

MOON.VN

LUYỆN THI ĐẠI HỌC TRỰC TUYẾN

Thầy: ĐẶNG VIỆT HÙNG

TUYỂN CHỌN

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC
HAY VÀ ĐẶC SẮC (PHẦN 1)**

DVH

NĂM HỌC 2014 - 2015

LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh thân mến!

Luyện giải đề trước kỳ thi tuyển sinh Đại học là một quá trình hết sức quan trọng trong việc ôn thi, chuẩn bị những kiến thức nền tảng tốt nhất cho kỳ thi Đại học.

Hiểu được điều đó, thầy quyết định tổng hợp lại các đề thi được giải chi tiết mà thầy soạn riêng cho khóa **LUYỆN THI ĐẠI HỌC** và **LUYỆN GIẢI ĐỀ 2015 tại Moon.vn** để giúp các em có thêm tư liệu ôn tập, học tập cách trình bày theo balem điểm mà Bộ giáo dục thường áp dụng trong chấm thi Đại học.

Với cách trình bày khoa học, rõ ràng thầy tin tưởng cuốn sách này sẽ đánh bại mọi cuốn sách khác (^^^) về độ chất của nó các em nhỉ?

Toán học là môn học ưa phong cách tài tử (nó thể hiện qua phong cách làm bài, tư duy giải toán của người làm), nhưng phải tài tử một cách khéo léo, thông minh. Đối với Toán học, không có trang sách nào là thừa. Từng trang, từng dòng phải hiểu. Để học tốt môn Toán, đòi hỏi phải kiên nhẫn, bền bỉ ngay từ những bài tập đơn giản nhất, những kiến thức cơ bản nhất đó!

Cuối cùng, thầy chúc tất cả các em đã theo thầy suốt một chặng đường dài **SỨC KHỎE, SỰ MAY MẮN**, và đặc biệt là **THÀNH CÔNG** trong các kỳ thi lớn sắp tới!

Thầy Đặng Việt Hùng (Han Dong Hae)

01. ĐỀ THI THỬ SỐ 1

Thời gian làm bài: 180 phút

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = (2-m)x^3 - 6mx^2 + 9(2-m)x - 2$ có đồ thị là (C_m) .

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số với $m = 1$.

b) Tìm m để đường thẳng $d: y = -2$ cắt đồ thị hàm số (C_m) tại ba điểm phân biệt $A(0; -2)$, B và C sao cho diện tích tam giác OBC bằng $\sqrt{13}$ (với O là gốc tọa độ).

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\tan 2x - \tan x = \frac{1}{6}(\sin 4x + \sin 2x)$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x(4x^2 + 1) - y\sqrt{2y-1} = 0 \\ -2x^2 + xy + 3x - \sqrt{\frac{x}{2}} + 2 = 0 \end{cases}$$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{x^2 + x \ln x + 1}{x} e^x dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm AC và BD . Góc giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và khoảng cách từ điểm B' đến mặt phẳng $(A'BD)$ theo a .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + ab - 2bc - 2ca = 0$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{c^2}{(a+b-c)^2} + \frac{c^2}{a^2+b^2} + \frac{\sqrt{ab}}{a+b}$.

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm). Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): (x-4)^2 + y^2 = 4$ và điểm $E(4; 1)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục tung sao cho từ điểm M kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (C) với A, B là các tiếp điểm sao cho đường thẳng AB đi qua E .

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$ và $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$. Lập phương trình đường thẳng d cắt d_1 và d_2 và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + y + 5z + 3 = 0$.

Câu 9.a (1,0 điểm). Tìm số phức z thỏa mãn $\frac{2-iz}{2+i} - \frac{z+2i}{1-2i} = 2\bar{z}$.

B. Theo chương trình Nâng cao

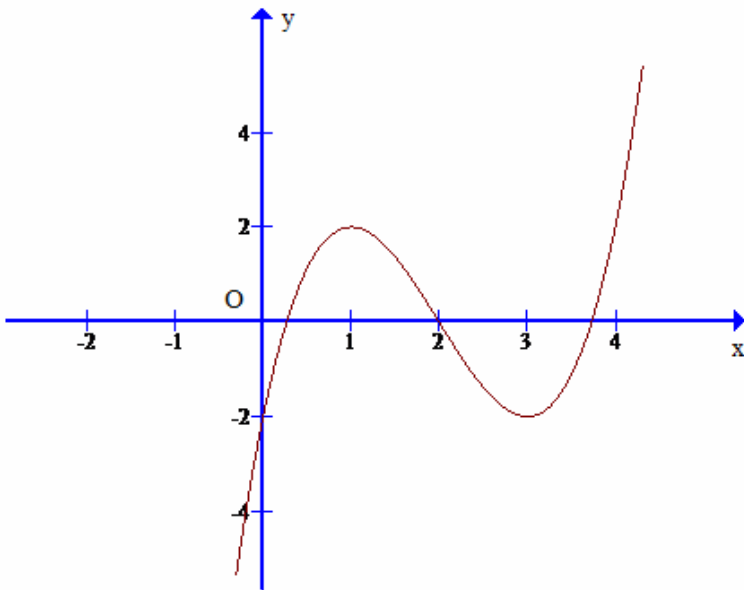
Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) có tiêu điểm trùng với tiêu điểm của (H) và ngoại tiếp hình chữ nhật cơ sở của (H) .

Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 5 = 0$ và đường thẳng $(d): \frac{x+3}{2} = y+1 = z-3$, điểm $A(-2; 3; 4)$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trên (P) đi qua

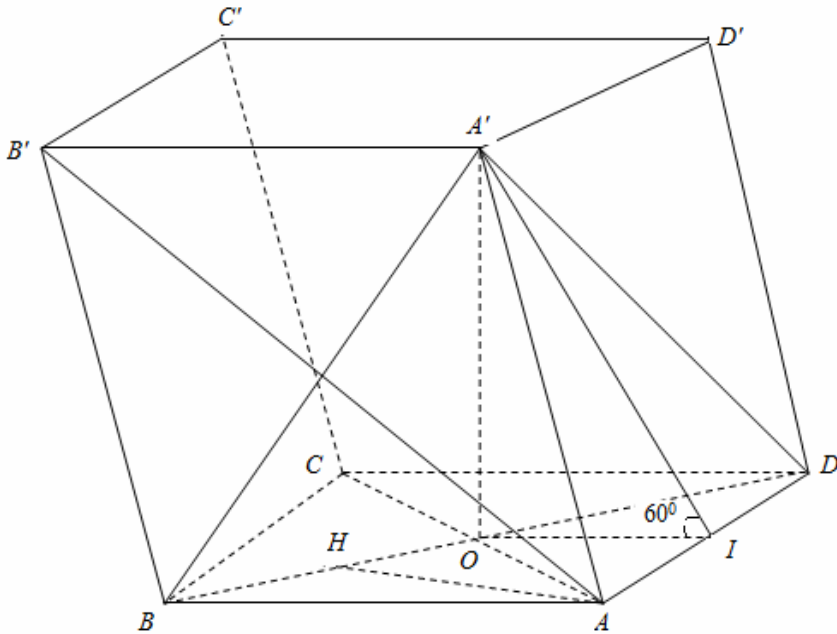
giao điểm của (d) và (P) đồng thời vuông góc với d. Tìm trên Δ điểm M sao cho độ dài đoạn AM ngắn nhất.

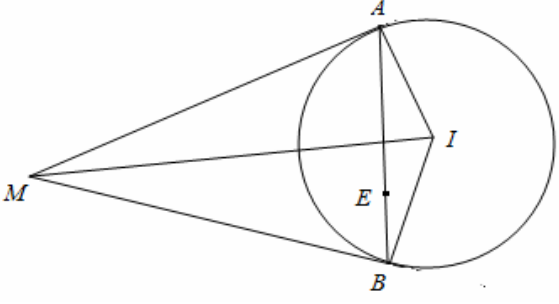
Câu 9.b (1,0 điểm). Trong các số phức z thỏa mãn $|z^2 - i| = 1$, tìm số phức z có mô-đun lớn nhất.

LỜI GIẢI ĐỀ 1:

Câu	Đáp án	Điểm																								
1 (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm) Với $m = 1$ thì hàm số có dạng $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ • Tập xác định $D = \mathbb{R}$. • Đạo hàm $y' = 3x^2 - 12x + 9 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (3; +\infty)$ và nghịch biến trên $(1; 3)$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1; y = 2$; đạt cực tiểu tại $x = 3; y = -2$.	0,25																								
	• Các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 6x^2 + 9x - 2) = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 6x^2 + 9x - 2) = -\infty$ • Điểm uốn: $y' = 6x - 12 \Rightarrow y'' = 0 \Leftrightarrow x = 2 \longrightarrow U(2; 0)$.	0,25																								
	• Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>3</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>2</td><td></td><td>-2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$		1		3		$+\infty$	y'		+	0	-	0	+		y	$-\infty$		2		-2		$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$		1		3		$+\infty$																		
	y'		+	0	-	0	+																			
y	$-\infty$		2		-2		$+\infty$																			
• Đồ thị hàm số có dạng như hình vẽ: 	0,25																									
<u>Nhận xét:</u> + Đồ thị hàm số nhận điểm $U(2; 0)$ làm tâm đối xứng. + Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0; -2)$.																										
b) (1,0 điểm) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị: $(2 - m)x^3 - 6mx^2 + 9(2 - m)x - 2 = -2$ $\Leftrightarrow (2 - m)x^3 - 6mx^2 + 9(2 - m)x = 0 \Leftrightarrow x[(2 - m)x^2 - 6mx + 9(2 - m)] = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow A(0; -2) \\ (2 - m)x^2 - 6mx + 9(2 - m) = 0 \Leftrightarrow g(x) = 0 \end{cases}$ Hai đồ thị cắt nhau tại ba điểm phân biệt A, B, C khi phương trình $g(x) = 0$ có hai nghiệm	0,25																									
		0,25																								

	phân biệt và khác 0. Ta có điều kiện: $\begin{cases} \Delta_g = 9m^2 - 9(2-m)^2 > 0 \\ g(2) = 2-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$	
	Giả sử $B(x_1; -2), C(x_2; -2)$, với $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình $g(x) = 0$. Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{6m}{2-m} \\ x_1 x_2 = 9 \end{cases}$ Ta có $S_{\Delta OBC} = \frac{1}{2} d(O; d).BC \Leftrightarrow \sqrt{13} = \frac{1}{2}.2.BC \Rightarrow BC = \sqrt{13}$	0,25
	$\Leftrightarrow x_1 - x_2 = \sqrt{13} \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 13 \Leftrightarrow \left(\frac{6m}{2-m}\right)^2 - 36 = 13 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{14}{13} \\ m = 14 \end{cases}$ Đổi chiếu với điều kiện ta được $m = \frac{14}{13}; m = 14$ là các giá trị cần tìm.	0,25
2 (1,0 điểm)	Điều kiện $\begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{m\pi}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi \end{cases}$ Phương trình đã cho tương đương với $6\sin x = \cos 2x \cos x (\sin 4x + \sin 2x)$ $\Leftrightarrow 6\sin x = \cos x \cos 2x (4\sin x \cos x \cos 2x + 2\sin x \cos x)$ $\Leftrightarrow \sin x (4\cos^2 x \cos^2 2x + 2\cos^2 x \cos 2x - 6) = 0$ $\Leftrightarrow \sin x [(2\cos^2 2x(1 + \cos 2x) + \cos 2x(1 + \cos 2x) - 6] = 0$ $\Leftrightarrow \sin x (2\cos^3 2x + 3\cos^2 2x + \cos 2x - 6) = 0$ $\Leftrightarrow \sin x (\cos 2x - 1)(2\cos^2 2x + 5\cos 2x + 6) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \\ \cos 2x = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = k\pi$ Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$.	0,25
	$\Leftrightarrow \sin x (4\cos^2 x \cos^2 2x + 2\cos^2 x \cos 2x - 6) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \sin x [(2\cos^2 2x(1 + \cos 2x) + \cos 2x(1 + \cos 2x) - 6] = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \sin x (2\cos^3 2x + 3\cos^2 2x + \cos 2x - 6) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \sin x (\cos 2x - 1)(2\cos^2 2x + 5\cos 2x + 6) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \\ \cos 2x = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = k\pi$	0,25
3 (1,0 điểm)	Điều kiện: $x \geq -4, y \geq \frac{1}{2}$ Ta có $(1) \Leftrightarrow 2x(4x^2 + 1) = 2y\sqrt{2y-1} = 0 \Leftrightarrow (2x)^3 + 2x = (\sqrt{2y-1})^3 + \sqrt{2y-1} \quad (*)$ Xét hàm số $f(t) = t^3 + t$ ta có $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. $(*) \Leftrightarrow$ $(2x)^3 + 2x = (\sqrt{2y-1})^3 + \sqrt{2y-1} \Leftrightarrow f(2x) = f(\sqrt{2y-1}) \Leftrightarrow 2x = \sqrt{2y-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4x^2 + 1 = 2y \end{cases}$	0,25
	Từ (2) ta có $-2x^2 + xy + 3x - \sqrt{\frac{x}{2}} + 2 = 0 \Leftrightarrow -4x^2 + x(2y) + 6x - \sqrt{2x+8} = 0$ $\Leftrightarrow -4x^2 + x(4x^2 + 1) + 6x - \sqrt{2x+8} = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x^2 + 7x - \sqrt{2x+8} = 0$	0,25
	Xét hàm số $g(x) = -4x^2 + 4x^3 + 7x - \sqrt{2x+8} \Rightarrow g'(x) = 12x^2 - 8x + 7 - \frac{1}{\sqrt{2x+8}}$ $= 4x^2 + 2(2x-1)^2 + \frac{5\sqrt{2x+8}-1}{\sqrt{2x+8}} > 0, \forall x \geq 0$ nên $g(x)$ đồng biến trên nửa khoảng $[0; +\infty)$	0,25
	Mặt khác ta dễ thấy $g\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 1$ Vậy, hệ đã cho có nghiệm duy nhất $x = \frac{1}{2}; y = 1$	0,25
4 (1,0 điểm)	Ta có $I = \int_1^e \frac{x^2 + x \ln x + 1}{x} e^x dx = \int_1^e x e^x dx + \int_1^e \ln x e^x dx + \int_1^e \frac{e^x}{x} dx = I_1 + I_2 + I_3$	0,25

	$+ \text{ Xét } I_1 = \int_1^e x e^x dx = x e^x \Big _1^e - \int_1^e e^x dx = e^e (e-1)$	0,25
	$+ \text{ Xét } I_2 = \int_1^e e^x \ln x dx = e^x \ln x \Big _1^e - \int_1^e \frac{e^x}{x} dx = e^e - \int_1^e \frac{e^x}{x} dx = e^e - I_3 \Leftrightarrow I_2 + I_3 = e^e$	0,25
	$\text{Từ đó suy ra } I = e^{e+1} - e^e + e^e - \int_1^e \frac{e^x}{x} dx + \int_1^e \frac{e^x}{x} dx = e^{e+1}$	0,25
5 (1,0 điểm)	 Gọi O là giao điểm của AC và BD, theo bài ta có $A'O \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm của AD. Ta có $OI \perp AD$. Do $\begin{cases} (ADD'A') \cap (ABCD) = AD \\ AD \perp (A'OI) \end{cases} \Rightarrow$ góc giữa $(ADD'A')$ và $(ABCD)$ là $\widehat{A'IO} = 60^\circ$. Ta có $OI = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2} \Rightarrow A'O = OI \cdot \tan \widehat{A'IO} = \frac{a}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ Suy ra, thể tích khối lăng trụ là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'O \cdot S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{2}$ (đvtt). Do AB' và $A'B$ cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên A và B' đối xứng nhau qua $(A'BD)$. Suy ra $d[B; (A'BD)] = d[A; (A'BD)]$ Trong $(ABCD)$ dựng $AH \perp BD$. Do $\begin{cases} AH \perp BD \\ AH \perp A'O \end{cases} \Rightarrow AH \perp (A'BD)$, hay $AH = d[A; (A'BD)]$. Trong tam giác vuông ABD ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ Vậy khoảng cách từ B' đến $(A'BD)$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.	0,25
6 (1,0 điểm)	Ta có $a^2 + b^2 + c^2 - 2bc - 2ca = -ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca = ab \Leftrightarrow (a+b-c)^2 = ab$ Đặt $x = \frac{a}{c}; y = \frac{b}{c}$ ($x, y > 0$). Theo bất đẳng thức Cô-si ta có $x + y \geq 2\sqrt{xy} \Leftrightarrow xy \leq \frac{(x+y)^2}{4}$ (*) Khi đó $(a+b-c)^2 = ab \Leftrightarrow \left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c} - 1\right)^2 = \frac{ab}{c^2} = \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{c} \Leftrightarrow (x+y-1)^2 = xy$	0,25
		0,25

	Áp dụng (*) ta được $(x+y-1)^2 = xy \leq \frac{(x+y)^2}{4} \Leftrightarrow (x+y-1)^2 \leq \frac{(x+y)^2}{4} \Rightarrow \frac{2}{3} \leq x+y \leq 2$ Ta có $P = \frac{c^2}{(a+b-c)^2} + \frac{c^2}{a^2+b^2} + \frac{\sqrt{ab}}{a+b} = \frac{1}{\left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c} - 1\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2} + \frac{\sqrt{\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{c}}}{\frac{a}{c} + \frac{b}{c}} =$ $= \frac{1}{(x+y-1)^2} + \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{\sqrt{xy}}{x+y} = \frac{1}{xy} + \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{\sqrt{xy}}{x+y}$ Áp dụng các bất đẳng thức cơ bản $\frac{\sqrt{xy}}{x+y} \geq \frac{2xy}{(x+y)^2}$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$ ta được $P \geq \frac{1}{xy} + \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{2xy}{(x+y)^2} = \frac{1}{2xy} + \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{2xy}{(x+y)^2} + \frac{1}{2xy} \geq \frac{4}{x^2+2xy+y^2} + \left(\frac{2xy}{(x+y)^2} + \frac{1}{2xy} \right)$ $\geq \frac{4}{(x+y)^2} + 2\sqrt{\frac{2xy}{(x+y)^2} \cdot \frac{1}{2xy}} = \frac{4}{(x+y)^2} + \frac{2}{x+y} \geq \frac{4}{2^2} + \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow P \geq 2$ Vậy $\min P = 2$ khi $x = y = 1$ tức $a = b = c$.	0,25 0,25
7.a (1,0 điểm)	 Đường tròn (C) có tâm $I(4; 0)$, bán kính $R = 2$ M thuộc Oy nên giả sử $M(0; m)$ Ta có $\overrightarrow{IM} = (-4; m) \Rightarrow$ đường thẳng AB có một véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_{AB}} = (m; 4)$ Đường thẳng AB đi qua $E(4; 1)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{AB}} = (m; 4)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 4 + mt \\ y = 1 + 4t \end{cases}$ A thuộc đường thẳng AB nên có tọa độ dạng $A(4 + mt; 1 + 4t)$. Do $\begin{cases} A \in (C) \\ IA \perp MA \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x_A - 4)^2 + y_A^2 = 4 \Leftrightarrow (mt)^2 + (1 + 4t)^2 = 4, (*) \\ \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{MA} = 0 \end{cases}$ Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{IA} = (mt; 1 + 4t) \\ \overrightarrow{MA} = (4 + mt; 1 + 4t - m) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{MA} = (mt)^2 + 4mt + (1 + 4t)^2 - m(1 + 4t) = 0$ $\Leftrightarrow (mt)^2 + (1 + 4t)^2 - m = 0$. Thay (*) vào ta tìm được $m = 4$. Vậy điểm $M(0; 4)$ là điểm cần tìm.	0,25 0,25 0,25 0,25
8.a (1,0 điểm)	Viết lại phương trình các đường thẳng dạng tham số ta được $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = -1 + t_1 \\ z = 2t_1 \end{cases}, d_2: \begin{cases} x = 2 + t_2 \\ y = t_2 \\ z = 1 - 2t_2 \end{cases}$ Mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_p} = (2; 1; 5)$ Giả sử: $A = d \cap d_1 \Rightarrow A(1 + 2t_1; -1 + t_1; 2t_1); B = d \cap d_2 \Rightarrow B(2 + 2t_2; t_2; 1 - 2t_2)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (t_2 - 2t_1 + 1; t_2 - t_1 + 1; -2t_2 - 2t_1 + 1)$. Theo bài, $d \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{n_p} \Leftrightarrow \frac{t_2 - 2t_1 + 1}{2} = \frac{t_2 - t_1 + 1}{1} = \frac{-2t_2 - 2t_1 + 1}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = -1 \\ t_2 = -1 \end{cases}$ Suy ra $A(-1; -2; -2)$. Phương trình đường thẳng cần tìm là $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{5}$.	0,25 0,25 0,25 0,25
9.a (1,0 điểm)	Ta có $\frac{2-iz}{2+i} - \frac{z+2i}{1-2i} = 2\bar{z} \Leftrightarrow (2-iz)(1-2i) - (z+2i)(2+i) = 2(2+i)(1-2i)\bar{z}$ $\Leftrightarrow (2-4i) - (2+i)z = (4-3i)\bar{z} \quad (1)$ Giả sử $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$.	0,25 0,25 0,25

	$(1) \Leftrightarrow (2-4i) - (2+i)(a+bi) = (4-3i)(a-bi) \Leftrightarrow (2-2a+b) - (4+a+2b)i$ $= (4a-3b) - (3a+4b)i$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-2a+b=4a-3b \\ 4+a+2b=3a+4b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2b=1 \\ a+b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow z=1+i$	0,25
	Vậy số phức cần tìm là $z = 1 + i$.	
7.b (1,0 điểm)	(H) có các tiêu điểm $F_1(-5;0); F_2(5;0)$. Hình chữ nhật cơ sở của (H) có một đỉnh là $A(4;3)$.	0,25
	Giả sử phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b > 0)$	0,25
	(E) cũng có hai tiêu điểm $F_1(-5;0); F_2(5;0) \Rightarrow a^2 - b^2 = 5^2 \quad (1)$	
	Do $M(4;3) \in (E) \Leftrightarrow 9a^2 + 16b^2 = a^2b^2 \quad (2)$	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} a^2 = 5^2 + b^2 \\ 9a^2 + 16b^2 = a^2b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 40 \\ b^2 = 15 \end{cases}$	
	Vậy phương trình chính tắc của (E) là $(E): \frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{15} = 1$.	0,25
8.b (1,0 điểm)	Chuyển phương trình d về dạng tham số ta được: $\begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = t - 1 \\ z = t + 3 \end{cases}$	0,25
	Gọi I là giao điểm của d và $(P) \Rightarrow I(2t-3; t-1; t+3)$ Do $I \in (P) \Rightarrow 2t-3+2(t-1)-(t-3)+5=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow I(-1;0;4)$.	
	Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2;1;1)$, mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (1;2;-1)$. $\Rightarrow [\vec{u}_d, \vec{n}_p] = (-3;3;3) = 3(-1;1;1) \longrightarrow \vec{u}_\Delta = (-1;1;1)$	0,25
	Khi đó đường thẳng Δ có phương trình $\Delta: \begin{cases} x = 1 - u \\ y = u \\ z = 4 + u \end{cases}$	
	Vì $M \in \Delta \Rightarrow M(-1-u; u; 4+u) \Rightarrow \vec{AM} = (1-u; u-3; u)$	0,25
	AM ngắn nhất $\Leftrightarrow AM \perp \Delta \Leftrightarrow \vec{AM} \perp \vec{u}_\Delta \Leftrightarrow \vec{AM} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow -(1-u) + (u-3) + u = 0 \Leftrightarrow u = \frac{4}{3}$	0,25
	Vậy $M\left(-\frac{7}{3}; \frac{4}{3}; \frac{16}{3}\right)$ là điểm cần tìm.	
9.b (1,0 điểm)	Trong các số phức z thỏa mãn $ z^2 - i = 1$, tìm số phức z có mô-đun lớn nhất.	0,25
	Giả sử $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có $ z = \sqrt{a^2 + b^2}$. Mặt khác $z^2 = (a+bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi \Rightarrow z^2 - i = (a^2 - b^2) + (2ab-1)i$	
	Theo bài ta có $ z^2 - i = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(a^2 - b^2)^2 + (2ab-1)^2} = 1 \Leftrightarrow (a^2 - b^2)^2 + (2ab-1)^2 = 1$ $\Leftrightarrow a^4 + b^4 - 2a^2b^2 + 4a^2b^2 + 1 - 4ab = 1 \Leftrightarrow (a^2 + b^2)^2 = 4ab$	0,25
	Theo bất đẳng thức Cô-si ta có $a^2 + b^2 \geq 2\sqrt{a^2b^2} = 2 ab \geq 2ab \Leftrightarrow z ^2 \geq 2ab$ Khi đó $ z ^4 = (a^2 + b^2)^2 = 4ab \leq 2 z ^2 \Leftrightarrow z ^4 \leq 2 z ^2 \Leftrightarrow z ^2 \leq 2 \Leftrightarrow z \leq \sqrt{2}$	0,25
	Suy ra, $ z _{\max} = \sqrt{2}$ đạt được khi $\begin{cases} a = b \\ ab = ab \\ a^2 + b^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 1 \\ a = b = -1 \end{cases}$	0,25
	Vậy, có hai số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán là $z = 1 + i$ hoặc $z = -1 - i$.	

02. ĐỀ THI THỬ SỐ 2

Thời gian làm bài: 180 phút

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}(m-1)x^2 + (m-2m^2)x + 4m-1$, với m là tham số.

a) Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số với $m = -1$.

b) Tìm m để hàm số đã cho đạt cực đại, cực tiểu tại các điểm có hoành độ $x_1; x_2$ sao cho $2x_1^2 + x_2^2 = 17$.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $3\tan^2 x + \frac{3(\tan x + 1)}{\cos x} - 4\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{7\pi}{4}\right) = 1$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^5 - 5x = y^5 - 5y \\ 2\sqrt{1-x^2} + \sqrt{2x^2 - y^2} = 2 \end{cases}; (x, y \in \mathbb{R})$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{8}\right)}{\sin 2x + \cos 2x + \sqrt{2}} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Các điểm M, N lần lượt nằm trên các đoạn thẳng AB, AD sao cho $MB = MA; ND = 3NA$. Biết $SA = a$, MN vuông góc với SM và tam giác SMC cân tại S . Tính thể tích khối chóp $S.MNDC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và MC theo a .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho x, y, z là ba số thực thỏa mãn $2x + 3y + z = 40$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2\sqrt{x^2 + 1} + 3\sqrt{y^2 + 16} + \sqrt{z^2 + 36}$.

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ có phương trình $x - y + 1 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ sao cho qua M kẻ được hai tiếp tuyến $MA; MB$ đến đường tròn (C) , (với A, B là các tiếp điểm) đồng thời khoảng cách từ điểm $N\left(-1; \frac{3}{2}\right)$ đến AB là lớn nhất.

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(0; -1; 2)$ và $N(-1; 1; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M, N sao cho khoảng cách từ $K(0; 0; 2)$ đến (P) đạt giá trị lớn nhất

Câu 9.a (1,0 điểm). Tìm hệ số chứa x^4 trong khai triển $\left(1 + \frac{n}{6}x + 3x^2\right)^{n-2}$ biết $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3)$.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ với hệ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình đường thẳng $AB: 2x + y - 1 = 0$, phương trình đường thẳng $AC: 3x + 4y + 6 = 0$ và điểm $M(1; -3)$ nằm trên đường thẳng BC thỏa mãn $3MB = 2MC$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; 3); B(2; -2; -3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$. Chứng minh A, B và Δ cùng nằm trong một mặt phẳng. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ sao cho $(MA^4 + MB^4)$ nhỏ nhất.

Câu 9.b (1,0 điểm). Cho số phức z thỏa mãn $z - \frac{\bar{z}}{1+3i} = \frac{6+7i}{5}$. Tìm phần thực của số phức z^{2013} .

