

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1: (1,5đ) Tính các giới hạn sau:

a) $(0,75đ)$ $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 7}{2n^3 + 4n + 9}$

b) $(0,75đ)$ $B = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^2 - 4}$

Câu 2: (1đ) Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^3 - 1}, & \text{khi } x > 1 \\ \frac{1}{2x^2 + 10}, & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{12}, & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Xét tính liên tục của hàm số tại điểm $x_0 = 1$.

Câu 3: (1,5 đ)

a) $(0,75đ)$ Tính đạo hàm của hàm số: $y = \frac{\sin 2x}{x^4 + 1}$.

b) $(0,75đ)$ Cho hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 + (6m+22)x - 5$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình: $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 4: (1,5đ)

a) $(0,75đ)$ Chứng minh rằng phương trình: $x^7 - 5x^2 - 2 = 0$ có nghiệm.

b) $(0,75đ)$ Cho hàm số: $y = x^3 - 5x^2 + 4$ có đồ thị (C). Lập phương trình tiếp tuyến d với đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục Oy.

Câu 5: (1đ) Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B. Biết rằng $AB = 3a$; $AA' = a\sqrt{6}$

a) $(0,5đ)$ Chứng minh: $(ABB'A') \perp (BCC'B')$.

b) $(0,5đ)$ Tính góc giữa đường thẳng A'C và mặt phẳng (ABC).

Câu 6: (3đ) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông, cạnh $2a$. H là trung điểm AB và $SH = a\sqrt{15}$. Biết rằng **hai mặt phẳng** (SCH) và (SHD) **cùng vuông góc với mặt phẳng** (ABCD).

a) $(1đ)$ Chứng minh: $SH \perp (ABCD)$ và $AD \perp (SAB)$.

b) $(1đ)$ Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABCD).

c) $(0,5đ)$ Tính góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng (ABCD).

d) $(0,5đ)$ Gọi I là trung điểm cạnh SD. Tính khoảng cách giữa IC và AD.

Câu 7: (0,5đ) Tính giới hạn của dãy số (u_n) biết:

$$u_n = \frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}}.$$

HẾT

SỞ GD&ĐT TP HỒ CHÍ MINH

TRƯỜNG THPT AN DƯƠNG VƯƠNG

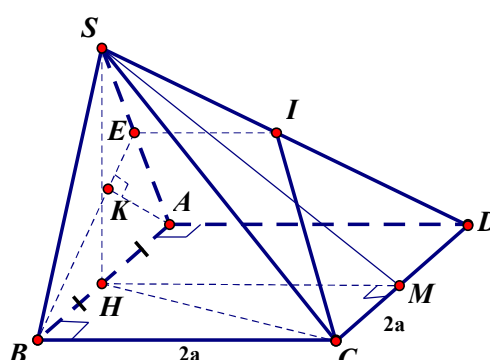
ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
MÔN TOÁN KHỐI 11 (NH: 2019 – 2020)

Câu	Ý	Đáp Án	Điểm
1 (1,5đ)		<i>Tính các giới hạn sau:</i>	
	a) (0,75 đ)	$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 7}{2n^3 + 4n + 9}$	
		$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(3 - \frac{7}{n^3} \right)}{n^3 \left(2 + \frac{4}{n^2} + \frac{9}{n^3} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{7}{n^3}}{2 + \frac{4}{n^2} + \frac{9}{n^3}}$	0,25*2
		$= \frac{3 - 0}{2 + 0 + 0} = \frac{3}{2}.$	0,25
	b) (0,75 đ)	$B = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^2 - 4}$	
		$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x-8}{(x-2)(x+2)(\sqrt{4x+1}+3)}$	0,25*2
		$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{(x+2)(\sqrt{4x+1}+3)} = \frac{1}{6}$	0,25
2 (1đ)		Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^3-1}, & \text{khi } x > 1 \\ \frac{1}{2x^2+10}, & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{12}, & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Xét tính liên tục của hàm số tại điểm $x_0 = 1$.	
		* $f(1) = \frac{1}{12}$; * $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{1}{2x^2+10} \right) = \frac{1}{12}$.	0,25
		* $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(x^2+x+1)(\sqrt{x+3}+2)}$	0,25

