

MỤC LỤC

Bài 1: MŨ – LŨY THỪA	1
☒ DẠNG 1: TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC.....	1
☒ DẠNG 2: SO SÁNH CÁC LŨY THỪA.	3
☒ DẠNG 3: BIẾN ĐỔI, RÚT GỌN, BIỂU DIỄN CÁC BIỂU THỨC CHỨA LŨY THỪA.	5
Bài 2: HÀM SỐ LŨY THỪA.....	9
☒ DẠNG 1: TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ THỨC CHỨA LŨY THỪA.....	9
☒ DẠNG 2: ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LŨY THỪA.....	11
☒ DẠNG 3: TÍNH CHẤT, ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ LŨY THỪA.....	14
Bài 3: LOGARIT	19
☒ DẠNG 1: TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC.....	19
☒ DẠNG 2: BIẾN ĐỔI, RÚT GỌN, BIỂU DIỄN BIỂU THỨC CHỨA LOGARIT, MŨ, LŨY THỪA.	21
☒ DẠNG 3: BIỂU DIỄN CÁC BIỂU THỨC CHỨA LOGARIT THEO BIỂU THỨC KHÁC.	25
Bài 4: HÀM SỐ MŨ - LOGARIT	29
☒ DẠNG 1: TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT.	29
☒ DẠNG 2: ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ, LOGARIT.	31
☒ DẠNG 3: SỰ BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ MŨ- LOGARIT.	34
☒ DẠNG 4: TÌM GTLN-GTNN CỦA HÀM SỐ.....	38
☒ DẠNG 5: TOÁN THỰC TẾ.	40
☒ DẠNG 6: TOÁN TÌM THAM SỐ M ĐỂ HÀM SỐ XÁC ĐỊNH.	45
Bài 5: PHƯƠNG TRÌNH MŨ.....	50
☒ DẠNG 1: PHƯƠNG TRÌNH MŨ CƠ BẢN.....	50
☒ DẠNG 2: PHƯƠNG TRÌNH MŨ ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ.	52
☒ DẠNG 3: ĐẶT ẨN PHỤ.	54
☒ DẠNG 4: PT CHỨA THAM SỐ M THỎA MÃN ĐK.	57
Bài 6: PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT	64
☒ DẠNG 1: PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN.	64
☒ DẠNG 2: PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ.	66
☒ DẠNG 3: ĐẶT ẨN PHỤ	68
☒ DẠNG 4: PT CHỨA THAM SỐ M	71
Bài 7: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ	77
☒ DẠNG 1: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ CƠ BẢN.....	77
☒ DẠNG 2: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ ĐẶT ẨN PHỤ.....	79
☒ DẠNG 3: BẤT PT MŨ CHỨA THAM SỐ.....	82
Bài 8: BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT	88
☒ DẠNG 1: BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN.	88
☒ DẠNG 2: BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT ĐẶT ẨN PHỤ.	92
☒ DẠNG 3: BẤT PT LOGARIT CHỨA THAM SỐ.	94

Bài 1: MŨ – LŨY THỪA**☑_ DẠNG 1: TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC****PHƯƠNG PHÁP:**

- ♦ Công thức mũ, lũy thừa cơ bản
- ♦ Sử dụng hệ thống công thức về mũ và lũy thừa.

Casio:

- ♦ Xét hiệu Calc đặc biệt hóa:
- Chọn giá trị thích hợp để thử đáp án.

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Tính giá trị của biểu thức $A = 2^3 \cdot 2^7$.

A. 2^{10} .

B. 2^{-4} .

C. 2^4 .

D. 2^{21} .

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $A = 2^3 \cdot 2^7 = 2^{3+7} = 2^{10}$.

Ví dụ 2. Chọn mệnh đề nào đúng.

A. $(3^2)^5 = 3^7$.

B. $(3^2)^5 = 3^{10}$.

C. $(3^2)^5 = 3^{-3}$.

D. $(3^2)^5 = 3^3$

Lời giải**Chọn B**

Ta có: $(3^2)^5 = 3^{2 \cdot 5} = 3^{10}$.

Ví dụ 3. Giá trị của biểu thức $C = 3^{\sqrt{2}-1} \cdot 9^{\sqrt{2}} \cdot 27^{1-\sqrt{2}}$ bằng

A. 1.

B. 27.

C. 3.

D. 9

Lời giải**Chọn D**

Ta có:

$$C = 3^{\sqrt{2}-1} \cdot 9^{\sqrt{2}} \cdot 27^{1-\sqrt{2}} = 3^{\sqrt{2}-1} \cdot 3^{2\sqrt{2}} \cdot 3^{3(1-\sqrt{2})} = 3^{\sqrt{2}-1+2\sqrt{2}+3(1-\sqrt{2})} = 3^2 = 9.$$

Ví dụ 4. Cho a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $P = a^{\frac{2}{3}} \sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{5}{6}}$.

B. a^5 .

C. $a^{\frac{2}{3}}$.

D. $a^{\frac{7}{6}}$.

Lời giải**Chọn D**

Với $a > 0$, ta có $P = a^{\frac{2}{3}} \sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}$.

Ví dụ 5. Biểu thức $P = \sqrt{x^3 \cdot \sqrt[3]{x^2}} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ ($x > 0$) viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $P = x^{\frac{8}{3}}$.

B. $P = x^{\frac{5}{6}}$.

C. $P = x^{\frac{1}{3}}$.

D. $P = x^3$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $P = \left(x^3 (x^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{5}{6}} = x^{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} = x^{\frac{8}{3}}$.

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

- Câu 1.** Với giá trị nào của x thì đẳng thức $\sqrt[2020]{x^{2020}} = x$ đúng
A. $\forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $x \geq 0$. **C.** $x = 0$. **D.** Không có giá trị x nào.
- Câu 2.** Tính giá trị của biểu thức $A = 3^2 \cdot 3^9$
A. 3^{18} . **B.** 3^{11} . **C.** 3^7 . **D.** 3^{-7} .
- Câu 3.** Tính giá trị của biểu thức $C = \sqrt[3]{4^5}$.
A. 4^8 . **B.** $4^{\frac{5}{3}}$. **C.** 4^2 . **D.** $4^{\frac{3}{5}}$.
- Câu 4.** Cho x, y là những số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?
A. $x^m \cdot y^n = (xy)^{m+n}$. **B.** $(xy)^n = x^n \cdot y^n$. **C.** $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$. **D.** $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$.
- Câu 5.** Cho $0 < a \neq 1$; $m, n \in \mathbb{Z}^+$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?
A. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m-n]{a}$. **B.** $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m+n]{a}$. **C.** $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m/n]{a}$. **D.** $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$.
- Câu 6.** Viết dưới dạng lũy thừa thì số $\sqrt[5]{2^3 \sqrt{2}}$ bằng
A. $2^{\frac{3}{10}}$. **B.** $2^{\frac{7}{10}}$. **C.** $2^{\frac{17}{10}}$. **D.** $2^{\frac{11}{30}}$.
- Câu 7.** Viết biểu thức $\frac{\sqrt{2^3 \sqrt{4}}}{16^{0,75}}$ về dạng lũy thừa 2^m ta được $m = ?$
A. $-\frac{13}{6}$. **B.** $\frac{13}{6}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $-\frac{5}{6}$.
- Câu 8.** Viết biểu thức $\frac{\sqrt[4]{9 \cdot \sqrt{81}}}{\sqrt[2]{27}}$ về dạng lũy thừa 2^a ta được $a = ?$
A. $\frac{-3}{2}$. **B.** $\frac{-1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.
- Câu 9.** Viết biểu thức $\sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{8}}}$ về dạng 2^x và biểu thức $\frac{2\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}}$ về dạng 2^y . Ta có $x^2 + y^2 = ?$
A. $\frac{2017}{567}$. **B.** $\frac{11}{6}$. **C.** $\frac{53}{24}$. **D.** $\frac{2017}{576}$.
- Câu 10.** Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} \forall a > 0$.
A. $P = a$. **B.** $P = a^3$. **C.** $P = a^4$. **D.** $P = a^5$.
- Câu 11.** Giá trị của biểu thức $P = 3^{10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + 128^{-1} \cdot 2^9 + (0,1)^{-5} \cdot (0,2)^5$ là
A. $P = 38$. **B.** $P = 30$. **C.** $P = 40$. **D.** $P = 32$.
- Câu 12.** Cho $9^x - 12^2 = 0$, tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{3^{-x-1}} - 8 \cdot 9^{\frac{x-1}{2}} + 19$.
A. 31. **B.** 23. **C.** 22. **D.** 15.

Câu 13. Cho $a > 0, b > 0$, giá trị của biểu thức $T = 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ bằng

A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 14. Cho a là số thực dương, khi đó $\sqrt[3]{a^3 \sqrt{a} \sqrt[4]{a}}$ viết dưới dạng lũy thừa là

A. $a^{\frac{1}{6}}$. B. $a^{\frac{5}{18}}$. C. $a^{\frac{1}{2}}$. D. $a^{\frac{1}{12}}$.

Câu 15. Giá trị của biểu thức $a^{4\log_a 2^5}$ (với $0 < a \neq 1$) bằng

A. 25. B. 625. C. 5. D. 125.

Câu 16. Cho a là số thực dương. Đơn giản biểu thức $P = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}} \right)}$.

A. $P = a(a+1)$. B. $P = a-1$. C. $P = a$. D. $P = a+1$.

Câu 17. Giá trị của biểu thức $(1+\sqrt{2})^{2020} \cdot (\sqrt{2}-1)^{2019}$ bằng

A. Không xác định. B. $1+\sqrt{2}$. C. $3-2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}-1$.

Câu 18. Với số thực bất kỳ, mệnh đề nào **sai**?

A. $(10^\alpha)^2 = 100^\alpha$. B. $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$. C. $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$. D. $(10^\alpha)^2 = 10^{\alpha^2}$.

Câu 19. Cho biểu thức $\sqrt[5]{8\sqrt{2}\sqrt[3]{2}} = 2^{\frac{m}{n}}$, trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Gọi $P = m^2 + n^2$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $P \in (330; 340)$. B. $P \in (350; 360)$. C. $P \in (260; 370)$. D. $P \in (340; 350)$.

Câu 20. Cho $P = (5-2\sqrt{6})^{2020} (5+2\sqrt{6})^{2021}$. Ta có

A. $P \in (2; 7)$. B. $P \in (6; 9)$. C. $P \in (0; 3)$. D. $P \in (8; 10)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.B	4.A	5.D	6.D	7.A	8.B	9.D	10.D
11.C	12.B	13.A	14.C	15.A	16.C	17.B	18.D	19.D	20.D

☑ DẠNG 2: SO SÁNH CÁC LŨY THỪA.

PHƯƠNG PHÁP:

- ♦ Sử dụng công thức về tính chất của lũy thừa.
- ♦ **Casio:** Xét hiệu với chức năng Calc đặc biệt hóa.

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Cho các số nguyên dương m, n và số thực dương a . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$. **B.** $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$. **C.** $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = \sqrt[m+n]{a^{m+n}}$. **D.** $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = \sqrt[n+m]{a}$.

Lời giải

Chọn D

Cả 4 mệnh đề đều xác định với điều kiện m, n nguyên dương và a là số thực dương.

Đáp án **D** sai vì $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} = a^{\frac{m+n}{m \cdot n}}$ khác với $\sqrt[n+m]{a} = a^{\frac{1}{m+n}}$.

Đáp án **A** đúng vì $(\sqrt[n]{a})^m = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Đáp án **B** đúng vì $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m]{a^{\frac{1}{n}}} = a^{\frac{1}{m \cdot n}} = a^{\frac{1}{m \cdot n}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$.

Đáp án **C** đúng vì $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} = a^{\frac{m+n}{m \cdot n}} = \sqrt[m+n]{a^{m+n}}$.

Ví dụ 2. Cho số thực $a > 1$ và số thực α, β . Kết luận nào sau đây đúng?

- A.** $\frac{1}{a^\alpha}, \forall \alpha \in \mathbb{R}$. **B.** $a^\alpha < 1, \forall \alpha \in \mathbb{R}$. **C.** $a^\alpha > 1, \forall \alpha \in \mathbb{R}$. **D.** $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

Lời giải

Chọn D

Câu D đúng theo lý thuyết.

Ví dụ 3. Cho các số thực a, b thỏa mãn $0 < a < b$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $a^x < b^x$ với $\forall x \neq 0$. **B.** $a^x < b^x$ với $\forall x > 0$.
C. $a^x < b^x$ với $\forall x < 0$. **D.** $a^x < b^x$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Lấy $a = \frac{1}{2}, b = 1, x = -1$. Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2; 1^{-1} = 1$. Suy ra các khẳng định “ $a^x < b^x$ với $\forall x \neq 0$ ”

”, “ $a^x < b^x$ với $\forall x < 0$ ”, “ $a^x < b^x$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ ” sai.

Ví dụ 4. Cho $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. **B.** $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$. **C.** $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. **D.** $\frac{1}{a^{2018}} < \frac{1}{a^{2019}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\frac{1}{a^{\sqrt{5}}} = a^{-\sqrt{5}}$.

Lại có $\begin{cases} -\sqrt{3} > -\sqrt{5} \\ a > 1 \end{cases} \Rightarrow a^{-\sqrt{3}} > a^{-\sqrt{5}} \Rightarrow a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$.

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Cho $a^{\frac{4}{5}} > a^2$ và $\log_b \frac{2}{e} < 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a > 1, b > 1$. B. $0 < a < 1 < b$. C. $0 < b < 1 < a$. D. $0 < b < a < 1$.

Câu 2. Cho số thực a thỏa mãn $a^3 > a^\pi$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $0 < a < 1$. B. $a < 0$. C. $a > 1$. D. $a = 1$.

Câu 3. Nếu $(a-2)^{\frac{1}{4}} < (a-2)^{\frac{1}{3}}$ thì khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $2 < a < 3$. B. $a > 2$. C. $a < 3$. D. $a > 3$.

Câu 4. Cho $(2m-1)^{-\frac{3}{4}} < (2m-1)^{-\frac{5}{4}}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m \geq 1$. B. $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$. C. $m > 1$. D. $\frac{1}{2} < m < 1$.

Câu 5. Cho $(2m-1)^{-\frac{3}{4}} < (2m-1)^{-\frac{5}{4}}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m \geq 1$. B. $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$. C. $m > 1$. D. $\frac{1}{2} < m < 1$.

Câu 6. Cho $a > 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$. B. $\frac{1}{a^{2017}} < \frac{1}{a^{2018}}$. C. $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. D. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$.

Câu 7. Nếu $(a-2)^{\frac{1}{4}} < (a-2)^{\frac{1}{3}}$ thì khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $2 < a < 3$. B. $a > 2$. C. $a < 3$. D. $a > 3$.

Câu 8. Nếu $(a-2)^{\frac{1}{4}} < (a-2)^{\frac{1}{3}}$ thì khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $2 < a < 3$. B. $a > 2$. C. $a < 3$. D. $a > 3$.

Câu 9. Cho số thực $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\frac{\sqrt[3]{a^4}}{a} > 1$. B. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. C. $\frac{1}{a^{2020}} > \frac{1}{a^{2021}}$. D. $a^{-\sqrt{2}} > \frac{1}{a^{\sqrt{3}}}$.

Câu 10. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(\sqrt{5}+2)^{-2019} < (\sqrt{5}+2)^{-2020}$. B. $(\sqrt{5}+2)^{2018} > (\sqrt{5}+2)^{2019}$.
C. $(\sqrt{5}-2)^{2020} > (\sqrt{5}-2)^{2021}$. D. $(\sqrt{5}-2)^{2018} < (\sqrt{5}-2)^{2019}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B 2.A 3.D 4.D 5.D 6.C 7.D 8.D 9.B 10.C

☑ DẠNG 3: BIẾN ĐỔI, RÚT GỌN, BIỂU DIỄN CÁC BIỂU THỨC CHỨA LŨY THỪA.

PHƯƠNG PHÁP:

- ♦ Sử dụng công thức, tính chất của mũ, lũy thừa.
- ♦ Casio: Xét hiệu với chức năng Calc

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}$ bằng

- A. $a^{\frac{2}{3}}$. B. a^5 . C. $a^{\frac{5}{6}}$. D. $a^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P = a^{\frac{1}{3}} \sqrt{a} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1+1}{2}} = a^{\frac{5}{6}}$.

Ví dụ 2. Biểu diễn biểu thức $Q = \sqrt{x^3 \sqrt{x^2 \sqrt{x^3}}}$ dưới dạng lũy thừa số mũ hữu tỉ.

A. $Q = x^{\frac{23}{12}}$. B. $Q = x^{\frac{1}{4}}$. C. $Q = x^{\frac{23}{24}}$. D. $Q = x^{\frac{12}{23}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $Q = \sqrt{x^3 \sqrt{x^2 \sqrt{x^3}}} = x^{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{3} \left(2 + \frac{3}{4} \right) \right)} = x^{\frac{23}{24}}$.

Ví dụ 3. Cho số thực dương $a > 0$ và khác 1. Hãy rút gọn biểu thức $R = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)}$.

A. $R = 1 + a$. B. $R = 1$. C. $R = a$. D. $R = 1 - a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$R = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)} = \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} (1 - a^2)}{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{7}{12}} (1 - a)} = \frac{a^{\frac{5}{6}} (1 + a)}{a^{\frac{5}{6}}} = 1 + a$$

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = a^{\frac{1}{4}} \sqrt{a^2}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{2}}$. B. $a^{\frac{3}{4}}$. C. $a^{\frac{5}{4}}$. D. $a^{\frac{1}{4}}$.

Câu 2. Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^2 \cdot \sqrt[3]{a}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{4}{3}}$. B. $a^{\frac{7}{3}}$. C. $a^{\frac{5}{3}}$. D. $a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 3. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{1}{8}}$. B. $P = x^{\frac{2}{9}}$. C. $P = x^2$. D. $P = \sqrt{x}$.

Câu 4. Cho a là một số thực dương. Viết biểu thức $P = a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P = a^{\frac{1}{15}}$. B. $P = a^{\frac{2}{5}}$. C. $P = a^{\frac{1}{15}}$. D. $P = a^{\frac{19}{15}}$.

Câu 5. Rút gọn biểu thức $P = x^3 : \sqrt[5]{x^2}$ với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{13}{5}}$. B. $P = x^{\frac{2}{9}}$. C. $P = x^2$. D. $P = \sqrt{x}$.

- Câu 6.** Đơn giản biểu thức $P = a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1}$ được kết quả là
- A. $a^{\sqrt{2}}$. B. $a^{2\sqrt{2}-1}$. C. $a^{1-\sqrt{2}}$. D. a .
- Câu 7.** Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.
- A. $P = x^2$. B. $P = \sqrt{x}$. C. $P = x^{\frac{1}{8}}$. D. $P = x^{\frac{2}{9}}$.
- Câu 8.** Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.
- A. $Q = b^2$. B. $Q = b^{\frac{5}{9}}$. C. $Q = b^{-\frac{4}{3}}$. D. $Q = b^{\frac{4}{3}}$.
- Câu 9.** Cho a là một số thực dương. Viết biểu thức $P = a^{\frac{3}{5}} : \sqrt[3]{a^2}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.
- A. $P = a^{\frac{1}{15}}$. B. $P = a^{\frac{2}{5}}$. C. $P = a^{-\frac{1}{15}}$. D. $P = a^{\frac{19}{15}}$.
- Câu 10.** Cho biểu thức $P = \frac{(a^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1}}{a^{\sqrt{5}-3} \cdot a^{4-\sqrt{5}}}$, với $a > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $P = a^{\frac{1}{2}}$. B. $P = a$. C. $P = a^{\frac{3}{2}}$. D. $P = a^{\sqrt{3}}$.
- Câu 11.** Cho số thực dương a . Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)}$ là
- A. a . B. $a+1$. C. $2a$. D. 1 .
- Câu 12.** Rút gọn của biểu thức $\frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-1})^{\sqrt{2}+1}}$ là:
- A. a . B. a^2 . C. 1 . D. a^3 .
- Câu 13.** Rút gọn biểu thức: $P = \frac{(a^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1}}{a^{-\sqrt{3}+2} \cdot a^{2+\sqrt{3}}}$ ($a > 0$). Kết quả là
- A. 1 . B. $a^{\frac{1}{2}}$. C. a^4 . D. $\frac{1}{a^4}$.
- Câu 14.** Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x}$ ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.
- A. $P = x^{\frac{1}{12}}$. B. $P = x^{\frac{5}{12}}$. C. $P = x^{\frac{1}{7}}$. D. $P = x^{\frac{5}{4}}$.
- Câu 15.** Cho biểu thức $P = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ ($x > 0$). Mệnh đề đúng là
- A. $P = x^{\frac{5}{3}}$. B. $P = x^{\frac{7}{3}}$. C. $P = x^{\frac{5}{2}}$. D. $P = x^{\frac{2}{3}}$.
- Câu 16.** Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[4]{x^5} \cdot \sqrt{x^3}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $P = x^{\frac{47}{48}}$. B. $P = x^{\frac{15}{16}}$. C. $P = x^{\frac{7}{16}}$. D. $P = x^{\frac{5}{42}}$.

Câu 17. Cho biểu thức $Q = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $Q = x^{\frac{13}{24}}$.

B. $Q = x^{\frac{17}{12}}$.

C. $Q = x^{\frac{15}{6}}$.

D. $Q = x^{\frac{15}{24}}$.

Câu 18. Cho biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}} - a^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}}$, với $a, b > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = \frac{1}{\sqrt[3]{ab}}$.

B. $P = \sqrt[3]{ab}$.

C. $P = (ab)^{\frac{2}{3}}$.

D. $P = -\frac{1}{\sqrt[3]{(ab)^2}}$.

Câu 19. Cho biểu thức $P = \frac{b\sqrt[3]{a^4} + a\sqrt[3]{b^4}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$, với $a > 0, b > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $P = b + a$.

B. $P = 2ab$.

C. $P = a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}}$.

D. $P = a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}}$.

Câu 20. Cho a, b là hai số thực dương. Rút gọn biểu thức $\frac{a^{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{b} + b^{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$.

A. $a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}$.

B. $a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}$.

C. $\sqrt[3]{ab}$.

D. $a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.D	4.D	5.A	6.D	7.B	8.D	9.C	10.B
11.A	12.B	13.B	14.B	15.A	16.C	17.A	18.A	19.A	20.C

Bài 2: HÀM SỐ LŨY THỪA

☑ DẠNG 1: TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ THỨC CHỨA LŨY THỪA.

PHƯƠNG PHÁP:

Xét hàm số $y = [f(x)]^\alpha$

- ♦ Khi α nguyên dương: hàm số xác định khi và chỉ khi $f(x)$ xác định.
- ♦ Khi α nguyên âm: hàm số xác định khi và chỉ khi $f(x) \neq 0$.
- ♦ Khi α không nguyên: hàm số xác định khi và chỉ khi $f(x) > 0$.
- ♦ **Casio:** table $\rightarrow$ NHẬP HÀM $\rightarrow$ START: a $\rightarrow$ END: b $\rightarrow$ STEP kéo tít.

🔑 **Lưu ý:** Chỉ dùng MTCT để loại trừ là chính, và không dùng MTCT để chọn trực tiếp đáp án.
Đối với TXĐ hàm số lũy thừa an toàn nhất vẫn là giải theo công thức.

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Hàm số $y = (x-2)^{\frac{1}{2}}$ có tập xác định là

- A. $D = [2; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = (2; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = (x-2)^{\frac{1}{2}}$ xác định khi $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Tập xác định của hàm số là $D = (2; +\infty)$.

Ví dụ 2. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = (1; 2)$.
C. $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$

Từ điều kiện suy ra tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = (x-1)^{-5} \cdot \sqrt{x}$. Tập xác định của hàm số là

- A. $D = (1; +\infty)$. B. $D = [0; +\infty) \setminus \{1\}$. C. $D = [0; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x \geq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [0; +\infty) \setminus \{1\}$.

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

- Câu 1.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = x^n$, với n là một số nguyên âm.
A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $D = (-\infty; 0)$. **D.** $D = (0; +\infty)$.
- Câu 2.** Tìm điều kiện của x để hàm số $y = x^{\pi+1}$ có nghĩa.
A. $x \in \mathbb{R}$. **B.** $x \neq 0$. **C.** $x < 0$. **D.** $x > 0$.
- Câu 3.** Tập xác định D của hàm số $y = (6x^2 - x - 5)^3$ là
A. $D = (-4; 1)$. **B.** $D = [1; 7]$. **C.** $D = [1; 7]$. **D.** $D = \mathbb{R}$.
- Câu 4.** Hàm số $y = (x-2)^{\frac{1}{2}}$ có tập xác định là
A. $D = [2; +\infty)$. **B.** $D = \mathbb{R}$. **C.** $D = (2; +\infty)$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- Câu 5.** Tập xác định của hàm số $y = (2-x)^{\frac{1}{3}}$ là
A. $(2; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty; 2)$.
- Câu 6.** Tìm tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{-2}$
A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $[1; +\infty)$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- Câu 7.** Tập xác định D của hàm số $y = x^{-2}$ là
A. $D = (-\infty; 0)$. **B.** $D = (-\infty; +\infty) \setminus \{0\}$. **C.** $D = (-\infty; +\infty)$. **D.** $D = (0; +\infty)$.
- Câu 8.** Tập xác định D của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ là
A. $D = (-\infty; 0)$. **B.** $D = (-\infty; +\infty) \setminus \{0\}$. **C.** $D = (-\infty; +\infty)$. **D.** $D = (0; +\infty)$.
- Câu 9.** Tập xác định D của hàm số $y = x^e$ là
A. $D = (-\infty; 0)$. **B.** $D = (-\infty; +\infty) \setminus \{0\}$. **C.** $D = (-\infty; +\infty)$. **D.** $D = (0; +\infty)$.
- Câu 10.** Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt[5]{x}$ là
A. $D = (-\infty; 0)$. **B.** $D = (-\infty; +\infty) \setminus \{0\}$. **C.** $D = (-\infty; +\infty)$. **D.** $D = (0; +\infty)$.
- Câu 11.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt[4]{x^2 - 3x - 4}$.
A. $D = [-1; 4]$. **B.** $D = (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.
C. $D = (-1; 4)$. **D.** $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.
- Câu 12.** Tập xác định D của hàm số $y = (5 + 4x - x^2)^{\sqrt{2019}}$.
A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 5\}$. **B.** $D = (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$. **C.** $D = (1; 5)$. **D.** $D = (-1; 5)$.
- Câu 13.** Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 7x + 10)^{-3}$
A. $\mathbb{R} \setminus \{2; 5\}$. **B.** $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(2; 5)$.

Câu 14. Tập xác định của hàm số $y = (x^3 - 8)^\pi$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $(-\infty; 2)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 15. Tập xác định D của hàm số $y = \left(\frac{2x-3}{x^2-3x+2}\right)^3$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. C. $D = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $D = (0; +\infty)$.

Câu 16. Tìm tập xác định của hàm số $y = \left(\frac{x-4}{x+1}\right)^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. B. $D = (-\infty; -1) \cup [4; +\infty)$. C. $D = (-1; 4)$. D. $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Câu 17. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - x)^{-6\cos\frac{\pi}{4}}$.

- A. $D = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$. C. $D = (0; 1)$. D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 18. Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

- A. $y = (x^2 + 4)^{\sqrt{2}}$. B. $y = (x + 4)^{\frac{1}{2}}$. C. $y = \left(\frac{x+2}{x}\right)^3$. D. $y = (x^2 + 2x - 3)^{-2}$.

Câu 19. Tập xác định hàm số $f(x) = \left(\frac{1-x^2}{\sqrt{4-x}}\right)^0$ là

- A. $(-\infty; 4) \setminus \{1; -1\}$. B. $(-\infty; +\infty) \setminus \{-1; 1\}$. C. $(-\infty; 4)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = (3^x - 9)^{-2}$ là

- A. $D = (-\infty; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $D = (-\infty; +\infty)$. D. $D = (-\infty; +\infty) \setminus \{2\}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.D	4.C	5.C	6.A	7.B	8.D	9.D	10.C
11.B	12.D	13.A	14.D	15.B	16.D	17.A	18.A	19.A	20.D

☑ DẠNG 2: ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LŨY THỪA

PHƯƠNG PHÁP:

✓ Dựa vào công thức đạo hàm

$$\diamond (x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$$

$$\diamond (u^\alpha)' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u'$$

✓ Và các công thức tính đạo hàm đã học.

