

Trường THCS&THPT Nguyễn Tất Thành ĐỀ CƯƠNG MÔN TOÁN LỚP 11 GKII
Năm học 2018-2019

Đại số và Giải tích. Giới hạn chương trình từ bài cấp số cộng đến hết bài giới hạn của hàm số. Học sinh cần nắm vững các kết quả liên quan đến cấp số cộng và cấp số nhân. Một số dạng toán về giới hạn của dãy số: giới hạn hữu hạn, giới hạn vô cực, giới hạn tại vô cực. Một số dạng toán về giới hạn của hàm số: giới hạn hữu hạn, giới hạn vô cực, giới hạn tại vô cực.

Hình học: Giới hạn chương trình từ bài véc tơ trong không gian đến hết bài đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. Học sinh cần nắm vững quy tắc cộng hai véc tơ, quy tắc trừ hai véc tơ, quy tắc hình bình hành, tích vô hướng của hai véc tơ, quy tắc hình hộp, các khái niệm: ba véc tơ đồng phẳng, góc giữa hai đường thẳng trong không gian, hai đường thẳng song song, hai đường thẳng vuông góc, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

Học sinh có thể tham khảo một số câu hỏi lý thuyết và một số bài tập sau đây.

PHẦN I. MỘT SỐ BÀI TẬP Ở MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT - THÔNG HIỂU

ĐẠI SỐ

Bài 1. (Cấp số cộng). Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_1 = 4, u_{21} = 64$. Tính công sai d và tính u_8 .

Bài 2. (Cấp số nhân). Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $u_1 = 3, u_5 = 48$. Tính công bội q và tính u_{10} .

Bài 3. (Giới hạn hữu hạn của dãy số). Tìm giới hạn của dãy số (u_n) trong các trường hợp sau

a) $u_n = \frac{\sin n}{n^2} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. b) $u_n = \frac{2^n}{3^n + 4} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. c) $u_n = \frac{4n-1}{6n+2} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

d) $u_n = \frac{3n - \sqrt{n^2 + n}}{2n + \sqrt{n^2 + 1}} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. e) $u_n = \sqrt{n^2 + 5n + 1} - n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

f) $u_n = (4n+5)(\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n - 1) \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Bài 4. (Giới hạn vô cực của dãy số) Tìm các giới hạn sau

a) $\lim (2n-1)$, b) $\lim (-5n+2)$, c) $\lim (3n^2 - n - 7)$, d) $\lim (-4n^2 + 5n + 11)$.

Bài 5. (Giới hạn hữu hạn của hàm số tại 1 điểm). Tìm các giới hạn sau

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4}{x^2 + 3x + 2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 3x + 2}$ c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 + 5x + 6}$ d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 4x + 3}$.

Bài 6. (Giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực). Tìm các giới hạn sau

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x+7}{8x-2}$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{15x-1}{24x-3}$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 4x + 3}{6x^2 - 5x + 2}$ d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-8x^2 + 7x + 2}{30x^2 - 9x + 1}$.

Bài 7. (Giới hạn vô cực của hàm số tại một điểm). Tìm các giới hạn sau

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{|x-1|}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{|x-2|}$.

Bài 8. (Giới hạn vô cực của hàm số tại vô cực) Tìm các giới hạn sau

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (7x-11),$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x-20),$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-5x+2),$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-6x+10).$

HÌNH HỌC

Bài 9. Cho hình chóp O.ABC.

a) Chứng minh rằng nếu $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AC}$ thì $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

b) Chứng minh rằng nếu $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$ thì $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

Bài 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm các tam giác $A'BD$ và $CB'D'$. Chứng minh:

a) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'} = 2\overrightarrow{AG'}$.

b) $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC'}$, c) $\overrightarrow{C'G} = \frac{1}{3}\overrightarrow{C'A}$, d) $AG = GG' = G'C' = \frac{1}{3}AC'$.

Bài 11. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD, G là trung điểm của MN. Chứng minh rằng a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{OG} \forall O$.

Bài 12. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông, các cạnh bên và cạnh đáy cùng bằng a. AC cắt BD tại O.

a) Chứng minh rằng $SO \perp (ABCD)$.

b) Tính góc giữa hai đường thẳng SA và CD. c) Tính góc đường thẳng SA và mặt phẳng (ABCD).

Bài 13. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. O là trung điểm của SC. Chứng minh rằng: a) $BC \perp (SAB)$, b) $SB \perp BC$, c) $CD \perp (SAD)$, d) $SD \perp CD$.

e) $OS=OA=OB=OC=OD$.

Bài 14. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi, $SA \perp (ABCD)$. Chứng minh $BD \perp SC$.

PHẦN II. MỘT SỐ BÀI TẬP Ở MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

Đại số và Giải tích

Bài 15. Xác định độ dài ba cạnh của một tam giác vuông biết độ dài của chúng là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng với công sai $d=2$.

Bài 16. Tìm các số x, y biết rằng các số $x+1, y+1, x+y+2$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng, đồng thời các số $y, 3x+2y, 3x+8y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

Bài 17. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 30 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 340 \end{cases}$. Tìm u_1, q, u_n . (q là công bội).

