

ThS. TRẦN THANH YÊN

VECTƠ VÀ HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

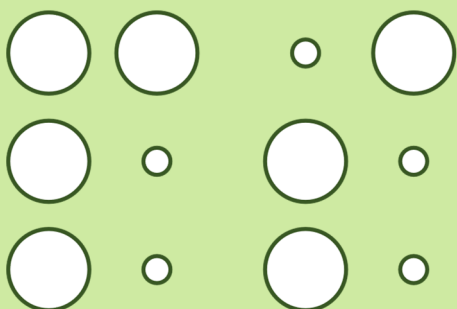
CHƯƠNG 2

12

TOÁN

Chân trời sáng tạo

(có thể dùng chung cả 3 bộ sách)



Lý thuyết và bài tập tự luận

Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Trắc nghiệm đúng sai

Trắc nghiệm trả lời ngắn

MỤC LỤC

CHƯƠNG 2. VECTƠ VÀ HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN	TRANG
BÀI 1. VECTƠ VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRONG KHÔNG GIAN	1
A. Lý thuyết	1
B. Bài tập tự luận	10
C. Bài tập trắc nghiệm 1	21
D. Bài tập trắc nghiệm 2	25
E. Bài tập trắc nghiệm 3	28
F. Bài tập trắc nghiệm 4	32
G. Bài tập trắc nghiệm 5	35
H. Bài tập trắc nghiệm 6	38
BÀI 2. TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN	42
A. Lý thuyết	42
B. Bài tập tự luận	45
C. Bài tập trắc nghiệm 1	50
D. Bài tập trắc nghiệm 2	53
E. Bài tập trắc nghiệm 3	56
F. Bài tập trắc nghiệm 4	60
BÀI 3. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ	64
A. Lý thuyết	64
B. Bài tập tự luận	67
C. Bài tập trắc nghiệm 1	77
D. Bài tập trắc nghiệm 2	80
E. Bài tập trắc nghiệm 3	83
F. Bài tập trắc nghiệm 4	86
G. Bài tập trắc nghiệm 5	89
H. Bài tập trắc nghiệm 6	92
ĐÁP ÁN	97

Giáo viên cần file word liên hệ:

ThS. Trần Thanh Yên

Facebook: <https://www.facebook.com/thanhyendhsp>

Email: tthanhyen@gmail.com

Mặc dù rất cố gắng để tài liệu có thể chính chu và chính xác hết mức có thể nhưng không thể tránh khỏi một số sai sót. Các bạn đọc xem sửa lỗi mới nhất của tất cả các chương đến thời điểm hiện tại ở:

<https://www.yenmaths.com/p/fix.html>

CHƯƠNG 2.

VECTƠ VÀ HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 1. VECTƠ VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRONG KHÔNG GIAN

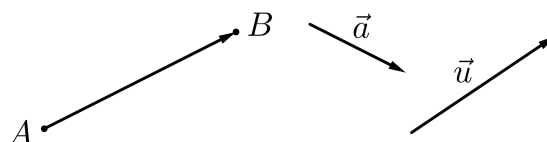
A. LÝ THUYẾT

1. Vectơ trong không gian

Vectơ trong không gian là một đoạn thẳng có hướng.

Chú ý:

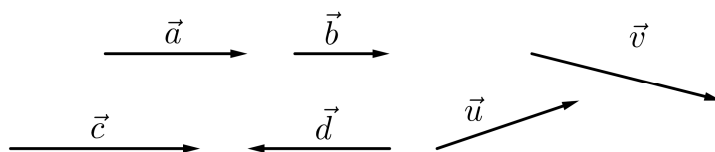
- Kí hiệu $\overrightarrow{AB}$ chỉ vectơ có điểm đầu A , điểm cuối B .
- Nếu không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối thì vectơ còn được kí hiệu là $\vec{a}, \vec{b}, \vec{u}, \vec{v}, \vec{x}, \vec{y}, \dots$



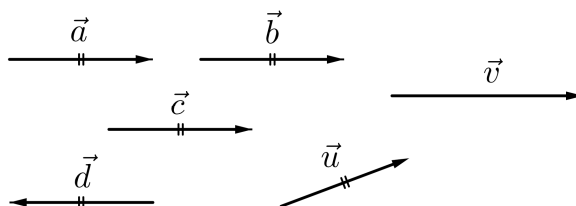
Trong không gian, các khái niệm có liên quan đến vectơ như giá của vectơ, độ dài của vectơ, hai vectơ cùng phương, cùng hướng, ngược hướng, bằng nhau, đối nhau; vectơ-không được định nghĩa tương tự như trong mặt phẳng.

Nhắc lại:

- Giá** của vectơ: là đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.
- Độ dài** của vectơ: là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.
- Hai vectơ **cùng phương**: giá của chúng song song hoặc trùng nhau. Ngược lại, hai vectơ có giá cắt nhau hoặc chéo nhau được gọi là hai vectơ không cùng phương.
- Hai vectơ cùng phương thì chúng có thể **cùng hướng** hoặc **ngược hướng**.



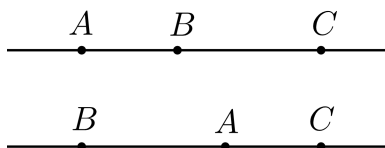
- Hai vectơ **bằng nhau**: Nếu chúng cùng hướng và có độ dài bằng nhau.
- Hai vectơ **đối nhau**: Nếu chúng ngược hướng và có độ dài bằng nhau.



- Vectơ-không là vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau. Vectơ-không có độ dài bằng 0. Vectơ-không luôn cùng phương, cùng hướng với mọi vectơ.

Chú ý:

- Trong không gian, cho điểm O và vector $\vec{a}$, tồn tại duy nhất điểm M để $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$.
- Cho đoạn thẳng MN , ta luôn có $\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{NM}$.
- Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.

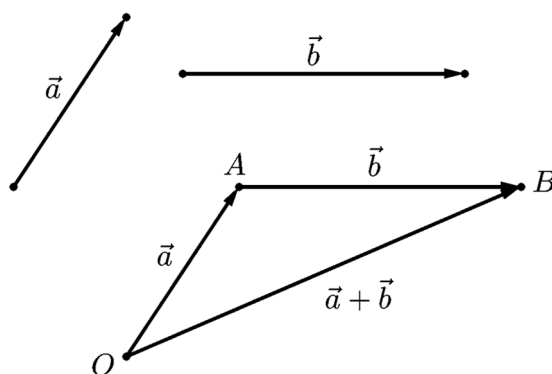


2. Tổng và hiệu của hai vector

Tổng của hai vector

Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$. Lấy điểm O bất kì và hai điểm A, B sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}$. Ta gọi $\overrightarrow{OB}$ là **tổng của hai vector** $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu $\vec{a} + \vec{b}$.

Phép lấy tổng của hai vector được gọi là **phép cộng vector**.



Nhận xét: Phép cộng vector trong không gian cũng có các tính chất như phép cộng vector trong mặt phẳng.

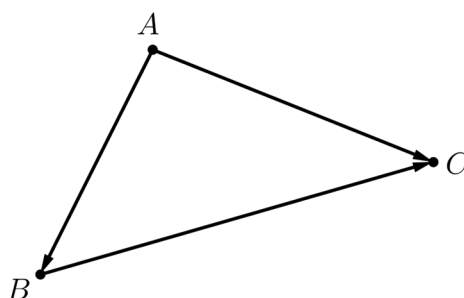
- Tính chất giao hoán: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$;
- Tính chất kết hợp: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$;
- Với mọi vector $\vec{a}$, ta luôn có: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$.

Chú ý: Từ tính chất kết hợp, ta có thể xác định được tổng của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ là $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$.

Quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành vẫn đúng với các vector trong không gian.

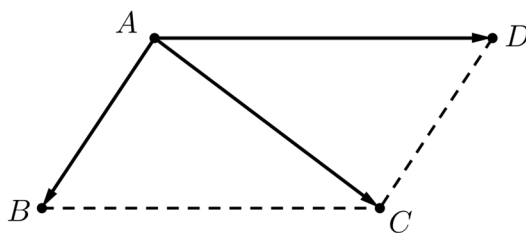
Quy tắc ba điểm

Với ba điểm A, B, C ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

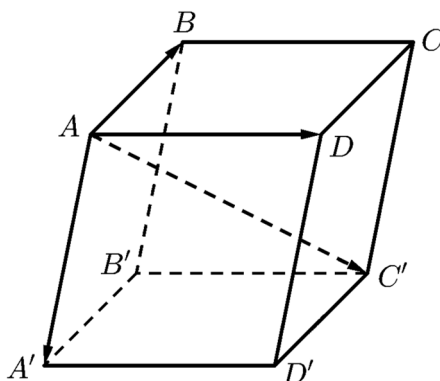


Quy tắc hình bình hành

Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

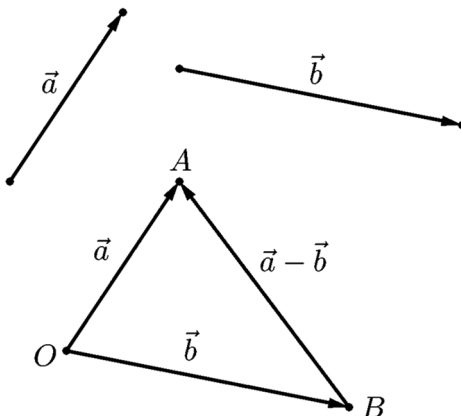
**Quy tắc hình hộp**

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

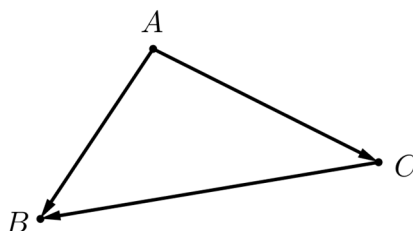
**Hiệu của hai vector**

Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}$, $\vec{b}$. Ta gọi $\vec{a} + (-\vec{b})$ là **hiệu của hai vector** $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu $\vec{a} - \vec{b}$.

Phép lấy hiệu của hai vector được gọi là **phép trừ vector**.

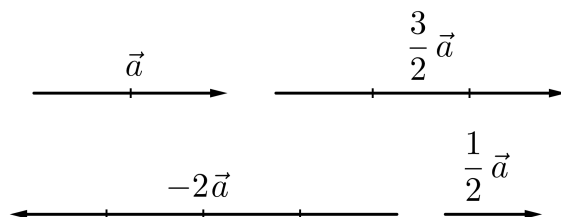
**Quy tắc hiệu**

Trong không gian, với ba điểm A , B , C ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$.

**3. Tích của một số với một vector**

Trong không gian, cho số thực $k \neq 0$ và vector $\vec{a} \neq \vec{0}$.

Tích của số k với vector $\vec{a}$ là một vector, kí hiệu $k\vec{a}$, cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$, ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$ và có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$.



Phép lấy tích của một số với một vector được gọi là phép nhân một số với một vector.

Quy ước: $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$ và $k \cdot \vec{0} = \vec{0}$.

Nhận xét:

a) Với hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bất kì, với mọi số h và k , ta có:

- $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$;
- $(h+k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$;
- $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$;
- $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$;
- $(-1) \cdot \vec{a} = -\vec{a}$.

b) $k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$ hoặc $k = 0$.

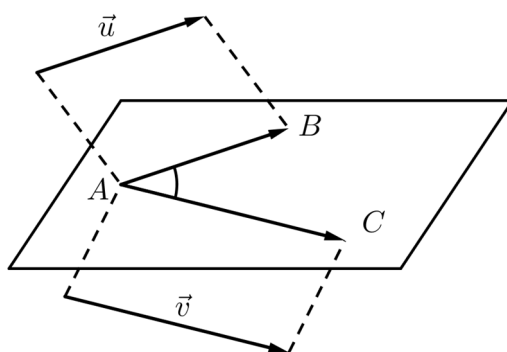
c) Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ($\vec{b}$ khác $\vec{0}$) cùng phương khi và chỉ khi có số k sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$.

d) Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi có số k khác 0 để $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

4. Tích vô hướng của hai vector

Góc giữa hai vector trong không gian

Trong không gian, cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là hai vector khác $\vec{0}$. Lấy một điểm A bất kì, gọi B và C là hai điểm sao cho $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$. Khi đó, ta gọi $\widehat{BAC}$ là góc giữa hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$, kí hiệu $(\vec{u}, \vec{v})$.



Nhận xét:

$$0^\circ \leq (\vec{u}, \vec{v}) \leq 180^\circ ;$$

Nếu $(\vec{u}, \vec{v}) = 90^\circ$ thì ta nói $\vec{u}$ và $\vec{v}$ vuông góc với nhau, kí hiệu $\vec{u} \perp \vec{v}$.

Tích vô hướng của hai vector

Trong không gian, cho hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ khác $\vec{0}$.

Tích vô hướng của hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là một số, kí hiệu $\vec{u} \cdot \vec{v}$, được xác định bởi công thức

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}).$$

Chú ý:

a) Trong trường hợp $\vec{u} = \vec{0}$ hoặc $\vec{v} = \vec{0}$, ta quy ước $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

b) $\vec{u} \cdot \vec{u} = \vec{u}^2 = |\vec{u}|^2$; $\vec{u}^2 \geq 0$, $\vec{u}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{u} = \vec{0}$.

c) Với hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ khác $\vec{0}$, ta có $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$.

d) Với hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ khác $\vec{0}$, ta có $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

Nhận xét: Tương tự như trong mặt phẳng, tích vô hướng của hai vector trong không gian cũng có các tính chất sau:

Với ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ và số k , ta có:

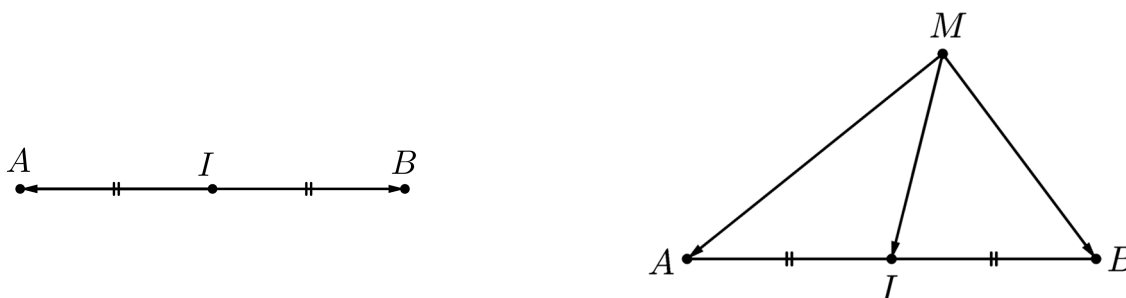
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$;
- $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$;
- $(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot (k\vec{b})$;
- $(\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2$;
- $(\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2$;
- $\vec{a}^2 - \vec{b}^2 = (\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} + \vec{b})$;
- $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0 \Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b})$ là góc nhọn;
- $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0 \Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b})$ là góc tù;
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b})$ là góc vuông.

5. Các hệ thức quan trọng thường gặp

Hệ thức trung điểm đoạn thẳng

Trong không gian, cho đoạn thẳng AB và một điểm M tùy ý. Khi đó:

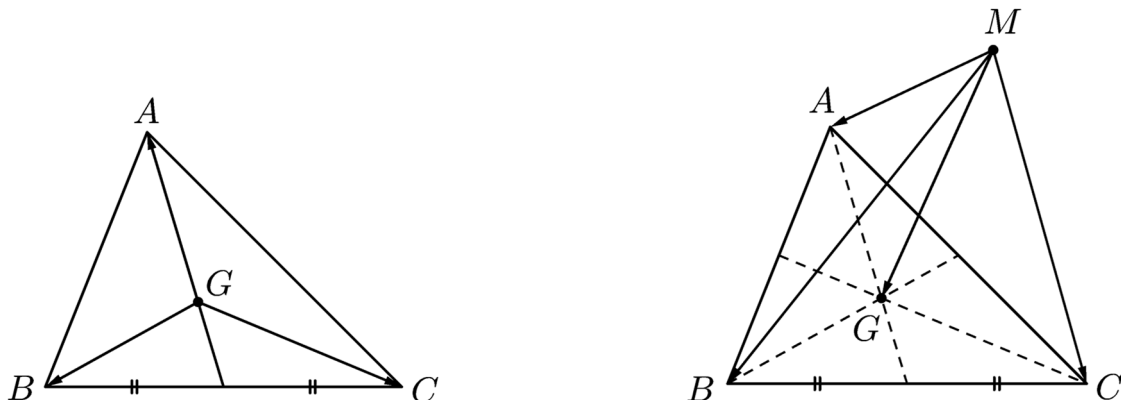
Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$.



Hệ thức trọng tâm tam giác

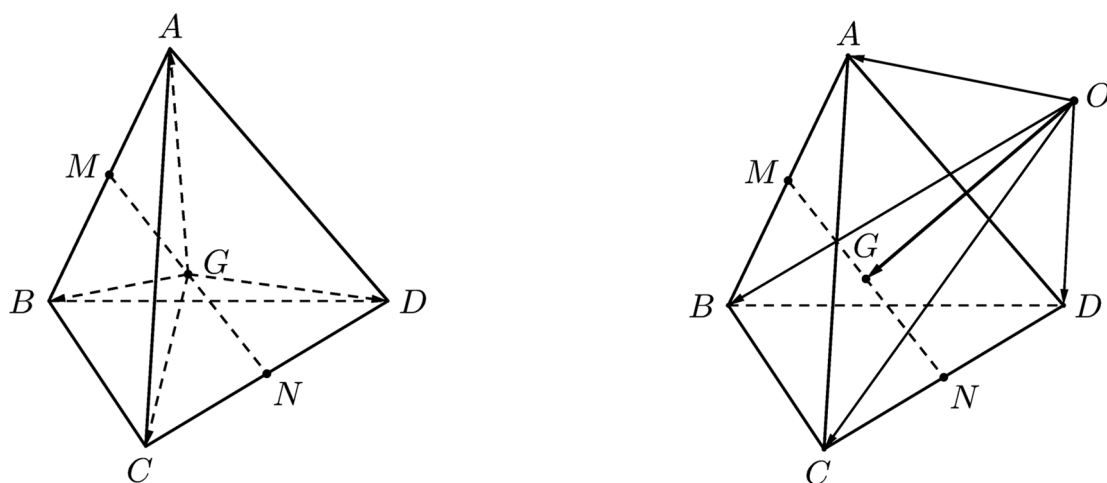
Trong không gian, cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý.

Điểm G là trọng tâm của tam giác $ABC \Leftrightarrow \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$.



Hệ thức trọng tâm tứ diện

Trong không gian, cho G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ (G là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm 2 cạnh đối diện) và điểm O tùy ý. Ta có: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{OG}$.



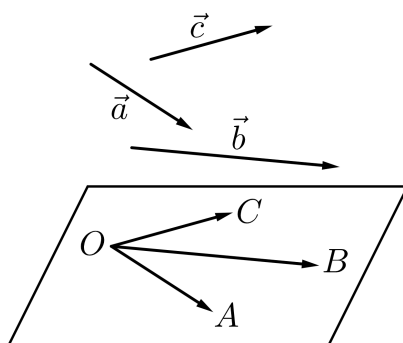
6. Sự đồng phẳng của ba vector

Trong không gian, cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ (khác $\vec{0}$). Từ một điểm O bất kì ta dựng $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$. Khi đó:

- Nếu các đường thẳng OA, OB, OC không cùng nằm trong một mặt phẳng thì ta nói ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng.
- Nếu các đường thẳng OA, OB, OC cùng nằm trong một mặt phẳng thì ta nói ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

Định nghĩa

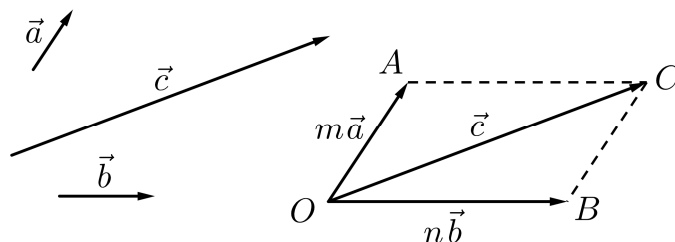
Ba vector được gọi là đồng phẳng nếu giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.



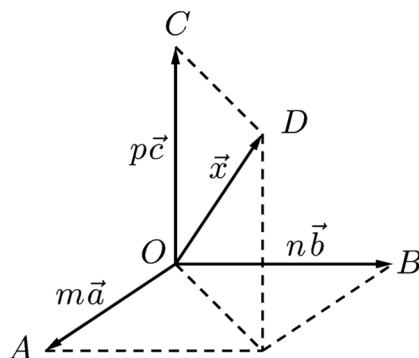
Điều kiện để ba vector đồng phẳng

Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, trong đó $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương. Khi đó:

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi tồn tại duy nhất các số $m, n \in \mathbb{R}$ sao cho $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

**Phân tích một vector theo ba vector không đồng phẳng**

Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng và vector $\vec{x}$ tùy ý. Khi đó tồn tại duy nhất các số $m, n, p \in \mathbb{R}$ sao cho $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$.

**DẠNG TOÁN: CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTOR**

- Dựa vào các quy tắc cộng, trừ vector, ..., các hệ thức và tính chất quan trọng;
- Dựa vào hình vẽ.

Ví dụ 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng:

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AC'}$; b) $\overrightarrow{DB'} + \overrightarrow{D'D} + \overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BB'}$;
 c) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{BB'}$; d) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D} = \vec{0}$;
 e) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$.

Ví dụ 2. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi S là một điểm không thuộc mặt phẳng chứa hình bình hành. Chứng minh rằng $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$.

Ví dụ 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC ; G là trọng tâm của tam giác BCD . Chứng minh rằng:

- a) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$; b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trọng tâm của tam giác ABC và J là trọng tâm tam giác ADC . Chứng minh rằng $2\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + 2\overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 3(\overrightarrow{SI} + \overrightarrow{SJ})$.

Ví dụ 5. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{B'C} = \vec{c} - \vec{a} - \vec{b}$ và $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

DẠNG TOÁN: TÍNH ĐỘ DÀI VECTO

- Dựa vào hình vẽ.
- Phương pháp vector:
 - Phân tích $\overrightarrow{MN} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$ với $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng;
 - Khi đó $MN = |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{\overrightarrow{MN}^2} = \sqrt{(m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c})^2}$.

Ví dụ 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh $2a\sqrt{2}$; SA vuông góc với $(ABCD)$, $SA = 2a$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SD .

- Tính độ dài vector $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$;
- Tính độ dài vector $\vec{v} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DB}$;
- Tính độ dài vector $\vec{w} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{SA}$;
- Gọi E là giao điểm của SC và mặt phẳng (AMN) . Tính độ dài vector $\overrightarrow{AE}$.

Ví dụ 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh 2 cm. Tính độ dài của các vector sau:

- $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$;
- $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$;
- $\vec{a} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{D'A}$;
- $\vec{b} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{AA'}$.

Ví dụ 8. Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên.

Ví dụ 9. Ba lực có điểm đặt tại một đỉnh của hình lập phương, cùng phương với ba cạnh và cùng có cường độ là 5 N. Tính cường độ của hợp lực.

DẠNG TOÁN: PHÂN TÍCH VECTO THEO BA VECTO KHÔNG ĐỒNG PHẪNG

- Dựa vào các quy tắc cộng, trừ vector, ..., các hệ thức và tính chất quan trọng;
- Dựa vào hình vẽ.

Ví dụ 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD .

- Hãy biểu diễn vector $\overrightarrow{IJ}$ theo 3 vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AD}$.
- Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Hãy biểu diễn vector $\overrightarrow{AG}$ theo 3 vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AD}$.

Ví dụ 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Hãy phân tích các vector $\overrightarrow{AC'}$, $\overrightarrow{BD'}$, $\overrightarrow{B'D'}$, $\overrightarrow{DB'}$, $\overrightarrow{BC'}$ và $\overrightarrow{AD'}$ theo 3 vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Ví dụ 12. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$.

- Hãy phân tích các vector $\overrightarrow{B'C}$, $\overrightarrow{BC'}$ theo 3 vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

b) Gọi G' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. Biểu diễn vectơ $\overrightarrow{AG'}$ qua 3 vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

DẠNG TOÁN: CHỨNG MINH 3 ĐIỂM THẲNG HÀNG

- Để chứng minh ba điểm A , B , C phân biệt thẳng hàng:
 - Ta chứng minh hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng phương, nghĩa là $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC}$, hoặc:
 - Chọn điểm O nào đó và chứng minh $\overrightarrow{OC} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$, với $m + n = 1$.

Ví dụ 13. Cho tứ diện $ABCD$, M và N là các điểm lần lượt thuộc AB và CD sao cho $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{ND} = -2\overrightarrow{NC}$. Các điểm I , J , K lần lượt thuộc AD , MN , BC sao cho $\overrightarrow{IA} = k\overrightarrow{ID}$, $\overrightarrow{JM} = k\overrightarrow{JN}$, $\overrightarrow{KB} = k\overrightarrow{KC}$. Chứng minh các điểm I , J , K thẳng hàng.

DẠNG TOÁN: TÌM TẬP HỢP ĐIỂM THỎA MÃN MỘT HỆ THỨC VECTO

- Trong không gian, cho A , B là các điểm phân biệt và cố định, M là điểm tùy ý.
 - Nếu $\overrightarrow{AM} = \vec{v}$ (với $\vec{v}$ cố định) thì có duy nhất một điểm M hoàn toàn xác định.
 - Nếu $|\overrightarrow{AM}| = k$ với k là số dương cho trước thì tập hợp các điểm M là mặt cầu tâm A , bán kính $R = k$.
 - Nếu $|\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{BM}|$ thì tập hợp điểm M là mặt phẳng trung trực của đoạn AB .
 - Nếu $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ thì tập hợp các điểm M là mặt cầu đường kính AB .
 - Nếu $\overrightarrow{MA} \cdot \vec{a} = 0$ với $\vec{a}$ khác $\vec{0}$ cho trước thì tập hợp các điểm M là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với giá của vectơ $\vec{a}$.

Ví dụ 14. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$. Xác định tập hợp điểm M thỏa mãn:

- $\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.
- $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$.
- $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{SM} = \vec{0}$.

Ví dụ 15. Cho hình chóp $S.ABC$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 0 \Leftrightarrow |\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$.

DẠNG TOÁN: CHỨNG MINH BA VECTO ĐỒNG PHẪNG

- Để chứng minh ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng, ta chứng minh:
 - Tồn tại cặp số thực m , n sao cho: $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$, hoặc:
 - Giá của ba vectơ cùng song song với một mặt phẳng nào đó.
- Để chứng minh ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng, ta chứng minh:

$$m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow m = n = p = 0.$$
- Để chứng minh bốn điểm A , B , C , D đồng phẳng, ta chứng minh:
 - Ba vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ đồng phẳng (tức là $\overrightarrow{DA} = m\overrightarrow{DB} + n\overrightarrow{DC}$), hoặc:

- Chứng minh với mọi điểm O bất kì ta luôn có: $\overrightarrow{OD} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC}$ với $x + y + z = 1$.

Ví dụ 16. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi K là giao điểm của AH và DE , I là giao điểm của BH và DF . Chứng minh ba vector $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{KI}$, $\overrightarrow{FG}$ đồng phẳng.

Ví dụ 17. Cho tam giác ABC . Lấy điểm S nằm ngoài mặt phẳng (ABC) . Trên đoạn SA lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{MS} = -2\overrightarrow{MA}$ và trên đoạn BC lấy điểm N sao cho $\overrightarrow{NB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{NC}$. Chứng minh rằng ba vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{SC}$ đồng phẳng.

HD: Chứng minh $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$.

DẠNG TOÁN: TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA VECTOR

- Sử dụng định nghĩa.
- Dựa vào hình vẽ.
- Phân tích vector theo các vector khác sao cho có thể dễ dàng tính tích vô hướng của chúng.

Ví dụ 18. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh 3 cm.

- Xác định các góc: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DD'})$, $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'D'})$, $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'})$, $(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AD'})$, $(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{B'D'})$.
- Tính các tích vô hướng: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DD'}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'D'}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'C'}$, $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{AD'}$, $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{B'D'}$.

Ví dụ 19. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD .

- Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$;
- Tính góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$.

Ví dụ 20. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{CAD} = 90^\circ$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{IJ}$.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1: [Tìm điểm thỏa đẳng thức vector] Cho tứ diện $ABCD$. Hãy xác định hai điểm E, F sao cho:

- $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$;
- $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$.

Câu 2: [Xác định vector tổng] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tìm các vector:

- $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{A'C'}$;
- $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AA'}$.

Câu 3: [Xác định vector tổng] Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Tìm các vector:

- $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$;
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{EH}$.

Câu 4: [Xác định vector hiệu] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Tìm các vector:

- $\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{SA}$;
- $\overrightarrow{BS} - \overrightarrow{AD}$.

Câu 5: [Chứng minh đẳng thức vector] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Chứng minh rằng:

$$\text{a) } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}); \quad \text{b) } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}).$$

Câu 6: [Chứng minh đẳng thức vector] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Chứng minh rằng: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$.

Câu 7: [Chứng minh đẳng thức vector] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Chứng minh: $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$.

Câu 8: [Chứng minh đẳng thức vector] Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MN và P là một điểm bất kì trong không gian. Chứng minh rằng:

$$\text{a) } \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}; \quad \text{b) } \overrightarrow{PI} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}).$$

Câu 9: [Chứng minh đẳng thức vector] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O . Gọi I là tâm của hình bình hành $ABCD$.

Chứng minh: $\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{8}(\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + \overrightarrow{BD'} + \overrightarrow{DB'})$.

Câu 10: [Chứng minh đẳng thức vector] Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Chứng minh rằng:

$$\text{a) } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}; \quad \text{b) } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{GB} = \vec{0}.$$

Câu 11: [Chứng minh đẳng thức vector] Cho G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$. Chứng minh rằng:

$$\text{a) } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0};$$

$$\text{b) } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}.$$

Câu 12: [Chứng minh đẳng thức vector] Cho hình chóp $S.ABCD$.

a) Chứng minh rằng nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$. Điều ngược lại có đúng không?

b) Gọi O là giao điểm của AC và BD . Chứng tỏ rằng $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$.

Câu 13: [Chứng minh đẳng thức vector] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi P, R lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, A'D$. Gọi P', Q, Q' lần lượt là giao điểm các đường chéo của các mặt $ABCD$, $CDD'C'$, $A'B'C'D'$, $ADD'A'$.

a) Chứng minh rằng: $\overrightarrow{PP'} + \overrightarrow{QQ'} + \overrightarrow{RR'} = \vec{0}$;

b) Chứng minh rằng hai tam giác $PQR, P'Q'R'$ có cùng trọng tâm.

HD: a) $\overrightarrow{PP'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{QQ'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA'}, \overrightarrow{RR'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{A'A}.$

Suy ra $\overrightarrow{PP'} + \overrightarrow{QQ'} + \overrightarrow{RR'} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA'} + \overrightarrow{A'A}) = \vec{0}$.

b) Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm ΔPQR và $\Delta P'Q'R'$. Áp dụng câu a) và hệ thức 3 điểm suy ra $3\overrightarrow{GG'} = \vec{0}$.