Casio:

$$\diamond \frac{d}{dx}(f(x))\Big|_{x=x_0} - f'(x_0) \approx 0 \text{ (thường ra số có dạng } a \cdot 10^{-n} \text{ với } n \text{ nguyên dương)}$$

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{\sqrt{1-x}}$.

A. $y' = \frac{-\ln 2}{2\sqrt{1-x}} \cdot 2^{\sqrt{1-x}}$. B. $y' = \frac{\ln 2}{2\sqrt{1-x}} \cdot 2^{\sqrt{1-x}}$. C. $y' = \frac{-2^{\sqrt{1-x}}}{2\sqrt{1-x}}$. D. $y' = \frac{2^{\sqrt{1-x}}}{2\sqrt{1-x}}$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = 2^{\sqrt{1-x}} \cdot \ln 2 \cdot (\sqrt{1-x})' = 2^{\sqrt{1-x}} \cdot \ln 2 \cdot \frac{(-1)}{2\sqrt{1-x}}$$

$$\text{Hay } y' = \frac{-\ln 2}{2\sqrt{1-x}} \cdot 2^{\sqrt{1-x}}.$$

Ví dụ 2. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{6x+1}$.

A. $y' = 3^{6x+2} \cdot 2$. B. $y' = (6x+1) \cdot 3^{6x}$. C. $y' = 3^{6x+2} \cdot 2 \ln 3$. D. $y' = 3^{6x+1} \cdot \ln 3$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } y = 3^{6x+1} \Rightarrow y' = (6x+1)' \cdot 3^{6x+1} \ln 3 = 6 \cdot 3^{6x+1} \ln 3 = 3^{6x+2} 2 \ln 3.$$

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = e^x + e^{-x}$. Tính $y''(1) = ?$

A. $e + \frac{1}{e}$. B. $e - \frac{1}{e}$. C. $-e + \frac{1}{e}$. D. $-e - \frac{1}{e}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$y' = e^x - e^{-x} \Rightarrow y'' = e^x + e^{-x}$$

$$\Rightarrow y''(1) = e + \frac{1}{e}$$

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = x^{-5}$ bằng

A. $y' = -\frac{1}{4}x^{-4}$. B. $y' = -5x^{-6}$. C. $y' = 5x^{-6}$. D. $y' = 5x^{-4}$.

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}$.

A. $\frac{3}{2}(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$. B. $\frac{3}{4}x^{\frac{1}{4}}$. C. $\frac{3}{2}(2x)^{\frac{1}{2}}$. D. $3x(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ tại điểm $x = 2$ là

A. $\frac{1}{3}$. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y = (5-x)^{\sqrt{3}}$ tại điểm $x = 4$ là

A. $-\sqrt{3}$. B. 1. C. $\sqrt{3}$. D. 0.

Câu 5. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^{-\frac{1}{3}}$.

- A. $y' = \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}}$. B. $y' = -\frac{4}{3}x^{-\frac{4}{3}}$. C. $y' = -\frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}}$. D. $y' = -\frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}}$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt[5]{x}$ là

- A. $\frac{1}{5\sqrt[5]{x}}$. B. $\frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}$. C. $\frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}}$. D. $\frac{5}{\sqrt[5]{x^4}}$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt[3]{x}$ là

- A. $\frac{1}{3}x^{\frac{4}{3}}$. B. $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$. C. $\frac{1}{2\sqrt[3]{x}}$. D. $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y = (3x+1)^{\frac{\pi}{2}}$ là

- A. $y' = \frac{\pi}{2}(3x+1)$. B. $y' = \frac{\pi}{2}(3x+1)^{\frac{\pi}{2}-1}$. C. $y' = 3^{\frac{\pi}{2}}$. D. $y' = \frac{3\pi}{2}(3x+1)^{\frac{\pi-2}{2}}$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y = (5-x)^{\sqrt{3}}$ là

- A. $y' = \sqrt{3}(5-x)$. B. $y' = \sqrt{3}(5-x)^{\sqrt{3}-1}$.
C. $y' = \sqrt{3}(5-x)^{1-\sqrt{3}}$. D. $y' = -\sqrt{3}(5-x)^{\sqrt{3}-1}$.

Câu 10. Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có đạo hàm là

- A. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}$. B. $y' = \frac{1}{3\sqrt{(x-1)^3}}$. C. $y' = \frac{\sqrt[3]{(x-1)^2}}{3}$. D. $y' = \frac{\sqrt{(x-1)^3}}{3}$.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y = (3x^2 + 2x + 1)^{\frac{4}{3}}$.

- A. $y' = \frac{4}{3}(6x+2)(3x^2+2x+1)^{\frac{2}{3}}$. B. $y' = \frac{4}{3}(3x^2+2x+1)^{\frac{2}{3}}$.
C. $y' = \frac{4}{3}(6x+2)(3x^2+2x+1)^{\frac{1}{3}}$. D. $y' = \frac{4}{3}(3x^2+2x+1)^{\frac{1}{3}}$.

Câu 12. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - x + 1)^{\frac{1}{3}}$

- A. $y' = \frac{2x-1}{3\sqrt[3]{x^2-x+1}}$. B. $y' = \frac{2x-1}{3\sqrt[3]{(x^2-x+1)^2}}$.
C. $y' = \frac{2x-1}{\sqrt[3]{(x^2-x+1)^2}}$. D. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x^2-x+1)^2}}$.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt[5]{\sin 3x + 2}$ là

- A. $\frac{\cos 3x}{5\sqrt[5]{(\sin 3x + 2)^6}}$. B. $\frac{-\cos 3x}{2\sqrt[5]{\sin 3x + 2}}$. C. $\frac{3\cos 3x}{5\sqrt[5]{\sin 3x + 2}}$. D. $\frac{3\cos 3x}{5\sqrt[5]{(\sin 3x + 2)^4}}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + x + 1}$. Giá trị $f'(0)$ là

- A. 3. B. 1. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \sqrt[5]{\frac{x-1}{x+1}}$. Tính $f'(0)$.

- A. $f'(0) = \frac{1}{5}$. B. $f'(0) = -\frac{1}{5}$. C. $f'(0) = \frac{2}{5}$. D. $f'(0) = -\frac{2}{5}$.

Câu 16. Cho hàm số $y = \sqrt[3]{1 + 2 \sin 2x}$. Đạo hàm tại của hàm số đã cho tại điểm $x = 0$.

- A. $y'(0) = \frac{4}{3}$. B. $y'(0) = \frac{1}{3}$. C. $y'(0) = 1$. D. $y'(0) = -\frac{2}{3}$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x^4 \sqrt{x}}$ là

- A. $y' = \frac{5}{x}$. B. $y' = -\frac{5}{4\sqrt{x^9}}$. C. $y' = \frac{5}{4}\sqrt{x}$. D. $y' = -\frac{5}{4\sqrt{x^5}}$.

Câu 18. Đạo hàm của hàm số: $y = (x^2 + x)^\alpha$ là

- A. $y' = 2\alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}$. B. $y' = \alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}(2x+1)$.
C. $y' = \alpha(x^2 + x)^{\alpha+1}(2x+1)$. D. $y' = \alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt[3]{(1+x-x^2)^{-5}}}$ tại điểm $x=1$ là

- A. $y'(1) = -\frac{5}{3}$. B. $y'(1) = \frac{5}{3}$. C. $y'(1) = 1$. D. $y'(1) = -1$.

Câu 20. Cho hàm số $y = (x+2)^{-2}$. Hệ thức nào sau đây đúng?

- A. $y'' - y^2 = 0$. B. $y'' - 6y^2 = 0$. C. $y'' - 8y^4 = 0$. D. $y'' - y = 0$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.A	4.B	5.D	6.B	7.B	8.D	9.D	10.A
11.C	12.B	13.D	14.C	15.C	16.A	17.B	18.B	19.A	20.B

☑ DẠNG 3: TÍNH CHẤT, ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ LŨY THỪA

PHƯƠNG PHÁP

Lưu ý: Những đặc điểm sau của đồ thị hàm số $y = x^\alpha$:

- ♦ Đồ thị luôn đi qua điểm $(1; 1)$.
- ♦ Khi $\alpha > 0$ hàm số luôn đồng biến, khi $\alpha < 0$ hàm số luôn nghịch biến
- ♦ Đồ thị hàm số không có tiệm cận khi $\alpha > 0$; khi $\alpha < 0$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là trục Ox , tiệm cận đứng là trục Oy .

A - VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho các hàm số lũy thừa $y = x^\alpha, y = x^\beta, y = x^\gamma$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề đúng là

- A. $\alpha > \beta > \gamma$. B. $\beta > \alpha > \gamma$.
C. $\beta > \gamma > \alpha$. D. $\gamma > \beta > \alpha$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta có

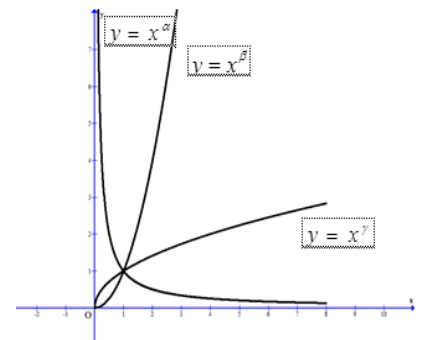
Hàm số $y = x^\alpha$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ nên $\alpha < 0$.

Hàm số $y = x^\beta, y = x^\gamma$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên $\beta > 0, \gamma > 0$.

Đồ thị hàm số $y = x^\beta$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = x$ khi $x > 1$ nên $\beta > 1$.

Đồ thị hàm số $y = x^\gamma$ nằm phía dưới đồ thị hàm số $y = x$ khi $x > 1$ nên $\gamma < 1$.

Vậy $\alpha < 0 < \gamma < 1 < \beta$.



Ví dụ 2. Cho α, β là các số thực. Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha, y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ được cho trong hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $0 < \beta < 1 < \alpha$. B. $\beta < 0 < 1 < \alpha$.
C. $0 < \alpha < 1 < \beta$. D. $\alpha < 0 < 1 < \beta$.

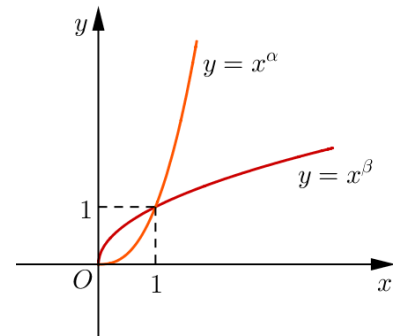
Lời giải

Chọn A

Với $x_0 > 1$ ta có: $x_0^\alpha > 1 \Rightarrow \alpha > 0$; $x_0^\beta > 1 \Rightarrow \beta > 0$

$x_0^\alpha > x_0^\beta \Rightarrow \alpha > \beta$

Mặt khác, dựa vào hình dáng đồ thị ta suy ra $\alpha > 1$ và $\beta < 1$. Suy ra A là phương án đúng



Ví dụ 3. Cho ba hàm số $y = x^{\sqrt{3}}, y = x^{\frac{1}{5}}, y = x^{-2}$. Khi đó đồ thị của ba

hàm số $y = x^{\sqrt{3}}, y = x^{\frac{1}{5}}, y = x^{-2}$ lần lượt là

- A. (C3), (C2), (C1). B. (C2), (C3), (C1).
C. (C2), (C1), (C3). D. (C1), (C3), (C2).

Lời giải

Chọn B

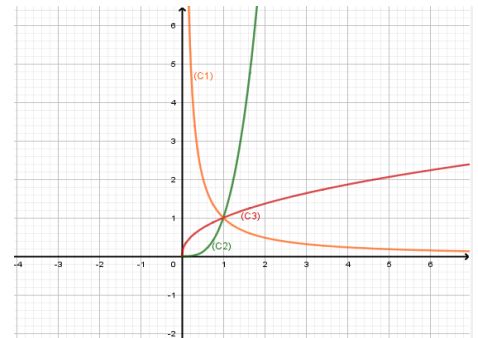
Nhìn vào đồ thị (C_1) ta thấy nó đi xuống từ trái sang phải.

Là đồ thị của hàm số nghịch biến nên nó là đồ thị của hàm số $y = x^{-2}$.

Vì $\sqrt{3} > 1$ nên đồ thị của hàm số $y = x^{\sqrt{3}}$ là (C_2)

Do đó (C_3) là đồ thị của hàm số $y = x^{\frac{1}{5}}$;

Vậy đáp án là B

**B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:**

Câu 1. Hàm số nào sau đây là hàm số lũy thừa?

- A. $y = x^{-\pi}$. B. $y = \pi^x$. C. $y = \pi^{-x}$. D. $y = e^x$.

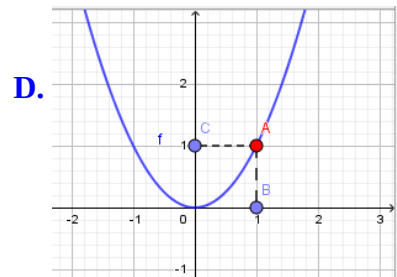
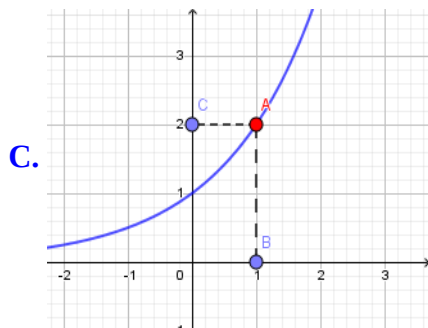
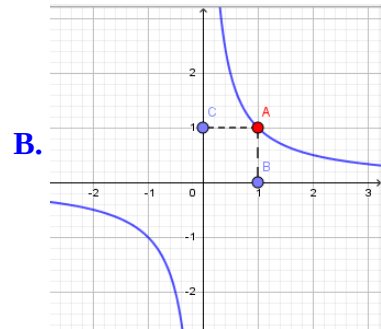
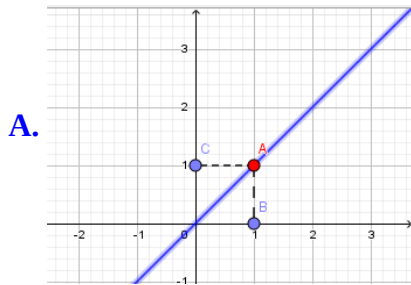
Câu 2. Hàm số nào sau đây là hàm lũy thừa?

- A. $y = x^{3\pi}$. B. $y = (\sqrt{3})^{2x}$. C. $y = 2 \sin x - 1$. D. $y = \frac{x-1}{x+3}$.

Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

- A. Hàm số $y = x^\alpha$ có tập xác định tùy theo α .
 B. Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha > 0$ có tiệm cận.
 C. Hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha < 0$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 D. Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha < 0$ có hai tiệm cận.

Câu 4. Đồ thị nào dưới đây không là đồ thị của hàm số $y = x^\alpha$?



Câu 5. Cho hàm số $y = x^{-\sqrt{2}}$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Đồ thị hàm số không cắt trục hoành. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số có tập xác định là $(0; +\infty)$. D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Câu 6. Cho hàm số $y = x^{-\sqrt{2}}$. Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định **đúng**?

- A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận.
 B. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang và không có tiệm cận đứng.
 C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang và có một tiệm cận đứng.
 D. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^{\frac{\pi}{4}}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Tập xác định $D = (0; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.
 C. Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(1;1)$. D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang.

Câu 8. Cho hàm số $y = x^{-\frac{3}{4}}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận. B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số không có điểm cực trị. D. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;1)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = x^{-4}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Đồ thị hàm số có một trục đối xứng. B. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; 1)$.
C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận. D. Đồ thị hàm số có một tâm đối xứng.

Câu 10. Cho hàm số $y = x^\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. Tập xác định của hàm số luôn chứa khoảng $(0; +\infty)$.
B. Trên khoảng $(0; +\infty)$ thì hàm số đồng biến khi $\alpha > 0$ và nghịch biến khi $\alpha < 0$.
C. Đồ thị của hàm số luôn có đường tiệm cận ngang là trục Ox , tiệm cận đứng là trục Oy .
D. Đạo hàm của hàm số trên khoảng $(0; +\infty)$ là $y' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$.

Câu 11. Cho $a = \left(\frac{1}{3}\right)^{2\sqrt{5}}, b = \left(\frac{1}{3}\right)^{3\sqrt{2}}, c = 7^{6\sqrt{3}}, d = 7^{3\sqrt{6}}$. Chọn kết quả **đúng**?

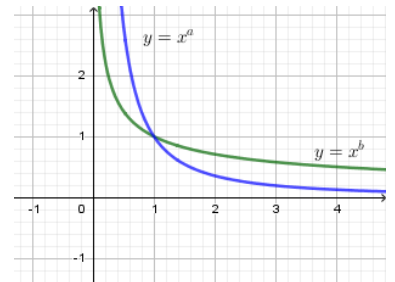
- A. $a > b, c > d$. B. $a > b, c < d$. C. $a < b, c > d$. D. $a < b, c < d$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x) = |x|^{\frac{1}{3}}$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. Hàm số có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng.
B. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến $(0; +\infty)$.
D. Hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$.

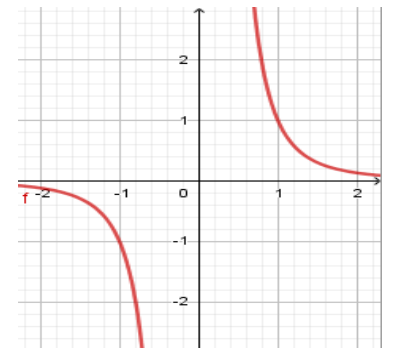
Câu 13. Hình dưới đây là đồ thị của hai hàm số $y = x^a$ và $y = x^b$. Hãy chọn khẳng định đúng.

- A. $a > b > 0$. B. $b < a < 0$.
C. $a < b < 0$. D. $b > a > 0$.



Câu 14. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = x^{-3}$. B. $y = x^{-\frac{1}{3}}$.
C. $y = x^3$. D. $y = \sqrt[3]{x}$.



Câu 15. Cho hàm số $y = x^{-\sqrt{2}}$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Đồ thị hàm số không cắt trục hoành. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
C. Hàm số có tập xác định là $(0; +\infty)$. D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

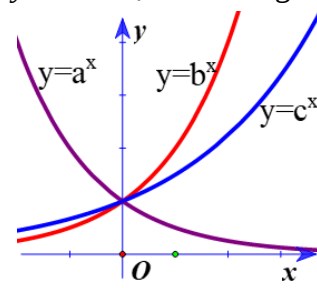
Câu 16. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ được cho trong hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $1 < a < c < b$.

B. $a < 1 < c < b$.

C. $a < 1 < b < c$.

D. $1 < a < b < c$.



BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.B	4.C	5.D	6.D	7.D	8.B	9.D	10.C
11.C	12.C	13.C	14.A	15.D	16.B				

Bài 3: LOGARIT**☑ DẠNG 1: TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC.****PHƯƠNG PHÁP:**

- Sử dụng công thức, tính chất và các quy tắc về logarit
- Casio:** Xét hiệu kết hợp Calc đặc biệt hóa.

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $D = \log_{a^3} a$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. -3 . B. 3 . C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } D = \log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}.$$

Ví dụ 2. Với a và b là hai số thực dương, $a \neq 1$. Giá trị của $a^{\log_a b^3}$ bằng

- A. b^3 . B. $\frac{1}{3}b$. C. $3b$. D. b^3 .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Áp dụng công thức: } a^{\log_a b} = b$$

$$\text{Ta có: } a^{\log_a b^3} = b^3.$$

Ví dụ 3. Cho hai số thực dương a, b và $a \neq 1$. Khẳng định nào **đúng**?

- A. $\log_{\sqrt{a}} ab = \frac{1}{2} + \log_a \sqrt{b}$. B. $2021 \log_a ab = 1 + \log_a b^{2021}$.
C. $\log_a a^{2020} b = 2020 + \log_a b$. D. $\log_a a^{2018} b = 2018(1 + \log_a b)$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{a}} ab &= 2(\log_a a + \log_a b) \\ &= 2 + 2\log_a b. \end{aligned}$$

$$2018 \log_a ab = (2018 + \log_a b^{2018})$$

$$\begin{aligned} \log_a a^{2020} b &= 2020 \cdot \log_a a + \log_a b \\ &= 2020 + \log_a b \end{aligned}$$

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý. Chọn khẳng định đúng

- A. $\log_2 a^3 = 3 + \log_2 a$. B. $\log_2 a^3 = 3 \cdot \log_2 a$. C. $\log_2 a^3 = \frac{1}{3} \log_2 a$. D. $\log_2 a^3 = \frac{1}{3} + \log_2 a$.

Câu 2. Cho a là số thực dương khác 4. Tính $I = \log_{\frac{a}{4}} \left(\frac{a^3}{64} \right)$.

A. $I = -\frac{1}{3}$. **B.** $I = -3$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = \frac{1}{3}$.

Câu 3. Cho 2 số thực a và b với $a > 0, a \neq 1, b \neq 0$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\log_{a^2} |b| = \frac{1}{2} \log_a |b|$. **B.** $\frac{1}{2} \log_a a^2 = 1$. **C.** $\frac{1}{2} \log_a b^2 = \log_a |b|$. **D.** $\frac{1}{2} \log_a b^2 = \log_a b$.

Câu 4. Tính $\log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$.

A. $\log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right) = 3$. **B.** $\log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right) = \frac{12}{5}$.

C. $\log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right) = \frac{9}{5}$. **D.** $\log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right) = 2$.

Câu 5. Cho các số thực dương a, b, c, d và biểu thức: $M = \lg \frac{a}{b} + \lg \frac{b}{c} + \lg \frac{c}{d} + \lg \frac{d}{a}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $M = 1$. **B.** $M = 0$.
C. $M = \lg(abcd)$. **D.** $M = \lg \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \right)$.

Câu 6. Biểu thức $\log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_2 \left(\cos \frac{\pi}{12} \right)$ có giá trị bằng:

A. -1 . **B.** -2 . **C.** 1 . **D.** $\log_2 \sqrt{3} - 1$.

Câu 7. Tính giá trị của biểu thức $P = a^{\log_{\sqrt{a}} 4} - (\sqrt{a})^{3 \log_a 4}$, với $(a > 0, a \neq 1)$.

A. $P = 24$. **B.** $P = -8$. **C.** $P = 8$. **D.** $P = 12$.

Câu 8. Nếu $\log_a b = p$ thì $\log_a a^2 b^4$ bằng

A. $4p + 2$. **B.** $4p + 2a$. **C.** $a^2 p^4$. **D.** $p^4 + 2a$.

Câu 9. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$. Giá trị của biểu thức

$A = a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2}$ là
A. $A = 519$. **B.** $A = 729$. **C.** $A = 469$. **D.** $A = 129$.

Câu 10. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} b^{-2}$ (với $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1$).

A. $P = 2$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = \sqrt{3}$. **D.** $P = \sqrt{2}$.

Câu 11. Giá trị của biểu thức $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$ bằng

A. 56 . **B.** $8 \cdot \log_2 256$. **C.** 48 . **D.** 36 .

Câu 12. Giả sử p, q là các số thực dương sao cho $\log_9 p = \log_{12} q = \log_{16} (p + q)$. Tìm giá trị của $\frac{p}{q}$.

A. $\frac{1}{2}(-1+\sqrt{5})$. B. $\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{8}{5}$.

Câu 13. Cho a, b là các số thực dương khác 1, thỏa $\log_{a^2} b + \log_{b^2} a = 1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $a = \frac{1}{b}$. B. $a = b$. C. $a = \frac{1}{b^2}$. D. $a = b^2$.

Câu 14. Cho a, b là các số thực dương và $ab \neq 1$ thỏa mãn $\log_{ab} a^2 = 3$ thì giá trị của $\log_{ab} \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ bằng

A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 15. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 4b^2 = 5ab$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log \frac{a+2b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}$. B. $5\log(a+2b) = \log a - \log b$.
C. $2\log(a+2b) = 5(\log a + \log b)$. D. $\log(a+1) + \log b = 1$.

Câu 16. Cho a, b là hai số thực dương, khác 1. Đặt $\log_a b = m$, tính theo m giá trị của $P = \log_{a^2} b - \log_{\sqrt{b}} a^3$.

A. $P = \frac{4m^2 - 3}{2m}$. B. $P = \frac{m^2 - 12}{2m}$. C. $P = \frac{m^2 - 12}{m}$. D. $P = \frac{m^2 - 3}{2m}$.

Câu 17. Cho $P = \log_m 16m$ và $a = \log_2 m$ với m là số dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 3 - a^2$. B. $P = \frac{4+a}{a}$. C. $P = \frac{3+a}{a}$. D. $P = 3 + a\sqrt{a}$.

Câu 18. Rút gọn biểu thức $A = (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b)\log_b a - 1$ ta được kết quả là

A. $\frac{1}{\log_b a}$. B. $-\log_b a$. C. $\log_b a$. D. $\frac{\log_b a}{3}$.

Câu 19. Kết quả rút gọn của biểu thức $C = \sqrt{\log_a b + \log_b a + 2}(\log_a b - \log_{ab} b)\sqrt{\log_a b}$ là

A. $\sqrt[3]{\log_a b}$. B. $\sqrt{\log_a b}$. C. $(\sqrt{\log_a b})^3$. D. $\log_a b$.

Câu 20. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 14ab$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\ln \frac{a+b}{4} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$. B. $2\log_2(a+b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b$.
C. $2\log_4(a+b) = 4 + \log_4 a + \log_4 b$. D. $2\log \frac{a+b}{4} = \log a + \log b$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.D	4.A	5.B	6.A	7.C	8.A	9.C	10.B
11.D	12.B	13.B	14.D	15.A	16.B	17.B	18.A	19.C	20.C

☑ DẠNG 2: BIẾN ĐỔI, RÚT GỌN, BIỂU DIỄN BIỂU THỨC CHỨA LOGARIT, MŨ, LŨY THỪA.

PHƯƠNG PHÁP:

♦ Áp dụng các tính chất, quy tắc tính logarit, đổi cơ số

♦ **Casio:** Xét hiệu kết hợp Calc đặc biệt hóa; Sto, Alpha khi biểu diễn.

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Cho $a > 0; a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $\log_a x^n = n \log_a x$.

B. $\log_a x$ có nghĩa $\forall x \in \mathbb{R}$.

C. $\log_a a = 0$.

D. $\log_a (x.y) = \log_a x . \log_a y; \forall x > 0$.

Lời giải

Chọn A

$\log_a x$ có nghĩa $\forall x > 0 \Rightarrow$ câu B sai

$\log_a a = 1 \Rightarrow$ câu C sai.

$\log_a (x.y) = \log_a x + \log_a y; \forall x > 0 \Rightarrow$ câu D sai.

Ví dụ 2. Cho a là số thực dương bất kì. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

B. $\log(3a) = 3 \log a$.

C. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$.

D. $\log a^3 = 3 \log a$.

Lời giải

Chọn D

$\log a^3 = 3 \log a \Rightarrow$ A sai, D đúng.

$\log(3a) = \log 3 + \log a \Rightarrow$ B, C sai.

Ví dụ 3. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.

A. $I = \frac{1}{2}$.

B. $I = -2$.

C. $I = 0$.

D. $I = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $I = \log_{\sqrt{a}} a = 2 \log_a a = 2$.

Ví dụ 4. Cho $a, b > 0, a \neq 1$ thỏa $\log_a b = 3$. Tính $P = \log_{a^2} b^3$.

A. $P = 18$.

B. $P = 2$.

C. $P = \frac{9}{2}$.

D. $P = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $a, b > 0$ nên ta có: $P = \frac{3}{2} \log_a b = \frac{3}{2} . 3 = \frac{9}{2}$.

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Cho b là số thực dương tùy ý, $\log_{3^2} b$ bằng

A. $2 \log_3 b$.

B. $\frac{1}{2} \log_3 b$.

C. $-2 \log_3 b$.

D. $-\frac{1}{2} \log_3 b$.

Câu 2. Với a là số thực dương bất kỳ, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\log(4a) = 4 \log a$. **B.** $\log(a^4) = 4 \log a$. **C.** $\log(a^4) = \frac{1}{4} \log a$. **D.** $\log(4a) = \frac{1}{4} \log a$.

