

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 02 trang)

Câu I. (4,0 điểm)

1. Chứng minh: $\sin^4 x = \frac{3}{8} - \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{8}\cos 4x$. Từ đó tính giá trị biểu thức

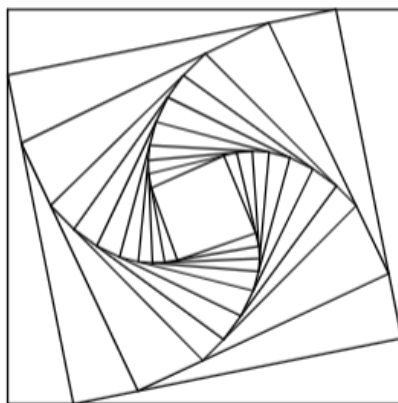
$$P = \sin^4 \frac{\pi}{16} + \sin^4 \frac{3\pi}{16} + \sin^4 \frac{5\pi}{16} + \sin^4 \frac{7\pi}{16}.$$

2. Cho phương trình $(2\cos x - 1)[(m+1)\sin 2x + 1 - 2m + \sin 2x] = 0$, với m là tham số.

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có đúng ba nghiệm thuộc $\left[\frac{\pi}{12}; \frac{2\pi}{3}\right)$.

Câu II. (4,0 điểm)

1. Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng a . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành sáu phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông C_2 . Từ hình vuông C_2 lại làm như trên được hình vuông C_3 ; cứ tiếp tục như vậy ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n \dots$ (tham khảo hình vẽ).



Gọi S_i là diện tích của hình vuông C_i ($i \in \{1, 2, 3, \dots\}$). Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$.

Biết $T = \frac{288}{5}$, tính a ?

2. Cho dãy số (u_n) xác định như sau:
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = \frac{-9u_{n-1} - 24}{5u_{n-1} + 13} \quad (n \in \mathbb{N}, n \geq 2). \end{cases}$$

Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số (u_n) và tính $\lim u_n$.

Câu III. (2,0 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax^2 + 1} - bx - 2}{4x^3 - 3x + 1} & \text{khi } x \neq \frac{1}{2} \\ \frac{c}{2} & \text{khi } x = \frac{1}{2} \end{cases}, (a, b, c \in \mathbb{R}).$

Tìm a, b, c để hàm số liên tục tại điểm $x_0 = \frac{1}{2}$.

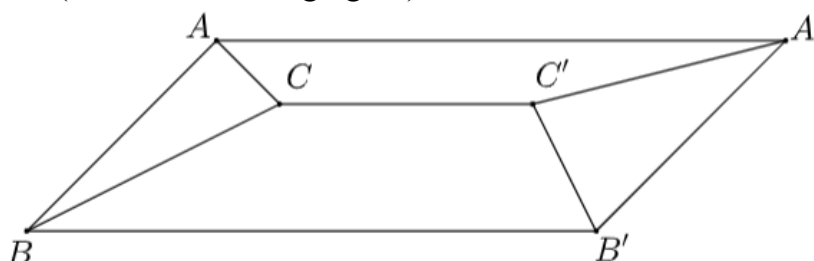
Câu IV. (2,0 điểm) Ba hộp chứa các viên bi giống nhau về kích thước. Hộp (I) chứa a viên bi màu đỏ và 2 viên bi màu xanh. Hộp (II) chứa b viên bi màu đỏ và 3 viên bi màu xanh. Hộp (III) chứa 6 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Biết xác suất lấy ra ít nhất một viên bi màu đỏ là 0,976 và xác suất lấy ra cả ba viên bi màu đỏ là 0,336. Tìm a, b và tính xác suất lấy được đúng hai viên bi màu đỏ.

Câu V. (6,0 điểm)

1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$), cạnh $AB = 3a$, $AD = CD = a$. Tam giác SAB cân tại S , $SA = 2a$. Trên đoạn AD lấy điểm M . Mặt phẳng (α) đi qua điểm M và song song với hai đường thẳng SA, AB . Mặt phẳng (α) cắt các cạnh BC, SC, SD theo thứ tự tại N, P, Q . Chứng minh tứ giác $MNPQ$ là hình thang cân và tìm vị trí điểm M để $MNPQ$ ngoại tiếp được đường tròn.

