

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1-2x}{x-1}$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{3 + 2x - x^2}$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn $(1 - 2i)z + (3 - 4i)\bar{z} = 10(1 - 3i)$. Tìm mô đun của z .

b) Giải phương trình trên tập số thực $3 \log_8 x + 4 \log_4 \sqrt{x-2} + \log_{\frac{1}{2}}(6-x) = 0$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x-1)(e^x + \sqrt{3x+1})dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $E(2,4,5)$, mặt phẳng (P): $x-2y+2z+6=0$ và đường thẳng (d): $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{1}$. Tìm điểm M trên đường thẳng (d) sao cho khoảng cách từ M tới mặt phẳng (P) bằng EM.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{\cos a + \sin 2a - \cos 3a}{\sin a - \cos 2a - \sin 3a}$ biết $\tan a = \sqrt{2}$.

b) Một lớp học có 18 học sinh nam và 12 học sinh nữ. Cần chọn một ban chấp hành chi đoàn gồm có 3 người trong đó có một bí thư, một phó bí thư và một ủy viên. Tính xác suất để chọn được một ban chấp hành mà bí thư và phó bí thư không cùng giới tính.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SA = a$. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BC.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có các đường cao AD, BE và nội tiếp đường tròn tâm I(5;4). Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết D(4;4), E(6;5) và đỉnh C thuộc đường thẳng $x - 2y - 2 = 0$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình trên tập số thực.

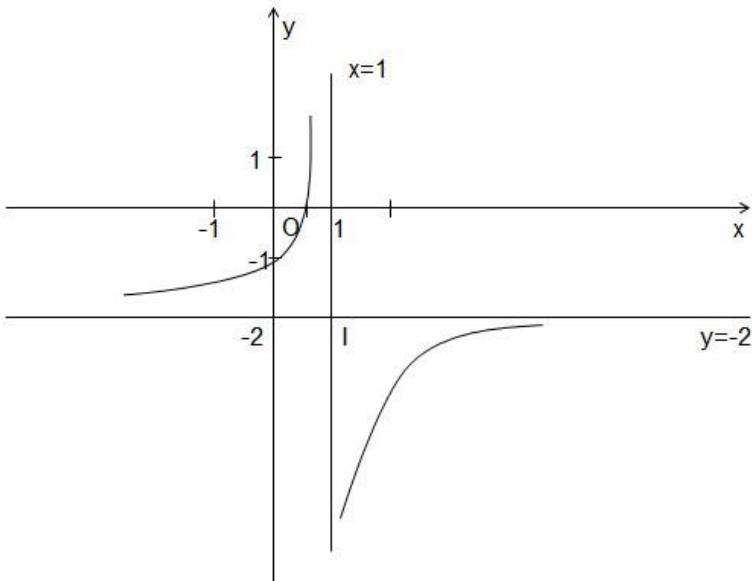
$$\begin{cases} (y-x)(x^2+3y) = y^2+y+1 \\ x^2+3x+y = \sqrt{8y+1} + \sqrt{22y-x} \end{cases}$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + ab + b^2 = c(a + b + c)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức.

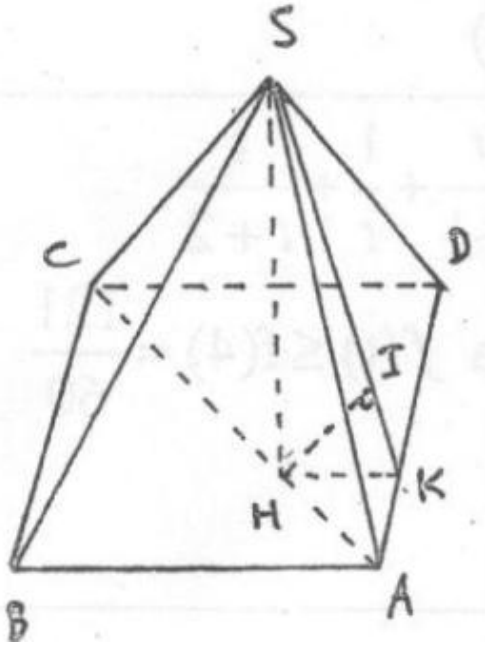
$$P = \frac{(a+c)^2}{2a^2+2ac+c^2} + \frac{(b+c)^2}{2b^2+2bc+c^2} + \frac{ab}{(a+b)^2} + \frac{ab}{a^2+4ab+b^2}.$$