- Câu 3.** Với a, b là hai số thực khác 0 tùy ý, $\ln(a^2b^4)$ bằng
A. $2\ln|a| + 4\ln|b|$. **B.** $4(\ln|a| + \ln|b|)$. **C.** $2\ln a + 4\ln b$. **D.** $4\ln a + 2\ln b$.
- Câu 4.** Với a là một số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $\log(3a) < 0$. **B.** $\log(3a) = 3\log a$.
C. $\log_{2018} a^3 = 3\log_{2018} a$. **D.** $\log a^3 > 0$.
- Câu 5.** Với các số thực $a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$ bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **Sai**?
A. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. **B.** $\log_a (b.c) = \log_a b + \log_a c$.
C. $\log_a b . \log_b c = \log_a c$. **D.** $\log_{a^c} b = c \log_a b$.
- Câu 6.** Với số dương a tùy ý, ta có $\log(8a) - \log(2a)$ bằng
A. $6\log a$. **B.** $\log(16a^2)$. **C.** $\log(6a)$. **D.** $\log 4$.
- Câu 7.** Cho $a > 0; b > 0$. Tìm đẳng thức **sai**.
A. $\log_2(ab)^2 = 2\log_2(ab)$. **B.** $\log_2 a + \log_2 b = \log_2(ab)$.
C. $\log_2 a - \log_2 b = \log_2 \frac{a}{b}$. **D.** $\log_2 a + \log_2 b = \log_2(a+b)$.
- Câu 8.** Với $a, b > 0$ tùy ý, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?
A. $\log ab = \log a . \log b$. **B.** $\log ab^2 = 2\log a + 2\log b$.
C. $\log ab^2 = \log a + 2\log b$. **D.** $\log ab = \log a - \log b$.
- Câu 9.** Cho a, b là hai số thực dương tùy ý và $b \neq 1$. Tìm kết luận đúng.
A. $\ln a + \ln b = \ln(a+b)$. **B.** $\ln(a+b) = \ln a . \ln b$.
C. $\ln a - \ln b = \ln(a-b)$. **D.** $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$.
- Câu 10.** Với a là số thực dương bất kỳ, khẳng định nào sau đây **đúng**?
A. $\log 4a = 4\log a$. **B.** $\log a^4 = 4\log a$.
C. $\log a^4 = \frac{1}{4}\log a$. **D.** $\log 4a = \frac{1}{4}\log a$.
- Câu 11.** Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $P = 27\log_a b$. **B.** $P = 15\log_a b$. **C.** $P = 9\log_a b$. **D.** $P = 6\log_a b$.
- Câu 12.** Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log(a^2b^3)$ bằng.
A. $\frac{1}{2}\log a + \frac{1}{3}\log b$. **B.** $2(\log a + \log b)$. **C.** $\log a + \frac{1}{3}\log b$. **D.** $2\log a + 3\log b$.
- Câu 13.** Cho ba số thực dương a, b, c với $a \neq 1$ và $\alpha \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. $\log_a a^c = c$. **B.** $\log_a(b-c) = \log_a b - \log_a c$.

C. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

D. $\log_a a = 1$.

Câu 14. Cho $a > 0; a \neq 1$; x, y là hai số thực dương. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\log_a (xy) = \log_a x \cdot \log_a y$.

B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a (x+y) = \log_a x + \log_a y$.

D. $\log_a (x+y) = \log_a x \cdot \log_a y$.

Câu 15. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\log(a^3 b^4)$ bằng

A. $2\log a + 3\log b$.

B. $3\log a + 4\log b$.

C. $2(3\log a + 2\log b)$.

D. $\frac{1}{3}\log a + \frac{1}{4}\log b$.

Câu 16. Với a, b là hai số thực tùy ý, $\log(a^2 b^4)$ bằng

A. $2\log a + 4\log b$.

B. $2\log|a| + 4\log b$.

C. $2\log a + 4\log|b|$.

D. $2\log|a| + 4\log|b|$.

Câu 17. Cho $a > 0; a \neq 1$; x, y là hai số thực dương. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\log_a (xy) = \log_a x \cdot \log_a y$.

B. $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$.

C. $\log_a (x+y) = \log_a x + \log_a y$.

D. $\log_a (x+y) = \log_a x \cdot \log_a y$.

Câu 18. Cho $\log 2 = a$. Tính $\log \frac{125}{4}$ theo a được kết quả là

A. $3-5a$.

B. $4(1+a)$.

C. $6+7a$.

D. $2(a+5)$.

Câu 19. Tính giá trị của biểu thức $P = 2^{\log_2 a} + \log_a (a^b)$ ($a > 0, a \neq 1$).

A. $P = a - b$.

B. $P = 2^a + b$.

C. $P = a + b$.

D. $P = 2a + b$.

Câu 20. Cho a là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_5 5a = 1 + \log_5 a$.

B. $\log_5 5a = 1 + a$.

C. $\log_5 5a = \log_5 a$.

D. $\log_5 5a = 5 + \log_5 a$.

Câu 21. Cho các số thực a, b sao cho $a < b < 0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\log \sqrt{\frac{a}{b}} = \log \sqrt{a} - \log \sqrt{b}$.

B. $\log (a-b)^2 = 2\log (b-a)$.

C. $\log (a^2 b^2) = 2(\log |a| + \log |b|)$.

D. $\log (a^3 b)^2 = 4\log |a| + 2\log (ab)$.

Câu 22. Cho a là số thực dương tùy ý, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_2 (8a) = 3 - \log_2 a$.

B. $\log_2 (8a) = 3 + \log_2 a$.

C. $\log_2 (8a) = 3\log_2 a$.

D. $\log_2 (8a) = 8\log_2 a$.

Câu 23. Biết $\log_6 3 = a, \log_6 5 = b$ Tính $I = \log_3 5$ theo a, b .

A. $I = \frac{b}{a}$.

B. $I = \frac{b}{1+a}$.

C. $I = \frac{b}{1-a}$.

D. $I = \frac{b}{a-1}$.

Câu 24. Với a, b là hai số thực dương và $a \neq 1$, $\log_{\sqrt{a}} (a\sqrt{b})$ bằng

- A. $2+2\log_a b$. B. $2+\log_a b$. C. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b$. D. $\frac{1}{2}+\log_a b$.

Câu 25. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(3a) = \frac{1}{3}\log a$. B. $\log a^3 = 3\log a$.
C. $\log(3a) = 3\log a$. D. $\log a^3 = \frac{1}{3}\log a$.

Câu 26. Cho a, b là các số thực dương; $a \neq 1$, α là số thực bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_{a^{2\alpha}} b = \frac{2}{\alpha}\log_a b$. B. $(\log_a b)^2 = \log_a b^2$.
C. $\log_a b^\alpha = \alpha\log_a b$. D. $\log_a(2b) = 2\log_a b$.

Câu 27. Cho các số thực dương a, b, c, d và biểu thức: $M = \lg \frac{a}{b} + \lg \frac{b}{c} + \lg \frac{c}{d} + \lg \frac{d}{a}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $M = 1$. B. $M = 0$.
C. $M = \lg(abcd)$. D. $M = \lg\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a}\right)$.

Câu 28. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\log(ab^2)$ bằng

- A. $2\log a + \log b$. B. $\log a + 2\log b$. C. $2(\log a + \log b)$. D. $\log a + \frac{1}{2}\log b$.

Câu 29. Cho $\log_2 3 = a$. Hãy tính $\log_4 54$ theo a .

- A. $\log_4 54 = \frac{1}{2}(1+3a)$. B. $\log_4 54 = \frac{1}{2}(1+6a)$.
C. $\log_4 54 = \frac{1}{2}(1+12a)$. D. $\log_4 54 = 2(1+6a)$.

Câu 30. Cho biểu thức $A = \log_{\sqrt{a}} a^2 + \log_{\frac{1}{2}} 4^a$ với $a > 0$, $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $A = 1+2a$. B. $A = 4+2a$. C. $A = 1-2a$. D. $A = 4-2a$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.A	4.C	5.D	6.D	7.D	8.C	9.D	10.B
11.D	12.D	13.B	14.B	15.B	16.D	17.B	18.A	19.C	20.A
21.A	22.B	23.A	24.B	25.B	26.C	27.B	28.B	29.A	30.D

☑ DẠNG 3: BIỂU DIỄN CÁC BIỂU THỨC CHỨA LOGARIT THEO BIỂU THỨC KHÁC.

PHƯƠNG PHÁP:

- ♦ Sử dụng công thức, tính chất của mũ, lũy thừa.
- ♦ Casio: Xét hiệu với chức năng Calc sau khi Sto và Alpha vào các tham số $a, b, c, \dots$

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Cho $a, b, c > 0, c \neq 1$ và đặt $\log_c a = m, \log_c b = n, T = \log_{\sqrt{c}} \left(\frac{a^3}{\sqrt[4]{b^3}} \right)$. Tính T theo m, n .

- A.** $T = \frac{3}{2}m - \frac{3}{8}n$. **B.** $T = 6n - \frac{3}{2}m$. **C.** $T = \frac{3}{2}m + \frac{3}{8}n$. **D.** $T = 6m - \frac{3}{2}n$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} T &= \log_{\sqrt{c}} \left(\frac{a^3}{\sqrt[4]{b^3}} \right) = \log_{\sqrt{c}} a^3 - \log_{\sqrt{c}} \sqrt[4]{b^3} = 6\log_c a - \frac{3}{2}\log_c b \\ &= 6m - \frac{3}{2}n \end{aligned}$$

Ví dụ 2. Nếu $\log 4 = a$ thì $\log 4000$ bằng

- A.** $3 + a$. **B.** $4 + a$. **C.** $3 + 2a$. **D.** $4 + 2a$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log 4000 = \log(4 \cdot 10^3) = \log 4 + \log 10^3 = \log 4 + 3 = a + 3.$$

Đặt $a = \log_3 15; b = \log_3 10$. Hãy biểu diễn $\log_{\sqrt{3}} 50$ theo a và b .

- A.** $\log_{\sqrt{3}} 50 = (a + b - 1)$. **B.** $\log_{\sqrt{3}} 50 = 3(a + b - 1)$.
C. $\log_{\sqrt{3}} 50 = 2(a + b - 1)$. **D.** $\log_{\sqrt{3}} 50 = 4(a + b - 1)$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \log_{\sqrt{3}} 50 &= \log_{\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}} 50 = 2\log_3 50 = 2\log_3 (10 \cdot 5) \\ &= 2(\log_3 10 + \log_3 5) \\ &= 2(\log_3 10 + \log_3 15 - \log_3 3) \\ &= 2(a + b - 1) \end{aligned}$$

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Đặt $a = \log_3 4, b = \log_5 4$. Hãy biểu diễn $\log_{12} 80$ theo a và b .

- A.** $\log_{12} 80 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$. **B.** $\log_{12} 80 = \frac{a + 2ab}{ab}$.
C. $\log_{12} 80 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$. **D.** $\log_{12} 80 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$.

Câu 2. Cho $a = \log_2 20$. Tính $\log_{20} 5$ theo a .

- A.** $\frac{5a}{2}$. **B.** $\frac{a+1}{a}$. **C.** $\frac{a-2}{a}$. **D.** $\frac{a+1}{a-2}$.

Câu 3. Cho $\log_2 3 = a; \log_2 7 = b$. Tính $\log_2 2016$ theo a và b .

- A.** $5 + 2a + b$. **B.** $5 + 3a + 2b$. **C.** $2 + 2a + 3b$. **D.** $2 + 3a + 2b$.

- Câu 4.** Cho a, b là hai số thực dương, khác 1. Đặt $\log_a b = m$, tính theo m giá trị của $P = \log_{a^2} b - \log_{\sqrt{b}} a^3$.
- A. $\frac{4m^2 - 3}{2m}$. B. $\frac{m^2 - 12}{2m}$. C. $\frac{m^2 - 12}{m}$. D. $\frac{m^2 - 3}{2m}$.
- Câu 5.** Đặt $\log_3 5 = a$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $\log_{15} 75 = \frac{a+1}{2a+1}$. B. $\log_{15} 75 = \frac{2a+1}{a+1}$. C. $\log_{15} 75 = \frac{2a-1}{a+1}$. D. $\log_{15} 75 = \frac{2a+1}{a-1}$.
- Câu 6.** Cho $\log_2 5 = a, \log_3 5 = b$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo a và b là
- A. $\frac{1}{a+b}$. B. $\frac{ab}{a+b}$. C. $a+b$. D. $a^2 + b^2$.
- Câu 7.** Nếu $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$ thì
- A. $\log_{30} 1350 = 2a + b + 2$. B. $\log_{30} 1350 = 2a + b + 1$.
C. $\log_{30} 1350 = a + 2b + 1$. D. $\log_{30} 1350 = a + 2b + 2$.
- Câu 8.** Cho $\log_{12} 27 = a$ thì $\log_6 16$ tính theo a là
- A. $\frac{3-a}{3+a}$. B. $\frac{a+3}{4(3-a)}$. C. $\frac{a+3}{a-3}$. D. $\frac{4(3-a)}{3+a}$.
- Câu 9.** Cho $P = \log_m 16m$ và $a = \log_2 m$ với m là số dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $P = 3 - a^2$. B. $P = \frac{4+a}{a}$. C. $P = \frac{3+a}{a}$. D. $P = 3 + a\sqrt{a}$.
- Câu 10.** Cho $a = \log_2 m$ với $0 < m \neq 1$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?
- A. $\log_m 8m = \frac{3+a}{a}$. B. $\log_m 8m = (3-a)a$. C. $\log_m 8m = \frac{3-a}{a}$. D. $\log_m 8m = (3+a)a$.
- Câu 11.** Cho $a = \log_4 3, b = \log_{25} 2$. Hãy tính $\log_{60} \sqrt{150}$ theo a, b .
- A. $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2+2b+ab}{1+4b+2ab}$. B. $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$.
C. $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1+b+2ab}{1+4b+2ab}$. D. $\log_{60} \sqrt{150} = 4 \cdot \frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$.
- Câu 12.** Cho $a = \log_2 3; b = \log_3 5; c = \log_7 2$. Hãy tính $\log_{140} 63$ theo a, b, c .
- A. $\frac{2ac+1}{abc+2c+1}$. B. $\frac{2ac+1}{abc+2c-1}$. C. $\frac{2ac+1}{abc-2c+1}$. D. $\frac{2ac-1}{abc+2c+1}$.
- Câu 13.** Cho $\log_{27} 5 = a, \log_8 7 = b, \log_2 3 = c$. Tính $\log_{12} 35$
- A. $\frac{3b+3ac}{c+2}$. B. $\frac{3b+2ac}{c+2}$. C. $\frac{3b+2ac}{c+3}$. D. $\frac{3b+3ac}{c+1}$.
- Câu 14.** Cho $a = \log_2 3, b = \log_2 5, c = \log_2 7$. Biểu thức biểu diễn $\log_{60} 1050$ là

A. $\log_{60} 1050 = \frac{1+a+b+2c}{1+2a+b}$.

B. $\log_{60} 1050 = \frac{1+2a+b+c}{2+a+b}$.

C. $\log_{60} 1050 = \frac{1+a+2b+c}{1+2a+b}$.

D. $\log_{60} 1050 = \frac{1+a+2b+c}{2+a+b}$.

Câu 15. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 14ab$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\ln \frac{a+b}{4} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$.

B. $2\log_2(a+b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b$.

C. $2\log_4(a+b) = 4 + \log_4 a + \log_4 b$.

D. $2\log \frac{a+b}{4} = \log a + \log b$.

Câu 16. Cho các số dương a, b thỏa mãn $4a^2 - 9b^2 = 13ab$. Chọn mệnh đề đúng?

A. $\log\left(\frac{2a+3b}{5}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

B. $\frac{1}{4}\log(2a+3b) = 3\log a + 2\log b$.

C. $\log\sqrt{2a+3b} = \log\sqrt{a} + 2\log\sqrt{b}$.

D. $\log\left(\frac{2a+3b}{4}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

Câu 17. Cho $a > 0; b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 14ab$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $\log \frac{a+b}{4} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

B. $2(\log a + \log b) = \log(14ab)$.

C. $\log(a+b) = 2(\log a + \log b)$.

D. $\log(a+b) - 4 = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

Câu 18. Với $a > 0, a \neq 1$, cho biết: $t = a^{\frac{1}{1-\log_a u}}$; $v = a^{\frac{1}{1-\log_a t}}$. Chọn khẳng định đúng

A. $u = a^{\frac{-1}{1-\log_a v}}$.

B. $u = a^{\frac{1}{1+\log_a t}}$.

C. $u = a^{\frac{1}{1+\log_a v}}$.

D. $u = a^{\frac{1}{1-\log_a v}}$.

Câu 19. Biết $\log_{27} 5 = a$, $\log_8 7 = b$, $\log_2 3 = c$ thì $\log_{12} 35$ tính theo a, b, c bằng

A. $\frac{3(b+ac)}{c+2}$.

B. $\frac{3b+2ac}{c+1}$.

C. $\frac{3b+2ac}{c+2}$.

D. $\frac{3(b+ac)}{c+1}$.

Câu 20. Cho $\log_3 5 = a, \log_5 2 = b, \log_3 11 = c$. Khi đó $\log_{216} 495$ bằng

A. $\frac{a+c}{3ab+3}$.

B. $\frac{a+c+2}{3ab}$.

C. $\frac{a+c+2}{ab+3}$.

D. $\frac{a+c+2}{3ab+3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.A	4.B	5.B	6.B	7.B	8.D	9.B	10.A
11.B	12.A	13.A	14.D	15.C	16.A	17.A	18.D	19.A	20.D

Bài 4: HÀM SỐ MŨ - LOGARIT**☑ DẠNG 1: TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT.****PHƯƠNG PHÁP:**

- ♦ Tìm điều kiện của hàm số và giải điều kiện ta thu được tập xác định của hàm số.
 - ♦ Với hàm số $y = a^x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
 - ♦ Với hàm số $y = \log_a (f(x))^n$
- ☞ Xác định khi $a > 0; a \neq 1$ và $f(x) > 0$ khi n lẻ hoặc $f(x) \neq 0$ khi n chẵn.

♦ **Casio:** Table, Calc rất hiệu quả.

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$

- A. $D = (-1; 3)$. B. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.
 C. $D = [-1; 3]$. D. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Ví dụ 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln(x-1)$ là

- A. $D = (1; 2)$. B. $D = (1; +\infty)$. C. $D = (0; +\infty)$. D. $D = [1; 2]$

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln(x-1)$ xác định khi $\begin{cases} 2-x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow 1 < x < 2$.

Ví dụ 3. Tập xác định của hàm số $y = \log(2x - x^2)$ là

- A. $D = [0; 2]$. B. $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.
 C. $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. D. $D = (0; 2)$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (0; 2)$.

Ví dụ 4. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\log_3(x-2) - 3}$.

- A. $D = [29; +\infty)$. B. $D = (29; +\infty)$. C. $D = (2; 29)$. D. $D = (2; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x-2 > 0 \\ \log_3(x-2) - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-2 \geq 3^3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 29$

Tập xác định $D = [29; +\infty)$

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

- Câu 1.** Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$ là
A. $D = (-1; 1)$. **B.** $D = (-1; 3)$. **C.** $D = (-3; 1)$. **D.** $D = (0; 1)$.
- Câu 2.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2(x - 1)$.
A. $D = (-\infty; 1)$. **B.** $D = (1; +\infty)$. **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. **D.** $D = \mathbb{R}$.
- Câu 3.** Tập xác định của hàm số $y = \log(x - 2)^2$ là
A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. **C.** $(2; +\infty)$. **D.** $[2; +\infty)$.
- Câu 4.** Tập xác định của hàm số $y = \log(x^2 - 1)$ là
A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-1; 1)$.
- Câu 5.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(3 - x)$.
A. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. **B.** $D = (-\infty; 3]$. **C.** $D = (-\infty; 3)$. **D.** $D = (3; +\infty)$.
- Câu 6.** Tìm tập xác định D của hàm số $\ln x^2 - 2x + 1$.
A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = (1; +\infty)$. **C.** $D = \emptyset$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Câu 7.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_{2021}(x - 2)$.
A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = -\infty; 2$. **C.** $D = \mathbb{R} \setminus 2$. **D.** $D = 2; +\infty$.
- Câu 8.** Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{x-1}{x}$ là
A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.
- Câu 9.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_3(x^2 - 3x)$ là:
A. $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. **B.** $D = [0; 3]$.
C. $D = (0; 3)$. **D.** $D = (-\infty; 0) \cup [3; +\infty)$.
- Câu 10.** Tập xác định D của hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là
A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = (-\infty; 0)$. **C.** $D = (0; +\infty)$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- Câu 11.** Trong các hàm số sau, hàm số nào không xác định trên $\mathbb{R}$.
A. $y = 3^x$. **B.** $y = \log(x^2)$. **C.** $y = \ln(|x| + 1)$. **D.** $y = 0, 3^x$.
- Câu 12.** Hàm số $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{\log x - 1}$ có tập xác định là
A. $[0; +\infty) \setminus \{10\}$. **B.** $[0; +\infty) \setminus \{e\}$. **C.** $(0; +\infty) \setminus \{e\}$. **D.** $(0; +\infty) \setminus \{10\}$.
- Câu 13.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\log(x+1) - 1}$.

- A. $D = (10; +\infty)$. B. $D = [9; +\infty)$. C. $(-\infty; 9]$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 14. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{1 - \ln x}$.

- A. $(0; +\infty) \setminus \{e\}$. B. $(e; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{e\}$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 15. Điều kiện xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{0,2} 1 - 5x - 2}$ là

- A. $\left[\frac{1}{5}; \frac{29}{125}\right]$. B. $\left(-\infty; \frac{24}{125}\right]$. C. $\left[\frac{26}{125}; +\infty\right)$. D. $\left[\frac{24}{125}; \frac{1}{5}\right]$.

Câu 16. Tập xác định D của hàm số $y = \log_{13} \frac{x+2}{x-5}$ là

- A. $D = (-\infty; 0] \cup (5; +\infty)$. B. $D = [-2; 5)$.
C. $D = (-\infty; -2] \cup [5; +\infty)$. D. $D = (-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$.

Câu 17. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{3x-1}}{\log(3x)}$.

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. C. $D = (0; +\infty) \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$. D. $D = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(4-x)$ là

- A. $(-\infty; 4)$. B. $[2; 4)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 19. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^x - \frac{9}{4}}$ là

- A. $(-\infty; -2)$. B. $[-2; +\infty)$. C. $(-\infty; -2]$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2 - \ln(ex)}$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(0; e]$. D. $(1; 2)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.B	4.A	5.C	6.D	7.D	8.D	9.A	10.A
11.B	12.D	13.B	14.A	15.D	16.D	17.D	18.A	19.C	20.C

❑ DẠNG 2: ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ, LOGARIT.

PHƯƠNG PHÁP:

- ♦ Đối với bài toán tính đạo hàm hoặc chứng minh đẳng thức chứa đạo hàm
- ♦ Dùng các công thức tính đạo hàm
- ♦ Thay vào các đẳng thức chứa đạo hàm ta thu được kết quả
- ♦ **Casio:**

Nhập $\frac{d}{dx} f(x) \Big|_{x=x_0}$ thay cho đạo hàm và ấn "="; kiểm tra giá trị $f'(x_0)$

CALC $x = x_0$ vào kết quả A, B, C, D và so sánh các kết quả.

Xét hiệu $\left. \frac{d}{dx} f(x) \right|_{x=x_0} - f'(x) = 0$ kiểm tra mệnh đề đúng.

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(-x-3)$.

- A. $\frac{1}{(-x-3)\ln 2}$. B. $\frac{1}{(x+3)\ln 2}$. C. $(-x-3)\ln 2$. D. $(x+3)\ln 2$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x < -3$.

$$(\log_2(-x-3))' = \frac{(-x-3)'}{(-x-3)\ln 2} = \frac{1}{(x+3)\ln 2}.$$

Ví dụ 2. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 2x - 2) \cdot 5^x$

- A. $y' = (x^2 + 2) \cdot 5^x$. B. $y' = (2x + 2) \cdot 5^x$.
C. $y' = (2x + 2) \cdot 5^x \ln 5$. D. $y' = (2x + 2) \cdot 5^x + (x^2 + 2x - 2) \cdot 5^x \ln 5$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} y' &= (x^2 + 2x - 2)' \cdot 5^x + (5^x)' \cdot (x^2 + 2x - 2) \\ &= (2x + 2) \cdot 5^x + (x^2 + 2x - 2) \cdot 5^x \ln 5. \end{aligned}$$

Ví dụ 3. Tính đạo hàm của hàm số $y = 6^x$.

- A. $y' = 6^x$. B. $y' = 6^x \ln 6$. C. $y' = \frac{6^x}{\ln 6}$. D. $y' = x \cdot 6^{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = 6^x \Rightarrow y' = 6^x \ln 6$.

Ví dụ 4. Chọn công thức đúng?

- A. $(\ln 4x)' = \frac{1}{x}; (x > 0)$. B. $(\ln x)' = \frac{1}{x \ln a}; (x > 0)$.
C. $(\log_a x)' = \frac{1}{x}; (x > 0)$. D. $(\log_a x)' = \frac{x}{\ln a}; (x > 0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(\ln 4x)' = \frac{(4x)'}{4x} = \frac{4}{4x} = \frac{1}{x}; (x > 0)$. A đúng.

$(\ln x)' = \frac{1}{x}; (x > 0)$. B sai.

$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}; (x > 0)$. C sai.

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}; (x > 0). \text{ D sai.}$$

Ví dụ 5. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x+3}$?

A. $y' = 2^{2x+2} \ln 4.$ **B.** $y' = 4^{x+2} \ln 4.$ **C.** $y' = 2^{2x+2} \ln 16.$ **D.** $y' = 2^{2x+3} \ln 2.$

Lời giải

Chọn C

$$y' = 2 \cdot 2^{2x+3-1} \ln 2 = 2^{2x+2} \ln 4$$

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Hàm số $f(x) = 2^{2x}$ có đạo hàm.

A. $f'(x) = 2^{2x} \ln 2.$ **B.** $f'(x) = 2^{2x-1}.$ **C.** $f'(x) = 2^{2x+1} \ln 2.$ **D.** $f'(x) = 2x2^{2x}.$

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_5(x^2 + 1).$

A. $y' = \frac{2x}{\ln 5}.$ **B.** $y' = \frac{2x}{x^2 + 1}.$ **C.** $y' = \frac{1}{(x^2 + 1)\ln 5}.$ **D.** $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 5}.$

Câu 3. Tính đạo hàm của hàm số $y = 4^{x^2+x+1}.$

A. $y' = (2x+1)4^{x^2+x+1} \cdot \ln 4.$ **B.** $y' = \frac{(2x+1)4^{x^2+x+1}}{\ln 4}.$
C. $y' = (2x+1)4^{x^2+x+1}.$ **D.** $y' = 4^{x^2+x+1} \cdot \ln 4.$

Câu 4. Hàm số $y = 3^x \cdot 2^x$ có đạo hàm là:

A. $y' = 3^x \cdot 2^x \cdot \ln 2 \cdot \ln 3.$ **B.** $y' = 3^x + 2^x.$ **C.** $y' = 5^x \ln 5.$ **D.** $y' = 6^x \ln 6.$

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = \log_5 x$ là

A. $y' = \frac{\ln 5}{x}.$ **B.** $y' = \frac{x}{\ln 5}.$ **C.** $y' = \frac{1}{x \cdot \ln 5}.$ **D.** $x \cdot \ln 5.$

Câu 6. Hàm số $y = \log_3(x^3 - x)$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{3x^2 - 1}{(x^3 - x)\ln 3}.$ **B.** $y' = \frac{3x^2 - 1}{x^3 - x}.$ **C.** $y' = \frac{1}{(x^3 - x)\ln 3}.$ **D.** $y' = \frac{3x - 1}{(x^3 - x)\ln 3}.$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = e^{2x+1}$. Ta có $f'(0)$ bằng

A. $2e^3.$ **B.** $2.$ **C.** $2e.$ **D.** $e.$

Câu 8. Hàm số $y = \log(x^2 + 2x)$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{(2x+2)\ln 10}{x^2 + 2x}.$ **B.** $y' = \frac{2x+2}{x^2 + 2x}.$
C. $y' = \frac{2x+2}{(x^2 + 2x)\ln 10}.$ **D.** $y' = \frac{1}{x^2 + 2x}.$

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $f(x) = 6^{1-3x}$ là:

A. $f'(x) = -3 \cdot 6^{1-3x} \cdot \ln 6.$ **B.** $f'(x) = -6^{1-3x} \cdot \ln 6.$
C. $f'(x) = -x \cdot 6^{1-3x} \cdot \ln 6.$ **D.** $f'(x) = 1 - 3x \cdot 6^{-3x}.$

Câu 10. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2}$.

