

CHUYÊN ĐỀ 11	HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN
-----------------	---

MỤC LỤC

PHẦN A. CÂU HỎI	1
Dạng 1. Tìm tập xác định.....	1
Dạng 1.1 Không chứa tham số	1
Dạng 1.2 Chứa tham số	2
Dạng 2. Tìm đạo hàm	4
Dạng 3. Khảo sát hàm số mũ, logarit.....	7
Dạng 4. Bài toán thực tế (lãi suất, tăng trưởng...)	16
Dạng 5. Bài toán cực trị	21
Dạng 6. Một số bài toán khác	24
PHẦN B. ĐÁP ÁN THAM KHẢO	25
Dạng 1. Tìm tập xác định.....	25
Dạng 1.1 Không chứa tham số	25
Dạng 2. Chứa tham số	26
Dạng 2. Tìm đạo hàm	29
Dạng 3. Khảo sát hàm số mũ, logarit.....	32
Dạng 4. Bài toán thực tế (lãi suất, tăng trưởng...)	41
Dạng 5. Bài toán cực trị	53
Dạng 6. Một số bài toán khác	63

PHẦN A. CÂU HỎI

Dạng 1. Tìm tập xác định

Dạng 1.1 Không chứa tham số

Câu 1. (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_5 \frac{x-3}{x+2}$.

A. $D = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$

B. $D = (-2; 3)$

C. $D = (-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Câu 2. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2 (x^2 - 2x - 3)$

A. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$

B. $D = [-1; 3]$

C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

D. $D = (-1; 3)$

Câu 3. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3 (x^2 - 4x + 3)$.

A. $D = (1; 3)$

B. $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$

C. $D = (-\infty; 2 - \sqrt{2}) \cup (2 + \sqrt{2}; +\infty)$

D. $D = (2 - \sqrt{2}; 1) \cup (3; 2 + \sqrt{2})$

Câu 4. (GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{2018}(3x - x^2)$.

A. $D = \mathbb{R}$

B. $D = (0; +\infty)$

C. $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$

D. $D = (0; 3)$

Câu 5. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC LẦN 02 NĂM 2018-2019) Tập xác định của $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là

A. $[2; 3]$

B. $(2; 3)$

C. $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$

D. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

Câu 6. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{6-x}$.

A. $(-\infty; 6)$

B. $\mathbb{R}$

C. $(0; +\infty)$

D. $(6; +\infty)$

Câu 7. (THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 1) Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$ là

A. $D = (-1; 1)$

B. $D = (-1; 3)$

C. $D = (-3; 1)$

D. $D = (0; 1)$

Câu 8. (SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC NĂM 2018 - 2019 LẦN 01) Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ là

A. $(-1; 3)$

B. $[-1; 3]$

C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$

Câu 9. (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tìm tập xác định của hàm số: $y = 2^{\sqrt{x}} + \log(3-x)$

A. $[0; +\infty)$

B. $(0; 3)$

C. $(-\infty; 3)$

D. $[0; 3)$

Câu 10. (CHUYÊN NGUYỄN TRÃI HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tập xác định của hàm số $y = [\ln(x-2)]^\pi$ là

A. $\mathbb{R}$

B. $(3; +\infty)$

C. $(0; +\infty)$

D. $(2; +\infty)$

Câu 11. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_{2019}(4-x^2) + (2x-3)^{-2019}$.

A. $D = \left[-2; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right]$

B. $D = \left(-2; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right)$

C. $D = \left(\frac{3}{2}; 2\right)$

D. $D = (-2; 2)$

Câu 12. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{(x-2)^0} + \log_2(9-x^2)$ là

A. $D = (2; 3)$

B. $D = (-3; 3) \setminus \{2\}$

C. $D = (3; +\infty)$

D. $D = (-3; 3)$

Dạng 1.2 Chứa tham số

Câu 13. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. $m \leq 2$ B. $m > 2$ C. $m \geq 0$ D. $m < 0$

Câu 14. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. $0 < m < 3$ B. $m < -1$ hoặc $m > 0$ C. $m > 0$ D. $m = 0$

Câu 15. Hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ xác định với mọi giá trị của x khi.

- A. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$ B. $m > 2$ C. $-2 < m < 2$ D. $m < 2$

Câu 16. (THPT CẨM GIÀNG 2 NĂM 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{m \log_3^2 x - 4 \log_3 x + m + 3}$ xác định trên khoảng $(0; +\infty)$

- A. $m \in (-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$ B. $m \in (1; +\infty)$ C. $m \in (-4; 1)$ D. $m \in (1; +\infty)$

Câu 17. (ĐỀ 15 LOVE BOOK NĂM 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \ln(-x^2 + mx + 2m + 1)$ xác định với mọi $x \in (1; 2)$.

- A. $m \geq -\frac{1}{3}$ B. $m \geq \frac{3}{4}$ C. $m > \frac{3}{4}$ D. $m < -\frac{1}{3}$

Câu 18. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN LẦN 3 NĂM 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 4x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. $m > -4$ B. $m < 0$ C. $m < -4$ D. $m < -3$

Câu 19. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 3) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

- A. 2019 B. 2017 C. 2018 D. 1009

Câu 20. (THPT NGHĨA HƯNG NĐ- GK2 - 2018 - 2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. $-2 \leq m \leq 2$ B. $m = 2$ C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$ D. $-2 < m < 2$

Câu 21. Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \log(mx - m + 2)$ xác định trên $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là

- A. 4 B. 5 C. Vô số D. 3

Câu 22. (KTNL GIA BÌNH NĂM 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \log_{2018}\left(2018^x - x - \frac{x^2}{2} - m\right)$ xác định với mọi giá trị x thuộc $[0; +\infty)$

- A. $m > 9$ B. $m < 1$ C. $0 < m < 1$ D. $m < 2$

Câu 23. Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì

- A. $m \geq \frac{1}{4}$ B. $m > 0$ C. $m < \frac{1}{4}$ D. $m > \frac{1}{4}$

Câu 24. (CHUYÊN BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 03) Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để

hàm số $y = \frac{3x+5}{\log_{2018}(x^2 - 2x + m^2 - 4m + 5)}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

- A. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. B. $(1; 3) \setminus \{2\}$. C. $(-\infty; 1]$. D. $[1; 3] \setminus \{2\}$.

Câu 25. (PEN I - THẦY LÊ ANH TUẤN - ĐỀ 3 - NĂM 2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số

m để hàm số $y = \log_{2018} \left(2017^x - x - \frac{x^2}{2} - m + 1 \right)$ xác định với mọi x thuộc $[0; +\infty)$?

- A. 1. B. 2. C. 2018. D. Vô số.

Câu 26. (SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC NĂM 2018 - 2019 LẦN 01) Có tất cả bao nhiêu giá

trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$ xác định trên khoảng $(2; 3)$?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Dạng 2. Tìm đạo hàm

Câu 27. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

- A. $y' = \frac{\ln 10}{x}$ B. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$ C. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$ D. $y' = \frac{1}{x}$

Câu 28. (Mã 103 - BGD - 2019) Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

- A. $2^{x^2-x} \cdot \ln 2$. B. $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$. C. $(x^2-x) \cdot 2^{x^2-x-1}$. D. $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x}$.

Câu 29. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Hàm số $y = 3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

- A. $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x}$. B. $(x^2-x) \cdot 3^{x^2-x-1}$. C. $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$. D. $3^{x^2-x} \cdot \ln 3$.

Câu 30. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$

- A. $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$ B. $y' = x \cdot 13^{x-1}$ C. $y' = 13^x \ln 13$ D. $y' = 13^x$

Câu 31. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$.

- A. $y' = \frac{2}{(2x+1) \ln 2}$ B. $y' = \frac{1}{(2x+1) \ln 2}$ C. $y' = \frac{2}{2x+1}$ D. $y' = \frac{1}{2x+1}$

Câu 32. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$

- A. $y' = \frac{1-2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$ B. $y' = \frac{1+2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$ C. $y' = \frac{1-2(x+1) \ln 2}{2^{x^2}}$ D. $y' = \frac{1+2(x+1) \ln 2}{2^{x^2}}$

Câu 33. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2x)$ có đạo hàm

- A. $f'(x) = \frac{\ln 2}{x^2 - 2x}$ B. $f'(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x) \ln 2}$
C. $f'(x) = \frac{(2x-2) \ln 2}{x^2 - 2x}$ D. $f'(x) = \frac{2x-2}{(x^2 - 2x) \ln 2}$

Câu 34. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Hàm số $y = 2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

- A. $(2x-3)2^{x^2-3x} \ln 2$. B. $2^{x^2-3x} \ln 2$. C. $(2x-3)2^{x^2-3x}$. D. $(x^2-3x)2^{x^2-3x+1}$.

Câu 35. (Mã 102 - BGD - 2019) Hàm số $y = 3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

- A. $(2x-3).3^{x^2-3x}$. B. $3^{x^2-3x} \ln 3$. C. $(x^2-3x).3^{x^2-3x-1}$. D. $(2x-3).3^{x^2-3x} \ln 3$.

Câu 36. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(1+\sqrt{x+1})$.

- A. $y' = \frac{1}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$ B. $y' = \frac{2}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$
C. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$ D. $y' = \frac{1}{1+\sqrt{x+1}}$

Câu 37. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$. B. $y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$. C. $y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$. D. $2y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$.

Câu 38. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC LẦN 02 NĂM 2018-2019) Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là

- A. $y' = 2e^{1-2x}$ B. $y' = -2e^{1-2x}$ C. $y' = -\frac{e^{1-2x}}{2}$ D. $y' = e^{1-2x}$

Câu 39. (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x + 1)$ là:

- A. $y' = \frac{(2x+1)\ln 3}{x^2 + x + 1}$ B. $y' = \frac{2x+1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$ C. $y' = \frac{2x+1}{x^2 + x + 1}$ D. $y' = \frac{1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$

Câu 40. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+x}$.

- A. $(2x+1)e^x$ B. $(2x+1)e^{x^2+x}$ C. $(2x+1)e^{2x+1}$ D. $(x^2+x)e^{2x+1}$

Câu 41. (THPT HÙNG VƯƠNG BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$, tính $f'(1)$

- A. $f'(1) = 1$. B. $f'(1) = \frac{1}{2\ln 2}$. C. $f'(1) = \frac{1}{2}$. D. $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$.

Câu 42. (THPT-THANG-LONG-HA-NOI-NAM-2018-2019 LẦN 01) Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(1+e^{2x})$.

- A. $y' = \frac{-2e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$. B. $y' = \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$. C. $y' = \frac{1}{e^{2x}+1}$. D. $y' = \frac{2e^{2x}}{e^{2x}+1}$.

Câu 43. (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1-x}{2^x}$

A. $y' = \frac{2-x}{2^x}$.

B. $y' = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{(2^x)^2}$

C. $y' = \frac{x-2}{2^x}$.

D. $y' = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{2^x}$.

Câu 44. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_9(x^2 + 1)$.

A. $y' = \frac{1}{(x^2 + 1) \ln 9}$.

B. $y' = \frac{x}{(x^2 + 1) \ln 3}$.

C. $y' = \frac{2x \ln 9}{x^2 + 1}$.

D. $y' = \frac{2 \ln 3}{x^2 + 1}$.

Câu 45. (KTNL GV THPT LÝ THÁI TỎ NĂM 2018-2019) Tính đạo hàm hàm số $y = e^x \cdot \sin 2x$

A. $e^x (\sin 2x - \cos 2x)$.

B. $e^x \cdot \cos 2x$.

C. $e^x (\sin 2x + \cos 2x)$.

D. $e^x (\sin 2x + 2 \cos 2x)$.

Câu 46. (ĐỀ THI THỬ VTEĐ 03 NĂM HỌC 2018 - 2019) Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$ là

A. $\frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

B. $\frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

C. $\frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

D. $\frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

Câu 47. (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho hàm số $f(x) = e^{x-x^2}$. Biết phương trình $f'''(x) = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 \cdot x_2$.

A. $x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{4}$

B. $x_1 \cdot x_2 = 1$

C. $x_1 \cdot x_2 = \frac{3}{4}$

D. $x_1 \cdot x_2 = 0$

Câu 48. (PEN I - THẦY LÊ ANH TUẤN - ĐỀ 3 - NĂM 2019) Cho hàm $y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x^2 y'' + xy' - 2y + 4 = 0$.

B. $x^2 y'' - xy' - 2xy = 0$.

C. $2x^2 y' + xy'' + 2y - 5 = 0$.

D. $x^2 y'' - xy' + 2y = 0$.

Câu 49. (THPT BẠCH ĐẰNG QUẢNG NINH NĂM 2018-2019) Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{2019}|x|, \forall x \neq 0$.

A. $y' = \frac{1}{|x| \ln 2019}$.

B. $y' = \frac{1}{|x|}$.

C. $y' = \frac{1}{x \ln 2019}$.

D. $y' = x \ln 2019$.

Câu 50. (CHUYÊN HÙNG VƯƠNG GIA LAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = \frac{1}{x+1+\ln x}$

với $x > 0$. Khi đó $-\frac{y'}{y^2}$ bằng

A. $\frac{x}{x+1}$.

B. $1 + \frac{1}{x}$.

C. $\frac{x}{1+x+\ln x}$.

D. $\frac{x+1}{1+x+\ln x}$.

Câu 51. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x \ln x - \frac{1}{e^x}$.

A. $y' = 2^x \left(\frac{1}{x} + (\ln 2)(\ln x) \right) + \frac{1}{e^x}$.

B. $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} + e^{-x}$.

C. $y' = 2^x \frac{1}{x} \ln 2 + \frac{1}{e^x}$.

D. $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} - e^x$.

Câu 52. (CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐỒNG NAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tập xác định của hàm số $y = \log_{2020}(\log_{2019}(\log_{2018}(\log_{2017} x)))$ là $D = (a; +\infty)$. Giá trị của a bằng

- A. 2018^{2019} . B. 2019^{2020} . C. 2017^{2018} . D. 0.

Câu 53. (ĐỀ THI THỬ VTEĐ 02 NĂM HỌC 2018 - 2019) Đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_2 |x^2 - 2x|$ là

- A. $\frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}$ B. $\frac{1}{(x^2-2x)\ln 2}$ C. $\frac{(2x-2)\ln 2}{x^2-2x}$ D. $\frac{2x-2}{|x^2-2x|\ln 2}$

Câu 54. (CHUYÊN KHTN LẦN 2 NĂM 2018-2019) Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\ln(\ln x)}$ là:

- A. $f'(x) = \frac{1}{x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$ B. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln(\ln x)}}$
C. $f'(x) = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$ D. $f'(x) = \frac{1}{\ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$

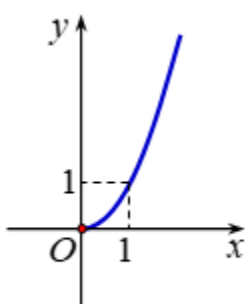
Câu 55. (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $f(x) = \ln 2018 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$. Tính $S = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2017)$.

- A. $S = \frac{4035}{2018}$ B. $S = \frac{2017}{2018}$ C. $S = \frac{2016}{2017}$ D. $S = 2017$

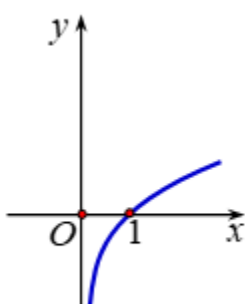
Câu 56. (SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC NĂM 2018 - 2019 LẦN 01) Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{2018x}{x+1}$. Tính tổng $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018)$.

- A. $\ln 2018$. B. 1. C. 2018. D. $\frac{2018}{2019}$.

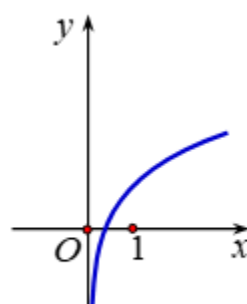
Câu 57. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $f(x) = x \ln x$. Một trong bốn đồ thị cho trong bốn phương án A, B, C, D dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Tìm đồ thị đó?



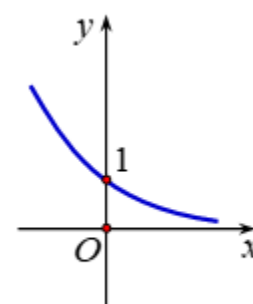
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

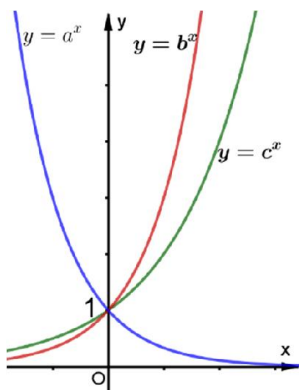
- A. Hình 2 B. Hình 3 C. Hình 4 D. Hình 1

Dạng 3. Khảo sát hàm số mũ, logarit

Câu 58. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

- A. $[1; +\infty)$ B. $(-\infty; -1)$ C. $[-1; 1]$ D. $(-\infty; -1]$

Câu 59. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

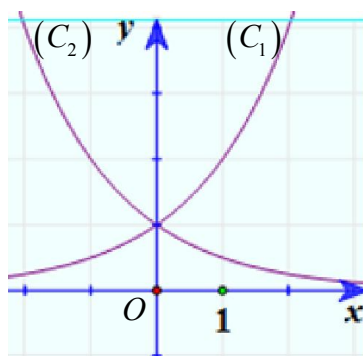
A. $b < c < a$

B. $c < a < b$

C. $a < b < c$

D. $a < c < b$

Câu 60. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = a^x, y = b^x$ với a, b là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $0 < b < 1 < a$

B. $0 < a < b < 1$

C. $0 < b < a < 1$

D. $0 < a < 1 < b$

Câu 61. (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $\log_3 x^2$

B. $y = \log(x^3)$

C. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$

D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

Câu 62. Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây sai?

A. Hàm số $y = \left(\frac{2018}{\pi}\right)^{x^2+1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = \log x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

C. Hàm số $y = \ln(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

D. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 63. (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$

B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

C. $y = (\sqrt{3})^x$

D. $y = (0,5)^x$

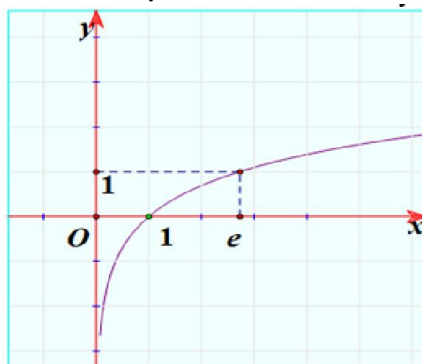
Câu 64. (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho hàm số $y = \log_2 x$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Đạo hàm của hàm số là $y' = \frac{1}{x \ln 2}$
 B. Đồ thị hàm số nhận trục Oy làm tiệm cận đứng
 C. Tập xác định của hàm số là $(-\infty; +\infty)$
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Câu 65. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{2015}{2016}\right)^x$ B. $y = \left(\frac{3}{\sqrt{2016} - \sqrt{2}}\right)^x$ C. $y = (0,1)^{2x}$ D. $y = (2016)^{2x}$

Câu 66. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -e^x$. B. $y = |\ln x|$. C. $y = \ln x$. D. $y = e^x$.

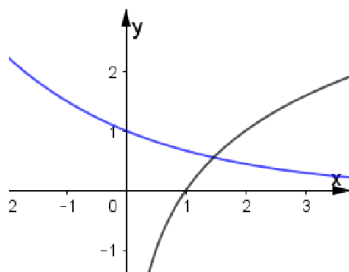
Câu 67. (CHUYÊN LÊ THÁNH TÔNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tìm hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $f(x) = 3^x$. B. $f(x) = 3^{-x}$. C. $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$. D. $f(x) = \frac{3}{3^x}$.

Câu 68. (CHUYÊN BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 03) Cho hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} x$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề sai?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.
 B. Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
 C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là trục tung.
 D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Câu 69. (PEN I - THẦY LÊ ANH TUẤN - ĐỀ 3 - NĂM 2019) Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < a < \frac{1}{2} < b$. B. $0 < a < 1 < b$. C. $0 < b < 1 < a$. D. $0 < a < 1, 0 < b < \frac{1}{2}$.

Câu 70. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến?

A. $y = \ln x$.

B. $y = \log_{1-\sqrt{\frac{2018}{2019}}} x$

C. $y = \log_{\pi} x$.

D. $y = \log_{4-\sqrt{3}} x$.

Câu 71. (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Đồ thị hàm số $y = \ln x$ đi qua điểm

A. $(1; 0)$.

B. $(2; e^2)$.

C. $(2e; 2)$.

D. $(0; 1)$.

Câu 72. (CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐỒNG NAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^2$.

B. $y = \log x$.

C. $y = 2^x$.

D. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Câu 73. (CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐỒNG NAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

C. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

Câu 74. (KTNL GV BẮC GIANG NĂM 2018-2019) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$.

B. $y = \log_{\frac{\pi}{6}} x$.

C. $y = \log_{\frac{e}{3}} x$.

D. $y = \log_{\frac{1}{4}} x$.

Câu 75. (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

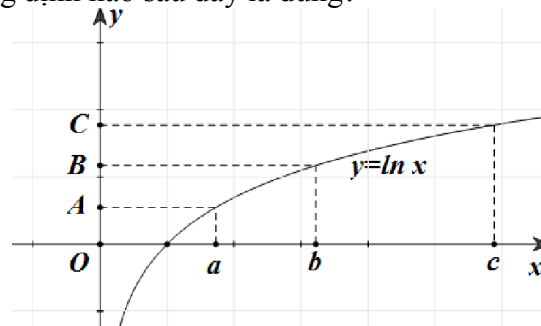
A. Đồ thị của hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = -x$.

B. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.

C. Đồ thị của hai hàm số $y = 2^x$ và hàm số $y = \frac{1}{2^x}$ đối xứng với nhau qua trục hoành.

D. Đồ thị của hai hàm số $y = \log_2 x$ và $y = \log_2 \frac{1}{x}$ đối xứng với nhau qua trục tung.

Câu 76. (CHUYÊN ĐHSPT HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong hình dưới đây, điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Khẳng định nào sau đây là đúng?



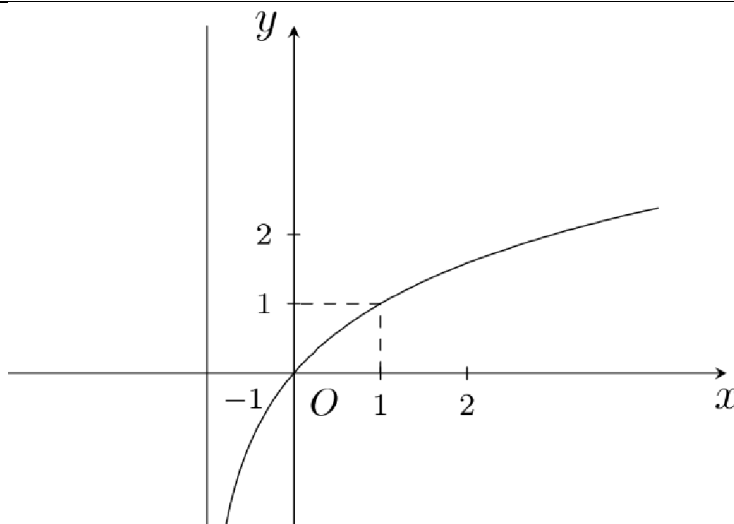
A. $a + c = 2b$.