Bài 18. Tính giá trị của biểu thức sau

$$S = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 2014^2 + 2016^2 - 1^2 - 3^2 - 5^2 - \dots - 2013^2 - 2015^2.$$

Bài 19. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới dạng một phân số.

a) $0,666666\dots$

b) $0,252525\dots$

Bài 20. (Giới hạn vô cực của dãy số) Tìm các giới hạn sau

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n - 1}{2n + 3}, \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 - 5n - 2}{-12n + 5}, \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^2 - 8n - 7}{-4n + 9}, \quad d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-9n^2 - 4n - 1}{6n + 3}.$$

Bài 21. (Giới hạn 1 bên của hàm số - giới hạn hữu hạn). Tìm các giới hạn sau

$$a) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x^2 - 2x|}{x^2 - 4}, \quad b) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x^2 - 4x + 3|}{x^2 - 9}, \quad c) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x^2 - 3x + 2|}{x^2 - 6x + 5}, \quad d) \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x^2 + 5x + 6}{|x^2 + 4x + 3|}.$$

Bài 22. (Giới hạn 1 bên của hàm số - giới hạn vô cực). Tìm các giới hạn sau

$$a) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x + 3}{x - 1}, \quad b) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x - 3}{x - 1}, \quad c) \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{3x + 7}{x + 2}, \quad d) \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{3x + 5}{x + 2},$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{4x - 11}{x - 3}, \quad f) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{4x - 13}{x - 3}, \quad g) \lim_{x \rightarrow (-4)^-} \frac{5x + 21}{x + 4}, \quad h) \lim_{x \rightarrow (-4)^-} \frac{5x + 19}{x + 4}.$$

Bài 23. (Giới hạn hữu hạn của hàm số tại 1 điểm). Tìm các giới hạn sau

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1}, \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{x}, \quad c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - \sqrt{x+2}}{\sqrt{2x-2}}.$$

Bài 24. (Giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực). Tìm các giới hạn sau

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3} + 5x}{3x + 10} \quad a) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + x + 9} - 3x) \quad c) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 4} - 3x)(2x - 1)$$

$$d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 1} + 2x}{4x + 5} \quad e) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 5} + 2x) \quad f) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 + 4} + 3x)(-2x + 3).$$

Bài 25. (Giới hạn vô cực của hàm số tại vô cực). Tìm các giới hạn sau

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 + 4x^2 - 5x - 1) \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} (6x^3 - 7x^2 + x - 2) \quad c) \lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^3 + 9x^2 - 2x + 3).$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} (-5x^3 + 2x^2 + 3x - 1) \quad e) \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^4 - 4x^2 + 1) \quad f) \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^4 + 2x^2 + 3).$$

Bài 26. (Giới hạn một bên của hàm số). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax + 3a - 1 & \text{khi } x > -2 \\ \frac{2x - 1}{x + 1} & \text{khi } x \leq -2 \end{cases}$.

Tính: $f(-2)$, $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x)$. Tìm a để $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = f(-2)$.

HÌNH HỌC

Bài 27. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ACD , I là trung điểm BC . Dựng hình bình hành $ABDK$. Chứng minh I, G, K thẳng hàng.

Bài 28. Cho tứ diện ABCD. M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Chứng minh rằng ba véc tơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Bài 29. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. $\overrightarrow{IB} = -\overrightarrow{IB'}$, $\overrightarrow{JA'} = -\overrightarrow{JC'}$, $\overrightarrow{KC'} = -2\overrightarrow{KB'}$. Chứng minh A, I, J, K đồng phẳng.

Bài 30. Cho 4 điểm A, B, C, D. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

Bài 31. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3. Các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh CD và BB' thỏa mãn $BN = DM = 1$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Phân tích các véc tơ $\overrightarrow{AC'}$, $\overrightarrow{MN}$ theo $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ và chứng minh $AC' \perp MN$.

Bài 32. Cho tứ diện SABC có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 90^\circ$. H là trực tâm của ΔABC . Chứng minh rằng

a) $SH \perp (ABC)$. b) $\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2}$. c) $(S_{ABC})^2 = (S_{SBC})^2 + (S_{SCA})^2 + (S_{SAB})^2$.

Bài 33. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều, các cạnh bên và cạnh đáy cùng bằng a. Gọi O là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC).

a) Chứng minh rằng $OA = OB = OC$. b) Tính cosin của góc đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC).

Bài 34. Cho tứ diện S.ABC có $SA \perp (ABC)$, gọi H, K lần lượt là trực tâm tam giác ABC và SBC.

Chứng minh rằng: a) AH, SK, BC đồng quy. b) $SC \perp (BHK)$ c) $HK \perp (SBC)$.

Bài 35. Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình vuông tâm O, $SA \perp (ABCD)$, Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC, SD. Chứng minh: a) $HK \perp (SAC)$, b) $HK \perp AI$.

Bài 36. Cho hình chóp S.ABC có $\widehat{ABC} = 90^\circ$, $SA \perp (ABC)$, $SA = AB = 3a$, $BC = 4a$.

Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SC và AB.

PHẦN III. MỘT SỐ BÀI TẬP Ở MỨC ĐỘ VẬN DỤNG NÂNG CAO

Bài 37. Chứng minh rằng: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \sin \frac{1}{x} \right) = 0$.

Bài 38. Tìm các giới hạn

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2\sqrt{x+14}}{x-2}$, b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt[3]{5x+7}}{x-3}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x} - \sqrt[3]{1+6x}}{x}$.

Bài 39. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Một đường thẳng cắt các đường thẳng AA' , BC, $C'D'$ lần lượt tại M, N, P sao cho $\overline{NM} = 2\overline{NP}$. Tính $\frac{MA}{MA'}$.

Bài 40. Cho tứ diện ABCD có $AB \perp AC$, $AB \perp BD$, $\overrightarrow{PA} = k\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{QC} = k\overrightarrow{QD}$ ($k \neq 1$). Chứng minh $AB \perp PQ$.

🌸🌸🌸🌸🌸 Hết – Đề cương Toán 11 – Giữa kì II năm học 2018 – 2019 🌸🌸🌸🌸🌸