A. $y' = \frac{x \cdot 2^{1+x^2}}{\ln 2}$. B. $y' = x \cdot 2^{1+x^2} \cdot \ln 2$. C. $y' = 2^x \cdot \ln 2^x$. D. $y' = \frac{x \cdot 2^{1+x}}{\ln 2}$.

Câu 11. Hàm số $f(x) = e^{\sqrt{x^2+1}}$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = \frac{x}{2\sqrt{x^2+1}} \cdot e^{\sqrt{x^2+1}}$. B. $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \cdot e^{\sqrt{x^2+1}}$.
C. $f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} \cdot e^{\sqrt{x^2+1}}$. D. $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \cdot e^{\sqrt{x^2+1}} \cdot \ln 2$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = (2x-1)3^x$ là

A. $2 \cdot 3^x + (2x-1)x \cdot 3^{x-1}$. B. $2 \cdot 3^x \cdot \ln 3$.
C. $3^x (2 + 2x \ln 3 - \ln 3)$. D. $3^x (2 - 2x \ln 3 + \ln 3)$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \ln(x^4 + 1)$. Đạo hàm $f'(0)$ bằng:

A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x+3}$.

A. $y' = 2^{2x+2} \ln 4$. B. $y' = 4^{x+2} \ln 4$. C. $y' = 2^{2x+2} \ln 16$. D. $y' = 2^{2x+3} \ln 2$.

Câu 15. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{\sin x}$.

A. $y' = \sin x \cdot 2^{\sin x-1}$. B. $y' = 2^{\sin x} \cdot \ln 2$. C. $y' = \frac{\cos x \cdot 2^{\sin x}}{\ln 2}$. D. $y' = \cos x \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$.

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $y = x \ln x$.

A. $y' = \ln x + 1$. B. $y' = \ln x$. C. $y' = \ln x - 1$. D. $y' = \frac{1}{x}$.

Câu 17. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$.

A. $y' = \frac{2}{2x+1}$. B. $y' = \frac{1}{2x+1}$. C. $y' = \frac{1}{(2x+1) \ln 2}$. D. $y' = \frac{2}{(2x+1) \ln 2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.A	4.D	5.C	6.A	7.C	8.C	9.A	10.B
11.B	12.C	13.B	14.C	15.D	16.A	17.D			

☑ DẠNG 3: SỰ BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ MŨ- LOGARIT.

PHƯƠNG PHÁP:

- ♦ Nếu là hàm số dạng $y = a^x$; $y = \log_a x$ thì dựa vào cơ số a để xác định tính đơn điệu hàm số.
- ♦ Nếu là các hàm số khác ta xét sự biến thiên của hàm số theo các bước: TXĐ $\Rightarrow$ BBT $\Rightarrow$ Kết luận
- ♦ Casio:

Dùng table để khảo sát tính tăng giảm, giảm của hàm số để chọn được đáp án.

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A.** Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- B.** Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- C.** Hàm số $y = \log_a x$ với $a > 1$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- D.** Hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a < 1$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

☞ Câu hỏi nhận biết.

Hàm số $y = \log_a x$ với $a > 1$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Phương án **A** sai vì Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Phương án **B** sai vì Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Phương án **D** sai vì Hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a < 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ví dụ 2. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A.** $y = 2021^x$.
- B.** $y = 3^{-x}$.
- C.** $y = (\sqrt{\pi})^x$.
- D.** $y = e^x$.

Lời giải

Chọn B

Do $y = 3^{-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ có $y' = \left(\frac{1}{3}\right)^x \ln\left(\frac{1}{3}\right) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ do $0 < \frac{1}{3} < 1$.

Vậy hàm số $y = 3^{-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Ví dụ 3. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

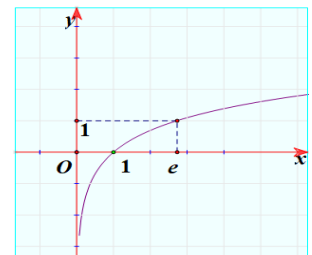
- A.** $y = \ln x$.
- B.** $y = -e^x$.
- C.** $y = |\ln x|$.
- D.** $y = e^x$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(1; 0)$ và $(e; 1)$ nên loại đáp án B, D.

Mặt khác với $x \in (0; 1)$ thì đồ thị nằm dưới trục Ox nên loại đáp án C.

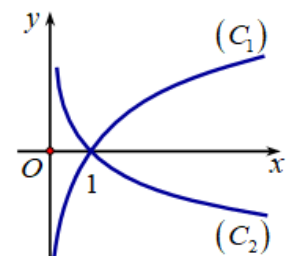


B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Cho hai hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ với a, b là hai số thực dương, khác 1 có đồ thị lần lượt là (C_1) , (C_2) như hình vẽ.

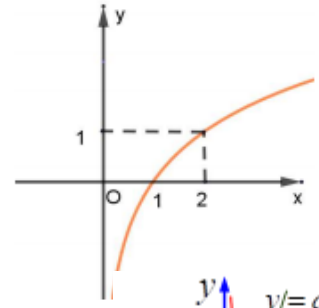
Khẳng định nào sau đây **SAI**?

- A.** $0 < b < a < 1$.
- B.** $a > 1$.
- C.** $0 < b < 1 < a$.
- D.** $0 < b < 1$.



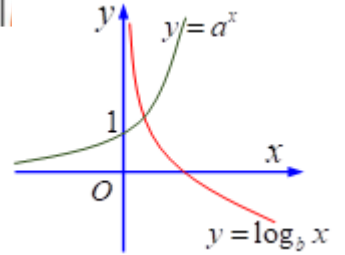
Câu 2. Hình bên là đồ thị của hàm số nào sau

- A. $y = \log_2 x$. B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.
C. $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$. D. $y = 2^x - 2$.



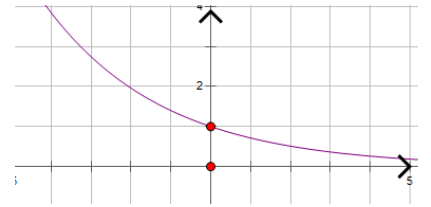
Câu 3. Cho $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ được xác định như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a > 1, b > 1$. B. $a > 1, 0 < b < 1$.
C. $0 < a < 1, b > 1$. D. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.



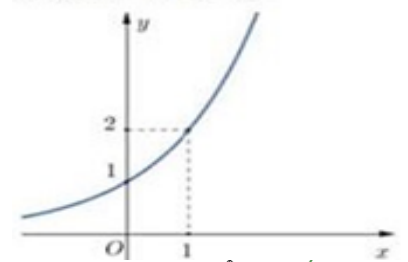
Câu 4. Hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

- A. $\left(\frac{7}{5}\right)^x$. B. $\log_7 x$.
C. $\left(\frac{5}{7}\right)^x$. D. $\log_{0,7} x$.



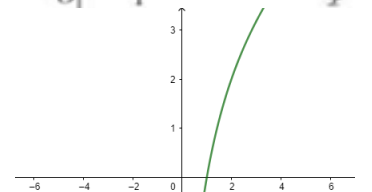
Câu 5. Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = \log_2(4x)$. B. $y = 2^x$.
C. $y = x + 1$. D. $y = (\sqrt{2})^x$.



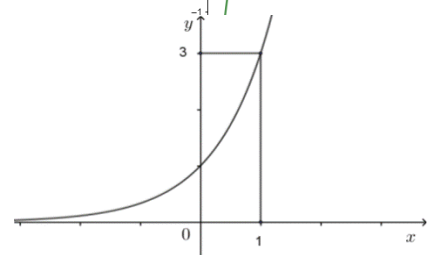
Câu 6. Đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = e^x$. B. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$.
C. $y = e^{-x}$. D. $y = \log_{\sqrt{2}} x$.



Câu 7. Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = (\sqrt{3})^x$. B. $y = 3^{-x}$.
C. $y = \frac{3}{3^{x-1}}$. D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$.



Câu 8. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $f(x) = \ln(1-x)$. B. $f(x) = \log_{\sqrt{2}-1}(x+1)$.
C. $f(x) = -\log_3 x$. D. $f(x) = \log_{\sqrt{2}}(x+1)$.

Câu 9. Trong các hàm số sau đây hàm số nào là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_3 x^2$. B. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$. C. $y = \log(x^3)$. D. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{-x}$.

Câu 10. Trong các hàm số dưới đây, hàm nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$. D. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

Câu 11. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

- A.** Đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ với $0 < a \neq 1$ đối xứng nhau qua trục Oy .
B. Đồ thị các hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$ luôn đi qua điểm có tọa độ $(a; 1)$.
C. $y = a^x$ với $a > 1$ là hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.
D. $y = a^x$ với $0 < a < 1$ là hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Câu 12. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A.** $y = \log_{\sqrt{3}} x$. **B.** $y = \log_{\frac{\pi}{6}} x$. **C.** $y = \log_{\frac{e}{3}} x$. **D.** $y = \log_{\frac{1}{4}} x$.

Câu 13. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên tập $\mathbb{R}$

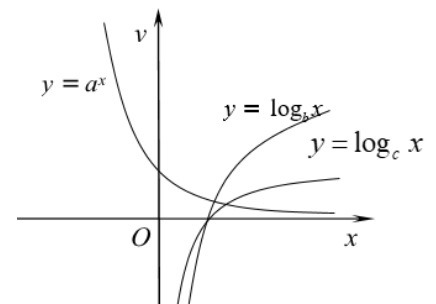
- A.** $y = \log_{\sqrt{10}-3} x$. **B.** $y = \log_2 (x^2 - x)$. **C.** $y = \left(\frac{e}{3}\right)^{2x}$. **D.** $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

Câu 14. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực ?.

- A.** $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. **B.** $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.
C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$. **D.** $y = \log_{\frac{\pi}{4}} (2x^2 + 1)$.

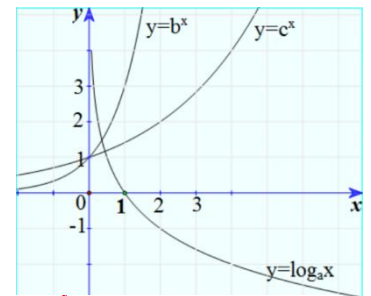
Câu 15. Cho các hàm số $y = a^x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn khẳng định đúng?

- A.** $b > c > a$. **B.** $b > a > c$.
C. $a > b > c$. **D.** $c > b > a$.



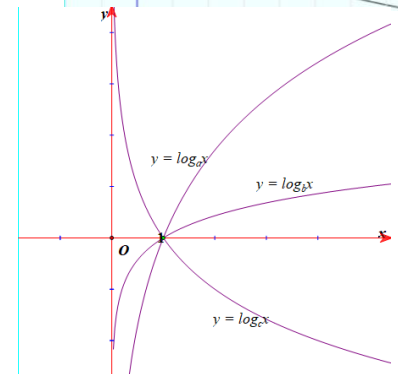
Câu 16. Cho các hàm số $y = \log_a x$, $y = b^x$, $y = c^x$ có đồ thị như hình bên. Chọn khẳng định đúng.

- A.** $c > b > a$. **B.** $a > b > c$.
C. $b > c > a$. **D.** $b > a > c$.



Câu 17. Hình bên là đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$, ($0 < a, b, c \neq 1$) được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây đúng

- A.** $b > a > c$. **B.** $b > c > a$.
C. $a > b > c$. **D.** $a > c > b$.



Câu 18. Từ các đồ thị $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ đã cho ở hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < c < 1 < a < b$. B. $0 < a < b < 1 < c$.
C. $0 < c < a < 1 < b$. D. $0 < c < 1 < b < a$.

Câu 19. Cho các hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$, $y = x^\beta$, $y = x^\gamma$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn đáp án đúng.

- A. $\gamma > \beta > \alpha$. B. $\beta > \gamma > \alpha$.
C. $\beta > \alpha > \gamma$. D. $\alpha > \beta > \gamma$.

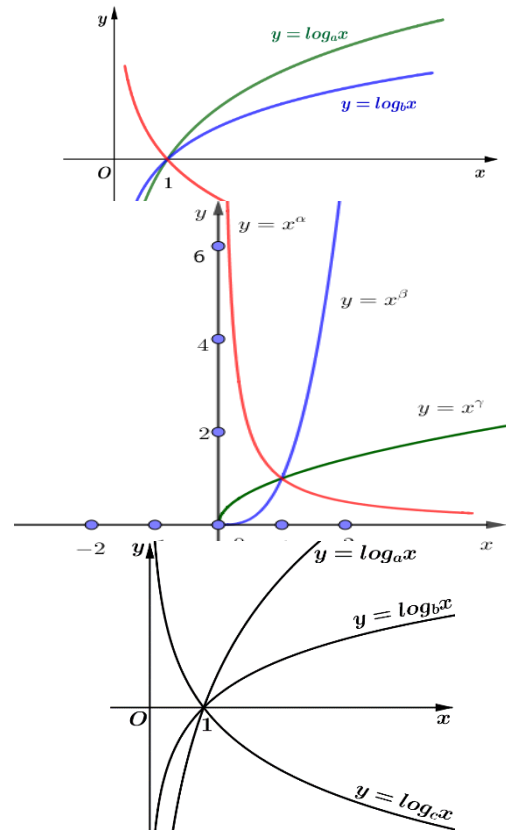
Câu 20. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a < c < b$. B. $a < b < c$.
C. $c < b < a$. D. $c < a < b$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.B	4.C	5.B	6.D	7.D	8.D	9.B	10.D
11.A	12.A	13.D	14.C	15.D	16.C	17.A	18.A	19.B	20.D



☑ DẠNG 4: TÌM GTLN-GTNN CỦA HÀM SỐ.

PHƯƠNG PHÁP:

- ♦ Nếu cho đồ thị hàm số dạng $y = a^x$; $y = \log_a x$ thì dựa vào dáng đồ thị.
- ♦ Nếu cho hàm số dạng $y = a^x$; $y = \log_a x$ thì dùng quy tắc tìm GTLN-GTNN.
- ♦ **Casio:** Dùng table để khảo sát tính tăng giảm, giảm của hàm số để chọn được đáp.

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của hàm số $y = x - \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; e\right]$. Giá trị của $M - m$ là

- A. $e - \ln 2 - \frac{1}{2}$. B. $e - 1$. C. $\ln 2 - \frac{1}{2}$. D. $e - 2$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có $y' = 1 - \frac{1}{x}$; $y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{x} = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in \left[\frac{1}{2}; e\right]$.

$$y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \ln 2; \quad y(1) = 1; \quad y(e) = e - 1.$$

$\Rightarrow$ giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; e\right]$ là $m = 1$ đạt được khi $x = 1$; giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; e\right]$ là $M = e - 1$ đạt được khi $x = e$;
 Vậy $M - m = e - 2$.

Ví dụ 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = xe^{x+1}$ trên $[-2; 0]$ bằng

- A. e^2 . B. 0. C. $-\frac{2}{e}$. D. -1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = (x+1)e^{x+1} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

$y(-2) = -2e^{-1}$, $y(-1) = -1$, $y(0) = 0$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = xe^{x+1}$ trên $[-2; 0]$ bằng -1.

Ví dụ 3. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = e^x \cdot \ln x$ trên $[1; e]$, khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $15 < M < 16$. B. $M < 10$. C. $M > 20$. D. M là số hữu tỉ.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = e^x \cdot \ln x$ trên $[1; e]$.

Ta có $y' = e^x \ln x + e^x \cdot \frac{1}{x} = e^x \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$.

Vì $x \in [1; e]$ nên $\ln x \in [0; 1] \Rightarrow y' > 0$ với $\forall x \in [1; e]$.

Ta có bảng biến thiên:

x	1	e
y'	+	
y		

Suy ra $M = \max_{[1; e]} y = y(e) = e^e \approx 15,15$.

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = xe^{x+1}$ trên $[-2; 0]$ bằng

- A. e^2 . B. 0. C. $-\frac{2}{e}$. D. -1.

Câu 2. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $[1; e^3]$.

- A. $M = \frac{4}{e^2}; m = 0$. B. $M = \frac{4}{e^2}; m = 0$. C. $M = \frac{9}{e^2}; m = \frac{4}{e^2}$. D. $M = \frac{4}{e^2}; m = \frac{9}{e^2}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^2 e^{a-x}$ (a là tham số). Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 3]$ bằng:

A. $9e^{a-3}$.

B. 0.

C. $4e^{a-2}$.

D. e^{a-1} .

Lời giải.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = xe^x$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

A. $-\frac{1}{e}$.

B. 0.

C. $-\frac{2}{e^2}$.

D. $-e$.

Câu 5. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $[1; e^3]$ lần lượt là

A. e^3 và 1.

B. $\frac{9}{e^3}$ và 0.

C. e^2 và 0.

D. $\frac{4}{e^2}$ và 0.

Câu 6. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 4^x - 2^{x+3}$ trên đoạn $[0; 3]$ là

A. -16.

B. -15.

C. $-\frac{3999}{250}$.

D. $-\frac{9}{4}$.

Câu 7. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = (2x-3)e^x$ trên đoạn $[0; 3]$?

A. $2e^3$.

B. $5e^3$.

C. $4e^3$.

D. $3e^3$.

Câu 8. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \ln x$ trên đoạn $[1; e]$ lần lượt là:

A. 1 và 0.

B. 0 và -1.

C. $\frac{1}{\ln 2}$ và 0.

D. $\ln 2$ và 0.

Câu 9. Cho hàm số $y = \ln x - \frac{1}{2}x^2 + 1$. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số trên $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$

A. $M = \frac{1}{2}$.

B. $M = \frac{7}{8} + \ln 2$.

C. $M = \frac{7}{8} - \ln 2$.

D. $M = \ln 2 - 1$.

Câu 10. Gọi giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = x \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{e^2}; e\right]$ lần lượt là m và M . Tích $M.m$ bằng

A. $-\frac{2}{e}$.

B. -1.

C. $2e$.

D. 1.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D

2

3.C

4.A

5.D

6.A

7.D

8.A

9.C

10.B

☑ DẠNG 5: TOÁN THỰC TẾ.**PHƯƠNG PHÁP:**

- ♦ Lãi suất ngân hàng: Lãi đơn: $T = A(1+nr)$, Lãi kép: $T = A(1+r)^n$,
- ♦ Toán tăng trưởng: $S = Ae^{rt}$
- ♦ Casio: Table, Calc, Solve

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Một người gửi 150 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,42% /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 5 tháng người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian đó người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- A. 153.636.000 đồng. B. 153.820.000.
C. 152.536.000. D. 153.177.000 đồng.

Lời giải**Chọn D**

Áp dụng công thức $P_n = P_0 (1 + \alpha)^n$.

Ta có tổng số tiền (cả gốc và lãi) người đó nhận được là:

$$P_5 = 150 \cdot 10^6 (1 + 0,42\%)^5 = 153.176.571,37 \text{ đồng.}$$

Ví dụ 2. Ông An gửi 100 triệu đồng vào tiết kiệm ngân hàng theo thể thức lãi kép trong một thời gian khá lâu mà không rút ra với lãi suất ổn định trong mấy chục năm qua là 10%/1 năm. Tết năm nay do ông kẹt tiền nên rút hết ra để gia đình đón Tết. Sau khi rút cả vốn lẫn lãi, ông trích ra gần 10 triệu để sắm sửa đồ Tết trong nhà thì ông còn 250 triệu. Hỏi ông đã gửi tiết kiệm bao nhiêu lâu?

- A. 10 năm. B. 17 năm. C. 15 năm. D. 20 năm.

Lời giải**Chọn B**

Gọi x là số năm ông An đã gửi tiết kiệm.

Sau x năm ông An có được số tiền cả vốn lẫn lãi là $100 \cdot (1 + 0,1)^x$ (triệu đồng).

Theo giả thiết ta có: $100 \cdot (1 + 0,1)^x \approx 10 + 250$

$$\Leftrightarrow 100 \cdot (1 + 0,1)^x \approx 260 \Leftrightarrow x \approx 10.$$

Ví dụ 3. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,65% / tháng . Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 12 tháng, người đó lĩnh được số tiền (cả vốn lẫn lãi) là bao nhiêu? Biết rằng trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra, số phần trăm lãi hằng tháng không thay đổi.

- A. 108.085.000 đồng. B. 108.000.000 đồng.
C. 108.084.980 đồng. D. 108.084.981 đồng.

Lời giải**Chọn D**

Sau 12 tháng, người đó lĩnh được số tiền (cả vốn lẫn lãi) là

$$T = A(1 + r)^n = 100(1 + 0,65\%)^{12} = 108084981 \text{ (đồng).}$$

Ví dụ 4. Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = Ae^{ni}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, i là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Theo thống kê dân số thế giới tính đến 01/2017, dân số Việt Nam có khoảng 94,970 triệu người và tỉ lệ tăng dân số là 1,03%. Nếu tỉ lệ tăng dân số không đổi thì đến năm 2020 dân số nước ta có bao nhiêu triệu người, chọn đáp án gần nhất.

- A. 100 triệu. B. 102 triệu người. C. 98 triệu người. D. 104 triệu người

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức ta có: $S = 94,970.e^{3.1,03\%} \approx 97,95$ triệu (dân).

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

- Câu 1.** Anh Bảo gửi 27 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép, kỳ hạn là một quý, với lãi suất 1,85 % một quý. Hỏi thời gian tối thiểu bao nhiêu để anh Bảo có được ít nhất 36 triệu đồng tính cả vốn lẫn lãi?
- A. 19 quý. B. 15 quý. C. 16 quý. D. 20 quý.
- Câu 2.** Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4% /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) lớn hơn hai lần số tiền ban đầu, nếu người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?
- A. 174 tháng. B. 173 tháng. C. 176 tháng. D. 175 tháng.
- Câu 3.** Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm và tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền vốn. Tính số năm tối thiểu người đó cần gửi để số tiền thu được nhiều hơn 3 lần số tiền gửi ban đầu.
- A. 10 năm. B. 14 năm. C. 8 năm. D. 11 năm.
- Câu 4.** Ông An muốn sở hữu khoản tiền 20.000.000 đồng vào ngày 10/7/2020 ở một tài khoản với lãi suất năm 6,05% . Hỏi ông An đã đầu tư tối thiểu bao nhiêu tiền trên tài khoản này vào ngày 10/7/2015 để được mục tiêu đề ra?
- A. 14.059.373,18 đồng. B. 15.812.018,15 đồng.
C. 14.909.000 đồng. D. 14.909.965,26 đồng.
- Câu 5.** Một người gửi 75 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn 1 năm với lãi suất 5,4% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi, hỏi 6 năm sau người đó nhận về số tiền là bao nhiêu kể cả gốc và lãi? (đơn vị đồng, làm tròn đến hàng nghìn)
- A. 97.860.000. B. 150.260.000. C. 102.826.000. D. 120.826.000.
- Câu 6.** Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm và tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền vốn. Tính số năm tối thiểu người đó cần gửi để số tiền thu được nhiều hơn 2 lần số tiền gửi ban đầu.
- A. 10 năm. B. 9 năm. C. 8 năm. D. 11 năm.
- Câu 7.** Một người gửi tiết kiệm với số tiền gửi là A đồng với lãi suất 6% một năm, biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính gốc cho năm tiếp theo. Sau 10 năm người đó rút ra được số tiền gốc lẫn lãi nhiều hơn số tiền ban đầu là 100 triệu đồng? Hỏi người đó phải gửi số tiền A bằng bao nhiêu?
- A. 145037058,3 đồng. B. 55839477,69 đồng.
C. 126446589 đồng. D. 111321563,5 đồng.
- Câu 8.** Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất $r = 0,5\%$ một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó với tiền lãi của tháng trước đó). Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu.
- A. 45 tháng. B. 46 tháng. C. 47 tháng. D. 44 tháng.

- Câu 9.** Cường độ của ánh sáng I khi đi qua môi trường khác với không khí, chẳng hạn như sương mù hay nước, sẽ giảm dần tùy theo độ dày của môi trường và một hằng số μ gọi là khả năng hấp thụ ánh sáng tùy theo bản chất môi trường mà ánh sáng truyền đi và được tính theo công thức $I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$ với x là độ dày của môi trường đó và tính bằng mét, I_0 là cường độ ánh sáng tại thời điểm trên mặt nước. Biết rằng nước hồ trong suốt có $\mu = 1,4$. Hỏi cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần khi truyền trong hồ đó từ độ sâu 3m xuống đến độ sâu 30m (chọn giá trị gần đúng với đáp số nhất).
- A. e^{30} lần. B. $2,6081 \cdot 10^{16}$ lần. C. e^{27} lần. D. $2,6081 \cdot 10^{-16}$ lần.
- Câu 10.** E.coli là vi khuẩn đường ruột gây tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E. coli tăng gấp đôi. Ban đầu, chỉ có 40 vi khuẩn E. coli trong đường ruột. Hỏi sau bao nhiêu giờ, số lượng vi khuẩn E.coli lớn hơn 671088640 con?
- A. 48 giờ. B. 24 giờ. C. 12 giờ. D. 8 giờ.
- Câu 11.** Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức: $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Để số lượng vi khuẩn ban đầu tăng gấp đôi thì thời gian tăng trưởng t gần với kết quả nào sau đây nhất:
- A. 3 giờ 9 phút. B. 3 giờ 2 phút. C. 3 giờ 30 phút. D. 3 giờ 18 phút.
- Câu 12.** Cho biết sự rằng tỉ lệ tăng dân số thế giới hàng năm là 1,32%, nếu tỉ lệ tăng dân số không thay đổi thì đến tăng trưởng dân số được tính theo công thức tăng trưởng liên tục $S = Ae^{Nr}$ trong đó A là dân số tại thời điểm mốc, S là số dân sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2013 dân số thế giới vào khoảng 7095 triệu người. Biết năm 2020 dân số thế giới gần nhất với giá trị nào sau đây?
- A. 7879 triệu người. B. 7680 triệu người. C. 7782 triệu người. D. 7777 triệu người.
- Câu 13.** Dân số thế giới được dự đoán theo công thức $P(t) = ae^{bt}$, trong đó a, b là các hằng số, t là năm tính dân số. Theo số liệu thực tế, dân số thế giới năm 1950 là 2560 triệu người; dân số thế giới năm 1980 là 3040 triệu người. Hãy dự đoán dân số thế giới năm 2020?
- A. 3823 triệu. B. 5360 triệu. C. 3954 triệu. D. 4017 triệu.
- Câu 14.** Sự tăng dân số được ước tính theo công thức $P_n = P_0 e^{n \cdot r}$, trong đó P_0 là dân số của năm lấy làm mốc tính, P_n là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 triệu và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Hỏi cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 100 triệu người?
- A. 2018. B. 2017. C. 2015. D. 2016.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.B	4.D	5.C	6.B	7.C	8.A	9.B	10.D
11.A	12.C	13.A	14.D						

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Chọn C

Áp dụng công thức lãi kép $P_n = P(1+r)^n$ với $P = 27$, $r = 0,0185$, tìm n sao cho $P_n > 36$.

Ta có $27.1,0185^n > 36 \Leftrightarrow n > \log_{1,0185} \frac{4}{3} \Rightarrow n = 16$.

Câu 2. Chọn A

Áp dụng công thức lãi kép ta có: $P = P_0(1+r)^n = 100(1+0,4\%)^n > 200 \Leftrightarrow n > 173,6331381$
 Vậy sau ít nhất 174 tháng thì số tiền lĩnh được lớn hơn hai lần số tiền ban đầu.

Câu 3. Chọn B

Gọi số tiền gửi ban đầu là A và số năm tối thiểu thỏa ycbt là n .

Ta có $A(1+8,4\%)^n > 3A \Leftrightarrow 1,084^n > 3 \Leftrightarrow n > \log_{1,084} 3 = 13,62064$.

Vậy số năm tối thiểu là 14 năm.

Câu 4. Chọn D

Gọi A là số tiền tối thiểu mà ông An đầu tư.

Ta có $A(1+r)^5 = 20.10^6 \Rightarrow A = \frac{20.10^6}{\left(1+\frac{6,05}{100}\right)^5} \Rightarrow A = \frac{20.10^6}{\left(1+\frac{6,05}{100}\right)^5} \approx 14.909.65,26$.