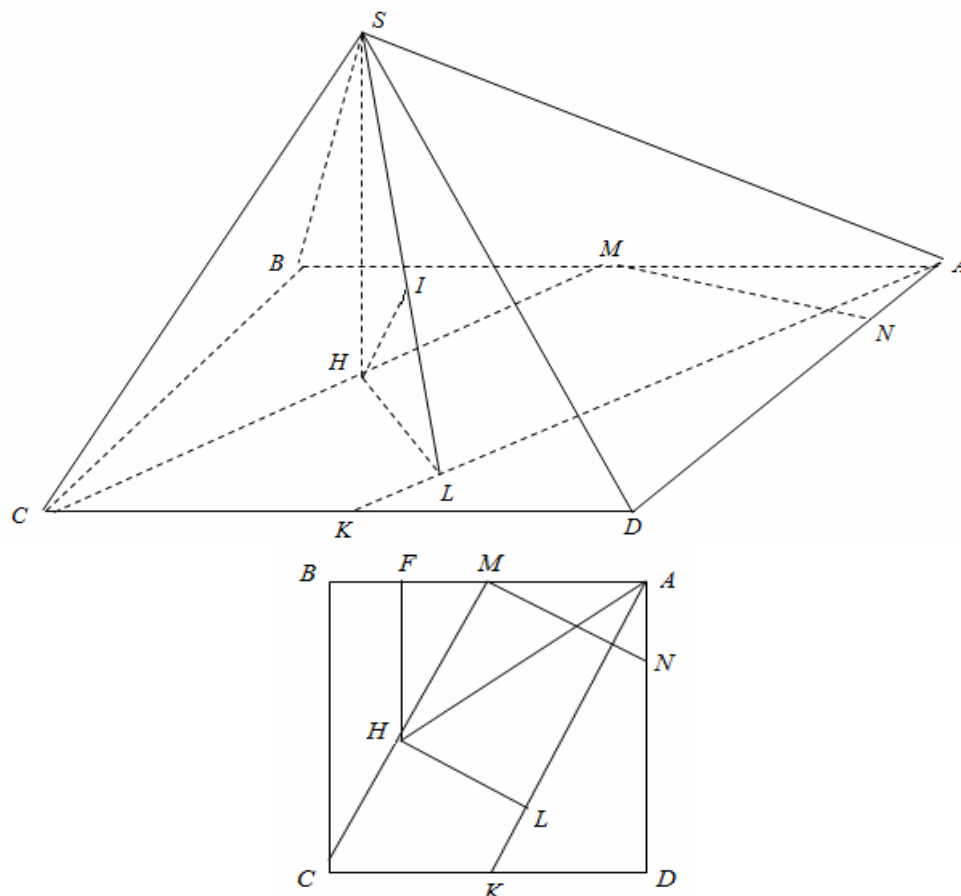
LỜI GIẢI ĐỀ 2:

Câu	Đáp án	Điểm																
1 (2,0đ)	a) Khảo sát hàm số Với $m = -1$ hàm số có dạng $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x - 5$. • Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. • Đạo hàm: $y' = x^2 - 2x - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên $(-1; 3)$. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1; y = -\frac{10}{3}$, và đạt cực tiểu tại $x = 3; y = -14$. • Giới hạn, điểm uốn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x - 5 \right) = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x - 5 \right) = -\infty$ Ta có $y'' = 2x - 2 \Rightarrow y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \longrightarrow U\left(1; -\frac{26}{3}\right)$. • Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{10}{3}$</td><td>-14</td><td>$+\infty$</td></tr></table> • Đồ thị hàm số có dạng như hình vẽ: Nhận xét: + Đồ thị nhận điểm uốn $U\left(1; -\frac{26}{3}\right)$ làm tâm đối xứng. + Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; -5)$.	x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	$+$	y	$-\infty$	$-\frac{10}{3}$	-14	$+\infty$	0,25 0,25 0,25 0,25
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$														
y'	$+$	0	$-$	0	$+$													
y	$-\infty$	$-\frac{10}{3}$	-14	$+\infty$														
	b) Tìm m ...																	

	Ta có $y' = x^2 + (m-1)x + m - 2m^2$ Hàm số có cực đại, cực tiểu khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Điều đó xảy ra khi $\Delta > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 - 4(m-2m^2) > 0 \Leftrightarrow (3m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{3}$.	0,25
	Khi đó, phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\begin{cases} x = \frac{1-m+3m-1}{2} = m \\ x = \frac{1-m-3m+1}{2} = 1-2m \end{cases}$	0,25
	Do vai trò x_1, x_2 bình đẳng có hai trường hợp sau xảy ra. • Trường hợp 1: $x_1 = m; x_2 = 1-2m \Rightarrow 2x_1^2 + x_2^2 = 17 \Leftrightarrow 2m^2 + (1-2m)^2 = 17$ $\Leftrightarrow 6m^2 - 4m - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{4}{3} \end{cases}$	0,25
	• Trường hợp 2: $x_1 = 1-2m; x_2 = m \Rightarrow 2x_1^2 + x_2^2 = 17 \Leftrightarrow 2(1-2m)^2 + m^2 = 17$ $\Leftrightarrow 9m^2 - 8m - 15 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{4 \pm \sqrt{151}}{9}.$ Vậy có 4 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m = 2; m = \frac{4}{3}; m = \frac{4 \pm \sqrt{151}}{9}$.	0,25
2 (1,0đ)	Giải phương trình $3\tan^2 x + \frac{3(\tan x + 1)}{\cos x} - 4\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{7\pi}{4}\right) = 1, \quad (1).$ Điều kiện: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad (*)$ Ta có $\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{7\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4} - 2\pi\right) = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x + \cos x.$	0,25
	Khi đó, $(1) \Leftrightarrow 3\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{3(\sin x + \cos x)}{\cos^2 x} - 4(\sin x + \cos x) = 1$ $\Leftrightarrow 3\sin^2 x + 3(\sin x + \cos x) - 4\cos^2 x(\sin x + \cos x) - \cos^2 x = 0$ $\Leftrightarrow 3 - 4\cos^2 x + (\sin x + \cos x)(3 - 4\cos^2 x) = 0 \Leftrightarrow (1 + \sin x + \cos x)(3 - 4\cos^2 x) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 4\cos^2 x = 0 \\ 1 + \sin x + \cos x = 0 \end{cases}$	0,25
	• Với $3 - 4\cos^2 x = 0 \Leftrightarrow 3 - 2(1 + \cos 2x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Rightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi.$ Các nghiệm này đều thỏa mãn $(*)$ nên là nghiệm của phương trình đã cho.	0,25
	• Với $1 + \sin x + \cos x = 0 \Leftrightarrow 1 + \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$ Đối chiếu với $(*)$ ta được $x = \pi + k2\pi$ là nghiệm của phương trình. Vậy phương trình đã cho có 3 họ nghiệm là $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi; x = \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$	0,25
3 (1,0đ)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^5 - 5x = y^5 - 5y & (1) \\ 2\sqrt{1-x^2} + \sqrt{2x^2-y^2} = 2 & (2) \end{cases}$ Điều kiện: $\begin{cases} 1-x^2 \geq 0 \\ 2x^2-y^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \leq 1 \\ 2x^2 \geq y^2 \end{cases}$	0,25

	Xét $\vec{u} = (x; y), \vec{v} = (x'; y') \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \cos(\vec{u}; \vec{v}) \leq \vec{u} \cdot \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} \leq \vec{u} \cdot \vec{v}$ $\Leftrightarrow xx' + yy' \leq \sqrt{x^2 + y^2} \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2}, \quad (*)$ Dấu bằng xảy ra khi $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = 1 \Leftrightarrow (\vec{u}; \vec{v}) = 0^0 \Leftrightarrow \vec{u} = k\vec{v} \Leftrightarrow \frac{x}{x'} = \frac{y}{y'}$.	
	Áp dụng (*) cho phương trình (2) ta được $2 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2 - 2x^2} + 1 \cdot \sqrt{2x^2 - y^2} \leq \sqrt{2 + 1} \cdot \sqrt{2 - 2x^2 + 2x^2 - y^2} \Leftrightarrow \sqrt{2 - y^2} \geq \frac{2}{\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow 2 - y^2 \geq \frac{4}{3} \Leftrightarrow y^2 \leq \frac{2}{3} < 1 \Rightarrow y^2 < 1$. Khi đó, $x^2 \leq 1; y^2 < 1$.	0,25
	Xét hàm số $f(t) = t^5 - 5t$ với $0 \leq t \leq 1$. Ta có $f'(t) = 5t^4 - 5 = 5(t^2 - 1)(t^2 + 1) \leq 0 \quad \forall t \in [0; 1] \Rightarrow f(t)$ là hàm nghịch biến trên $[0; 1]$. Khi đó, $(1) \Leftrightarrow f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$.	0,25
	Thay vào (2) ta được $2\sqrt{1 - x^2} + \sqrt{x^2} = 2$. Đặt $u = x^2; 0 \leq u \leq 1$ ta được $2\sqrt{1 - u} + \sqrt{u} = 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{1 - u} = 2 - \sqrt{u} \Leftrightarrow 4(1 - u) = 4 - 4\sqrt{u} + u \Leftrightarrow 5u - 4\sqrt{u} = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{u} = 0 \\ \sqrt{u} = \frac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 0 \Rightarrow x = 0; y = 0 \\ u = \frac{16}{25} \Rightarrow x = \pm \frac{4}{5} \Rightarrow y = \pm \frac{4}{5} \end{cases}$ Vậy hệ phương trình đã cho có 3 cặp nghiệm: $(x; y) = \left\{ (0; 0), \left(\frac{4}{5}; \frac{4}{5}\right), \left(-\frac{4}{5}; -\frac{4}{5}\right) \right\}$.	0,25
4 (1,0đ)	Ta có $I = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}} dx$. Đặt $t = 2x - \frac{\pi}{4} \Rightarrow dx = \frac{1}{2} dt$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{4}; x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$. Khi đó, $I = \frac{1}{4} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{2} \cos t + \sqrt{2}} dt = \frac{1}{4\sqrt{2}} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin t}{1 + \cos t} dt = \frac{1}{4\sqrt{2}} \left(\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dt}{1 + \cos t} - \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin t}{1 + \cos t} dt \right)$.	0,25
	$\bullet \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dt}{1 + \cos t} = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dt}{2 \cos^2 \frac{t}{2}} = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{d\left(\frac{t}{2}\right)}{\cos^2 \frac{t}{2}} = \left(\tan \frac{t}{2} \right) \Big _{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \tan \frac{\pi}{8} - \tan \left(-\frac{\pi}{8} \right) = 2 \tan \frac{\pi}{8} = 2(\sqrt{2} - 1)$	0,25
	$\bullet \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin t}{1 + \cos t} dt = - \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{d(1 + \cos t)}{1 + \cos t} = - \ln 1 + \cos t \Big _{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = 0$	0,25
	Vậy $I = \frac{1}{4\sqrt{2}} \left(2 \tan \frac{\pi}{8} \right) = \frac{\tan \frac{\pi}{8}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{2\sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$.	0,25

5 (1,0đ)



0,25

Ta có $NC^2 = DC^2 + DN^2 = a^2 + \left(\frac{3a}{4}\right)^2 = a^2 + \frac{9a^2}{16}$

$MN^2 = AM^2 + AN^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{16}$; $MC^2 = BM^2 + BC^2 = \frac{a^2}{4} + a^2$

$MN^2 + MC^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{16} + \frac{a^2}{4} + a^2 = a^2 + \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{16} = a^2 + \frac{9a^2}{16} = NC^2 \Rightarrow \Delta MNC$ vuông tại M .

Gọi H là trung điểm của MC , ΔSMC cân tại S nên $SH \perp MC$, (1)

Theo bài ta có $MN \perp SM$; $MN \perp MC \Rightarrow MN \perp (SMC) \supset SH \Rightarrow MN \perp SH$, (2)

Từ (1) và (2) suy ra $SH \perp (MNC)$ hay $SH \perp (ABCD)$. Khi đó, $V_{S.MNDC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{MNDC}$

Ta có $S_{MNDC} = S_{ABCD} - S_{AMN} - S_{BCM} = a^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{4} \cdot \frac{a}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{11a^2}{16}$ (đvdt).

Kẻ $HF \perp AB \Rightarrow HF = \frac{1}{2} BC = \frac{a}{2}$, đồng thời F là trung điểm của BM .

Từ đó ta được $AH^2 = AF^2 + HF^2 = \left(\frac{3a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{13a^2}{16}$

Trong tam giác vuông $SAH \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{13a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow V_{S.MNDC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{11a^2}{16} = \frac{11a^3\sqrt{3}}{192}$ (đvtt).

Kẻ $AK \parallel CM \Rightarrow CM \parallel (SAK)$. Khi đó $d_{(SA;MC)} = d_{(MC;(SAK))} = d_{(H;(SAK))}$

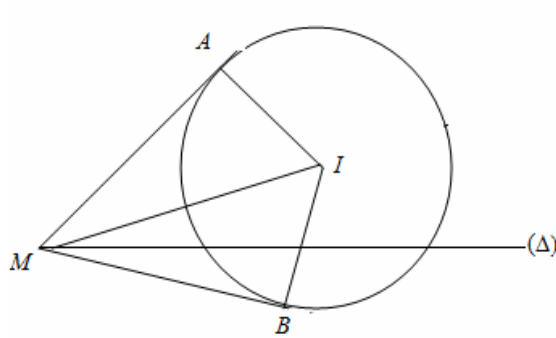
Kẻ $HL \perp AK$; $HI \perp SL \Rightarrow HI \perp (SAK) \Rightarrow HI = d_{(H;(SAK))}$

Ta có $S_{AMCK} = S_{ABCD} - S_{BCM} - S_{ADK} = a^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{2}$

0,25

0,25

0,25

	Mặt khác $S_{AMCK} = HL.AK \Rightarrow HL = \frac{S_{AMCK}}{AK} = \frac{\frac{a^2}{2}}{\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. Xét tam giác vuông $SHL \Rightarrow \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HL^2} + \frac{1}{SH^2} \Rightarrow HI = \frac{HL.SH}{\sqrt{HL^2 + SH^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4}}{\sqrt{\frac{a^2}{5} + \frac{3a^2}{16}}} = \frac{a\sqrt{93}}{31}$. Vậy $d_{(SA;MC)} = \frac{a\sqrt{93}}{31}$.		
6 (1,0đ)	Ta có $P = \sqrt{(2x)^2 + 2^2} + \sqrt{(3y)^2 + 12^2} + \sqrt{z^2 + 6^2}$ Trong hệ toạ độ Oxy xét 3 véc tơ $\vec{a} = (2x; 2), \vec{b} = (3y; 4), \vec{c} = (z; 6) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (2x + 3y + z; 2 + 12 + 6) = (40; 20)$ $\vec{a} = \sqrt{(2x)^2 + 2^2}, \vec{b} = \sqrt{(3y)^2 + 12^2}, \vec{c} = \sqrt{z^2 + 6^2}, \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 20\sqrt{5}$ Sử dụng bất đẳng thức về độ dài véc tơ ta có $P = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \geq \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \Rightarrow P \geq 20\sqrt{5}$. Đẳng thức xảy ra khi các véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng hướng, tức $\frac{2x}{2} = \frac{3y}{12} = \frac{z}{6} \Rightarrow \frac{2x + 3y + z}{20} = 2$ $\Rightarrow x = 2, y = 8, z = 12$ Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $20\sqrt{5}$ đạt được khi $x = 2, y = 8, z = 12$	0,25 0,25 0,25 0,25	
7.a (1,0đ)	Gọi $M(t; 1+t) \in (\Delta)$. Đề qua M có thể kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) thì M phải nằm ngoài (C), tức là $MI > R$. Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$. Khi đó $MI > R \Leftrightarrow \sqrt{(t-1)^2 + (t+3)^2} > 3$ $\Leftrightarrow 2t^2 + 4t + 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t > \frac{-2 + \sqrt{2}}{2} \\ t < \frac{-2 - \sqrt{2}}{2} \end{cases} (*)$		0,25
	Gọi $A(x; y)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến qua M và (C), suy ra $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$, (1) Mặt khác, $AI \perp AM \Leftrightarrow \vec{AI} \cdot \vec{AM} = 0 \Leftrightarrow (1-x; -2-y) \cdot (t-x; 1+t-y) = 0$ $\Leftrightarrow (1-x)(t-x) + (-2-y)(1+t-y) = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - (t+1)x - (t-1)y - t - 2 = 0$, (2) Trừ (1) cho (2) về theo về ta được $(t-1)x + (t+3)y + t - 2 = 0$ Suy ra phương trình đường thẳng đi qua A, B là $(d): (t-1)x + (t+3)y + t - 2 = 0$	0,25	
	Biến đổi phương trình đường (d) ta được $t(x+y+1) = x-3y+2$. Gọi P là một điểm cố định mà (d) luôn đi qua, suy ra tọa độ của P thỏa mãn hệ phương trình sau $\begin{cases} x+y+1=0 \\ x-3y+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{4} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow P\left(-\frac{5}{4}; \frac{1}{4}\right)$.	0,25	
	Gọi H là hình chiếu vuông góc của N lên $(d) \Rightarrow NH \leq NP$. Khoảng cách từ N đến (AB) lớn nhất khi $NH \equiv NP$ hay $NP \perp AB$. Ta có $\vec{NP} = \left(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{4}\right), \vec{u_d} = (t+3; 1-t) \Rightarrow \vec{NP} \cdot \vec{u_d} = 0 \Leftrightarrow t+3+5-5t=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow M(2; 3)$. Vậy $M(2; 3)$ là điểm cần tìm.	0,25	

8.a (1,0đ)	Gọi $\vec{n}_P = (a, b, c)$, với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax + b(y+1) + c(z-2) = 0$ $N(-1; 1; 3) \in (P) \Rightarrow a = 2b + c$ Khoảng cách từ K đến mp(P) là: $d(K, (P)) = \frac{ b }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{ b }{\sqrt{4b^2 + 4bc + 2c^2}}$ - Nếu $b = 0$ thì $d(K, (P)) = 0$ (loại) - Nếu $b \neq 0$ thì $d(K, (P)) = \frac{ b }{\sqrt{4b^2 + 2c^2 + 4bc}} = \frac{1}{\sqrt{2\left(\frac{c}{b} + 1\right)^2 + 2}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ Dấu “=” xảy ra khi $\frac{c}{b} = -1 \Leftrightarrow b = -c$. Chọn $b = 1; c = -1 \Rightarrow a = 1$ Khi đó (P): $x + y - z + 3 = 0$	0,25 0,25 0,25 0,25
9.a (1,0đ)	Ta có $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3) \Leftrightarrow \frac{(n+4)!}{(n+1)!3!} - \frac{(n+3)!}{n!3!} = 7(n+3)$ $\Leftrightarrow (n+4)(n+2) - (n+1)(n+2) = 42 \Leftrightarrow n = 12$ Với $n = 12 \Rightarrow \left[(1+2x) + 3x^2\right]^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (3x^2)^{10-k} \cdot (1+2x)^k = \sum_{k=0}^{10} \sum_{i=0}^k C_{10}^k C_k^i \cdot 3^{10-k} \cdot 2^i \cdot x^{20-2k+i}$ Hệ số của số hạng chứa x^4 có i, k thỏa mãn $\begin{cases} 0 \leq k \leq 10 \\ 0 \leq i \leq k \\ 20 - 2k + i = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq k \leq 10 \\ 0 \leq i \leq k \\ 16 + i = 2k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i = 0; k = 8 \\ i = 2; k = 9 \\ i = 4; k = 10 \end{cases}$ Hệ số của số hạng chứa x^4 là $C_{10}^0 C_{10}^4 16 + 3C_{10}^1 C_9^2 4 + 9C_{10}^2 C_8^0 = 8085$	0,25 0,25 0,25 0,25
7.b (1,0đ)	Vì B thuộc đường thẳng (AB) nên $B(a; 1-2a)$, C thuộc (AC) nên $C(-2-4b; 3b)$ Ta có: $\vec{MB} = (a-1; 4-2a)$, $\vec{MC} = (-3-4b; 3b+3)$: Ta có $(AB) \cap (AC) = A \Rightarrow A(2; -3)$. Vì B, M, C thẳng hàng, $3\vec{MB} = 2\vec{MC}$ nên ta có: $3\vec{MB} = 2\vec{MC}$ hoặc $3\vec{MB} = -2\vec{MC}$ TH1: $3\vec{MB} = 2\vec{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(a-1) = 2(-3-4b) \\ 3(4-2a) = 2(3b+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{11}{5} \\ b = \frac{-6}{5} \end{cases}$ $\Rightarrow B\left(\frac{11}{5}; -\frac{17}{5}\right), C\left(\frac{14}{5}; -\frac{18}{5}\right) \Rightarrow G\left(\frac{7}{3}; -\frac{10}{3}\right)$ TH2: $3\vec{MB} = -2\vec{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(a-1) = -2(-3-4b) \\ 3(4-2a) = -2(3b+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow B(3; -5), C(-2; 0) \Rightarrow G\left(1; -\frac{8}{3}\right)$ Vậy có hai điểm $G\left(\frac{7}{3}; -\frac{10}{3}\right)$ và $G\left(1; -\frac{8}{3}\right)$ thỏa mãn đề bài.	0,25 0,25 0,25
8.b (1,0đ)	Phương trình đường thẳng AB: $\begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$	0,25

	Phương trình $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = -1 + 2t' \\ z = 3t' \end{cases}$, Gọi $I = AB \cap \Delta \Rightarrow \begin{cases} 2 = 2 + t' \\ t = -1 + 2t' \\ 3 + 3t = 3t' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t' = 0 \end{cases} \Rightarrow I(2; -1; 0)$ Vậy AB và Δ cắt nhau tại I nên A, B và Δ đồng phẳng	0,25
	Ta có $\overline{IA} = (0; 1; 3)$, $\overline{IB} = (0; -1; -3) \Rightarrow \overline{IA} = -\overline{IB} \Rightarrow IA + IB = AB$	0,25
	Khi đó $MA^4 + MB^4 \geq \frac{1}{2}(MA^2 + MB^2)^2 \geq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}(MA + MB)^2\right)^2 \geq \frac{1}{8}AB^4 = \frac{1}{8}(IA + IB)^4$ $\Rightarrow (MA^4 + MB^4)$ nhỏ nhất khi M trùng với $I(2; -1; 0)$.	0,25
9.b (1,0đ)	Cho số phức z thỏa mãn $z - \frac{\bar{z}}{1+3i} = \frac{6+7i}{5}$. Tìm phần thực của số phức z^{2013}. Gọi số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$ thay vào (1) ta có $a + bi - \frac{a - bi}{1+3i} = \frac{6+7i}{5}$	0,25
	$a + bi - \frac{(a - bi)(1 - 3i)}{10} = \frac{6+7i}{5} \Leftrightarrow 10a + 10bi - a + 3b + i(b + 3a) = 12 + 14i$ $\Leftrightarrow 9a + 3b + i(11b + 3a) = 12 + 14i$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 9a + 3b = 12 \\ 11b + 3a = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$	0,25
	Với $a = b = 1 \Rightarrow z = 1 + i \Rightarrow z^{2013} = (1 + i)^{2013} = \left[\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \right]^{2013}$ $= 2^{1006} \sqrt{2} \left(\cos \frac{2013\pi}{4} + i \sin \frac{2013\pi}{4} \right)$ Vậy phần thực của z^{2013} là $2^{1006} \sqrt{2} \cdot \cos \frac{2013\pi}{4} = -2^{1006}$	0,25

03. ĐỀ THI THỬ SỐ 3

Thời gian làm bài: 180 phút

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - \frac{1}{3}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm m để đường thẳng $\Delta: y = mx - \frac{1}{3}$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho điểm A cố định và diện tích tam giác OBC gấp hai lần diện tích tam giác OAB, với O là gốc tọa độ.

Câu 2 (1,0 điểm).

Tìm nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình $4\sin^2 \frac{x}{2} - \sqrt{3} \cos 2x = 1 + 2 \cos^2 \left(x - \frac{3\pi}{4} \right)$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x-2)\sqrt{x+6} = 6-y \\ (x-2)\sqrt{y+2} = \sqrt{y+1} \cdot \sqrt{x^2-4x+5} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x}{2x+1} \ln(2x+1) dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, $AB = BC = 3a$, $AC = 2a$. Các mặt phẳng $(B'AB)$, $(B'AC)$, $(B'BC)$ cùng tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2}{z(z^2+x^2)} + \frac{y^2}{x(x^2+y^2)} + \frac{z^2}{y(y^2+z^2)} + 2(x^2+y^2+z^2)$.

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm). Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$ và đường thẳng $d: x + y - 1 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông ABCD ngoại tiếp (C) biết $A \in d$.

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ và hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; -1; -5)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và cắt đường thẳng Δ sao cho khoảng cách từ B đến đường thẳng d là lớn nhất? nhỏ nhất?

Câu 9.a (1,0 điểm). Tìm số phức z thỏa mãn $z^2 + |z| = \bar{z}$.

B. Theo chương trình Nâng cao

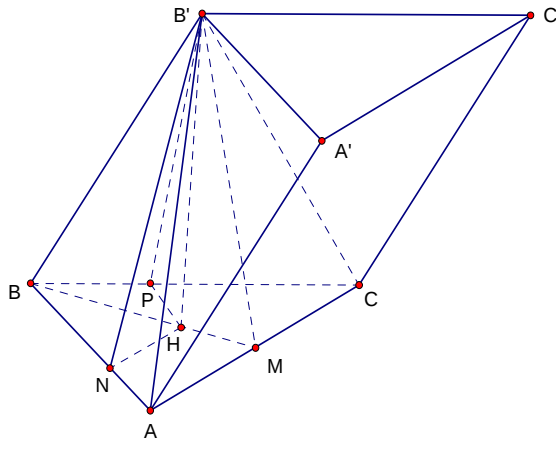
Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 23 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(7; 3)$ và cắt đường tròn (C) tại hai điểm B, C sao cho $AB = 3AC$.

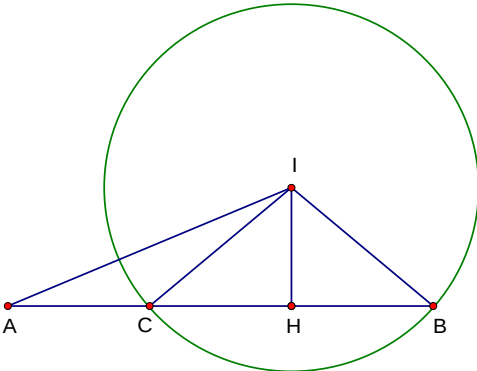
Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm $A(2; 0; 0)$, $H(1; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, H sao cho (P) cắt Oy, Oz lần lượt tại B, C thỏa mãn diện tích của tam giác ABC bằng $4\sqrt{6}$.