2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh mặt phẳng $(A'BD)$ song song với mặt phẳng $(CB'D')$. Tìm vị trí điểm M trên đoạn BD và điểm N trên đoạn CD' để đường thẳng MN vuông góc với mặt phẳng $(A'BD)$.

3. Gia đình bác An muốn làm mái tôn cho sân thượng là hình chữ nhật $ABB'A'$ với kích thước chiều dài $AA' = 8m$ và chiều rộng $AB = 5m$. Bác dự định làm mái tôn (kín) có thanh ngang $CC' = 6m$ nằm chính giữa mái, song song và cách mặt sàn sân thượng $1,4m$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng chi phí làm mái tôn trọn gói cho $1m^2$ là 250 000 VNĐ. Tính số tiền bác An phải chi trả (làm tròn đến hàng nghìn).



Lưu ý: Khoảng cách giữa thanh ngang và mặt sàn là độ dài đoạn thẳng nối một điểm thuộc thanh ngang đến hình chiếu của điểm đó trên mặt sàn.

Câu VI. (2,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $abc + a + c = b$. Tìm giá trị lớn

nhất của biểu thức $P = \frac{2}{a^2 + 1} - \frac{2}{b^2 + 1} + \frac{2}{c^2 + 1}$.

--- HẾT ---

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Cán bộ coi thi số 1:.....Cán bộ coi thi số 2:.....

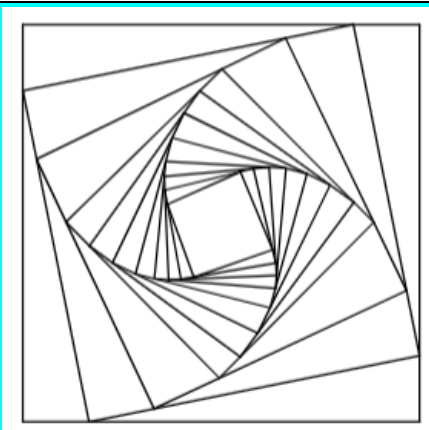
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN
(Hướng dẫn chấm gồm 08 trang)

I. HƯỚNG DẪN CHUNG

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì vẫn được điểm theo thang điểm tương ứng.
- Đối với bài toán hình học nếu học sinh chứng minh có sử dụng đến hình vẽ thì yêu cầu phải vẽ hình, nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không cho điểm phần tương ứng.
- Điểm toàn bài không làm tròn.

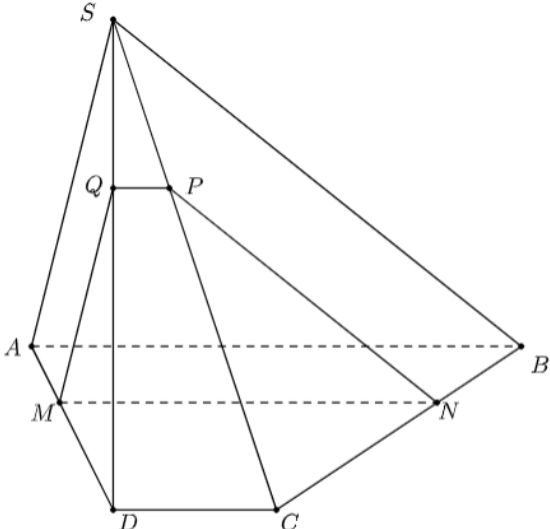
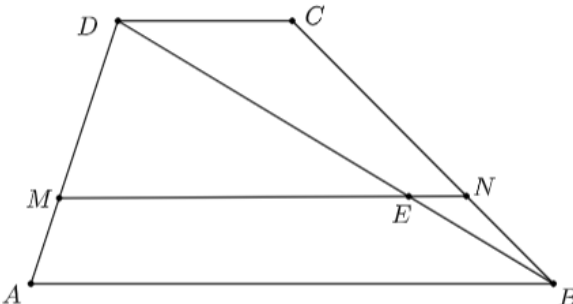
II. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