B. $ac = b^2$.

C. $ac = 2b^2$.

D. $ac = b$.

Câu 77. (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH LẦN 1 NĂM 2018-2019) Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



- A. $y = \log_3 x$. B. $y = \log_2 x + 1$. C. $y = \log_2 (x+1)$. D. $y = \log_3 (x+1)$

Câu 78. (CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ NĂM 2018-2019 LẦN 1) Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực R .

- A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ B. $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$ C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ D. $y = \log_{\frac{2}{3}} x$

Câu 79. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 3) Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$ B. $y = \log_2(\sqrt{x} + 1)$ C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ D. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$

Câu 80. (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = \frac{3^x}{\ln 3} - 9x + 17$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$
C. Hàm số đạt cực trị tại $x = 2$ D. Hàm số có giá trị cực tiểu là $y = \frac{9}{\ln 3} - 1$

Câu 81. Cho các số thực a, b sao cho $0 < a, b \neq 1$, biết rằng đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ cắt nhau tại điểm $M(\sqrt{2018}; \sqrt[5]{2019^{-1}})$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 1, b > 1$ B. $a > 1, 0 < b < 1$ C. $0 < a < 1, b > 1$ D. $0 < a < 1, 0 < b < 1$

Câu 82. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Đồ thị (L) của hàm số $f(x) = \ln x$ cắt trục hoành tại điểm A , tiếp tuyến của (L) tại A có phương trình là:

- A. $y = 2x + 1$ B. $y = x - 1$ C. $y = 3x$ D. $y = 4x - 3$

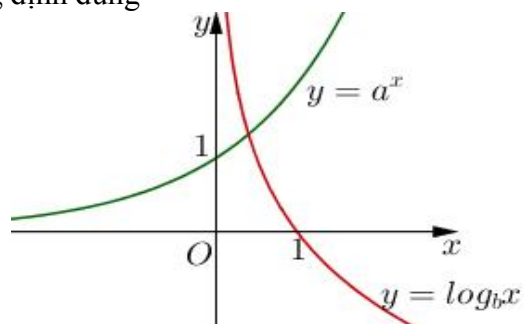
Câu 83. (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Hàm số $y = xe^{-3x}$ đạt cực đại tại

- A. $x = \frac{1}{3e}$. B. $x = \frac{1}{3}$. C. $x = \frac{1}{e}$. D. $x = 0$.

Câu 84. (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Hàm số $y = \log_3(x^2 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào?

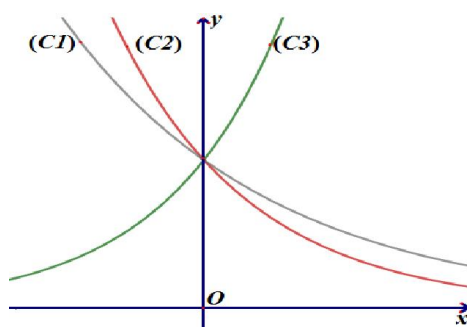
- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Câu 85. (HỌC MÃI NĂM 2018-2019-LẦN 02) Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định đúng



- A. $0 < a < 1, 0 < b < 1$. B. $a > 1, b > 1$. C. $0 < b < 1 < a$. D. $0 < a < 1 < b$.

Câu 86. (TT HOÀNG HOA THÁM - 2018-2019) Hình vẽ bên thể hiện đồ thị của ba trong bốn hàm số $y = 6^x$, $y = 8^x$, $y = \frac{1}{5^x}$ và $y = \frac{1}{\sqrt{7}^x}$.



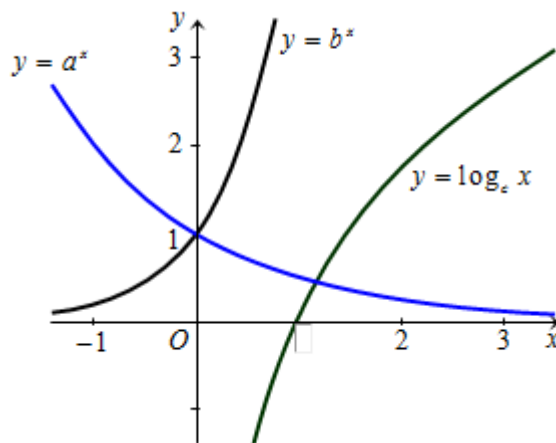
Hỏi (C₂) là đồ thị hàm số nào?

- A. $y = 6^x$. B. $y = \frac{1}{\sqrt{7}^x}$. C. $y = \frac{1}{5^x}$. D. $y = 8^x$.

Câu 87. (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. $[-1; 1]$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; -1]$.

Câu 88. (THPT ĐÔNG SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong hình vẽ bên có đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?



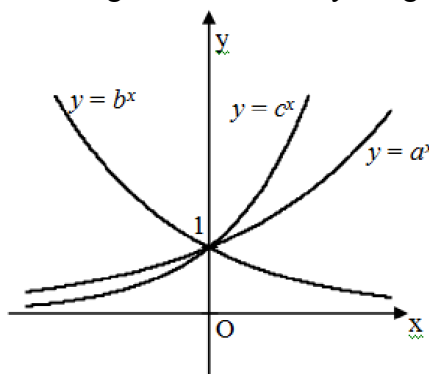
A. $a < c < b$.

B. $c < a < b$.

C. $a < b = c$.

D. $b < c < a$.

Câu 89. (GKI CS2 LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



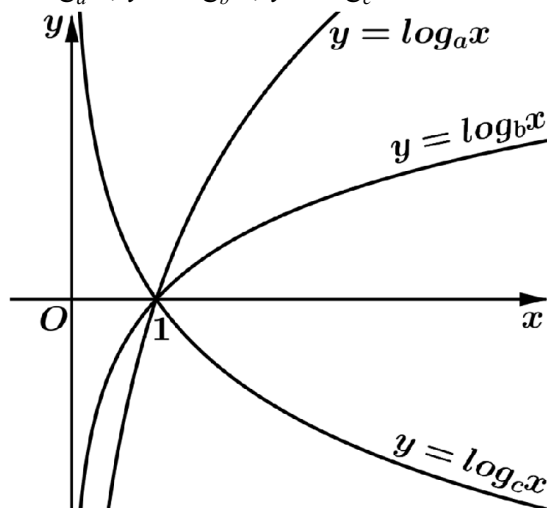
A. $b > a > c$.

B. $a > c > b$.

C. $c > a > b$.

D. $c > b > a$.

Câu 90. (KTNL GV THPT LÝ THÁI TỔ NĂM 2018-2019) Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a < c < b$.

B. $a < b < c$.

C. $c < b < a$.

D. $c < a < b$.

Câu 91. (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng

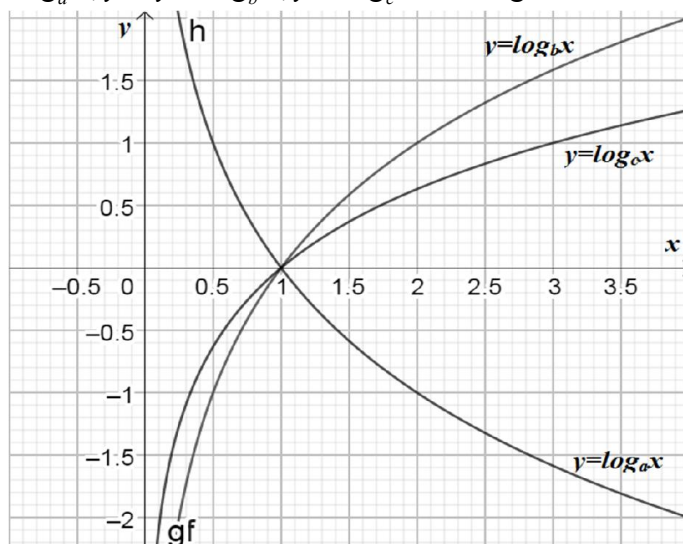
A. $\frac{\ln 2}{2}$.

B. $\frac{\ln 3}{3}$.

C. $\frac{3}{e^2}$.

D. $\frac{1}{e}$.

Câu 92. (CHUYÊN THÁI BÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 03) Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a < b < c$.

B. $a < c < b$.

C. $b < a < c$.

D. $b > a > c$.

Câu 93. (KSCL THPT NGUYỄN KHUYẾN LẦN 05 NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$. Tìm số phần tử của S .

A. 3

B. 1

C. 2

D. 4

Câu 94. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m \log_2 x - 2}{\log_2 x - m - 1}$ nghịch biến trên $(4; +\infty)$

A. $m < -2$ hoặc $m > 1$.

B. $m \leq -2$ hoặc $m = 1$.

C. $m < -2$ hoặc $m = 1$.

D. $m < -2$.

Câu 95. (SỞ GD&ĐT NINH BÌNH LẦN 01 NĂM 2018-2019) Cho hàm số $f(x) = \ln x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 96. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = \log_{2018} \left(\frac{1}{x} \right)$ có đồ thị (C_1) và hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C_2) . Biết (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua gốc tọa độ. Hỏi hàm số $y = |f(x)|$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 1)$

B. $(-1; 0)$

C. $(-\infty; -1)$

D. $(1; +\infty)$

Câu 97. (THPT BẠCH ĐẰNG QUẢNG NINH NĂM 2018-2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2019; 2019]$ để hàm số $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 3m}$ đồng biến trên khoảng $(1; e^6)$?

A. 2020.

B. 2021.

C. 2018.

D. 2019.

Câu 98. (CHUYÊN HƯNG YÊN NĂM 2018-2019 LẦN 03) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = f(x) = (x+1)\ln x + (2-m)x$ đồng biến trên khoảng $(0; e^2)$.

A. 2016.

B. 2022.

C. 2014.

D. 2023.

Câu 99. (THPT QUANG TRUNG ĐỒNG ĐA HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho

$$f(x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin x + 6 \text{ với } a, b \in \mathbb{R}.$$

Biết rằng $f(\log(\log e)) = 2$. Tính giá trị của $f(\log(\ln 10))$.

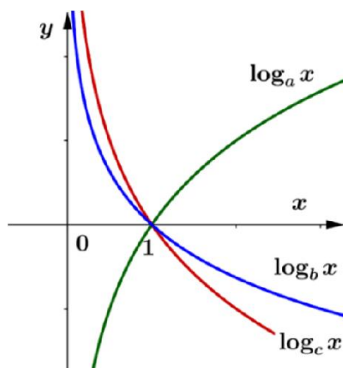
A. 10.

B. 2.

C. 4.

D. 8.

Câu 100. (SỞ GD&ĐT BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho a, b, c dương và khác 1. Các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a > c > b$.B. $a > b > c$.C. $c > b > a$.D. $b > c > a$.

Câu 101. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với đồ thị hàm số $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) qua điểm $I(1; 1)$. Giá trị của biểu thức $f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)$ bằng

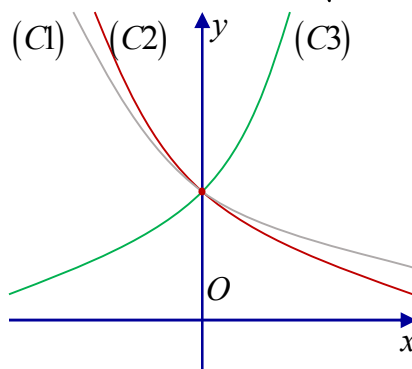
A. 2016.

B. -2016.

C. 2020.

D. -2020.

Câu 113. (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019) Hình vẽ bên thể hiện đồ thị của ba trong bốn hàm số $y = 6^x$, $y = 8^x$, $y = \frac{1}{5^x}$ và $y = \frac{1}{\sqrt{7}^x}$.



Hỏi (C_2) là đồ thị hàm số nào?

A. $y = 6^x$.B. $y = \frac{1}{\sqrt{7}^x}$.C. $y = \frac{1}{5^x}$.D. $y = 8^x$.

Câu 114. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng:

A. $2e^4$ B. $-e^2$ C. $2e^2$ D. $-2e^2$

Câu 115. (PEN I - THẦY LÊ ANH TUẤN - ĐỀ 3 - NĂM 2019) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^{x+1} - \frac{4}{3} \cdot 8^x$ trên $[-1; 0]$ bằng

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Dạng 4. Bài toán thực tế (lãi suất, tăng trưởng...)

Câu 102. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4%/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

- A. 102.16.000 đồng B. 102.017.000 đồng C. 102.424.000 đồng D. 102.423.000 đồng

Câu 103. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6,1% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

- A. 11 năm B. 12 năm C. 13 năm D. 10 năm

Câu 104. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

- A. $m = \frac{120 \cdot (1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng) B. $m = \frac{100 \cdot (1,01)^3}{3}$ (triệu đồng)
- C. $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng) D. $m = \frac{100 \cdot 1,03}{3}$ (triệu đồng)

Câu 105. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1%/tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và ông A trả hết nợ sau đúng năm năm kể từ ngày vay. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây?

- A. 2,20 triệu đồng B. 2,22 triệu đồng C. 3,03 triệu đồng D. 2,25 triệu đồng

Câu 106. Anh An gửi số tiền 58 triệu đồng vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép và ổn định trong 9 tháng thì lĩnh về được 61758000đ. Hỏi lãi suất ngân hàng hàng tháng là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất không thay đổi trong thời gian gửi.

- A. 0,8% B. 0,6% C. 0,7% D. 0,5%

Câu 107. (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,6% /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người

đó được lĩnh số tiền không ít hơn 110 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

- A. 18 tháng B. 16 tháng C. 17 tháng D. 15 tháng

Câu 108. Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng theo thể thức lãi kép (tức là tiền lãi của kỳ trước được cộng vào vốn của kỳ kế tiếp) với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm gửi tiền vào ngân hàng gần bằng với kết quả nào sau đây? Biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền lãi suất ngân hàng không thay đổi và người đó không rút tiền ra.

- A. 212 triệu đồng B. 216 triệu đồng C. 210 triệu đồng D. 220 triệu đồng

Câu 109. (KTNL GIA BÌNH NĂM 2018-2019) Ông An gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào ngân hàng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 8,4% một năm theo hình thức lãi kép. Ông gửi được đúng 3 kỳ hạn thì ngân hàng thay đổi lãi suất, ông gửi tiếp 12 tháng nữa với kỳ hạn như cũ và lãi suất trong thời gian này là 12% một năm thì ông rút tiền về. Số tiền ông An nhận được cả gốc lẫn lãi là: (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)

- A. 62255910 đồng. B. 59895767 đồng. C. 59993756 đồng. D. 63545193 đồng.

Câu 110. (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Ngày 01 tháng 01 năm 2017, ông An đem 800 triệu đồng gửi vào một ngân hàng với lãi suất 0,5% một tháng. Từ đó, cứ tròn mỗi tháng, ông đến ngân hàng rút 6 triệu để chi tiêu cho gia đình. Hỏi đến ngày 01 tháng 01 năm 2018, sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất trong suốt thời gian ông An gửi không thay đổi

- A. $800 \cdot (1,005)^{11} - 72$ (triệu đồng) B. $1200 - 400 \cdot (1,005)^{12}$ (triệu đồng)
C. $800 \cdot (1,005)^{12} - 72$ (triệu đồng) D. $1200 - 400 \cdot (1,005)^{11}$ (triệu đồng)

Câu 111. (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Để đủ tiền mua nhà, anh An vay ngân hàng 500 triệu theo phương thức trả góp với lãi suất 0,85%/tháng. Nếu sau mỗi tháng, kể từ thời điểm vay, anh An trả nợ cho ngân hàng số tiền cố định là 10 triệu đồng bao gồm cả tiền lãi vay và tiền gốc. Biết rằng phương thức trả lãi và gốc không thay đổi trong suốt quá trình anh An trả nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh trả hết nợ ngân hàng? (Tháng cuối có thể trả dưới 10 triệu đồng).

- A. 68 B. 66 C. 65 D. 67

Câu 112. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Ông An gửi 100 triệu vào tiết kiệm ngân hàng theo thể thức lãi kép trong một thời gian khá lâu mà không rút ra với lãi suất ổn định trong mấy chục năm qua là 10%/1 năm. Tết năm nay do ông kẹt tiền nên rút hết ra để gia đình đón Tết. Sau khi rút cả vốn lẫn lãi, ông trích ra gần 10 triệu để sắm sửa đồ Tết trong nhà thì ông còn 250 triệu. Hỏi ông đã gửi tiết kiệm bao nhiêu lâu?

- A. 10 năm B. 17 năm C. 15 năm D. 20 năm

Câu 116. (TT HOÀNG HOA THÁM - 2018-2019) Một học sinh A khi 15 tuổi được hưởng tài sản thừa kế 200 000 000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng B với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi 18 tuổi. Biết rằng khi 18 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 231 525 000 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng B là bao nhiêu?

- A. 8%/năm. B. 7%/năm. C. 6%/năm. D. 5%/năm.

Câu 117. (THPT MINH KHAI HÀ TĨNH NĂM 2018-2019) Ông Anh gửi vào ngân hàng 60 triệu đồng theo hình thức lãi kép. Lãi suất ngân hàng là 8% trên năm. Sau 5 năm ông An tiếp tục gửi thêm 60 triệu đồng nữa. Hỏi sau 10 năm kể từ lần gửi đầu tiên ông An đến rút toàn bộ tiền gốc và tiền lãi được là bao nhiêu? (Biết lãi suất không thay đổi qua các năm ông gửi tiền).

- A. 231,815 (triệu đồng). B. 197,201 (triệu đồng).
C. 217,695 (triệu đồng). D. 190,271 (triệu đồng).

Câu 118. (THPT ĐOÀN THƯỢNG - HẢI DƯƠNG - 2018 2019) Ông Chính gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo và từ năm thứ 2 trở đi, mỗi năm ông gửi thêm vào tài

khoản với số tiền 20 triệu đồng. Hỏi sau 18 năm số tiền ông Chính nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Giả định trong suốt thời gian gửi lãi suất không thay đổi và ông Chính không rút tiền ra (kết quả được làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 1.686.898.000 VNĐ. B. 743.585.000 VNĐ.
C. 739.163.000 VNĐ. D. 1.335.967.000 VNĐ.

Câu 119. (THPT CHUYÊN VINH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 02) Một người mỗi tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% mỗi tháng. Biết sau 15 tháng người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau.

- A. 613.000 đồng B. 645.000 đồng C. 635.000 đồng D. 535.000 đồng

Câu 120. (CHUYÊN HÙNG VƯƠNG GIA LAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Anh Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn là một quý với lãi suất 3% một quý. Sau đúng 6 tháng anh Nam gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Hỏi sau 1 năm số tiền (cả vốn lẫn lãi) anh Nam nhận được là bao nhiêu? (Giả sử lãi suất không thay đổi).

- A. 218,64 triệu đồng. B. 208,25 triệu đồng.
C. 210,45 triệu đồng. D. 209,25 triệu đồng.

Câu 121. (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Ông A gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông A có được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 60 triệu đồng? Biết rằng trong suốt thời gian gửi, lãi suất ngân hàng không đổi và ông A không rút tiền ra.

- A. 36 tháng. B. 38 tháng. C. 37 tháng. D. 40 tháng.

Câu 122. (KTNL GV THUẬN THÀNH 2 BẮC NINH NĂM 2018-2019) Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = Ae^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm). Đầu năm 2010 dân số tỉnh Bắc Ninh là 1.038.229 người tính đến đầu năm 2015 dân số của tỉnh là 1.153.600 người. Hỏi nếu tỉ lệ tăng dân số hằng năm giữ nguyên thì đầu năm 2020 dân số của tỉnh nằm trong khoảng nào?

- A. (1.281.600;1.281.700). B. (1.281.700;1.281.800).
C. (1.281.800;1.281.900). D. (1.281.900;1.282.000).

Câu 123. (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH LẦN 1 NĂM 2018-2019) Một người gửi 300 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó nhận được số tiền nhiều hơn 600 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

- A. 9 năm. B. 10 năm. C. 11 năm. D. 12 năm.

Câu 124. (THPT CHUYÊN VINH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 3) Một người gửi tiết kiệm số tiền 80000000 đồng với lãi suất 6,9% / năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc, hỏi sau đúng 5 năm người đó rút được cả tiền gốc lẫn tiền lãi gần với con số nào sau đây?

- A. 105370000 đồng B. 111680000 đồng C. 107667000 đồng D. 116570000 đồng

Câu 125. (THPT CHUYÊN VINH PHÚC LẦN 02 NĂM 2018-2019) Một người mỗi tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% mỗi tháng. Biết sau 15 tháng, người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau.

- A. 613.000 đồng B. 645.000 đồng C. 635.000 đồng D. 535.000 đồng

Câu 126. Một người muốn có 1 tỉ tiền tiết kiệm sau 6 năm gửi ngân hàng bằng cách bắt đầu từ ngày 01/01/2019 đến 31/12/2024, vào ngày 01/01 hàng năm người đó gửi vào ngân hàng một số tiền bằng nhau với lãi suất ngân hàng là 7%/1 năm (tính từ ngày 01/01 đến ngày 31/12) và lãi suất hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi số tiền mà người đó phải gửi vào ngân hàng hàng năm là bao nhiêu (với giả thiết lãi suất không thay đổi và số tiền được làm tròn đến đơn vị đồng)?

- A. 130 650 280 (đồng). B. 130 650 000 (đồng).
C. 139 795 799 (đồng). D. 139 795 800 (đồng).

Câu 127. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02) Một người vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất là 0,7%/tháng theo thỏa thuận cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và cứ trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ (tháng cuối cùng có thể trả dưới 5 triệu). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng.

- A. 22. B. 23. C. 24. D. 21.

Câu 128. (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Anh Bảo gửi 27 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép, kỳ hạn là một quý, với lãi suất 1,85% một quý. Hỏi thời gian tối thiểu bao nhiêu để anh Bảo có được ít nhất 36 triệu đồng tính cả vốn lẫn lãi?

- A. 16 quý. B. 20 quý. C. 19 quý. D. 15 quý.

Câu 129. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Vào ngày 15 hàng tháng ông An đều đến gửi tiết kiệm tại ngân hàng SHB số tiền 5 triệu đồng theo hình thức lãi kép với kỳ hạn một tháng, lãi suất tiết kiệm không đổi trong suốt quá trình gửi là 7,2%/năm. Hỏi sau đúng 3 năm kể từ ngày bắt đầu gửi ông An thu được số tiền cả gốc và lãi là bao nhiêu (làm tròn đến nghìn đồng)?