LỜI GIẢI ĐỀ 3:

[illegible]

	Theo bài, $S_{OBC} = 2S_{OAB} \Leftrightarrow \frac{1}{2}d(O, \Delta).BC = 2 \cdot \frac{1}{2}d(O, \Delta).AB \Leftrightarrow BC = 2AB \Leftrightarrow BC^2 = 4AB^2$ $\Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 + m^2(x_2 - x_1)^2 = 4(x_1^2 + m^2x_1^2) \Leftrightarrow (m^2 + 1)(x_2 - x_1)^2 = 4(m^2 + 1)x_1^2$ $\Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 = 4x_1^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 3x_1 \\ x_2 = -x_1, (L) \end{cases} \Rightarrow x_2 = 3x_1$ Mà $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình (2) nên $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1x_2 = 9 - 3m \end{cases} \longrightarrow m = \frac{3}{4}$. Đổi chiếu với điều kiện (*) ta được $m = \frac{3}{4}$ là giá trị cần tìm.	0,25
2 (1,0 điểm)	$PT \Leftrightarrow 2(1 - \cos x) - \sqrt{3} \cos 2x = 1 + 1 + \cos\left(2x - \frac{3\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 2 - 2\cos x - \sqrt{3} \cos 2x = 2 - \sin 2x$	0,25
	$\Leftrightarrow -2\cos x = \sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x \Leftrightarrow -\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x - \frac{1}{2} \sin 2x$	0,25
	$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos(\pi - x) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$	0,25
	+) Với $x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}$, do $0 < x < \pi \Rightarrow 0 < \frac{5\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} < \pi \Rightarrow k = 0; k = 1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{18}; x = \frac{17\pi}{18}$.	0,25
	+) Với $x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi$, do $0 < x < \pi \Rightarrow 0 < x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi < \pi \Rightarrow k = 1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}$. Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là $x = \frac{5\pi}{18}; x = \frac{17\pi}{18}; x = \frac{5\pi}{6}$.	0,25
3 (1,0 điểm)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2(x-2)\sqrt{x+6} = 6-y \\ (x-2)\sqrt{y+2} = \sqrt{y+1}\sqrt{x^2-4x+5} \end{cases} (x, y \in \mathbb{R})$	0,25
	+) Từ (2) suy ra $y+1 = (x-2)^2 \Leftrightarrow y = x^2 - 4x + 3$	
	+) Thay vào (1) ta được $x^2 - 4x - 3 + 2(x-2)\sqrt{x+6} = 0$	
	Đặt $t = \sqrt{x+6}; x \geq 2 \Rightarrow t \geq 2\sqrt{2}$	0,25
	Ta có pt biến đổi thành $t^4 + 2t^3 - 16t^2 - 16t + 57 = 0 \Leftrightarrow (t-3)(t^3 + 5t - t - 19) = 0$	0,25
	Ta dễ dàng chứng minh được phương trình $t^3 + 5t - t - 19 = 0$ vô nghiệm với $t \geq 2\sqrt{2}$ Vậy phương trình có nghiệm $t = 3$; suy ra $x = 3; y = 0$	0,25
4 (1,0 điểm)	$I = \int_0^1 \frac{x}{2x+1} \ln(2x+1) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{(2x+1)-1}{2x+1} \ln(2x+1) dx = \frac{1}{2} \left[\int_0^1 \ln(2x+1) dx - \int_0^1 \frac{\ln(2x+1)}{2x+1} dx \right]$	0,25
	+) Xét $I_1 = \int_0^1 \ln(2x+1) dx = x \ln(2x+1) \Big _0^1 - \int_0^1 \frac{2x}{2x+1} dx = \ln 3 - \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{2x+1}\right) dx$ $= \ln 3 - \left(x - \frac{1}{2} \ln(2x+1)\right) \Big _0^1 = \frac{3}{2} \ln 3 - 1.$	0,25
	+) Xét $I_2 = \int_0^1 \frac{\ln(2x+1)}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \ln(2x+1) d(\ln(2x+1)) = \frac{1}{2} \frac{\ln^2(2x+1)}{2} \Big _0^1 = \frac{1}{4} \ln^2 3.$	0,25
	Từ đó ta được $I = \int_0^1 \frac{x}{2x+1} \ln(2x+1) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \ln 3 - 1 - \frac{1}{4} \ln^2 3 \right).$	0,25

5 (1,0 điểm)	 Gọi H là hình chiếu của B' trên mặt phẳng (ABC), M, N, P lần lượt là hình chiếu của H trên AC, AB và BC. Khi đó $AC \perp HM, AC \perp B'H$ $\Rightarrow AC \perp (B'BM)$ $\Rightarrow \widehat{(B'AC);(BAC)} = \widehat{B'MH}$	0,25
	Tương tự ta có $\widehat{B'MH} = \widehat{B'NH} = \widehat{B'PH} = 60^\circ \Rightarrow \Delta B'MH = \Delta B'NH = \Delta B'PH \Rightarrow HM = HN = HP$ Vậy H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Ta có $S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{4a.a.2a.a} = 2\sqrt{2}a^2$	0,25
	Mặt khác $S_{ABC} = pr \Rightarrow r = HM = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{2\sqrt{2}a^2}{4a} = \frac{\sqrt{2}a}{2}$ Tam giác vuông $B'HM$ có $B'H = HM \cdot \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{2}a}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$	0,25
	Suy ra, $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot B'H = 2\sqrt{2}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{3}a^3$ (đvtt)	0,25
6 (1,0 điểm)	Ta có $\frac{x^2}{z(z^2+x^2)} = \frac{z^2+x^2}{z(z^2+x^2)} - \frac{z^2}{z(z^2+x^2)} = \frac{1}{z} - \frac{z}{z^2+x^2} \geq \frac{1}{z} - \frac{1}{2x}$ Tương tự ta cũng có $\frac{y^2}{x(y^2+x^2)} \geq \frac{1}{x} - \frac{1}{2y}$; $\frac{z^2}{y(y^2+z^2)} \geq \frac{1}{y} - \frac{1}{2z}$. Suy ra $P \geq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) + 2(x^2 + y^2 + z^2) = \left(\frac{1}{2x} + 2x^2 \right) + \left(\frac{1}{2y} + 2y^2 \right) + \left(\frac{1}{2z} + 2z^2 \right)$ Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{2x} + 2x^2, x > 0$ $f'(x) = -\frac{1}{2x^2} + 4x = \frac{8x^3 - 1}{2x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ suy ra $\min_{(0;+\infty)} f(x) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$ Suy ra $P \geq f(x) + f(y) + f(z) \geq \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ Đẳng thức xảy ra khi $x = y = z = \frac{1}{2}$. Vậy $\min P = \frac{9}{2}$.	0,25 0,25 0,25
7.a (1,0 điểm)	Đường tròn (T) có tâm $I(4, -3)$, bán kính $R = 2$ Giả sử AB và AD tiếp xúc với (T) lần lượt tại N và M. Khi đó $AMIN$ là hình vuông cạnh bằng 2 nên $AI = 2\sqrt{2}$. Do $A \in d \Rightarrow A(t; 1-t)$. $AI = \sqrt{(4-t)^2 + (t-4)^2} = \sqrt{2} t-4 = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t=6 \\ t=2 \end{cases}$ +) Với $t=2 \Rightarrow A(2; -1); B(2; -5); C(6; -5); D(6; -1)$. +) Với $t=6 \Rightarrow A(6; -5); B(6; -1); C(2; -1); D(2; -5)$.	0,25 0,25 0,25 0,25

		Gọi H là trung điểm của BC. Khi đó $HB = HC = AC$ và $IH \perp BC$. Từ các tam giác vuông IHB và IHA ta có $IH^2 = IB^2 - HB^2 = IA^2 - HA^2$ $\Rightarrow IB^2 - HB^2 = IA^2 - HA^2$ $\Leftrightarrow R^2 - AC^2 = IA^2 - 4AC^2$ $\Rightarrow AC^2 = \frac{AI^2 - R^2}{3} = 9 \Rightarrow AC = 3 \Rightarrow HB = 3; IH =$	0,25
	Giả sử Δ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\Delta = (a; b), a^2 + b^2 > 0 \Rightarrow \Delta: a(x-7) + b(y-3) = 0$. Theo bài ta có $IH = 4 \Leftrightarrow d(I, \Delta) = 4 \Leftrightarrow 3a + 2b = 2\sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow 9a^2 + 12ab + 4b^2 = 4(a^2 + b^2)$ $\Leftrightarrow 5a^2 + 12ab = 0 \Leftrightarrow a = 0, a = -\frac{12}{5}b$.		0,25
	+) Với $a = 0$, chọn $b = 1$ ta được $\Delta: y - 3 = 0$. +) Với $a = -\frac{12}{5}b$, chọn $b = 5$ ta được $a = -12 \Rightarrow \Delta: -12x + 5y + 69 = 0$. Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán là $y - 3 = 0; -12x + 5y + 69 = 0$.		0,25
8.b (1,0 điểm)	Gọi $B(0; b; 0); C(0; 0; c)$. Phương trình mặt phẳng (P) là $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. $H \in (P) \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow 2(b+c) = bc$ (1)		0,25
	$\overrightarrow{AB} = (-2; b; 0); \overrightarrow{AC} = (-2; 0; c) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (bc; 2c; 2b)$ Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \frac{1}{2} \sqrt{b^2c^2 + 4b^2 + 4c^2}$ Theo bài ta có $\frac{1}{2} \sqrt{b^2c^2 + 4b^2 + 4c^2} = 4\sqrt{6} \Leftrightarrow b^2c^2 + 4(b+c)^2 - 8bc = 384$ $\Leftrightarrow b^2c^2 - 4bc - 192 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} bc = 16 \\ bc = -12 \end{cases}$		0,25
	• Với $bc = 16$ ta có $\begin{cases} b+c=8 \\ bc=16 \end{cases} \Leftrightarrow b=c=4 \Rightarrow (P): \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 2x + y + z - 4 = 0$.		0,25
	• Với $bc = -12 \Rightarrow \begin{cases} b+c=-6 \\ bc=-12 \end{cases}$ b, c là nghiệm của phương trình $t^2 + 6t - 12 = 0 \Leftrightarrow t = -3 \pm \sqrt{21}$. +) Với $t = -3 - \sqrt{21} \Rightarrow (P): \frac{x}{2} - \frac{y}{3+\sqrt{21}} - \frac{z}{3-\sqrt{21}} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} + \frac{(3-\sqrt{21})y}{12} + \frac{(3+\sqrt{21})z}{12} = 1$ +) Với $t = -3 + \sqrt{21} \Rightarrow (P): \frac{x}{2} - \frac{y}{3-\sqrt{21}} - \frac{z}{3+\sqrt{21}} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} + \frac{(3+\sqrt{21})y}{12} + \frac{(3-\sqrt{21})z}{12} = 1$ Vậy có 3 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.		0,25
9.b (1,0 điểm)	Điều kiện $\begin{cases} x < 0 \\ x > 4 \\ x > -2; x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 0 \\ x > 4 \end{cases}$ Phương trình đã cho được viết lại thành $1 + \log_2(x^2 - 4x) = \log_2(2 x-3) + \log_2(2+x)$ $\Leftrightarrow 2(x^2 - 4x) = 2(2+x) x-3 \Leftrightarrow x^2 - 4x = (2+x) x-3$ (*) +) Với $x > 4$ thì (*) $\Leftrightarrow x^2 - 4x = (x+2)(x-3) \Leftrightarrow x^2 - 4x = x^2 - x - 6 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$, (loại).		0,25

	+) Với $-2 < x < 0$ thì $(*) \Leftrightarrow x^2 - 4x = -x^2 + x + 6 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{73}}{4}$. Đối chiếu với điều kiện ta được $x = \frac{5 - \sqrt{73}}{4}$ là nghiệm của phương trình đã cho.	0,25
--	--	-------------

04. ĐỀ THI THỬ SỐ 4

Thời gian làm bài: 180 phút

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến d của đồ thị (C), biết rằng tiếp tuyến cắt các trục Ox , Oy lần lượt tại A, B sao cho $AB = \sqrt{82} OB$.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\frac{2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x + 3}{2\cos^2 x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)} = 3(\tan^2 x + 1)$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $2\sqrt{\frac{x^2 + x + 1}{x + 4}} + x^2 - 4 \leq \frac{2}{\sqrt{x^2 + 1}}$, ($x \in \mathbb{R}$).

Câu III (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{(x^2 + x)e^x}{x + e^{-x}} dx$.

Câu IV (1,0 điểm). Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $BC = 2a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC và góc giữa AA' tạo với mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích khối đa diện $BCC'B'A'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng $B'C'$ và $A'C$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho các số thực $a, b, c \in [1; 2]$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(a+b)^2}{c^2 + 4(ab + bc + ca)}$

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(3;0)$ và elip (E): $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$. Tìm tọa độ các điểm B, C thuộc (E) sao cho tam giác ABC vuông cân tại A, biết điểm B có tung độ dương.

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -5; 2)$, $B(3; -1; -2)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{2}$. Tìm điểm M trên (d) sao cho $\overline{MA} \cdot \overline{MB}$ nhỏ nhất.

Câu 9.a (1,0 điểm). Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có 1 tấm mang số chia hết cho 10.

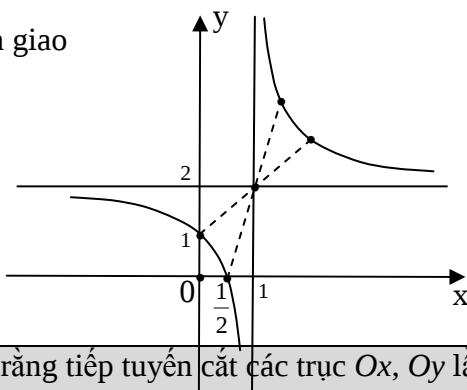
B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ với hai đáy là AB và CD biết $B(3;3)$, $C(5;-3)$. Giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x + y - 3 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình thang $ABCD$ để $CI = 2BI$, tam giác ABC có diện tích bằng 12, điểm I có hoành độ dương và điểm A có hoành độ âm.

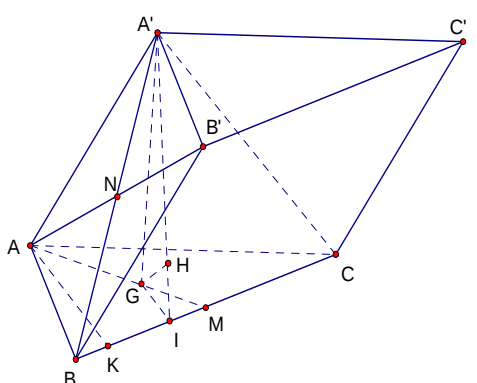
Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng (P): $x + 2y - z + 5 = 0$. Gọi A là giao điểm của d và (P). Tìm tọa độ điểm B thuộc đường thẳng d , C thuộc mặt phẳng (P) sao cho $BA = 2BC = \sqrt{6}$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

Câu 9.b (1,0 điểm). Tìm mô đun của số phức $w = b + ci$ biết số phức $z = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^{12} (2 - i)}{(1 - \sqrt{3}i)^6 (1 + i)^6}$ là nghiệm của phương trình $z^2 + 8bz + 64c = 0$.

LỜI GIẢI ĐỀ 4:

Câu	Đáp án	Điểm																
1 (2đ)	Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ (1) a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) đã cho.																	
	TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$, $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$	0.25																
	Hàm số nghịch biến trên các khoảng: $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng: $x = 1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2 \Rightarrow$ tiệm cận ngang $y = 2$	0.25																
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'								y	2	$+\infty$	2	0.25
	x	$-\infty$	1	$+\infty$														
	y'																	
	y	2	$+\infty$	2														
Đồ thị: Đi qua các điểm $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$, $(0; 1)$ và nhận giao điểm 2 tiệm cận $I(1; 2)$ làm tâm đối xứng.		0.25																
b) Viết phương trình tiếp tuyến d của (C), biết rằng tiếp tuyến cắt các trục Ox , Oy lần lượt tại A , B sao cho $AB = \sqrt{82} \cdot OB$.																		
Ta có $\begin{cases} OA^2 + OB^2 = AB^2 \\ AB^2 = 82 \cdot OB^2 \end{cases} \Rightarrow OA = 9OB$ $\Rightarrow$ Hệ số góc của tiếp tuyến được tính bởi $k = \pm \frac{OB}{OA} = \pm \frac{1}{9}$	0.25																	
Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến (d) và (C) $\Rightarrow$ hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình: $f'(x_0) = k$ hay: $\begin{cases} \frac{-1}{(x_0-1)^2} = \frac{1}{9} \text{ (VN)} \\ \frac{-1}{(x_0-1)^2} = -\frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow (x_0-1)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 4 \Rightarrow y_0 = \frac{7}{3} \\ x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = \frac{5}{3} \end{cases}$	0.25																	
Với $k = -\frac{1}{9}$ và tiếp điểm $\left(4; \frac{7}{3}\right)$, ta có pt tiếp tuyến :	0.25																	

	$y = -\frac{1}{9}(x-4) + \frac{7}{3}$ hay $y = -\frac{1}{9}x + \frac{25}{9}$.	
	Với $k = -\frac{1}{9}$ và tiếp điểm $\left(-2; \frac{5}{3}\right)$, ta có pt tiếp tuyến: $y = -\frac{1}{9}(x+2) + \frac{5}{3}$ hay $y = -\frac{1}{9}x + \frac{13}{9}$	0.25
2, 3 (2đ)	2) Giải phương trình $\frac{2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x + 3}{2\cos^2 x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)} = 3(\tan^2 x + 1)$.	
	Điều kiện: $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) (*)$. Khi đó: Phương trình đã cho tương đương với: $\cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x + 4 = 2\cos^2 x \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \frac{3}{\cos^2 x}$	0.25
	$\Leftrightarrow \cos 2x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \sin 2x \cdot \sin \frac{\pi}{3} + 2 = 3\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ $\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 3\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 2 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 3\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 \\ \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \end{cases}$	0.25
	Với $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$, thỏa (*)	0.25
	Với $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$, thỏa (*) Vậy, phương trình có nghiệm: $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.	0.25
	3. Giải bất phương trình $2\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x+4}} + x^2 - 4 \leq \frac{2}{\sqrt{x^2+1}} (x \in \mathbb{R})$.	
	Điều kiện: $x > -4$ Bất phương trình tương đương $2\left(\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x+4}} - 1\right) + x^2 - 3 \leq \frac{2 - \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$	0.25
	$\Leftrightarrow 2\frac{\frac{x^2+x+1}{x+4} - 1}{\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x+4}} + 1} + x^2 - 3 \leq \frac{4 - (x^2+1)}{(2 + \sqrt{x^2+1})\sqrt{x^2+1}}$	0.25
	$\Leftrightarrow \frac{2(x^2-3)}{\sqrt{(x+4)(x^2+x+1)} + x+4} + x^2 - 3 + \frac{x^2-3}{(2 + \sqrt{x^2+1})\sqrt{x^2+1}} \leq 0$	0.25

	$\Leftrightarrow (x^2 - 3) \left[\frac{2}{\sqrt{(x+4)(x^2+x+1)} + x+4} + 1 + \frac{1}{(2+\sqrt{x^2+1})\sqrt{x^2+1}} \right] \leq 0$	
	$\Leftrightarrow x^2 - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$	0.25
	Kết hợp điều kiện $\Rightarrow$ nghiệm của bất phương trình là $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$	
4 (1đ)	Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{(x^2 + x)e^x}{x + e^{-x}} dx$.	
	Ta có $I = \int_0^1 \frac{(x^2 + x)e^x}{x + e^{-x}} dx = \int_0^1 \frac{xe^x \cdot (x+1)e^x}{xe^x + 1} dx$	0.25
	Đặt $t = x.e^x + 1 \Rightarrow dt = (x+1)e^x dx$ $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = e + 1$	0.25
	Suy ra $I = \int_0^1 \frac{xe^x \cdot (x+1)e^x}{xe^x + 1} dx = \int_1^{e+1} \frac{(t-1)}{t} dt = \int_1^{e+1} \left(1 - \frac{1}{t}\right) dt$.	0.25
	Vậy $I = (t - \ln t) \Big _1^{e+1} = e - \ln(e+1)$.	0.25
5 (1đ)	Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $AB = a, BC = 2a, \widehat{ACB} = 30^\circ$, hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC và góc giữa AA' tạo với mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối đa diện $BCC'B'A'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng $B'C'$ và $A'C$.	
		0.25
	Từ $A'G \perp (ABC) \Rightarrow AG$ là hình chiếu của AA' lên (ABC) Gọi M là trung điểm BC. Từ giả thiết ta có: $BC = 2a, AG = \frac{2}{3} AI = \frac{2a}{3}; \widehat{A'AG} = 60^\circ \Rightarrow A'G = AG \cdot \tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$	
	Đặt $AC = x > 0 \Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow a^2 = x^2 + 4a^2 - 2 \cdot x \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow AC = x = a\sqrt{3}$. Nên $AB^2 + AC^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2 = BC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A Vì $A'G \perp (ABC)$ nên $A'G$ là chiều cao của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khối chóp $A'.ABC$ Thể tích của khối đa diện $BCC'B'A'$ được tính bởi: $V_{BCC'B'A'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A'.ABC} = \left(1 - \frac{1}{3}\right) S_{ABC} \cdot A'G =$ $= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot A'G = \frac{1}{3} a \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3} a^3 \text{ (đvtt)}.$	0.25
	Kẻ $AK \perp BC$ tại K và $GI \perp BC$ tại $I \Rightarrow GI \parallel AK$ $\Rightarrow \frac{GI}{AK} = \frac{MG}{MA} = \frac{1}{3} \Rightarrow GI = \frac{1}{3} AK = \frac{1}{3} \cdot \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$	0.25

	Kẻ $GH \perp A'I$ tại H (1) Do $\left. \begin{array}{l} BC \perp GI \\ BC \perp A'G \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp GH$ (2). Từ (1) và (2) $\Rightarrow GH \perp (A'BC) \Rightarrow d[G, (A'BC)] = GH$	
	Vì $B'C' \parallel BC$, $BC \subset (A'BC)$ nên $B'C' \parallel (A'BC)$ và $A'C \subset (A'BC)$ $\Rightarrow d(B'C', A'C) = d[B'C', (A'BC)] = d[B', (A'BC)]$ Mặt khác ta thấy AB' cắt mp($A'BC$) tại N là trung điểm của AB'. Do đó: $d[B', (A'BC)] = d[A, (A'BC)] = 3d[G, (A'BC)] = 3GH$ $= \frac{3 \cdot A'G \cdot GI}{\sqrt{A'G^2 + GI^2}} = \frac{3 \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6}}{\sqrt{\frac{12a^2}{9} + \frac{3a^2}{36}}} = \frac{6a}{\sqrt{51}} = \frac{2a\sqrt{51}}{17}$ Vậy $d(B'C', A'C) = \frac{2a\sqrt{51}}{17}$	0.25
6 (1đ)	Cho các số thực $a, b, c \in [1;2]$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(a+b)^2}{c^2 + 4(ab+bc+ca)}$	
	P được viết lại dưới dạng tương đương là $P = \frac{(a+b)^2}{c^2 + 4c(a+b) + 4ab} \geq \frac{(a+b)^2}{c^2 + 4c(a+b) + (a+b)^2} = M$	0.25
	Do $a, b, c \in [1;2]$ nên $a+b \neq 0$, nên chia tử và mẫu của M cho $(a+b)^2$ ta được: $M = \frac{1}{\left(\frac{c}{a+b}\right)^2 + 4\left(\frac{c}{a+b}\right) + 1} = \frac{1}{t^2 + 4t + 1} \text{ với } t = \frac{c}{a+b}$ Với $a, b, c \in [1;2] \Leftrightarrow t \in \left[\frac{1}{4}; 1\right]$	0.25
	Xét hàm số $f(t) = \frac{1}{t^2 + 4t + 1}$ trên $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$ Ta có $f'(t) = \frac{-2(t+2)}{(t^2 + 4t + 1)^2} < 0, \forall t \in \left[\frac{1}{4}; 1\right] \Rightarrow f'(t)$ nghịch biến trên $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$	0.25
	Do đó $\forall t \leq 1 \Rightarrow f(t) \geq f(1) = \frac{1}{6}$ Đẳng thức xảy ra khi $t = 1 \Leftrightarrow (a; b; c) = (1; 1; 2)$ Vậy Min $P = \frac{1}{6}$ khi $(a; b; c) = (1; 1; 2)$	0.25
7a, 8a (2đ)	7a) Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $A(3;0)$ và elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$. Tìm tọa độ các điểm B, C thuộc (E) sao cho tam giác ABC vuông cân tại A, biết điểm B có tung độ dương.	
	Ta có $A(3;0) \in (E); B, C \in (E): AB = AC$ Gọi $B(x_0; y_0) \Rightarrow C(x_0; -y_0)$ ($x_0 < 3$) H là trung điểm của $BC \Rightarrow H(x_0; 0)$	0.25
	$\Rightarrow BC = 2 y_0 = \frac{2}{3}\sqrt{9 - x_0^2}; AH = 3 - x_0 = 3 - x_0$	0.25
	ΔABC vuông cân tại $A \Leftrightarrow AH = \frac{1}{2}BC$ $\Leftrightarrow 3 - x_0 = \frac{1}{3}\sqrt{9 - x_0^2} \Leftrightarrow 9(3 - x_0)^2 = (3 - x_0)(3 + x_0)$	0.25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \text{ (ktm)} \\ x_0 = \frac{12}{5} \Rightarrow y_0 = \frac{3}{5} \end{cases}$ Vì B có tung độ dương nên $B\left(\frac{12}{5}; \frac{3}{5}\right), C\left(\frac{12}{5}; -\frac{3}{5}\right)$	0.25
	8a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -5; 2)$, $B(3; -1; -2)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{2}$. Tìm điểm M trên (d) sao cho tích $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất.	
	Ta có trung điểm của AB là $I(2; -3; 0)$ $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})(\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IA}) = MI^2 - IA^2 = MI^2 - 9$	0.25
	Suy ra $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất Hay M là hình chiếu vuông góc của I trên (d).	0.25
	$M \in d \Rightarrow M(-3+4t; 2+t; -3+2t) \Rightarrow \overrightarrow{IM} = (-5+4t; 5+t; -3+2t)$ (d) có vector chỉ phương $\vec{u} = (4; 1; 2)$	0.25
	$\overrightarrow{IM} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 4(-5+4t) + 5+t + 2(-3+2t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$ $\Rightarrow M(1; 3; -1), MI = \sqrt{38}. \text{ Vậy } \min(\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}) = 29 \text{ đạt được khi } M(1; 3; -1)$	0.25
9a	Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có 1 tấm mang số chia hết cho 10.	
(1đ)	Gọi A là biến cố lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10. Chọn 10 tấm thẻ trong 30 tấm thẻ có: C_{30}^{10} cách chọn	0.25
	Ta phải chọn : 5 tấm thẻ mang số lẻ trong 15 tấm mang số lẻ 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 trong 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 4 tấm thẻ mang số chẵn nhưng không chia hết cho 10 trong 12 tấm như vậy.	0.25
	Theo quy tắc nhân, số cách chọn thuận lợi để xảy ra biến cố A là: $C_{15}^5 C_{12}^4 C_3^1$	0.25
	Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{C_{15}^5 C_{12}^4 C_3^1}{C_{30}^{10}} = \frac{99}{667}$	0.25
7b, 8b	7b) Trong mặt phẳng Oxy, cho hình thang $ABCD$ với hai đáy là AB và CD biết $B(3;3), C(5;-3)$. Giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x + y - 3 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình thang $ABCD$ để $CI = 2BI$, tam giác ACB có diện tích bằng 12, điểm I có hoành độ dương và điểm A có hoành độ âm.	
	Vì $I \in \Delta \Rightarrow I(t; 3-2t), t > 0$ $CI = 2BI \Leftrightarrow 15t^2 + 10t - 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{5}{3} \text{ (ktm)} \end{cases} \Rightarrow t = 1 \Rightarrow I(1;1)$	0.25
	Phương trình đường thẳng $IC: x + y - 2 = 0$ Mà $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot d(B, AC) = 12 \Rightarrow AC = 6\sqrt{2}$	0.25
	Vì $A \in IC \Rightarrow A(a; 2-a), a < 0$ nên ta có $(a-5)^2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 \\ a = -1 \end{cases} \Rightarrow a = -1 \Rightarrow A(-1;3)$	0.25
	Phương trình đường thẳng $CD: y + 3 = 0, IB: x - y = 0$	0.25

	Tọa độ điểm D là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - y = 0 \\ y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow D(-3; -3)$ Vậy $A(-1; 3), D(-3; -3)$	
	8b) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 5 = 0$. Gọi A là giao điểm của d và (P). Tìm tọa độ điểm B thuộc đường thẳng (d), C thuộc mặt phẳng (P) sao cho $BA = 2BC = \sqrt{6}$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$.	
	Điểm $A = (d) \cap (P) \Rightarrow A(-1; 0; 4)$; Góc giữa (d) và (P) là 30° (1)	0.25
	Vì $B \in (d) \Rightarrow B(-3 + 2t; -1 + t; 3 + t)$ và $AB = \sqrt{6}$ nên $B(-3; -1; 3)$ hoặc $B(1; 1; 5)$	0.25
	Mặt khác $BA = 2BC = \sqrt{6}$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại C (2) Suy ra $\widehat{CAB} = 30^\circ$ (3). Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow C$ là hình chiếu của B lên (P)	0.25
	Tọa độ của điểm C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{-1} & \text{hoặc} & \begin{cases} \frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-1} \\ x + 2y - z + 5 = 0 \end{cases} \end{cases}$ Suy ra $C\left(-\frac{5}{2}; 0; \frac{5}{2}\right)$ hoặc $C\left(\frac{1}{2}; 0; \frac{11}{2}\right)$ là điểm cần tìm.	0.25
9b (1d)	Tìm mô đun của số phức $w = b + ci$ biết số phức $\frac{(1 + \sqrt{3}i)^{12} (2 - i)}{(1 - \sqrt{3}i)^6 (1 + i)^6}$ là nghiệm của phương trình $z^2 + 8bz + 64c = 0$.	
	Ta có $(1 + \sqrt{3}i)^3 = 1 + 3\sqrt{3}i + 3.3i^2 + 3\sqrt{3}i^3 = -8$ $(1 - \sqrt{3}i)^3 = 1 - 3\sqrt{3}i + 3.3i^2 - 3\sqrt{3}i^3 = -8$ $(1 + i)^2 = 2i$	0.25
	Do đó $\frac{(1 + \sqrt{3}i)^{12} (2 - i)}{(1 - \sqrt{3}i)^6 (1 + i)^6} = \frac{(-8)^4 (2 - i)}{(-8)^2 (2i)^3} = -\frac{8(2 - i)}{i} = 8(1 + 2i) = 8 + 16i$	0.25
	Theo giả thiết ta có $(8 + 16i)^2 + 8b(8 + 16i) + 64c = 0$ $\Leftrightarrow (1 + 2i)^2 + b(1 + 2i) + c = 0 \Leftrightarrow (2b + 4)i + b + c - 3 = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b + 4 = 0 \\ b + c - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow w = \sqrt{(-2)^2 + 5^2} = \sqrt{29}$	0.25

05. ĐỀ THI THỬ SỐ 5

Thời gian làm bài: 180 phút

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm các giá trị m để đường thẳng $y = -3x + m$ cắt (C) tại A và B sao cho trọng tâm của tam giác OAB thuộc đường thẳng $x - 2y - 2 = 0$ (với O là gốc tọa độ).

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\cos x + \cos 3x = 1 + \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $x^3 + (3x^2 - 4x - 4)\sqrt{x+1} \leq 0$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2 + \sin^2 x - \sin x}{x + \cos x} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2\sqrt{2}a$. Hình chiếu vuông góc của điểm S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trọng tâm của tam giác BCD. Đường thẳng SA tạo với mặt phẳng (ABCD) một góc 45° . Tính thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD theo a.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương.

Chứng minh rằng $\frac{2x^2 + xy}{(y + \sqrt{zx} + z)^2} + \frac{2y^2 + yz}{(z + \sqrt{xy} + x)^2} + \frac{2z^2 + zx}{(x + \sqrt{yz} + y)^2} \geq 1$.