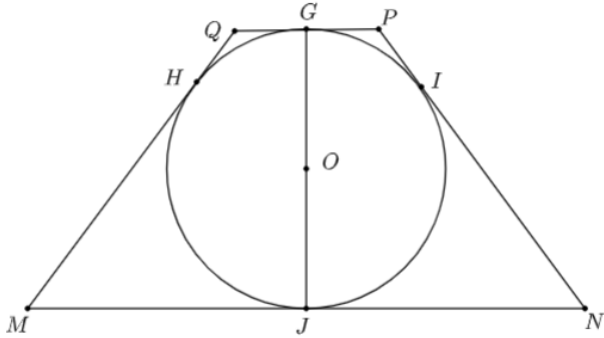
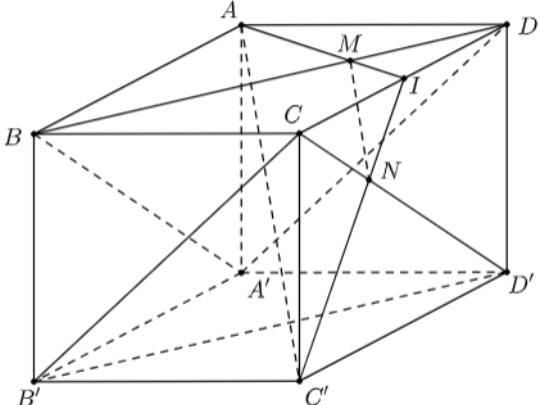
Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
I (4,0 điểm)	1. Chứng minh: $\sin^4 x = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{8} \cos 4x$. Từ đó tính giá trị biểu thức $P = \sin^4 \frac{\pi}{16} + \sin^4 \frac{3\pi}{16} + \sin^4 \frac{5\pi}{16} + \sin^4 \frac{7\pi}{16}.$	2,0
	$\sin^4 x = (\sin^2 x)^2 = \frac{1}{4}(1 - \cos 2x)^2 = \frac{1}{4}(1 - 2 \cos 2x + \cos^2 2x)$	0,25
	$= \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{8}(1 + \cos 4x) = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{8} \cos 4x$	0,25
	$\sin^4 \frac{\pi}{16} = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{8} + \frac{1}{8} \cos \frac{\pi}{4}$ $\sin^4 \frac{3\pi}{16} = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos \frac{3\pi}{8} + \frac{1}{8} \cos \frac{3\pi}{4}$ $\sin^4 \frac{5\pi}{16} = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos \frac{5\pi}{8} + \frac{1}{8} \cos \frac{5\pi}{4}$ $\sin^4 \frac{7\pi}{16} = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos \frac{7\pi}{8} + \frac{1}{8} \cos \frac{7\pi}{4}$	0,5
	$P = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{8} + \cos \frac{3\pi}{8} + \cos \frac{5\pi}{8} + \cos \frac{7\pi}{8} \right) + \frac{1}{8} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{5\pi}{4} + \cos \frac{7\pi}{4} \right)$	0,5
	$P = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{8} \cdot 0 = \frac{3}{2}$	0,5
	2. Cho phương trình $(2 \cos x - 1)[(m+1) \sin 2x + 1 - 2m + \sin 2x] = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có đúng ba nghiệm thuộc $\left[\frac{\pi}{12}; \frac{2\pi}{3} \right)$.	2,0
	$(2 \cos x - 1)[(m+1) \sin 2x + 1 - 2m + \sin 2x] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cos x - 1 = 0 \quad (1) \\ (m+1) \sin 2x + 1 - 2m + \sin 2x = 0 \quad (2) \end{cases}$	0,25
	$(1) \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$	
	vì $x \in \left[\frac{\pi}{12}; \frac{2\pi}{3} \right) \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$	0,25
	$(2) \Leftrightarrow (m+2) \sin 2x + 1 - 2m = 0 \Leftrightarrow (m+2) \sin 2x = 2m - 1 \quad (3).$	0,25