- A. 195251000(đồng) B. 201453000(đồng) C. 195252000(đồng) D. 201452000(đồng)

Câu 130. (THPT-THANG-LONG-HA-NOI-NAM-2018-2019 LẦN 01) Anh Bình gửi 200 triệu vào ngân hàng VB với kỳ hạn cố định 12 tháng và hưởng lãi suất 0,65%/tháng. Tuy nhiên sau khi gửi được tròn 8 tháng anh phải dùng đến 200 triệu trên. Anh đến ngân hàng định rút tiền thì được nhân viên ngân hàng tư vấn: “Nếu rút tiền trước kỳ hạn, toàn bộ số tiền anh gửi chỉ có lãi suất không kỳ hạn là 0,02%/tháng Anh nên thể chấp số tiết kiệm đó tại ngân hàng để vay ngân hàng 200 triệu với lãi suất 0,7%/tháng. Khi sổ của anh đến kỳ hạn, anh có thể rút tiền để trả nợ ngân hàng”. Nếu làm theo tư vấn của nhân viên ngân hàng anh Bình sẽ đỡ thiệt một số tiền gần nhất với con số nào dưới đây (biết ngân hàng tính lãi theo thể thức lãi kép).

- A. 10,85 triệu đồng. B. 10,51 triệu đồng. C. 10,03 triệu đồng. D. 10,19 triệu đồng.

Câu 131. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Một thầy giáo cứ đầu mỗi tháng lại gửi ngân hàng 8 000 000 VNĐ với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng thầy giáo có thể tiết kiệm tiền để mua được một chiếc xe ô tô trị giá

400 000 000 VNĐ?

- A. 60. B. 50. C. 55. D. 45.

Câu 132. (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Ông An gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,8%/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo và từ tháng thứ hai trở đi, mỗi tháng ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền 2 triệu đồng. Hỏi sau đúng 2 năm số tiền ông An nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Biết rằng trong suốt thời gian gửi lãi suất không thay đổi và ông An không rút tiền ra (kết quả được làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 169.871.000đồng. B. 171.761.000đồng. C. 173.807.000đồng. D. 169.675.000đồng.

Câu 133. (CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐỒNG NAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Một người vay ngân hàng số tiền 400 triệu đồng, mỗi tháng trả góp 10 triệu đồng và lãi suất cho số tiền chưa trả là 1% mỗi tháng. Kỳ trả đầu tiên là cuối tháng thứ nhất. Biết lãi suất không đổi trong suốt quá trình gửi, hỏi số tiền còn phải trả ở kỳ cuối là bao nhiêu để người này hết nợ ngân hàng? (làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 2.921.000. B. 3.387.000. C. 2.944.000. D. 7.084.000.

Câu 134. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ NĂM 2018-2019 LẦN 01) Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,5% / tháng và ông ta rút đều đặn mỗi tháng một triệu đồng kể từ sau ngày gửi một tháng cho đến khi hết tiền (tháng cuối cùng có thể không còn đủ một triệu đồng). Hỏi ông ta rút hết tiền sau bao nhiêu tháng?

- A. 139. B. 140. C. 100. D. 138.

Câu 135. (THPT QUỲNH LƯU 3 NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng trên 1 tháng (chuyển vào tài khoản ngân hàng của mẹ ở ngân hàng vào đầu tháng). Từ tháng 1 năm 2019 mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi 1% trên 1 tháng. Đến đầu tháng 12 năm 2019 mẹ đi rút toàn số tiền (gồm số tiền của tháng 12 và số tiền gửi từ tháng 1). Hỏi khi đó mẹ lĩnh về bao nhiêu tiền? (kết quả làm tròn theo đơn vị nghìn đồng).

- A. 50970000 đồng. B. 50560000 đồng. C. 50670000 đồng. D. 50730000 đồng.

Câu 136. (SỞ GD&ĐT THANH HÓA NĂM 2018 - 2019) Bạn H trúng tuyển vào trường Đại học Ngoại Thương nhưng vì do không đủ tiền nộp học phí nên H quyết định vay ngân hàng trong bốn năm mỗi năm 4 triệu đồng để nộp học phí với lãi suất ưu đãi 3%/năm (theo thể thức lãi suất kép) biết rằng tiền vay mỗi năm H nhận được từ ngày đầu tiên của năm học và trong suốt bốn năm học H không trả tiền cho ngân hàng. Ngay sau khi tốt nghiệp Đại học (tròn 4 năm kể từ khi bạn H bắt đầu vay ngân hàng) bạn H thực hiện trả góp hàng tháng cho ngân hàng số tiền (không đổi và tiền trả vào ngày cuối của tháng) với lãi suất theo cách tính mới là 0,25%/tháng và lãi suất được tính theo dư nợ thực tế, bạn H trả đúng 5 năm thì hết nợ. Tính số tiền hàng tháng mà bạn H phải trả cho ngân hàng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. 323.582 (đồng). B. 398.402 (đồng). C. 309.718 (đồng). D. 312.518 (đồng).

Câu 137. (SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ NĂM 2018-2019 LẦN 01) Ông A muốn mua một chiếc ô tô trị giá 1 tỉ đồng nhưng vì chưa đủ tiền nên chọn mua bằng hình thức trả góp hàng tháng (số tiền trả góp mỗi tháng như nhau) với lãi suất 12%/năm và trả trước 500 triệu đồng. Hỏi mỗi tháng ông phải trả số tiền gần nhất với số tiền nào dưới đây để sau đúng 2 năm, kể từ ngày mua xe, ông trả hết nợ, biết kì trả nợ đầu tiên sau ngày mua ô tô đúng một tháng và chỉ tính lãi hàng tháng trên số dư nợ thực tế của tháng đó?

- A. 23 537 000 đồng B. 24 443 000 đồng C. 22 703 000 đồng D. 23 573 000 đồng

Câu 138. (THPT CHUYÊN THÁI NGUYÊN LẦN 01 NĂM 2018-2019) Một người vay ngân hàng 50 triệu đồng, mỗi tháng trả ngân hàng 4 triệu đồng và phải trả lãi suất cho số tiền còn nợ là 1,1% một tháng theo hình thức lãi kép. Giả sử sau n tháng người đó trả hết nợ. Khi đó n gần nhất với số nào sau?

- A. 14. B. 13. C. 16. D. 15.

Câu 139. (ĐỀ THI THỬ VTED 02 NĂM HỌC 2018 - 2019) Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1%/tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và sau đúng một năm kể từ ngày vay ông A còn nợ ngân hàng tổng số tiền 50 triệu đồng. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây?

- A. 4,95 triệu đồng B. 4,42 triệu đồng C. 4,5 triệu đồng D. 4,94 triệu đồng

Câu 140. (CHUYÊN ĐHSPT HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Một người nhận hợp đồng dài hạn làm việc cho một công ty với mức lương khởi điểm của mỗi tháng trong ba năm đầu tiên là 6 triệu đồng/tháng. Tính từ ngày đầu làm việc, cứ sau đúng ba năm liên tiếp thì tăng lương 10% so với mức lương một tháng người đó đang hưởng. Nếu tính theo hợp đồng thì tháng đầu tiên của năm thứ 16 người đó nhận được mức lương là bao nhiêu?

- A. $6.1,1^4$ (triệu đồng). B. $6.1,1^6$ (triệu đồng). C. $6.1,1^5$ (triệu đồng). D. $6.1,1^6$ (triệu đồng).

Câu 141. (ĐỀ THI CÔNG BẰNG KHTN LẦN 02 NĂM 2018-2019) Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi?

- A. 11 năm. B. 12 năm. C. 13 năm. D. 14 năm.

Câu 142. (THPT NGHĨA HƯNG ND- GK2 - 2018 - 2019) Anh C đi làm với mức lương khởi điểm là x (triệu đồng)/ tháng, và số tiền lương này được nhận vào ngày đầu tháng. Vì làm việc chăm chỉ và có trách nhiệm nên sau 36 tháng kể từ ngày đi làm, anh C được tăng lương thêm 10%. Mỗi tháng, anh ta giữ lại 20% số tiền lương để gửi tiết kiệm ngân hàng với kì hạn 1 tháng và lãi suất là 0,5%/tháng, theo hình thức lãi kép

(tức tiền lãi của tháng này được nhập vào vốn để tính lãi cho tháng tiếp theo). Sau 48 tháng kể từ ngày đi làm, anh C nhận được số tiền cả gốc và lãi là 100 triệu đồng. Hỏi mức lương khởi điểm của người đó là bao nhiêu?

- A. 8.991.504 đồng. B. 9.991.504 đồng. C. 8.981.504 đồng. D. 9.881.505 đồng.

Câu 143. (LIÊN TRƯỜNG THPT TP VINH NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Bạn Nam vừa trúng tuyển đại học, vì hoàn cảnh gia đình khó khăn nên được ngân hàng cho vay vốn trong 4 năm học đại học, mỗi năm 10 triệu đồng vào đầu năm học để nộp học phí với lãi suất 7,8%/năm (mỗi lần vay cách nhau đúng 1 năm). Sau khi tốt nghiệp đại học đúng 1 tháng, hàng tháng Nam phải trả góp cho ngân hàng số tiền là m đồng/tháng với lãi suất 0,7%/tháng trong vòng 4 năm. Số tiền m mỗi tháng Nam cần trả cho ngân hàng gần nhất với số nào sau đây (ngân hàng tính lãi trên số dư nợ thực tế).

- A. 1.468.000 (đồng). B. 1.398.000 (đồng). C. 1.191.000 (đồng). D. 1.027.000 (đồng).

Câu 144. (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NĂM 2018-2019) Một anh sinh viên nhập học đại học vào tháng 8 năm 2014. Bắt đầu từ tháng 9 năm 2014, cứ vào ngày mùng một hàng tháng anh vay ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất cố định 0,8%/tháng. Lãi tháng trước được cộng vào số nợ để tiếp tục tính lãi cho tháng tiếp theo (lãi kép). Vào ngày mùng một hàng tháng kể từ tháng 9/2016 về sau anh không vay ngân hàng nữa và anh còn trả được cho ngân hàng 2 triệu đồng do việc làm thêm. Hỏi ngay sau khi kết thúc ngày anh ra trường (30/6/2018) anh còn nợ ngân hàng bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng nghìn đồng)?

- A. 49.024.000 đồng B. 47.401.000 đồng C. 47.024.000 đồng D. 45.401.000 đồng

Câu 145. (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cường độ ánh sáng đi qua môi trường nước biển giảm dần theo công thức $I = I_0 e^{-\mu x}$, với I_0 là cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào môi trường nước biển và x là độ dày của môi trường đó (x tính theo đơn vị mét). Biết rằng môi trường nước biển có hằng số hấp thụ là $\mu = 1,4$. Hỏi ở độ sâu 30 mét thì cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần so với cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào nước biển?

- A. e^{-21} lần. B. e^{42} lần. C. e^{21} lần. D. e^{-42} lần

Câu 146. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN LẦN 3 NĂM 2018-2019) Một người thả một lá bèo vào một chậu nước. Sau 12 giờ, bèo sinh sôi phủ kín mặt nước trong chậu. Biết rằng sau mỗi giờ lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt nước trong chậu (kết quả làm tròn đến 1 chữ số phần thập phân).

- A. 9,1 giờ. B. 9,7 giờ. C. 10,9 giờ. D. 11,3 giờ.

Dạng 5. Bài toán cực trị

Câu 147. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

- A. 6 B. $\frac{27}{4}$ C. $\frac{20}{3}$ D. 9

Câu 148. (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x + y$

- A. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{11}-3}{3}$ B. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11}-19}{9}$ C. $P_{\min} = \frac{18\sqrt{11}-29}{21}$ D. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11}+19}{9}$

Câu 149. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Xét các số thực dương a, b thỏa mãn

$$\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3. \text{ Tìm giá trị nhỏ nhất } P_{\min} \text{ của } P = a + 2b.$$

A. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{10}-7}{2}$ B. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-1}{2}$ C. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$ D. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-5}{2}$

Câu 150. (CHUYÊN LÊ THÁNH TÔNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hai số thực dương x, y thỏa

$$\text{mãn } 2^{\ln\left(\frac{x+y}{2}\right)} \cdot 5^{\ln(x+y)} = 2^{\ln 5}. \text{ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức } P = (x+1)\ln x + (y+1)\ln y.$$

A. $P_{\max} = 10.$ B. $P_{\max} = 0.$ C. $P_{\max} = 1.$ D. $P_{\max} = \ln 2.$

Câu 151. (THPT BẠCH ĐẰNG QUẢNG NINH NĂM 2018-2019) Cho các số thực x, y thỏa mãn

$$0 \leq x, y \leq 1 \text{ và } \log_3 \frac{x+y}{1-xy} + (x+1)(y+1) - 2 = 0. \text{ Tìm giá trị nhỏ nhất của } P = 2x + y.$$

A. 2. B. 1. C. $\frac{1}{2}.$ D. 0.

Câu 152. (CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho các số thực a, b thỏa mãn $a \geq b > 1$. Biết

$$\text{rằng biểu thức } P = \frac{1}{\log_{ab} a} + \sqrt{\log_a \frac{a}{b}} \text{ đạt giá trị lớn nhất khi } b = a^k. \text{ Khẳng định nào sau đây là sai}$$

A. $k \in [2; 3].$ B. $k \in (0; 1).$ C. $k \in [0; 1].$ D. $k \in \left(0; \frac{3}{2}\right).$

Câu 153. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $\log_{a^2+4b^2+1} (2a-8b) = 1$. Tính $P = \frac{a}{b}$ khi biểu thức $S = 4a + 6b - 5$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{8}{5}$ B. $\frac{-13}{2}$ C. $\frac{-13}{4}$ D. $\frac{17}{44}$

Câu 154. Cho các số thực x, y thỏa mãn bất đẳng thức $\log_{4x^2+9y^2} (2x+3y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 3y$ là

A. $\frac{3}{2}.$ B. $\frac{2+\sqrt{10}}{4}.$ C. $\frac{5+\sqrt{10}}{4}.$ D. $\frac{3+\sqrt{10}}{4}.$

Câu 155. (THPT CHUYÊN VINH PHÚC LẦN 02 NĂM 2018-2019) Cho a, b là các số dương thỏa mãn

$$b > 1 \text{ và } \sqrt{a} \leq b < a. \text{ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức } P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left(\frac{a}{b}\right).$$

A. 6. B. 7. C. 5. D. 4.

Câu 156. (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho các số thực a, b

$$\text{thay đổi, thỏa mãn } a > \frac{1}{3}, b > 1. \text{ Khi biểu thức } P = \log_{3a} b + \log_b (a^4 - 9a^2 + 81) \text{ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng } a + b \text{ bằng}$$

A. $3+9^{\sqrt{2}}$ B. $9+2^{\sqrt{3}}$ C. $2+9\sqrt{2}$ D. $3+3\sqrt{2}$

Câu 157. (THPT ĐOÀN THƯỢNG - HẢI DƯƠNG - 2018 2019) Cho a, b là hai số thực dương thỏa

$$\text{mãn } \log_5 \left(\frac{4a+2b+5}{a+b} \right) = a+3b-4. \text{ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức } T = a^2 + b^2$$

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 158. (CHUYÊN TRẦN PHÚ HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $0 < a < 1$; $\frac{1}{8} < b < 1$; $\frac{3}{8} < c < 1$. Gọi M là giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{3}{16} \log_a \left(\frac{b}{2} - \frac{1}{16} \right) + \frac{1}{4} \log_b \left(\frac{c}{2} - \frac{3}{16} \right) + \frac{1}{3} \log_c a.$$

A. $\sqrt{3} \leq M < 2$.

B. $M \geq 2$.

C. $\sqrt{2} \leq M < \sqrt{3}$.

D. $M < \sqrt{2}$.

Câu 159. Cho các số thực a, b, m, n sao cho $2m + n < 0$ và thỏa mãn điều kiện:

$$\begin{cases} \log_2(a^2 + b^2 + 9) = 1 + \log_2(3a + 2b) \\ 9^{-m} \cdot 3^{-n} \cdot 3^{\frac{-4}{2m+n}} + \ln[(2m + n + 2)^2 + 1] = 81 \end{cases}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{(a-m)^2 + (b-n)^2}$

A. $2\sqrt{5} - 2$.

B. 2.

C. $\sqrt{5} - 2$.

D. $2\sqrt{5}$

Câu 160. (THPT LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG NĂM 2018-2019) Với hai số thực a, b bất kì, ta kí hiệu $f_{(a,b)}(x) = |x-a| + |x-b| + |x-2| + |x-3|$. Biết rằng luôn tồn tại duy nhất số thực x_0 để $\min_{x \in \mathbb{R}} f_{(a,b)}(x) = f_{(a,b)}(x_0)$

với mọi số thực a, b thỏa mãn $a^b = b^a$ và $0 < a < b$. Số x_0 bằng

A. $2e - 1$

B. 2,5

C. e

D. $2e$

Câu 161. (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hai số thực $a > 1, b > 1$. Biết phương trình $a^x b^{x^2-1} = 1$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \right)^2 - 4(x_1 + x_2).$$

A. $3\sqrt[3]{4}$.

B. 4

C. $3\sqrt[3]{2}$.

D. $\sqrt[3]{4}$.

Câu 162. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $0 < a < 1$; $\frac{1}{8} < b < 1$; $\frac{3}{8} < c < 1$. Gọi M là giá trị nhỏ nhất của biểu

$$thức P = \frac{3}{16} \log_a \left(\frac{b}{2} - \frac{1}{16} \right) + \frac{1}{4} \log_b \left(\frac{c}{2} - \frac{3}{16} \right) + \frac{1}{3} \log_c a.$$

A. $\sqrt{3} \leq M < 2$.

B. $M \geq 2$.

C. $\sqrt{2} \leq M < \sqrt{3}$.

D. $M < \sqrt{2}$.

Câu 163. (CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ NĂM 2018-2019 LẦN 1) Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 sao cho $y^x (e^x)^{e^y} \geq x^y (e^y)^{e^x}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $2\sqrt{2}$

C. $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

Câu 164. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-y}{x+3xy} = 3xy + x + 3y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x + y$.

A. $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3}-4}{3}$.

B. $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3}+4}{3}$.

C. $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3}+4}{9}$.

D. $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3}-4}{9}$.

Câu 165. (THPT CHUYÊN VINH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 3) Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = x + 3y$.

- A. $P_{\min} = 9$ B. $P_{\min} = 8$ C. $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$ D. $P_{\min} = \frac{17}{2}$

Câu 166. (THPT CHUYÊN VINH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 3) Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{2019} x + \log_{2019} y \geq \log_{2019} (x^2 + y)$. Gọi $T_{\min}$ là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 2x + y$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $T_{\min} \in (7; 8)$ B. $T_{\min} \in (6; 7)$ C. $T_{\min} \in (5; 6)$ D. $T_{\min} \in (8; 9)$

Dạng 6. Một số bài toán khác

Câu 167. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Xét hàm số $f(t) = \frac{9^t}{9^t + m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x) + f(y) = 1$ với mọi số thực x, y thỏa mãn $e^{x+y} \leq e(x+y)$. Tìm số phần tử của S .

- A. 0 B. Vô số C. 1 D. 2

Câu 168. (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ và có đạo hàm cấp hai $f''(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

x	$-\infty$	m	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	n^2	$+\infty$

Gọi a, b, c, n là các số thực và biểu thức: $P = -\left(e^{f(a)} + e^{f(b)} + e^{f(c)}\right) + \frac{3}{2} \left[f\left(\frac{a+b+c}{3}\right) + 1 \right]^2$. Khẳng định đúng với mọi $a, b, c, n \in \mathbb{R}$ là

- A. $0 < P < 3$. B. $7 - 3e \leq P \leq 0$. C. $P \geq 3$. D. $P < 7 - 3e$.

Câu 169. (HỌC MÃ NĂM 2018-2019-LẦN 02) Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |\ln x - 2x^2 + m|$ trên đoạn $[1; e^2]$ đạt giá trị nhỏ nhất

- A. 11. B. 12. C. 107. D. 106.

Câu 170. (THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x}$. Gọi m_0 là số lớn nhất trong các số nguyên m thỏa mãn $f(m) + f(2m - 2^{12}) < 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m_0 \in [1513; 2019)$ B. $m_0 \in [1009; 1513)$ C. $m_0 \in [505; 1009)$ D. $m_0 \in [1; 505)$

Câu 171. (ĐỀ GK2 VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = m \log_2 x - 2 \log_2 x + 2m + 1$ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất có hoành độ thuộc khoảng $[1; +\infty)$.

$$A. m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}.$$

$$B. m \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}.$$

$$C. m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}.$$

$$D. m \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right] \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}.$$

PHẦN B. ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Dạng 1. Tìm tập xác định

Dạng 1.1 Không chứa tham số

Câu 1. Chọn A

Tập xác định của là tập các số x để $\frac{x-3}{x+2} > 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -2 \end{cases}$

Suy ra $D = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 2. Chọn C

$y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$. Hàm số xác định khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 3$

Vậy tập xác định: $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Câu 3. Chọn B

Điều kiện $x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3 \end{cases}$.

Câu 4. Chọn D

Hàm số xác định khi: $3x - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 3)$

Vậy $D = (0; 3)$

Câu 5. Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $-x^2 + 5x - 6 > 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$. Vậy tập xác định của hàm số là $D = (2; 3)$.

Câu 6. Chọn A

Điều kiện: $\frac{1}{6-x} > 0 \Leftrightarrow 6-x > 0 \Leftrightarrow x < 6$. Do đó tập xác định của hàm số là $(-\infty; 6)$.

Câu 7. Hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$ xác định khi: $3 - 2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là: $D = (-3; 1)$.

Câu 8. Hàm số xác định khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases}$.

Vậy $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Câu 9. Chọn D

Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 3-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow D = [0; 3)$$

Câu 10. ĐKXĐ: $\begin{cases} \ln(x-2) > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 1 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x-2 > 1 \Leftrightarrow x > 3$.

TXĐ: $D = (3; +\infty)$.

Câu 11. Điều kiện có nghĩa của hàm số là $\begin{cases} 4-x^2 > 0 \\ 2x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ x \neq \frac{3}{2} \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left(-2; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right)$

Câu 12. + Điều kiện xác định: $\begin{cases} x-2 \neq 0 \\ 9-x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ -3 < x < 3 \end{cases}$

+ Vậy tập xác định của hàm số là: $D = (-3; 3) \setminus \{2\}$.

Dạng 2. Chứa tham số

Câu 13. Chọn D

Để hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2 - 2x - m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow (-1)^2 - 1 \cdot (-m+1) < 0 \Leftrightarrow m < 0.$$

Câu 14. Chọn C

Hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2 - 2x + m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 (ld) \\ \Delta' = 1 - (1+m) < 0 \Leftrightarrow m > 0 \end{cases}$

Câu 15. Chọn C

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2 + mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Câu 16. Cách 1

Điều kiện: $x > 0$.