Câu 14: [Chứng minh đẳng thức vector] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G là trọng tâm $\Delta A'B'C'$.

a) Chứng minh $\overrightarrow{BD'} = 3\overrightarrow{BG}$;

b) Gọi P, Q, R lần lượt là điểm đối xứng của điểm D' qua các điểm A, B', C . Chứng minh rằng B là trọng tâm của tứ diện $PQRD'$.

HD: a) Áp dụng quy tắc trọng tâm $3\overrightarrow{BG} = \dots = \overrightarrow{BD'}$.

b) Chứng minh $\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{BR} + \overrightarrow{BD'} = \vec{0}$.

Câu 15: [Chứng minh đẳng thức vector] Chứng minh rằng trong một tứ diện bất kì, các đoạn thẳng nối trung điểm của các cạnh đối diện đồng quy tại trung điểm của chúng. (Điểm đồng quy đó được gọi là trọng tâm của tứ diện).

Câu 16: [Tính độ dài vector] Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a , O là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD . Tính:

a) $|\overrightarrow{OA}|$; b) $|\overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OM}|$; c) $|2\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}|$.

Câu 17: [Phân tích vector] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trọng tâm của các tam giác BCD, CDA, DAB, ABC . Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{BB'} = \vec{b}, \overrightarrow{CC'} = \vec{c}$. Hãy phân tích các vector $\overrightarrow{DD'}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ theo ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Câu 18: [Phân tích vector] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi A_1, B_1, C_1 và D_1 là các điểm thỏa: $\overrightarrow{A_1A} = -2\overrightarrow{A_1B}, \overrightarrow{B_1B} = -2\overrightarrow{B_1C}, \overrightarrow{C_1C} = -2\overrightarrow{C_1D}, \overrightarrow{D_1D} = -2\overrightarrow{D_1A}$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{i}, \overrightarrow{AC} = \vec{j}, \overrightarrow{AD} = \vec{k}$. Hãy biểu diễn các vector $\overrightarrow{A_1B_1}, \overrightarrow{A_1C_1}, \overrightarrow{A_1D_1}$ theo ba vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

Câu 19: [Phân tích vector] Cho tứ diện $ABCD$. Lấy các điểm M và N lần lượt thuộc AD và BC sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{NB} = -3\overrightarrow{NC}$. Biết $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{CD} = \vec{b}$.

a) Hãy biểu diễn vector $\overrightarrow{MN}$ theo $\vec{a}$ và $\vec{b}$;

b) Gọi G là trung điểm của PQ , chứng minh rằng G là trọng tâm tứ diện $ABCD$.

Câu 20: [Phân tích vector - Hai vector cùng phương] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{a}, \overrightarrow{BB'} = \vec{b}, \overrightarrow{BC} = \vec{c}$. Gọi M và N lần lượt là hai điểm nằm trên AC và DC' sao cho $MN \parallel BD'$. Tính tỉ số $\frac{MN}{BD'}$.

Câu 21: [Phân tích vector] Cho tứ diện $OABC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

a) Phân tích vector $\overrightarrow{OG}$ theo các vector $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$;

b) Gọi D là trọng tâm của tứ diện $OABC$. Phân tích vector $\overrightarrow{OD}$ theo ba vector $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$.

$$\text{HD: a) } \overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC});$$

$$\text{b) } \overrightarrow{OD} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}).$$

Câu 22: [Phân tích vector] Cho hình hộp $OABC.DEFG$. Gọi I là tâm của hình hộp.

a) Phân tích hai vector $\overrightarrow{OI}$ và $\overrightarrow{AG}$ theo ba vector $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}$;

b) Phân tích vector $\overrightarrow{BI}$ theo ba vector $\overrightarrow{FE}, \overrightarrow{FG}, \overrightarrow{FI}$.

$$\text{HD: a) } \overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}), \overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD};$$

$$\text{b) } \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG} - \overrightarrow{FI}.$$

Câu 23: [Phân tích vector] Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$.

a) Phân tích vector $\overrightarrow{AE}$ theo ba vector $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AH}$;

b) Phân tích vector $\overrightarrow{AG}$ theo ba vector $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AH}$.

$$\text{HD: a) } \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AC});$$

$$\text{b) } \overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AC}).$$

Câu 24: [Phân tích vector - Hai vector cùng phương] Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm của 2 đáy ABC và $A'B'C'$; $I = AB' \cap A'B$. Chứng minh $GI \parallel CG'$.

Câu 25: [Phân tích vector - Hai vector cùng phương] Cho tứ diện $ABCD$. Lấy các điểm M, N theo thứ tự thuộc AB và CD sao cho $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DN} = k\overrightarrow{DC}$.

a) Chứng minh rằng: $\overrightarrow{MN} = (1-k)\overrightarrow{AD} + k\overrightarrow{BC}$;

b) Gọi các điểm E, F, I theo thứ tự thuộc AD, BC và MN sao cho $\overrightarrow{AE} = m\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BF} = m\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{MI} = m\overrightarrow{MN}$. Chứng minh rằng E, F, I thẳng hàng.

Câu 26: [Phân tích vector - Hai vector cùng phương] Cho hai đường thẳng Δ và Δ_1 cắt ba mặt phẳng song song $(\alpha), (\beta)$ và (γ) lần lượt tại A, B, C và A_1, B_1, C_1 . Với O là điểm bất kì trong không gian, đặt $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{OJ} = \overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{OK} = \overrightarrow{CC_1}$.

Chứng minh rằng ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Câu 27: [Sự đồng phẳng] Chứng minh:

a) Nếu có $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ và một trong 3 số m, n, p khác 0 thì 3 vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng;

b) Nếu $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ là ba vector không đồng phẳng và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ thì $m = n = p = 0$.

Câu 28: [Sự đồng phẳng] Cho hình tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MD}$ và trên cạnh BC lấy điểm N sao cho $\overrightarrow{NB} = -3\overrightarrow{NC}$. Chứng minh rằng ba vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Câu 29: [Sự đồng phẳng] Cho tam giác ABC . Lấy điểm S nằm ngoài mặt phẳng (ABC) . Trên đoạn SA lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{MS} = -2\overrightarrow{MA}$ và trên đoạn BC lấy điểm N sao cho $\overrightarrow{NB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{NC}$. Chứng minh rằng ba vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{SC}$ đồng phẳng.

Câu 30: [Sự đồng phẳng] Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi K là giao điểm của AH và DE , I là giao điểm của BH và DF . Chứng minh ba vector $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{KI}$ và $\overrightarrow{FG}$ đồng phẳng.

Câu 31: [Sự đồng phẳng] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của BB' và $A'C'$. Điểm K thuộc $B'C'$ sao cho $\overrightarrow{KC'} = -2\overrightarrow{KB'}$. Chứng minh bốn điểm A , I , J , K cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 32: [Sự đồng phẳng] Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi M , N , I , J , K , L lần lượt là trung điểm của các cạnh AE , CG , AD , DH , GH , FG ; P và Q lần lượt là trung điểm của NG và JH .

a) Chứng minh ba vector $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{FH}$, $\overrightarrow{PQ}$ đồng phẳng;

b) Chứng minh ba vector $\overrightarrow{IL}$, $\overrightarrow{JK}$, $\overrightarrow{AH}$ đồng phẳng.

HD: a) $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{FH}$, $\overrightarrow{PQ}$ có giá cùng song song với $(ABCD)$;

b) $\overrightarrow{IL}$, $\overrightarrow{JK}$, $\overrightarrow{AH}$ có giá cùng song song với (BDG) .

Câu 33: [Sự đồng phẳng] Cho hình lăng trụ $ABC.DEF$. Gọi G , H , I , J , K lần lượt là trung điểm của các cạnh AE , EC , CD , BC , BE .

a) Chứng minh ba vector $\overrightarrow{AJ}$, $\overrightarrow{GI}$, $\overrightarrow{HK}$ đồng phẳng;

b) Gọi M , N lần lượt là hai điểm trên AF và CE sao cho $\frac{FM}{FA} = \frac{CN}{CE} = \frac{1}{3}$. Các đường thẳng vẽ từ M và N song song với CF lần lượt cắt DF và EF tại P và Q . Chứng minh ba vector $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{CF}$ đồng phẳng.

Câu 34: [Sự đồng phẳng] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và DD' ; G và G' lần lượt là trọng tâm của các tứ diện $A'D'MN$ và $BCC'D'$. Chứng minh rằng đường thẳng GG' và mặt phẳng $(ABB'A')$ song song với nhau.

HD: Chứng minh $\overrightarrow{GG'} = \frac{1}{8}(5\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'})$, suy ra $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{GG'}$ đồng phẳng.

Câu 35: [Sự đồng phẳng] Cho ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng và vector $\vec{d}$.

a) Cho $\vec{d} = m\vec{a} + n\vec{b}$ với $m \neq 0$, $n \neq 0$. Chứng minh các bộ ba vector sau không đồng phẳng:

i) $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ ii) $\vec{a}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$

b) Cho $\vec{d} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$ với $m \neq 0, n \neq 0, p \neq 0$. Chứng minh các bộ ba vector sau không đồng phẳng:

- i) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}$ ii) $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ iii) $\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}$

HD: Sử dụng phương pháp phản chứng.

Câu 36: [Sự đồng phẳng] Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ khác $\vec{0}$ và ba số m, n, p khác 0. Chứng minh rằng ba vector $\vec{x} = m\vec{a} - n\vec{b}, \vec{y} = p\vec{b} - m\vec{c}, \vec{z} = n\vec{c} - p\vec{a}$ đồng phẳng.

HD: Chứng minh $p\vec{x} + n\vec{y} + m\vec{z} = \vec{0}$.

Câu 37: [Chứng minh đẳng thức vector] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD ; I là trung điểm của EF .

a) Chứng minh rằng $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$;

b) Cho điểm M bất kì trong không gian, chứng minh: $4\vec{MI} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}$;

c) Tìm $M \in (P)$ cố định sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}|$ nhỏ nhất.

HD:

a) $\vec{IA} + \vec{IB} = 2\vec{IE}, \vec{IC} + \vec{ID} = 2\vec{IF}$ và $\vec{IE} + \vec{IF} = \vec{0}$.

b) Áp dụng quy tắc 3 điểm xen I vào vế phải.

c) Áp dụng câu b), $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}| = 4|\vec{MI}|$ nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của I lên (P) .

Câu 38: [Chứng minh đẳng thức vector] Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

a) Chứng minh rằng: $\vec{AC_1} + \vec{A_1C} = 2\vec{AC}$;

b) Xác định vị trí của điểm O sao cho: $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OA_1} + \vec{OB_1} + \vec{OC_1} + \vec{OD_1} = \vec{0}$;

c) Chứng minh rằng khi đó mọi điểm M trong không gian ta luôn có:

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} + \vec{MA_1} + \vec{MB_1} + \vec{MC_1} + \vec{MD_1} = 8\vec{MO}.$$

Câu 39: [Tìm tập hợp điểm] Trong không gian, cho ba điểm A, B, C cố định không thẳng hàng, tìm tập hợp các điểm M sao cho: $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = |2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}|$.

Câu 40: [Sự đồng phẳng] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc AD' và BD sao cho $\vec{MA} = k\vec{MD'}$, $\vec{ND} = k\vec{NB'}$ ($k \neq 0, k \neq 1$).

a) Chứng minh rằng MN song song với mặt phẳng $(A'BC)$.

b) Khi MN và $A'C$ song song với nhau, chứng tỏ rằng MN vuông góc với AD' và DB .

Câu 41: [Sự đồng phẳng] Trong không gian cho ΔABC .

- a) Chứng minh rằng nếu điểm $M \in (ABC)$ thì có ba số x, y, z mà $x + y + z = 1$ sao cho $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC}$ với mọi điểm O .
- b) Ngược lại, nếu có một điểm O trong không gian sao cho $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC}$, trong đó $x + y + z = 1$ thì $M \in (ABC)$.

Câu 42: [Sự đồng phẳng] Cho hình chóp $S.ABC$. Lấy các điểm A', B', C' lần lượt thuộc các tia SA, SB, SC sao cho $SA = aSA', SB = bSB', SC = cSC'$, trong đó a, b, c là các số thay đổi. Chứng minh rằng mặt phẳng $(A'B'C')$ đi qua trọng tâm của ΔABC khi và chỉ khi $a + b + c = 3$.

Câu 43: [Tích vô hướng] Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Các điểm M và N lần lượt là trung điểm AB và CD .

- a) Tính độ dài MN ;
- b) Tính góc giữa hai vector $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BC}$.

Câu 44: [Tích vô hướng] Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa các cặp vector sau đây:

- a) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$; b) $\overrightarrow{AF}$ và $\overrightarrow{EG}$; c) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DH}$.

Câu 45: [Tích vô hướng] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$.

Câu 46: [Tích vô hướng] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$, $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{SC}$.

Câu 47: [Tích vô hướng] Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$ và đôi một hợp với nhau một góc 30° . Tính khoảng cách từ S đến trọng tâm G của đáy.

Câu 48: [Tích vô hướng] Cho tứ diện $ABCD$.

- a) Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$. Từ đó suy ra rằng nếu tứ diện $ABCD$ có $AB \perp CD$ và $AC \perp DB$ thì $AD \perp BC$;
- b) Nếu $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$ thì $AB \perp CD, AC \perp DB, AD \perp BC$. Điều ngược lại có đúng không?
- c) Nếu $AD = BD = CD$ và $\widehat{BDC} = \widehat{CDA}$ thì $AB \perp CD, AC \perp DB, AD \perp BC$.

Câu 49: [Tích vô hướng] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ, \widehat{CAD} = 90^\circ$. Chứng minh rằng:

- a) AB vuông góc với CD .
- b) Nếu I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD thì $IJ \perp AB$ và $IJ \perp CD$.

Câu 50: [Tích vô hướng] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa 2 đường thẳng AC và DA', BD và AC' .

Câu 51: [Tích vô hướng] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AD . Hãy tính góc giữa AB và CD , biết $AB = CD = 2a$ và $MN = a\sqrt{2}$.

- Câu 52: [Tích vô hướng]** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$, $BC = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng SC và AB .
- Câu 53: [Tích vô hướng]** Cho tứ diện $ABCD$ có $BC = AD = a$, $AC = BD = b$, $AB = CD = c$. Tính góc giữa BC và AD .
- Câu 54: [Tích vô hướng]** Cho tứ diện $ABCD$, biết $AB = AC$ và $DB = DC$.
- Chứng minh rằng AD vuông góc với BC ;
 - Gọi M , N là các điểm lần lượt thuộc các đường thẳng AB và BD sao cho $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{ND} = k\overrightarrow{NB}$. Tính góc giữa hai đường thẳng MN và BC .
- Câu 55: [Tích vô hướng]** Cho tứ diện $ABCD$ có $CD = \frac{4}{3}AB$. Gọi I , J lần lượt là trung điểm của BC , AC , BD . Biết $JK = \frac{5}{6}AB$, tính góc giữa đường thẳng CD với các đường thẳng IJ và AB .
- Câu 56: [Tích vô hướng]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, cạnh bên $SA = AB$ và $SA \perp BC$.
- Tính góc giữa SD và BC ;
 - Gọi I , J lần lượt là các điểm thuộc SB và SD sao cho $IJ \parallel BD$. Chứng minh rằng góc giữa AC và IJ không phụ thuộc vào vị trí của I và J .
- Câu 57: [Tích vô hướng]** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh đều bằng a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{BAA'} = \widehat{DAA'} = 120^\circ$.
- Tính góc giữa các cặp đường thẳng AB với $A'D$ và AC' với $B'D$;
 - Tính diện tích các hình $A'B'CD$ và $ACC'A'$.
- Câu 58: [Tích vô hướng]** Trong không gian cho hai tam giác đều ABC và ABC' có chung cạnh AB và nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M , N , P , Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AC , BC , BC' , AC' . Chứng minh rằng:
- $AB \perp CC'$;
 - Tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.
- Câu 59: [Tích vô hướng]** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành, SAB và SAD là các tam giác vuông tại A . Chứng minh rằng:
- SA vuông góc với BC và CD ;
 - SA vuông góc với AC và BD .
- Câu 60: [Tích vô hướng]** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$. Chứng minh rằng: $SA \perp BC$, $SB \perp AC$, $SC \perp AB$.
- Câu 61: [Tích vô hướng]** Cho tứ diện $ABCD$. Chứng minh rằng:

$$AB \perp CD \Leftrightarrow AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2.$$

a) $AB \perp OO'$; b) Tứ giác $CDD'C'$ là hình chữ nhật.

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{\overrightarrow{AB}^2 \cdot \overrightarrow{AC}^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}.$$

a) $AB \perp CD$;

b) Nếu M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD thì $MN \perp AB$ và $MN \perp CD$.

a) Chứng minh $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AG}$;

b) Gọi A' là trọng tâm tam giác BCD . Chứng minh: $\overrightarrow{A'B}.\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C}.\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'D}.\overrightarrow{AA'} = 0$.

Câu 74: [Tích vô hướng] Cho tứ diện $ABCD$ trong đó $AB \perp AC$, $AB \perp BD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD . Chứng minh rằng AB và PQ vuông góc với nhau.

Câu 75: [Ứng dụng] Trong hình sau, lực căng dây (được tạo ra bởi sức nặng của kiện hàng) được thể hiện bởi các đoạn thẳng có mũi tên màu đỏ.

a) Các đoạn thẳng này cho biết gì về hướng và độ lớn của các lực căng dây?

b) Các đoạn thẳng này có cùng nằm trong một mặt phẳng không?



Câu 76: [Ứng dụng] Một tòa nhà có chiều cao của các tầng là như nhau. Một chiếc thang máy di chuyển từ tầng 15 lên tầng 22 của tòa nhà, sau đó di chuyển từ tầng 22 lên tầng 29. Các vector biểu diễn độ dịch chuyển của thang máy trong hai lần di chuyển đó có bằng nhau không? Giải thích vì sao.



Câu 77: [Ứng dụng] Hình sau mô tả một lọ hoa được đặt trên bàn, trọng lượng của lọ hoa tạo nên một lực tác dụng lên mặt bàn và một phản lực từ mặt bàn lên lọ hoa. Có nhận xét về độ dài và hướng của các vector biểu diễn hai lực đó.



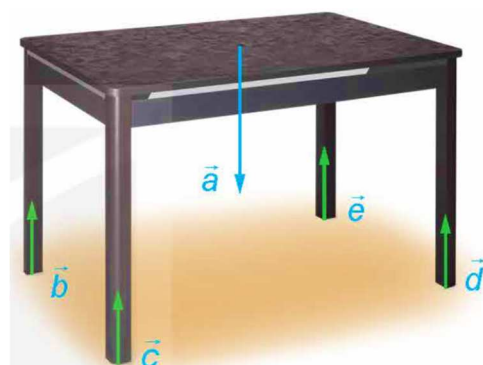
Câu 78: [Ứng dụng] Thang cuốn tại các trung tâm thương mại, siêu thị hay nhà ga, sân bay thường có hai làn, trong đó một làn lên và một làn xuống. Khi thang cuốn chuyển động, vector biểu diễn vận tốc của mỗi làn có là hai vector đối nhau không? Giải thích vì sao.



Câu 79: [Ứng dụng] Một chiếc bàn cân đối hình chữ nhật được đặt trên mặt sàn nằm ngang, mặt bàn song song với mặt sàn và bốn chân bàn vuông góc với mặt sàn như hình sau. Trọng lực tác dụng lên bàn (biểu thị bởi vector $\vec{a}$) phân tán đều qua bốn chân bàn và gây nên các phản lực từ mặt sàn lên các chân bàn (biểu thị bởi các vector $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$).

a) Hãy chỉ ra mối quan hệ về phương và hướng của các vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$.

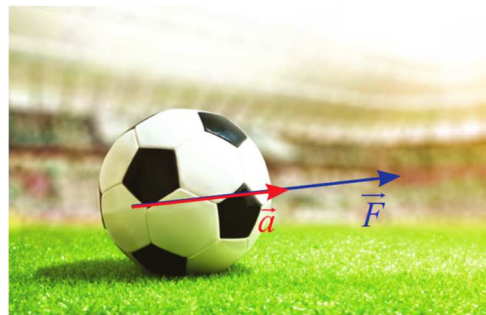
b) Giải thích vì sao các vector $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$ đôi một bằng nhau.



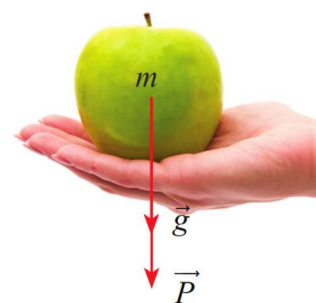
Câu 80: [Ứng dụng] Ba sợi dây không giãn với khối lượng không đáng kể được buộc chung một đầu và được kéo căng về ba hướng khác nhau. Nếu các lực kéo làm cho ba sợi dây ở trạng thái đứng yên thì khi đó ba sợi dây nằm trên cùng một mặt phẳng. Hãy giải thích vì sao.



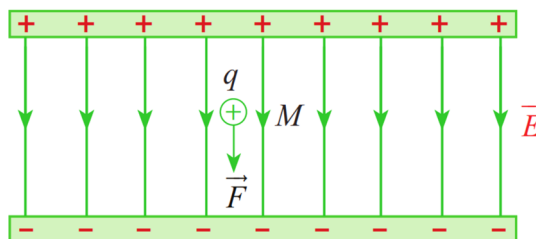
Câu 81: [Ứng dụng] Theo định luật II Newton (Vật lí 10 - Chân trời sáng tạo, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2023, trang 60): Gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật: $\vec{F} = m\vec{a}$, trong đó $\vec{a}$ là vectơ gia tốc (m/s^2), $\vec{F}$ là vectơ lực (N) tác dụng lên vật, m (kg) là khối lượng của vật. Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng 0,5 kg một gia tốc 50 m/s^2 thì cần một lực đá có độ lớn là bao nhiêu?



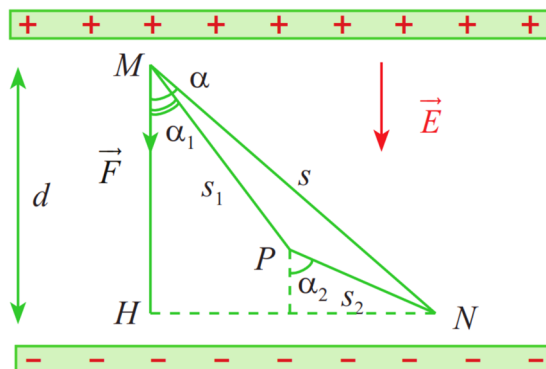
Câu 82: [Ứng dụng] Nếu một vật có khối lượng m (kg) thì lực hấp dẫn $\vec{P}$ của Trái Đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Tính độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo có khối lượng 102 gam.



Câu 83: [Ứng dụng] Trong điện trường đều, lực tĩnh điện $\vec{F}$ (đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q (đơn vị: C) được tính theo công thức $\vec{F} = q\vec{E}$, trong đó $\vec{E}$ là cường độ điện trường (đơn vị: N/C). Tính độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi $q = 10^{-9} \text{ C}$ và độ lớn điện trường $E = 10^5 \text{ N/C}$.



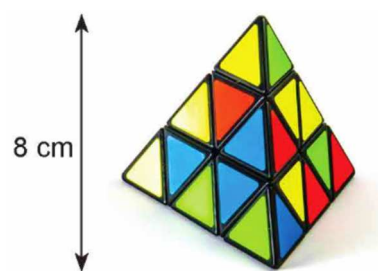
Câu 84: [Ứng dụng] Một lực tĩnh điện $\vec{F}$ tác động lên điện tích M trong điện trường đều làm cho M dịch chuyển theo đường gấp khúc MPN . Biết $q = 2 \cdot 10^{12} \text{ C}$, vector điện trường có độ lớn $E = 1,8 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ và $d = MH = 5 \text{ mm}$. Tính công A sinh bởi lực tĩnh điện $\vec{F}$.



Câu 85: [Ứng dụng] Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của bốn lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học. Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900 km/h lên 920 km/h, trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900 km/h và 920 km/h lần lượt được biểu diễn bởi hai vectơ $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$. Hãy giải thích vì sao $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ với k là một số thực dương nào đó. Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Câu 86: [Ứng dụng] Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$, ở đó G là trọng tâm của tam giác BCD . Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là 8 cm.



C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$.

B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$.

$$\text{C. } \overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}).$$

$$\text{D. } \overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}).$$

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào đúng?

A. N là trung điểm BD .

B. N là đỉnh hình bình hành $BCDN$.

C. N là đỉnh hình bình hành $CDBN$.

D. $N \equiv A$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm BB' .

B. M là tâm hình bình hành $BCC'B'$.

C. M là trung điểm CC' .

D. M là tâm hình bình hành $ABB'A'$.

Câu 4: Cho ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vector $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ thỏa $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ và $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ đồng phẳng.

B. $\vec{x}$, $\vec{a}$ cùng phương.

C. $\vec{x}$, $\vec{b}$ cùng phương.

D. $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ đôi một cùng phương.

Câu 5: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng và đều khác vector $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\text{A. } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|.$$

$$\text{B. } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0.$$

$$\text{C. } \vec{a} \cdot \vec{b} = -1.$$

$$\text{D. } \vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|.$$

Câu 6: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 12$ và $|\vec{a} + \vec{b}| = 13$. Khi đó cosin của góc giữa hai vector $\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ bằng:

$$\text{A. } \frac{12}{13}.$$

$$\text{B. } \frac{5}{12}.$$

$$\text{C. } -\frac{119}{169}.$$

$$\text{D. } \frac{119}{169}.$$

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$.

A. 120° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Góc giữa $\overrightarrow{AO}$ và $\overrightarrow{CD}$ bằng bao nhiêu?

A. 0° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Câu 9: Cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là 2 vector đều khác $\vec{0}$. Khi đó $|\vec{u} + 2\vec{v}|^2$ bằng:

$$\text{A. } \vec{u}^2 + 2\vec{v}^2 - 4\vec{u} \cdot \vec{v}.$$

$$\text{B. } \vec{u}^2 + 4\vec{v}^2 + 4\vec{u} \cdot \vec{v}.$$

$$\text{C. } \vec{u}^2 + 4\vec{v}^2.$$

$$\text{D. } 4\vec{u} \cdot \vec{v}(\vec{u} - \vec{v}).$$

Câu 10: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh a . Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG}$ bằng:

$$\text{A. } a^2.$$

$$\text{B. } a\sqrt{2}.$$

$$\text{C. } a\sqrt{3}.$$

$$\text{D. } \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a . Gọi M là trung điểm AD . Giá trị tích vô hướng $\overrightarrow{B_1M} \cdot \overrightarrow{BD_1}$ là:

- A. $\frac{1}{2}a^2$. B. a^2 . C. $\frac{3}{4}a^2$. D. $\frac{3}{2}a^2$.

Câu 12: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác $A'BC$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) , M là trung điểm cạnh CC' . Tính cosin góc α giữa hai đường thẳng AA' và BM .

- A. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{22}}{11}$. B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{33}}{11}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{11}}{11}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{22}}{11}$.

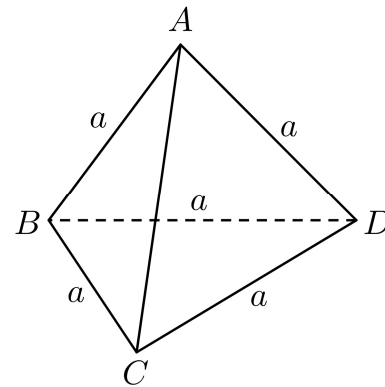
Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Trong không gian, xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

- a) Nếu I là trung điểm đoạn AB thì ta có $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ với mọi điểm O .
 b) Nếu $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ thì 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng.
 c) Nếu $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP} = \vec{0}$ thì N là trung điểm đoạn MP .
 d) Nếu $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC} - 8\overrightarrow{AD}$ thì 3 vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng.

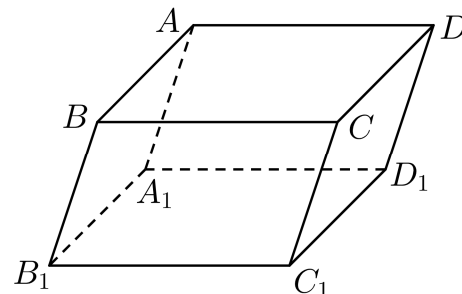
Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh a .

- a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.
 b) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD}$.
 c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.
 d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$.



Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

- a) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$.
 b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.
 c) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{D_1B}$.
 d) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.



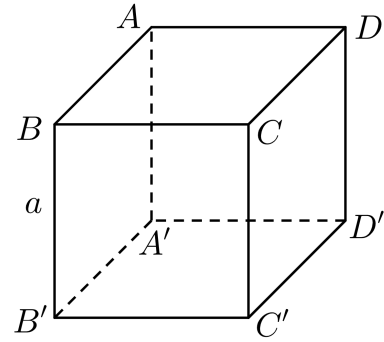
Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

a) $\overrightarrow{B'B} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{B'D}$.

b) $(\overrightarrow{BA'}, \overrightarrow{BD}) = 90^\circ$.

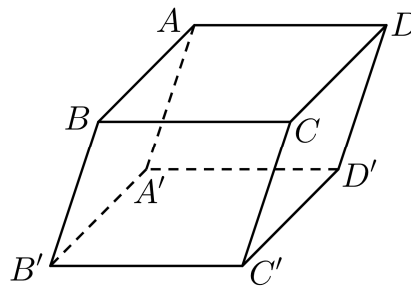
c) $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC}| = a\sqrt{2}$.

d) $(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{BB'} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.



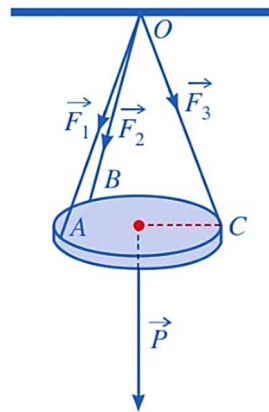
Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = k\overrightarrow{BB'}$. Khi đó k bằng bao nhiêu?



ĐS:

Câu 2: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| = 15$ (N). Tính trọng lượng (đơn vị: N) của chiếc đèn tròn đó.



ĐS:

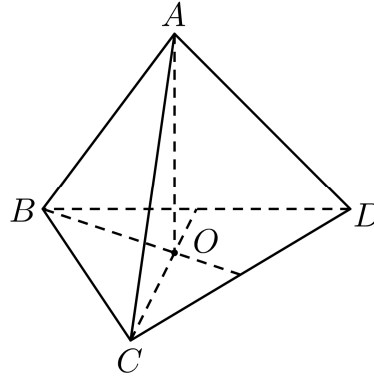
Câu 3: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$. Biết hai vector $\vec{u} = \frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với nhau. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ (đơn vị: độ, làm tròn đến hàng đơn vị).

ĐS:

Câu 4: Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 26, |\vec{b}| = 28, |\vec{a} + \vec{b}| = 48$. Độ dài vector $\vec{a} - \vec{b}$ bằng bao nhiêu?

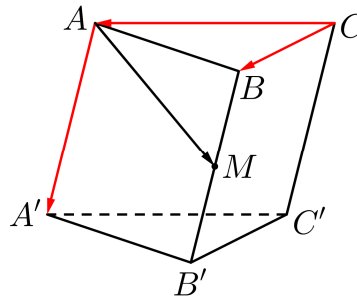
ĐS:

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng 3 cm. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO}$.