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm). Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: 3x + y + 5 = 0$, $d_2: 3x + y + 1 = 0$ và điểm $I(1; -2)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua I và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$.

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(-1; -1; 2)$, $B(-2; -2; 1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x + 3y - z + 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB. Gọi Δ là giao tuyến của (P) và (Q). Tìm điểm M thuộc Δ sao cho đoạn thẳng OM nhỏ nhất.

Câu 9.a (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2\log_{1-x}(-xy + y - 2x + 2) + \log_{2+y}(x-1)^2 = 6 \\ \log_{1-x}(y+5) - \log_{2+y}(x+4) = 1 \end{cases}$$

B. Theo chương trình Nâng cao

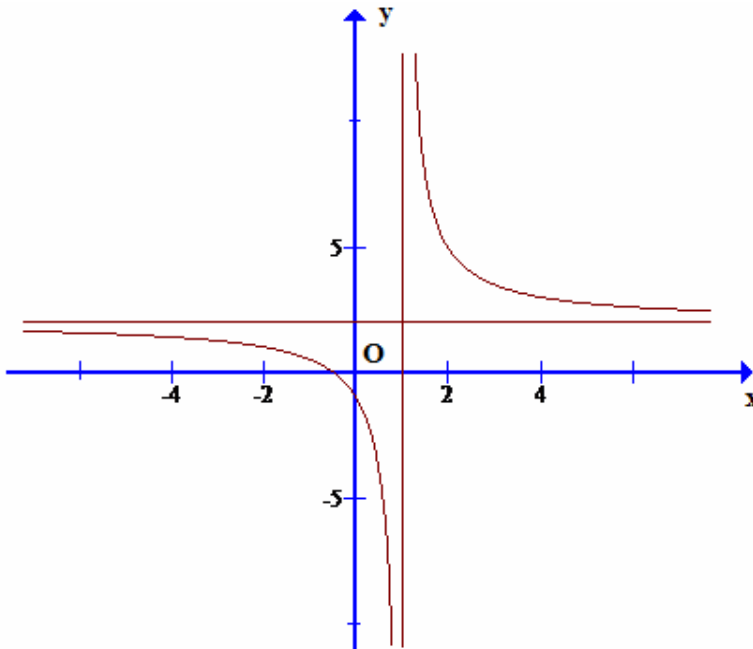
Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: 3x + y + 5 = 0$, $d_2: x - 3y + 5 = 0$ và điểm $I(1; -2)$. Gọi A là giao điểm của d_1 và d_2 . Viết phương trình đường thẳng đi qua I và cắt d_1, d_2 lần lượt tại B và C sao cho $\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - y + z - 3 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$, $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{2}$. Xác định tọa độ điểm M thuộc d_1 , điểm N thuộc d_2 sao cho MN song song với (P) và đoạn thẳng MN nhỏ nhất.

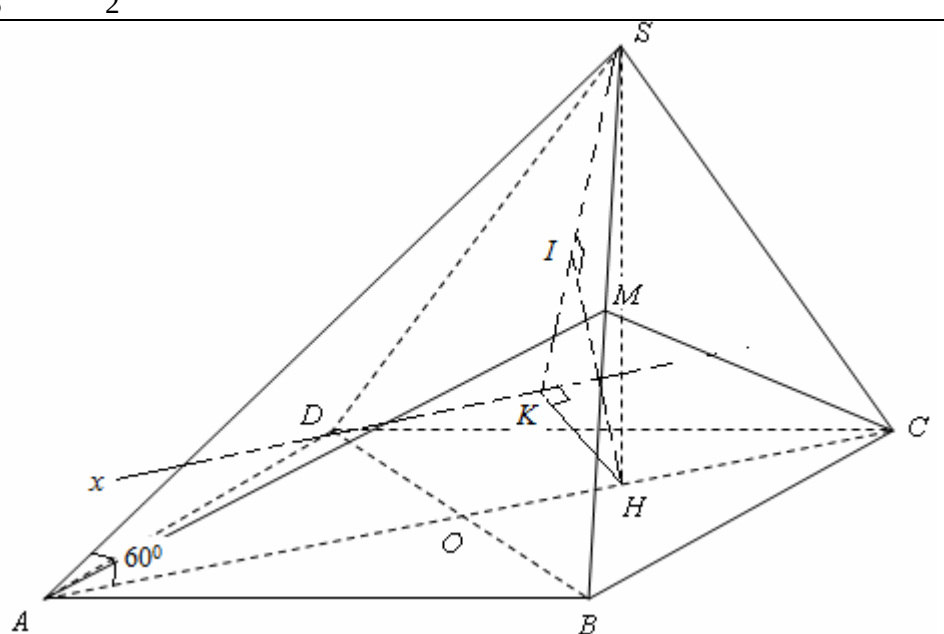
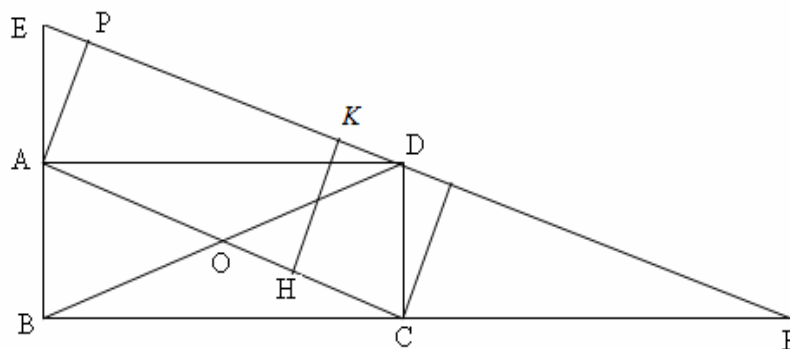
Câu 9.b (1,0 điểm). Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - \left(2 \cos \frac{5\pi}{21}\right)z + 1 = 0$.

Tìm số n nguyên dương nhỏ nhất sao cho $z_1^n + z_2^n = 1$.

LỜI GIẢI ĐỀ 5:

Câu	Đáp án	Điểm																		
1 (2,0 điểm)	a. (1,0 điểm)																			
	- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. - Đạo hàm: $y' = -\frac{3}{(x-1)^2} > 0, \forall x \in D \Rightarrow$ hàm số luôn nghịch biến trên miền xác định và không có cực trị.	0,25																		
	Các giới hạn, tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường $x = 1$ là tiệm cận đứng. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2 \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường $y = 2$ là tiệm cận ngang.	0,25																		
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td></td><td>-</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td><td></td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$		1		$+\infty$	y'		-		-		y	2		$+\infty$		2	0,25
	x	$-\infty$		1		$+\infty$														
	y'		-		-															
y	2		$+\infty$		2															
Đồ thị hàm số có dạng như hình vẽ: 	0,25																			
<u>Nhận xét:</u> - Đồ thị hàm số nhận điểm $I(1; 2)$ làm tâm đối xứng. - Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại điểm $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ và cắt trục Oy tại điểm $(0; -1)$.																				
b. (1,0 điểm)																				
	Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{x-1} = -3x+m \Leftrightarrow g(x) = 3x^2 - (1+m)x + m+1 = 0$.	0,25																		
	Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại A và B khi phương trình $g(x) = 0$ có 2 nghiệm khác 1	0,25																		

	$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (1+m)^2 - 12(m+1) > 0 \\ g(1) = 3 - (1+m) + m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m+1)(m-11) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 11 \\ m < -1 \end{cases}$ Giả sử $A(x_1; -3x_1 + m), B(x_2; -3x_2 + m)$ là các giao điểm, với x_1, x_2 là 2 nghiệm của $g(x) = 0$. Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow x_I = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1+m}{6}, y_I = -3x_I + m = \frac{m-1}{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác $OAB \Rightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OI} \Rightarrow G\left(\frac{1+m}{9}; \frac{m-1}{3}\right)$. Theo bài, $G \in d \Leftrightarrow \frac{1+m}{9} - 2 \cdot \left(\frac{m-1}{3}\right) - 2 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{11}{5}$. So sánh với điều kiện ta được $m = -\frac{11}{5}$ là giá trị cần tìm.	0,25
2 (1,0 điểm)	Phương trình $\Leftrightarrow 2 \cos 2x \cos x = 1 + \sin 2x + \cos 2x \Leftrightarrow \cos 2x(2 \cos x - 1) = 1 + 2 \sin x \cos x$ $\Leftrightarrow (\cos^2 x - \sin^2 x)(2 \cos x - 1) = (\cos x + \sin x)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x + \sin x = 0 & (1) \\ (\cos x - \sin x)(2 \cos x - 1) = \cos x + \sin x & (2) \end{cases}$ + (1) $\Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ + (2) $\Leftrightarrow 2 \cos x(\cos x - \sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = k2\pi; (k \in \mathbb{Z})$.	0,25 0,25 0,25 0,25
3 (1,0 điểm)	Điều kiện: $x \geq -1$. Đặt $y = \sqrt{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ y^2 = x+1 \end{cases}$ Bất phương trình trở thành $x^3 + (3x^2 - 4y^2)y \leq 0, (*)$ TH1. $y = 0 \Leftrightarrow x = -1: (*)$ nghiệm đúng. TH2. $y > 0 \Leftrightarrow x > -1$: chia hai vế của $(*)$ cho y^3 ta được $\left(\frac{x}{y}\right)^3 + 3\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 4 \leq 0$ Đặt $t = \frac{x}{y} \Rightarrow t^3 + 3t^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow (t-1)(t^2 + 4t + 4) \leq 0 \Leftrightarrow (t-1)(t+2)^2 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 1 \\ t = -2 \end{cases}$ +) Với $t = -2 \Rightarrow \frac{x}{y} = -2 \Leftrightarrow x = -2\sqrt{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = -2\sqrt{x+1} \\ -1 \leq x \leq 0 \\ x^2 - 4x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ S = \emptyset \\ -1 \leq x \leq 0 \\ x = 2 - 2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 - 2\sqrt{2}$ +) Với $t \leq 1 \Leftrightarrow \frac{x}{y} \leq 1 \Leftrightarrow x \leq \sqrt{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 0 \\ x \geq 0 \\ x^2 - x - 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 0 \\ x \geq 0 \\ \frac{1-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ Kết hợp với điều kiện ta được $-1 < x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $T = \left[-1; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$.	0,25 0,25 0,25 0,25
4 (1,0 điểm)	Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2 + \sin^2 x - \sin x}{x + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2 - \cos^2 x + 1 - \sin x}{x + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(x - \cos x + \frac{1 - \sin x}{x + \cos x}\right) dx$	0,25

	$= \left(\frac{x^2}{2} - \sin x \right) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin x) dx}{x + \cos x} = \frac{\pi^2}{8} - 1 + J$	0,25
	$\text{Xét } J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin x) dx}{x + \cos x} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(x + \cos x)}{x + \cos x} = \ln x + \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \ln \frac{\pi}{2}$	0,25
	$\text{Vậy } I = \frac{\pi^2}{8} - 1 + \ln \frac{\pi}{2}.$	0,25
IV (1,0 điểm)	 Gọi H là trọng tâm tam giác BCD. Theo giả thiết $SH \perp (ABCD)$. $O = AC \cap BD \Rightarrow CH = \frac{2}{3}CO = \frac{1}{3}AC = a \Rightarrow AH = AC - HC = 2a$ SA có hình chiếu lên $(ABCD)$ là HA nên $(SA; ABCD) = (SA; HA) = \widehat{SAH} = 45^\circ \Rightarrow SH = AH = 2a$ Khi đó ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3}a \cdot 2\sqrt{2}a \cdot 2a = \frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$ (đvtt). Qua D kẻ đường thẳng $Dx \parallel AC$. Khi đó $AC \parallel (SDx) \Rightarrow d(AC; SD) = d(AC; SDx) = d(H; SDx)$ Trong $(ABCD)$, kẻ $HK \perp Dx$, ($K \in Dx$). Trong (SHK), kẻ $HI \perp SH$ ($I \in SK$). Ta có $Dx \perp HK; Dx \perp SH \Rightarrow Dx \perp (SHK) \Rightarrow Dx \perp HI$ Mặt khác, $HI \perp SK \Rightarrow HI \perp (SDx) \Rightarrow HI = d(H; SDx)$  Ta có $HK = AP; \frac{1}{AP^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{8a^2} = \frac{9}{8a^2} \Rightarrow \frac{1}{HK^2} = \frac{9}{8a^2}$ $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{9}{8a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{11}{8a^2} \Rightarrow HI = a\sqrt{\frac{8}{11}} = \frac{2a\sqrt{22}}{11}$ Vậy $d(AC; SD) = HI = \frac{a\sqrt{22}}{11}$. Cách 2 (Phương pháp tọa độ hóa)	0,25
		0,25

	Chọn hệ trục tọa độ với $A(0;0;0), B(a;0;0), D(0;2\sqrt{2}a;0), S\left(\frac{2a}{3}; \frac{4\sqrt{2}a}{3}; 2a\right), C(a;2\sqrt{2}a;0)$ $M\left(\frac{5a}{6}; \frac{2\sqrt{2}a}{3}; a\right); \overrightarrow{AC} = (a;2\sqrt{2}a;0); \overrightarrow{AM} = \left(\frac{5a}{6}; \frac{2\sqrt{2}a}{3}; a\right) \Rightarrow [\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AM}] = (2\sqrt{2}a^2; -a^2; -\sqrt{2}a^2).$ Mặt phẳng (ACM) đi qua điểm A và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2\sqrt{2}; -1; -\sqrt{2})$ nên có phương trình $2\sqrt{2}x - y - \sqrt{2}z = 0 \Rightarrow d(D; (ACM)) = \frac{ -2\sqrt{2}a }{\sqrt{8+1+2}} = \frac{2\sqrt{2}a}{\sqrt{11}}$	
6 (1,0 điểm)	Xét các véc tơ $\vec{u} = (x; y; z), \vec{v} = (x'; y'; z') \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \cos(\vec{u}; \vec{v}) \leq \vec{u} \cdot \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} \leq \vec{u} \cdot \vec{v}$ $\Leftrightarrow xx' + yy' + zz' \leq \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} \Leftrightarrow (xx' + yy' + zz')^2 \leq (x^2 + y^2 + z^2) \cdot x'^2 + y'^2 + z'^2 \quad (*)$ Dấu bằng xảy ra khi $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = 1 \Leftrightarrow (\vec{u}; \vec{v}) = 0^\circ \Leftrightarrow \vec{u} = k\vec{v} \Leftrightarrow \frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{z}{z'}.$ Đặt $P = \frac{2x^2 + xy}{(y + \sqrt{zx} + z)^2} + \frac{2y^2 + yz}{(z + \sqrt{xy} + x)^2} + \frac{2z^2 + zx}{(x + \sqrt{yz} + y)^2}$. Ta cần chứng minh $P \geq 1$. Áp dụng (*) ta có $(y + \sqrt{zx} + z)^2 = (\sqrt{y} \cdot \sqrt{y} + \sqrt{x} \cdot \sqrt{z} + \sqrt{z} \cdot \sqrt{z})^2 \leq (y + x + z)(y + z + z)$ $\Rightarrow \frac{1}{(y + \sqrt{zx} + z)^2} \geq \frac{1}{(x + y + z)(y + 2z)} \Leftrightarrow \frac{2x^2 + xy}{(y + \sqrt{zx} + z)^2} \geq \frac{2x^2 + xy}{(x + y + z)(y + 2z)}$	0,25
	$= \frac{1}{(x + y + z)} \left(\frac{2x^2 + xy}{y + 2z} + x - x \right) = \frac{1}{(x + y + z)} \left(\frac{2x^2 + 2xy + 2xz}{y + 2z} - x \right) = \frac{2x}{y + 2z} - \frac{x}{x + y + z}$ Tương tự, $\frac{2y^2 + yz}{(z + \sqrt{xy} + x)^2} \geq \frac{2y}{z + 2x} - \frac{y}{x + y + z}; \frac{2z^2 + zx}{(x + \sqrt{yz} + y)^2} \geq \frac{2z}{x + 2y} - \frac{z}{x + y + z}$	0,25
	Cộng vế theo vế ta được $P \geq \frac{2x}{y + 2z} + \frac{2y}{z + 2x} + \frac{2z}{x + 2y} - 1$ $= 2 \left(\frac{x^2}{xy + 2xz} + \frac{y^2}{yz + 2yx} + \frac{z^2}{zx + 2zy} \right) - 1 \geq \frac{2(x + y + z)^2}{3(xy + yz + zx)} - 1$	0,25
	Lại có, $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) \geq 3(xy + yz + zx).$ Suy ra $P \geq \frac{2}{3} \cdot 3 - 1 = 1 \Leftrightarrow P \geq 1.$ Đẳng thức xảy ra $x = y = z.$ Thầy giới thiệu đến các em 2 cách giải khác cho bài toán này của chị trang_luv_maths (Khủng long bạo chúa – Mod Toán của Moon.vn): Ta đi chứng minh bổ đề sau: Cho x, y, z là các số thực dương. Khi đó ta có:	
	Bổ đề 1: $(xy + yz + zx)^2 \leq (x^2 + y^2 + z^2)(x^2 + y^2 + z^2),$ (BĐT Bunhiacopxki cho bộ ba số) Thật vậy, ta có: $x^2 + y^2 \geq 2xy; y^2 + z^2 \geq 2yz; z^2 + x^2 \geq 2zx$ $\Rightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) \geq 2(xy + yz + zx) \Leftrightarrow (xy + yz + zx)^2 \leq (x^2 + y^2 + z^2)^2 = (x^2 + y^2 + z^2)(x^2 + y^2 + z^2)$ Bổ đề 2: $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{z} + \frac{z^2}{x} \geq \frac{(x + y + z)^2}{x + y + z},$ (Bất Đẳng Thức Cauchy – Schwarz) Áp dụng bổ đề 1 ta được $\left(\frac{x^2}{\sqrt{y} \cdot \sqrt{y}} + \frac{y^2}{\sqrt{z} \cdot \sqrt{z}} + \frac{z^2}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} \right) (\sqrt{y} \cdot \sqrt{y} + \sqrt{z} \cdot \sqrt{z} + \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}) \geq (x + y + z)^2$ Suy ra điều phải chứng minh. Áp dụng vào giải bài toán: Cách 1: Theo BĐT Bunhiacopxki với bộ ba số ta có:	0,25

	$\left(y + \sqrt{xz} + z\right)^2 = \left(\sqrt{y} \cdot \sqrt{y} + \sqrt{x} \cdot \sqrt{z} + \sqrt{x} \cdot \frac{z}{\sqrt{x}}\right)^2 \leq (y + 2x) \left(y + z + \frac{z^2}{x}\right)$ $\left(z + \sqrt{xy} + x\right)^2 \leq (z + 2y) \left(z + x + \frac{x^2}{y}\right)$ $\left(x + \sqrt{yz} + y\right)^2 \leq (x + 2z) \left(x + y + \frac{y^2}{z}\right)$ Chứng minh tương tự ta được: $\Rightarrow \frac{2x^2 + xy}{\left(y + \sqrt{xz} + z\right)^2} + \frac{2y^2 + zy}{\left(z + \sqrt{xy} + x\right)^2} + \frac{2z^2 + xz}{\left(x + \sqrt{yz} + y\right)^2} \geq \frac{x^2}{xy + xz + z^2} + \frac{y^2}{yz + xy + x^2} + \frac{z^2}{zx + yz + y^2}$ Mà $\frac{x^2}{xy + xz + z^2} + \frac{y^2}{yz + xy + x^2} + \frac{z^2}{zx + yz + y^2} \geq \frac{(x + y + z)^2}{\sum (xy + xz + z^2)} = \frac{(x + y + z)^2}{(x + y + z)^2} = 1$ (ĐPCM) Cách 2: Áp dụng bổ đề 2 ta có: $VT = \sum \left[\frac{x^2}{\left(y + \sqrt{xz} + z\right)^2} + \frac{xy}{\left(y + \sqrt{xz} + z\right)^2} + \frac{z^2}{\left(x + \sqrt{yz} + y\right)^2} \right] \geq \sum \left[\frac{\left(x + \sqrt{xy} + z\right)^2}{2\left(y + \sqrt{xz} + z\right)^2 + \left(x + \sqrt{yz} + y\right)^2} \right]$ Đặt $\left(x + \sqrt{xy} + z\right)^2 = a; \left(y + \sqrt{xz} + z\right)^2 = b; \left(x + \sqrt{yz} + y\right)^2 = c$ BDT tương đương: $VT \geq \frac{a}{2b + c} + \frac{b}{2c + a} + \frac{c}{2a + b} = \frac{a^2}{2ba + ca} + \frac{b^2}{2bc + ab} + \frac{c^2}{2ac + bc} \geq \frac{(a + b + c)^2}{3(ab + bc + ca)}$ Lại có: $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca \geq 3(ab + bc + ca)$ Vậy $\Rightarrow VT \geq 1$. Ta có điều phải chứng minh.	
7.a (1,0 điểm)	Gọi $A \in d_1 \Rightarrow A(a; -3a - 5); B \in d_2 \Rightarrow B(b; -3b - 1) \Rightarrow \overrightarrow{IA} = (a - 1; -3a - 3) \neq \vec{0}; \overrightarrow{IB} = (b - 1; -3b + 1)$	0,25
	I, A, B thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{IB} = k \overrightarrow{IA} \Leftrightarrow \begin{cases} b - 1 = k(a - 1) \\ -3b + 1 = k(-3a - 3) \end{cases}$	
	Nếu $a = 1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow AB = 4$ (không thỏa mãn).	0,25
	Nếu $a \neq 1 \Rightarrow -3b + 1 = \frac{b - 1}{a - 1}(-3a - 3) \Leftrightarrow a = 3b - 2$.	
	Theo bài, $AB = \sqrt{(b - a)^2 + [3(a - b) + 4]^2} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow t^2 + (3t + 4)^2 = 8$, (với $t = b - a$)	0,25
	$\Leftrightarrow 5t^2 + 12t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = -\frac{2}{5} \end{cases}$	
	+) Với $t = -2 \Rightarrow b - a = -2 \Rightarrow b = 2, a = 4 \Rightarrow \Delta: 5x + y - 3 = 0$.	
	+) Với $t = -\frac{2}{5} \Rightarrow b - a = -\frac{2}{5} \Rightarrow b = \frac{6}{5}, a = \frac{8}{5} \Rightarrow \Delta: 13x + y - 11 = 0$.	0,25
	Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.	
8.a (1,0 điểm)	Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(\frac{-3}{2}; \frac{-3}{2}; \frac{3}{2}\right), \overrightarrow{AB} = (-1; -1; -1)$	0,25
	Phương trình của mặt phẳng (Q) là $x + y + z + \frac{3}{2} = 0$.	
	Đường thẳng Δ đi qua điểm $I\left(-\frac{7}{4}; 0; \frac{1}{4}\right)$ và có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta} = (2; -1; -1)$	0,25

	Phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = -\frac{7}{4} + 2t \\ y = -t \\ z = \frac{1}{4} - t \end{cases}$	
	$M \in \Delta \Rightarrow M\left(-\frac{7}{4} + 2t; -t; \frac{1}{4} - t\right) \Rightarrow OM = \sqrt{12t^2 - 15t + \frac{25}{4}} = \sqrt{12\left(t - \frac{5}{8}\right)^2 + \frac{100}{64}} \geq \frac{5}{4}$	0,25
	OM nhỏ nhất bằng $\frac{5}{4}$ khi $t = \frac{5}{8} \Rightarrow M\left(\frac{19}{6}; -\frac{5}{8}; -\frac{3}{8}\right)$. Vậy $M\left(\frac{19}{6}; -\frac{5}{8}; -\frac{3}{8}\right)$ là điểm cần tìm.	0,25
9.a (1,0 điểm)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2\log_{1-x}(-xy + y - 2x + 2) + \log_{2+y}(x-1)^2 = 6, (1) \\ \log_{1-x}(y+5) - \log_{2+y}(x+4) = 1, (2) \end{cases}$ Điều kiện $\begin{cases} 1 \neq 1-x > 0 \\ 1 \neq 2+y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \neq x < 1 \\ -2 < y \neq -1 \end{cases}$ (1) $\Leftrightarrow 2\log_{1-x}(1-x)(y+2) + 2\log_{2+y}(1-x) = 6 \Leftrightarrow 2 + 2\log_{1-x}(y+2) + 2\log_{2+y}(1-x) = 6$. Đặt $t = \log_{1-x}(y+2) \Rightarrow 2 + 2t + \frac{2}{t} = 6 \Leftrightarrow 2t^2 - 4t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow y = x - 3$ Thế vào (2) ta được $\log_{1-x}(x+2) - \log_{1-x}(x+4) = 1 \Leftrightarrow \log_{1-x} \frac{x+2}{4+x} = 1 \Leftrightarrow \frac{x+2}{4+x} = 1-x$ $\Leftrightarrow x^2 - 4x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{6} \\ x = 2 + \sqrt{6} \end{cases}$ Đối chiếu với điều kiện ta được $x = 2 - \sqrt{6}; y = -1 - \sqrt{6}$ là nghiệm của hệ phương trình.	0,25
7.b (1,0 điểm)	Ta nhận thấy $\overrightarrow{n_{d_1}} \cdot \overrightarrow{n_{d_2}} \Rightarrow d_1 \perp d_2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A. $A = d_1 \cap d_2 \Rightarrow$ tọa độ điểm A thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y + 5 = 0 \\ x - 3y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(-2; 1)$ Gọi H là hình chiếu của A trên BC. Do ΔABC vuông tại A nên $\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{AH^2}$ $\Rightarrow \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ nhỏ nhất khi $\frac{1}{AH^2}$ nhỏ nhất, tức là AH lớn nhất. Do $AH \leq AI \Rightarrow AH_{\max} = AI \Leftrightarrow H \equiv I$ Khi đó Δ là đường thẳng I và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{AI} = (-1; -1) = -1(1; 1)$. Phương trình của đường thẳng Δ là $x + y + 1 = 0$.	0,25
8.b (1,0 điểm)	Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (1; -1; 1)$. Ta có $M \in d_1 \Rightarrow M(-1 + 2t; 1 - t; 1 + t); N \in d_2 \Rightarrow N(1 + t'; 3 + t'; -1 + 2t')$ $\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2 + t' - 2t; 2 + t' + t; -2 + 2t' - t)$ Theo bài, $MN \parallel (P) \Rightarrow 2 + t' - 2t - (2 + t' + t) - 2 + 2t' - t = 0 \Leftrightarrow t' = 2t + 1$ Khi đó, $\overrightarrow{MN} = (3; 3t + 3; 3t) \Rightarrow MN = 3\sqrt{2(t^2 + t + 1)} = 3\sqrt{2\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}$ Độ dài MN nhỏ nhất bằng $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ khi $t = -\frac{1}{2} \Rightarrow M\left(-2; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right), N(1; 3; -1)$. Vậy các điểm cần tìm là $M\left(-2; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right), N(1; 3; -1)$.	0,25
9.b (1,0 điểm)	Phương trình $z^2 - \left(2\cos\frac{5\pi}{21}\right)z + 1 = 0 \quad (1)$	0,25

(1) có $\Delta' = \cos^2 \frac{5\pi}{21} - 1 = -\sin^2 \frac{5\pi}{21} = \left(i \sin \frac{5\pi}{21}\right)^2$. Vậy (1) có các nghiệm là $\begin{cases} z_1 = \cos \frac{5\pi}{21} - i \sin \frac{5\pi}{21} \\ z_2 = \cos \frac{5\pi}{21} + i \sin \frac{5\pi}{21} \end{cases}$	
$z_1^n + z_2^n = 1 \Leftrightarrow \left(\cos \frac{5\pi}{21} - i \sin \frac{5\pi}{21}\right)^n + \left(\cos \frac{5\pi}{21} + i \sin \frac{5\pi}{21}\right)^n = 1$ $\Leftrightarrow \left[\cos\left(-\frac{5\pi}{21}\right) + i \sin\left(-\frac{5\pi}{21}\right)\right]^n + \left(\cos \frac{5\pi}{21} + i \sin \frac{5\pi}{21}\right)^n = 1$ $\Leftrightarrow \cos\left(-\frac{n5\pi}{21}\right) + i \sin\left(-\frac{n5\pi}{21}\right) + \cos \frac{n5\pi}{21} + i \sin \frac{n5\pi}{21} = 1$	0,25
$\Leftrightarrow \cos\left(-\frac{n5\pi}{21}\right) + \cos \frac{n5\pi}{21} = 1 \Leftrightarrow 2 \cos \frac{n5\pi}{21} = 1$ $\Leftrightarrow \cos \frac{n5\pi}{21} = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \frac{n5\pi}{21} = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow n = \pm \frac{7}{5} + \frac{42k}{5} \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (*)$	0,25
Vì n là số nguyên dương nhỏ nhất nên từ (*) suy ra $n = 7$.	0,25

06. ĐỀ THI THỬ SỐ 6

Thời gian làm bài: 180 phút

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x+1}$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm trên đồ thị (C) hai điểm A, B đối xứng nhau qua đường thẳng MN, biết $M(-3;0)$, $N(-1;-1)$.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x + 4 = 3(\cos x + \sqrt{3} \sin x)$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $4(x+1)^2 < (2x+10)(1-\sqrt{3+2x})^2$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{2x^2 + x(1+2\ln x) + \ln^2 x}{(x^2 + x \ln x)^2} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B, $BA = a$. Tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC; biết góc giữa MN với mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC, MN theo a.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương và $a+b+c=3$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2}{3+ab+bc+ca} + \sqrt[3]{\frac{abc}{(1+a)(1+b)(1+c)}}$

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ và điểm A(1; 0). Gọi M, N là hai điểm trên đường tròn (C) sao cho tam giác AMN vuông cân tại A. Viết phương trình cạnh MN.