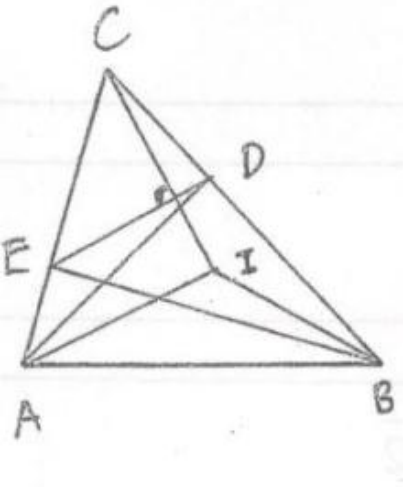
----HẾT----

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016 LẦN 3

Câu	Đáp án	Điểm												
1 (1,0 đ)	TXĐ: $\mathbb{R}$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -2 \Rightarrow$ Tiệm cận ngang của đồ thị là: $y = -2$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng của đồ thị là: $x = 1$. $y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0$ $\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$	0,5												
	Bảng biến thiên, vẽ đồ thị <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="2">+</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>-2</td><td>$\nearrow +\infty$</td><td>$-\infty \searrow -2$</td></tr></table> Vẽ đồ thị Đồ thị giao với Ox tại điểm: $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ Đồ thị giao với Oy tại điểm: $(0; -1)$  Đồ thị nhận điểm I(1;-2) làm tâm đối xứng.	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	+		+	y	-2	$\nearrow +\infty$	$-\infty \searrow -2$	0,5
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'	+		+											
y	-2	$\nearrow +\infty$	$-\infty \searrow -2$											
2 (1,0 đ)	ĐK: $-1 \leq x \leq 3, y' = 1 + \frac{1-x}{\sqrt{3+2x-x^2}}, y' = 0$	0,5												

	$\Leftrightarrow \sqrt{3+2x-x^2} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3+2x-x^2 = x^2-2x+1 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-4x-2=0 \\ x \geq 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{2}$	
	$y(-1) = -1, y(3) = 3, y(1+\sqrt{2}) = 1+2\sqrt{2}.$ $y_{\min} = -1, y_{\max} = 1+2\sqrt{2}$	0,5
3 (1,0 đ)	$z = a + bi, (1-2i)(a+bi) + (3-4i)(a-bi) = 10-30i$ $\Leftrightarrow a+bi-2ai-2bi^2+3a-3bi-4ai+4bi^2 = 10-30i$ $\Leftrightarrow 4a+bi-2ai+2b+3a-3bi-4ai-4b = 10-30i$ $\Leftrightarrow 4a-2b-(6a+2b)i = 10-30i$ $\Rightarrow 4a-2b = 10, 6a+2b = 30$ $\Rightarrow a = 4, b = 3 \Rightarrow z = 4+3i, z = 5$	0,5
	ĐK: $2 < x < 6$ Pt trở thành: $\log_2 x + \log_2(x-2) - \log_2(6-x) = 0$ $\rightarrow x(x-2) = 6-x \Leftrightarrow x^2-x-6=0 \rightarrow x=3$ (thỏa mãn) Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=3$.	0,5
4 (1,0 đ)	$I = \int_0^1 (2x-1)(e^x + \sqrt{3x+1})dx = \int_0^1 (2x-1)e^x dx + \int_0^1 (2x-1)\sqrt{3x+1}dx = I_1 + I_2$ Giải I_1 ta có: Đặt: $u = 2x-1, v' = e^x \rightarrow u' = 2, v = e^x$ $\rightarrow I_1 = \int_0^1 (2x-1)e^x dx = (2x-1)e^x \Big _0^1 - \int_0^1 2e^x dx = e+1-2e^x \Big _0^1 = 3-e$	0,5
	Giải: $I_2 = \int_0^1 (2x-1)\sqrt{3x+1}dx.$ Đặt $t = 3x+1, dt = 3dx, x=0 \rightarrow t=1, x=1 \rightarrow t=4.$ $I_2 = \int_0^1 (2x-1)\sqrt{3x+1}dx = \int_1^4 \frac{(2t-5)\sqrt{t}}{9} dt = \int_1^4 \left(\frac{4}{45}\sqrt{t^5} - \frac{10}{27}\sqrt{t^3}\right) dt \Big _1^4 = \frac{22}{135}$ Suy ra $I = I_1 + I_2 = \frac{427}{135} - e$	0,5
5 (1,0 đ)	$\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 3-t \\ z = 2+t \end{cases} \Rightarrow M(-1+2t, 3-t, 2+t)$ Ta có (d): $d(M, (P)) = \frac{ -1+2t-2(3-t)+2(2+t)+6 }{\sqrt{1+4+4}} = \frac{ 6t+3 }{3}$ $d(M, (P)) = 2t+1 $	0,5

	$EM = \sqrt{(2t-3)^2 + (-t-1)^2 + (t-3)^2} = \sqrt{6t^2 - 16t + 19}$	
	$ 2t+1 = \sqrt{6t^2 - 16t + 19} \rightarrow 2t^2 - 20t + 18 = 0$ $\rightarrow t = 1, t = 9$ $\rightarrow M(1,2,3), M(17, -6, 11)$	0,5
6 (1,0 đ)	$A = \frac{2\sin a \sin 2a + \sin 2a}{-2\cos 2a \sin a - \cos 2a} = \frac{(2\sin a + 1)\sin 2a}{-(2\sin a + 1)\cos 2a} = -\tan 2a = \frac{-2\tan a}{1 - \tan^2 a} = 2\sqrt{2}$	0,5
	Không gian mẫu: $\Omega = A_{30}^3 = 24360$. Gọi A là biến cố “Bí thư và phó bí thư không cùng giới tính” $ \Omega_A = 18.12.28 + 12.18.28 = 12096 \rightarrow P(A) = \frac{12096}{24360} = \frac{72}{145}$	0,5
7 (1,0 đ)	 Kẻ $SH \perp AC$ ($H \in AC$). Vì $(SAC) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$. $\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SC^2} = \frac{4}{3a^2} \rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, S_{ABCD} = 2a^2 \rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$	0,5
	Vì $BC \parallel AD \Rightarrow d(SD, BC) = d(C, (SAD)), \frac{d(C, (SAD))}{d(H, (SAD))} = \frac{CA}{HA} = 4$ Kẻ $HK \perp AD$ ($K \in AD$); $HI \perp SK$ ($I \in SK$) Vì: $AD \perp SH \Rightarrow AD \perp (SHK) \Rightarrow AD \perp HI \Rightarrow HI \perp (SAD) \Rightarrow d(H, (SAD)) = HI$ $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{21}}{14} \Rightarrow d(SD, BC) = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$	0,5