ĐS:

Câu 6: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Biết $\overrightarrow{AM} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$. Tính giá trị biểu thức: $T = a^2 + b^2 + c^2$.



ĐS:

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$.

B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

Câu 2: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$.

B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

C. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm hình bình hành $ABFE$ và K là tâm hình bình hành $BCGF$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.C. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.**Câu 4:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?A. Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cắt nhau từng đôi một thì ba vector đó đồng phẳng.B. Nếu trong ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có một vector $\vec{0}$ thì ba vector đó đồng phẳng.C. Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vector đó đồng phẳng.D. Nếu trong ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có hai vector cùng phương thì ba vector đó đồng phẳng.**Câu 5:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$.B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$.C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.D. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$.**Câu 6:** Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng:A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.**Câu 7:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?A. S, G, O không thẳng hàng.B. $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$.C. Có 2 điểm G thỏa mãn.D. Tập hợp các điểm G là một đường thẳng.**Câu 8:** Cho tứ diện $ABCD$ với $AB \perp AC, AB \perp BD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD . Góc giữa $\overrightarrow{PQ}$ và $\overrightarrow{AB}$ là:A. 90° .B. 60° .C. 30° .D. 45° .**Câu 9:** Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng 2. Ta có $\overrightarrow{EG} \cdot \overrightarrow{AB}$ bằng:A. $4\sqrt{2}$.

B. 4.

C. $4\sqrt{3}$.D. $2\sqrt{2}$.**Câu 10:** Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 3, |\vec{a} - \vec{b}| = 4$. Gọi α là góc giữa hai vector $\vec{a}, \vec{b}$. Chọn khẳng định đúng:A. $\cos \alpha = \frac{3}{8}$.B. $\alpha = 30^\circ$.C. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.D. $\alpha = 60^\circ$.**Câu 11:** Cho $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{v} = 7\vec{a} - 5\vec{b}$ và $\vec{x} = \vec{a} - 4\vec{b}$ vuông góc với $\vec{y} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$. Khi đó góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng:A. 75° .B. 60° .C. 120° .D. 45° .

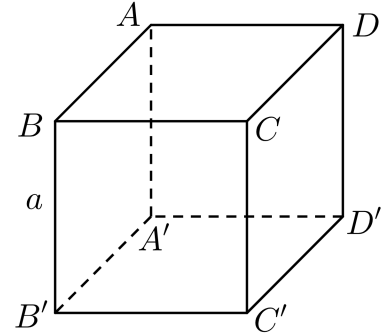
Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Khi đó:

- A. $\overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{BD} = 6a^2$. B. $\overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{BD} = a^2\sqrt{6}$. C. $\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{BD} = a^2\sqrt{3}$. D. $\overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

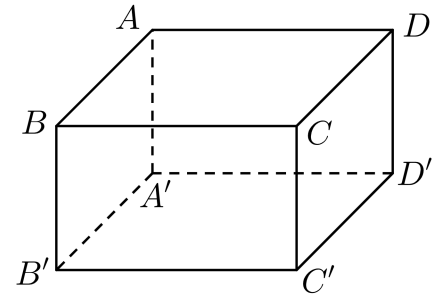
Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

- a) $|\overrightarrow{AC'}| = a\sqrt{3}$.
b) $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{CD'} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.
c) $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A'} = \vec{0}$.
d) $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AB'} = a^2$.



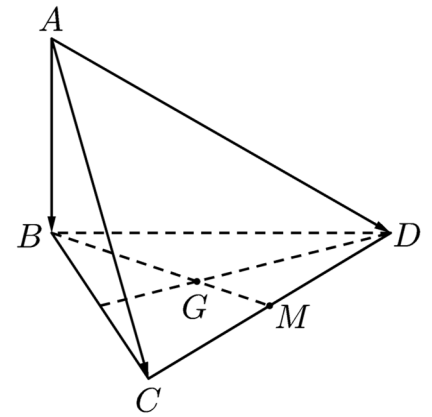
Câu 2: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$.

- a) $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CD'} = \vec{0}$.
b) $\overrightarrow{A'B}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD'}$ đồng phẳng.
c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = 2a\sqrt{3}$.
d) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{CC'}| = 2a\sqrt{2}$.



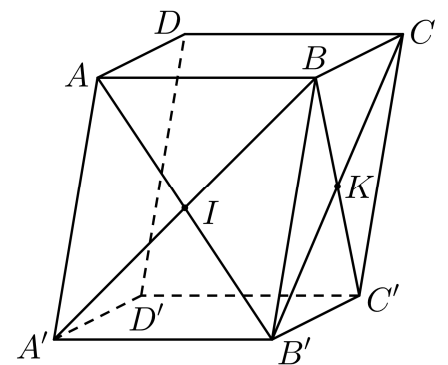
Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp (BCD)$, $AB = 4$ cm, tam giác BCD đều cạnh 3 cm, G là trọng tâm tam giác BCD , điểm M là trung điểm CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$.

- a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$.
b) $|\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{MC}| = 5$ cm.
c) $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = \frac{4\sqrt{91}}{91}$.
d) $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.



Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I và K lần lượt là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$.

- a) Bốn điểm I , K , B , D đồng phẳng.
b) $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{A'C'}$.
c) Ba vectơ $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{IK}$, $\overrightarrow{B'C'}$ không đồng phẳng.
d) $\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{IK} = 2\overrightarrow{BC}$.



Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, biết ΔABC có cạnh bằng 3. Tính $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{B'C'}|$.

ĐS:

Câu 2: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 3, \vec{a} \cdot \vec{b} = 10$. Xét hai vectơ $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}$. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{x}, \vec{y}$. Tính giá trị $\cos \alpha$.

ĐS:

Câu 3: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm tùy ý trong không gian. Biết $\overrightarrow{PI} = k(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD})$. Khi đó giá trị k là bao nhiêu?

ĐS:

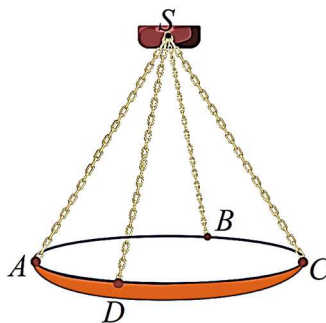
Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, M là điểm trên đoạn AC sao cho $AC = 3MC$. Lấy N trên đoạn $C'D$ sao cho $x\overrightarrow{C'D} = \overrightarrow{C'N}$. Với giá trị nào của x thì $\overrightarrow{MN}$ cùng phương $\overrightarrow{BD'}$?

ĐS:

Câu 5: Cho tứ diện $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = 2, BC = 2\sqrt{2}$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB}$.

ĐS:

Câu 6: Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 60^\circ$. Tìm độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



ĐS:

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong không gian, cho hình bình hành $ABCD$, M là điểm bất kì. Khi đó:

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$.

B. $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}$.

C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

D. $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD}$.

- Câu 2:** Cho hình chóp $S.ABC$, các điểm M, N tương ứng là trung điểm các cạnh SA, BC . Gọi I là trung điểm của MN và P là điểm bất kì. Khi đó, $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PS}$ cùng hướng với:
- A. $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}$. B. $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC}$. C. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}$. D. $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN}$.
- Câu 3:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, góc giữa hai vector $\overrightarrow{AC'}$ và $\overrightarrow{BB'}$ là góc nào dưới đây?
- A. $\widehat{C'AC}$. B. $\widehat{C'AA'}$. C. $\widehat{AC'C}$. D. $\widehat{AC'A'}$.
- Câu 4:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Phân tích vector $\overrightarrow{AC'}$ theo 3 vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.
- A. $\overrightarrow{AC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. C. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.
- Câu 5:** Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.
- A. $\alpha = 180^\circ$. B. $\alpha = 0^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 45^\circ$.
- Câu 6:** Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.
- A. $\alpha = 30^\circ$. B. $\alpha = 45^\circ$. C. $\alpha = 60^\circ$. D. $\alpha = 120^\circ$.
- Câu 7:** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$.
- A. 60° . B. 45° . C. 120° . D. 90° .
- Câu 8:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo của góc $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{SC})$ bằng:
- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .
- Câu 9:** Trong không gian, cho điểm O và 4 điểm phân biệt A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để $ABCD$ là hình bình hành là:
- A. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$. B. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.
- C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.
- Câu 10:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- A. Các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng. B. Các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng.
- C. Các vector $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng. D. Các vector $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.
- Câu 11:** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai vector $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{BC'}$ bằng:
- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .
- Câu 12:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BB' . Cosin của góc giữa $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{AC'}$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

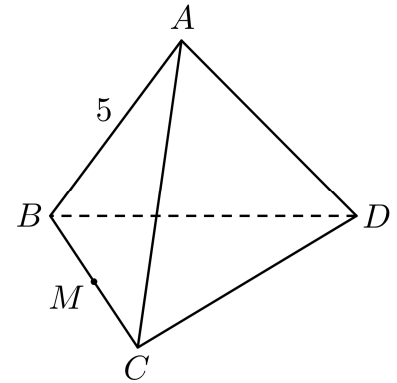
Câu 1: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh 5 cm, M là trung điểm của cạnh BC .

a) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MC}| = \frac{15}{2}$.

b) Ba vectơ $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{MD}$ đồng phẳng.

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{25}{2}$.

d) $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM}) = \frac{\sqrt{3}}{6}$.



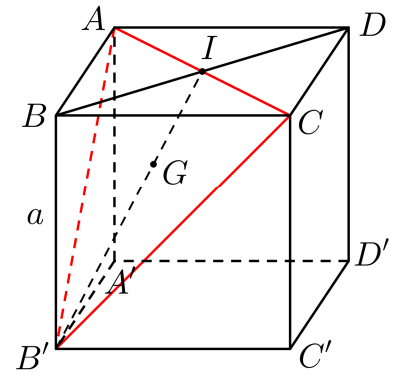
Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$, G là trọng tâm tam giác $AB'C'$.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$.

c) $(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{B'C}) = 60^\circ$.

d) $\overrightarrow{IB'} \cdot \overrightarrow{CG} = \frac{a}{2}$.



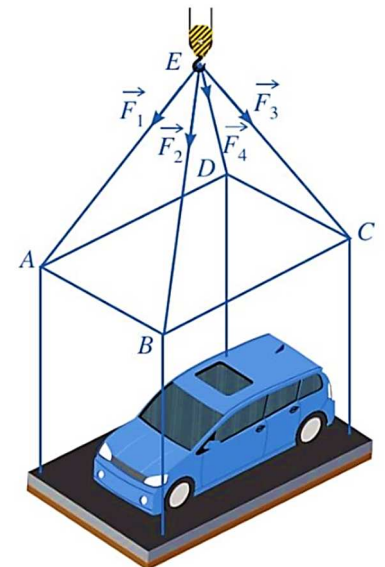
Câu 3: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA , EB , EC , ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$, $\overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ là 4700 N và trọng lượng của khung sắt là 3000 N.

a) $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4}$.

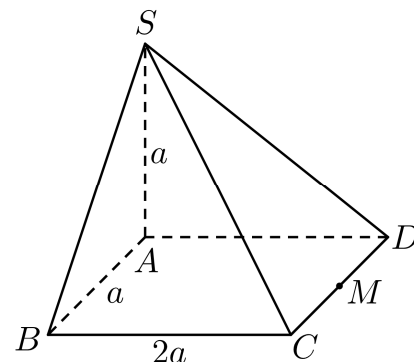
b) $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_4}$.

c) $|\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_3}| = 8141 \text{ N}$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Trọng lượng của chiếc ô tô là 16281 N (làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy, $SA=a$, $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=2a$ và M là trung điểm của CD .



a) $\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$.

b) $\cos(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SM}) = \frac{2\sqrt{21}}{21}$.

c) $|\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{SA}| = a\sqrt{21}$.

d) $\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{3}$. Độ dài vector $3\vec{a} + 5\vec{b}$ là bao nhiêu?

ĐS:

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ với $AC = \frac{3}{2}AD$, $\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 60^\circ$, $CD = AD$. Gọi φ là góc giữa 2 đường thẳng AB và CD . Tính $\cos \varphi$.

ĐS:

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh 2cm, M là trung điểm BC . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{B'D'}$.

ĐS:

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh $AC \perp (BCD)$ và BCD là tam giác đều cạnh 1. Biết $AC = \sqrt{2}$ và M là trung điểm của BD . Điểm H thuộc AM thỏa $\overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$. Tính độ dài vector $\overrightarrow{CH}$.

ĐS:

Câu 5: Có 3 lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật. Trong đó 2 lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ tạo với nhau một góc 110° và có độ lớn lần lượt là 9 N và 4 N, lực $\vec{F}_3$ vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ và có độ lớn 7 N. Độ lớn hợp lực của 3 lực trên là bao nhiêu N?

ĐS:

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $\overrightarrow{MA'} = k \cdot \overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{NC'} = l \cdot \overrightarrow{ND}$. Khi MN song song với BD' thì $k+l$ có giá trị là bao nhiêu?

ĐS:

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$. B. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$. C. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$. D. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$. B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Câu 3: Cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vectơ $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng?

A. Hai vectơ $\vec{y}$, $\vec{z}$ cùng phương. B. Hai vectơ $\vec{x}$, $\vec{y}$ cùng phương.
C. Hai vectơ $\vec{x}$, $\vec{z}$ cùng phương. D. Ba vectơ $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ không đồng phẳng.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm giá trị của k thỏa $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} = k\overrightarrow{AC_1}$.

A. $k = 4$. B. $k = 1$. C. $k = 0$. D. $k = 2$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AA_1}$. D. $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$.

Câu 6: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$ thì $\overrightarrow{BA} = -3\overrightarrow{CA}$.
B. Nếu $\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ thì B là trung điểm đoạn thẳng AC .
C. Vì $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AD}$ nên 4 điểm A , B , C , D đồng phẳng.
D. Nếu $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ thì $\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{AC}$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ và I là trọng tâm tam giác ABC . Chọn đẳng thức đúng:

A. $6\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$. B. $\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$.
C. $\overrightarrow{SI} = 3(\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$. D. $\overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I , J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ . Giả sử $a.\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ thì giá trị của a là:

A. 2. B. 1. C. -1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.
 B. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{IJ}$.
 C. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{JI}$.
 D. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = -2\vec{IJ}$.

Câu 10: Cho $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5$, góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 120° . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{19}$.
 B. $|\vec{a} - \vec{b}| = 7$.
 C. $|\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{139}$.
 D. $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 9$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn khẳng định đúng:

- A. $\vec{BD}, \vec{BD_1}, \vec{BC_1}$ đồng phẳng.
 B. $\vec{BA_1}, \vec{BD_1}, \vec{BD}$ đồng phẳng.
 C. $\vec{BA_1}, \vec{BD_1}, \vec{BC}$ đồng phẳng.
 D. $\vec{BA_1}, \vec{BD_1}, \vec{BC_1}$ đồng phẳng.

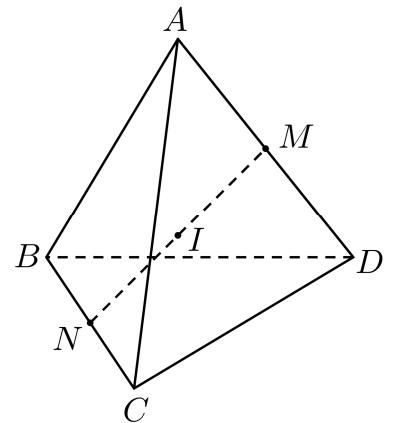
Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $A'C' \perp BD$.
 B. $BB' \perp BD$.
 C. $A'B \perp DC'$.
 D. $BC' \perp A'D$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và I là trung điểm MN .

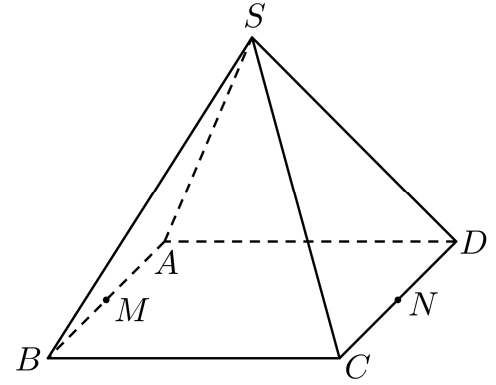
- a) $\vec{AB} - \vec{CD} = \vec{AC} - \vec{BD}$.
 b) $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB}$.
 c) $\vec{AB} + \vec{DC} = 2\vec{MN}$.
 d) $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$.



Câu 2: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng có độ dài bằng 4. Biết góc giữa hai vectơ đó là 45° .

- a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 16$.
 b) $(\vec{a} + 3\vec{b})(\vec{a} - 2\vec{b}) = -80 + 8\sqrt{2}$.
 c) $|\vec{a} + \vec{b}| = 32 + 16\sqrt{2}$.
 d) $|\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b}| = 4$.

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .



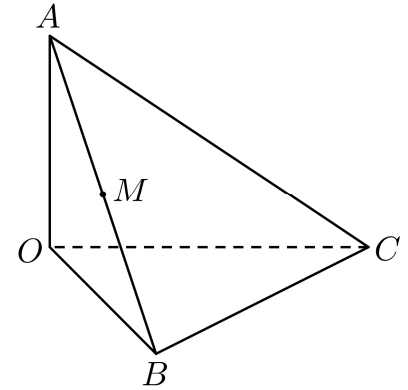
a) $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{CN}$ là hai vector đối nhau.

b) $\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SA}$.

c) $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$.

d) $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC} = 2a^2$.

Câu 4: Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = 1$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB và đặt $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$.



a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{b} = 0$.

b) $\overrightarrow{OM} = \vec{a} + \vec{b}$.

c) $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}$.

d) $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AC}) = 120^\circ$.

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3, \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{2}}{6}$. Tính tích vô hướng $2\vec{a} \cdot \vec{b}$.

ĐS:

Câu 2: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ có $AB = 4, AD = 7, AE = 5$. Tính độ dài vector $\overrightarrow{AG}$.

ĐS:

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, CD, DA sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DP} = k\overrightarrow{DC}$. Xác định k để các điểm M, N, P, Q đồng phẳng.

ĐS:

Câu 4: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh 10 với G là trọng tâm tam giác BCD . Tính độ dài vector $\overrightarrow{AG}$.

ĐS:

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 6 và G là trọng tâm của tam giác $AB'C$. Tính độ dài vector $\overrightarrow{BG}$.

ĐS:

Câu 6: Có 3 lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật. Trong đó 2 lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ tạo với nhau một góc 60° và có độ lớn lần lượt là 10 N và 15 N, lực $\vec{F}_3$ vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ và có độ lớn 8 N. Tính độ lớn hợp lực của 3 lực trên (đơn vị: N).

ĐS:

G. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm hình bình hành $ABCD$. Đặt $\vec{AC'} = \vec{u}$, $\vec{CA'} = \vec{v}$, $\vec{BD'} = \vec{x}$, $\vec{DB'} = \vec{y}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $2\vec{OI} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$. B. $2\vec{OI} = -\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.
- C. $2\vec{OI} = \frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$. D. $2\vec{OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD . Đặt $\vec{x} = \vec{AB}$, $\vec{y} = \vec{AC}$, $\vec{z} = \vec{AD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$. B. $\vec{AG} = -\frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.
- C. $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$. D. $\vec{AG} = -\frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

Câu 3: Cho tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$.
- B. Nếu $ABCD$ là hình thang thì $\vec{OA} + \vec{OB} + 2\vec{OC} + 2\vec{OD} = \vec{0}$.
- C. Nếu $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$ thì $ABCD$ là hình bình hành.
- D. Nếu $\vec{OA} + \vec{OB} + 2\vec{OC} + 2\vec{OD} = \vec{0}$ thì $ABCD$ là hình thang.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn khẳng định đúng:

- A. $\vec{BD}, \vec{BD_1}, \vec{BC_1}$ đồng phẳng. B. $\vec{CD_1}, \vec{AD}, \vec{A_1B_1}$ đồng phẳng.
- C. $\vec{CD_1}, \vec{AD}, \vec{A_1C}$ đồng phẳng. D. $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{C_1A}$ đồng phẳng.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm AD . Chọn đẳng thức đúng:

- A. $\vec{B_1M} = \vec{B_1B} + \vec{B_1A_1} + \vec{B_1C_1}$. B. $\vec{C_1M} = \vec{C_1C} + \vec{C_1D_1} + \frac{1}{2}\vec{C_1B_1}$.
- C. $\vec{C_1M} = \vec{C_1C} + \frac{1}{2}\vec{C_1D_1} + \frac{1}{2}\vec{C_1B_1}$. D. $\vec{BB_1} + \vec{B_1A_1} + \vec{B_1C_1} = 2\vec{B_1D}$.

Câu 6: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm giá trị của k thỏa đẳng thức $\overrightarrow{MN} = k(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

A. $k = 3$.

B. $k = \frac{1}{2}$.

C. $k = 2$.

D. $k = \frac{1}{3}$.

Câu 8: Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

A. Ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có hai trong ba vector đó cùng phương.

B. Ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có một trong ba vector đó bằng $\vec{0}$.

C. Vector $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ luôn đồng phẳng với hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

D. Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, ba vector $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{C'A'}, \overrightarrow{D'A'}$ đồng phẳng.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng:

A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

B. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

C. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$.

D. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thỏa $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + k(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D}) = \vec{0}$.

A. $k = 0$.

B. $k = 1$.

C. $k = 4$.

D. $k = 2$.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ . Xác định vị trí của M để $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ nhỏ nhất.

A. M là trung điểm AB .

B. M trùng với G .

C. M là trung điểm AC .

D. M là trung điểm CD .

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$. Tìm giá trị của k thỏa $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = k$.

A. $k = 1$.

B. $k = 2$.

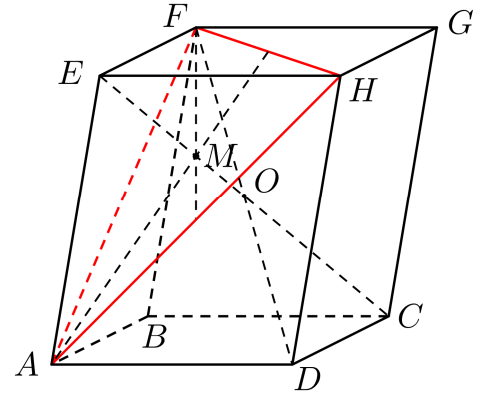
C. $k = 0$.

D. $k = 4$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

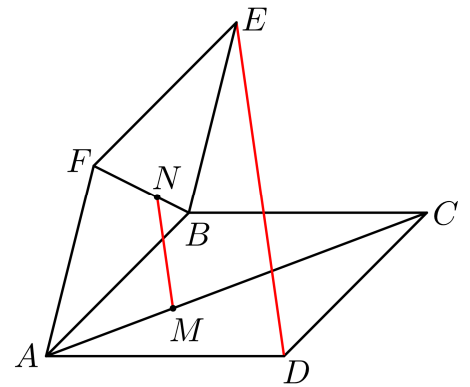
Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ tâm O . Điểm M là trọng tâm tam giác AFH .

- a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.
- b) $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH} = 3\overrightarrow{EM}$.
- c) Ba điểm E, M, C thẳng hàng.
- d) Nếu $ABCD.EFGH$ là hình hộp đứng với $AB = 5$, $AD = 6$, $AE = 10$ và $\widehat{ABC} = 120^\circ$ thì độ dài vector $\overrightarrow{EM}$ là $\frac{1}{3}\sqrt{191}$.



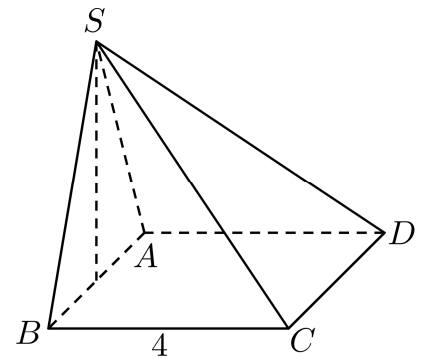
Câu 2: Trong không gian, cho 2 hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $MC = 2MA$, $NF = 2NB$.

- a) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{EM}$.
- b) $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AD}$.
- c) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AF} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.
- d) MN song song DE .



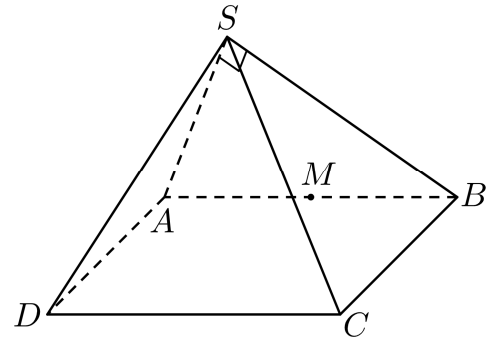
Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 4 và mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.

- a) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.
- b) $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}) = 60^\circ$.
- c) $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.
- d) Độ dài vector $\overrightarrow{SD}$ bằng $2\sqrt{2}$.



Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và có cạnh $AB = a$. Gọi M là trung điểm của AB .

- a) Ba vector $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{SM}$ đồng phẳng.
- b) $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}) = 135^\circ$.
- c) $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{MS} = a$.
- d) $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AS} = -\frac{a^2}{2}$.



Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho các vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ với $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 7$ và $|\vec{a} - \vec{b}| = 10$. Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ (đơn vị: độ).

ĐS:

Câu 2: Cho các vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ với $|\vec{a} + \vec{b}| = 8$ và $|\vec{a} - \vec{b}| = 5$. Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

ĐS:

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ với đáy ABC là tam giác đều cạnh 6, SA vuông góc với đáy và $SA = 5$. Tính giá trị biểu thức $|\vec{SA} + \vec{AB} + \vec{AC}|$.

ĐS:

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ với đáy ABC là tam giác đều cạnh 5, SA vuông góc với đáy và $SA = 7$, gọi M là trung điểm BC . Tính tích vô hướng $\vec{SM} \cdot \vec{AB}$.

ĐS:

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng 12. Tính $\cos(\vec{AG}, \vec{BC})$.

ĐS:

Câu 6: Cho 2 vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ đối nhau với $|\vec{a}| = 3$. Tính tích vô hướng $\vec{a}(\vec{a} + 2\vec{b})$.

ĐS:

H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 6

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:

A. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{0}$.

B. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\vec{AB} = \vec{CD}$.

C. Trong hình chóp $S.ABCD$, nếu $\vec{SB} + \vec{SD} = \vec{SA} + \vec{SC}$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

D. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy các điểm M, N thỏa $AM = 3MD$, $BN = 3NC$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Các vectơ $\vec{BD}, \vec{AC}, \vec{MN}$ đồng phẳng.

B. Các vectơ $\vec{MN}, \vec{DC}, \vec{PQ}$ đồng phẳng.

C. Các vectơ $\vec{AB}, \vec{DC}, \vec{PQ}$ đồng phẳng.

D. Các vectơ $\vec{AB}, \vec{DC}, \vec{MN}$ đồng phẳng.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với tâm O . Chọn đẳng thức sai:

A. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CC'} = \vec{AD'} + \vec{D'O} + \vec{OC'}$.

B. $\vec{AB} + \vec{AA'} = \vec{AD} + \vec{DD'}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm giá trị của k thỏa đẳng thức $\overrightarrow{MN} = k(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

A. $k = \frac{1}{2}$.

B. $k = \frac{1}{3}$.

C. $k = 3$.

D. $k = 2$.

Câu 5: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN . Tìm giá trị của k thỏa đẳng thức: $\overrightarrow{IA} + (2k-1)\overrightarrow{IB} + k\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

A. $k = 2$.

B. $k = 4$.

C. $k = 1$.

D. $k = 0$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$.

B. Nếu $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$ thì $ABCD$ là hình bình hành.

C. Nếu $ABCD$ là hình thang thì $\overrightarrow{SB} + 2\overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + 2\overrightarrow{SC}$.

D. Nếu $\overrightarrow{SB} + 2\overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + 2\overrightarrow{SC}$ thì $ABCD$ là hình thang.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Nếu $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$ thì k bằng bao nhiêu?

A. $k = \frac{1}{3}$.

B. $k = 2$.

C. $k = 3$.

D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 8: Cho tam giác ABC , thì công thức tính diện tích nào sau đây đúng.

A. $S = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 AC^2 - BC^2}$.

B. $S = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 AC^2 + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$.

C. $S = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 AC^2 - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$.

D. $S = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 AC^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Góc (IE, JF) bằng:

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 10: Trong không gian cho tam giác ABC . Tìm điểm M sao cho $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. M là trọng tâm tam giác ABC .

B. M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

C. M là trực tâm tam giác ABC .

D. M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Câu 11: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 5, \vec{a} \cdot \vec{b} = 6$. Gọi α là góc giữa hai vectơ $2\vec{a}$ và $\vec{b}$. Chọn khẳng định đúng:

- A. $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$. B. $\cos \alpha = \frac{3}{20}$. C. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$. D. $\cos \alpha = \frac{3}{10}$.

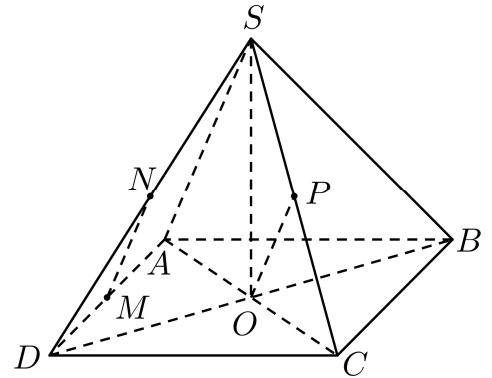
Câu 12: Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Khi đó $\cos(AB, DM)$ bằng:

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

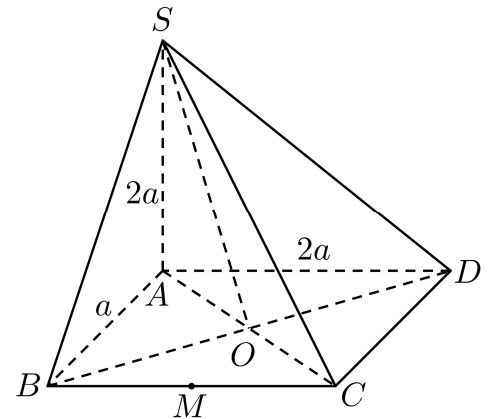
Câu 1: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a , gọi O là giao điểm của AC và BD ; M, N lần lượt là trung điểm của AD và SD , P là trung điểm SC .

- a) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{OP}$.
b) $2\overrightarrow{OS} + \overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{NM}$.
c) $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{SC}) = 90^\circ$.
d) $\overrightarrow{DP} \cdot \overrightarrow{OS} = \frac{a^2}{4}$.



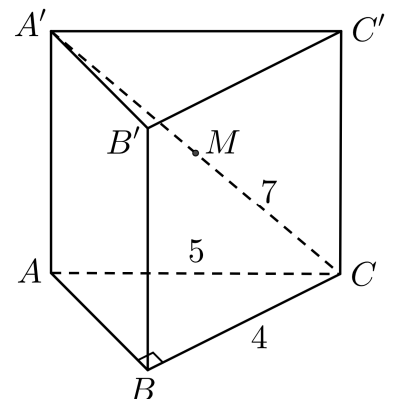
Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$.