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-2}$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho mặt cầu (S) tâm M tiếp xúc với trục Oz có bán kính bằng 2.

Câu 9.a (1,0 điểm). Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z}{1-2i} + \bar{z} = 2$. Tìm phần thực của số phức $w = z^2 - z$

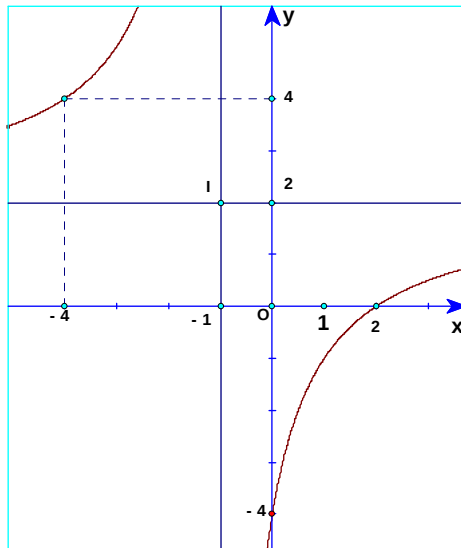
B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 = \frac{3}{2}$ và parabol (P): $y^2 = x$. Tìm trên (P) các điểm M mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến tới đường tròn (C) và hai tiếp tuyến này tạo với nhau một góc bằng 60° .

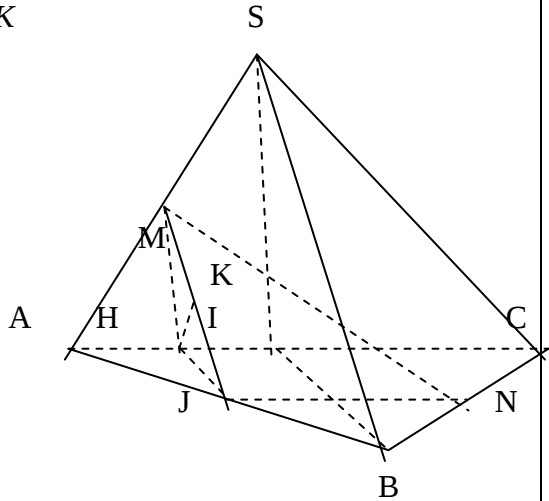
Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+5}{-2}$ và hai điểm A(-2;1;1), B(-3;-1;2). Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho tam giác MAB có diện tích bằng $3\sqrt{5}$.

Câu 9.b (1,0 điểm). Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z-1}{z-2i} \right| = 1$. Tìm số phức z biết $\left| z + \frac{3}{2} - 5i \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

LỜI GIẢI ĐỀ 1:

Câu	Đáp án	Điểm												
1	a) (1,0 điểm)													
(2đ)	Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ Giới hạn, tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$. Suy ra phương trình đường tiệm cận đứng $x = -1$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$. Suy ra phương trình đường tiệm cận ngang $y = 2$ Sự biến thiên: $y' = \frac{6}{(x+1)^2} > 0$; $\forall x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trong từng khoảng xác định của nó. Hàm số không có cực trị. Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td></td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>2</td></tr></table> Đồ thị hàm số có dạng như hình vẽ. Nhận xét: đồ thị có tâm đối xứng là điểm $I(-1; 2)$ 	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'	+		+	y	2	$+\infty$	2	0,25
x	$-\infty$	-1	$+\infty$											
y'	+		+											
y	2	$+\infty$	2											

	Theo yêu cầu của bài toán ta có $\begin{cases} AB \perp MN \\ I \in (MN) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \\ I \in (MN) \end{cases}$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} b-a-\frac{3}{a+1}+\frac{3}{b+1}=0 \\ \frac{b+a}{2}-\frac{6}{a+1}-\frac{6}{b+1}=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=0 \\ a=0 \\ b=2 \end{cases}$	0,25
	Vậy $A(2;0); B(0;-4)$ hoặc $B(2;0); A(0;-4)$ là các điểm cần tìm.	0,25
2 (1đ)	Đặt $t = \cos x + \sqrt{3} \sin x$ $\Rightarrow t^2 = \cos^2 x + 3\sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = \frac{1+\cos 2x}{2} + 3\frac{1-\cos 2x}{2} + \sqrt{3} \sin 2x = 2 - \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x$ $\Rightarrow \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = t^2 - 2$	0,25
	Khi đó, (1) trở thành: $t^2 - 2 + 4 = 3t \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=2 \end{cases}$	0,25
	+) với $t = 1$ thì: $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}$ +) với $t = 2$ thì: $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 2 \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$	0,25
	Vậy phương trình có 3 họ nghiệm: $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi; x = k2\pi; x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$	0,25
3 (1đ)	Điều kiện xác định $x \geq -\frac{3}{2}$ Ta có $4(x+1)^2 < (2x+10)(1-\sqrt{3+2x})^2 \Leftrightarrow 4(x+1)^2 < \frac{(2x+10)(1-\sqrt{3+2x})^2(1+\sqrt{3+2x})^2}{(1+\sqrt{3+2x})^2}$	0,25
	$\Leftrightarrow 4(x+1)^2 < \frac{(2x+10)4(x+1)^2}{(1+\sqrt{3+2x})^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 1 < \frac{(2x+10)}{(1+\sqrt{3+2x})^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ (1+\sqrt{3+2x})^2 < 2x+10 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x+4+2\sqrt{3+2x} < 2x+10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ \sqrt{3+2x} < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x < 3 \end{cases}$	0,25
	Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[-\frac{3}{2}; 3\right) \setminus \{-1\}$	0,25
4 (1đ)	Ta có $I = \int_1^e \frac{(x+\ln x)^2}{(x^2+x\ln x)^2} dx + \int_1^e \frac{x^2+x}{(x^2+x\ln x)^2} dx = I_1 + I_2$	0,25
	$I_1 = \int_1^e \frac{(x+\ln x)^2}{(x^2+x\ln x)^2} dx = \int_1^e \frac{1}{x^2} dx = 1 - \frac{1}{e}$	0,25
	$I_2 = \int_1^e \frac{x^2+x}{(x^2+x\ln x)^2} dx = \int_1^e \frac{1+\frac{1}{x}}{(x+\ln x)^2} dx = \int_1^e \frac{d(x+\ln x)}{(x+\ln x)^2} = \dots = 1 - \frac{1}{e+1}$	0,25
	Vậy $I = 2 - \frac{1}{e} - \frac{1}{e+1}$	0,25
5	Gọi I là trung điểm AC , do ΔSAC cân tại S nên $SI \perp (ABC)$. Gọi H là trung điểm AI suy ra	0,25

(1đ)	$MH \parallel SI \Rightarrow MH \perp (ABC)$, do đó $(MN, (ABC)) = \widehat{MNH} = 60^\circ$. Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2}{2}$. Xét $\triangle HCN$ có: $NC = \frac{a}{2}; HC = \frac{3a\sqrt{2}}{4}; NH^2 = HC^2 + NC^2 - 2HC \cdot NC \cdot \cos 45^\circ = \frac{5a^2}{8}; NH = \frac{a\sqrt{10}}{4}$ Trong $\triangle MHN$ có $MH = NH \tan 60^\circ = a \frac{\sqrt{30}}{4}; SI = 2MH = a \frac{\sqrt{30}}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SI \cdot S_{ABC} = a^3 \frac{\sqrt{30}}{12}$ Gọi J là trung điểm AB, K là hình chiếu vuông góc của H lên MJ tức là $HK \perp MJ$ (1). Ta có $JN \perp BI$, mà $BI \parallel HJ \Rightarrow JN \perp HJ$ (2) $SI \parallel MH$, mà $SI \perp JN \Rightarrow JN \perp MH$ (3) (2), (3) $\Rightarrow JN \perp (MHJ) \supset HK \Rightarrow HK \perp JN$ (4) (1), (4) $\Rightarrow HK \perp (MNJ)$	0,25
	$d(AC, MN) = d(H \in AC, MN) = d(H, (MNJ)) = HK$ $= \frac{MH \cdot HJ}{\sqrt{MH^2 + HJ^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{30}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{\frac{30a^2}{16} + \frac{2a^2}{16}}} = \frac{a\sqrt{30}}{16}$ 	0,25
6 (1đ)	Áp dụng Bất đẳng thức: $(x + y + z)^2 \geq 3(xy + yz + zx)$, $\forall x, y, z \in \mathbb{R}$ ta có: $(ab + bc + ca)^2 \geq 3abc(a + b + c) = 9abc > 0 \Rightarrow ab + bc + ca \geq 3\sqrt{abc}$ Ta có: $(1+a)(1+b)(1+c) \geq (1 + \sqrt[3]{abc})^3, \forall a, b, c > 0$. Thật vậy: $(1+a)(1+b)(1+c) = 1 + (a+b+c) + (ab+bc+ca) + abc \geq 1 + 3\sqrt{abc} + 3\sqrt{(abc)^2} + abc = (1 + \sqrt[3]{abc})^3$ Khi đó: $P \leq \frac{2}{3(1+\sqrt{abc})} + \frac{\sqrt[3]{abc}}{1+\sqrt[3]{abc}} = Q$ (1). Đặt $\sqrt[6]{abc} = t$; vì $a, b, c > 0$ nên $0 < abc \leq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3 = 1$ Xét hàm số $Q = \frac{2}{3(1+t^3)} + \frac{t^2}{1+t^2}, t \in (0; 1] \Rightarrow Q'(t) = \frac{2t(t-1)(t^5-1)}{(1+t^3)^2(1+t^2)^2} \geq 0, \forall t \in (0; 1]$. Do đó hàm số đồng biến trên $(0; 1] \Rightarrow Q = Q(t) \leq Q(1) = \frac{1}{6}$ (2). Từ (1) và (2): $P \leq \frac{1}{6}$. Vậy $\max P = \frac{1}{6}$, đạt được khi và chỉ khi: $a = b = c = 1$.	0,25 0,25 0,25
7.a (1đ)	Ta có $I(1; -2)$ suy ra $\vec{IA} = (0; 2)$. Tam giác AMN cân khi IA vuông góc MN. Gọi (d) là đường thẳng vuông góc với IA, nên d nhận $\frac{1}{2}\vec{IA} = (0; 1)$ làm véc tơ pháp tuyến, đường d có dạng: $y = -m$ (1). Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là: $x^2 - 2x + m^2 + 4m - 5 = 0$ (1).	0,25

	(d) cắt (C) tại M, N khi PT (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta'_{(1)} = -m^2 - 4m + 6 > 0 (*)$.	
	Khi đó, theo Vi-et: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m^2 + 4m - 5 \end{cases}$	0,25
	Gọi $M(x_1; -m); N(x_2; -m) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (x_1 - 1; -m); \overrightarrow{AN} = (x_2 - 1; -m)$. ΔAMN vuông tại A khi	
	$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + m^2 = 0 \Leftrightarrow 2m^2 + 4m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$ (thỏa mãn (*))	0,25
	Vậy Phương trình đường thẳng MN là : $y = -1; y = 3$.	0,25
8.a (1đ)	Vì $M \in d$ nên $M(1+t; -2+2t; -2t)$. Trục Oz đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và có vtcp $\vec{k} = (0; 0; 1)$;	0,25
	$\overrightarrow{OM} = (1+t; -2+2t; -2t)$. Suy ra: $[\overrightarrow{OM}; \vec{k}] = (-2+2t; -1-t; 0) \Rightarrow \left\ [\overrightarrow{OM}; \vec{k}] \right\ = \sqrt{5t^2 - 6t + 5}$	0,25
	Gọi R là bán kính mặt cầu (S), ta có $R = d(M; Oz) = \sqrt{5t^2 - 6t + 5}$	0,25
	$R = 2$ suy ra $\sqrt{5t^2 - 6t + 5} = 2 \Leftrightarrow 5t^2 - 6t + 5 = 4 \Leftrightarrow 5t^2 - 6t + 1 = 0$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(2; 0; -2) \\ M(\frac{6}{5}; -\frac{8}{5}; \frac{2}{5}) \end{cases}$	0,25
9.a (1đ)	$\frac{z}{1-2i} + \bar{z} = 2 \Leftrightarrow z + (1-2i)\bar{z} = 2 - 4i$ (1). Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)	0,25
	(1) trở thành: $a + bi + (1-2i)(a-bi) = 2 - 4i \Leftrightarrow (2a-2b) - 2ai = 2 - 4i$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a = -4 \\ 2a-2b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + i$	0,25
	$w = z^2 - z = 1 + 3i$. Vậy phần thực của w bằng 1.	0,25
7.b (1đ)	Đường tròn (C) tâm $O(0;0)$, bán kính $r = \frac{\sqrt{6}}{2}$ và $M \in (P) \Leftrightarrow M(t^2; t)$	0,25
	Theo yêu cầu bài toán ta có $OM = \sqrt{2}; OM = \sqrt{6}$	0,25
	Ta dễ dàng giải được $t = \pm 1; t = \pm \sqrt{2}$	0,25
	Vậy có bốn điểm M là $M_1 = (1; 1), M_2 = (1; -1), M_3 = (2; \sqrt{2}), M_4 = (2; -\sqrt{2})$	0,25
8.b (1đ)	Giả sử $M \in \Delta \Rightarrow M(-2+t; 1+3t; -5-2t)$	0,25
	Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; 1); \overrightarrow{AM} = (t; 3t; -6-2t); [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}] = (t+12; -t-6; -t)$	0,25
	Theo bài ta có $S_{MAB} = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{1}{2} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}] = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sqrt{(t+12)^2 + (-t-6)^2 + t^2} = 3\sqrt{5}$	0,25
	$\Leftrightarrow 3t^2 + 36t = 0 \Leftrightarrow t = 0$ hay $t = -12$.	
	Vậy $M(-2; 1; -5)$ hay $M(-14; -35; 19)$ là các điểm cần tìm.	0,25
9.b (1đ)	Ta có $\left \frac{z-1}{z-2i} \right = 1 \Leftrightarrow z-1 = z-2i , (z \neq 2i)$ (1).	0,25
	Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)	
	(1) trở thành: $(a-1)^2 + b^2 = a^2 + (b-2)^2 \Leftrightarrow a = 2b - \frac{3}{2} \Rightarrow z = 2b - \frac{3}{2} + bi$	0,25
	$\left z + \frac{3}{2} - 5i \right = \left 2b + (b-5)i \right = \sqrt{5b^2 - 10b + 25} = \sqrt{5(b-1)^2 + 20} \geq \sqrt{20}$.	0,25
	Dấu bằng xảy ra khi $b = 1$	
	Vậy GTNN của $\left z + \frac{3}{2} - 5i \right $ bằng $\sqrt{20}$ đạt được khi và chỉ khi $b = 1$. Khi đó $z = \frac{1}{2} + i$	0,25

07. ĐỀ THI THỬ SỐ 7

Thời gian làm bài: 180 phút

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{-2x+1}{x-1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị hàm số (C). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết rằng khoảng cách từ I đến tiếp tuyến lớn nhất.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\cos 2x + \frac{\sin 3x - \cos 3x}{2 \sin 2x - 1} = \sin x(1 + \tan x)$

Câu 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^4 + 2x^3 - 5x^2 + y^2 - 6x - 11 = 0 \\ x^2 + x = \frac{3\sqrt{y^2 - 7} - 6}{\sqrt{y^2 - 7}} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^2 \sin x + 1}{1 + 2 \cos^2 x} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $AB = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy ABCD. Biết $SD \perp AC$, tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương và thỏa mãn $a + b + c \leq \frac{3}{2}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a+b)\sqrt{1 + \frac{1}{a^2b^2}} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{c^2}}$.

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC với trung tuyến và phân giác trong của đỉnh B có phương trình lần lượt là $d_1: 2x + y - 3 = 0; d_2: x + y - 2 = 0$. Điểm $M(2; 1)$ nằm trên đường thẳng chứa cạnh AB, đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính bằng $\sqrt{5}$. Biết đỉnh A có hoành độ dương, hãy xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 6 = 0$. Một mặt phẳng (Q) chứa (d) và cắt (P) theo giao tuyến là đường thẳng Δ cách gốc tọa độ O một khoảng ngắn nhất. Viết phương trình của mặt phẳng (Q).

Câu 9.a (1,0 điểm). Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z' = 2z + 3 - i$, với $|3z + i|^2 \leq z\bar{z} + 9$.

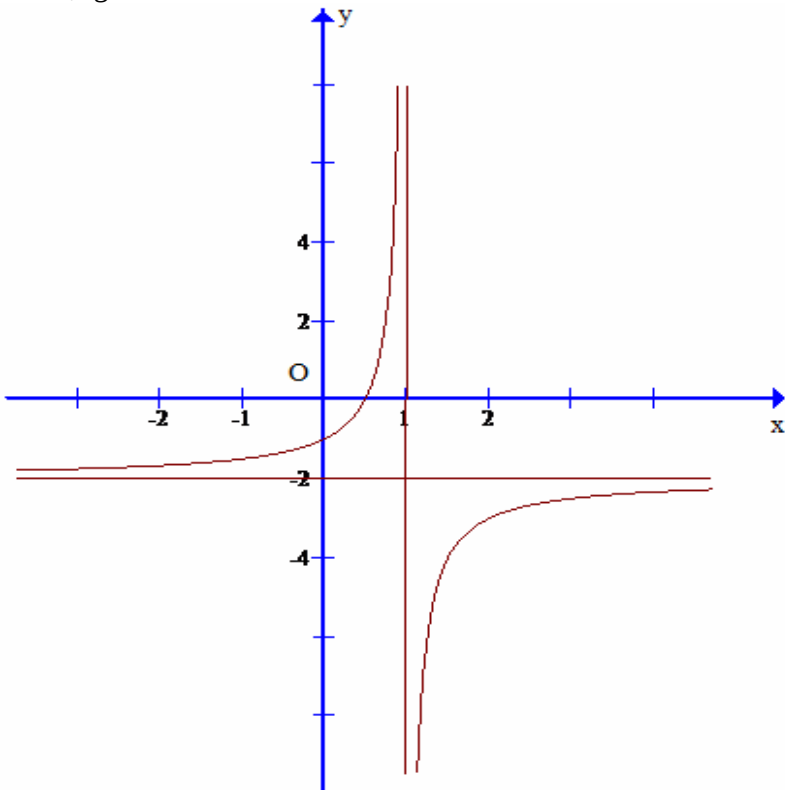
B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường tròn $(C_1): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$ và $(C_2): (x+1)^2 + (y+3)^2 = 9$. Viết phương trình đường thẳng Δ tiếp xúc với (C_1) và cắt (C_2) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB = 4$.

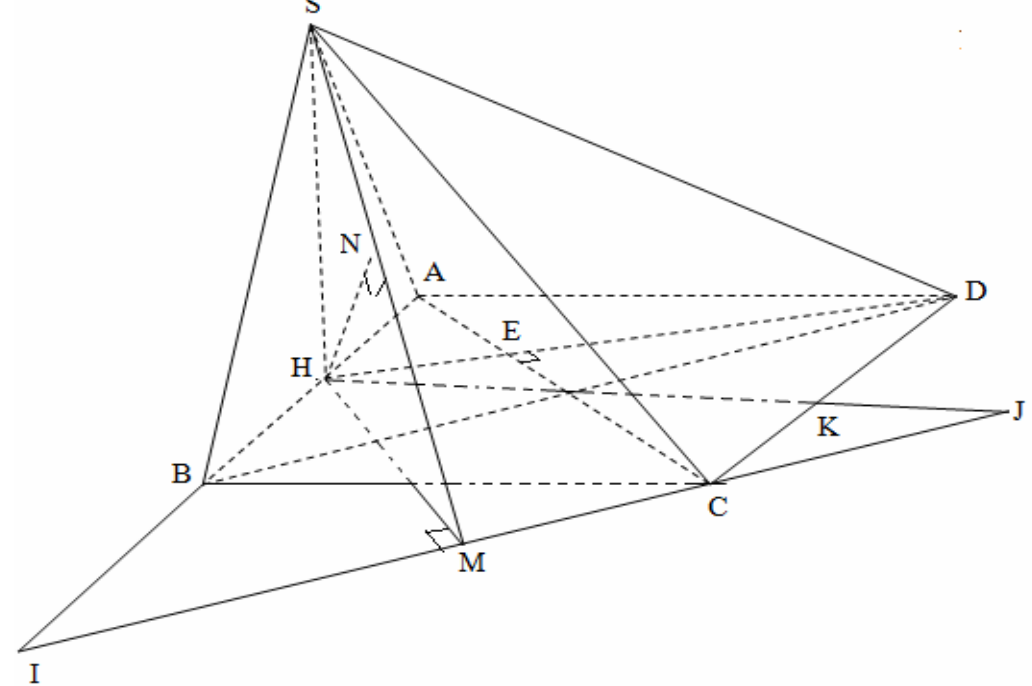
Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P), vuông góc với d và có khoảng cách giữa d và Δ bằng $\sqrt{2}$.

Câu 9.b (1,0 điểm). Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z' = (1 - i\sqrt{3})z - 2$, với $|z + 1| \leq 2$.

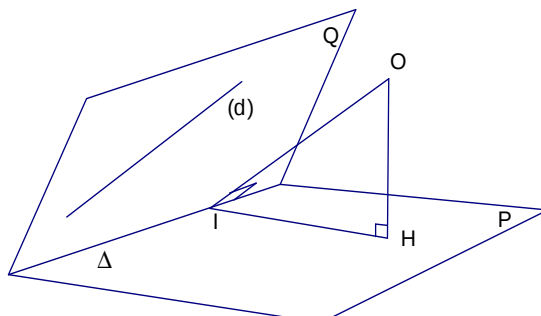
LỜI GIẢI ĐỀ 7:

Câu	Đáp án	Điểm																		
1 (2,0 điểm)	a. (1,0 điểm)																			
	- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. - Đạo hàm: $y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \in D \Rightarrow$ hàm số luôn nghịch biến trên miền xác định và không có cực trị.	0,25																		
	Các giới hạn, tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-2x+1}{x-1} = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường $x = 1$ là tiệm cận đứng. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x+1}{x-1} = -2 \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường $y = -2$ là tiệm cận ngang.	0,25																		
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td></td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td>$+\infty$</td><td></td><td>-2</td></tr></table>	x	$-\infty$		1		$+\infty$	y'		+		+		y			$+\infty$		-2	0,25
	x	$-\infty$		1		$+\infty$														
y'		+		+																
y			$+\infty$		-2															
Đồ thị hàm số có dạng như hình vẽ: 	0,25																			
Nhận xét: - Đồ thị nhận điểm $I(1; -2)$ làm tâm đối xứng. - Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại điểm $A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ và cắt trục Oy tại điểm $B(0; -1)$.																				
b. (1,0 điểm)																				
Ta có $y = \frac{-2x+1}{x-1} = -2 - \frac{1}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{1}{(x-1)^2}$.		0,25																		

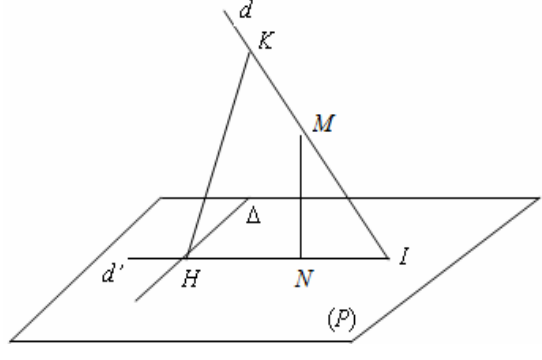
	Gọi $M\left(x_0; -2 - \frac{1}{x_0 - 1}\right) \in (C)$. Phương trình tiếp tuyến tại M có dạng : $(\Delta): y = \frac{1}{(x_0 - 1)^2}(x - x_0) - 2 - \frac{1}{x_0 - 1} \Leftrightarrow \frac{x}{(x_0 - 1)^2} - y - \frac{x_0}{(x_0 - 1)^2} - 2 - \frac{1}{x_0 - 1} = 0$ Khoảng cách từ điểm $I(1; -2)$ đến tiếp tuyến là $d(I; \Delta) = \frac{\left \frac{1}{(x_0 - 1)^2} + 2 - \frac{x_0}{(x_0 - 1)^2} - 2 - \frac{1}{x_0 - 1} \right }{\sqrt{\frac{1}{(x_0 - 1)^4} + 1}} = \frac{2}{ x_0 - 1 \sqrt{\frac{1}{(x_0 - 1)^4} + 1}} = \frac{2}{\sqrt{(x_0 - 1)^2 + \frac{1}{(x_0 - 1)^2}}}$ Theo bất đẳng thức Cô-si ta có $(x_0 - 1)^2 + \frac{1}{(x_0 - 1)^2} \geq 2 \Rightarrow d \leq \sqrt{2} \Rightarrow d_{\max} = \sqrt{2}$ Dấu "=" xảy ra khi $(x_0 - 1)^2 = \frac{1}{(x_0 - 1)^2} \Leftrightarrow x_0 - 1 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = 0 \end{cases}$ - Với $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = -3$ ta có phương trình tiếp tuyến là $(\Delta_1): y = 1.(x - 2) - 3 \Leftrightarrow y = x - 5$. - Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1$ ta có phương trình tiếp tuyến là $(\Delta_2): y = 1.(x - 0) - 1 \Leftrightarrow y = x - 1$. Vậy có hai tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu đề bài là $y = x - 1$ và $y = x - 5$.	0,25 0,25 0,25
2 (1,0 điểm)	Điều kiện $\begin{cases} \sin 2x \neq \frac{1}{2} \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$ (*). Với điều kiện (*) phương trình đã cho tương đương: $\cos 2x + \frac{3\sin x - 4\sin^3 x - 4\cos^3 x + 3\cos x}{2\sin 2x - 1} = \sin(1 + \tan x)$ $\Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x + \frac{(\sin x + \cos x)(2\sin 2x - 1)}{2\sin 2x - 1} = \frac{\sin x(\sin x + \cos x)}{\cos x} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x = 0 & (1) \\ \cos x - \sin x + 1 = \frac{\sin x}{\cos x} & (2) \end{cases}$ (1) $\Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (2) $\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(1 + \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x - \sin x = 0 \\ 1 + \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \cos x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ So với điều kiện (*) suy ra các họ nghiệm của phương trình là $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$	0,25 0,25 0,25 0,25
3 (1,0 điểm)	Điều kiện $y > \sqrt{7}$. Khi đó hệ đã cho tương đương với: $\begin{cases} (x^2 + x - 3)^2 + y^2 - 7 = 13 \\ (x^2 + x - 3)\sqrt{y^2 - 7} = -6 \end{cases}$ Đặt: $u = x^2 + x - 3; v = \sqrt{y^2 - 7}, v > 0$. Khi đó hệ phương trình trở thành: $\begin{cases} u^2 + v^2 = 13 \\ uv = -6 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} (u+v)^2 - 2uv = 13 \\ uv = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (u+v)^2 = 1 \\ uv = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v = \pm 1 \\ uv = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = -2 \\ v = 3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} u = -3 \\ v = 2 \end{cases}$ +) Với $\begin{cases} u = -3 \\ v = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 3 = -3 \\ \sqrt{y^2 - 7} = 2 \end{cases} \Rightarrow$ các nghiệm của hệ là $(0; \pm\sqrt{11}), (-1; \pm\sqrt{11})$ +) Với $\begin{cases} u = -2 \\ v = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 3 = -2 \\ \sqrt{y^2 - 7} = 3 \end{cases} \Rightarrow$ các nghiệm của hệ là $\left(\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}; 4\right), \left(\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}; -4\right)$ Vậy hệ đã cho có nghiệm là $(0; \pm\sqrt{11}), (-1; \pm\sqrt{11}), \left(\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}; 4\right), \left(\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}; -4\right)$	0,25 0,25 0,25 0,25