Hàm số xác định khi:

$$m \log_3^2 x - 4 \log_3 x + m + 3 \neq 0 \Leftrightarrow m(\log_3^2 x + 1) \neq 4 \log_3 x - 3 \Leftrightarrow m \neq \frac{4 \log_3 x - 3}{\log_3^2 x + 1}, \forall x \in (0; +\infty).$$

Để hàm số xác định trên $(0; +\infty)$ thì phương trình $m = \frac{4 \log_3 x - 3}{\log_3^2 x + 1}$ vô nghiệm $\forall x \in (0; +\infty)$

$$\text{Xét hàm số } y = \frac{4 \log_3 x - 3}{\log_3^2 x + 1}.$$

$$\text{Đặt } \log_3 x = t \text{ khi đó ta có } y = \frac{4t-3}{t^2+1}, y' = \frac{-4t^2+6t+4}{(t^2+1)^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{-1}{2} \\ t = 2 \end{cases}$$

Ta có BBT:

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
y'		0	+	0
y	0		1	0

Để hàm số xác định trên $(0; +\infty)$ thì $m \in (-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$.

Cách 2:

Để hàm số xác định trên khoảng $(0; +\infty)$ thì phương trình $m \cdot \log_3^2 x - 4 \log_3 x + m + 3 = 0$ vô nghiệm.

$$\text{TH1: } m = 0 \text{ thì PT trở thành } -4 \log_3 x + 3 = 0 \Leftrightarrow \log_3 x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = 3^{\frac{3}{4}}.$$

Vậy $m = 0$ không thỏa mãn.

TH2: $m \neq 0$ thì để PT vô nghiệm $\Delta = (-4)^2 - 4m(m+3) < 0$

$$\Leftrightarrow -4m^2 - 12m + 16 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \\ m > 1 \end{cases}.$$

Để hàm số xác định trên $(0; +\infty)$ thì $m \in (-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$.

Câu 17. Hàm số xác định với mọi $x \in (1; 2)$ khi $-x^2 + mx + 2m + 1 > 0, \forall x \in (1; 2)$.

$$\Leftrightarrow f(x) = x^2 - mx - 2m - 1 < 0, \forall x \in (1; 2).$$

$\Rightarrow f(x) = 0$ có 2 nghiệm thỏa mãn $x_1 \leq 1 < 2 \leq x_2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} f(1) \leq 0 \\ f(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m \leq 0 \\ -4m + 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}.$$

Câu 18. Hàm số $y = \log(x^2 - 4x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2 - 4x - m + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 19. Hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$$x^2 - 2x - m + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 1 + m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 0.$$

Kết hợp với điều kiện m nguyên thuộc $[-2018; 2018]$ ta có 2018 giá trị của m .

Câu 20. $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$

Điều kiện xác định của hàm số trên: $x^2 - 2mx + 4 > 0$.

$$\text{Để tập xác định của hàm số là } \mathbb{R} \text{ thì } \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0, \forall m \\ m^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Vậy đáp án đúng là đáp án **D**.

Câu 21. Chọn A

Điều kiện xác định

$$mx - m + 2 > 0 \Leftrightarrow mx > m - 2 \quad (1)$$

Trường hợp 1. $m = 0$.

$$(1) \Leftrightarrow 2 > 0 \text{ (luôn đúng với } \forall x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \text{)}.$$

Trường hợp 2. $m > 0$.

$$(1) \Leftrightarrow x > \frac{m-2}{m}$$

Để hàm số $y = \log(mx - m + 2)$ xác định trên $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ thì

$$\frac{m-2}{m} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 < m < 4.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; 3\}$.

Trường hợp 3. $m < 0$.

$$(1) \Leftrightarrow x < \frac{m-2}{m}.$$

Suy ra tập xác định của hàm số $y = \log(mx - m + 2)$ là $D = \left(-\infty; \frac{m-2}{m}\right)$.

Do đó $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \not\subset D$ suy ra không có giá trị $m < 0$ nào thỏa yêu cầu bài toán.

Từ 3 trường hợp trên ta được $m \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Câu 22. Chọn B

Hàm số đã cho xác định $\forall x \in [0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 2018^x - x - \frac{x^2}{2} - m > 0, \forall x \in [0; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 2018^x - x - \frac{x^2}{2} > m, \forall x \in [0; +\infty).$$

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow m < \min_{x \in [0; +\infty)} f(x).$$

$$\text{Đặt } f(x) = 2018^x - x - \frac{x^2}{2}, x \in [0; +\infty)$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2018^x \ln(2018) - 1 - x$$

$$\Rightarrow f''(x) = 2018^x (\ln 2018)^2 - 1 > 0, \forall x \in [0; +\infty)$$

Khi đó $f'(x)$ đồng biến trên $x \in [0; +\infty)$ và $f'(0) = \ln(2018) - 1 > 0$

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $x \in [0; +\infty)$ và $f(0) = 1$

Vậy $m < 1$ thì thỏa YCBT.

Câu 23. Chọn D

Điều kiện xác định: $4^x - 2^x + m > 0$

Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow 4^x - 2^x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m > -4^x + 2^x, \forall x \in \mathbb{R} (*)$

Đặt $t = 2^x, (t > 0)$

Khi đó $(*)$ trở thành $m > -t^2 + t, \forall t > 0 \Leftrightarrow m > \max_{(0; +\infty)} f(t)$ với $f(t) = -t^2 + t, t > 0$

Ta có: $f'(t) = -2t + 1, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$

Bảng biến thiên của hàm số $f(t) = -t^2 + t, t > 0$:

t	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(t)$		0	-
$f(t)$	0	$\frac{1}{4}$	$-\infty$

Từ BBT ta thấy $\max_{(0; +\infty)} f(t) = \frac{1}{4}$ đạt được khi $t = \frac{1}{2}$

Vậy $m > \max_{(0; +\infty)} f(t) \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$

Câu 24. Xét hàm số $y = \frac{3x+5}{\log_{2018}(x^2-2x+m^2-4m+5)}$

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} x^2 - 2x + m^2 - 4m + 5 > 0 \\ \log_{2018}(x^2 - 2x + m^2 - 4m + 5) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + m^2 - 4m + 5 > 0 \\ x^2 - 2x + m^2 - 4m + 5 \neq 1 \end{cases}$$

Nên điều kiện để hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ là $\begin{cases} x^2 - 2x + m^2 - 4m + 5 > 0 \\ x^2 - 2x + m^2 - 4m + 5 \neq 1 \end{cases}$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Điều này xảy ra khi và chỉ khi :

$$\begin{cases} \Delta'_1 = 1 - (m^2 - 4m + 5) < 0 \\ \Delta'_2 = 1 - (m^2 - 4m + 4) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 4m - 4 < 0 \\ -m^2 + 4m - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -m^2 + 4m - 3 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 3 \end{cases}.$$

Vậy $m \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Câu 25. Chọn D

Điều kiện $2017^x - x - \frac{x^2}{2} - m + 1 > 0, \forall x \in [0; +\infty) \Leftrightarrow 2017^x - x - \frac{x^2}{2} > m - 1, \forall x \in [0; +\infty)$.

Xét hàm số $f(x) = 2017^x - x - \frac{x^2}{2}, \forall x \in [0; +\infty)$ liên tục có

$$f'(x) = 2017^x \ln 2017 - 1 - x, \forall x \in [0; +\infty)$$

$$f''(x) = 2017^x \ln^2 2017 - 1 > 0, \forall x \in [0; +\infty)$$

Vậy hàm số $f'(x)$ đồng biến trên $[0; +\infty)$ suy ra $f'(x) \geq f'(0) = \ln 2017 - 1 > 0, \forall x \in [0; +\infty)$ Vậy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $[0; +\infty)$ suy ra $\min_{[0; +\infty)} f(x) = f(0) = 1$.

Mặt khác $m - 1 < \min_{[0; +\infty)} f(x) = f(0) = 1 \Leftrightarrow m < 2$.

Vậy có vô số giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 26. Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1-x > 0 \\ x-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2m+1 \\ x > m \end{cases} \Rightarrow D = (m; 2m+1)$.

Hàm số đã cho xác định trên khoảng $(2; 3)$ nên $(2; 3) \subset D = (m; 2m+1) \Leftrightarrow m \leq 2 < 3 \leq 2m+1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ 2m+1 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2.$$

Vì m nguyên dương nên $m \in \{1; 2\}$.

Dạng 2. Tìm đạo hàm

Câu 27. Chọn B

Áp dụng công thức $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$, ta được $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

Câu 28. Chọn B

Ta có $y' = (x^2 - x)' \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2 = (2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.

Câu 29. Chọn C

Ta có: $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$ nên $(3^{x^2-x})' = (2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$.

Câu 30. Chọn C

Ta có: $y' = 13^x \ln 13$.

Câu 31. Chọn A

Ta có $y' = (\log_2(2x+1))' = \frac{(2x+1)'}{(2x+1) \ln 2} = \frac{2}{(2x+1) \ln 2}$.

Câu 32. Chọn A

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } y' &= \frac{(x+1)' \cdot 4^x - (x+1) \cdot (4^x)'}{(4^x)^2} = \frac{4^x - (x+1) \cdot 4^x \cdot \ln 4}{(4^x)^2} \\ &= \frac{4^x \cdot (1 - x \cdot \ln 4 - \ln 4)}{(4^x)^2} = \frac{1 - x \cdot 2 \ln 2 - 2 \ln 2}{4^x} = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}.\end{aligned}$$

Câu 33. Chọn D

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 2x)'}{(x^2 - 2x) \ln 2} = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x) \ln 2}$$

Câu 34. Chọn A

$$y' = (2^{x^2-3x})' = (2x-3)2^{x^2-3x} \ln 2.$$

Câu 35. Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = (3^{x^2-3x})' = (2x-3) \cdot 3^{x^2-3x} \cdot \ln 3.$$

Câu 36. Chọn C

Ta có:

$$y' = \left(\ln(1 + \sqrt{x+1}) \right)' = \frac{(1 + \sqrt{x+1})'}{1 + \sqrt{x+1}} = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1 + \sqrt{x+1})}.$$

Câu 37.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Cách 1. } y' = \frac{(\ln x)' \cdot x - x' \cdot \ln x}{x^2} = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$y'' = \frac{(1 - \ln x)' \cdot x^2 - (x^2)' (1 - \ln x)}{x^4} = \frac{-\frac{1}{x} \cdot x^2 - 2x(1 - \ln x)}{x^4} = \frac{-x - 2x(1 - \ln x)}{x^4} = -\frac{1 + 2(1 - \ln x)}{x^3} = -\frac{3 - 2 \ln x}{x^3}$$

$$\text{Suy ra: } 2y' + xy'' = 2 \cdot \frac{1 - \ln x}{x^2} - x \frac{3 - 2 \ln x}{x^3} = \frac{2 - 2 \ln x - 3 + 2 \ln x}{x^2} = -\frac{1}{x^2}.$$

$$\text{Cách 2. Ta có } xy = \ln x, \text{ lấy đạo hàm hai vế, ta được } y + xy' = \frac{1}{x}.$$

$$\text{Tiếp tục lấy đạo hàm hai vế của biểu thức trên, ta được } y' + y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}, \text{ hay } 2y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}.$$

Câu 38. Chọn B

$$y' = e^{1-2x} \cdot (1-2x)' = -2 \cdot e^{1-2x}$$

Câu 39. Chọn B

$$y' = \frac{(x^2 + x + 1)'}{(x^2 + x + 1) \ln 3} = \frac{2x + 1}{(x^2 + x + 1) \ln 3}$$

Câu 40. Chọn B

$$(e^{x^2+x})' = e^{x^2+x} \cdot (x^2+x)' = (2x+1)e^{x^2+x}$$

Câu 41. Ta có: $y' = \left[\ln(1 + e^{2x}) \right]' = \frac{(1 + e^{2x})'}{1 + e^{2x}} = \frac{2e^{2x}}{1 + e^{2x}}$.

Câu 43. Ta có $y' = \frac{(1-x)' \cdot 2^x - (2^x)' \cdot (1-x)}{(2^x)^2} = \frac{-1 \cdot 2^x - 2^x \cdot \ln 2 \cdot (1-x)}{(2^x)^2} = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{2^x}$

Câu 44. Ta có $y' = \frac{(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1) \ln 9} = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 3^2} = \frac{2x}{(x^2 + 1) 2 \ln 3} = \frac{x}{(x^2 + 1) \ln 3}$.

Câu 45. Chọn D

$$y' = (e^x \cdot \sin 2x)' = (e^x)' \cdot \sin 2x + e^x \cdot (\sin 2x)' = e^x \cdot \sin 2x + 2e^x \cdot \cos 2x = e^x (\sin 2x + 2 \cos 2x)$$

Câu 46. Chọn A

$$y' = \frac{(x+1)' 4^x - (x+1)(4^x)'}{(4^x)^2} = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$$

Câu 47. Chọn A

Ta có: $f'(x) = (1 - 2x)e^{x-x^2}$.

$$f''(x) = -2e^{x-x^2} + (1 - 2x)(1 - 2x)e^{x-x^2} = (-1 - 4x + 4x^2)e^{x-x^2}$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow (-1 - 4x + 4x^2)e^{x-x^2} = 0 \Leftrightarrow -1 - 4x + 4x^2 = 0 \text{ khi đó } x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{1}{4}.$$

Câu 48. Chọn D

Ta có $y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$

$$y' = \cos(\ln x) + \sin(\ln x) - \sin(\ln x) + \cos(\ln x) = 2 \cos(\ln x)$$

$$y'' = -\frac{2}{x} \sin(\ln x)$$

Từ đó kiểm tra thấy đáp án D đúng vì :

$$x^2 y'' - xy' + 2y = y'' = -2x \sin(\ln x) - 2x \cos(\ln x) + 2x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)] = 0.$$

Câu 49. $y = \log_{2019} |x| = \begin{cases} \log_{2019} x & , \text{ khi } x > 0 \\ \log_{2019} (-x) & , \text{ khi } x < 0 \end{cases}$

$$y' = \begin{cases} \frac{1}{x \ln 2019} & , \text{ khi } x > 0 \\ \frac{-1}{(-x) \ln 2019} & , \text{ khi } x < 0 \end{cases} \Rightarrow y' = \frac{1}{x \ln 2019}.$$

Câu 50. $y = \frac{1}{x+1+\ln x} \Rightarrow \frac{1}{y} = x+1+\ln x \Rightarrow \left(\frac{1}{y}\right)' = (x+1+\ln x)' \Leftrightarrow -\frac{y'}{y^2} = 1 + \frac{1}{x}.$

Câu 51. Ta có $y' = 2^x (\ln 2)(\ln x) + \frac{2^x}{x} + \frac{1}{e^x} = \left(\frac{1}{x} + (\ln 2)(\ln x)\right) + \frac{1}{e^x}.$

Câu 52. Điều kiện xác định của hàm số đã cho là:

$$\begin{cases} x > 0 \\ \log_{2017} x > 0 \\ \log_{2018} (\log_{2017} x) > 0 \\ \log_{2019} (\log_{2018} (\log_{2017} x)) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_{2017} x > 0 \\ \log_{2018} (\log_{2017} x) > 0 \\ \log_{2018} (\log_{2017} x) > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_{2017} x > 0 \\ \log_{2018} (\log_{2017} x) > 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_{2017} x > 0 \\ \log_{2017} x > 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_{2017} x > 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 2017^{2018} \end{cases} \Leftrightarrow x > 2017^{2018}.$$

Câu 53. Ta có $f'(x) = \frac{(x^2 - 2x)'}{(x^2 - 2x) \ln 2} = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x) \ln 2}$

Câu 54. Áp dụng các công thức $(\ln u)' = \frac{u'}{\ln u}$ và $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ ta có $f'(x) = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.

Câu 55. Chọn B

Ta có $f(x) = \ln 2018 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$

Do đó $S = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018} = 1 - \frac{1}{2018} = \frac{2017}{2018}$.

Câu 56. Ta có: $f'(x) = \left(\ln \frac{2018x}{x+1}\right)' = \frac{1}{\frac{2018x}{x+1}} \cdot \left(\frac{2018x}{x+1}\right)' = \frac{x+1}{2018x} \cdot \frac{2018}{(x+1)^2} = \frac{1}{x(x+1)}$

Vậy $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018)$
 $= \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2018 \cdot 2019} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2018} - \frac{1}{2019}$
 $= 1 - \frac{1}{2019} = \frac{2018}{2019}$.

Dạng 3. Khảo sát hàm số mũ, logarit

Câu 57. Chọn B

Tập xác định $D = (0; +\infty)$

Ta có $f(x) = x \ln x \Rightarrow f'(x) = g(x) = \ln x + 1$.

Ta có $g(1) = 1$ nên đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 1)$. Loại hai đáp án B và D

Và $\lim_{x \rightarrow 0^+} (g(x)) = \lim_{x \rightarrow 0^+} [\ln(x) + 1]$. Đặt $t = \frac{1}{x}$. Khi $x \rightarrow 0^+$ thì $t \rightarrow +\infty$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow 0^+} (g(x)) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left[\ln\left(\frac{1}{t}\right) + 1\right] = -\lim_{t \rightarrow +\infty} [\ln(t) - 1] = -\infty$ nên loại đáp án A

Câu 58. Chọn D

Ta có: $y' = \frac{2x}{x^2 + 1} - m$.

Hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$.

$\Leftrightarrow g(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} \geq m, \forall x \in (-\infty; +\infty)$. Ta có $g'(x) = \frac{-2x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

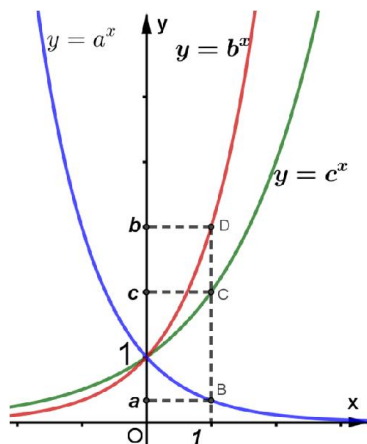
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	0	-1	1	0	

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $g(x) = \frac{2x}{x^2+1} \geq m, \forall x \in (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow m \leq -1$

Câu 59. Chọn D

Đường thẳng $x=1$ đồ thị các hàm số $y=a^x, y=b^x, y=c^x$ tại các điểm có tung độ lần lượt là $y=a, y=b, y=c$ như hình vẽ:



Từ đồ thị kết luận $a < b < c$

Câu 60. Chọn A

Theo hình ta thấy hàm $y=a^x$ là hàm đồng biến nên $a > 1$, còn hàm $y=b^x$ là hàm nghịch biến nên $0 < b < 1$. Suy ra $0 < b < 1 < a$.

Câu 61. Chọn C

Hàm số mũ $y=a^x$ với $0 < a < 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có $0 < \frac{e}{4} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 62. Chọn C

Hàm số $y = \ln(-x)$ TXĐ $D = (-\infty; 0)$

Cơ số $a=e > 1$ do đó hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$

Câu 63. Chọn C

Hàm số $y=a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a > 1$.

Thấy các số $\frac{1}{\pi}; \frac{2}{3}; 0,5$ nhỏ hơn 1, còn $\sqrt{3}$ lớn hơn 1 nên chọn C.

Câu 64. Chọn C

Hàm số $y = \log_2 x$ có tập xác định là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Câu 65. Chọn D

$y = (0,1)^{2x} = (0,01)^x, y = (2016)^{2x} = 4064256^x$

Ta có các cơ số $\frac{2015}{2016}; \frac{3}{\sqrt{2016}-\sqrt{2}}; 0,01$ đều nhỏ hơn 1 nên các hàm số ở A, B, C nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Cơ số $4064256 > 1$ nên hàm số $y = (2016)^{2x}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 66. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(e; 1)$ và nằm cả trên và dưới trục hoành nên chỉ có hàm số $y = \ln x$ thỏa mãn.

Câu 67. Hàm số $f(x) = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $a > 1$ và nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nếu $0 < a < 1$.

Vậy hàm số $f(x) = 3^x$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 68. Ta có tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} x$ là $D = (0; +\infty)$. Do đó đáp án B sai.

Câu 69. Chọn B

Xét hàm số $y = a^x$ đi qua $(0; 1)$ suy ra đồ thị hàm số (1) là đồ thị của hàm nghịch biến nên $0 < a < 1$.

Xét đồ thị hàm số $y = \log_b x$ đi qua $(1; 0)$ suy ra đồ thị của hàm số (2) là đồ thị của hàm đồng biến suy ra $b > 1$.

Vậy $0 < a < 1 < b$.

Câu 70. +) $y = \ln x$; TXĐ: $D = (0; +\infty)$

$e > 1$ suy ra hàm số $y = \ln x$ đồng biến trên D .

+) $y = \log_{1-\sqrt{\frac{2018}{2019}}} x$; TXĐ: $D = (0; +\infty)$

$0 < \sqrt{\frac{2018}{2019}} < 1 \Rightarrow 0 < 1 - \sqrt{\frac{2018}{2019}} < 1$ suy ra hàm số $y = \log_{1-\sqrt{\frac{2018}{2019}}} x$ là hàm nghịch biến

D .

+) $y = \log_{\pi} x$; TXĐ: $D = (0; +\infty)$

$\pi > 1$ suy ra hàm số $y = \log_{\pi} x$ đồng biến trên D .

+) $y = \log_{4-\sqrt{3}} x$; TXĐ: $D = (0; +\infty)$

$4 - \sqrt{3} > 1$ suy ra hàm số $y = \log_{4-\sqrt{3}} x$ đồng biến trên D .

Câu 71. Với $x = 1 \Rightarrow y = \ln x = \ln 1 = 0$.

Với $x = 2 \Rightarrow y = \ln x = \ln 2$.

Với $x = 2e \Rightarrow y = \ln x = \ln 2e = \ln 2 + 1$.

Với $x = 0$, hàm số không xác định.

Câu 72. Ta thấy hàm số $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ là hàm số mũ có tập xác định là $\mathbb{R}$ cơ số $a = \frac{2}{3} < 1$ nên nghịch biến trên tập xác định của nó.

Ngoài ra ta có thể loại các đáp án khác bằng cách giải thích cụ thể đặc điểm các hàm đó như sau:

Đáp án A loại vì: Hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ là hàm hằng nên không nghịch biến cũng không đồng biến.

Đáp án B loại vì: Hàm số $y = \log x$ là hàm số logarit có tập xác định là $D = (0; +\infty)$ có cơ số $a = 10 > 1$ nên luôn đồng biến trên tập xác định của nó.

Đáp án C loại vì: hàm số $y = 2^x$ là hàm số mũ có tập xác định là $\mathbb{R}$ có cơ số $a = 2 > 1$

Câu 73. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 74. Chọn A.

Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty) \Leftrightarrow a > 1 \Rightarrow$ Chọn A

Câu 75. Chọn B

Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng với nhau qua đường phân giác góc phần tư thứ nhất ($y = x$), suy ra chọn B.