Câu 5. Chọn C

Số tiền người đó nhận về sau 6 năm là: $75000000 \times \left(1+\frac{5,4}{100}\right)^6 \approx 102826000$.

Câu 6. Chọn B

Gọi số tiền gửi ban đầu là A và số năm tối thiểu thỏa ycbt là n .

Ta có $A(1+8,4\%)^n = 2A \Leftrightarrow 1,084^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1,084} 2 = 8,59$.

Vậy số năm tối thiểu là 9 năm.

Câu 7. Chọn C

Từ công thức lãi kép ta có $A_n = A(1+r)^n$.

Theo đề bài ta có

$$\begin{cases} n=10 \\ r=0,06 \\ A_n = A+100 \end{cases} \Rightarrow 100 + A = A(1+0,06)^{10} \Leftrightarrow 100 = A(1,06^{10} - 1) \Leftrightarrow A = \frac{100}{1,06^{10} - 1}$$

$\Leftrightarrow A = 126446597$ (đồng).

Câu 8. Chọn A

Theo công thức lãi kép số tiền có được sau n tháng là $T = T_0 \times (1+r)^n$.

Áp dụng vào ta có: $100.000.000 \times 1,005^n \geq 125.000.000 \Rightarrow n \geq 45$.

Câu 9. Chọn B

Cường độ ánh sáng ở độ sâu 3m là $I_1 = I_0 \cdot e^{-1,4,3} = I_0 \cdot e^{-4,2}$

Cường độ ánh sáng ở độ sâu 30m là $I_2 = I_0 \cdot e^{-1,4,30} = I_0 \cdot e^{-42}$

Ta có $\frac{I_1}{I_2} = \frac{e^{-4,2}}{e^{-42}} = 2,6081.10^{16}$ nên cường độ ánh sáng giảm đi $2,6081.10^{16}$ lần.

Câu 10. Chọn D

Vì cứ sau 20 phút (bằng $\frac{1}{3}$ giờ) số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi nên số lượng vi khuẩn tăng theo quy luật $N_n = N_0 \cdot 2^n = 40 \cdot 2^n > 671088640 \Rightarrow n > 24$.

Vậy sau ít nhất $24 \cdot \frac{1}{3} = 8$ giờ thì số vi khuẩn đạt mức lớn hơn 671088640 con.

Câu 11. Chọn A

$$\text{Ta có } 300 = 100 \cdot e^{5r} \Rightarrow r = \frac{1}{5} \ln 3.$$

$$2A = A \cdot e^{\frac{1}{5} \ln 3} \Rightarrow t = 5 \log_3 2 \approx 3,1546 \text{ giờ}.$$

Câu 12. Chọn C

Áp dụng công thức $S = A \cdot e^{Nr}$ với $A = 7095$, $N = 7$; $r = 0.0132$ ta có $S = 7095 \cdot e^{7 \cdot 0.0132} \approx 7782$ triệu người.

Câu 13. Chọn A

$$\text{Từ giả thiết ta có hệ phương trình: } \begin{cases} a \cdot e^{1950b} = 2560 & (1) \\ a \cdot e^{1980b} = 3040 & (2) \end{cases}.$$

$$\text{Chia (2) cho (1) ta được } e^{30b} = \frac{19}{16} \Leftrightarrow 30b = \ln \frac{19}{16} \Leftrightarrow b = \frac{1}{30} \ln \frac{19}{16}.$$

$$\text{Thay vào (1) ta được: } a = \frac{2560}{\left(\frac{19}{16}\right)^{65}}.$$

$$\text{Vậy } P(2020) = \frac{2560}{\left(\frac{19}{16}\right)^{65}} \cdot e^{2020 \cdot \frac{1}{30} \ln \frac{19}{16}} \approx 3823 \text{ (triệu)}.$$

Câu 14. Chọn D

$$P_n = P_0 e^{n \cdot r} \Leftrightarrow 100000000 = 78685800 e^{n \cdot 1,7\%} \Leftrightarrow n = \frac{\ln \frac{1000000}{786858}}{1,7\%} \approx 14,1.$$

Sau 15 năm thì dân số nước ta ở mức 100 triệu người.

Do đó năm 2016 dân số nước ta ở mức 100 triệu người.

☑ DẠNG 6: TOÁN TÌM THAM SỐ M ĐỂ HÀM SỐ XÁC ĐỊNH.

PHƯƠNG PHÁP:

- ♦ Sử dụng điều kiện xác định của hàm số trên dạng 1.
- ♦ Casio: table

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m \geq 1$.

B. $m \leq 1$.

C. $m > 1$.

D. $m < -1$

Lời giải

Chọn C

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tam thức về trái có hệ số bậc hai dương nên để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì

$$\Delta' < 0 \Leftrightarrow 1 - m < 0 \Leftrightarrow m > 1.$$

Vậy $m > 1$.

Ví dụ 2. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số

$$y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m} \text{ xác định trên khoảng } (2;3)?$$

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Hàm số } y \text{ xác định trên khoảng } (2;3) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1-x > 0 \\ x-m > 0 \end{cases}, \forall x \in (2;3)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m > x-1 \\ m < x \end{cases}, \forall x \in (2;3)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m \geq \max_{[2;3]}(x-1) \\ m \leq \min_{[2;3]} x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2.$$

Vậy có 2 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ví dụ 3. Hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi các giá trị của tham số m là

A. $m < 2$.

B. $m < -2$ hoặc $m > 2$.

C. $m = 2$.

D. $-2 < m < 2$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $\mathbb{R}$ khi $x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (1)

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ xác định với mọi giá trị của x khi.

A. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$.

B. $m > 2$.

C. $-2 < m < 2$.

D. $m < 2$.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \log_3(-x^2 + mx + 2m + 1)$ xác định với mọi $x \in (1;2)$.

A. $m < \frac{-1}{3}$.

B. $m \geq \frac{3}{4}$.

C. $m > \frac{3}{4}$.

D. $m \geq \frac{1}{3}$.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln[(m-1)x - m + 2]$ xác định trên đoạn $[0;2]$

A. $0 < m < 2$.

B. $1 \leq m < 2$.

C. $m > 2$.

D. $m \leq 1$.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

A. $m > 2 \vee m < -2$.

B. $m = 2$.

C. $m < 2$.

D. $-2 < m < 2$.

- Câu 5.** Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \log(mx - m + 2)$ xác định trên $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là
- A. 4. B. 5. C. Vô số. D. 3.
- Câu 6.** Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \log(mx - m + 2)$ xác định trên $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là
- A. 4. B. 5. C. vô số. D. 3.
- Câu 7.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \log_{2018}\left(2018^x - x - \frac{x^2}{2} - m\right)$ xác định với mọi giá trị x thuộc $[0; +\infty)$
- A. $m > 9$. B. $m < 1$. C. $0 < m < 1$. D. $m < 2$.
- Câu 8.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- A. $-2 \leq m \leq 2$. B. $-2 < m < 2$. C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. D. $m = 2$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C 2.B 3.A 4.D 5.A 6.A 7.B 8.B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2 + mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Câu 2. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -x^2 + mx + 2m + 1 > 0, \forall x \in (1; 2)$

$\Leftrightarrow m(x + 2) > x^2 - 1, \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow m > \frac{x^2 - 1}{x + 2}, \forall x \in (1; 2)$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$, với $x \in (1; 2)$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 1}{(x + 2)^2}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 - \sqrt{3} \notin (1; 2) \\ x = -2 + \sqrt{3} \notin (1; 2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) > 0, \forall x \in (1; 2),$$

x	1	2
$f'(x)$	+	
$f(x)$	0	$\frac{3}{4}$

Dựa vào bảng biến thiên có $f(x) < \frac{3}{4}, \forall x \in (1; 2)$, nên $m > \frac{x^2 - 1}{x + 2}, \forall x \in (1; 2)$ khi $m \geq \frac{3}{4}$.

Vậy $m \geq \frac{3}{4}$.

Câu 3. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (m - 1)x - m + 2 > 0, \forall x \in [0; 2]$

Bài toán tương đương với tìm m để đồ thị hàm số nằm phía trên trục Ox

ĐK hàm số $y = (m-1)x - m + 2, 0 \leq x \leq 2$ có hai đầu mút $y(0) > 0$ và $y(2) > 0$.

$$\begin{cases} y(0) = -m + 2 > 0 \\ y(2) = 2(m-1) - m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2.$$

Câu 4. Điều kiện xác định của hàm số: $x^2 - 2mx + 4 > 0$.

Để hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì $x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Câu 5. YCBT $\Leftrightarrow mx - m + 2 > 0$ thỏa $\forall x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ -m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ \frac{m-4}{2m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m > 0 \\ 0 < m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 4$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Câu 6. YCBT $\Leftrightarrow mx - m + 2 > 0$ thỏa $\forall x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ -m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ \frac{m-4}{2m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m > 0 \\ 0 < m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 4$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Câu 7. Hàm số đã cho xác định $\forall x \in [0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 2018^x - x - \frac{x^2}{2} - m > 0 \forall x \in [0; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 2018^x - x - \frac{x^2}{2} > m, \forall x \in [0; +\infty) \quad (1)$$

$$\text{Đặt } f(x) = 2018^x - x - \frac{x^2}{2}, x \in [0; +\infty)$$

$$f'(x) = 2018^x \ln(2018) - 1 - x$$

$$f''(x) = 2018^x (\ln 2018)^2 - 1$$

$$\text{Có } 2018^x (\ln 2018)^2 - 1 > 0, \forall x \in [0; +\infty) \Rightarrow f''(x) > 0$$

Bảng biến thiên:

x	0	$+\infty$
y''		+
y'	$m > 0$	$+\infty$
y	1	

Có $y'' > 0$. Suy ra $y' = f'(x)$ đồng biến trong $[0; +\infty)$, có $f'(0) = \ln(2018) - 1 > 0$

Suy ra $y = f(x)$ đồng biến trong $[0; +\infty)$, có $f(0) = 1$

Dựa vào BBT để có (1) $\Leftrightarrow m < 1$.

Câu 8. Điều kiện để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ xác định trên $\mathbb{R}$ là

$$x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Bài 5: PHƯƠNG TRÌNH MŨ**☑ DẠNG 1: PHƯƠNG TRÌNH MŨ CƠ BẢN.****PHƯƠNG PHÁP:**

♦ $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$

♦ $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b;$

♦ **Casio:** Slove, Calc nghiệm, Table.**A - VÍ DỤ MINH HỌA.****Ví dụ 1.** Phương trình $3^{2x+1} = 27$ có nghiệm là

A. $x = 2.$

B. $x = -3.$

C. $x = 3.$

D. $x = 1.$

Lời giải**Chọn D**

$$3^{2x+1} = 27 \Leftrightarrow 3^{2x+1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x+1=3 \Leftrightarrow 2x=2 \Leftrightarrow x=1.$$

Ví dụ 2. Phương trình có $3^{x^2-3x+8} = 9^{2x-1}$ có tổng các nghiệm bằng

A. $S = 5.$

B. $S = 7.$

C. $S = 3.$

D. $S = 2.$

Lời giải**Chọn B**

$$3^{x^2-3x+8} = 9^{2x-1} \Leftrightarrow 3^{x^2-3x+8} = 3^{4x-2} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 8 = 4x - 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$S = 5 + 2 = 7.$$

Ví dụ 3. Tích các nghiệm của phương trình $(2.5)^{8-x^2} = 10^{-3} \cdot 10^{5-5x}$

A. 3.

B. -6.

C. 2.

D. 6.

Lời giải**Chọn B**

$$(2.5)^{8-x^2} = 10^{-3} \cdot 10^{5-5x} \Leftrightarrow 10^{8-x^2} = 10^{2-5x}$$

$$\Leftrightarrow 8 - x^2 = 2 - 5x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 6 \end{cases}$$

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:**Câu 1.** Phương trình $5^{2x+1} = 625$ có nghiệm là

A. $x = \frac{5}{2}.$

B. $x = \frac{3}{2}.$

C. $x = 3.$

D. $x = 1.$

Câu 2. Phương trình: $3^{2x} = \frac{1}{9}$ có nghiệm là

A. -2.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của phương trình $9^{x^2-3x+2} = 1.$

A. $S = \{1\}.$

B. $S = \{0; 1\}.$

C. $S = \{1; -2\}.$

D. $S = \{1; 2\}.$

- Câu 4.** Nghiệm của phương trình $5^{2-x} = 125$ là
A. $x = -1$. **B.** $x = -5$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 1$.
- Câu 5.** Phương trình $2^{2017} - 8^x = 0$ có nghiệm là
A. $x = \frac{2017}{4}$. **B.** $x = \frac{2017}{5}$. **C.** $x = \frac{2017}{6}$. **D.** $x = \frac{2017}{3}$.
- Câu 6.** Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^x$ ta được phương trình nào sau đây
A. $2t^2 - 3t = 0$. **B.** $4t - 3 = 0$. **C.** $t^2 + t - 3 = 0$. **D.** $t^2 + 2t - 3 = 0$.
- Câu 7.** Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là
A. $x = \frac{5}{2}$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = \frac{3}{2}$.
- Câu 8.** Phương trình $3^{x^3+x^2} = 9^{x^2+x-1}$ có tích tất cả các nghiệm bằng
A. 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $-2\sqrt{2}$. **D.** -2.
- Câu 9.** Phương trình $27^{2x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2}$ có tập nghiệm là
A. $\{-1; 7\}$. **B.** $\{-1; -7\}$. **C.** $\{1; 7\}$. **D.** $\{1; -7\}$.
- Câu 10.** Tập nghiệm của phương trình: $4^{x+1} + 4^{x-1} = 272$ là
A. 3; 2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 3; 5.
- Câu 11.** Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng
A. -6. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 6.
- Câu 12.** Phương trình $6^{2x-1} - 5.6^{x-1} + 1 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Khi đó tổng hai nghiệm $x_1 + x_2$ là
A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 13.** Nghiệm của phương trình $2^{7x-1} = 8^{2x-1}$ là
A. $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = -3$.
- Câu 14.** Tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1}$ là
A. $S = \{2\}$. **B.** $S = \{-1\}$. **C.** $S = \{-1; 2\}$. **D.** $S = \{-1; 4\}$.
- Câu 15.** Nghiệm của phương trình $2^{x+1} \cdot 4^{x-1} \cdot \frac{1}{8^{1-x}} = 16^x$ là
A. $x = 3$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 2$.
- Câu 16.** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng
A. 2. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 3.
- Câu 17.** Tổng các nghiệm của phương trình $3^{3x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x^2}$ bằng
A. 0. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 18. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-x-4} = \frac{1}{16}$ là

- A. $\{-2; 2\}$. B. $\{-1; 1\}$. C. $\{2; 4\}$. D. $\{0; 1\}$.

Câu 19. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^{2x^2-3} = 27$.

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{\sqrt{3}\}$. C. $S = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$. D. $S = \{-3; 3\}$.

Câu 20. Tập nghiệm của phương trình $(\sqrt{2})^{x^2-2x+1} = 4$ là

- A. $\{1; -3\}$. B. $\{-1\}$. C. $\{-1; 3\}$. D. $\{3\}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.D	4.B	5.D	6.D	7.B	8.D	9.D	10.C
11.B	12.D	13.C	14.C	15.D	16.B	17.D	18.D	19.C	20.C

☑ DẠNG 2: PHƯƠNG TRÌNH MŨ ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ.

PHƯƠNG PHÁP:

- ♦ $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$
- ♦ **Casio:** Slove, Calc nghiệm, Table.

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. $x = 3$. D. $x = 1$

Lời giải

Chọn D

$$5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 5^{2x+1} = 5^3 \Leftrightarrow 2x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 1.$$

Ví dụ 2. Tìm tập nghiệm S của phương trình $9^{x^2-3x+2} = 1$.

- A. $S = \{1\}$. B. $S = \{0; 1\}$. C. $S = \{1; -2\}$. D. $S = \{1; 2\}$.

Lời giải

Chọn D

$$9^{x^2-3x+2} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ví dụ 3. Nghiệm của phương trình $5^{2-x} = 125$ là

- A. $x = -1$. B. $x = -5$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

$$5^{2-x} = 125 \Leftrightarrow 5^{2-x} = 5^3 \Leftrightarrow 2-x = 3 \Leftrightarrow x = -1.$$

Ví dụ 4. Phương trình $3^{x^3+x^2} = 9^{x^2+x-1}$ có tích tất cả các nghiệm bằng

- A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. $-2\sqrt{2}$. D. -2.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $3^{x^3+x^2} = 9^{x^2+x-1}$.

$$\Leftrightarrow 3^{x^3+x^2} = 3^{2(x^2+x-1)}$$

$$\Leftrightarrow x^3 + x^2 = 2(x^2 + x - 1)$$

$$\Leftrightarrow x^3 - x^2 - 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{cases}$$

Suy ra tích tất cả các nghiệm bằng -2 .

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Phương trình $27^{2x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2}$ có tập nghiệm là

- A. $\{-1; 7\}$. B. $\{-1; -7\}$. C. $\{1; 7\}$. D. $\{1; -7\}$.

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình: $4^{x+1} + 4^{x-1} = 272$ là

- A. $3; 2$. B. 2 . C. 3 . D. $3; 5$.

Câu 3. Tính tổng các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$.

- A. $\frac{-5}{2}$. B. -1 . C. 1 . D. $\frac{5}{2}$.

Câu 4. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$.

- A. $S = \{4\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{3\}$. D. $S = \{2\}$.

Câu 5. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-4x+5} = 8$ là

- A. -2 . B. -4 . C. 4 . D. 2 .

Câu 6. Phương trình $\log_2^2 x + 3\log_{\frac{1}{2}} x + 2 = 0$ có tổng tất cả các nghiệm là

- A. 6 . B. 8 . C. 9 . D. 5 .

Câu 7. Tập nghiệm S của phương trình $(1+\sqrt{2})^{x+2017} = (3+2\sqrt{2})^{x^2+1008}$ là

- A. $S = \left\{\frac{1}{2}; -1\right\}$. B. $S = \left\{1; -\frac{1}{2}\right\}$. C. $S = \{1008; 2017\}$. D. $S = \{1; 2\}$.

Câu 8. Tính tổng các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$.

- A. $\frac{-5}{2}$. B. -1 . C. 1 . D. $\frac{5}{2}$.

Câu 9. Số nghiệm của phương trình $3^{2x^2-7x+5} - 1 = 0$ là

- A. 1 . B. 3 . C. 2 . D. 0 .

Câu 10. Biết phương trình $8^{x^2-3} = 32^{x+1}$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 \cdot x_2$.

- A. $x_1 \cdot x_2 = -\frac{14}{3}$. B. $x_1 \cdot x_2 = -4$. C. $x_1 \cdot x_2 = \frac{7}{3}$. D. $x_1 \cdot x_2 = \frac{5}{3}$.

Câu 11. Biết phương trình $8^{x^2-3} = 32^{x+1}$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 \cdot x_2$.

- A. $x_1 \cdot x_2 = -\frac{14}{3}$. B. $x_1 \cdot x_2 = -4$. C. $x_1 \cdot x_2 = \frac{7}{3}$. D. $x_1 \cdot x_2 = \frac{5}{3}$.

Câu 12. Biết phương trình $9^x - 2^{\frac{x+1}{2}} = 2^{\frac{x+3}{2}} - 3^{2x-1}$ có nghiệm là a . Tính giá trị $P = a + \frac{1}{2} \log_{\frac{9}{2}} 2$.

- A. $P = 1 - \frac{1}{2} \log_{\frac{9}{2}} 2$. B. $P = 1$. C. $P = 1 - \log_{\frac{9}{2}} 2$. D. $P = \frac{1}{2}$.

Câu 13. Tập nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x} = 27$ là

- A. $\{-1; 3\}$. B. $\{9\}$. C. $\{3\}$. D. $\emptyset$.

Câu 14. Tìm tích các nghiệm của phương trình $2^{x^2-4} = 32$.

- A. $P = -16$. B. $P = 9$. C. $P = -9$. D. $P = -4$.

Câu 15. Biết phương trình $8^{x^2-3} = 32^{x+1}$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 \cdot x_2$.

- A. $x_1 \cdot x_2 = -\frac{14}{3}$. B. $x_1 \cdot x_2 = -4$. C. $x_1 \cdot x_2 = \frac{7}{3}$. D. $x_1 \cdot x_2 = \frac{5}{3}$.

Câu 16. Tìm số nghiệm của phương trình $e^{8x} + 2 = e^{4x}$.

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $3^x \cdot 2^{x+1} = 72 \cdot 6^a$ là

- A. $x = a + 1$. B. $x = 2a$. C. $x = a + 2$. D. $x = a$.

Câu 18. Tính tổng $S = x_1 + x_2$ biết x_1, x_2 là các giá trị thực thỏa mãn đẳng thức $2^{x^2-6x+1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-3}$

- A. $S = 4$. B. $S = 8$. C. $S = -5$. D. $S = 2$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.A	4.D	5.C	6.A	7.B	8.A	9.C	10.A
11.A	12.B	13.A	14.C	15.A	16.A	17.C	18.A		

☑ DẠNG 3: ĐẶT ẨN PHỤ.

PHƯƠNG PHÁP:

♦ Với $0 < a \neq 1$, $f[a^{g(x)}] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = a^{g(x)} > 0 \\ f(t) = 0 \end{cases}$.

♦ **Dạng 1:** $ma^{2f(x)} + na^{f(x)} + p = 0$ (1)

Đặt $t = a^{f(x)}$, $t > 0$ đưa phương trình (1) về dạng phương trình bậc 2: $mt^2 + nt + p = 0$.

Giải phương trình tìm nghiệm t và kiểm tra điều kiện $t > 0$.

Sau đó thế vào phương trình $t = a^{f(x)}$ tìm nghiệm x .

♦ **Dạng 2:** $ma^{f(x)} + nb^{f(x)} + p = 0$, trong đó $a \cdot b = 1$.

Đặt $t = a^{f(x)}, t > 0$ suy ra $b^{f(x)} = \frac{1}{t}$.

Hoặc có dạng $m.a^{f(x)} + n.a^{-f(x)} + p = 0$

♦ **Dạng 3:** $m.a^{2f(x)} + n.(a.b)^{f(x)} + p.b^{2f(x)} = 0$. (1)

Chia hai vế cho $b^{2f(x)}$ và đặt $\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} = t > 0$.

Đưa phương trình (1) về dạng phương trình bậc 2 giải.

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Phương trình $2.4^x - 7.2^x + 3 = 0$ có tích tất cả các nghiệm bằng

A. $x = -\log_2 3$.

B. $x = \log_2 3$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1, x = \log_2 3$

Lời giải

Chọn D

$$2.4^x - 7.2^x + 3 = 0$$

Đặt $t = 2^x, t > 0$. Phương trình trở thành $2t^2 - 7t + 3 = 0 \Leftrightarrow$

Với $t = \frac{1}{2}$, ta được $2^x = 2^{-1} \Leftrightarrow x = -1$

Với $t = 3$, ta được $2^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_2 3$

Vậy $S = \{\log_2 3; -1\}$ nên $P = x_1 x_2 = -\log_2 3$

Ví dụ 2. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{2x-3} - 3.2^{x-2} + 1 = 0$ là

A. 6.

B. 1.

C. 3.

D. -4

Lời giải

Chọn A

$$2^{2x-3} - 3.2^{x-2} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2^{2x}}{8} - \frac{3}{4}2^x + 1 = 0$$

Đặt $t = 2^x, t > 0$. Phương trình trở thành $t^2 - 6t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 2 \end{cases}$

Với $t = 4$, ta được $2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2$

Với $t = 2$, ta được $2^x = 2 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 2, x = 1 \Rightarrow S = 3$.

Câu 19. Phương trình $6.4^x - 13.6^x + 6.9^x = 0$ có nghiệm là

A. $S = \{-1; 1\}$.

B. $S = \{1; 1\}$.

C. $S = \{-2; 1\}$.

D. $S = \{-1; 3\}$

Lời giải

Chọn A

$$6.4^x - 13.6^x + 6.9^x = 0 \Leftrightarrow 6\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 13\left(\frac{3}{2}\right)^x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{2} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy $S = \{-1; 1\}$

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

- Câu 1.** Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình: $2^x - 9\sqrt{2^x} + 8 = 0$. Tính $S = x_1 + x_2$.
A. $S = 8$. **B.** $S = 6$. **C.** $S = -9$. **D.** $S = 9$.
- Câu 2.** Nghiệm của phương trình $9^x - 4.3^x - 45 = 0$ là
A. $x = 9$. **B.** $x = -5$ hoặc $x = 9$.
C. $x = 2$ hoặc $x = \log_3 5$. **D.** $x = 2$.
- Câu 3.** Nghiệm của phương trình: $9^x - 10.3^x + 9 = 0$ là
A. $x = 2; x = 1$. **B.** $x = 9; x = 1$. **C.** $x = 3; x = 0$. **D.** $x = 2; x = 0$.
- Câu 4.** Cho phương trình $25^{x+1} - 26.5^x + 1 = 0$. Đặt $t = 5^x, t > 0$ thì phương trình trở thành
A. $t^2 - 26t + 1 = 0$. **B.** $25t^2 - 26t = 0$. **C.** $25t^2 - 26t + 1 = 0$. **D.** $t^2 - 26t = 0$.
- Câu 5.** Cho phương trình $25^x - 5^{x+1} + 4 = 0$, khi đặt $t = 5^x$ ta được phương trình nào dưới đây?
A. $2t^2 - t + 4 = 0$. **B.** $t^2 - t + 4 = 0$. **C.** $t^2 - 5t + 4 = 0$. **D.** $2t^2 - 5t + 4 = 0$.
- Câu 6.** Nghiệm của phương trình $25^x - 15^x - 6.9^x = 0$ là
A. $x = -\log_3 2$. **B.** $x = -\log_5 3$. **C.** $x = \log_{\frac{5}{3}} 3$. **D.** $x = \log_3 \frac{3}{5}$.
- Câu 7.** Cho phương trình $13^{1-2x} - 13^{-x} - 12 = 0$. Bằng cách đặt $t = 13^x$ phương trình trở thành phương trình nào sau đây?
A. $12t^2 - t - 13 = 0$. **B.** $13t^2 - t - 12 = 0$. **C.** $12t^2 + t - 13 = 0$. **D.** $13t^2 + t - 2 = 0$.
- Câu 8.** Cho phương trình $\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^x = 14$ (*). Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:
A. Đặt $t = \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x$ thì phương trình (*) trở thành $t^2 - 14t - 1 = 0$.
B. Đặt $t = \left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^x$ thì phương trình (*) trở thành $t^2 + t - 14 = 0$.
C. Đặt $t = \left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^x$ thì phương trình (*) trở thành $t^2 - 14t + 1 = 0$.
D. Đặt $t = \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x$ thì phương trình (*) trở thành $t^2 + t - 14 = 0$.
- Câu 9.** Cho phương trình $3^x - 8.3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0$. Phương trình đã cho có bao nhiêu nghiệm?
A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

- Câu 10.** Phương trình $3^{1-x} = 2 + \left(\frac{1}{9}\right)^x$ có bao nhiêu nghiệm âm?
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 11.** Nghiệm phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$ là
A. $x=9$. **B.** $x=-5$ hoặc $x=9$.
C. $x=2$ hoặc $x=\log_3 5$. **D.** $x=2$.
- Câu 12.** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình sau $3^{2x+8} - 4 \cdot 3^{x+5} + 27 = 0$.
A. $\frac{4}{27}$. **B.** $-\frac{4}{27}$. **C.** -5 . **D.** 5.
- Câu 13.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ bằng:
A. $\frac{4}{3}$. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.
- Câu 14.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+2} + 27 = 0$ bằng
A. 9. **B.** 18. **C.** 3. **D.** 27.
- Câu 15.** Phương trình $9^x - 6^x = 2^{2x+1}$ có bao nhiêu nghiệm âm?
A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.
- Câu 16.** Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 4$. Khi đó $x_1^2 + 2x_2^2$ bằng
A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.
- Câu 17.** Tìm tổng các nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.
A. 0. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 1. **D.** 2.
- Câu 18.** Biết rằng phương trình $5^{x-1} + 5^{3-x} = 26$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính tổng $x_1 + x_2$.
A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** -2 .
- Câu 19.** Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $4^{x+1} - 5 \cdot 2^{x+1} + 4 = 0$. Khi đó giá trị $S = x_1 + x_2$ là
A. $S = -1$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = 1$. **D.** $S = 2$.
- Câu 20.** Cho phương trình $7^{2x+1} - 8 \cdot 7^x + 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Khi đó $\frac{x_2}{x_1}$ có giá trị là:
A. 4. **B.** 2. **C.** -1 . **D.** 0.