4 (1,0 điểm)	Ta có $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^2 \sin x + 1}{1 + 2 \cos^2 x} dx = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^2 \sin x}{1 + 2 \cos^2 x} dx + \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1 + 2 \cos^2 x} = I_1 + I_2$ +) Xét $I_1 = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^2 \sin x}{1 + 2 \cos^2 x} dx = \int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{x^2 \sin x}{1 + 2 \cos^2 x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^2 \sin x}{1 + 2 \cos^2 x} dx = J_1 + J_2$ Đặt $x = -t \Rightarrow dx = -dt$. Đổi cận: $x = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$; $x = 0 \Rightarrow t = 0$ Khi đó: $J_1 = \int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{x^2 \sin x}{1 + 2 \cos^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^0 \frac{t^2 \sin(-t)}{1 + 2 \cos^2(-t)} d(-t) = -\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{t^2 \sin t}{1 + 2 \cos^2 t} dt = -\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^2 \sin x}{1 + 2 \cos^2 x} dx = -J_2$ Suy ra $I_1 = J_1 + J_2 = 0$	0,25
	+) Xét $I_2 = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1 + 2 \cos^2 x} dx = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 x} + 2} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx$	0,25
	Đặt $t = \tan x \Rightarrow dt = \frac{dx}{\cos^2 x}$. Đổi cận: $x = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow t = -1$; $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1 \Rightarrow I_2 = \int_{-1}^1 \frac{1}{3 + t^2} dt$ Lại đặt $t = \sqrt{3} \tan u \Rightarrow dt = \sqrt{3}(1 + \tan^2 u) du$. Đổi cận: $t = -1 \Rightarrow u = -\frac{\pi}{6}$; $t = 1 \Rightarrow u = \frac{\pi}{6}$	0,25
	$\Rightarrow I_2 = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3}}{3} du = \frac{\sqrt{3}}{3} u \Big _{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi\sqrt{3}}{9}$. Vậy $I = I_1 + I_2 = \frac{\pi\sqrt{3}}{9}$.	0,25
5 (1,0 điểm)	 Gọi H là trung điểm của AB, do $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ AB = (SAB) \cap (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD). \\ SH \perp AB \end{cases}$ Tam giác SAB đều cạnh $2a$ nên $SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$. Ta có $\begin{cases} AC \perp SD \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHD) \Rightarrow AC \perp HD$.	0,25

	Gọi E là giao điểm của AC và HD, suy ra E là trọng tâm của tam giác $ABD \Rightarrow HE = \frac{1}{3}HD$. Trong tam giác vuông AHD ta có $AH^2 = HE.HD \Leftrightarrow AH^2 = \frac{1}{3}HD^2 \Leftrightarrow AH^2 = \frac{1}{3}(AH^2 + AD^2)$ $\Leftrightarrow 2AH^2 = AD^2 \Rightarrow AD = \sqrt{2}HA = a\sqrt{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.2a.a\sqrt{2} = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ (đvtt). Trong mặt phẳng $(ABCD)$, qua C dựng đường thẳng song song với BD, cắt đường AB, HK lần lượt tại I và J. Khi đó $BD \parallel (SIJ)$ hay $BD \parallel (SIC)$. Suy ra $d(BD; SC) = d(BD; (SIJ))$. Kẻ $\begin{cases} HM \perp IJ \\ HM \cap BD = F \end{cases} \Rightarrow IJ \perp (SMH) \Rightarrow d(BD; (SIJ)) = d(F; (SIJ)) = \frac{2}{3}d(H; (SIJ))$ Trong (SHM) ta dựng $HN \perp HM \Rightarrow HN \perp (SIJ) \Rightarrow d(H; (SIJ)) = HN$. Ta có $HI = 3a, HJ = \frac{3\sqrt{2}a}{2} \Rightarrow \frac{1}{HM^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{HJ^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{4}{18a^2} = \frac{1}{3a^2}$ Mặt khác $\frac{1}{HN^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{2}{3a^2} \Rightarrow HN = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Từ đó suy ra $d(BD, SC) = \frac{2}{3}HN = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.	0,25 0,25 0,25
6 (1,0 điểm)	Cho a, b, c là các số thực dương và thỏa mãn $a + b + c \leq \frac{3}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a + b)\sqrt{1 + \frac{1}{a^2b^2}} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{c^2}}$. Ta có $P = \sqrt{(a + b)^2 \left(1 + \frac{1}{a^2b^2}\right)} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{c^2}} = \sqrt{(a + b)^2 + \frac{(a + b)^2}{a^2b^2}} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{c^2}}$ $= \sqrt{(a + b)^2 + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^2} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{c^2}}$ Xét bổ đề: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a + c)^2 + (b + d)^2}$, (*) Thật vậy, (*) $\Leftrightarrow (a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) + 2\sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} \geq (a + c)^2 + (b + d)^2$ $\Leftrightarrow \sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} \geq ac + bd \Leftrightarrow (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2 \Leftrightarrow (ad - bc)^2 \geq 0$ Dấu "=" xảy ra khi $ad = bc \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Áp dụng (*) ta được $P = \sqrt{(a + b)^2 + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^2} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{c^2}} \geq \sqrt{(a + b + c)^2 + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2}$ Theo bất đẳng thức Cô-si ta có $(a + b + c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a + b + c}$. Do đó $P \geq \sqrt{(a + b + c)^2 + \left(\frac{9}{a + b + c}\right)^2} = \sqrt{(a + b + c)^2 + \frac{81}{(a + b + c)^2}}$ $= \sqrt{\left[(a + b + c)^2 + \frac{81}{16(a + b + c)^2}\right] + \frac{1215}{16(a + b + c)^2}}$ Do $(a + b + c)^2 + \frac{81}{16(a + b + c)^2} \geq 2\sqrt{(a + b + c)^2 \cdot \frac{81}{16(a + b + c)^2}} = \frac{9}{2}$ và $\frac{1215}{16(a + b + c)^2} \geq \frac{1215}{16 \cdot \frac{9}{4}} = \frac{135}{4}$ Suy ra $P \geq \sqrt{\frac{9}{2} + \frac{135}{4}} = \frac{3\sqrt{17}}{2}$.	0,25 0,25 0,25

	Vậy $P \geq \frac{3\sqrt{17}}{2} \Rightarrow \min P = \frac{3\sqrt{17}}{2}$, đạt được khi $a = b = c = \frac{1}{2}$.	0,25
7.a (1,0 điểm)	Ta có $d_1 \cap d_2 = B \Rightarrow$ tọa độ điểm B thỏa mãn hệ $\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow B(1;1)$ Khi đó, đường thẳng AB cũng chính là đường thẳng BM. $\overrightarrow{BM} = (1;0) \Rightarrow \overrightarrow{n_{BM}} = (0;1) \Rightarrow (BM): y = 1$. Ta có $A \in (BM) \Rightarrow A(a;1)$. Gọi N là điểm đối xứng của M qua phân giác (d_2) của góc $B \Rightarrow N \in (AC)$ Đường thẳng MN có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{MN}} = (1;-1) \Rightarrow (MN): x - y - 1 = 0$ Gọi $K = (MN) \cap d_2 \Rightarrow$ tọa độ điểm K thỏa mãn $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow K\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. K là trung điểm của MN nên $\begin{cases} x_N = 2x_K - x_M = 3 - 2 = 1 \\ y_N = 2y_K - y_M = 1 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow N(1;0)$ Khi đó $(BN) \equiv (BC)$, $\overrightarrow{BN} = (0;-1) \Rightarrow \overrightarrow{n_{BN}} = (1;0) \Rightarrow (BN): x = 1$ Ta có $C \in (BN) \Rightarrow C(1;c)$. Gọi I là trung điểm của $AC \Rightarrow I\left(\frac{1+a}{2}; \frac{1+c}{2}\right)$. Do I cũng thuộc trung tuyến nên $2a + c - 3 = 0$, (1). Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1-a;0) \\ \overrightarrow{BC} = (0;c-1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ hay ΔABC vuông ở B. Do đó $R = IB = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a-1)^2 + (c-1)^2 = 20$, (2). Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} (a-1)^2 + (c-1)^2 = 20 \\ 2a + c - 3 = 0 \end{cases}$ Giải hệ trên ta được $a = 3; c = -1 \Rightarrow A(3; 1); C(1; -3)$. Vậy tọa độ các đỉnh của tam giác ABC là $A(3; 1), B(1; 1), C(1; -3)$.	0,25
8.a (1,0 điểm)	Gọi H, I lần lượt là hình chiếu vuông góc của O lên (P) và Δ. Ta có $d(O, \Delta) = OI \geq OH$ (không đổi) Do đó $d_{\min} = OH$ xảy ra khi $I \equiv H$  Đường thẳng OH đi qua $O(0; 0; 0)$ và nhận vtpt của (P) vtcp $\Rightarrow OH: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$ (1) $(P): x + 2y + z - 6 = 0$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $6t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ Từ (1) $\Rightarrow H(1; 2; 1)$ Khi đó (Q) là mặt phẳng chứa (d) và đi qua H Ta có $M(1;1;2) \in (d)$, VTCP của (d) là $\vec{u} = (1;1;-2)$, $\overrightarrow{HM} = (0;-1;1)$. Suy ra véc tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q = [\vec{u}, \overrightarrow{HM}] = (-1;-1;-1)$, (Q) đi qua $M(1;1;2)$ Do đó $(Q): -1(x-1) - 1(y-1) - 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 4 = 0$.	0,25
		0,25
		0,25

9.a (1,0 điểm)	Giả sử ta có $\begin{cases} z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R}) \\ z' = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}) \end{cases}$ Khi đó $z' = 2z + 3 - i \Leftrightarrow x + yi = (2a + 3) + (2b - 1)i \Rightarrow \begin{cases} x = 2a + 3 \\ y = 2b - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{x-3}{2} \\ b = \frac{y+1}{2} \end{cases}$ Theo bài, $3z + i ^2 \leq zz + 9 \Leftrightarrow 9a^2 + (3b + 1)^2 \leq a^2 + b^2 + 9 \Leftrightarrow 4a^2 + 4b^2 + 3b - 4 \leq 0$ $\Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 1)^2 + \frac{3}{2}(y + 1) - 4 \leq 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + \left(y + \frac{7}{4}\right)^2 \leq \frac{73}{16}$. Vậy quỹ tích các điểm biểu diễn số phức z' là hình tròn tâm $I\left(3; -\frac{7}{4}\right), R = \frac{\sqrt{73}}{4}$.	0,25 0,25 0,25 0,25
7.b (1,0 điểm)	(C_1) có tâm $I_1(1; -2)$ và bán kính $R_1 = \sqrt{5}$; (C_2) có tâm $I_2(-1; -3)$ và bán kính $R_2 = 3$. Ta có: $d(I_1; \Delta) = \sqrt{5}$, (1). Gọi $h = d(I_2; \Delta)$, ta có: $AB = 2\sqrt{R_2^2 - h^2} \Leftrightarrow h = \sqrt{5}$ (2). Từ (1) và (2) suy ra Δ song song với I_1I_2 hoặc Δ đi qua trung điểm $M\left(0; -\frac{5}{2}\right)$ của I_1I_2. Vì M nằm trong (C_1) nên không xảy ra khả năng Δ qua M, do đó $\Delta // I_1I_2$ suy ra phương trình Δ có dạng $x - 2y + m = 0$, khi đó $d(I_1; \Delta) = \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{ 5 + m }{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -10 \end{cases}$. Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán là $x - 2y = 0$ và $x - 2y - 10 = 0$.	0,25 0,25 0,25 0,25
8.b (1,0 điểm)	$\vec{u}_d = (2; 1; 1)$; $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; -1)$, do đó đường Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (3; -3; -3) \Rightarrow$ chọn $\vec{u}_\Delta = (1; -1; -1)$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ và song song với d, ta có: $\vec{n}_{(Q)} = -\frac{1}{3}[\vec{u}_\Delta, \vec{u}_d] = (0; 1; -1)$. Phương trình $(Q): y - z + m = 0$. Chọn $A = (1; -2; 0) \in d$, ta có: $d(A, (Q)) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$. Với $m = 0$ vì $\Delta = (P) \cap (Q)$ nên Δ đi qua $B(3; 0; 0)$, phương trình $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$. Với $m = 4$, vì $\Delta = (P) \cap (Q)$ nên Δ đi qua $C(7; 0; 4)$, phương trình $\Delta: \frac{x-7}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{-1}$.	0,25 0,25 0,25 0,25
	Cách 2: (Sử dụng kiến thức về hình chiếu và đường vuông góc chung) Ta có $\vec{u}_d \cdot \vec{n}_P = 3 \neq 0 \Rightarrow d$ và (P) cắt nhau tại điểm I. Tọa độ điểm I thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1} \\ x-2y-5=0 \\ y-z+2=0 \\ x+2y-z-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=0 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow I(5; 0; 2)$. Gọi $M(1; -2; 0)$ là một điểm bất kỳ thuộc d. Dựng $MN \perp (P)$ thì IN là hình chiếu vuông góc của d xuống (P). Đường thẳng MN có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_{MN} = \vec{n}_P = (1; 2; -1) \Rightarrow (MN): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -t \end{cases}$	

	Tọa độ điểm N thỏa mãn $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t \\ z=-t \\ x+2y-z-3=0 \end{cases}$ Giải hệ ta được $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow N(2;0;-1)$ Từ đó $\overrightarrow{IN}=(-3;0;-3) \Rightarrow \overrightarrow{u_{IN}}=(1;0;1)$		
	Đường $(IN) \equiv d'$ có phương trình $d': \begin{cases} x=5+t \\ y=0 \\ z=2+t \end{cases}$ Gọi H là một điểm bất kì thuộc $d' \Rightarrow H(5+t;0;2+t)$. Đường thẳng Δ cần lập vuông góc với d và nằm trong (P) nên $\Delta \perp d' \Rightarrow \overrightarrow{u_{\Delta}} = [\overrightarrow{u_d}; \overrightarrow{u_{d'}}] = (1;-1;-1)$. Từ H ta dựng $HK \perp d$, khi đó HK chính là độ dài đoạn vuông góc chung của d và Δ. Theo bài $HK = \sqrt{2} \Leftrightarrow d(H; d) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{[\overrightarrow{u_d}; \overrightarrow{MH}]}{ \overrightarrow{u_d} } = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3t^2}}{\sqrt{6}} = \sqrt{2} \Rightarrow t = \pm 2$ • Với $t = 2$ thì $H(7;0;4) \Rightarrow \Delta: \frac{x-7}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{-1}$. • Với $t = -2$ thì $H(3;0;0) \Rightarrow \Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$. Vậy có hai đường thẳng Δ thỏa mãn yêu cầu bài toán.		
9.b (1,0 điểm)	Giả sử ta có $\begin{cases} z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R}) \\ z' = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}) \end{cases}$ Khi đó $z' = (1 - i\sqrt{3})z - 2 \Leftrightarrow x + yi = (1 - i\sqrt{3})(a + bi) - 2 \Leftrightarrow x + yi = a + b\sqrt{3} - 2 + (b - a\sqrt{3})i$ $\Rightarrow \begin{cases} x = a + b\sqrt{3} - 2 \\ y = b - a\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{x - y\sqrt{3} + 2}{4} \\ b = \frac{\sqrt{3}x + y + 2\sqrt{3}}{4} \end{cases}$		0,25
	Theo bài, $z+1 \leq 2 \Leftrightarrow (a+1)^2 + b^2 \leq 4 \Leftrightarrow \left(\frac{x - y\sqrt{3} + 2}{4} + 1\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}x + y + 2\sqrt{3}}{4}\right)^2 \leq 4$		0,25
	$\Leftrightarrow (x - y\sqrt{3} + 6)^2 + (\sqrt{3}x + y + 2\sqrt{3})^2 \leq 64 \Leftrightarrow 4x^2 + 4y^2 + 24x - 8\sqrt{3}y - 16 \leq 0$ $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6x - 2\sqrt{3}y - 4 \leq 0 \Leftrightarrow (x+3)^2 + (y-\sqrt{3})^2 \leq 16$		0,25
	Vậy quỹ tích các điểm biểu diễn số phức z' là hình tròn tâm $I(-3; \sqrt{3}), R = 4$.		0,25

08. ĐỀ THI THỬ SỐ 8

Thời gian làm bài: 180 phút

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$, (1) và hai điểm $M\left(\frac{1}{2}; 2\right)$, $N\left(\frac{7}{2}; 2\right)$.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
b) Gọi d là đường thẳng cắt đồ thị hàm số (C) tại hai điểm P , Q và tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành. Tìm tọa độ các điểm P , Q .

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $(2\cos x - 1)\cot x = \frac{3}{\sin x} + \frac{2\sin x}{\cos x - 1}$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{xy + (x - y)(\sqrt{xy} - 2)} + \sqrt{x} = y + \sqrt{y} \\ (x + 1)(y + \sqrt{xy} + x - x^2) = 4 \end{cases}$$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{1 + x^2 \ln x}{x + x^2 \ln x} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh A , biết $AB = AC = a$. Gọi M là trung điểm AA' , mặt phẳng (MBC') tạo với đáy góc 45° . Tính theo a thể tích của khối chóp $M.BCC'$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (MBC') .

Câu 6 (1,0 điểm). Tìm m để phương trình $\sqrt{1-x} + \sqrt{4+x} + \sqrt{x^2 + 3x + \frac{9}{4}} = m$ có nghiệm thực.

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 3x + y - 4 = 0$ và elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Viết phương trình đường thẳng Δ vuông góc với (d) và cắt (E) tại hai điểm A , B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 3.

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 0)$, $B(1; 2; -5)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm tọa độ điểm M trên d sao cho tổng $MA + MB$ nhỏ nhất.

Câu 9.a (1,0 điểm). Tìm số phức z thỏa mãn $(z-1)(\bar{z}+2i)$ là số thực và $|z-1| = \sqrt{5}$.

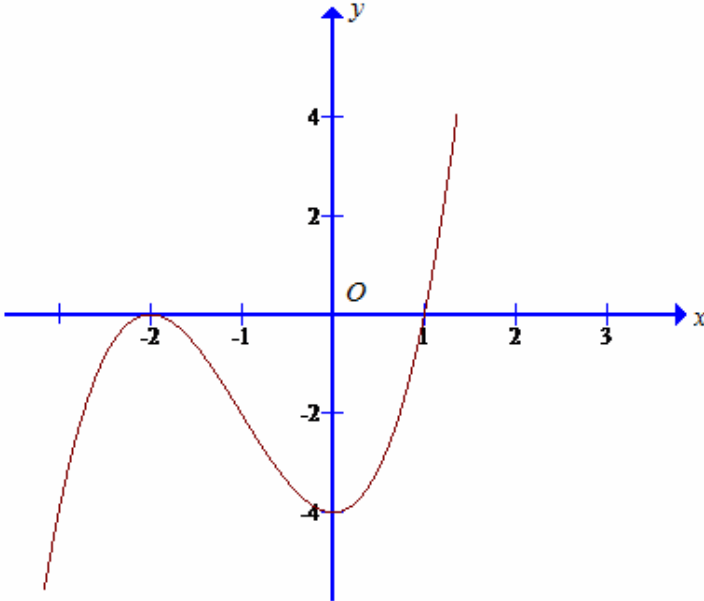
B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với tọa độ Oxy cho tam giác ABC vuông tại A , phương trình đường thẳng BC là $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$. Các đỉnh A , B nằm trên Ox và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng 2. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

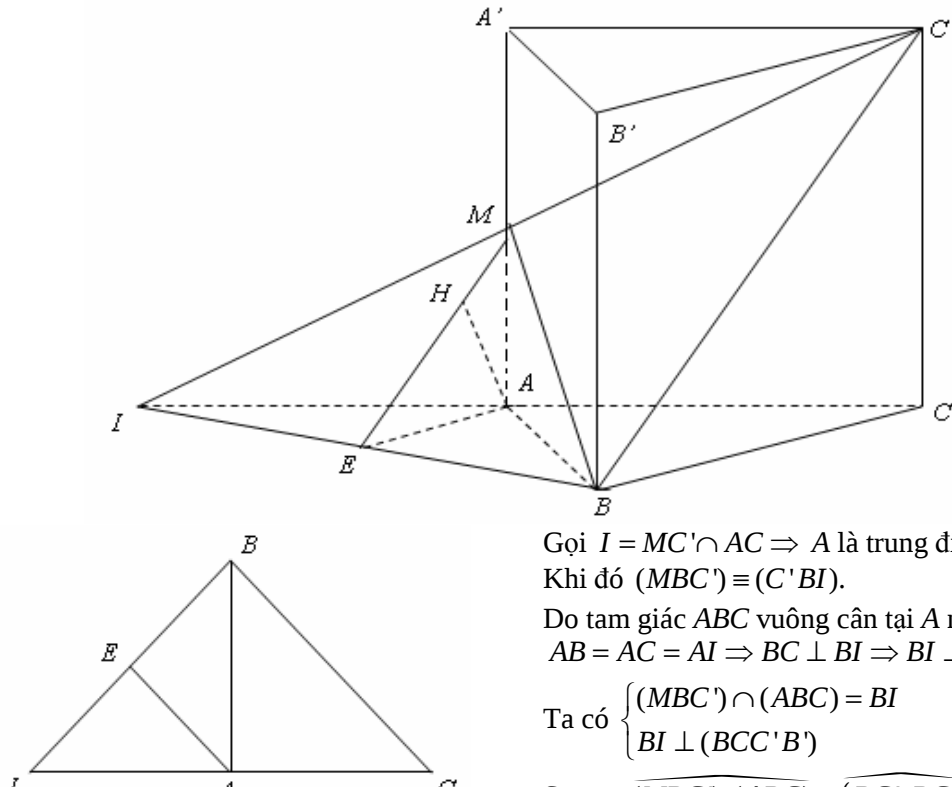
Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian hệ với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2}$. Chứng minh rằng d_1 và d_2 cắt nhau tại điểm A . Tìm các điểm B , C lần lượt trên d_1 , d_2 sao cho tam giác ABC cân tại A và có diện tích bằng $2\sqrt{5}$.

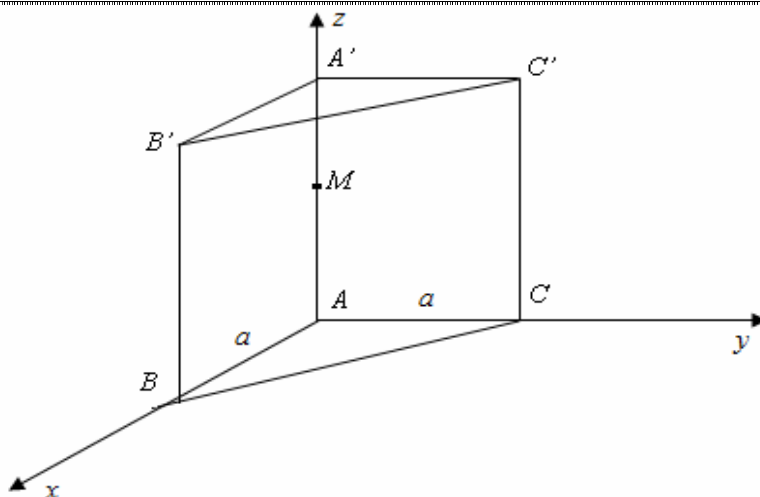
Câu 9.b (1,0 điểm). Giải phương trình $(\sqrt{3}+1)^{\log_2 x} + x(\sqrt{3}-1)^{\log_2 x} = 1+x^2$.

LỜI GIẢI ĐỀ 8:

Câu	Đáp án	Điểm																	
1 (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm) • Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. • Đạo hàm: $y' = 3x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên $(-2; 0)$. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2; y = 0$, và đạt cực tiểu tại $x = 0; y = -4$.	0,25																	
	• Giới hạn, điểm uốn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 3x^2 - 4) = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 3x^2 - 4) = -\infty$ Ta có $y'' = 6x + 6 \Rightarrow y'' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \longrightarrow U(-1; -2)$.	0,25																	
	• Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>-4</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	0	$+$	y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$														
y'		$+$	0	$-$	0	$+$													
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$															
• Đồ thị hàm số có dạng như hình vẽ:  Nhận xét: + Đồ thị nhận điểm $U(-1; -2)$ làm tâm đối xứng. + Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại điểm $A(-2; 0), B(1; 0)$ và cắt trục Oy tại điểm $C(0; -4)$.	0,25																		
b) (1,0 điểm) Ta có $M\left(\frac{1}{2}; 2\right), N\left(\frac{7}{2}; 2\right) \Rightarrow \overline{MN} = (3; 0) \Rightarrow$ đường thẳng MN có phương trình là $y - 2 = 0$. Do $MNPQ$ là hình bình hành nên $d \parallel MN$, hay $d : y = m$. Phương trình hoành độ giao điểm của d và đồ thị $(C): x^3 + 3x^2 - 4 = m, (*)$ Từ đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ ở trên ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị tại hai điểm P, Q khi $m = 0$ hoặc $m = -4$.	0,25																		
• Với $m = 0$ thì $(*) \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P(1; 0), Q(-2; 0) \\ P(-2; 0), Q(1; 0) \end{cases}$ Do $MNPQ$ là hình bình hành nên $\overline{MN} = \overline{QP} \Rightarrow P(1; 0), Q(-2; 0)$	0,25																		

	• Với $m = -4$ thì $(*) \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4 = -4 \Leftrightarrow x^2(x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P(0;-4), Q(-3;-4) \\ P(-3;-4), Q(0;-4) \end{cases}$ Do $MNPQ$ là hình bình hành nên $\overline{MN} = \overline{QP} \Rightarrow P(0;-4), Q(-3;-4)$. Vậy có hai cặp điểm P, Q thỏa mãn yêu cầu bài toán là $P(1;0), Q(-2;0)$ và $P(0;-4), Q(-3;-4)$	0,25
2 (1,0 điểm)	Giải phương trình $(2\cos x - 1)\cot x = \frac{3}{\sin x} + \frac{2\sin x}{\cos x - 1}, (1).$ Điều kiện: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\pi$ $(1) \Leftrightarrow (2\cos x - 1)\frac{\cos x}{\sin x} = \frac{3}{\sin x} + \frac{2\sin x}{\cos x - 1} \Leftrightarrow (2\cos x - 1)\cos x(\cos x - 1) = 3(\cos x - 1) + 2\sin^2 x$	0,25
	$\Leftrightarrow (\cos x - 1)[2\cos^2 x - \cos x - 3 + 2(\cos x + 1)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$	0,25
	• Với $\cos x = 1 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow$ loại. • Với $\cos x = -1 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow$ loại. • Với $\cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi.$	0,25
	Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$	0,25
3 (1,0 điểm)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{xy} + (x-y)(\sqrt{xy}-2) + \sqrt{x} = y + \sqrt{y}, (1) \\ (x+1)(y + \sqrt{xy} + x - x^2) = 4, (2) \end{cases}$ Điều kiện: $\begin{cases} x, y \geq 0 \\ xy + (x-y)(\sqrt{xy}-2) \geq 0 \end{cases}$ PT (1) $\Leftrightarrow \sqrt{xy} + (x-y)(\sqrt{xy}-2) - y + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$ $\Leftrightarrow \frac{(x-y)(y + \sqrt{xy} - 2)}{\sqrt{xy} + (x-y)(\sqrt{xy}-2) + y} + \frac{x-y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = 0$ $\Leftrightarrow (x-y) \left(\frac{y + \sqrt{xy} - 2}{\sqrt{xy} + (x-y)(\sqrt{xy}-2) + y} + \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) = 0 \quad (3)$	0,25
	Từ PT (2) ta có $y + \sqrt{xy} = x^2 - x + \frac{4}{x+1} = (x-1)^2 + \left(x+1 + \frac{4}{x+1}\right) - 2 \geq 2$ $\Rightarrow \frac{y + \sqrt{xy} - 2}{\sqrt{xy} + (x-y)(\sqrt{xy}-2) + y} + \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} > 0$	0,25
	PT (3) $\Leftrightarrow x = y$, thay vào PT (2) ta được $x^3 - 2x^2 - 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases}$	0,25
	Kết hợp với điều kiện ta có $x = 1$ và $x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$ thỏa mãn hệ phương trình. Vậy hệ đã cho có nghiệm là $(1; 1); \left(\frac{1 + \sqrt{17}}{2}; \frac{1 + \sqrt{17}}{2}\right).$	0,25
4 (1,0 điểm)	Ta có $I = \int_1^e \frac{1+x^2 \ln x}{x+x^2 \ln x} dx = \int_1^e \frac{\frac{1}{x^2} + \ln x}{\frac{1}{x} + \ln x} dx$	0,25

	$= \int_1^e \frac{\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x} + \ln x\right)}{\frac{1}{x} + \ln x} dx$	0,25
	$= \int_1^e \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}\right) dx + \int_1^e dx = -\int_1^e \frac{d\left(\frac{1}{x} + \ln x\right)}{\frac{1}{x} + \ln x} dx + x \Big _1^e = -\ln\left(\frac{1}{x} + \ln x\right) \Big _1^e + e - 1$ $= -\ln(e+1) + e. \text{ Vậy } I = e - \ln(e+1).$	0,25
5 (1,0 điểm)	 Gọi $I = MC' \cap AC \Rightarrow A$ là trung điểm của MI. Khi đó $(MBC') \equiv (C'BI)$. Do tam giác ABC vuông cân tại A nên $AB = AC = AI \Rightarrow BC \perp BI \Rightarrow BI \perp (BCC'B')$ Ta có $\begin{cases} (MBC') \cap (ABC) = BI \\ BI \perp (BCC'B') \end{cases}$ Suy ra $\widehat{(MBC'); (ABC)} = \widehat{(BC'; BC)} = \widehat{C'BC}$. Theo bài ta có $\widehat{C'BC} = 45^\circ \Rightarrow CC' = BC = a\sqrt{2}$.	0,25
	Từ đó ta có $V_{M.BCC'} = \frac{1}{3} d(M; (BCC')) \cdot S_{\Delta BCC'}$, với $S_{\Delta BCC'} = \frac{1}{2} BC \cdot CC' = \frac{1}{2} (a\sqrt{2})^2 = a^2$. Gọi K là trung điểm của $BC \Rightarrow AK \perp BC \Rightarrow AK \perp (BCC')$ hay $AK = d(A; (BCC'))$. Do $AM \parallel (BCC') \Rightarrow d(M; (BCC')) = d(A; (BCC')) = AK = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Do đó $V_{M.BCC'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ (đvtt).	0,25
	Gọi E là trung điểm của $BI \Rightarrow AE \parallel BC$. Do đó $AE \perp BI \Rightarrow BI \perp (MAE)$. Trong mặt phẳng (MAE), kẻ $AH \perp ME \Rightarrow AH \perp (MBC')$ hay $AH = d(A; (MBC'))$.	0,25
	Ta có $AE = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{2}{a^2} + \frac{2}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a}{2}$. Vậy khoảng cách từ A đến (MBC') bằng $\frac{a}{2}$. Cách 2: (Sử dụng phương pháp tọa độ hóa)	0,25



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $A \equiv O(0; 0; 0)$.