Câu 76. Ta có $A(0; \ln a)$, $B(0; \ln b)$, $C(0; \ln c)$ và B là trung điểm của AC nên

$$\ln a + \ln c = 2 \ln b \Leftrightarrow \ln(ac) = \ln b^2 \Leftrightarrow ac = b^2.$$

Vậy $ac = b^2$.

Câu 77. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 0)$ nên loại đáp án A và B .

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 1)$ nên loại D .

Vậy đáp án C thỏa mãn.

Câu 78. Vì $\frac{2}{e} < 1$ nên $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 79. Xét hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ có tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

Nhận thấy cơ số $\frac{\pi}{4} < 1$ nên $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ nghịch biến trên tập xác định.

Câu 80. Chọn B

Ta có: $y' = \frac{3^x \ln 3}{\ln 3} - 9 = 3^x - 9$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3^x = 9 \Leftrightarrow x = 2$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y		$\frac{9}{\ln 3} - 1$	

Câu 81. Chọn C

$M(\sqrt{2018}; \sqrt[5]{2019^{-1}})$ thuộc đồ thị hàm số $y = a^x$ nên ta có:

$$a^{\sqrt{2018}} = \sqrt[5]{2019^{-1}} = \frac{1}{\sqrt[5]{2019}} < 1 = a^0 \Rightarrow 0 < a < 1$$

$M(\sqrt{2018}; \sqrt[5]{2019^{-1}})$ thuộc đồ thị hàm số $y = \log_b x$ nên ta có:

$$\log_b \sqrt{2018} = \sqrt[5]{2019^{-1}} \Rightarrow b^{\frac{1}{\sqrt{2018}}} = \sqrt[5]{2019^{-1}} < 1 = b^0 \Rightarrow b > 1$$

Vậy $0 < a < 1, b > 1$.

Câu 82. Chọn B

TXĐ $D = (0; +\infty)$. $f'(x) = \frac{1}{x}$

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow A(1; 0)$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (L) tại điểm A là:

$$y = f'(1)(x - 1) + 0 = x - 1, \text{ chọn } B.$$

Câu 83. Tập xác định là $\mathbb{R}$.

$$y' = e^{-3x}(1 - 3x).$$

Vì $e^{-3x} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên dấu của y' là dấu của nhị thức $1 - 3x$, suy ra y' đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua $\frac{1}{3}$.

Do đó, $x = \frac{1}{3}$ là điểm cực đại của hàm số.

Câu 84. Hàm số $y = \log_3(x^2 - 2x)$ có tập xác định $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 3}$. Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	-		+	
y	$+\infty$		$-\infty$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số y nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Câu 85. Dựa vào đồ thị ta thấy khi $x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow 0$ do đó đồ thị hàm số $y = a^x$ có $a > 1$. Nên ta loại đáp án A và **D**.

Ở đồ thị hàm số $y = \log_b x \Leftrightarrow x = b^y$ ta thấy khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty$ do đó ta có $0 < b < 1$.

Câu 86. Hàm số có đồ thị (C_2) là hàm số nghịch biến, do đó loại đáp án A, **D**. Cho $x = 1$ suy ra $\frac{1}{\sqrt{7}} > \frac{1}{5}$

Do đó đồ thị hàm số (C_2) là $y = \frac{1}{5^x}$.

Câu 87. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = \frac{2x}{x^2+1} - m = \frac{-mx^2 + 2x - m}{x^2+1}$

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ điều kiện là

$$y' \geq 0; \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -mx^2 + 2x - m \geq 0; \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} -m > 0 \\ \Delta' = 1 - m^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -1].$$

Câu 88. Dựa vào đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$, ta có:

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên ta có: $0 < a < 1$. (1)

Các hàm số $y = b^x$, $y = \log_c x$ đồng biến trên tập xác định của nó nên ta có: $\begin{cases} b > 1 \\ c > 1 \end{cases}$. (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow \begin{cases} a < b \\ a < c \end{cases}$. Do đó loại hai phương án **B**, **D**.

Nếu $b = c$ thì ta có đồ thị hai hàm số $y = b^x$, $y = \log_b x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Tuy nhiên nhìn hình dáng hai đồ thị hàm số $y = b^x$, $y = \log_b x$ không có tính chất đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$. Do đó phương án đúng là **A**.

Cách khác:

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên ta có: $0 < a < 1$.

Các hàm số $y = b^x$, $y = \log_c x$ đồng biến trên tập xác định của nó nên ta có: $\begin{cases} b > 1 \\ c > 1 \end{cases}$.

Xét đồ thị hàm số $y = \log_c x$, ta có: $\log_c 2 > 1 \Leftrightarrow c < 2$.

Xét đồ thị hàm số $y = b^x$, ta có: $b^1 > 2 \Leftrightarrow b > 2$.

Do đó: $0 < a < c < b$.

Câu 89. Chọn C

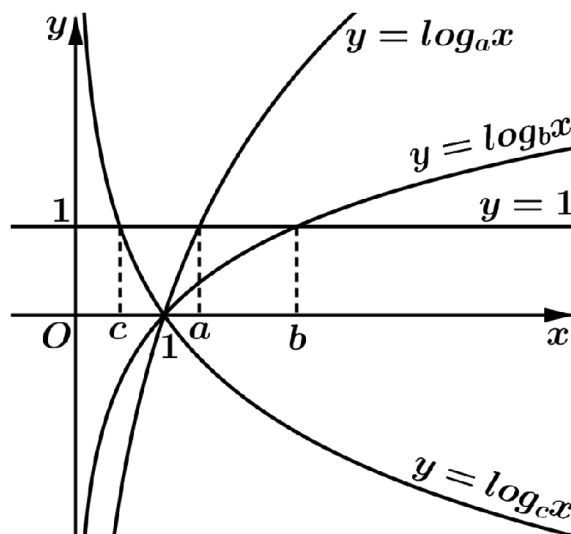
Xét hàm số $y = b^x$: Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} b^x = 0$, do đó $0 < b < 1$.

Xét hàm số $y = a^x$: Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$, do đó $a > 1$.

Từ đó suy ra: $a > b$. Loại đáp án A, D.

Xét tại $x = 1$ đồ thị hàm số $y = c^x$ có tung độ lớn hơn tung độ của đồ thị hàm số $y = a^x$ nên $c > a$. Vậy $c > a > 1 > b$.

Câu 90. Chọn D



Theo hình dạng của đồ thị ta có $\begin{cases} a, b > 1 \\ 0 < c < 1 \end{cases}$.

Vẽ đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hai hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ lần lượt tại 2 điểm $M(a; 1)$, $N(b; 1)$. Ta thấy điểm N bên phải điểm M nên $b > a$.

Vậy $c < a < b$.

Câu 91. Chọn A

Xét $y = f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 3]$

$$y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1 - \ln x}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = e \in [2; 3]$$

$$\text{Có } f(2) = \frac{\ln 2}{2} \approx 0,3466; f(e) = \frac{1}{e} \approx 0,3679; f(3) = \frac{\ln 3}{3} \approx 0,366,$$

$$\text{Suy ra } \min_{x \in [2; 3]} f(x) = \frac{\ln 2}{2}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng $\frac{\ln 2}{2}$.

Câu 92. Do $y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ là hai hàm đồng biến nên $b, c > 1$.

Do $y = \log_a x$ nghịch biến nên $0 < a < 1$. Vậy a bé nhất.

Mặt khác: Lấy $y = m$, khi đó tồn tại $x_1, x_2 > 0$ để $\begin{cases} \log_b x_1 = m \\ \log_c x_2 = m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^m = x_1 \\ c^m = x_2 \end{cases}$.

Để thấy $x_1 < x_2 \Rightarrow b^m < c^m \Rightarrow b < c$. Vậy $a < b < c$.

Câu 93. Chọn C

Điều kiện: $\ln x \neq 2m \Leftrightarrow x \neq e^{2m}$. Có $y' = \frac{6-2m}{x(\ln x - 2m)^2}$

Hàm số đồng biến trên $(1; e) \Leftrightarrow y' > 0 \forall x \in (1; e) \Leftrightarrow \frac{6-2m}{x(\ln x - 2m)^2} > 0 \forall x \in (1; e)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6-2m > 0 \\ e^{2m} \notin (1; e) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6-2m > 0 \\ e^{2m} \leq 1 \\ e^{2m} \geq e \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m \leq 0 \\ m \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ \frac{1}{2} \leq m < 3 \end{cases}$$

Do m nguyên dương nên $m \in \{1; 2\}$. Vậy tập S có 2 phần tử.

Câu 94. Chọn D

Đặt $t = \log_2 x$.

Ta có $x \in (4; +\infty) \Leftrightarrow t \in (2; +\infty)$.

Hàm số được viết lại $y = \frac{mt-2}{t-m-1}$ (1).

Vì $t = \log_2 x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (1) nghịch biến trên $(2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m(m+1)+2 < 0 \\ m+1 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 1 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2.$$

Câu 95. Tập xác định của hàm số $f(x): D = (0; +\infty)$

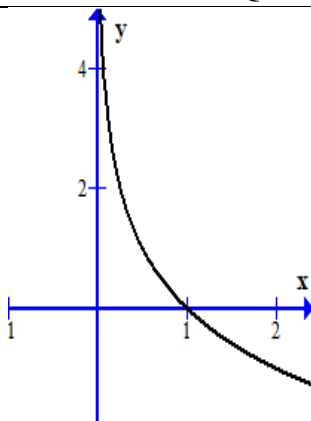
Ta có $f'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$

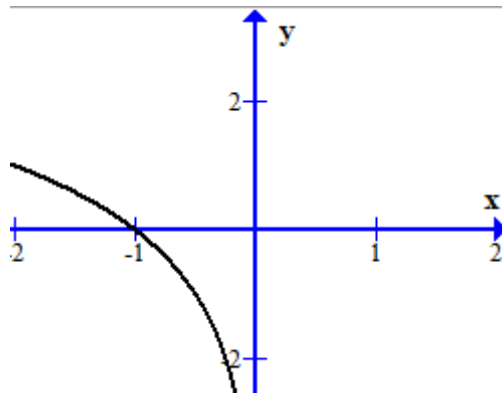
Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-

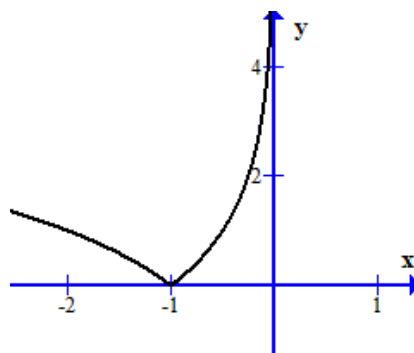
Câu 96. Ta có $y = \log_{2018} \left(\frac{1}{x} \right)$ thì $y' = -\frac{1}{x^2} \frac{1}{x \ln 2018} < 0$ hàm số nghịch biến ta vẽ được đồ thị hàm số (C_1) như hình



Do (C_2) đối xứng với (C_1) qua O nên có dạng như hình dưới



Từ đó đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ là



Dựa vào đồ thị trên ta có hàm số $y = |f(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Câu 97. Đặt $t = \ln x$.

Khi đó hàm số $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 3m}$ đồng biến trên khoảng $(1; e^6)$ thì hàm số $y(t) = \frac{t - 6}{t - 3m}$ đồng biến trên khoảng $(0; 6)$.

$$\text{Ta có } y'(t) = \frac{-3m + 6}{(t - 3m)^2}$$

Để hàm số $y(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; 6)$ thì

$$\begin{cases} -3m + 6 > 0 \\ 3m \notin (0; 6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \leq 0 \Rightarrow m \leq 0 \xrightarrow[m \in [-2019; 2019]]{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-2019; -2018; \dots; -1; 0\} \\ m \geq 2 \end{cases}$$

Vậy có tất cả: 2020 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 98. Ta có: $y' = f'(x) = \ln x + \frac{x+1}{x} + 2 - m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f'(x) = \ln x + \frac{1}{x} + 3 - m \geq 0 \Leftrightarrow \ln x + \frac{1}{x} + 3 \geq m; \forall x \in (0; e^2)$.

Xét hàm số: $g(x) = \ln x + \frac{1}{x} + 3$ với $x \in (0; e^2)$.

Ta có: $g'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	0	1	e^2	
$g'(x)$		-	0	+
$g(x)$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$			$5 + \frac{1}{e^2}$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $g(x) \geq 4$ với mọi $x \in (0; e^2)$.

Từ đó suy ra $-2018 \leq m \leq 4$.

Vậy có 2023 giá trị của m thỏa mãn.

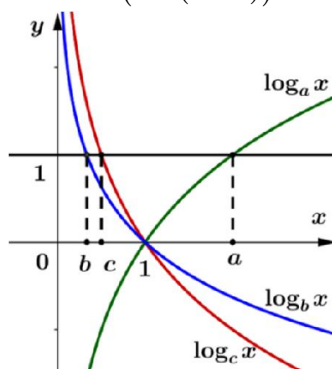
Câu 99. Ta có $\log(\log e) + \log(\ln 10) = \log 1 = 0$.

Mặt khác $f(x) + f(-x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin x + 6 + a \ln(-x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin(-x) + 6$

$= a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})(-x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin x - b \sin x + 12$

$= a \ln 1 + 12 = 12 \forall x \in \mathbb{R}$.

Khi đó suy ra $f(\log(\log e)) + f(\log(\ln 10)) = 12 \Rightarrow f(\log(\ln 10)) = 10$.



Câu 100.

Kẻ đường thẳng $(d): y = 1$. Hoành độ giao điểm của (d) với các đồ thị hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ lần lượt là a, b, c . Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $a > c > b$.

Câu 101.

Lời giải

Chọn B

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = a^x$; (C_1) là đồ thị hàm số $y = f(x)$.

$M\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}; y_M\right) \in (C_1) \Leftrightarrow y_M = f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)$.

Gọi N đối xứng với M qua $I(1; 1) \Rightarrow N\left(-\log_a \frac{1}{2018}; 2 - y_M\right)$.

Do đồ thị (C_1) đối xứng (C) qua $I(1;1)$ nên $N\left(-\log_a \frac{1}{2018}; 2 - y_M\right) \in (C)$.

$$N \in (C) \Leftrightarrow 2 - y_M = a^{-\log_a \frac{1}{2018}} \Leftrightarrow 2 - y_M = a^{\log_a 2018} \Leftrightarrow 2 - y_M = 2018 \Leftrightarrow y_M = -2016.$$

$$\text{Vậy } f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right) = -2016.$$

Dạng 4. Bài toán thực tế (lãi suất, tăng trưởng...)

Câu 102.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } A_n = A_0(1+r)^n = 100.000.000 \left(1 + \frac{0,4}{100}\right)^6 = 102.424.128$$

Câu 103. Chọn B

Gọi x số tiền gửi ban đầu.

$$\text{Theo giả thiết } 2x = x \left(1 + \frac{6,1}{100}\right)^N \Leftrightarrow 2 = \left(1 + \frac{6,1}{100}\right)^N$$

$$\Leftrightarrow 2 = \left(1 + \frac{6,1}{100}\right)^N \Leftrightarrow N = \log_{(1,061)} 2 \approx 11,7$$

Vậy sau ít nhất 12 năm người đó thu được số tiền thỏa yêu cầu.

Câu 104. Chọn C

Cách 1: Công thức: Vay số tiền A lãi suất $r\%$ / tháng. Hỏi trả số tiền a là bao nhiêu để n tháng hết nợ

$$a = \frac{A.r.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \frac{100.0,01.(1+0,01)^3}{(1+0,01)^3 - 1}.$$

Cách 2: Theo đề ta có: ông A trả hết tiền sau 3 tháng vậy ông A hoàn nợ 3 lần

Với lãi suất 12%/năm suy ra lãi suất một tháng là 1%

Hoàn nợ lần 1:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là : $100.0,01 + 100 = 100.1,01$ (triệu đồng)

- Số tiền dư : $100.1,01 - m$ (triệu đồng)

Hoàn nợ lần 2:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là :

$$(100.1,01 - m).0,01 + (100.1,01 - m) = (100.1,01 - m).1,01 = 100.(1,01)^2 - 1,01.m \text{ (triệu đồng)}$$

- Số tiền dư: $100.(1,01)^2 - 1,01.m - m$ (triệu đồng)

Hoàn nợ lần 3:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là :

$$\left[100.(1,01)^2 - 1,01.m - m\right].1,01 = 100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m \text{ (triệu đồng)}$$

- Số tiền dư: $100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m - m$ (triệu đồng)

$$\Rightarrow 100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{100.(1,01)^3}{(1,01)^2 + 1,01 + 1}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{100.(1,01)^3.(1,01-1)}{\left[(1,01)^2 + 1,01 + 1\right].(1,01-1)} = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1} \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 105. Chọn B

Ta xây dựng bài toán tổng quát như sau

Gọi số tiền người đó vay ngân hàng là V_0 triệu đồng

Số tiền hàng tháng người đó phải trả là a triệu đồng

Lãi suất là r %/ tháng

Vậy số tiền nợ ngân hàng sau tháng thứ nhất là $V_0(1+0,0r)$

Số tiền người đó còn nợ ngân hàng sau khi trả tiền tháng 1 là

$$T_1 = V_0(1+0,0r) - a$$

Số tiền người đó còn nợ ngân hàng sau khi trả tiền tháng 2 là

$$T_2 = T_1(1+0,0r) - a$$

$$= [V_0(1+0,0r) - a](1+0,0r) - a$$

$$= V_0(1+0,0r)^2 - a(1+0,0r) - a$$

Số tiền người đó còn nợ ngân hàng sau tháng thứ n là

$$T_n = V_0(1+0,0r)^n - a(1+0,0r)^{n-1} - \dots - a(1+0,0r) - a$$

$$T_n = 0 \Leftrightarrow V_0(1+0,0r)^n - a(1+0,0r)^{n-1} - \dots - a(1+0,0r) - a = 0$$

$$\Leftrightarrow V_0(1+0,0r)^n = a[(1+0,0r)^{n-1} + \dots + (1+0,0r) + 1]$$

Vì sau n tháng thì trả hết tiền nên ta có

$$\Leftrightarrow V_0(1+0,0r)^n = a \frac{(1+0,0r)^n - 1}{(1+0,0r) - 1}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{V_0 \cdot 0,0r \cdot (1+0,0r)^n}{(1+0,0r)^n - 1}$$

Áp dụng

$$a = \frac{100.0,01(1,01^{60})}{1,01^{60} - 1} \approx 2,224444768$$

Câu 106. Chọn C

Áp dụng công thức $A_n = A_0(1+r)^n$ với n là số kỳ hạn, A_0 là số tiền ban đầu, A_n là số tiền có được sau n kỳ hạn, r là lãi suất.

$$\text{Suy ra } A_9 = A_0(1+r)^9 \Rightarrow r = \sqrt[9]{\frac{A_9}{A_0}} - 1 = 0,7\%.$$

Câu 107. Chọn B

Sau n tháng, người đó lĩnh được số tiền là: $100 \cdot (1+0,6\%)^n$ (triệu đồng).

Sau n tháng, người đó được lĩnh số tiền không ít hơn 110 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi)

$$\Rightarrow 100 \cdot (1+0,6\%)^n \geq 110 \Leftrightarrow n \geq \log_{1+0,6\%} \frac{11}{10} \approx 15,9.$$

Câu 108. Chọn A

Ta có: $r = 2\% = 0,02$

• Số tiền 100 triệu đồng gửi lần đầu thì sau 1 năm (4 quý) nhận được cả vốn lẫn lãi là:

$$T_1 = 100(1+0,02)^4 = 108,24 \text{ triệu đồng}$$

• Số tiền 100 triệu đồng gửi lần thứ hai thì sau 6 tháng (2 quý) nhận được cả vốn lẫn lãi là:

$$T_2 = 100(1+0,02)^2 = 104,04 \text{ triệu đồng}$$

Vậy tổng số tiền nhận được là: $T = T_1 + T_2 = 212,28$ triệu đồng.

Câu 109. Chọn B

Gửi ngân hàng số tiền là A đồng với lãi suất $r\%$./tháng. Mỗi tháng vào ngày ngân hàng tính lãi, rút ra số tiền là X đồng. Số tiền còn lại sau n tháng được tính theo công thức:

$$S_n = A(1+r)^n - X \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 800(1,005)^{12} - 6 \cdot \frac{(1,005)^{12} - 1}{0,5\%} = 775.3288753 = 1200 - 400 \cdot (1,005)^{12}$$

Câu 111. Chọn B

Giả sử anh An vay số tiền là A với lãi suất r trên tháng và trả nợ cho ngân hàng số tiền cố định là x. Anh An sau các tháng còn nợ ngân hàng với số tiền là:

Tháng thứ 1: $A(1+r) - x$

Tháng thứ 2: $[A(1+r) - x](1+r) - x = A(1+r)^2 - [1 + (1+r)]x = A(1+r)^2 - x \cdot \frac{(1+r)^2 - 1}{r}$

Tháng thứ 3: $A(1+r)^3 - x \cdot \frac{(1+r)^3 - 1}{r}$

...

Tháng thứ n: $A(1+r)^n - x \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$

Áp dụng công thức ta có: $A = 500; r = 0,0085; x = 10$ và sau n tháng trả hết nợ ta có:

$$500 \cdot (1 + 0,0085)^n - 10 \cdot \frac{(1 + 0,0085)^n - 1}{0,0085} = 0$$

$$\Leftrightarrow 50 \cdot (1,0085)^n = \frac{(1,0085)^n - 1}{0,0085} \Leftrightarrow (1,0085)^n = \frac{40}{23} \Leftrightarrow n = \log_{1,0085} \frac{40}{23} \approx 65,4$$

Câu 112. Chọn A

Số tiền ông An tích lũy được gồm cả vốn và lãi là 260 triệu

Công thức tính lãi kép $A_n = A(1+r)^n$

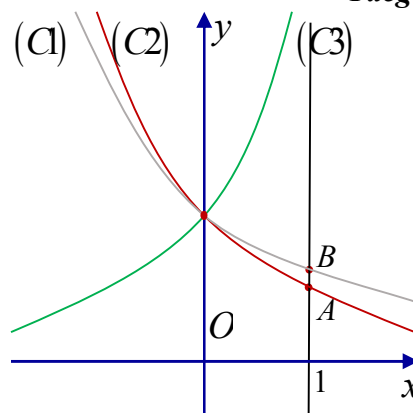
$$\Leftrightarrow 260 \cdot 10^6 = 100 \cdot 10^6 (1 + 10\%)^n$$

$$\Leftrightarrow n = 10$$

Câu 113.

Lời giải

Tác giả: Mai Tiến Linh; Fb: Mai Tiến Linh



Vì hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 1$ và nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $0 < a < 1$ nên dựa vào đồ thị ta có:

+ (C_3) là đồ thị của hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó (C_3) có thể là đồ thị của hàm số $y = 6^x$ hoặc $y = 8^x$.

