

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị (C).

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).
- Chứng minh rằng đường thẳng $d: y = x + m$ luôn cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B với mọi giá trị m.

Câu 2 (1,0 điểm).

- Giải phương trình $\sin 2x + 2\sqrt{3} \cos^2 x = 0$.
- Giải bất phương trình $\log_2(x^2 + 1) > 1 + \log_2(x + 2)$.

Câu 3 (1,0 điểm).

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $\log_2|z - (3 - 4i)| = 1$.
- Tìm hệ số của số hạng chứa x^{2010} trong khai triển của nhị thức: $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{2016}$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 (4x^2 + e^{2x}) x dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian Oxyz, cho ba điểm A(2;1;2), B(2;0;2), C(0;1;0). Lập phương trình mặt phẳng (ABC). Tìm điểm M trên đường thẳng AC sao cho tam giác MAB cân tại M.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với đáy, biết rằng $\widehat{SBA} = \widehat{BCA} = 60^\circ$ và $AC = a$. Gọi H là hình chiếu của A lên SB. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng AH và SC.

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có hai điểm $M\left(3; \frac{1}{4}\right)$ và $N\left(\frac{38}{25}; \frac{34}{25}\right)$ nằm trên đường thẳng AB, phương trình đường thẳng AC là $3x - 4y + 6 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết tâm I của đường tròn nội tiếp tam giác ABC nằm trên đường thẳng $d: x - y - 2 = 0$ và có hoành độ lớn hơn 1, đồng thời điểm P là chân đường phân giác trong AI có hình chiếu vuông góc lên đường thẳng AB là điểm N.

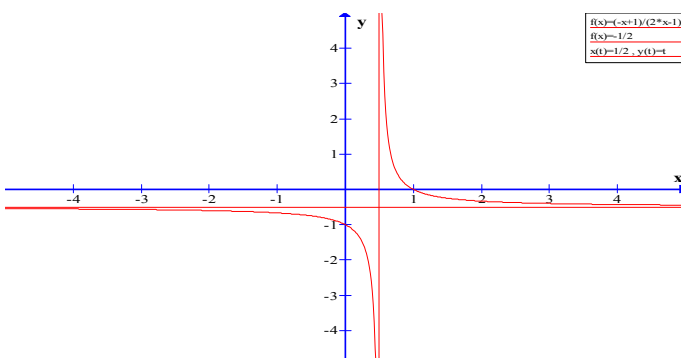
Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 4(x+1) + \sqrt{32x-8y^2} = y^2 + 10 \\ \sqrt{y^2+1} + \sqrt[3]{2x-1} = 1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho x, y là hai số thực dương thay đổi sao cho $\log_2(x+y) = 3 + \log_2 x + \log_2 y$.

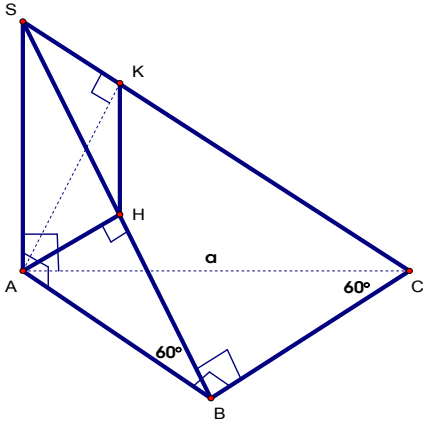
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{\sqrt{3^{2x} + 3^{-2y}}}{3^{x+1} + 3^{-y}}$.

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM KỲ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016

MÔN : TOÁN

Câu	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM												
1 (2đ)	a (1đ)	$y = \frac{-x+1}{2x-1}$ + TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ + Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = -\frac{1}{(2x-1)^2} < 0, \forall x \neq \frac{1}{2}$ Vậy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng: $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. - Cực trị: Hàm số không có cực trị - Giới hạn : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\frac{1}{2} \Rightarrow$ đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} y = +\infty \end{cases} \Rightarrow$ đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng. - Bảng biến thiên : <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="2">-</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\frac{1}{2}$</td></tr></table> + Đồ thị: – Giao điểm với Ox : (1; 0); – Giao điểm với Oy : (0 ; -1)  <u>Nhận xét</u> : Đồ thị nhận giao điểm $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ của 2 tiệm cận làm tâm đối xứng.	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	y'	-		-	y	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$	0,25 0,25 0,25
	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$											
y'	-		-												
y	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$												
b (1đ)	+ Pthđđ của (C) và d : $\frac{-x+1}{2x-1} = x + m$ Đk: $x \neq \frac{1}{2}$	0,25													