Tọa độ các đỉnh của mặt đáy ABC là $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$, $C(0; a; 0)$.

Giả sử $A'(0; 0; h)$, $h > 0$. Do M là trung điểm của AA' nên $M\left(0; 0; \frac{h}{2}\right)$.

$(ABC) \perp Oz$ nên (ABC) có một véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{ABC}} = (0; 0; 1)$.

Lại có $\overrightarrow{MB} = \left(a; 0; -\frac{h}{2}\right)$; $\overrightarrow{MC} = \left(0; a; -\frac{h}{2}\right) \Rightarrow (MBC')$ có một véc tơ pháp tuyến là

$\overrightarrow{n_{MBC'}} = [\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MC}] = \left(\frac{ah}{2}; \frac{ah}{2}; a^2\right) = \frac{a}{2}(h; h; 2a)$, chọn $\overrightarrow{n_{MBC'}} = (h; h; 2a)$.

Theo bài $\left(\widehat{(MBC'); (ABC)}\right) = 45^\circ \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{|2a|}{\sqrt{2h^2 + 4a^2}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|2a|}{\sqrt{2h^2 + 4a^2}} \Leftrightarrow h = a\sqrt{2}$.

Suy ra $A'(0; 0; a\sqrt{2})$, $M\left(0; 0; \frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$, $C'(0; a; a\sqrt{2})$.

Ta có $V_{M.BCC'} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MC}] \cdot \overrightarrow{MC'}|$, với $[\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MC}] = \left(\frac{ah}{2}; \frac{ah}{2}; a^2\right) = \left(\frac{a^2\sqrt{2}}{2}; \frac{a^2\sqrt{2}}{2}; a^2\right)$.

$\overrightarrow{MC'} = \left(0; a; \frac{a\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow V_{M.BCC'} = \frac{1}{6} \left| \left(\frac{a^2\sqrt{2}}{2}; \frac{a^2\sqrt{2}}{2}; a^2\right) \cdot \left(0; a; \frac{a\sqrt{2}}{2}\right) \right| = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ (đvtt).

(MBC') qua $B(a; 0; 0)$ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{MBC'}} = (a\sqrt{2}; a\sqrt{2}; 2a) = a\sqrt{2}(1; 1; \sqrt{2})$ nên có

phương trình $(MBC') : (x-a) + y + \sqrt{2}z = 0 \Rightarrow d(A; (MBC')) = \frac{|a|}{\sqrt{1+1+2}} = \frac{a}{2}$.

6
(1,0
điểm)

Điều kiện: $-4 \leq x \leq 1$.

Ta có $m = \sqrt{1-x} + \sqrt{4+x} + \sqrt{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2} \Leftrightarrow m = \sqrt{1-x} + \sqrt{4+x} + \left|x + \frac{3}{2}\right| = f(x)$

Đặt $t = x + \frac{3}{2} \Rightarrow x = t - \frac{3}{2}$; $-\frac{5}{2} \leq t \leq \frac{5}{2}$. Khi đó $f(t) = \sqrt{\frac{5}{2}-t} + \sqrt{\frac{5}{2}+t} + |t|$.

Phương trình đã cho có nghiệm khi $\min f(t) \leq m \leq \max f(t)$, với $-\frac{5}{2} \leq t \leq \frac{5}{2}$.

Ta nhận thấy miền xác định của t đối xứng và $f(-t) = f(t) \Rightarrow$ hàm $f(t)$ là hàm chẵn.

Do đó ta chỉ cần xét trên nửa miền xác định, với $0 \leq t \leq \frac{5}{2}$.

Khi đó $f(t) = \sqrt{\frac{5}{2}-t} + \sqrt{\frac{5}{2}+t} + t \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{5}{2}-t}} - \frac{1}{2\sqrt{\frac{5}{2}+t}} + 1$

0,25

0,25

	$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{5}{2}-t} - \sqrt{\frac{5}{2}+t} + 2\sqrt{\left(\frac{5}{2}+t\right)\left(\frac{5}{2}-t\right)} = 0, (*)$	
	Đặt $u = \sqrt{\frac{5}{2}-t} - \sqrt{\frac{5}{2}+t}; (u < 0) \Rightarrow u^2 = 5 - 2\sqrt{\left(\frac{5}{2}+t\right)\left(\frac{5}{2}-t\right)} \Rightarrow 2\sqrt{\left(\frac{5}{2}+t\right)\left(\frac{5}{2}-t\right)} = 5 - u^2$ Ta có $(*) \Leftrightarrow u + 5 - u^2 = 0 \Leftrightarrow u = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$. Do $u < 0 \Rightarrow u = \frac{1 - \sqrt{21}}{2}$. Với $u = \frac{1 - \sqrt{21}}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{5}{2}-t} - \sqrt{\frac{5}{2}+t} = \frac{1 - \sqrt{21}}{2} \Leftrightarrow 5 - 2\sqrt{\frac{25}{4}-t^2} = \frac{11 - \sqrt{21}}{2}$ $\Leftrightarrow \sqrt{\frac{25}{4}-t^2} = \frac{\sqrt{21}-1}{4} \Leftrightarrow \frac{25}{4}-t^2 = \frac{11-\sqrt{21}}{8} \Leftrightarrow t^2 = \frac{39+\sqrt{21}}{8} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{39+\sqrt{21}}{8}}$	0,25
	Ta có $f(0) = \sqrt{10}; f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5}{2}; f\left(\sqrt{\frac{39+\sqrt{21}}{8}}\right) = \sqrt{\frac{9+\sqrt{21}}{2}} + \sqrt{\frac{39+\sqrt{21}}{8}}$ Từ đó suy ra $\max f(t) = \sqrt{\frac{9+\sqrt{21}}{2}} + \sqrt{\frac{39+\sqrt{21}}{8}}; \min f(t) = \sqrt{10}$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm khi $\sqrt{10} \leq m \leq \sqrt{\frac{9+\sqrt{21}}{2}} + \sqrt{\frac{39+\sqrt{21}}{8}}$.	0,25
7.a (1,0 điểm)	Δ vuông góc với đường thẳng (d) nên có phương trình $x - 3y + m = 0$. Phương trình hoành độ giao điểm của Δ và (E): $4x^2 + (x+m)^2 = 36 \Leftrightarrow 5x^2 + 2mx + m^2 - 36 = 0 \quad (1)$ Đường thẳng Δ cắt (E) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = 720 - 16m^2 > 0 \Leftrightarrow -3\sqrt{5} < m < 3\sqrt{5} \quad (2)$	0,25
	Ta có $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \frac{\sqrt{10}}{3} x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{10}}{15} \cdot \sqrt{720 - 16m^2}$ $d(O, \Delta) = \frac{ m }{\sqrt{10}} \Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(O, \Delta) = 3$	0,25
	$\Leftrightarrow 16m^4 - 720m^2 + 8100 = 0 \Leftrightarrow m = \pm \frac{3\sqrt{10}}{2}$ (thỏa điều kiện (2)) Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: x - 3y \pm \frac{3\sqrt{10}}{2} = 0$	0,25
8.a (1,0 điểm)	$M \in (d)$ nên $M(1 + 2t; 3 + 2t; -t)$ $MA = \sqrt{(2+2t)^2 + (1+2t)^2 + t^2} = \sqrt{9t^2 + 12t + 5} = \sqrt{(3t+2)^2 + 1}$ $MB = \sqrt{4t^2 + (1+2t)^2 + (-t+5)^2} = \sqrt{9t^2 - 6t + 26} = \sqrt{(3t-1)^2 + 25}$ Trong mặt phẳng Oxy xét các vectơ $\vec{u} = (3t+2; 1), \vec{v} = (-3t+1; 5)$ Có: $\vec{u} + \vec{v} = 3\sqrt{5}; \vec{u} = \sqrt{(3t+2)^2 + 1}; \vec{v} = \sqrt{(-3t+1)^2 + 25}$ Ta luôn có bất đẳng thức đúng: $\vec{u} + \vec{v} \leq \vec{u} + \vec{v} \Leftrightarrow 3\sqrt{5} \leq \sqrt{(3t+2)^2 + 1} + \sqrt{(-3t+1)^2 + 25}$ hay $MA + MB \geq 3\sqrt{5}$. Đẳng thức chỉ xảy ra khi $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng hướng $\Leftrightarrow \frac{3t+2}{-3t+1} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$ Vậy $(MA + MB)_{\min} = 3\sqrt{5}$ đạt được khi $M\left(0; 2; \frac{1}{2}\right)$	0,25
	Trong mặt phẳng Oxy xét các vectơ $\vec{u} = (3t+2; 1), \vec{v} = (-3t+1; 5)$ Có: $\vec{u} + \vec{v} = 3\sqrt{5}; \vec{u} = \sqrt{(3t+2)^2 + 1}; \vec{v} = \sqrt{(-3t+1)^2 + 25}$ Ta luôn có bất đẳng thức đúng: $\vec{u} + \vec{v} \leq \vec{u} + \vec{v} \Leftrightarrow 3\sqrt{5} \leq \sqrt{(3t+2)^2 + 1} + \sqrt{(-3t+1)^2 + 25}$ hay $MA + MB \geq 3\sqrt{5}$. Đẳng thức chỉ xảy ra khi $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng hướng $\Leftrightarrow \frac{3t+2}{-3t+1} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$ Vậy $(MA + MB)_{\min} = 3\sqrt{5}$ đạt được khi $M\left(0; 2; \frac{1}{2}\right)$	0,25
9.a (1,0 điểm)	Giả sử $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có $(z-1)(\bar{z}+2i) = (a+bi-1)(a-bi+2i) = [(a-1)+bi][a+(2-b)i]$ $= a^2 + b^2 - a - 2b + (2a+b-2)i$. Theo bài, z là số thực nên $2a+b-2=0 \Leftrightarrow b=2-2a$. Mặt khác, $z-1 = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a-1)+bi = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = 5$	0,25
	Theo bài, z là số thực nên $2a+b-2=0 \Leftrightarrow b=2-2a$. Mặt khác, $z-1 = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a-1)+bi = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = 5$	0,25

	$\Leftrightarrow (a-1)^2 + (2-2a)^2 = 5 \Leftrightarrow 5(a-1)^2 = 5 \Leftrightarrow a-1 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=2 \end{cases}$	0,25
	- Với $a=0 \Rightarrow b=2 \Rightarrow z=2i$ - Với $a=2 \Rightarrow b=-2 \Rightarrow z=2-2i$ Vậy có hai số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán là $z=2i, z=2-2i$.	0,25
7.b (1,0 điểm)	Tọa độ điểm B thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow B(1;0)$ Giả sử $A(a;0)$, do tam giác ABC vuông tại A nên $C(a;c)$. Mặt khác $C \in d: \sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow c = \sqrt{3}a - \sqrt{3} \Rightarrow C(a; \sqrt{3}a - \sqrt{3})$ Khi đó tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(\frac{2a+1}{3}; \frac{a-1}{\sqrt{3}}\right)$	0,25
	Với $A(a;0), B(1;0), C(a; \sqrt{3}a - \sqrt{3}) \Rightarrow \begin{cases} AB = a-1 \\ AC = \sqrt{3} a-1 \\ BC = 2 a-1 \end{cases}$ Chu vi tam giác ABC là $AB + AC + BC = (3 + \sqrt{3}) a-1 = 2p$. Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = p.r = \frac{1}{2}(AB + BC + CA).r = \frac{1}{2}AB.AC$	0,25
	Suy ra $r = \frac{AB.AC}{AB + BC + CA} \Leftrightarrow 2 = \frac{\sqrt{3}(a-1)^2}{(3 + \sqrt{3}) a-1 } \Leftrightarrow \frac{ a-1 }{\sqrt{3}+1} = 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 + 2\sqrt{3} \\ a = -1 - 2\sqrt{3} \end{cases}$	0,25
	- Với $a = 3 + 2\sqrt{3} \Rightarrow G\left(\frac{7 + 4\sqrt{3}}{3}; \frac{6 + 2\sqrt{3}}{3}\right)$. - Với $a = -1 - 2\sqrt{3} \Rightarrow G\left(\frac{-1 - 4\sqrt{3}}{3}; \frac{-6 - 2\sqrt{3}}{3}\right)$. Vậy có hai điểm G thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0,25
8.b (1,0 điểm)	Xét hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-2} \\ \frac{1}{x} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$ Hệ đã cho có nghiệm duy nhất nên hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại $A(1; 1; 1)$. Gọi $B \in d_1 \Rightarrow B(1+t; 1+2t; 1+2t); C \in d_2 \Rightarrow C(t'; -1+2t'; 3-2t')$ Ta có $\overline{AB} = (t; 2t; 2t); \overline{AC} = (t'-1; 2t'-2; 2-2t')$ ΔABC cân tại A nên $AB = AC \Leftrightarrow AB^2 = AC^2 \Leftrightarrow 9t^2 = 9t'^2 - 18t't + 9 \Leftrightarrow t^2 = (t'-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} t'=1-t \\ t'=t+1 \end{cases}$	0,25
	TH1: $t' = 1 - t$. Khi đó $B(1+t; 1+2t; 1+2t); C(1-t; 1-2t; 1+2t) \Rightarrow \overline{BC} = (-2t; -4t; 0) \Rightarrow BC = 2\sqrt{5} t$ Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow H(1; 1; 2t) \Rightarrow \overline{AH} = (0; 0; 2t) \Rightarrow AH = 2 t$ Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AH.BC = 2\sqrt{5} \Rightarrow AH.BC = 4\sqrt{5} \Leftrightarrow 4\sqrt{5}t^2 = 4\sqrt{5}$ $\Rightarrow t = \pm 1$ Với $t=1 \Rightarrow t'=0 \Rightarrow B(2; 3; 3), C(0; -1; 3)$ Với $t=-1 \Rightarrow t'=2 \Rightarrow B(0; -1; -1), C(2; 3; -1)$	0,25
	TH2: $t' = t + 1$. Khi đó $B(1+t; 1+2t; 1+2t); C(t+1; 2t+1; 1-2t) \Rightarrow \overline{BC} = (0; 0; -4t) \Rightarrow BC = 4 t$ Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow H(1+t; 1+2t; 1) \Rightarrow \overline{AH} = (t; 2t; 0) \Rightarrow AH = \sqrt{5} t$ Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AH.BC = 2\sqrt{5} \Rightarrow AH.BC = 4\sqrt{5} \Leftrightarrow 4\sqrt{5}t^2 = 4\sqrt{5} \Rightarrow t = \pm 1$	0,25

	Với $t = 1 \Rightarrow t' = 2 \Rightarrow B(2; 3; 3), C(2; 3; -1)$ Với $t = -1 \Rightarrow t' = 2 \Rightarrow B(0; -1; -1), C(0; -1; 3)$ Vậy có 4 cặp điểm B, C thỏa mãn yêu cầu bài toán.	
9.b (1,0 điểm)	Giải phương trình $(\sqrt{3} + 1)^{\log_2 x} + x(\sqrt{3} - 1)^{\log_2 x} = 1 + x^2, \quad (1).$ Điều kiện: $x > 0$. Đặt $\log_2 x = t \Rightarrow x = 2^t$. Khi đó, $(1) \Leftrightarrow (\sqrt{3} + 1)^t + 2^t (\sqrt{3} - 1)^t = 1 + 4^t \Leftrightarrow (\sqrt{3} + 1)^t + (2\sqrt{3} - 2)^t = 1 + 4^t, \quad (2)$	0,25
	Ta nhận thấy $(\sqrt{3} + 1)(2\sqrt{3} - 2) = 2(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) = 4$ Do đó, đặt $(\sqrt{3} + 1)^t = a; (2\sqrt{3} - 2)^t = b \Rightarrow ab = 4^t$.	0,25
	$(2) \Leftrightarrow a + b = 1 + ab \Leftrightarrow a - 1 + b - ab = 0 \Leftrightarrow (a - 1)(1 - b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow t = 0 \\ b = 1 \Rightarrow t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 0.$	0,25
	Từ đó ta được $t = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 1$.	0,25

09. ĐỀ THI THỬ SỐ 9

Thời gian làm bài: 180 phút

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{x-1}$, có đồ thị là (C_m) với m là tham số.

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số đã cho với $m = 3$.

b) Cho hai điểm $A(-3;4), B(3;-2)$. Tìm m để trên đồ thị (C_m) tồn tại hai điểm P, Q cùng cách đều các điểm A, B đồng thời tứ giác $APBQ$ có diện tích bằng 24.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $16\cos^4\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 4\sqrt{3}\cos 2x + 5 = 0$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải phương trình $5\sqrt{(x+1)^3} = 21\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2-x-20}(\sqrt{5x+9}+5)$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2 + \sin^2 x - 3\cos^2 x - 2\sin x}{x + 2\cos x} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Biết $AB = BC = a$; $AD = 2a$; ΔSAC cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, SB tạo với mặt phẳng (SAC) góc 60° . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua O và song song với SC , (P) cắt SA ở M . Tính thể tích khối chóp $MBCD$ và khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SCD) theo a .

Câu 6 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + 2y^2 = x^2y + 2xy \\ 2\sqrt{x^2 - 2y - 1} + \sqrt[3]{y^3 - 14} = x - 2 \end{cases}; (x, y \in \mathbb{R}).$$

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại đỉnh C biết phương trình đường thẳng AB là $x + y - 2 = 0$, trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{14}{3}; \frac{5}{3}\right)$ và diện tích của tam giác ABC bằng $\frac{65}{2}$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 1 \end{cases}$;

$d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với d_1 và d_2 , sao cho khoảng cách từ d_1 đến (P) gấp hai lần khoảng cách từ d_2 đến (P) .

Câu 9.a (1,0 điểm). Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 7 = 0$.

Tính $(z_1 + \sqrt{3} - 2)^{10} + (z_2 + \sqrt{3} - 2)^{10}$.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho 2 điểm $A(1;-2); B(-3;1)$ và hai đường tròn $(C_1): (x+2)^2 + (y+1)^2 = 9$; $(C_2): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$. Hãy tìm điểm C thuộc đường tròn (C_1) , điểm D thuộc đường tròn (C_2) để $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi A, B, C lần lượt giao điểm của mặt phẳng $(P): 6x + 2y + 3z - 6 = 0$ với Ox, Oy, Oz . Lập phương trình đường thẳng d đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P) .

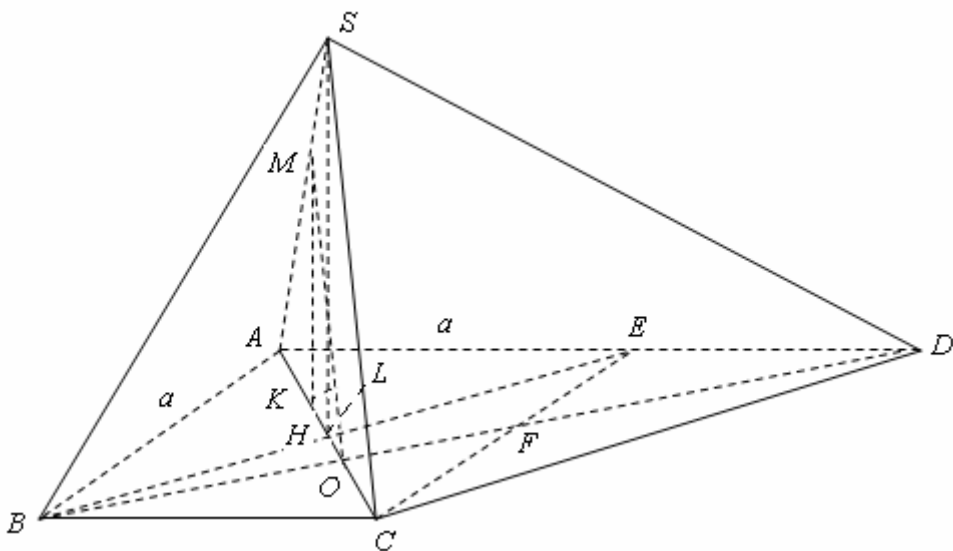
Câu 9.b (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^{\log_3 y} + 2y^{\log_3 x} = 27 \\ \log_3 y - \log_3 x = 1 \end{cases}$$

LỜI GIẢI ĐỀ 9:

Câu	Đáp án	Điểm																		
1 (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm) Với $m = 3$ hàm số có dạng $y = \frac{3x + 2}{x - 1}$. • Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. • Đạo hàm: $y' = \frac{-5}{(x - 1)^2} < 0, \forall x \in D \Rightarrow$ hàm số luôn nghịch biến trên miền xác định và không có cực trị. Các giới hạn, tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x + 2}{x - 1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x + 2}{x - 1} = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường $x = 1$ là tiệm cận đứng. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2}{x - 1} = 3 \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường $y = 3$ là tiệm cận ngang. • Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td></td><td>-</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>3</td><td></td><td>$+\infty$</td><td></td><td>3</td></tr></table> Đồ thị hàm số có dạng như hình vẽ: Nhận xét: + Đồ thị nhận điểm $I(1; 3)$ làm tâm đối xứng. + Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại điểm $(-\frac{2}{3}; 0)$ và cắt trục Oy tại điểm $(0; -2)$.	x	$-\infty$		1		$+\infty$	y'		-		-		y	3		$+\infty$		3	0,25 0,25 0,25 0,25
x	$-\infty$		1		$+\infty$															
y'		-		-																
y	3		$+\infty$		3															
	b) (1,0 điểm)																			

	Ta có $\overline{AB} = (6; -6) \Rightarrow AB = 6\sqrt{2}$. P, Q cách đều A, B nên P, Q thuộc đường trung trực của AB. Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(0; 1)$, đường thẳng PQ đi qua I và nhận $\frac{1}{6}\overline{AB} = (1; -1)$ làm véc tơ pháp tuyến nên có phương trình $(PQ): x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = x + 1$.	0,25
	Theo bài, $S_{APBQ} = \frac{1}{2}AB.PQ = 24 \Leftrightarrow PQ = \frac{2S}{AB} = \frac{48}{6\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$. Bài toán trở thành tìm m để đường thẳng $d: y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số (C_m) tại hai điểm phân biệt P, Q sao cho $PQ = 4\sqrt{2}$.	0,25
	Phương trình hoành độ giao điểm: $y = \frac{mx+2}{x-1} = x+1 \Leftrightarrow g(x) = x^2 - mx - 3 = 0, (1)$ d cắt (C_m) tại hai điểm phân biệt khi (1) có hai nghiệm phân biệt và khác 1. Tức là $\begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 12 > 0 \\ -m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq -2, (*)$	0,25
	Gọi $P(x_1; x_1 + 1), Q(x_2; x_2 + 1)$ là các giao điểm của d với (C_m), với x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt khác 1 của phương trình (1). Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$ Khi đó $PQ = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (x_1 + 1 - x_2 - 1)^2} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 16$ $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 16 \Leftrightarrow m^2 + 12 = 16 \Leftrightarrow m = \pm 2$. Kết hợp với điều kiện (*) ta được $m = 2$ là giá trị cần tìm.	0,25
	Cách khác: Đường thẳng PQ đi qua trung điểm $I(0; 1)$ của AB và vuông góc với AB. Do $(AB): x + y - 1 = 0 \Rightarrow (PQ): x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = x + 1$. Giả sử $P(a; a + 1), Q(b; b + 1)$ $S_{APBQ} = 24 \Leftrightarrow [d(P; AB) + d(Q; AB)].AB = 48 \Leftrightarrow a + b = 4$. mà $P \in (C_m) \Rightarrow a + 1 = \frac{ma + 2}{a - 1} \Leftrightarrow a^2 - ma - 3 = 0$ Tương tự, $Q \in (C_m) \Rightarrow b + 1 = \frac{mb + 2}{b - 1} \Leftrightarrow b^2 - mb - 3 = 0$ Do đó a, b thỏa mãn phương trình $x^2 - mx - 3 = 0$ Kết hợp (*) và định lí Vi-ét ta được $\begin{cases} a + b = 4 \\ a + b = m \\ ab = -3 \end{cases} \Rightarrow m = \pm 2$. Thay lại chỉ có $m = 2$ là thỏa mãn.	
2 (1,0 điểm)	Ta có $\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos x - \sin x$ nên phương trình đã cho tương đương với $4(\cos x - \sin x)^4 - 4\sqrt{3} \cos 2x + 5 = 0 \Leftrightarrow 4(1 - \sin 2x)^2 - 4\sqrt{3} \cos 2x + 5 = 0$ $\Leftrightarrow 4\sin^2 2x - 8\sin 2x - 4\sqrt{3} \cos 2x + 9 = 0 \Leftrightarrow (8\sin^2 2x - 8\sin 2x + 2) - 4\sin^2 2x - 4\sqrt{3} \cos 2x + 7 = 0$ $\Leftrightarrow 2(4\sin^2 2x - 4\sin 2x + 1) + 4(1 - \sin^2 2x) - 4\sqrt{3} \cos 2x + 3 = 0$ $\Leftrightarrow 2(2\sin 2x - 1)^2 + (2\cos 2x - \sqrt{3})^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sin 2x - 1 = 0 \\ 2\cos 2x - \sqrt{3} = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi ; & 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{\pi}{6} + \ell 2\pi ; & 2x = -\frac{\pi}{6} + \ell 2\pi \end{cases} \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{6} + m2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + m\pi$	0,25
		0,25
		0,25
		0,25

	Vậy phương trình đã cho có một họ nghiệm $x = \frac{\pi}{12} + m\pi, (m \in \mathbb{R})$. Cách khác: Đặt $t = x + \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow 2x = 2t - \frac{\pi}{2}$, phương trình trở thành $16\cos^4 t - 4\sqrt{3}\cos\left(2t - \frac{\pi}{2}\right) + 5 = 0$ $\Leftrightarrow 4(1 + \cos 2t)^2 - 4\sqrt{3}\sin 2t + 5 = 0 \Leftrightarrow 4\cos^2 2t + 8\cos 2t - 4\sqrt{3}\sin 2t + 9 = 0$ $\Leftrightarrow 2(4\cos^2 2t + 4\cos 2t + 1) + (4\sin^2 2t - 4\sqrt{3}\sin 2t + 3) = 0$ $\Leftrightarrow 2(2\cos 2t + 1)^2 + (2\sin 2t - \sqrt{3})^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos 2t + 1 = 0 \\ 2\sin 2t - \sqrt{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2t = -\frac{1}{2} \\ \sin 2t = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow 2t = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = t - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.	
3 (1,0 điểm)	Điều kiện: $x \geq 5$. Phương trình đã cho tương đương với $5(x+1)\sqrt{x+1} - 21\sqrt{x+1} = \sqrt{(x-5)(x+4)}(\sqrt{5x+9}+5)$	0,25
	$\Leftrightarrow \sqrt{x+1}[(5x+9) - 25] = \sqrt{(x-5)(x+4)}(\sqrt{5x+9}+5)$ $\Leftrightarrow \sqrt{x+1}(\sqrt{5x+9} - 5) = \sqrt{(x-5)(x+4)}; (\text{vì } \sqrt{5x+9}+5 > 0 \forall x \geq 5)$	0,25
	$\Leftrightarrow \sqrt{5x^2+14x+9} = 5\sqrt{x+1} + \sqrt{(x-5)(x+4)}$ $\Leftrightarrow 5x^2+14x+9 = x^2+24x+5+10\sqrt{(x+1)(x-5)(x+4)}$	0,25
	$\Leftrightarrow 5x^2+14x+9 = x^2+24x+5+10\sqrt{(x^2-4x-5)(x+4)}$ $\Leftrightarrow 2(x^2-4x-5)+3(x+4)-5\sqrt{(x^2-4x-5)(x+4)} = 0, (*)$	
	Đặt $\begin{cases} u = \sqrt{x^2-4x-5}; u \geq 0 \\ v = \sqrt{x+4}; v \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2 = x^2-4x-5 \\ v^2 = x+4 \end{cases}$ $(*) \Leftrightarrow 2u^2+3v^2-5uv=0 \Leftrightarrow \begin{cases} u=v \\ u=\frac{3}{2}v \end{cases}$ • Với $u=v \Leftrightarrow x^2-4x-5=x+4 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{61}}{2}$. • Với $u=\frac{3}{2}v \Leftrightarrow u^2=\frac{9}{4}v^2 \Leftrightarrow x^2-4x-5=\frac{9}{4}(x+4) \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ x=-\frac{7}{4} \end{cases}$ Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x=8; x=\frac{5+\sqrt{61}}{2}$.	0,25
4 (1,0 điểm)	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2+1-\cos^2 x-3\cos^2 x-2\sin x}{x+2\cos x} dx \Leftrightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-2\cos x)dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-2\sin x}{x+\cos x} dx$	0,25
	$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-2\cos x)dx = \left(\frac{1}{2}x^2 - 2\sin x\right)\Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{8} - 2$	0,25
	$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-2\sin x}{x+\cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(x+2\cos x)}{x+2\cos x} = \ln x+2\cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \ln \frac{\pi}{4}$	0,25
	Từ đó ta được $I = \frac{\pi^2}{8} - 2 + \ln \frac{\pi}{4}$	0,25