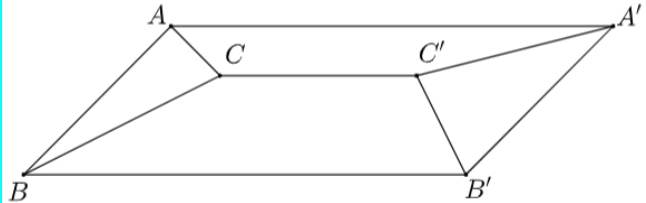
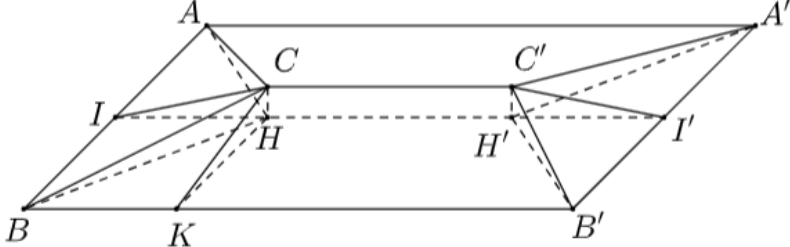
Câu	Sơ lược lời giải	Điểm												
	+) Nếu $m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$, phương trình (3) vô nghiệm nên phương trình đã cho có một nghiệm suy ra $m = -2$ không thỏa mãn +) Nếu $m + 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$, phương trình (3) trở thành $\sin 2x = \frac{2m-1}{m+2}$. +) Ta có $x \in \left[\frac{\pi}{12}; \frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow 2x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{4\pi}{3}\right)$.	0,25												
	<table><tr><td>x</td><td>$\frac{\pi}{12}$</td><td>$\frac{\pi}{4}$</td><td>$\frac{\pi}{3}$</td><td>$\frac{\pi}{2}$</td><td>$\frac{2\pi}{3}$</td></tr><tr><td>$2x$</td><td>$\frac{\pi}{6}$</td><td>$\frac{\pi}{2}$</td><td>$\frac{2\pi}{3}$</td><td>π</td><td>$\frac{4\pi}{3}$</td></tr></table> $\sin(2x)$ $\frac{1}{2}$ 1 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 0 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ Dựa vào bảng biến ta thấy phương trình đã cho có đúng 3 nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có đúng 2 nghiệm thuộc $\left[\frac{\pi}{12}; \frac{2\pi}{3}\right)$ và khác $\frac{\pi}{3}$	x	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$2x$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{4\pi}{3}$	0,25
x	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$									
$2x$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{4\pi}{3}$									
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \leq \frac{2m-1}{m+2} < 1 \\ \frac{2m-1}{m+2} \neq \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m-1}{m+2} \geq \frac{1}{2} \\ \frac{2m-1}{m+2} < 1 \\ 4m-2 \neq \sqrt{3}m+2\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3m-4}{2(m+2)} \geq 0 \\ \frac{m-3}{m+2} < 0 \\ (4-\sqrt{3})m \neq 2+2\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{4}{3} \\ m < -2 \\ -2 < m < 3 \\ m \neq \frac{14+10\sqrt{3}}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{3} \leq m < 3 \\ m \neq \frac{14+10\sqrt{3}}{13} \end{cases}$	0,5												
II (4,0 điểm)	1. Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng a. Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành sáu phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông C_2. Từ hình vuông C_2 lại làm như trên được hình vuông C_3; cứ tiếp tục như vậy ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n \dots$ (tham khảo hình vẽ).. Gọi S_i là diện tích của hình vuông C_i ($i \in \{1, 2, 3, \dots\}$). Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$. Biết $T = \frac{288}{5}$, tính a? 	2,0												
	Diện tích của hình vuông C_1 , cạnh $x_1 = a$ là $S_1 = a^2$	0,5												