		$(1) \Leftrightarrow -x + 1 = 2x^2 + 2mx - x - m$ $\Leftrightarrow 2x^2 + 2mx - 1 - m = 0, (*)$ Ta thấy $x = \frac{1}{2}$ không phải là nghiệm của pt Ta có: $\Delta' = m^2 + 2m + 2 > 0, \forall m$ Do đó pt luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m Vậy d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt với mọi m	0,25 0,25 0,25
2 (1đ)	a (0,5)	$\sin 2x + 2\sqrt{3} \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow 2 \sin x \cos x + 2\sqrt{3} \cos^2 x = 0$ $\Leftrightarrow 2 \cos x (\sin x + \sqrt{3} \cos x) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \tan x = -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$	0,25 0,25
	b (0,5)	$\log_2(x^2 + 1) > 1 + \log_2(x + 2) \Leftrightarrow \log_2(x^2 + 1) > \log_2 2(x + 2).$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 > 0 \\ x^2 + 1 > 2(x + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x < -1 \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < -1 \\ x > 3 \end{cases}$	0,25 0,25
3 (1đ)	a (0,5)	Điều kiện: $z \neq 3 - 4i$ Gọi $M(x; y)$ với $(x; y) \neq (3; -4)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi; x, y \in \mathbb{R}$ Khi đó $\log_2 z - (3 - 4i) = 1 \Leftrightarrow z - (3 - 4i) = 2$ $\Leftrightarrow \sqrt{(x - 3)^2 + (y + 4)^2} = 2 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$ Vậy tập hợp các điểm số phức z trong mặt phẳng tọa độ là đường tròn tâm $I(3; -4)$ bán kính $R=2$.	0,25 0,25
	b (0,5)	Xét khai triển: $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{2016} = \sum_{k=0}^{2016} C_{2016}^k x^{2016-k} \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{2016} 2^k C_{2016}^k x^{2016-3k}$ Số hạng chứa x^{2010} ứng với $2016 - 3k = 2010 \Leftrightarrow k = 2$ là $2^2 C_{2016}^2 x^{2010}$ có hệ số là $2^2 C_{2016}^2 = 4C_{2016}^2$.	0,25 0,25
4 (1đ)		Ta có $I = \int_0^1 (4x^2 + e^{2x}) x dx = \int_0^1 4x^3 dx + \int_0^1 x \cdot e^{2x} dx = 1 + \int_0^1 x \cdot e^{2x} dx$ Tích $J = \int_0^1 x \cdot e^{2x} dx$ Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases}$ $\Rightarrow J = \left(\frac{1}{2} x e^{2x}\right) \Big _0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{e^2}{2} - \frac{e^{2x}}{4} \Big _0^1 = \frac{e^2 + 1}{4}$ Vậy $I = 1 + J = \frac{e^2 + 5}{4}$	0,25 0,25 0,25

5 (1đ)		+) $\overrightarrow{AB} = (0; -1; 0); \overrightarrow{AC} = (-2; 0; -2); [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 0; -2).$	0,25
		+) mp(ABC) qua C(0;1;0) và có VTPT $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 0; -2)$ hay $\vec{n} = (1; 0; -1)$	0,25
		có pt: $x - z = 0.$	0,25
		+) PTTS của AC: $\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$, M thuộc AC nên M(t;1;t).	0,25
		+) $MB = MC \Leftrightarrow t = 1.$ Vậy M(1;1;1).	
6 (1đ)		 Vẽ hình đúng và tính được $AB = AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ Tính $SA = AB \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$ Tính $BC = \frac{a}{2} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$ $\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{8} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$ Gọi K là hình chiếu của A lên SC và chứng minh được KH là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AH và SC. Xét hai tam giác đồng dạng SKH và SBC, ta có $\frac{SK}{SB} = \frac{KH}{BC} \Rightarrow KH = \frac{SK \cdot BC}{SB} = \frac{(SK \cdot SC) \cdot BC}{SC \cdot SB} = \frac{SA^2 \cdot BC}{SC \cdot SB} (*)$ Tính $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} + a^2} = \sqrt{\frac{13a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{13}}{2}$ và $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} + \frac{3a^2}{4}} = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$. Thay vào (*), ta được $KH = \frac{SA^2 \cdot BC}{SC \cdot SB} = \frac{\frac{9a^2}{4} \cdot \frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{13}}{2} \cdot a\sqrt{3}} = \frac{9a}{4\sqrt{39}} = \frac{9\sqrt{39}a}{156}$ KL: $d(AH, SC) = KH = \frac{9\sqrt{39}a}{156}$.	0,25 đ
			0,25 đ
			0,25 đ
			0,25 đ
			0,25 đ
7		+) Lập được ptAB: $3x + 4y - 10 = 0.$	