8 (1,0 đ)	 $\widehat{ICA} = \frac{180^\circ - \widehat{CIA}}{2} = 90^\circ - \widehat{ABC}, \widehat{ABC} = \widehat{CED} \Rightarrow \widehat{ICE} + \widehat{CED} = 90^\circ$ $\Rightarrow IC \perp DE$ $\Rightarrow \overrightarrow{DE}(2,1)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng IC. Phương trình IC: $2x + y - 14 = 0$ Mà $C \in (d): x - 2y - 2 = 0 \rightarrow C(6; 2)$	0,5
	Phương trình CE: $\begin{cases} x = 6 \\ y = 2 + 3t \end{cases}$ $\Rightarrow A(6, 2 + 3a), IA^2 = 1 + (-2 + 3a)^2 = 5$ $\Rightarrow 9a^2 - 12a = 0 \Rightarrow a = 0$ (loại), $a = \frac{4}{3} \Rightarrow A(6; 6)$ Phương trình CD: $\begin{cases} x = 6 - 2t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ $\Rightarrow B(6 - 2a, 2 + 2b)$ $\Rightarrow IB^2 = (1 - 2b)^2 + (-2 + 2b)^2 = 5$ $\Rightarrow 8b^2 - 12b = 0 \Rightarrow b = 0$ (loại), $b = \frac{3}{2} \Rightarrow B(3; 5)$	0,5
9 (1,0 đ)	Phương trình thứ nhất $2y^2 + (x^2 - 2x - 1)y - (x^3 + 1) = 0$ Có: $\Delta_y = (x^2 + x + 3)^2 \Rightarrow y = x + 1, y = \frac{-x^2 + x - 1}{2}$ TH1: $y = \frac{-x^2 + x - 1}{2}$ $\Rightarrow (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}(8y + 1) + \frac{1}{2} = 0$ (loại)	0,5
	TH2: $y = x + 1$ $\rightarrow y^2 + 2y - 2 = \sqrt{8y + 1} + \sqrt{21y + 1} \geq 0$ $\rightarrow y \geq -1 + \sqrt{3} > \frac{1}{2}$ (do $y \geq -\frac{1}{8}$).	0,5

	$y^2 - 3y + (2y - 1 - \sqrt{8y + 1}) + (3y - 1 - \sqrt{21y + 1}) = 0$ $\Leftrightarrow (y^2 - 3y) \left(1 + \frac{4}{2y-1+\sqrt{8y+1}} + \frac{9}{3y-1+\sqrt{21y+1}} \right) = 0$ $\Rightarrow y = 3 \Rightarrow x = 2$	
10 (1,0 đ)	Bổ đề: Cho $x, y > 0, xy \leq 1$. Khi đó $\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \leq \frac{2}{1+xy}$ (*) Thật vậy: (*) $\Leftrightarrow \frac{(xy-1)(x-y)^2}{(1+x^2)(1+y^2)(1+xy)} \leq 0$ Áp dụng bổ đề ta có: $\frac{(a+c)^2}{2a^2+2ac+c^2} + \frac{(b+c)^2}{2b^2+2bc+c^2} = \frac{1}{1+(\frac{a}{a+c})^2} + \frac{1}{1+(\frac{b}{b+c})^2} \leq \frac{2}{1+\frac{ab}{(a+c)(b+c)}}$	0,5
	Đặt $t = \frac{(a+c)(b+c)}{ab} = \frac{ab+c(a+b+c)}{ab} = \frac{(a+b)^2}{ab} \geq 4$ thì $P \leq f(t)$ với $f(t) = \frac{2t}{t+1} + \frac{1}{t} + \frac{1}{t+2}$. Ta có: $f'(t) = \frac{2}{(t+1)^2} - \frac{1}{t^2} - \frac{1}{(t+2)^2} < 0$ Vì $\frac{1}{t^2} + \frac{1}{(t+2)^2} \geq \frac{2}{t(t+2)} > \frac{2}{(t+1)^2}$. Suy ra $f(t) \leq f(4) = \frac{121}{60}$ Dấu bằng xảy ra khi $t = 4 \Rightarrow a = b = c$. Vậy $P_{max} = \frac{121}{60}$	0,5