+ $(C_1), (C_2)$ là đồ thị của các hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên (C_2) có thể là đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{5^x}$ hoặc

$$y = \frac{1}{\sqrt{7}^x}.$$

+ Kẻ đường thẳng $x=1$ lần lượt cắt (C_2) và (C_1) tại A và B . Vì $y_A < y_B$ và $\frac{1}{5} < \frac{1}{\sqrt{7}}$ nên đồ

Câu 114. Ta có: $f'(x) = 2(x^2 - 2)e^{2x} + 2xe^{2x} = 2(x^2 + x - 2)e^{2x}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [-1; 2] \\ x = -2 \notin [-1; 2] \end{cases}.$$

$$\text{Và } f(-1) = -e^{-2}; f(2) = 2e^4; f(1) = -e^2$$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng $-e^2$ tại $x = 1$.

Câu 115. Chọn D

$$y' = 2^{x+1} \ln 2 - \frac{4}{3} \cdot 8^x \ln 8 = 0 \Leftrightarrow 2^x - 2 \cdot (2^x)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 0 \\ 2^x = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1/2 \end{cases}$$

Xét $y(-1) = 5/6$; $y(-1/2) = 0,9428$; $y(0) = 2/3$. Ta có: $y_{\min} = \frac{2}{3}$.

Câu 116. Ta có: số tiền nhận được của gốc và lãi là: $200\,000\,000(1+r)^3 = 231\,525\,000$

$$\Leftrightarrow r = 5\%/\text{năm}$$

Câu 117. Số tiền ông An nhận được sau 5 năm đầu là: $60(1+8\%)^5 = 88,160$ (triệu đồng)

Số tiền ông An nhận được (toàn bộ tiền gốc và tiền lãi) sau 10 năm là:

$$(88,16 + 60)(1+8\%)^5 = 217,695 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 118.

Lời giải

Gọi $a = 200$ triệu; $b = 20$ triệu; $\alpha = 7\%$.

Số tiền sau 1 năm: $a(1+\alpha)$.

Số tiền sau 2 năm: $a(1+\alpha)^2 + b(1+\alpha)$.

Số tiền sau 3 năm: $a(1+\alpha)^3 + b(1+\alpha)^2 + b(1+\alpha)$.

.....

Số tiền sau 18 năm: $a(1+\alpha)^{18} + b[(1+\alpha)^{17} + (1+\alpha)^{16} + \dots + (1+\alpha)]$

$$= a(1+\alpha)^{18} + b \left[(1+\alpha) \cdot \frac{(1+\alpha)^{17} - 1}{\alpha} \right]$$

Vậy số tiền ông Chính nhận sau 18 năm là: 1.335.967.000 VNĐ.

Câu 119. Ta có: Số tiền cả lãi lẫn gốc sau 15 tháng gửi: $S_{15} = \frac{T}{r}(1+r)[(1+r)^{15} - 1]$

$$\text{Vậy: } 10.000.000 = \frac{T}{0,006}(1+0,006)[(1+0,006)^{15} - 1] \Leftrightarrow T \approx 635.301$$

Câu 120. • Số tiền anh Nam nhận được sau 6 tháng (tức 2 quý) là:

$$T_1 = 100(1 + 3\% / 0)^2 = 106,09 \text{ triệu đồng.}$$

• Số tiền anh Nam nhận được sau một năm (tức 2 quý còn lại của năm) là:

$$T_2 = (106,09 + 100)(1 + 3\% / 0)^2 \approx 218,64 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 121. Gọi A là số tiền gửi vào ngân hàng, r là lãi suất, T là số tiền cả gốc lẫn lãi thu được sau n tháng. Ta có $T = A(1 + r)^n$.

$$\text{Theo đề } T = 50.(1,005)^n > 60 \Leftrightarrow n > \log_{1,005} \frac{6}{5} \approx 36,6.$$

Vậy sau ít nhất 37 tháng thì ông A thu được số tiền cả gốc lẫn lãi hơn 60 triệu.

Câu 122. Chọn B

Áp dụng công thức $S = Ae^{Nr}$ từ đầu năm 2010 đến đầu năm 2015 ta có:

$$1153600 = 1038229.e^{5r} \Leftrightarrow r = \frac{1}{5} \ln \frac{1153600}{1038229}.$$

$$\text{Đầu năm 2020 dân số của tỉnh Bắc Ninh là } S = 1038229.e^{10 \cdot \frac{1}{5} \ln \frac{1153600}{1038229}} \approx 1281792 \text{ người.}$$

Vậy Chọn **B**.

Câu 123. Kí hiệu số tiền gửi ban đầu là A , lãi suất một kì hạn là m thì số tiền cả gốc và lãi có được sau n kì hạn là $A(1 + m)^n$.

Do đó, số tiền cả gốc và lãi người đó nhận được sau n năm là $300.1,07^n$ triệu đồng.

$$\text{Số tiền cả gốc và lãi nhận được nhiều hơn 600 triệu đồng} \Leftrightarrow 300.1,07^n > 600 \Leftrightarrow n > \log_{1,07} 2 \approx 10,245.$$

Vậy sau ít nhất 11 năm thì người đó nhận được số tiền nhiều hơn 600 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi.

Câu 124. Gọi P_0 là số tiền gửi ban đầu, r là lãi suất / năm.

$$\text{Số tiền gốc và lãi sau năm thứ nhất: } P_1 = P_0 + P_0.r = P_0(1 + r).$$

$$\text{Số tiền gốc và lãi sau năm thứ hai: } P_2 = P_1 + P_1.r = P_0(1 + r)^2.$$

....

$$\text{Số tiền gốc và lãi người đó rút ra được sau 5 năm là } P_5 = P_0.(1 + r)^5 = 80000000.(1 + 6,9\%)^5 \approx 111680799 \text{ (đồng).}$$

Câu 125. Chọn C

$$\text{Số tiền nhận được khi gửi khoản tiền } T \text{ ở tháng đầu tiên là } T(1 + 0,006)^{15} = T.1,006^{15}.$$

$$\text{Số tiền nhận được khi gửi khoản tiền } T \text{ ở tháng thứ 2 là } T(1 + 0,006)^{14} = T.1,006^{14}.$$

$$\text{Cứ như vậy, số tiền nhận được khi gửi khoản tiền } T \text{ ở tháng thứ 14 là } T(1 + 0,006) = T.1,006.$$

Vậy tổng số tiền nhận được sau 15 tháng là:

$$T(1,006^{15} + 1,006^{14} + \dots + 1,006^2 + 1,006) = T.1,006 \cdot \frac{1,006^{15} - 1}{0,006}.$$

$$\text{Theo giả thiết có: } 10000000 = T.1,006 \cdot \frac{1,006^{15} - 1}{0,006} \Rightarrow T \approx 635301,46.$$

Câu 126. Chọn A

Gọi T_0 là số tiền người đó gửi vào ngân hàng vào ngày 01/01 hàng năm, T_n là tổng số tiền cả vốn lẫn lãi người đó có được ở cuối năm thứ n , với $n \in \mathbb{N}^*$, r là lãi suất ngân hàng mỗi năm.

$$\text{Ta có: } T_1 = T_0 + rT_0 = T_0(1 + r).$$

Đầu năm thứ 2, người đó có tổng số tiền là:

$$T_0(1+r) + T_0 = T_0[(1+r) + 1] = \frac{T_0}{[(1+r)-1]}[(1+r)^2 - 1] = \frac{T_0}{r}[(1+r)^2 - 1].$$

$$\text{Do đó: } T_2 = \frac{T_0}{r} \cdot [(1+r)^2 - 1] + \frac{T_0}{r} \cdot [(1+r)^2 - 1] \cdot r = \frac{T_0}{r} \cdot [(1+r)^2 - 1](1+r).$$

.....

$$\text{Ta có: } T_n = \frac{T_0}{r} \cdot [(1+r)^n - 1](1+r).$$

$$\text{Áp dụng vào bài toán, ta có: } 10^9 = \frac{T_0}{0,07} \cdot [(1+0,07)^6 - 1](1+0,07) \Rightarrow T_0 \approx 130\,650\,280 \text{ đồng.}$$

Câu 127. Gọi số tiền vay ban đầu là M , số tiền hoàn nợ mỗi tháng là m , lãi suất một tháng là r .
Hết tháng thứ nhất, số tiền cả vốn lẫn nợ ngân hàng là $M + Mr = M(1+r)$ (triệu đồng).

Sau khi hoàn nợ lần thứ nhất, số tiền còn nợ là $M(1+r) - m$ (triệu đồng).

Sau khi hoàn nợ lần thứ hai, số tiền còn nợ là

$$M(1+r) - m + [M(1+r) - m]r - m = M(1+r)^2 - m(1+r) - m \text{ (triệu đồng).}$$

Sau khi hoàn nợ lần thứ ba, số tiền còn nợ là

$$\begin{aligned} & M(1+r)^2 - m(1+r) - m + [M(1+r)^2 - m(1+r) - m]r - m \\ &= M(1+r)^3 - m(1+r)^2 - m(1+r) - m \text{ (triệu đồng).} \end{aligned}$$

Lập luận tương tự, sau khi hoàn nợ lần thứ n , số tiền còn nợ là

$$M(1+r)^n - m(1+r)^{n-1} - m(1+r)^{n-2} - \dots - m(1+r) - m = M(1+r)^n - \frac{m[(1+r)^{n-1} - 1]}{r}.$$

Sau tháng thứ n trả hết nợ thì ta có

$$M(1+r)^n - \frac{m[(1+r)^{n-1} - 1]}{r} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{Mr(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

$$\Leftrightarrow m = (m - Mr)(1+r)^n \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{m}{m - Mr} \Leftrightarrow n = \log_{(1+r)} \left(\frac{m}{m - Mr} \right)$$

Thay số với $M = 100.000.000$, $r = 0,7\%$, $m = 5.000.000$ ta tính được $n \approx 21,62$ (tháng).

Vậy sau 22 tháng người đó trả hết nợ ngân hàng.

Câu 128. Bài toán lãi kép:

Kí hiệu số tiền gửi ban đầu là A , lãi suất một kì hạn là $r\%$ thì số tiền cả gốc và lãi có được sau n kì hạn là

$$S_n = A(1+r\%)^n.$$

Anh Bảo nhận được số tiền ít nhất 36 triệu đồng tính cả vốn và lãi nên ta có:

$$27(1+1,85\%)^n \geq 36 \Leftrightarrow n \geq 15,693.$$

Vậy thời gian tối thiểu để anh Bảo nhận được ít nhất 36 triệu đồng tính cả vốn lẫn lãi là 16 quý.

Câu 129. Gọi T_n là số tiền cả gốc lẫn lãi sau n tháng, a là số tiền gốc, r là lãi suất, ta có:

$$\text{Cuối tháng thứ 1 ông An có số tiền là: } T_1 = a(1+r)$$

$$\text{Đầu tháng thứ 2 ông An có số tiền là: } T_2 = a(1+r) + a$$

$$\text{Cuối tháng thứ 2 ông An có số tiền là: } T_2 = a(1+r) + a + (a(1+r) + a)r = a(1+r) + a(1+r)^2$$

.....

$$\text{Cuối tháng thứ } n \text{ ông An có số tiền là: } T_n = a(1+r) + a(1+r)^2 + \dots + a(1+r)^n$$

$$= a \left((1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^n \right) = a \cdot \frac{(1+r) \left((1+r)^n - 1 \right)}{1+r-1} = \frac{a(1+r) \left((1+r)^n - 1 \right)}{r} (1).$$

Với kì hạn một tháng, suy ra 3 năm có 36 kỳ. Lãi suất của một năm là 7,2%, suy ra lãi suất của 1 tháng là:

$$\frac{7,2}{12} \% = 0.6\%. \text{ Áp dụng (1) ta có: } a = 5000000; r = 0.6\% = 0.072; n = 36$$

$$\Rightarrow T_{36} = \frac{5000000(1+0.6\%) \left((1+0.6\%)^{36} - 1 \right)}{0.6\%} \approx 201453000$$

Câu 130. Số tiền trả cho ngân hàng nếu vay 200 triệu trong 4 tháng

$$N = 200 \cdot (1+0,7\%)^4 - 200 \approx 5,65907$$

Tổng số tiền lãi nếu anh Bình gửi đúng kì hạn là

$$L_1 = 200 \cdot (1+0,65\%)^{12} - 200 \approx 16,16996$$

Số tiền lãi nếu anh Bình làm theo tư vấn của nhân viên ngân hàng

$$L = 16,16996 - 5,65907 = 10,51089.$$

Số tiền lãi nếu gửi 8 tháng theo hình thức lãi suất không kì hạn

$$L_2 = 200 \cdot (1+0,02\%)^8 - 200 \approx 0,32022.$$

Số tiền anh Bình đỡ thiệt nếu làm theo tư vấn của nhân viên ngân hàng

$$16,16996 - 5,65907 - 0,32022 \approx 10,19067.$$

Câu 131. Đặt $T = 8\,000\,000$

Số tiền thầy giáo thu được sau tháng thứ nhất, thứ 2, thứ 3, ..., thứ n lần lượt là $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$

Ta có:

$$T_1 = T(1+r)$$

$$T_2 = [T_1 + T](1+r) = T(1+r)^2 + T(1+r)$$

$$T_3 = [T_2 + T](1+r) = T(1+r)^3 + T(1+r)^2 + T(1+r)$$

.

$$T_n = T(1+r)^n + T(1+r)^{n-1} + \dots + T(1+r) = T(1+r) \times \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\text{Theo bài ra ta có } T_n = 400\,000\,000 \Leftrightarrow T(1+r) \times \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 400\,000\,000$$

$$\Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{251}{201} \Leftrightarrow n = \log_{1.005} \frac{251}{201} \approx 44,54$$

Vậy sau 45 tháng thầy giáo sẽ mua được một chiếc xe ô tô trị giá 400 000 000 VNĐ.

Câu 132. Với 100 triệu ban đầu số tiền cả lãi và gốc thu được sau hai năm là

$$T_1 = 100 \cdot (1+0,8\%)^{24} \cdot 10^6 = 121074524$$

Mỗi tháng tiếp theo gửi 2 triệu thì tổng số tiền cả lãi và gốc là

$$T_2 = \frac{2}{0,008} \cdot \left[(1+0,008)^{23} - 1 \right] \cdot (1+0,008) 10^6 = 50686310$$

Vậy tổng số tiền là $T = T_1 + T_2 = 171.761.000$

Câu 133. Cuối tháng thứ nhất, tiền gốc và lãi là $400 \cdot 1,01$ triệu đồng. Sau khi trả 10 triệu thì số tiền người đó còn nợ ngân hàng là $(400 \cdot 1,01 - 10)$ triệu đồng.

Cuối tháng thứ hai, tiền gốc và lãi là: $(400 \cdot 1,01^2 - 10 \cdot 1,01)$ triệu đồng. Sau khi trả 10 triệu thì số tiền người đó còn nợ ngân hàng là $(400 \cdot 1,01^2 - 10 \cdot 1,01 - 10)$ triệu đồng.

Như vậy ở cuối tháng thứ $n (n \geq 1)$ người đó nếu còn nợ thì số tiền nợ là:

$(400 \cdot 1,01^n - 10 \cdot 1,01^{n-1} - 10 \cdot 1,01^{n-2} - \dots - 10)$ triệu đồng.

Xét $400 \cdot 1,01^n - 10 \cdot 1,01^{n-1} - 10 \cdot 1,01^{n-2} - \dots - 10 = 0$

$$\Leftrightarrow 400 \cdot 1,01^n - 10 \cdot \frac{1,01^n - 1}{0,01} = 0 \Leftrightarrow 600 \cdot 1,01^n = 1000 \Leftrightarrow n = \log_{1,01} \frac{5}{3} \approx 51,33$$

Do vậy kỳ cuối cùng người đó phải trả tiền là tháng thứ 52. Cuối tháng thứ 51, số tiền còn nợ lại là

$$400 \cdot 1,01^{51} - 10 \cdot \frac{1,01^{51} - 1}{0,01} \approx 3,3531596 \text{ triệu đồng.}$$

Vậy kỳ cuối người đó phải trả số tiền là $3,3531596 \cdot 1,01 = 3,386647$ triệu đồng ≈ 3387000 đồng.

Câu 134. Gọi số tiền lúc đầu người đó gửi là A (triệu đồng), lãi suất gửi ngân hàng một tháng là r , S_n là số tiền còn lại sau n tháng.

Sau 1 tháng kể từ ngày gửi tiền, số tiền còn lại của người đó là:

$$S_1 = A(1+r) - 1.$$

Sau 2 tháng kể từ ngày gửi tiền, số tiền còn lại của người đó là:

$$S_2 = [A(1+r) - 1](1+r) - 1 = A(1+r)^2 - (1+r) - 1.$$

...

Sau n tháng kể từ ngày gửi tiền, số tiền còn lại của người đó là:

$$S_n = A(1+r)^n - (1+r)^{n-1} - (1+r)^{n-2} - \dots - (1+r) - 1 = A(1+r)^n - \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

Giả sử sau n tháng người đó rút hết tiền. Khi đó ta có $S_n = 0 \Leftrightarrow A(1+r)^n - \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0$

$$\Leftrightarrow (1+r)^n (Ar - 1) + 1 = 0 \Leftrightarrow n = \log_{(1+r)} \frac{1}{1 - Ar} \Leftrightarrow n = -\log_{(1+r)} (1 - Ar).$$

Câu 135. Gọi số tiền mẹ gửi vào ngân hàng vào đầu tháng hàng tháng là A đồng.

Số tiền mẹ lĩnh vào đầu tháng 12 là T đồng.

Lãi suất hàng tháng mẹ gửi tại ngân hàng là r %.

Vì mẹ rút tiền vào đầu tháng 12 năm 2019 nên thời gian được tính lãi suất là 11 tháng.

Ta có:

+) Đầu tháng 1 mẹ gửi vào A đồng.

$\Rightarrow$ cuối tháng 1 số tiền của mẹ là: $A + Ar = A(1+r)$ đồng.

+) Đầu tháng 2 số tiền của mẹ gửi vào là: $A + A(1+r)$ đồng.

$\Rightarrow$ cuối tháng 2 số tiền của mẹ là: $[A + A(1+r)](1+r) = A(1+r) + A(1+r)^2$ đồng.

+) Đầu tháng 3 số tiền mẹ gửi vào là: $A + A(1+r) + A(1+r)^2$.

$\Rightarrow$ cuối tháng 3 số tiền của mẹ là: $[A + A(1+r) + A(1+r)^2](1+r) = A(1+r) + A(1+r)^2 + A(1+r)^3$.

Cứ như vậy đến cuối tháng thứ 11 số tiền của mẹ là:

$$A(1+r) + A(1+r)^2 + \dots + A(1+r)^{11} = A[(1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{11}] = T_1.$$

Ta thấy $[(1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{11}]$ là tổng của 1 cấp số nhân với $u_1 = 1+r, n = 11, q = 1+r$.

$$\Rightarrow T_1 = A \frac{u_1(1-q^{11})}{1-q}. \text{ Ta có:}$$

$$A = 4000000$$

$$r = 1\% = 0.01$$

$$\Rightarrow T_1 \approx 46730000 \text{ đồng.}$$

$$\text{Vì mẹ rút tiền vào đầu tháng 12 năm 2019} \Rightarrow T = T_1 + 4000000 = 50730000 \text{ đồng.}$$

Câu 136. Xét bài toán 1: Vay nhận vốn định kì lãi suất kép.

Gọi A là số tiền mỗi năm bạn **H** vay ngân hàng, r_1 là lãi suất theo năm.

Cuối năm thứ nhất, **H** nợ ngân hàng với số tiền là $A(1+r_1)$.

Đầu năm thứ hai, **H** nợ ngân hàng với số tiền là $A + A(1+r_1)$.

Cuối năm thứ hai, **H** nợ ngân hàng với số tiền là

$$A + A(1+r_1) + [A + A(1+r_1)]r_1 = A(1+r_1) + A(1+r_1)^2.$$

Tiếp tục như vậy, cuối năm thứ n số tiền mà **H** nợ ngân hàng là:

$$B = A(1+r_1) + A(1+r_1)^2 + \dots + A(1+r_1)^n = \frac{A(1+r_1)[(1+r_1)^n - 1]}{r_1}.$$

Xét bài toán 2: Vay trả góp, lãi suất dư nợ thực tế.

Gọi a là số tiền mà bạn **H** phải trả hàng tháng sau khi ra trường, r_2 là lãi suất mỗi tháng, số tiền **H** nợ ngân hàng là B .

Cuối tháng thứ nhất bạn **H** còn nợ ngân hàng số tiền là:

$$B + B.r_2 - a = B.(1+r_2) - a.$$

Cuối tháng thứ hai bạn **H** còn nợ ngân hàng số tiền là:

$$B.(1+r_2) - a + [B.(1+r_2) - a]r_2 - a = B.(1+r_2)^2 - [a + a(1+r_2)].$$

Cứ tiếp tục như vậy ta có công thức tổng quát.

Cuối tháng thứ m bạn **H** còn nợ ngân hàng số tiền là

$$B.(1+r_2)^m - [a + (1+r_2)a + (1+r_2)^2 a + \dots + (1+r_2)^{m-1} a]$$

$$= B.(1+r_2)^m - a \frac{(1+r_2)^m - 1}{r_2}.$$

Áp dụng 2 bài toán trên vào câu 42, ta có phương trình.

$$\frac{4.1,03[1,03^4 - 1]}{0,03} - 1,0025^{60} - a \cdot \frac{1,0025^{60} - 1}{0,0025} = 0 \Leftrightarrow a \approx 0,309718 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vậy số tiền mà **H** cần phải trả hàng tháng là 309.718 triệu đồng.

Câu 137. Chọn A

Gọi a là số tiền trả hàng tháng.

Sau tháng thứ 1, số tiền còn lại: $P_1 = 500(1+r) - a$.

Sau tháng thứ 2, số tiền còn lại: $P_2 = P_1(1+r) - a = 500(1+r)^2 - a(1+r) - a$.

Sau tháng thứ n , số tiền còn lại: $P_n = 500(1+r)^n - a(1+r)^{n-1} - \dots - a(1+r) - a$.

$$\text{Vậy sau 24 tháng: } 500(1+r)^{24} - a \frac{(1+r)^{24} - 1}{r} = 0 \Leftrightarrow a = \frac{500(1+r)^{24} \cdot r}{(1+r)^{24} - 1}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{500(1+1\%)^{24} \cdot 1\%}{(1+1\%)^{24} - 1} \approx 23,537 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 138. Phương pháp: Sử dụng công thức trả góp $P(1+r)^n = \frac{M}{r}[(1+r)^n - 1]$, trong đó:

P : là số tiền phải trả sau n tháng

r : Lãi suất/ tháng

M : số tiền phải trả mỗi tháng

Áp dụng công thức ta có:

$$P(1+r)^n = \frac{M}{r}[(1+r)^n - 1]$$

$$\Leftrightarrow 50(1+1,1\%)^n = \frac{4}{1,1\%}[(1+1,1\%)^n - 1]$$

$$\Leftrightarrow 50(1+1,1\%)^n = \frac{4}{1,1\%}(1+1,1\%)^n - \frac{4}{1,1\%}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{1,1\%} = \frac{3450}{11}(1+1,1\%)^n$$

$$\Leftrightarrow (1+1,1\%)^n = \frac{80}{69} \Rightarrow n = \log_{1,1\%} \frac{80}{69} \approx 13,52$$

Câu 139. Gọi X là số tiền mỗi tháng ông A trả cho ngân hàng.