(1đ)	Tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x+4y-10=0 \\ 3x-4y+6=0 \end{cases}$ Tìm được A(2/3;2). +) Vì tâm đường tròn nội tiếp thuộc đường thẳng $x-y-2=0$ nên I(a;a-2), điều kiện $a > 1$. Ta có $d(I;AB) = d(I;AC)$ $\Leftrightarrow 7a-18 = -a+14 $ $\Leftrightarrow \begin{cases} a=4(n) \\ a=\frac{2}{3}(l) \end{cases}$ Vậy I(4;2) và bán kính đường tròn nội tiếp $r = 2$. +) Lập pt AI: $y-2=0$. Lập pt PN: $4x-3y-2=0$. P là giao điểm của AI và PN nên tọa độ P là nghiệm của hệ $\begin{cases} y-2=0 \\ 4x-3y-2=0 \end{cases}$ giải được P(2;2) +) BC qua P(2;2) và có VTPT $\vec{n} = (a;b)$ có pt dạng $a(x-2)+b(y-2)=0$. Ta có $d(I;BC) = r$ $\Leftrightarrow \frac{ 2a }{\sqrt{a^2+b^2}} = 2 \Leftrightarrow a = \sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow b=0. \text{ Chọn } a=1$ Khi đó pt BC là $x-2=0$. Tọa độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x+4y-10=0 \\ x-2=0 \end{cases}$ Tìm được tọa độ B(2;1). Tọa độ C là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x-4y+6=0 \\ x-2=0 \end{cases}$ Tìm được tọa độ C(2;3).	0,25 0,25 0,25 0,25
8 (1đ)	(I) $\begin{cases} 4(x+1)+\sqrt{32x-8y^2}=y^2+10 & (1) \\ \sqrt{y^2+1}+\sqrt[3]{2x-1}=1 & (2) \end{cases}$ Điều kiện $32x-8y^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{y^2}{4}$ Ta có: Pt (1) $\Leftrightarrow 4x-y^2+\sqrt{32x-8y^2}-6=0 \Leftrightarrow 2x-\frac{y^2}{2}+\sqrt{8x-2y^2}-3=0$ $\Leftrightarrow \left(2x-\frac{y^2}{2}\right)+2\sqrt{2x-\frac{y^2}{2}}-3=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-\frac{y^2}{2}}=1 \\ \sqrt{2x-\frac{y^2}{2}}=-3 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow 2x-\frac{y^2}{2}=1 \Leftrightarrow y^2=4x-2$ Thế $y^2=4x-2$ vào pt (2), ta được: $\sqrt{4x-1}+\sqrt[3]{2x-1}=1$ Đặt $\begin{cases} u=\sqrt{4x-1} \\ v=\sqrt[3]{2x-1} \end{cases}$, (đk: $u \geq 0$)	0,25đ 0,25đ 0,25đ

		ta có hệ $\begin{cases} u+v=1 \\ u^2-2v^3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=1 \\ v=0 \end{cases}$. Khi đó ta suy ra được $\begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=0 \end{cases}$ (thỏa đk). KL: Nghiệm hpt (I) là : $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.													
9 (1đ)		Ta có $P = \frac{\sqrt{3^{2x} + 3^{-2y}}}{3^{x+1} + 3^{-y}} = \frac{\sqrt{3^{2(x+y)} + 1}}{3 \cdot 3^{x+y} + 1}$ Từ giả thiết $\log_2(x+y) = 3 + \log_2 x + \log_2 y \Leftrightarrow \log_2(x+y) = \log_2(8xy)$ Suy ra $x+y = 8xy \leq 2(x+y)^2 \Rightarrow x+y \geq \frac{1}{2}$ Đặt $t = 3^{x+y}, t \geq \sqrt{3}$. Suy ra $P = \frac{\sqrt{t^2+1}}{3t+1} = f(t)$ Xét hàm số $f(t) = \frac{\sqrt{t^2+1}}{3t+1}$ trên đoạn $[\sqrt{3}; +\infty]$ Ta có $f'(t) = \frac{t-3}{(3t+1)^2 \sqrt{t^2+1}}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3$ Lập bảng biến thiên <table border="1"> <tr> <td>t</td><td>$\sqrt{3}$</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>f'(t)</td><td>-</td><td>0</td><td>-</td></tr> <tr> <td>f(t)</td><td>$\frac{2}{3\sqrt{3}+1}$</td><td>$\frac{1}{\sqrt{10}}$</td><td>$\frac{1}{3}$</td></tr> </table> Vậy $\min P = \frac{1}{\sqrt{10}}$, đạt được khi $\begin{cases} x+y=1 \\ x+y=8xy \\ x,y>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{2+\sqrt{2}}{4} \\ y=\frac{2-\sqrt{2}}{4} \\ x=\frac{2-\sqrt{2}}{4} \\ y=\frac{2+\sqrt{2}}{4} \end{cases}$	t	$\sqrt{3}$	3	$+\infty$	f'(t)	-	0	-	f(t)	$\frac{2}{3\sqrt{3}+1}$	$\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\frac{1}{3}$	0,25 0,25 0,25 0,25
t	$\sqrt{3}$	3	$+\infty$												
f'(t)	-	0	-												
f(t)	$\frac{2}{3\sqrt{3}+1}$	$\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\frac{1}{3}$												

* Chú ý: Mọi cách giải khác đúng đều đạt điểm tối đa.