		$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(x^2 + x + 1)(\sqrt{x + 3} + 2)} = \frac{1}{12}.$	0,25
		Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = \frac{1}{12}$ nên hàm số f(x) liên tục tại điểm $x_0 = 1$.	0,25
3 (1,5 đ)			
	a) (0,75 đ)	Tính đạo hàm của hàm số: $y = \frac{\sin 2x}{x^4 + 1}.$	
		Ta có: $y' = \frac{(\sin 2x)' \cdot (x^4 + 1) - (\sin 2x) \cdot (x^4 + 1)'}{(x^4 + 1)^2}$	0,25
		$= \frac{2(x^4 + 1)\cos 2x - 4x^3 \cdot \sin 2x}{(x^4 + 1)^2}$	0,25*2
	b) (0,75đ)	Cho hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 + (6m+22)x - 5$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình: $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.	
		$y' = x^2 + 2(m+1)x + 6m + 22.$	0,25
		Phương trình: $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \text{ (Hien nhien)} \\ m^2 - 4m - 21 > 0 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m > 7 \end{cases}.$ Vậy $\begin{cases} m < -3 \\ m > 7 \end{cases}$ thì thỏa yêu cầu bài toán.	0,25
4 (1,5đ)			
	a) (0,75 đ)	Chứng minh rằng phương trình: $x^7 - 5x^2 - 2 = 0$ có nghiệm.	
		Đặt $f(x) = x^7 - 5x^2 - 2$. Vì f(x) là hàm đa thức nên f(x) liên tục trên $\mathbb{R}$ $\Rightarrow f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$ (1)	0,25
		Ta có: $\begin{cases} f(0) = -2 \\ f(2) = 106 \end{cases} \Rightarrow f(0).f(2) = -212 < 0$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2), suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm trong khoảng (0;2). Vậy phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.	0,25
	b) (0,75đ)	Cho hàm số: $y = x^3 - 5x^2 + 4$ có đồ thị (C). Lập phương trình tiếp tuyến d với đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục Oy.	
		Gọi tiếp điểm là $M(x_0, y_0)$.	0,25

		Vì $M \in Oy$ nên $x_0 = 0$. Ta có: $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 4$	
		$y' = 3x^2 - 10x \Rightarrow y'(x_0) = y'(0) = 0$.	0,25
		Vậy tiếp tuyến d tại điểm $M(0;4)$ có phương trình: $y - 4 = 0.(x - 0) \Leftrightarrow y = 4$.	0,25
5 (1 đ)		Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B . Biết rằng $AB = 3a$; $AA' = a\sqrt{6}$	
	a) 0,5 đ	Chứng minh: $(ABB'A') \perp (BCC'B')$.	
	Hình vẽ		
		Ta có: $\left. \begin{array}{l} BC \perp AB \text{ (Do } \triangle ABC \text{ vuông tại } B) \\ BC \perp AA' \text{ (Do } AA' \perp (ABC) \Rightarrow BC) \\ AB, AA' \subset (ABB'A') \\ AB \cap AA' = A \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (ABB'A').$	0,25
		Vì: $\left. \begin{array}{l} BC \perp (ABB'A') \\ BC \subset (BCC'B') \end{array} \right\} \Rightarrow (ABB'A') \perp (BCC'B').$	0,25
	b) 0,5 đ	Tính góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) .	
		Ta có: $A'C \cap (ABC) = C$ và $A'A \perp (ABC)$ tại A $\Rightarrow CA$ là hình chiếu vuông góc của $A'C$ lên mặt phẳng (ABC) . $\Rightarrow \widehat{A'C; (ABC)} = \widehat{A'C; CA} = \widehat{A'CA}$.	0,25
		$+ AC = 3a\sqrt{2}$. Xét tam giác $A'CA$ vuông tại A ta có: $+ \tan \widehat{A'CA} = \frac{A'A}{AC} = \frac{a\sqrt{6}}{3a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{A'CA} = 30^\circ$. Vậy: $\widehat{A'C; (ABC)} = 30^\circ$.	0,25
6 (3 đ)		Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh $2a$. H là trung điểm AB và $SH = a\sqrt{15}$. Biết rằng hai mặt phẳng (SCH) và	

		<i>(SHD) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD).</i>	
a) 1 đ		<i>Chứng minh: $SH \perp (ABCD)$ và $AD \perp (SAB)$.</i>	
Hình vẽ			
	$\left. \begin{array}{l} (SCH) \perp (ABCD) \\ \text{Ta có: } (SHD) \perp (ABCD) \\ (SCH) \cap (SHD) = SH \end{array} \right\}$		0,25
	$\Rightarrow SH \perp (ABCD).$		0,25
	$\left. \begin{array}{l} AD \perp AB \text{ (gt)} \\ AD \perp SH \text{ (Do } SH \perp (ABCD) \supset AD) \\ \text{Ta có: } AB, SH \subset (SAB) \\ AB \cap SH = H \end{array} \right\}$		0,25
	$\Rightarrow AD \perp (SAB).$		0,25
b) 1 đ		<i>Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABCD).</i>	
	Ta có: $SC \cap (ABCD) = C$ và $SH \perp (ABCD)$ tại H $\Rightarrow CH$ là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng (ABCD). $\Rightarrow \left[SC; (ABCD) \right] = \left(SC; CH \right) = \widehat{SCH}.$		0,25
	$+ HC = \sqrt{HB^2 + BC^2} = a\sqrt{5}.$		0,25
	Xét tam giác SCH vuông tại H ta có: $\tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{CH} = \frac{a\sqrt{15}}{a\sqrt{5}} = \sqrt{3}.$		0,25
	$\Rightarrow \widehat{SCH} = 60^\circ.$ Vậy: $\left[SC; (ABCD) \right] = 60^\circ.$		0,25
c) 0,5 đ		<i>Tính góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng (ABCD).</i>	
	Gọi M là trung điểm CD. Ta có:		