BẢNG ĐÁP ÁN

1B	2D	3D	4C	5C	6C	7C	8C	9D	10D
11D	12C	13D	14C	15D	16B	17A	18C	19B	20D

❑ DẠNG 4: PT CHỨA THAM SỐ M THỎA MÃN ĐK.**PHƯƠNG PHÁP:**

- ♦ Sử dụng các phương pháp giải PT mũ và các kiến thức có liên quan để tìm tham số m
- ♦ **Casio:** Table, Solve

BÀI TẬP VẬN DỤNG RÈN LUYỆN:

- Câu 1.** Cho phương trình $m.16^x - 2(m-2).4^x + m - 3 = 0$. Tập hợp tất cả các giá trị dương của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt là khoảng $(a; b)$. Tổng $T = a + 2b$ bằng
A. 14. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 7.
- Câu 2.** Giá trị của tham số m để phương trình $4^x - m.2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ là:
A. $m = 3$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 2$.
- Câu 3.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^{\sin x} + 2^{1+\sin x} - m = 0$ có nghiệm.
A. $\frac{5}{3} \leq m \leq 8$. **B.** $\frac{5}{4} \leq m \leq 8$. **C.** $\frac{5}{4} \leq m \leq 7$. **D.** $\frac{5}{4} \leq m \leq 9$.
- Câu 4.** Gọi $(a; b)$ là tập các giá trị của tham số m để phương trình $2e^{2x} - 8e^x - m = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \ln 5)$. Tổng $a + b$ bằng
A. 2. **B.** 4. **C.** -6. **D.** -14.
- Câu 5.** Tất cả các giá trị thực của m để phương trình $9^x + 6^x - m.4^x = 0$ có nghiệm là
A. $m > 0$. **B.** $m \leq 0$. **C.** $m < 0$. **D.** $m \geq 0$.
- Câu 6.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $25^x - 3.5^x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?
A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.
- Câu 7.** Tìm m để phương trình $9^x - (m+1)6^x + 4^{x+1} = 0$ có hai nghiệm trái dấu.
A. $m > 3$. **B.** $3 < m < 5$. **C.** $m \in \emptyset$. **D.** $m > 4$.
- Câu 8.** Số giá trị nguyên của m để phương trình $4^x - m.2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $x_1 + x_2 = 3$ là
A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.
- Câu 9.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+3).3^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m + 1 = 0$ có nghiệm thực?
A. 5. **B.** 7. **C.** Vô số. **D.** 3.
- Câu 10.** Cho phương trình $4^{x^2-2x+1} - m.2^{x^2-2x+2} + 3m - 2 = 0$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.
A. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$. **B.** $m \geq 2$. **C.** $m > 2$. **D.** $m < 1$.
- Câu 11.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $25^x - 3.5^x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?
A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.
- Câu 12.** Tổng tất cả các giá trị của tham số m để $25^x - (m+1).5^x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 4$ bằng
A. $\frac{626}{25}$. **B.** 0. **C.** $\frac{26}{25}$. **D.** $\frac{26}{5}$.

Câu 13. Tìm m để phương trình $3^{2x+1} - 10m \cdot 3^x + 3m^2 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1 + x_2 = 0$:

A. $m = 1$.

B. $m = \pm 1$.

C. $m = -1$.

D. $\frac{\pm 1}{\sqrt{3}}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C 2.C 3.B 4.D 5.A 6.A 7.D 8.D 9.B 10.C 11.A 12.A 13.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Đặt $t = 4^x > 0$, phương trình đã cho trở thành: $mt^2 - 2(m-2)t + m-3 = 0$ (*). Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} m > 0 \\ (m-2)^2 - m(m-3) > 0 \\ \frac{2(m-2)}{m} > 0 \\ \frac{m-3}{m} > 0 \end{cases} \Rightarrow 3 < m < 4$$

Vậy $T = a + 2b = 3 + 2 \cdot 4 = 11$.

Câu 2. Có $4^x - 2m \cdot 2^x + 2m = 0$ (1). Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$).

Khi đó (1) trở thành $t^2 - 2mt + 2m = 0$ (2).

Để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ thì (2) có hai nghiệm $t_1, t_2 > 0$ thỏa mãn

$$t_1 t_2 = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 2m \geq 0 \\ t_1 + t_2 = 2m > 0 \\ t_1 t_2 = 2m = 8 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 3. Đặt $t = 2^{\sin x}$, với $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq t \leq 2$

Phương trình $4^{\sin x} + 2^{1+\sin x} - m = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi phương trình

$$\Leftrightarrow t^2 + 2t - m = 0 \Leftrightarrow t^2 + 2t = m \text{ có nghiệm } t \in \left[\frac{1}{2}; 2 \right]$$

Đặt $f(t) = t^2 + 2t$, có $f'(t) = 2t + 2$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1 \notin \left(\frac{1}{2}; 2 \right)$, ta có bảng biến thiên

x	$\frac{1}{2}$	2
$f'(t)$	+	
$f(t)$	$\frac{5}{4}$	8

Vậy để phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\frac{5}{4} \leq m \leq 8$.

Câu 4. Đặt: $t = e^x$ ($t \in (1; 5)$ vì $x \in (0; \ln 5)$)

Khi đó, phương trình trở thành: $2t^2 - 8t - m = 0$ (*)

Bài toán trở thành: Tìm giá trị của tham m để phương trình có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(1;5)$.

Xét hàm: $g(t) = 2t^2 - 8t$

Ta có: $g'(t) = 4t - 8$.

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow 4t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \in (1;5).$$

Bảng biến thiên

t	1	2	5
$f'(t)$	–	0	+
$f(t)$	–6	–8	10

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(1;5)$ thì $-8 < m < -6$. Suy ra: $a = -8; b = -6$.

$$\text{Vậy: } a + b = (-8) + (-6) = -14..$$

Câu 5. $9^x + 6^x - m \cdot 4^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + \left(\frac{3}{2}\right)^x - m = 0.$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{3}{2}\right)^x > 0.$$

$$\text{Phương trình trở thành } t^2 + t - m = 0 \quad (1).$$

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm dương:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \\ ac < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4m \geq 0 \\ -1 > 0 \\ -m > 0 \\ -m < 0 \end{cases} \quad (KTM) \Leftrightarrow m > 0.$$

Câu 6. Đặt $t = 5^x$ ($t > 0$). Phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 3t + m - 1 = 0 \quad (1).$

$$\text{Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow (1) \text{ có hai nghiệm dương phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 13 - 4m > 0 \\ m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{13}{4} \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \frac{13}{4}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} 1 < m < \frac{13}{4} \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{2; 3\}.$$

Câu 7. $9^x - (m+1)6^x + 4^{x+1} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{9}{4}\right)^x - (m+1)\left(\frac{3}{2}\right)^x + 4 = 0 \quad (1)$

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x, (t > 0)$

Phương trình trở thành $t^2 - (m+1)t + 4 = 0 \quad (2).$

YCBT: Phương trình có hai nghiệm trái dấu $x_1 < 0 < x_2$

$\Leftrightarrow$ có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $0 < t_1 = \left(\frac{3}{2}\right)^{x_1} < 1$ và $t_2 = \left(\frac{3}{2}\right)^{x_2} > 1$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m+1)^2 - 16 > 0 \\ P > 0 \text{ và } S > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m+1)^2 - 16 > 0 \\ m+1 > 0 \\ t_1 t_2 - t_1 - t_2 + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \vee m < -5 \\ m > -1 \\ 4 - (m+1) + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 4.$

Câu 8. $4^x - m.2^{x+1} + 2m = 0$

Đặt $t = 2^x, t > 0$ được phương trình $t^2 - 2mt + 2m = 0$

$x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow 2^{x_1+x_2} = 2^3 \Leftrightarrow 2^{x_1} 2^{x_2} = 8 \Rightarrow t_1 t_2 = 8.$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $x_1 + x_2 = 3$

$\Leftrightarrow$ Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 và $t_1 t_2 = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 2m > 0 \\ -\frac{b}{a} = 2m > 0 \\ \frac{c}{a} = 2m = 8 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m = 4.$

Vậy chỉ có một giá trị nguyên $m = 4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 9. Ta có $0 \leq 1 - x^2 \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq 1 + \sqrt{1 - x^2} \leq 2 \Leftrightarrow 3 \leq 3^{1+\sqrt{1-x^2}} \leq 9$

Đặt $t = 3^{1+\sqrt{1-x^2}}$ phương trình trở thành $t^2 - (m+3)t + 2m+1 = 0 \quad (1)$

Phương trình $9^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+3).3^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1 = 0$ có nghiệm thực $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có nghiệm $t \in [3; 9]$

$(1) \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 3t + 1}{t - 2} \Leftrightarrow m = t - 1 - \frac{1}{t - 2}$ vì $t - 2 > 0$

Xét $f(t) = t - 1 - \frac{1}{t - 2}$ liên tục trên đoạn $[3; 9]$ có $f'(t) = 1 + \frac{1}{(t - 2)^2} > 0 \quad \forall t \in [3; 9] \Rightarrow f(t)$

đồng biến trên đoạn $[3; 9]$. Có $f(3) = 1; f(9) = \frac{55}{7}$

Vậy phương trình $9^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+3).3^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1 = 0$ có nghiệm thực $\Leftrightarrow m \in \left[1; \frac{55}{7}\right]$

$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ Có 7 giá trị nguyên.

Câu 10. Ta có $4^{x^2-2x+1} - m.2^{x^2-2x+2} + 3m - 2 = 0 \Leftrightarrow 4^{x-1} - 2m.2^{x-1} + 3m - 2 = 0 \quad (1)$

Đặt $t = 2^{x-1}$, $t \geq 1$. Phương trình 1 trở thành $t^2 - 2mt + 3m - 2 = 0$ 2.

Phương trình 1 có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình 2 có 2 nghiệm phân biệt $t_1, t_2 > 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 + t_2 > 2 \\ t_1 - 1 \quad t_2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \Leftrightarrow m > 2. \\ m > 1 \end{cases}$$

Câu 11. Đặt $t = 5^x$ $t > 0$. Phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 3t + m - 1 = 0$ 1.

$$\text{Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow 1 \text{ có hai nghiệm dương phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 13 - 4m > 0 \\ m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{13}{4} \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \frac{13}{4}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} 1 < m < \frac{13}{4} \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{2; 3\}.$$

Câu 12. Ta có $25^x - (m+1).5^x + m = 0$ (1).

$$\Leftrightarrow (5^x - 1).(5^x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = m \end{cases}.$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì $m > 0$ và $m \neq 1$.

$$\text{Khi đó hai nghiệm } x_1, x_2 \text{ của (1) là: } \begin{cases} 5^{x_1} = 1 \\ 5^{x_2} = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \log_5 m \end{cases}.$$

$$\text{Theo bài ra ta có: } x_1^2 + x_2^2 = 4 \Leftrightarrow 0^2 + (\log_5 m)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 m = 2 \\ \log_5 m = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 25 \\ m = \frac{1}{25} \end{cases}.$$

$$\text{Tổng tất cả các giá trị của tham số } m \text{ là: } 25 + \frac{1}{25} = \frac{626}{25}.$$

Câu 13. Phương trình đã cho tương đương với

$$3.3^{2x} - 10m.3^x + 3m^2 = 0.$$

$$\text{Đặt } t = 3^x (t > 0) \text{ ta có pt ẩn } t: 3.t^2 - 10m.3t + 3m^2 = 0$$

Giả sử x_1, x_2 là các nghiệm của pt, t_1, t_2 là các nghiệm của pt, khi đó $t_1 = 3^{x_1}, t_2 = 3^{x_2}$

$$\text{Theo bài ra: } x_1 + x_2 = 0 \Leftrightarrow 3^{x_1+x_2} = 1 \Leftrightarrow 3^{x_1}.3^{x_2} = 1 \Leftrightarrow t_1.t_2 = 1$$

Yêu cầu bài toán xảy ra khi và chỉ khi pt có 2 nghiệm dương phân biệt sao cho $t_1.t_2 = 1$

Do đó, giá trị của m cần tìm thỏa mãn
$$\begin{cases} \Delta' = 16m^2 > 0 \\ S = \frac{10m}{3} > 0 \\ P = m^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m = \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Bài 6: PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT**☑ DẠNG 1: PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN.****PHƯƠNG PHÁP:**

♦ $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$

♦ $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$

♦ **Casio:** Slove, Calc nghiệm, Table.**A - VÍ DỤ MINH HỌA.****Ví dụ 1.** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$.

A. $x = 9$.

B. $x = 7$.

C. $x = 8$.

D. $x = 10$.

Lời giải**Chọn A**

$$\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 2^3 \Leftrightarrow x = 9.$$

Ví dụ 2. Tìm nghiệm của phương trình $\log_9 x + 1 = \frac{1}{2}$.

A. $x = 2$.

B. $x = -4$.

C. $x = 4$.

D. $x = \frac{7}{2}$.

Lời giải**Chọn A**

$$\log_9(x+1) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x+1 = 9^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = 2.$$

Ví dụ 3. Phương trình $\log_3(x^2 + 4x + 12) = 2$ có tích hai nghiệm là

A. 3.

B. -3.

C. 4.

D. -4.

Lời giải**Chọn B**

$$\log_3(x^2 + 4x + 12) = 2 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 12 = 3^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$$

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:**Câu 1.** Tìm nghiệm của phương trình $\log_9 x + 1 = \frac{1}{2}$.

A. $x = 2$.

B. $x = -4$.

C. $x = 4$.

D. $x = \frac{7}{2}$.

Câu 2. Giải phương trình $\log_3(x-1) = 2$.

A. $x = 10$.

B. $x = 11$.

C. $x = 8$.

D. $x = 7$.

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_4 x = 3$.

A. $S = \{12\}$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \{64\}$.

D. $S = \{81\}$.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$ là

- A. $x=4$. B. $x=\frac{7}{2}$. C. $x=\frac{9}{2}$. D. $x=5$.

Câu 5. Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_3(2x^2+x+3)=1$.

- A. $\left\{0; -\frac{1}{2}\right\}$. B. $\{0\}$. C. $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. D. $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$.

Câu 6. Tìm nghiệm phương trình $\log_3(2x+1)=3$.

- A. 4. B. 0. C. 13. D. 12.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1)=3$ là

- A. $x=80$. B. $x=82$. C. $x=65$. D. $x=63$.

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-3x+3)=1$ là

- A. $\{3\}$. B. $\{-3; 0\}$. C. $\{0; 3\}$. D. $\{0\}$.

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2+x+4)=1$ là

- A. $\{-3; 2\}$. B. $\{-3\}$. C. $\{2\}$. D. $\{-2; 3\}$.

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $\ln(2x^2-x+1)=0$ là

- A. $\{0\}$. B. $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$. C. $\left\{\frac{1}{2}\right\}$. D. $\emptyset$.

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2+x)=1$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 12. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-x-5)=\log_3(2x+5)$. Khi đó $|x_1-x_2|$ bằng

- A. 5. B. 3. C. 7. D. -2.

Câu 13. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$.

- A. 1. B. 5. C. 2. D. 0.

Câu 14. Tập nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2-3x+11)=-2$ là

- A. $\{1\}$. B. $\{1; 2\}$. C. $\{-1; 2\}$. D. $\emptyset$.

Câu 15. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=2$ là

- A. $x=5$. B. $x=1$. C. $x=4$. D. $x=3$.

Câu 16. Giải phương trình $\log_6 x^2=2$ được kết quả là

- A. $x \in \{\pm 36\}$. B. $x \in \{\pm 6\}$. C. $x \in \{\pm \sqrt{6}\}$. D. $x=6$.

Câu 17. Tìm nghiệm của phương trình: $\log_x(4-3x)=2$

- A. $x=1$. B. $x=4$. C. $x \in \emptyset$. D. $x \in \{1; -4\}$.

Câu 18. Tìm x biết $\log_5(x-3)=2$.

A. $x = 1$.

B. $x = 28$.

C. $x = 13$.

D. $x = 22$.

Câu 19. Phương trình $\log_3(3x - 2) = 3$ có nghiệm là

A. $x = \frac{25}{3}$.

B. $x = 87$.

C. $x = \frac{29}{3}$.

D. $x = \frac{11}{3}$.

Câu 20. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x - 3) = 2$ là

A. $\frac{11}{2}$.

B. 6.

C. 5.

D. $\frac{9}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.C	4.D	5.A	6.C	7.C	8.C	9.A	10.B
11.C	12.C	13.A	14.B	15.A	16.B	17.C	18.B	19.C	20.B

☑ DẠNG 2: PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ.

PHƯƠNG PHÁP:

- $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x), 0 < a \neq 1; f(x) > 0; (\text{hay } g(x) > 0)$
- **Casio:** Slove, Calc nghiệm, Table.

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Phương trình $\log_3(5x - 3) + \log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 1) = 0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$ trong đó $x_1 < x_2$. Giá trị của

$$P = 2x_1 + 3x_2 \text{ là}$$

A. 13.

B. 14.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Phương trình tương đương với } \log_3(5x - 3) = \log_3(x^2 + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 = 5x - 3 \\ 5x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}, \text{ do}$$

$$x_1 < x_2 \text{ nên } x_1 = 1; x_2 = 4$$

$$\text{Suy ra } P = 2x_1 + 3x_2 = 2 + 12 = 14.$$

Ví dụ 2. Cho phương trình $2\log_9 x + \log_3(10 - x) = \log_2 9 \cdot \log_3 2$. Hỏi phương trình đã cho có mấy nghiệm

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện } 0 < x < 10$$

$$\text{Ta có : } 2\log_9 x + \log_3(10 - x) = \log_2 9 \cdot \log_3 2 \Leftrightarrow \log_3 x + \log_3(10 - x) = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x(10 - x)) = 2 \Leftrightarrow -x^2 + 10x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = 9 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của phương trình là } S = \{1; 9\}.$$

Ví dụ 3. Số nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_3(2x - 1) = 2\log_3 x$

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}.$$

$$\log_3 x \cdot \log_3 (2x-1) = 2 \log_3 x \Leftrightarrow \log_3 x \cdot (\log_3 (2x-1) - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 0 \\ \log_3 (2x-1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2x-1 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (TM)} \\ x = 5 \text{ (TM)} \end{cases}.$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm.

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

- Câu 1.** Tìm số nghiệm của phương trình $\ln(4x+2) = \ln x + \ln(x-1)$
A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.
- Câu 2.** Phương trình $\log_3(x+1) + \log_3 3 = \log_3(4x+1)$ có nghiệm là
A. $x=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.
- Câu 3.** Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 1 + \log_2(x-1)$ là
A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.
- Câu 4.** Với a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng**?
A. $x=3a+5b$. **B.** $x=a^5+b^3$. **C.** $x=a^5b^3$. **D.** $x=5a+3b$.
- Câu 5.** Tập nghiệm của phương trình $\log_{2021}(x-1) = \log_{2021}(2x+3)$ tương ứng là
A. $\{-4\}$. **B.** $\emptyset$. **C.** $\left\{-4; \frac{2}{3}\right\}$. **D.** $\{2\}$.
- Câu 6.** Số nghiệm thực của phương trình $3\log_3(2x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3 = 3$ là
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.
- Câu 7.** Số nghiệm thực của phương trình $3\log_3(2x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3 = 3$ là
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.
- Câu 8.** Phương trình $\log_3(5x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(x^2+1) = 0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$ trong đó $x_1 < x_2$. Giá trị của $P = 2x_1 + 3x_2$ là
A. 13. **B.** 14. **C.** 3. **D.** 5.
- Câu 9.** Cho phương trình $2\log_9 x + \log_3(10-x) = \log_2 9 \cdot \log_3 2$. Hỏi phương trình đã cho có mấy nghiệm
A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.
- Câu 10.** Gọi P là tích tất cả các nghiệm của phương trình: $\log_2(x^3+x+1) = \log_2(2x^2+1)$. Tính P .
A. $P=1$. **B.** $P=3$. **C.** $P=6$. **D.** $P=0$.
- Câu 11.** Số nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_3(2x-1) = 2\log_3 x$
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

- Câu 12.** Biết phương trình $\log_2(x^2 - 5x + 1) = \log_4 9$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 . Tích $x_1 \cdot x_2$ bằng
A. -8. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 5.
- Câu 13.** Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1$ là
A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 0.
- Câu 14.** Phương trình $\log_4 x^2 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{7}$ có tập nghiệm là
A. $\emptyset$. **B.** $\{-7\}$. **C.** $\{7\}$. **D.** $\{7; -7\}$.
- Câu 15.** Cho phương trình $\log_4(x+1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} + \log_8(4+x)^3$. Tổng các nghiệm của phương trình trên là
A. $4 + 2\sqrt{6}$. **B.** -4. **C.** $4 - 2\sqrt{6}$. **D.** $2 - 2\sqrt{3}$.
- Câu 16.** Tổng các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_{\sqrt{3}} x = 8$ bằng
A. 82. **B.** $\frac{6562}{81}$. **C.** $\frac{82}{9}$. **D.** 0.
- Câu 17.** Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1$ là:
A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 0.
- Câu 18.** Số nghiệm của phương trình $\log(x+10) + \frac{1}{2} \log x^2 = 2 - \log 4$ là
A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.
- Câu 19.** Giải phương trình $\log_3(x-3) - \log_{\frac{1}{3}}(x-5) = 1$
A. $S = \{2\}$. **B.** $S = \{2; 6\}$. **C.** $S = \{6\}$. **D.** $S = \emptyset$.
- Câu 20.** Số nghiệm của phương trình $\ln x + \ln 3x - 2 = 0$ là
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.C	4.C	5.B	6.B	7.B	8.B	9.D	10.D
11.A	12.B	13	14.D	15.C	16.C	17.D	18.A	19.C	20.B

☑ DẠNG 3: ĐẶT ẨN PHỤ**PHƯƠNG PHÁP:**

♦ **Dạng:** $A \cdot \log_a^2 f(x) + B \cdot \log_a f(x) + C = 0$

Đặt $t = \log_a f(x)$, $f(x) > 0$.

Khi đó, phương trình trở thành: $At^2 + Bt + C = 0$.

Giải phương trình tìm t , thay t vào cách đặt để tìm x thỏa ĐK.

♦ **Chú ý:** Nếu đặt $t = \log_a f(x)$ thì $\log_a^2 f(x) = t^2$, $\log_{\frac{1}{a}} f(x) = -t$, $\log_{a^2} f(x) = \frac{1}{2}t, \dots$

A - VÍ DỤ MINH HỌA.**Ví dụ 1.** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 7 = 0$ là

- A. 9. B. -7. C. 1. D. 2

Lời giải**Chọn A**Điều kiện: $x > 0$.Đặt $t = \log_3 x$. Khi đó pt trở thành:

$$t^2 - 2t - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 + 2\sqrt{2} \\ t = 1 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Với } \begin{cases} \log_3 x = 1 + 2\sqrt{2} \\ \log_3 x = 1 - 2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3^{1+2\sqrt{2}} & (n) \\ x_2 = 3^{1-2\sqrt{2}} & (n) \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 9.$$

Ví dụ 2. Số nghiệm của phương trình $\log_2^2 x^2 + 8\log_2 x + 4 = 0$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 0$.

Lời giải**Chọn D**Điều kiện: $x > 0$.

$$\log_2^2 x^2 + 8\log_2 x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\log_2 x)^2 + 8\log_2 x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(\log_2 x)^2 + 8\log_2 x + 4 = 0$$

Đặt $t = \log_2 x$. Khi đó pt trở thành:

$$4t^2 + 8t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = -1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} (n).$$

Ví dụ 3. Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2 = 0$. Giá trị biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2$ bằng bao nhiêu?

- A. $x = 20$. B. $x = 92$. C. $x = 90$. D. $x = 9$.

Lời giải**Chọn C**Điều kiện: $x > 0$.Đặt $t = \log_3 x$. Khi đó pt trở thành:

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(n) \\ x = 9(n) \end{cases}$$

$$P = x_1^2 + x_2^2 = 3^2 + 9^2 = 90.$$

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:**Câu 1.** Cho phương trình $(\log_2 x^2)^2 - 5\log_2 x + 2 = 0$. Bằng cách đặt $t = \log_2 x$ phương trình trở thành phương trình nào dưới đây?

- A. $2t^2 - 5t + 1 = 0$. B. $t^4 - 5t + 1 = 0$.

C. $4t^2 - 5t + 1 = 0$.

D. $2t^4 - 5t + 1 = 0$.

Câu 2. Phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

A. 36.

B. 64.

C. 32.

D. 16.

Câu 3. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 7 = 0$ là

A. 9.

B. -7.

C. 1.

D. 2.

tổng các nghiệm bằng 0.

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $\log_2^2 x^2 + 8\log_2 x + 4 = 0$ là

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Câu 5. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 7 = 0$ là

A. 9.

B. -7.

C. 1.

D. 2.

Câu 6. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x = \frac{17}{4}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{17}{4}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 7. Số nghiệm của phương trình $\log_2^2 x^2 + 8\log_2 x + 4 = 0$ là

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Câu 8. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(12 - 2^x) = 5 - x$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 6.

D. 3.

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình: $\log_3(9^x + 8) = x + 2$ là

A. $\{0\}$.

B. $\{1; 8\}$.

C. $\{0; \log_3 4\}$.

D. $\{0; \log_3 8\}$.

Câu 10. Phương trình $\log_2^2 x + 3\log_{\frac{1}{2}} x + 2 = 0$ có tổng tất cả các nghiệm là

A. 6.

B. 8.

C. 9.

D. 5.

Câu 11. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 4\log_2 x \cdot \log_3 2 + 3 = 0$ bằng

A. 81.

B. 9.

C. 30.

D. 4.

Câu 12. Tổng các nghiệm của phương trình $4\log_4^2(x-1) - 3\log_2(x-1) + 2 = 0$ là

A. 8.

B. 3.

C. 2.

D. 15.

Câu 13. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0$. Giá trị của biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2$ bằng bao nhiêu?

A. 20.

B. 5.

C. 36.

D. 25.

Câu 14. Biết nghiệm lớn nhất của phương trình $\log_2(4^x - 2^x + 2) = x + 2$ có dạng $x = \log_2 \frac{a + \sqrt{b}}{c}$ với a, b, c là số nguyên tố. Tính $P = a + b + c$.

A. 23.

B. 24.

C. 25.

D. 26.

Câu 15. Biết phương trình $\ln^2 x + \ln x - 12 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 . Tính tích $x_1 x_2$.

A. $x_1 x_2 = \frac{1}{e^4}$.

B. $x_1 x_2 = \frac{1}{e^{12}}$.

C. $x_1 x_2 = \frac{1}{e}$.

D. $x_1 x_2 = e^3$.

Câu 16. P là tích các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x^2 - 4\log_2 x^3 + 8 = 0$, giá trị của P là

- A. $P = 8$. B. $P = 6$. C. $P = 64$. D. $P = 4$.

Lời giải.

Câu 17. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(7 - 3^x) = 2 - x$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 7. D. 3.

Câu 18. Phương trình $\log_2^2 x + 3\log_{\frac{1}{2}} x + 2 = 0$ có tổng tất cả các nghiệm là

- A. 6. B. 8. C. 9. D. 5.

Câu 19. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0$. Giá trị của biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2$ bằng bao nhiêu?

- A. 20. B. 5. C. 36. D. 25.

Câu 20. Phương trình $\log_2^2 x - \log_2(8x) + 3 = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

- A. $\log_2^2 x + \log_2 x = 0$. B. $\log_2^2 x - \log_2 x - 6 = 0$.
C. $\log_2^2 x - \log_2 x = 0$. D. $\log_2^2 x - \log_2 x + 6 = 0$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.A	4.D	5.A	6.D	7.D	8.C	9.D	10.A
11.C	12.A	13.A	14.B	15.C	16.A	17.A	18.A	19.A	20.C

☑ DẠNG 4: PT CHỨA THAM SỐ M

PHƯƠNG PHÁP:

- ♦ Sử dụng các phương pháp giải PT logarit và các kiến thức có liên quan để tìm tham số m
- ♦ Casio: Table, Solve

BÀI TẬP VẬN DỤNG RÈN LUYỆN:

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_3^2 x - \log_3 x^2 - m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1; 27]$.