- a) $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$.
b) $|\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB}| = \frac{a\sqrt{17}}{2}$.
c) $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{BD} = a^2$.
d) $\cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BD}) > 0$ với M là trung điểm BC .



Câu 3: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AC = 5$, $BC = 4$, $A'C = 7$. Gọi M là trung điểm $A'C$.

- a) $|\overrightarrow{A'B}| = 6$.
b) $|\overrightarrow{MB}| = \frac{7}{2}$.
c) $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM}$.
d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 9$.



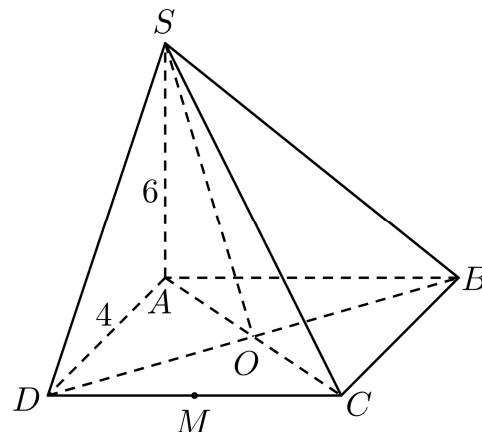
Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 4, SA vuông góc với đáy và $SA = 6$.

a) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$.

b) $|\overrightarrow{SC}| = 2\sqrt{17}$.

c) $\cos(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{SD}) = \frac{2}{3}$.

d) Gọi M là trung điểm CD . Khi đó $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CD} = 4\sqrt{5}$.



Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho 2 vector $\vec{a}, \vec{b}$ vuông góc với nhau và $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 12$. Tính giá trị biểu thức $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - 3\vec{b})$.

ĐS:

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, biết $SA = 7, BC = 5, AC = 3$. Tính $\cos(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{AB})$.

ĐS:

Câu 3: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}| = 8, |\vec{b}| = 6$ và $|\vec{a} + \vec{b}| = 10$. Khi đó cosin của góc giữa hai vector $\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ bằng bao nhiêu?

ĐS:

Câu 4: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.DEF$ có tất cả các cạnh bằng 9. Tính giá trị biểu thức $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AF}|$.

ĐS:

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 5 và M là trung điểm của BC . Tính độ dài vector $\overrightarrow{A'M}$.

ĐS:

Câu 6: Ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật. Biết ba lực đó đôi một tạo với nhau một góc 60° và có độ lớn lần lượt là 5 N, 10 N và 15 N. Tính độ lớn hợp lực của 3 lực trên (đơn vị: N).

ĐS:

BÀI 2. TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

A. LÝ THUYẾT

1. Hệ tọa độ trong không gian

Trong không gian, cho ba trục Ox , Oy , Oz đôi một vuông góc.

Gọi $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ lần lượt là ba vectơ đơn vị trên các trục Ox , Oy , Oz . Hệ ba trục như vậy được gọi là **hệ trục tọa độ Descartes vuông góc $Oxyz$** trong không gian hay gọi đơn giản là **hệ tọa độ $Oxyz$** .

Nhận xét:

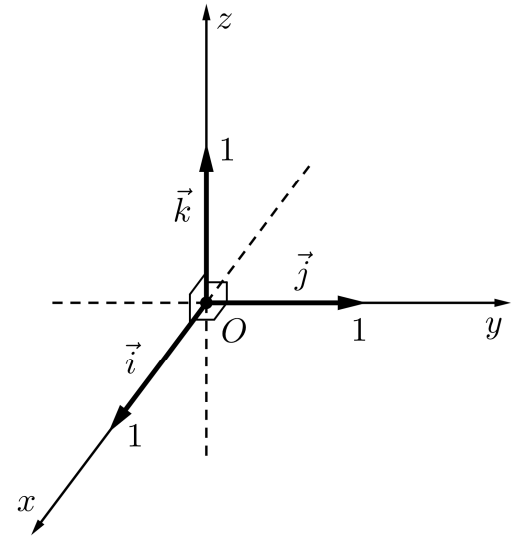
a) Điểm O được gọi là **gốc tọa độ**.

Các trục Ox , Oy , Oz được gọi là các **trục tọa độ**.

Các mặt phẳng (Oxy) , (Oyz) , (Oxz) đôi một vuông góc với nhau được gọi là các **mặt phẳng tọa độ**.

Không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ còn được gọi là **không gian $Oxyz$** .

b) Vì $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ là ba vectơ đơn vị đôi một vuông góc với nhau nên ta có $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$ và $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$.

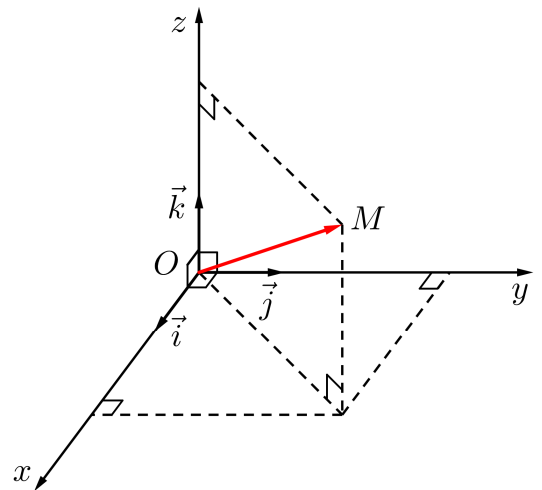


2. Tọa độ của điểm và vectơ

Tọa độ của điểm

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M .

Nếu $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ thì ta gọi bộ ba số $(x; y; z)$ là **tọa độ của điểm M** đối với hệ trục tọa độ $Oxyz$ và viết $M = (x; y; z)$ hoặc $M(x; y; z)$; x là hoành độ, y là tung độ, z là cao độ của điểm M .



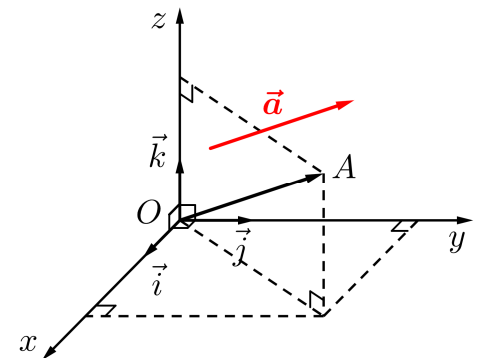
Tọa độ của vectơ

Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}$. Nếu $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ thì ta gọi bộ ba số $(a_1; a_2; a_3)$ là **tọa độ của vectơ $\vec{a}$** đối với hệ tọa độ $Oxyz$ và viết $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ hoặc $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$; a_1 là hoành độ, a_2 là tung độ, a_3 là cao độ của $\vec{a}$.

Nhận xét:

Trong không gian $Oxyz$, ta có:

- Tọa độ của điểm M là tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$, tức là $M = (x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (x; y; z)$.

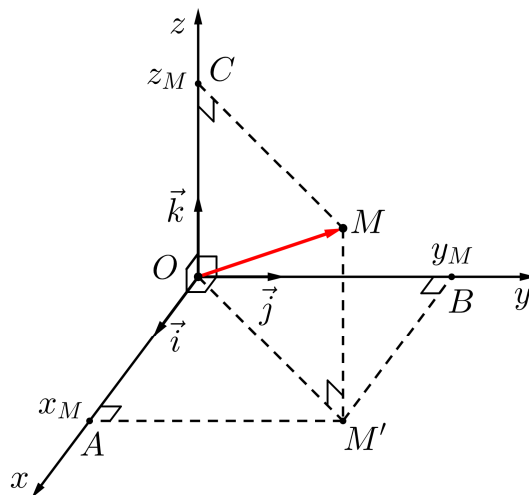


- Điều kiện để hai vector bằng nhau:

Cho $\vec{a} = (x; y; z)$, $\vec{b} = (x'; y'; z')$. Khi đó: $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$.

Chú ý:

- $\vec{0} = (0; 0; 0)$, $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $\vec{j} = (0; 1; 0)$, $\vec{k} = (0; 0; 1)$;
- $M(x; 0; 0) \in Ox$, $N(0; y; 0) \in Oy$, $K(0; 0; z) \in Oz$;
- $M(x; y; 0) \in (Oxy)$, $N(0; y; z) \in (Oyz)$, $K(x; 0; z) \in (Oxz)$.



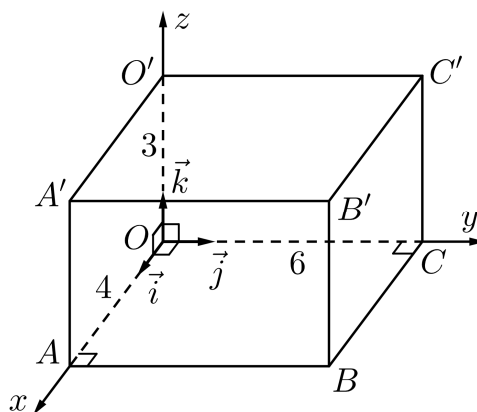
Ví dụ 1. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{b} = (0; -2; 0)$.

- Viết tọa độ vector $\vec{a}$ và biểu diễn vector $\vec{b}$ theo ba vector $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.
- Tính $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ theo ba vector $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$. Tìm tọa độ $\vec{u}$.
- Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

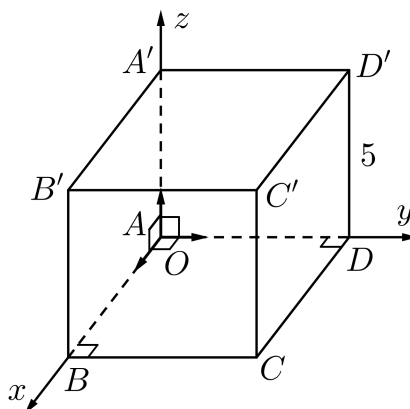
Ví dụ 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 1)$, $\vec{OB} = (2; -5; 2)$, $\vec{AC} = 3\vec{i} - 5\vec{k}$.

- Tính $\vec{OA}$ theo ba vector $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm B và tọa độ vector $\vec{AC}$.
- Áp dụng quy tắc cộng vector: $\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{AC}$, tính $\vec{OC}$ theo ba vector $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$. Từ đó suy ra tọa độ điểm C .
- Gọi M là trung điểm AB . Áp dụng hệ thức trung điểm, tính vector $\vec{OM}$ theo ba vector $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$. Từ đó suy ra tọa độ trung điểm M .
- Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Áp dụng hệ thức trọng tâm, tính vector $\vec{OG}$ theo ba vector $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$. Từ đó suy ra tọa độ trọng tâm G .

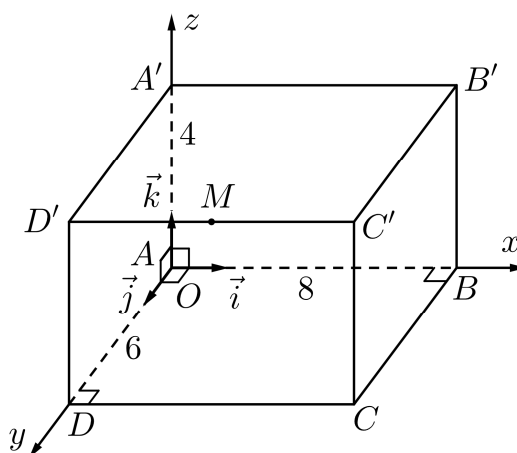
Ví dụ 3. Cho hình hộp chữ nhật $OABC.O'A'B'C'$ có cạnh $OA = 4$, $OC = 6$, $OO' = 3$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O ; các điểm A, C, O' lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz . Xác định tọa độ các điểm A, B, B' .



Ví dụ 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 5. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O trùng với A ; các điểm B, D, A' lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz . Xác định tọa độ các điểm B, C, C' .



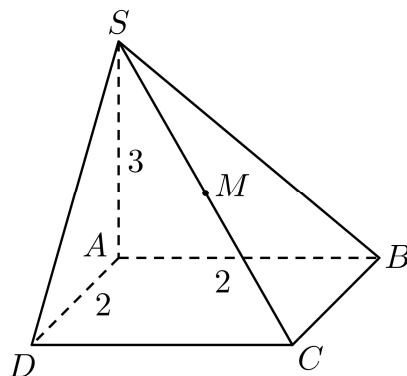
Ví dụ 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc O , các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và có $AB = 8, AD = 6, AA' = 4$. Tìm tọa độ các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}$ và $\overrightarrow{AM}$ với M là trung điểm của cạnh $C'D'$.



Ví dụ 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài bằng 3.

a) Vẽ hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với điểm A , các điểm B, D, S lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz và chỉ ra các vector đơn vị trên các trục tọa độ.

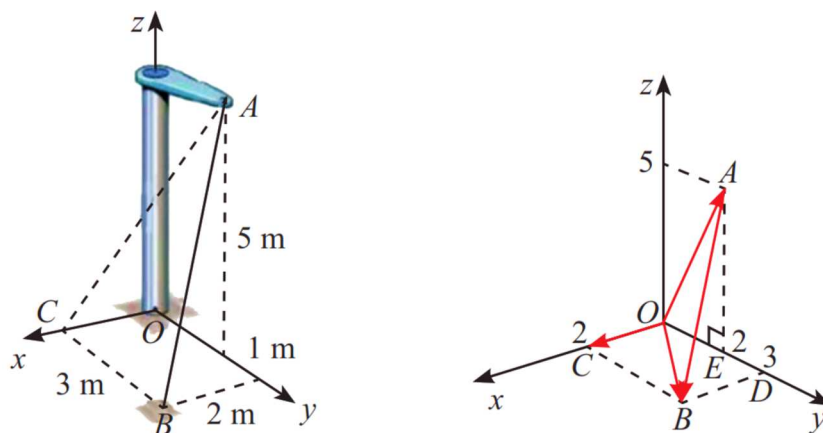
b) Trong hệ tọa độ nói trên, tìm tọa độ các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AS}$ và $\overrightarrow{AM}$ với M là trung điểm của cạnh SC .



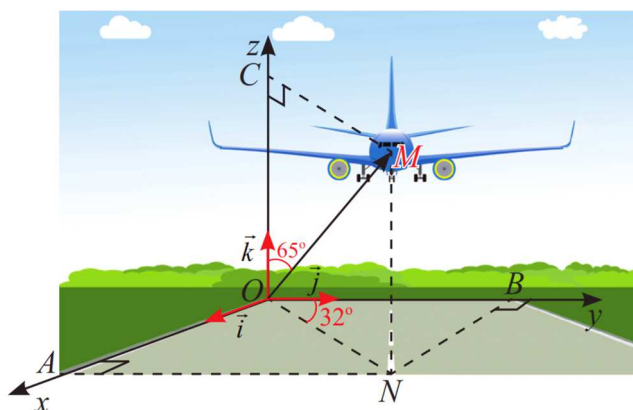
Ví dụ 7. Một thiết kế cơ khí trong hình bên trái được biểu diễn trong không gian $Oxyz$ như hình bên phải.

a) Hãy vẽ ba vector đơn vị $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ lần lượt trên ba trục tọa độ Ox , Oy , Oz (mỗi vector đơn vị có độ dài bằng 1 m).

b) Biểu diễn các vector $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{AB}$ theo $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.



Ví dụ 8. Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình sau, cho biết M là vị trí của máy bay, $OM = 14$, $\widehat{NOB} = 32^\circ$, $\widehat{MOC} = 65^\circ$. Tìm tọa độ điểm M .



B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, biết:

a) $\vec{a} = 5\vec{i} + 7\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 4\vec{k}$. Tìm tọa độ các vector $\vec{a}$, $\vec{b}$.

b) $\overrightarrow{OM} = 4\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $\overrightarrow{ON} = 8\vec{i} - 5\vec{j}$. Tìm tọa độ các điểm M , N .

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, biết:

a) $\vec{a} = (-2; 5; -7)$, $\vec{b} = (4; 0; 1)$. Tính $\vec{a}$, $\vec{b}$ theo các vector $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.

b) $A(7; -2; 1)$, $B(0; 5; 0)$. Tính $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ theo các vector $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 5\vec{j} + \vec{i} - 9\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{k} - 2\vec{j}$, $\vec{c} = -\vec{i} - \vec{j}$.

a) Tìm tọa độ các vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

b) Tìm tọa độ các vector $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

c) Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{OM} = 4\vec{k} + 8\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{ON} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$.

a) Tìm tọa độ các điểm M, N .

b) Áp dụng quy tắc trừ vector, tìm tọa độ vector $\vec{MN}$.

c) Áp dụng hệ thức trung điểm, tìm tọa độ điểm I là trung điểm đoạn thẳng MN .

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-2; 3; -1)$, $\vec{b} = (5; 0; -7)$.

a) Tính $\vec{a}, \vec{b}$ theo các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

b) Tính các vector $\vec{u} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ và $\vec{v} = -2\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c}$ theo các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

c) Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 7\vec{k}$, $\vec{b} + 3\vec{j} = 2(\vec{i} + \vec{j}) - 3\vec{k}$.

a) Tìm tọa độ các vector $\vec{a}, \vec{b}$.

b) Tìm tọa độ vector $\vec{u} = \vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$.

c) Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 7\vec{k}$, $\vec{b} + 3\vec{j} = 2(\vec{i} + \vec{j}) - 3\vec{k}$.

a) Tìm tọa độ điểm N nằm trên tia Ox cách O một khoảng bằng 4.

b) Tìm tọa độ điểm M nằm trên tia đối của tia Ox và cách O một khoảng bằng 5.

c) Tìm tọa độ của vector $\vec{OP}$ với điểm P là điểm đối xứng của $Q(2; -1; 3)$ qua O .

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3; 5; -2)$, $B(2; 1; -8)$, $C(1; 3; 1)$.

a) Tính $\vec{AO}, 2\vec{BO}, -3\vec{CO}$ theo các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

b) Áp dụng hệ thức trọng tâm tam giác, tính vector $\vec{OG}$ theo các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ với G là trọng tâm tam giác ABC .

c) Suy ra tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

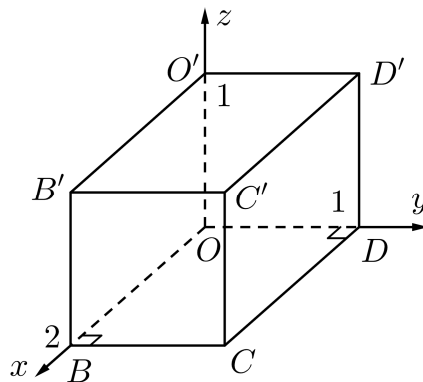
Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-2; -4; 0)$, $B(3; 2; 6)$, $C(-1; 0; 7)$.

a) Tính $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ theo các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

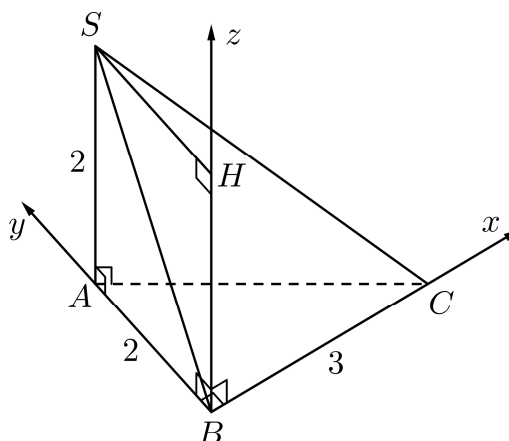
b) Tính $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB}$ theo các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

c) Gọi D là đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$. Chứng minh $\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{BC}$. Từ đó tìm tọa độ điểm D .

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $OB CD.O'B'C'D'$ có $B(2; 0; 0)$, $D(0; 1; 0)$, $O'(0; 0; 1)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại.



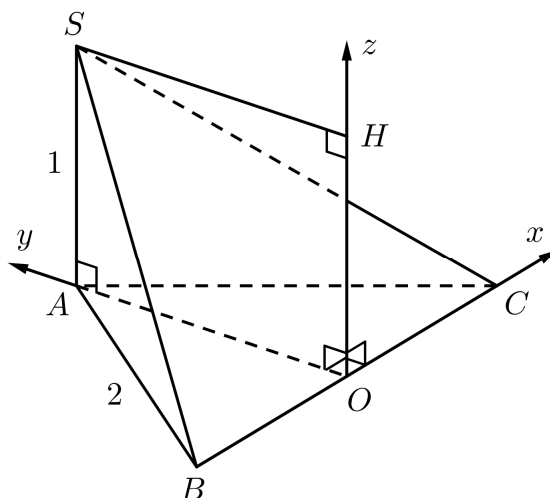
Câu 11. Cho tứ diện $SABC$ có ABC là tam giác vuông tại B , $BC=3$, $BA=2$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có độ dài bằng 2.



a) Xác định một hệ tọa độ dựa trên gợi ý của hình vẽ và chỉ ra các vector đơn vị trên các trục tọa độ.

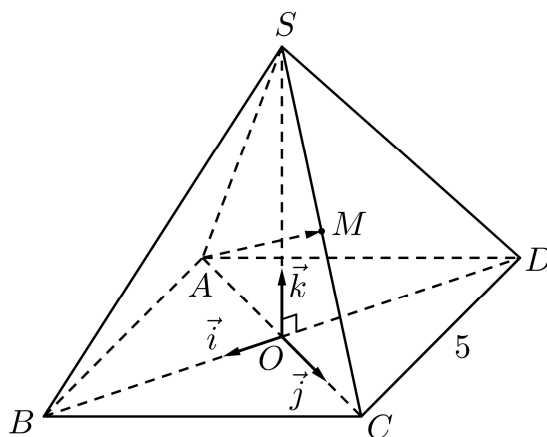
b) Tìm tọa độ các điểm A, B, C, S .

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 2, SA vuông góc với đáy và SA bằng 1. Thiết lập hệ tọa độ như hình vẽ, hãy vẽ các vector đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz và tìm tọa độ các điểm A, B, C, S .

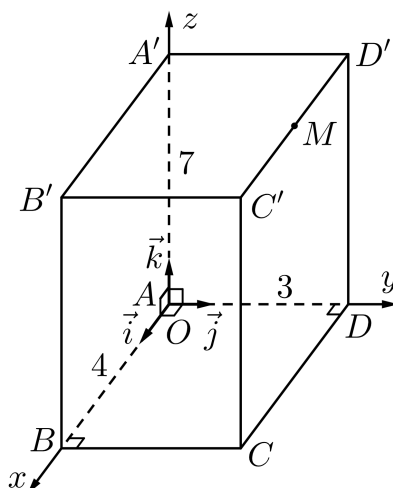


Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 5, giao điểm hai đường chéo AC và BD trùng với gốc O . Các vector $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OS}$ lần lượt cùng hướng

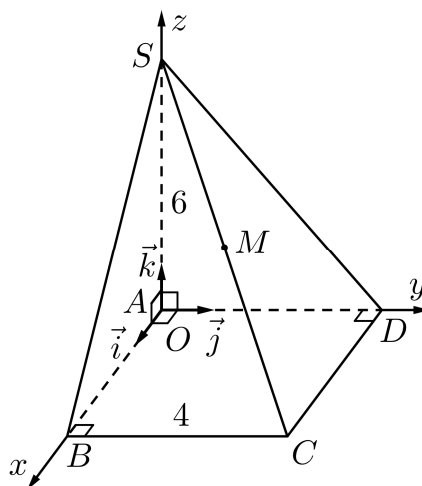
với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và $OA = OS = 4$. Tìm toạ độ các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AS}$ và $\overrightarrow{AM}$ với M là trung điểm của cạnh SC .



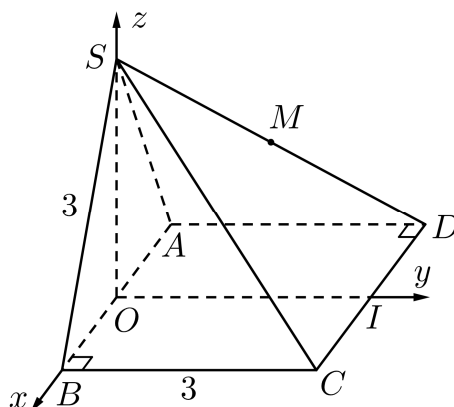
Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc O , các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và có $AB=4, AD=3, AA'=7$. Tìm toạ độ các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}$ và $\overrightarrow{AM}$ với M là trung điểm của cạnh $C'D'$.



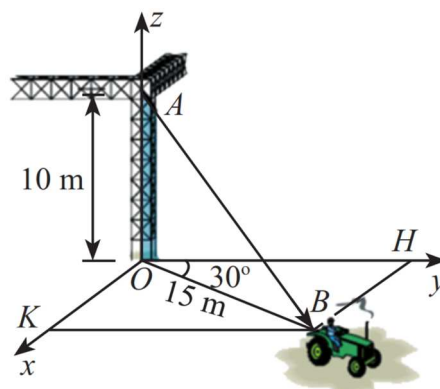
Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 4, đỉnh A trùng với gốc O , các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AS}$ theo thứ tự cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và $SA=6$. Tìm toạ độ các điểm B, D , vectơ $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AM}$ với M là trung điểm của cạnh SC .



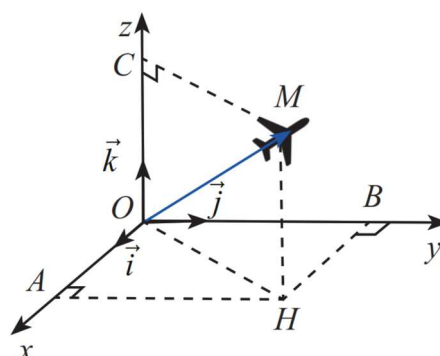
Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 3, gốc O trùng với trung điểm của AB , các điểm B, I, S theo thứ tự nằm trên các tia Ox, Oy, Oz với I là trung điểm CD và tam giác SAB là tam giác đều. Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D, I, S, M với M là trung điểm của cạnh SD .



Câu 17. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1 m. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$.



Câu 18. Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian $Oxyz$ như hình sau. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống mặt phẳng (Oxy) . Cho biết $OM = 50$, $(\vec{i}, \overrightarrow{OH}) = 64^\circ$, $(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OM}) = 48^\circ$. Tìm tọa độ của điểm M .



C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là:

- A. $(-1; 3; -5)$. B. $(1; -3; 5)$. C. $(-5; 3; -1)$. D. $(5; -3; 1)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tọa độ của điểm A là:

- A. $(3; -2; 5)$. B. $(-3; -17; 2)$. C. $(3; 17; -2)$. D. $(3; 5; -2)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$. Tọa độ trung điểm N của OM là:

- A. $\left(1; -\frac{3}{2}; 0\right)$. B. $(2; 0; -3)$. C. $(2; -3; 0)$. D. $\left(1; 0; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm A, B, C thỏa: $\vec{OA} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{OB} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{OC} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$. Xét các mệnh đề:

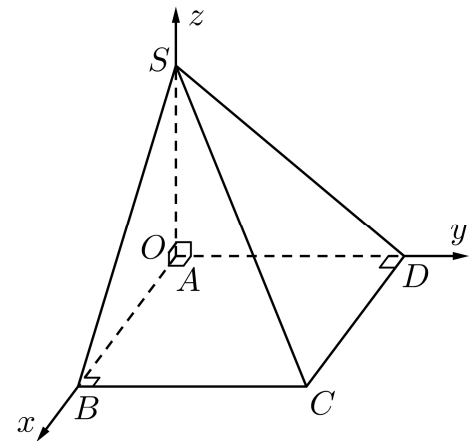
- (1) $\vec{AB} = (-1; 1; 4)$; (2) $\vec{AC} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Cả (1) và (2) đều đúng. B. (1) đúng, (2) sai.
C. Cả (1) và (2) đều sai. D. (1) sai, (2) đúng.

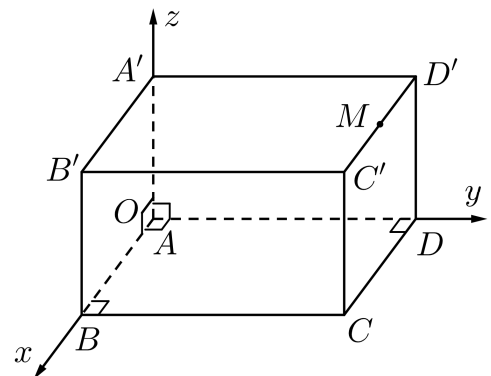
Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 4, $SA = 5$ và $SA \perp (ABCD)$. Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ tại A ; các điểm B, D, S lần lượt trên các tia Ox, Oy, Oz . Xác định tọa độ điểm C .

- A. $(4; 0; 0)$.
B. $(4; 4; 5)$.
C. $(0; 4; 4)$.
D. $(4; 4; 0)$.



Câu 6: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 8$, $AD = 6$, $AA' = 4$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với A , các điểm B, D, A' lần lượt các tia Ox, Oy, Oz . Gọi M là trung điểm $C'D'$. Tọa độ vector $\vec{AM}$ là:

- A. $(4; 6; 0)$. B. $(0; 6; 4)$.
C. $(4; 6; 4)$. D. $(8; 6; 4)$.



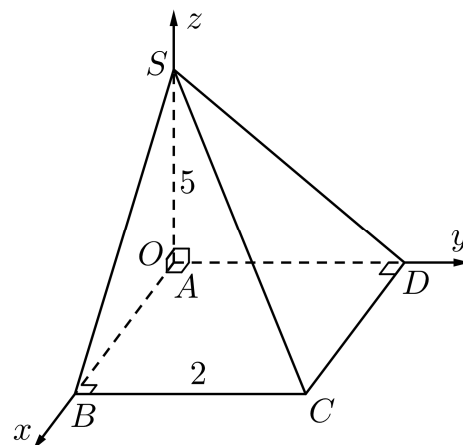
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ và $\vec{v} = (2; -1; 1)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -3$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2\sqrt{21}$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Tính tọa độ vector $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$.
- A. $(0; -1; -5)$. B. $(2; -1; 1)$. C. $(2; 3; 1)$. D. $(0; -1; 1)$.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tính vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$ theo ba vector $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.
- A. $\vec{u} = 10\vec{i} - 2\vec{j} + 13\vec{k}$. B. $\vec{u} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}$. C. $\vec{u} = -2\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$. D. $\vec{u} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}$.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$, $D(0; 2a; 0)$, $A'(0; 0; 2a)$ với $a > 0$. Độ dài đoạn thẳng AC' là:
- A. a . B. $2a$. C. $3a$. D. $\frac{3}{2}a$.
- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$, $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 1)$. Khi đó tọa độ vector $\overrightarrow{OB}$ là:
- A. $\overrightarrow{OB} = (2; 5; 0)$. B. $\overrightarrow{OB} = (0; -1; -2)$. C. $\overrightarrow{OB} = (0; 1; 2)$. D. $\overrightarrow{OB} = (-2; -5; 0)$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.
- A. $D(-4; -2; 9)$. B. $D(-4; 2; 9)$. C. $D(4; -2; 9)$. D. $D(4; 2; -9)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 0; -1)$, vector $\overrightarrow{ON} = (2; -5; 8)$.
- a) $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{k}$.
b) $\overrightarrow{MN} = 9\vec{k} - 5\vec{j}$.
c) $\overrightarrow{OI} = 4\vec{i} - 5\vec{j} + 7\vec{k}$ với I là trung điểm MN .
d) Gọi D là đỉnh của hình bình hành $OMDN$ thì $D(4; -5; 7)$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A thuộc tia Ox với $OA = 4$, vector $\overrightarrow{OB} = (3; -1; 0)$ và vector $\overrightarrow{OC} = 2\vec{j} - 2\vec{k}$.
- a) Tung độ và cao độ của vector $\overrightarrow{OA}$ bằng 0.
b) Nếu $\vec{u} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ thì $\vec{u} = (1; 1; 0)$.
c) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = (0; 0; 0)$.

d) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{3OG} = (7; 1; -2)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 2; SA vuông góc với đáy và $SA = 5$. Chọn hệ trục $Oxyz$ sao cho gốc O trùng với A ; các điểm B, D, S lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz .



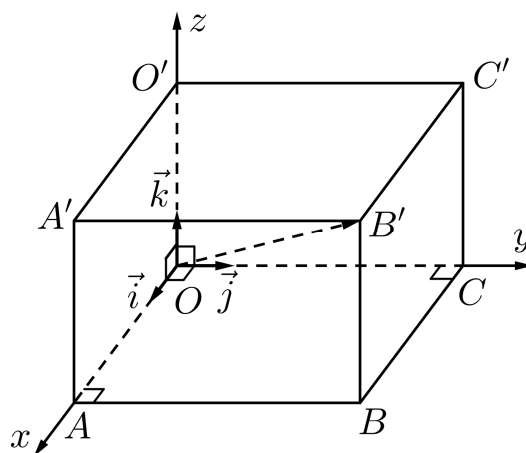
a) $\overrightarrow{AD} = 2\vec{i}$.

b) $\overrightarrow{SA} = -5\vec{k}$.

c) $C(2; 2; 0)$.

d) $\overrightarrow{SC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $OABC.O'A'B'C'$ có cạnh $OA = 2, OC = 4, OO' = 3$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O ; các điểm A, C, O' lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz .



a) $\overrightarrow{OA} = (2; 0; 0)$.

b) $\overrightarrow{BA} = (0; 4; 0)$.

c) $\overrightarrow{OC'} = 4\vec{j} + 3\vec{k}$.

d) $\overrightarrow{OB'} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$.

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = -2(\vec{i} + 3\vec{j})^2 \cdot \vec{i} - 5(\vec{k} - 2\vec{j})$. Biết tọa độ vector $\vec{a}$ có dạng $\vec{a} = (a; b; c)$. Tính $T = a^2 + b^2 + c^2$.

ĐS:

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; 9)$ và $\overrightarrow{BO} = (-1; 0; 6)$. Biết vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(a; b; c)$. Khi đó $S = a + 2b - 3c$ bằng bao nhiêu?

ĐS:

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 3; 7)$ và $B(0; 1; -12)$. Biết M là trung điểm của AB và $\overrightarrow{MO} = (x; y; z)$. Khi đó tích xyz bằng bao nhiêu?

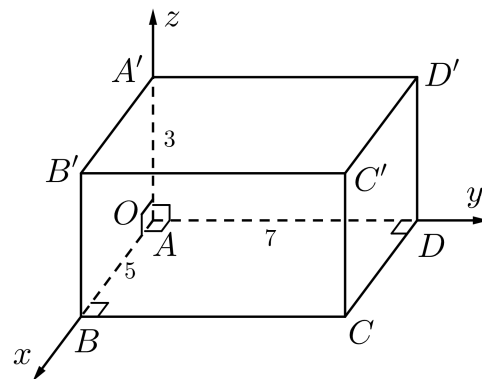
ĐS:

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-2; 3; 3)$. Biết điểm $M(a; b; c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$. Khi đó $P = a^2 + b^2 - c^2$ có giá trị bằng bao nhiêu?

ĐS:

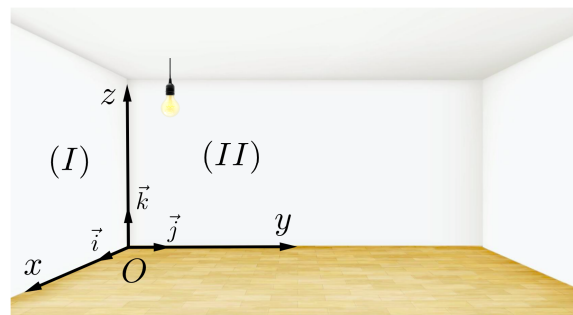
Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=5$, $AD=7$, $AA'=3$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với A , các điểm B, D, A' lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz . Biết tọa độ của C' là $(a;b;c)$. Khi đó $T=a^2+b^2+c^2$ bằng bao nhiêu?

ĐS:



Câu 6: Một phòng học có dạng hình hộp chữ nhật. Một bóng đèn được treo cách sàn 2,5 m, cách hai bức tường (I) và (II) lần lượt là 1 m và 1,5 m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O là góc chân tường, các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ như hình vẽ, đơn vị trên trục là mét. Khi đó tọa độ bóng đèn có dạng $D(a;b;c)$. Tính giá trị biểu thức $S=a+2b+3c$.

ĐS:



D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vector đơn vị, khi đó với $M(x;y;z)$ thì $\overrightarrow{OM}$ bằng:

- A. $-x\vec{i}-y\vec{j}-z\vec{k}$. B. $x\vec{i}-y\vec{j}-z\vec{k}$. C. $x\vec{j}+y\vec{i}+z\vec{k}$. D. $x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M nằm trên trục Ox sao cho M không trùng với gốc tọa độ, khi đó tọa độ điểm M có dạng:

- A. $M(a;0;0), a \neq 0$. B. $M(0;b;c); b \neq 0, c \neq 0$.
C. $M(a;0;0), a > 0$. D. $M(a;1;1), a \neq 0$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho M không trùng với gốc tọa độ và không nằm trên hai trục Ox, Oy , khi đó tọa độ điểm M là:

- A. $(0;a;b); a \neq 0, b \neq 0$. B. $(a;b;0); a \neq 0, b \neq 0$.
C. $(0;0;c); c \neq 0$. D. $(a;1;1), a \neq 0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a}=(1;-1;2)$, $\vec{b}=3\vec{i}-\vec{k}$, $\vec{c}+2\vec{i}=5\vec{j}+\vec{k}$. Khi đó vector $\vec{m}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$ có tọa độ là:

- A. $(6;0;-6)$. B. $(-6;6;0)$. C. $(6;-6;0)$. D. $(0;6;-6)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-3)$, $\overrightarrow{OB} = (2;4;-1)$, $\overrightarrow{OC} + 2\vec{j} = 2\vec{i}$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

- A. $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. B. $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$. C. $(5;2;4)$. D. $\left(\frac{5}{2}; 1; -2\right)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (1;2;3)$, $\vec{b} + 2\vec{i} = \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{k} - \vec{i}$. Tìm tọa độ của vector $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i}$.

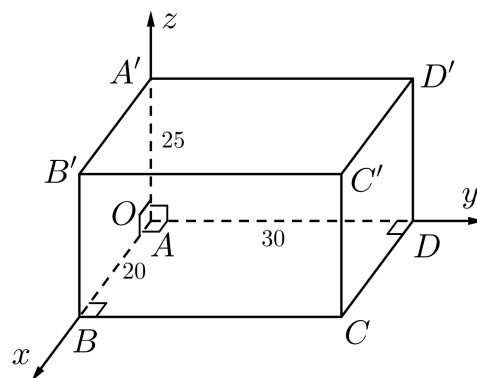
- A. $\vec{n} = (6;2;6)$. B. $\vec{n} = (6;2;-6)$. C. $\vec{n} = (0;2;6)$. D. $\vec{n} = (-6;2;6)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vector đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Tính tọa độ của vector $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

- A. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1; -1; 1)$. B. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1; 1; 1)$.
C. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; 1; -1)$. D. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; -1; 1)$.

Câu 8: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 20$, $AD = 30$, $AA' = 25$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với A , các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ lần lượt cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Gọi $E(a;b;c)$ là điểm đối xứng của C' qua A . Khi đó:

- A. $a + b + c = 25$. B. $a + b + c = 75$.
C. $a + b + c = -25$. D. $a + b + c = -75$.



Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là:

- A. $(-1; -1; -3)$. B. $(3; 1; 1)$. C. $(1; 1; 3)$. D. $(3; 3; -1)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (1;2;3)$, $\vec{b} = (2;2;-1)$, $\vec{c} + 4\vec{k} = 4\vec{i}$. Tọa độ của vector $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là:

- A. $\vec{d} = (-7; 0; -4)$. B. $\vec{d} = (-7; 0; 4)$. C. $\vec{d} = (7; 0; -4)$. D. $\vec{d} = (7; 0; 4)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;3;2)$ và $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng:

- A. 3. B. 6. C. 1. D. 2.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$, $\overrightarrow{OB} = (-1;2;5)$, $\overrightarrow{BC} = \vec{i} - 2\vec{j} - 4\vec{k}$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(0;0;3)$. B. $G(0;0;9)$. C. $G(-1;0;3)$. D. $G(0;0;1)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = 5\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{v} = 4\vec{j} - 3\vec{k}$.

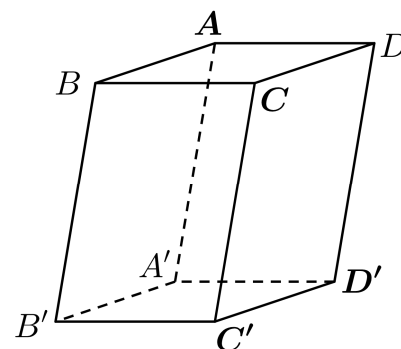
- a) $\vec{u} = (5; 3; -7)$.
 b) $\vec{v} = (4; 0; -3)$.
 c) $\vec{u} + \vec{v} = (5; 7; -10)$.
 d) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 41$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (3; -7; 1)$, $\vec{b} = (-1; 4; 5)$.

- a) $\vec{a} + \vec{b} = -4\vec{i} + 11\vec{j} + 4\vec{k}$.
 b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -26$.
 c) $\vec{OM} = \vec{a} + 3\vec{b}$ có giá nằm trong mặt phẳng (Oyz) .
 d) $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ thì trung điểm I của AB là $I\left(-2; \frac{11}{2}; 2\right)$.

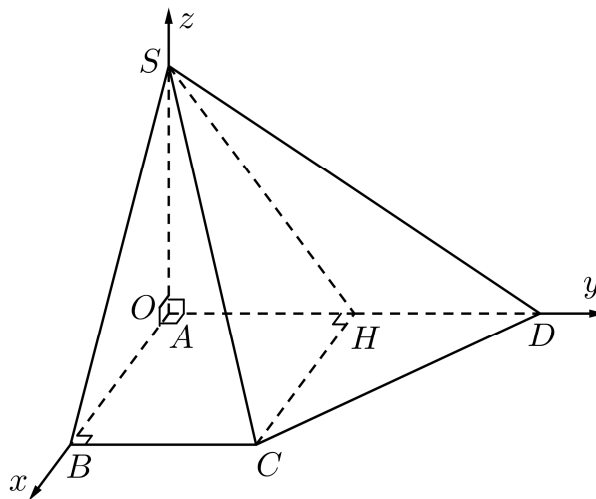
Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết $A(2; 1; 0)$, $C(0; 3; 0)$, $C'(-1; 2; 1)$, $D'(0; -2; 0)$.

- a) $A'(1; 0; -1)$, $B'(0; 4; 2)$.
 b) $B(1; 5; 1)$, $D(1; -1; -1)$.
 c) $\vec{A'C} = -\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$.
 d) $\vec{B'D} = \vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$.



Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2AB = 2BC = 2$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, $SA = 2$. Gọi H là hình chiếu của C trên cạnh AD . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với A , các vector $\vec{AB}$, $\vec{AD}$, $\vec{AS}$ lần lượt cùng hướng với $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.

- a) $A(0; 0; 0)$, $B(1; 1; 0)$.
 b) $C(1; 1; 0)$, $D(0; 2; 0)$.
 c) $S(0; 0; 2)$.
 d) $H(1; 0; 0)$.



Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 5\vec{i} - 6(2\vec{j} + \vec{k})$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 10(\vec{i} - \vec{j})$. Khi đó tọa độ vector $\vec{a} = (5; y; -6)$ và $\vec{b} = (x; -10; 0)$. Tính $P = x^2 + y^2$.

ĐS:

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-8; 0; 3)$ và $2\vec{b} = (4; 4; -10)$. Biết vector $\vec{a} - \vec{b} = m\vec{i} + n\vec{j} - p\vec{k}$. Khi đó tích $T = m.n.p$ có giá trị là bao nhiêu?

ĐS:

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{OA} = \vec{i} + 5\vec{k}$, $\vec{OB} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{OC} = -3\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}$. Gọi $D(x; y; z)$ là đỉnh của hình bình hành $ABCD$. Tính $S = x^2 + y^2 + z^2$.

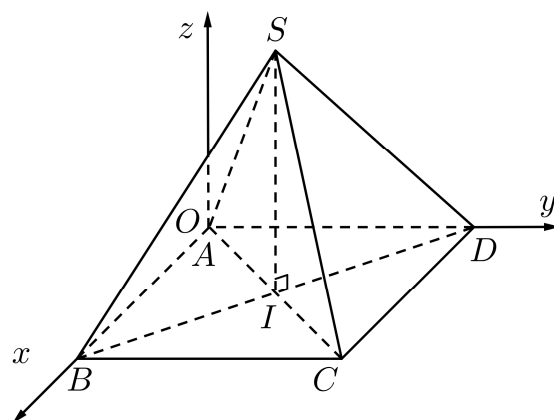
ĐS:

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{OM} + 2\vec{i} = 13\vec{k} + 10\vec{j}$, $\vec{NO} + 9\vec{k} = 7\vec{i} + 23\vec{j}$. Khi đó tọa độ điểm $M(a; b; c)$ và $N(x; y; z)$. Tính $T = ax + by + cz$.

ĐS:

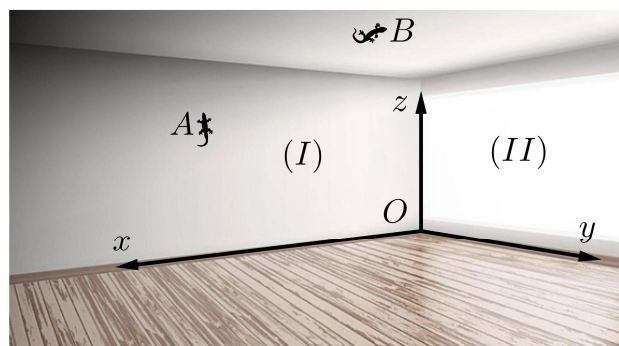
Câu 5: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 6, $SI \perp (ABCD)$. Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ O trùng với điểm A , các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt cùng hướng với $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{IS}$. Biết tọa độ điểm $S(x; y; z)$. Tính $P = x + y + \sqrt{2}z$.

ĐS:



Câu 6: Một phòng làm việc có dạng hình hộp chữ nhật cao 3 mét. Con thần lùn (thạch sùng) ở vị trí A bám trên bức tường (I) cách trần nhà 1 m và cách bức tường (II) 5 mét, con thần lùn ở vị trí B bám trên trần nhà, cách đều bức tường (I) và (II) 1 mét. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O là góc chân tường, các vector $\vec{Ox}, \vec{Oy}, \vec{Oz}$ như hình vẽ, đơn vị trên trục là mét. Biết $\vec{AB} = (x; y; z)$. Tính giá trị biểu thức $S = x + y + z$.

ĐS:



E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của vector $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$.

- A. $\vec{u} = (1; 2; -1)$. B. $\vec{u} = (-1; 2; 1)$. C. $\vec{u} = (2; 1; -1)$. D. $\vec{u} = (-1; 1; 2)$.

Câu 2: Phát biểu nào sau đây sai?

A. $\vec{a} = -3\vec{i} + \vec{j} + \frac{1}{2}\vec{k} \Leftrightarrow \vec{a} = \left(-3; 1; \frac{1}{2}\right)$.

B. $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j} \Leftrightarrow \vec{a} = \left(\frac{1}{2}; 0; -5\right)$.

C. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} \Leftrightarrow \vec{a} = (2; -3; 0)$.

D. $\vec{a} = \frac{2}{5}\vec{j} + \vec{k} - 3\vec{i} \Leftrightarrow \vec{a} = \left(-3; \frac{2}{5}; 1\right)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j}$.

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (-3; 4; 0)$, $\vec{c} = (-1; -2; 0)$.

B. $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (-3; 4; 0)$, $\vec{c} = (0; -2; 0)$.

C. $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (0; -3; 4)$, $\vec{c} = (-1; -2; 0)$.

D. $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (1; -3; 4)$, $\vec{c} = (-1; -2; 1)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (1; 2; 3)$ và $\vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Tính tọa độ vector $\vec{u} = \vec{a} - \vec{b}$.

A. $\vec{u} = (-1; 2; 7)$.

B. $\vec{u} = (-1; 6; 3)$.

C. $\vec{u} = (-1; 2; -1)$.

D. $\vec{u} = (-1; -2; 3)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, với $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ lần lượt là các vector đơn vị của các trục Ox , Oy , Oz . Biểu thức $\vec{i} \cdot \vec{j} + \vec{k} \cdot \vec{j} - \vec{i} \cdot \vec{k}$ nhận giá trị nào sau đây?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{OM} = (1; 5; 2)$, $\vec{ON} = (3; 7; -4)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N . Tìm tọa độ điểm P .

A. $P(5; 9; -10)$.

B. $P(7; 9; -10)$.

C. $P(5; 9; -3)$.

D. $P(2; 6; -1)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (-1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 5; -1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$.

A. $\vec{a} = (-8; 9; -1)$.

B. $\vec{a} = (-8; -9; 1)$.

C. $\vec{a} = (8; -9; -1)$.

D. $\vec{a} = (-8; -9; -1)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 2)$, $B(6; -3; -2)$. Tìm tọa độ trung điểm E của đoạn thẳng AB .

A. $E(2; -1; 0)$.

B. $E(2; 1; 0)$.

C. $E(-2; 1; 0)$.

D. $E(4; -2; -2)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm A .

A. $A(-2; -3; 7)$.

B. $A(2; -3; -7)$.

C. $A(2; 3; 7)$.

D. $A(2; -3; 7)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm A, B thỏa $\vec{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ và $\vec{OB} = \vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn AB .

A. $M\left(-\frac{1}{2}; 1; -2\right)$.

B. $M\left(\frac{3}{2}; 0; -1\right)$.

C. $M(3; 0; -2)$.

D. $M\left(\frac{1}{2}; -1; 2\right)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 vectơ $\vec{a} = (1; 2; 1)$, $\vec{b} = 5\vec{j} - 3\vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = (0; 4; 3)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c} - 3\vec{k}$.

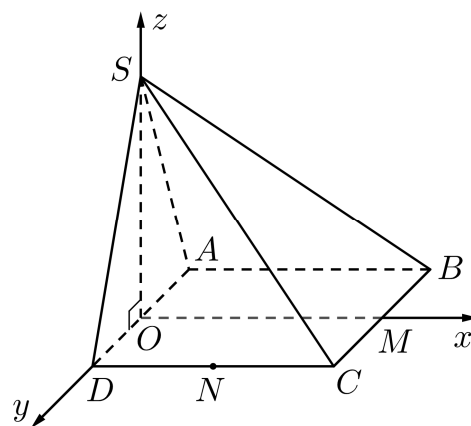
- A. $\vec{n} = (2; -1; -6)$. B. $\vec{n} = (-2; 1; -6)$. C. $\vec{n} = (-2; -1; 6)$. D. $\vec{n} = (-2; -1; -6)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có 3 đỉnh $A(2; 1; -3)$, $B(4; 2; 1)$, $C(3; 0; 5)$ và $G(a; b; c)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Tính giá trị biểu thức $P = a.b.c$.

- A. $P = 81$. B. $P = 3$. C. $P = 9$. D. $P = 27$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có các cạnh bằng 2, tam giác SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi O, M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC, CD . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với các vectơ đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OS}$.



- a) $A(0; -1; 0), B(2; -1; 0)$.
b) $C(2; 1; 0), D(0; 1; 0)$.
c) $S(0; 0; \sqrt{3})$.
d) $M(2; 0; 0), N(1; 1; 0)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (2; -5; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (1; 7; 2)$.

- a) $\vec{a} = 2\vec{j} - 5\vec{i} + 3\vec{k}$.
b) $\vec{b} + 2\vec{i} + 4\vec{k} = \vec{a} + 7\vec{j}$.
c) $\vec{a} + \vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.
d) $\vec{b} - \vec{c} + \vec{i} = 5\vec{j} - 3\vec{k}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 5\vec{i} + 3\vec{k} + 2\vec{j}$ và $\vec{b} = (m - 3n; 4m + 5n; m^2 + 2n)$ với $m, n \in \mathbb{R}$.

- a) $\vec{a} = (5; 3; 2)$.
b) Nếu $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ thì $A(5; 2; 3)$.
c) Nếu $\vec{b} = \vec{0}$ thì $m + n = 2$.
d) Nếu $\vec{a} = \vec{b}$ thì $m^2 + n^2 = 5$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; 0; -3)$ và $B(-2; 7; 1)$.

- a) $\overrightarrow{OA} + 3\vec{k} = 5\vec{i} + \vec{j}$.

b) $\overrightarrow{AB} = (-7; 7; 4)$.

c) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (-3; -7; 2)$.

d) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $\left(-\frac{7}{2}; \frac{7}{2}; 2\right)$.

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-3; -5; 2m - 3n)$ và $\vec{b} = (2m + n; -5; 17)$. Biết hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ bằng nhau. Tính giá trị biểu thức $S = 10m + 20n$.

ĐS:

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} + 4\vec{j} = \vec{0}$. Tính tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$.

ĐS:

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho $-\vec{a} = (-3; 5; -2)$, $2\vec{b} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$. Khi đó vectơ $\vec{a} = 3\vec{i} - m\vec{j} + 2\vec{k}$ và $\vec{b} = (2; 1; 2n)$. Tính giá trị biểu thức $P = mn$.

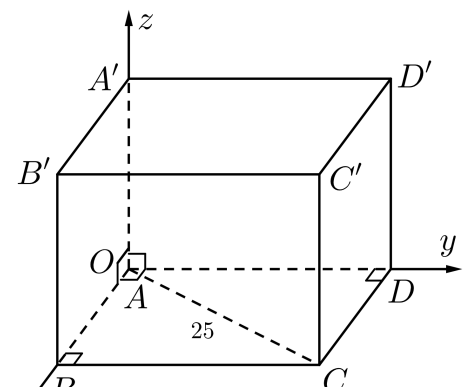
ĐS:

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, biết các điểm $M(7; -10; 15)$, $N(-12; 4; 9)$. Khi đó ta được $\overrightarrow{OM} = 7\vec{i} + m\vec{j} + 15\vec{k}$ và $\overrightarrow{NO} = n\vec{i} - 4\vec{j} - 9\vec{k}$. Tính tích $P = m.n$.

ĐS:

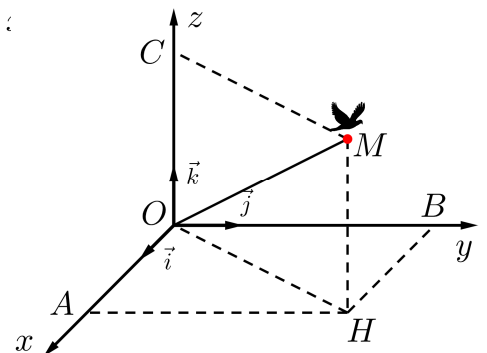
Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC = 25$, $AD = 15$, $AA' = 24$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với A , các điểm B, D, A' lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz . Biết tọa độ $C'(a; b; c)$. Tính giá trị biểu thức $P = a - b + c$.

ĐS:



Câu 6: Một chú chim bồ câu đang ở vị trí M trong không gian $Oxyz$ như hình sau. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống mặt phẳng (Oxy) . Biết $OM = 100$, $(\vec{i}, \overrightarrow{OH}) = 60^\circ$, $(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OM}) = 45^\circ$. Khi đó tọa độ của điểm M là $M(a; b; c)$. Tính giá trị biểu thức $S = a - b + c$.

ĐS:



F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \frac{3}{2}\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm A .

- A. $A\left(2; 0; -\frac{3}{2}\right)$. B. $A\left(2; 1; -\frac{3}{2}\right)$. C. $A\left(2; -\frac{3}{2}; 0\right)$. D. $A\left(2; -\frac{3}{2}; 1\right)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của vector $\vec{a} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - 6\vec{k}$.

- A. $\vec{a} = (2; 2; -6)$. B. $\vec{a} = (-2; 2; -6)$. C. $\vec{a} = (-2; 2; 6)$. D. $\vec{a} = (2; 2; 6)$.

Câu 3: Xét các phát biểu sau:

- (a) $\vec{a} = -3\vec{i} + \vec{j} \Leftrightarrow \vec{a} = (-3; 0; 0)$; (b) $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j} \Leftrightarrow \vec{b} = \left(\frac{1}{2}; 0; -5\right)$;
 (c) $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{k} \Leftrightarrow M(2; 0; -3)$; (d) $\overrightarrow{AB} = \vec{j} + \vec{k} - 3\vec{i} \Leftrightarrow A(-3; 1; 1)$ và $B(1; 1; -3)$.

Số phát biểu đúng là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (10; -42; 7)$ và $\vec{b} = 20\vec{i} - 7\vec{k}$. Tính tọa độ vector $\vec{u} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

- A. $\vec{u} = (30; -42; 21)$. B. $\vec{u} = (-30; 42; 21)$. C. $\vec{u} = (30; 42; 21)$. D. $\vec{u} = (-30; -42; 21)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho $M(1; 2; -4)$, $\overrightarrow{ON} = (3; 7; -4)$. Gọi P là điểm đối xứng với N qua M . Tìm tọa độ điểm P .

- A. $P(1; 3; 4)$. B. $P(-1; -3; -4)$. C. $P(1; -3; -4)$. D. $P(-1; 3; 4)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, biết vector $\overrightarrow{OM}$ ngược hướng vector $\vec{i}$ và có độ dài gấp 3 lần độ dài $\vec{i}$. Tọa độ trung điểm N của OM là:

- A. $(-3; 0; 0)$. B. $\left(-\frac{3}{2}; 0; 0\right)$. C. $\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$. D. $\left(0; 0; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-1; 0; 8)$, $\vec{b} = (0; 4; -1)$, $\vec{c} = (2; 0; -3)$. Phân tích vector $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}$ theo ba vector $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.

- A. $\vec{u} = -7\vec{i} - 8\vec{j} + 15\vec{k}$. B. $\vec{u} = -7\vec{i} + 8\vec{j} + 15\vec{k}$. C. $\vec{u} = -7\vec{i} + 8\vec{j} - 15\vec{k}$. D. $\vec{u} = 7\vec{i} + 8\vec{j} + 15\vec{k}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4; 0; 6)$, $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 8\vec{j}$. Khi đó tọa độ vector $\overrightarrow{OB}$ là:

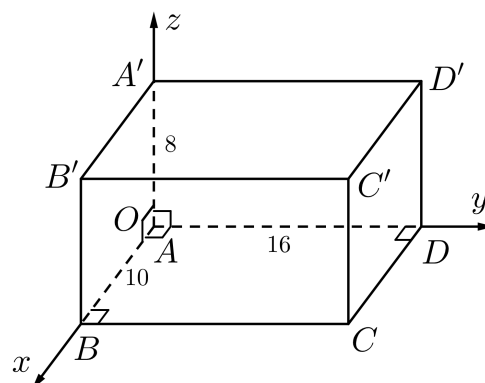
- A. $\overrightarrow{OB} = (-2; 8; 6)$. B. $\overrightarrow{OB} = (2; 8; 6)$. C. $\overrightarrow{OB} = (-2; 8; -6)$. D. $\overrightarrow{OB} = (-2; -8; 6)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vector đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Tính tọa độ của vector $2(\vec{i} + \vec{j}) - 3(\vec{k} - 2\vec{i})$.

- A. $(8; -3; 2)$. B. $(-3; 2; 8)$. C. $(2; 8; -3)$. D. $(8; 2; -3)$.

Câu 10: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=10, AD=16, AA'=8$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với A , các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ lần lượt cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{C'A}$.

- A. $\overrightarrow{C'A} = (10; 16; 8)$. B. $\overrightarrow{C'A} = (-10; 16; 8)$.
C. $\overrightarrow{C'A} = (-10; -16; 8)$. D. $\overrightarrow{C'A} = (-10; -16; -8)$.



Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OB} = (0; -3; 5)$ và $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$. Tích vô hướng $\overrightarrow{OB} \cdot \vec{b}$ bằng:

- A. 3. B. -6. C. 0. D. 6.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 vector bằng nhau $\vec{a} = m\vec{i} - 3\vec{j} + 7\vec{k}$ và $\vec{b} = \vec{i} + n\vec{j} + p\vec{k}$. Khi đó $S = m + n + p$ bằng:

- A. $S = 5$. B. $S = 4$. C. $S = 11$. D. $S = 9$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(10; 4; 15)$, vector $\overrightarrow{ON} = 2\vec{i} - 8\vec{j} + 11\vec{k}$.

- a) $\overrightarrow{OM} = 15\vec{i} + 10\vec{k} + 4\vec{j}$.
b) $N(2; -8; 11)$.
c) Vector đối của vector $\overrightarrow{ON}$ có tọa độ là $(-2; -8; -11)$.
d) Tích vô hướng $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}$ bằng $\sqrt{153}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = 5\vec{i} + 3\vec{j} + z\vec{k}$, $\vec{v} = x\vec{i} - 3\vec{k}$ với $x, z \in \mathbb{R}$.

- a) $\vec{u} = (5; 3; z)$.
b) $\vec{v} = (x; -3; 0)$.
c) $\vec{u} \cdot \vec{v} = (5x; 0; -3z)$.
d) $\vec{u} = \vec{v}$ khi và chỉ khi $x = 5, z = -3$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{k}$ và $\vec{b} = (2m - n; m - n; m^2 + n)$ với $m, n \in \mathbb{R}$.

- a) $\vec{a} = (1; 2; 0)$.

b) $\vec{b} = (2m - n)\vec{i} + (n - m)\vec{j} + (m^2 + n)\vec{k}$.

c) Nếu $\vec{a} = \vec{b}$ thì $m = n = 1$.

d) Với $m = n = -2$ thì $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 0; 3)$, $B(7; 1; 7)$ và $C(0; 0; -5)$.

a) $\overrightarrow{OC} - 5\vec{k} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{CB} = 7\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$.

c) Điểm D thỏa $\overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$ có tọa độ là $D(5; 1; 8)$.

d) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , khi đó $\overrightarrow{OG} = 6\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$.

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u}$ thỏa $\vec{u} = 2\vec{j} - 3\vec{k} + 5(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) - 2\vec{u}$. Biết tọa độ vector $\vec{u}$ có dạng $\vec{u} = (a; b; c)$. Tính $T = a + b + c$.

ĐS:

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 0; 7)$ và $B(0; 2; 8)$. Biết 2 vector $\vec{u} = (x; y; z)$ và $\overrightarrow{AB}$ bằng nhau. Khi đó $T = 2026xyz$ bằng bao nhiêu?