	$\left. \begin{array}{l} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ \text{Trong } (ABCD) \text{ có } HM \perp CD \text{ tại } M \text{ (Do } BCMH \text{ là hcn)} \\ \text{Trong } (SCD) \text{ có } SM \perp CD \text{ tại } M \text{ (Do } CD \perp SH, CD \perp MH) \end{array} \right\}$	
	$\Rightarrow [(SCD); (ABCD)] = (\overline{SM}; \overline{MH}) = \widehat{SMH}.$	0,25
	Xét tam giác SMH vuông tại H ta có: $+ \tan \widehat{SMH} = \frac{SH}{MH} = \frac{a\sqrt{15}}{2a} = \frac{\sqrt{15}}{2}.$ $\Rightarrow \widehat{SMH} \approx 62^{\circ}41'.$ Vậy: $[(SCD); (ABCD)] \approx 62^{\circ}41'.$	0,25
d) 0,5 đ	Gọi I là trung điểm cạnh SD. Tính khoảng cách giữa IC và AD. 	
	$\left. \begin{array}{l} AD // BC \\ \text{Ta có: } AD \not\subset (IBC) \\ BC \subset (IBC) \end{array} \right\} \Rightarrow AD // (IBC)$ $\Rightarrow d(AD; IC) = d(AD; (IBC)) = d(A; (IBC)).$ Gọi E là trung điểm SA. Ta có: $IE // BC$ (Cùng // với AD) $\Rightarrow IE \subset (IBC)$ Kẻ $AK \perp BE$ tại K. $\left. \begin{array}{l} AK \perp BE \\ \text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} AK \perp BC \text{ (Do } BC // AD \Rightarrow BC \perp (SAB) \supset AK) \\ BE; BC \subset (IBC) \\ BE \cap BC = B \end{array} \right\} \\ \Rightarrow AK \perp (IBC) \text{ tại K} \end{array} \right\} \Rightarrow d(A; (IBC)) = AK.$	0,25
	$+ SA = \sqrt{SH^2 + HA^2} = 4a.$ Xét tam giác SHA vuông tại H, ta có: $\sin \widehat{SAH} = \frac{SH}{SA} = \frac{\sqrt{15}}{4}; \cos \widehat{SAH} = \frac{1}{4}.$ Xét tam giác ABE, ta có: $+ S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AB \cdot AE \cdot \sin \widehat{EAB} = \frac{1}{2} 2a \cdot 2a \cdot \sin \widehat{SAH} = \frac{a^2 \sqrt{15}}{2}.$	

		$+ BE^2 = AB^2 + AE^2 - 2ABAE \cdot \cos \widehat{EAB} = 4a^2 + 4a^2 - 2.2a.2a \cdot \cos \widehat{SAH} = 6a^2.$ $\Rightarrow BE = a\sqrt{6}.$ Mặt khác: $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AK \cdot BE \Rightarrow AK = \frac{2S_{\triangle ABE}}{BE} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$ Vậy: $d(AD; IC) = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$	0,25
7 (0,5đ)		Tính giới hạn của dãy số (u_n) biết: $u_n = \frac{1}{2\sqrt{1}+1.\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2.\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n.\sqrt{n+1}}.$	
		Ta có: $\frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n.\sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n+1}\sqrt{n}(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})} = \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}\sqrt{n}}$ $= \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n+1}\sqrt{n}} - \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$ Tức là: $\left. \begin{aligned} &\bullet \frac{1}{2\sqrt{1}+1.\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &\bullet \frac{1}{3\sqrt{2}+2.\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \\ &\dots\dots\dots \\ &\bullet \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n.\sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \end{aligned} \right\}$ Suy ra: $u_n = \left(\frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \dots + \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}\right) = 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$	0,25
		Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}} = 0$ Vậy: $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}\right) = 1 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}} = 1.$	0,25