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	Cạnh của hình vuông C_2 là: $x_2 = \sqrt{\left(\frac{5}{6}x_1\right)^2 + \left(\frac{1}{6}x_1\right)^2} = \frac{a\sqrt{26}}{6}$. Do đó diện tích $S_2 = x_2^2 = \frac{13}{18}a^2 = \frac{13}{18}S_1$.	
	Cạnh của hình vuông C_3 là: $x_3 = \sqrt{\left(\frac{5}{6}x_2\right)^2 + \left(\frac{1}{6}x_2\right)^2} = \frac{x_2\sqrt{26}}{6}$. Do đó diện tích $S_3 = x_3^2 = \frac{13}{18}x_2^2 = \frac{13}{18}S_2$.	0,5
	Lý luận tương tự ta có các $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$ tạo thành một cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = S_1$ và công bội $q = \frac{13}{18}$. $T = \frac{S_1}{1-q} = \frac{18a^2}{5}$.	0,5
	Với $T = \frac{288}{5}$ ta có $a^2 = 16 \Leftrightarrow a = 4$.	0,5
	2. Cho dãy số (u_n) xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = \frac{-9u_{n-1} - 24}{5u_{n-1} + 13} \quad (n \in \mathbb{N}, n \geq 2). \end{cases}$ Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số (u_n) và tính $\lim u_n$.	2,0
	Lập dãy (x_n) sao cho $x_n = u_n + 2 \Leftrightarrow u_n = x_n - 2; n \in \mathbb{N}^*$, ta có $x_1 = u_1 + 2 = 4$ $u_n = \frac{-9u_{n-1} - 24}{5u_{n-1} + 13} \Leftrightarrow x_n - 2 = \frac{-9(x_{n-1} - 2) - 24}{5(x_{n-1} - 2) + 13}$ $\Leftrightarrow x_n = \frac{-9x_{n-1} - 6}{5x_{n-1} + 3} + 2 = \frac{x_{n-1}}{5x_{n-1} + 3}$	0,5
	$\Rightarrow \frac{1}{x_n} = 5 + 3 \cdot \frac{1}{x_{n-1}} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{x_n} + \frac{5}{2}\right) = 3\left(\frac{1}{x_{n-1}} + \frac{5}{2}\right)$ Dãy số $\left(\frac{1}{x_n} + \frac{5}{2}\right)$ là một cấp số nhân có số hạng đầu $\frac{11}{4}$, công bội $q = 3$.	0,5
	$\Rightarrow \frac{1}{x_n} + \frac{5}{2} = \frac{11}{4} \cdot 3^{n-1} \Leftrightarrow \frac{1}{x_n} = \frac{11}{4} \cdot 3^{n-1} - \frac{10}{4} = \frac{11 \cdot 3^{n-1} - 10}{4} \Rightarrow x_n = \frac{4}{11 \cdot 3^{n-1} - 10}$	0,5
	$\Rightarrow u_n = x_n - 2 = \frac{4}{11 \cdot 3^{n-1} - 10} - 2 = \frac{-22 \cdot 3^{n-1} + 4}{11 \cdot 3^{n-1} - 10} \Rightarrow \lim u_n = -2$	0,5
III (2,0 điểm)	Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax^2+1-bx-2}}{4x^3-3x+1} & \text{khi } x \neq \frac{1}{2} \\ \frac{c}{2} & \text{khi } x = \frac{1}{2} \end{cases}, (a, b, c \in \mathbb{R}).$ Tìm a, b, c để hàm số liên tục tại điểm $x_0 = \frac{1}{2}$.	2,0
	$\frac{\sqrt{ax^2+1-bx-2}}{4x^3-3x+1} = \frac{(\sqrt{ax^2+1})^2 - (bx+2)^2}{(2x-1)^2(x+1)(\sqrt{ax^2+1}+bx+2)} = \frac{(a-b^2)x^2 - 4bx - 3}{(2x-1)^2(x+1)(\sqrt{ax^2+1}+bx+2)}.$	0,5