ĐS:

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (m; 4n; 2)$ và $\vec{b} = (3 + n; 3m - 4; 2)$. Biết $\vec{a} = \vec{b}$, khi đó giá trị biểu thức $S = m^2 + n^2$ là bao nhiêu?

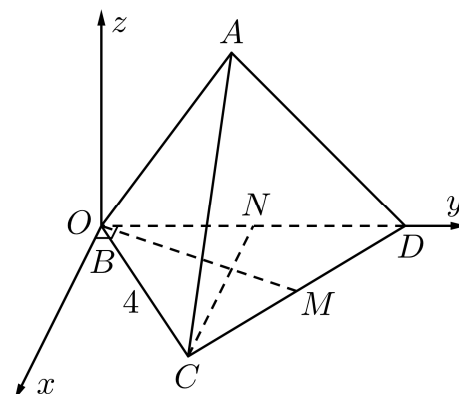
ĐS:

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$, $\overrightarrow{OC} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$. Gọi $D(x; y; z)$ là đỉnh của hình bình hành $OACD$. Tính giá trị $S = 2x + 3y - 4z$.

ĐS:

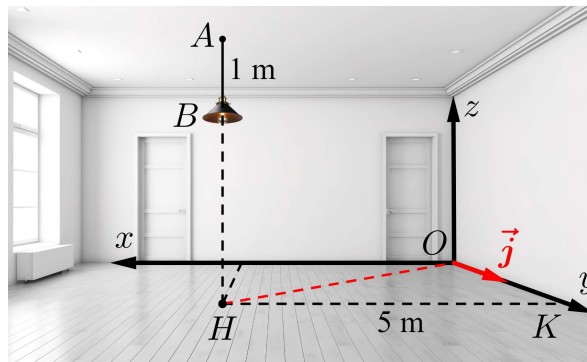
Câu 5: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng 4. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ O trùng với B , điểm D thuộc tia Oy , vector $\vec{i}$ cùng hướng với vector $\overrightarrow{NC}$ với N là trung điểm BD , tia Oz hướng lên trên như hình sau. Khi đó tọa độ vector $\overrightarrow{BM}$ với M trung điểm của CD có dạng $(a; b; 0)$. Tính giá trị $S = a + b$.

ĐS:



Câu 6: Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị: mét) trong một căn phòng hình hộp chữ nhật cao 4 m như hình sau. Có một bóng đèn treo đang ở vị trí B . Gọi H là hình chiếu vuông góc của B xuống mặt sàn (Oxy). Biết độ dài dây treo $AB = 1$ m, $(\vec{j}, \overrightarrow{OH}) = 60^\circ$, khoảng cách HK từ H đến trục Oy là 5 m. Khi đó tọa độ của bóng đèn B là $B(a;b;c)$. Tính giá trị biểu thức $S = a + b + c$.

ĐS:



BÀI 3. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTOR

A. LÝ THUYẾT

1. Biểu thức tọa độ của tổng, hiệu hai vector và tích của một số với một vector

Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ và số thực k . Khi đó:

- $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3);$
- $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3);$
- $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3).$

Nhận xét: Cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$, $\vec{b} \neq \vec{0}$.

Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương khi và chỉ khi tồn tại số k sao cho
$$\begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases}.$$

2. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ được xác định bởi công thức

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3.$$

Nhận xét:

- $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0;$
- $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2};$
- $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} \quad (\vec{a}, \vec{b} \text{ khác } \vec{0}).$

3. Vận dụng

Xác định tọa độ của vector khi biết tọa độ điểm đầu và điểm cuối

Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$. Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A).$$

Nhận xét: $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm của tam giác

Trong không gian $Oxyz$:

- Cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là:

$$M\left(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}; \frac{z_A+z_B}{2}\right).$$

- Cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$. Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

$$G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}; \frac{y_A+y_B+y_C}{3}; \frac{z_A+z_B+z_C}{3}\right).$$

Hình chiếu vuông góc và điểm đối xứng của một điểm qua các trục và mặt phẳng tọa độ

Cho điểm $M(x; y; z)$.

Hình chiếu vuông góc M' của M trên các trục và mặt phẳng tọa độ như sau:

- $Ox: M'(x; 0; 0)$
- $Oy: M'(0; y; 0)$
- $Oz: M'(0; 0; z)$
- $(Oxy): M'(x; y; 0)$
- $(Oyz): M'(0; y; z)$
- $(Oxz): M'(x; 0; z)$

“có giữ nguyên, thiếu bằng 0”

Điểm đối xứng M'' của M qua các trục và mặt phẳng tọa độ như sau:

- $Ox: M''(x; -y; -z)$
- $Oy: M''(-x; y; -z)$
- $Oz: M''(-x; -y; z)$
- $(Oxy): M''(x; y; -z)$
- $(Oyz): M''(-x; y; z)$
- $(Oxz): M''(x; -y; z)$

“có giữ nguyên, thiếu đổi dấu”

Tọa độ trọng tâm của tứ diện

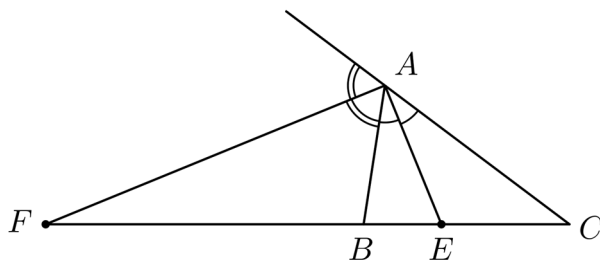
- Toạ độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$ là:

$$G\left(\frac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4}; \frac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4}; \frac{z_A+z_B+z_C+z_D}{4}\right).$$

Tọa độ chân đường phân giác của tam giác

- Cho tam giác ABC với E, F lần lượt là chân của các đường phân giác trong và ngoài của góc A trên BC . Ta có:

$$\overrightarrow{BE} = -\frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{CE} \text{ và } \overrightarrow{BF} = \frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{CF}.$$



Ví dụ 1. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{p} = (3; -2; 1)$, $\vec{q} = (6; -4; 2)$, $\vec{r} = (2; 1; -3)$.

- Tìm tọa độ của vector $\vec{c} = 2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$.
- Tìm hai vector cùng phương trong các vector đã cho.

Ví dụ 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (3; 0; 1)$, $\vec{b} = (1; -1; -2)$, $\vec{c} = (2; 1; -1)$.

- Tính các tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ và $\vec{b} \cdot \vec{c}$.
- Tính $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.
- Cho $\vec{d} = (1; 7; -3)$. Chứng minh $\vec{d} \perp \vec{a}$.

Ví dụ 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 2)$, $B(1; 2; 3)$, $C(2; 1; 2)$.

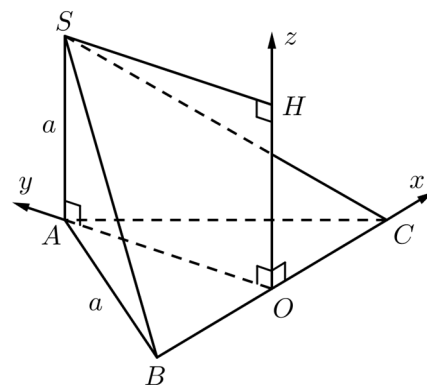
- Tìm tọa độ của các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$.
- Tính các độ dài AB , BC , CA .

Ví dụ 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; -1; 1)$, $B(0; 1; 2)$, $C(1; 0; 1)$. Tìm tọa độ:

- Trung điểm M của AB ;
- Trọng tâm G của tam giác ABC .

Ví dụ 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$ và đáy ABC là tam giác đều cạnh a , O là trung điểm của BC . Bằng cách thiết lập hệ tọa độ như hình vẽ, hãy tìm tọa độ:

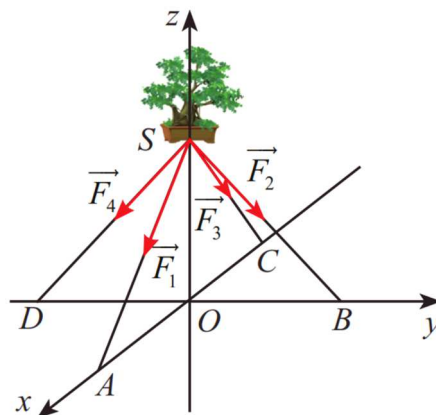
- Các điểm A , S , B , C ;
- Trung điểm M của SB và trung điểm N của SC ;
- Trọng tâm G của tam giác SBC .



Ví dụ 6. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(7; 3; 3)$, $B(1; 2; 4)$, $C(2; 3; 5)$.

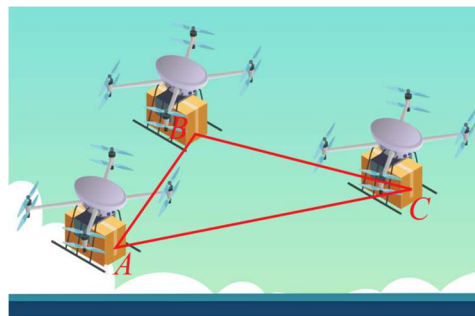
- Tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .
- Tìm độ dài cạnh AB và AC .
- Tính góc A .

Ví dụ 7. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0; 0; 20)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(20; 0; 0)$, $B(0; 20; 0)$, $C(-20; 0; 0)$, $D(0; -20; 0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 40 N và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như hình sau. Tìm tọa độ của các lực nói trên (mỗi centimet biểu diễn 1 N).



Ví dụ 8. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có tọa độ là $A(1;1;1)$, $B(5;7;9)$, $C(9;11;4)$. Tính:

- Các khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng.
- Góc $\widehat{BAC}$.



B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

VECTƠ KHÔNG CHỈ RÕ ĐIỂM ĐẦU VÀ ĐIỂM CUỐI

Câu 1. Cho hai vectơ $\vec{a} = (0;1;3)$ và $\vec{b} = (-2;3;1)$. Tìm tọa độ của vectơ $2\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{a}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (2;-5;3)$, $\vec{b} = (0;2;-1)$, $\vec{c} = (1;7;2)$.

- Tìm tọa độ của vectơ $\vec{d} = 4\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + 3\vec{c}$.
- Tìm tọa độ của vectơ $\vec{e} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$.
- Chứng minh $\vec{a}$ cùng phương với vectơ $\vec{m} = (-6;15;-9)$.

Câu 3. Cho $\vec{a} = (2;-5;3)$, $\vec{b} = (0;2;-1)$, $\vec{c} = (1;7;2)$.

Tìm tọa độ của $\vec{u} = 4\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + 3\vec{c}$ và $\vec{v} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$.

Câu 4. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{x}$, biết:

- $\vec{a} + \vec{x} = \vec{0}$ với $\vec{a} = (1;-2;1)$.
- $\vec{a} + 2\vec{x} = \vec{b}$ với $\vec{a} = (5;4;-1)$, $\vec{b} = (2;-5;3)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (3;m+1;3)$, $\vec{b} = (1;-3;2n)$. Tìm m, n để $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

Câu 6. Cho $\vec{a} = (1;-3;4)$.

- Tìm y, z để vectơ $\vec{b} = (2;y;z)$ cùng phương với $\vec{a}$.
- Tìm tọa độ của vectơ $\vec{c}$, biết rằng $\vec{a}$ và $\vec{c}$ ngược hướng và $|\vec{c}| = 2|\vec{a}|$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-2;2;0)$, $\vec{b} = (2;2;0)$, $\vec{c} = (2;2;2)$. Tính giá trị $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$.

Câu 8. Cho $\vec{a} = (2;3;6)$. Tìm 2 vectơ cùng phương với $\vec{a}$ và có độ dài bằng 1.

Câu 9. Cho $\vec{a} = (1;2;2)$. Tìm vectơ

- a) Cùng hướng với $\vec{a}$ và có độ dài bằng 1.
 b) Ngược hướng với $\vec{a}$ và có độ dài bằng 10.

Câu 10. Tính các tích vô hướng:

- a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ với $\vec{a} = (5; 2; -4)$, $\vec{b} = (4; -2; 2)$.
 b) $\vec{c} \cdot \vec{d}$ với $\vec{c} = (2; -3; 4)$, $\vec{d} = (6; 5; -3)$.

Câu 11. Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ với:

- a) $\vec{a} = (1; 4; -6)$; $\vec{b} = (-2; 1; 3)$.
 b) $2\vec{a} = (2; -6; 8)$; $-3\vec{b} = (-9; 6; 12)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (2; 3; -1)$ và $\vec{v} = (5; -4; m)$. Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{m} = (-5; 4; 9)$, $\vec{n} = (2; -7; 0)$, $\vec{p} = (6; 3; -4)$.

- a) Tính các tích vô hướng $\vec{m} \cdot \vec{n}$ và $\vec{m} \cdot \vec{p}$.
 b) Tính $|\vec{m}|$, $|\vec{n}|$, $\cos(\vec{m}, \vec{n})$.
 c) Cho $\vec{q} = (1; -2; 0)$. Vector $\vec{q}$ có vuông góc với $\vec{p}$ không?

Câu 14. Cho ba vector $\vec{a} = (1; -1; 1)$, $\vec{b} = (4; 0; -1)$, $\vec{c} = (3; 2; -1)$. Tính:

- a) $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$.
 b) $3\vec{a} - 2(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{b} + \vec{c}^2\vec{b}$.

Câu 15. Tính góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ biết:

- a) $\vec{a} = (4; 3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 2; 3)$.
 b) $\vec{a} = (2; 5; 4)$, $\vec{b} = (6; 0; -3)$.

Câu 16. Cho $\vec{a} = (7; 2; 3)$, $\vec{b} = (4; 3; -5)$, $\vec{c} = (1; 1; -1)$. Tìm vector $\vec{u}$, biết $\vec{u}$ thỏa đồng thời các tính chất sau: $\vec{a} \cdot \vec{u} = -5$, $\vec{b} \cdot \vec{u} = -7$ và $\vec{c} \perp \vec{u}$.

VECTƠ ĐÃ CHỈ RÕ ĐIỂM ĐẦU VÀ ĐIỂM CUỐI

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(7; -2; 0)$, $N(-9; 0; 4)$, $P(0; -6; 5)$.

- a) Tìm tọa độ của các vector $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{NP}$, $\overrightarrow{MP}$.
 b) Tính các độ dài MP , NP , MP .

Câu 18. Cho ba điểm $A(-1; 4; 8)$, $B(5; 0; -7)$ và $C(2; 1; -3)$.

- a) Tìm tọa độ điểm M thỏa $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}$.

b) Tìm tọa độ điểm N thỏa $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{NC} + 3\overrightarrow{CB}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;1)$, $B(6;-4;3)$ và $C(4;2;-1)$.

a) Tìm tọa độ trung điểm M của AB .

b) Tìm tọa độ điểm N thỏa $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AM} + 4\overrightarrow{NM} - \vec{j}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$:

a) Cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB .

b) Cho tam giác ABC biết $A(5;-2;0)$, $B(-2;3;0)$, $C(0;2;3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

c) Cho ba điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác MNP có $A(2;1;3)$, $B(1;2;3)$, $C(-3;-1;0)$. Tìm tọa độ:

a) Các điểm M' , N' , P' lần lượt là trung điểm của các cạnh NP , MP , MN ;

b) Trọng tâm G của tam giác $M'N'P'$.

Câu 22. Cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(3;2;0)$ và $C(2;-1;3)$.

a) Chứng minh rằng A , B , C là ba đỉnh của tam giác. Tính chu vi tam giác ABC .

b) Tìm tọa độ trung điểm của các cạnh của tam giác ABC .

c) Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

Câu 23. Cho điểm $M(1;2;3)$. Hãy tìm tọa độ của các điểm:

a) M_1 , M_2 , M_3 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các mặt phẳng tọa độ (Oxy) , (Oyz) , (Oxz) .

b) M' , M'' , M''' lần lượt là điểm đối xứng của M qua O , mặt phẳng (Oxy) và trục Oy .

Câu 24. Cho điểm M . Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên các mặt phẳng tọa độ (Oxy) , (Oyz) , (Oxz) và trên các trục tọa độ Ox , Oy , Oz biết:

a) $M(1;2;-1)$.

b) $M(2;-5;7)$.

Câu 25. Cho điểm M . Tìm tọa độ điểm đối xứng của M qua các mặt phẳng tọa độ (Oxy) , (Oyz) , (Oxz) và qua các trục tọa độ Ox , Oy , Oz biết:

a) $M(1;2;3)$.

b) $M(3;-1;2)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác MNP có $M(0;1;2)$, $N(5;9;3)$, $P(7;8;2)$.

- a) Tìm tọa độ điểm K là chân đường cao kẻ từ M của tam giác MNP .
- b) Tìm độ dài cạnh MN và MP .
- c) Tính góc M .

Câu 27. Xét tính thẳng hàng của ba điểm sau:

- a) $A(1;3;1)$, $B(0;1;2)$, $C(0;0;1)$.
- b) $A(1;1;1)$, $B(-4;3;1)$, $C(-9;5;1)$.

Câu 28. Tìm điểm M cách đều hai điểm $A(3;1;0)$, $B(-2;4;1)$ với:

- a) Điểm M thuộc trục Ox .
- b) Điểm M thuộc trục Oy .

Câu 29. Cho ba điểm $A(3;3;3)$, $B(1;1;2)$ và $C(5;3;1)$.

- a) Tìm điểm M trên trục Oy cách đều hai điểm B , C .
- b) Tìm điểm N trên mặt phẳng (Oxy) cách đều ba điểm A , B , C .

Câu 30. Cho các điểm $A(-1;-1;0)$, $B(0;3;-1)$, $C(-1;14;0)$, $D(-3;6;2)$. Chứng minh rằng $ABCD$ là hình thang.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tọa độ các đỉnh $A'(-3;2;1)$, $C(4;2;0)$, $B'(-2;1;1)$, $D(3;5;4)$. Tìm tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

Câu 32. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình hộp trên.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-5;0)$, $B(-1;1;3)$, $C(3;3;0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp đều $S.ABCD$ biết $A(1;0;0)$, $B(5;0;0)$, $C(5;4;0)$ và chiều cao hình chóp bằng 6. Tìm tọa độ điểm $I(a;b;c)$, $c > 0$ cách đều 5 đỉnh của hình chóp.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(5;-1;2)$, $B(1;-3;7)$ và $M(x;y;1)$. Với giá trị nào của x , y thì ba điểm A , B , M thẳng hàng?

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho $\triangle ABC$ có $A(4;0;2)$, $B(1;-4;-2)$ và $C(2;1;1)$.

- a) Tính độ dài ba cạnh AB , AC , BC . Chứng minh tam giác ABC vuông.
- b) Tính diện tích S của tam giác ABC .

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$.

- a) Tìm tọa độ đỉnh D .
- b) Tìm tọa độ chân đường cao H kẻ từ A của $\triangle ABC$.
- b) Tính diện tích tam giác ABC .

c) Tính diện tích hình bình hành $ABCD$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;1)$, $B(2;-1;3)$, $C(5;2;-3)$.

a) Tính độ dài ba cạnh và diện tích tam giác theo công thức Heron $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

b) Tìm tọa độ chân đường cao H kẻ từ A của tam giác và tính diện tích tam giác theo công thức $S = \frac{1}{2}AH.BC$.

c) Tính $\cos \widehat{BAC}$, suy ra $\sin \widehat{BAC} = \sqrt{1 - \cos^2 \widehat{BAC}}$. Từ đó tính diện tích tam giác theo công thức $S = \frac{1}{2}AB.AC.\sin \widehat{BAC}$.

d) Chứng minh công thức $S = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2.AC^2 - (\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})^2}$ và sử dụng nó để tính diện tích tam giác trên.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;1)$, $B(2;3;3)$ và $C(3;5;-3)$.

a) Tính góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

b) Tìm các vector $\vec{u}, \vec{v}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và có độ dài bằng 3.

c) Từ đó tìm một vector có giá song song với đường phân giác của góc $\widehat{BAC}$.

Câu 40. Cho ba điểm $A(3;-4;7)$, $B(-5;3;-2)$, $C(1;2;-3)$.

a) Chứng minh ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

b) Tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$.

c) Tính độ dài trung tuyến AM của $\triangle ABC$.

d) Xác định điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

e) Tính số đo các góc trong $\triangle ABC$.

f) Tính diện tích $\triangle ABC$. Từ đó suy ra độ dài đường cao AH của $\triangle ABC$.

g) Xác định chân đường cao H kẻ từ A của $\triangle ABC$.

h) Xác định tọa độ các điểm E, F là các chân đường phân giác trong và ngoài của góc A của $\triangle ABC$ trên BC . Tính độ dài các đoạn phân giác đó.

Câu 41. Cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(3;5;4)$, $C(3;0;5)$.

a) Chứng minh ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

b) Tính độ dài trung tuyến AM của $\triangle ABC$.

c) Tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$.

d) Tính chu vi, diện tích của $\triangle ABC$.

e) Tìm tọa độ D để $ABCD$ là hình bình hành và tính cosin góc giữa hai vector $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$.

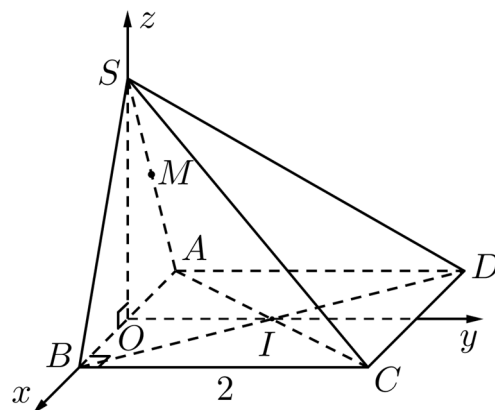
- f) Tính số đo các góc trong ΔABC .
- g) Tính độ dài đường cao AH của ΔABC .
- h) Xác định chân đường cao H kẻ từ A của ΔABC .

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;5;1)$, $B(-2;-6;2)$, $C(1;2;-1)$ và điểm $M(m;m;m)$. Tìm giá trị của m để:

- a) $|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- b) $MA^2 - MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất.

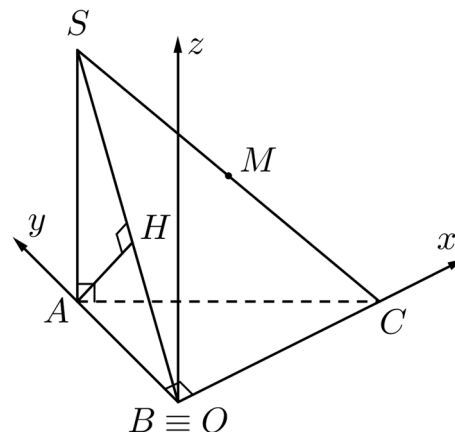
Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I , cạnh 2, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O là trung điểm của AB , các điểm B, I, S lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz như hình sau.

- a) Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D, S ;
- b) Tính độ dài MI với M là trung điểm của SA ;
- c) Tính độ dài OG với G là trọng tâm của tam giác SCD .



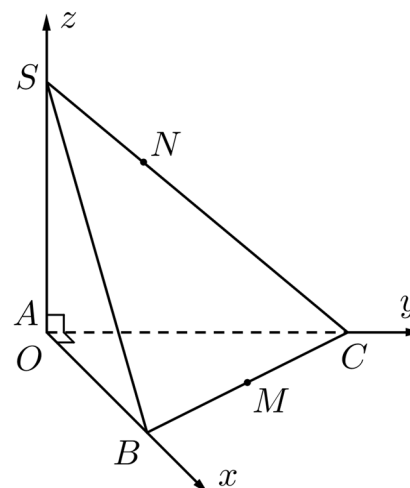
Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 4$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B cạnh 3. Bằng cách thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ với O trùng với điểm B , các điểm C, A lần lượt thuộc các tia Ox, Oy và tia Oz hướng lên trên như hình sau.

- a) Tìm tọa độ các điểm A, S, C ;
- b) Tính độ dài đường trung tuyến BM của tam giác SBC .
- c) Tìm tọa độ chân đường cao H kẻ từ A của tam giác SAB .

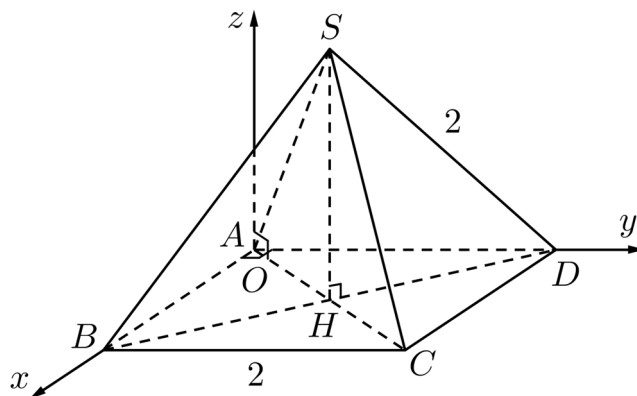


Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$, M là trung điểm của BC và N thuộc cạnh SC sao cho $SN = \frac{1}{2}NC$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O trùng với điểm A , các điểm B, C, S lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz như hình sau.

- a) Tìm tọa độ các điểm M và N .
- b) Tính độ dài các đoạn thẳng SM, BN .
- c) Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác SBC .

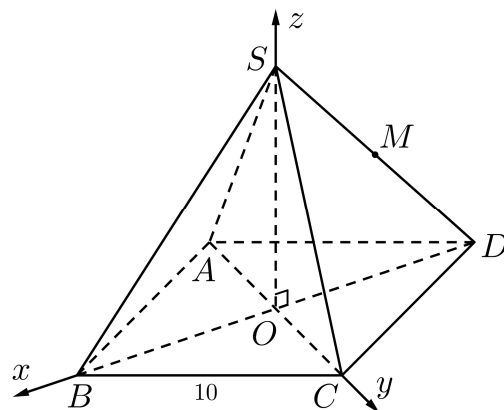


Câu 46. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 2, $SH \perp (ABCD)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O trùng với điểm A , các điểm B, D lần lượt thuộc các tia Ox, Oy , tia Oz hướng lên trên như hình sau.



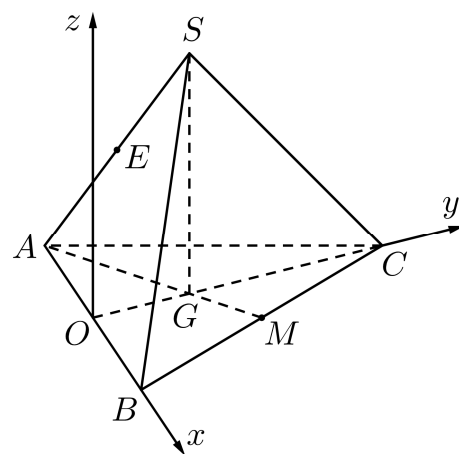
- Tìm tọa độ các điểm B, C, D, H, S ;
- Tìm tọa độ trung điểm M của SB và trung điểm N của SD ;
- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác SAC .

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 10, $SO \perp (ABCD)$, $SO=10$, các điểm B, C, S lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz như hình sau.



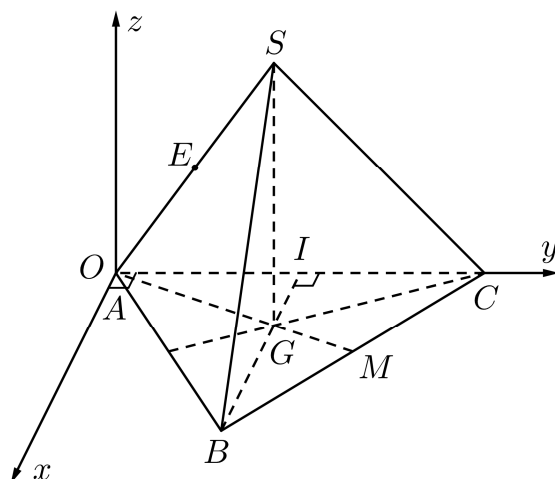
- Tìm tọa độ các điểm B, C, A, D, S ;
- Tìm tọa độ trung điểm M của SD , trọng tâm G của tam giác SCD .
- Tính độ dài các đoạn thẳng MB, MC .

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 3, cạnh bên bằng 5, $SG \perp (ABC)$, gốc tọa độ O trùng với trung điểm cạnh AB , các điểm B, C lần lượt thuộc các tia Ox, Oy , tia Oz hướng lên trên như hình sau.



- Tìm tọa độ các điểm A, B, C, G, S ;
- Tìm tọa độ trung điểm M của BC , trung điểm E của SA .
- Tính độ dài đoạn thẳng ME .

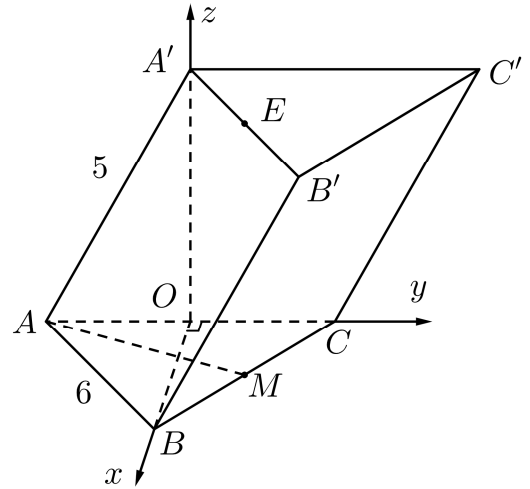
Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 3, cạnh bên bằng 5, $SG \perp (ABC)$, gốc tọa độ O trùng với điểm A , điểm C thuộc tia Oy , vector $\vec{i}$ cùng hướng với vector $\vec{IB}$, tia Oz hướng lên trên như hình sau.



- Tìm tọa độ các điểm B, C, G, S, I ;
- Tìm tọa độ trung điểm M của BC , trung điểm E của SA .
- Tính độ dài đoạn thẳng ME .

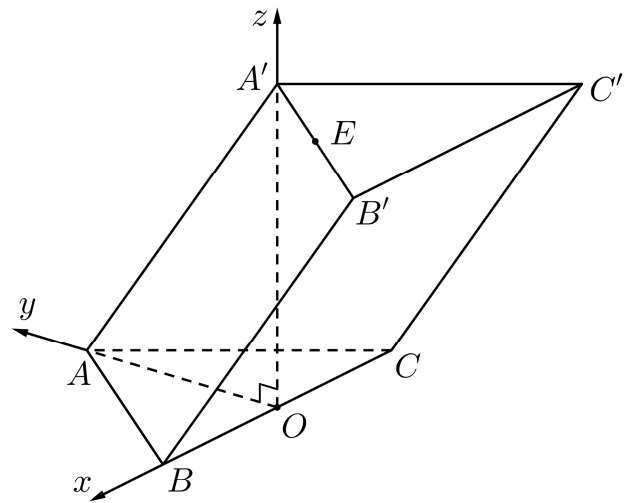
Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh 6, hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh AC , $AA' = 5$, gốc tọa độ O trùng với trung điểm cạnh AC , các điểm B, C, A' lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz như hình sau.

- Tìm tọa độ các điểm A, C', B' ;
- Tìm tọa độ trung điểm M của BC , trung điểm E của $A'B'$.
- Tính độ dài đoạn thẳng ME .