Số tiền còn nợ sau n kì hạn là $T_n = T \cdot (1+r)^n - X \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$ (triệu đồng), trong đó $T = 100$ (triệu đồng) là số tiền mà ông A vay.

Sau đúng một năm, số tiền ông còn nợ là 50 triệu đồng nên ta có

$$50 = 100 \cdot (1+0,01)^{12} - X \cdot \frac{(1+0,01)^{12} - 1}{0,01} \Leftrightarrow X = \frac{(100 \cdot 1,01^{12} - 50) \cdot 0,01}{1,01^{12} - 1} \approx 4,94 \text{ (triệu đồng).}$$

Vậy mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền 4,94 triệu đồng.

Câu 140. Sau 3 năm, bắt đầu từ tháng đầu tiên của năm thứ 4 số tiền lương người đó nhận được sau mỗi tháng là $6 + 6 \cdot 10\% = 6,1,1$ (triệu đồng).

Sau 6 năm (2.3 năm), bắt đầu từ tháng đầu tiên của năm thứ 7 số tiền lương người đó nhận được sau mỗi tháng là $6,1,1 + 6,1,1 \cdot 10\% = 6,1,1 \cdot (1+10\%) = 6,1,1^2$ (triệu đồng).

Tương tự như vậy sau 15 năm (5.3 năm), bắt đầu từ tháng đầu tiên của năm thứ 16 số tiền người đó nhận được sau mỗi tháng là $6,1,1^5$ (triệu đồng).

Vậy tháng đầu tiên của năm thứ 16, người đó nhận được mức lương là $6,1,1^5$ (triệu đồng).

Câu 141. Dạng toán lãi kép:

Bài toán tổng quát: gửi a đồng vào ngân hàng với lãi suất $r\%$ (sau mỗi kì hạn không rút tiền lãi ra).

Gọi A_n là số tiền có được sau n năm.

Sau 1 năm: $A_1 = a + r\% \cdot a = a(1+r\%)$.

Sau 2 năm: $A_2 = a(1+r\%) + a(1+r\%) \cdot r\% = a(1+r\%)^2$.

Sau 3 năm: $A_3 = a(1+r\%)^2 + a(1+r\%)^2 \cdot r\% = a(1+r\%)^3$.

Sau n năm: $A_n = a(1+r\%)^n$.

Người đó nhận được số tiền hơn 100 triệu. Suy ra:

$$50(1+6\%)^n > 100$$

$$\Leftrightarrow 50.1,06^n > 100$$

$$\Leftrightarrow 1,06^n > 2$$

$$\Leftrightarrow n > \log_{1,06} 2 = 11,9$$

Vậy $n = 12$.

Câu 142. Gọi số tiền mỗi tháng anh gửi tiết kiệm ngân hàng trong 36 tháng đầu là A ; số tiền mỗi tháng anh gửi tiết kiệm sau tháng thứ 36 là B .

Đặt $q = 1 + 0,5\% = 1,005$

Gọi S_n là số tiền sau tháng thứ n ta có

$$S_1 = A + A.0,5\% = A.q$$

$$S_2 = (S_1 + A) + (S_1 + A).0,5\% = (S_1 + A).q = Aq^2 + Aq.$$

....

$$S_{36} = (S_{35} + A) + (S_{35} + A).0,5\% = (S_{35} + A).q = Aq^{36} + Aq^{35} + \dots + Aq = Aq \cdot \frac{q^{36} - 1}{q - 1}.$$

$$S_{37} = (S_{36} + B) + (S_{36} + B).0,5\% = (S_{36} + B).q = S_{36}.q + B.q.$$

$$S_{38} = (S_{37} + B) + (S_{37} + B).0,5\% = (S_{37} + B).q = S_{36}q^2 + Bq^2 + Bq.$$

....

$$S_{48} = S_{36}.q^{12} + Bq^{12} + Bq^{11} + \dots + Bq = Aq^{13} \cdot \frac{q^{36} - 1}{q - 1} + Bq \cdot \frac{q^{12} - 1}{q - 1}.$$

Theo giả thiết ta có $A = 20\%x = 0,2x$; $B = 20\%(x + 10\%x) = 0,22x$; $S_{48} = 10^8$.

$$\text{Vậy } 0,2xq^{13} \cdot \frac{q^{36} - 1}{q - 1} + 0,22x.q \cdot \frac{q^{12} - 1}{q - 1} = 10^8 \Leftrightarrow x = 10^8 : \left(0,2q^{13} \cdot \frac{q^{36} - 1}{q - 1} + 0,22.q \cdot \frac{q^{12} - 1}{q - 1} \right) \Leftrightarrow x \approx 8991504$$

đồng.

Câu 143. Bài toán được chia làm hai giai đoạn

* **Giai đoạn 1:** vay vốn để học đại học trong 4 năm. Đặt $r = \frac{7,8}{100} = 0,078$

Ở năm thứ nhất: $M_1 = 10(1+r)^4$ (triệu đồng)

Ở năm thứ hai: $M_2 = 10(1+r)^3$ (triệu đồng)

Ở năm thứ ba: $M_3 = 10(1+r)^2$ (triệu đồng)

Ở năm thứ tư: $M_4 = 10(1+r)^1$ (triệu đồng)

Như vậy tổng số tiền mà Nam đã vay trong 4 năm là $M_0 = \sum_{i=1}^4 M_i \approx 48,4324$ (triệu đồng)

* **Giai đoạn 2:** trả góp cho ngân hàng số tiền đã vay hàng tháng

Sau tháng thứ nhất, người đó còn số nợ là: $P_1 = M_0 \left(1 + \frac{0,7}{100} \right) - m$. Đặt $y = 1 + \frac{0,7}{100}$

Sau tháng thứ hai người đó còn nợ:

$$P_2 = P_1 y - m = (M_0 y - m)y - m = M_0 y^2 - m(y + 1) = M_0 y^2 - m \frac{y^2 - 1}{y - 1}$$

Sau tháng thứ ba người đó còn nợ:

$$P_3 = P_2 y - m = M_0 y^3 - m(y^2 + y + 1) = M_0 y^3 - m \frac{y^3 - 1}{y - 1}$$

Bằng phương pháp quy nạp, sau n tháng số tiền trả hết sẽ là

$$M_0 y^n - m \frac{y^n - 1}{y - 1} = 0 \Rightarrow m = \frac{M_0 y^n (y - 1)}{y^n - 1}$$

Đồng thời ta có: $n = 48$ tháng và $y = 1 + \frac{0,7}{100} = 1,007$ suy ra $m \approx 1,914$ (triệu đồng).

Câu 144. Chọn

Anh sinh viên vay hàng tháng $a = 3$ triệu đồng từ 9/2014 đến 8/2016, tổng cộng 24 tháng.

Cuối tháng thứ 1: $T_1 = a + ar = a(1+r)$

Cuối tháng thứ 2: $T_2 = T_1 + a + (T_1 + a) \cdot r = a \cdot (1+r)^2 + a \cdot (1+r)$

....

Cuối tháng n : $T_n = a \cdot (1+r)^n + a \cdot (1+r)^{n-1} + \dots + a \cdot (1+r)$

Suy ra $T_n = a \cdot (1+r) \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$

Vậy tổng số tiền vay đến cuối tháng 8/2016 là $T_{24} = 3 \cdot (1+0,8\%) \cdot \frac{(1+0,8\%)^{24} - 1}{0,8\%} = 79,662$ triệu

Tính từ cuối tháng 8/2016 Anh sinh viên thiếu ngân hàng $A = 79,662$ và bắt đầu trả đầu hàng tháng $m = 2$ triệu từ 9/2016 đến 6/2018, tổng cộng được 22 tháng

Đầu tháng 9/2016: còn nợ $A - m = 79,662 - 2 = 77,662$ triệu

Cuối tháng 9/2016: tiền nợ có lãi đến cuối tháng: $T_1 = 77,662(r+1)$

Đầu tháng 10/2016 sau khi trả nợ m thì còn nợ $77,662(r+1) - m$

Cuối tháng 10/2016: còn nợ $T_2 = [(77,662)(r+1) - m](1+r) = 77,662(1+r)^2 - m(1+r)$

Cuối tháng 11/2016: còn nợ $T_3 = 77,662(1+r)^3 - m(1+r)^2 - m(1+r)$

....

Cuối tháng 6/2018 còn nợ

$$T_{22} = 77,662(1+r)^{22} - m(1+r)^{21} - m(1+r)^{20} - \dots - m(1+r)$$

$$= 77,662(1+r)^{22} - m \cdot (1+r) \frac{(1+r)^{21} - 1}{r}$$

$$= 77,662 \cdot (1+0,8\%)^{22} - 2 \cdot (1+0,8\%) \cdot \frac{(1+0,8\%)^{21} - 1}{0,8\%} = 46,64 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 145. Khi mới bắt đầu đi vào môi trường nước biển thì $x = 0 \Rightarrow I_1 = I_0 \cdot e^0$

Ở độ sâu 30 mét thì $I_2 = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot 30}$

Vậy ta có: $\frac{I_2}{I_1} = \frac{I_0 \cdot e^{-\mu \cdot 30}}{I_0 \cdot e^0} \Rightarrow I_2 = e^{-42} \cdot I_1$, vậy I_2 tăng e^{-42} lần so với I_1 , nói cách khác, I_2 giảm e^{42} lần so với

I_1

Câu 146. Gọi S là diện tích lá bèo thả ban đầu.

Vì sau mỗi giờ, lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó nên sau 12 giờ, tổng diện tích các lá bèo trong chậu là $10^{12} S$.

Theo đề bài: Sau 12 giờ, bèo phủ kín mặt nước trong chậu nên diện tích mặt nước trong chậu là

$10^{12}S$. Giả sử sau x giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt nước trong chậu.

Ta có: $10^x S = \frac{1}{5} \cdot 10^{12} S \Leftrightarrow 10^{12-x} = 5 \Leftrightarrow x = 12 - \log 5 \approx 11,3$.

Vậy sau 11,3 giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt nước trong chậu.

Dạng 5. Bài toán cực trị

Câu 147. Chọn B

Từ giả thiết suy ra $\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) > 0$ và $\log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) > 0$.

Áp dụng BĐT Côsi ta có

$$\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) \geq 2 \log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) \cdot \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) \\ = 2 \log_{8ab+1}(16a^2 + b^2 + 1).$$

Mặt khác $16a^2 + b^2 + 1 = (4a - b)^2 + 8ab + 1 \geq 8ab + 1 (\forall a, b > 0)$,

suy ra $2 \log_{8ab+1}(16a^2 + b^2 + 1) \geq 2$.

Khi đó $\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) = 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_{4a+5b+1}(8ab + 1) = \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) \\ b = 4a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_{24a+1}(32a^2 + 1) = 1 \\ b = 4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 32a^2 = 24a \\ b = 4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy $a + 2b = \frac{3}{4} + 6 = \frac{27}{4}$.

Câu 148. Chọn A

Với x, y dương và kết hợp với điều kiện của biểu thức $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$ ta được $1 - xy > 0$

Biến đổi $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$

$$\Leftrightarrow \log_3(1-xy) - \log_3(x+2y) = -3(1-xy) + (x+2y) - \log_3 3$$

$$\Leftrightarrow [\log_3(1-xy) + \log_3 3] + 3(1-xy) = \log_3(x+2y) + (x+2y)$$

$$\Leftrightarrow \log_3[3(1-xy)] + 3(1-xy) = \log_3(x+2y) + (x+2y)(1)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ trên $D = (0; +\infty)$

$$f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0 \text{ với mọi } x \in D \text{ nên hàm số } f(t) = \log_3 t + t \text{ đồng biến trên } D = (0; +\infty)$$

$$\text{Từ đó suy ra } (1) \Leftrightarrow 3(1-xy) = x+2y \Leftrightarrow 3-2y = x(1+3y) \Leftrightarrow x = \frac{3-2y}{1+3y} \text{ (do } y > 0)$$

Theo giả thiết ta có $x > 0, y > 0$ nên từ $x = \frac{3-2y}{1+3y}$ ta được $0 < y < \frac{3}{2}$.

$$P = x + y = \frac{3-2y}{1+3y} + y = \frac{3y^2 - y + 3}{3y + 1}$$

Xét hàm số $g(y) = \frac{3y^2 - y + 3}{3y + 1}$ với $0 < y < \frac{3}{2}$

$$g'(y) = \frac{9y^2 + 6y - 10}{(3y + 1)^2} = 0 \text{ ta được } y = \frac{-1 + \sqrt{11}}{3}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } \min P = g\left(\frac{-1 + \sqrt{11}}{3}\right) = \frac{2\sqrt{11} - 3}{3}.$$

Câu 149. Chọn C

Điều kiện: $ab < 1$.

$$\text{Ta có } \log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3 \Leftrightarrow \log_2 [2(1-ab)] + 2(1-ab) = \log_2 (a+b) + (a+b) \quad (*).$$

Xét hàm số $y = f(t) = \log_2 t + t$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

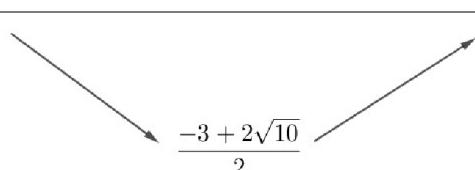
$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow f[2(1-ab)] = f(a+b) \Leftrightarrow 2(1-ab) = a+b \Leftrightarrow a(2b+1) = 2-b \Leftrightarrow a = \frac{-b+2}{2b+1}.$$

Do $a > 0, b > 0$ nên $\frac{-b+2}{2b+1} > 0 \Rightarrow 0 < b < 2$.

Khi đó: $P = a + 2b = \frac{-b+2}{2b+1} + 2b$. Xét hàm số $g(b) = \frac{-b+2}{2b+1} + 2b$ trên khoảng $(0; 2)$.

$$g'(b) = \frac{-5}{(2b+1)^2} + 2 = 0 \Leftrightarrow (2b+1)^2 = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{-2-\sqrt{10}}{4} \notin (0; 2) \\ b = \frac{-2+\sqrt{10}}{4} \in (0; 2) \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên

x	0	$\frac{-2+\sqrt{10}}{4}$	2
$g'(b)$	-	0	+
$g(b)$			
		$\frac{-3+2\sqrt{10}}{2}$	

$$\text{Vậy } P_{\min} = g\left(\frac{\sqrt{10}-2}{4}\right) = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}.$$

Câu 150. $2^{\ln\left(\frac{x+y}{2}\right)} \cdot 5^{\ln(x+y)} = 2^{\ln 5} \Leftrightarrow 2^{\ln(x+y)-\ln 2} \cdot 5^{\ln(x+y)} = 2^{\ln 5} \Leftrightarrow 2^{\ln(x+y)} \cdot 5^{\ln(x+y)} = 2^{\ln 5} \cdot 2^{\ln 2} \Leftrightarrow 10^{\ln(x+y)} = 2^{\ln 10}$
 $\Leftrightarrow \ln(x+y) = \log(2^{\ln 10}) \Leftrightarrow \ln(x+y) = \ln 10 \cdot \log 2 \Leftrightarrow e^{\ln(x+y)} = e^{\ln 10 \cdot \log 2} \Leftrightarrow x+y = 10^{\log 2} \Leftrightarrow x+y = 2$.

Do đó $P = (x+1)\ln x + (3-x)\ln(2-x)$.

Xét hàm số $f(x) = (x+1)\ln x + (3-x)\ln(2-x)$

$$f'(x) = \ln x + \frac{x+1}{x} - \ln(2-x) - \frac{3-x}{2-x} = \ln \frac{x}{2-x} + \frac{2-2x}{x(2-x)}.$$

$$f''(x) = -\frac{1}{(2-x)^2} \cdot \frac{2-x}{x} - \frac{2x^2-4x+4}{(2x-x^2)^2} < 0, \forall x \in (0;2)$$

Do đó $f'(x) = 0$ có nhiều nhất một nghiệm trên $(0;2)$

Mà $x=1$ là một nghiệm của pt $f'(x) = 0$ nên phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm duy nhất là $x=1$.

Lập bảng biến thiên ta được $\max f(x) = f(1) = 0$.

Câu 151. Với điều kiện biểu thức đề bài có nghĩa, ta có

$$\log_3 \frac{x+y}{1-xy} + (x+1)(y+1) - 2 = 0 \Leftrightarrow \log_3(x+y) - \log_3(1-xy) + xy + x + y - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+y) + (x+y) = \log_3(1-xy) + (1-xy) (*)$$

Xét hàm số $f(x) = \log_3 t + t$ trên $(0;2)$

$$f'(t) = \frac{1}{t} \ln 3 + 1 > 0, \forall t \in (0;2) \text{ nên hàm số } f(t) \text{ đồng biến trên } (0;2).$$

$$\text{Do đó từ } (*) \text{ ta có } x+y = 1-xy \Leftrightarrow y(1+x) = 1-x \Leftrightarrow y = \frac{1-x}{1+x}$$

$$P = 2x + y = 2x + \frac{1-x}{1+x}$$

$$P'(x) = 2 - \frac{2}{(1+x)^2} \geq 0, \forall x \in [0;1]$$

Suy ra $\min P = P(0) = 1$ đạt được khi $x=0, y=1$.

Câu 152. Ta có $a \geq b > 1 \Rightarrow \log_a b > 0$.

$$P = \frac{1}{\log_{ab} a} + \sqrt{\log_a \frac{a}{b}} = \log_a ab + \sqrt{\log_a a - \log_a b} = 1 + \log_a b + \sqrt{1 - \log_a b}.$$

Đặt $t = \sqrt{1 - \log_a b}$ ($t \geq 0$) $\Rightarrow \log_a b = 1 - t^2$. Ta có: $P = -t^2 + t + 2$ trên $[0; +\infty)$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
P		$\frac{9}{2}$	

Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $t = \frac{1}{2}$.

$$\text{Với } t = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{1 - \log_a b} \Leftrightarrow \log_a b = \frac{3}{4} \Leftrightarrow b = a^{\frac{3}{4}} \Rightarrow k = \frac{3}{4}.$$

Câu 153. Chọn B

$$\log_{a^2+4b^2+1} (2a-8b) = 1 \Leftrightarrow 2a-8b = a^2+4b^2+1$$

Ta có:

$$\begin{cases} 2a - 8b = a^2 + 4b^2 + 1 \\ S = 4a + 6b - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 8b = a^2 + 4b^2 + 1 \\ a = \frac{S - 6b + 5}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\left(\frac{S - 6b + 5}{4}\right) - 8b = \left(\frac{S - 6b + 5}{4}\right)^2 + 4b^2 + 1 \\ a = \frac{S - 6b + 5}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8S - 48b + 40 - 128b = S^2 + 36b^2 + 25 - 12Sb + 10S - 60b + 64b^2 + 16 \\ a = \frac{S - 6b + 5}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 100b^2 + 2(58 - 6S)b + 2S + 1 + S^2 = 0 \\ a = \frac{S - 6b + 5}{4} \end{cases}$$

$$\Delta = (58 - 6S)^2 - 100(1 + S)^2 \geq 0 \Leftrightarrow -64S^2 - 896S + 3264 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -17 \leq S \leq 3$$

Giá trị lớn nhất của S là: $3 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{13}{5} \\ b = \frac{-2}{5} \end{cases}$

Suy ra $\frac{a}{b} = \frac{13}{2}$

Điều kiện $4x^2 + 9y^2 \neq 1$.

Câu 154.

Trường hợp 1: $4x^2 + 9y^2 < 1$.

Ta có $(2x)^2 + (3y)^2 < 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x < 1 \\ 3y < 1 \end{cases} \Rightarrow x + 3y < \frac{1}{2} + 1 \Rightarrow P < \frac{3}{2}$. (1)

Trường hợp 2: $4x^2 + 9y^2 > 1$.

Khi đó $\log_{4x^2 + 9y^2}(2x + 3y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x + 3y \geq 4x^2 + 9y^2 \Leftrightarrow \left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(3y - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{2}$.

$$P = x + 3y = \frac{1}{2}\left(2x - \frac{1}{2}\right) + \left(3y - \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4}.$$

Áp dụng BĐT Bunhiacopski ta được:

$$\left[\frac{1}{2}\left(2x - \frac{1}{2}\right) + \left(3y - \frac{1}{2}\right)\right]^2 \leq \left(\frac{1}{4} + 1\right)\left[\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(3y - \frac{1}{2}\right)^2\right] \leq \frac{5}{8}.$$

Suy ra $P = \frac{1}{2}\left(2x - \frac{1}{2}\right) + \left(3y - \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4} \leq \frac{3 + \sqrt{10}}{4}$. (2)

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} 2\left(2x - \frac{1}{2}\right) = 3y - \frac{1}{2} \\ x + 3y = \frac{3 + \sqrt{10}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 6y = 1 \\ 4x + 12y = 3 + \sqrt{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{10}}{20} \\ y = \frac{5 + 2\sqrt{10}}{30} \end{cases} \text{ Từ (1) và}$$

(2) suy ra giá trị lớn nhất của P là $\frac{3 + \sqrt{10}}{4}$.

Câu 155. Chọn D

$$\text{Ta có: } P = \frac{1}{1 - \log_a b} + 4 \cdot (\log_b a - 1) = \frac{1}{1 - \frac{1}{\log_b a}} + 4 \cdot (\log_b a - 1)$$

Đặt $t = \log_b a$. Vì $\sqrt{a} \leq b < a \Rightarrow \log_b(\sqrt{a}) \leq 1 \leq \log_b a \Leftrightarrow \frac{t}{2} < 1 < t \Leftrightarrow 1 < t < 2$.

$$\Rightarrow P = \frac{1}{1 - \frac{1}{t}} + 4(t - 1) = \frac{t}{t - 1} + 4(t - 1) \text{ với } t \in (1; 2).$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t}{t - 1} + 4(t - 1)$ với $t \in (1; 2)$.

$$f'(t) = \frac{-1}{(t - 1)^2} + 4, f'(t) = 0 \Leftrightarrow (t - 1)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{2} (tm) \\ t = \frac{1}{2} (l) \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$+\infty$
$f'(t)$			-	0	+	
$f(t)$			$+\infty$		6	
				5		

Từ bảng biến thiên suy ra: $\min_{(1;2)} f(t) = f\left(\frac{3}{2}\right) = 5$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P bằng 5.

