.A	3754.D	3755.B	3756.A	3757.B	3758.A	3759.B	3760.D	3761.D	3762.C
3763.C	3764.B	3765.A	3766.B	3767.A	3768.D	3769.D	3770.A	3771.C	3772.D
3773.D	3774.A	3775.B	3776.C	3777.B	3778.D	3779.C	3780.A	3781.C	3782.A
3783.D	3784.A	3785.D	3786.D	3787.D	3788.A	3789.C	3790.D	3791.B	3792.C
3793.A	3794.C	3795.A	3796.C	3797.D	3798.D	3799.A	3800.D	3801.D	3802.D
3803.D	3804.D	3805.D	3806.D	3807.C	3808.A	3809.D	3810.C	3811.A	3812.D
3813.B	3814.A	3815.D	3816.B	3817.B	3818.C	3819.A	3820.B	3821.A	3822.A
3823.B	3824.C	3825.B	3826.D	3827.A	3828.B	3829.C	3830.A	3831.C	3832.A
3833.D	3834.C	3835.A	3836.C	3837.B	3838.A				