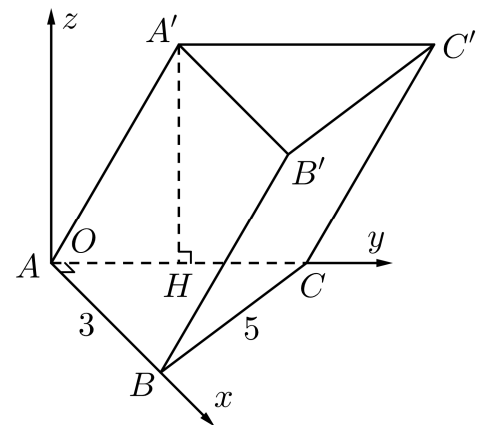
Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh 6, hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh BC , $AA' = 3\sqrt{6}$, gốc tọa độ O trùng với trung điểm cạnh BC , các điểm B, A, A' lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz như hình sau.

- Tìm tọa độ các điểm B, C, A', B', C' ;
- Tìm tọa độ trung điểm E của $A'B'$.
- Tính độ dài đoạn thẳng CE .



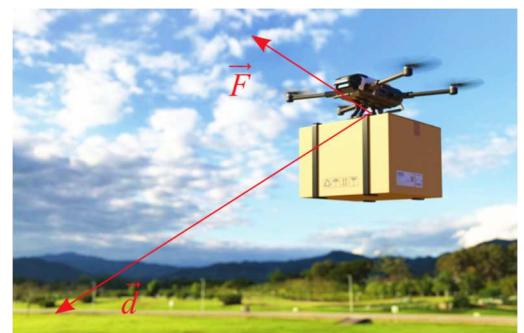
Câu 52. Trong không gian $Oxyz$, cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB = 3$, $BC = 5$, hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AC , $AA' = 4$, gốc tọa độ O trùng với điểm A , các điểm B, C lần lượt thuộc các tia Ox, Oy , tia Oz hướng lên trên như hình sau.

- Tìm tọa độ các điểm B, C, A', B', C' ;
- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác $A'B'C'$.
- Tính độ dài đoạn thẳng GH .



MỘT SỐ BÀI TẬP THỰC TẾ

Câu 53. Tính công sinh bởi lực $\vec{F} = (20; 30; -10)$ (đơn vị: N) tạo bởi một drone giao hàng khi thực hiện một độ dịch chuyển $\vec{d} = (150; 200; 100)$ (đơn vị: m).



Câu 54. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, (đơn vị đo: km), ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu Su-35 của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 8)$ đến điểm $N(900; 320; 12)$ trong 20 phút. Tính tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo nếu máy bay giữ nguyên vận tốc và hướng bay.



Câu 55. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, (đơn vị đo: km), ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu EA-18G Growler của Mỹ di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 10)$ đến điểm B trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(1600; 700; 16)$. Xác định tọa độ vị trí điểm B .

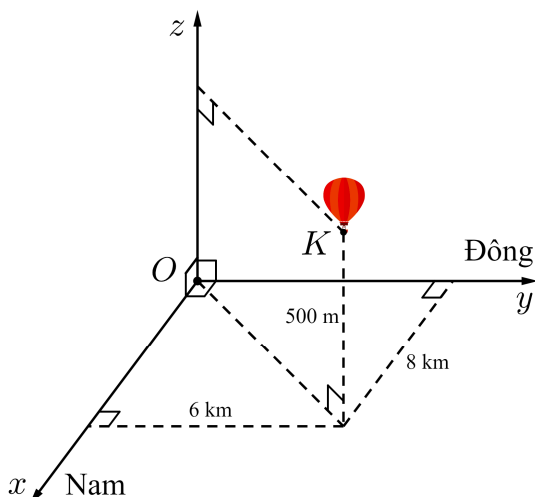


Câu 56. Một chiếc khinh khí cầu bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu cách điểm xuất phát về phía Đông 8 km và về phía Nam 6 km, đồng thời cách mặt đất 500 m.

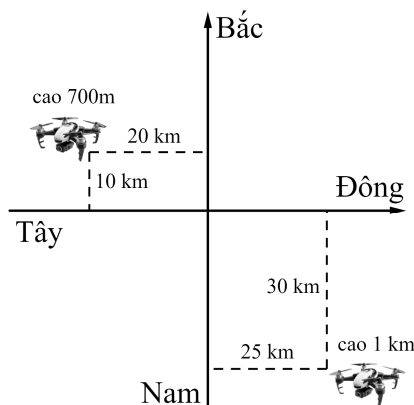
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc tọa độ đặt tại điểm xuất phát của khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo là kilômét (xem hình vẽ).

a) Tìm tọa độ của chiếc khinh khí cầu đối với hệ trục tọa độ đã chọn.

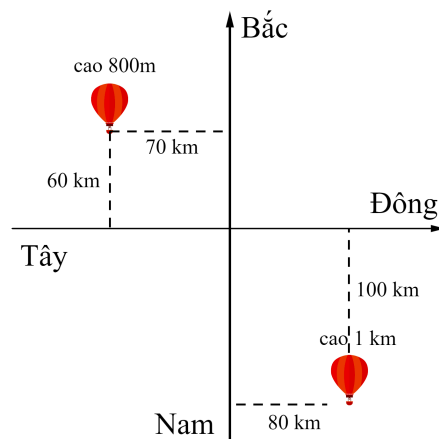
b) Xác định khoảng cách từ chiếc khinh khí cầu đến vị trí tại điểm xuất phát của nó.



Câu 57. Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc 20 km và về phía Tây 10 km, đồng thời cách mặt đất 700 m. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông 30 km và về phía Nam 25 km, đồng thời cách mặt đất 1 km. Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay.



Câu 58. Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông 100 km và về phía Nam 80 km, đồng thời cách mặt đất 1 km. Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc 70 km và về phía Tây 60 km, đồng thời cách mặt đất 800 m.



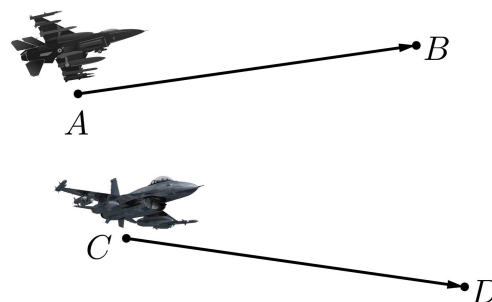
- Xác định khoảng cách của chiếc khinh khí cầu thứ nhất với vị trí tại điểm xuất phát của nó.
- Xác định khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai.

Câu 59. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, (đơn vị đo: km), trong khoảng thời gian 10 phút, ra đa phát hiện hai máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi:

Máy bay (I) bay từ điểm $A(100;50;10)$ đến điểm $B(240;100;12)$.

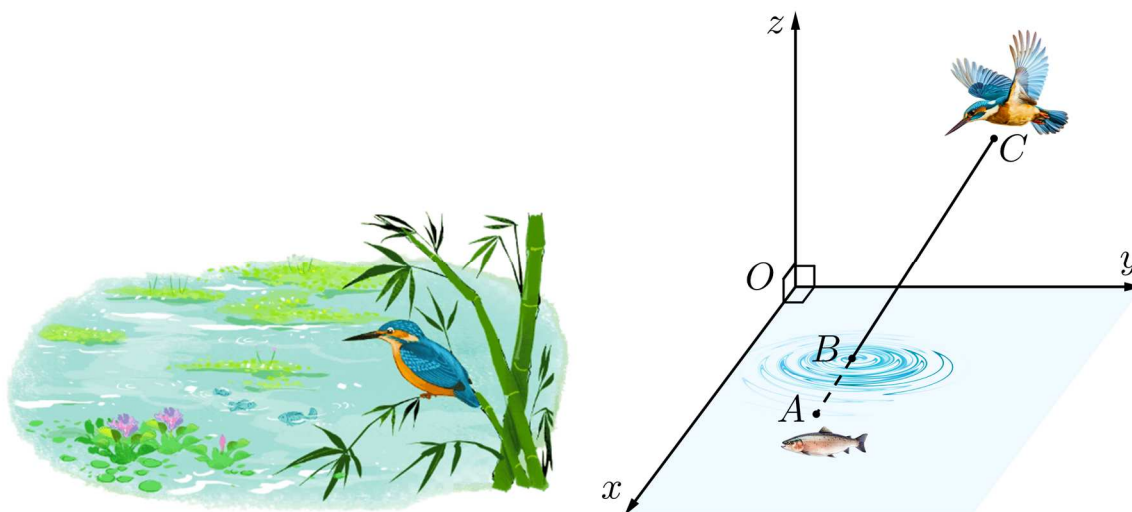
Máy bay (II) bay từ điểm $C(80;40;6)$ đến điểm $D(220;100;9)$.

Nếu hai máy bay giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì khoảng cách giữa hai máy bay sau 15 phút tiếp theo là bao nhiêu?



Câu 60. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2m, cách mặt

phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là 3 m và 1 m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá cách mặt nước 50 cm, cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là 1 m và 1,5 m. Tìm tọa độ điểm B lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước.



C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho vector $\vec{a} = (1; 3; 4)$, tìm vector $\vec{b}$ cùng phương với vector $\vec{a}$.

- A. $\vec{b} = (-2; -6; -8)$. B. $\vec{b} = (-2; -6; 8)$. C. $\vec{b} = (-2; 6; 8)$. D. $\vec{b} = (2; -6; -8)$.

Câu 2: Gọi φ là góc giữa hai vector $\vec{a} = (1; 2; 0)$ và $\vec{b} = (2; 0; -1)$, khi đó $\cos \varphi$ bằng:

- A. 0. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $-\frac{2}{5}$.

Câu 3: Tích vô hướng của hai vector $\vec{a} = (-2; 2; 5)$, $\vec{b} = (0; 1; 2)$ bằng:

- A. 10. B. 13. C. 12. D. 14.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; -3)$, $B(2; 4; -1)$, $C(2; -2; 0)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

- A. $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. B. $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$. C. $(5; 2; 4)$. D. $\left(\frac{5}{2}; 1; -2\right)$.

Câu 5: Cho điểm $M(1; 2; -3)$, hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là điểm:

- A. $M'(1; 2; 0)$. B. $M'(1; 0; -3)$. C. $M'(0; 2; -3)$. D. $M'(1; 2; 3)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; -1; 2)$. Điểm M trên trục Ox và cách đều hai điểm A, B có tọa độ là:

A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. C. $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$. D. $M\left(0; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 5; 3)$, $B(3; 7; 4)$, $C(x; y; 6)$. Giá trị của x, y để ba điểm A, B, C thẳng hàng là:

A. $x = 5, y = 11$. B. $x = -5, y = 11$. C. $x = -11, y = -5$. D. $x = 11, y = 5$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (2; -1; 3)$, $\vec{b} = (1; -3; 2)$ và $\vec{c} = (3; 2; -4)$. Gọi $\vec{x}$ là vector thỏa mãn: $\vec{x} \cdot \vec{a} = -5$, $\vec{x} \cdot \vec{b} = -11$, $\vec{x} \cdot \vec{c} = 20$. Tọa độ của vector $\vec{x}$ là:

A. $(2; 3; 1)$. B. $(2; 3; -2)$. C. $(3; 2; -2)$. D. $(1; 3; 2)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$, $P(1; m-1; 2)$. Với giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N ?

A. $m = 3$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = 0$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-4; -1; 2)$, $B(3; 5; -10)$. Biết trung điểm cạnh AC thuộc trục tung, trung điểm cạnh BC thuộc mặt phẳng (Oxz) . Tọa độ đỉnh C là:

A. $C(4; -5; -2)$. B. $C(4; 5; 2)$. C. $C(4; -5; 2)$. D. $C(4; 5; -2)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng:

A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 5; 1)$, $B(-2; -6; 2)$, $C(1; 2; -1)$ và $M(m; m; m)$, để $MA^2 - MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất thì m bằng:

A. 3. B. -4. C. 2. D. 1.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Cho ba vector $\vec{a} = (-3; 4; 1)$, $\vec{b} = (2; 1; 0)$ và $\vec{c} = (2; 3; -1)$.

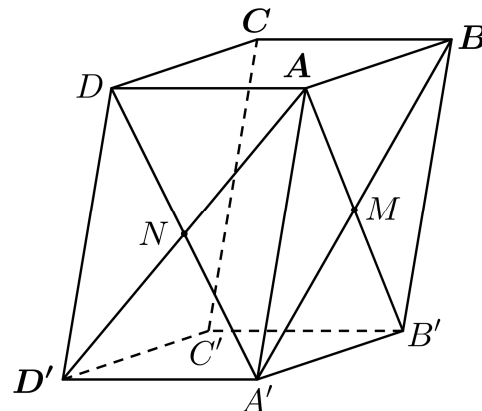
a) $|\vec{a}| = 26$.

b) $|\vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{33}$.

c) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{\sqrt{130}}$.

d) $\vec{b} \perp \vec{c}$.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết điểm $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $C(1;2;0)$, $D'(-1;3;5)$. Gọi M, N lần lượt là tâm của các hình bình hành $ABB'A'$, $ADD'A'$.



- Tọa độ $D(0;2;0)$.
- Tọa độ $A'(-1;1;5)$.
- Tọa độ $\overrightarrow{MN} = (-1;2;0)$.
- $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'}| = \sqrt{29}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$.

- Độ dài cạnh BC bằng $\sqrt{26}$.
- $\cos \widehat{ABC} = \frac{11}{26}$.
- Tam giác ABC là tam giác vuông.
- Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC . Giá trị của $a + b + 2c$ bằng 5.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;8;1)$, $B(2;2;3)$, $C(-1;0;4)$.

- Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB là $(2;-3;1)$.
- Gọi G là trọng tâm tam giác ABC thì $3\overrightarrow{OG} = (-1;10;8)$.
- Góc $\widehat{ABC}$ là góc nhọn.
- Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm $D(5;-6;-2)$.

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;3;-7)$, $\vec{b} = (-2;1;1)$, $\vec{c} = (5;-1;3)$ và $\vec{x} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$. Biết $\vec{x} = (x;y;z)$. Tính giá trị biểu thức $S = x + y + z$.

ĐS:

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-3;4)$, $B(1;y;-1)$, $C(x;4;3)$. Để ba điểm A, B, C thẳng hàng thì tổng $5x + y$ bằng bao nhiêu?

ĐS:

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;4)$. Biết $D(a;b;c)$ là đỉnh của hình bình hành $ABCD$. Tính tích $P = abc$.

ĐS:

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -5; 7)$. Điểm M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(x; y; z)$. Tính giá trị biểu thức $S = x + \frac{z}{y}$.

ĐS:

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, biết vector đơn vị cùng hướng với vector $\vec{u} = (1; 2; 2)$ có tọa độ là $(a; b; c)$. Tính tích $T = abc$.

ĐS:

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(2; -1; 6)$, $B(-3; -1; -4)$, $C(5; -1; 0)$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng bao nhiêu?

ĐS:

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{p} = (3; -2; 1)$, $\vec{q} = (-1; 1; -2)$, $\vec{r} = (2; 1; -3)$ và $\vec{c} = (11; -6; 5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{c} = 3\vec{p} - 2\vec{q} + \vec{r}$. B. $\vec{c} = 2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$. C. $\vec{c} = 2\vec{p} + 3\vec{q} + \vec{r}$. D. $\vec{c} = 3\vec{p} - 2\vec{q} - 2\vec{r}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(0; 1; 1)$, độ dài đoạn AB bằng:

- A. $\sqrt{6}$. B. $\sqrt{8}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{12}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (0; 3; 4)$ và $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$, khi đó tọa độ vector $\vec{b}$ có thể là:

- A. $(0; 3; 4)$. B. $(4; 0; 3)$. C. $(2; 0; 1)$. D. $(-8; 0; -6)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (0; 1; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 3; 1)$. Nếu $2\vec{x} + 3\vec{a} = 4\vec{b}$ thì tọa độ của vector $\vec{x}$ là:

- A. $\vec{x} = \left(-4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. B. $\vec{x} = \left(4; -\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$. C. $\vec{x} = \left(4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. D. $\vec{x} = \left(-4; -\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -3; 0)$, $P(0; 0; 4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là:

- A. $Q(-2; -3; 4)$. B. $Q(2; 3; 4)$. C. $Q(3; 4; 2)$. D. $Q(-2; -3; -4)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 5; 1)$, khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng:

- A. $\sqrt{29}$. B. $\sqrt{5}$. C. 2. D. $\sqrt{26}$.

- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?
- A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. B. $\vec{b} \perp \vec{c}$. C. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. D. $\vec{a} \perp \vec{b}$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ là:
- A. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. B. $\frac{9}{\sqrt{35}}$. C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. D. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-2; 3; 3)$. Tìm tọa độ điểm D là chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC .
- A. $D(0; 1; 3)$. B. $D(0; 3; 1)$. C. $D(0; -3; 1)$. D. $D(0; 3; -1)$.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 2)$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?
- A. Tọa độ hình chiếu của M trên mặt phẳng (Oxy) là $M'(3; -1; 0)$.
- B. Tọa độ hình chiếu của M trên trục Oz là $M'(0; 0; 2)$.
- C. Tọa độ điểm đối xứng của M qua gốc tọa độ O là $M'(-3; 1; -2)$.
- D. Khoảng cách từ M đến gốc tọa độ O bằng 14.
- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2; -3; 5)$, $N(4; 7; -9)$, $P(3; 2; 1)$ và $Q(1; -8; 12)$. Bộ ba điểm nào sau đây là thẳng hàng?
- A. M, N, P . B. M, N, Q . C. M, P, Q . D. N, P, Q .
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 2; 6)$, $B(-1; -3; -4)$, $C(-1; 5; 0)$. Khi đó tam giác ABC là:
- A. Tam giác cân. B. Tam giác đều. C. Tam giác vuông. D. Cả A và C.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (0; 2; 3)$ và $\vec{v} = (m-1; 2m; 3)$.

- a) $|\vec{u}| = \sqrt{13}$.
- b) $|\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow m = -\frac{3}{5}$.
- c) $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow m = 1$.
- d) $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow m = \frac{9}{4}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 5; -1)$, $B(7; x; 1)$, $C(9; 2; y)$.

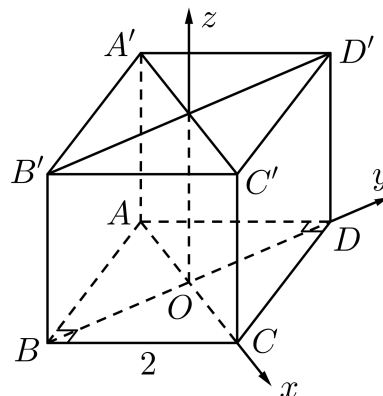
a) Nếu ba điểm A, B, C thẳng hàng thì $x + y = 5$.

b) Điểm $G\left(\frac{19}{3}; \frac{8}{3}; 3\right)$ là trọng tâm tam giác ABC thì $x = 1, y = 3$.

c) Tam giác ABC vuông tại A khi $x = 13, y = -1$.

d) Góc $\widehat{BAC} > 90^\circ$ khi và chỉ khi $3x - 2y > 41$.

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình sau (gốc tọa độ O trùng với tâm hình vuông $ABCD$).



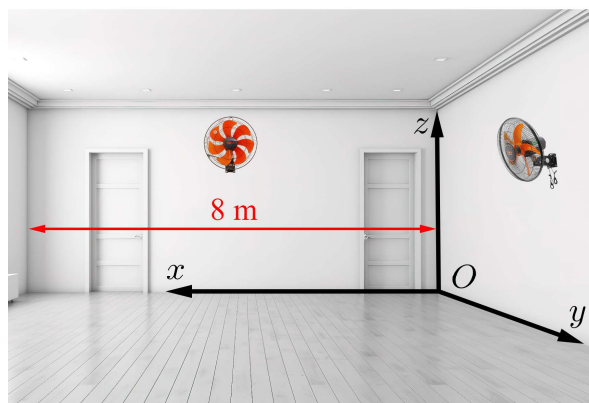
a) $A(-1; 0; 0)$.

b) $D'(0; \sqrt{2}; 2)$.

c) $\overrightarrow{AC'} = (2\sqrt{2}; 0; 2)$.

d) $\overrightarrow{BD'} = (0; 0; 2)$.

Câu 4: Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 8 m, rộng 6 m và cao 4 m có 2 cây quạt treo tường. Cây quạt A treo chính giữa bức tường 8 m và cách trần 1 m, cây quạt B treo chính giữa bức tường 6 m và cách trần 1,5 m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ sau (đơn vị: mét).



a) Tọa độ cây quạt A là $A(4; 0; 3)$.

b) Tọa độ cây quạt B là $B\left(3; 0; \frac{5}{2}\right)$.

c) Khoảng cách từ cây quạt B đến gốc tọa độ O xấp xỉ 1,95 m.

d) Khoảng cách giữa hai cây quạt là $AB \approx 5,02$ m.

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Biết tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$ là $(x; y; z)$. Tính tích $T = xyz$.

ĐS:

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (-2; 3; 8)$ và $\vec{v} = (0; 1; -5)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

ĐS:

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 5; 3)$ và $M(2; 1; -2)$. Biết M là trung điểm của AB . Khi đó tọa độ $B(a; b; c)$. Tính $S = a^2 + b^2 + c^2$.

ĐS:

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1;2;-3)$, $C(7;4;-2)$. Biết nếu điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là $(x;y;z)$. Khi đó $P = x + yz$ bằng bao nhiêu?

ĐS:

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{u} = (1;1;-2)$, $\vec{v} = (1;0;m)$. Tìm giá trị của m để góc giữa 2 vector trên bằng 45° .

ĐS:

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$ và điểm C nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Biết điểm C có tọa độ là $C(a;b;c)$. Tính giá trị biểu thức $S = 5a - 4b + 3c$.

ĐS:

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-2;0;9)$, $\vec{b} = (2;-1;5)$ và $\vec{c} = (-6;1;4)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $|\vec{a}| = \sqrt{85}$. B. $|\vec{b} - 2\vec{c}| = \sqrt{214}$. C. $(\vec{a}, \vec{b}) < 45^\circ$. D. $\vec{b} \perp \vec{c}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-1;1;0)$, $\vec{b} = (1;1;0)$ và $\vec{c} = (1;1;1)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$. B. $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương. C. $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{2}{\sqrt{6}}$. D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2;3;1)$, $\vec{b} = (-1;5;2)$, $\vec{c} = (4;-1;3)$ và $\vec{x} = (-3;22;5)$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$. B. $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$. C. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ thỏa mãn $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 1$ và $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$. Góc giữa hai vector $\vec{v}$ và $\vec{u} - \vec{v}$ bằng:

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$ và $D(2;2;2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm I của MN là:

- A. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$. B. $I(1;1;0)$. C. $I(1;-1;2)$. D. $I(1;1;1)$.

- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (-3; 0; -1)$ và điểm $A(0; 2; 1)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = 2\vec{a} - \vec{b}$ là:
- A. $M(-5; 1; 2)$. B. $M(3; -2; 1)$. C. $M(1; 4; -2)$. D. $M(5; 4; -2)$.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-3; 2; -1)$. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) là:
- A. $M'(-3; 2; 1)$. B. $M'(3; 2; 1)$. C. $M'(3; 2; -1)$. D. $M'(3; -2; -1)$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-3; 4; 2)$, $B(-5; 6; 2)$, $C(-4; 7; -1)$. Tìm tọa độ điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.
- A. $D(-10; 17; -7)$. B. $D(10; 17; -7)$. C. $D(10; -17; 7)$. D. $D(-10; -17; 7)$.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; -1; 1)$, $C(3; 3; -3)$ và A' , B' , C' thỏa mãn $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = \vec{0}$. Nếu G' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ thì G' có tọa độ là:
- A. $\left(2; \frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. B. $\left(2; -\frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$. C. $\left(2; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-2; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(-10; 5; 3)$ và $M(2m-1; 2; n+2)$. Để A, B, M thẳng hàng thì giá trị của m, n là:
- A. $m=1, n=\frac{3}{2}$. B. $m=-\frac{3}{2}, n=1$. C. $m=-1, n=-\frac{3}{2}$. D. $m=\frac{2}{3}, n=\frac{3}{2}$.
- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0; 0; 1)$, $B(-1; -2; 0)$, $C(2; 1; -1)$. Khi đó tọa độ chân đường cao H kẻ từ A tới BC là:
- A. $H\left(\frac{5}{19}; -\frac{14}{19}; -\frac{8}{19}\right)$. B. $H\left(\frac{4}{9}; 1; 1\right)$. C. $H\left(1; 1; -\frac{8}{9}\right)$. D. $H\left(1; \frac{3}{2}; 1\right)$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 0)$, $B(1; 0; -1)$ và $C(0; -1; 2)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. A, B, C thẳng hàng.
- B. A, B, C tạo thành tam giác cân.
- C. A, B, C tạo thành tam giác có một góc bằng 60° .
- D. A, B, C tạo thành tam giác vuông.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (2; 0; -1)$ và điểm $A(m; 0; m+1)$.

a) $|\vec{u}| = 5$.

b) $\overrightarrow{OA}$ cùng hướng với $\vec{u}$ khi và chỉ khi $m = -\frac{2}{3}$.

c) Có 2 giá trị nguyên của m để $OA = 5$.

d) Nếu $\vec{v} = (x; y; z)$ cùng phương với $\vec{u}$ và $\vec{u} \cdot \vec{v} = 20$ thì $x + y + z = 4$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (-6; 4; 1)$, $\vec{b} = (10; 2; 1)$ và điểm $A(8; -1; 0)$.

a) Tọa độ vector $\vec{a} + 3\vec{b} = (24; 10; 4)$.

b) Điểm đối xứng của A qua Oy là $A'(-8; -1; 0)$.

c) Vector $\vec{b} - \vec{a}$ cùng phương với $\overrightarrow{OA}$.

d) Góc giữa vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ nhỏ hơn 90° .

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(5; -1; 2)$, $C(3; 2; -4)$.

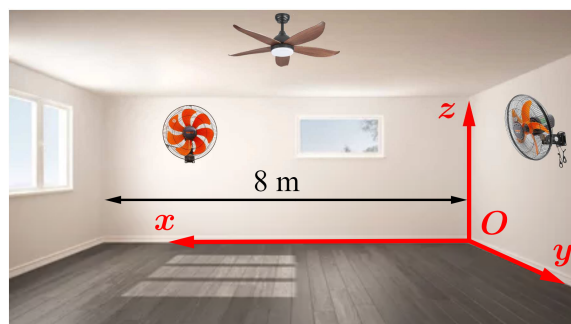
a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = -20$.

b) Có một cạnh của tam giác ABC có độ dài là một số nguyên.

c) Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là $M\left(4; -\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$.

d) Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có độ dài nhỏ hơn 4.

Câu 4: Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 8 m, rộng 6 m và cao 4 m có 3 cây quạt. Cây quạt A treo cách bức tường bên trái (có cửa sổ) 2 m và cách trần 1 m, cây quạt B treo chính giữa bức tường 6 m và cách trần 1,5 m, cây quạt trần C gắn ngay tâm của trần căn phòng. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ sau (đơn vị: mét).



a) Tọa độ cây quạt A là $A(2; 0; 3)$.

b) Tọa độ cây quạt B là $B\left(0; 3; \frac{5}{2}\right)$.

c) Tọa độ cây quạt trần C là $C(3; 4; 4)$.

d) Trong 3 cây quạt trên, khoảng cách giữa hai cây quạt B và C là lớn nhất.

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-1; 8; 4)$, $\vec{b} = (2; 2; -9)$, $\vec{c} = (1; 0; 6)$. Tọa độ của vector $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ có dạng $(x; y; z)$. Tính giá trị $T = xyz$.

ĐS:

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-3; 4; 5)$ và $\vec{b} = (1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

ĐS:

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m; 2; m+1)$. Tổng bình phương các giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$ là bao nhiêu?

ĐS:

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, biết có 2 điểm trên Ox mà khoảng cách từ đó đến điểm $M(-3; 4; 8)$ bằng 12. Tổng hai hoành độ của chúng là bao nhiêu?

ĐS:

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MC = 2MB$. Độ dài đoạn AM bằng bao nhiêu?

ĐS:

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; -2; -1)$, $B(-5; 10; -1)$, $C(4; 1; -1)$, $D(-8; -2; 2)$. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Khi đó $T = abc$ bằng bao nhiêu?

ĐS:

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (2; -5; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (1; 7; 2)$. Tọa độ vectơ $\vec{d} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$ là:

A. $(0; -27; 3)$. B. $(0; -27; -3)$. C. $(0; 27; 3)$. D. $(0; 27; -3)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (m; -2; m+1)$ và $\vec{v} = (0; m-2; 1)$. Tất cả giá trị của m để hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương là:

A. $m = -1$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 0; -2)$, $\vec{b} = (-2; 1; 3)$, $\vec{c} = (-4; 3; 5)$. Tìm hai số m, n sao cho $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ ta được:

A. $m = 2; n = -3$. B. $m = -2; n = -3$. C. $m = 2; n = 3$. D. $m = -2; n = 3$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; m+1; -1)$ và $\vec{b} = (1; -3; 2)$. Với giá trị nguyên nào của m thì $|\vec{b}(2\vec{a} - \vec{b})| = 4$?

A. $m = -4$. B. $m = 4$. C. $m = -2$. D. $m = 2$.

- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-10; 2; 7)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là:
 A. $(-10; 2; -7)$. B. $(-10; 2; 0)$. C. $(10; -2; 7)$. D. $(0; 0; 7)$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Khoảng cách từ A đến trục Oy bằng:
 A. 10. B. $\sqrt{10}$. C. 2. D. 3.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A, B, C thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\overrightarrow{OB} = 5\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + 8\vec{j} + 3\vec{k}$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là:
 A. $D(3; 1; 5)$. B. $D(1; 2; 3)$. C. $D(-2; 8; 6)$. D. $D(3; 9; 4)$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(3; 1; -1)$. Điểm M trên mặt phẳng (Oxz) cách đều ba điểm A, B, C có tọa độ là:
 A. $\left(0; \frac{5}{6}; \frac{7}{6}\right)$. B. $\left(\frac{7}{6}; 0; -\frac{5}{6}\right)$. C. $\left(\frac{5}{6}; 0; -\frac{7}{6}\right)$. D. $\left(\frac{6}{5}; 0; -\frac{6}{7}\right)$.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1; 0; -2)$, $B(2; 1; -1)$, $C(1; -2; 2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
 A. $G(4; -1; -1)$. B. $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. C. $G\left(2; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $G\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 1)$, $B(0; 2; 0)$ và $C(1; 0; 2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. A, B, C thẳng hàng. B. A, B, C tạo thành tam giác cân tại A .
 C. A, B, C tạo thành tam giác cân tại B . D. A, B, C tạo thành tam giác vuông.
- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; -2)$, $B(2; 1; -1)$, $C(1; -2; 2)$ và $D(4; 5; -7)$. Trọng tâm G của tứ diện $ABCD$ có tọa độ là:
 A. $(-2; 1; 2)$. B. $(8; 2; -8)$. C. $(8; -1; 2)$. D. $(2; 1; -2)$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2; 4; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(-1; 4; -7)$ và $D'(6; 8; 10)$. Tọa độ điểm B' là:
 A. $(10; 8; 6)$. B. $(1; -2; 0)$. C. $(13; 0; 17)$. D. $(8; 4; 10)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $3\vec{u} = 2\sqrt{7}\vec{i} + 7\vec{j} + 6\vec{k}$, $\vec{v} = (2m; -3; m-2)$.

a) $|\vec{3u}| = 113$.

b) $\cos(\vec{u}, \vec{k}) = \frac{6}{\sqrt{113}}$.

c) $|\vec{v}| = 13$ khi và chỉ khi $m = 6$.

d) Tổng các giá trị của m sao cho $|\vec{u}| = |\vec{v}|$ là $\frac{4}{5}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$.

a) $\vec{AB} = (1; -3; -4)$.

b) $\cos \widehat{BAC} = \frac{2}{\sqrt{559}}$.

c) $|\vec{AB} + \vec{AC}| = \sqrt{26} + \sqrt{86}$.

d) Độ dài đường phân giác trong của góc B là $\frac{2\sqrt{74}}{3}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$, $C(3; -2; 1)$.

a) Tam giác ABC có trọng tâm $G\left(-\frac{2}{3}; -2; 1\right)$.

b) Số đo góc $\widehat{ABC}$ là 45° .

c) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I\left(\frac{7}{2}; 0; \frac{1}{2}\right)$.

d) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 4: Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 6 m, rộng 4 m và cao 3,5 m có 1 cây quạt trần A ở vị trí tâm trần nhà và một quả bóng B nằm trên sàn. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ sau (đơn vị: mét). Biết quả bóng cách tường (Oxz) 2 m và cách tường (Oyz) 1,5 m.



a) Tọa độ cây quạt trần A là $A\left(2; 3; \frac{7}{2}\right)$.

b) Tọa độ quả bóng B là $B\left(\frac{3}{2}; 2; 0\right)$.

c) Khoảng cách giữa quả bóng và cây quạt xấp xỉ 3,67 m.

d) Nếu cây quạt trần đột nhiên rơi xuống sàn thì vị trí chạm sàn của cây quạt cách quả bóng một khoảng xấp xỉ 1,12 m.