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	Để $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left(\frac{\sqrt{ax^2+1-bx-2}}{4x^3-3x+1} \right)$ tồn tại thì $\begin{cases} (a-b^2)x^2-4bx-3=m(2x-1)^2 \\ \sqrt{\frac{a}{4}+1}+\frac{b}{2}+2 \neq 0 \\ \frac{a}{4}+1 > 0 \end{cases}$.	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m=-3 \\ b=-3 \text{ (thỏa mãn)} \\ a=-3 \end{cases}$	0,25
	$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left(\frac{\sqrt{ax^2+1-bx-2}}{4x^3-3x+1} \right) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left(\frac{\sqrt{-3x^2+1+3x-2}}{4x^3-3x+1} \right) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{-3(2x-1)^2}{(2x-1)^2(x+1)(\sqrt{-3x^2+1-3x+2})}$ $= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{-3}{(x+1)(\sqrt{-3x^2+1-3x+2})} = \frac{-3}{\frac{3}{2}} = -2$.	0,5
	Hàm số liên tục tại $x_0 = \frac{1}{2}$ khi $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = f\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \frac{c}{2} = -2 \Leftrightarrow c = -4$. Vậy $a = -3, b = -3, c = -4$.	0,5
IV (2,0 điểm)	Ba hộp chứa các viên bi giống nhau về kích thước. Hộp (I) chứa a viên bi màu đỏ và 2 viên bi màu xanh. Hộp (II) chứa b viên bi màu đỏ và 3 viên bi màu xanh. Hộp (III) chứa 6 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Biết xác suất lấy ra ít nhất một viên bi màu đỏ là 0,976 và xác suất lấy ra cả ba viên bi màu đỏ là 0,336. Tìm a, b và tính xác suất lấy được đúng hai viên bi màu đỏ.	2,0
	Gọi A_i là biến cố “Lấy ra viên bi đỏ ở hộp thứ i” với $i = \{1, 2, 3\}$. Ta có các $A_i, \overline{A_i}$ đôi một độc lập với nhau và $P(A_1) = \frac{a}{a+2} = x, P(A_2) = \frac{b}{b+4} = y, P(A_3) = 0,6$.	0,25
	Gọi A: “Lấy được ít nhất 1 viên bi đỏ” $\Rightarrow P(A) = 0,976$ B: “Lấy được 3 viên bi đỏ” $\Rightarrow P(B) = 0,336$	0,25
	C: “Lấy được đúng 2 viên bi đỏ” $\Rightarrow C = \overline{A_1} \cdot A_2 \cdot A_3 + A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot A_3 + A_1 \cdot A_2 \cdot \overline{A_3}$	
	Ta có: $\overline{A} = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \Rightarrow P(\overline{A}) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) = 0,4(1-x)(1-y)$ $\Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0,4(1-x)(1-y) = 0,976$ $\Leftrightarrow (1-x)(1-y) = 0,06 \Leftrightarrow xy - x - y = -0,94 \quad (1)$.	0,25
	Tương tự: $B = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$, suy ra: $P(B) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0,6xy = 0,336 \Leftrightarrow xy = 0,56 \quad (2)$	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} xy = \frac{14}{25} \\ x+y = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,8 \\ y = 0,7 \end{cases}$.	0,5
	Với $\begin{cases} x = 0,8 \\ y = 0,7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 7 \end{cases} \Rightarrow P(C) = 0,2 \cdot 0,7 \cdot 0,6 + 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,6 + 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,4 = 0,452$.	0,5

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	Với $\begin{cases} x=0,7 \\ y=0,8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{14}{3} \\ b=12 \end{cases}$ (không thỏa mãn).	
V (6,0 điểm)	1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$), cạnh $AB = 3a$, $AD = CD = a$. Tam giác SAB cân tại S, $SA = 2a$. Trên đoạn AD lấy điểm M. Mặt phẳng (α) đi qua điểm M và song song với hai đường thẳng SA, AB. Mặt phẳng (α) cắt các cạnh BC, SC, SD theo thứ tự tại N, P, Q. Chứng minh tứ giác $MNPQ$ là hình thang cân và tìm vị trí điểm M để $MNPQ$ ngoại tiếp được đường tròn.	2,0
	$\left. \begin{array}{l} AB \parallel (\alpha) \\ AB \subset (ABCD) \\ M \in (\alpha) \cap (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Giao tuyến của}$ (α) và $(ABCD)$ là đường thẳng qua $M, \parallel AB$ và cắt BC tại N Tương tự ta xác định P, Q 	0,25
	$MN \parallel AB \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}, NP \parallel SB \Rightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{SP}{PC}, MQ \parallel SA \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{SQ}{QD}$ $\Rightarrow \frac{SQ}{QD} = \frac{SP}{PC} \Rightarrow PQ \parallel CD$ $MN \parallel AB, CD \parallel AB \Rightarrow MN \parallel PQ \Rightarrow$ Tứ giác $MNPQ$ là hình thang.	0,25
	$PN \parallel SB \Rightarrow \frac{PN}{SB} = \frac{CN}{CB}, MQ \parallel SA \Rightarrow \frac{MQ}{SA} = \frac{DM}{DA}.$	0,25
	$MN \parallel AB \Rightarrow \frac{DM}{DA} = \frac{CN}{CB} \Rightarrow \frac{PN}{SB} = \frac{QM}{SA} \Rightarrow PN = QM \Rightarrow MNPQ$ là hình thang cân.	0,25
	Đặt $AM = x, 0 < x < 1$. $MQ \parallel SA \Rightarrow \frac{MQ}{SA} = \frac{DM}{DA} = \frac{a-x}{a} \Rightarrow MQ = 2(a-x) = NP$ $PQ \parallel CD \Rightarrow \frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} = \frac{AM}{AD} = \frac{x}{a} \Rightarrow PQ = x$ 	0,5