Câu 156. Chọn A

Do $a^4 - 9a^2 + 81 \geq 9a^2 \Leftrightarrow (a^2 - 9)^2 \geq 0$ đúng $\forall a > \frac{1}{3}$; Dấu bằng xảy ra khi $a = 3$

Suy ra $P \geq \log_{3a} b + \log_b (3a)^2 = \log_{3a} b + 2 \log_b 3a \geq 2\sqrt{2}$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} a=3 \\ \log_{3a} b = 2\log_b 3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=9^{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Vậy, khi P đạt giá trị nhỏ nhất thì $a+b=3+9^{\sqrt{2}}$.

$$\text{Câu 157. } \log_5 \left(\frac{4a+2b+5}{a+b} \right) = a+3b-4 \Leftrightarrow \log_5 (4a+2b+5) = \log_5 (a+b) + a+3b-4$$

$$\Leftrightarrow \log_5 (4a+2b+5) + (4a+2b+5) = \log_5 [5(a+b)] + 5(a+b) \quad (*)$$

Xét hàm $f(x) = \log_5 x + x, x > 0$.

Đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{x \ln 5} + 1 > 0, \forall x > 0$. Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Phương trình (*) viết lại:

$$f(4a+2b+5) = f(5(a+b)) \Leftrightarrow 4a+2b+5 = 5(a+b) \Leftrightarrow a+3b=5.$$

$$\text{Mặt khác: } 5^2 = (a+3b)^2 \leq (1^2+3^2) \cdot (a^2+b^2) \Rightarrow T = a^2+b^2 \geq \frac{5}{2}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{3} \Rightarrow a = \frac{1}{2}; b = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Câu 158. Ta có: } \frac{b}{2} - \frac{1}{16} = \frac{8b-1}{16} = \frac{1}{4} \cdot \frac{8b-1}{4} \leq \left(\frac{2b}{2} \right)^2 = b^2.$$

$$\frac{c}{2} - \frac{3}{16} = \frac{8c-3}{16} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{8c-3}{2} \leq \left(\frac{4c}{4} \right)^4 = c^4.$$

$$\text{Suy ra } P = \frac{3}{16} \log_a \left(\frac{b}{2} - \frac{1}{16} \right) + \frac{1}{4} \log_b \left(\frac{c}{2} - \frac{3}{16} \right) + \frac{1}{3} \log_c a$$

$$\geq \frac{3}{16} \log_a b^2 + \frac{1}{4} \log_b c^4 + \frac{1}{3} \log_a c \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{16}} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 8b-1=1 \\ 8c-3=1 \\ \frac{3}{8} \log_a b = \log_b c = \frac{1}{3} \log_c a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{4} \\ c = \frac{1}{2} \\ a = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases}.$$

$$\text{Câu 159. } \bullet \log_2 (a^2 + b^2 + 9) = 1 + \log_2 (3a + 2b) \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 9 = 6a + 4b \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 6a - 4b + 9 = 0 \quad (1)$$

Gọi $A(a; b)$. Từ (1) ta suy ra điểm A thuộc đường tròn (C) có tâm $I(3; 2)$, bán kính $R = 2$.

$$\bullet 9^{-m} \cdot 3^{-n} \cdot 3^{\frac{-4}{2m+n}} + \ln \left[(2m+n+2)^2 + 1 \right] = 81 \Leftrightarrow \ln \left[(2m+n+2)^2 + 1 \right] = 81 - 3^{-(2m+n) + \frac{-4}{2m+n}} \quad (*)$$

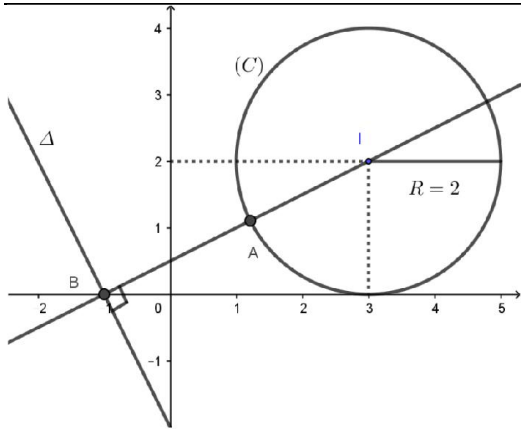
$$\text{Theo bất đẳng thức Cô-si: } -(2m+n) + \frac{-4}{2m+n} \geq 2 \sqrt{-(2m+n) \cdot \frac{-4}{2m+n}} = 4 \Rightarrow 3^{-(2m+n) + \frac{-4}{2m+n}} \geq 81.$$

$$(\text{Đẳng thức xảy ra khi: } -(2m+n) = \frac{-4}{2m+n} \Rightarrow 2m+n = -2)$$

$$\text{Từ } (*) \Rightarrow \ln \left[(2m+n+2)^2 + 1 \right] \leq 0 \Leftrightarrow (2m+n+2)^2 + 1 \leq 1 \Leftrightarrow (2m+n+2)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow 2m+n+2 = 0 \quad (2).$$

Gọi $B(m; n)$. Từ (2) ta suy ra điểm B thuộc đường thẳng $\Delta: 2x + y + 2 = 0$



Ta có: $P = \sqrt{(a-m)^2 + (b-n)^2} = AB$

$$\Rightarrow \min P = \min AB = d(I; \Delta) - R = \frac{|3 \cdot 2 + 2 + 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} - 2 = 2\sqrt{5} - 2.$$

Câu 160. Ta có $a^b = b^a \Leftrightarrow b \ln a = a \ln b \Leftrightarrow \frac{\ln a}{a} = \frac{\ln b}{b} (*)$.

Xét hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$, trên tập xác định $D = (0; +\infty)$

$$y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}, y' = 0 \Leftrightarrow x = e$$

Bảng biến thiên

x	0	a	e	b	$+\infty$
y'		+	0	-	
y	$-\infty$		$\frac{1}{e}$		0

$$\text{Có } \begin{cases} 0 < a < b \\ f(a) = f(b) \end{cases}$$

Kết hợp với bảng biến thiên suy ra $a < e < b$ (1).

$$\text{Ta lại có } f_{(a,b)}(x) = |x-a| + |b-x| + |x-2| + |3-x| \geq |x-a+b-x| + |x-2+3-x| = b-a+1.$$

$$\text{Suy ra } \min_{x \in \mathbb{R}} f_{(a,b)}(x) = b-a+1 \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq x \leq b \\ 2 \leq x \leq 3 \end{cases} (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra số thực duy nhất thỏa mãn yêu cầu bài toán là $x = e$

Thử lại: khi $x = e$ thì $f(e) = b-a+1$.

$$\text{Vậy } \min_{x \in \mathbb{R}} f_{(a,b)}(x) = f_{(a,b)}(x_0) = f_{(a,b)}(e)$$

Câu 161. Chọn A

$$\text{Ta có } a^x b^{x^2-1} = 1 \Leftrightarrow x + (x^2 - 1) \log_a b = 0 \Leftrightarrow (\log_a b) x^2 + x - \log_a b = 0$$

Do phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 nên theo định lý Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-1}{\log_a b} = -\log_b a \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$$

Khi đó $S = \frac{1}{\log_b^2 a} + 4\log_b a$

Đặt $t = \log_b a$, do $a > 1, b > 1 \Rightarrow t > 0$. Khi đó $S = \frac{1}{t^2} + 4t = \frac{1}{t^2} + 2t + 2t \geq 3\sqrt[3]{4}$.

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{1}{t^2} = 2t \Leftrightarrow t = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$. Vậy $\min S = 3\sqrt[3]{4}$

Câu 162. Chọn C

Ta có: $\frac{b}{2} - \frac{1}{16} = \frac{8b-1}{16} = \frac{1}{4} \cdot \frac{8b-1}{4} \leq \left(\frac{2b}{2}\right)^2 = b^2$.

$\frac{c}{2} - \frac{3}{16} = \frac{8c-3}{16} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{8c-3}{2} \leq \left(\frac{4c}{4}\right)^4 = c^4$.

Suy ra $P = \frac{3}{16} \log_a \left(\frac{b}{2} - \frac{1}{16}\right) + \frac{1}{4} \log_b \left(\frac{c}{2} - \frac{3}{16}\right) + \frac{1}{3} \log_c a$

$\geq \frac{3}{16} \log_a b^2 + \frac{1}{4} \log_b c^4 + \frac{1}{3} \log_a c \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{16}} = \frac{3}{2}$.

Vậy $P_{\min} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 8b-1=1 \\ 8c-3=1 \\ \frac{3}{8} \log_a b = \log_b c = \frac{1}{3} \log_c a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{4} \\ c = \frac{1}{2} \\ a = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases}$.

Câu 163. Cách 1.

Ta có: $y^x (e^x)^{e^y} \geq x^y (e^y)^{e^x} \Leftrightarrow \ln(y^x (e^x)^{e^y}) \geq \ln(x^y (e^y)^{e^x})$

$\Leftrightarrow x \ln y + x e^y \geq y \ln x + y e^x \Leftrightarrow \frac{x}{\ln x + e^x} \geq \frac{y}{\ln y + e^y}$ (*) (vì $y = e^x + \ln x$ có $y' = e^x + \frac{1}{x} > 0; \forall x > 1$ nên

$y \geq y(1) = e > 0$)

Xét hàm số: $f(t) = \frac{t}{\ln t + e^t}$ trên $(1; +\infty)$ ta có $f'(t) = \frac{\ln t + e^t - 1 - t e^t}{(\ln t + e^t)^2}$. Với hàm số $g(t) = \ln t + e^t - 1 - t e^t$

có $g'(t) = (\ln t + e^t - 1 - t e^t)' = \frac{1}{t} - t e^t < 0, \forall t > 1$

Nên $g(t) < g(1) = -1 \Rightarrow f'(t) < 0; \forall t > 1$

$\Rightarrow y = f(t)$ là hàm nghịch biến trên $(1; +\infty)$ nên với (*) $f(x) \geq f(y) \Rightarrow y \geq x > 1$

Khi đó $P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_x y + \frac{1}{\log_x y} \geq \frac{1}{2} + 2 \sqrt{\frac{1}{2} \log_x y \cdot \frac{1}{\log_x y}} = \frac{1+2\sqrt{2}}{2}$

Dấu “=” xảy ra khi: $\frac{1}{2} \log_x y = \frac{1}{\log_x y} \Leftrightarrow (\log_x y)^2 = 2 \Leftrightarrow y = x^{\sqrt{2}}$

$$\text{Vậy: } P_{\min} = \frac{1+2\sqrt{2}}{2}.$$

Cách 2:

Với $x, y > 1$ thì $\log_x y, \log_y x$ là các số dương, ta có:

$$P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_x y + \frac{1}{\log_x y} \geq \frac{1}{2} + 2 \sqrt{\frac{1}{2} \log_x y \cdot \frac{1}{\log_x y}} = \frac{1+2\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi: } \frac{1}{2} \log_x y = \frac{1}{\log_x y} \Leftrightarrow (\log_x y)^2 = 2 \Leftrightarrow y = x^{\sqrt{2}},$$

Thay $\begin{cases} y = x^{\sqrt{2}} \\ x > 1 \end{cases}$ vào điều kiện thấy thỏa mãn điều kiện ban đầu.

$$\text{Vậy } P_{\min} = \frac{1+2\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 164. Để $\frac{1-y}{x+3xy} > 0$ mà từ giả thiết $x, y > 0$ suy ra $1-y > 0 \Leftrightarrow y < 1$. Vậy ĐKXD: $x > 0; 0 < y < 1$.

$$\text{Ta có: } \log_3 \frac{1-y}{x+3xy} = 3xy + x + 3y - 4 \Leftrightarrow \frac{1-y}{x+3xy} = 3^{3xy+x+3y-4} \Leftrightarrow \frac{3(1-y)}{x+3xy} = 3^{3xy+x+3y-3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(1-y)}{x+3xy} = \frac{3^{3xy+x}}{3^{3-3y}} \Leftrightarrow (3-3y) \cdot 3^{3-3y} = (3xy+x) \cdot 3^{3xy+x} (*)$$

Xét $f(t) = t \cdot 3^t$ với $t > 0$. Ta có $f'(t) = 3^t + t \cdot 3^t \ln 3 > 0$ với $\forall t > 0$, suy ra $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. Từ (*) ta có $f(3-3y) = f(3xy+x)$ với $3-3y > 0, 3xy+x > 0$ nên $3-3y = 3xy+x \Leftrightarrow y = \frac{3-x}{3(x+1)}$.

$$\text{Ta có } P = x + y = x + \frac{3-x}{3(x+1)} = (x+1) + \left(\frac{3-x}{3(x+1)} + \frac{1}{3} \right) - \frac{4}{3}$$

$$P = (x+1) + \frac{4}{3(x+1)} - \frac{4}{3} \geq 2 \sqrt{(x+1) \cdot \frac{4}{3(x+1)}} - \frac{4}{3} = \frac{4\sqrt{3}-4}{3}.$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = \frac{4\sqrt{3}-4}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = \frac{4}{3(x+1)} \\ y = \frac{3-x}{3(x+1)} \\ x > 0; 0 < y < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}-3}{3} \\ y = \frac{2\sqrt{3}-1}{3} \end{cases}.$$

Câu 165. Ta có:

$$\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x+y^2) \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} (xy) \leq \log_{\frac{1}{2}} (x+y^2) \Leftrightarrow xy \geq x+y^2$$

$$\Leftrightarrow x(y-1) \geq y^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{y^2}{y-1} \\ y > 1 \end{cases} \text{ (Vì } x, y > 0).$$

$$\text{Ta có: } P = x + 3y \geq \frac{y^2}{y-1} + 3y = 4y + 1 + \frac{1}{y-1}.$$

Xét hàm số: $f(y) = 4y + 1 + \frac{1}{y-1}; y > 1$.

Đạo hàm: $f'(y) = 4 - \frac{1}{(y-1)^2}$.

$$f'(y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2}(n) \\ y = \frac{1}{2}(l) \end{cases}$$

Bảng biến thiên.

y	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(y)$		-	0 +
$f(y)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow +\infty$
		9	

Câu 166. Ta có:

$$\log_{2019} x + \log_{2019} y \geq \log_{2019} (x^2 + y) \Leftrightarrow \log_{2019} xy \geq \log_{2019} (x^2 + y) \Leftrightarrow xy \geq x^2 + y$$

$$\Leftrightarrow y(x-1) \geq x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{x^2}{x-1} \\ x > 1 \end{cases}$$

Ta có: $T = 2x + y \geq 2x + \frac{x^2}{x-1} = 3x + 1 + \frac{1}{x-1}$.

Xét hàm số: $f(x) = 3x + 1 + \frac{1}{x-1}; x > 1$.

Đạo hàm: $f'(x) = 3 - \frac{1}{(x-1)^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ (do } x > 1 \text{)}.$$

Bảng biến thiên.

x	1	$1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$		-	0 +
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow +\infty$
		$4 + 2\sqrt{3}$	

Do đó: $T_{\min} = 4 + 2\sqrt{3}$.

A. 0,014 B. 0,0495 C. 0,079 D. 0,055 Chọn số tự nhiên có 4 chữ số bất kỳ có:

$$n(\Omega) = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000 \text{ (cách)}.$$

Cách 1: Dùng tổ hợp

Nhận xét rằng với 2 số tự nhiên bất kỳ ta có: $m \leq n \Leftrightarrow m < n + 1$.

$$\text{Do đó nếu đặt: } \begin{cases} x = a \\ y = b + 1 \\ z = c + 2 \\ t = d + 3 \end{cases}$$

Từ giả thuyết $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$ ta suy ra: $1 \leq x < y < z < t \leq 12$ (**).

Với mỗi tập con gồm 4 phần tử đôi một khác nhau được lấy ra từ $\{1, 2, \dots, 12\}$ ta đều có được duy nhất một bộ số thỏa mãn (**) và do đó tương ứng ta có duy nhất một bộ số (a, b, c, d) thỏa mãn (*). Số cách chọn tập con thỏa tính chất trên là tổ hợp chập 4 của 12 phần tử, do đó: $n(A) = C_{12}^4 = 495$.

$$\text{Vậy: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{495}{9000} = 0,055.$$

Cách 2: Dùng tổ hợp lặp

Chọn số tự nhiên có 4 chữ số bất kỳ có: $n(\Omega) = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000$ (cách).

Mỗi tập con có 4 phần tử được lấy từ tập $\{1, 2, \dots, 9\}$ (trong đó mỗi phần tử có thể được chọn lặp lại nhiều lần) ta xác định được một thứ tự không giảm duy nhất và theo thứ tự đó ta có được một số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ (trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$). Số tập con thỏa tính chất trên là số tổ hợp lặp chập 4 của 9 phần tử. Do đó theo công thức tổ hợp lặp ta có: $n(A) = C_{9+4-1}^4 = 495$.

$$\text{Vậy: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{495}{9000} = 0,055.$$

Dạng 6. Một số bài toán khác

Câu 167. Chọn D

$$\text{Ta có } f(x) + f(y) = 1 \Leftrightarrow 9^{x+y} = m^4 \Rightarrow x + y = \log_9 m^4 = \log_3 m^2$$

$$\text{Đặt } x + y = t, t > 0. \text{ Vì } e^{x+y} \leq e(x+y) \Rightarrow e^t \leq et \Leftrightarrow t \leq 1 + \ln t \Leftrightarrow 1 + \ln t - t \geq 0, \forall t > 0 \quad (1)$$

$$\text{Xét hàm } f(t) = \ln t + 1 - t \text{ với } t > 0. f'(t) = \frac{1}{t} - 1 = \frac{1-t}{t} = 0 \Rightarrow t = 0$$

Bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$
y'		0	
y	$-\infty$	0	$-\infty$

$$\text{Dựa vào bảng biến thiên, ta có } f(t) \leq f(1), \forall t > 0 \Leftrightarrow 1 + \ln t - t \leq 0, \forall t > 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } t = 1 \Rightarrow \log_3 m^2 = 1 \Rightarrow m^2 = 3 \Rightarrow m = \pm\sqrt{3}$$

$$\text{Câu 168. Ta có } e^{f(a)} + e^{f(b)} + e^{f(c)} \geq 3\sqrt[3]{e^{f(a)+f(b)+f(c)}}.$$

Mặt khác do $f''(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(x)$ là hàm lồi, áp dụng bất đẳng thức lồi ta có

$$f(a) + f(b) + f(c) \geq 3f\left(\frac{a+b+c}{3}\right)$$

$$\text{Do đó } e^{f(a)} + e^{f(b)} + e^{f(c)} \geq 3\sqrt[3]{e^{3f\left(\frac{a+b+c}{3}\right)}} = 3e^{f\left(\frac{a+b+c}{3}\right)}$$

Suy ra $P \leq -3e^{f\left(\frac{a+b+c}{3}\right)} + \frac{3}{2} \left[f\left(\frac{a+b+c}{3}\right) + 1 \right]^2$. Đặt $t = f\left(\frac{a+b+c}{3}\right), t \geq n^2 \geq 0$

Ta có $P \leq g(t)$ với $g(t) = -3e^t + \frac{3}{2}(t+1)^2$

$g'(t) = -3e^t + 3(t+1); g''(t) = -3e^t + 3 = -3(e^t - 1) \leq 0, \forall t \geq 0$. Nên $g'(t)$ là hàm nghịch biến trên $[0; +\infty)$.

$\Rightarrow g'(t) \leq g'(0) = 0, \forall t \in [0; +\infty) \Rightarrow g(t) \leq g(0)$

Do đó $P \leq g(0) = -\frac{3}{2} < 7 - 3e$.

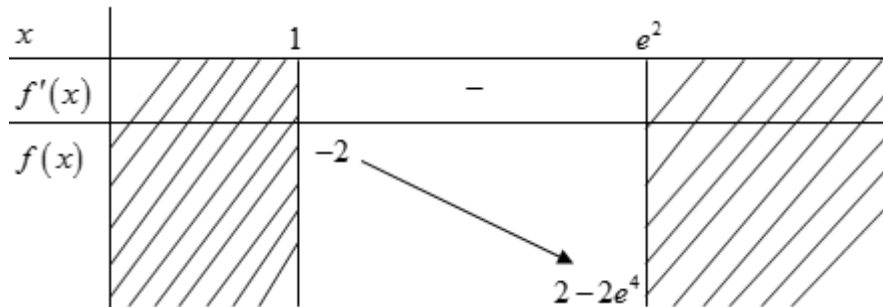
Câu 169. Ta có $y = |\ln x - 2x^2 + m| \geq 0$, suy ra $\min_{[1; e^2]} y$ nhỏ nhất bằng 0

$\Leftrightarrow \ln x - 2x^2 + m = 0$ có nghiệm $x \in [1; e^2]$ (1).

Đặt $f(x) = \ln x - 2x^2$. Khi đó (1) $\Leftrightarrow f(x) = -m, \forall x \in [1; e^2]$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{x} - 4x = \frac{1-4x^2}{x} < 0, \forall x \in [1; e^2]$.

BBT



Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m \in [2; 2e^4 - 2]$.

Suy ra $m \in \{2; 3; 4; 5; \dots; 106; 107\}$.

Vậy có tất cả 106 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 170. Chọn B

Hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x}$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$.

Khi đó $-x \in \mathbb{R}$, ta có $f(-x) = 2^{-x} - 2^x = -(2^x - 2^{-x}) = -f(x)$.

Suy ra $f(x)$ là hàm số lẻ. (1)

Mặt khác $f'(x) = (2^x + 2^{-x}) \ln 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. (2)

Ta có $f(m) + f(2m - 2^{12}) < 0 \Leftrightarrow f(2m - 2^{12}) < -f(m)$.

Theo (1) suy ra $f(2m - 2^{12}) < f(-m)$.

Theo (2) ta được $2m - 2^{12} < -m \Leftrightarrow 3m < 2^{12} \Leftrightarrow m < \frac{2^{12}}{3}$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \leq 1365 \Rightarrow m_0 = 1365$. Vậy $m_0 \in [1009; 1513)$.

Câu 171. Xét phương trình hoành độ giao điểm $m \log_2^2 x - 2 \log_2 x + 2m + 1 = 0$.

Ycbt $\Leftrightarrow$ Phương trình có duy nhất một nghiệm thuộc khoảng $[1; +\infty)$.

Đặt $t = \log_2 x \geq 0 \forall x \in [1; +\infty)$.

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow mt^2 - 2t + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{2t-1}{t^2+2}.$$

Ycbt $\Leftrightarrow$ Phương trình có duy nhất một nghiệm $t \in [0; +\infty)$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{2t-1}{t^2+2}$ trên $[0; +\infty)$.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{2(t^2+2) - 2t(2t-1)}{(t^2+2)^2} = \frac{-2t^2 + 2t + 4}{(t^2+2)^2}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow -2t^2 + 2t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \notin [0; +\infty) \\ t = 2 \in [0; +\infty) \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

t	0	2	$+\infty$
$f'(t)$		+	0
$f(t)$		$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Từ bảng biến thiên ta suy ra: ycbt $\Leftrightarrow m \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right] \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

----- HẾT -----