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

ĐS:

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Khi các vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng hướng, giá trị $T = m^2 + n^2$ là bao nhiêu?

ĐS:

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-3; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

ĐS:

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 2; -1)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua trục Oy là có dạng $A'(a; b; c)$. Khi đó $T = a + 2b + 3c$ bằng bao nhiêu?

ĐS:

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 1)$, $B(0; 2; 3)$, $C(2; 1; 0)$. Độ dài đường cao của tam giác kẻ từ C là bao nhiêu?

ĐS:

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4; 0; 0)$, $B(a; b; 0)$ với $a > 0$, $b > 0$ sao cho $OB = 8$ và góc $\widehat{AOB} = 60^\circ$. Gọi $C(0; 0; c)$ với $c > 0$. Để thể tích tứ diện $OABC$ bằng $16\sqrt{3}$ thì giá trị của c là bao nhiêu?

ĐS:

G. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, để hai vector $\vec{a} = (m; 2; 3)$ và $\vec{b} = (1; n; 2)$ cùng phương thì:

- A. $m = \frac{1}{2}$, $n = \frac{4}{3}$. B. $m = \frac{3}{2}$, $n = \frac{4}{3}$. C. $m = \frac{3}{2}$, $n = \frac{2}{3}$. D. $m = \frac{2}{3}$, $n = \frac{4}{3}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; -7)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên trục Oz có tọa độ:

- A. $(2; -1; 0)$. B. $(2; 0; 0)$. C. $(0; -1; 0)$. D. $(0; 0; -7)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-3; 4; 1)$, $\vec{b} = (0; 1; 5)$, $\vec{c} = (2; 1; -4)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{c} = 6$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{9}{\sqrt{26}}$.
C. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (-1; 6; -2)$.

- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(3; -2; 5)$, $B(-2; 1; -3)$ và $C(5; 1; 1)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là:
- A. $G(2; 0; 1)$. B. $G(2; 1; -1)$. C. $G(-2; 0; 1)$. D. $G(2; 0; -1)$.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?
- A. Tọa độ điểm đối xứng của O qua điểm M là $O'(2; -4; 6)$.
- B. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua trục Ox là $M'(-1; -2; 3)$.
- C. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng tọa độ (Oyz) bằng 1.
- D. Khoảng cách từ M đến trục Oy bằng $\sqrt{10}$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 5)$ và $B(3; -2; 4)$. Điểm M trên trục Ox cách đều hai điểm A, B có tọa độ là:
- A. $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$. B. $M\left(-\frac{3}{2}; 0; 0\right)$. C. $M(3; 0; 0)$. D. $M(-3; 0; 0)$.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $\overrightarrow{AB} = (-3; 0; 4)$, $\overrightarrow{AC} = (5; -2; 4)$. Độ dài trung tuyến AM là:
- A. $3\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $5\sqrt{3}$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(12; 3; -5)$, $N(-4; 0; 7)$, $P(1; 1; 5)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là:
- A. $(-17; 4; -7)$. B. $(17; -4; -7)$. C. $(-17; -4; 7)$. D. $(17; 4; -7)$.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Độ dài đường cao kẻ từ A của tam giác ABC bằng:
- A. $\frac{\sqrt{30}}{5}$. B. $\frac{6}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{5}$.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 2; 1)$, $B(1; 0; 2)$ và $C(-1; 2; 3)$. Diện tích tam giác ABC là:
- A. $4\sqrt{5}$. B. $3\sqrt{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.
- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có đỉnh $C(-2; 2; 2)$ và trọng tâm $G(-1; 1; 2)$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B biết A thuộc mặt phẳng (Oxy) và điểm B thuộc trục Oz .
- A. $A(-1; -1; 0)$, $B(0; 0; 4)$. B. $A(-1; 1; 0)$, $B(0; 0; 4)$.
- C. $A(-1; 0; 1)$, $B(0; 0; 4)$. D. $A(-4; 4; 0)$, $B(0; 0; 1)$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Điểm M

thuộc cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Tính độ dài AM .

A. $\frac{\sqrt{386}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{386}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{386}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{386}}{4}$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (4; -2; -4)$, $\vec{b} = (-2; 2; 5)$.

a) $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 33$.

b) $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 4$.

c) $|(2\vec{a} - 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b})| = 158$.

d) Nếu $\vec{u} = m\vec{a} + n\vec{b}$ với $\vec{u} = (-4; 5; 13)$ thì $2m + n = 5$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ giác $ABCD$ có các đỉnh $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$, $C(11; -1; 6)$, $D(5; 7; 2)$.

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

b) Tứ giác trên có cạnh CD có độ dài lớn nhất.

c) Tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông.

d) Diện tích tứ giác $ABCD$ là $3\sqrt{1537}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có 3 đỉnh có tọa độ $A(1; 1; 1)$, $B(2; 3; 4)$, $C(6; 5; 2)$.

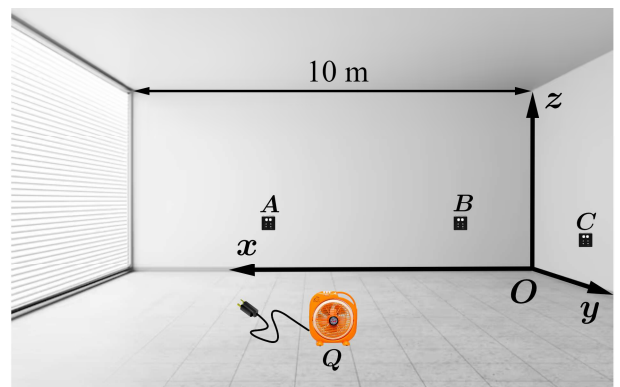
a) $\overrightarrow{BA} = (1; 2; 3)$.

b) Tọa độ đỉnh $D(5; 3; -1)$.

c) Tâm I của hình bình hành có tọa độ là $I\left(\frac{5}{2}; 2; \frac{1}{2}\right)$.

d) Diện tích hình bình hành $ABCD$ bằng $\sqrt{83}$.

Câu 4: Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 10 m có 1 cây quạt hộp Q đặt ở sàn nhà và 3 ổ cắm điện A, B, C trên tường. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ sau (đơn vị: mét). Biết cây quạt cách tường (Oxz) 3 m và cách tường (Oyz) 6 m; các ổ cắm điện cách mặt sàn 40 cm, ổ cắm A và B cách bức tường chứa ổ cắm C lần lượt 7 m và 1 m, ổ cắm C cách bức tường chứa 2 ổ cắm còn lại 1,5 m.



- a) Tọa độ cây quạt Q là $Q(3;6;0)$.
- b) Tọa độ các ổ cắm điện A, B, C lần lượt là: $A\left(7;0;\frac{2}{5}\right), B\left(1;0;\frac{2}{5}\right), C\left(0;\frac{3}{2};\frac{2}{5}\right)$.
- c) Nếu dây điện của cây quạt dài 3 m thì nó không thể cắm tới ổ điện A .
- d) Nếu dây điện của cây quạt dài 6 m thì nó có thể cắm tới ổ điện B và C .

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;1;-2)$ và $\vec{b} = (0;-\sqrt{2};\sqrt{2})$. Giá trị dương của m để hai vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3m\vec{b}$ và $\vec{v} = m\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc là bao nhiêu?
ĐS:
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;5), B(5;-5;7), M(x;y;1)$. Khi A, B, M thẳng hàng thì $S = 2x - 3y$ bằng bao nhiêu?
ĐS:
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;1;0)$ và $\vec{b} = (-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.
ĐS:
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(3;1;5), B(-1;-5;2), C(0;1;0)$. Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài AM .
ĐS:
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-2;1;5), \vec{b} = (3;2;-8)$ và $\vec{c} = (0;2;-5)$. Giá trị của biểu thức $T = |\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng bao nhiêu?
ĐS:
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(3;-1;2), C(6;0;1)$. Chu vi tam giác ABC bằng bao nhiêu?
ĐS:

H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 6

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-3;4;0), B(1;1;-5)$. Tính độ dài đoạn AB .
- A. $AB = \sqrt{6}$. B. $AB = 3\sqrt{6}$. C. $AB = \sqrt{2}$. D. $AB = 5\sqrt{2}$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 vectơ $\vec{a} = (-3;4;1), \vec{b} = (0;3;7), \vec{c} = (-1;-2;-9)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 6\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$.

A. $\vec{u} = (20; 17; -19)$.

B. $\vec{u} = (-20; 17; -19)$.

C. $\vec{u} = (-20; -17; -19)$.

D. $\vec{u} = (-20; 17; 19)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(3; 0; 8)$, $B(0; -10; 3)$, $C(1; 3; 2)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$.

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -6$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 92$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -92$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; \log_3 5; m)$, $\vec{b} = (3; \log_5 3; 4)$. Với giá trị nào của m thì $\vec{a} \perp \vec{b}$?

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $m = 1, m = -1$.

D. $m = 2, m = -2$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2; 4; -1)$, $B(1; 4; -1)$, $C(2; 4; 3)$. Biết khi $M(a; a+1; 0)$ thì $MA^2 - MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó a bằng:

A. 7.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 3; 1)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(1; 1; -2)$. Biết $I\left(a; b; -\frac{1}{3}\right)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính giá trị biểu thức $P = 15a + 30b - 25$.

A. 50.

B. 48.

C. 52.

D. 46.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; 1; 2)$, $\vec{b} = (x; 0; 1)$. Với giá trị nào của x thì $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{26}$?

A. $\begin{cases} x = 21 \\ x = -31 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 15 \\ x = -17 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 3 \\ x = -5 \end{cases}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 0; -3)$ và $B(2; 0; -1)$. Biết khi tọa độ điểm $M(a; b+1; 3a-b)$ với $a \neq 0$ thì tam giác MAB là tam giác đều. Tính $T = ab$.

A. $T = \frac{10}{3}$.

B. $T = \frac{10}{9}$.

C. $T = \frac{7}{3}$.

D. $T = \frac{7}{9}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 5; 4)$, $B(3; 1; 4)$. Biết có 2 điểm $C(x; y; z)$ thỏa $x - y - z = 1$ sao cho tam giác ABC cân tại C và có diện tích bằng $2\sqrt{17}$. Tổng hoành độ của 2 điểm C đó bằng:

A. 12.

B. 11.

C. 9.

D. 10.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, gọi I, J, K là các điểm sao cho $\overrightarrow{OI} = \vec{i}$, $\overrightarrow{OJ} = \vec{j}$, $\overrightarrow{OK} = \vec{k}$. Gọi M là trung điểm của JK và G là trọng tâm tam giác IJK . Xác định tọa độ vectơ $\overrightarrow{MG}$.

A. $\overrightarrow{MG} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{6}; -\frac{1}{6}\right)$.

B. $\overrightarrow{MG} = \left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{6}\right)$.

C. $\overrightarrow{MG} = \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{6}; -\frac{1}{6}\right)$.

D. $\overrightarrow{MG} = \left(-\frac{1}{6}; -\frac{1}{6}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;2;3)$, $B(3;0;-1)$. Tìm điểm $M(0;y;z)$ với $y - z = 4$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

- A. $M(0;4;0)$. B. $M(0;5;1)$. C. $M(0;3;-1)$. D. $M(0;6;2)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;-1;0)$, $C(3;1;-1)$. Tọa độ điểm N thuộc (Oxy) cách đều A , B , C là:

- A. $\left(-2; \frac{7}{4}; 0\right)$. B. $\left(2; \frac{7}{4}; 0\right)$. C. $\left(2; -\frac{7}{4}; 0\right)$. D. $\left(-2; -\frac{7}{4}; 0\right)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;3;0)$, $B(-2;-2;0)$, $C(3;1;0)$.

- a) $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$.
b) Tam giác ABC là tam giác cân.
c) Góc $\widehat{ABC}$ lớn hơn 30° .
d) Diện tích tam giác ABC bằng 8.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3;4;0)$, $\vec{b} = (5;0;12)$.

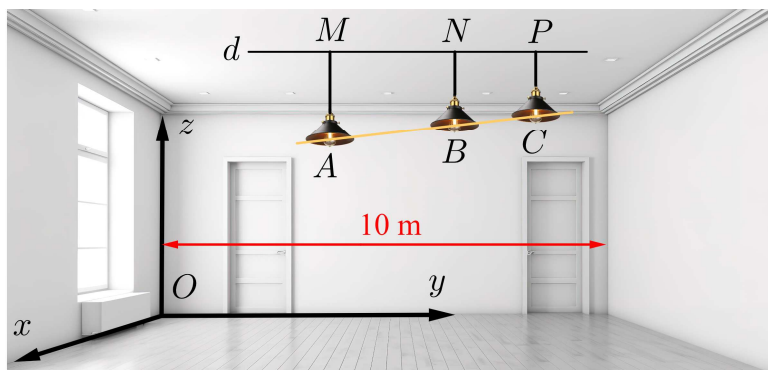
- a) $13|\vec{a}| = 5|\vec{b}|$.
b) $\vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{i}$ cùng phương với vector $\vec{v} = (5;2;9)$.
c) Côsin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng $-\frac{3}{13}$.
d) Nếu $\vec{x} = \left(\frac{7}{4}; 1; 6\right)$ được phân tích thành $m\vec{a} + n\vec{b}$ thì $2m + n = 1$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;3)$, $B(4;0;1)$, $C(-10;5;3)$.

- a) Độ dài cạnh AB bằng 9.
b) Tam giác ABC là tam giác vuông.
c) Chu vi tam giác ABC là $18 + 6\sqrt{5}$.
d) Độ dài đường phân giác trong góc $\widehat{B}$ của tam giác ABC bằng $2\sqrt{5}$.

Câu 4: Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 10 m và cao 4 m, giả sử người ta muốn treo 3 cái đèn chao A, B, C thẳng hàng tại 3 điểm treo M, N, P trên thanh đỡ d song song và cách bức tường phía sau 2 m (bức tường có 2 cửa đi trong hình). Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ sau (đơn vị: mét). Biết độ dài dây điện treo của đèn chao A, C lần lượt là $MA = 0,7$ m và

$PC = 0,5$ m. Khoảng cách giữa các điểm treo là: $MN = 1,5$ m, $NP = 1$ m và điểm treo M cách tường có cửa sổ (Oxz) 4 m.



- a) Tọa độ đèn chao A là $A\left(2; 4; \frac{33}{10}\right)$.
- b) Tọa độ đèn chao C là $C\left(2; \frac{13}{2}; \frac{7}{2}\right)$.
- c) Từ $\overrightarrow{AB} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$ suy ra tọa độ đèn chao B là $B\left(2; \frac{11}{2}; \frac{171}{50}\right)$.
- d) Tổng khoảng cách giữa 3 đèn chao đến gốc tọa độ O là 20 m (làm tròn đến hàng đơn vị).

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-7; 1; 4)$ và $\vec{b} = (2; 3; -1)$. Cosin góc giữa vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng bao nhiêu?
ĐS:
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(-3; 1; 7)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(3; 2; -3)$ và $G(a; b; c)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Tính giá trị biểu thức $P = a + b + c$.
ĐS:
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$, $C(3; 1; -1)$. Biết điểm $P(x; y; 0)$ thuộc mặt phẳng tọa độ (Oxy) sao cho $PA + PC$ ngắn nhất. Tính giá trị biểu thức $S = x^2 + y^2$.
ĐS:
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$ và $\vec{u} = k\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b}$. Để $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$ thì k bằng bao nhiêu?
ĐS:
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ với $B(3; 0; 8)$, $D(-5; -4; 0)$. Biết đỉnh A thuộc mặt phẳng (Oxy) và có tọa độ là các số nguyên, khi đó $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}|$ bằng bao nhiêu?
ĐS:

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$ và điểm $M(1-a;a-2;2a)$. Biết $MA^2 + MB^2 = 28$. Tìm giá trị a .

ĐS:

ĐÁP ÁN**BÀI 1. VECTƠ VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRONG KHÔNG GIAN****C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1****Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

1.A	2.C	3.A	4.A	5.A	6.C	7.B	8.C	9.B	10.A
11.A	12.B								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	Đ	Đ	Đ
b)	S	S	Đ	S
c)	Đ	Đ	S	S
d)	Đ	S	S	S

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
1	26	180	24,8	6	2,25

2. HD: $15\sqrt{3}(\text{N})$.

3. HD: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -1 \Rightarrow \alpha = 180^\circ$.

4. HD: $|\vec{a} - \vec{b}| = 2\sqrt{154}$.

5. HD: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} = AB \cdot AO \cdot \cos \widehat{OAB} = 6$.

6. HD: $\overrightarrow{AM} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$; $x = -1$, $y = 1$, $z = \frac{1}{2}$.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.D	2.C	3.B	4.A	5.B	6.B	7.B	8.A	9.B	10.A
11.B	12.D								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	S	Đ	S
b)	S	Đ	Đ	Đ
c)	S	S	S	S
d)	Đ	Đ	Đ	Đ

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
3	0,52	0,25	0,67	-2	14,4

2. HD: $\vec{x} \cdot \vec{y} = 4$, $|\vec{x}| = 2\sqrt{3}$, $|\vec{y}| = \sqrt{5}$, $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{15}}$.

3. HD: $k = \frac{1}{4}$.

4. HD: $x = \frac{2}{3}$

5. HD: Gọi H là trung điểm BC , $\vec{SC} \cdot \vec{AB} = (\vec{SH} + \vec{HC}) \cdot \vec{AB} = -2$.

6. HD: $\frac{25\sqrt{3}}{3}$ N.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.C	2.D	3.B	4.C	5.A	6.D	7.D	8.C	9.C	10.C
11.A	12.B								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	Đ	S	S
b)	S	S	Đ	Đ
c)	Đ	S	Đ	S
d)	Đ	S	S	Đ

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
6,63	0,25	-2	0,74	11	-4

1. HD: $(3\vec{a} + 5\vec{b})^2 = 44 \Rightarrow |3\vec{a} + 5\vec{b}| = 2\sqrt{11}$.

2. HD: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = -\frac{1}{4}AB \cdot CD$. Suy ra $\cos \varphi = \frac{1}{4}$.

3. HD: $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{B'D'} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BD} = -2$.

4. HD: $|\overrightarrow{CH}| = CH = \sqrt{\frac{6}{11}}$.

5. HD: $\sqrt{(4^2 + 9^2 - 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \cos 70^\circ) + 7^2} \approx \sqrt{121,37}$.

6. HD: Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$.

Ta có: $\overrightarrow{MA'} = k \cdot \overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AM} = k(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{-k(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}}{1 - k}$.

Tương tự: $\overrightarrow{NC'} = l \cdot \overrightarrow{ND} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} - l\vec{b}}{1 - l}$.

Suy ra: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \left(\frac{k}{1-k} + \frac{1}{1-l}\right)\vec{a} + \left(\frac{k}{1-k} + 1\right)\vec{b} + \left(\frac{1}{1-l} - \frac{1}{1-k}\right)\vec{c}$.

$\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{AD'} - \overrightarrow{AB} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Vì $MN \parallel BD'$ nên $\overrightarrow{MN}$ cùng phương $\overrightarrow{BD'} \Rightarrow k = -3 \Rightarrow l = -1$.

Vậy $k + l = -4$.

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.D	2.A	3.B	4.B	5.C	6.C	7.D	8.A	9.A	10.D
11.C	12.B								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	S	Đ	Đ
b)	Đ	Đ	S	S
c)	Đ	S	Đ	S
d)	Đ	Đ	S	Đ

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
2,83	9,49	0,5	8,16	3,46	23,2

1. HD: $2\vec{a} \cdot \vec{b} = 2\sqrt{2}$.

2. HD: $|\overline{AG}| = 3\sqrt{10}$.

3. HD: $\overline{DP} = \frac{1}{2}\overline{DC} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$.

4. HD: $|\overline{AG}| = \frac{10\sqrt{6}}{3}$.

5. HD: $|\overline{BG}| = \frac{1}{3}|\overline{BD'}| = \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.

6. HD: $\sqrt{(10^2 + 15^2 + 2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot \cos 60^\circ) + 8^2} = 7\sqrt{11}$.

G. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.D	2.A	3.B	4.C	5.B	6.C	7.B	8.C	9.B	10.B
11.B	12.C								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	S	S	Đ
b)	Đ	Đ	S	Đ
c)	Đ	S	Đ	S
d)	Đ	Đ	S	S

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
129	9,75	7,21	18,8	0,58	-9

1. HD: $\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{35}{2} \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{5}{8} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) \approx 129^\circ$.

2. HD: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{39}{4}$.

3. HD: $|\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{13}$.

4. HD: $\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AM}) \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{75}{4}$.

5. HD: $\cos(\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{BC}) = \cos \widehat{DAG} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

6. HD: $\vec{a}(\vec{a} + 2\vec{b}) = -9$.

H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 6

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.C	2.A	3.B	4.A	5.C	6.C	7.C	8.D	9.D	10.A
11.D	12.B								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	Đ	S	S
b)	S	S	Đ	Đ
c)	Đ	Đ	Đ	S
d)	Đ	S	S	S

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
-407	0,29	0,28	23,8	7,5	25

1. HD: $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - 3\vec{b}) = -407$.

2. HD: $\cos(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{AB}) = \cos \widehat{SBA} = \frac{2}{7}$.

3. HD: $\cos(\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} + \vec{b}) = \frac{7}{25}$.

4. HD: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AF}| = 9\sqrt{7}$.

5. HD: $|\overrightarrow{A'M}| = \frac{15}{2}$.

6. HD: $\sqrt{(5\sqrt{7})^2 + 15^2 + 2 \cdot 5\sqrt{7} \cdot 15 \cdot \frac{3\sqrt{7}}{14}} = 25$.

BÀI 2. TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.A	2.B	3.D	4.A	5.D	6.C	7.A	8.C	9.B	10.C
11.A	12.A								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	Đ	S	Đ
b)	Đ	S	Đ	S
c)	S	S	Đ	Đ
d)	Đ	Đ	S	Đ

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
525	50	-7,5	44	83	11

1. HD: $\vec{a} = (-20; 10; -5)$; $T = 525$.

2. HD: $\overrightarrow{AB} = (-1; 3; -15)$; $S = 50$.

3. HD: $\overrightarrow{MO} = \left(\frac{3}{2}; -2; \frac{5}{2}\right)$.

4. HD: $M(-3; 6; -1)$.

5. HD: $C'(5; 7; 3)$.

6. HD: $D\left(\frac{3}{2}; 1; \frac{5}{2}\right)$; $S = 11$.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.D	2.A	3.B	4.C	5.A	6.D	7.C	8.D	9.C	10.C
11.A	12.A								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	S	S	S
b)	S	Đ	Đ	Đ
c)	Đ	Đ	Đ	Đ
d)	S	S	S	S

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
288	-160	50	-99	12	-2

1. HD: $y = -12, x = 12$.

2. HD: $\vec{a} - \vec{b} = -10\vec{i} - 2\vec{j} + 8\vec{k}$; $m = -10, n = -2, p = -8$.

3. HD: $D(0;1;7)$.

4. HD: $M(-2;10;13), N(-7;-23;9)$.

5. HD: $S\left(3;3;\frac{6\sqrt{2}}{2}\right)$.

6. HD: $A(5;0;2), B(1;1;3), \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = -4\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$; $S = -2$.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.A	2.B	3.C	4.A	5.C	6.A	7.D	8.A	9.D	10.B
11.D	12.B								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	S	S	S
b)	S	Đ	Đ	Đ
c)	Đ	Đ	S	S
d)	Đ	S	Đ	S

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
-90	-20	-2,5	-120	29	44,8

1. HD: $m = 1, n = -5; S = -90$.

3. HD: $m = 5, n = -\frac{1}{2}; P = -\frac{5}{2}$.

4. HD: $m = -10, n = 12; P = -120$.

5. HD: $C'(20;15;24); P = 29$.

6. HD: $M(25\sqrt{2}; 25\sqrt{6}; 50\sqrt{2})$.

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.A	2.B	3.A	4.D	5.B	6.B	7.B	8.A	9.D	10.D
11.B	12.A								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	Đ	S	S
b)	Đ	S	S	S
c)	S	S	Đ	S
d)	S	S	Đ	S

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
4,67	4052	89	-26	4,73	10,9

1. HD: $\vec{u} = \left(\frac{5}{3}; \frac{7}{3}; \frac{2}{3}\right); T = \frac{14}{3}.$

2. HD: $\vec{u} = (1; 2; 1); T = 4052.$

3. HD: $m = 8, n = 5; S = 89.$

4. HD: $D(-2; 2; 7); S = -26.$

5. HD: $\overrightarrow{BM} = (\sqrt{3}; 3; 0); S = 3 + \sqrt{3}.$

6. HD: $B\left(5; \frac{5\sqrt{3}}{3}; 3\right); S = 8 + \frac{5\sqrt{3}}{3}.$

BÀI 3. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.A	2.B	3.C	4.A	5.A	6.C	7.A	8.B	9.D	10.A
11.C	12.B								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	Đ	S	S
b)	Đ	Đ	Đ	Đ
c)	S	S	S	S
d)	S	S	Đ	S

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
12	41	-32	3,4	0,15	2,24

1. HD: $x = 14, y = 0, z = -2; S = 12$.

2. HD: $x = \frac{9}{5}, y = 32; 5x + y = 41$.

3. HD: $D(4; -2; 4); P = -32$.

4. HD: $M'(2; -5; -7); S = \frac{17}{5}$.

5. HD: $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right); T = \frac{4}{27}$.

6. HD: $S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{5}}{6\sqrt{5}} = \sqrt{5}$.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.B	2.A	3.D	4.A	5.B	6.D	7.B	8.A	9.A	10.D
11.B	12.C								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	Đ	S	Đ
b)	S	S	Đ	S
c)	Đ	Đ	Đ	S
d)	S	Đ	S	Đ

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
28	-37	83	-4,1	-0,4	-3

1. HD: $\vec{u} = (-2; 2; -7)$; $T = 28$.

3. HD: $B(5; -3; -7)$; $S = 83$.

4. HD: $E\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$; $P = -\frac{37}{9}$.

5. HD: $m = 2 - \sqrt{6}$.

6. HD: $C(1; 2; 0)$; $S = -3$.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.D	2.C	3.A	4.D	5.D	6.D	7.A	8.A	9.C	10.B
11.A	12.D								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	Đ	S	S
b)	S	Đ	Đ	Đ
c)	Đ	Đ	S	S
d)	Đ	S	Đ	S

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
-150	-0,8	5	-6	5,39	-40

1. HD: $\vec{d} = (-1; 6; 25)$; $T = -150$.

2. HD: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-13\sqrt{10}}{50}$.

3. HD: $m = 1, m = -2$.

4. HD: $A(5; 0; 0), B(-11; 0; 0)$.

5. HD: $\overrightarrow{AM} = (-3; 4; 2)$; $AM = \sqrt{29}$.

6. HD: $I(-2; 4; 5)$; $T = -40$.

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.A	2.B	3.C	4.A	5.B	6.B	7.D	8.C	9.B	10.C
11.D	12.C								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	S	S	Đ
b)	Đ	Đ	Đ	Đ
c)	S	S	S	Đ
d)	Đ	Đ	Đ	Đ

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
4,69	49,6	2	10	1,7	6

1. HD: $AB = \sqrt{22}$.

2. HD: $m = 7, n = -\frac{3}{4}; T = \frac{793}{16}$.

3. HD: $m = 2$.

4. HD: $A'(3;2;1); T = 10$.

5. HD: $\cos A = -\frac{\sqrt{3}}{9} \Rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{78}}{9} \Rightarrow S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{\sqrt{26}}{2} \Rightarrow CH = \frac{2S}{AB} = \frac{\sqrt{26}}{3}$.

6. HD: $\triangle OAB$ vuông tại $A, V_{OABC} = \frac{1}{3} \cdot c \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3} \Rightarrow c = 6$.

G. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.B	2.D	3.C	4.A	5.B	6.B	7.A	8.D	9.A	10.C
11.B	12.A								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	Đ	S	S
b)	Đ	Đ	Đ	Đ
c)	Đ	Đ	S	Đ
d)	S	S	S	S

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
1,09	-29	-0,4	6,55	9,49	13,8

1. HD: $m = \frac{\sqrt{26} + \sqrt{2}}{6}$.

2. HD: $x = -4, y = 7; S = -29$.

3. HD: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$.

4. HD: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \left(-\frac{11}{3}; -4; -\frac{11}{3}\right), AM = \frac{\sqrt{386}}{3}$.

5. HD: $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (1; 5; -8); T = 3\sqrt{10}$.

6. HD: $\sqrt{11} + \sqrt{22} + \sqrt{33}$.

H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 6

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.D	2.B	3.A	4.A	5.C	6.A	7.D	8.B	9.B	10.A
11.C	12.C								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	Đ	S	Đ
b)	Đ	S	S	Đ
c)	S	Đ	Đ	Đ
d)	Đ	Đ	Đ	Đ

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
-0,5	2,67	5	-7,5	19	2

1. HD: $\frac{-15}{2\sqrt{231}}$.

2. HD: $G\left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{3}; \frac{4}{3}\right); P = \frac{8}{3}$.

3. HD: $P(2; 1; 0); S = 5$.

4. HD: $k = -\frac{15}{2}$.

5. HD: $A(1; 2; 0), C(-3; -6; 8); |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}| = 6\sqrt{10}$.

6. HD: $M(-1; 0; 4); a = 2$.