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	Gọi $E = MN \cap BD \Rightarrow \frac{ME}{AB} = \frac{DM}{DA} = \frac{a-x}{a} \Rightarrow ME = 3(a-x)$. $\frac{EN}{CD} = \frac{BN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{x}{a} \Rightarrow EN = x \Rightarrow MN = ME + EN = 3a - 2x$.	
	 Hình thang cân $MNPQ$ có đường tròn nội tiếp $(O) \Leftrightarrow$ Các cạnh MN, NP, PQ, QM tiếp xúc với (O) lần lượt tại các điểm $J, I, G, H \Rightarrow$ $\begin{cases} MJ = MH \\ NJ = NI \\ PG = PI \\ QG = GH \end{cases} \quad (\text{Tính chất tiếp tuyến})$ $\Rightarrow MJ + NJ + PG + QG = MH + QH + NI + PI \Rightarrow MN + PQ = MQ + NP$ $\Rightarrow 3a - 2x + x = 4(a - x) \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{1}{3}$	0,5
	2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh mặt phẳng $(A'BD)$ song song với mặt phẳng $(CB'D')$. Tìm vị trí điểm M trên đoạn BD và điểm N trên đoạn CD' để đường thẳng MN vuông góc với mặt phẳng $(A'BD)$.	2,0
	$A'B \parallel CD' \Rightarrow A'B \parallel (CB'D')$ $A'D \parallel CB' \Rightarrow A'D \parallel (CB'D')$ $\Rightarrow (A'BD) \parallel (CB'D')$. 	0,5
	$\left. \begin{matrix} B'C' \perp (ABB'A') \Rightarrow A'B \perp B'C' \\ A'B \perp AB' \end{matrix} \right\} \Rightarrow A'B \perp (AB'C'D) \Rightarrow A'B \perp AC'$ $\left. \begin{matrix} C'D' \perp (ADD'A') \Rightarrow C'D' \perp A'D \\ AD' \perp A'D \end{matrix} \right\} \Rightarrow A'D \perp (ABC'D') \Rightarrow A'D \perp AC'$ $\Rightarrow AC' \perp (A'BD)$	0,5
	$\Rightarrow MN \parallel AC' \Rightarrow MN, AC'$ đồng phẳng. Ba mặt phẳng phân biệt $(ABCD), (CC'D'D), (MAC'N)$ cắt nhau theo 3 giao tuyến phân biệt $CD, AM, C'N$ nên chúng đồng quy tại I	0,25