5 (1,0 điểm)		0,25
	Gọi H là trung điểm của AC, do đó $SH \perp AC$. Mà $(SAC) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$. Gọi E là trung điểm của AD, khi đó $ABCE$ là hình vuông $\Rightarrow BH = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Ta có $\begin{cases} BH \perp AC \\ BH \perp SH \end{cases} \Rightarrow BH \perp (SAC) \Rightarrow \widehat{(SB; (SAC))} = \widehat{(SB; SH)} = \widehat{BSH} = 60^\circ$ $\Rightarrow SH = BH \cdot \cot 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. Tứ giác $BCDE$ là hình bình hành, gọi F là giao điểm của hai đường chéo BD và CE, suy ra F là trung điểm của CE. Trong $\triangle BCE$ ta thấy O là giao của hai đường trung tuyến CH và BF nên O là trọng tâm của tam giác. Khi đó $OC = \frac{2}{3}CH = \frac{1}{3}AC \Rightarrow \frac{AO}{AC} = \frac{2}{3}$. Qua O dựng đường thẳng song song với SC, cắt SA tại điểm M. Khi đó, $\frac{AM}{AS} = \frac{AO}{AC} = \frac{2}{3}$. Hạ $MK \parallel SH \Rightarrow MK \perp (ABCD) \Rightarrow V_{MBCD} = \frac{1}{3}MK \cdot S_{ABCD}$ Ta có $\frac{MK}{SH} = \frac{AM}{SA} = \frac{2}{3} \Rightarrow MK = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{a\sqrt{6}}{9}$ $S_{\triangle BCD} = S_{ABCD} - S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}(2a + a) \cdot a - \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = \frac{a^2}{2}$ Từ đó ta được $V_{MBCD} = \frac{1}{3}MK \cdot S_{\triangle BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{9} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{54}$ (đvtt).	0,25
	Do $MO \parallel (SCD) \Rightarrow d_{(M; (SCD))} = d_{(O; (SCD))} = \frac{2}{3}d_{(H; (SCD))}$	0,25
	$\triangle ACD$ có trung tuyến $CE = \frac{1}{2}AD \Rightarrow AC \perp CD \Leftrightarrow CD \perp (SAC)$ Dựng $HL \perp SC \Rightarrow HL \perp (SCD) \Leftrightarrow HL = d_{(H; (SCD))}$ Ta có $\frac{1}{HL^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HC^2} = \frac{6}{a^2} + \frac{2}{a^2} \Leftrightarrow HL = \frac{a}{2\sqrt{2}} \Rightarrow d_{(M; (SCD))} = \frac{a}{3\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{6}$.	0,25
6 (1,0 điểm)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 + 2y^2 = x^2y + 2xy, & (1) \\ 2\sqrt{x^2 - 2y - 1} + \sqrt[3]{y^3 - 14} = x - 2, & (2) \end{cases}$ Điều kiện: $x^2 \geq 2y + 1$. Từ (1) ta được $(x^2 - 2y)(x - y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2y & (L) \\ x = y \end{cases}$	0,25

	Khi đó $(2) \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 - 2x - 1} + \sqrt[3]{x^3 - 14} = x - 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 - 2x - 1} + \sqrt[3]{x^3 - 14} - (x - 2) = 0$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 - 2x - 1} + \frac{x^3 - 14 - (x - 2)^3}{\sqrt[3]{(x^3 - 14)^2} + \sqrt[3]{(x^3 - 14)(x - 2)} + (x - 2)^2} = 0$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 - 2x - 1} + \frac{6x^2 - 12x - 6}{\sqrt[3]{(x^3 - 14)^2} + \sqrt[3]{(x^3 - 14)(x - 2)} + (x - 2)^2} = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 - 2x - 1} \left[1 + \frac{3\sqrt{x^2 - 2x - 1}}{\sqrt[3]{(x^3 - 14)^2} + \sqrt[3]{(x^3 - 14)(x - 2)} + (x - 2)^2} \right] = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 1} = 0$	0,25
	Từ đó ta được $x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow y = 1 + \sqrt{2} \\ x = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow y = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$ Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm $(x; y) = \{(1 + \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}), (1 - \sqrt{2}; 1 - \sqrt{2})\}$.	0,25
7.a (1,0 điểm)	Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow CH \perp AB \Rightarrow (CH): x - y - 3 = 0$ $H = CH \cap AB \Rightarrow H\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$	0,25
	Ta có $\overline{CG} = 2\overline{GH} \Rightarrow C(9; 6)$ Gọi $A(a; 2 - a), B(5 - a; a - 3) \Rightarrow \overline{AB} = (5 - 2a; 2a - 5)$ $\Rightarrow \overline{AB} = (5 - 2a; 2a - 5); \overline{CH} = \left(-\frac{13}{2}; -\frac{13}{2}\right)$	0,25
	$S_{\Delta ABC} = \frac{65}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{65}{2} \Leftrightarrow 8a^2 - 40a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \Rightarrow A(0; 2); B(5; -3) \\ a = 5 \Rightarrow A(5; -3); B(0; 2) \end{cases}$	0,25
	Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $x^2 + y^2 - \frac{137}{13}x - \frac{59}{13}y + \frac{66}{13} = 0$.	0,25
8.a (1,0 điểm)	d_1 đi qua điểm $A(1; 2; 1)$ và vtcp là $\overline{u_1} = (1; -1; 0)$ d_2 đi qua điểm $B(2; 1; -1)$ và vtcp là $\overline{u_2} = (1; -2; 2)$ Gọi $\overline{n_p}$ là véc tơ pháp tuyến của (P), vì (P) song song với d_1 và d_2 nên $\overline{n_p} = [\overline{u_1}; \overline{u_2}] = (-2; -2; -1)$ $\Rightarrow$ phương trình $(P): 2x + 2y + z + m = 0$	0,25
	Ta có $d(d_1; P) = d(A; P) = \frac{ 7 + m }{3}; d(d_2; P) = d(B; P) = \frac{ 5 + m }{3}$	0,25
	Theo bài $d(d_1; P) = 2d(d_2; P) \Leftrightarrow \frac{ 7 + m }{3} = 2 \frac{ 5 + m }{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 + m = 2(5 + m) \\ 7 + m = -2(5 + m) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = -\frac{17}{3} \end{cases}$	0,25
	Với $m = -3 \Rightarrow (P): 2x + 2x + z - 3 = 0$ Với $m = -\frac{17}{3} \Rightarrow (P): 2x + 2x + z - \frac{17}{3} = 0$	0,25
9.a (1,0 điểm)	Giải phương trình ta được $z_1 = 2 - \sqrt{3}i, z_2 = 2 + \sqrt{3}i$	0,25
	$(z_1 + \sqrt{3} - 2)^{10} + (z_2 + \sqrt{3} - 2)^{10} = (\sqrt{3}(1 - i))^{10} + (\sqrt{3}(1 + i))^{10}$	0,25
	$= 3^5 [(1 - i)^{10} + (1 + i)^{10}] = 3^5 [(-2i)^5 + (2i)^5]$	0,25
	$= 6^5 [i^5 - i^5] = 0$	0,25
7.b (1,0 điểm)	$ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{DC}$, ta có $\overline{AB} = (-4; 3)$ Giả sử $D(a; b) \Rightarrow$ tọa độ $C(a - 4; b + 3)$.	0,25

	Vì $C \in (C_1), D \in (C_2)$ nên ta có hệ $\begin{cases} (a-2)^2 + (b+4)^2 = 9 \\ (a-2)^2 + (b-1)^2 = 4 \end{cases}$	
	Trừ từng vế của 2 phương trình ta được : $10b + 10 = 0 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a = 0$	0,25
	Từ đó ta dễ dàng tìm được tọa độ $C(0; -1); D(-4; -2)$	0,25
8.b (1,0 điểm)	(P) được viết lại $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$ Do đó $(P) \cap Ox = A(1; 0; 0); (P) \cap Oy = B(0; 3; 0); (P) \cap Oz = C(0; 0; 2)$	0,25
	Gọi I tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC, theo cách xác định tâm thì I thuộc đường thẳng vuông góc với (OAB) tại trung điểm M của AB đồng thời thuộc mặt phẳng trung trực OC do đó $I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 1\right)$.	0,25
	Gọi J tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thì IJ vuông góc với (ABC), nên d chính là đường thẳng IJ. d là đường thẳng qua I nhận $\vec{n} = (6; 2; 3)$ pháp tuyến của (P) làm véc tơ chỉ phương.	0,25
	Vậy phương trình đường d là $\frac{x - \frac{1}{2}}{6} = \frac{y - \frac{3}{2}}{2} = \frac{z - 1}{3}$	0,25
9.b (1,0 điểm)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^{\log_3 y} + 2y^{\log_3 x} = 27, & (1) \\ \log_3 y - \log_3 x = 1, & (2) \end{cases}$	0,25
	Điều kiện: $\begin{cases} x > 0, x \neq 1 \\ y > 0, y \neq 1 \end{cases}$ Từ (2) ta có $\log_3 \frac{y}{x} = 1 \Leftrightarrow y = 3x$.	
	$(1) \Leftrightarrow x^{\log_3(3x)} + 2(3x)^{\log_3 x} = 27 \Leftrightarrow x^{1+\log_3 x} + 2 \cdot 3^{\log_3 x} \cdot x^{\log_3 x} = 27 \Leftrightarrow x^{1+\log_3 x} + 2x^{1+\log_3 x} = 27$ $\Leftrightarrow x^{1+\log_3 x} = 9, \quad (*)$	0,25
	Lấy logarit cơ số 3 cả hai vế ta được $(*) \Leftrightarrow \log_3(x^{1+\log_3 x}) = \log_3 9 \Leftrightarrow (1 + \log_3 x) \log_3 x = 2$ $\Leftrightarrow (\log_3 x)^2 + \log_3 x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{9} \end{cases}$	0,25
	• Với $x = 3 \Rightarrow y = 9$ • Với $x = \frac{1}{9} \Rightarrow y = \frac{1}{3}$ Các nghiệm này đều thỏa mãn điều kiện, vậy hệ đã cho có nghiệm $(3; 9), \left(\frac{1}{9}; \frac{1}{3}\right)$.	0,25

10. ĐỀ THI THỬ SỐ 10

Thời gian làm bài: 180 phút

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 + 3(m-1)$ có đồ thị là (C_m) .

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số với $m = 1$.

b) Chứng minh rằng với mọi $m \neq 0$ đồ thị (C_m) luôn có hai điểm cực trị A và B , khi đó tìm các giá trị của tham số m để $2AB^2 - (OA^2 + OB^2) = 20$ (trong đó O là gốc tọa độ).

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\left(2 - \frac{1}{\sin x}\right) \sin\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = 4 \sin x - 1 - \frac{1}{2 \sin x}$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải phương trình $\sqrt{1 + \frac{2}{x}} = -2x - 4 + \frac{3}{x} \quad (x \in \mathbb{R})$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_{-3}^{-2} \frac{x-1}{(x+1)^3} \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , cạnh huyền bằng $3a$, G là trọng tâm tam giác ABC , biết $SG \perp (ABC)$, $SB = \frac{a\sqrt{14}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) theo a .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x^3 + y^3 = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{x^2 + y^2}{(1-x)(1-y)}$.

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong và trung tuyến qua đỉnh B là $d_1: x + y - 2 = 0; d_2: 4x + 5y - 9 = 0$. Điểm $M\left(2; \frac{1}{2}\right)$ thuộc cạnh AB và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \frac{15}{6}$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C .

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa trục Oy và tiếp xúc với mặt cầu (S) .

Câu 9.a (1,0 điểm). Giải bất phương trình $(\sqrt{10} + 1)^{\log_3 x} - (\sqrt{10} - 1)^{\log_3 x} \geq \frac{2x}{3}$.

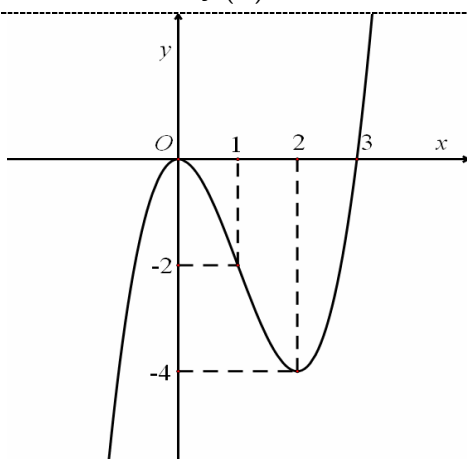
B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình đường thẳng $AB: 2x + y - 1 = 0$, phương trình đường thẳng $AC: 3x + 4y + 6 = 0$ và điểm $M(1; -3)$ nằm trên đường thẳng BC thỏa mãn $3MB = 2MC$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

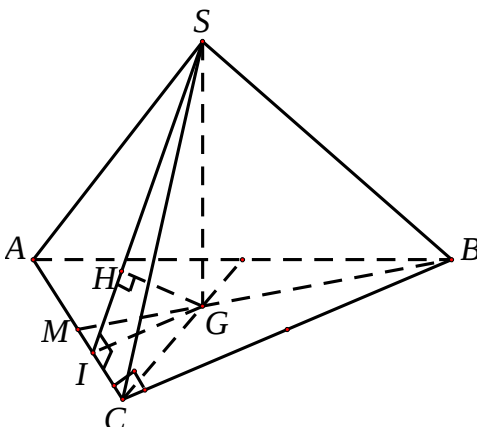
Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 2)$, $C(2; 2; 1)$. Tìm tọa độ điểm D trong không gian cách đều ba điểm A, B, C và cách mặt phẳng (ABC) một khoảng bằng $\sqrt{3}$.

Câu 9.b (1,0 điểm). Giải phương trình $\log_3(x-2) = \log_4(x^2 - 4x + 3)$.

LỜI GIẢI ĐỀ 10:

Câu	Ý	Đáp án	Điểm																			
1	a	(1,0 điểm)																				
		Với $m=1$, hàm số đã cho có dạng: $y=x^3-3x^2$ TXĐ: $\mathbb{R}$ Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3-3x^2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1-\frac{3}{x}\right) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3-3x^2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1-\frac{3}{x}\right) = +\infty$	0,25																			
		Sự biến thiên của hàm số. Ta có: $y'=3x^2-6x$; $y'=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$ BBT: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>-4</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'		+	0	-	0	+	y	$-\infty$		0		-4	$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																		
y'		+	0	-	0	+																
y	$-\infty$		0		-4	$+\infty$																
		Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$; giá trị cực đại của hàm số là $y(0)=0$ Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=2$; giá trị cực tiểu của hàm số là $y(2)=-4$.	0,25																			
		Đồ thị: Giao điểm với trục tung là điểm $(0;0)$. $y=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$ Nhận xét: Điểm $I(1;-2)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.		0,25																		
	b	(1,0 điểm)																				
		Ta có: $y'=3mx^2-6mx \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$. Do y' đổi dấu qua $x=0$ và $x=2$ nên hàm số luôn có hai điểm cực trị.	0,25																			
		Với $x=0 \Rightarrow y=3(m-1)$; $x=2 \Rightarrow y=-m-3$. Do vai trò của A, B như nhau nên ta có thể giả sử $A(0;3m-3), B(2;-m-3)$	0,25																			
		Ta có: $OA^2+OB^2-2AB^2=-20 \Leftrightarrow 9(m-1)^2+4+(m+3)^2-2(4+16m^2)=-20$	0,25																			
		$\Leftrightarrow 11m^2+6m-17=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-\frac{17}{11} \end{cases}$ Vậy $m=1; m=-\frac{17}{11}$ là các giá trị cần tìm.	0,25																			
2		(1,0 điểm)																				

	ĐK: $\sin x \neq 0$. PT tương đương với $(4\sin x - 2)\sin\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = 8\sin^2 x - 2\sin x - 1$	0,25
	$\Leftrightarrow 2(2\sin x - 1)\left(\frac{1}{2}\cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x\right) = (2\sin x - 1)(4\sin x + 1)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sin x - 1 = 0 \\ \cos 2x - \sqrt{3}\sin 2x = 4\sin x + 1 \end{cases}$	0,25
	+) $2\sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$	0,25
	+) $\cos 2x - \sqrt{3}\sin 2x = 4\sin x + 1 \Leftrightarrow 4\sin x + 2\sin^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x = 0$ $\Leftrightarrow \sin x + \sqrt{3}\cos x = -2 \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -1 \Leftrightarrow x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ Vậy phương trình có nghiệm: $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$	0,25
3	(1,0 điểm)	
	Đk: $1 + \frac{2}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x+2}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq -2 \end{cases}$ Khi đó phương trình đã cho tương đương với $x\sqrt{1 + \frac{2}{x}} = -2x^2 - 4x + 3$	0.25
	+) Với $x > 0$: Phương trình $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 2x} = -2(x^2 + 2x) + 3$ Đặt: $t = \sqrt{x^2 + 2x}$ ta có $2t^2 + t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{3}{2} \text{ (L)} \end{cases}$ $t = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 2x} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 - \sqrt{2} \text{ (L)} \\ x = -1 + \sqrt{2} \text{ (Tm)} \end{cases}$	0.25
	+) Với $x \leq -2$: Phương trình $\Leftrightarrow -\sqrt{x^2 + 2x} = -2(x^2 + 2x) + 3$ Đặt $t = \sqrt{x^2 + 2x}$ phương trình trở thành $2t^2 - t - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (L)} \\ t = \frac{3}{2} \end{cases}$	0.25
	$t = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 2x} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 4(x^2 + 2x) = 9 \Leftrightarrow 4x^2 + 8x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-4 - \sqrt{52}}{4} \\ x = \frac{-4 + \sqrt{52}}{4} \text{ (L)} \end{cases}$ Kết luận: Phương trình có nghiệm $x = \frac{-4 - \sqrt{52}}{4}; x = -1 + \sqrt{2}$.	0.25
4	(1,0 điểm)	
	$I = \int_{-3}^{-2} \frac{x-1}{(x+1)^3} \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) dx = \frac{1}{2} \int_{-3}^{-2} \left[\frac{x-1}{x+1} \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \right] \frac{2}{(x+1)^2} dx$ Đặt $t = \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow dt = \frac{2}{(x+1)^2} dx$ +) Với $x = -3 \Rightarrow t = 2; x = -2 \Rightarrow t = 3$	0.25

		+) Do đó: $I = \frac{1}{2} \int_2^3 t \ln t dt$ Đặt $\begin{cases} u = \ln t \Rightarrow u' = \frac{1}{t} \\ v' = t \Rightarrow v = \frac{t^2}{2} \end{cases} \Rightarrow I = \frac{t^2}{4} \ln t \Big _2^3 - \frac{1}{4} \int_2^3 t dt = \frac{t^2}{4} \ln t \Big _2^3 - \frac{t^2}{8} \Big _2^3$	0.5
		Vậy $I = \frac{9}{4} \ln 3 - \ln 2 - \frac{5}{8}$	0.25
5		(1,0 điểm)	
			
		Vì tam giác ABC vuông cân tại C, $AB = 3a \Rightarrow CA = CB = \frac{3a}{\sqrt{2}}$ Gọi M là trung điểm AC $\Rightarrow MC = \frac{3a}{2\sqrt{2}} \Rightarrow MB = \frac{3a\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$	0.25
		$\Rightarrow BG = \frac{2}{3} BM = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \Rightarrow SG = \sqrt{SB^2 - BG^2} = a \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SG.S_{\triangle ABC} = \frac{3a^3}{4}$ (đvtt)	0.25
		Kẻ $GI \perp AC (I \in AC) \Rightarrow AC \perp (SGI)$ Ta có $GI = \frac{1}{3} BC = \frac{a}{\sqrt{2}}$. Kẻ $GH \perp SI (H \in SI) \Rightarrow GH \perp (SAC) \Rightarrow d(G, (SAC)) = GH$	0.25
		Ta có $\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GS^2} + \frac{1}{GI^2} \Rightarrow GH = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow d(B, (SAC)) = 3d(G, (SAC)) = 3GH = a\sqrt{3}$	0.25
6		(1,0 điểm)	
		Đặt $S = x + y; P = xy$. Ta có $x^3 + y^3 = 1 \Leftrightarrow S^3 - 3PS = 1 \Rightarrow P = \frac{S^3 - 1}{3S} \Rightarrow S > 1$ Mặt khác $(x + y)^3 \leq 4(x^3 + y^3) = 4 \Rightarrow S \leq \sqrt[3]{4}$.	0.25
		Ta có $A = \frac{x^2 + y^2}{(1-x)(1-y)} = \frac{S^2 - 2P}{P + 1 - S} = \frac{S^3 + 2}{(S - 1)^3}$.	0.25
		Xét hàm số $f(S) = \frac{S^3 + 2}{(S - 1)^3}$ với $1 < S \leq \sqrt[3]{4}$. Hàm $f(S)$ liên tục và có đạo hàm Ta có $f'(S) = \frac{-3(S^2 + 2)}{(S - 1)^4} < 0$ nên hàm $f(S)$ nghịch biến trên $(1; \sqrt[3]{4}]$.	0.25

		Suy ra $f(S) \geq f\left(\sqrt[3]{4}\right) = \frac{6}{\left(\sqrt[3]{4}-1\right)^3}$.	
		Vậy GTNN của A bằng $\frac{6}{\left(\sqrt[3]{4}-1\right)^3}$, đạt được khi $x = y = \sqrt[3]{2}$.	0.25
7.a		(1,0 điểm)	
		+) Tìm được tọa độ $B(1;1)$. Gọi M' đối xứng với M qua d_1 , ta dễ có $M'\left(\frac{3}{2};0\right)$	0,25
		+) Viết được phương trình các cạnh $AB: x+2y-3=0; BC: 2x+y-3=0$ Suy ra góc giữa AB và $BC: \cos \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{5}$. Áp dụng định lí hàm sin ta được $AC = 2R \sin B = 2R \sin \alpha = 3 \Rightarrow AC^2 = 9$	0,25
		+) Giả sử $A\left(a; \frac{3-a}{2}\right), C(t; 3-2t) \Rightarrow N\left(\frac{a+t}{2}; \frac{9-a-4t}{4}\right)$ là trung điểm AC . Giải hệ $\begin{cases} N \in d_2 \\ AC = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5; t = 2 \\ a = -3; t = 0 \end{cases}$	0,25
		+) Loại đk A, C khác phía với d và d_2 ta được cặp điểm thỏa mãn là $A(5;-1), C(2;-1)$ Vậy tọa độ các đỉnh của tam giác ABC là $A(5;-1), B(1;1), C(2;-1)$.	0,25
8.a		(1,0 điểm)	
		Mặt phẳng (α) có vtpt là $\vec{n} = (a;b;c)$ trong đó $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$. Do (α) chứa trục Oy nên (α) đi qua điểm O suy ra $(\alpha): ax + by + cz = 0$.	0.25
		(α) chứa Oy nên $\vec{n} = (a;b;c)$ vuông góc với $\vec{j}(0;1;0)$ suy ra $b = 0$	0.25
		Mặt cầu có tâm $I(2; 0; 1)$, bán kính $R = 2$ và (α) tiếp xúc với mặt cầu suy ra khoảng cách từ I đến (α) bằng bán kính vậy ta có $\frac{ 2a+c }{\sqrt{a^2+c^2}} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = \frac{4}{3}a \end{cases}$	0.25
		+) Với $c = 0$ chọn $a = 1$ ta có $(\alpha): x = 0$ +) Với $c = \frac{4}{3}a$ chọn $a = 3; c = 4$ ta có $(\alpha): 3x + 4z = 0$.	0.25
9.a		(1,0 điểm)	
		ĐK: $x > 0$ (*) Bất PT $\Leftrightarrow \left(\sqrt{10}+1\right)^{\log_3 x} - \left(\sqrt{10}-1\right)^{\log_3 x} \geq \frac{2}{3} \cdot 3^{\log_3 x} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{10}+1}{3}\right)^{\log_3 x} - \left(\frac{\sqrt{10}-1}{3}\right)^{\log_3 x} \geq \frac{2}{3}$	0.25
		Đặt $t = \left(\frac{\sqrt{10}+1}{3}\right)^{\log_3 x} (t > 0)$, BPT trở thành $t - \frac{1}{t} \geq \frac{2}{3}$	0.25
		Giải ra ta được $t \geq \frac{\sqrt{10}+1}{3}$.	0.25
		Từ đó ta được tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = [3; +\infty)$.	0.25
7.b		(1,0 điểm)	
		Vì B thuộc đường thẳng (AB) nên $B(a; 1-2a)$, Tương tự: $C(-2-4b; 3b)$	0.25

	Ta có: $\overrightarrow{MB} = (a-1; 4-2a)$, $\overrightarrow{MC} = (-3-4b; 3b+3)$ Ta có $(AB) \cap (AC) = \{A\} \Rightarrow A(2; -3)$. Vì B, M, C thẳng hàng, $3MB = 2MC$ nên ta có: $3\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MC}$ hoặc $3\overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MC}$	0.25
	TH1: $3\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(a-1) = 2(-3-4b) \\ 3(4-2a) = 2(3b+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{11}{5} \\ b = \frac{-6}{5} \end{cases}$ $\Rightarrow B\left(\frac{11}{5}; -\frac{17}{5}\right), C\left(\frac{14}{5}; -\frac{18}{5}\right) \Rightarrow G\left(\frac{7}{3}; -\frac{10}{3}\right)$	0.25
	TH2: $3\overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(a-1) = -2(-3-4b) \\ 3(4-2a) = -2(3b+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow B(3; -5), C(-2; 0) \Rightarrow G\left(1; -\frac{8}{3}\right)$ Vậy có hai điểm $G\left(\frac{7}{3}; -\frac{10}{3}\right)$ và $G\left(1; -\frac{8}{3}\right)$ thỏa mãn đề bài.	0.25
8.b	(1,0 điểm)	
	Giả sử $D(a, b, c)$. +) Gọi $\vec{n}$ là vptp của (ABC). $\vec{n} \perp \overrightarrow{AB}$ và $\vec{n} \perp \overrightarrow{AC}$ nên chọn $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-3; 3; -3) = -3(1; -1; 1)$ $\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (ABC): $x - y + z - 1 = 0$	0.5
	+) Theo giả thiết ta có hệ phương trình: $\begin{cases} (a-1)^2 + b^2 + c^2 = a^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 \\ (a-1)^2 + b^2 + c^2 = (a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-1)^2 \\ \frac{ a-b+c-1 }{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+b+2c=2 \\ a+2b+c=4 \\ a-b+c-1 =3 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a=c \\ b=2-c \\ a-b+c-1 =3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=0 \\ c=2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a=0 \\ b=2 \\ c=0 \end{cases}$ Vậy có hai điểm thỏa mãn yêu cầu của đề $D(2; 0; 2)$ và $D(0; 2; 0)$.	0.25
9.b	(1,0 điểm)	
	ĐK: $x > 3$. Đặt $\log_3(x-2) = t > 0 \Leftrightarrow x = 3^t + 2$ ta có phương trình $t = \log_4 \left[(3^t)^2 - 1 \right] \Leftrightarrow 4^t = 9^t - 1 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^t + \left(\frac{1}{9}\right)^t = 1 \quad (1)$	0.25
	Hàm số $f(t) = \left(\frac{4}{9}\right)^t + \left(\frac{1}{9}\right)^t$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên phương trình (1) có tối đa 1 nghiệm. Mặt khác $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$ là nghiệm duy nhất của phương trình (1)	0.25

	Với $t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 2 + \sqrt{3}$	0.25
	Kết hợp với điều kiện ta có nghiệm phương trình đã cho là $x = 2 + \sqrt{3}$.	0.25

CHÚC CÁC EM HỌC TẬP TỐT!