- A. $m \in (1; 2]$. B. $m \in [1; 2]$. C. $m \in (1; 2)$. D. $m \in (1; +\infty)$.

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_5^2 x + \sqrt{\log_5^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 5^{2\sqrt{2}}]$

- A. 6. B. 5. C. 7. D. 8.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 3x + \log_3 x + m - 1 = 0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 1)$.

- A. $m > \frac{9}{4}$. B. $0 < m < \frac{1}{4}$. C. $0 < m < \frac{9}{4}$. D. $m > -\frac{9}{4}$.

- Câu 4.** Giả sử phương trình $\log_2^2 x - (m+2)\log_2 x + 2m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 6$. Giá trị của biểu thức $|x_1 - x_2|$ là
A. 3. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 4.
- Câu 5.** Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $4\log_{36}^2 x - m\log_6 \frac{x}{6} + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 - 72\sqrt{x_1 \cdot x_2} + 1296 \leq 0$
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 6.** Với giá trị nào của m thì phương trình: $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 = 27$?
A. $m = 1$. **B.** $m = \frac{28}{3}$. **C.** $m = \frac{4}{3}$. **D.** $m = 25$.
- Câu 7.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} = m(\log_4 x^2 - 3)$ có nghiệm thuộc $[32; +\infty)$
A. $m \in (-\sqrt{3}; 1]$. **B.** $[-1; \sqrt{3}]$. **C.** $[1; \sqrt{3}]$. **D.** $m \in (1; \sqrt{3}]$.
- Câu 8.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số k để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2k - 1 = 0$ có nghiệm thuộc $[1; 3^{\sqrt{3}}]$?
A. 0. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 7.
- Câu 9.** Biết rằng phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 = 27$. Khi đó tổng $(x_1 + x_2)$ bằng:
A. 6. **B.** $\frac{34}{3}$. **C.** 12. **D.** $\frac{1}{3}$.
- Câu 10.** Cho phương trình $\log_2^2 x + \sqrt{\log_2^2 x + 2} - m - 1 = 0$. Tìm tất cả các giá trị tham số m để phương trình có nghiệm $x \in [1; 2^{\sqrt{2}}]$.
A. $-\frac{13}{4} \leq m \leq 3$. **B.** $-1 + \sqrt{2} < m < 3$. **C.** $-\frac{13}{4} < m < 3$. **D.** $-1 + \sqrt{2} \leq m \leq 3$.
- Câu 11.** Cho phương trình $\log_2^2 2x - 2m\log_2 x + m - 1 = 0$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m để tích hai nghiệm của phương trình bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của S nằm trong khoảng nào sau đây?
A. $\left[16; \frac{35}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{11}{2}; 6\right)$. **C.** $5; 9$.. **D.** $\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.C	4.C	5.A	6.A	7.D	8.C	9.C	10.D	11.D
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT.

Câu 1. Điều kiện: $x > 0$

$$\log_3^2 x - \log_3 x^2 - m + 2 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - 2\log_3 x - m + 2 = 0 \quad (1)$$

Đặt: $\log_3 x = t$.

Pt (1) trở thành: $t^2 - 2t = m - 2 \quad (2)$.

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $x \in [1; 27] \Leftrightarrow$ pt (2) có 2 nghiệm phân biệt

$t \in [0; 3] \Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $y = t^2 - 2t$ và $y = m - 2$ có 2 giao điểm phân biệt với $t \in [0; 3]$.

Xét hàm số $y = t^2 - 2t$ trên $t \in [0; 3]$

Có $y' = 2t - 2$; $y' = 0 \Leftrightarrow t = 1 \in [0; 3]$.

BBT

t	0	1	3	
y'		-	0	+
y				

The graph shows a parabola $y = t^2 - 2t$ on the interval $[0, 3]$. The vertex is at $(1, -1)$. The curve starts at $(0, 0)$ and ends at $(3, 0)$. Arrows indicate the direction of the curve from $(0, 0)$ down to $(1, -1)$ and then up to $(3, 0)$.

Nhìn BBT ta thấy YCBT $\Leftrightarrow m - 2 \in (-1; 0] \Leftrightarrow m \in (1; 2]$.

Câu 2. Điều kiện: $x > 0$

Đặt $t = \sqrt{\log_5^2 x + 1}$, khi $x \in [1; 5^{2\sqrt{2}}]$ thì $\log_5 x \in [0; 2\sqrt{2}] \Leftrightarrow \log_5^2 x + 1 \in [1; 9] \Leftrightarrow t \in [1; 3]$

Bài toán trở thành: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$t^2 + t - 2m - 2 = 0 (*)$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 3]$.

Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 8m + 9 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{-9}{8}$.

Khi đó, phương trình (*) có 2 nghiệm:
$$\begin{cases} t_1 = \frac{-1 - \sqrt{8m+9}}{2} < 0 \\ t_2 = \frac{-1 + \sqrt{8m+9}}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ phương trình (*) có nghiệm thuộc đoạn $[1; 3]$ khi và chỉ khi:

$$1 \leq \frac{-1 + \sqrt{8m+9}}{2} \leq 3 \Leftrightarrow 2 \leq -1 + \sqrt{8m+9} \leq 6 \Leftrightarrow 9 \leq 8m+9 \leq 49 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 5.$$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

Câu 3. Phương trình đã cho tương đương với:

$$\log_3^2 3x + \log_3 3x + m - 2 = 0$$

Đặt $t = \log_3 3x$, phương trình có dạng: $t^2 + t + m - 2 = 0 \quad (*)$

Với $x \in (0; 1) \Rightarrow 0 < 3x < 3 \Leftrightarrow \log_3 3x < 1 \Leftrightarrow t < 1$.

Yêu cầu đề bài tương đương với tìm tham số m để phương trình (*) có đúng hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 nhỏ hơn 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) > 0 \\ t_1 + t_2 - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ t_1 t_2 - (t_1 + t_2) + 1 > 0 \\ t_1 + t_2 - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4m + 8 > 0 \\ m - 2 + 1 + 1 > 0 \\ -1 - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{9}{4}.$$

Câu 4. Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $t = \log_2 x$.

$$\text{Khi đó phương trình đã cho có dạng: } t^2 - (m+2)t + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 2^m \end{cases}.$$

$$\text{Do } x_1 + x_2 = 6 \Leftrightarrow 4 + 2^m = 6 \Leftrightarrow m = 1.$$

$$\text{Vậy } |x_1 - x_2| = |4 - 2^1| = 2.$$

Câu 5. $4\log_{36}^2 x - m\log_6 \frac{x}{6} + 2 = 0 \Leftrightarrow \log_6^2 x - m\log_6 x + m + 2 = 0$

$$\text{Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi } \Delta = m^2 - 4(m+2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 - 2\sqrt{3} \\ m > 2 + 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$x_1 \cdot x_2 - 72\sqrt{x_1 \cdot x_2} + 1296 \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x_1 \cdot x_2} = 36 \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = 1296$$

$$\Rightarrow \log_6 x_1 \cdot x_2 = 4 \Leftrightarrow \log_6 x_1 + \log_6 x_2 = 4 \Rightarrow m = 4.$$

Câu 6. Điều kiện: $x > 0$.

Giả sử phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 .

$$\text{Theo Viet, ta có: } \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = m + 2 \Leftrightarrow \log_3 (x_1 \cdot x_2) = m + 2 \Leftrightarrow \log_3 27 = m + 2$$

$$\Leftrightarrow 3 = m + 2 \Leftrightarrow m = 1.$$

Thử lại với $m = 1$ ta có:

$$\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 9 \end{cases}.$$

Câu 7. Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x \leq -1 \\ \log_2 x \geq 3 \end{cases}$

$$\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} = m(\log_4 x^2 - 3) \Leftrightarrow \sqrt{\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3} = m(\log_2 x - 3)$$

Đặt $t = \log_2 x$.

$$\text{Với } x \in [32; +\infty) \Rightarrow \log_2 x \geq 5 \Rightarrow t \geq 5.$$

Suy ra phương trình đã cho trở thành

$$\sqrt{t^2 - 2t - 3} = m(t - 3) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ t^2 - 2t - 3 = m^2(t - 3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m^2 = \frac{t+1}{t-3} \end{cases}$$

$$f(t) = \frac{t+1}{t-3}, t \geq 5.$$

$$\Rightarrow f'(t) = \frac{-4}{(t-3)^2}.$$

Bảng biến thiên

t	5	$+\infty$
$f'(t)$		-
$f(t)$	3	1

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ 1 < m^2 \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq \sqrt{3}.$

Câu 8. Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}$, suy ra $t \in [1; 2]$.

Phương trình trở thành $t^2 + t - 2k - 2 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{t^2 + t - 2}{2}.$

Đặt $f(t) = \frac{t^2 + t - 2}{2}$; $f'(t) = t + \frac{1}{2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} \notin [1; 2]$; $f(1) = 0$; $f(2) = 2.$

Suy ra $0 \leq m \leq 2.$

Vậy có ba giá trị nguyên của m là: 0; 1; 2.

Câu 9. Điều kiện; $x > 0$

Đặt $\log_3 x = t$

Phương trình đã cho trở thành $t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0$ (1)

Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 8 > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 4 - 2\sqrt{2}) \cup (4 + 2\sqrt{2}; +\infty)$$

Ta có $x_1 \cdot x_2 = 27 \Leftrightarrow \log_3(x_1 \cdot x_2) = \log_3 27 \Leftrightarrow t_1 + t_2 = 3$

Theo Vi-ét ta được $m+2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$

Với $m = 1 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 12.$

Câu 10. $\log_2^2 x + \sqrt{\log_2^2 x + 2} - m - 1 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x + \sqrt{\log_2^2 x + 2} - 1 = m$ (1)

Đặt $t = \sqrt{\log_2^2 x + 2} \Rightarrow \log_2^2 x = t^2 - 2.$

$$x \in [1; 2^{\sqrt{2}}] \Rightarrow 0 \leq \log_2 x \leq \sqrt{2} \Rightarrow 0 \leq \log_2^2 x \leq 2 \Rightarrow \sqrt{2} \leq \sqrt{\log_2^2 x + 2} \leq 2 \Rightarrow t \in [\sqrt{2}; 2]$$

Pt (1) trở thành $t^2 + t - 3 = m$ (2)

Pt (1) có nghiệm $x \in [1; 2^{\sqrt{2}}] \Leftrightarrow pt(2)$ có nghiệm $t \in [\sqrt{2}; 2]$

Đặt $f(t) = t^2 + t - 3$, $f'(t) = 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}.$

BBT

t	$\sqrt{2}$	2
$f'(t)$		+
$f(t)$	$-1 + \sqrt{2}$	3

Dựa vào BBT ta có $pt(2)$ có nghiệm $t \in [\sqrt{2}; 2] \Leftrightarrow -1 + \sqrt{2} \leq m \leq 3$.

Câu 11. Điều kiện pt: $x > 0$.

Đặt $t = \log_2 x$. Pt trở thành $1 + t^2 - 2mt + m - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 2(1-m)t + m = 0$.

Phương trình đã cho có 2 nghiệm $x_1; x_2$ khi phương trình 1 có 2 nghiệm $t_1; t_2$.

$$\text{Khi đó } \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \\ m > \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Theo giả thiết

$$x_1 x_2 = 16 \Rightarrow \log_2 x_1 x_2 = \log_2 16 \Rightarrow t_1 + t_2 = 4 \Rightarrow -\frac{2(1-m)}{1} = 4 \Rightarrow m = 3 \text{ TM}.$$

Bài 7: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ**☑ DẠNG 1: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ CƠ BẢN.****PHƯƠNG PHÁP:**

- ♦ Xét bất phương trình mũ cơ bản có dạng $a^x > b$.

Nếu $b \leq 0$, tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R}$, vì $a^x > b, \forall x \in \mathbb{R}$.

Nếu $b > 0$ thì bất phương trình tương đương với $a^x > a^{\log_a b}$.

Với $a > 1$, $a^x > b \Leftrightarrow x > \log_a b$.

Với $0 < a < 1$, $a^x > b \Leftrightarrow x < \log_a b$.

- ♦ Xét bất phương trình mũ cùng cơ số: $a^{f(x)} > a^{g(x)}$.

Với $a > 1$, $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$.

Với $0 < a < 1$, $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$.

- ♦ **Casio:** Table, Calc

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2$.

- A.** $(-\infty, -1]$. **B.** $[-1, +\infty)$. **C.** $(-\infty, -1)$. **D.** $(-1, +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2 \Leftrightarrow x \leq \log_{\frac{1}{2}} 2 \Leftrightarrow x \leq -1$.

Ví dụ 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 4$ là

- A.** $(-2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -2)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $x \in \mathbb{R}$.

$\left(\frac{1}{2}\right)^x > 4 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x > 2^2 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow x < -2$.

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $S = (-\infty; -2)$.

Ví dụ 3. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}$.

A. $S = -\infty; 1]$. B. $S = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. C. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. D. $S = [1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} &\geq \frac{25}{4} \Leftrightarrow 1-3x \leq \log_{\frac{2}{5}}\left(\frac{25}{4}\right) \\ &\Leftrightarrow 1-3x \leq -2 \\ &\Leftrightarrow x \geq 1. \end{aligned}$$

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Bất phương trình: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} > \frac{1}{8}$ có tập nghiệm là $S = (a; b)$. Khi đó giá trị của $a - b$ là

A. -2. B. -4. C. 2. D. 4.

Câu 2. Giải bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-25x+134} > 25$.

A. $x > \frac{1}{25}$. B. $x < \frac{1}{25}$. C. $8 < x < 17$. D. $x < 8, x > 17$.

Câu 3. Tìm số x nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{125}$.

A. -3. B. -2. C. 2. D. -1.

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là

A. $x \geq -4$. B. $x < 0$. C. $x > 0$. D. $x < 4$.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x+1} \leq 8^{x-2}$ là

A. $[8; +\infty)$. B. $\emptyset$. C. $(0; 8)$. D. $(-\infty; 8]$.

Câu 6. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $4^x < 2^{x+1}$.

A. $S = (0; 1)$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = (-\infty; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 1)$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 4$ là

A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x} \geq 4$ là

A. $S = \left[\frac{3-\sqrt{17}}{2}; \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right]$. B. $S = (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

$$C. S = \left(-\infty; \frac{3-\sqrt{17}}{2}\right] \cup \left[\frac{3+\sqrt{17}}{2}; +\infty\right). \quad D. S = [1; 2].$$

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x-1} < 8$ là

$$A. S = (-\infty; 4). \quad B. S = (2; +\infty). \quad C. S = (-\infty; 3). \quad D. S = (-\infty; 2).$$

Câu 10. Tập nghiệm S của bất phương trình $3^x < e^x$ là

$$A. S = (0; +\infty). \quad B. S = \mathbb{R} \setminus \{0\}. \quad C. S = (-\infty; 0). \quad D. S = \mathbb{R}.$$

Câu 11. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4}$.

$$A. S = [1; 2]. \quad B. S = (-\infty; 1). \quad C. S = (1; 2). \quad D. S = (2; +\infty).$$

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình: $2^{x^2-3x} < 16$ là

$$A. (-\infty; -1) \cup (4; +\infty). \quad B. (0; 4).$$

$$C. (-\infty; -4) \cup (1; +\infty). \quad D. (-1; 4).$$

Câu 13. Bất phương trình $(\sqrt{3}-1)^{x-2} \geq 1$ có tập nghiệm là

$$A. (2; +\infty). \quad B. [2; +\infty). \quad C. (-\infty; 2). \quad D. (-\infty; 2].$$

Câu 14. Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x^2-15x+13} < \left(\frac{1}{2}\right)^{4-3x}$. Tập nghiệm của bất phương trình là

$$A. \left(\frac{3}{2}; +\infty\right). \quad B. \mathbb{R}. \quad C. \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}. \quad D. \emptyset.$$

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

$$A. (-\infty; -1). \quad B. (3; +\infty). \quad C. (-1; 3). \quad D. (-\infty; -1) \cup (3; +\infty).$$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.D	4.A	5.A	6.D	7.B	8.D	9.D	10.C
11.C	12.D	13.D	14.C	15.C					

☑ DẠNG 2: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ ĐẶT ẨN PHỤ.

PHƯƠNG PHÁP:

♦ **Bất phương trình có dạng:** $m\alpha^{2f(x)} + n\alpha^{f(x)} + p > 0$

Đặt $t = \alpha^{f(x)}$, $t > 0$. Bất phương trình trở thành $mt^2 + nt + p > 0$. Giải bất phương trình tìm t suy ra x .

♦ **Bất phương trình có dạng:** $m\alpha^{2f(x)} + n(\alpha\beta)^{f(x)} + p\beta^{2f(x)} > 0$

Chia hai vế của phương trình cho $\beta^{2f(x)}$, bất phương trình trở thành:

$$m\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{2f(x)} + n\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{f(x)} + p > 0.$$

Đặt $t = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{f(x)}$, $t > 0$. Bất phương trình trở thành $mt^2 + nt + p > 0$. Giải bất phương trình tìm t suy ra x .

♦ **Bất phương trình có dạng:** $m\alpha^{f(x)} + n\beta^{f(x)} + p > 0$, trong đó $\alpha, \beta = 1$.

Đặt $t = \alpha^{f(x)}$, $t > 0 \Rightarrow \beta^{f(x)} = \frac{1}{t}$. Khi đó bất phương trình trở thành $mt^2 + pt + n > 0$. Giải bất phương trình tìm t suy ra x .

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0$.

A. $S = (0; 1)$.

B. $S = [1; 3]$.

C. $S = (-\infty; 1]$.

D. $S = [0; 1]$.

Lời giải

Chọn D

$$9^x - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (3^x)^2 - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1.$$

Ví dụ 2. Tập nghiệm của bất phương trình: $3^x + 2 \cdot 4^{x+1} - 8^{2x+1} \leq 0$

A. $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

B. $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right]$.

C. $-\infty; 4$.

D. $4; +\infty$.

Lời giải

Chọn A

$$3^x + 2 \cdot 4^{x+1} - 8^{2x+1} \leq 0 \Leftrightarrow 4^{x+1} - 8^{2x+1} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 2^{2x} - 8 \cdot 2^{2x \cdot 3} \leq 0 \Leftrightarrow -2 \cdot 2^{2x \cdot 3} + 2^{2x} \leq 0 (*)$$

$$\text{Đặt } 2^{2x} = t, t > 0, \text{ suy ra bpt trở thành: } -2 \cdot t^3 + t \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq t \leq 0 \\ t \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Giao với Đk } t > 0 \text{ ta được: } t \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2^{2x} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2^{2x} \geq 2^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 2x \geq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{4}$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của BPT đã cho là } T = \left[-\frac{1}{4}; +\infty\right).$$

Ví dụ 3. Bất phương trình $6 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 9^x > 0$ có tập nghiệm là?

A. $S = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Chia cả 2 vế của bất phương trình cho } 9^x \text{ ta được } 6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 13 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x + 6 > 0.$$

Đặt $\left(\frac{2}{3}\right)^x = t (t > 0)$. Ta được bất phương trình mới:

$$6t^2 - 13t + 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < \frac{2}{3} \\ t > \frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^x < \frac{2}{3} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^x > \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

- Câu 1.** Tập nghiệm của bất phương trình $9^{\frac{-2}{x}} + 3^{\frac{-2}{x}} > 12$ là
A. $(-\infty; -2)$. **B.** $(-2; +\infty)$. **C.** $(-2; 0)$. **D.** $(0; 2)$.
- Câu 2.** Tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ có dạng $S = [a; b]$, trong đó a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $5b - 2a$ bằng
A. $\frac{43}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** 7. **D.** 3.
- Câu 3.** Nghiệm nguyên dương lớn nhất của bất phương trình: $4^{x-1} - 2^{x-2} \leq 3$ là
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình: $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ là
A. $[-1; 0)$. **B.** $(-1; 1)$. **C.** $(0; 1]$. **D.** $[-1; 1]$.
- Câu 5.** Giải bất phương trình: $32 \cdot 16^x - 18 \cdot 4^x + 1 < 0$.
A. $-4 < x < -1$. **B.** $-2 < x < \frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{16} < x < \frac{1}{2}$. **D.** $-2 < x < -\frac{1}{2}$.
- Câu 6.** Nghiệm của bất phương trình $e^x + e^{-x} < \frac{5}{2}$ là
A. $x < \frac{1}{2}$ hoặc $x > 2$. **B.** $\frac{1}{2} < x < 2$.
C. $-\ln 2 < x < \ln 2$. **D.** $x < -\ln 2$ hoặc $x > \ln 2$.
- Câu 7.** Nghiệm của bất phương trình $9^{x-1} - 36 \cdot 3^{x-3} + 3 \leq 0$ là
A. $x \geq 1$. **B.** $x \leq 3$. **C.** $1 \leq x \leq 3$. **D.** $1 \leq x \leq 2$.
- Câu 8.** Bất phương trình $9^x - 3^x - 6 < 0$ có tập nghiệm là
A. $(-\infty; 1)$. **B.** $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-2; 3)$.
- Câu 9.** Tập hợp nghiệm của bất phương trình $3^{3x-2} + \frac{1}{27^x} \leq \frac{2}{3}$ là
A. $(0; 1)$. **B.** $(1; 2)$. **C.** $\left\{\frac{1}{3}\right\}$. **D.** $(2; 3)$.

Câu 10. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $6^{2x+1} - 13 \cdot 6^x + 6 \leq 0$.

- A. $[-1; 1]$. B. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. C. $\left[\log_6 \frac{2}{3}; \log_6 \frac{3}{2}\right]$. D. $(-\infty; \log_6 2)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C 2.C 3 4.D 5.D 6.C 7.D 8.A 9.C 10.C

☑ DẠNG 3: BẤT PT MŨ CHỨA THAM SỐ.

PHƯƠNG PHÁP:

- ♦ Sử dụng PP giải bất PT mũ kết hợp công thức, tính chất của mũ, lũy thừa, logarit
- ♦ Khai thác điều kiện bài toán
- ♦ Xử lý bài toán và chọn giá trị m thỏa ĐK bài toán.

B - BÀI TẬP VẬN DỤNG RÈN LUYỆN:

Câu 1. Cho bất phương trình: $9^x + (m-1) \cdot 3^x + m > 0$ (1). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình (1) nghiệm đúng $\forall x > 1$.

- A. $m \geq -\frac{3}{2}$. B. $m > -\frac{3}{2}$. C. $m > 3 + 2\sqrt{2}$. D. $m \geq 3 + 2\sqrt{2}$.

Câu 2. Tìm m để bất phương trình $m \cdot 9^x - (2m+1) \cdot 6^x + m \cdot 4^x \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 1)$.

- A. $0 \leq m \leq 6$. B. $m \leq 6$. C. $m \geq 6$. D. $m \leq 0$.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình sau có tập nghiệm là $(-\infty; 0]$: $m \cdot 2^{x+1} + (2m+1)(1-\sqrt{5})^x + (3+\sqrt{5})^x < 0$.

- A. $m \leq -\frac{1}{2}$. B. $m \leq \frac{1}{2}$. C. $m < \frac{1}{2}$. D. $m < -\frac{1}{2}$.

Câu 4. Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $(3m+1)12^x + (2-m)6^x + 3^x < 0$ có nghiệm đúng $\forall x > 0$ là:

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2]$. C. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-2; -\frac{1}{3}\right)$.

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $4^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x}$ có nghiệm.

- A. $m \geq -\frac{6}{7}$. B. $m \geq \frac{6}{7}$. C. $m < \frac{6}{7}$. D. $m < -\frac{6}{7}$.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $9^x - 2(m+1) \cdot 3^x - 3 - 2m > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. m tùy ý. B. $m \neq -\frac{4}{3}$. C. $m < -\frac{3}{2}$. D. $m \leq -\frac{3}{2}$.

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $4^{x-1} - m(2^x + 1) > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; 0]$.

C. $m \in (0; +\infty)$.

D. $m \in (0; 1)$.

Câu 8. Cho bất phương trình $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2)(4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0]$.

A. $m \geq -\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

B. $m \geq \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

C. $m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

D. $m > \frac{2+2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 9. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $5 \cdot 4^x + m \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x \leq 0$ có nghiệm. Số phần tử của S là

A. 3.

B. Vô số.

C. 2.

D. 1.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{3^x} + \frac{3}{\ln(x+1)} = m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m > \frac{11}{2}$.

B. $0 < m < \frac{11}{2}$.

C. $m < 0$.

D. $0 \leq m \leq \frac{11}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A

2.B

3.D

4.B

5.B

6.D

7.B

8.C

9.C

10.B

HƯỚNG DẪN GIẢI.

Câu 1. Đặt $t = 3^x$

Vì $x > 1 \Rightarrow t > 3$ Bất phương trình đã cho thành: $t^2 + (m-1)t + m > 0$ nghiệm đúng $\forall t \geq 3$

$$\Leftrightarrow \frac{t^2 - t}{t+1} > -m \text{ nghiệm đúng } \forall t > 3.$$

Xét hàm số $g(t) = t - 2 + \frac{2}{t+1}$, $\forall t > 3$, $g'(t) = 1 - \frac{2}{(t+1)^2} > 0$, $\forall t > 3$. Hàm số đồng biến trên

$$[3; +\infty) \text{ và } g(3) = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán tương đương } -m \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow m \geq -\frac{3}{2}.$$

Câu 2. Ta có $m \cdot 9^x - (2m+1) \cdot 6^x + m \cdot 4^x \leq 0 \Leftrightarrow m \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^x - (2m+1) \left(\frac{3}{2}\right)^x + m \leq 0$.

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{3}{2}\right)^x. \text{ Vì } x \in (0; 1) \text{ nên } 1 < t < \frac{3}{2}$$

$$\text{Khi đó bất phương trình trở thành } m \cdot t^2 - (2m+1)t + m \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{t}{(t-1)^2}.$$

$$\text{Đặt } f(t) = \frac{t}{(t-1)^2}.$$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{-t-1}{(t-1)^3}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Bảng biến thiên.

t	-1	1	$\frac{3}{2}$
$f'(t)$	+ 0 -	-	-
$f(t)$		$+\infty$	6

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \leq \lim_{t \rightarrow \frac{3}{2}} f(t) = 6$.

Câu 3. Phương trình đã cho tương đương

$$2m + (2m+1)\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) + \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x < 0 \quad (1). \text{ Đặt } t = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^x > 0, \text{ ta được:}$$

$$2m + (2m+1)\frac{1}{t} + t < 0 \Leftrightarrow f(t) = t^2 + 2mt + 2m + 1 < 0 \quad (2)$$

BPT nghiệm đúng $\forall x \leq 0$ nên BPT có nghiệm $0 < t \leq 1$, suy ra

Phương trình $f(t) = 0$ có 2 nghiệm t_1, t_2 thỏa $t_1 \leq 0 < 1 < t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(0) \leq 0 \\ f(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1 \leq 0 \\ 4m+2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -0,5 \\ m < -0,5 \end{cases}. \text{ Vậy } m < -\frac{1}{2} \text{ thỏa Ycvt.}$$

Câu 4. Đặt $2^x = t$. Do $x > 0 \Rightarrow t > 1$.

Khi đó ta có: $(3m+1)t^2 + (2-m)t + 1 < 0, \forall t > 1$

$$\Leftrightarrow (3t^2 - t)m < -t^2 - 2t - 1 \quad \forall t > 1 \Leftrightarrow m < \frac{-t^2 - 2t - 1}{3t^2 - t} \quad \forall t > 1$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{-t^2 - 2t - 1}{3t^2 - t} \text{ trên } (1; +\infty) \Rightarrow f'(t) = \frac{7t^2 + 6t - 1}{(3t^2 - t)^2} > 0 \quad \forall t \in (1; +\infty)$$

BBT

t	1	$+\infty$
$f'(t)$		+
$f(t)$	-2	$-\frac{1}{3}$

Do đó $m \leq \lim_{t \rightarrow 1^+} f(t) = -2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Ghi chú:

$$\begin{aligned} &+ m \geq f(x) \forall x \in D \Leftrightarrow m \geq \max f(x) \forall x \in D \\ \text{Sử dụng} &+ m \leq f(x) \forall x \in D \Leftrightarrow m \leq \min f(x) \forall x \in D \end{aligned}$$

Câu 5. Ta có $4^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x} \Leftrightarrow 4 \cdot \left(\frac{1}{28}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{5}{7}\right)^{\cos^2 x} \leq m$.