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	Ta có $\frac{MD}{MB} = \frac{MI}{MA} = \frac{ID}{AB}, \frac{IN}{NC'} = \frac{CN}{ND'} = \frac{IC}{C'D'}$	0,25
	Mà $\frac{MI}{MA} = \frac{IN}{NC'} \Rightarrow \frac{ID}{AB} = \frac{CI}{C'D'} \Rightarrow ID = IC \Rightarrow I$ là trung điểm CD	0,25
	Khi đó M, N lần lượt là trọng tâm $\triangle ACD, \triangle C'CD$. Vậy $\frac{MD}{MB} = \frac{1}{2}, \frac{NC}{ND'} = \frac{1}{2}$	0,25
	3. Gia đình bác An muốn làm mái tôn cho sân thượng là hình chữ nhật $ABB'A'$ với kích thước chiều dài $AA' = 8m$ và chiều rộng $AB = 5m$. Bác dự định làm mái tôn (kín) có thanh ngang $CC' = 6m$ nằm chính giữa mái, song song và cách mặt sàn sân thượng $1,4m$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng chi phí làm mái tôn trọn gói cho $1m^2$ là 250000 VNĐ. Tính số tiền bác An phải chi trả (làm tròn đến hàng nghìn).  Lưu ý: Khoảng cách giữa thanh ngang và mặt sàn là độ dài đoạn thẳng nối một điểm thuộc thanh ngang đến hình chiếu của điểm đó trên mặt sàn.	2,0
	 Gọi I, I' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$. Gọi H, H' lần lượt là hình chiếu của C, C' trên $(ABB'A')$. Gọi K lần lượt là hình chiếu của H trên BB'. Ta có $CH = 1,4m, IH = 1m, HK = 2,5m, S_{ABH} = \frac{1}{2} \cdot HI \cdot AB = 2,5m^2$, $S_{HBB'H'} = \frac{1}{2} \cdot HK \cdot (BB' + HH') = 17,5m^2$.	0,5
	Gọi $\alpha = [C, AB, H], \beta = [C, BB', K] \Rightarrow \cos \alpha = \frac{5\sqrt{74}}{74}, \cos \beta = \frac{25}{\sqrt{821}}$	0,5
	$\triangle ABH$ là hình chiếu của tam giác $\triangle ABC$ trên $(ABB'A') \Rightarrow S_{ABC} = \frac{S_{ABH}}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{74}}{2}m^2$ Hình thang $HBB'H'$ là hình chiếu của hình thang $CBB'C'$ trên $(ABB'A')$ $S_{CBB'C'} = \frac{S_{HBB'H'}}{\cos \beta} = \frac{7\sqrt{821}}{10}m^2$	0,5
	Tổng diện tích mái tôn cần lập là $S = 2(S_{CAB} + S_{CBB'C'}) = \frac{7\sqrt{821} + 5\sqrt{74}}{5}m^2$. Vậy số tiền cần chi trả là $\frac{7\sqrt{821} + 5\sqrt{74}}{5} \cdot 250000 \approx 12179000$ VNĐ	0,5

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
VI (2,0 điểm)	Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $abc + a + c = b$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2}{a^2 + 1} - \frac{2}{b^2 + 1} + \frac{2}{c^2 + 1}.$	2,0
	$abc + a + c = b \Leftrightarrow ac + a \cdot \frac{1}{b} + c \cdot \frac{1}{b} = 1 \quad (1)$ Xét tam giác ABC ta có $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1 \quad (2)$ Từ (1) và (2) ta đặt $a = \tan \frac{A}{2}, \frac{1}{b} = \tan \frac{B}{2}, c = \tan \frac{C}{2}, b = \cot \frac{B}{2}$	0,25
	Ta có $P = 2 \cdot \cos^2 \frac{A}{2} - 2 \sin^2 \frac{B}{2} + 2 \cos^2 \frac{C}{2} = 1 + \cos A - (1 - \cos B) + 2 \cos^2 \frac{C}{2}$	0,25
	$= \cos A + \cos B + 2 - 2 \sin^2 \frac{C}{2} = 2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{A-B}{2} + 2 - 2 \sin^2 \frac{C}{2}$ $= 2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{A-B}{2} + 2 - 2 \sin^2 \frac{C}{2}$ $= -2 \left(\sin^2 \frac{C}{2} - 2 \sin \frac{C}{2} \cdot \frac{1}{2} \cos \frac{A-B}{2} + \frac{1}{4} \cos^2 \frac{A-B}{2} \right) + \frac{1}{2} \cos^2 \frac{A-B}{2} + 2$	0,5
	$= 2 + \frac{1}{2} \left(1 - \sin^2 \frac{A-B}{2} \right) - 2 \left(\sin \frac{C}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{A-B}{2} \right)^2$ $= \frac{5}{2} - \sin^2 \frac{A-B}{2} - 2 \left(\sin \frac{C}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{A-B}{2} \right)^2 \leq \frac{5}{2}$	0,5
	Dấu bằng xảy ra $\begin{cases} \sin \frac{C}{2} = \frac{1}{2} \cos \frac{A-B}{2} \\ \sin \frac{A-B}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \frac{C}{2} = \frac{1}{2} \\ A = B \end{cases} \Leftrightarrow A = B = C = 60^\circ$ $\Rightarrow a = \tan \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}, b = \cot \frac{B}{2} = \sqrt{3}, c = \tan \frac{C}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{5}{2}$ khi $a = \frac{\sqrt{3}}{3}, b = \sqrt{3}, c = \frac{\sqrt{3}}{3}$	0,5

-----HẾT-----