Đặt $t = \cos^2 x, t \in [0; 1]$ thì BPT trở thành: $4 \cdot \left(\frac{1}{28}\right)^t + \left(\frac{5}{7}\right)^t \leq m$.

Xét $f(t) = 4 \cdot \left(\frac{1}{28}\right)^t + \left(\frac{5}{7}\right)^t$ là hàm số nghịch biến trên $[0; 1]$.

Suy ra: $f(1) \leq f(t) \leq f(0) \Leftrightarrow \frac{6}{7} \leq f(t) \leq 5$.

Từ đó BPT có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq \frac{6}{7}$.

Câu 6. Đặt $t = 3^x$, $t > 0$

Phương trình trở thành $t^2 - 2(m+1)t - 3 - 2m > 0$

ycbt $\Leftrightarrow t^2 - 2(m+1)t - 3 - 2m > 0, \forall t > 0, (1)$

ta có $\Delta' = (m+2)^2 \geq 0, \forall m$

Nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = -2$, khi đó từ (1) ta có $(2t+1)^2 > 0, \forall t \neq -\frac{1}{2}$

Nếu $m \neq -2$ ta có $\Delta' > 0$

khi đó (1) có hai nghiệm thỏa mãn ycbt khi và chỉ khi
$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ \frac{S}{2} < 0 \\ P \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < -1 \\ m \leq -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}$$

Kết luận Vậy $m \leq -\frac{3}{2}$.

Câu 7. Bất phương trình $4^{x-1} - m(2^x + 1) > 0 \quad (1)$.

Bất phương trình trở thành: $\frac{1}{4}t^2 - m(t+1) > 0 \Leftrightarrow t^2 - 4mt - 4m > 0 \quad (2)$.

Đặt $f(t) = t^2 - 4mt - 4m$.

Đồ thị hàm số $y = f(t)$ có đồ thị là một Parabol với hệ số a dương, đỉnh $I(2m; -4m^2 - 4m)$.

Bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$ Bất phương trình (2) nghiệm đúng với mọi $t > 0$ hay $f(t) > 0, \forall t > 0$.

TH1: $m \leq 0 \Rightarrow f(0) = -4m \geq 0 \Rightarrow m \leq 0$ thỏa mãn.

TH2: $m > 0 \Rightarrow -4m^2 - 4m < 0$ nên $m > 0$ không thỏa mãn.

Vậy $m \leq 0$.

Câu 8.

$$m \cdot 3^{x+1} + (3m+2)(4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$$

$$\Leftrightarrow 3m + (3m+2)\left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x + \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x > 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x$ ($t > 0$). Bất phương trình trở thành:

$$3m + (3m+2)\frac{1}{t} + t > 0 \Leftrightarrow t^2 + 3mt + 3m + 2 > 0 \quad (2).$$

Ta có $x \in (-\infty; 0] \Rightarrow t \in (0; 1]$

Để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0]$ thì bất phương trình nghiệm đúng với mọi $t \in (0; 1]$

$$\Leftrightarrow m > -\frac{t^2+2}{3(t+1)}, \forall t \in (0; 1]$$

Xét hàm số $f(t) = -\frac{t^2+2}{3(t+1)}$ trên $(0; 1]$

$$\text{Ta có } f'(t) = -\frac{t^2+2t-2}{3(t+1)^2}. f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1-\sqrt{3} \notin (0; 1] \\ t = -1+\sqrt{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	$-1+\sqrt{3}$	1
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	$\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$

$$\text{Vậy } m > -\frac{t^2+2}{3(t+1)}, \forall t \in (0; 1] \Leftrightarrow m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 9. Ta có: $5 \cdot 4^x + m \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x \leq 0 \Leftrightarrow 5 \cdot \left(\frac{4}{25}\right)^x - 7 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x + m \leq 0 \Leftrightarrow 5 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{2x} - 7 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x + m \leq 0.$

Đặt $t = \left(\frac{2}{5}\right)^x$, $t > 0$. Bất phương trình trở thành: $5t^2 - 7t + m \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -5t^2 + 7t = g(t).$

$$\text{Ta lại có: } g'(t) = -10t + 7 \Rightarrow g'(t) = 0 \Leftrightarrow -10t + 7 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{7}{10}.$$

Bảng biến thiên:

t	0	$\frac{7}{10}$	$+\infty$
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$	0	$\frac{49}{20}$	$-\infty$

Quan sát bảng biến thiên ta thấy $\max_{t \in (0; +\infty)} g(t) = \frac{49}{20}$ khi $t = \frac{7}{10}.$

Để bất phương trình đề bài cho thỏa mãn điều kiện có nghiệm $\Leftrightarrow m \leq \max_{t \in (0; +\infty)} g(t) = \frac{49}{20}.$

Do m là số nguyên dương nên $m \in \{1; 2\}.$

Câu 10. Đk: $\begin{cases} x+1 > 0 \\ \ln(x+1) \neq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow D = (-1; +\infty) \setminus \{0; 1\}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{2}{3^x} + \frac{3}{\ln(x+1)}$ trên D .

$$f'(x) = -\frac{1}{(x-1)^2} - \frac{2\ln 3}{3^x} - \frac{3}{(x+1)\ln^2(x+1)} < 0, \forall x \in D.$$

Nên hàm số $f(x)$ nghịch biến trên D .

Ta có BBT của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$			-	-	-
$f(x)$			$+\infty$	$+\infty$	
		$\frac{11}{2}$	$-\infty$	$-\infty$	0

Dựa vào BBT ta có phương trình có ba nghiệm phân biệt khi $0 < m < \frac{11}{2}$.

Bài 8: BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

☑ DẠNG 1: BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN.

PHƯƠNG PHÁP:

- ♦ Xét bất phương trình logarit cơ bản có dạng $\log_a x > b$.
 - . Trường hợp $a > 1$, ta có: $\log_a x > b \Leftrightarrow x > a^b$.
 - . Trường hợp $0 < a < 1$, ta có: $\log_a x > b \Leftrightarrow 0 < x < a^b$.
- ♦ Xét bất phương trình logarit cùng cơ số: $\log_a f(x) > \log_a g(x)$.
 - . Trường hợp $a > 1$, ta có: $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$
 - . Trường hợp $0 < a < 1$, ta có: $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$
- ♦ **Casio:** Table, Calc

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Giải bất phương trình: $\log_2 3x - 1 > 3$.

- A.** $x > 3$. **B.** $\frac{1}{3} < x < 3$. **C.** $x < 3$. **D.** $x > \frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2 3x - 1 > 3 \Leftrightarrow 3x - 1 > 8 \Leftrightarrow x > 3$.

Ví dụ 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}(x-1) < 0$ là

- A.** $(-\infty; 2)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(1; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{0,2}(x-1) < 0 \Leftrightarrow x-1 > 0,2^0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (2; +\infty)$.

Ví dụ 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$ là

- A.** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. **B.** $(3; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0 \Leftrightarrow 0 < x^2 - 5x + 7 < 1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 6 < 0 \\ x^2 - 5x + 7 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

Ví dụ 4. Bất phương trình $\log_3(3x+1) < \log_3(x+7)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\log_3(3x+1) < \log_3(x+7) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1 < x+7 \\ 3x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 3.$$

Vì x là số nguyên nên $x \in \{0; 1; 2\}$.

Vậy bất phương trình có 3 nghiệm nguyên.

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log x < 1$ là

- A. $S = (-\infty; 10)$. B. $S = (0; 10)$. C. $S = (-\infty; 1)$. D. $S = (10; +\infty)$.

Câu 2. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x \geq 0$.

- A. $S = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $S = [1; +\infty)$. C. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right]$. D. $S = (0; 1]$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-9) > 0$ là

- A. $[9; +\infty)$. B. $[10; +\infty)$. C. $(9; +\infty)$. D. $(10; +\infty)$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 4$ là

- A. $(-\infty; 17]$. B. $(-\infty; 17)$. C. $[1; 17)$. D. $(1; 17)$.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln \frac{1}{x} > 0$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 6. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(5x-3) > -2$, ta có nghiệm là

- A. $x > \frac{28}{5}$. B. $\frac{3}{5} < x < \frac{28}{5}$. C. $\frac{3}{5} \leq x < \frac{28}{5}$. D. $x < \frac{28}{5}$.

Câu 7. Bất phương trình $\log_2(x^2 - 2x + 3) > 1$ có tập nghiệm là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $\{1\}$. D. $\emptyset$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $3 < \log_2 x < 4$ là

- A. $(8; 16)$. B. $(0; 16)$. C. $(8; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 9. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,5}(2x-1) > -2$

- A. $S = \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. B. $S = \left[\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. C. $S = \left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$. D. $S = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x^2 \geq -1$ là

- A. $[\sqrt{2}; +\infty)$. B. $[-\sqrt{2}; 0) \cup (0; \sqrt{2}]$.
 C. $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. D. $(0; \sqrt{2}]$.

Câu 11. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$.

- A. $(-\infty; 1)$. B. $[0; 1) \cup (2; 3]$. C. $[0; 2) \cup (3; 7]$. D. $[0; 2)$.

Câu 12. Bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2 - x + 1) < 0$ có tập nghiệm là

- A. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$. B. $S = \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.
 C. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $S = (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1 > 0$ có dạng $(a; b)$. Khi đó giá trị $a + 3b$ bằng

- A. 15. B. 13. C. $\frac{37}{3}$. D. 30.

Câu 14. Bất phương trình $\log_2 x + \log_3 x > 1$ có nghiệm là

- A. $x > 3^{\log_2 6}$. B. $x > 2^{\log_3 6}$. C. $x > 6$. D. $x > 3^{\log_6 2}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 5x + 7)$. Nghiệm của bất phương trình $f(x) > 0$ là

- A. $x > 3$. B. $x < 2$ hoặc $x > 3$. C. $2 < x < 3$. D. $x < 2$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_{0,4}(5x+2) > \log_{0,4}(3x+6)$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $\left(-\frac{2}{5}; 2\right)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 17. Cho bất phương trình: $\log_{\frac{1}{3}} f(x) > \log_{\frac{1}{3}} g(x)$. Khi đó bất phương trình tương đương:

- A. $f(x) < g(x)$. B. $g(x) > f(x) \geq 0$. C. $g(x) > f(x) > 0$. D. $f(x) > g(x)$.

Câu 18. Nghiệm của bất phương trình $\log_{\pi}(x+2) < \log_{\pi}(5-x)$ là

- A. $-2 < x < \frac{3}{2}$. B. $\frac{3}{2} < x < 5$. C. $x < \frac{3}{2}$. D. $x > \frac{3}{2}$.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1) < \log_2(x+1)$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(7-x) + \log_{\frac{1}{2}}(x-1) \leq 0$ là

- A. $S = (1; 4]$. B. $S = (-\infty; 4]$. C. $S = [4; +\infty)$. D. $S = [4; 7)$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x^2 + x) < \log_{0,5}(-2x + 4)$ là

A. $(-\infty; -4) \cup (1; 2)$. B. Đáp án khác. C. $(-4; -1)$. D. $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là

A. $S = (1; 4]$. B. $S = (1; 4)$. C. $S = (-\infty; 4]$. D. $S = \left(3; \frac{11}{2}\right)$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - 4) \leq \log_2 3x$ là

A. $(2; 4]$. B. $[-1; 4]$. C. $(-2; 4]$. D. $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$.

Câu 24. Giải bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ được tập nghiệm là $(a; b)$. Hãy tính tổng $S = a + b$

A. $S = \frac{8}{3}$. B. $S = \frac{28}{15}$. C. $S = \frac{11}{5}$. D. $S = \frac{31}{6}$.

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1$.

A. $[3; 5]$. B. $(1; 3]$. C. $[1; 3]$. D. $(1; 5)$.

Câu 26. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > \log_{0,5}(2x-1)$

A. $S = (0; +\infty)$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 0)$. D. $S = (-\infty; 1)$.

Câu 27. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$ là

A. $S = (-\infty; 7]$. B. $S = (3; 7]$. C. $S = [3; 7]$. D. $S = [7; +\infty)$.

Câu 28. Điều kiện xác định của bất phương trình $\ln \frac{x^2-1}{x} < 0$ là

A. $\begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$. B. $x > -1$. C. $x > 0$. D. $\begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}$.

Câu 29. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{x-1} > 2$.

A. $S = (1; 1+\sqrt{2})$. B. $S = (1; 9)$. C. $S = (1+\sqrt{2}; +\infty)$. D. $S = (9; +\infty)$.

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \frac{4x+6}{x} \leq 0$ là

A. $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right)$. B. $S = [-2; 0)$. C. $S = (-\infty; 2]$. D. $S = \mathbb{R} \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.D	4.D	5.B	6.B	7.A	8.A	9.A	10.B
11.B	12.C	13.B	14.D	15.C	16.C	17.C	18.A	19.B	20.D
21	22.A	23.A	24.C	25.B	26.B	27.B	28.A	29.D	30.A

☑ DẠNG 2: BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT ĐẶT ẨN PHỤ.**PHƯƠNG PHÁP:**

♦ **Bất phương trình có dạng:** $m \cdot \log_a^2 f(x) + n \cdot \log_a f(x) + p > 0$

Đặt $t = \log_a f(x)$, $f(x) > 0$. Bất phương trình trở thành $mt^2 + nt + p > 0$.

Giải bất phương trình tìm t suy ra x thỏa ĐK

♦ **Casio:** Table, Calc

A - VÍ DỤ MINH HỌA.

Ví dụ 1. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \geq 0$.

A. $S = (-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$.

B. $S = [2; 16]$.

C. $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

Với điều kiện trên bất phương trình tương đương

$$\Leftrightarrow \log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x \leq 1 \\ \log_2 x \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq 2 \\ x \geq 16 \end{cases}.$$

Ví dụ 2. Tập nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 < 0$ là khoảng $a; b$. Giá trị biểu thức $a^2 + b^2$ bằng

A. 16.

B. 5.

C. 20.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

$$\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 < 0 \Leftrightarrow \log_2 x - 1 \quad \log_2 x - 2 < 0$$

$$\Leftrightarrow 1 < \log_2 x < 2 \Leftrightarrow 2 < x < 4 \Leftrightarrow x \in (2; 4)$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = 20.$$

Ví dụ 3. Bất phương trình $\log_{0,5}^2 x + 6 < 5\log_{0,5} x$ có tập nghiệm là

A. $(\sqrt{2}; \sqrt{3})$.

B. $(1; \frac{1}{3})$.

C. $(\frac{1}{8}; \frac{1}{4})$.

D. $(\frac{1}{8}; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Ta có: } \log_{0,5}^2 x + 6 < 5\log_{0,5} x \Leftrightarrow \log_{0,5}^2 x - 5\log_{0,5} x + 6 < 0$$

$$\Leftrightarrow 2 < \log_{0,5} x < 3 \Leftrightarrow \frac{1}{4} > x > \frac{1}{8}.$$

$$\text{So điều kiện, ta được: } \frac{1}{8} < x < \frac{1}{4}.$$

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Bất phương trình $\log_{0,2}^2 x - 5\log_{0,2} x < -6$ có tập nghiệm là

- A. $S = \left(\frac{1}{125}; \frac{1}{25}\right)$. B. $S = (2; 3)$. C. $S = \left(0; \frac{1}{25}\right)$. D. $S = (0; 3)$.

Câu 2. Xác định tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x + \log_2 2x - 3 > 0$

- A. $S = \left(0; \frac{1}{4}\right) \cup (2; +\infty)$. B. $S = (2; +\infty)$.
C. $S = \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup (2; +\infty)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Câu 3. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}^2 x + 3\log_{\frac{1}{2}} x + 2 \leq 0$ có tập nghiệm $S = [a; b]$. Giá trị của $a^2 \sqrt{b}$ bằng

- A. 16. B. 12. C. 8. D. 4.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $(\log_2 x)^2 - 4\log_2 x + 3 > 0$ là

- A. $(0; 2) \cup (8; +\infty)$. B. $(-\infty; 2) \cup (8; +\infty)$. C. $(2; 8)$. D. $(8; +\infty)$.

Câu 5. Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}^2 x - \log_2(2x) - 5 \geq 0$ là

- A. $x \in \left(0; \frac{1}{4}\right) \cup (9; +\infty)$. B. $x \in \left(0; \frac{1}{4}\right] \cup [8; +\infty)$.
C. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right] \cup [8; +\infty)$. D. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup [9; +\infty)$.

Câu 6. Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì bất phương trình $\log_2^4 x - \log_{\frac{1}{2}}^2 \left(\frac{x^3}{8}\right) + 9\log_2 \left(\frac{32}{x^2}\right) < 4\log_{2^{-1}}^2(x)$ trở thành bất phương trình nào?

- A. $t^4 + 13t^2 + 36 < 0$. B. $t^4 - 5t^2 + 9 < 0$. C. $t^4 - 13t^2 + 36 < 0$. D. $t^4 - 13t^2 - 36 < 0$.

Câu 7. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2 \leq 0$ là

- A. $S = [3; 9]$. B. $S = [1; 9]$. C. $S = [0; 9]$. D. $S = [1; 2]$.

Câu 8. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_2^4 x - \log_{\frac{1}{2}}^2 \left(\frac{x^3}{8}\right) + 9\log_2 \left(\frac{32}{x^2}\right) < 4\log_{2^{-1}}^2(x)$ là

- A. $x = 7$. B. $x = 8$. C. $x = 4$. D. $x = 1$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25} x > \frac{3}{2} + \log_5^2 x$ là

- A. $S = (1; \sqrt{5})$. B. $S = (-1; \sqrt{5})$. C. $S = (-\sqrt{5}; 1)$. D. $S = (-\sqrt{5}; -1)$.

Câu 10. Xác định tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x + \log_2 2x - 3 > 0$

- A. $S = \left(0; \frac{1}{4}\right) \cup (2; +\infty)$. B. $S = (2; +\infty)$.
C. $S = \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup (2; +\infty)$. D. $S = (1; +\infty)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.C	4.A	5.B	6.C	7.A	8.A	9.A	10.A
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

☑ DẠNG 3: BẤT PT LOGARIT CHỨA THAM SỐ.**PHƯƠNG PHÁP:**

- ♦ Sử dụng PP giải BPT logarit kết hợp công thức, tính chất của mũ, lũy thừa, logarit
- ♦ Khai thác điều kiện bài toán
- ♦ Xử lý bài toán và chọn giá trị m thỏa ĐK bài toán.

B - BÀI TẬP VẬN DỤNG CAO RÈN LUYỆN:

- Câu 1.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \leq m$ có nghiệm $x \geq 1$?
A. $m \geq 2$. **B.** $m > 2$. **C.** $m \leq 2$. **D.** $m < 2$.
- Câu 2.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2(mx - x^2) = 2$ vô nghiệm?
A. $m < 4$. **B.** $-4 < m < 4$. **C.** $\begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases}$. **D.** $m > -4$.
- Câu 3.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_3(x^2 + 4x + m) \geq 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?
A. $m \geq 7$. **B.** $m > 7$. **C.** $m < 4$. **D.** $4 < m \leq 7$.
- Câu 4.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(mx - x^2) \leq \log_{\frac{1}{5}} 4$ vô nghiệm?
A. $-4 \leq m \leq 4$. **B.** $\begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases}$. **C.** $m < 4$. **D.** $-4 < m < 4$.
- Câu 5.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2; 3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x^2 + 1) > \log_5(x^2 + 4x + m) - 1$ (1).
A. $m \in [-12; 13]$. **B.** $m \in [12; 13]$. **C.** $m \in [-13; 12]$. **D.** $m \in [-13; -12]$.
- Câu 6.** Tìm m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$.
A. $-1 < m \leq 0$. **B.** $-1 < m < 0$. **C.** $2 < m \leq 3$. **D.** $2 < m < 3$.
- Câu 7.** Số giá trị nguyên của tham số m sao cho bất phương trình: $\log 5 + \log(x^2 + 1) \geq \log(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.
A. 0. **B.** $\forall m \in \mathbb{Z}$ và $m \leq 3$. **C.** 1. **D.** 2.
- Câu 8.** Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_2^2 x + m \log_2 x - m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x \in (0; +\infty)$.
A. Có 4 giá trị nguyên. **B.** Có 5 giá trị nguyên.
C. Có 6 giá trị nguyên. **D.** Có 7 giá trị nguyên.
- Câu 9.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \geq m$ có nghiệm $x \geq 1$?

- A. $m \geq 6$. B. $m > 6$. C. $m \leq 6$. D. $m < 6$.

Câu 10. Trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1$. Tìm m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.

- A. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$. B. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ và $\sqrt{10} + \sqrt{2}$.
C. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$ và $(\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$. D. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$.

Câu 11. Tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình $x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} \leq m \cdot \log_{5-\sqrt{4-x}} 3$ có nghiệm là

- A. $m > 2\sqrt{3}$. B. $m \geq 2\sqrt{3}$. C. $m > 12\log_3 5$. D. $2 < m < 12\log_2 5$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.A	4.D	5.A	6.C	7.C	8.B	9.C	10.A	11.B
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \leq m$ có nghiệm $x \geq 1$?

- A. $m \geq 2$. B. $m > 2$. C. $m \leq 2$. D. $m < 2$.

Lời giải

$$x \geq 1 \Leftrightarrow 5^x - 1 \geq 4 \Leftrightarrow \log_2(5^x - 1) \geq 2 \Leftrightarrow m \geq 2.$$

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2(mx - x^2) = 2$ vô nghiệm?

- A. $m < 4$. B. $-4 < m < 4$. C. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases}$. D. $m > -4$.

Lời giải

$$\log_2(mx - x^2) = 2 \Leftrightarrow -x^2 + mx - 4 = 0(*)$$

$$\text{Phương trình vô nghiệm} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4.$$

Câu 3. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_3(x^2 + 4x + m) \geq 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

- A. $m \geq 7$. B. $m > 7$. C. $m < 4$. D. $4 < m \leq 7$.

Lời giải

$$\log_3(x^2 + 4x + m) \geq 1 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 4x + m - 3 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 7.$$

Câu 4. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(mx - x^2) \leq \log_{\frac{1}{5}} 4$ vô nghiệm?

- A. $-4 \leq m \leq 4$. B. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases}$. C. $m < 4$. D. $-4 < m < 4$.

Lời giải

$$\log_{\frac{1}{5}}(mx - x^2) \leq \log_{\frac{1}{5}} 4 \Leftrightarrow mx - x^2 \geq 4 \Leftrightarrow x^2 - mx + 4 \leq 0$$

$$x^2 - mx + 4 \leq 0 \text{ vô nghiệm} \Leftrightarrow x^2 - mx + 4 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4.$$

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2; 3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x^2 + 1) > \log_5(x^2 + 4x + m) - 1$ (1).

- A.** $m \in [-12; 13]$. **B.** $m \in [12; 13]$. **C.** $m \in [-13; 12]$. **D.** $m \in [-13; -12]$.

Lời giải

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 > \frac{x^2 + 4x + m}{5} \\ x^2 + 4x + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -x^2 - 4x = f(x) \\ m < 4x^2 - 4x + 5 = g(x) \end{cases}$$

$$\text{Hệ trên thỏa mãn } \forall x \in (2; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \max_{2 < x < 3} f(x) = -12 \text{ khi } x = 2 \\ m \leq \min_{2 < x < 3} g(x) = 13 \text{ khi } x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow -12 \leq m \leq 13.$$

Câu 6. Tìm m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A.** $-1 < m \leq 0$. **B.** $-1 < m < 0$. **C.** $2 < m \leq 3$. **D.** $2 < m < 3$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{BPT thỏa mãn với mọi } x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ 5(x^2 + 1) \geq mx^2 + 4x + m \end{cases} (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ (5-m)x^2 - 4x + 5 - m \geq 0 \end{cases} (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 16 - 4m^2 < 0 \\ 5 - m > 0 \\ 16 - 4(5-m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \\ m > 2 \\ m < 5 \\ m \leq 3 \\ m \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3. \end{aligned}$$

Câu 7. Số giá trị nguyên của tham số m sao cho bất phương trình: $\log 5 + \log(x^2 + 1) \geq \log(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

- A.** 0. **B.** $\forall m \in \mathbb{Z}$ và $m \leq 3$. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Bất phương trình xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ khi:

$$mx^2 + 4x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 4 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2 \quad (1)$$

Bất phương trình nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ khi:

$$5x^2 + 5 \geq mx^2 + 4x + m, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow (5-m)x^2 - 4x + 5 - m \geq 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5-m > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ -m^2 + 10m - 21 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 3 \quad (2)$$

Từ và ta được $2 < m \leq 3, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 3$. Vậy có 1 giá trị m .

Câu 8. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_2^2 x + m \log_2 x - m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x \in (0; +\infty)$.

- A.** Có 4 giá trị nguyên. **B.** Có 5 giá trị nguyên.
C. Có 6 giá trị nguyên. **D.** Có 7 giá trị nguyên.

Lời giải

$$\text{Đặt } t = \log_2 x \quad (x > 0)$$

Bất phương trình trở thành: $t^2 + mt - m \geq 0, \forall t \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0$

Vì m nguyên nên $m \in \{-4; -3; -2; -1; 0\}$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \geq m$ có nghiệm $x \geq 1$?

A. $m \geq 6$.

B. $m > 6$.

C. $m \leq 6$.

D. $m < 6$.

Lời giải

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \leq m \Leftrightarrow \log_2(5^x - 1) \cdot [1 + \log_2(5^x - 1)] \leq m$$

$$\text{Đặt } t = \log_2(x + \sqrt{x^2 - 1}) \text{ do } x \geq 1 \Rightarrow t \in [2; +\infty)$$

$$\text{BPT} \Leftrightarrow t(1+t) \geq m \Leftrightarrow t^2 + t \geq m \Leftrightarrow f(t) \geq m$$

$$\text{Với } f(t) = t^2 + t$$

$$f'(t) = 2t + 1 > 0 \text{ với } t \in [2; +\infty) \text{ nên hàm đồng biến trên } t \in [2; +\infty)$$

$$\text{Nên } \min f(t) = f(2) = 6$$

Do đó để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \geq m$ có nghiệm $x \geq 1$ thì:

$$m \leq \min f(t) \Leftrightarrow m \leq 6.$$

Câu 10. Trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1$. Tìm m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.

A. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$.

B. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ và $\sqrt{10} + \sqrt{2}$.

C. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$ và $(\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$.

D. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 \leq 0 \quad (1).$$

Giả sử $M(x; y)$ thỏa mãn pt (1), khi đó tập hợp điểm M là hình tròn (C_1) tâm $I(2; 2)$ bán kính $R_1 = \sqrt{2}$.

Các đáp án đề cho đều ứng với $m > 0$. Nên dễ thấy $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$ là phương trình đường tròn (C_2) tâm $J(-1; 1)$ bán kính $R_2 = \sqrt{m}$.

Vậy để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ thỏa đề khi chỉ khi (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài

$$\Leftrightarrow IJ = R_1 + R_2 \Leftrightarrow \sqrt{10} = \sqrt{m} + \sqrt{2} \Leftrightarrow m = (\sqrt{10} - \sqrt{2})^2.$$

Câu 11. Tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình $x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} \leq m \cdot \log_{5-\sqrt{4-x}} 3$ có nghiệm là

A. $m > 2\sqrt{3}$.

B. $m \geq 2\sqrt{3}$.

C. $m > 12\log_3 5$.

D. $2 < m < 12\log_2 5$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } x \in [0; 4]. \text{ Ta thấy } 4 - x \leq 4 \Rightarrow 5 - \sqrt{4-x} \geq 3 \Rightarrow \log_{5-\sqrt{4-x}} 3 > 0$$

$$\text{Khi đó bất phương trình đã cho trở thành } m \geq f(x) = (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \cdot \log_3(5 - \sqrt{4-x}) \quad (*).$$

Với $u = x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} \Rightarrow u' = \frac{3\sqrt{x}}{2} + \frac{1}{2\sqrt{x+12}}$ và

$$v = \log_3(5 - \sqrt{4-x}) \Rightarrow v' = \frac{1}{2\sqrt{4-x}(5 - \sqrt{4-x}) \cdot \ln 3}.$$

Suy ra $f'(x) > 0; \forall x \in (0; 4) \Rightarrow f(x)$ là hàm số đồng biến trên đoạn $[0; 4]$.

Để bất phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq \min_{[0;4]} f(x) = f(0) = 2\sqrt{3}$.